

# A MAGYAR TERMÉSZETTUDOMÁNYI TÁRSULAT TUDOMÁNYTÖRTÉNETI KÖTETEI VII.

## HAGYOMÁNY, ÉRTÉKMENTÉS ÉS INNOVÁCIÓ A TUDOMÁNYOK KÖRÉBEN



## EMBER ÉS KÖRNYEZET KÖLCÖNHATÁSA



MAGYAR TERMÉSZETTUDOMÁNYI TÁRSULAT



A 2022. november 17–18. között megtartott konferenciát az *„Ember és környezet kölcsönhatása”* címen hirdettük meg. Célunk volt, hogy különböző tudományterületeken bemutassuk azt a kölcsönhatást, amely évezredek óta keresztül befolyásolták az emberek viszonyát a természeti és társadalmi környezettel, azok változásának kapcsolatát, hatását és alakulását. Bemutassuk az emberi tevékenység környezetet alakító hatását, a technika fejlődésének jelentőségét, törvényszerűségeit. Ismertessük az emberi tevékenység és a környezet viszonyának szabályozását, életfeltételek módosulását a változó környezetre és fordítva is, fókuszálva a pozitív hatásra és ugyanakkor a különböző ártalmakra és a lehetséges ártalmatlanításra, a megelőzésre. E konferencián vállamtunk fel új szemléletmódokat, az ökológia változások történeti vetületét és alakulását különböző tudományterületeken, értelmezni a természeti és társadalmi jelenségeket, mint pl. a kőzetek, élőlények, fajok, egyedek, tárgyak, gondolatok, eszmék formájában megjelenő kölcsönhatását az emberrel, az ember és környezete függvényében.

A kötet a 2022. november 17–18. időpontban, online, Zoom rendszerrel megtartott *Ember és környezet kölcsönhatása* című konferencia előadásait tartalmazza.



**A MAGYAR TERMÉSZETTUDOMÁNYI TÁRSULAT  
TUDOMÁNYTÖRTÉNETI KÖTETEI  
7.**

Sorozatszerkesztő: Dr. Forrai Judit

A Hagyomány, Értékmentés és Innováció a  
Tudományok történetében sorozat keretében

**EMBER ÉS KÖRNYEZET  
KÖLCSÖNHATÁSA**

Szerkesztő: Dr. Forrai Judit

Szövegszerkesztés, borítóterv és tipográfia: Pók Andrea

Budapest  
2025

# A MAGYAR TERMÉSZETTUDOMÁNYI TÁRSULAT TUDOMÁNYTÖRTÉNETI KÖTETEI 7.

Sorozatszerkesztő: Dr. Forrai Judit

Kiadja a Magyar Természettudományi Társulat  
Budapest, 2025

Felelős kiadó: Dr. Tardy János



A kötetben másként nem jelölt webhelyek utolsó megtekintése: 2023. 12.15.

ISSN 2676-8852  
ISBN 978-615-82104-9-2  
ISBN 978-615-6957-00-9 [pdf]

Kötet DOI: <http://doi.org/10.23716/MTTT.7.2025>

Belovits-Print Kft.  
Budapest

Minden jog fenntartva!

# TARTALOM

|                                                                                                                                  |   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| <b>FORRAI JUDIT dr., DSc,</b> egyetemi tanár, orvostörténész (S.E., WJLF): <b>Az ember és környezete, miért is fontos?</b> ..... | 5 |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|

## I. AZ ÉPÍTETT KÖRNYEZET

|                                                                                                                 |   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| <b>MOLNÁR F. Tamás DSc:</b> Épített környezet: bérpalota plafonmagassági forradalma. A kérdezés tudománya ..... | 8 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|

## II. PEDAGÓGIA ÉS KÖRNYEZET KÜLÖNÖS TEKINTETTEL A MATEMATIKAOKTATÁSRA

|                                                                                                                                                                                   |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>MUNKÁCSY Katalin PhD:</b> Az analízis fogalmainak kialakulása gyermekkorban. Rövid matematikatörténeti áttekintés és a fejlődéslélektani vizsgálatok néhány tapasztalata ..... | 18 |
| <b>KÁNTOR Sándorné VARGA Tünde PhD:</b> Hogyan járul hozzá az iskolai matematikaoktatás az ember és környezete összhangjához?.....                                                | 25 |

## III. BIOLÓGIAI ÉS TÁRSADALMI KÖRNYEZET

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>SZALAI György, KATONA József, KLENK Gusztáv, PINTÉR Zsolt, LEEL-ŐSSY Attila, HIRSCHBERG Andor, VELLAI Tibor, ROVÓ László, MOLNÁR József:</b> Kölcsönhatás Genetikai örökségünk és a felgyorsult XXI. század kihívásai: villanyroller, DNS öregedése, virális, munkaterhelés és társadalmi kihívások ..... | 40 |
| <b>SÁRKÖZY Erika:</b> Ökoszisztéma építés a gyorsan idősödő társadalomban: CédrusNet korosztályok és a szenior tudásgazdálkodás .....                                                                                                                                                                        | 49 |
| <b>SIMEK Ágnes:</b> A hajléktalanok és környezetük együttthatása .....                                                                                                                                                                                                                                       | 66 |

## IV. EMBER MŰVÉSZETI-, KULTURÁLIS KÖRNYEZETE

|                                                                                                                   |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>CSORBA F. László:</b> A természetvizsgáló Csontváry .....                                                      | 83 |
| <b>DERGEZ-RIPPL Dóra:</b> Anatómiai látásmód a művészetben: Barcsay Jenő és Gerzson Pál az emberábrázolásról..... | 91 |

## V. AZ EMBER ÉS A VÍZ

|                                                                                                                                    |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>SCHILLER Vera DR.,</b> bölcsészdoktorátus, nyugdíjas tanár, (SOTE) : Nílus és Parnassos .....                                   | 102 |
| <b>ZENTAI Judit Éva PhD:</b> A víz és az ember ősi kapcsolata Japánban — rövid betekintés a víz felhasználásának történetébe ..... | 115 |

|                                                                                          |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>VI. ELMÉLETI TÁRSADALOMTUDOMÁNYI KUTATÁSOK</b>                                        |     |
| <b>HIDEG Éva DSc:</b> A koevolúciós gondolat megjelenése és hatása a jövőkutatásban..... | 129 |
| <b>Kiss Endre DSc:</b> Mesterséges intelligencia, mint globális környezet .....          | 144 |

## VII. ÉRZÉKENYÍTÉS, KÖRNYEZET-TERÁPIA ÉS RESZTORATÍV MÓDSZEREK

|                                                                                                                                                                                             |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>IMRINÉ Csákányos Melinda</b> doktorandusz: Addikcióval terhelt személyek kapcsolódása resztoratív gyakorlatokkal a családi és egyéb közösségekhez.....                                   | 168 |
| <b>CSORBA Botond, HORVÁTH Balázs Zsigmond, NAGY Márton Zénó:</b> A japán fegyvertartás helyzete gazdasági és kulturális aspektusból, összehasonlítva az európai és amerikai státussal ..... | 178 |
| <b>FORRAI Judit DSc:</b> A makro és a mikrokörnyezet kölcsönhatása a gyógyulás és gyógyítás szolgálatában.....                                                                              | 188 |

# Hogyan járul hozzá az iskolai matematikaoktatás az ember és környezete összhangjához?

KÁNTOR Sándorné VARGA Tünde PhD, DE Matematikai Intézet, nyugdíjas

E-mail: [tkantor@science.unideb.hu](mailto:tkantor@science.unideb.hu)

DOI: <http://doi.org/10.23716/MTT.7.2025.03>

## Absztrakt

A 21. században az emberi környezet hármass tagozódású. Ezzel kell összhangban lennie a felnövekvő nemzedék életének úgy, hogy megőrizze a természeti és történelmi környezet értékeit, ne tegyen tönkre mindent az emberi tevékenységgel, a technikai fejlődés ne okozzon végzetes, visszafordíthatatlan károkat. Visszatekintünk a 16–19. századi nevezetes matematika tankönyvekre, majd megvizsgáljuk a NAT 2020-nak az emberi környezettel kapcsolatos elképzeléseit, és ennek megvalósulását az új általános iskolai 5–7 évfolyamos és középiskolai 9–11 évfolyamos matematika tankönyvekben.

**Kulcsszavak** régi és új matematika tankönyvek, emberi környezet

---

## Az ember és környezetének története

A 21. század embere hármass tagozódású környezetben él: a természeti, a társadalmi és a mesterséges környezet. Legfontosabb kérdés az, hogy a technikai fejlődést lehet-e úgy szabályozni, hogy ne okozzon katasztrofális károkat, az emberi tevékenységgel ne tegyük tönkre környezetünket. A környezettörténet az Egyesült Államokban fejlődött ki. Az amerikai nemzet születése és a természeti környezet átalakítása néhány száz év alatt egy időben ment végbe, a természeti környezet átalakítása beépült a társadalomba, a kortárs irodalomba és zenébe is. A környezettörténelmi kutatás középpontjában az ember és a természeti környezet közötti kölcsönhatás vizsgálata áll. Rachel CARSON biológus és újságíró a SILENT SPRING című könyvében (1962), a gazdasági növekedés árnyoldalaiba hívta fel a figyelmet. Az 1970-es években regionális és globális környezetvédelmi szervezetek jöttek létre [GREENPEACE, 1971], az ökológia közpolitikai témává vált, a szaktudományoknak választ kellett adniuk az ökológiai gondolkodás által feltett kérdésekre.

## Nevezetes 16–19. századi magyar matematika tankönyvek és a környezet kapcsolata

Megvizsgáltuk az adott korszak legnevezetesebb matematika tankönyveinek a környezethez, a természethez, a társadalomhoz és mesterséges környezethez való

viszonyát. Közös jellemzőjük, hogy közelebb álltak a természethez, a gyakorlati élethez, fontos szerepet tulajdonítottak az életre való felkészítésnek.

## DEBRECENI ARITHMETIKA (1577)

Ez az első magyar nyelvű Arithmetika. Bevezetésében kifejti, hogy hogyan szolgálja az Arithmetika a környező világ megismerését.

*„Azt is pedig tudomásul kell venni, hogy ez a tudomány bőséges hasznot hoz azoknak, akik amaz fő és öreg tudományokra igyekeznek, főképpen pedig az Astronomiára, azaz az égi csillagoknak és Planétáknak, helyüknek, forgásuknak és mozgásuknak megtudására, mely tudomány az Filozófiának, avagy az Deáki tudománynak fő része és tagja. Ugyan ezen tudomány által érthetjük meg a Geometriának is, azaz ez világnak, földnek és országok részeinek tudományát. Mert a Geometria, avagy a földmérés az Arithmetikában való liniák nélkül semmiképpen nem lehet, jelesül mikor demonstrációt, azaz kétség nélkül mutogatást akar tenni, mely mutogatásra a számok igen hasznosak, melyek az égi csillagoknak járásukat és mozgásukat az Arithmetika és Geometria nélkül nem lehet megmutatni.”*

Feladatainak jó része gyakorlati jellegű.

### „POSZTÓRÓL VALÓ PÉLDA

*Adott az én Uram én kezembe egyszer 120 sing posztót. Ismét egyszer adott 455 singöt. Ismét adott 378 singöt. Vajon mennyit adott summa szerint?”*

### „REGULA SOCIETATIS

*Magyarországban ennek a regulának igen nagy haszna van, mert a magyarok igen keménynyakúak, és egyaránt restellik a fizetést. De mégis, ha specieseokről szóltunk, szóljunk is erről valami keveset.*

### EXEMPLUM

*Voltunk hárman társak együtt, az egyikünk adott 50 forintot, a másikunk adott 60 forintot, a harmadikunk adott 70 forintot. Immár nyertünk ezen forintokon száz forintot: vajon, kinek-kinek az ő pénzére mi jut belőle?”*

**MARÓTHI GYÖRGY (1715–1744)**, a Debreceni Református Kollégium professzora, írta az ARITHMETICA, avagy a számvetésnek mestersége (1743, 1763) című nagysikerű könyvet, melyet 150 évig használták. Ebben gyakorlati számítások bőven találhatók, olyanok, amelyekre a debreceni civiseknek a mindennapi életben szüksége volt.

### III. Rész AZ ÖSSZEADÁSRÓL. IV. példa:

*Van 400 forintos szőlőm. Termett benne 150 akó bor. Akarnám tudni, mennyiben van a borom. Költöttem pedig*

- |                                                                                                        |            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 1. Szőlő munkára mindössze                                                                             | f. 77,59 d |
| 2. Dézsmába fizettem                                                                                   | 37,56      |
| 3. Szüretelésre mindenestül költöttem                                                                  | 21,06      |
| 4. Szekeresnek hazahozatalra                                                                           | 19,55      |
| 5. Mivel 400 forintra a törvény szerint adtak volna esztendeig 24 forint Interest, azt is beleszámolom | 24         |

*Summa: 179,71.*

*Ennyiben van azért a 150 akó bor. És ha ennyiért el nem adhatom, jobb lett volna ebben az esztendőben azt a 400 forintot interesre adnom, ha az interest befizették volna.”*

**HATVANI ISTVÁN (1718–1788)**, a Debreceni Református Kollégium polihisztor professzora, tanári székfoglalójában fejtette ki, hogy a matematika az egyetlen olyan tudomány, amely módszereivel mindig a legpontosabb megállapításokra és megoldásokra törekszik. Szüksége van rá a teológusoknak, mert nekik is jártasnak kell lenniük a földrajzban, a kronológiában és a csillagászat elemeiben. A fizikai törvények tanulmányozásához, a változások vizsgálatához geometriára és algebrára van szükség. A matematikát igénylik a gyakorlati alkalmazások, pl. mezőgazdaság, technika, vízvezetékek, malmok, épületek tervezése, örökségek felosztása, haditechnika, közgazdaságtan. Ő volt az, aki Magyarországon először foglalkozott valószínűségszámítással és statisztikával. Az INTRODUCTIO (1757) c. munkájához függelékként kapcsolódik a Sarkcsillag debreceni magasságának kísérleti úton való meghatározása. Igen jó eredményt kapott. Debrecen földrajzi szélessége mérése szerint  $47^{\circ} 25'$ . A ma elfogadott GPS érték  $47^{\circ} 31,73'$ .

**KEREKES FERENC (1784–1850)**, a Debreceni Református Kollégium akadémikus matematika professzora, a felsőfokú matematikai analízis legelső oktatója, természethistóriát is akart tanítani. A lepkékkel foglalkozott először, mert azok szépek, és tetszenek a gyerekeknek. A botanika tanításakor mindent meg akart mutatni a természetből. A Debreceni Református Kollégium melletti Pap tava líciumos, mocsaras területet feltöltette, üvegházat építtetett a külföldi növényeknek. Munkájának eredménye az lett, hogy a tanulók rendkívül tudatosokká váltak a mindennapi élet kérdéseiben. Azt tartotta, hogy az életre kell nevelni. Az ismeretszerzés útját a tapasztalathoz kötötte és a cselekvésen alapuló ismeretszerzést részesítette előnyben.

**NAGY KÁROLY (1797–1868)**, a tehetséggondozás úttörője, a reformkor matematika tankönyv írója, csillagász, a Magyar Tudós Társaság Tagja (1836) az oktatással kapcsolatos nézetiről a *Daguerotyp* (1841) című könyvében azt írta, hogy „Az iskolai rendszer oly tárgyakkal foglalkozzon, oly ismereteket nyújtson, melyek különbség nélkül mindegyik tanulóra nézve szükségesek, melyek minden helyzetben hasznosak. Az elemi oktatás, kétségen kívül, kérdést eldöntő, mert alapját képezi az építménynek. Olvasás, írás, egy kis számolás, egy kis földirat, parányi természetírás, vallás és punctum, az elemi oktatás alapjai. A középiskolások számára szilárdabb ismereteket nyújtsanak, az életbe vezető hidat alkotókat.”

Ezt a célt szolgálta Nagy Károlynak *A kis számító* és *A kis geometria* című két kis könyvéhez kapcsolódó, VÁLLAS Antal által megírt „AZ ÉGI ÉS FÖLDTEKÉK HASZNÁLATA” (Bécs, 1840) kis könyv is, amelyet az első magyar földteke mellékleteként adtak ki.

**PALLAGI GYULA (1867–1903)** (MÓRICZ ZSIGMOND nagybátyja) közösen írt tanártársával, BODNÁR LAJOSSAL tankönyvet, a **MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI FÖLDRAJZ**-ot a gimnáziumok 3. osztálya számára (Pozsony, 1899). A könyv Előszavából kiderül, hogy milyen elvek alapján készült a tankönyv. Itt is szóba kerül a környezet. „A természetesen csoportosuló ismeretköröket törekedtem lehetőleg egy fejezeté kötni össze. Új és tudommal tankönyvben szokatlan fejezetül végül az embernek a földhöz való viszonyáról szóltam néhány szót. A módszert illetőleg igyekeztem felhasználni és érvényesíteni azt a becses tanácsot, amelyet a modern lélektan nyújt a tanítás tudományának.”

## **Mit találunk a NAT Matematika tantervének legújabb 2020-as változatában?**

**ALSÓ TAGOZATON** a kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái között találjuk, hogy: „A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző, kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez való viszonyát.”

**FELSŐ TAGOZATON** ez tovább bővül, mert „a természettudományi, a digitális technológiai és a gazdasági ismeretek tanulási-tanítási tartalmakban való megjelenése lehetővé teszi a matematika alkalmazhatóságának, hasznosságának a bemutatását. A 7–8. évfolyamokon lehetővé válik a más tárgyakhoz való kapcsolódás, a kitekintés lehetősége, a témák rendszerezése, több területen való megjelenése.”

**KÖZÉPISKOLÁBAN** „a matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a

*technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természet és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez.”*

Megjegyezzük, hogy mindegyik tankönyv hátsó borítólapján a következő szöveg szerepel: „A tankönyvön védőfólia elhelyezése nem szükséges, a kiadvány borítója matt bevonattal rendelkezik. Óvjuk környezetünket!”

## **Az általános iskola felső tagozatos matematika tankönyveinek vizsgálata**

Részletesebben a magyarországi legújabb 2020-as NAT előírásainak megfelelő, eddig megjelent felső tagozatos 5–7 évfolyamos, matematika tankönyveket fogjuk vizsgálni, mind a két sorozatot (OH MAT 05TA – OH MAT 07TA és OH MAT 05TB – OH MAT 07TB). Néhány jellegzetes példát is bemutatunk. Megjegyezzük, hogy ezek elsősorban nem explicit formában foglalkoznak a környezeti problémákkal, hanem inkább motivációként, az alkalmazásokhoz készítik elő a matematikai alapot.<sup>1</sup>

### **MATEMATIKA 5 (OH MAT05TA)**

Kapcsolódási pontok: Sport, földrajz, biológia, politika, hétköznapi élet.

Témái: *Hosszú Katinka*, Forma 1 spanyol magyar nagydíj, Hamilton és Vettel (1. kép), Magyarország tájegységei, Miért nem szabad tengervizet inni? Repülőutak hossza, Visegrádi Négyek, felújítás az iskolában, festés.

### **MATEMATIKA 6 (OH MAT06TA)**

Kapcsolódási pontok: földrajz, biológia, hétköznapi élet.

Témái: Föld légkörének hőmérséklete, úrutazás, lakás alaprajza.

---

<sup>1</sup> Ember és környezete címmel a Technika és tervezés tankönyv 6 T modul – Tudástár 48–49 oldalán tárgyalja a környezet fogalmát és a környezettel való kölcsönhatást, képekkel illusztrálva. Kiemeli: *”A közeljövő fontos- talán egyik legfontosabb –kérdése, hogy a technikai fejlődést sikerül-e olyan mederben tartani, hogy az ne okozzon katasztrofális károkat a természet környezetben. Egyszerűnek tűnő, de nem járható út a technikai eszközök használatának elvetése. A mai kor embere már nem élhet technika, illetve technikai ismeretek nélkül. Másképpen kifejezve: a jövő emberének környezettudatos technikahasználóvá kell válnia.”* A 7–8 évfolyamos fizika tankönyv fedőlapján napelen park látható. Tartalmában kitér a megújuló energiaforrásokra, az energiával való takarékoskodásra, a környezetvédelem fontosságára.

# TIZEDES TÖRTEK 10.



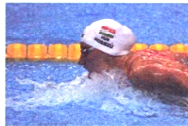
A lázmérő tized pontossággal mutatja a test hőmérsékletét. A képen látható lázmérő 39,6 °C-ot mutat, ami nagyon magas lázat jelent.

A nagy versenyeken század-, sőt ezredmásodperc pontossággal mérik a sportolók idejét.



**KUTATÓMUNKA**

Milyen sportágban versenyez Hosszú Katinka?  
 Hány aranyérmet szerzett eddig világversenyeken?  
 Milyen időeredménnyel lett olimpiai bajnok 2016-ban a 100 méteres hátúszásban?  
 Nézz utána az interneten!



1. kép: Tizedes törtek, Kutatómunka: Hosszú Katinka

## MATEMATIKA 6 (OH MAT06TA)

Kapcsolódási pontok: földrajz, biológia, hétköznapi élet.

Témái: Föld légkörének hőmérséklete, úrutazás, lakás alaprajza.

## MATEMATIKA 7 (OH MAT07TA)

Kapcsolódási pontok: matematikátörténet, informatika, biológia, hétköznapi élet.

Témái: matematikátörténet (Eukleidész, Eratoszthenész, Dürer: bűvös négyzet, Cardano, Szemerédi Endre – Lovász László: gráfok), GeoGebra, influenza vírus, szoba újra parkettázása, napelem és villanyszámla, családi költségvetés, zuhanyozásnál elhasznált víz mennyisége, százalékszámítási feladatok és kutatómunka (Hány %-os volt a drágulás 2020-ban és 2021-ben az autópiacon?), a tej árának emelkedése.

Bemutatunk két jellemző feladatot:

166. oldal 4. feladat: A Nagy család havi összjövedelme 380 000 Ft. Élelmiszerre 120 000 Ft-ot költöttek. A maradék 20%-át közlekedésre kell kiadniuk, 25 000 Ft-ot a lakástakarékba fektettek. A maradék pénz 85%-a gáz-, villany-, vízdíj volt. Az ezután megmaradt pénzt nyaralásra tették félre.

- a) Hány Ft-ot szántak közlekedésre?
- b) A rezsiköltség hány %-a az összjövedelmüknek?
- c) A havi jövedelem hány %-át teszik félre?

166. oldal 5. feladat: A Föld vízkészletének 3%-a édesvíz, aminek legnagyobb részét az Északi- és Déli-sarkvidékeken található jéghegyek teszik ki, tehát a ténylegesen hozzáférhető mennyiség az összes vízkészlet 0,6%-a. Kevés használható édesvíz van tehát a Földön, takarékoskodnunk kell vele. Egy új találmány segítségével csökkenteni tudjuk a mosdáshoz használt víz mennyiségét. Az újítással 12 liter helyett csak 7 liter folyik a csapból percenként.

- Hány százalékkal kevesebb vizet használunk el így egy 10 perces zuhanyozás alatt?
- Egy négytagú városi család napi vízfogyasztása kb.  $0,35 \text{ m}^3$  lenne az újítás bevezetése után. Hány  $\text{m}^3$  vizet használnak el a találmány nélkül havonta?

## MATEMATIKA 5 (OH MAT05TB)

Kapcsolódási pontok: földrajz, hétköznapi élet.

Témái: Környezetünk tárgyai, *tejbegríz recept* (2. kép), alakzatok csoportosítása, derékszögű koordináarendszer, földrajzi szélesség, hosszúság, térkép, teherautó mérete.

**Törtek szorzása természetes számmal**

1. példa



Hogyan készül a tejbegríz?

Hideg tejbe beletesszük a grízt. Lassú tűzön forrásig melegítjük folyamatos keverés mellett. Ezután fedő alatt, meleg helyen dagadni hagyjuk a grízt. Cukrot, citromhéjat ízlés szerint keverhetünk bele. Kakaóporral vagy fahéjas cukorral ízesítjük. Hozzávalók 1 főre:  $\frac{1}{2}$  l tej, 2 és fél evőkanál gríz.

Mennyi tejre van szüksége egy 7 fős családnak, ha tejbegrízt szeretnének enni reggelire?

2. kép: Törtek szorzása természetes számmal. Hogyan készül a tejbegríz?

## MATEMATIKA 6 (OH MAT06TB)

Kapcsolódási pontok: földrajz, biológia, fizika, megújuló energia, művészet, politika, hétköznapi élet.

Témái: Hegyek magassága, Magyarország megyéi, városai térkép, távolságok, mérőföld, Nemzeti Park, állatok, ismeretek az emberi testről, pulzus, tápérték, biciklikerek, szélkerék, napelem, szolár cserép, Mátyás templom, éves vízfogyasztás, műanyagszennyezés, műanyag újra hasznosítása, műanyag bankjegy, százalékszámítás, szavazás.

Ez a tankönyv igen gazdag a környezet és ember kapcsolatában. Érdekessége az ún.”ZÖLD” szöveges feladatok (225–229 oldal) az egyenletek (nyitott mondatok) témakörben. Itt a feladatokkal kapcsolatban egyrészt képekkel szemléltet, másrészt rövid történettel magyarázza el a környezettel kapcsolatos problémákat, azok megoldási lehetőségeit, pl. *PET palackszennyezés a Tiszán* (1. feladat) (3. kép), *szolár tetőcserép-napelemes rendszer energia szükséglete*. (7. feladat) (4. kép)

A feladatok teszt jellegűek, a megadott 3–4 válaszból kell a helyeset kiválasztani.

**Feladatok**

**1.** Sajnos egyre több műanyag kerül a környezetbe. A világ megannyi pontján szerveződnek hulladéktisztító akciók, így hazánkban is. A PET Kupa egy környezetvédelmi civil szervezet, amely 2013 óta épít hulladékgyűjtő hajókat – műanyaghulladékból.

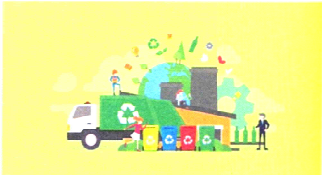
Az „Építsünk Szemétező Szeméthajót” mozgalom keretében elsősorban a PET-palackoktól mentesítik a Tiszát és árterét a pillepalackokból épített hajóik segítségével. Így írnak magukról: *„PET Kalóznak hívjuk magunkat, mert harcban állunk. Annak a hatalmas PET-palack-áradatnak üzentünk hadat, amely évről évre elárasztja a Tisza folyót.”*

2019 júliusában 1,5 tonna hulladéktól szabadították meg a folyót. Szeptember 27-én ennek több mint  $\frac{1}{5}$  részével nagyobb mennyiséget gyűjtöttek össze.

a) Legalább hány tonna hulladékot gyűjtöttek össze a két hónap alatt?

b) Egy félliteres pillepalack tömege 10 gramm. Hány ilyen palack együttes tömege 1,5 tonna?

A) 1500 db                      B) 15 000 db                      C) 150 000 db



### 3. kép: PET palackszennyezés a Tiszán

**7.** Már kapható a magyar fejlesztésű, úgynevezett szolárcserép. Nagy sikere van itthon és külföldön is.

a) A szakemberek szerint egy nagyobb konyhai hűtőgép üzemeltetése 9 tetőcseréppel megoldható.

Mennyibe került a hűtőszekrény folyamatos üzemeltetéséhez szükséges 9 db cserép 2020-ban, ha 1 db cserép ára 19 500 Ft volt?

b) Tegyük fel, hogy egy átlagos család évi villanyszámlája 180 000 Ft, és a napelemes rendszer költsége 1 800 000 Ft. Ha a pénzügyi problémát nem vesszük figyelembe, hány éven belül térülhet meg a napelemes rendszer?

c) Ha ilyen cseréppel borítják a családok háztetőik egy részét, akkor a napelemekkel biztosítható a fénntartáshoz szükséges teljes energiamennyiség. Egy átlagos családi ház esetén a tető területe 200 m<sup>2</sup>. Ennek az  $\frac{1}{5}$  részét kell szolárcseréppel fedni ahhoz, hogy a családok teljes energiaszükséglete biztosítható legyen. Egy ilyen cserép fényt érzékelő felületének mérete 33 cm × 42 cm. Száz darabra kerekítve hány cserép kell a szükséges felület lefedéséhez?

A) 100 db                      B) 200 db                      C) 300 db                      D) 400 db



### 4. kép szolár tetőcserép-napelemes rendszer

## MATEMATIKA 7 (OH MAT07TB)

Kapcsolódási pontok: matematikatörténet, történelem, földrajz, biológia, építészet, művészet, mindennapi élet.

Témái: Matematikatörténet (Eratoszthenész, Fermat, Kürschák József), Sir Francis Drake hajója, képlet földrajzi háttérrel, állatkerti állatsimogató, bűvár, kalandpark, Országház, életszerű képek a kombinatorikához, Escher képek a geometriai transzformációhoz, jelzőtáblák, süti receptek, *vízfogyasztás díja*.

*241. oldal 8. feladat:* A Kovács család a melegvíz-fogyasztásért átalánydíjat fizetett, azaz minden hónapban ugyanannyit fizettek a tényleges vízfogyasztástól függetlenül. Minden hónapban  $5 \text{ m}^3$  víz árát fizették ki, de úgy gondolták, valójában nem használnak el ennyi vizet. Ezért úgy döntöttek, hogy 3000 petáért vízórát szereltetnek fel. A vízóra az első három hónap fogyasztását összesen  $12 \text{ m}^3$ -nek mutatta.

- Hány petáért fizettek évente a melegvíz-fogyasztásért, ha  $1 \text{ m}^3$  meleg víz ára 200 peták?
- A vízóra felszerelése után mennyi lett az éves melegvíz-díj, ha minden hónapban ugyanannyi fogyasztást mért a vízóra?
- Hány hónap alatt térül meg a vízóra ára?

## A középiskola matematika tankönyveinek vizsgálata

Részletesebben a magyarországi legújabb 2020-as NAT előírásainak megfelelő, eddig megjelent középiskolai 9–11 évfolyamos matematika tankönyveket fogjuk vizsgálni, mindkét sorozatot (OH MAT 09TA – OH MAT11TA és OH MAT 09TB – OH MAT 11 TB) és bemutatunk néhány jellemző feladatot.

## MATEMATIKA 9 (OH MAT 09TA, I–II.)

Kapcsolódási pontok: sport, földrajz, művészet, biológia, fizika, hétköznapi élet, kompetencia mérés feladatai.

Témái: úszóverseny, földrész területe, távolságmérés térképen, Magyarország térképe, Notre Dame, rózsza ablakok, a Celsius és a Fahrenheit skála összehasonlítása, *ökológiai lábnyom*, *energiatakarékos izzó*, lengő teke, robogó fogyasztása költségvetés, telefonhívás díja, kamatos kamat, betétek, kölcsönök, THM.

*63. oldal 23. feladat: ökológiai lábnyom:* Egy emberre a Földön átlagosan  $1,8$  hektár terület jut, ennyi terület adott átlagosan egy ember energia- és élelmiszer-szükségletének kielégítéséhez. Ehhez képest az egyes ember az átlagosnál sokkal

többet vagy lényegesen kevesebbet használ fel a Föld javaiból attól függően, hogy melyik országban és milyen körülmények között él. Azt a földterületet, amelyet egy ember saját energia- és életszükségleteinek a kielégítéséhez igénybe vesz, ökológiai lábnyomnak nevezzük. Hét ország átlagos lakóinak ökológiai lábnyoma: Egyesült Arab Emírségek 12 hektár, Amerikai Egyesült Államok 9,6 hektár, Finnország 7,6 hektár, Magyarország 3,5 hektár, Banglades 0,5 hektár, Szomália 0,4 hektár, Afganisztán 0,1 hektár.

- a) Hány „Föld”-re lenne szükség, ha minden ember az Egyesült Arab Emírségekben élőkhoz hasonló mértékben használná a Föld javait?
- b) Hány „Föld”-re lenne szükség, ha az emberiség fele a Bangladesben élőkhoz, egynegyede a Magyarországon élőkhoz, és egynegyede a Finnországban élőkhoz hasonló mértékben használná a Föld javait?

*113. oldal 6. feladat:* A hagyományos, 100 wattos izzó ára 90 Ft, az azonos „fényerejű” 20 wattos energiatakarékos izzó viszont már 1050 Ft-ba kerül. 1 kilowattóra elektromos energia ára 40 Ft. (A 100 wattos izzó 10 óra üzemelés alatt éppen 1 kilowattóra elektromos energiát használ el.)

- a) Hány üzemóra után lehet azt mondani, hogy gazdaságosabb a 20 wattos izzó működtetése? Napi 4 órás üzemidőt feltételezve, hány nap alatt „térül meg” a drágább izzó vásárlása?
- b) A hagyományos izzó élettartama kb. 1000 óra, az energiatakarékosé pedig kb. 6000 óra. Hány forint a megtakarítás egy energiatakarékos izzó élettartama alatt?
- c) Mutassátok be grafikus úton is az energiatakarékos izzó előnyét!

## **MATEMATIKA 10 (OH MAT10 TA, I–II.)**

Kapcsolódási pontok: földrajz, művészet, sport, biológia, kémia, hétköznapi élet, kompetencia- mérés feladatai.

Témái: repülőgép útja, Hold pályája, Földgömb, aranymetszés, olimpiikonok, gyógyszer-készítés, labormunka, gépjármű biztosítás, patchwork, paradicsom passzírozó alakja, *mosógépek energia felhasználása, veszélyes hulladék megsemmisítése.*

*41. oldal 4. feladat:* Az automata mosógépek teljesítménye mosás közben nem állandó. Egy bizonyos mosógép esetében a víz melegítésekor 2000 W, egyéb műveleteknél (mosás, szivattyúzás, centrifugázás) pedig átlagosan 400 W az elektromos hálózathoz tartozó teljesítmény. Mennyi ideig melegített vizet ez a mosógép, ha az egyórás mosóprogramjának lefutása során összesen 800 Wh elektromos energiát használt fel?

88. oldal 4. feladat: Veszélyes hulladék megsemmisítése: Egy amerikai államban egy tanulmány részeként a veszélyes hulladékok kezelésével is foglalkoztak. A veszélyes hulladéknak a PCP (pentaklórfenol) eltávolítása céljából történő kezelési költsége növekszik az eltávolított PCP mennyiségének növekedésével. Egy matematikai modell szerint, ha naponta  $x$  kg PCP-t távolítanak el, akkor a költség dollárban kifejezve:  $k(x) = 2000 + 100x^2$ .

Az állam PCP — kilogrammonként 500 dollárt átvállal a költségekből. Elemezzük a nettó (az állami hozzájárulás következtében kialakuló) költséget a matematikai modell alapján, a naponta megsemmisített PCP mennyiségének függvényében!

- Ábrázold közös koordináta-rendszerben, hogy  $x$  kg PCP megsemmisítése esetén: – Hogyan alakulnának a költségek, ha nem lenne hozzá állami támogatás? – Hogyan alakulnak a költségek az állam támogatásával? Válassz olyan egységeket a vízszintes és a függőleges tengelyekre, hogy szemléletesek legyenek a grafikonok!
- Hány kg PCP megsemmisítése esetén lesz a napi költség a legkisebb? Mekkora ez a legkisebb napi költség?
- Mire tudnál még következtetni a költségekre felírt  $k(x)$  függvényből?

## MATEMATIKA 11 (OH MAT11 TA, I–II.)

Kapcsolódási pontok: építészet, sport, földrajz, művészet, matematikatörténet (Napier, Descartes, Neumann János), zsebszámológép, biológia, fizika, hétköznapi élet kompetencia mérés feladatai.

Témái: Budavári sikló, híd, víztorony magassága, víztározó méretei, Márton Anita eredményei, járvány, útjelző táblák, térképek.

201. oldal 4. feladat: Egy járvány egyik időszakában 0,02 annak a valószínűsége, hogy Budapest egy véletlenszerűen kiválasztott lakosa hordozza a vírust. Mekkora annak a valószínűsége, hogy van vírushordozó azon a buszon, amelyen

- 30 fő utazik;
- 20 fő utazik;
- 10 fő utazik?

## MATEMATIKA 9 (OH MAT 09TB)

Kapcsolódási pontok: fizika, kémia, földrajz, építészet, hétköznapi élet, földmérés, informatika, pályaképek.

Témái: matematikatörténet, mozgás, százalékszámítás, nevezetes épületek, modern épületek, grafikus számítógépes program.

173. oldal 4. példa: Miklós az M3-as autópályán autózott Miskolc felé. Indulás után fél órával a 120-as km kőnél egy autópálya kamera észlelte az autóját. Negyedóra múlva a 150-es km kőnél haladt el egy másik mérőműszer mellett. Miklós az útja során szokásainak megfelelően nyugodt, egyenletes tempóban haladt.

- a) Az autópályán 130 a megengedett sebesség. Vajon szabályosan közlekedett Miklós?
- b) Adjuk meg azt a függvényt, ami megadja, hogy Miklós autója hányas km kőnél jár az útja során az indulástól eltelt idő függvényében! Mérjük az időt órában!
- c) Melyik városból indult el?
- d) Mikor érkezett Miskolcra, ha tudjuk, hogy reggel nyolc órakor indult és sehol nem állt meg? Az M3-as autópályán, Budapesten kezdik a km-ek számozását a nulla km-kőtől. (Miskolc határa a 180- as km kőnél van.)

### *Megjegyzések*

Ez a könyv hagyományos módon tárgyalja a matematikát. Érdekessége a fiatalokkal készített pályaképek/ interjúk, amelyekben motivációként egy-egy fiatal számol be arról, hogy mire használta fel az iskolai matematikát. Sajnos a matematikatörténeti résznél Bolyai János arcképével kapcsolatban hibát vét, illetve az interjú szövegekben helyesírási hibák vannak.

## **MATEMATIKA 10 (OH MAT 10TB)**

Kapcsolódási pontok: sport, földrajz, építészet, hétköznapi élet, pályaképek.

Témái: sakk, matematikatörténet, Erzsébet híd, nevezetes és modern épületek, sport, csillagászat (Nap, bolygók adatai), *Szedd magad almaszedési mozgalom*. Itt is megtaláljuk a pályaképeket, illetve tudósoktól idézeteket arról, hogy ők miért szerették a matematikát.

136. oldal 5. példa: A „szedd magad” akció keretében 5400 Ft-ért vettünk almát. Ezt az almát a zöldségesnél kg-onként 12 Ft-tal drágábban vehettük volna meg, így ugyanannyiért, amennyit az akción fizettünk, 5 kg-mal kevesebb almát vásárolhattunk volna. Hány kg almát vettünk a „szedd magad” akció keretében?

## **MATEMATIKA 11 (OH MAT 11TB)**

Kapcsolódási pontok: matematikatörténet, földrajz, történelem kémia, fizika, ökológia, természet és társadalom, gazdasági élet, hétköznapi élet.

Témái: *exponenciális változások* a természetben és a társadalomban, decibel skála értékei, oldatok pH értékei, földrengés, Richter skála, *népesség növekedése, GDP,*

radioaktivitás radiokarbonos kormeghatározás, pénzügyi alapfogalmak, adó, hitel, szögfüggvények a gyakorlatban (hullám, váltóáram) távolságmérés a szabadban, Árpádok (Árpád-házi királyok) egyik uralkodójának, II. Andrásnak a családfája, *a gráfmodell alkalmazása (5. kép)*

48. oldal 1. példa: Az egy főre jutó bruttó hazai termék (GDP) 20 000 dollár körül volt Közép-Európában, a dél-európai államokban pedig 30 000 dollár 2020-ban. Feltételezzük, hogy Közép-Európában 6% körül alakul az éves növekedés, Dél-Európában pedig csak 4% körül. Hány év múlva lesz körülbelül egyforma a két régióban ez a mutató?

59. oldal 1. példa: Az osztódással szaporodó baktériumok száma – rövid alkalmazkodási periódus után, és addig, amíg ezt a környezet lehetővé teszi – kétóránként megkétszereződik, azaz exponenciális növekedést mutat. (Ha a baktériumok száma elér egy magas szintet, akkor bekövetkezik az úgynevezett telítődési szakasz. A környezeti erőforrások végeessége miatt, ez mindenképpen bekövetkezik. Mi most a folyamatnak azt a szakaszát vizsgáljuk, amikor még az exponenciális növekedés a jellemző.) Egy 1 milliliteres laboratóriumi mintában a kutatók egy adott időpontban körülbelül 100 millió baktériumot számoltak, két óra múlva 200 milliót.

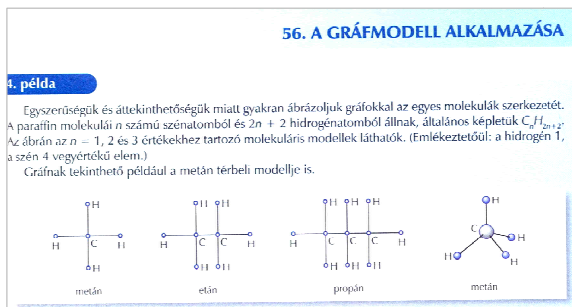
- a) Írj fel egy olyan függvényt, amely a mérés kezdetétől eltelt idő függvényében megadja a baktériumok számát!
- b) Hány baktérium lesz ebben a tenyészetben az első mérés után 3 órával?
- c) Hány baktérium volt ebben a tenyészetben az első mérés előtt 3 órával?
- d) Mennyi idő alatt nő duplájára a baktériumok száma a mintában?

61. oldal 3. példa: Általában egy ország gazdasága békeidőben exponenciális növekedésnek indul. A bruttó hazai termék (GDP) változása mindenhol a társadalmi érdeklődés középpontjában áll. A GDP az egy országban egy év alatt előállított végső felhasználásra szánt termékek és szolgáltatások összességének értéke. Ez egy nagyon leegyszerűsített meghatározás, a közgazdaságtan többféle módon közelíti meg a fogalmat. Például az inflációtól is meg kell tisztítani az adatokat. Általában az egy főre jutó GDP-adatokat szokás közzétenni, mert így könnyű összehasonlítani az egyes országok teljesítményét. Magyarországon az egy főre jutó GDP 1995-ben 6800 euró volt. A 2008-as nagy gazdasági világválság előtti időszakban 2007-ig 10 400 euróra emelkedett.

- a) Exponenciális növekedést feltételezve, hány százalékkal nőtt évente az egy főre jutó GDP 1995 és 2007 között?
- b) Modellünk alapján számítva mennyi volt az egy főre jutó nemzeti össztermék 2005-ben?

- c) A gazdasági válságok idején mindig visszaesik ennek a mutatónak az értéke is. A 2008-as nagy gazdasági világválság nálunk is erősen érzékeltette hatását. Mennyi lett volna az egy főre jutó GDP érték 2015-ben, ha továbbra is megmaradt volna ez a növekedés?

64. oldal. FELADATOK 3. E1: Míg Kelet-Európa nagy részén, így Magyarországon is a népesség csökkenése a jellemző a Föld népességére vonatkozóan évi 1,48%-os növekedés tapasztalható. Egy 2001-es felmérés szerint 6,2 milliárd ember élt 2000-ben a Földön. Változatlan szaporodási ütemet feltételezve mikorra érheti el a Föld lakossága a 10 milliárdot?



5. kép: A gráfmodell alkalmazása

## **Összegzés**

A matematika tudománya két részre tagolódik: elméleti és alkalmazott matematika. Ez tükröződik az iskolai gyakorlatban is. Az iskolai matematika feladata az elméleti anyag mellett gyakorlati életre való felkészítés, ami elsősorban a feladatmegoldások révén valósul meg. A feladatokat kell úgy megválasztani, hogy alkalmazkodjanak a 21. század kihívásaihoz, tükrözzék a kor elvárásait, problémás kérdéseit. Ilyenek pl. a környezettel, gazdasággal kapcsolatos kérdések: klímaváltozás, vízproblémák energiaválság, takarékoskodás, környezet-szennyezés, környezettudatosság, környezetvédelem, nemzetgazdaság, infláció, járványok, zöld irányzatok, és még a politika is.

A vizsgált matematika tankönyvek feladatanyaga, szemlélete ezt tükrözi, de nem egyenlő mértékben. Két matematika tankönyvet emelek ebből a szempontból, amelyek a legtöbb környezettel, gazdasággal kapcsolatos ismeretet tartalmazzák és konkrétan tárgyalják: MATEMATIKA 6 (OH MAT06TB) tankönyvet a „zöld” feladatokkal és a MATEMATIKA 11 (OH MAT 11TB), AZ ÉRTHETŐ MATEMATIKA tankönyvet a színessége és változatossága miatt. Itt a szerzők ügyesen építenek a matematikán belüli belső és a tantárgyak közti külső koncentrációra. Mivel a tankönyvek megjelenése és a napi élet konkrétan fellépő

problémái között minimum 1–2 év csúszás, fáziskésés van a legtöbb új konkrét környezeti vagy társadalmi kérdésnek a matematikaoktatásba való bevitelét; vagyis a keletkező űrt a matematikatanárnak kell áthidalnia. Erre igen jó eszköz a projektek kidolgozása.<sup>2</sup>

## How does school mathematics education contribute to harmony of people and their environment?

In the 21st century the human environment has threefold structure. The life of the rising new generation must be in harmony with this, so as to preserve the values of the natural and historical environment, not to destroy everything with human activity, and not to cause fatal, irreversible damage as a result of technical progress. We look back at mathematics education of the 16–19th centuries and then examine NAT 2020's regulations related to the human environment and the new math textbooks (primary school 5–7 grades, high school 9–11 grades).

**Keywords:** Old and new mathematics schoolbooks, human environment.

## Irodalom

- [1] Debreceni Arithmetika (1577): Debrecen, HOFFHALTER Rudolf
- [2] HATVANI István (1757): *Introductio*, Debrecen.
- [3] KÁNTOR Sándorné (2020): Hogyan képzelte el 1840-ben Kerekes Ferenc a heurisztikus módszer alkalmazását a matematika tanításában? Érintő, Elektronikus Matematikai Lapok 17:12 (2020).
- [4] MARÓTHI György (1763): *Arithmetica*, Debrecen, Margitai István.
- [5] NAGY Károly (11838): *A kis geometra*, Bécs, Solingen.
- [6] NAGY Károly (1837): *A kis számító*, Bécs, Rohrmann és Schweigerd.
- [7] NAGY Károly (1841): *Daguerrotyp*, Pozsony, Schmidt Antal.
- [8] PALLAGI Gyula (1899): Matematikai és physikai földrajz a gimnáziumok 3. osztálya számára. (Bodnár Lajossal közösen), Pozsony.
- [9] VÁLLAS Antal (1840): *Az égi és földtekék használata*, Bécs, Nagy Károly.
- [10] Tankönyvek: Fizika 7–8 (OH -FIZ78TA), Matematika 5–7 ( OH MAT 05TA – OH MAT 07TA, OH MAT 05TB – OH MAT 07TB), Matematika 9–11(OH MAT 09TA – OH MAT 11TA, OH MAT 09TB- OH MAT11TB),Technika és tervezés tankönyv 6 B modul (OH TET06A/B).

---

<sup>2</sup> Érettségi elnökként tapasztaltam ilyen biológiából, egy fa életének megfigyelése a négy évszakban, illetve ilyen volt a nyugdíjrendszer változásának elemzése.