Engedélyezés alatt.

PLANIMETRIAI ALAKTAN

A KÖZÉPISKOLÁK ÚJ TANTERVEI ALAPJÁN

GIMNÁZIUMOK ÉS REÁLISKOLÁK I. OSZTÁLYA SZÁMÁRA

ÍRTÁK

SUPPÁN VILMOS ÉS **SZIRTES IGNÁC**

TIZENKÉT, RÉSZBEN SZINES KŐNYOMATÚ RAJZLAPPAL ÉS 115 A SZÖVEGBE NYOMOTT ÁBRÁVAL

ÖTÖDIK, LÉNYEGÉBEN VÁLTOZATLAN KIADÁS

BUDAPEST
AZ ATHENAEUM IRODALMI ÉS NYOMDAI R.-T. KIADÁSA
1914

468/b. —— **Ára 2 korona 20 fillér.** ——

PLANIMETRIAI ALAKTAN

A KÖZÉPISKOLÁK ÚJ TANTERVEI ALAPJÁN

GIMNÁZIUMOK ÉS REÁLISKOLÁK I. OSZTÁLYA SZÁMÁRA

ÍRTÁK

SUPPÁN VILMOS ÉS **SZIRTES IGNÁC**

TIZENKÉT, RÉSZBEN SZINES KŐNYOMATÚ RAJZLAPPAL ÉS 115 A SZÖVEGBE NYOMOTT ÁBRÁVAL

ÖTÖDIK, LÉNYEGÉBEN VÁLTOZATLAN KIADÁS

ATHENAEUM ·1868·

BUDAPEST
AZ ATHENAEUM IRODALMI ÉS NYOMDAI R.-T. KIADÁSA
1914

6930. — Budapest, az Athenaeum r.-t. könyvnyomdája.

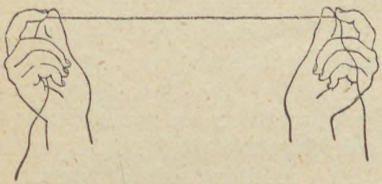
I. Alapfogalmak.

1. A *geometria* szó két görög szóból származik : *gé*, ami annyit tesz, mint föld, és *metrein*, mérni. *Geometria* tehát annyit tesz, mint *földmérés*. Itt azonban föld alatt nem csupán a puszta földet, hanem a rajta levő dolgokat is értjük.

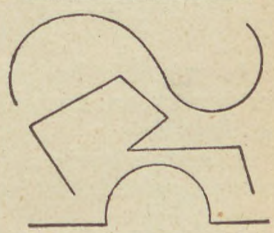
A geometriában háromféle dolgot mérünk : *hosszúságokat, területeket, térfogatokat.*

Például : Hány méter van a tanterem egyik falától a szemközt levő falig? Itt *hosszúságot* mérünk.

Hány *négyzetméter* a tanterem padlója? Itt *területet* mérünk.



1. ábra. A kifeszített fonal egyenes.



2. ábra. Egyenes, görbe, törött és vegyes vonal.

Hány *köbméter* levegő van a tanteremben? Itt *térfogatot* mérünk.

2. Vonalak. *Vonal* úgy származik, hogy a kréta hegyét a táblán, a ceruza hegyét a papiroson tovább mozgatjuk. A vonal a kréta vagy ceruza hegyének az *útja.*

A vonalak kétfélék : *egyenesek* vagy *görbék.*

Az egyenes vonalat legjobban szemlélteti egy kifeszített fonal (1. ábra). Vonalzónk élei szintén egyenes vonalak.

A görbe vonalak igen sokfélék. (2. ábra).

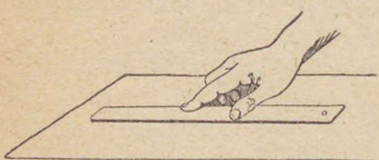
Oly vonal, mely két vagy több egyenes vonal darabjaiból áll : *törött vonal.* Oly vonal, mely két vagy több egyenes és görbe vonal darabjaiból áll : *vegyes vonal.*

A természetben és művészetben sűrün látunk görbe vonalakat. (A folyók kanyarulatai, az országok határvonalai, a falevelek szélei, az állatok körrajza stb.) Törött vonal: az égen cikázó villám, az M, N, Z betük.

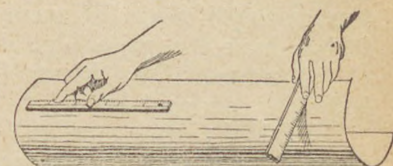
Gyakorlásúl: Hányféle vonalat ismerünk? Rajzoljunk szabad kézzel egyenes, görbe, törött és vegyes vonalat! Keressünk a tanteremben, a szabadban vonalakat és mondjuk, miféle vonalak azok. Miféle vonalat ír le a magasból leeső kő? a hajított kő?

3. Lapok. A szoba padozata *lap*; a szobában levő tárgyakat lapok határolják.

Az asztal, a tábla lapjához, a síma papírlaphoz a vonalzót *sok* irányban lehet egész hosszában hozzáilleszteni (3. ábra). Ily lapot *sík lapnak*, rövidesen *sík*nak nevezünk.



3. ábra. A *síklaphoz* a vonalzót sok irányban egész hosszában hozzá lehet illeszteni.



4. ábra. Oly *görbe* lap, melyhez a vonalzót csak egy irányban lehet egész hosszában hozzá illeszteni.

Az ivópohár lapjához a vonalzót csak *egy* irányban lehet egész hosszában hozzáilleszteni. Ily lapot *görbe* lapnak nevezünk (4. ábra).

A tojás, a lapda, a földgömb lapjához a vonalzót sehogyan sem lehet egész hosszában hozzá illeszteni (5. ábra). Ilyen lapot szintén *görbe* lapnak nevezünk.

5. ábra. Más *görbe* laphoz a vonalzót sehogysem lehet egész hosszában illeszteni.

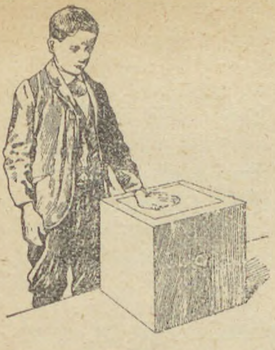
Gyakorlásúl: Mutassunk a tanteremben levő tárgyakon sík és görbe lapokat! Vizsgáljuk meg ezeket a lapokat a vonalzóval! Nevezzünk meg tárgyakat, amelyeken sík lapok vannak! Tárgyakat görbe lapokkal!

4. Testek. A tanteremben levő bútorok, könyveink, saját testünk, maga a tanterem *test*.

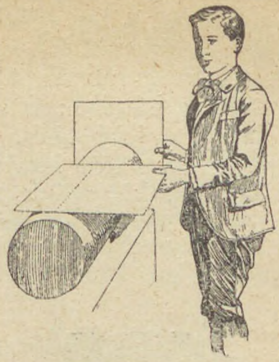
A testek sokfélék. Alakjukat a határoló lapok szabják meg.

Az építőtégla, a kocka, a tanterem mindenfelől sík lapokkal vannak határolva. Minden lapjokhoz a papirlapot hozzá lehet illeszteni, anélkül, hogy meggörbítenők (6. ábra).

A *henger* két végső lapjához a papirlapot hozzá lehet illeszteni, anélkül, hogy meggörbítenők (7. ábra) ; de a két végső lap között levő görbe laphoz a papirlapot csak úgy lehet

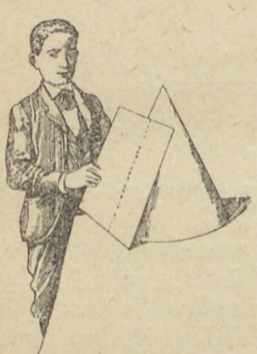


6. ábra. A kocka mindenfelől síkokkal van határolva.

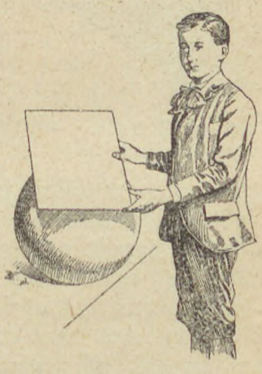


7. ábra. A *henger* a két végén síkokkal, köröskörül görbe lappal van határolva.

hozzáilleszteni, hogyha meggörbítjük. Ugyanilyen a *kúp* görbe lapja (8. ábra). Tehát a hengert és a kúpot részint sík, részint görbe lapok határolják.



8. ábra. A *kúp* alul sík lappal, köröskörül görbe lappal van határolva.



9. ábra. A *gömb* egyetlenegy görbe lappal van határolva.

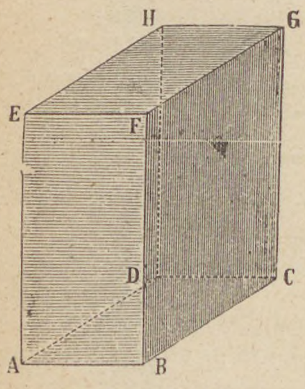
A gömbhöz a papirlapot meggörbítve sem tudjuk hozzáilleszteni (9. ábra). Ugyanilyen a lapda, a tojás lapja. A gömbön és a tojáson tehát nincsen sík lap ; ezeket a testeket egyetlen görbe lap határolja.

II. Téglalap.

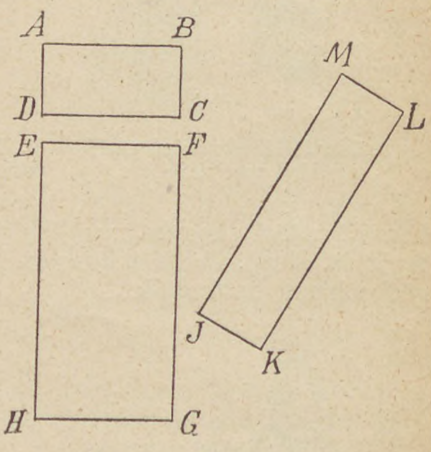
1. A tégla lapjai. A közönséges építőtéglának hat síklapja van (10. ábra). Minden lapot négy egyenes vonal határol; ezek a vonalak a lap *oldalai*. Minden lapon négy *sarokpontot* találunk. Az ilyen alakú lapok közös neve: *téglalap*.

A téglán háromféle téglalapot látunk. Az elől levő lap olyan, mint a hátulsó; az alsó olyan, mint a felső; a baloldali olyan, mint a jobboldali. Ezt a háromféle téglalapot a 11. ábrában látjuk külön lerajzolva.

Füzetünk, könyvünk minden lapjának szintén olyan az alakja, mint a tégla lapjainak; tehát téglalapok. A bútorok



10. ábra. A tégla.



11. ábra. Téglalapok.

lapjai, a tanterem falai, padozata és mennyezete, az ablakok, ajtók is többnyire téglalapok.

2. A téglalapok, oldalok és sarokpontok megnevezése. Hogy a téglalapokat egymástól megkülönböztethessük, *betűket* írunk a sarokpontokhoz. *A téglalapot a sarokpontjaihoz írt betűkkel nevezzük meg.* Azt mondjuk: az $ABCD$ téglalap, az $EFGH$ téglalap, az $IKLM$ téglalap (11. ábra).

A téglalap sarokpontjait a mellettük álló betűvel nevezzük meg. Péld. az A sarokpont, a B sarokpont.

Az oldalokat a végpontjaikhoz írt betűkkel nevezzük meg. Péld. az AB oldal, a BC oldal.

Az AB, BC oldaloknak *közös* sarokpontjuk van, a B. Ezekről az oldalokról azt mondjuk, hogy *egymás mellett* vannak.

Ellenben az AB, CD oldaloknak nincs közös sarokpontjuk. Ezekről azt mondjuk, hogy *szemközt vannak egymással.*

Az A, B sarokpontok ugyanegy oldalon vannak, az AB oldalon. Ezekről is azt mondjuk, hogy *egymás mellett vannak.* Ellenben az A, C sarokpontok nincsenek ugyanegy oldalon. Ezekről azt mondjuk, hogy *szemközt vannak egymással.*

Gyakorlásúl: Nevezzék meg a 11. ábrában látható téglalapokat! Nevezzék meg e téglalapok sarokpontjait és oldalait! Nevezzék meg mindegyik téglalapban 1. az egymás mellett és 2. az egymással szemközt levő oldalokat és sarokpontokat.

3. Az oldalok hosszúsága. Mérjük meg a téglalap oldalainak hosszúságát. *Hosszúságot mérni annyit tesz, mint keresni, hányszor foglalja magában a hosszmérték egységét.*

Hosszmértékegység a *méter* (jele m). Tizedrészét *deciméter*nek (dm), századrészét *centiméter*nek (cm), ezredrészét *milliméter*nek (mm) nevezzük. Tehát:

1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm;
1 dm = 10 cm = 100 mm; 1 cm = 10 mm.

12. ábra. Mérővessző.

A 12. ábrában látjuk a decimétert valódi hosszúságában centiméterekre és milliméterekre osztva. Ez az ábra *mérővesszőt* mutat, minőt a rajzolók, lakatosok stb. használnak. Vannak hosszabb, összehajtogatható mérővesszők is, kivált asztalosok, ácsok, építészek kezében. A kereskedők méterrudakat használnak.

Megmérvén a téglalap oldalait, azt tapasztaljuk, hogy az egymás mellett levő oldalok közül egyik hosszabb, mint a másik; az egymással szemközt levő oldalok egyenlő hosszúak.

Tehát a téglalapok közös tulajdonsága, hogy *két-két szemközt levő oldaluk egyenlő.*

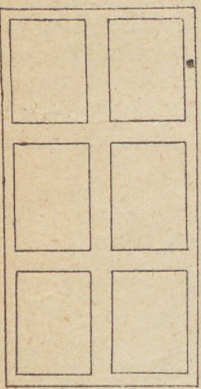
Az egymás mellett levő oldalok közül az egyiket, rendszerint a hosszabbikat, *a téglalap hosszúságának*, a másikat *a téglalap szélességének* nevezzük.

Az *egyenlőség jele* =; például (11. ábra) $AB = CD$ (olvasd: az AB oldal egyenlő a CD oldallal). Az *egyenlőtlenség jele* $<$ vagy $>$, melyet úgy használunk, hogy a nagyobb oldal nevét a jel nyílásához, a kisebb oldalét csúcsához írjuk. Péld. (11. ábra) $EH > GH$ (olvasd: az EH oldal nagyobb a GH oldalnál); $JK < KL$ (a JK oldal kisebb a KL oldalnál).

4. Az oldalok helyzete. Az ablak (13. ábra) jobb és bal oldala oly helyzetben van, mint a szabadon függő *pióm* fonala (14. ábra) : *felülről lefelé vagy alulról fölfelé mennek.*

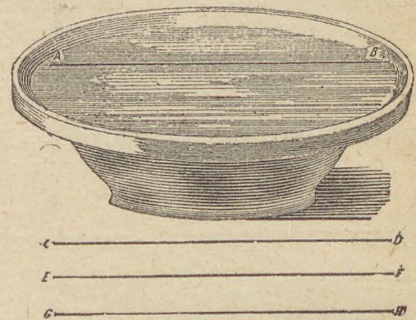
Ha az egyenes vonal oly helyzetben van, mint a szabadon függő pióm fonala, akkor függőlegesnek nevezzük.

Az ablak felső és alsó oldala oly helyzetben van, mint az AB pálca, mely a nyugvó víz szinén úszik (15. ábra).*)



13. ábra. Ablak.

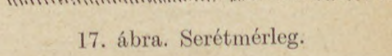
14. ábra. Pióm.



15. ábra. Vízszintes vonalak.

Ha az egyenes vonal oly helyzetben van, mint a víz színén úszó pálca, akkor vízszintesnek mondjuk.

16. ábra. Ferde vonalak.



17. ábra. Serétmérleg.

De a téglalap úgy is állhat, hogy oldalai se nem függőlegesek, se nem vízszintesek ($JKLM$, 11. ábra).

*) *Pióm* alatt fonálra kötött súlyos tárgyat értünk — rajzunkban sárgarézből való körtét, mely alul csúcsban végződik. — Ezt a műszert a függőleges

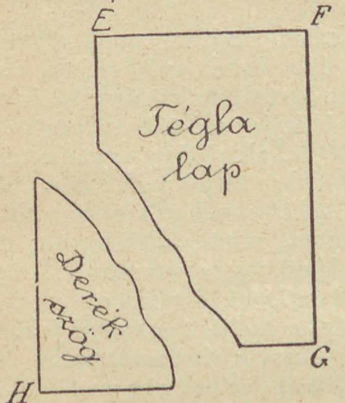
Ha az egyenes vonal se nem vízszintes, se nem függőleges, akkor azt mondjuk, hogy ferde (16. ábra).

5. Derék- és nyújtott szög. Szakítsuk le a téglalapnak egy sarkát (18. ábra). A két oldal között, melyek a sarokpontban találkoznak, *derékszög* van.

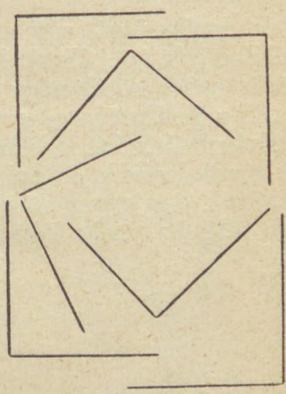
A sarokpont a derékszög *csúcsa*; az oldalok, melyek a derékszöget bezárják, a derékszög *szárai*.

Ha a derékszög egyik szára függőleges, a másik szár vízszintes. De a derékszög úgy is állhat, hogy mindkét szára ferde (19. ábra).

Ha leszakítjuk a téglalapnak még egy sarkát és úgy helyezzük az elsőre, hogy a sarokpontok és egy-egy oldaluk össze-



18. ábra. Szakítsuk le a téglalapnak egy sarkát.



19. ábra. Derékszögek különféle helyzetben.

essenek, azt tapasztaljuk, hogy a másik két oldal is egymásra esik. Tehát az egyik derékszög reáillik a másikra; egyik akkora mint a másik. Mondhatjuk tehát: *A derékszögek egymással egyenlők.*

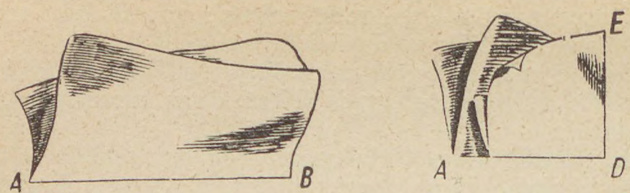
A téglalap minden sarokpontjánál találunk egy derékszöget. *A téglalapnak négy derékszöge van.*

A derékszöget betűkkel nevezzük meg. A betűket a derékszög

irány megitélésére használjuk, pl. a kőműves ennek segítségével vizsgálja meg: vajjon a fal vagy fölállított vasoszlop függőleges-e?

A vízszintes helyzetet a *vízmérleggel* vagy *libellával* vizsgáljuk meg, egy festett vízzel megtöltött és felül görbe üvegcsővel, melyben levegőbuborék van. Vagy pedig a *serétmérleget* használjuk (17. ábra), melyet a megvizsgálandó egyenesre teszünk s megnézzük, vajjon az alsó vonalzón levő bevágáson van-e a pióm súlya, vagy nem. Ha ott van, akkor a vonal vízszintes, ellenkező esetben ferde.

csúcsához és szárai végpontjához írjuk, s úgy olvassuk, hogy a csúcs betűjét a másik két betű között mondjuk ki. Péld. (18. ábra) az *EFG* vagy *GFE* derékszög. De *nem szabad* mondani: az *EGF* vagy *FEG* derékszög. Ha nem kell félreértéstől tartani, akkor elég, ha csak a csúcsnál levő betűt mondjuk ki; péld. az *F* derékszög.

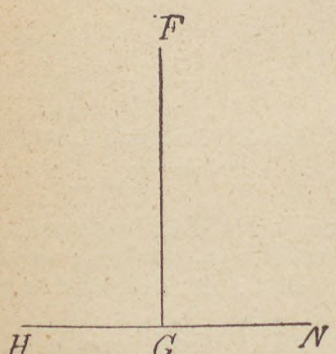


20. ábra. Egy negyedrétbe hajtott papirosív szemlélteti a derékszöget.

A derékszöget egy negyedrétbe hajtott papirosívvel is szemlélhetjük (20. ábra). Ha az ívet ismét széthajtjuk, akkor a közös csúcs körül négy derékszöget látunk. Mondhatjuk:

Négy derékszög egy pont körül teljesen betölti a lapot.

Helyezzünk két derékszöget (21. ábra) úgy egymás mellé, hogy egyik száruk és csúcsaik egybeessenek; akkor a másik két száruk egy egyenest alkot. A két derékszög a lapnak oly részét tölti be, mely kétszer akkora, mint a derékszög; neve *nyújtott* vagy *egyenes szög*. A *nyújtott szög két derékszög; a derékszög a nyújtott szögnek fele.*



21. ábra. A nyujtott szög két derékszög.

Tartsuk két karunkat úgy, hogy közöttük derékszög legyen! Úgy, hogy közöttük nyújtott szög legyen!

Összefoglalás. *A téglalapnak négy oldala, négy sarokpontja, négy derékszöge van. Szemközt levő oldalai egymással egyenlők. Az egymás mellett levő oldalok nem egyenlők és metszik egymást.*

Ha az egyenes oly helyzetben van, mint a szabadon függő pióm fonala, akkor függőlegesnek nevezzük. Ha az egyenes oly helyzetben van, mint a víz színén úszó pálca, akkor vízszintesnek mondjuk. Ha az egyenes sem nem vízszintes, sem nem függőleges, akkor azt mondjuk, hogy ferde,

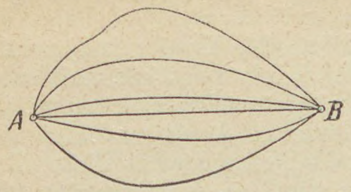
A függőleges rajzlapon levő téglalap úgy állhat, hogy egy oldalpár függőleges, a másik vízszintes; vagy úgy, hogy mindkét oldalpár ferde.

Előgyakorlatok a rajzoláshoz.

1. Egyenes vonal rajzolása. Egyenes vonalat a *vonalzó* segítségével rajzolunk.

Két ponton át úgy rajzolunk egyenest, hogy a vonalzót élével a két ponthoz illesztjük és ebben a helyzetben szilárdan tartjuk, azután az éle mellett a kijelölt pontokon áthaladva egyenest húzunk (22. ábra).

Két ponton át csak egyetlen egy egyenest, ellenben számtalan görbe vonalat húzhatunk (22. ábra). Más szóval : *Két pont meghatározza az egyenes vonalat.*



22. ábra. Két ponton át csak egy egyenes, ellenben számtalan görbe vonalat húzhatunk.

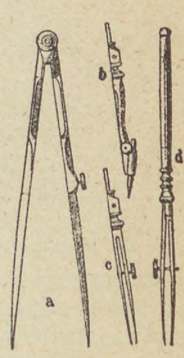
23. ábra.

A két ponton át húzott egyenesről azt mondjuk, hogy a pontokat *összeköti.* Két pontot egymással összekötni annyit tesz, hogy azokon át egyenes vonalat kell húzni.

Az egyenesnek azt a részét, melyet két pont határol, köznek nevezzük.

A rajzolásnál jól meghegyezett ceruzát használjunk (23. ábra). Midőn éles és finom vonalat kell rajzolni, kemény ceruzát használunk ; máskülönben a lágyabb ceruzát használjuk.

Gyakorlásúl: Jelöljünk ki két pontot és kössük össze egymással ! — Jelöljünk ki nem egy egyenesben fekvő 3 pontot és kössük össze egymással kettenkint ! Hány egyenes vonalat rajzolhatunk 3 pont között ? — Jelöljünk ki 4 pontot, melyek közül 3 se feküdjék egy egyenesben, és kössük össze egymással kettenkint ! Hány egyenest találunk ?



24. ábra. *a* körző, *b* rajzóntartó, *c* kör kihúzótoll, *d* kihúzótoll.

2. Köz felezése és osztása. Az *AB* közt *felezni* annyit tesz, hogy azt egy ponttal két egyenlő részre kell osztani.

Felezés mérő körzővel (24. ábra *a).* A körzőt próbálgatva addig igazítjuk, míg a körző hegyei között a távolság nem egyenlő a köz felével. Ekkor a körző egyik hegyét a köz kezdőpontjára, a másik hegyét a közre téve, az utóbbinál pontot rajzolunk. Ez a *felezőpont.*

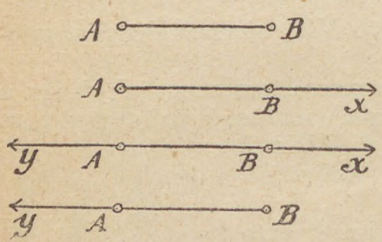
Hasonló módon járunk el, ha a közt több egyenlő részre kell osztani. Ha 6 egyenlő részre akarjuk osztani, akkor előbb felezzük, azután minden felét 3 egyenlő részre osztjuk; ily módon a közön öt *osztópontot* és hat egyenlő részt kapunk.

Nyolc egyenlő részre úgy osztunk, hogy a közt felezvén, felerészeit ismét felezzük; ily módon negyedrészeket kapunk. Ezeket aztán újra felezvén, a közt 8 részre osztottuk.

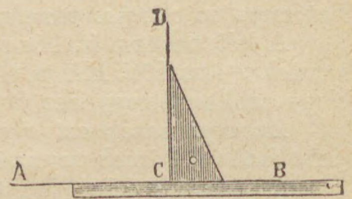
Gyakorlásúl: A tanulók osszanak adott vízszintes, újra függőleges és ferde közöket 2, 4, 8, — továbbá 3, 6 és 10 részre.

3. **Meghosszabbítás.** Az AB közt (25. ábra) mind az A, mind a B végpontján túl határtalanul folytathatjuk, más szóval *meghosszabbíthatjuk*. Ily módon a *határtalan* egyenes vonal származik, melynek a köz egyik része. A meghosszabbításnál a vonalzót az élével legalább fele részében a közhöz illesztjük.

Ha a közt csupán az A, avagy csupán a B végpontján túl hosszabbítjuk meg, akkor az egyenes vonal csak az egyik oldalán van határolva, ellenben a másik oldalon határtalan (AX,



25. ábra. Határtalan egyenes vonal, vonalköz, sugár.



26. ábra. Derékszög rajzolása.

BY 25. ábra). Az egyenes vonal ily részét *sugárnak* nevezzük. (Gondoljunk a nap sugaraira!)

4. **Derékszög rajzolása.** A derékszög rajzolására a háromszögű vonalzót használjuk; ennek a két rövidebb éle között derékszög van. Ha az AB egyenesre C pontban derékszöget akarunk rajzolni (26. ábra), akkor a hosszú vonalzót az AB egyeneshez illesztjük, bal kezünkkel szilárdan tartjuk, jobb kezünkkel pedig a háromszögű vonalzót egyik rövidebb élével a hosszú vonalzóhoz illesztve mellette addig csúsztatjuk, míg a derékszög csúcsa a kijelölt C ponthoz nem jut. Erre meghúzzuk a CD egyenest, azaz a derékszög második szárát.

Gyakorlásúl: A tanulók rajzoljanak derékszögeket vízszintes, függőleges és ferde egyenesekre. (Lásd 19. ábra.)

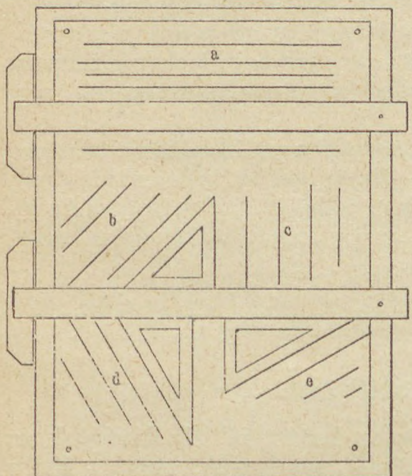
5. **Vízszintes, függőleges egyenesek rajzolása.** Vízszintes egyeneseket a rajzlapon úgy rajzolunk, hogy ugyanolyan helyzetben legyenek, mint a lap felső vagy alsó széle, mert ezek a szélek a rajzlap felállítása után vízszintesek lesznek.

A rajzolásnál célszerűen használhatjuk az úgynevezett *rajz-*

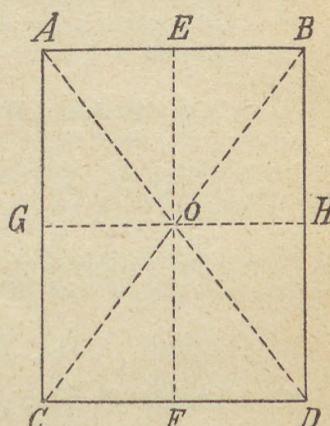
sínt (27. ábra), egy hosszú vonalzót, melynek egyik végére derékszög alatt keresztléc, az ú. n. *fej* van ráerősítve. A fejet a rajztömb (vagy rajzdeszka) bal oldali széléhez illesztve mellette csúsztatjuk ; ekkor a vonalzó mellett vízszintes egyenest húzhatunk.

Függőleges egyeneseket a rajzlapon úgy rajzolunk, hogy ugyanolyan helyzetben legyenek, mint a lap bal vagy jobb széle, mert ezek a szélek a rajzlap felállítása után függőlegesek lesznek.

Midőn függőleges egyenest akarunk rajzolni, a rajzsínt



27. ábra. Rajzdeszka, rajzszín és háromszögű vonalzók.



28. ábra.

vízszintesen tartjuk és a háromszögű vonalzót egyik rövidebb élével mellette csúsztatjuk (a *c* egyenesek, 27. ábra).

Gyakorlásúl: A tanulók rajzoljanak függőleges és vízszintes egyeneseket.

6. A rajzlap előkészitése. Rajzlapunk téglalap. Hogy rajta a rajzot jól el tudjuk helyezni, mindenekelőtt keressük meg a közepét. A téglalap *közepét* legegyszerűbben úgy találjuk meg, hogy két-két szemközt levő sarokpontot egymással összekötünk (28. ábra, *AD*, *BC*).

Azt az egyenest, mely két szemközt fekvő sarokpontot köt össze, átlónak nevezzük.

A téglalapnak két átlója van, AD és BC.

A két átló egy pontban metszi egymást, *O*-ban. Ez a pont a négy sarokponttól egyenlő távolságban van ; ezért ezt a pontot a téglalap *középpontjá*nak nevezzük.

A téglalap átlói egyenlők egymással és felezik egymást. (AD = BC, OA = OB = OC = OD.)

A téglalap középpontját még más módon is meg lehet találni. Mind a négy oldalt felezzük és a szemközt fekvő oldalok felező pontjait összekötjük. Az *EF*, *GH* egyenesek szintén a középpontban metszik egymást, *O*-ban.

Az *EF*, *GH* egyenesek a téglalap *középvonalai*.

Ha a téglalapot az egyik középvonal (péld. *EF)* hosszában összehajtjuk, azt látjuk, hogy a két fele *(AEFC* és *EBDF)* tökéletesen egymásra illik, röviden szólva *egybevágó*. A téglalapnak eme részei ismét téglalapok. Tehát mondhatjuk:

Egy középvonal a téglalapot két egybevágó téglalapra osztja.
A két középvonal a téglalapot négy egybevágó téglalapra osztja.

Gyakorlásúl: A tanulók gyakorolják a rajzlap közepének meghatározását.

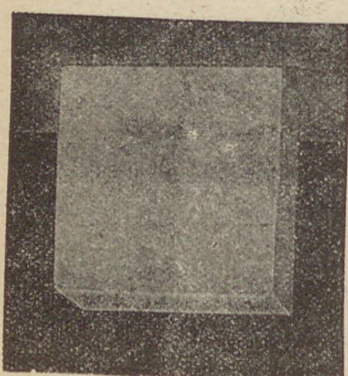
7. Téglalap rajzolása. a) *Rajzoljunk téglalapot 12 cm hosszú vízszintes és 8 cm hosszú függőleges oldalokkal.*— Rajzoljunk 12 cm hosszú vízszintes közt; erre mind a két végpontjában derékszöget; a derékszögek függőleges száraira reámérünk 8—8 cm-t; a végpontokat egymással összekötjük.

b) *Rajzoljunk ugyanilyen téglalapot ferde oldalokkal.* Rajzoljunk 12 cm hosszú ferde közt; a további eljárás ugyanaz.

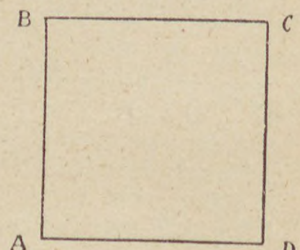
III. A négyzet.

1. A kockát (29. ábra) hat lap határolja. Ha kivágjuk az egyik lapját és a többire illesztjük, azt látjuk, hogy a *kocka lapjai egybevágók.*

Minden kockalapot (30. ábra) négy egyenlő vonal határol, van négy sarokpontja és négy derékszöge. A neve *négyzet, quadratum.*



29. ábra. Kocka.

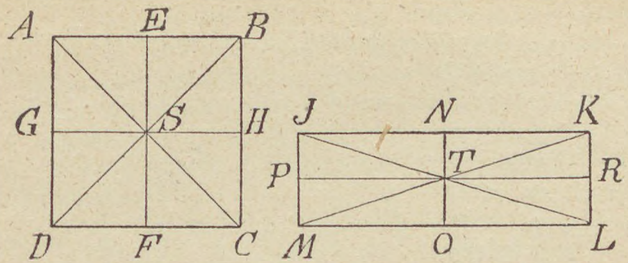


30. ábra. Négyzet.

A határoló egyenesek a négyzet oldalai. *A négyzet oldalai egyenlők.*

Négyzetet látunk még az utca kövezetén, a sakktáblán stb.

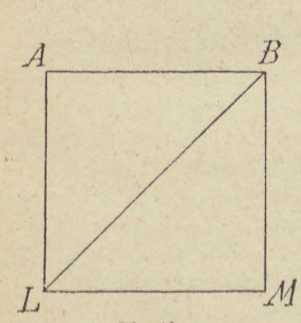
2. **Átlók, középvonalak.** A négyzetben is (31. ábra) két átlót *(AC, BD)* és két középvonalat *(EF, GH)* húzhatunk.



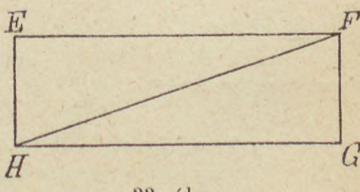
31. ábra. A négyzet és a téglalap átlói és középvonalai.

Az átlók egyenlők és derékszögeket alkotnak egymással. A középvonalak is egyenlők és szintén derékszögeket alkotnak egymással. Az átlók és a középvonalak felezik egymást a négyzet *S középpontjá*ban, mely a négy sarokponttól, úgyszintén a négy oldaltól egyenlő távolságban áll. (Az utóbbi távolság = *SE.)*

3. Hajtsuk össze a négyzetet a *BL* átlója körül (32. ábra); akkor a *BL* átló helyén marad, az *M* pont az *A* pontra, az *MB* oldal *AB*-re, az *ML* oldal *AL*-re esik. A *BL* átló a négyzetet oly két részre bontja, melyek egymásra illenek, tehát *egybevágók.*



32. ábra.



33. ábra.

4. Ha a téglalap *FGH* részét (33. ábra) az *FH* átló körül forgatjuk, azt tapasztaljuk, hogy a *G* pont nem esik rá az *E* pontra. De ha az *FGH* részt kivágjuk és megfordítva helyezzük az *FHE* részre, úgy hogy a *G* pont az *E*-re, *F* a *H*-ra és *H* az *F*-re essék, akkor a két rész egymásra illik. Tehát mondhatjuk: *A téglalapot is az átlója két egybevágó részre bontja.*

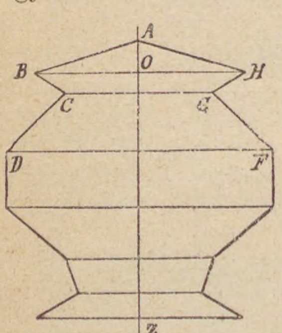
5. Szimmetria. Hajtsuk össze az $ABCD$ négyzetet (31. ábra) EF középvonala hosszában. Azt látjuk, hogy a négyzet részei, az $AEFD$ és $EBCF$ téglalapok, tökéletesen egymásra illenek.

Ugyanazt látjuk, ha a négyzetet a másik GH középvonal vagy valamelyik átlója hosszában hajtjuk össze.

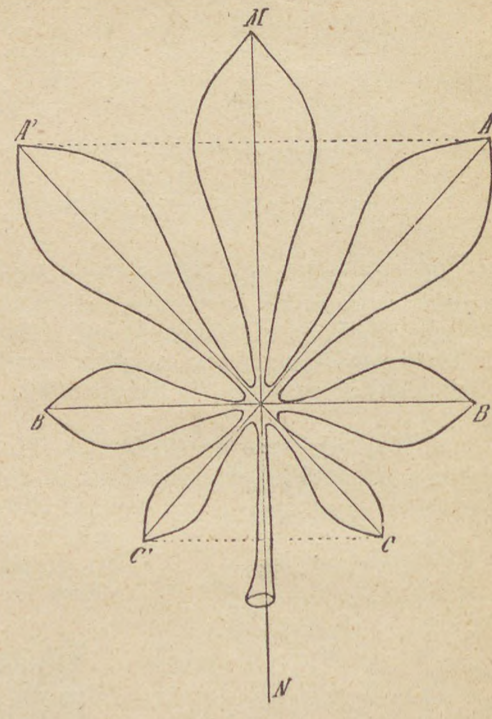
Ha valamely alakot (34. ábra) *egy vonal hosszában úgy hajthatunk össze, hogy a részei tökéletesen egymásra illenek, akkor azt mondjuk : az alak szimmetriás.*

Azt az egyenest, amelynek hosszában összehajtva az alak szimmetriás, a *szimmetria tengelyének*, vagy röviden *szimmetrálisnak* mondjuk.

Azokról a pontokról és vonalakról, melyek az idom egyik felének áthajtása után egymásra esnek, azt



34. ábra.
Szimmetriás alak.



35. ábra.
A vadgesztenyefa levele szimmetriás alak.

mondjuk, hogy egymásnak *megfelelnek.* AB és AH, BC és HG egymásnak megfelelő közök, B és H, C és G egymásnak megfelelő pontok (34. ábra). *A megfelelő közök egymással egyenlők.*

Vannak idomok, melyek több tengelyre nézve szimmetriásak ; ezekről azt mondjuk, hogy *többszörösen szimmetriásak,* még pedig annyiszor, ahány szimmetrálisuk van.

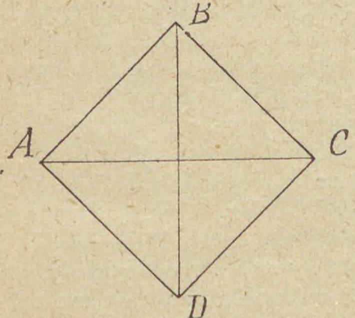
A négyzet szimmetriás alak. Négy szimmetria-tengelye van : a két középvonala és a két átlója.

A téglalap is szimmetriás alak, de csak két szimmetria-tengelye van: a két középvonala.

A természetben sok szimmetriás alakot találunk. A vadgesztenyefa levele (35. ábra) szimmetriás. De még sok más levél, virág, különféle díszítmények, ajtók, ablakok, az ember arca és egész teste stb. szimmetriásak. Az A, H, I, M, O, T, U, V, W, X, Y szimmetriás alakú betük.

Összefoglalás. *A négyzetnek van négy oldala, négy sarokpontja, négy derékszöge. Mind a négy oldala egyenlő, tehát a négyzet olyan hosszú, amilyen széles. A négyzet átlói egyenlők, egymást felezik és derékszöget alkotnak egymással. A négyzet szimmetriás. Négy szimmetria-tengelye van: a két átlója és a két középvonala.*

A téglalapnak csak két szimmetria-tengelye van: a két felező vonala. Átlói egyenlők és egymást felezik, de nem alkotnak egymással derékszöget.



36. ábra.

37. ábra. Négyzetes háló.

A négyzet úgy állhat, hogy egy oldalpár függőleges, a másik vízszintes. Vagy mindkét oldalpár ferde. Ha úgy áll, hogy egyik átlója függőleges, a másik vízszintes, akkor azt mondjuk, hogy *sarokpontján áll.* (36. ábra).

Rajzolás. 1. *Rajzoljunk négyzetet 6 cm hosszú vízszintes és függőleges oldalokkal. Útmutatás.* Húzzunk 6 cm hosszú vízszintes közt; mind a két végpontjában rajzoljunk derékszöget; a derékszögek függőleges száraira mérjünk rá 6 cm-t; kössük össze a talált pontokat.

2. *Rajzoljunk négyzetet 6 cm hosszú ferde oldalokkal.*

3. *Rajzoljunk sarokponton álló négyzetet 4 cm hosszú átlókkal.* Rajzoljuk meg a vízszintes átlót, *AC*-t (36. ábra); jelöljük ki rajta a négyzet középpontját; húzzuk meg ebben derékszög alatt a függőleges átlót; a középponttól balra és jobbra, fölfelé és lefelé mérjük reá az átló felét, 2 cm-t. Az *A, B, C, D* végpontokat kössük össze.

Díszítmények négyzetekkel és a négyzetben.

1. A négyzetes háló. (37. ábra). A következő díszítmények *alapja* négyzetes háló. Rajzolása végett húzzunk vízszintes egyenest és arra rakjuk reá a négyzet oldalát annyiszor, ahány négyzetet kívánunk egy sorban. Az alapvonal végpontjaiban függőleges egyeneseket rajzolunk, amelyekre annyiszor rakjuk fel a négyzet oldalát, ahány sort kívánunk. A függőleges egyenesek szemközt levő pontjain át vízszintes, az alapvonal pontjain át függőleges egyeneseket húzunk.

2. **Szalagdísz** (I. lap, 1. ábra). Négyzetes hálót készítünk ; ebbe azután berajzoljuk az álló és fekvő téglalapokat, melyek kétszer oly hosszúak, mint szélesek. A téglalapok egymásba font szalagokat mutatnak.

3. **Ó-szláv díszítés Túróc-Szt.-Márton vidékéről** (I. lap. 2. ábra).

4. **Fonott díszítés dülő téglalapokkal** (I. lap, 3. ábra).

5. **Himzésminta álló keresztekkel** (I. lap, 4. ábra).

6. **Egymásba font négyzetes keretek** (I. lap, 5. ábra).

7. **Bizanci stílű díszítmény a római S. Lorenzo templomból** (II. lap, 6. ábra). *Bizanc* Konstantinápoly hajdani neve, amelyről a későbbi keletrómai birodalmat *bizanci* császárságnak nevezték. Itt az V. és VI. században egy különleges építési és díszítési mód fejlődött, melyet *bizanci stílnek* nevezünk. Díszítményünk ennek a stilnek sajátságait mutatja. Rajzolása végett mindenekelőtt négyzetes hálót készítünk. A sarokponton álló kis négyzeteket piros, a köztük levő négyzeteket bordó, a többi négyzeteket szürkés kék színnel, a bordó színű négyzetek körül levő háromszögeket pedig sárgával festhetjük ki.*)

8. **Zománcos tégla Khorsabadból** (X. lap, 7. ábra). Sergon asszir királynak palotája Kr. e. VIII. században épült. 1843—1855-ig főleg a franciák és angolok ásták ki a palota romjait és az itt napfényre került tárgyakról, köztük arról is, amelyet rajzunk ábrázol, az asszir művészetre következtethetünk. Ezt a rajzot is négyzetes háló segítségével készítjük.

Midőn valamely lap, pl. a padozat, fal, szőnyeg, szövet, egy és ugyanazon idom ismétlődő rajzával van díszítve, a lapot *mintázottnak,*

---

*) **Útmutatás a festésre.** A rajzot, mielőtt kifestjük, teljesen el kell készíteni és minden fölösleges vonalat abból kitörölni. Eközben azonban a papirost ne dörzsöljük fel, mert a feldörzsölt helyek befestve foltossá lesznek. A festéshez gombalakú aquarell-festékek, néhány tálacska és hegyesvégű ecset kell. A festék elkészítése végett a tálacskába kellő mennyiségű vizet teszünk, sem túlkeveset, sem túlsokat. Az ecsetet a vízbe mártjuk, azután nedvesen a festéken néhányszor végighúzzuk, hogy a víz a festék anyagából kellő mennyiséget feloldjon. A festékkel itatott ecsettel a tálacskában levő vizet jól felkavarjuk. Ezt addig ismételjük, míg a festékoldat színe meg nem felel a kívánt árnyalatnak. Festéskor az ecsettel annyi festéket veszünk a tálacskából, amennyivel egy területet egyenletesen bevonhatunk. Túlsok festék ne legyen az ecsetben, mert könnyen elcsepegtethetjük. Nagyobb területek befestésekor tehát az ecsetet többször kell bemártani. A festést a rajz felső bal sarkában kezdjük s onnan lefelé jobbra haladjunk. A terület széleit sohasem előre külön, hanem az egésszel együtt fessük. Az ecsetet mindig felülről lefelé, balról jobbra húzzuk. Ügyeljünk arra, hogy a terület minden helyére egyenlő mennyiségű festék jusson és hogy az festés közben egy helyen se száradjon meg, máskülönben foltok támadnak.

a rajzát pedig *mintának* (dessin) nevezzük. A dessin egyik főkelléke a *szín*; ez a jellemző alakot kiemeli, feltünőbbé és érthetőbbé teszi és a díszítmény hatását növeli. Különböző színezés által egy és ugyanazon mintának más-más jelleget adhatunk.

Rajzunkban a közös középpont körül levő három négyzet többször ismétlődik; ez tehát a minta. A minták között kisebb négyzetek vannak. A kifestésnél először az *egész* ábrát az alapszínnel vonjuk be és csak azután festjük sárgára a négyzet-sávokat és a kis négyzeteket.

9. **Szegélydísz Márk krónikájából** (XII. lap, 8. ábra). 1358-ban Márk nevű barát díszesen megírta a magyarok régi történetét; róla nevezik azt az írást Márk krónikájának.

Sarokponton álló négyzetet rajzolunk; ennek az oldalait három egyenlő részre osztjuk; az osztópontokat ferde egyenesekkel összekötjük, miáltal kilenc kisebb négyzet keletkezik. A nagy négyzetet átszelő két téglalap meghosszabbítását félkörökkel határoljuk. A kis négyzeteket fölváltva kék és arany színnel festjük be.

10. **Díszítmény Márk krónikájából** (XII. lap, 9. ábra). A kettős keresztet tünteti fel sarkon álló négyzetben. A rajzolást az oldalon álló négyzettel kezdjük; e négyzet oldalait felezzük; a felezőpontok a sarkon álló négyzet sarokpontjai. Az arany és bordó háttér jó hatásúak, mert az utóbbi szín enyhíti az aranysárga erős hatását. Hasonlóan hatnak az előbbi ábra színei is.

11. **Kalotaszegi varrottas** (X. lap, 10. ábra). A legszebb és legelterjedtebb magyar házi ipar, mely Kolozs vármegye Bánffy-Hunyad vidékén 10—12 község női lakosságát foglalkoztatja és ma már tekintélyes kivitelnek örvend. A mintákat a házi iparosnők maguk rajzolják. A varrottas száznál több minta szerint készül. Az ábrában látható minta neve *kisfedeles*, régi magyar stílben. Rajzolása végett négyzetes hálót készítünk; ebbe azután berajzoljuk a középen látható kis négyzetet, és ezt körülvevő nagyobb négyzeteket, amelyek körül a minta szimmetriásan csoportosul. A magyar varrottas jellemző színei vörös és kék.

12. **Mozaik a granadai alhambrából** (XII. lap, 11. ábra). Alhambra (arab szó = vörös torony) egykori mór királyi palota Granada mellett Spanyolországban. Az arab építőművészetnek e legremekebb európai műemléke a XIII. és XV. században épült.

Sarokponton álló négyzetben keresztalakot látunk, ezt áthatja egy ép négyzet és egy sarokpontjainál csonkított négyzet. Színek: élénk-zöld, barnás-kék, téglaszín.

13. **Meander szalagok** (X. lap, 12. és 13. ábrák). Meander folyó Frigiában az ókorban közmondásossá vált sok kanyarulatáról. Azért oly díszítményeket, melyek derékszögben tört vonalokból állanak, *meander*-nek neveztek. Modern neve *à la grecque*, ami annyi, mint »görög ízlésű« díszítmény. A 13. ábra az Andrássy-úton levő képzőművészeti palota egyik faldíszítése. A meanderek rajzolása a négyzetes hálón

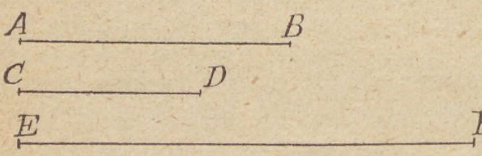
alapszik. A 12. ábra színezése halványsárga és szürke ; a 13. ábráé világos és sötét szépia.

14. Japáni díszítmény (X. lap, 14. ábra). Egymásba font négyzetek. Szerkesztése a négyzetes hálóval történik. A négyzeteket barnás sárgára, a háttért feketére festjük.

IV. A téglalap és négyzet kerülete. Alapműveletek közökkel.

1. A téglalap kerülete. Összeadás. *Az oldalok együttvéve a téglalap kerületét teszik.* Rajzoljunk közt, mely akkora, mint a $JKLM$ téglalap kerülete (31. ábra).

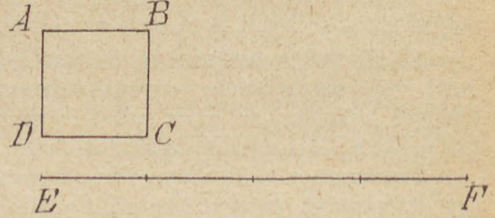
Adjunk össze előbb két tetszőleges közt, AB-t és CD-t (38. ábra). Rajzoljunk egyenest, jelöljünk ki rajta tetszőlegesen egy pontot, E-t ; vegyük körzőbe az AB köz hosszúságát s mérjük rá E-től kezdve az egyenesre ; vegyük körzőbe a CD-t és folytatólag mérjük rá az egyenesre. Ekkor $EF = AB + CD$.



38. ábra. Közök összeadása.

Adjuk össze ily módon a téglalap oldalait, miáltal meghatározhatjuk a téglalap *kerületét.*

2. A négyzet kerülete. Köz szorzása. Rajzoljunk közt, mely akkora, mint az $ABCD$ négyzet kerülete (39. ábra). Egyenest húzunk és rajta az E pontot tetszőlegesen választjuk ; körzőbe vesszük a négyzet oldalát s azt az E ponttól kiindulva négyszer egymásután reámérjük az egyenesre ; EF akkora, mint a négyzet kerülete. $EF = 4 \times AB$.



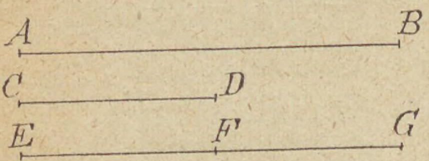
39. ábra. Köz többszörvétele.

3. Kivonás. Hogyan lehet egy közből más közt kivonni ? AB-ből (40. ábra) vonjuk ki a CD-t. Evégett egyenest rajzolunk s egyik E pontjától reámérjük az AB kisebbítendőt, $EG = AB$. Most a CD kivonandót E-től F felé mérjük ; a fennmaradó FG a különbség vagy maradék. $FG = AB - CD$.

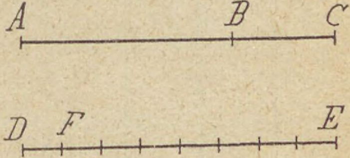
4. Osztás. Az osztás kétféle: vagy azt keressük, hányszor van meg egy közben más köz; vagy bizonyos számú egyenlő részre kell az adott közt osztani.

a) *Bennfoglalás.* Hányszor van meg DF a DE-ben? (41. ábra). DF-et körzőbe vesszük és annyiszor vonjuk ki a DE-ből, ahányszor lehetséges. $DE : DF = 8$. A bennfoglaló osztás nem egyéb, mint mérés. A DE-t megmérjük a DF egységgel.

b) *Részekre osztás.* Mennyi (41. ábra) DE-nek nyolcadrésze? Próbálgatva keresünk oly közt, melyet 8-szor lehet DE-ből kivonni. $DE : 8 = DF$.



40. ábra. Közök kivonása.



41. ábra. Köz osztása.

Feladatok. *a)* Rajzoljunk két közt (*AB* nagyobb mint *CD*); és adjuk össze, vonjuk ki egymásból, s vizsgáljuk meg, hányszor van meg a rövidebb köz a nagyobban.

b) Rajzoljunk közt, s annak ötszörösét! hétszeresét!

c) Rajzoljunk közt s osszuk: 2, 4, 8; 3, 6, 9; 5, 10 egyenlő részre.

V. A téglalap és a négyzet területe.

1. Terület. Tantermünk 10 m hosszú és 7 m széles. Hány tanulót lehet benne elhelyezni, ha a dobogóra és padközökre 10 négyzetméternyi s minden tanulóra egy négyzetméternyi helyet kell számítani?

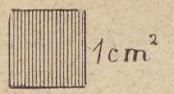
Hogy erre a kérdésre válaszolhassunk, mindenekelőtt tudnunk kell, mekkora az a hely, melyen a tanulókat el lehet helyezni. Más szóval, ki kell számítanunk a tanterem *területét.*

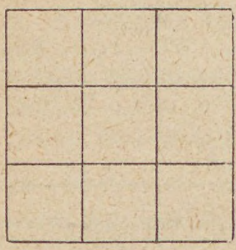
Terület az oldalok által bekerített lap nagysága.

2. Terület mérése. *Hogy a területet megmérhessük, határozott nagyságú területet veszünk mértékegységül s megnézzük, hányszor van meg ez a mértékegység a megmérendő területben. Az a szám, mely ezt mutatja, a terület mértékszáma.*

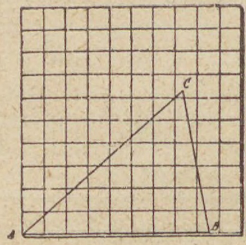
Hogy pl. a 42. ábrában látható négyzet területét megtudjuk, a felső kis négyzetet mértékegységül vesszük és megnézzük, hányszor van meg az alsóban. Látjuk, hogy 9-szer; mondhatjuk tehát, hogy az alsó négyzet területe = 9 területmértékegységgel.

Területmértékekül oly négyzeteket használunk, melyeknek oldalai hosszmértékegységek. Azt a négyzetet, melynek minden oldala 1 m, *négyzetméter*nek nevezzük; jele m^2, melyben a kis 2 azt jelenti, hogy hosszában is, széltében is egy méter. — A *négyzetdeciméter* (jele dm^2), *négyzetcentiméter* (jele cm^2), *négyzetmilliméter* (jele mm^2) oly négyzetek, melyeknek oldalai 1 *dm*, 1 *cm*, illetőleg 1 *mm*.





42. ábra.



43. ábra.

A négyzetcentimétert a sraffirozott négyzet a 42. ábrában valódi nagyságában mutatja. — Rajzoljunk egy dm^2-t és osszuk cm^2-ekre. Jelöljünk ki krétával a padozaton (cövekkel a szabadban) egy m^2-t. — Rajzoljunk egy mm^2-t.

3. Összefüggés a terület-mértékegységek között. A területmértékeknek egymással való összefüggését a 43. ábrából tanulhatjuk. Ha a nagy négyzetnek minden oldala 1 *m* volna, a nagy négyzet 1 m^2. Ebben az esetben minden kis négyzet oldala 0·1 *m*, vagyis 1 *dm*, tehát minden kis négyzet 1 dm^2. Ha a kis négyzeteket megszámláljuk, megtudjuk, hány dm^2-rel egyenlő a m^2. Ezt a megszámlálást így hajtjuk végre: van 10 sor kis négyzet, és minden sorban van 10 négyzet: összesen tehát van 10×10, vagyis 100 kis négyzet.

Mondhatjuk tehát: *Egy négyzetméter annyi, mint 100 négyzetdeciméter.* Hasonlóképpen 1 $dm^2 = 100$ cm^2; 1 cm$^2 =$ 100 mm^2.

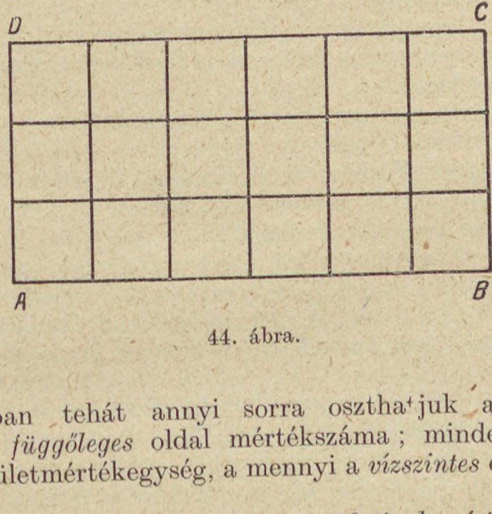
Nagyobb területeknél mértékegységül az *ár (are)*, a *hektár* és a *négyzetkilométer* szolgál. Az *ár* (jele *a)* oly négyzet, melynek minden oldala 10 m hosszú; a *hektár* (jele *ha)* oly négyzet, melynek minden oldala 100 m; a *négyzetkilométer* (jele km^2) oly négyzet, melynek minden oldala 1 km.

1 a = 100 m^2, 1 ha = 100 a = 10.000 m^2,
1 km^2 = 100 ha = 10.000 a = 1,000.000 m^2.

4. A téglalap területe. Lássuk már most, miképpen számítjuk ki a téglalap területét.

A 44. ábrában oly téglalapot rajzoltunk, melynek AB hosszúsága 6 cm, BC szélessége 3 cm. Területének meghatározása végett meghúzzuk egy-egy centiméter távolságban a vízszintes és függőleges hálóvonalakat. Ezek a téglalapot négyzetcentiméterekre osztják. A vízszintes egyenesek a téglalapot 3 sorra osztják; minden sorban van 6 cm²; a téglalap területe tehát $3 \times 6 = 18$ cm².

Nagyobb téglalapnál a hosszúságot és szélességet dm-rel vagy m-rel mérjük meg. Ha pl. a hosszúság 4 dm, a szélesség 3 dm, akkor a téglalapot 3 sorra osztjuk; minden sorra 4 dm² esik; a téglalap területe ekkor $= 3 \times 4 = 12$ dm².



44. ábra.

Általában tehát annyi sorra oszthatjuk a téglalapot, amennyi a *függőleges* oldal mértékszáma; mindegyik sorban annyi a területmértékegység, a mennyi a *vízszintes* oldal mértékszáma.

Mondhatjuk tehát: *A téglalap területének mértékszámát úgy találjuk meg, hogy a hosszúságot és szélességet egyazon hosszmértékkel megmérjük és a mértékszámokat egymással szorozzuk. A területet oly területmértékegységben kifejezve kapjuk, mely megfelel a használt hosszmértékegységnek.*

Most már meg tudjuk fejteni az 1. pontban adott feladatot. Tantermünk 10 m hosszú és 7 m széles. Tehát területe $= 7 \times 10 = 70$ m². Ebből a dobogóra és padközökre le kell vonni 10 m²-t; marad a tanulóknak 60 m². Egy tanulóra egy m²-t számítva, a tanteremben 60 tanuló számára van hely.

Még egy feladat: Téglalap-alakú szántóföld 38 m 6 dm hosszú és 12 m 3 dm széles; mekkora a területe?

Megfejtés. Mindenekelőtt a hosszúságot és a szélességet egyféle mértékben fejezzük ki, péld. dm-ekben, azután a mértékszámokat egymással szorozzuk.

38 m 6 dm = 386 dm

12 m 3 dm = 123 dm

	123×386
	1158
	772
	386
a szántóföld területe	47478 dm² = 474 m² 78 dm².

Feladatok. 1. Számítsuk ki a téglalap területét, melynek

hosszúsága:	*a)* 4 cm	*b)* 7 dm	*c)* 48 dm	*d)* 84 m
szélessége:	11 cm	34 cm	524 dm	93 m

2. Hány m^2 a területe oly téglalap-alakú asztallapnak, melynek hossza 152 cm, szélessége 94 cm?

3. Hány m^2 egy 10 m hosszú és 52 cm széles kárpitdarab?

4. Határozzuk meg a tanterem padozatának, mennyezetének és oldalfalainak területét.

5. Határozzuk meg tankönyvünk egy lapjának területét. Mekkora területet födhetünk be a tankönyv lapjaival?

6. A budapesti Erzsébet-tér téglalap-alakú; hossza 180 m, szélessége 172 m. A József-tér is téglalap-alakú; hossza 104 m, szélessége 55 m. Mekkora minden egyes tér területe?

7. Ha 1 m^2 mázolásért 280 fillért számítanak, mennyibe kerül oly padozat mázolása, mely 82 dm hosszú és 375 cm széles?

8. Egy 825 dm hosszú és 168 dm széles derékszögű padozathoz hány darab négyszögű lap szükséges? A lapok hossza 42 cm, szélessége 33 cm.

9. Valamely 82 dm hosszú és 68 dm széles szobát 12 dm hosszú és 2 dm széles deszkákkal kell padolni. Hány deszka szükséges?

10. Milyen hosszú 35 cm széles kárpit szükséges oly szoba falainak bevonására, melynek hossza 652 cm, szélessége 503 cm, magassága 315 cm?

11. Valamely tükör rámástól 102 cm hosszú, 67 cm széles; mekkora a tükörlap területe, ha a ráma 12 cm széles?

12. Egy rézmetszet képlapja 68 cm hosszú és 44 cm széles. A fehér keret körülötte 15 cm, a fakeret 7 cm széles. Mekkora területet takar ez a kép a falon?

13. Egy rajzdeszka 84 cm hosszú és 56 cm széles. Mennyibe kerül, ha 1 m^2-ért 9 K-t számítanak?

14. Egy rét 87 m hosszú és 45 m széles. Hány *ár* a területe?

15. Egy rét 96 m hosszú és 48 m széles. Hány kg szénára számíthat a tulajdonos, ha egy *ár*-nak az átlagos termése 40 kg?

16. Mily hosszú oly téglalap-alakú szántóföld, mely 650 m széles és területe 6946 *ár?*

17. Egy rétet, melynek területe 28,485 *ár*, cserébe adnak ugyanakkora területű téglalap-alakú rétért, melynek egyik oldala 6.750 m; mekkora az utóbbi téglalap másik oldala?

18. Milyen hosszú egy 7·9 m széles terem, melynek a területe egyenlő egy másik terem területével, mely 5·8 m hosszú és 6·3 m széles?

5. A négyzet területe. A négyzet abban különbözik a téglalaptól, hogy hosszúsága egyenlő a szélességével. Ha tehát a négyzetet területmértékegységekre osztjuk (42. ábra), akkor minden sorban annyi az egység, ahány sor van. Tehát, ha a négyzet oldalai 3 cm hosszuak, a területe $= 3 \times 3 = 9$ cm^2.

Mondhatjuk tehát: *A négyzet területének mértékszámát úgy találjuk, hogy egy oldal mértékszámát önmagával szorozzuk.* A területet abban a területmértékegységben kapjuk kifejezve, mely megfelel a használt hosszmértékegységnek.

Példa. A négyzet oldala 16 dm; mennyi a területe?

Az oldal mértékszámát önmagával szorozzuk, $16 \times 16 = 256$. A dm-nek megfelel a dm^2; a terület $= 256$ dm^2.

Feladatok. 1. Számítsuk ki a négyzet területét, ha az oldala: 2 dm, 3 dm, 4 dm, 5 dm, 6 dm, 7 dm, 8 dm, 9 dm, 10 dm! 12 cm, 25 cm, 45 cm! 13 m, 56 m!

2. Rajzoljunk négyzetet, melynek területe 4 cm^2, 9 cm^2, 16 cm^2, 144 cm^2. (Ismerni kell az oldalt.)

3. Határozzuk meg annak a négyzetnek a területét, melynek kerülete *a)* 18 m, *b)* 21 m, *c)* 121 cm.

4. Egy m^2 területű üvegtáblából 25 cm hosszú négyzetalakú üvegtáblácskákat akarunk vágni. Hányat vághatunk? (16.)

5. A fürdőszoba egyik falát 112 cm hosszúságban és 72 cm szélességben négyzetalakú mázas cseréplapokkal borítják. Egy-egy cseréplap 8 cm hosszú és széles. Hány darab cserép kell?

6. Egy terem 33 m hosszú és 16 m széles. Padlóját négyzetes falapokból rakták össze, melyeknek oldala 15 cm hosszú. Hány ily lap kellett a padlóhoz?

VI. A derékszögű háromszög.

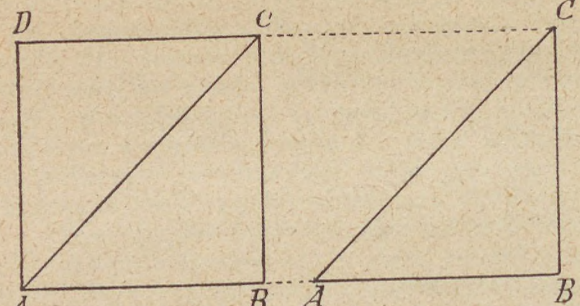
1. Egyenlőszárú derékszögű háromszög. Az átló a négyzetet két egybevágó részre bontja (45. ábra).

Az ABC részt szemügyre véve, látjuk, hogy három sarokpontja van és három oldal határolja; a neve *háromszög*. Ily alakot látunk templomok tornyán, görög stílű épületek ormán stb. Serétmérlegünk hasonló alakú. (17. ábra.)

Az ABC háromszögben a) *két oldal egyenlő* ($AB = BC$); e tulajdonsága miatt háromszögünk *egyenlőszárú*. Az egyenlő oldalok a *szárak*, a harmadik hosszabb oldal az *alapvonal*.

b) A két szár derékszöget foglal be. E tulajdonság miatt háromszögünk *derékszögű*. Teljes neve tehát: *egyenlőszárú derékszögű háromszög*. A melléknevek megmondják a tulajdonságait.

Az átló a négyzetet két egybevágó egyenlőszárú derékszögű háromszögre osztja.

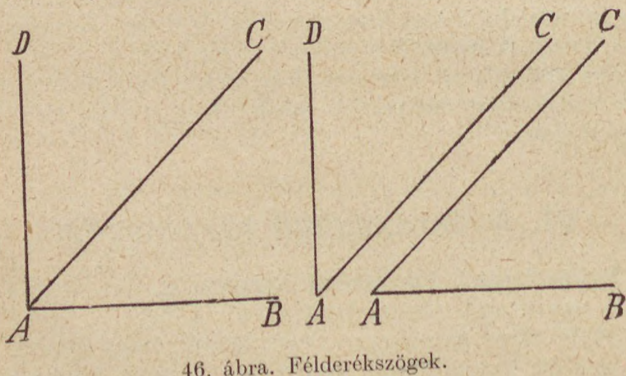


45. ábra. Az átló a négyzetet két egyenlőszárú derékszögű háromszögre bontja.

2. **Félderékszög.** Az AC átló az A és a C sarokpontoknál levő derékszögeket is két-két egyenlő részre, *félderékszögekre* osztja (46. ábra). Az átló a derékszög *felező vonala.*

A négyzetben az átló felezi a derékszöget. Az átló a négyzet oldalaival félderékszöget alkot.

Az egyenlőszárú derékszögű háromszögben egy derékszög és két félderékszög van.

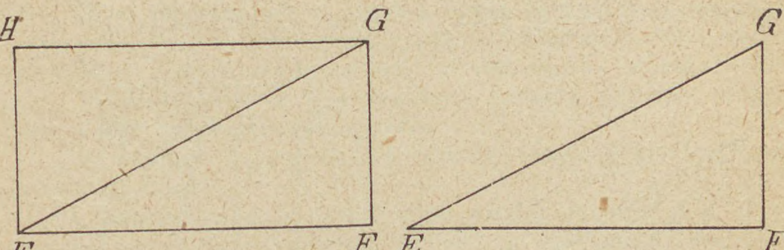


46. ábra. Félderékszögek.

Rajzolás. Rajzoljunk egyenlőszárú derékszögű háromszöget, melyben minden szár 5 cm hosszú. — *Utasítás.* Rajzoljunk 5 cm hosszú egyenest; erre az egyik végpontjában derékszöget; a derékszög másik szárára mérjük reá az 5 cm-t és kössük össze a két szár végpontjait.

3. **Egyenlőtlenoldalú derékszögű háromszög.** Ha a téglalapot is átlójával ketté vágjuk, az EFG és GEH derékszögű háromszögeket kapjuk (47. ábra). Ezekben a háromszögekben minden oldalnak más a hosszúsága; kettő sem egyenlő egymással. Azért nevök: *egyenlőtlenoldalú derékszögű háromszög.*

Az átló a téglalapot két egybevágó egyenlőtlenoldalú derékszögű háromszögre osztja.



47. ábra. Az átló a téglalapot két egyenlőtlenoldalú derékszögű háromszögre bontja.

4. *Kétféle derékszögű háromszöget ismerünk: egyenlőszárút és egyenlőtlenoldalút.* A faháromszögek közül, amelyekkel rajzolunk, az egyik egyenlőszárú, a másik egyenlőtlenoldalú derékszögű háromszög (27) ábra).

A derékszögű háromszög oldalainak külön neveket adunk. *Befogó* (görögül kathetos) *az a két oldal, melyek a derékszög mellett vannak, vagyis a derékszöget befogják (EF, FG,* 47. ábra). *Átfogó* (görögül hypothenusa) *az az oldal, mely a derékszöggel szemközt van (EG).*

Az átfogó a derékszögű háromszög leghosszabb oldala. Az egyenlőszárú derékszögű háromszögben a befogók egymással egyenlők, az egyenlőtlenoldalú derékszögű háromszögben nem egyenlők.

5. **Hegyes szög.** A téglalapban az EG átló úgy az E-nél, mint a G-nél levő derékszöget két-két részre osztja, melyek közül az egyik *nagyobb*, mint a félderékszög, a másik *kisebb*, mint a félderékszög. (Megmutatás egymásra fektetés által.) Ezek tehát oly szögek, melyek *kisebbek* mint a derékszög. Ily szögek neve: *hegyes szög.*

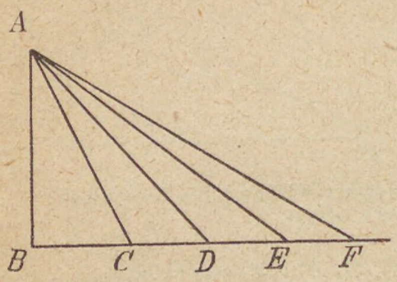
Most már háromféle szöget ismerünk: derékszöget, nyújtott szöget (= 2 derékszöggel), hegyes szöget (kisebb mint a derékszög). A félderékszög is hegyes szög.

Rajzoljunk derékszöget, nyújtott szöget, többféle hegyes szöget.

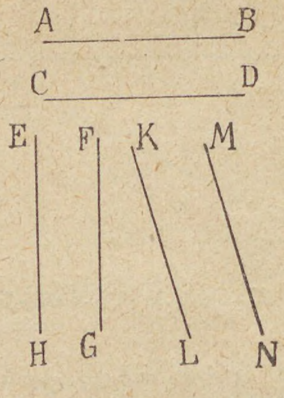
A derékszögű háromszögben a befogók derékszöget zárnak be; az átfogó a befogókkal hegyes szögeket alkot.

6. Ferde és merőleges egyenesek. *Ha két egyenes egymással hegyes szöget alkot, akkor azt mondjuk, hogy egymáshoz ferdén állanak.* Péld. az AC egyenes a BC egyeneshez ferdén áll (48. ábra).

Ha két egyenes egymással derékszöget alkot, akkor azt mondjuk, hogy egymásra merőlegesen állanak. — Péld. a BF egyenes az AB egyenesre merőlegesen áll; jelekben $BF \perp AB$ (48. ábra). Egyszersmind $AB \perp BF$.



48. ábra.



48*a*. ábra. Párhuzamos egyenesek.

Függőleges egyenes a vízszintesre mindig merőlegesen áll. Egy egyenesre annak egyik pontjában csak egy merőlegest rajzolhatunk.

Feladat. Rajzoljunk ferde egyenest; jelöljünk ki benne két pontot s rajzoljunk e pontokban az egyenesre merőlegeseket.

7. Pont távolsága egyenestől. Egy A pontból (48. ábra) valamely BF egyeneshez számtalan vonalat húzhatunk; ezek között csak egy van, AB, mely az adott BF egyenesre merőlegesen áll. — Hasonlítsuk össze a merőleges vonal hosszát a ferde vonalak hosszaival. Azt látjuk, hogy: *A pontból az egyenesig húzott vonalak között a merőleges vonal a legrövidebb.*

A pontból az egyenesre húzott merőleges egyenes hosszúsága meghatározza a pont távolságát az egyenestől.

Rajzoljunk egyenest és az egyenesen kívül pontot, s határozzuk meg e pont távolságát az egyenestől. Rajzoljunk pontokat, melyek az egyenestől 30 mm távolságra vannak.

8. Párhuzamos egyenesek. Az $ABCD$ téglalapon (11. ábra) az AB oldal összes pontjai a szemközt levő CD oldaltól *egyenlő távolságban* vannak. A két oldal között a távolság *mindenütt* egyenlő; annyi, mint AD vagy BC.

Az AD és BC oldalok között is a távolság mindenütt egyenlő; annyi, mint AB vagy CD.

Oly egyeneseket, melyek között mindenütt egyenlő távolság van, párhuzamos egyeneseknek nevezünk. A párhuzamosnak jele : ||. Péld. $AB \parallel CD$ (48a) ábra). Olvasd : az AB egyenes párhuzamos a CD egyenessel.

Minthogy párhuzamos egyenesek között a távolság mindig ugyanaz, azért azok *bármeddig meghosszabbítva nem találkoznak.*

Oly egyenesek, melyek kellőképpen meghosszabbítva találkoznak, *nem párhuzamosak* egymással. Péld. MN és OP (16. ábra). Nem párhuzamos egyenesek egyik oldalukon eltávoznak egymástól, vagy *széttartanak ;* másik oldalukon közelednek egymáshoz, vagyis *összetartanak.* Az összetartás oldalán kellőképp meghosszabbítva *egy* pontban metszik egymást. Ez a pont a két egyenes *metszéspontja.*

Párhuzamos egyenesek bármeddig meghosszabbítva *nem metszik* egymást.

A négyzetben és a téglalapban két-két szemben levő oldal párhuzamos. A háromszögben nincsenek párhuzamos oldalak.

Párhuzamos egyenesek példái : Telegráfdrótok ; a vasút vágányai ; marsirozó katonaság sorai ; a sorvezető vonalai ; az egy széltől hajtott szélkakasok ; az ablaktábla két szűk nyílásán át behatoló napsugarak stb. Mutassunk a tanteremben levő tárgyakon párhuzamos egyeneseket : *a)* vízszintes, *b)* függőleges, *c)* ferde helyzetben.

9. Derékszögű háromszögek területe. A derékszögű háromszög a téglalapnak (vagy négyzetnek) fele ; ezért : *A derékszögű háromszög területét úgy számítjuk ki, hogy a befogók mértékszámainak szorzatát kettővel osztjuk.*

Feladatok. Számítsuk ki a derékszögű háromszög területét, ha az egyik befogója : 2 dm, 3 dm, 5 m, 16 m, 35 cm ;
a másik befogója : 3 dm, 7 dm, 8 m, 71 dm, 5 dm.

2. Rajzoljunk egyenlőszárú derékszögű háromszöget, melynek befogói 84 mm hosszúak, és számítsuk ki a területét.

3. Rajzoljunk derékszögű háromszöget, melynek egyik befogója 63 mm, a másik 4 cm ; számítsuk ki a területét.

4. Egyenlőszárú derékszögű faháromszögünk külső befogóinak mértékszáma 23 cm, a belsőké 11 cm ; számítsuk ki a fának területét !

5. Egy négyzetben az átlók metszéspontja 15 cm távolságban van a sarokponttól. Mekkora a négyzet területe ?

6. Számítsuk ki a négyzet területét, ha az átlók hosszúsága : 1 dm, 2 dm, 4 dm, 6 dm, 8 dm, 16 dm.

Díszítmények háromszögekből :

1. Görög kereszt négyzetben (II. lap, 15. ábra). A külső négyzetbe sarokponton álló négyzetet rajzolunk ; e négyzet oldalait három egyenlő részre osztjuk ; az osztópontokon át vízszintes és függőleges egyeneseket húzunk ; a további szerkesztés az ábrából látható. A *görög* kereszt karjai egyenlők.

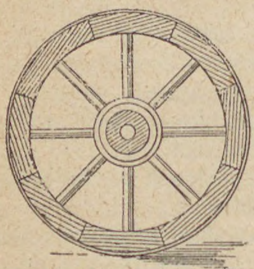
2. Szegélydísz egyenlőszárú derékszögű háromszögekből (II. lap, 16. ábra). A díszítendő szegély közepében a széleivel párhuzamos egyenest húzzuk; a szegély félszélességét körzőbe vesszük és a külső vonalra folytatólagosan reárakjuk; a talált pontokban a középvonalra merőlegeseket rajzolunk.

3. Mozaik egyenlőszárú derékszögű háromszögekből és négyzetekből (II. lap, 17. ábra). Megrajzoljuk a sarokponton álló négyzeteket; úgy a külső, mint a belső négyzet oldalait három egyenlő részre osztjuk; a belső négyzetben négy derékszögű-egyenlőszárú háromszöget rajzolunk, melyek egy új négyzetet vesznek körül.

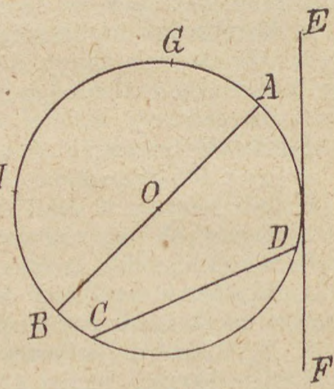
VII. A körvonal.

1. A kocsikerék (49. ábra) küllői egyenlő hosszuak. Ugyancsak egyenlő hosszuak azok az egyenesek is, amelyeket a kerék határvonalától a kocsi tengelyéhez húzunk. Tehát a kerék abroncsának minden pontja egyenlő távolságban van a középen levő ponttól. Ily vonal neve: *körvonal*, röviden *kör*.

A körvonal példái: az óra, a tányér, az ércpénz, a nap, a hold karimája stb.



49. ábra. Kerék.



50. ábra.

A körvonal görbe vonal. Azt a pontot, melytől a körvonal valamennyi pontja egyenlő távolságra van, a körvonal középpontjának (centrumának) *nevezzük.*

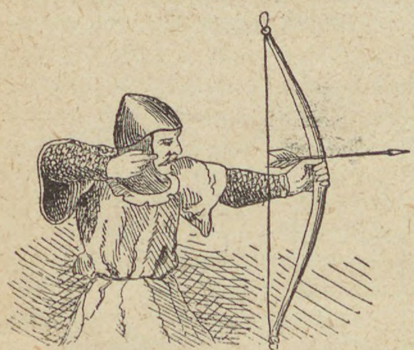
A körvonal körlapot kerít be. A körvonal a körlap kerülete.

2. A körvonal rajzolása. Mérőkörzőnk egyik acélhegye helyébe ceruzatartót vagy kihúzótollat tehetünk. Ha most bizonyos közt körzőbe véve, az acélhegyet a papiros egyik pontjába szúrjuk s a körzőt, a fejénél tartva, beszúrt karja körül forgatjuk: a másik kar végén levő ceruza a papiroson körvonalat rajzol.

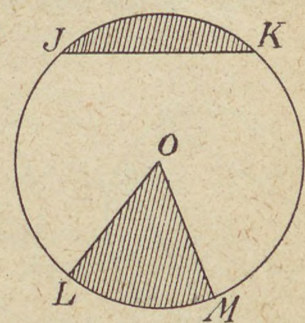
A kertész köralakú virágágyat oly módon jelöl meg, hogy a közepébe szúrt cövekhez zsineget köt, melyet kifeszítve körülmozgat; eközben a zsineg végére kötött hegyes cövekkel a földre körvonalat rajzol.

3. *Az egyenesek, melyek a körvonal pontjait összekötik a középponttal, a kör sugarai (OA, OB* 50. ábra). Latin nevök: *radius*; ezért a sugár jele *r*. *Ugyanegy körben a sugarak egyenlők.*

Oly egyenest, mely a körvonal két pontját köti össze egymással (péld. *CD* 50. ábra), *húrnak nevezünk.* Nevét az íjj húrjától kapta (51. ábra).



51. ábra. Iv és húr.



52. ábra. Körszelet és körcikk.

A húrok annál kisebbek, minél távolabb vannak a középponttól, s annál nagyobbak, minél közelebb vannak a középponthoz.

Legnagyobbak azok a húrok, melyek átmennek a középponton (AB 50. ábra). *A középponton átmenő húr neve átmérő* (diameter). *Az átmérő kétszer akkora, mint a sugár. Ugyanegy körben az átmérők egyenlők.*

Ha a körvonal valamely egyeneshez simul (péld. *EF*-hez, 50. ábra), *akkor az egyenesnek csak egy pontja van a körvonalon, máskülönben egészen a körlapon kívül esik. Ily egyenes neve érintő* (tangens).

Más egyenes a körvonalat vagy nem metszi, vagy két pontban metszi. Utóbbi esetben az egyenes neve *átszelő* (secans).

A *CD* húr elvágja a körvonalnak és a körlapnak egy részét. *A körvonal részét körívnek* (latinul *arcus*-nak) *nevezzük. (CD* vagy *GH* 50. ábra, továbbá *JK* 52. ábra.) *A körlapnak azt a részét, melyet a húr belőle elvág, körszeletnek nevezzük (JK* 52. ábra).

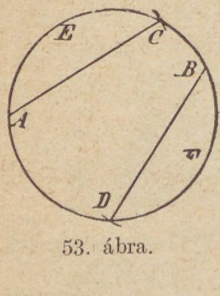
Jegyzet. Valamely húrhoz tulajdonkép két körív tartozik : egy nagyobb és egy kisebb. Mi ezek közül rendesen a kisebbet értjük, hacsak külön ki nem emeljük, hogy a nagyobbik értendő.

A körlapnak oly részét, melyet két sugár és a közöttük levő körív határol (LOM, 52. ábra), *körcikknek nevezzük.*

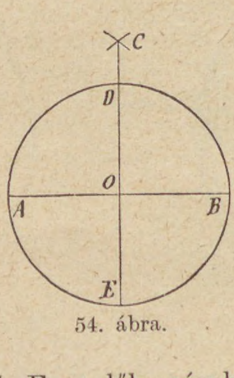
4. Körök és ívek összehasonlítása. Rajzoljunk ugyanegy sugárral két vagy több kört ; egyet kivágunk és a többire helyezzük ; látjuk, hogy kerületeik egymást födik s az egyik kör minden része illik a másik kör minden részébe (az egyik kört a másikban forgathatjuk). *Egyenlő sugárral biró körök egybevágók.*

Ha különböző sugárral rajzolunk köröket, ezek hasonlók egymáshoz, de sem a körök, sem részeik nem illenek össze.

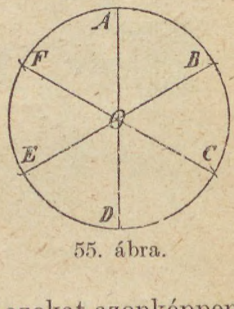
Tehát csak oly íveket fektethetünk egymásra, melyek ugyanegy körnek vagy egyenlő köröknek részei. Ily ívek egyen-



53. ábra.



54. ábra.



55. ábra.

lők vagy nem egyenlők. Egyenlők az ívek, ha azokat azonképpen fektethetjük egymásra, hogy végpontjaik összeesvén, egymást födik ; különben nem egyenlők.

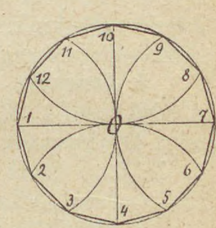
Egyenlő ívekhez egyenlő húrok tartoznak. Péld. ha az AC ív = a BD ívvel (53. ábra), akkor az AC húr = a BD húrral.

Megfordítva : *Egyenlő húrokhoz egyenlő ívek tartoznak.* Ha az AC húr = a BD húrral, akkor az AC ív = a BD ívvel.

5. A körvonal szimmetriája. Ha a körlapot egy átmérője hosszában összehajtjuk, a két része *egybevágó. Az átmérő a körvonalat és a körlapot felezi.*

A körlap szimmetriás alak ; bármely átmérője szimmetriatengelye. Tehát a körnek számtalan szimmetrálisa van ; akármely helyzetben szimmetriásnak látjuk.

6. A körvonal néhány osztása. *a)* Két egyenlő részre vagy *félkörökre* a körvonalat úgy osztjuk, hogy benne átmérőt húzunk. *b)* Négy egyenlő részre, vagy *negyedkörökre* a körvonalat úgy osztjuk, hogy előbb az AB átmérővel felezzük (54. ábra) ; azután erre az átmérőre merőleges DE átmérőt rajzolunk ; ez a két félkört ismét felezi. Ha a negyedköröket újra felezzük, *nyolcadköröket* kapunk. *c)* Hat egyenlő részre vagy hatodkörökre a körvonalat akkép osztjuk, hogy a sugarat körzőbe vesszük és a körvonal valamely *A* pontjától számítva, a körvonalon körülrakjuk (55. ábra). *A sugarat a körben mint húrt éppen hatszor lehet körülrakni.* *d)* Tizenkét egyenlő részre a körvonalat úgy osztjuk, hogy két egymásra merőleges átmérőt rajzolunk (56 ábra) s a kör sugarával mindegyik átmérő végpontjaiból a körvonalat mindkét oldalon metsszük. A talált pontok és az átmérők végpontja a kört 12 egyenlő részre osztják.



56. ábra.

7. Az ívmérték. Ivet mérni annyit tesz, mint keresni, hányszor foglalja magában *az ívmérték egységét.* Az ívmérték egységéül annak a körvonalnak a 360-ad részét választjuk, melyhez a megmérendő ív tartozik. A körvonal 360-ad részét *ívfoknak* (jele ^{0}) nevezzük. Az ívfok feloszlik 60 *ívpercre* ($'$), az ívperc 60 *ívmásodpercre* ($''$).

A kerület $= 360^0$; $1^0 = 60'$; $1' = 60''$. A félkör $= 180^0$; a negyedkör $= 90^0$; a hatodkör $= 60^0$.

Feladat. Hány fok a körvonal 10-edrésze? Hány fok és perc a körvonal 11-edrésze? Hány fok, perc és másodperc? Hány fok a tizenkettedkör? A huszonnegyedkör?

Összefoglalás. 1. *Azt a görbe vonalat, melynek minden pontja egy belülfekvő ponttól — a középponttól — egyenlő távolságban van,* ***körvonalnak*** *nevezzük. — Ezek az egyenlő távolságok a kör* ***sugarai.*** *— Oly egyenest, mely a kör két pontját összeköti,* ***húrnak*** *nevezünk. A középponton átmenő húr neve* ***átmérő.*** *—* ***Érintő*** *az az egyenes, mely a körnek csak egy pontján halad át és egészen a körvonalon kívül marad.*

2. ***Idomok.*** *A lapnak azt a részét, amelyet mindenfelől vonalak határolnak, idomnak nevezzük.* A téglalap, négyzet, derékszögű háromszög, kör, körcikk, körszelet idomok.

Az idomot határoló vonalok együtt az idom kerületét teszik. A bekerített lap nagyságát az idom területének nevezzük.

Az idomok : a) *egyenesvonaluak, ha kerületük csupán egyenesekből áll* (pl. a téglalap) ; b) *görbevonalúak, ha a kerület csupán görbe vonalokból áll* (péld. a körlap) ; c) *vegyesvonaluak, ha a kerület egyenes és görbe vonalokból áll* (pl. a körcikk, körszelet).

Az egyenesvonalú idomok kerülete csupán egyenes vonalokból áll. Ezeket a vonalokat az idom oldalainak nevezzük. Két szomszédos oldal szöget alkot. A szomszédos oldalok metszéspontjai az idom sarkpontjai.

Oly idomot, melyet 3 egyenes határol, háromszögű idomnak, röviden háromszögnek nevezünk, *mert* három szöget tartalmaz. *Oly idomot, melyet 4 egyenes határol, négyszögű idomnak, röviden négyszögnek nevezünk,* mert négy szöget tartalmaz.

Díszítmények körívekből :

1. Félkörökből alakuló hullámvonal (III. lap, 18. ábra). Tetszőleges egyenesre rakjuk rá az egységet pl. 12-szer. Azután vegyük körzőbe az egységet és rajzoljunk a 2., 6., 10. pont körül az egyenes felett, a 4., 8., 12. pont körül pedig alatta félköröket. Ezek a félkörök *hullámvonalat* alkotnak. Azután rajzoljunk ugyanazon középpontok körül kétszer akkora sugárral is félköröket.

2. Csúcsban érintkező félkörök két sorban (III. lap, 19. ábra). A felső vonal 1., 3., 5. . . . . ., valamint a középső vonal 0., 2., 4. . . pontjai mint középpontok körül félköröket rajzolunk ; majd a középső vonal 1., 3., 5. . . és az alsó vonal 0., 2., 4. . . pontjai körül rajzolunk köríveket odáig, ahol a félköröket metszik.

3. Részlet a jáki templom díszkapujáról (III. lap, 20. ábra). Ják vasmegyei község diszes román stílü temploma a XIII. század elején épült. A török uralom alatt leégett, 1745-ben újra fölépítették ; még ma is egészen ép. Utánzata a budapesti városligetben, a mezőgazdasági muzeum épületének udvari részén látható.

A téglalap magasságát 3 egyenlő részre osztjuk. Az alsó harmadrész osztópontján át az alapvonallal párhuzamost húzunk. Erre a párhuzamosra ismételten (az ábrán 12-szer) felrakjuk a magasság harmadrészét és ezzel a sugárral az 1., 3. . . . pontok körül a vonal alatt fél köröket rajzolunk. A 2., 4. . . . pontok körül kétszer akkora sugárral megrajzoljuk a vonal feletti félköröket. Igy megkapjuk a külső hullámvonalat. Ugyanígy megrajzoljuk a belső vonalat is.

4. Körívekből álló fonott díszítés (III. lap, 21. ábra). Egymásba érintőileg átmenő körívekből áll, amelyeknek középpontjait az alsó és felső közös érintő egyenesektől félegység távolságban vesszük föl.

5. Levélalak (IV. lap, 22. ábra). A körben az *AB* átmérőt húzzuk. Az *A* és *B* pontok mint középpontok körül a negyedkör húrjával, mint sugárral, köríveket rajzolunk. A *C* és *D* pontok körül a nagy kör sugarával negyedköröket rajzolunk. Az alakot zöld színnel kifesthetjük.

6. Díszítés székely bútorról (IV. lap, 23. ábra). Félkörökből és egyenesekből alakuló vegyes hullámvonal.

7. Boglár a székesfehérvári sírleletről (V. lap. 25. ábra). Gombalakú ötvösmű ezüstbe vagy aranyba foglalt gyöngyökkel és drágakövekkel, a magyar díszruha ékítésére szolgál. A félkörök sugara a négyzet oldalának negyedrésze ; a teljes köröké félakkora.

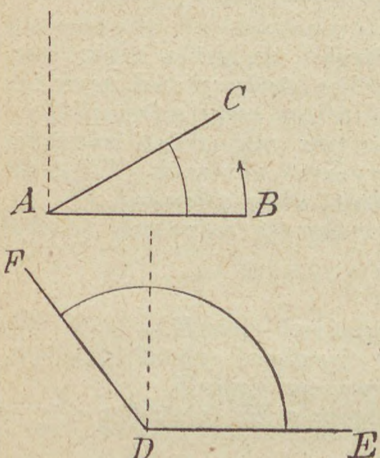
8. Díszítmény baranyai bicskanyélről (IV. lap, 26. ábra). Az előbbi minta benne ismétlődik.

VIII. A szög.

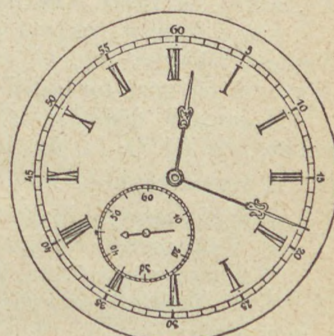
1. A szögek keletkezése. *Ha két egyenes egymást metszi, metszéspontjuknál szögek keletkeznek. A metszéspont a szögek csúcsa ; az egyenesek a szögek szárai.* A szög jele : ∢.

2. A szög jelölése. A szöget többféleképpen nevezzük meg :

a) A csúcshoz meg a szárakhoz betűket írunk s ezeket oly rendben olvassuk, hogy a csúcsnál levő betüt a má-



57. ábra.
Hegyes és tompa szög.



58. ábra.
Az óramutató szögeket ír le.

sik két betű *között* mondjuk ; péld. a *CAB* vagy *BAC* ∢ (57. ábra).

b) A szárak közé, közel a csúcshoz, a kis á-bé-cé egyik betűjét írjuk és azt mondjuk : az *a*∢.

c) Ha a csúcsnál csak egy szög van, elegendő a csúcs betüjének kimondása ; péld. az *A* ∢.

3. A szögek származtatása a sugár forgásából. A szögeket a sugár forgásából származtathatjuk. Ha az óramutató a XII. ponttól a III. pontig forog, derékszög származik. Ha ennél kisebb forgást végez, hegyesszögek származnak. Ha a XII-től a VI-ig forog, két derékszög vagy nyújtott szög származik.

Az ajtó felső és alsó széle, az ember karja és lába, az óra ingája, a mágnestű, a szélkakas, a körző karja stb. szintén szögeket írnak le.

E példákból látjuk, hogy a szög nagyságát az a forgás határozza meg, mely szükséges ahhoz, hogy az egyik szár *(AB)* a másik szár *(AC)* helyére jusson (57. ábra).

A forgás nagysága, mellyel az egyik szárat a saját helyéből a másik szár helyébe hozzuk, ugyanaz, akár hosszabbak, akár rövidebbek a szárak; azért mondhatjuk:

A szög nagysága nem függ a szárak hosszúságától.

A zsebóra mutatója, meg a toronyóra mutatója ugyanegy időben egyenlő szögeket írnak le.

Nagyságra nézve, két szög lehet egyenlő vagy nem egyenlő. *Két szög egyenlő,* ha úgy rakhatjuk egymásra, hogy csúcsaik és száraik födjék egymást.

4. A szögek nemei. Azt a forgást, melyet a sugár tesz, míg eredeti helyzetébe visszajut, *teljes körülforgásnak* nevezzük (59. ábra). *A teljes körülforgásból* ***teljes szög*** *származik.*

Azt a forgást, melyet a sugár tesz, míg eredeti irányával ellentett irányba jut, *fél körülforgásnak* nevezzük *(FHG,* 60. ábra). *A fél körülforgásból* ***nyújtott szög*** *származik.*

A negyed körülforgásból ***derékszög*** *származik* (latinul rectus, jele *R*). *(KJL* 60. ábra).

A mondottakból következik:

a) *Valamennyi derékszög egymással egyenlő.*

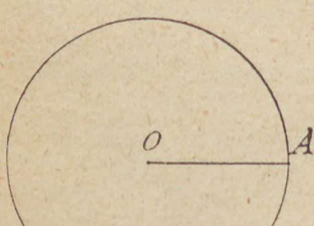
b) *Valamennyi nyújtott szög egymással egyenlő.*

c) *Valamennyi teljes szög egymással egyenlő.*

d) *A derékszög a nyújtott szögnek a fele és a teljes szögnek a negyedrésze.*

e) *A nyújtott szög a teljes szög fele.*

Ha a sugár egy negyedkörülforgásnál kisebb forgást tesz, a keletkező szög kisebb a derékszögnél. *A derékszögnél kisebb szöget* ***hegyes szögnek*** *nevezzük (MON,* 60 ábra és *BAC,* (57. ábra).

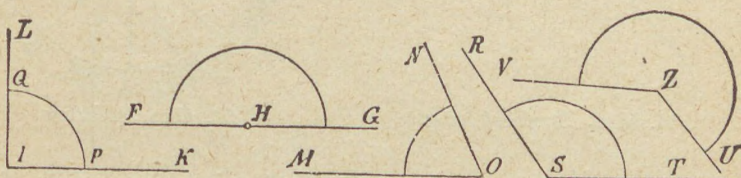


59. ábra. Teljes szög.

Ha a sugár nem állapodik meg a negyedkörülforgásnál, hanem még tovább forog, de forgása kisebb a félkörülforgásnál: oly szög keletkezik, mely nagyobb a derékszögnél, kisebb a nyújtott szögnél. *A derékszögnél nagyobb, de a nyújtott szögnél kisebb szög neve* ***tompa szög*** *(EDF,* 57 ábra és *TSR,* 60 ábra). Ha az egyenes a félkörülforgásnál nagyobb forgást végez, oly szög keletkezik, mely nagyobb a nyújtott szögnél; *neve domború szög* (*UZV*, 60. ábra és *GHJ*, 61. ábra).

A nyújtott szögnél kisebb szögeket (a hegyes, derék- és tompa szögeket) *egy néven* ***homorú*** *szögeknek nevezzük.*

Rajzoljunk nyújtott, derék, tompa, hegyes és domború szögeket. — Mennyi idő alatt ír le a nagy óramutató teljes szöget? nyújtott szöget? derékszöget? homorú szöget? domború szöget? hegyes szöget? tompa szöget? Minő szöget ír le, midőn I-től IV-ig forog? III-tól V-ig? II-től XII-ig? Karunkkal mutassuk meg a különböző szögek keletkezését. — A vasúti állomások bejáratánál alkalmazott *szemafor* (mely jelzi, hogy a közeledő vonat bemehet-e az állomásba, vagy nem) rövidebb karja milyen szöget alkot a függőleges póznával, ha »tilos«-ra igazitják? milyet, ha a pálya szabad? — Milyen szög van a szélrózsa (62.



60. ábra. A különféle szögek.

ábra) KDK és NyDNy, DDK és ÉÉNy, ÉK és DK, ÉNy és ÉÉK irányai között?

5. A szögmérték. Hogy a szögek nagyságát meghatározhassuk, az egész körülforgást 360 egyenlő részre osztjuk. *Azt a szöget, mely az egész körülforgásnak egy háromszázhatvanad részéből származik,* ***szögfoknak*** *nevezzük* (jele °).

Még kisebb forgások meghatározása végett a szögfokot 60 egyenlő részre, *szögpercekre* ('), és a szögperceket 60 egyenlő részre, *szögmásodpercekre* ('') osztjuk.

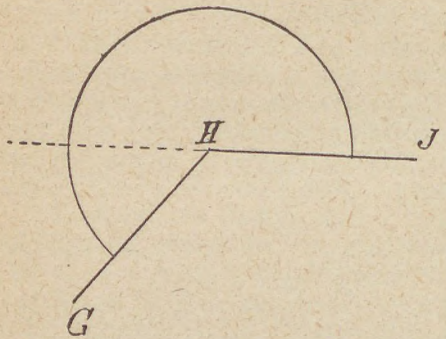
Hány szögfok a teljes, a nyújtott, a derékszög? Minő határok között, fokokban kifejezve, vannak a domború, a homorú, a hegyes, a tompa szögek? Határozzuk meg a következő szögek nemét: 72°, 110°, 210°, 170°, 43°, 300°.

Hány fokú szöget zárnak be a következő irányok (62. ábra): *É* és *K*; *ÉK* és *É*; *D* és *ÉK*; *É* és *DNy*; *K* és *DDNy*; *Ny* és *KÉK*; *NyÉNy* és *ÉNy*?

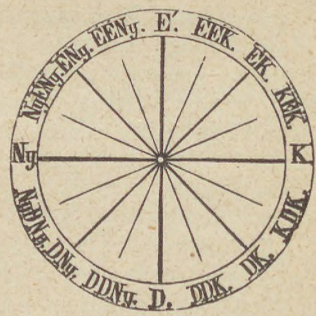
Hány fokú szöget ír le (58. ábra) a nagy óramutató XII-től I-ig? V-től VII-ig? Egy időperc alatt? tiz időperc alatt? egy óra alatt? Hány fokú szöget ír le egy óra alatt a kis mutató? Hány fokú szöget ír le a kis mutató 3 óra alatt? 6 óra alatt? 9 óra alatt? 12 óra alatt?

6. A szög és az ív. Mialatt a forgó egyenes *szöget* ír le, minden pontja *körívet* rajzol, melynek középpontja a szög csúcsában van (57. ábra). Azt mondjuk, hogy ez a körív *a szögnek megfelelő ív.*

A *teljes* szögnek az *egész* körvonal felel meg (59. ábra),



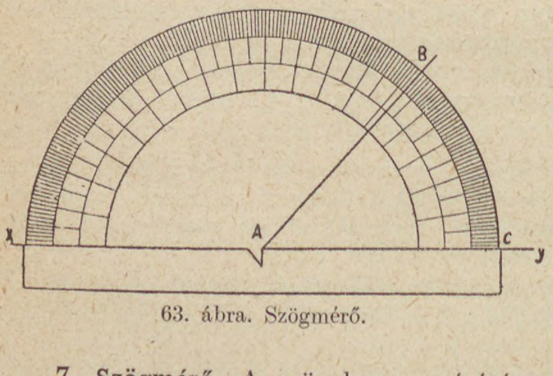
61. ábra. Domború szög.



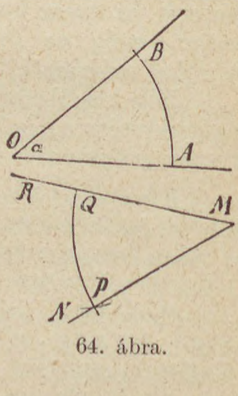
62. ábra. Szélrózsa.

a *nyújtott* szögnek a *félkör*, a *derék*szögnek a *negyedkör* (60. ábra).

A szögfoknak egy ívfok, a szögpercnek egy ívperc, a szögmásodpercnek egy ívmásodperc felel meg. Tehát a *szög mértékszáma mindig annyi, mint megfelelő ívének a mértékszáma.*



63. ábra. Szögmérő.

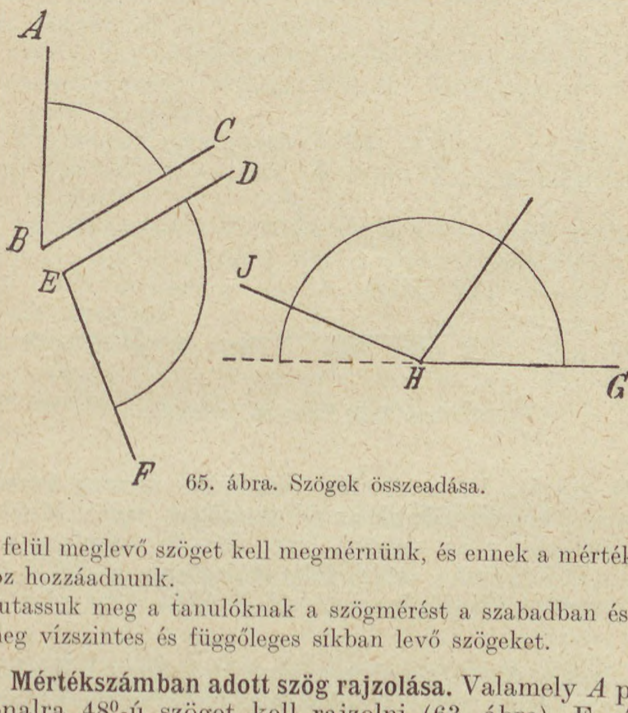


64. ábra.

7. Szögmérő. A szögek megmérésére a *szögmérő* szolgál (63. ábra). A szögmérő egy fokokra osztott félkör. Könnyebb kezelés végett szögalakú kivágás van a középpontnál. Ily szögmérők sárgarézből, átlátszó szarulemezből, kemény papirosból vagy fából készülnek.

8. Adott szög megmérése. A BAC ∢-et (63. ábra) úgy mérjük meg a szögmérővel, hogy a szögmérő középpontját a szög A csúcsára, a szögmérő xy átmérőjét a szög egyik AC szárához illesztjük; azután ettől kiindulva megszámláljuk a szögmérőn, hogy hány fok van a szög szárai között. Az ábrában feltüntetett esetben a szög 48^0-ú.

Gyakorlatok rajzolt és tárgyakon levő szögek becslésében és mérésében. A becslésnél a hegyes szöget képzeletben derékszöggé kiegészítjük; a tompa szögbe a derékszöget berajzolva képzeljük és a többletet becsüljük meg (lásd 57. ábra). Domború szöget megmérendő, az egyik szárát (HJ-t 61. ábra) a csúcson túl meghosszabbítjuk, miáltal a domború szögből nyújtott szöget vágtunk el. Tehát csak a nyújtott



65. ábra. Szögek összeadása.

szögön felül meglevő szöget kell megmérnünk, és ennek a mértékszámát 180^0-hoz hozzáadnunk.

Mutassuk meg a tanulóknak a szögmérést a szabadban és méressünk meg vízszintes és függőleges síkban levő szögeket.

9. Mértékszámban adott szög rajzolása. Valamely A pontnál Ay vonalra 48^0-ú szöget kell rajzolni (63. ábra). E célból a szögmérőt középpontjával A ponthoz, átmérőjével az Ay vonalhoz illesztjük; azután a beosztáson e vonaltól számítva a 48^0 pontjáig haladunk és e pontnál jelt csinálunk a papiroson. A megjelölt B pontot összekötjük az A csúccsal; CAB lesz a kívánt 48^0-ú szög.

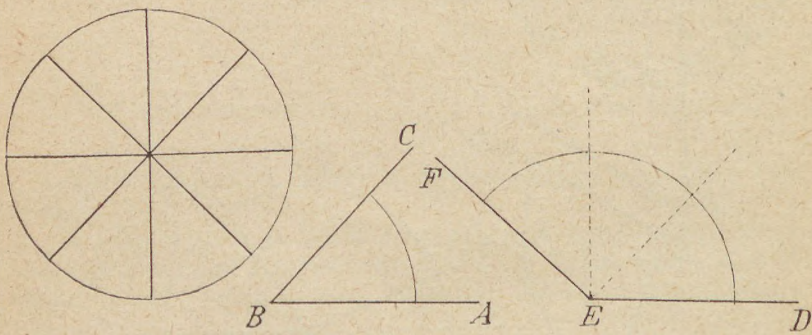
Gyakorlatok adott mértékű szögek rajzolásában ($\frac{1}{2}$R, $\frac{1}{4}$R, $\frac{1}{3}$R,

$^2/_3$R, $^1/_5$R, $^2/_5$R, 45° 30°, 60°, 120°, 56° stb.) szemmérték szerint és szögmérővel.

10. Szög lemásolása. Rajzoljunk az *M* csúcsnál *MR* egyenesre az *a* szöggel egyenlő szöget (64. ábra).

Utasítás: Rajzoljunk egyenlő sugarakkal *O* és *M* csúcsok körül íveket; azután tegyük *PQ* ívet egyenlővé *AB* ívvel; a talált *P* pontot kössük össze az *M* csúccsal. Az így talált *RMN* ∢ = *a* szöggel. (Miért?)

11. Alapműveletek szögekkel. *a)* **Szögek összeadása.** *Adjuk össze az ABC és DEF* szögeket (65. ábra), azaz rajzoljunk szöget, mely akkora, mint az adott szögek együttvéve. Evégett tetszőlegesen válasszuk meg a rajzolandó szög csúcsát, *H*-t



66. ábra. Szög szorzása és osztása.

és egyik szárát, *HG*-t. Azután rajzoljunk szintén tetszőleges, de egyenlő körzőnyílással az adott szögek szárai között és *H* körül köríveket; az utóbbi ívre *HG*-től számítva mérjük rá az *ABC* ∢ ívét, aztán folytatólagosan a *DEF* ∢ ívét. A talált pontot kössük össze *H*-val. A *GHJ* ∢ az adott szögek összege.

b) **Szögek kivonásánál** úgy járunk el, hogy a kisebbítendő szög szárai között rajzolt ívből akkora ívet elveszünk, amekkora a kivonandó szög szárai között rajzolt ív.

c) **Szög szorzása.** *Rajzoljunk szöget, mely 3-szor akkora, mint az ABC* ∢ (66. ábra). Tetszőlegesen felvesszük a rajzolandó szög *E* csúcsát és egyik szárát, *ED*-t. Azután az adott szög szárai között és *E* körül egyenlő körzőnyílással íveket rajzolunk és az *ABC* ∢ ívét egyfolytában háromszor reámérjük az *E* körül rajzolt ívre. A talált pontot összekötjük E-vel. DEF ∢ 3-szor akkora, mint az ABC ∢.

d) **Szög osztása.** *Rajzoljunk a DEF ∢ harmadrészét* (66. ábra). A DEF ∢ szárai között rajzolt ívet 3 egyenlő részre osztjuk és harmadrészével rajzoljuk az ACB ∢-et. Ez a szög a DEF-nek harmadrésze. A 3 egyenlő részre osztott DEF ∢-ben 2 *osztóvonalat* kapunk.

A teljes szöget 8 egyenlő részre úgy osztjuk, hogy előbb két egymásra merőlegesen álló átmérővel 4 egyenlő részre osztjuk, aztán a negyedkörök íveit felezzük.

Díszítmények:

1. **Magyar csat Pozsony-Széleskút vidékéről** (V.- lap, 27. ábra). A vékonyan rajzolt teljes kört beosztjuk 8, majd 16 egyenlő részre; minden második osztópont körül kört rajzolunk, úgy hogy ezek egymást érintsék. Egy ily kör sugarát úgy kapjuk meg, hogy a középpontjából a szomszéd szárra merőlegest állítunk. Végül megrajzoljuk a kisebb köröket érintő külső kört.

2. **Magyar csat ugyanonnan** (V. lap, 28. ábra). A körnek 6, illetőleg 12 részre való osztásán alapszik. (A körnek 12 részre való osztását lásd 33. old. 56. ábra.)

3. **Díszítés a kecskeméti Miklós-telepi sírban talált kardmarkolat védőjéről** (V. lap, 29. ábra). A körívek sugara kétszer akkora, mint a négyzet oldala és középpontjuk a négyzet felező vonalainak meghosszabbításában van.

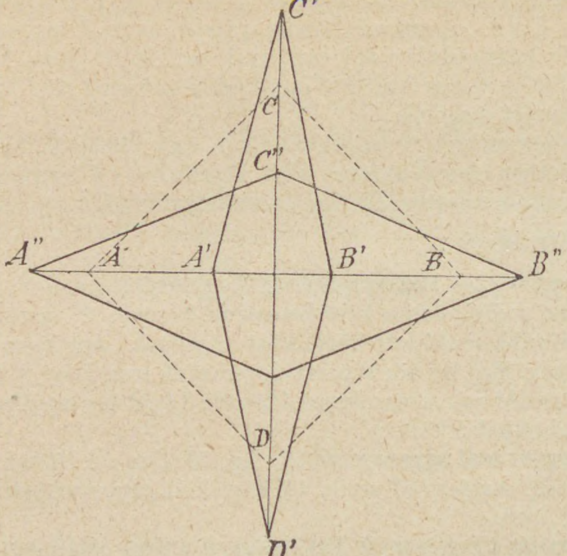
4. **Gombház-virág magyar suba alján** (XII. lap, 30. ábra). Rajzolása végett a kört 30 egyenlő részre osztjuk, úgy hogy előbb 6 részre osztjuk (lásd 32. old., 55. ábra), aztán minden hatodkört 5 részre.

IX. A rombusz.

1. Négy egyenlő hosszú pálcikából a végükbe bevert szögekkel oly $ACBD$ négyzetet készítünk, melynek oldalait a sarokpontok körül forgathatjuk. (67. ábra.) Ha a négyzetet a C, D sarokpontoknál megfogva széthúzzuk, az $A'C'B'D'$ alakot kapjuk. Ha pedig összenyomjuk, az $A''C''B''D''$ alak keletkezik.

Mind a két esetben oly négyszög keletkezik, melyet *rombusznak* nevezünk. *A rombusz a négyzettel megegyezik abban, hogy oldalai egyenlők s a szemközt levők párhuzamosak; átlói merőlegesen állanak egymásra és felezik egymást.* Különbözik a négyzettől abban, hogy *szögei nem derékszögek és átlói nem egyenlők.*

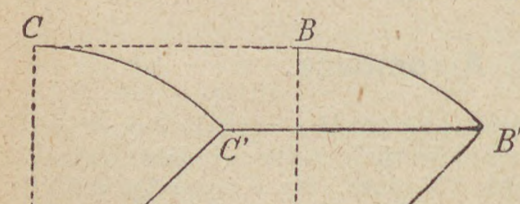
2. A rombuszt úgy is származtathatjuk, hogy az $ACBD$ négyzet (68. ábra) AC oldalát az A, BD oldalát a D sarokpont



67. ábra.

körül forgatjuk, miközben a BC oldal önmagával párhuzamosan mozogva a $B'C'$ helyzetbe jut.

Igy származtatva a rombuszt, azt látjuk, hogy a négyzet CAD derékszöge a CAC' szöggel kisebbedik, a BDA derékszöge pedig ugyanakkora BDB' szöggel nagyobbodik. Tehát az A derékszögből hegyes, a D derékszögből tompa szög lesz, de e két szög összege a rombuszban is annyi, mint amennyi a négyzetben volt, tudniillik két derékszög.



68. ábra.

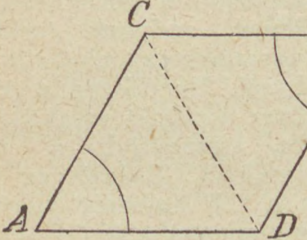
Ugyanezt mondhatjuk a B', C' szögekről is. Ennélfogva mondhatjuk: *A rombusz két szöge hegyes, két szöge tompa; egy hegyes és egy tompa szög összege két derékszög; mind a négy szög összege 4 derékszög.*

3. Szimmetria. A CD átló a rombuszt két háromszögre osztja (69. ábra). Ha a rombuszt az átló hosszában összehajtjuk, azt látjuk, hogy a két háromszög egybevágó. Ugyanezt tapasztaljuk, ha a rombuszt az AB átlóval osztjuk. *Bármely átló a rombuszt két egybevágó háromszögre osztja.*

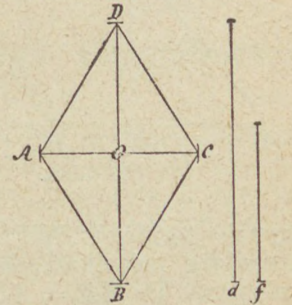
Minthogy a háromszögek egymásra hajtva egymást födik, a $B\sphericalangle$ egyenlő az $A\sphericalangle$-gel. Ugyanígy $C\sphericalangle = D\sphericalangle$. Mondhatjuk: *A rombuszban a szemközt levő szögek egyenlők.*

A rombusz szimmetriás alak; két szimmetriatengelye van: a két átlója.

Valamely rombusz egyik szöge 53° 40′; mekkora a többi szög? Mekkorák, ha az egyik szög 128° 30′?



69. ábra.



70. ábra.

Összefoglalás. *a) A rombusznak négy sarokpontja, négy oldala és négy szöge van. A négy oldal egyenlő; a szemközt levő oldalok párhuzamosak. A szögek közül kettő hegyes, kettő tompa. A szemközt levő szögek egyenlők. Két szomszédos (egy hegyes meg egy tompa) szög együtt 2 derékszöget, mind a négy szög együttvéve 4 derékszöget tesz. Az átlók egymásra merőlegesen állanak és egymást felezik, de nem egyenlők. Mindegyik átló a rombusznak szimmetriatengelye és a rombusz szögeit felezi.*

b) Háromféle négyszöggel ismerkedtünk meg, ezek: négyzet, téglalap, rombusz. Közös tulajdonságuk: a szemközt levő oldalok párhuzamosak; az átlók egymást felezik; a szemközt levő szögek egyenlők; két szomszédos szög összege 2 derékszög; mind a négy szög összege 4 derékszög; az átló mindegyik négyszöget két egybevágó háromszögre oszt.

A négyzet és rombusz **egyenlőoldalú** *négyszögek; a négyzet és téglalap* **egyenlőszögű** *(még pedig derékszögű) négyszögek.*

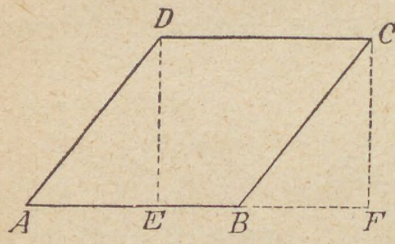
A négyzetben és a téglalapban az átlók egymással egyenlők; a négyzetben és a rombuszban az átlók egymásra merőlegesen állanak.

A négyzet szimmetriális átlóira és középvonalaira nézve; a téglalap csak középvonalaira, a rombusz csak átlóira nézve.

4. A rombusz kerülete. A rombusz oldalai egyenlők. Eszerint, ha a rombusz egyik oldalának mértékszámát 4-gyel szorozzuk, a rombusz *kerületét* kapjuk.

Feladat. Rombusz-alakú telket árokkal kell körülvenni; mennyibe kerül az árok, ha a rombusz oldalai 87 m hosszúak és az árok folyómétere 2 K 45 f.-be kerül?

5. A rombusz területe. Ha a rombusz AB oldalát *alapvonalul* választjuk (71. ábra), akkor az AB és CD párhuzamos oldalok távolsága, DE vagy CF, a rombusz *magassága*. A DE merőleges elvágja a rombuszból az ADE háromszöget. Illesszük az elvágott részt a túlsó oldalon a rombuszhoz. Ekkor a rombusz átalakul a $DEFC$ téglalappá, melynek területe ugyanakkora, mint a rombuszé. Ennélfogva a rombusz területét megkapjuk, ha kiszámítjuk a vele egyenlő területű $DEFC$ téglalap területét. Evégett az EF hosszúság mértékszámát szorozzuk a CF szélesség mértékszámával. De $EF = AB$ a rombusz alapvonala, és $CF = DE$ a rombusz magassága. Mondhatjuk: *A rombusz területe egyenlő alapvonala és magasságvonala mértékszámainak szorzatával.*



71. ábra.

Péld. A rombusz alapvonala 835 m, magasságvonala 325 m; mekkora a területe? — A terület = 835 × 325 = 271.375 m².

Feladatok: Mekkora oly rombusz területe, melynek
az oldala: 8 dm, 12 dm, 37 dm, 48 cm, 25 m;
a magassága: 6 dm, 5 dm, 16 dm, 22 cm, 17 m.

2. Egy rombusz minden oldala 18 m, magassága 13 m. Hány *ár* a területe?

3. A rombusz hosszabb átlója 12 dm, rövidebb átlója 8 dm. Mekkora a területe

(*Útmutatás.* Az átlók a rombuszt négy egybevágó derékszögű háromszögre osztják. Tehát kiszámítjuk egy ily háromszög területét és azt négyszer vesszük.)

4. Számítsuk ki a rombusz területét, ha
a hosszabb átló: 10 dm, 24 dm, 36 dm, 40 m, 56 cm;
a rövidebb » 4 dm, 10 dm, 20 dm, 30 m, 22 cm.

6. A rombusz rajzolása átlói segítségével. Legyenek az átlók (70. ábra) akkorák, mint d és f. Húzzunk két egymásra merőlegesen álló egyenest; rakjuk ezeknek O metszéspontjából kezdve egyikre d-nek, másikra f-nek a felét mind a két oldalra;

a kapott négy pontot kössük össze egymással, támad az *ABCD* rombusz. (Miért?)

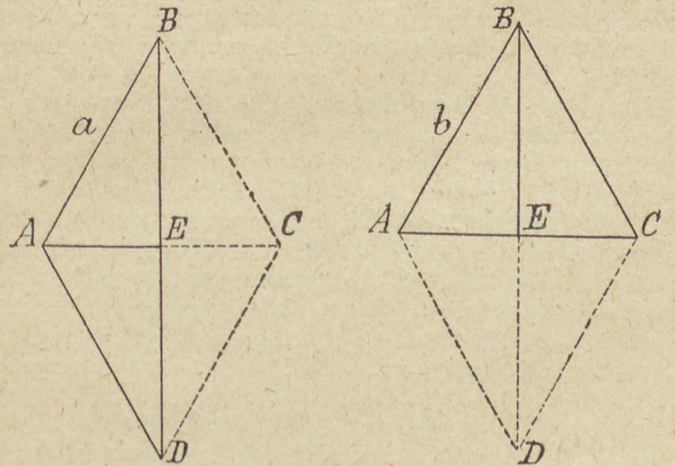
Díszítmények rombuszokkal:

1. Mór stílű díszítés (V. lap, 31. ábra). Sarokponton álló négyzetekből hálót rajzolunk. A négyzetek oldalait három egyenlő részre osztjuk; az osztáspontokat összekötjük a sarokponton álló négyzetek középpontjaival. Kifestésnél minden harmadik rombuszt zöld, a többit kék, a háttért szürke színnel festjük.

2. Padozatminta nyolcágú csillaggal. (V. lap, 32. ábra.) A külső négyzet oldalait négy egyenlő részre osztjuk és minden oldalhoz két-két oly rombuszt rajzolunk, melyeknek oldalai a külső négyzet oldalának negyedrészével egyenlők. Ugyanakkorák a kis négyzetek oldalai is.

X. A tompa- és hegyesszögű egyenlőszárú háromszög.

1. Ha a rombuszt egyszer a hosszabb *BD*, azután a rövidebb *AC* átló hosszában ketté vágjuk, mindannyiszor egybevágó háromszögeket kapunk: *ABD*-t és *BCD*-t, *ABC*-t és *ACD*-t (72. ábra). Mind az első, mind a másik pár háromszögben két-két oldal egyenlő, tehát a háromszögek *egyenlőszáruak*. Harmadik



72. ábra.

oldaluk az átló, mely nagyobb is, kisebb is lehet, mint a szárak. Ez az oldal az *alapvonal*; a vele szemben levő sarokpont a *csúcs*.

Az alapvonal mellett hegyes szögek vannak. A csúcsnál az első esetben, *ABD* háromszögben a *BAD tompa* szöget látjuk, a második esetben, *ABC* háromszögben az *ABC hegyes* szöget.

Az ABD egyenlőszárú háromszöget, minthogy az A csúcsánál tompa szög van, *tompaszögűnek* nevezzük ; az ABC egyenlőszárú háromszöget, minthogy B csúcsánál hegyes szög van, *hegyesszögűnek* mondjuk.

Háromféle egyenlőszárú háromszöget ismerünk : tompaszögű, derékszögű és hegyesszögű egyenlőszárú háromszöget.

2. Szimmetria. Minthogy a rombusz átlói egymásra merőlegesen állanak és egymást felezik, azért az ABD háromszögben (72. ábra) $AE \perp BD$-re és felezi a BD-t ; úgyszintén az ABC háromszögben $BE \perp AC$-re és felezi az AC-t. *Az egyenlőszárú háromszög csúcsából az alapvonalra húzott merőleges felezi az alapvonalat.*

Hajtsuk össze az ABD vagy ABC egyenlőszárú háromszöget az AE, illetőleg BE merőleges hosszában ; azt látjuk, hogy a háromszög részei egymást födik. Eszerint az *egyenlőszárú háromszög szimmetriás ; a csúcsból az alapvonalra húzott merőleges a szimmetria tengelye.*

Az összehajtásnál az alapvonal két végén levő szögek egymást födik, tehát egyenlők. Eszerint *az egyenlőszárú háromszögben az alapvonal mellett levő szögek egyenlők.*

Az alapvonalra bocsátott merőleges a csúcsnál levő szöget két részre osztja ; az összehajtásnál ezek a részek szintén födik egymást, tehát egyenlők. Eszerint *az egyenlőszárú háromszögben a csúcsból az alapvonalra húzott merőleges a csúcsnál levő szöget felezi.*

A csúcsból az alapvonalra húzott merőleges a háromszög magasságvonala. Ezt a nevet használva, mondhatjuk : *Az egyenlőszárú háromszögben a magasságvonal a háromszögnek szimmetriálisa ; felezi az alapot és a csúcsnál levő szöget.*

3. Szögek összege. Az $ABCD$ rombuszban a szögek összege 4 derékszög. Az ABD egyenlőszárú háromszög a rombusz fele; tehát szögeinek összege félannyi, mint a rombusz szögeinek az összege. *Az egyenlőszárú háromszögben a szögek összege két derékszög.*

Ebből az igazságból meg lehet magyarázni, miért nem találunk az egyenlőszárú háromszögben egynél több derék- vagy tompa szöget ? S miért hegyesek az alapvonal mellett levő szögek ?

Ha továbbá az egyenlőszárú háromszögnek egy szögét ismerjük, abból a többit ki lehet számítani. Péld. *a)* Az alapvonalon levő egyik szög 28^0, mennyi a másik két szög ? — Az alapvonalon levő másik szög szintén $= 28^0$ (miért ?) ; e két szög együttvéve $= 2 \times 28^0 = 56^0$. Ezt kivonjuk 180^0-ból ; a maradék 124^0 a csúcsnál levő szög mértéke.

b) A csúcsnál levő szög 79^0 ; mennyi az alapnál levő két szög ? — $180^0 - 79^0 = 101^0$. Ennyi jut az alapvonalon fekvő két szögre ; s minthogy egyenlők, mindegyik $= 101^0 : 2 = 50^0\ 30'$.

Feladatok. 1. Az egyenlőszárú háromszögben az alapvonal mellett levő szög 16°; mennyi a másik két szög? Mennyi, ha az adott szög 42° 30′? Mennyi, ha ez a szög 52° 40′ 30″?

2. Az egyenlőszárú háromszögben a csúcsnál levő szög 108°. Mekkorák az alapvonal mellett levő szögek? Mekkorák, ha a csúcsnál 82°-ú szög van?

3. Mekkorák az alapvonal mellett levő szögek a derékszögű egyenlőszárú háromszögben?

Összefoglalás. *Az egyenlőszárú háromszög tulajdonságai: 1. A két szár egyenlő egymással. 2. Az alapvonalon levő szögek egyenlők egymással és mindegyik hegyes szög. 3. A szögek összege két derékszög. 4. A csúcsból húzott magasságvonal az alapvonalat és a csúcsnál levő szöget felezi s a háromszögnek szimmetriatengelye.*

4. Terület. Az *ABD* egyenlőszárú háromszög (72. ábra) kétszer akkora, mint az *ABE* derékszögű háromszög. Eszerint a területét úgy kapjuk, hogy kétszer vesszük *ABE*-nek a területét. Az *ABE* derékszögű háromszög területe annyi, mint az *AE* és *BE* befogók mértékszámainak fél szorzata; ennélfogva *ABD* területe annyi, mint *AE* és *BE* szorzata. *AE* a háromszög magassága, *BE* az alapvonal fele. Eszerint *az egyenlőszárú háromszög területét úgy számítjuk ki, hogy az alapvonal mértékszámát a magasság mértékszámával szorozzuk és a szorzatot 2-vel osztjuk.*

Feladatok. 1. Mennyi az egyenlőszárú háromszög területe, ha
az alapvonala: 1 dm, 8 dm, 24 m, 32 m, 56 cm, 72 cm;
a magassága: 3 dm, 7 dm, 18 m, 21 m, 40 cm, 57 cm.

2. Valamely egyenlőszárú háromszögben a magasság kétszer akkora, mint az alapvonal. Az alapvonal 15 dm. Mekkora a háromszög területe?

3. Egy toronytető négy oldallapja egyenlőszárú háromszög; alapvonaluk 1 m 60 cm, magasságuk 6 m 50 cm. Mennyibe kerül a tetőnek bádoggal való befödése, ha 1 m² födésért 7 K-t kell fizetni?

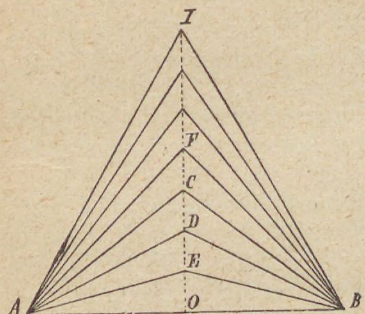
Díszítmények egyenlőszárú háromszögekkel:

1. Középkori padozat mázas téglákból (VI. lap, 39. ábra). Négyzetes hálót készítünk; a négyzetek oldalait három egyenlő részre osztjuk és az osztáspontokat összekötjük a négyzetek középpontjaival; minden négyzetben négy egyenlőszárú háromszög keletkezik. Színezés: a négyzetek és rombuszok világos-barnák, a háromszögek sötét-barnák.

2. Padozatminta (VII. lap, 34. ábra). Kört rajzolunk, melyet hat egyenlő részre osztunk, azután az egymás után következő osztáspontokat húrokkal összekötjük. Minden húrt három egyenlő részre osztunk. Ez osztáspontokon át a hatszög oldalaival párhuzamosan három pár egyenest rajzolunk; végül még két háromszöget úgy, hogy a kör osztáspontjait mindig egy-egy osztáspont kihagyásával kötjük össze. Ekkor az idom belsejében tompaszögű egyenlőszárú háromszögek és egyenlőoldalú háromszögek keletkeznek.

XI. Az egyenlőoldalú háromszög.

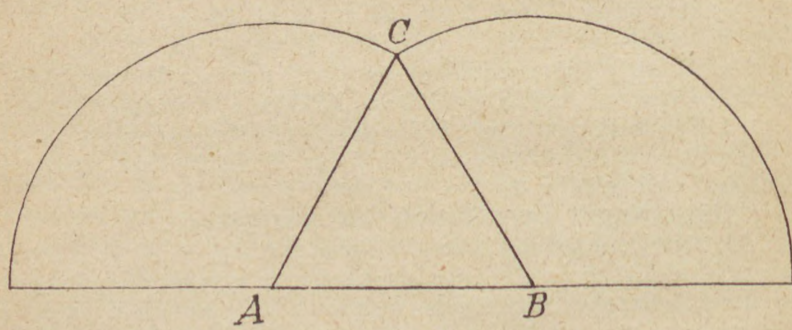
1. Felezzük az AB egyenest (73. ábra), emeljünk reá merőlegest az O felezőpontban, a merőlegesnek egymásután következő E, D, C stb. pontjait pedig kössük össze A-val és B-vel. Ily módon sorban megkapjuk az egyenlőszárú háromszög különféle alakjait. Az AEB, ADB, ACB háromszögek tompaszögüek, AFB derékszögű, a fölötte állók hegyesszögű egyenlőszárú háromszögek.



73. ábra. Az egyenlőszárú háromszög különféle alakjai.

Minél távolabb választjuk az alapvonaltól a csúcspontot, annál hosszabbak lesznek a háromszög szárai. Végre oly AIB háromszöget találunk, melynek szárai AI és BI, egyenlők az AB alapvonallal. E háromszögnek mind a három oldala egyenlő; a neve *egyenlőoldalú háromszög*.

2. **Az egyenlőoldalú háromszög előállítása.** Fektessük a három egyenlő oldalt egymás mellé (74. ábra), azután forgassuk a két szélsőt a középső oldal A, B végpontjai körül mindaddig,



74. ábra.

míg végpontjaik C-ben össze nem érnek. Igy előáll az ABC egyenlőoldalú háromszög.

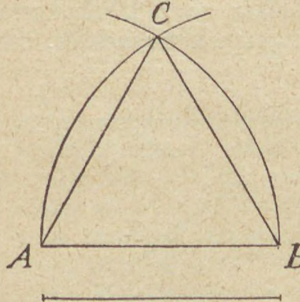
Az egyenlőoldalú háromszöget úgy rajzoljuk, hogy az adott a oldalát körzőbe vesszük (75. ábra) és reámérjük az AB alapvonalra; ennek a két végpontjából ugyanazzal a körzőnyílással a BC és AC köríveket rajzoljuk; a körívek C metszéspontjait összekötjük A-val és B-vel.

3. Szimmetria. Az egyenlőoldalú háromszög akármely oldalára mint alapvonalra nézve egyenlőszárú. Ezért *három szimmetria-tengelye van.* Az AE, BF, CD merőlegesek, melyeket a sarokpontokból a szemközt fekvő oldalokra bocsátunk, a szimmetria tengelyei (76. ábra). A szimmetria-tengelyek egy pontban metszik egymást.

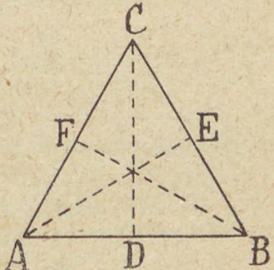
Minthogy az egyenlőoldalú háromszög háromszorosan szimmetriális, azért benne nem csupán az AB alapvonalon levő A, B szögek egyenlők, hanem a harmadik szög is egyenlő A-val és B-vel. *Az egyenlőoldalú háromszög valamennyi szöge egyenlő egymással.*

Minthogy a szögek összege 2 derékszög vagy 180^0, ennélfogva egy-egy szög $= 180^0 : 3 = 60^0$.

Az egyenlőoldalú háromszög minden szöge 60^0.



75. ábra.



76. ábra.

4. 60^0-ú szög rajzolása. Minthogy az egyenlőoldalú háromszög szögei 60^0-úak, azért 60 fokú szöget úgy rajzolunk, hogy akármilyen a oldallal ABC egyenlőoldalú háromszöget rajzolunk (75. ábra). A BAC szög 60^0-ú.

Egyenlőtlenoldalú faháromszögünk egy egyenlőoldalú háromszögnek a fele ; ezért rajta a rövidebb befogó az átfogónak fele, a nagyobb hegyes szög 60^0-ú, a kisebb hegyes szög 30^0-ú. Ezzel a faháromszöggel 30 és 60^0-ú szögeket rajzolhatunk.

Díszítmények egyenlőoldalú háromszögekkel :

1. Parkétminta (VI. lap, 33. ábra). Függőleges vonal mind a két oldalán egyenlőoldalú háromszöget rajzolunk. A keletkező rombusz oldalait felezzük s a felezőpontokat összekötjük.

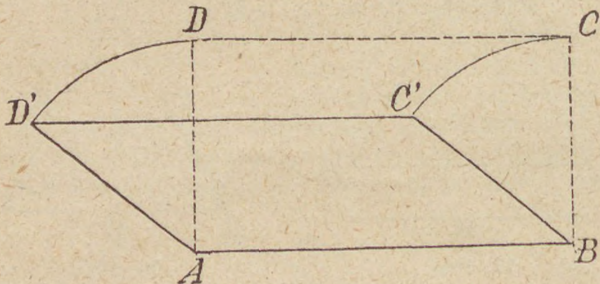
2. Parkétminta (VI. lap, 36. ábra). Hálót rajzolunk úgy, hogy az ábra felső vonalára egyenlő részeket mérünk ; azután a 0, 1, 2, 3 stb. pontokon át 60^0-ú faháromszögünk segítségével jobbra és balra 60^0 alatt egyeneseket rajzolunk.

3. Hexagramm (VI. lap, 38. ábra). Két összefont egyenlőoldalú háromszög. Kört rajzolunk és felosztjuk hat egyenlő részre ; az osztáspontokat egy-egynek kihagyásával összekötjük egymással.

4. Triquetra (IV. lap, 24. ábra). Román stílű díszítmény, mely a szentháromságot jelképezi. A teljes kört oly három egyenlő körív hatja át, amelyeknek találkozási pontjai a középponttól 2 sugár távolságban és középpontjaik egy egyenlőoldalú háromszög sarokpontjaiban vannak ; így pl. $C3 = B3$ sugár az OA-nak kétszerese.

XII. A romboid.

1. Forgassuk az $ABCD$ téglalap AD és BC oldalait egyenlő szöggel az alsó sarokpontok körül (77. ábra) ; akkor az $ABC'D'$ négyszög keletkezik. A forgatás alatt az oldalok hosszúsága nem változik és egymással párhuzamosak maradnak, tehát az



77. ábra.

új négyszögben is, mint a téglalapban, az egymással szemben levő oldalok egyenlők és párhuzamosak. Ily négyszög neve *romboid.*

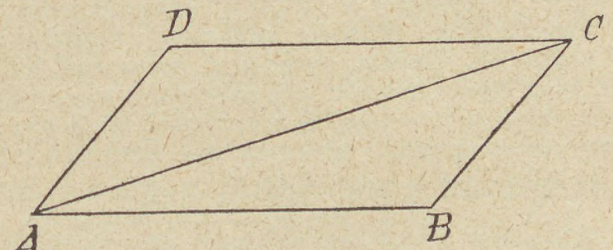
Az oldalok forgatása folytán a téglalap B derékszöge a CBC' szöggel kisebbedik, az A derékszög ugyanakkora DAD' szöggel nagyobbodik. A romboid AB oldala mellett tehát B-nél hegyes, A-nál tompa szög van, de *a két szög összege marad 2 derékszög.*

A téglalap D derékszöge ugyanannyival fogy, mint a vele szemben levő B derékszög ; a C-nél levő derékszög ugyanannyival növekedik, mint a vele szemben levő A szög. Mondhatjuk :

A romboidban az egymással szemben levő szögek egyenlők ; az egy oldal mellett levő két szög összege 2 derékszög ; mind a négy szög összege 4 derékszög.

Ha az A szög 130^0, mekkorák a romboid többi szögei ? — Mekkorák, ha a B szög 40^0-ú ?

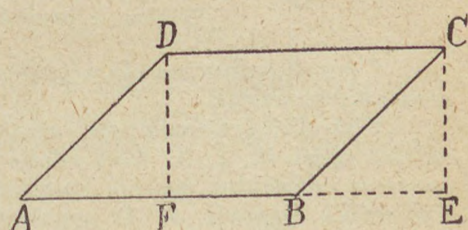
2. Az AC átló (78. ábra) a romboidot két háromszögre osztja. Vágjuk ki az egyik ABC háromszöget s illesszük a más kra, ACD-re, úgy, hogy a B szög a vele egyenlő D szögre és az A sarokpont C-re jusson; akkor a két háromszög egymást födi, tehát egybevágó. Mondhatjuk: *Az átló a romboidot két egybevágó háromszögre osztja.*



78. ábra. Romboid.

Midőn a háromszögeket egymásra fektetjük, a BAC szög födi a ACD szöget, tehát a két szög egyenlő. Úgyszintén az ACB szög födi a CAD szöget, tehát vele egyenlő. Eszerint: *A romboid átlója a párhuzamos oldalokkal egyenlő szögeket alkot.*

3. **A romboid területe.** Ha a romboid (79. ábra) D sarokpontjából az AB alapvonalra merőlegest vonunk, úgy ADF háromszög keletkezik. Ha ezt a romboidról levágjuk, s a másik oldalon BCE helyen megint odatoldjuk, a romboidból téglalapot alakítottunk, melynek területe akkora, mint a romboidé. Ha tehát az $EFDC$ téglalap területét kiszámítjuk, megkapjuk a romboid területét. Az FE oldal egyenlő a romboid alapvonalával, AB-vel; a DF merőleges nem egyéb, mint a romboid magassága. Eszerint mondhatjuk:



79. ábra.

A romboid területét úgy számítjuk ki, hogy alapjának és magasságának mértékszámait egymással szorozzuk.

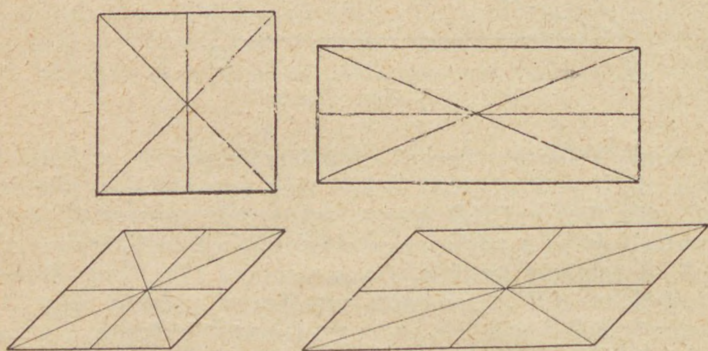
Péld. Valamely romboid alapja 8 m, magassága 3 m; mennyi a területe? A terület $= 8 \times 3 = 24$ m².

Feladatok: 1. Számítsuk ki a romboid területét, ha
az alapvonala: 8 dm, 12 dm, 82 cm, 72 m, 89 m;
a magassága: 3 dm, 7 dm, 46 cm, 31 m, 71 m.

2. Egy téglalap-alakú szoba 7 m 20 cm hosszú és 5 m 40 cm széles. Padozata romboid-alakú táblákból készül, melyeknek alapvonala 20 cm, magassága 16 cm. Hány darab tábla kell a padozathoz ?

3. Egy romboid-alakú szántóföldből, melynek alapvonala 312 m, magassága 60 m, a vasúti töltéshez elvettek egy romboid-alakú darabot, melynek alapvonala 82 m, magassága 10 m. Mennyi kárpótlást kap a tulajdonos az elfoglalt területért, ha a vasúttársaság 1 ha-ért 1680 K-t fizet ? Mennyit ér ugyanazon ár mellett a megmaradt terület ?

4. Összefoglalás. *Négyféle négyszöget ismerünk ; ezek : a négyzet, téglalap, rombusz, romboid. E négyszögek közös tulajdonsága, hogy két-két szemközt levő oldal párhuzamos egymással. E tulajdonságuk miatt a négyféle négyszögnek közös neve* ***parallelogramma*** (magyarul : párhuzamosak közé zárt lap).



80. ábra. A parallelogrammák.

A parallelogramma oly négyszög, melyben az oldalok páronként párhuzamosak.

A parallelogrammák egyéb tulajdonságai : 1. A szemben levő oldalok egyenlők. 2. Az átlók felezik egymást. 3. Az átlók a párhuzamos oldalokkal egyenlő szögeket zárnak be. 4. A szemközt levő szögek egyenlők. 5. Az ugyanegy oldal mellett levő két szög összege két derékszög. 6. Mind a négy szög összege négy derékszög.

A parallelogrammák felosztása :

Derékszögű { egyenlőoldalú parallelogramma = négyzet.
egyenlőtlenoldalú parallelogramma = téglalap.

Ferdeszögű { egyenlőoldalú parallelogramma = rombusz.
egyenlőtlenoldalú parallelogramma = romboid.

A parallelogrammában az egyik oldalt, rendesen az alsót, *alapvonalnak* nevezzük ; az alap és a vele párhuzamos oldal között levő távolság a *magasság*. — A téglalapban és a négyzetben a magasság egyenlő az alapra merőleges oldalokkal ; ezért a téglalapban és a négyzetben bármely oldalt magasságnak vehetünk.

A parallelogramma területét úgy számítjuk ki, hogy az alapvonal mértékszámát szorozzuk a magasság mértékszámával.

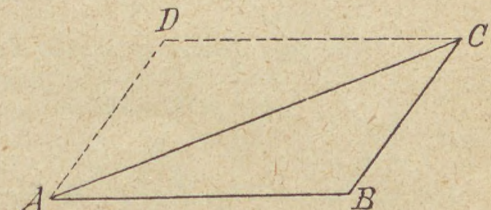
Díszítmények romboidokkal:

1. **Parkétminta** (VI. lap, 35. ábra). A nagy négyzet oldalait öt egyenlő részre osztjuk és benne négyzetes hálót rajzolunk. A középen görög kereszt látható, amelynek csúcspontján át 45°-ú egyeneseket rajzolunk; ezeket egymásra merőleges egyenesek által romboidokká egészítjük ki.

2. **Zsubrikolt — áttört — terítő** (VI. lap, 37. ábra). Egymás mellé 3 négyzetet rajzolunk. Minden négyzet oldalait 4 egyenlő részre osztjuk. A további eljárás az ábrából látható.

XIII. Az egyenlőtlenoldalú háromszög.

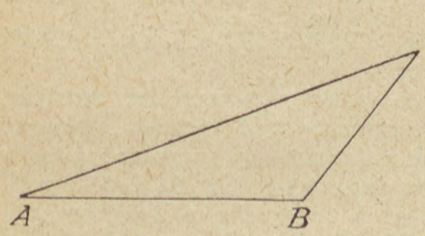
1. Az átló a romboidot két egybevágó háromszögre osztja (81. ábra). A nagyobb átlóval szelve oly *ABC* háromszöget találunk, melyben egy *tompa* s két *hegyes szög* van (82. ábra); neve *tompaszögű háromszög*. A kisebb átlóval szelve oly *ABD* háromszöget találunk, melyben csupán hegyes szögek vannak (83. ábra); neve *hegyesszögű háromszög*.



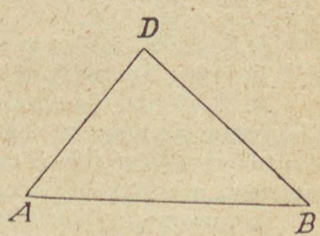
81. ábra.

Mind a két háromszögben az oldalok különböző nagyságuak. — Ily háromszögek neve: *egyenlőtlenoldalú háromszög*.

Háromféle egyenlőtlenoldalú háromszög van: tompaszögű, hegyesszögű, derékszögű.



82. ábra.



83. ábra.

2. *A háromszög három szögének összege két derékszög.* E törvény helyességéről akként győződhetünk meg, hogy a háromszöget papirosból kivágjuk, szögeit leszakítjuk és közös csúcshoz egymás mellé tesszük; együttesen nyújtott szöget alkotnak.

— Vagy pedig a háromszögnek mind a három szögét a szögmérővel megmérjük és a talált mértékszámokat összeadjuk; az összeg mindig 180^0. Végül a három szög összegét meg is rajzolhatjuk; ekkor is összegül nyújtott szöget kapunk.

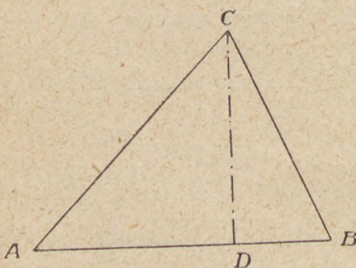
3. E törvényből következik:

a) Ha a háromszögnek két szöge ismeretes, a harmadikat kiszámíthatjuk. Ugyanis az ismeretes szögek összegét 180^0-ból kivonjuk.

b) A háromszög nem tartalmazhat nyújtott vagy domború szöget. (Miért?)

c) A háromszög egynél több derék- vagy tompa szöget nem tartalmazhat. (Miért?)

Feladatok. *a)* Egy *ABC* △-ben az *A* szög $= 43^0$, a *B* szög $= 72^0$; mennyi a *C* szög? — Az ismeretes szögek összege $43^0 + 72^0 = 115^0$. A harmadik *C* szög tehát $= 180^0 - 115^0 = 65^0$.



84. ábra.

85. ábra.

b) Egy *ABC* △-ben az *A* szög $= 54^0 25'$, a *B* szög $= 108^0 46'$. Mennyi a *C* szög? — Az ismeretes szögek összege $54^0 25' + 108^0 46' = 163^0 11'$; a harmadik szög $= 180^0 - 163^0 11' = 179^0 60' - 163^0 11' = 16^0 49'$.

c) Egy △-ben az első szög $72^0 28'$, a második $62^0 37'$. Mennyi a harmadik szög

d) Egy *ABC* △-ben az *A* szög $= 70^0, 12', 15''$, a *B* szög $= 42^0 38' 20''$. Mennyi a harmadik, a *C* szög?

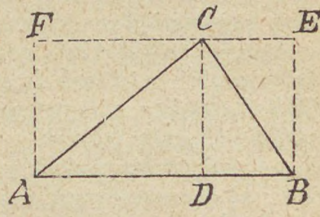
4. A háromszög oldalainak egyikét, rendesen azt, amelyen a háromszög nyugodni látszik, *alapvonalnak* vesszük. Ekkor az alappal szemközt fekvő sarokpont a háromszög *csúcsa*; a csúcs távolsága az alaptól a háromszög *magassága (CD,* 84. és 85. ábra).

Hegyesszögű háromszögben a magasság a háromszögön belül éri az alapot (84. ábra). Ha ellenben tompaszögű háromszögben a tompa szöget alkotó egyik *AB* oldalt alapvonalul választjuk (85. ábra), akkor a magasságvonal az alapvonalat meghosszabbításán a háromszögön kívül éri.

5. **A háromszög területe.** Egészítsük ki az *ABC* háromszöget (86. ábra) téglalappá. Evégett az *A* és *B* sarokpontokban

az AB-re az AF és BE merőlegeseket húzzuk, a C sarokponton át pedig az EF párhuzamost az AB-vel.

Minthogy az ACD △ az $ADCF$ téglalap fele, a BCD △ a $BDCE$ téglalap fele, tehát az ABC △ az $ABEF$ téglalap fele. Mondhatjuk tehát:



86. ábra.

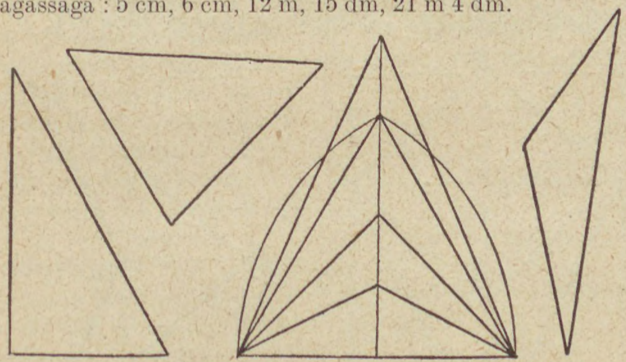
A háromszög területét úgy számítjuk ki, hogy alapvonalának és magasságának mértékszámait egymással szorozzuk és a szorzatot 2-vel osztjuk.

Péld. Valamely háromszög alapja 12 dm, magassága 8 dm; mekkora a területe?

$12 \times 8 = 96$ dm²; 96 dm² $: 2 = 48$ dm².

Célszerű, ha a 2-vel való osztást a szorzás előtt végezzük, olyképpen, hogy vagy az alap, vagy a magasság mértékszámát 2-vel osztjuk és a hányadost az osztatlanul maradt mértékszámmal szorozzuk. Így kisebb számokkal szorzunk, mint különben. Péld. az előbbi esetben $8 : 2 = 4$; $4 \times 12 = 48$ dm².

Feladatok. 1. Mekkora a háromszög területe, melynek
alapja: 7 cm, 8 cm, 10 m, 26 dm, 38 m 2 dm.
magassága: 5 cm, 6 cm, 12 m, 15 dm, 21 m 4 dm.



87. ábra. A különféle háromszögek.

2. Egy háromszögben az egyik oldal 4 m, a hozzátartozó magasság 15 dm. Mekkora a háromszög területe?

3. Egy háromszög alapvonala 1 m 50 cm, a magassága 25 cm. Mennyi a terület?

4. Egy ház háromszögalakú szelemenfala alul 11 m 40 cm hosszú; magassága 4 m 50 cm. Hány darab tégla kell a falhoz, ha egy tégla 12 cm hosszú és 7 cm széles?

Összefoglalás. *Az oldalokat tekintve, háromfélék a háromszögek:* a) *egyenlőoldaluak, ha mind a három oldal egyenlő;* b) *egyenlőszá-*

ruak, ha két oldal egyenlő, a harmadik oldal hosszabb vagy rövidebb; c) *egyenlőtlenoldaluak, ha egyik oldal sem egyenlő a másikkal.*

Az egyenlőoldalú háromszög egyúttal egyenlőszögű is, minthogy mind a három szög egyenlő, s annyi, mint 60°. Az egyenlőszárú háromszögben két szög is egyenlő, még pedig azok, melyek az egyenlő oldalokkal vannak szemben. Az egyenlőtlenoldalú háromszögben a szögek is egyenlőtlenek, még pedig a legnagyobb oldallal szemben a legnagyobb szög, a legkisebb oldallal szemben a legkisebb szög fekszik.

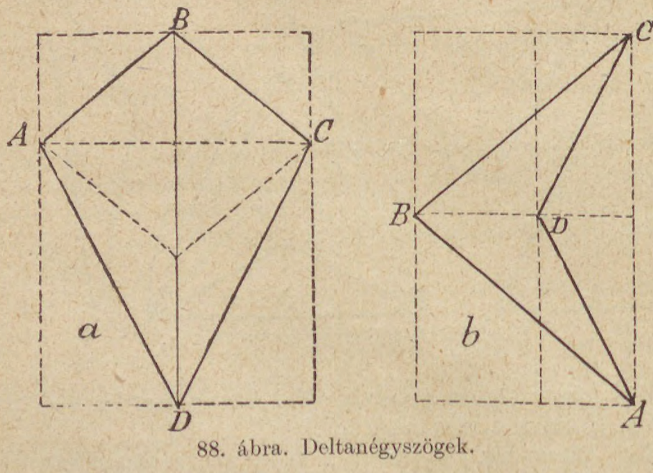
A szögek nagyságát tekintve, a háromszögek szintén háromfélék : a) *hegyesszögűek, csupa hegyes szögekkel ;* b) *derékszögűek, egy derékszöggel ;* c) *tompaszögüek, egy tompa szöggel.*

Minden háromszögben a szögek összege 2 derékszög.

Az egyenlőoldalú és egyenlőszárú háromszögek szimmetriásak ; az egyenlőoldalúnak három, az egyenlőszárúnak egy szimmetriatengelye van. Az egyenlőtlenoldalú háromszög nem szimmetriás.

XIV. A deltanégyszög.

1. Rajzoljunk közös *AC* alapvonalra (88. ábra) két különböző egyenlőszárú háromszöget, *ACB*-t, és *ACD*-t, még pedig egyszer *AC*-nek ellenkező, másszor ugyanegy oldalára.



88. ábra. Deltanégyszögek.

Az első esetben a sárkány-alakú *ABCD* négyszög keletkezik (88*a)* ábra), melynek neve *deltanégyszög* vagy *deltoid*, mert két *deltából* (Δ) áll, amint a régi görögök a D betűt nevezték. (Folyók deltája !)

A deltanégyszög tulajdonságai : *1. Az átlók egymásra merőlegesek. 2. Szimmetriás idom, de csak az egyik átlójára nézve.*

3. A szimmetria-tengely felezi a másik átlót és azokat a szögeket, amelyeknek csúcspontjain áthalad. 4. A szimmetria-tengelyben találkozó oldalok egyenlők egymással. 5. A szimmetria-tengellyel szemben levő szögek egyenlők egymással.

A második esetben szigony hegyéhez hasonló deltanégyszög keletkezik, melynek domború szöge van (*ADC* ∢ *88b)* ábra). Ugyanolyan tulajdonságai vannak, mint az előbbeninek ; egyik átlója, *AC*, a négyszögön kívül van.

2. A deltanégyszög területe. A 88*a)* ábra szerint az *ABCD* deltanégyszög területe az *ABC* és *ACD* egyenlőszárú háromszögek területeinek az összege ; a *b)* ábra szerint az ugyanilynevű háromszögek területeinek a különbsége.

Tehát : *A deltanégyszög területét úgy számítjuk ki, hogy a két átló mértékszámának szorzatát osztjuk 2-vel.*

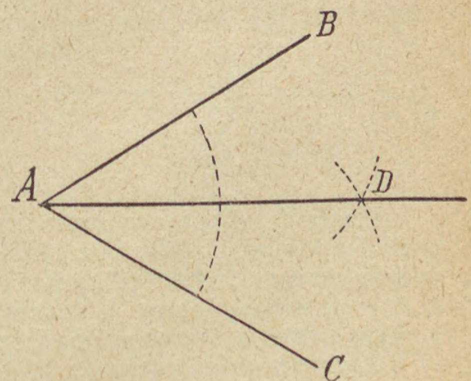
Péld. Egy deltoid egyik átlója 5·9 dm, a másik 3·6 dm ; mekkora a területe ?

Kiszámítás. 5·9 × 3·6
177
354
21·24 dm² : 2 = 10·62 dm² a deltoid területe.

3. Szög felezése. A megelőző pontban végzett rajzolásból még a következőt tanuljuk : *Ha két egyenlőszárú háromszögnek közös alapvonala van, akkor a csúcsokat összekötő egyenes a közös alapvonalra merőleges és az alapvonalat és a csúcsoknál levő szögeket felezi.*

Ez igazság alapján képesek vagyunk *valamely szöget és ívét felezni.*

Rajzoljunk az adott szög csúcsa körül tetszőleges sugárral (89. ábra) körívet ; a körívnek a szárakkal való metszéspontjai körül egyenlő sugarakkal egymást metsző íveket ; e körívek *D* metszőpontját kössük össze a csúccsal ; az *AD* egyenes a szögnek és ívének felezővonala.



89. ábra.

Ismételt felezés által a szöget 4, 8, 16 stb. egyenlő részre lehet osztani. (Gyakorlás !)

Díszítmények deltanégyszögekből :

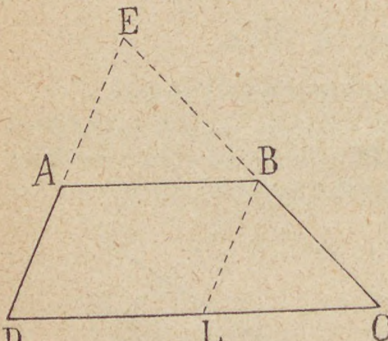
1. Arab stílű mozaik (VI. lap, 40. ábra). A külső négyzet oldalait négy egyenlő részre osztjuk ; az osztáspontok a csúcson álló négyzetek sarkpontjai. E kis négyzetek oldalait három egyenlő részre osztjuk, e pontokat a négyzetek középpontjával összekötjük és a deltanégyszögeket kiegészítjük. Nyolc ilyen négyszög keletkezik egy pont körül; közöttük görög kereszt marad.

2. **Mozaik** (VII. lap, 41. ábra). Domború szögekkel bíró négy deltanégyszög egy-egy *máltai keresztet alkot.* Ezek között rendes alakú deltanégyszögek képződnek. A mintát négyzetes hálóba rajzoljuk.

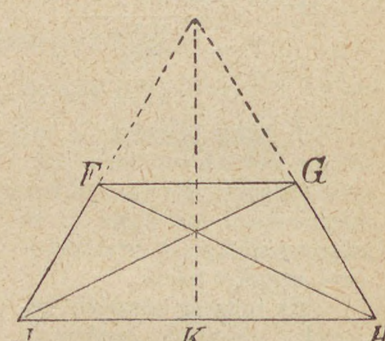
3. **Kristályalakú minta** (VII. lap, 42. ábra). Négyzetes háló segítségével rajzoljuk.

XV. A trapez.

1. **Trapez.** Ha a CDE háromszögben (90. ábra) a CD alapvonallal párhuzamosan AB egyenest húzunk, ez az $ABCD$ négyszöget vágja le a háromszögből. E négyszög neve *trapez* (a görög trapezion szótól = asztalka; gondoljunk a trapez nevű tornaszerre, némely háztetőn látható lapokra).



90. ábra. Trapez.



91. ábra. Szimmetriás trapez.

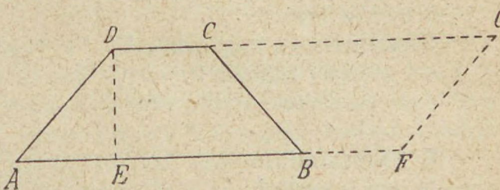
Húzzunk B-ből párhuzamost AD-vel, akkor az $ABLD$ romboid támad, melyben az AD oldal mellett fekvő A és D szögek összege 2 derékszög. Ugyanígy mutathatjuk ki, hogy a B és C szögek összege is 2 derékszög. Tehát a trapez mind a négy s:ögének összege 4 derékszög.

A trapez tulajdonságai: 1. Két oldala párhuzamos, két oldala nem párhuzamos. 2. Nem párhuzamos oldal mellett levő két szög összege 2 derékszög. 3. A négy szög összege 4 derékszög.

2. **Szimmetriás trapez.** Az $FGHI$ trapez (92. ábra), melyet az alapvonallal párhuzamos FG egyenes segítségével egyenlőszárú háromszögből vágunk le, *szimmetriás trapez.*

A szimmetriás trapeznek megvannak a közönséges trapez tulajdonságai; azonkívül benne: 1. A nem párhuzamos oldalok *egyenlők. 2. Egy-egy párhuzamos oldal mellett egyenlő szögek vannak. 3. Az átlók is egyenlők és metszéspontjuk a szimmetria tengelyében van.*

3. A trapez területe. Vegyünk egy második trapezt, mely az adott *ABCD* trapezzel egybevágó s tegyük *ABCD* mellé, úgy, hogy a két trapez együtt az *AFGD* romboidot alkossa (92. ábra). Látnivaló, hogy az *ABCD* trapez területe az *AFGD* romboid területének fele. A trapez területét eszerint úgy találjuk, hogy kiszámítjuk a romboid területét s az eredményt 2-vel osztjuk. Evégből meg kell mérnünk a romboid *AF* alapját és *DE* magasságát.



92. ábra.

A romboid *AF* alapja két részből áll, *AB*-ből és *BF*-ből; *AB* a trapeznek alapja; *BF* egyenlő *CD*-vel, a trapez felső oldalával. A romboid alapja tehát oly hosszú, mint a trapeznek két párhuzamos oldala együttvéve. Ezt az összeget szorozzuk a *DE* magasság mértékszámával s megtaláljuk a romboid területét, mely 2-vel osztva a trapez területét adja.

A trapez területét úgy számítjnk ki, hogy a két párhuzamos oldal mértékszámait összeadjuk, ezt az összeget a magasság mértékszámával szorozzuk, a szorzatot pedig 2-vel osztjuk.

Péld. Egy trapezben az alsó párhuzamos oldal 15·25 m, a felső 7·6 m; a magasság 4·5 m. Mekkora a terület?

Kiszámítás. 15·25 m + 7·6 m = 22·85 m.

22·85 × 4·5
9140
11425
102.825 m²
102.825 m² : 2 = *51·4125* m² a trapez területe.

Itt előnyös egyszerűsítésre jutunk, ha a 2-vel való osztást a szorzás előtt végezzük.

Feladatok. 1. Egy trapez párhuzamos oldalai 7 m és 5 m, magassága 4 m; mekkora a területe?

2. Egy trapez párhuzamos oldalai 3·9 m és 2·1 m hosszúak, a magassága 1·8 m. Mennyi a területe?

3. A közönséges utcai lámpákon 4 trapezalakú üveglap van, melyeken a párhuzamos oldalok 12 és 18 cm hosszúak, távolságuk 30 cm. Hány dm² üveg kell egy lámpához?

4. Egy trapezalakú szántóföld egyik oldala 584 m, a vele párhuzamos oldal kétszer akkora; távolságuk 791 m; számítsuk ki a trapez terü-

letét. Mennyi búza termett a szántóföldön, ha egy *ha* területen 17 q termett?

5. A trapezalakú házfödéloldal alul 10 m, fölül 6 m hosszú; az alsó és felső szélének távolsága egymástól 4 m. Hány darab cserép kell ezen oldal fedéséhez, ha egy cseréppel 45 cm hosszú és 12 cm széles területet lehet befödni?

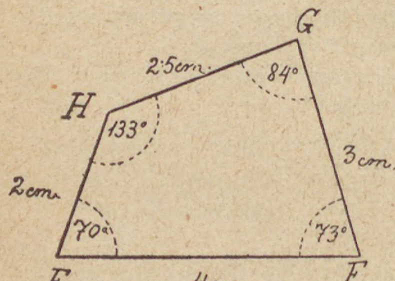
Díszítmények trapezekkel. — **1. Tapétaminta** (VI. lap, 43. ábra). A külső négyzet oldalait felosztjuk három egyenlő részre; az osztáspontokat vízszintes és függőleges egyenesekkel összekötjük; az így támadt kereszt karjait 45^0-ú egyenesekkel bemélyítjük.

2. Padozatminta (VII. lap, 44. ábra). A négyzet oldalait három egyenlő részre osztjuk, az osztáspontokat egymással és a középponttal összekötjük és a külső idom oldalaival párhuzamosakat rajzolunk; ilymódon nyolc szimmetriás trapez támad.

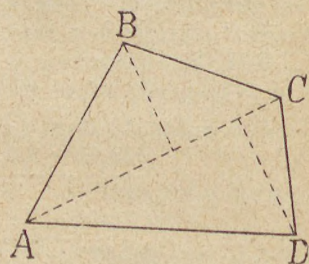
XVI. A trapezoid.

1. Az *EFGH* négyszögben (93. ábra) egy oldal sem párhuzamos más oldallal. Ily négyszög neve *trapezoid* vagy *általános négyszög.*

2. Egy átlóval a négyszöget két háromszögre oszthatjuk (94. ábra). A négyszög szögeinek összege annyi, mint a két három-



93. ábra.



94. ábra.

szög szögeinek összege együttvéve, azaz annyi, mint 2-szer 180^0. *A négyszögben a szögek összege négy derékszög.*

Erről úgy is meg lehet győződni, hogy a négyszög szögeit megmérjük s a mértékszámokat összeadjuk (93. ábra). Az összeg 360^0 vagy $4R$.

3. A trapezoid területét úgy kapjuk meg, hogy azt egyik átlójával két háromszögre bontjuk, mindegyik háromszög területét kiszámítjuk és az eredményeket összeadjuk.

Feladat. A 94. ábrában $AC = 3·7$ cm, a *B* és *D*-ből az átlóra emelt merőlegesek mértékszámai 1·5 és 1·7 cm; számítsuk ki a négyszög területét.

Összefoglalás. *A négyszögeket aszerint csoportosítjuk, hogy hány pár oldaluk párhuzamos. Az első csoportba azok a négyszögek tartoznak, melyekben két pár oldal párhuzamos ; közös nevük* ***parallelogramma.*** *A második csoportba azok a négyszögek tartoznak, melyekben egy pár oldal párhuzamos ; nevük* ***trapez*** *(közönséges és szimmetriás trapez). A harmadik csoportba azok a négyszögek tartoznak, melyekben egy pár oldal sem párhuzamos ; nevük* ***trapezoid.*** *Ezek közé tartozik a deltanégyszög is.*

Valamennyi négyszögnek közös tulajdonsága, hogy a szögek összege négy derékszög.

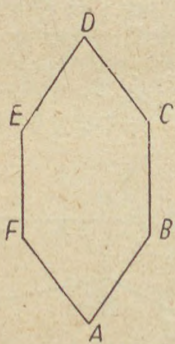
Szimmetriás négyszögek : a négyzet, a téglalap, a rombusz, a szimmetriás trapez és a deltanégyszög.

Az átlók egyenlők : a négyzetben, a téglalapban és a szimmetriás trapezben.

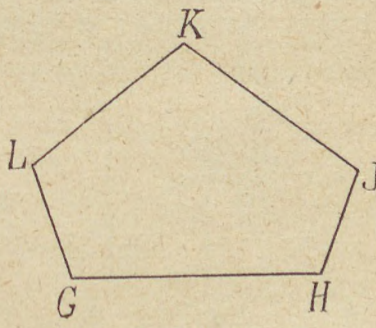
Az átlók egymásra merőlegesen állanak : a négyzetben, a rombuszban és a deltanégyszögben.

XVII. A sokszögek általában.

1. A síknak oly részét, melyet négynél több egyenes határol, *sokszögnek* nevezzük. A határoló egyenesek a sokszög *oldalai.* A szomszédos oldalok metszéspontjai a sokszög *sarokpontjai.* Minden sarokpontnál a sokszögnek egy *szöge* van. A sokszögnek annyi sarokpontja és szöge van, mint ahány oldala.



95. ábra. Egyenlőoldalú hatszög.



96. ábra. Egyenlőszögű ötszög.

Az oldalok száma szerint megkülönböztetünk *ötszöget, hatszöget, hétszöget* stb.

Oly egyenest, mely nem szomszédos sarokpontokat köt össze, *átlónak* nevezünk. Péld. *AE, AD* (97. ábra).

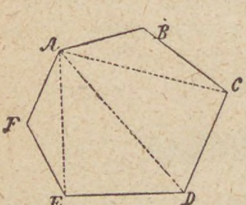
2. Az oldalokat tekintve, a sokszögek : 1. *egyenlőoldaluak,* midőn valamennyi oldaluk egyenlő (95. ábra) ; 2. *egyenlőtlen* *oldaluak*, midőn az oldalok között nem egyenlők is vannak (96. ábra).

A szögeket tekintve, a sokszögek:

1. *egyenlőszögüek*, midőn a szögek kivétel nélkül egyenlők (96. ábra); 2. *egyenlőtlenszögüek*, midőn a szögek között a többiekkel nem egyenlő is van (95. ábra).

Az egyenlőoldalú sokszögek nem okvetlenül egyenlőszögüek és az egyenlőszögüek sem okvetlenül egyenlőoldaluak. Így a 95. ábrában egyenlőoldalú hatszöget látunk, melynek szögei különbözők és a 96. ábrában egyenlőszögű ötszöget, melynek oldalai különbözők.

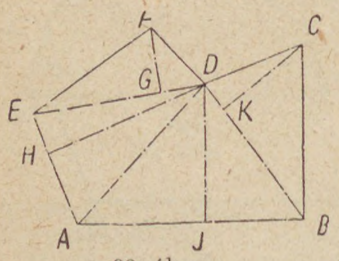
3. *Miképp tudjuk meg az ABCDEF hatszög szögeinek összegét?* (97. ábra). Valamely sarokpontból, A-ból annyi átlót húzunk, ahányat húzhatunk; azután megszámláljuk a keletkezett háromszögeket (4); egy-egy háromszögben a szögek összege 180^0; tehát a hatszögben 4-szer annyi, azaz $4 \times 180^0 = 720^0$.



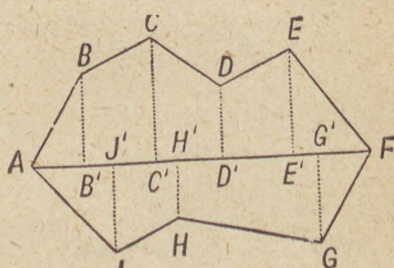
97. ábra.

Számítsuk ki az öt-, hét-, nyolc-, kilenc-, tízszög szögeinek összegét! Hány nyújtott szög mindegyikben a szögek összege?

4. **A sokszög területe.** Valamely $ABCDFE$ sokszög területét úgy számítjuk ki, hogy a sokszöget (98. ábra) egyik sarokpontjából, péld. D-ből kiinduló átlók által háromszögekre bontjuk; mindegyik háromszög területét külön-külön kiszámítjuk; az ekként talált területeket összeadjuk; az összeg az adott sokszög területe.



98. ábra.



99. ábra.

Hogy az ábrában lerajzolt sokszög területét ily módon kiszámíthassuk, minden egyes $\triangle$-ben alapvonalat választunk és mindegyik alapvonalra magasságot húzunk; aztán az alapokat és magasságokat megmérjük.

Ha a sokszögben domború szögek is vannak, akkor célszerű a leghosszabb átlót (AF-et 99. ábra) közös alapvonalul választani és a sarokpontokból arra merőlegeseket bocsátani. A BB', CC' stb. merőlegesek derékszögű háromszögekre és oly trapezekre osztják a sokszöget, mely trapezeknek magassága az AF alapvonalon látszik. Ezen részek területeit kiszámítjuk és összeadjuk ; az összeg a sokszög területe.

Feladatok. 1. Számítsuk ki a 98. ábrában látható sokszög területét, ha $DE = 42$ m, $FG = 15$ m ; $AE = 24$ m, $DH = 47$ m ; $AB = 56$ m, $DJ = 38$ m ; $BD = 32$ m, $CK = 12$ m.

2. Az $ABCDEFGHJ$ sokszög (99. ábra) egy teleknek a térképe, melyen 1 mm = 1 m. Számítsuk ki a telek területét az AB', BB', $B'C'$, CC', stb. távolságok megmérése segítségével.

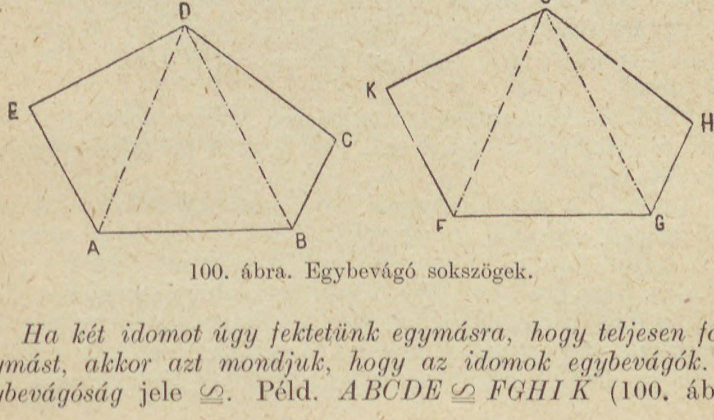
Díszítmények sokszögekkel :

1. **Részlet a kecskeméti városház dísztermében levő ablakról** (XII. lap, 45. ábra). Sarokponton álló négyzetekből hálót készítünk s a négyzetek sarokpontjait a kisebb (rózsaszínű) négyzetekkel letompítjuk, miáltal egyenlőtlen oldalú, de egyenlőszögű nyolcszögek keletkeznek. E nyolcszögek közepébe köröket rajzolunk.

2. **Mozaik csillagokkal** (VIII. lap, 46. ábra). Egyenlőtlenszögű és oldalú hatszögek hatosával egy-egy hatszögű csillag körül állanak. Rajzolása végett négyzetes hálót készítünk. Színek : a sraffozott csillagok szürke, a háromszögek narancssárga, a hatszögek világossárga színűek.

XVIII. Az idomok egybevágósága és hasonlósága.

1. **Egybevágó idomok.** Eddigi tanulásunk folyamán ismételten találtunk egybevágó háromszögeket. Más idomok is lehetnek egybevágók.



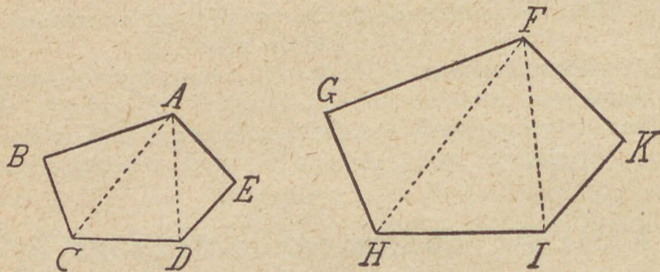
100. ábra. Egybevágó sokszögek.

Ha két idomot úgy fektetünk egymásra, hogy teljesen födik egymást, akkor azt mondjuk, hogy az idomok egybevágók. Az *egybevágóság* jele $\cong$. Péld. $ABCDE \cong FGHIK$ (100. ábra).

Egybevágó idomok megegyeznek egymással az oldalokban és a szögekben; tehát az egyik idom minden oldalához és szögéhez találunk a másik idomban egy vele egyenlő oldalt és szöget, és az egyenlő oldalok és egyenlő szögek mind a két idomban ugyanazon rendben következnek egymásra.

Midőn egy idomot *lemásolunk*, akkor a másolat az eredetivel egybevágó. A lemásolást úgy végezzük, hogy az eredeti idom oldalait, szögeit és átlóit ugyanazon rendben összerakva, oly új idomot rajzolunk, mely az eredetivel mindenben megegyezik.

2. **Hasonló idomok.** Valamely idomot nem csupán ugyanolyan nagyságban, hanem kisebbítve vagy nagyobbítva is lehet lerajzolni (101. ábra). Az idom kisebbített vagy nagyobbított másolata nem egybevágó az eredetivel, hanem hozzá *hasonló*. A másolat megegyezik az eredetivel a *szögekben*, de az



101. ábra. Hasonló sokszögek.

oldalai arányosan rövidebbek vagy hosszabbak; péld. *FG* 2-szer akkora, mint *AB*; *FK* 2-szer akkora, mint *AE* stb.

Ha két idomban a szögek páronkint egyenlők s az egyik idomnak oldalai a másik idom oldalainál arányosan rövidebbek, illetőleg hosszabbak, akkor azt mondjuk, hogy az idomok egymáshoz hasonlók. A h sonlóság jele $\sim$. $ABCDE \sim FGHIK$ (101. ábra).

Két hasonló idomban az egyik idom minden pontjának, oldalának és szögének a másiknak egy hasonlóan fekvő pontja és szöge felel meg.

Eszerint a hasonlóságnak két ismertetőjele van: *a megfelelő szögek egyenlők, a megfelelő oldalok ugyanegy arányban* (péld. 2-szer, 3-szor, 10-szer) *hosszabbak vagy rövidebbek.* Csupán egynek a jelenléte ezen jelek közül nem elégséges ahhoz, hogy az idomokat hasonlóknak mondjuk. Például két téglalapban a szögek mindig egyenlők, mégis a téglalapok csak akkor hasonlók, ha az oldalok arányosan rövidebbek, illetőleg hosszabbak.

Az egyenlőoldalú háromszögek, a négyzetek, a körök mindig hasonlók egymáshoz.

Feladatok: *a)* Rajzoljunk téglalapot 5 és 8 cm hosszú oldalokkal; aztán ahhoz hasonló téglalapot, melynek oldalai kétszerte kisebbek.

b) Rajzoljunk derékszögü háromszöget 3 és 2 cm hosszú befogókkal; aztán ahhoz hasonló háromszöget kétszer hosszabb oldalokkal.

c) Rajzoljunk rombuszt 9 és 6 cm hosszú átlókkal; aztán ahhoz hasonló rombuszt harmadrésznyi oldalokkal.

3. A térkép kisebbített másolata annak a földrésznek, melyet ábrázol. Tehát a rajta levő alakok hasonlók az eredetinek alakjaihoz. Hogy a térképről megtudhassuk a távolságok valódi hosszúságát, figyelnünk kell a kisebbítés arányára. Ezt az arányt a térképen feltüntetett mérték mondja meg.

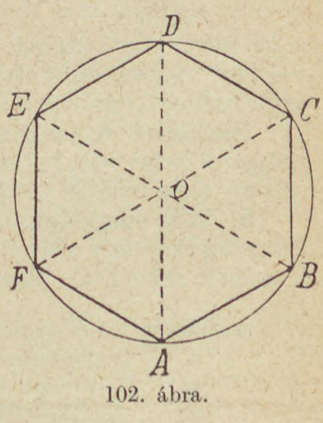
Péld. »Mérték 1 : 2,400.000« azt jelenti, hogy a térképen minden hosszúság 2,400.000-szer kisebb, mint a valóságban. Ha tehát a térképen mérve, két város között a távolság 20 mm, akkor valódi távolságuk 2,400.000 × 20 mm = 48,000.000 mm = 48.000 m = 48 km.

XIX. A szabályos sokszögek.

1. *Oly idomot, melynek oldalai és szögei egyenlők, szabályos idomnak nevezünk.*

Az egyenlőoldalú háromszög, a négyzet szabályos idom; ezeken kívül vannak szabályos ötszögek, szabályos hatszögek stb.; közös nevök *szabályos sokszög.* A szabályos sokszöget a természetben is meg lehet találni. A hóvirág szabályos △; a berki anemone — szellőrózsa — levele szabályos ötszög; a passziflóra — golgotavirág — virága szabályos tizenkétszög alakjára emlékeztet.

2. Szabályos sokszöget úgy szerkeszthetünk, hogy kört rajzolunk; a kört annyi egyenlő részre osztjuk, ahány oldalú sokszöget kivánunk; azután a körön talált pontokat rendre összekötjük. Ekkép szabályos sokszöget kapunk. Péld. *ABCDEF* (102. ábra).



102. ábra.

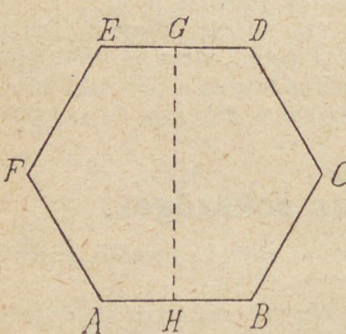
Az így rajzolt sokszög körbe van írva. A kört *körülírt körnek* nevezzük.

3. Középponti szög. Ha a szabályos sokszög sarokpontjait (102. ábra) a körülírt kör középpontjával összekötjük, a sokszög annyi egyenlőszárú háromszögre oszlik, ahány oldala van. Ezen háromszögek egybevágók.

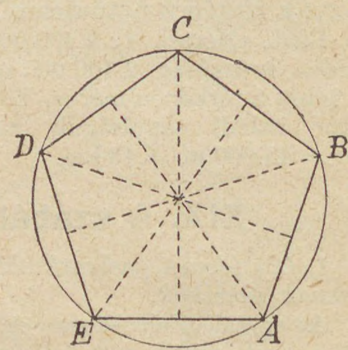
A középpont körül keletkezett szögeket *középponti szögeknek* nevezzük. Ugyanazon sokszögben a középponti szögek egyenlők. A középponti szög nagyságát úgy számítjuk ki, hogy 360°-ot annyi egyenlő részre osztunk, ahány oldalú a sokszög. Például szabályos nyolcszögben egy középponti szög = 360° : 8 = 45°.

Mekkora a középponti szög: *a)* szabályos háromszögben? *b)* szabályos négyszögben? *c)* szabályos ötszögben? *d)* szabályos hatszögben? *e)* szabályos tízszögben? Változik-e a középponti szög az oldalok nagyobbodásával vagy kisebbedésével?

4. Szabályos sokszög rajzolása. Szabályos sokszöget úgy rajzolunk, hogy kiszámítjuk a középponti szög nagyságát; azután kört rajzolván, a kör középpontjához a kiszámított nagy-



103. ábra.



104. ábra.

ságú középponti szöget rajzoljuk; ezen szög szárai a körvonalból ívet vágnak el, melynek húrja a rajzolandó sokszög oldala; ezt körzőbe vesszük és a körvonalon körülrakjuk. (Begyakorlás!)

Szabályos hatszöget úgy is rajzolhatunk, hogy a körben a sugarat mint húrt hatszor körülrakjuk s a talált osztáspontokat sorban összekötjük (102. ábra).

5. Szög nagysága. A szabályos sokszög szögei egyenlők. Nagyságukat úgy számítjuk ki, hogy a szögek összegét osztjuk a szögek számával. Eszerint a

	a szögek összege	egy szög
szabályos ötszögben	540° : 5	= 108°
» hatszögben	720° : 6	= 120°
» hétszögben	900° : 7	= $128\frac{4}{7}$°
» nyolcszögben	1080° : 8	= 135°.

Látnivaló, hogy minden szabályos sokszögnek meghatározott nagyságú szögei vannak.

6. Szimmetria. Ha a szabályos sokszögben egy szög felezővonalát rajzoljuk, ez a sokszöget két szimmetriás részre bontja.

Igy az $ABCDEF$ hatszögben (102. ábra) a BAF ∢-nek AD felezővonala az idomot szim etr'ásan sze'i.

Minden szabályos sokszög szimmetriás idom; szögfelezői a szimmetrális tengelyek.

Ha a szabályos sokszög valamely oldalának felezőpontjában merőlegest emelünk, ez az idomot szintén szimmetriásan szeli (103. ábra).

A sokszög oldalainak felezőpontjaiban emelt merőlegesek szintén szimmetrális tengelyek.

A páros számú oldallal bíró sokszögben (péld. a szabályos hatszögben, 102. és 103. ábra) minden szimmetrális két szöget, illetőleg két oldalt felez; a páratlan számú oldalall bíró sokszögben (péld. szabályos ötszögben, 104. ábra) minden szimmetrális egy oldalt és egy szöget felez. Tehát mondhatjuk:

Minden szabályos sokszögnek annyi szimmetrálisa van, ahány oldalú. Valamennyi szimmetrális a sokszög középpontján halad át.

7. Szabályos sokszög területe. Szabályos sokszög területének kiszámítása végett a sokszöget úgy bontjuk háromszögekre, hogy a sarokpontokat összekötjük a sokszög középpontjával (102. ábra). Ezáltal a szabályos sokszög annyi *egybevágó* egyenlőszárú háromszögre oszlik, ahány oldalú a sokszög. Kiszámítjuk egy ilyen háromszög területét s megszorozzuk az oldalok számával. A szorzat a sokszög területe.

Feladatok. 1. Szabályos hatszög oldala 1·4 dm, a középpontból az oldalra bocsátott merőleges 1·2 dm; számítsuk ki a szabályos hatszög kerületét és területét.

2. Az Andrássy-úti Oktogon (szabályos nyolcszög) egyik oldala = 28·6 m, a középpontból az oldalra bocsátott merőleges 34·5 m. Hány fakocka kell a tér burkolásához, ha egy ily kocka szélessége = 8 cm, hosszúsága = 12 centiméter?

3. Egy filagória padlója szabályos hatszögalakú, melynek kerülete 15 m. Az oldalok a középponttól 2·25 m távolságban vannak. Mennyibe kerül a filagória deszkapadlója, ha 1 m²-ért 3·30 K-t kérnek?

Díszítmények szabályos sokszögekkel.

1. Csillagidom szabályos ötszögben (VIII. lap, 47. ábra). Szabályos ötszöget oly módon kapunk, hogy egy körben a középpont körül 72°-nyi szögeket rajzolunk. Az ötszögben az összes átlókat rajzoljuk, miáltal az idom belsejében új szabályos ötszög keletkezik.

2. Csillagidom szabályos hatszögben (VIII. lap, 48. ábra). Körbe szabályos hatszöget rajzolunk és ebben a sarokpontokat egynek-egynek átugrásával összekötjük egymással.

3. Mozaik (VIII. lap, 49. ábra). A szabályos hatszög oldalait négy egyenlő részre osztjuk s az osztáspontokat a szabályos hatszög oldalaival párhuzamosan haladó egyenesekkel összekötjük. Ezáltal belül kisebb szabályos hatszögek keletkeznek.

4. **Himzés-minta** (VII. lap, 50. ábra). Szerkesztése négyzetes hálóban úgy történik, hogy öt négyzetből keresztalakot képezünk; minden négy keresztet egy-egy nyolcszög, két-két keresztet és két-két nyolcszöget pedig egy-egy dűlt helyzetű hatszög köt össze. Festés: a nyolcszögek világossárga, a dűlt helyzetű hatszögek világosbarna, a keresztek középső négyzetei pedig sötétbarna színűek.

5. **Csillagidom szabályos nyolcszögben** (VIII. lap, 51. ábra). Egy kör középpontja körül nyolc 45^0-ú szöget rajzolunk. Az átmérők végpontjaiban a körhöz érintőket rajzolunk és így a szabályos nyolcszöget kapjuk. Ebben a szabályos nyolcszögben a sarkpontokat úgy kötjük össze, hogy mindig két pontot kihagyunk.

6. **Szt. Domitila sírboltjának mennyezetfestményéből.** (VIII. lap, 52. ábra). A római katakombák földalatti üregek, főkép Róma környékén; a régi keresztények temetkezési helyei; az üldözések alkalmával az istentiszteletet itt tartották és részben itt laktak is. E katakombákban találták meg az itt látható díszítményt. A körbe 45^0-nyi középponti szögeket rajzolunk s ezek közé szabályos nyolcszögű sávokat. A nyolc nyúlvány ugyanannyi egybevágó mezőre osztja a körig megmaradt részt; ezeken a mezőkön az eredetiben szép falfestmények vannak.

7. **Tizenkét-csúcsú csillagsokszög** (XI. lap, 53. ábra). Miután a kört 6, és további felezés által 12 egyenlő részre osztottuk, az osztáspontokat úgy kötjük össze egyenesekkel, hogy három-három pontot kihagyunk; vagyis a körben négy egyenlőoldalú háromszöget rajzolunk és ezeknek oldalaiból a közbeeső részeket kitörüljük.

XX. A kör érintői.

1. Az egyenes vonalnak háromféle helyzete van a körvonalhoz: vagy átmetszi a körvonalat két pontban, vagy érinti azt egy pontban, vagy nincsen közös pontja a körvonallal.

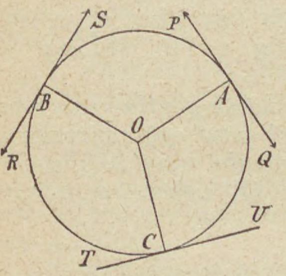
2. Ha az egyenesnek csak egy közös pontja van a körvonallal, akkor a neve *érintő*; a közös pont az *érintőpont* (A, B, C 105. ábra). Az érintőpontot úgy határozzuk meg, hogy a középpontból az érintőre merőleges sugarat húzunk; a sugár végpontja az érintőpont. ($OA \perp PQ$, $OB \perp RS$, $OC \perp TU$.)

3. *Rajzoljunk a körvonalon adott A pontban érintőt* (105. ábra). Evégett az adott ponthoz az OA sugarat és erre az A pontban a PQ merőlegest húzzuk. PQ az érintő.

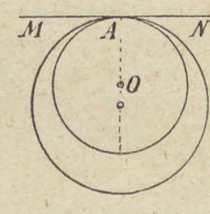
4. *Rajzoljunk kört, mely az MN egyenest az A pontban érinti* (106. ábra). Rajzoljunk A-ban MN-re merőleges vonalat; ezen a vonalon *bárhol* választhatjuk meg a kör középpontját,

péld. O-ban ; azután OA sugárral rajzoljuk az érintő kört. — Hány érintő kört rajzolhatunk az A pontban az MN egyeneshez?

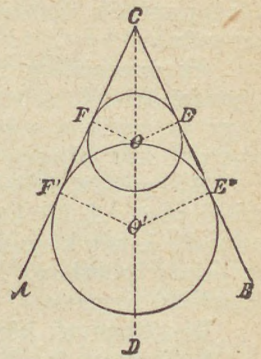
5. *Rajzoljunk kört, mely az ACB szögnek mind a két szárát érinti* (107. ábra). Felezzük a szöget ; a CD felezővonalon



105. ábra.



106. ábra.

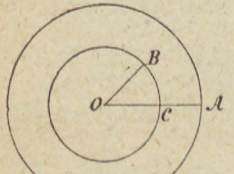


107. ábra.

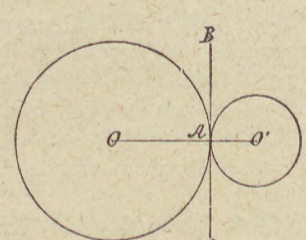
akárhol választhatjuk meg a kör középpontját, O-t. E pontból a szög száraira az OE, OF merőlegeseket emeljük ; ezek egyenlők egymással. Az egyiket körzőbe vesszük és ezzel a sugárral O körül kört rajzolunk. A kör a szárakat E, F pontokban érinti. Hány ily érintő kört rajzolhatunk a szög szárai közé?

XXI. Egyközepű és érintkező körök.

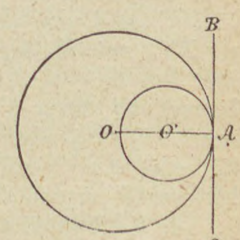
1. Egyközepű körök. Oly köröket, melyeknek *ugyanegy* középpontjuk van, *egyközepű* (koncentrikus) köröknek nevezünk



108. ábra.



109. ábra.



110. ábra.

(108. ábra). A síknak azt a részét, mely az egyközepű körök kerületei közé esik, *körgyűrűnek* mondjuk.

Az egyközepű körök kerületei mindenütt egyenlő távolságban vannak ; a távolság egyenlő a sugarak különbségével, *AC*-vel. Ily körvonalok egymást nem metszhetik ; azokat egymással párhuzamosaknak tekinthetjük.

2. **Érintkező körök.** Oly köröket, melyeknek különböző középpontjaik vannak, *nem egyközepű* (excentrikus) köröknek nevezünk.

Az excentrikus körök közül fölemlítjük azokat, melyek *egymást érintik.* A 109. ábrában a két kör *úgy* érinti egymást, hogy az egyik a másikon kívül van, míg a 110. ábrában a nagyobb kör teljesen körülfogja a kisebbiket.

Az egymást érintő köröknek csak egy közös pontjuk van : az érintő pont. A két középpont és az érintő pont egy egyenesben vannak. A két körnek *egy közös érintő vonala* van *(BC)*, mely az érintő pontban, *A*-ban, merőlegesen áll a középpontokat összekötő egyenesre, *OA*-ra.

Díszítmények körökkel :

1. **Egyszerű fonatú csombók** (asszír és perzsa díszítés) (IX. lap, 54. ábra). Egyenlő távolságokban kijelöljük a körök középpontjait ; ezek körül a kisebb belső köröket rajzoljuk. Ugyanazon középpontokból aztán a szomszédos kis köröket érintő nagyobb külső köröket rajzoljuk. Színek : az alap sötét, a csombók világos színű.

2. **Körökbe font négyzetek** (IX. lap, 55. ábra). Miután a középpontokat egyenlő távolságokban kijelöltük, ezek körül érintkező és beléjük egyközepű köröket rajzolunk. A körökbe sarokponton álló négyzetek fonódnak.

3. **A marosvásárhelyi Gróf Teleki-könyvtárban levő Corvin-codex táblája** (XI. lap, 56. ábra). A külső félköröket a közös érintők kapcsolják össze. A belső négyzet oldalait félkörök szakítják meg ; eme idom körül még két közös középpontú négyzet helyezkedik el koncentrikusan.

Mátyás király budai udvari könyvtárára, mely 16.000 kötetnél többet tartalmazott, 26 év alatt 858.000 aranyat költött. Ez volt a XV. század legnagyobb és leggazdagabb könyvtára. Midőn 1686-ban Budavárát a törököktől visszafoglalták, az itt talált könyvek legnagyobb részét a bécsi császári könyvtárba szállították. Európa összes könyvtáraiban 145 Corvin-codex van. — Mátyás önálló könyvkötő-stílt (Corvin-stíl) honosított meg, mely a Corvina könyveit más könyvektől megkülönbözteti.

4. **Körívekből alakított fonott díszítés** (XI. lap, 57. ábra). Két egyenlőoldalú háromszögből csillagidomot alakítunk. Ennek csúcspontjai a körívek középpontjai. A csillagidomnak szabadon maradó részeit szürkére, a körívek határolta idomokat feketére, magát a fonott díszítést sárgára festhetjük.

5. **Négyzetekben alakított fonott díszítés** (XI. lap, 58. ábra). A négyzet oldalait 7 egyenlő részre osztjuk, miáltal a szalagok vastagságát kapjuk. A körívek középpontjait úgy határozzuk meg, hogy a második

részeket felezzük, tehát a külső körívek sugara $1\frac{1}{2}$, a belsőké $\frac{1}{2}$ rész. Két külső és két belső kört a közös érintők kapcsolnak össze.

6. Fonott díszítés négyzetben (XI. lap, 59. ábra). A szalagok szélessége a négyzet oldalainak $\frac{1}{11}$-része. A belső teljes kör sugara $3\frac{1}{2}$-szer akkora, mint a szalagok szélessége, a külső kör sugara pedig $4\frac{1}{2}$-szer akkora. A körívek középpontjai a külső teljes körön és a négyzet átlóin vannak, és e körök érintőleg mennek át a szalag egyenes vonalú részeibe.

7. Aranylevél Priamos kincséből (IX. lap, 60. ábra). Az őskori *Trója* területén végzett ásatások alkalmával a királyi palota közelében a vár falai mellett megtalálták *Priamos* király gazdag kincsét, közte ilyen aranykorongokat csillaggal vagy rozettával díszítve. Több ilyen aranylevél összefűzve női fejdíszt alkotott. A külső egyközepű körökön belül látunk egy tizenkét csúcsú csillagszöget. Csúcsait összekötjük a középponttal.

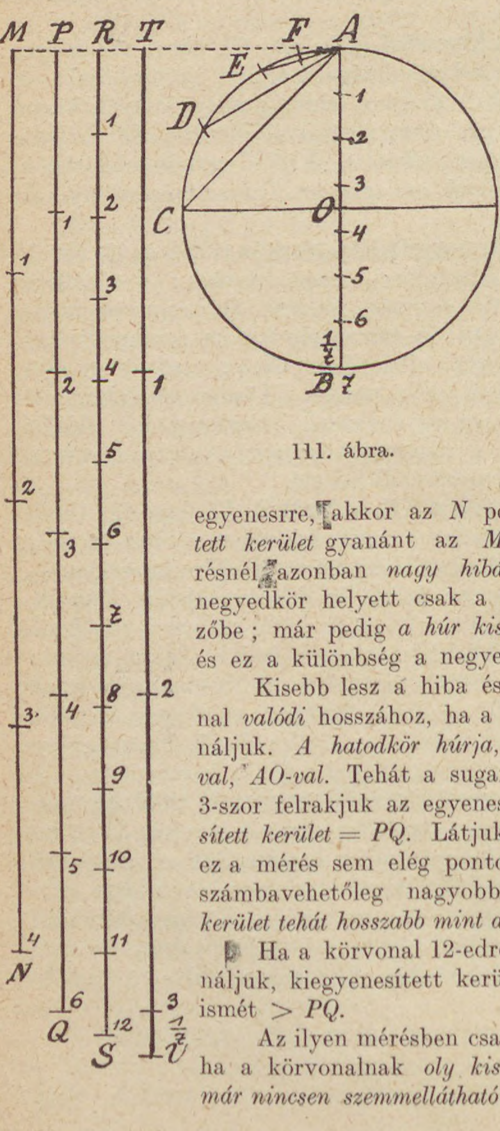
8. Balkányi (szabolcsvármegyei) lelet részlete (IX. lap, 61. ábra). Egyenlőszárú háromszöget rajzolunk; szögeit felezzük; a szögfelező vonalak egy pontban metszik egymást, melyen át párhuzamosakat rajzolunk a háromszög oldalaival. A háromszög minden sarokpontjánál rombusz keletkezik; a felső csúcsnál levő rombusz marad, de az alsó két rombuszt körívekkel tompítjuk le, melyek a középpontból kiinduló rombuszoldalokat, valamint az egyenlőszárú háromszög két oldalát érintik, középpontjuk tehát a rombusz középpontjában van, míg a rádiuszt a 107. ábra (68. old.) szerint állítjuk elő.

9. Lombárd fonott díszítés a XII. századból (IX. lap, 62. ábra). Hasonló díszt találtak hazánkban a szalavári római várban (a Zala balatoni torkolatánál) az ajtó szemöldöke fölött egy kőre kifaragva. — Négyzetet rajzolunk; benne az átlót és felezővonalakat húzzuk. Az oldal felével mint sugárral a sarokpontok körül köríveket rajzolunk az átlókig. Ezeket oly félkörökkel folytatjuk, melyek a négyzet egy-egy oldalát érintik. Egy ily kör középpontjának és rádiuszának előállítása végett pl. *A* pontban — lásd 62 *a)* ábra — az átlóra merőlegest állítunk, ez a négyzet oldalát *B* pontban metszi; az itt támadt 45^0-ú szöget felezzük; a felezővonal metszéspontja az átlóval a félkör középpontja.

10. Fonott díszítés az aracsi (torontálvármegyei) emlékkő romjáról (IX. lap, 63. ábra). Egyenes vonalon egyenlő távolságokban kitűzzük az egyközepű körök középpontjait s megrajzoljuk az egyközepű köröket úgy, hogy a gyűrük külső körei a kitűzött pontokban egymást érintsék. Minden középpontból a szomszédos középső körökhöz közös érintőket rajzolunk s ezekkel párhuzamosan közös érintőket egy-egy külső és a következő belső körhöz. Ezáltal egymásba font kettős hullámvonal keletkezik.

XXII. A kör kerülete és területe.

1. A körvonal kiegyenesítése. A körvonalat *kiegyenesíteni* (szó szerint) annyit tesz, mint azt egyenes vonallá változtatni. Ha *hajlítható drót* alkotná a körvonalat, akkor csakugyan kiegyenesíthetnők, azután megmérhetnők a hosszúságát, vagyis a körvonal *kerületét*.



111. ábra.

De a kiegyenesítést *rajzolva* is végezhetjük. *Rajzoljunk egyenest, mely oly hosszú, mint a körvonal* (111. ábra).

Evégett húzzunk elég hosszú egyenest és mérjük reá a körvonal részeit. Ha a körvonal negyedrészét mérjük az egyenesrre, akkor az N pontba jutunk és *kiegyenesített kerület* gyanánt az MN-t kapjuk. Ennél a mérésnél azonban *nagy hibát* követtünk el; mert a negyedkör helyett csak a *húrját*, AC-t vehetjük körzőbe; már pedig *a húr kisebb, mint a hozzátartozó ív*, és ez a különbség a negyedkörnél igen *tetemes*.

Kisebb lesz a hiba és közelebb jutunk a körvonal *valódi* hosszához, ha a körvonal hatodrészét használjuk. *A hatodkör húrja, AD, egyenlő a kör sugarával, AO-val.* Tehát a sugarat 6-szor, vagy az átmérőt 3-szor felrakjuk az egyenesre, P-től Q-ig; *a kiegyenesített kerület* $= PQ$. Látjuk, hogy $PQ > MN$. De még ez a mérés sem elég pontos, mert a hatodkör is még számbavehetőleg nagyobb, mint a húrja. *A valódi kerület tehát hosszabb mint a háromszoros átmérő, PQ.*

Ha a körvonal 12-edrészének a húrját, AE-t, használjuk, kiegyenesített kerületül az RS-t kapjuk, mely ismét $> PQ$.

Az ilyen mérésben csak akkor nyugodhatunk meg, ha a körvonalnak *oly kis részét* használjuk, *amelynél már nincsen szemmellátható különbség az ív és a húr kö-*

zött. Ilyen például a körvonal 24-edrésze, AF. Ha ezt az ívet 24-szer felrakjuk az egyenesre, kiegyenesített kerületül TU-t kapjuk.

Ez a TU az $U3$ darabbal nagyobb, mint a háromszoros átmérő, $T3$. *Hasonlítsuk össze ezt az $U3$ különbséget a kör átmérőjével, AB-vel.* Azt találjuk, hogy *$U3$ = az átmérő hetedrésze.* Mondhatjuk tehát :

A körvonal kerülete annyi mint háromszor az átmérő, hozzáadva ennek a hetedrészét.

Feladat. Rajzoljunk három kört, 4, 6 és 8 cm hosszú sugárral. Ezeket lehető pontossággal egyenesítsük ki ; azután vizsgáljuk meg, hányszor hosszabbak a talált kerületek, mint a megfelelő átmérők.

2. Ludolf-féle szám. Akárhány körnél járjunk el oly módon, mint az elébb, mindig azt találjuk, hogy *a kör kerülete $3\frac{1}{7}$-szer hosszabb, mint az átmérő.*

Ezt a nevezetes geometriai törvényt már *Archimedesz* görög tudós állapította meg (300 évvel Krisztus születése előtt). Ő úgy fejezte ki, hogy *a kör kerülete annyi, mint 22-szer az átmérő hetedrésze.*

Minthogy $3\frac{1}{7} = \frac{22}{7}$, az Archimedesz tétele megegyezik a mi eredményünkkel.

A $3\frac{1}{7}$ vagy $\frac{22}{7}$ szám azonban nem fejezi ki egészen pontosan a kerület arányát az átmérőhöz. Későbben nagy pontossággal határozták meg ezt a fontos számot ; legelőször *Ceuleni* (kölni) *Ludolf* (35 tizedessel). Azért az ő nevéről *Ludolf-féle számnak* nevezzük.

Röviden π (mondd »pi«) görög betűvel (a *peripheria* = kerület szó kezdőbetűjével) jelöljük.

Öt tizedessel pontosan kifejezve ...... $\pi = 3{\cdot}14159$.
Négy » » » ...... $\pi = 3{\cdot}1416$.
Közönségesen elég, ha azt mondjuk .. $\pi = 3{\cdot}14$.

Ez a szám közel jár Archimedesz számához, mert $3\frac{1}{7}$, tizedestörtre változtatva $= 3{\cdot}1428$.

π-nek pontosabb értékét használva, a fentebb talált törvényt így fejezzük ki : *A kör kerülete 3·14-szor (vagy 3·1416-szer vagy 3·14159-szer) hosszabb, mint az átmérő.*

3. A kör kerülete. *Valamely kör átmérője 6 m ; mennyi a kerülete?*

Minthogy a kerület 3·14-szor hosszabb, mint az átmérő, ennélfogva a kerület $= 3{\cdot}14 \times 6$ m

$$= 18{\cdot}84 \text{ m} = 18 \text{ m } 84 \text{ cm}.$$

Ha pontosabb eredményt kivánunk, akkor az átmérőt a π-nek valamely pontosabb értékével szorozzuk, péld. 3·1416-tal. Lesz :

Kerület = 3·1416 × 6 m = 18·8496 m = 18 m 84·96 cm = 18 m 85 cm.

A kör kerületét úgy számítjuk ki, hogy az átmérőt a Ludolf-féle számmal szorozzuk.

Minthogy az átmérő kétszer annyi, mint a sugár, azt is mondhatjuk :

A kör kerületét úgy számítjuk ki, hogy a sugarat 2-vel és a Ludolf-féle számmal szorozzuk.

Képletben kifejezve :

Kör kerülete = 2 × sugár × π.

Vagy ha a sugarat (rádiuszt) röviden *r*-rel jelöljük :

Kerület = 2 × r × π.

Feladatok. 1. Mekkora a kör kerülete, ha az átmérője : *a)* 4 dm ; *b)* 7 cm ; *c)* 14 m ; *d)* 4·3 m ; *e)* 12·6 m.

2. Mekkora a kör kerülete, ha a sugara : *a)* 5 cm ; *b)* 16 cm ; *c)* 35 dm ; *d)* 14 m ; *e)* 22·3 m ; *f)* 5 m 4 dm.

3. A kocsikerék sugara 4·3 dm. Mily hosszú abroncs szükséges a megvasalásához ? Mennyi az abroncs súlya, ha folyóméterje 5·9 kg ?

4. A budapesti városligetben levő nagy köröndi (szökőkutakkal és virágágyakkal díszített köralakú tér) sugara 100 m. Mekkora a kerülete ?

5. Az Andrássy-út mentén levő köralakú tér átmérője 132 m. Mekkora a kerülete ?

6. Mekkora utat fut be egy kerék 100-szoros körülforgás alatt, ha átmérője = 0·5 m ? (157 m.)

7. Frigyes biciklin 15 km-nyi utat futott be. A nagy kerék átmérője 130 cm, a kisebbé 45 cm. Hányszor fordult meg a nagy, hányszor a kis kerék ?

8. Az Andrássy-út hossza körülbelül 3 km. Hányszor fordul meg ez úton a földalatti villamos vasút kereke, ha átmérője 0·8 m ?

9. Egy köralakú játszótér körül, melynek átmérője 30 m, fákat ültetnek 5—5 m távolságban. Hány fa szükséges ?

4. Az átmérő kiszámítása. *Egy kerek fatörzs kerülete 47·1 dm. Mennyi az átmérője ?* A kör kerülete 3·14-szor hosszabb, mint az átmérő. Ebből következik, hogy az átmérő a kerületben 3·14-szor foglaltatik. Képletben kifejezve :

átmérő = kerület : π.

Tehát a fatörzs átmérője = 47·1 dm : 3·14 = 15 dm.

Feladatok. Valamely kör kerülete 1·57 m. Mennyi az átmérője?

2. Valamely kör kerülete 1·475 m. Mennyi a sugara?

3. 20 fiu nyújtott karral körbe áll a játékhoz. Mindegyik átlag 1·2 m helyet foglal el. Mekkora az általuk alkotott kör átmérője?

4. 12 személyre való kerek asztalt akarunk készíttetni. Ha egy személyre 80 cm helyet számítunk, mekkorának kell lennie az asztal átmérőjének?

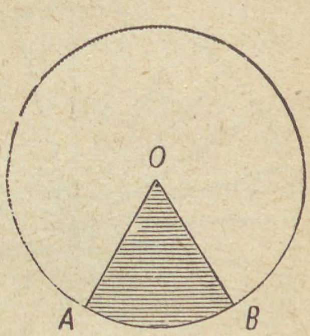
5. Egy kerek fatörzs kerülete 2·7 m. Mekkora az átmérője?

6. Egy hordó kerülete ott, ahol legvastagabb, 4·14 m. Mekkora azon a helyen az átmérője?

7. Rajzoljunk kört, melynek kerülete 31·4 cm.

8. Rajzoljunk 5 cm-nyi oldallal négyzetet; azután oly kört, melynek a kerülete egyenlő a négyzet kerületével. (*Útmutatás*: A kör kerülete = a négyzet kerületével; ebből számítsuk ki a megrajzolandó kör sugarát.)

5. Körív hossza. *Határozzuk meg az AB körív hosszát* (112. ábra). Evégett hasonlítsuk össze a körívet a körvonallal és állapítsuk meg, hogy *az ív hányadrésze a körvonalnak?* A hányadrésze a körív a körvonalnak, *annyiadrésze a körív hossza a kerületnek.*



112. ábra.

Az összehasonlítást az AOB szög segítségével végezzük, melyet az ív A, B végpontjaihoz húzott sugarak alkotnak. E szög csúcsa a *középpontban van*; azért *középponti szögnek* nevezzük.

Minden ívnek van ily középponti szöge. *Az ív annyi fokú, ahány fokú a középponti szöge.*

Az egész körvonal középponti szöge a *teljes szög*, 360^0. Az AOB körcikk középponti szöge 58^0.

Tehát így következtetünk:

Ha a 360^0-ú körív hossza . . . . a kerület,

akkor az 1^0-ú » » . . . . a $\dfrac{\text{kerület}}{360}$,

és az 58^0-ú » » . . . . $\dfrac{58 \times \text{kerület}}{360}$.

Szóval: *A körív hosszát úgy számítjuk ki, hogy a kör kerületét osztjuk 360-nal, a hányadost pedig szorozzuk a körív középponti szögének a fokszámával.*

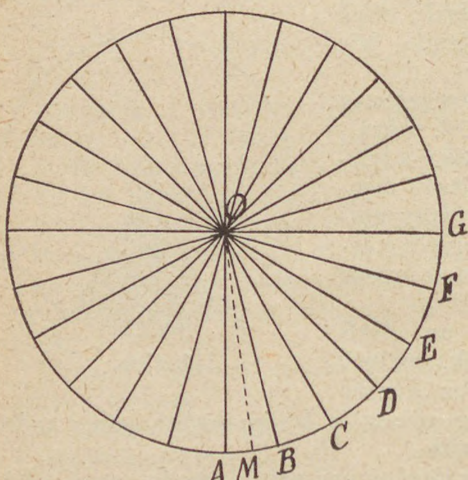
Kiszámítás. A sugár $AO = 2$ cm.
Tehát a kör kerülete ...... $2 \times 2 \times 3{\cdot}14 = 12{\cdot}56$ cm,
az 58^0-ú körív hossza .... $\frac{58 \times 12{\cdot}56}{360} = 2{\cdot}02$ cm.

Feladatok. 1. Valamely kör sugara 2·8 dm. Milyen hosszú e kör 1^0-ú íve? 25^0-ú íve? 63^0-ú íve?

2. Valamely kör sugara 3 cm. Milyen hosszú a 60^0-ú ív (a hatodkör)? Milyen hosszú a 72^0-ú ív (az ötödkör)? Milyen hosszú a 120^0-ú ív (a harmadkör)?

3. Valamely kör átmérője 3·3 dm. Mennyi a 40^0-ú körív hossza?

4. Iskolánk földgömbjének átmérője 4·7 dm. Milyen hosszú rajta az egyenlítőnek egy foka?



113. ábra.

5. Földünk egyenlítőjének a sugara 6377·4 km. Milyen hosszú az egyenlítőnek egy foka? (π-nek négy tizedessel kifejezett értékével számoljunk; a tizedeseket azután hagyjuk el.)

6. Az egyenlítőn fekvő két hely földrajzi hosszúságának a különbsége 3^0. Ivben mérve hány km a két hely távolsága egymástól?

7. Valamely kör sugara 5 cm. Mennyivel hosszabb a 60^0-ú ív, mint a hozzátartozó húr?

6. A kör területe.

Határozzuk meg a kör területét (113. ábra). Evégett osszuk fel a körvonalat oly k'csiny, egyenlő ívekre, hogy ezeket — szemmel észrevehető hiba nélkül — egyeneseknek tekinthessük. Például 24 egyenlő ívre. Az A, B, C stb. osztópontokat kössük össze az O középponttal.

Az OA, OB, OC stb. sugarak a körlapot 24 egybevágó *körcikkre* osztják, melyeket az AB, BC, CD stb. ívek kicsinysége miatt *háromszögeknek* tekinthetünk.

A kör területe egyenlő eme 24 háromszög területeinek az összegével. De minthogy azok a háromszögek *egybevágók*, csak *egynek* a területét számítjuk ki és azt 24-szer vesszük.

Az $AOB \triangle$ területe $= \frac{AB \times OM}{2}$.

Tehát a kör területe $= \dfrac{24 \times AB \times OM}{2}$.

De a $24 \times AB$ nem egyéb, mint a *kör kerülete*, és OM nem egyéb, mint *a kör sugara*. Mondhatjuk tehát:

A kör területe $= \dfrac{\text{kerület} \times \text{sugár}}{2}$.

A kör területe egyenlő a kerület és a sugár fél szorzatával.

Kiszámítás. Körünk sugara = 3 cm.

A kör kerülete $= 2 \times 3 \times 3{\cdot}14 = 18{\cdot}84$ cm.

A kerület és a sugár sorozata $= 3 \times 18{\cdot}84 = 56{\cdot}52$ cm^2.

A terület e szorzat fele $= 56{\cdot}52$ cm$^2 : 2 = 28{\cdot}26$ cm^2.

A kör területe $= 28{\cdot}26$ cm^2.

7. A terület képlete. Tudjuk, hogy

a kör kerülete $= 2 \times \text{sugár} \times \pi$.

Az előbbiek szerint ezt szorozzuk a sugárra[1], a szorzatot pedig osztjuk 2-vel; lesz:

a kör területe $= \dfrac{\text{sugár} \times 2 \times \text{sugár} \times \pi}{2}$.

a kör kerülete = sugár $\times$ sugár $\times$ π.

A kör területét úgy számítjuk ki, hogy a sugár mértékszámát önmagával és a Ludolf-féle számmal szorozzuk.

Példa. Valamely kör sugara 5 cm. Mennyi a területe?

Szorozzuk a sugarat önmagával . .	$5 \times 5 = 25$;
a szorzatot szorozzuk π-vel	$25 \times 3{\cdot}14$
	628
A terület $= 78{\cdot}5$ cm^2.	1570
	78·50

Feladatok: 1. Számítsuk ki a kör területét, melynek a *sugara: a)* 3 cm; *b)* 7 dm; *c)* 15 m; *d)* 4·6 m; *e)* 12·4 dm; *f)* 6 m 5 dm.

2. Számítsuk ki a kör területét, melynek az *átmérője: a)* 10 cm; *b)* 24 dm; *c)* 35 dm; *d)* 23·4 m; *e)* 52·23 m; *f)* 8 m 4 dm.

3. A városligeti köröndsugara 100 m. Hány ár a területe?

4. Az Andrássy-úti körönd átmérője 132 m. Mennyi a területe?

5. Egy kerek asztal átmérője 9·4 dm; mennyi a kerülete és területe?

6. Egy kerek asztallap átmérője 1 m 4 dm. Mennyi a területe?

7. Egy kerek fatörzs kerülete 2·2 m. Mennyi a fa keresztmetszetének a területe? (*Útmutatás:* A kerületből számítsuk ki a sugarat; a félkerületet szorozzuk meg a sugárral.)

8. Egy köralakú virágágy kerülete 12·57 m. Mennyi a területe?

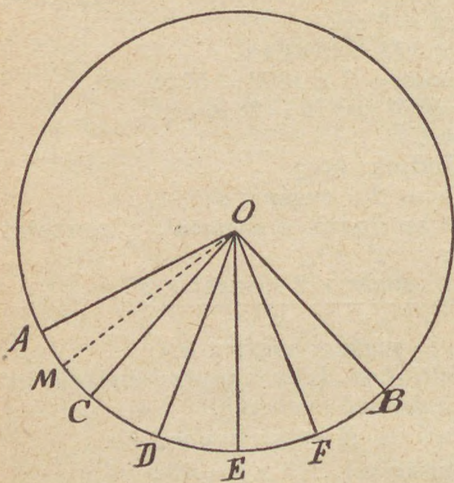
9. Húsz fiu kinyujtott karral körbe áll. Mindegyik átlagosan 1·2 m helyet foglal el. Mennyi az általuk bekerített kör területe?

10. Egy köralakú vízmedence átmérője 8·4 m. Mennyi a területe?

11. Egy tehén a legelőn 2 m hosszú kötélhez van kötve, melynek a másik vége le van cövekelve. Mekkora a terület, melyen a tehén legelhet?

12. Rajzoljunk 5 cm-nyi sugárral kört és a körbe négyzetet. Mennyivel nagyobb a kör területe, mint a négyzeté? (*Útmutatás:* A kör területe? A négyzet területe $2 \times 5 \times 5$ cm? (Miért?) A különbség?)

13. Rajzoljunk 5 cm-nyi sugárral kört és a körbe szabályos hatszöget. Mennyivel nagyobb a kör területe, mint a hatszögé? (A szabályos hatszöget 6 egyenlőoldalú $\triangle$-re bontjuk. Mindegyikben a magasság 4·33 cm. Mennyi a területük?)



114. ábra.

8. A körcikk területe. *Számítsuk ki az OAB körcikk területét* (114. ábra).

Osszuk fel az AB körívet oly kicsiny, egyenlő ívekre, amelyeket *egyeneseknek* tekinthetünk; azután húzzuk a CO, DO stb. sugarakat. Ezzel a körcikket egyenlő, kisebb körcikkekre osztottuk, melyeket az AC, CD ívek kicsiny volta miatt *háromszögeknek* tekinthetünk.

A körcikk területe egyenlő az AOC, COD háromszögek területeinek az összegével. Minthogy ezek a háromszögek egybevágók, csak *egynek* a területét számítjuk ki, amelyet azután a háromszögek számával — a jelen esetben 5-tel — szorozunk.

Az AOC háromszög területe $= \dfrac{AC \times OM}{2}$.

Az AOB körcikk területe $= \dfrac{5 \times AC \times OM}{2}$.

De $5 \times AC$ nem egyéb, mint az *AB körív hossza*, *OM* pedig a kör sugara. Mondhatjuk tehát:

Az AOB körcikk területe $= \dfrac{\text{körív hossza} \times \text{sugár}}{2}$.

A körcikk területét úgy számítjuk ki, hogy a körcikk ívének a hosszát a sugárral szorozzuk és a szorzatot 2-vel osztjuk.

Kiszámítás. Körcikkünk sugara 3 cm, középponti szöge 110°.

A kör kerülete...... $2 \times 3 \times 3{\cdot}14 = 18{\cdot}84$ cm.

A 110°-ú AB ív hossza.... $\dfrac{110 \times 18{\cdot}84}{360} = 5{\cdot}756$ cm.

Az AOB körcikk területe.. $\dfrac{5{\cdot}756 \times 3}{2} = 8{\cdot}634$ cm^2.

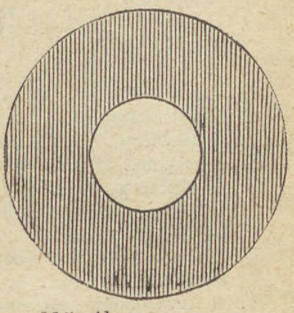
Feladatok. 1. Számítsuk ki a körcikk területét, ha a hozzá tartozó körív hossza: *a)* 16 cm, *b)* 5 dm, *c)* 8·3 cm,
sugara: 4 » 3 » 5 cm.

2. Számítsuk ki a körcikk területét, ha
a középponti szög: *a)* 40^0, *b)* 130^0, *c)* 24^0.
a sugár: 3 dm, 5 cm, 1·5 m.

3. Egy sarokasztalkára márványlapot készíttetünk, mely negyedköralakú 48 cm-es sugárral. Mennyibe kerül a márványlap, ha 1 m^2 ára 24 K?

4. Egy hosszú asztal középső része téglalap, mely 2 m hosszú és 90 cm széles. A két végén félkörlapok vannak. Mennyi az asztallap területe?

5. Valamely kör sugara 15 cm. Határozzuk meg a negyedkörlap területét! A hatodkörlap területét! A nyolcadkörlap területét.


115. ábra.

9. A körgyűrű területe. Számítsuk ki a 115. ábrában látható *körgyűrű* területét. Evégett a nagyobb kör területéből kivonjuk a kisebb kör területét.

A nagy kör sugara 1·9 cm; területe 1·9 × 1·9 × 3·14 = 11·34 cm^2.
A kis kör sugara 0·7 cm; területe 0·7 × 0·7 × 3·14 = 1·54 cm^2.

A körgyűrű területe = 9·8 cm^2.

Feladatok. 1. Egy körgyűrű külső körének sugara 9 dm; a belső kör sugara 8 dm. Mennyi a gyűrű területe?

2. A körgyűrű külső körének sugara 8 cm, a belsőé 5 cm. Mennyi a területe?

3. A körgyűrű szélessége 4 cm; belső körének sugara 6 cm. Mennyi a területe?

4. A körgyűrű szélessége 3 cm; külső körének sugara 5 cm. Mennyi a területe?

5. Egy vascső belső átmérője 79 mm, vastagsága 4 mm. Mennyi a vascső keresztmetszetének területe?

6. Egy malomkő külső körének sugara 6·4 dm, a belső köré 5·8 dm. Mekkora a malomkő oldallapjának területe?

7. Mekkora nyomást bír el egy 25 cm külső átmérőjű, 60 mm vastag, kerek vasoszlop, ha keresztmetszetének minden négyzetcentiméterje 750 kg nyomást bír el?

8. Egy köralakú bástya külső kerülete 17·2 m, belső kerülete 12·8 m. Milyen vastag a bástya fala? Mennyi a fal alapterülete?

9. Egy vízvezetéki cső külső kerülete 4·2 m; falának a vastagsága 25 cm. Mennyi a csőfal keresztmetszete?

TARTALOM.

		Oldal
I.	Alapfogalmak	3
II.	A téglalap	6
III.	A négyzet. Szimmetria	14
IV.	A téglalap és a négyzet kerülete. Alapműveletek közökkel	20
V.	A téglalap és a négyzet területe	21
VI.	A derékszögű háromszög	25
VII.	A körvonal	30
VIII.	A szög	35
IX.	A rombusz	41
X.	A tompa- és hegyesszögű egyenlőszárú háromszög	45
XI.	Az egyenlőoldalú háromszög	48
XII.	A romboid	50
XIII.	Az egyenlőtlenoldalú háromszög	53
XIV.	A deltanégyszög	56
XV.	A trapez	58
XVI.	A trapezoid	60
XVII.	A sokszögek általában	61
XVIII.	Az idomok egybevágósága és hasonlósága	63
XIX.	A szabályos sokszögek	65
XX.	A kör érintői	68
XXI.	Egyközepű és érintkező körök	69
XXII.	A kör kerülete és területe	72

I. lap.

1. ábra. Szalagdísz (l. 18. old.).

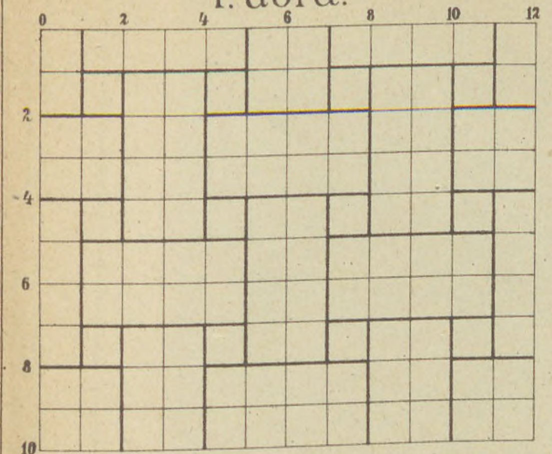
4. ábra. Himzés-minta álló keresztekkel (l. 18. old.).

5. ábra. Egymásba font négyzetes keretek (l. 18. old.).

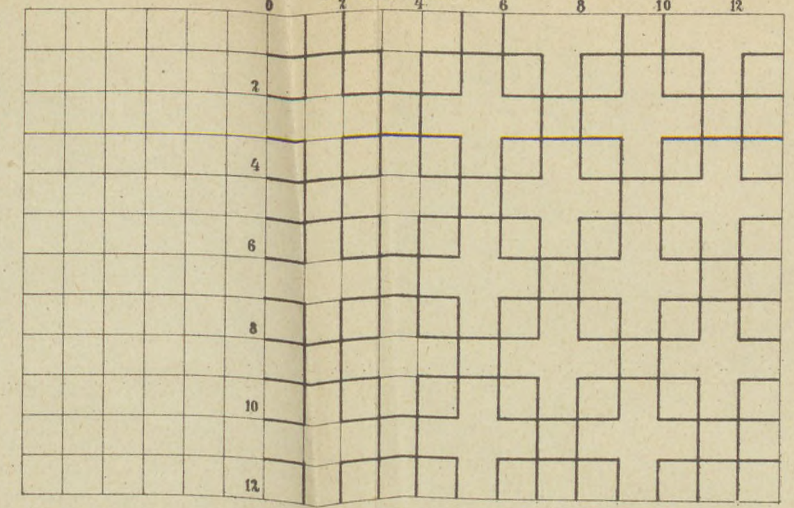
2. ábra. Ó-szláv diszítés Túrócz-Szent-Márton vidékéről (l. 18. old.).

3. ábra. Fonott diszités dűlő téglalapokkal (l. 18. old.).

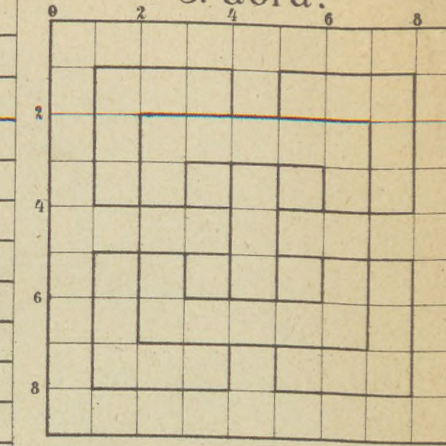
1. ábra.



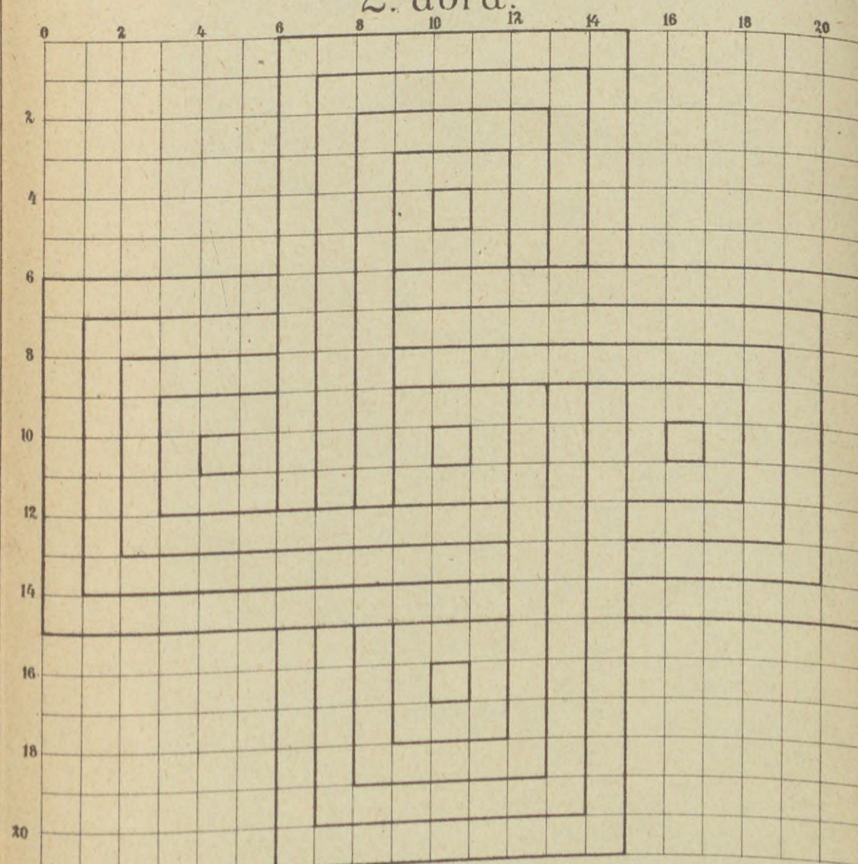
4. ábra.



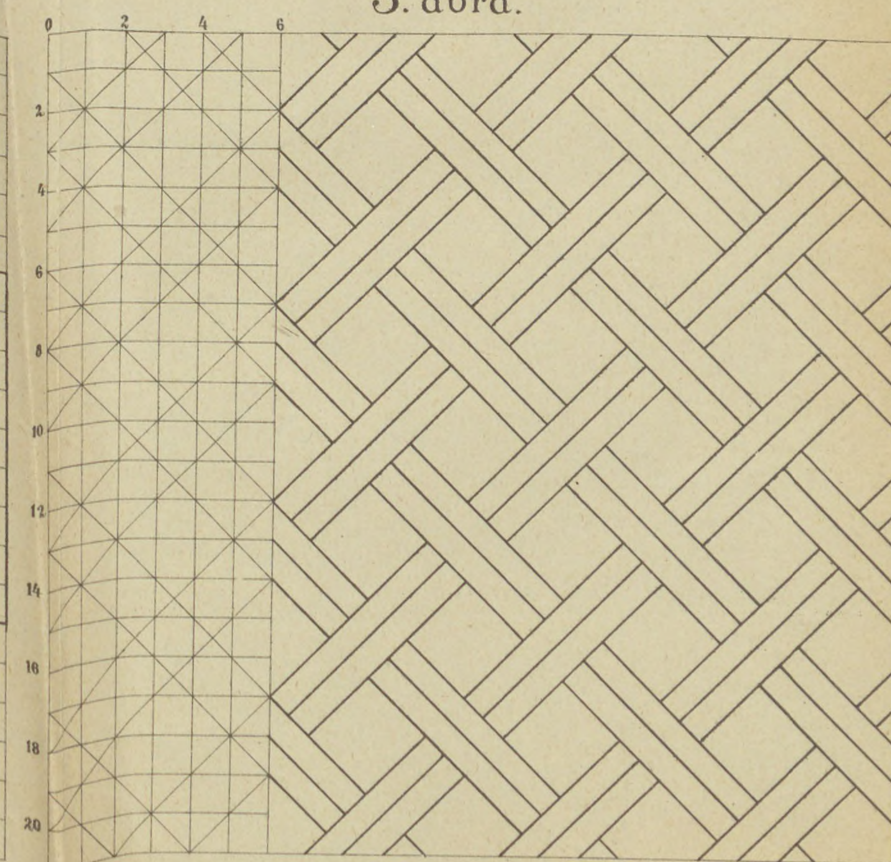
5. ábra.



2. ábra.



3. ábra.



II. lap.

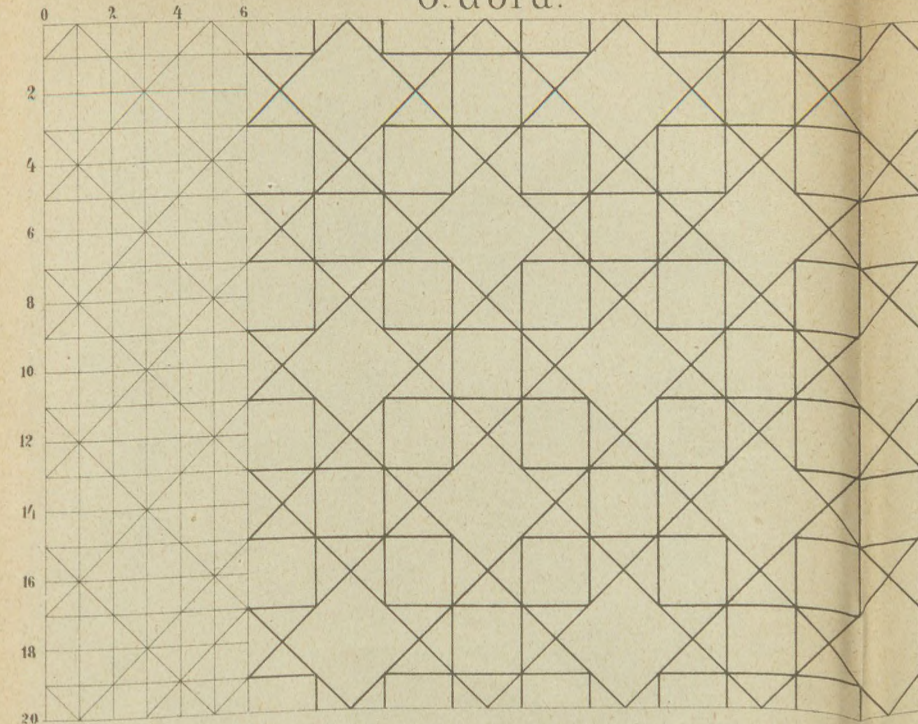
6. ábra. Bizanci stílü diszítmény a római S. Lorenzo-templomból (l. 18. old.).

15. ábra. Görög kereszt négyzetben (l. 29. old.).

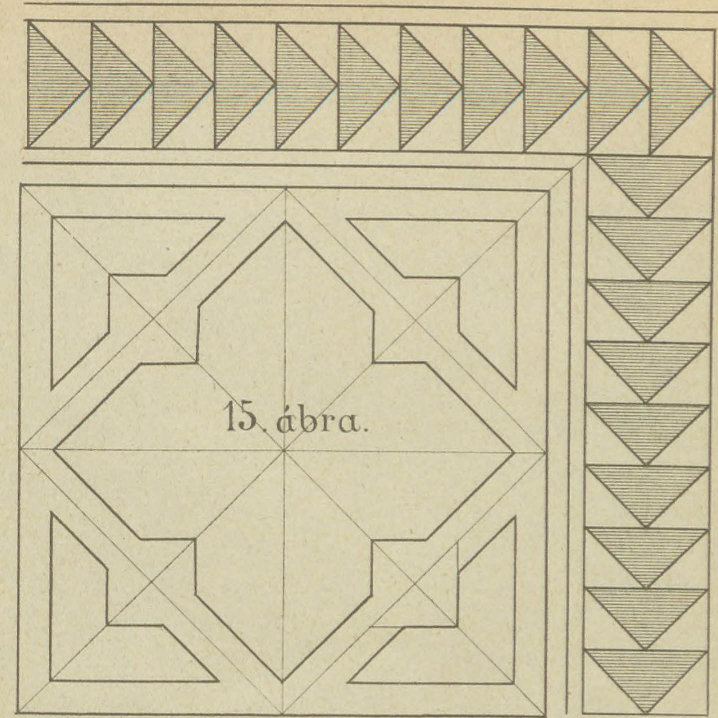
16. ábra. Szegélydísz egyenlőszárú derékszögű háromszögekből (l. 30. old.).

17. ábra. Mozaik egyenlőszárú derékszögű háromszögekből és négyzetekből (l. 30. old.).

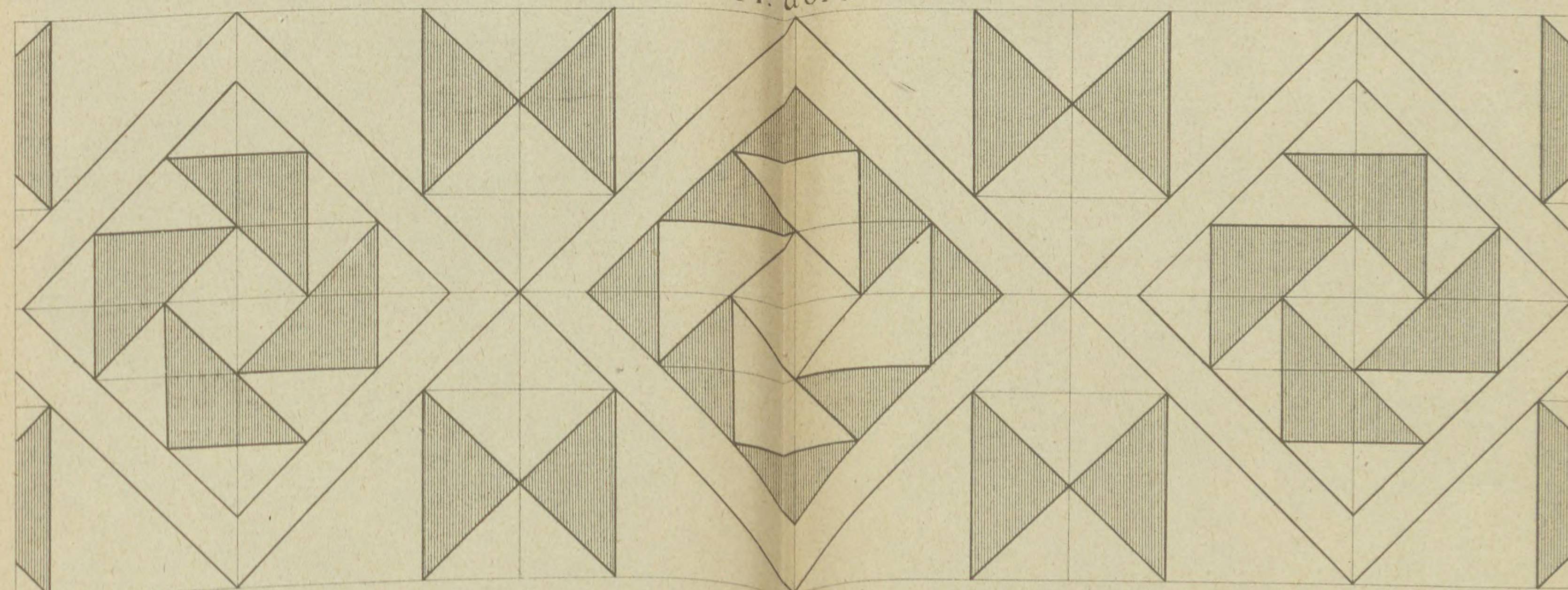
6. ábra.



16. ábra.



17. ábra.



III. lap.

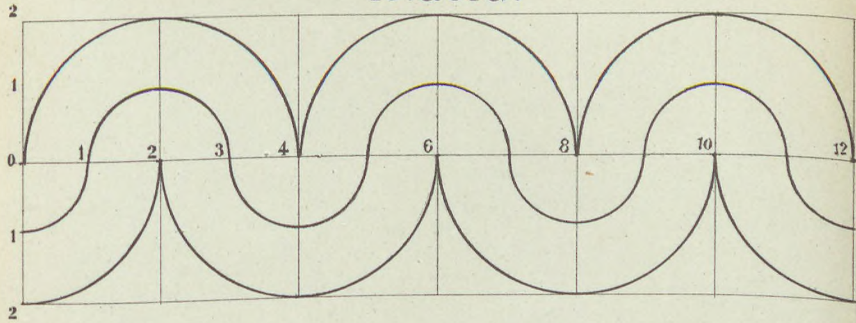
18. ábra. Félkörökből alakuló hullámvonal (l. 34. old.)

19. ábra. Csúcsban érintkező félkörök két sorban (l. 34. old.).

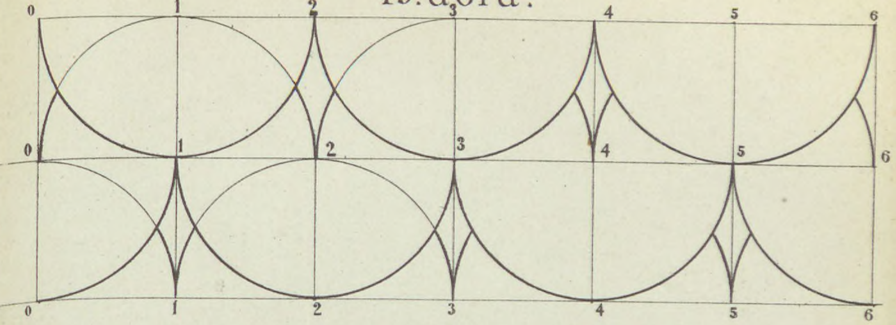
20. ábra. Részlet a jáki templom díszkapujáról (l 34. old.).

21. ábra. Körívekből álló fonott diszités (l. 34 old.)

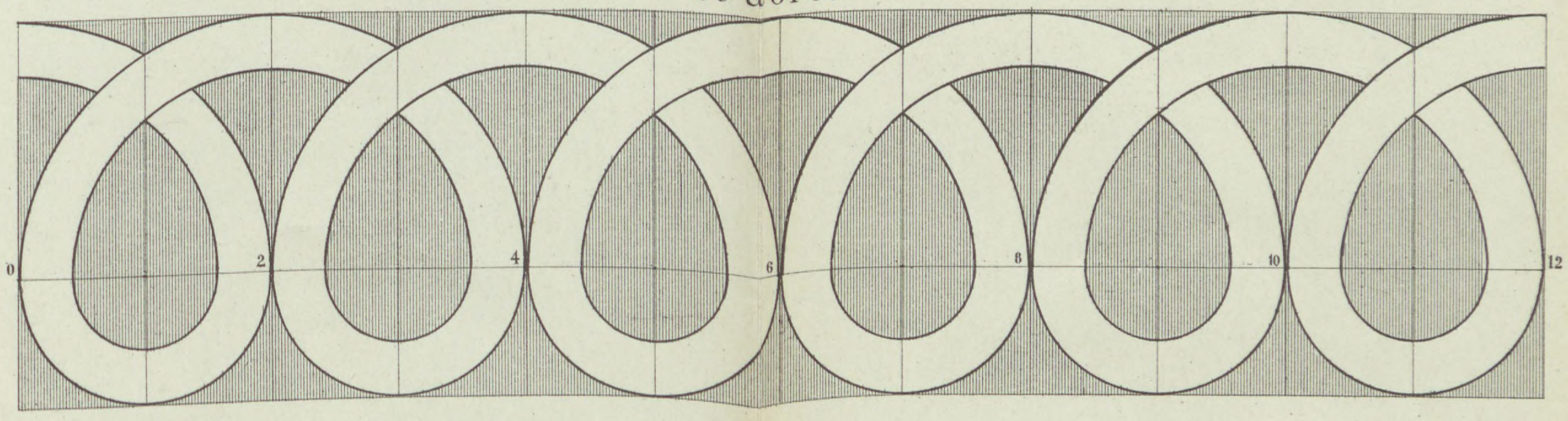
18. ábra.



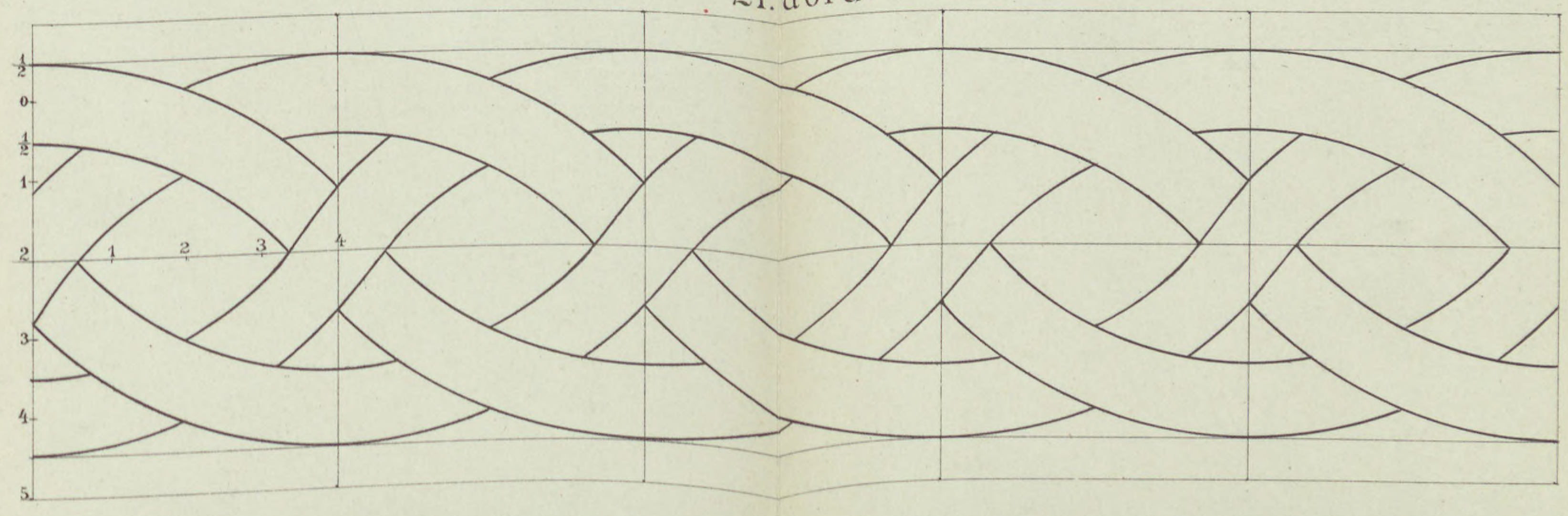
19. ábra.



20 ábra.



21. ábra.



IV. lap.

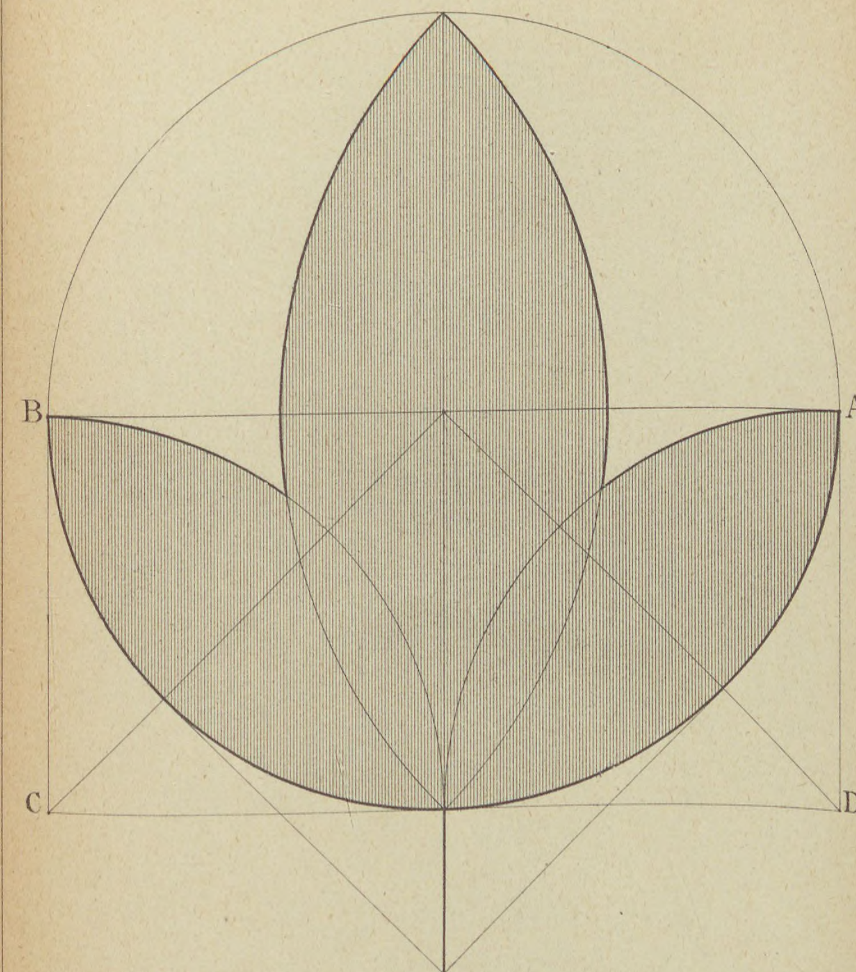
22. ábra. Levélalak (l. 34. old.).

24. ábra. Triquetra (l. 50. old.)

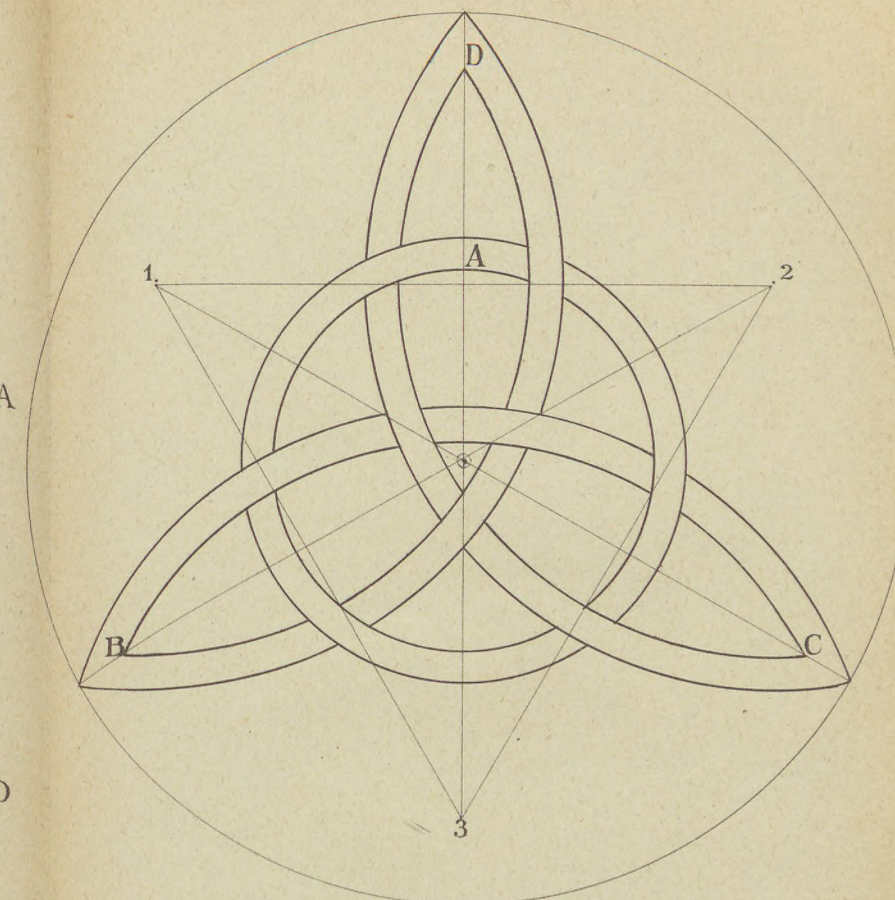
23. ábra. Díszítés székely bútorról (l. 34. old.).

26. ábra. Diszitmény baranyai bicskanyélről
(l. 34. old.).

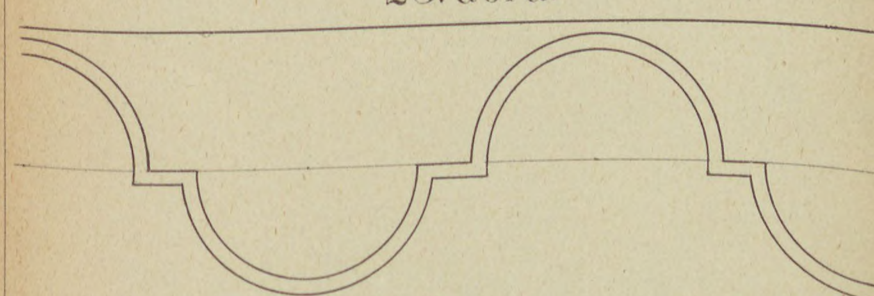
22. ábra.



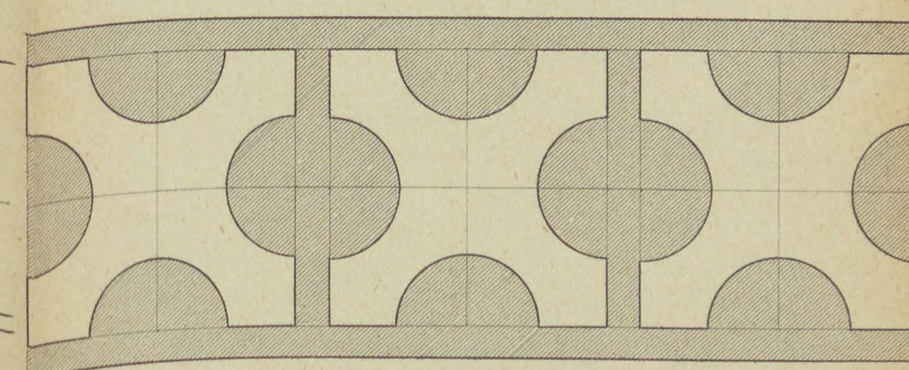
24. ábra.



23. ábra.



26. ábra.



V. lap.

27. ábra. Magyar csat Pozsony—Széleskút vidéké-
ről (l. **41.** old.).

25. ábra. Boglár a székesfehérvári sírleletből
(l. 34. old.).

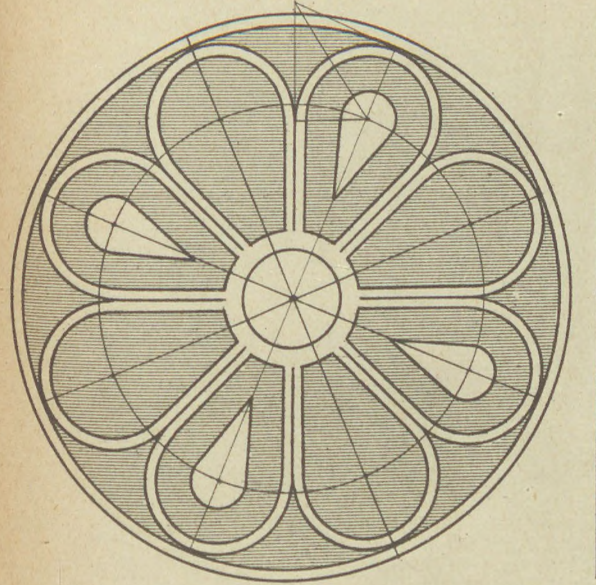
28. ábra. Magyar csat Pozsony—Széleskút vidéké-
ről (l. **41.** old.).

31. ábra. Mór stílű diszítés (l. **45.** old.).

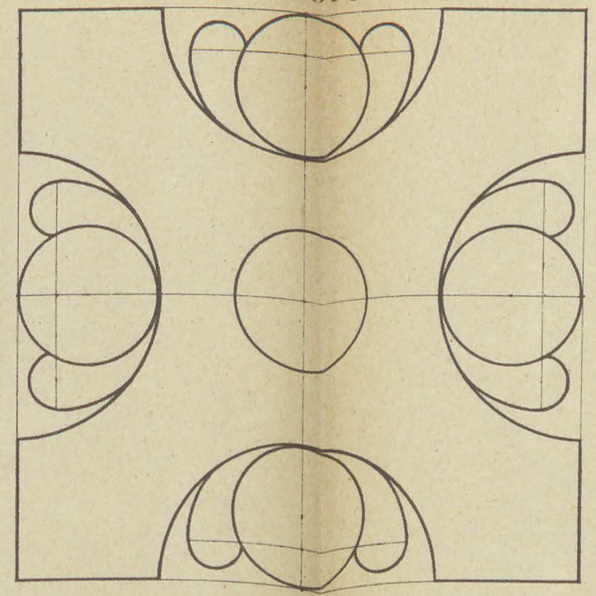
29. ábra. Diszités a kecskeméti Miklós-telepi sírban
talált kardmarkolat védőjéről (l. **41.** old.).

32. ábra. Padozatminta nyolcágú csillaggal
(l. **45.** old.).

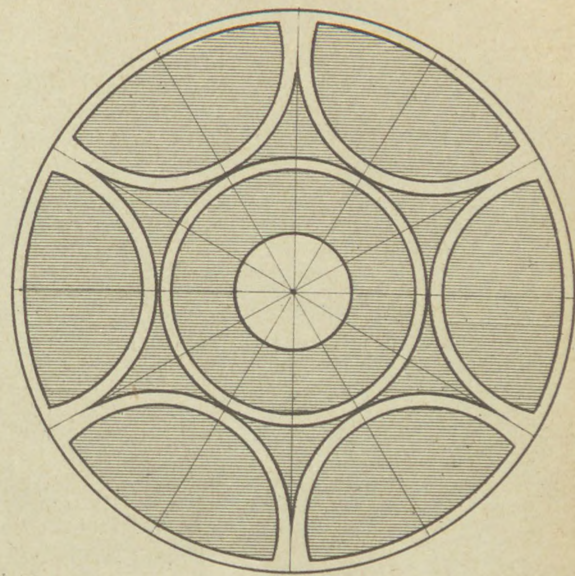
27. ábra.



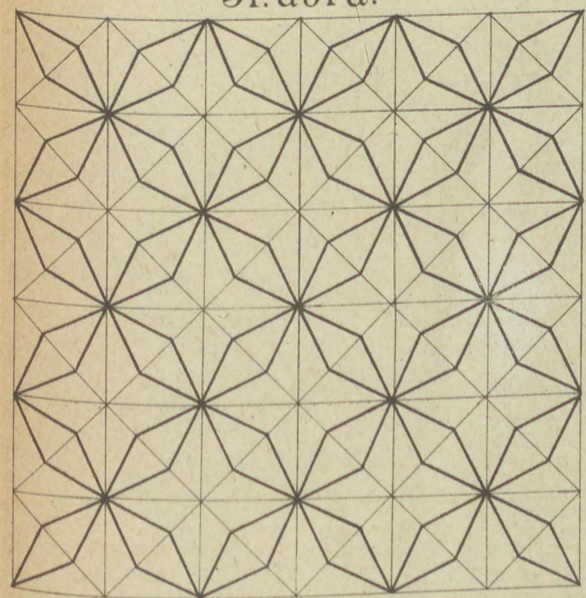
25. ábra.



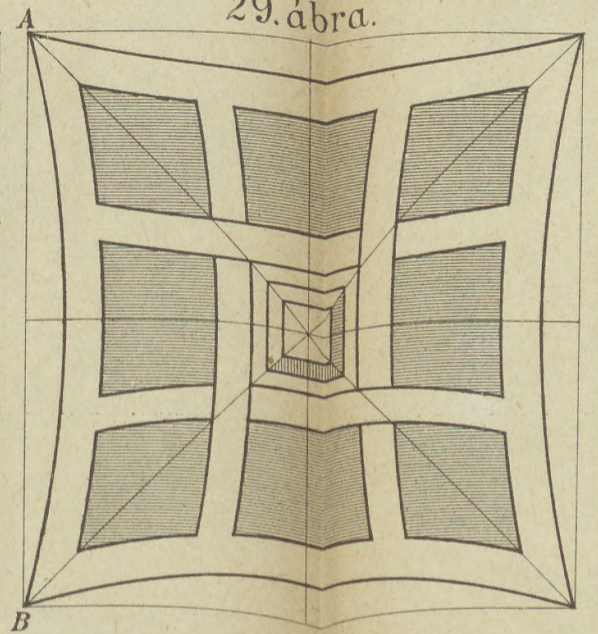
28. ábra.



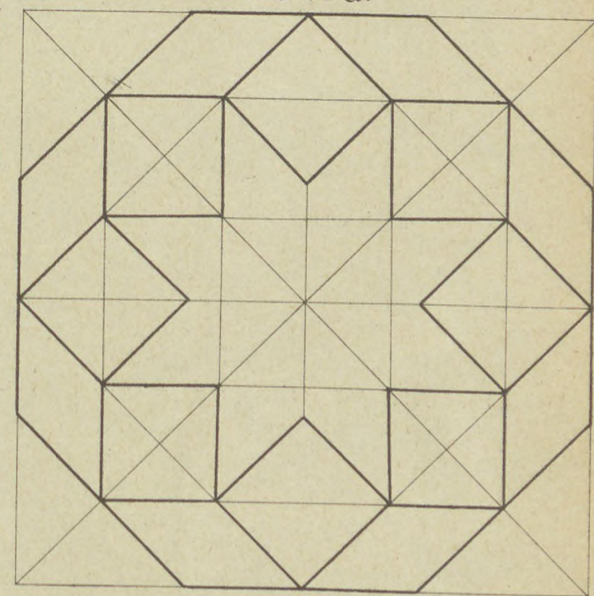
31. ábra.



29. ábra.



32. ábra.



VI. lap.

35. ábra. Parkétminta (l. 53. old.).

33. ábra. Parkétminta (l. 49. old.).

36. ábra. Parkétminta (l. 49. old.).

37. ábra. Zsubrikolt — áttört — terítő (l. 53. old.).

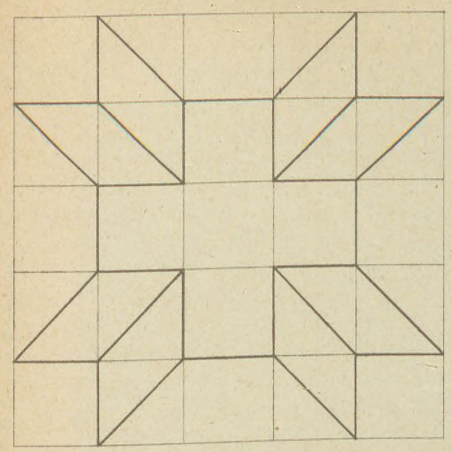
38. ábra. Hexagramm (l. 50. old.).

39. ábra. Középkori padozat mázas téglákból (l. 47. old.).

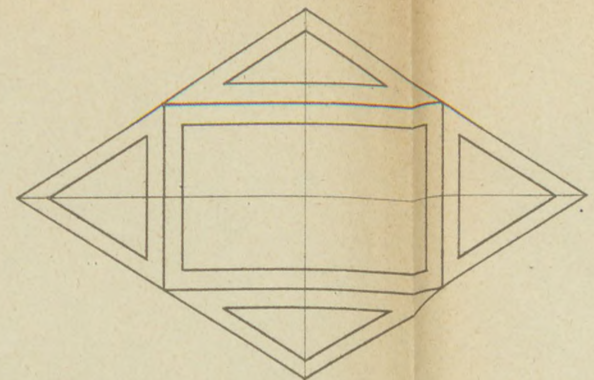
43. minta. Tapetaminta (l. 60. old.).

40. ábra. Arab stílű mozaik (l. 57. old.).

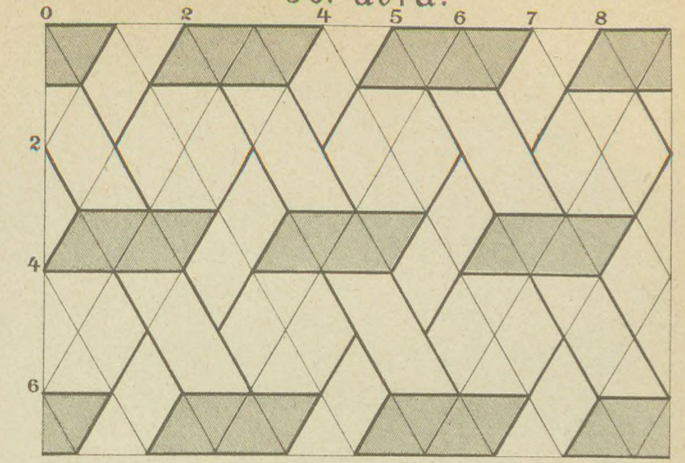
35. ábra.



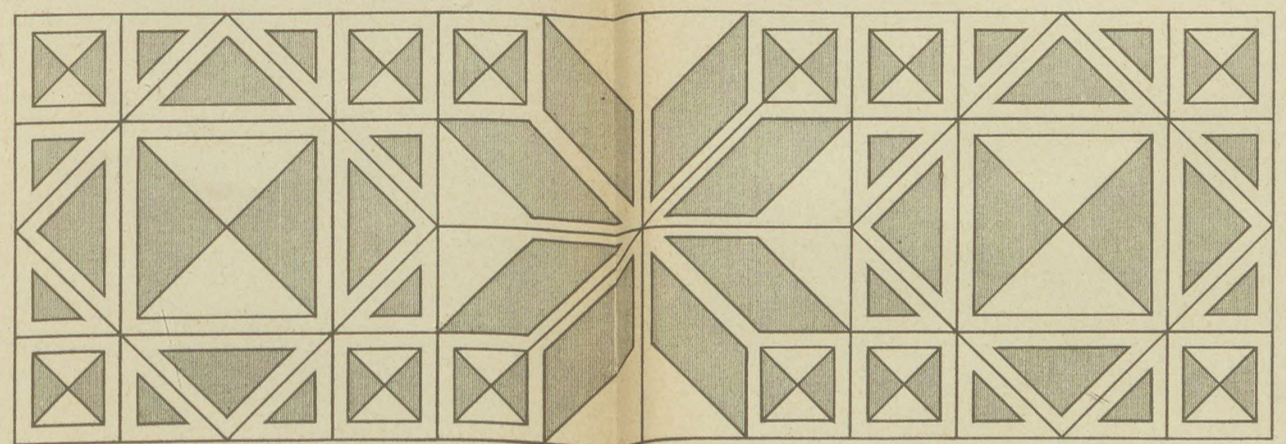
33. ábra.



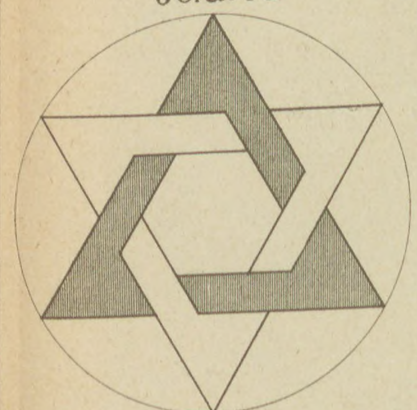
36. ábra.



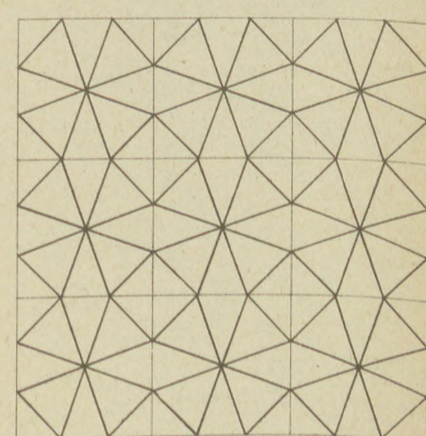
37. ábra.



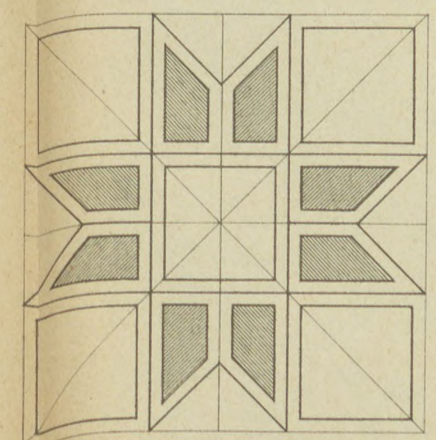
38. ábra.



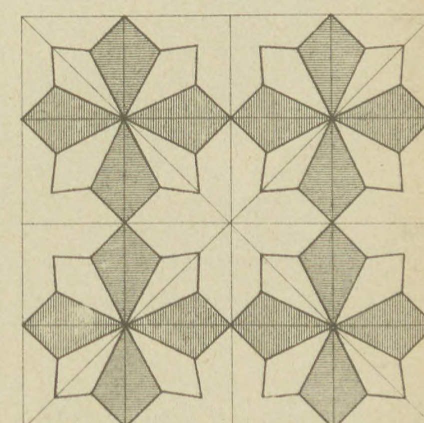
39. ábra.



43. ábra.



40. ábra.



VII. lap.

41. ábra. Mozaik. (l. 58. old.).

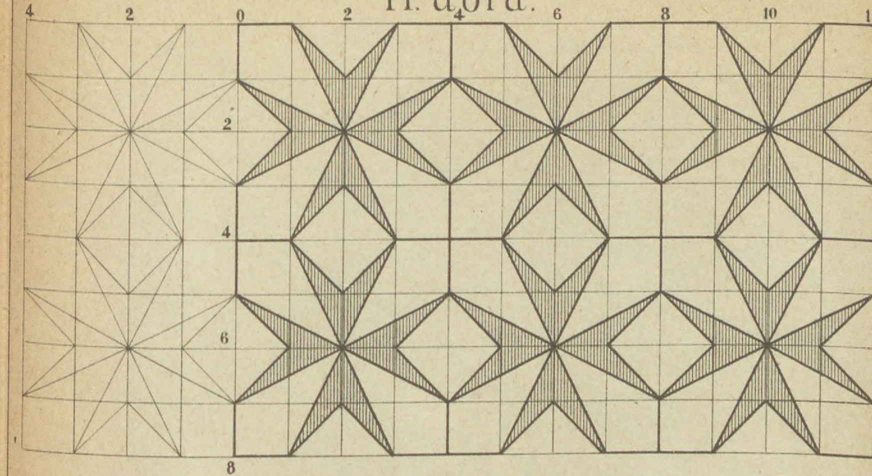
44. ábra. Padozatminta (l. 60. old.).

42. ábra. Kristályalakú minta (l. 58. old.).

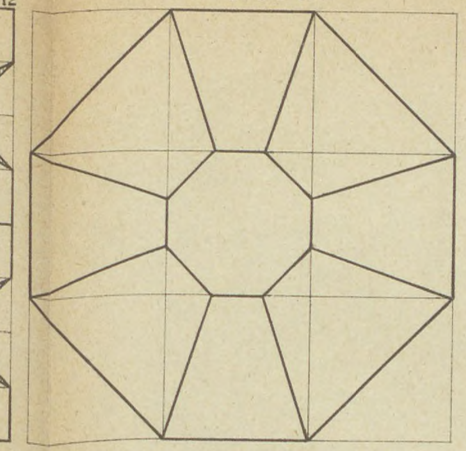
34. ábra. Padozatminta (l. 47. old.).

50. ábra. Himzésminta (l. 68. old.).

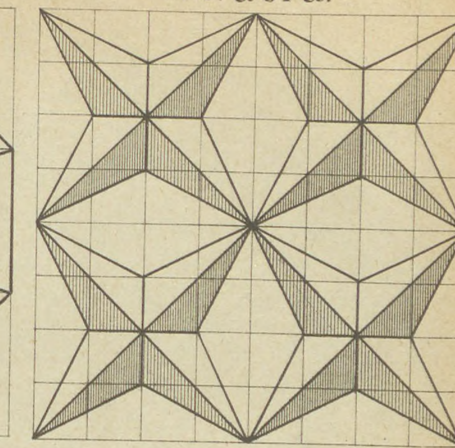
41. ábra.



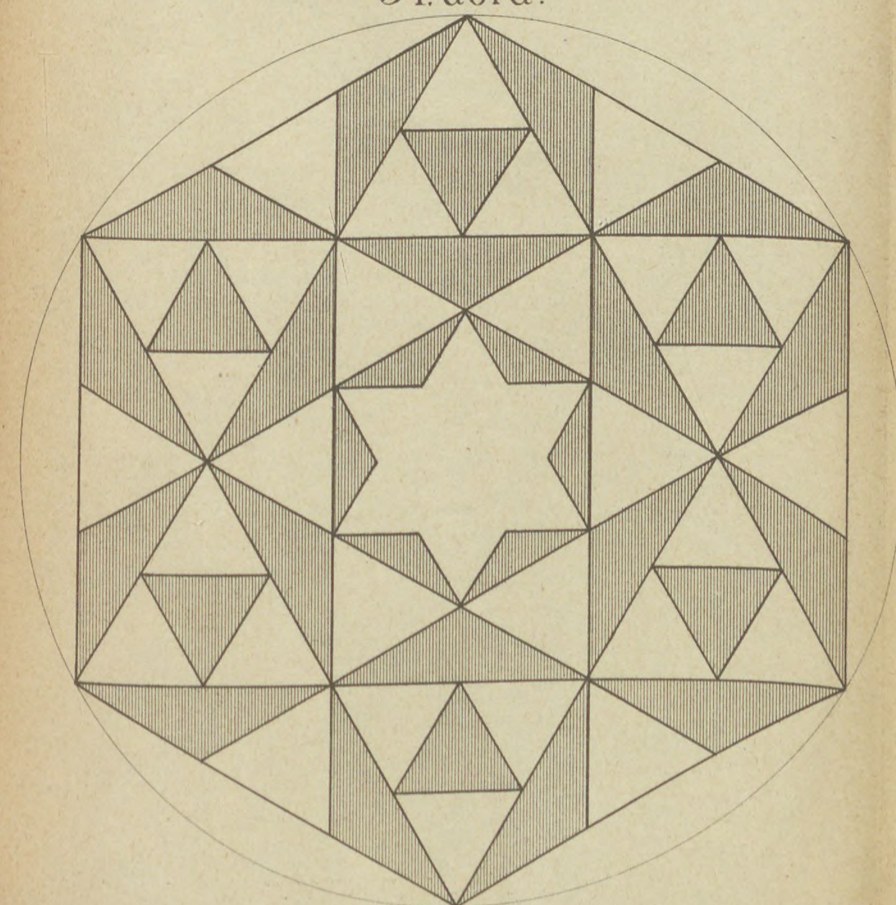
44. ábra.



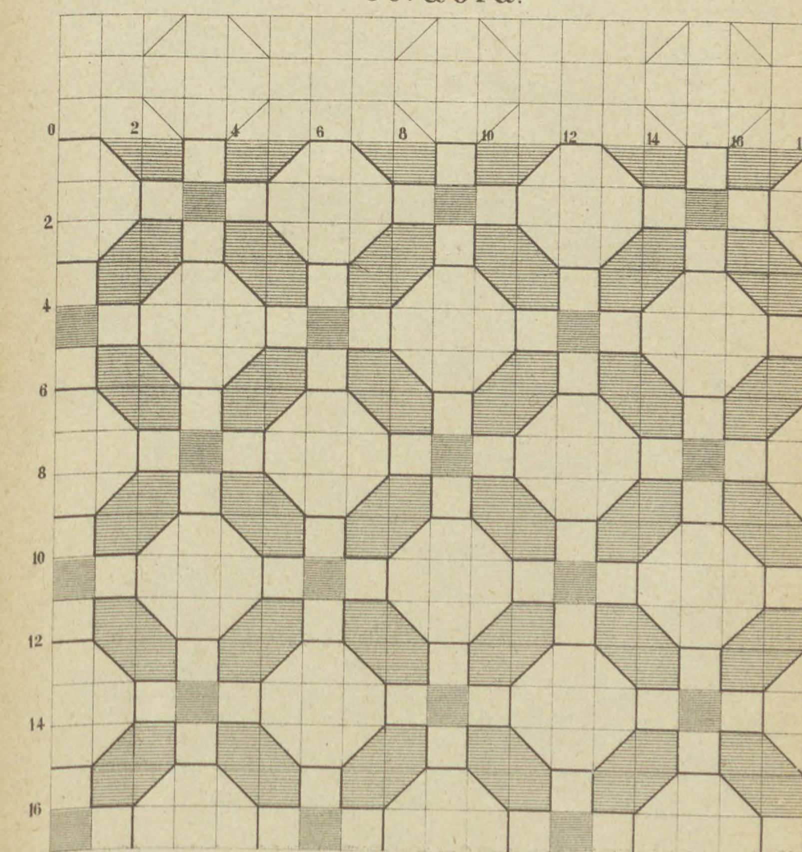
42. ábra.



34. ábra.



50. ábra.



VIII. lap.

47. ábra. Csillagidom szabályos ötszögben (l. 67. old.).

46 ábra. Mozaik csillagokkal (l. 63. old.)

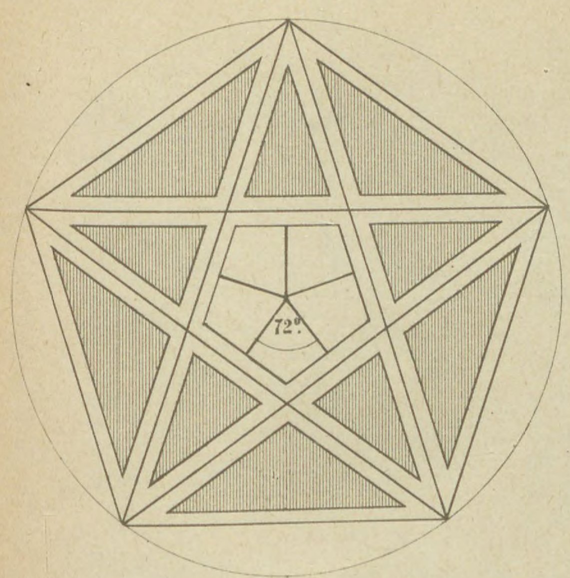
48. ábra. Csillagidom szabályos hatszögben (l. 67. old.).

49. ábra. Mozaik (l. 67. old.).

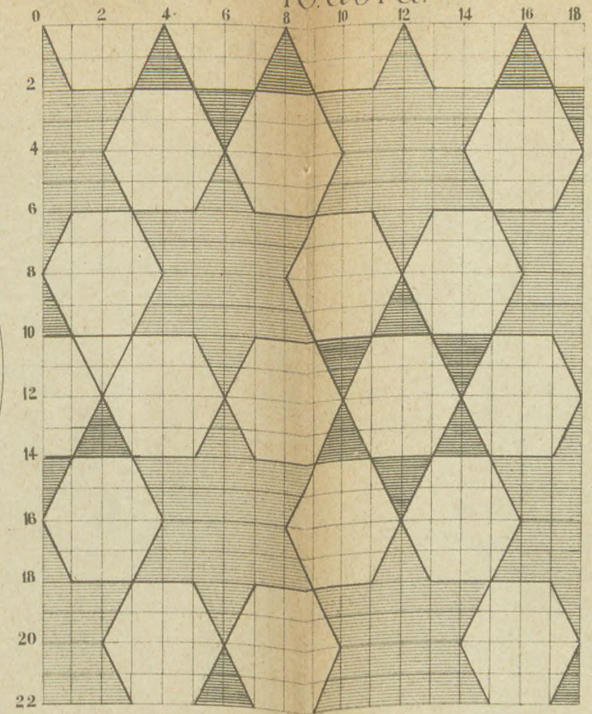
51. ábra. Csillagidom szabályos nyolcszögben (l. 68. old.)

52. ábra Szent Domitila sírboltjának mennyezet-festményéből (l. 68. old.)

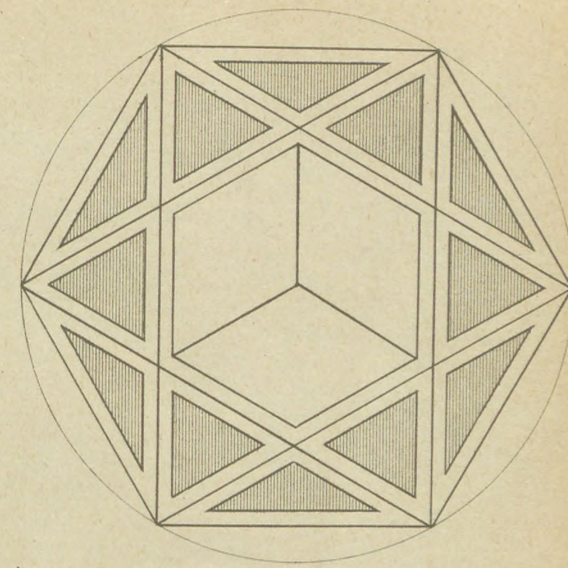
47. ábra



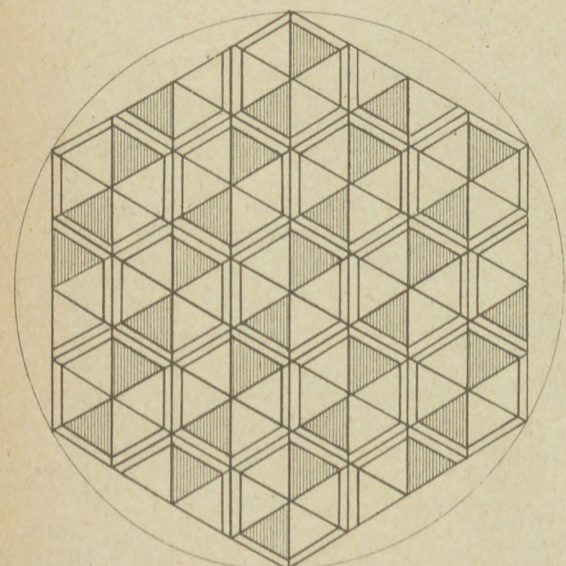
46. ábra



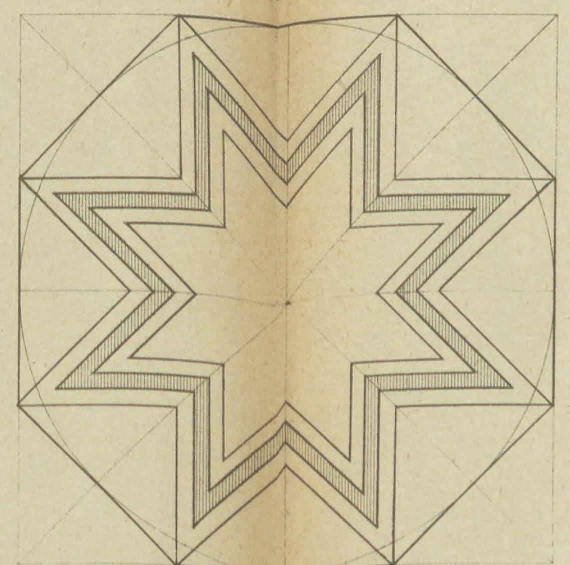
48. ábra.



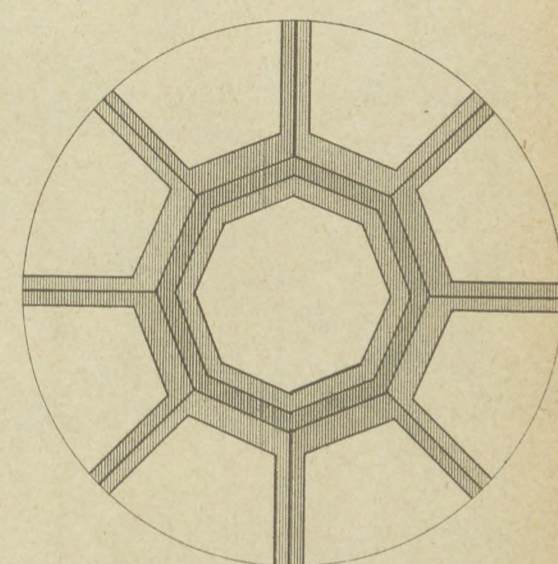
49. ábra



51. ábra.



52. ábra.



IX. lap.

54. ábra. Egyszerű fonatú csombók (assir és perzsa diszítés) (l. 70. old.).

55. ábra. Körökbe font négyzetek (l. 70. old.).

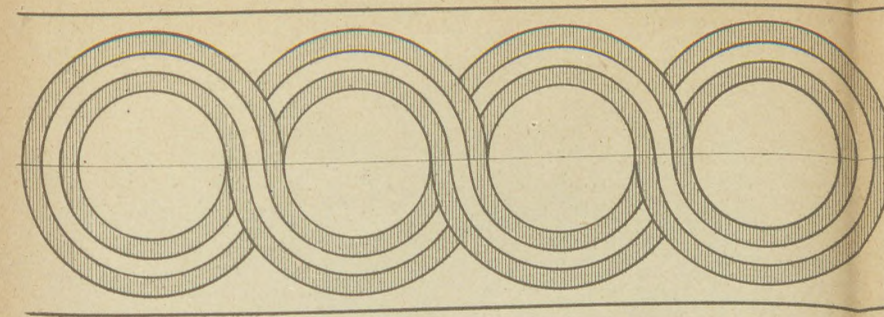
60. ábra. Aranylevél Priamos kincséből (l. 71. old.)

61. ábra. Balkányi (szabolcsvármegyei) lelet részlete (l. 71. old.).

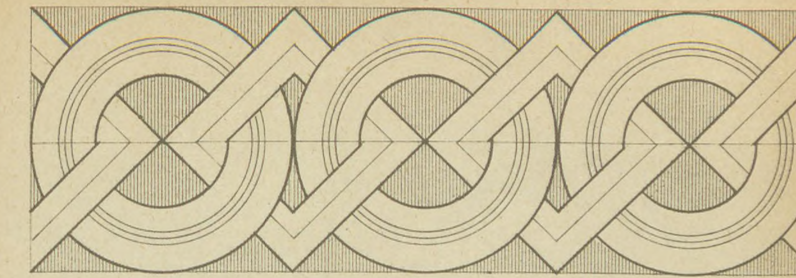
62. ábra. Lombard fonott diszítés a XII. századból (l. 71. old.).

63. ábra. Fonott diszítés az aracsi emlékkő romjairól (l. 71. old.).

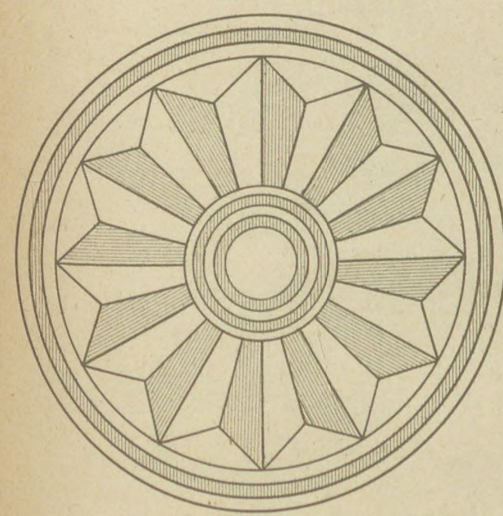
54. ábra.



55. ábra.

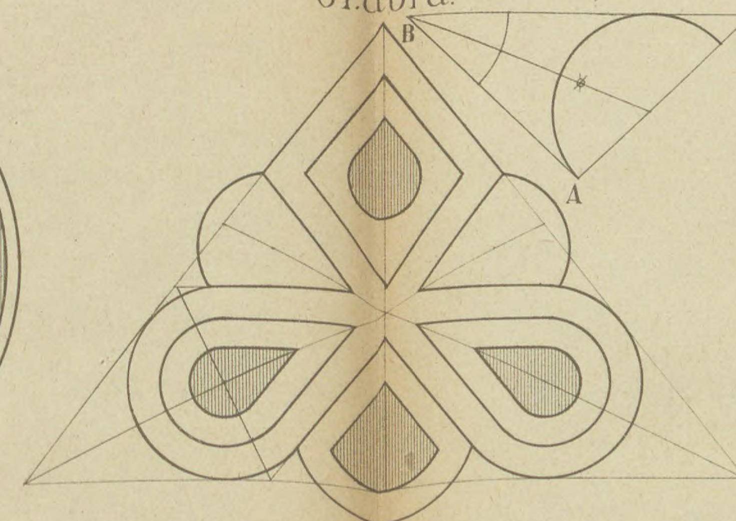


60. ábra.

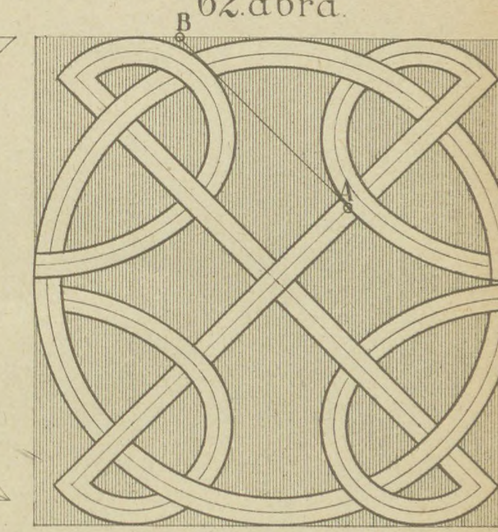


61. ábra.

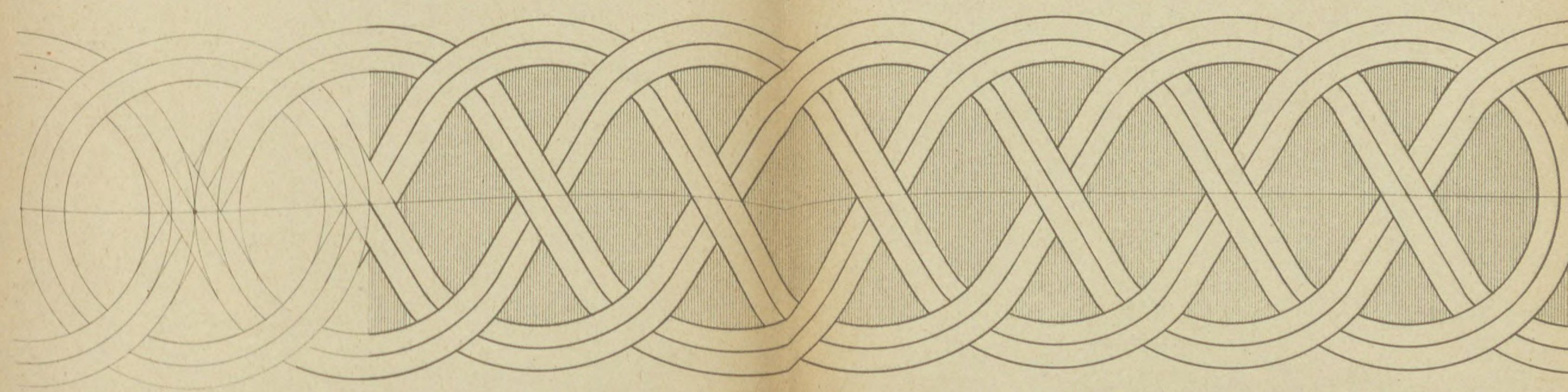
62 a)



62. ábra.



63. ábra.



X. lap.

7. ábra. Zománcos tégla Khorsabadból (l. 18. old.).

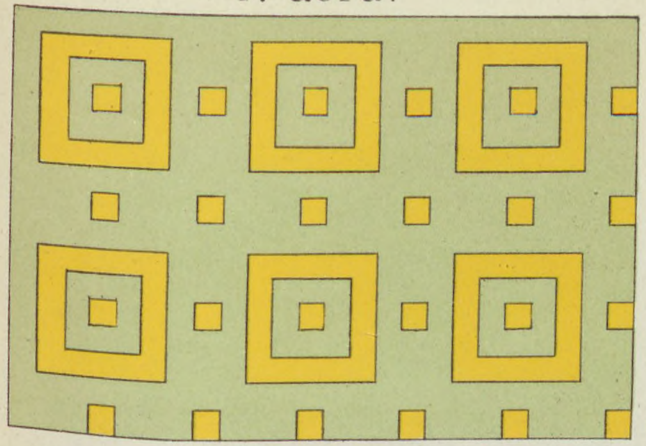
12. ábra. Meander-szalag (l, 19. old.).

13. ábra. Ugyanaz (l. 19. old.)

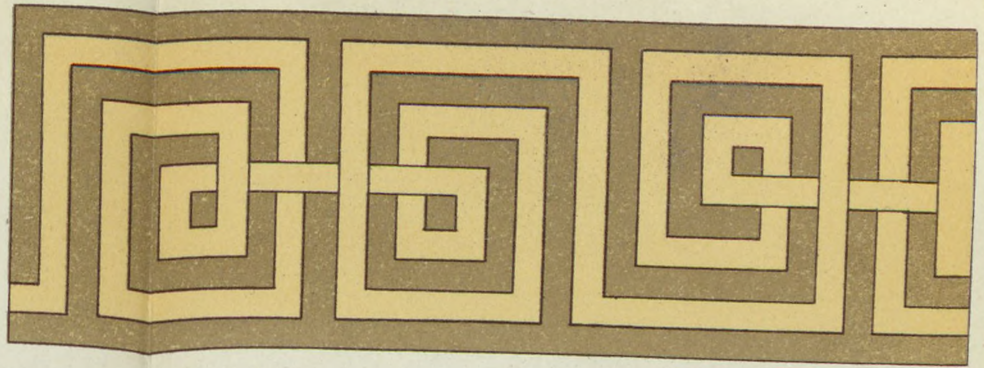
14. ábra. Japáni diszítés (l. 20. old.).

10. ábra. Kalotaszegi varrottas (l. 19. old.).

7. ábra.

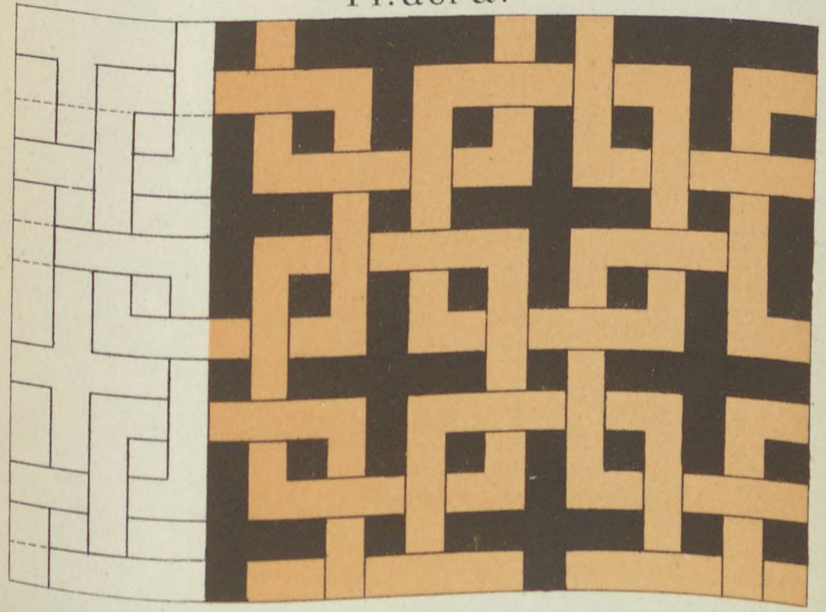


12. ábra.

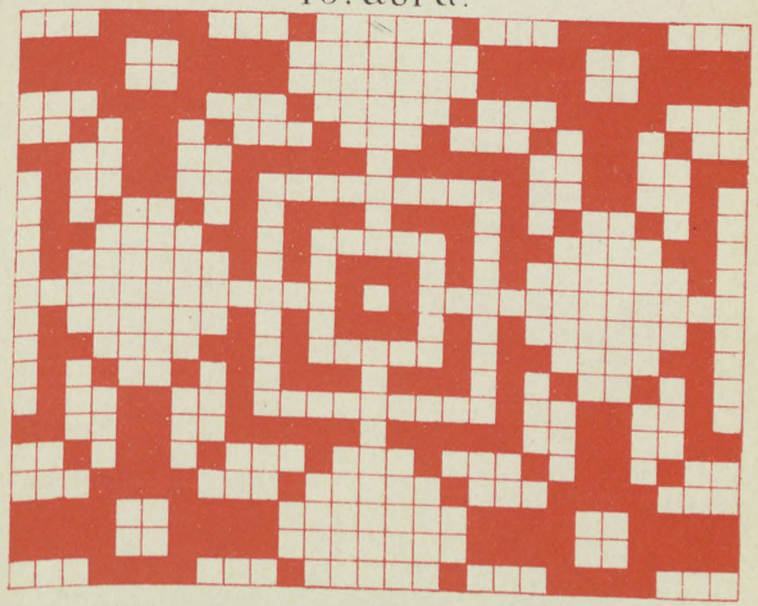


13. ábra.

14. ábra.



10. ábra.



XI. lap.

53. ábra. Tizenkétcsúcsú csillagsokszög (l. 68. old.).

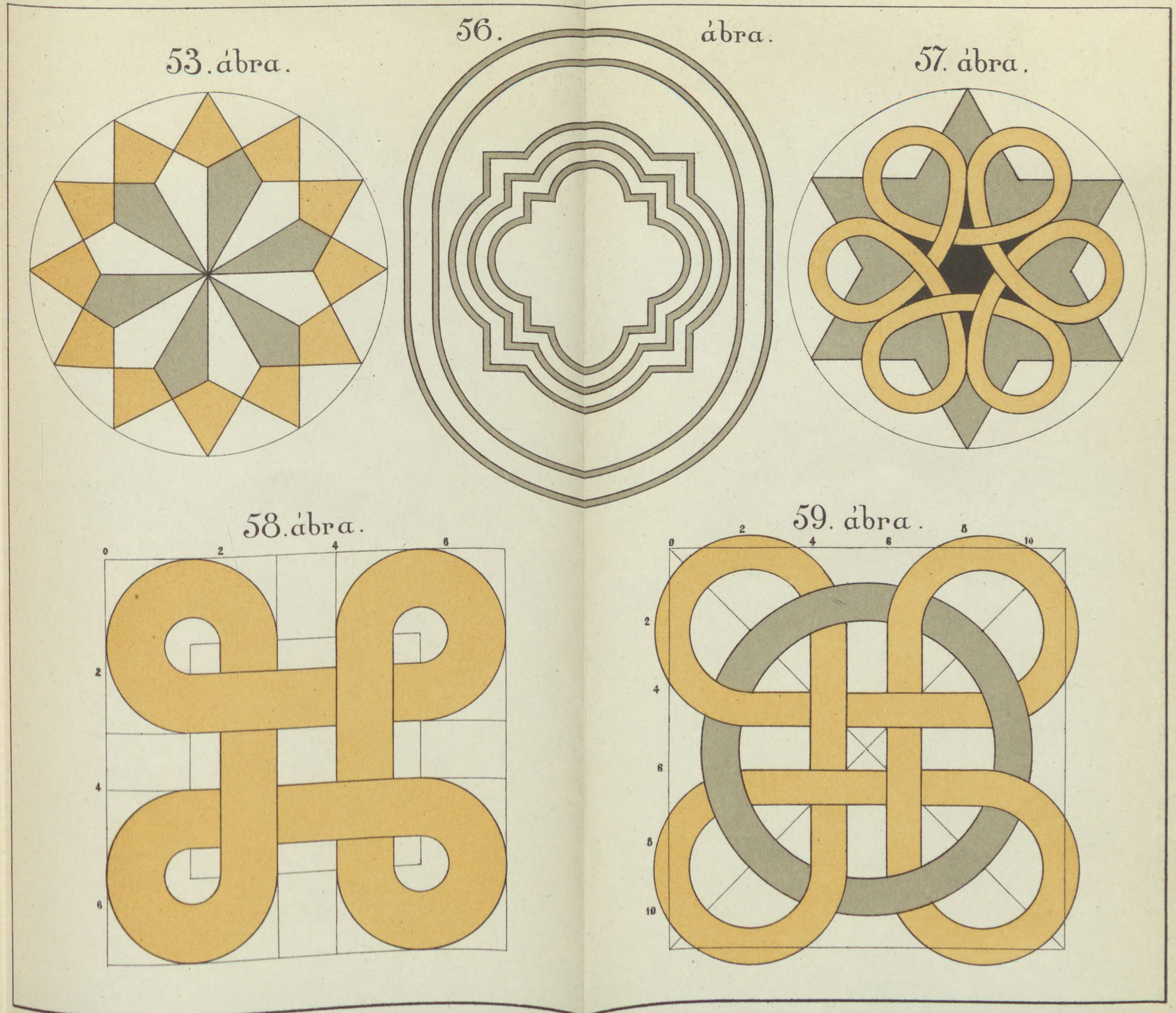
56. ábra. A marosvásárhelyi Gróf Teleki-könyvtárban levő Corvin-codex táblája (l. 70. old.).

57. ábra. Körívekből alakitott fonott diszítés (l. 70. old.).

58. ábra. Négyzetben alakitott fonott diszítés (l. 70. old.).

59. ábra. Fonott diszítés négyzetben (l. 71. old.)

XI.



XII. lap.

8. ábra Szegélydísz Márk krónikájából (l. 19. old.)

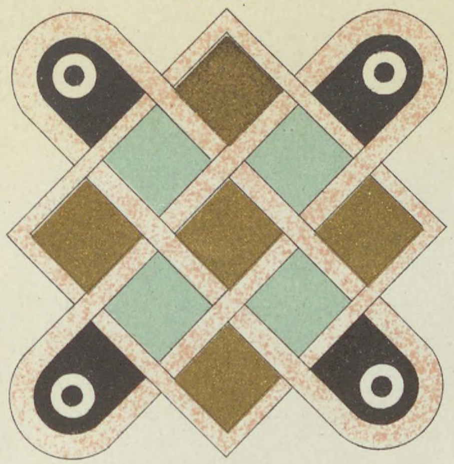
45. ábra. Részlet a kecskeméti városház díszter-
mében levő ablakról (l. 63. old.).

9. ábra. Diszítmény Márk krónikájából (l. 19 old).

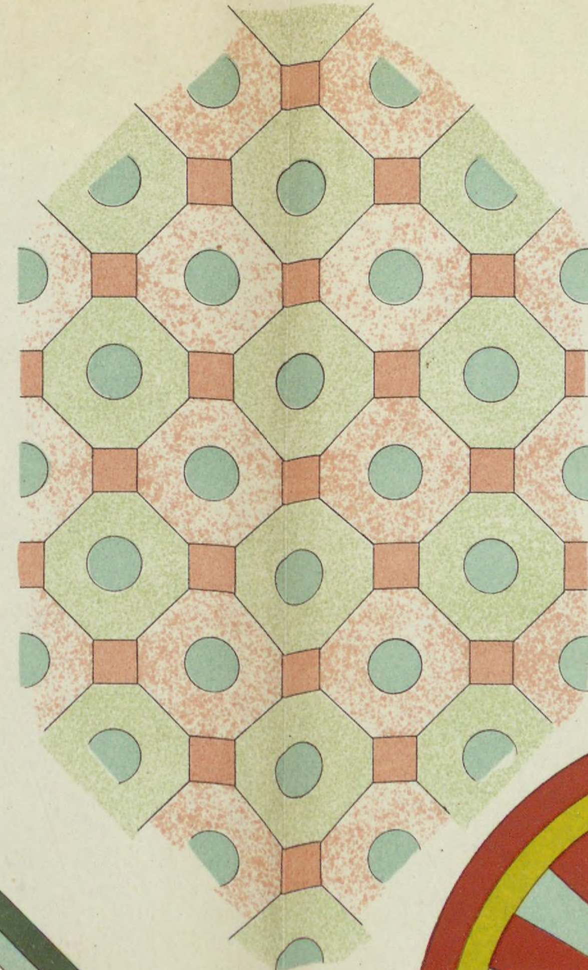
11. ábra. Mozaik a granadai alhambrából (l. 19. old.).

30. ábra. Gombház-virág magyar suba alján
(l. 40. old.).

8. ábra.

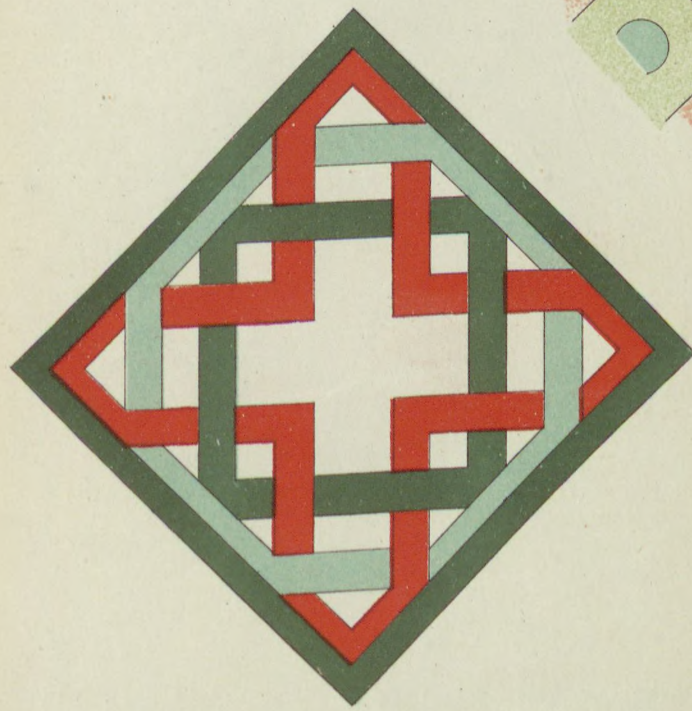


45. ábra.

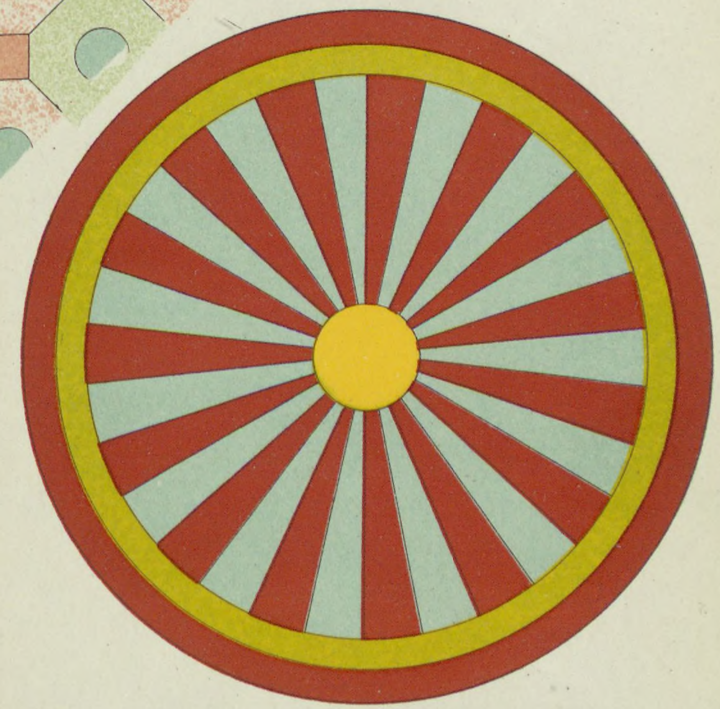


9. ábra.

11. ábra.



30. ábra.



ATHENÆUM
R·T·
6930.