ÉRTEKEZÉSEK
A MATHEMATIKAI TUDOMÁNYOK KÖRÉBŐL.
Kiadja a Magyar Tudományos Akadémia.
A III. OSZTÁLY RENDELETÉBŐL
SZERKESZTI
SZABÓ JÓZSEF
OSZTÁLYTITKÁR.
VIII. KÖTET. IX. SZÁM. 1881.

ADATOK
JUPITER FORGÁSI ELEMEIHEZ.

D^r KOBOLD ÁRMIN
OBSERVATORTÓL.

(A III. oszt. 1881 május havi űlésében felolvasta dr. Konkoly Miklós, l. t.)

Ára 10 kr.

BUDAPEST, 1881.
A M. TUD. AKADÉMIA KÖNYVKIADÓ-HIVATALA.
(Az akadémia épületében.)

Eddig külön megjelent

ÉRTEKEZÉSEK

a mathematikai tudományok köréből.

Első kötet.

Második kötet.

Harmadik kötet.

ADATOK

JUPITER FORGÁSI ELEMEIHEZ.

Dr KOBOLD ÁRMIN

OBSERVATORTÓL.

(A III. oszt. 1881 május havi ülésében felolvasta dr. Konkoly Miklós, l. t.)

BUDAPEST, 1881.

A M. T. AKADÉMIA KÖNYVKIADÓ-HIVATALA.

(Az Akadémia épületében.)

Budapest, 1881. Az „Athenaeum" r. t. könyvnyomdája.

Adatok Jupiter forgási elemeihez.

Bizonyos, hogy a naprendszerünk viszonyait kifejező számok közt nem utolsó helyen áll a különböző bolygók keringési ideje, hisz az illető tett létrejövésére szükséges idő megitélésénél útmutatásúl lehet. Azonkivül nem oly könnyü föladat ezen mennyiség kikutatása, mint az első pillanatra látszanék. Épen csak a bolygókorongon mutatkozó foltokból határozható meg, ezeknél azonban egy, a bolygó forgásától független saját mozgás nemcsak lehetséges, hanem valószinű is, minthogy épen azon bolygónál, melylyel jelen értekezésben is foglalkozunk, a Jupiternél, Schmidt Athenben több egyszerre látszó foltból lényegesen eltérő forgási időket számitott. Ezen körülményre való tekintetből jónak láttam egy, a közönségestől elütő eljárást alkalmazni, melynél a fősúlyt a folt absolut jovicentricus helyzeteinek meghatározására forditottam. A Jupiteren az utolsó két év óta látható vörös folt rendkivüli kiterjedése által tünik ki. Rendesen abban áll az észlelés, hogy a két végnek a Jupiter középső meridiánján való átmeneti ideit becsülik meg. Ezen időket aztán az aberratió befolyásától megszabadítva, a bolygó phasisának és változó heliocentrikus állásának tekintetbe vételével a folt közepének állását bizonyos időre nyerjük. Az egyes észlelés közép hibáját Schmidt (Astr. Nachr. Nr. 2342) kedvező esetben $\pm$ 2^m egész $\pm$ 3^m teszi megengedi azonban, hogy az $\pm$ 5^m sőt $\pm$ 6^m is elérhet. Az eljárásnak természeténél fogva az rövid időre szoritkozott, mi nagy hátrányára van. Csakis oly kedvező klimatikus viszonyok közt, mint azokat a déli Európa nyújtja, lehet egy oppositió alatt — kiválóan ha az, mint az utolsó és a következők, őszszel és télen van — elég nagyszámú észleleteket gyűjteni, mert csakis a nagy szám nyújt reményt az egyes észlelet bizonytalansága mellett is kielégitő eredményre jutni.

Jóval kedvezőbb az eredmény, mihelyt a folt közepének távolát a bolygókorong közepétől mikrometrikus mérésekkel határozzuk meg. Minthogy ugyanis ezen méréseket legalább is a bolygókorong közepén való átmenetet megelőző vagy követő három óra alatt vihetjük véghez, azok sokkal könnyebben biztosithatók a légkör zavaró bofolyása elől. Az észleletek utólagos számitása természetesen annál hoszszadalmasabb lesz; az erre szolgáló képleteket a következőkben minden kivánható teljességgel fejtegetem, minthogy azok, bár részben gyakran alkalmazva, mégis tudtommal sehol kimeritően nem tárgyaltattak.

Legyen valamely észlelési móddal a Jupiter korongjának kérdéses pontja meghatározva oly tengely-rendszerre vonatkozólag, melynek kezdőpontja a tányér középpontjával összeesik, s melynek egyik tengelye a Jupiter-egyenlitő érintője és igy a mindig látható egyenlitői szalag által adatik. A feladat most az, ezen coordinátákat absolut jovicentrikusokba átváltoztatni:

1.) a bolygó phasisának és lapultságának;

2.) a Jupiter-tengelynek a bolygó pályához való hajlásának;

3.) a Jupiter változó heliocentrikus állásának tekintetbe vételével.

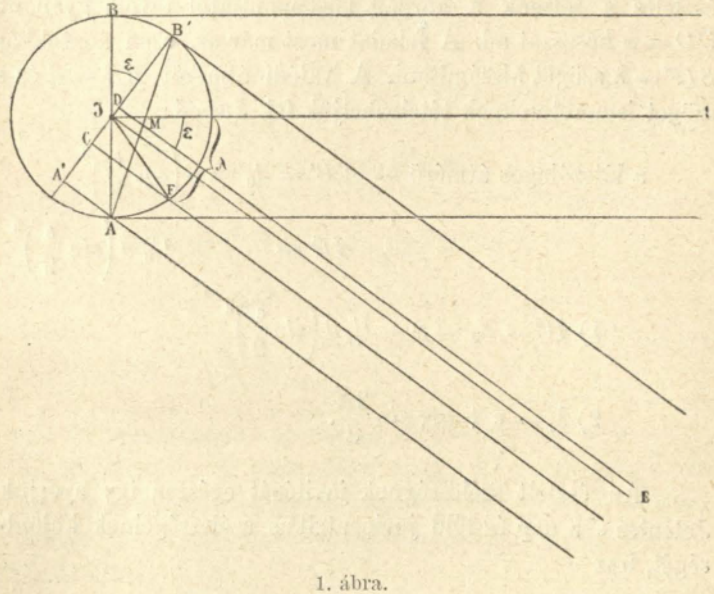
Nagyon bajos volna egész szigorúan számitásba hozni a három zavaró hatást és pedig azon okból, mert mindhárom egyidejűleg változtatja meg a helyzet meghatározást. Szerencsére azonban itt is mint a csillagászatban oly gyakran használt más javitások számitásánál is egy kedvező körülmény jelentékeny könnyitésre vezet. Itt is minden az észlelési adatokban levő eltérés egy bizonyos kicsiny, maximal értékére ismeretes mennyiséget túl nem haladhat.

A földnek jovicentrikus elongatiójától függő phasis maximumban mintegy 10°. A tengelynek a pálya sikjához való hajlása szintén csak 3°, és végűl a Jupiter változó heliocentrikus állása minden szigorúsággal tekintetbe vehető. Szabad tehát ezen okból a 3 csatolandó correctiót egyenként számitani.

Kezdjük a phasis tekintetbe vételével.

Ennek teljes hatása egy az észlelő szemén, a napon és a Jupiter középpontján át fektetett legnagyobb körben történik. Kiszámitjuk tehát ezen összes hatást és akkor ezt két componensre bontjuk, melyek egyike a Jupiter pálya-sikjába esik, míg a másik arra merőleges.

Minthogy egyelőre a Jupiter-tengely hajlását nem tekintjük, fel kell vennünk, hogy egyenlitőjének sikja pályasikjával összeesik. A Jupiter vezető sugara ez esetben a bolygó felületét az Aequator egy pontjában metszi, melyet a jovigrafiai coordinaták kezdőpontjának tekintünk. A phasis hatása most,



1. ábra.

hogy ezen valódi kezdőpont nem esik össze a látható bolygókorong középpontjával, hanem ettől szélesség és hosszaságban eltolatott. Világos, hogy a hosszúságban való eltolódás mindazon pontokra, melyek egy a Jupiter pályasikjára merőleges, tehát meridiánjainak sikjához párhuzamos egyenesben feküsznek, ugyanaz marad. Ha tehát a föld jovicentrikus szélességét 0-nak teszszük, az x szegvényt szabaditjuk meg a phasis befolyásától; analóg módon járunk akkor el az y coordinatával.

Az első ábra sikja legyen ennélfogva a pályasik, vagy mi itt egyértelmű, a Jupiter egyenlitőjének sikja. I-ben legyen a bolygó középpontja, IS a nap felé, IE az észlelő személyhez hozott irány. $AFB'B$ megvilágitott félgömbből az észlelő csak AFB' gömbszelvényt látja; $A'B'$ mint átmérő tünik fel és ezen egyenes M közepe a bolygó középpontjaként.

Méréskor minden távolság a látsugárra merőleges $A'B'$ egyenesre projiciáltatik, mely $A'B'$ az AB és AB'-tól $\frac{\varepsilon}{2}$ szöget zár be, ha ε a föld és nap jovicentrikus elongátióinak különbsége. A föld valódi középpontját F az észlelő C-ben látja és az észlelés a foltnak a korong középpontjától távola gyanánt $CD = x$ hoszszat ad. A feladat most már az, ezen adatokból $SIF = \lambda$ szöget kiszámítani. A valódi átmérőt $AB = d$ és ε szöget ismereteseknek tételezhetjük fel. Leend:

$$\text{a látszólagos átmérő} = A'B' = d_0 = d\left(\cos\frac{\varepsilon}{2}\right)^2$$

$$ID = \tfrac{1}{2} d\left(\sin\frac{\varepsilon}{2}\right)^2$$

$$1)\ IC = X_1 = x - \tfrac{1}{2} d\left(\sin\frac{\varepsilon}{2}\right)^2$$

$$2)\ \lambda_, = \varepsilon + \arcsin\frac{2X}{d}.$$

Az észlelt szélességnek javitását egészen igy nyerjük. Jelentse ε' a nap és föld jovicentrikus szélességeinek különbségét, lesz

$$3)\ IC' = Y = y - \tfrac{1}{2} d\left(\sin\frac{\varepsilon'}{2}\right)^2$$

$$4)\ \beta = \varepsilon' + \arcsin\frac{2Y}{d}.$$

Az igy számitott szélesség, nem tekintve a lapultságot, már hiba nélküli. A számitott hosszusághoz azonban mindjárt még egy correctió csatolandó. A foltnak a Jupiter-korong középpontjától észlelt távola vonatkozik ennek parallel körére. Hogy a távolt az egyenlitőn nyerjük, a hosszusági különbség $\sec\beta$-val szorzandó, úgy, hogy végeredmény gyanánt nyerjük.

$$5)\ X = x \sec\beta - {}^1\!/_2\, d \left(\sin\frac{\varepsilon}{2} \right)^2$$

$$6)\ \lambda = \varepsilon + \text{arc} \sin\frac{2X}{d}.$$

A nyert eredményeket utólag még könnyen szabadítjuk meg a Jupiter lapultságának befolyásától. Legyen e a számbeli excentricitás és $p = i\,(1 - e^2)$ az ellipticus meridián fél parametere. ϱ-nak nevezve akkor a kerülék egy pontjának távolát, annak középpontjától, β-val jelezve azon szöget, melyet ezen vonal a tengelylyel képez, azonkivül ε-nal jelezve az illető pont excentrikus anomáliáját, r-rel a radius vectort, az ismeretes

$$r = d\,(1 - e \cos\varepsilon)$$

egyenletet átvezethetjük

$$r = d - \varrho\, e \cos\beta\text{-ba.}$$

Áll azonban még

$$r = \sqrt{\varrho^2 + d^2 e^2 - 2\,\varrho\, d\, e \cos\beta},$$

és e két értékből kapjuk

$$7)\ \varrho^2 = \frac{d^2\,(1 - e^2)}{1 - e^2 \cos\beta^2}.$$

A lapultságnak a hosszaság meghatározására való befolyása abban áll már most, hogy a mért szög nem vonatkozik a $\cos\beta$ sugarú parallel körre, hanem $\varrho \cos\beta$ sugarára. Mindkettőben X-nek különböző szög felel meg és pedig az összefüggést e kettő közt

$$\sin\,(w + \varDelta\, w) : \sin w = d \cos\beta : \varrho \cos\beta$$

adja úgy, hogy

$$\sin\,(w + \varDelta\, w) = \sqrt{\frac{1 - e^2 \cos\beta^2}{1 - e^2}}\ \sin w.$$

Nyerjük igy a keresett hosszúság végleges kifejezéseül

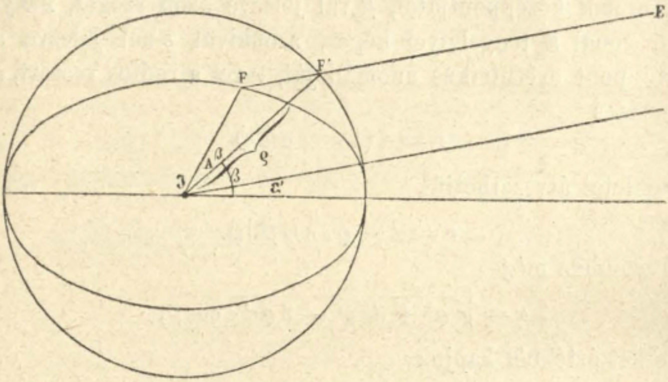
$$8)\ \lambda_0 = \varepsilon + \text{arc} \sin \sqrt{\frac{1 - e^2 \cos\beta^2}{1 - e^2}} \cdot \frac{2X}{d},$$

hol X az 5) alatti képlettel számitandó.

Sokkal egyszerűbb a lapultság tekintetbe vétele a másik szegvénynél. Az észlelő szeme nézzen *IE*, az aequator sikjához ε' szög alatt hajló egyenesben. (2. ábra.) Az *F*-ben levő foltot *F'*-be helyezi. Ezen feltevéssel számitottuk a folt látszólagos szélességét β. *IFF'* három szögben azonban áll:

$$\sin(\beta - \varepsilon') : \sin(180^0 - (\beta - \varepsilon') - \Delta\beta) = \varrho + \Delta\varrho : d$$

$$\sin(\beta - \varepsilon' - \Delta\beta) = \frac{d \sin(\beta - \varepsilon')}{\varrho + \Delta\varrho}.$$



2. ábra.

A baloldal $\Delta\beta$ szerint egész a másodrendű mennyiségekig kifejtve leend

$$\sin(\beta - \varepsilon') - \cos(\beta - \varepsilon')\Delta\beta = \frac{d \sin(\beta - \varepsilon')}{\varrho + \Delta\varrho},$$

honnan a

$$\frac{d\varrho}{d\beta} = -\frac{\varrho}{2} \frac{e^2 \sin 2\beta}{1 - e^2 \cos\beta^2}$$

egyenlet felhasználásával következik

$$9)\ \Delta\beta = \frac{2\dfrac{d-\varrho}{\varrho}\sin(\beta - \varepsilon')}{\dfrac{e^2 \sin 2\beta}{1 - e^2 \cos\beta^2}\sin(\beta - \varepsilon') + 2\cos(\beta - \varepsilon')}.$$

Ha netán elégtelen az igy talált javitás, vele $\Delta\varrho$ értékét számitjuk az adott differential-egyenletből és aztán

$$\sin(\beta - \varepsilon' - \Delta\beta) = \frac{d \sin(\beta - \varepsilon')}{\varrho + \Delta\varrho}$$

egyenletet közvetlen $\Delta\beta$-ra oldjuk meg. Ezen eljárást folytatjuk mindaddig, mig $\Delta\beta$ értékei állandókká lesznek.

Az alkalmazásnál kitünt, hogy ezen szigoru eljárást legalább nem nagy szélességeknél közelitő mód által helyettesithetjük, ha $\Delta\varrho = 0$ teszszük; lesz egyszerüen

$$\sin(\beta - \varepsilon' - \Delta\beta) = \frac{d}{\varrho}\sin(\beta - \varepsilon')$$

$$= \sqrt{\frac{1 - e^2\cos\beta^2}{1 - e^2}}\cdot\sin(\beta - \varepsilon'),$$

tehát analog a 8) alatti egyenlethez:

$$10)\ \beta_0 = \varepsilon' + arc\sin\sqrt{\frac{1 - e\cos\beta^2}{1 - e^2}}\cdot\frac{2Y}{d},$$

hol Y ismét 3) egyenlettel számitandó.

Ezután meg kell még mutatnunk, hogyan számitandók ε és ε' segédszögek.

Ezek számitása mindenek előtt a föld vonósugara és a Jupiterpálya sikja által bizonyos időpillanatban képezett I szög ismeretét szükségli. Ha a Jupiterpálya hajlásszögét az ecclipｔikára vonatkozólag i-vel jelöljük, Ω-val a felálló csomó hosszát, és $\odot$-val a megfelelő naphosszat, könnyen nyerjük

$$\sin J = \sin i \sin(\Omega - \odot).$$

Valamelyik évkönyvből, legkényelmesebb a Connaissance des temps, a Jupiter heliocentrikus és geocentrikus hosszaságainak és szélességeinek l és b különbségeit veszszük és ezekkel

$$\cos w = \cos l \cos b$$

képlet szerint a földnek a naptól való jovicentrikus távolát számitjuk. Ezen mennyiségekkel könnyen nyerjük aztán

$$11)\ tg\,\varepsilon = tg\,w\cos J$$

$$12)\ \sin\varepsilon' = \sin w \sin J$$

Hogy végre a nyert helyzetek pontosságáról itélhessünk, 3) és 5) alatti egyenleteinket differentiáljuk; nyerjük:

$$\frac{d\lambda}{dx} = 2\frac{dX}{dx}\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{4x2}{d^2}}} \qquad \frac{d\beta}{dy} = 2\frac{dY}{dy}\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{4Y2}{d^2}}}$$

$$13)\ \Delta\lambda = d\sqrt{\frac{2}{1-\frac{4X^2}{d^2}}}\,\Delta x$$

$$14)\ \Delta\beta = d\sqrt{\frac{2}{1-\frac{4Y^2}{d^2}}}\,\Delta y$$

Ezekkel az észleletek minden zavaró hatástól, melyet a föld állása idéz elő, megszabadítvák; ennélfogva feladatunk második részében: az észleletek reducálása absolut rendszerre, a nap középpontjába képzelhetjük magunkat. Az eddig használt rendszer kezdőpontja a Jupiter középpontjába esett, az alapsik a pályasikja és benne az x tengely a bolygó megfelelő vezetősugara volt. Az új rendszer xy sikjául természetszerüleg a Jupiter egyenlitői sikját választjuk, z tengelyül tehát a bolygó polártengelyét. A két rendszer kölcsönös vonatkozását az határozza meg, hogy a szokásos, és mig ellenkező tapasztalatok nem történnek, meg is tartandó feltevés szerint az aequator sik a harmadik hold ismeretes pályasikjával egybeesőnek vétetik. A hosszúságok 0 pontjául a Jupiter-egyenlitőjének azon hold ecliptikájában számitott felszálló csomópontját veszszük. Minthogy igy az új rendszer az egyenes emelkedés és elhajlás földi rendszerének tökéletesen megfelel, ennélfogva az új szegvényeket szintén α és δ-val jelöljük.

Hogy a régi rendszert az újba átvezessük, azt kétszer forgatjuk. Először a rendszer z tengelye körül forgatunk és pedig a radius vector és csomóvonal közt levő $(180^0 + ♃ - \Omega_*)$ szöggel, a mely kifejezésben $♃ - \Omega$ a Jupiter-pályában fekvő azon ívet jelenti, mely a bolygó helye és az egyenlitő felszálló csomója között van. Erre a most közös x tengely, a csomóvonal körül, másodszor a két sik i hajlás szögével forgatunk.

Az első forgatás által az analitikai mértan transformatió képletei szerint a régi xyz coordinaták átmennek.

$$\begin{aligned} x_, &= -x\cos(♃ - \Omega_*) + y\sin(♃ - \Omega_*) \\ y_, &= -x\sin(♃ - \Omega_*) - y\cos(\Omega - \Omega_*) \\ z_, &= z \end{aligned}$$

— be.

A második forgatás ezen coordinatákat átváltoztatja azután

$$x' = x_{,} \qquad = -x\cos(♃-\Omega_*)+y\sin(♃-\Omega_*)$$

$$y' = \cos i_* y_{,} - \sin i_* z_{,} = -x\sin(♃-\Omega_*)\cos i_* - y\cos(♃-\Omega_*)\cos i_* - z\cos i_*$$

$$z' = \sin i_* y_{,} + \cos i_* z_{,} = -x\sin(♃-\Omega_*)\sin i_* - y\cos(♃-\Omega_*)\sin i_* + z\cos i_*\text{-ba.}$$

Ha most a derékszögű szegvényeket sarkszegvények által helyettesitjük és a háromszögtan összegező képleteit alkalmazzuk, transformatió egyenletekül ezen rendszert nyerjük:

$$15)\left\{\begin{array}{l} a\sin A = \cos\beta . \sin(♃-\Omega_*+\lambda) \quad a\cos A = \sin\beta \\ \qquad tg\, A = cotg\,\beta \sin(♃-\Omega_*+\lambda) \\ \cos\alpha\cos\delta = -\cos\beta\cos(♃-\Omega_*+\lambda) \\ \sin\alpha\cos\delta = -a\sin(A+i_*) \\ \qquad \sin\delta = a\cos(A+i_*). \end{array}\right.$$

Az α és δ mennyiségek a keresett eredményt adják, a vizsgálat tehát befejezettnek tekinthető.

Ezen fejtegetésekhez csatolva a következőkben egy észleleti sort tárgyalok, melyet a Jupiter utolsó oppositiója alkalmával és pedig 1880. augusztus 27-től 1881. január 14-ig az ó-gyallai csillagvizsgálón végeztem. A 3) és 5) alatti képletek x y mennyiségeit a regisztrálási módszer szolgáltatta. Egy a választott tengelyrendszer irányába beállitott derékszögű fonál-rendszeren a Jupiter-korong keleti és nyugati, éjszaki és déli szélének és a rajta levő foltéinak érintkezései registráltattak. A hosszúság meghatározására szolgáló mérést mindig 25—30-szor, a másodikat ellenkezőleg csak 15—20-szor végeztem, minthogy itt az egyes észlelet nagyobb súlyú volt. A reductió ugyanazt mutatta, hogy ezen módszeren a megkivántató pontosság nem érhető el, úgy hogy az eredmények csak elővigyázattal fogadhatók el. Szándékom azonban a legközelebbi oppositió alkalmával, ha egyáltalán hasonló észleleteket tehetek, ezen bajon is segíteni, az által, hogy a korongnak a fonalak előtt való átmeneti idejét szembetünően megnagyobbítom, olyképen, hogy a távcsövet egy a csillagok mozgását nagyon megelőző vagy a mögött igen visszamaradó óramű által mozgattatom. A de Gasparis által először alkalmazott ezen mód, épen a jelen czél elérésére igen alkalmatosnak tünik fel.

190 egyenként számitott észlelet diskussiója x egyes mérésének, azaz a folt közepének a korong középpontjától való távolának közép hibájáúl $0^s.1827$ adott, a fellépő excentrumok $0^s.246$ és $0^s.139$. Meggondolva, hogy ezen hiba a 4 különböző momentum felfogásánál elkövetettekből van összetéve, nagyságán nem fogunk megütközni. Feltéve, hogy egy helyzet átlag 25 megfigyelésből számittatott, mikor is a különböző észlelési napok közepétől messze elmaradunk, a számtani középérték hibája gyanánt

$\varepsilon\,(x) = \pm\, 0^s.0366$ és a valószinű hiba gyanánt

$r\,(x) = \pm\, 0^s.0247$ nyerünk.

Az elhajlási méréseknél analog módon kaptuk: y egy egyes megfigyelésének középső hibáját $= 0^s.1635$, a számtani középértéknek 15 megfigyelésből középső hibáját

$\varepsilon\,(y) = \pm\, 0^s.0422$, ugyanennek valószinű hibáját

$r\,(y) = \pm\, 0^s.0285$-nek.

Ezen értékek segitségével az egyes észleletek valószinű hibája számittatott és pedig a hosszaságé külön minden egyes észleletre, a szélességé azonban csak a számtani középre. α és β mennyiségek levezetésére a connaissance des temps-ból a Jupiter félátmérőjének értéke az egységnyi távolban

$^1/_2\, d_{,} = 99''.703$ és

$^1/_2\, d_{,}' = 92''.425$-nek vétetett.

A berlini évkönyv szerint az 1880·0 középső ecliptikájára és aequinoctiumára vonatkozólag

$i = 1^0\ 18'\ 40''.1$

$\Omega = 99^0\ 12'\ 30''.0$ tétetett.

A transformátió állandók Damoiseau szerint 1750·0-ban

$i_* = 3^0\ 4'\ 5''$ $\qquad \Omega_* = 313^0\ 21'\ 55''$.

Ezen mennyiségek évenkinti változását Laplace a Mécanique céleste negyedik kötetében

$\Delta\, i_* = +\, 0''.02279\, t$ $\quad \Delta\, \Omega_* = +\, 49''.83$ t-nek adja és igy 1880·0-ra nyertem.

$i_* = 3^0\ 4'\ 35''$ $\qquad \Omega_* = 315^0\ 9'\ 53''$.

Az ezekkel végzett számítások a következő eredményt adták:

Észlelési idő csillag időben	x	y	λ	$r(\lambda)$	β	α	δ
1880. Aug. 27. 21^h 26^m 48^s	$-0^s.174$	$-0^s.545$	$+1^0$ 11′	$\pm$ 53′	-20^0 20′	236^0 8′	-22^0 53′
Szept. 1. 21 51 31	+0·612	−0·534	+30 56	$\pm$ 59	19 20	266 57	22 24
» 25. 23 7 3	+0·586	−0·662	+25 13	60	23 29	263 20	26 33
Oct. 2. 23 23 27	−0·121	−0.602	−1 10	50	21 9	237 19	22 54
» 7. 22 21 11	−0·500	−0·627	−19 8	53	22 9	219 14	24 7
» 14. 0 36 40	+0·405	−0·646	+13 14	52	22 51	252 52	25 48
» 16. 1 29 3	−0·370	−0·663	−16 12	52	23 32	223 0	25 39
» 25. 19 48 12	+0·711	−0·689	+24 29	58	24 46	265 23	27 50
Nov. 2. 2 9 29	+0·222	−0·655	+3 1	52	23 47	244 12	26 33
» 28. 5 2 17	+0·032	−0·673	−7 57	55	26 8	235 19	28 41
Decz. 12. 21 54 3	+0·248	−0·592	+0 28	58	24 7	245 17	26 55
» 20. 4 13 6	−0·293	−0·597	−23 58	61	25 7	221 5	27 10
» 26. 0 53 27	+0·627	−0·538	+18 41	69	22 56	265 17	26 0
» 28. 1 26 18	−0·199	−0.546	−19 58	62	23 30	225 58	25 45
1881. Jan. 1. 5 1 17	$-0^s.177$	−0·539	−19 30	63	23 31	226 39	25 46
» 2. 1 23 26	+0·092	−0·518	−6 34	62	22 35	239 56	25 15
» 14. 2 11 44	+0·184	−0·545	−1 14	65	24 56	246 9	27 45

A szélességek középértékének valószinű hibája

$$r(\beta) = \pm 1^0\ 11'.$$

Az már most a feladat: a Jupiter forgási elemeinek azon rendszerét találni, mely ezen észleleteknek legjobban megfelel. Az ε epocha gyanánt Jupiter azon első tengelykörüli forgását veszem fel, mely az 1880. Szeptember 25-én 13^h berlini k. i.-ben történt perihel átmenete után volt.

Második ismeretlenül fellép a Jupiter szidérikus forgási ideje, azaz azon idő, mely a folt közepének ugyanazon meridiánon való két egymásra következő átmenetele alatt lefolyik, kifejezve földi csillag időben. A forgási időt

$u = 9^h\ 57^m\ 13^s.2$ véve egy előleges rövidített reductió számtani középértékül

$\varepsilon = 1880$ Sept. 25. $1^h\ 41^m\ 26^s$ cs. i. adott.

Ezen mennyiségekkel az észleletekből következő feltételi egyenleteket vezettük le:

1880.	Aug.	27.	$21^h\ 26^m\ 48^s$ cs. i.	$+\ 70·3441$	$(9^h\ 57^m\ 13^s.2 + x)$	— Sept. 25.	$1^h\ 41^m\ 26^s$	$-\ y = o$
	Sept.	1.	21 51 31	$+\ 58·2585$	»	»	»	$y = o$
		25.	23 7 3	$+\ 0·2685$	»	»	»	$y = o$
	Oct.	2.	23 23 27	$-\ 16·6592$	»	»	»	$y = o$
		7.	22 21 11	$-\ 28·6090$	»	»	»	$y = o$
		14.	0 36 40	$-\ 45·7024$	»	»	»	$y = o$
		16.	1 29 3	$-\ 50·6167$	»	»	»	$y = o$
		25.	19 48 12	$-\ 71·7372$	»	»	»	$y = o$
	Nov.	2.	2 9 29	$-\ 91·6783$	»	»	»	$y = o$
		28.	5 2 17	$-\ 154·6537$	»	»	»	$y = o$
	Decz.	12.	21 54 3	$-\ 187·6814$	»	»	»	$y = o$
		20.	4 13 6	$-\ 207·6141$	»	»	»	$y = o$
		26.	0 53 27	$-\ 221·7369$	»	»	»	$y = o$
		28.	1 26 18	$-\ 226·6277$	»	»	»	$y = o$
1881.	Jan.	1.	5 1 17	$-\ 236·6296$	»	»	»	$y = o$
		2.	1 23 26	$-\ 238·6665$	«	»	»	$y = o$
		14.	2 11 44	$-\ 267·6838$	»	»	»	$y = o$

Ezen egyenleteket a legkisebb négyzetek elmélete alapján feloldva, az eredmény

$$x = +0^s.971 \qquad y = -111^s.6$$

és ezzel

$$u = 9^h\ 57^m\ 14^s.171$$

$$\varepsilon = \text{Sept. } 25.\ 1^h\ 39^m\ 34^s \text{ cs. i.}$$

Ezen értékekkel számíttattak visszafelé az egyes észlelési időkhöz tartozó egyenes emelkedései a foltnak, hogy az észlelettel összehasonlíttassanak. Az eredmény a következő:

1880. Aug.	27.	21^h	26^m	48^s	$\alpha =$	235°	$41'$	$O - C =$	$+$	0°	$27'$
Sept.	1.	21	51	31		262	35		$+$	4	22
	25.	23	7	3		258	6		$+$	5	14
Oct.	2.	23	23	27		233	55		$+$	3	24
	7.	22	21	11		216	23		$+$	2	51
	14.	0	36	40		254	3		$-$	1	11
	16.	1	29	3		221	37		$+$	1	23
	25.	19	48	12		268	10		$-$	2	47
Nov.	2.	2	9	29		241	57		$+$	2	15
	28.	5	2	17		234	4		$+$	1	15
Decz.	12.	21	54	3		247	56		$-$	2	39
	20.	4	13	6		220	23		$+$	0	43
	26.	0	53	27		268	3		$-$	2	46
	28.	1	26	18		223	50		$+$	2	8
1881. Jan.	1.	5	1	17		225	56		$+$	1	13
	2.	1	23	26		242	6		$-$	2	10
	14.	2	11	44		248	10		$-$	1	1

Látnivaló, hogy kiválóan az 5 első észlelet annyira eltér az ephemeridától, hogy az eltéréseket észlelési hibáknak nem mondhatjuk. Sokkal jobban egyezik meg az ephemerida később az észlelettel, bár ekkor sem tekinthető jónak, czélszerűnek láttam tehát az 5 első egyenlet kizárásával ujra feloldani a rendszert, hogy jobb megegyezést találjak. Igy a következő végleges forgási elemekre jöttem

$$\varepsilon = 1880. \text{ Sept. } 25.\ 1^h\ 37^m\ 6^s \pm 89.3$$

$$u = 9^h\ 57^m\ 14^s.990 \pm 0^s.52.$$

Az egyes észlelés középső hibája

$$\varepsilon = \pm 2^0\ 4'\text{-nek találtatott.}$$

Minthogy ez nagyságra nézve a valószinű hibák középértékénél több mint 2-szer nagyobb, azt kell következtetnünk (hacsak máskülönben az észleleteknek átlag nem akarunk sokkal nagyobb hibát tulajdonítani) hogy a foltnak egy a Jupiter forgása által okozott mozgásától különböző saját mozgása is van. Ha azonban az eltérést egyedül az észleletek megbizhatlanságából akarnók magyarázni, az egyes észlelet középhibájának a fellépő $0^s.264$-t messze túl kellene szárnyalnia. Nem marad tehát más hátra, mint a foltnak változó saját mozgását felvenni.

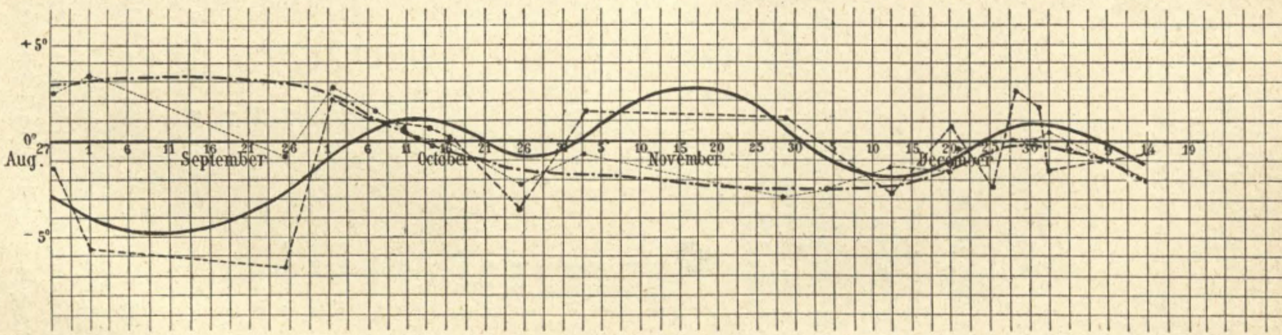
Különben az észleletek és kiválóan az elhajlási mérések elegendő megegyezéssel mutatják ezen sajátmozgást. Az állandókból következő egyenes emelkedéseknek összehasonlítását az észleltekkel és valamennyi declinatio középértékének

$$M = -25^0\ 45'$$

összehasonlítása az egyesekkel ugyanis ezen eredményre vezetett:

1880. Aug. 27.	$21^h\ 26^m\ 48^s$	$\alpha = 237^0\ 45'$	$O\alpha - C\alpha =$	$-1^0\ 37'$	$\delta - M\delta = +2^0\ 52'$
Sept. 1.	21 51 31	272 36		5 39	+ 3 21
25.	23 7 3	269 56		− 6 36	− 0 48
Oct. 2.	23 23 27	235 18		+ 2 1	+ 2 51
7.	22 21 11	217 39		+ 1 25	+ 1 38
14.	0 36 40	252 10		+ 0 42	− 0 3
16.	1 29 3	222 41		+ 0 19	+ 0 6
25.	19 48 12	269 4		− 3 41	− 2 5
Nov. 2.	2 9 29	242 43		+ 1 29	− 0 48
28.	5 2 17	234 17		+ 1 2	− 2 56
Decz. 12.	21 54 3	247 52		− 2 35	− 1 10
20.	4 13 6	220 10		+ 0 55	− 1 25
26.	0 53 27	267 41		− 2 24	− 0 15
28.	1 26 18	223 27		+ 2 31	± 0 0
1881. Jan. 1.	5 1 17	224 58		+ 1 41	− 0 1
2.	1 23 26	241 38		− 1 42	+ 0 30
14.	2 11 44	246 27		− 0 18	− 2 0

Amint a mellékelt kis kártyából világosabban kivehető, az elhajlási különbségek meglehetősen jól csatlakoznak egy nyugodtabb menetű görbéhez, mig az egyenes emelkedések egy középső hely körül erősen és látszólag teljesen szabálytalanul inganak. Kiváló nagy az eltérés szeptemberben, mikoris a folt 5°-el



3. ábra.

marad el középhelyétől, ugy hogy Jupiter középső meridiánján 4^{m} későbben kellett átmennie. Ha végül közellevő észleletek összefoglalása által bizonyos számú normal-helyeket képezünk, ezekben is az egyenes emelkedésekre könnyen szabályos menetet veendünk észre. Erre később még visszatérendünk. Előbb a folt kiterjedésének meghatározására tett észleletekről. A szükséges adatok maguktól advák azon időkben — f_0 és f_0' — melyek a folt megfelelő széleinek a fonál keresztbe belépésének megfelelnek. — A Jupiter fél-átmérőjét hosszegységnek választva, és a folt alakját ellipticusnak véve, a kiterjedést ezen képletek szerint számithatjuk:

$$\text{Hosszaság } H = 2\,\frac{f_0}{d_0}\ \text{sec. } \lambda_0$$

$$\text{Szélesség } S = \frac{2f_0'}{d_0'}\ \text{sec } \beta_0$$

$$\text{Terület } T = {}^1/_4\, H\, S\, \pi\,;$$

hol λ_0 és β_0 a korong közepétől való hosszúsági és szélességi elállása a folt közepének. A különféle észlelési napokra nyertem igy a következő értékeket:

1880.	Aug.	27.	$H =$ 0·573 r	$S =$ 0·258 r	$T =$ 0·116 r^2
	Sept.	1.	0·532	0·246	0·103
		25.	0 538	0‘242	0·102
	Oct.	2.	0·602	0·248	0·117
		7.	0·491	0·268	0·103
		14.	0·517	0·245	0·099
		16.	0·546	0·293	0·126
	Oct.	25.	0·483	0·332	0·126
	Nov.	2.	0·542	0·320	0·136
		28.	0·581	0·309	0·141
	Decz.	12.	0·524	0·288	0·118
		20.	0·505	0·309	0·123
		26.	0·500	0·296	0·116
		28.	0·590	0·265	0·123
1881.	Jan.	1.	0·553	0·311	0·135
		2.	0·602	0·255	0·120
		14.	0·554	0·281	0·122
Középérték			0·543 $r = 31^\circ{.}1$	0·280 $r = 16^\circ{.}0$	0·119 $r^2 = 391\square^\circ$

Könnyen felismerhető, hogy csak a folt alakjában lépnek fel nagyobb ingadozások, mig területe általában sokkal állandóbbnak mutatkozik. Ez különben a talált számok szerint 10169000 négyszögmértföld, vagyis a földterület 1·38-szerese.

Hogy az összes eredmény kényelmesen átnézhető legyen, czélszerű közelfekvő észleletek összefoglalása által bizonyos számú normálhelyeket képezni, a melyekre az egyes észleletek hibái lehető keveset folynak be, és melyek igy leginkább dönthetnek el helyzetváltoztatást. Ily uton következő átnézetet nyertük:

1880. Aug. 30. 0^h k. i.	$O\alpha - C\alpha = -3^\circ 38'$ $\delta - M\delta = +3^\circ\ 6'$	$H = 0{\cdot}552$ $S = 0{\cdot}252$ $T = 0{\cdot}110$
Oct 1. 19^h	$-1^\circ\ 3'$ $\delta - M\delta = +1^\circ 14'$	$H = 0{\cdot}543$ $S = 0{\cdot}259$ $T = 0{\cdot}107$
22. 10^h	$-0^\circ 18'$ $\delta - M\delta = -0^\circ 42'$	$H = 0{\cdot}522$ $S = 0{\cdot}297$ $T = 0{\cdot}122$
Decz. 10. 10^h	$-0^\circ 13'$ $\delta - M\delta = -1^\circ 50'$	$H = 0{\cdot}537$ $S = 0{\cdot}302$ $T = 0.124$
1881. Jan. 2. 4^h	$-0^\circ\ 2'$ $\delta - M\delta = -0^\circ 21'$	$H = 0{\cdot}560$ $S = 0{\cdot}282$ $T = 0{\cdot}125$

Epocha = 1880. Sept. 25 $1^h\ 37^m\ 6^s$

A sidericus Jupiternap hossza $9^h\ 57^m\ 14^s{.}99$ cs. i. $= 9^h\ 55^m\ 37^s{.}15$ k. i.
A középső » » $9^h\ 57^m\ 5^s{.}05$ » $= 9^h\ 55^m\ 27^s{.}21$ »

Negyedik kötet.

I. Schulhof Lipót. Az 1870. IV. sz. Üstökös definitiv pályaszámitása 10 kr.
II. Schulhof Lipót. Az 1871. II. sz. Üstökös definitiv pályaszámitása. 10 kr.
III. Szily Kálmán. A hő elmélet második főtétele, levezetve az elsőből 10 kr.
IV. Konkoly Miklós. Csillagászati megfigyeléseim 1874 és 1875-ben. 50 kr.
V. Konkoly Miklós. Napfoltok megfigyelése az ó-gyallai csillagdában 40 kr.
VI. Hunyadi Jenő. A kúpszeleten fekvő hat pont feltételi egyenletének különböző alakjairól . . . . 20 kr.
VII. Réthy Mór. A három méretü homogén tér (u. n. nem euklidikus) siktan trigonometriája . . . . 20 kr.
VIII. Réthy Mór. A propeller és peripeller felületek elméletéhez. . 30 kr.
IX. Fest Vilmos. Temesi Reitter Ferencz emléke . . . . . 10 kr.

Ötödik kötet.

I. Kondor Gusztáv. Emlékbeszéd Nagy Károly r. tag felett . . 10 kr.
II. Kenessey Albert. Adatok folyóink vizrajzi ismeretéhez . . 20 kr.
III. Dr. Hoitsy Pál. Csillag-észlelés a kelet-nyugot vonalban (egy számtáblával.) . . . . 30 kr.
IV. Hunyady Jenő. A kúpszeleten fekvő hat pont feltételi egyenletének különböző alakjairól. (Folytatás a IV. kötetben ugyane czim alatt megjelent értekezésnek.) . . . . 10 kr.
V. Hunyady Jenő. Apollonius feladata a gömbfelületen . . . 10 kr.
VI. Dr. Gruber Lajos. 24η Cassiopeiae kettős csillag mozgásáról . 10 kr.
VII. Martin Lajos. A változtatási hánylat alkalmazása a propeller-fölület egyenletének lefejtésére. . . . . 20 kr.
VIII. Konkoly Miklós A teljes holdfogyatkozás 1877. február 27-én és az 1877. (Borelli) I. számu üstökös szinképének megfigyelése az ó-gyallai csillagdán. . . . . 10 kr.
IX. Konkoly Miklós. A napfoltok s a nap felületének kinézése 1876-ban (három képtáblával.) . . . . 40 kr.
X. Konkoly Miklós. 160 álló csillag szinképe. Megfigyeltetett az ó-gyallai csillagdán 1876-ban . . . . 20 kr.

Hatodik kötet.

I. Konkoly Miklós. Hulló csillagok megfigyelése a magyar korona területén. I. rész. 1871—1873. Ára . . . . 20 kr.
II. Konkoly Miklós. Hulló csillagok megfigyelése a magyar korona területén. II. rész. 1874—1876. Ára . . . . 20 kr.
III. Az 1874. V. (Borelly-féle) Üstökös definitiv pályaszámitása. Közlik dr. Gruber Lajos és Kurländer Ignácz kir. observatorok. 10 kr.
IV. Schenzl Guido. Lehajlás meghatározások Budapesten és Magyarország délkeleti részében. . . . . 20 kr.
V. Gruber Lajos. A november-havi hullócsillagokról . . . . 20 kr.
VI. Konkoly Miklós. Hulló csillagok megfigyelése a magyar korona területén 1877-ik évben. III. Rész. Ára . . . . 20 kr.
VII. Konkoly Miklós. A napfoltok és a napfelületének kinézése 1877-ben. Ára . . . . 20 kr.

VIII. Konkoly Miklós. Mercur átvonulása a nap előtt. Megfigyeltetett az ó-gyallai csillagdán 1878. május 6-án . . . . 10 kr.

Hetedik kötet.

I. Konkoly Miklós. Mars felületének megfigyelése az ó-gyallai csillagdán az 1877-iki oppositió után. Egy táblával. . . . . . . 10 kr.

II. Konkoly Miklós. Álló csillagok szinképének mappirozása. 10 kr.

III. Konkoly Miklós. Hullócsillagok megfigyelése a magyar korona területén 1878-ban. IV. rész. Ára . . . . 10 kr.

IV. Konkoly Miklós. A nap felületének megfigyelése 1878-ban az ó-gyallai csillagdán. . . . . 10 kr.

VI. Hunyady Jenő. A Möbius-féle kritériumokról a kúpszeletek elméletében . . . . 10 kr.

VII. Konkoly Miklós. Spectroscopicus megfigyelések az ó-gyallai csillagvizsgálón . . . . 10 kr.

VIII. Dr. Weinek László. Az instrumentális fényhajlás szerepe egy Vénus-átvonulás photographiai felvételénél . . . . . . 20 kr.

IX. Suppan Vilmos. Kúp- és hengerfelületek önálló ferde vetitésben. (Két táblával.) . . . . 10 kr.

X. Dr. Konek Sándor. Emlékbeszéd Weninger Vincze l. t. fölött. 10 kr.

XI. Konkoly Miklós. Hullócsillagok megfigyelése a magyar korona területén 1879-ben. . . . . 10 kr.

XII. Konkoly Miklós. Hullócsillagok radiatio pontjai, levezetve a magyar korona területén tett megfigyelésekből 1871—1878 végéig 20 kr.

XIII. Konkoly Miklós. Napfoltok megfigyelése az ó-gyallai csillagvizsgálón 1879-ben. (Egy tábla rajzzal.) . . . . 30 kr.

XIV. Konkoly Miklós. Adatok Jupiter és Mars physikájához. 1879. (Három tábla rajzzal.) . . . . 30 kr.

XV. Réthy Mór. A fény törése és visszaverése homogén isotrop átlátszó testek határán. Neumann módszerének általánositásával és bővitésével. (Székf. ért.) . . . . 10 kr.

XVI. Réthy Mór. A sarkitott fényrezgés elhajlitó rács által való forgatásának magyarázata, különös tekintettel Fröhlich észleleteire. . . 10 kr.

XVII. Szily Kálmán. A telitett gőz nyomásának törvényéről. . 10 kr.

XVIII. Hunyady Jenő. Másodfoku görbék és felületek meghatározásáról. 20 kr

XIX. Hunyady Jenő. Tételek azon determinánsokról, melyek elemei adjungált rendszerek elemeiből vannak componálva. . . . 20 kr

XX. Dr. Fröhlich Izor. Az állandó elektromos áramlások elméletéhez. 10 kr.

XXI. Hunyady Jenő. Tételek a componált determinánsoknak egy különös neméről. . . . . 10 kr.

XXII. Kőnig Gyula. A raczionális függvények általános elméletéhez. 10 kr.

XXIII. Silberstein Salamon. Vonalgeometriai tanulmányok . 20 kr.

XXIV. Hunyady János. A Steiner-féle kritériumról a kúpszeletek elméletében. . . . . 10 kr.

XXV. Hunyady Jenő. A pontokból vagy érintőkből és a conjugált háromszögből meghatározott kúpszelet nemének eldöntésére szolgáló kritériumok. 10 kr.

Budapest, 1881. Az Athenaeum r. társ. könyvnyomdája.