

Ádám József

az MTA levelező tagja

# A felsőgeodézia helyzete és időszerű feladatai Magyarországon

Elhangzott 1999. március 30-án

„A felsőgeodézia a Földdel foglalkozó tudományok körében a híd a természettudományok és a műszaki tudományok között. Ebből fakad rendkívül sokrétűsége és szerteágazottsága.”

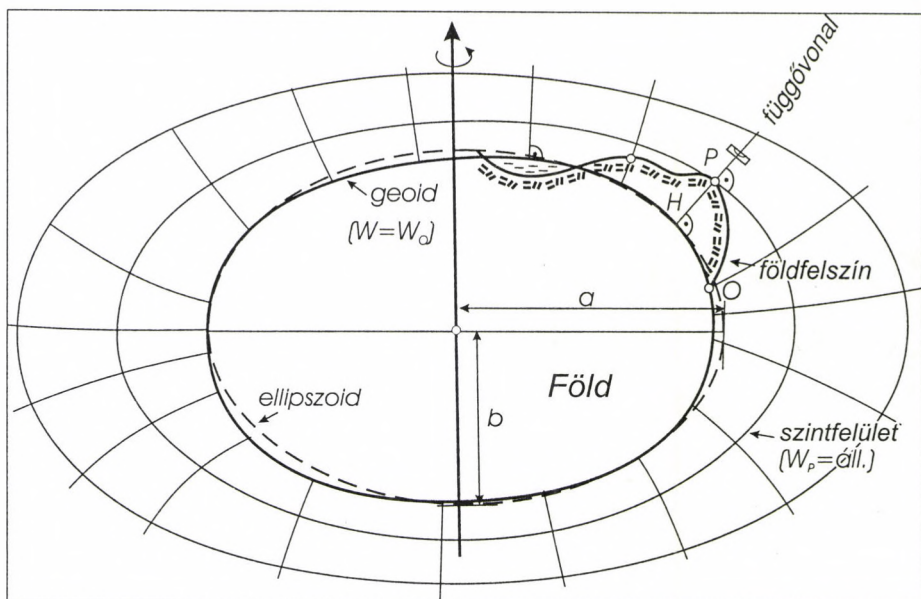
(Homoródi, 1966)

## 1. A felsőgeodézia fogalma és feladatköre

A felsőgeodézia a geodéziatudománynak az az ága, mely egyrészt a Föld egésze vagy kiterjedt részei alakjának, méreteinek, térbeli tájékozásának és külső nehézségi erőterének, valamint ezek időbeli változásának tanulmányozásával és meghatározásával (*elméleti felsőgeodézia*), másrészt nagy kiterjedésű területek (országok, földrészek és az egész Föld) összefüggő, egységes felmérésének és ábrázolásának elméleti megalapozásával foglalkozik (*gyakorlati felsőgeodézia*).

Amikor a Föld alakjának kérdésével foglalkozunk, akkor nem a Föld fizikai felszínére gondolunk, hanem olyan felületre, mely idealizált képe a fizikai felszínnek, nem tekinti annak rendkívüli változatosságát. Ez a felület az elméleti földalak, amit idegen szóval *geoid*nak nevezünk.

A geoid, amely Földünk helyettesítőjeként a fizikai földfelszín első legjobb megközelítője, valamely tenger középtengerszintje közelében kijelölt ponton áthaladó szintfelület. Az óceánok területén nagyjából a vízfelülettel esik egybe, a szárazföldeken a vízfelület képzelt folytatásában halad. A geoid a nehézségi erőter potenciáljának egy a gyakorlati életnek a valódi tenger-



1. ábra. A fizikai földfelszín, a geoid és az ellipszoid kapcsolatának szemléltetése

szinthez való igen sokféle kötődése miatt alkalmasan és célszerűen kiválasztott szintfelülete, melynek minden pontjában merőleges a nehézségi erő irányára. A geoid a tengerszint feletti magasság meghatározásának magassági alapszintfelülete (1. ábra).

A felsőgeodézia feladatkörébe a Föld elméleti alakját lehető legjobban képviselő, de matematikailag szabályos és egyszerű felület alakjának és méreteinek a meghatározását is beleértjük. Ez a feladat egyrészt történetileg alakult (fokmérés, felületek módszere), és következik a felsőgeodézia első helyen említett feladatából, mivel annak megoldását segíti elő, másrészt pedig szükséges a geodézia gyakorlatában, mivel a matematikailag feldolgozandó mérések a szabálytalan földfelszínhez kötődnek. A geoidot jól megközelítő, de a Föld valódi felületét még jobban idealizáló és ugyanakkor matematikai tárgyalásra alkalmas felületként, az ún. *alapszintfelület*ként a felsőgeodéziában a forgási ellipszoidot használjuk.

Itt jegyezzük meg azt, hogy kisebb területek geodéziai felmérésénél a Földet helyettesíthetjük olyan gömbbel is, amely az ábrázolandó terület közepe táján az ellipszoidot másodrendűen érinti (ún. *simulógömb*). Gömböt szoktak alapszintfelületül választani nagyobb területek, sőt az egész földfelület ábrázolásánál is, ha az ábrázolás méretaránya és ennek megfelelően a megkívánt



pontosság kicsi. További közelítés a Földnek helyettesítése síkkal (a földfelület térképi ábrázolásának síkjával), amelyet helyi jellegű felméréseknél alkalmaznak. Mivel a geoid (elméleti földalak) megközelítőleg a középtengerszint magasságában kijelölt szintfelület, és ennek megközelítői (ellipszoid, gömb, sík) sorjában egymást helyettesítik, így ezeket a felületeket is általában a tengerszint magasságában képzeljük el.

A felsőgeodézia második helyen említett feladata a Föld felületén található természetes és mesterséges alakzatok geometriai helyzetének megállapításához és ezek alapján térinformatikai adatbázisok és geoinformációs rendszerek létrehozásához és az alakzatok ábrázolásához szükséges mérések és számítások megalapozását foglalja magában. Amikor a Föld felületéről beszélünk, Földünk topográfiai, fizikai felszínére gondolunk, azaz arra a határfelületre, mely a szárazulatokat és vizeket elválasztja a légkörtől, és amelyet a topográfiai térképek ábrázolnak.

A felsőgeodéziában a Föld fizikai alakjának meghatározásán nem a helyi részletek bemérését és ábrázolását, hanem az ennek alapjául szolgáló felsőrendű *geodéziai alaphálózatok* fizikai földfelszínen kijelölt (és állandósított) pontjainak meghatározását értjük. Ennek megfelelően a felsőgeodézia a fizikai földfelszínen egymástól mintegy 10 km-es, illetve a néhányszor 10 km-es távolságokban kijelölt pontmező térbeli helyzetének [vízszintes, magassági, illetve háromdimenziójú (3D) koordinátáinak és gravimetriai adatainak] meghatározásával foglalkozik. [Általában ugyanezen földfelszíni pontok geoidi megfelelői szolgálnak a Föld elméleti alakjának (a geoidnak) meghatározására is.] A geodéziai alaphálózatok létesítésének célja az, hogy a részletes felmérés adatainak szerves összefüggése céljából szabatosan összeilleszkedő, szilárd keretet nyújtson, amely lehetővé teszi egyrészt a széttagoltan felmért területek egységes ábrázolását, másrészt pedig a térképen végzett tervezésnek az átvitelét a terep megfelelő helyére.

A felsőgeodézia szoros kapcsolatban áll a geodézia többi tudományterülete közül elsősorban a *kozmosz geodéziával* (beleértve a földrajzihely-meghatározásokat is), az országos felméréseket megalapozó geodéziai alaphálózatok létesítésével kapcsolatos gyakorlati ismeretekkel, és kiterjedten alkalmazza a *kiegyenlítő számítások* módszereit.

A felsőgeodézia ismeretanyaga alapvetően a természettudományokból fejlődött ki, így közvetlenül épül a *matematika* (a felületek elmélete, a potenciálmélethez stb.), a *fizika* (a tömegvonzás), a *mechanika* (a szabad tengely körüli forgó mozgás elmélete), a *csillagászat* (az asztrometria és az égi mechanika), a *geofizika* (a Föld alakját és méreteit befolyásoló fizikai folyamatok), valamint a *geológia*, a *meteorológia* és az *oceanográfia* egyes fejezeteire. A felsőgeodézia a

felsorolt tudományterületekkel valójában kétoldalú kapcsolatban áll, ami azt jelenti, hogy a felsőgeodézia új kutatási és tudományos eredményei is hasznos ismereteket adnak számukra.

A felsőgeodézia a *földmérés* (a részletes felmérés), a *fotogrammetria* és *távérzékelés*, a *térinformatika* és *térképészet* elméleti és tudományos alapját biztosítja. Eredményeit ezeken túl még számos területen felhasználják. A szakmai felsőoktatással foglalkozó nemzetközi rendezvények eredményei alapján általános egyetértés van abban, hogy a földmérési, térinformatikai és térképészeti mérnöki tevékenység és szaktudomány egységének megtartása céljából továbbra is alapvető szükség van a felsőgeodéziai (matematikai és fizikai geodéziai, szatellitageodéziai stb.) ismeretek oktatására kellő kiméretben (Vanícek et al., 1991) az általa elsajátítható szemlélet érdekében is.

A felsőgeodézia szó eredete nyelvünkben a 19. század közepére nyúlik vissza, s az akkor hazafias tettek számító önállósulási folyamat eredménye, mert a német nyelvű szakirodalom megfelelő kifejezésének („höhere geodäsie”) magyar nyelvre fordításából, annak különböző alakzataiból, nevezetesen „fölsöbber geodäsie” (tudományok mértana), „fölsöbber geodäesie”, „fölsöbber földmérter”, „fölsö földmérterstän”, „fölsö geodézia”, „fölsö-geodézia”, fokozatosan alakult ki a mai formában használt alakra: „felsőgeodézia” (Petzelt, 1847; Petzval, 1850; Kruspér, 1869 és 1874; Cséti, 1894; Oltay, 1925; Rédey, 1935; Tárczy-Hornoch, 1951 és 1956; Oltay–Rédey, 1962; Homoródi, 1954, 1961 és 1966; Biró, 1985).

Megjegyezzük, hogy a geodéziai szakirodalomban a felsőgeodézia megjelölésnek az angol és a francia szóhasználatban a *geodesy*, illetve *géodésie* felel meg. Hazánkban a már említett német eredetű felsőgeodézia mellett az *alsőgeodézia* (illetve napjainkban az *általános geodézia*) megkülönböztetés az általánosan használt kifejezés.

A felsőgeodézia feladatai olyanok, hogy azok csak nemzetközi összefogással oldhatók meg. Ebben a felsőgeodézia témakörét átfogó egyetlen nemzetközi szervezetnek, a *Nemzetközi Geodéziai Szövetségnek* (International Association of Geodesy, IAG) alapvető szerepe van, amelynek első jogelődjét 1864-ben három ország (Ausztria, Poroszország, Szászország) alakította meg, *Közép-európai Fokmérés* (Mitteleuropäische Gradmessung) néven. (Ausztriához fűződő különleges viszonya miatt Magyarország is a szervezet alapítójának tekinthető.) A szervezet neve 1867-től *Európai Fokmérés* (Europäische Gradmessung), 1886-tól pedig *Nemzetközi Földmérési Szövetség* (angolul: International Geodetic Association, németül: Internationale Erdmessung, IE). Az IE általános közgyűléseit háromévenként felváltva különböző országokban tartotta: a magyarországi 1906-ban volt, amely azért nevezetes, mert



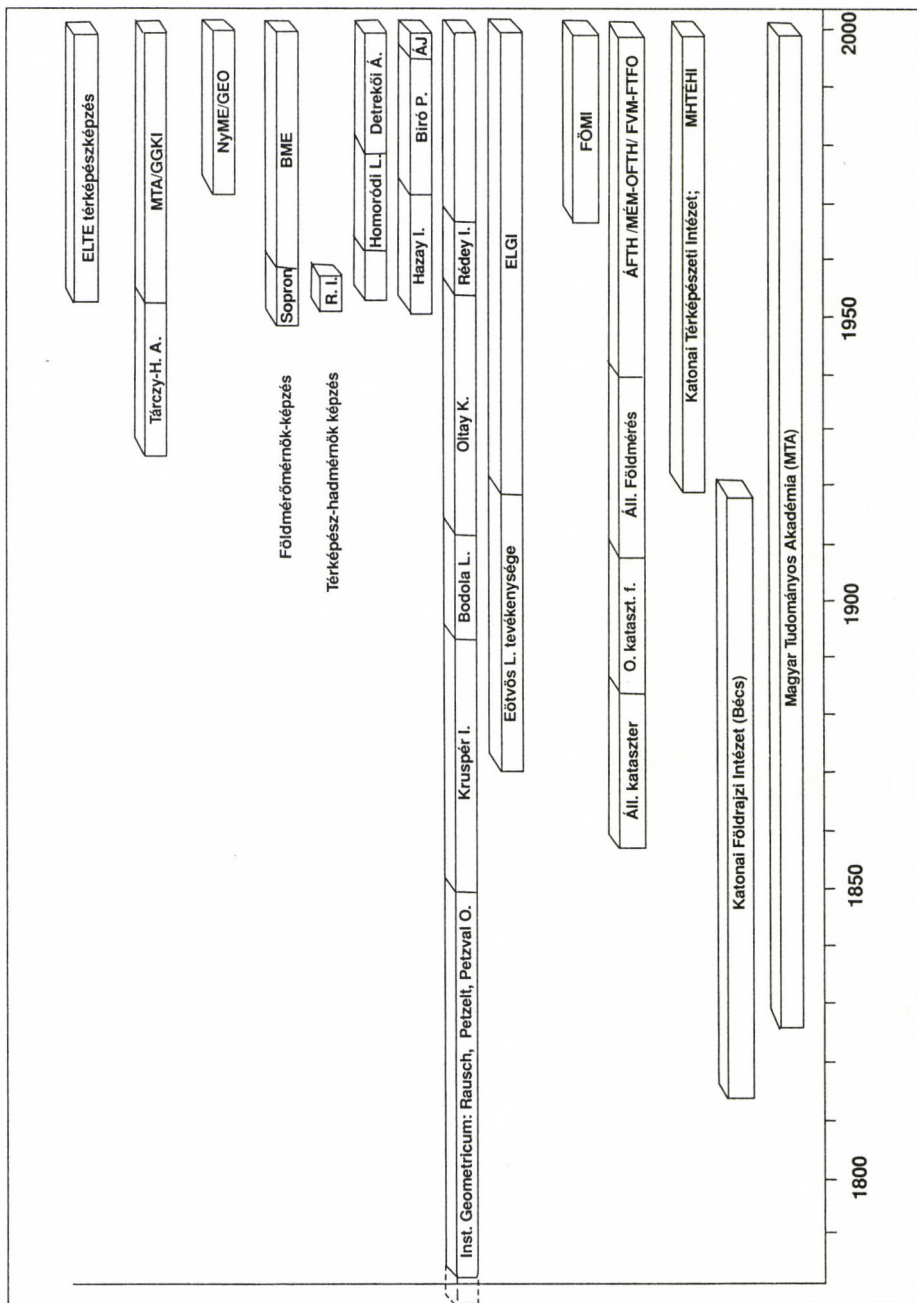
ezen számolt be először nemzetközi szakmai nyilvánosság előtt *Eötvös Loránd* az addig végzett gravitációs kutatásairól és ingájáról. A szövetségnek az első világháború véget vetett, utána az 1919-ben Brüsszelben létrejött és jelenleg is működő *Nemzetközi Geodéziai és Geofizikai Unió* (International Union of Geodesy and Geophysics, *IUGG*) egyik szövetségeként fejt ki eredményes tevékenységét az IAG. [Az IAG 95 év elteltével 2001-ben ismét Budapesten tartotta tudományos közgyűlését (Ádám, 2002b).]

Magyarország a körülményeihez és lehetőségeihez mérten mindig igyekezett aktívan részt venni az IAG munkájában (Tóth, 1870; Oltay 1925 és 1928; Regőczy, 1954; Rédey, 1966; Ádám, 2000a és 2002a, b). Az első világháború végéig Magyarországnak nem volt lehetősége a gyakorlati felsőgeodézia intézményes művelésére, mert a geodéziai alaphálózatok létesítését és a tudományos geodézia művelését a Bécsi Katonai Földrajzi Intézet végezhette. Az elméleti felsőgeodézia területén kiemelkedő tevékenységet fejtett ki *Eötvös Loránd* a Budapesti Tudományegyetemen (Eötvös, 1901; Fröhlich, 1930; Selényi, 1953; Ádám, 2002a) és a hozzákapcsolódó szabatos felsőgeodéziai mérésekkel Bodola Lajos és Oltay Károly a Műegyetemen (Oltay, 1925, 1928, 1948) (2. ábra). A felsőgeodézia elméleti és gyakorlati művelésére hivatott intézmények többségét hazánkban az elmúlt fél évszázadban létesítették. A felsőgeodéziát művelő fontosabb intézményeink Magyarországon: *a*) a BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszéke, *b*) az állami földmérés részéről a Földmérési és Távérzékelési Intézet (FÖMI) Kozmikus Geodéziai Observatóriuma (KGO), *c*) az MTA Földtudományi Kutatóközpont Geodéziai és Geofizikai Kutatóintézete (GGKI), *d*) a Nyugat-Magyarországi Egyetem Geoinformatikai Főiskolai Kara (NYME/GEO), *e*) a katonai térképészet tekintetében a Magyar Honvédség Térképészeti Hivatala (MHTÉHI) és *f*) a gravimetriai alaphálózatok vonatkozásában az Eötvös Loránd Geofizikai Intézet (ELGI).

## 2. Geodéziai alaphálózatok

A felsőgeodézia mindkét helyen említett feladatainak megoldása a Föld fizikai felszínén megjelölt és állandósított (maradandóan megjelölt) pontok bizonyos sűrűségű és eloszlású hálózatainak, az ún. *geodéziai alaphálózatoknak* a segítségével történik, amelyekben a pontok térbeli helyzetét és nehézségi adatait geodéziai és gravimetriai mérések segítségével határozzák meg, valamely alkalmasan kiválasztott rendszerben.

Ennek megfelelően a felsőgeodézia a felsőrendű háromszögelések, a felsőrendű szintezések, a természetes és mesterséges égitestekre végzett kozmi-



2. ábra. A magyarországi felsőgeodézia egyes vonatkozásai



kus geodéziai mérések és a nehézségierőtér-mérések eredményeire támaszkodnak.

A geodéziai alaphálózatokat mindig a rendelkezésre álló legkorszerűbb mérési és számítási eljárásokkal fejlesztik ki. A geodéziai alaphálózatunk az ország infrastruktúrájának fontos és nélkülözhetetlen részét képezik, amelyekre a földmérési és térképészeti feladatokon túl újabban a térinformatikai adatbázisok, geoinformációs rendszerek és a kataszteri nyilvántartások is alapvetően támaszkodnak.

A geodéziai alaphálózatokat több egymást követő lépésben hozzák létre, melyek időrendi sorrend szerint több rendre tagolódnak. Ezek száma a hálózat típusától függően különböző. Így például kifejlesztésük sorrendjében első-, másod-, harmad-, negyed- és ötödrendű háromszögelési hálózatot különböztetünk meg, amelyből az első hármat összefoglaló néven elsőrendű, az utóbbi kettőt pedig alsórendű hálózatnak nevezzük. A szintezési (magassági) és a gravimetriai hálózatok szintén a kifejlesztésük sorrendjében első-, másod- és harmadrendű magassági, illetve gravimetriai hálózatokra tagolódnak. A továbbiakban csak az elsőrendű hálózatokkal foglalkozunk.

### 2.1. Az elsőrendű alapponthálózatok feladatai

Az elsőrendű geodéziai (vízszintes, magassági, gravimetriai és 3D) alaphálózatok létesítésének célja és feladatai a következőkben foglalható össze:

1. egységes keret biztosítása a részletes felmérések számára (az elsőrendű hálózatok alapot nyújtanak a felmérés további módozataira);

2. az elsőrendű pontok hálózatai képviselik az országot a nemzetközi együttműködésekben (regionális, kontinentális, sőt az egész Földre kiterjedő egységes geodéziai alaphálózatok alapját képezik);

3. az elsőrendű hálózatoknak alkalmasnak kell lenniük az ismételt mérések végzésére

a) a földfelszíni mozgásvizsgálatokhoz szükséges megfelelő alap szolgáltatása és

b) a korábbi hálózatoknak tudományos megalapozottságú pontosságú vizsgálata céljából;

4. a Föld elméleti alakjának (a *geoid*nak) a meghatározása és

5. „integrált pontok” hálózatának kialakítása ismételt komplex geodéziai (GPS, gravimetriai, szintezési stb.) mérések végzésére az európai geokinetikai (cm-es pontosságú) magassági hálózat létrehozásához.

## 2.2. Magyarország geodéziai (vízszintes, magassági, gravimetriai és 3D) alaphálózatainak jellemzői röviden

Az 1. táblázatban Magyarországon az elmúlt közel két évszázad folyamán létesített országos kiterjedésű felsőrendű alapponthálózatok főbb jellemzőit foglaltam össze. Az egyes felsőrendű hálózatokat azonos típuson belül többnyire a vonatkozó hálózatlétesítési munkálatok megkezdési időpontjával nevezték el. (A vízszintes és magassági alaphálózatainkra vonatkozó alapvető ismeretek átfogó összefoglalásakor elsősorban Bendefy L., Biró P., Bod E., Czobor Á., Hazay I., Homoródi L., Joó I., Regőczy E., Rédey I. és Varga J. irodalomjegyzékben is feltüntetett munkáira támaszkodtam.)

### 2.2.1. Elsőrendű háromszögelési alapponthálózataink

A vízszintes elsőrendű hálózat pontjai meghatározásának hagyományos módszere a háromszögelés volt. Valamely ponthalmaz pontjainak egymáshoz viszonyított helyzetének háromszögeléssel történő meghatározásához az volt szükséges, hogy a pontoknak egymáshoz csatlakozó háromszögekből álló

1. táblázat

Magyarország geodéziai alapponthálózatainak főbb jellemzői

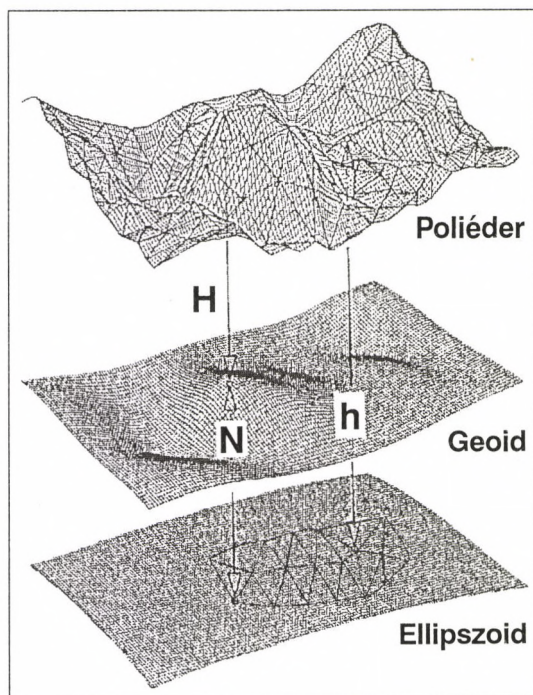
Hálózat típusa	S	A hálózat megnevezése	Nemzetközi kapcsolódásai	Alkalmazott vonatkozási rendszer	Gyakorlati alkalmazás (vet.r., mag.mérősz. stb.)
Felsőrendű háromszögelési hálózatok	1	a) II. katonai felmérés (1807–1869) b) 1853. évi felsőrendű hálózat (1853–1857)	Habsburg Birodalom	OZ1845	VTN
	2	1860. évi felsőrendű hálózat (1860–1913)	Osztrák–Magyar Monarchia; „Európai Fokmérés”. ED50	B1860, B1892 (MGI), B1944 (DHG) B1908 ED50	STG GAK HÉR, HKR, HDR UTM
	3	1925. évi felsőrendű hálózat (1925–1944)	–	–	–
	4	EOVA a) I. rendű láncolat (1948–52) (1948–1972) b) Felületi Asztrogeodéziai Hálózat (FAGH)	EAGH 1958 EAGH 1983, ED87	S 42/58 FAGH (1972), S42/83, ED87 HD72	GAK EOV
Magassági alaphálózatok	1	1873. évi (első)országos szintezési hálózat (1873–1913)	Osztrák–Magyar Monarchia	adriai (trieszti) alapszint	(normál) ortométeres magasság
	2	1921. évi (második) országos szintezési hálózat (1921–1944)		nadapi alapszint (H = 173,8385 m)	(normál) ortométeres mag., dinamikai mag.
	3	1950. évi (harmadik) országos szintezési hálózat (1948–1964)	UPLN57/58 (CRCM, KBR)	nadapi alapszint balti alapszint (Kronstadt)	ortométeres magasság normál magasság
	4	Kéregmozgási vizsgálati szintezési hálózat = Egységes Országos Magassági Alapponthálózat (EOMA)(1973–1978)	UPLN82 UELN95, EUVN97 (CRCM, KBR)	balti alapszint (EOMA) amszterdami ala szint	normál magasság geopotenciális értékek
Gravimetriai alaphálózatok	1	MGH-50 (1950–1955)	OSU89	potsdami rendszer	
	2	MGH-80 (1980–1989)	EGH	IGSN 71	
	3	MGH-2000 (1990–2000)	UEGN, UNIGRACE	abszolút rendszer	
3D hálózatok létesítése	1	Stelláris háromszögelés (1978–1988) és Műholdas Doppler-hálózatok (1978–1987)	geocentrikus (WGS72)	CIO-BIH jelű koord.-rendszer WGS 72	EOVA ellenőrzése, GPS bevez. megalapozása
	2	Országos GPS Hálózat (OGPSH) (1991–97) aktív GPS-hálózat (2000 - )	EUREF, WGS84 (MGPSH, CERGOP)	ETRS89 (~ WGS 84)	UTM



hálózatot (térbeli poliédert) kellett alkotniuk, és ismerni kellett a háromszögek szögeit és oldalainak hosszát, valamint a hálózat helyzetét és az égtájakhoz viszonyított tájékozását az alapfelületen (a referenciaellipszoidon). Ennek megfelelően az elsőrendű vízszintes alaphálózat létesítésekor háromféle mérést kellett végezni: *a)* szögmérést (íránymérést) a hálózat alakjának, *b)* hosszmerést (ún. alapvonalmérést) a hálózat méretének és *c)* csillagászati-geodéziai mérést a háromszögelési hálózat helyének és tájékozásának meghatározása érdekében.

Háromszögelési hálózataink a Föld fizikai felszínén készültek, hiszen itt vannak a pontokat jelölő kövek, amelyeken a méréseket végezték. Így valamely háromszögelési hálózat a valóságban váltakozó nagyságú és alakú háromszögekből mint oldallapokból felépített szabálytalan poliéder. Ez így számításra, a csúcspontok helyzetének meghatározására közvetlenül teljesen alkalmatlan volt. Ezen úgy segítettek, hogy a tengerszint felett különböző magasságban ( $H$ ) fekvő pontokat rávetítették az elméleti földfelszínre, a geoidra. Annak érdekében,

hogy a valóságos hálózat kevésbé torzult képét állítsák elő, vetítésvonalaként a függővonalat – a Föld nehézségi erőterének az erővonalát – használták (1. ábra). Ezen a felületen ilyen módon létrehozott háromszöghálózat a geoid szabálytalanságai miatt még mindig alkalmatlan volt a koordináta-számításra, ezért a geoidot egy forgási ellipszoiddal helyettesítették, mert ez a szabályos felület közelíti meg legjobban a geoidot. Így a fizikai földfelszínén képződött eredeti poliéder helyett egy az ellipszoid felületén levő pontokból kialakított ellipszoidi háromszögekből álló hálózathoz jutottak. Az ellipszoidon előállított háromszöghálózat egy pontjára



3. ábra. A fizikai földfelszínén létesített I. rendű háromszögelési hálózat mint poliéder, a geoid és a vonatkozási ellipszoid kapcsolatának szemléltetése

nak, továbbá egy kezdőoldala hosszának és azimutjának (az égtájakhoz viszonyított irányszögének), valamint természetesen a hálózat belső szögeinek ismerete volt szükséges ahhoz, hogy a hálózat összes további I. rendű pontjának helyzetét az ellipszoidon kiszámítsák. A pontok alapfelületi (ellipszoid feletti) magasságát ( $h$ ) a pontok geoid ( $\sim$  középtengerszint) feletti magasságának ( $H$ ), valamint a geoid és az ellipszoid egymáshoz képest elfoglalt helyzeti és felületi különbségeit kifejező *geoidundulációnak* (a geoid-ellipszoid merőleges távolságának) ( $N$ ) összege adja meg, azaz  $h=H+N$  (3. ábra).

Magyarországon összefüggő nagyobb háromszögelés legelőször 1807-ben indult meg a katonai térképezés céljára. Ez a munkálat többször is megakadt, majd a régi munkák hibáit felismerve, a hálózat létesítését többször is újrakezdték. A munkálatot 1848-tól a bécsi volt Katonai Földrajzi Intézet végezte. A részletes kataszteri felmérés céljából a régi mérésekre támaszkodva kezdték el 1853-ban a felsőrendű hálózat kifejlesztését. Az IAG elődszervezetei által is támasztott fokozódó pontossági igények kielégítése és a két világháború pusztításai miatt további három országos háromszögelési hálózatot fejlesztettek ki, melyek az 1807-ben kezdett országos kiterjedésű háromszögeléssel mind a mai napig összekapcsolódnak. A legutóbbi hálózatunk (Egységes Országos Vízsíntes Alapponthálózat, EOVA) kifejlesztése a negyedrendű pontsűrítéssel bezárólag 1992 szeptemberében fejeződött be. Ezzel az ország teljes területén elkészült a több mint 52 000 háromszögelési pontot tartalmazó (az első-, a harmad- és a negyedrendű hálózati pontokat együttesen magában foglaló) országos vízszintes alapponthálózat. (Az EOVA kialakításáról részletesebben a 3.2-ben lesz szó.)

A vízszintes alaphálózatok és ezek segítségével történő geodéziai ábrázolás (a térképezés és az ennek alapját szolgáló koordinátaszámítások) alapfelületül rendszerint forgási ellipszoid szolgál. A forgási ellipszoid kiválasztásánál mindig arra törekedtek, hogy az mind alakjánál, mind méreteinél fogva minél jobban illeszkedjen a földfelülethez, illetve annak első legjobb megközelítőjéhez, a geoidhoz. Ezért a szóba jöhető forgási ellipszoidok közül mindig a legkorszerűbbet választották geodéziai alapfelületül. A legkedvezőbb ellipszoid alak- és méretmeghatározóit csillagászati és geodéziai mérések alapján az elmúlt két évszázad folyamán számosan levezették (2. táblázat), és így számos – egymástól méretben és alakban eltérő – ellipszoidot alkalmaznak a Föld különböző országaiban (Moritz, 1984; Strasser, 1957). A történelmi fejlődés folyamán a geodéziai műszerek, valamint a mérési és számítási eljárások finomodása folytán a Földet helyettesítő ellipszoidra egyre megbízhatóbb adatokat szereztek és szereznek napjainkban is (4. ábra). Magyarországon eddig bevezetett alapfelületek geometriai jellemzőit a megbízhatósági

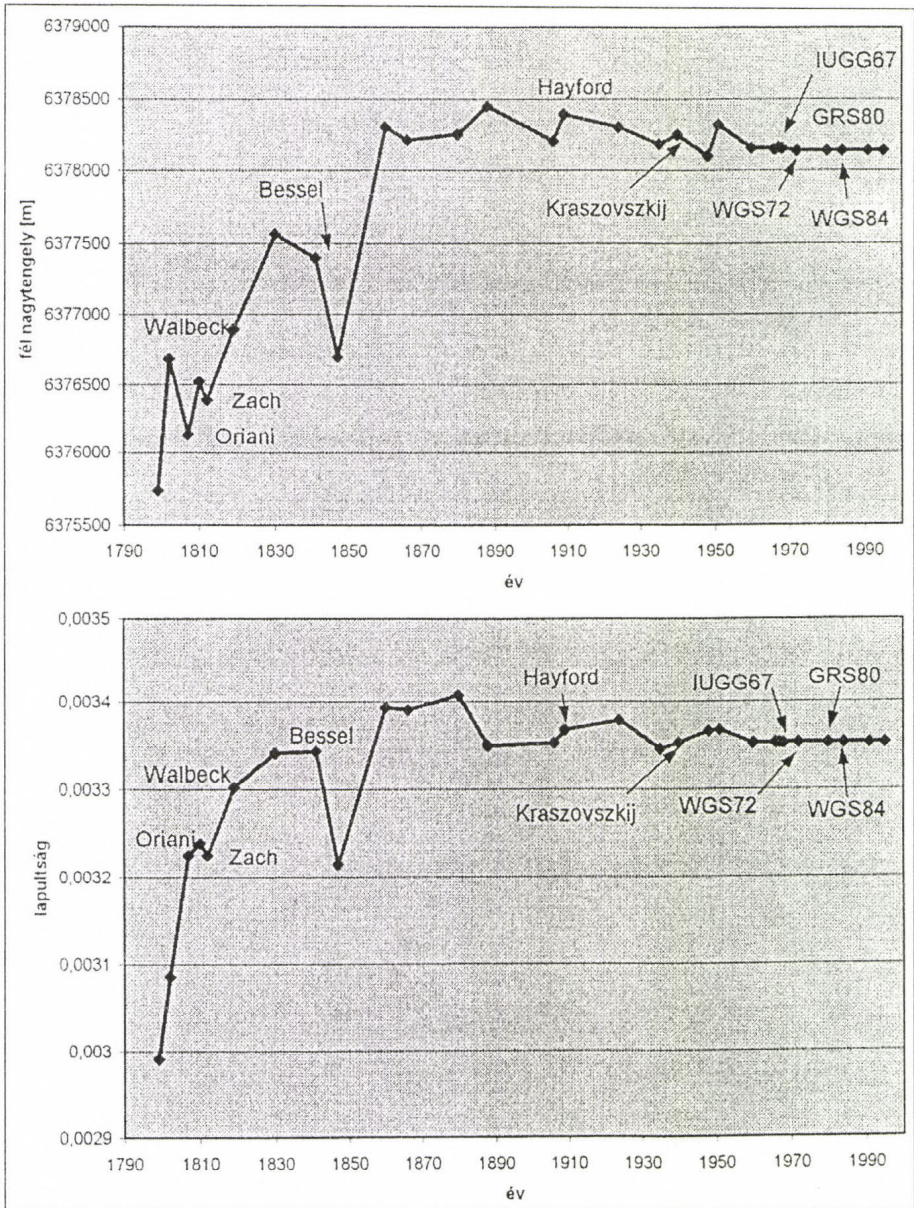


Vonatkozási ellipszoidok geometriai adatai

Referencia ellipszoidok geometriai adatai				
	Megnevezés	Meghatározás éve	Fél nagytengely (a) [m]	Lapultság (f)
1	Newton	1687		1:230
2	Huygens	1690		1:578
3	Cassini	1718		1:-95
4	Maupertuis	1738		1:178
5	Cassini	1740		1:304
6	Bouguer	1748		1:279
7	Juan	1748		1:266
8	Bosković	1760		1:248
9	Legendre	1789		1:318
10	Delambre	1799	6 375 738.7	1:334.29
11	<b>Delambre</b>	<b>1802</b>	<b>6 376 687</b>	<b>1:324</b>
12	<b>Oriani</b>	<b>1807</b>	<b>6 376 130</b>	<b>1:310</b>
13	Carte de France	1810	6 376 523.3	1:308.64
14	<b>Zach</b>	<b>1812</b>	<b>6 376 385</b>	<b>1:310</b>
15	<b>Walbeck</b>	<b>1819</b>	<b>6 376 896</b>	<b>1:302.78</b>
16	Airy	1830	6 377 563.396	1:299.325
17	<b>Bessel</b>	<b>1841</b>	<b>6 377 397.155</b>	<b>1:299.1528</b>
18	Everest	1847	6 376 701	1:311.043
19	Struve	1860	6 378 298	1:294.73
20	Clarke I.	1866	6 378 206.4	1:294.98
21	Clarke II.	1880	6 378 249.15	1:293.465
22	Bonsdorff	1888	6 378 444	1:298.59
23	Helmert	1906	6 378 200	1:298.3
24	<b>Hayford</b>	<b>1909</b>	<b>6 378 388</b>	<b>1:297</b>
25	McCaw	1924	6 378 300	1:296
26	Kraszovszkij	1935	6 378 180	1:298.9
27	<b>Kraszovszkij</b>	<b>1940</b>	<b>6 378 245</b>	<b>1:298.3</b>
28	Jeffreys	1948	6 378 099	1:297.1
29	Ledersteger	1951	6 378 315	1:297
30	Fischer I.	1960	6 378 155	1:298.30
31	Fischer II.	1968	6 378 150	1:298.30
32	WGS66	1966	6 378 145	1:298.25
33	<b>GRS67</b>	<b>1967</b>	<b>6 378 160</b>	<b>1:298.247 167 27</b>
34	<b>WGS72</b>	<b>1972</b>	<b>6 378 135</b>	<b>1:298.26</b>
35	<b>GRS80</b>	<b>1980</b>	<b>6 378 137</b>	<b>1:298.257 222 01</b>
36	<b>WGS84</b>	<b>1984</b>	<b>6 378 137</b>	<b>1:298.257 223 63</b>
37	IUGG91	1991	6 378 136.3	1:298.257
38	IUGG95	1995	6 378 136.6	1:298.252 31

mérőszámmal együtt, továbbá az alkalmazott geodéziai dátumok jelölését a 3. táblázatban tüntettem fel.

Mivel az alsóbbrendű háromszögelési pontok elsősorban már csak a fizikai (topográfiai) földfelszín jellemző pontjainak helymeghatározásához, a helyi részletek beméréséhez szükségesek, és valóban a földfelszín ábrázolását



4. ábra.  
Magyarországon alkalmazott vonatkozósi ellipszoidok fél nagytengely-  
és lapultságadatainak ábrázolása



3. táblázat

Magyarországon alkalmazott vonatkozási ellipszoidok geometriai adatai és megbízhatósági mérőszáma

Geodéziai dátum elnevezése	Vonatkozási ellipszoid		
	megnevezése	fél nagytengely (a)[m]	lapultság (f)
OZ1845	Oriani/Zach (1807/1812)	6 376 130	1:(310)
	Walbeck (1819)	6 376 896 ±123	1:(302.78 ±2,0)
B1860, B1892 (MGI) B1908, B1944 (DHG)	Bessel (1841)	6 377 379.155	1:(299.1528 ±4,7)
ED50, H1966, ED87	Hayford (1909)	6 378 388 ±18	1:(297 ±0,5)
S42/58, FAGH (1972) S42/83	Kraszovszkij (1940)	6 378 245 ±15	1:(298.3 ±0,4)
HD72	GRS67 (1967)	6 378 160	1:(298.247 167 427)
WGS72	WGS72 (1972)	6 378 135 ±5	1:(298.26)
ETRS89	GRS80 (1980)	6 378 137	1:(298.257 222 101)
WGS84	WGS84 (1984)	6 378 137 ±2	1:(298.257 223 563)

szolgálják (ami térképekkel, azaz síklapokon történik), ezért az alsóbbrendű pontok koordinátáinak kiszámításához az ország területéhez lehető jól illeszkedő síkvetületi rendszert (esetleg rendszereket) vezettek be. Ehhez az elsőrendű pontok ellipszoidi koordinátáit a választott vetületi rendszer egyenletei alapján a vetületi síkra számították át, és a további koordinátaszámításokat

4. táblázat

Magyarországon alkalmazott geodéziai dátumok elnevezése, elhelyezési adatai és az alkalmazott vetületi síkkoordináta-rendszerei

	Geodéziai dátum elnevezése	Csillagászati kiindulópont neve	Ellipszoidi földrajzi (geodéziai)		Dátumparaméterek			Alkalmazott vetületi síkkoordináta-rendszer
			szélesség (φ) [° ' " ]	hosszság (λ) [° ' " ]	ξ	η	ζ (N)	
1	OZ1845	Bécs(Szent István templom tornya)	48-12-32.75	16-22-35.58	0.00"	0.00"	0.0 m	VTN
2	Walbeck	Bécs (régii egyetemi csillagvizsgáló)	48-12-35.50	16-22-49.98	0.00"	0.00"	0.0 m	
3	B1860	Gellérthegy (levezetett)	47-29-14.93	19-03-05.67	- 3.93"	- 5.91"	0.0 m	STG
4	B1892 (MGI)	Bécs (Hermannskogel)	48-16-15.29	16-17-55.04	0.00"	0.00"	0.0 m	
5a		Széchenyi-hegy	47-29-37.53	18-59-31.08	0.00"	0.00"	0.0 m	
5b	B1908	Gellérthegy (levezetett)	47-29-09.6380	19-03-07.5533	1.36"	- 7.19"	0.0 m	HÉR, HKR, HDR, STG
6	B1944 (DHG)	Gellérthegy (GK)	47-29-15.382	19-02-59.723	- 4.38"	- 1.86"	0.0 m	GAK
7	H1966	Jobbágyi-hegy	47-49-55.15	19-42-40.56	- 2.31"	- 5.98"	30.0 m	
8	S42	Pulkovo	59-46-18.55	30-19-42.09	+0.16"	- 1.78"	0.0 m	GAK
9	FAGH (1972)	Szőlőhegy	47-17-32.9010	19-36-11.8224	- 2.46"	- 1.11"	6.56 m	
10	HD72	Szőlőhegy	47-17-32.6156	19-36-09.9865	- 2.18"	+0.14"	6.56 m	EOV
11	ED50	Potsdam(Helmer-torony)	52-22-51.4456	13-03-58.9283	+3.36"	+1.78"	0.4 m	UTM
12	ED87	München(Mária-templ.t.)	48-08-22.2273	11-34-26.4862	- 2.25"	+3.15"	0.7 m	
13	wgs72(Doppler)	geocentrikus (Szőlőhegy)	47-17-31.60	19-36-05.99	- 1.16"	+2.84	40.20 m	
14	ETRS89 (-WGS84)	geocentrikus (Szőlőhegy)	47-17-31.6665	19-36-05.9394	- 1.23"	+2.88"	42.85 m	UTM

már ezen a vetületi síkon végezték el. Magyarországon az elmúlt több mint másfél évszázad folyamán számos vetületi rendszer bevezetésére került sor, amelyeket az 1. és a 4. táblázatban is feltüntettem. Ezek jelölése a következő: VTN (vetület nélküli rendszer), STG (sztereografikus vetület), HÉR (hengervetületi északi rendszer), HKR (hengervetületi középső rendszer), HDR (hengervetületi déli rendszer), GAK (Gauss–Krüger-féle vetület), UTM (Universal Transverse Mercator) és EOVS (Egységes Országos Vetület). Az önálló magyarországi területi rendszereknél (STG, HÉR, HKR, HDR és az EOVS) mindig ún. *kettős vetítéssel* térnek át az ellipszoidról síkra vagy síkba fejthető felületre. Ebből a célból az ellipszoid felszínéhez az ország területének közepén másodfokúan simuló gömböt (*Gauss-gömb*) alkalmaznak. A vetítés első lépésében az ellipszoidról a simulógömbjére, majd második lépésben a gömbről a síkra térnek át. Magyarországon a *Bessel*-ellipszoidhoz és a GRS67 (IUGG 1967)-féle ellipszoidhoz vettek fel simulógömböt (amelyek sugara 6 378 512,966 m, illetve 6 379 743,001 m).

A társadalmi fejlődés és a gazdasági együttműködés (pl. a légi közlekedés kifejlődése, a Föld alakjának vizsgálata stb.) tette szükségessé az országos geodéziai hálózatoknak kontinentális egységbe foglalását. Ezt elősegítette az IUGG-nek 1924-ben hozott döntése, mely szerint a Hayford-féle ellipszoidot nemzetközi ellipszoidnak minősítette, és ajánlotta, hogy a Föld országai lehetőleg ezt az ellipszoidot használják abból a célból, hogy az egyes országok hálózatai minél egységesebb hálózattá legyenek összekapcsolhatók. A második világháborút követően a nyugat-európai országok ezt az ellipszoidot, a volt szocialista országok pedig az ennél is korszerűbb Kraszovszkij-féle ellipszoidot választották közös alapfelületül. Napjainkban pedig a Föld valamennyi országában a GPS-technika alkalmazása és a geoidmeghatározás céljából a csak alakban parányit különböző két ellipszoidot, a GRS80 és a WGS84 jelűt használjuk.

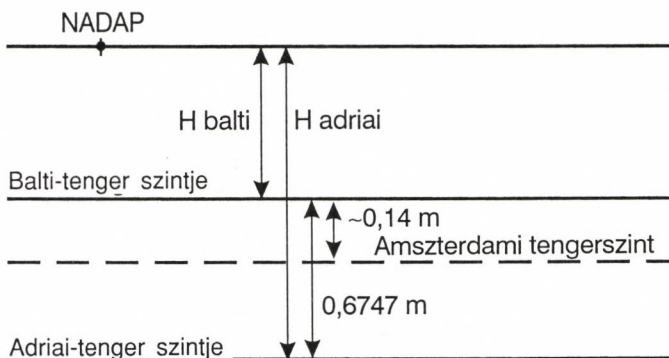
Az elmúlt mintegy 200 év során Magyarországon a történelmi helyzet sajátos alakulása következtében négy alkalommal kellett országos háromszögelési hálózatot létesíteni. A vízszintes helymeghatározás céljából a geodéziai alaphálózatainkhoz a múltban számos vonatkozási rendszert (ún. geodéziai dátumot) és ezek mindegyikéhez az alsóbbrendű pontok koordinátáinak kiszámításához az ország területéhez lehetőleg jól illeszkedő síkvetületi rendszert (illetve rendszereket) vezettek be, amelyeket napjainkban is használnak. Így pl. a katonai felmérések munkálataihoz alkalmazott VTN-rendszerben készített topográfiai térképek ma is jól hasznosíthatók különböző térségek terület- és településfejlődésének, valamint községek és városok településszerkezetének nyomon követésére az adott térség, illetve település



rendelkezésre álló valamennyi térképének összehasonlítása alapján (térképi ábrázolás időbeli változásain) (Páhy, 2001). Emiatt is fontos feladatunk a magyarországi térképrendszerek felsőgeodéziai alapjainak áttekintése és vizsgálata.

### 2.2.2. Elsőrendű magassági (szintezési) alapponthálózataink

Az elsőrendű magassági alaphálózat kevésbé összetett, mint a vízszintes alaphálózat. Létesítésének módszere ma csaknem kizárólag a *szabatos szintezés*. A történeti fejlődést tekintve egy időben a vízszintes alapponthálózat pontjai alkották egyidejűen a magassági alapponthálózat pontjait (pl. az 1853. évi elsőrendű háromszögelési hálózat). Azonban a műszaki gyakorlat követelményei és a szükséges nagy pontossági igények (az Európai Fokmérés vonatkozó előírásainak) kielégítése miatt a 19. század második felétől a vízszintes alaphálózattól független magassági alapponthálózatot tűztek ki, mely pontjaiban nagy gonddal végzett elsőrendű szintezéssel meghatározták az alapul választott szintfelülettől mért távolságot. Mivel magasságon a gyakorlati életben tengerszint feletti magasságot értünk, az elsőrendű magassági alapponthálózatoknak valahol a tengerszinthez kell kapcsolódnia. Ez a kapcsolat adja meg a magasságok alapszintjét (1. ábra). Mivel a különböző tengerek nyugalomban lévő szintje között magasságkülönbségek vannak, és Magyarország magassági alapponthálózatai három tengerszinthez is kapcsolódnak, így az ugyanazon pontra vonatkozó magassági adatok között eltérések vannak (5. ábra). Célszerű lenne vizsgálatokat végezni arra vonatkozólag, hogy



5. ábra. Az adriai (nadapi), a balti és az amszterdami magassági alapszintek kapcsolata az EOMA magassági főalappontján (Nadap)

mekkora hibával terhelt Nadap magassági főalappontunk jelenleg használt magassági értéke ( $H=173,8385$  m).

Magyarországon eddig négy alkalommal fejlesztettek ki országos felsőrendű szintezési hálózatot, amelyek közül az elsőt a bécsi volt Katonai Földrajzi Intézet hajtotta végre. Az első országos szintezési hálózat alapszint-felületéül az Adriai-tenger középszintjének a trieszti Molo Sartorio mareográfállomás mércéjén az 1875. évben meghatározott évi középértékkel jellemzett ponton áthaladó szintfelületet választották. E hálózatlétesítés keretében határozták meg Nadap főalappontunk magasságát is. A fokozódó pontossági követelmények kielégítése és a világháborús események pusztításai miatt további három országos szintezési hálózat vált szükségessé. A legutóbbi hálózatunk (Egységes Országos Magassági Alapponthálózat, EOMA) újramérése is már időszerűvé vált. Az egyes országos szintezési hálózatok alappontjai magassági értékének megadására különböző magassági mérőszámokat alkalmaztak. Tanulmány keretében meghatároztuk ezek eltéréseinek számértékét Magyarország területén, és átfogóan elemeztük az eltérések mértékét a GPS-technikával történő, szélső pontosságú magasságmeghatározás szempontjából (Ádám et al., 2002).

### 2.2.3. Gravimetriai alappont-hálózataink

A nehézségi gyorsulásnak ismerete a felsőgeodézia több feladata megoldásának is alapját képezi. Ezért egy-egy ország területét is tekintve a földfelszín igen nagyszámú pontjában kell ismernünk a nehézségi gyorsulás értékét. Azonban a különböző gyakorlati célú értékek csak akkor felelnek meg felsőgeodéziai célra, ha egységes rendszert képeznek. Mivel ezeket a méréseket graviméterekkel, azaz relatív értékeket adó műszerekkel végzik, az egységesség csak úgy biztosítható, ha a különböző helyen és időben végzett mérési eredményeket nagyon gondos mérésekkel meghatározott, ún. *gravimetriai alaphálózat* pontjaira vonatkoztatják. A múlt század első felében a mérési pontok számának növekedésével párhuzamosan egyre erőteljesebben jelentkezett az igény arra, hogy a mérési anyagot egységes rendszerbe foglalják. Az IUGG 1948. évi oslói kongresszusának egyik határozata is javasolta tagországainak saját területükön az országos gravitációs alaphálózat megteremtését. Ezt a javaslatot az MTA is magáévá tette, és kezdeményezésére az ELGI 1950–55 között kiépítette az első országos gravitációs alaphálózatot, amelyet a potsdami vonatkozási rendszerbe kapcsolták be. Magyarországon az elmúlt ötven év során az ELGI az egész ország területére kiterjedően három gravimetriai alaphálózatot (MGH50, MGH80 és MGH2000) létesített (Csapó, 1995; Csapó–Gazsó, 1993; Renner, 1959; Renner–Szilárd, 1959; Szabó et al., 1989).



Mivel térségünkben az egyes országok gravimetriai rendszerei közötti különbségek eléggé nagyok, így szükségessé vált és jelenleg folyamatban van a gravimetriai alaphálózatok egységbe foglalása. Az egységes európai gravimetriai hálózat (UEGN) kiépítése alapvető fontosságú az egységes geoidfelület meghatározása és az egységes magassági rendszer létrehozása céljából Európában. Ezt a célt szolgálta a UNIGRACE (Unification of Gravity Systems in Central Europe) (Reinhart et al., 1998) projekt keretében Közép-Európa 12 országában összesen 17 állomáson (Magyarországon Pencen a FÖMI/KGO-ban) végzett abszolút nehézségitérerősség-mérések is a legújabb mérési módszer alapján. Ezeket az állomásokat természetesen az egyes országok gravimetriai hálózataival is összekapcsolták, amelynek eredményeként egységes gravimetriai rendszert létesítettek Közép-Európában, vagy másképpen fogalmazva: meghatározták az egyes országok gravimetriai rendszere közötti különbségeket.

#### 2.2.4. Magyarországi 3D hálózatok létesítése

Az EOVA (és később az EOMA) korszerűsítése és továbbfejlesztése céljából stelláris háromszögelési hálózatot és műholdas Doppler-méréseket végeztünk az említett hálózatok kiválasztott pontjain az 1980-as évek folyamán. A szóban forgó mérések geodéziai célú hasznosításának elsődleges célja az, hogy számszerűen megállapítsuk az EOVA alapfelületének (koordináta-rendszerének) a Föld tömegközéppontjához és forgástengelyéhez viszonyított abszolút (geocentrikus) térbeli elhelyezkedését. További cél a hálózat méretarányának ellenőrzése, valamint finomítása, továbbá a lehetőségekhez képest a hálózatunk esetleges belső szerkezeti torzulásainak feltárása (Ádám, 1982; 1984a,b; 1987a,b; 1992; Ádám–Hörcsöki 1983; Nagy, 1990).

A GPS-technika széles körű hazai alkalmazása céljából *országos GPS-hálózatot* (OGPSH) létesítettek, amely 1153 pontból áll (Borza, 1993 és 1998). A hálózat létrehozását megelőzően szakmai vitát folytattak le (pl. Ádám, 1993a; Ádám–Czobor, 1992; Borza, 1993; Czobor, 1993; Detrekői, 1993 és Joó, 1993). Az OGPSH kialakítása 1991-re nyúlik vissza, amikor is Magyarországon 5 ponton végeztek csatlakozó GPS-méréseket az EUREF (European Reference Frame) elnevezésű hálózathoz, majd ezt követően további 19 ponton, létrehozva a 24 pontból álló kerethálózatot. Ezt a hálózatot sűrítették 1995–1997 folyamán további 1129 pont lemérésével. Jelenleg az ún. *aktív GPS-hálózat* kiépítését végzik a FÖMI/ KGO munkatársainak irányításával (Borza, 2000). Az aktív GPS-hálózat célja többek között az állami földmérési feladatok ellátása mellett a térinformatika és a navigáció alkalmazásának segítése.

### 3. Magyarországon alkalmazott geodéziai vonatkozási rendszerek vizsgálata

A hagyományos földi geodéziai és szatellitageodéziai, különösen napjainkban a GPS-mérések alapján kifejlesztett geodéziai hálózatok és vonatkozási rendszereik vizsgálata, a koordináta-rendszerek közötti átszámítás (transzformáció) ma igen fontos tudományos és gyakorlati feladatok közé tartozik. A GPS-mérések egyre nagyobb fokú elterjedésével a földi úton kapott geodéziai vonatkozási rendszerek (dátumok) és a GPS-hálózat vonatkozási rendszere közötti átszámítások mindennapossá váltak.

A geodéziai alaphálózatok pontjainak egymáshoz viszonyított helyzetét koordinátaival jellemezzük. A koordinátákat globális vagy lokális rendszerben adhatjuk meg (definiáljuk). A koordináták meghatározására különböző földi geodéziai (irányszög- és távolságmérések, földrajzi helymeghatározás) és szatellitageodéziai (Doppler-, GPS-) méréseket használtak, illetve használnak fel. Ennek megfelelően az alappontok meghatározásának két alapvető módszerét mutatjuk be.

#### 3.1. A kozmikus geodéziai (Doppler-, GPS-) mérések geocentrikus koordináta-rendszerei

Az alappontok meghatározását végezhetjük olyan térbeli derékszögű koordináta-rendszerben, amelynek kezdőpontja a Föld tömegközéppontjában (geocentrum) van, Z tengelye egybeesik a Föld forgástengelyének 1900–1905. évi középhelyzetével, XY síkja a forgástengelyre merőlegesen a tömegközépponton átmenő sík. Ebben a síkban a +X tengely párhuzamos a greenwichi kezdő meridián síkjával, a +Y tengely pedig erre merőlegesen úgy helyezkedik el, hogy a három tengelyirány jobb sodrású rendszert alkot. Ilyen koordináta-rendszert használ a *kozmosz geodézia* a mesterséges holdakra támaszkodó helymeghatározásokhoz (Ádám, 1986). Magyarországon korábban a műholdas Doppler-hálózataink pontkoordinátáinak meghatározásánál alkalmaztuk, jelenleg pedig a GPS-mérések eredményeit vonatkoztatjuk ilyen rendszerre.

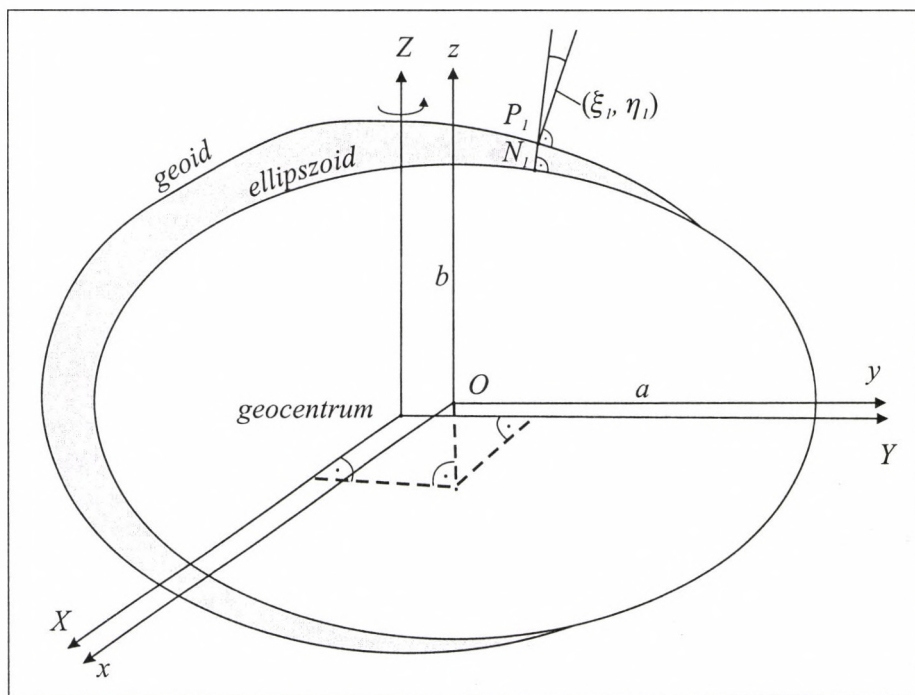
A koordináta-rendszert a gyakorlatban az állomások hálózata (mint térbeli pontmező) ezen geocentrikus rendszerben megadott koordinátaival valósítja meg.

A GPS-mérések feldolgozásával összefüggő geocentrikus vonatkozási rendszerek a következők: *a)* a nemzetközi földi vonatkozási rendszer (International Terrestrial Reference System, ITRS) és *b)* a WGS84 jelű geodéziai vonatkozási



rendszer. Az ETRS89 jelű vonatkozási rendszer is geocentrikus volt 1989.0 epochában, azonban ettől az időponttól kezdve az ETRS89 rendszer kezdőpontja a Föld tömegközéppontjától definíció szerint fokozatosan eltér.

Európa egységes geodéziai-geodinamikai alapjainak kontinentális kiterjedésű fokozatos létrehozása keretében a korszerű műholdas GPS-technika alkalmazásával szélső pontosságú 3D hálózatot (EUREF = European Reference Frame) hoznak létre, melynek ún. kvázigeocentrikus vonatkozási koordináta-rendszerét *európai földi vonatkozási rendszernek* (European Terrestrial Reference System, 1989) nevezzük, és ETRS89-cel jelöljük. Ezt a rendszert a tudományos közösség a legalkalmasabb európai geodéziai dátumnak tekinti, melyet az Európai Bizottság (European Commission) minden bizonnyal hivatalos geodéziai dátummá fog nyilvánítani adatainak vonatkoztatására. A témakörben szervezett munkaiülések és szimpóziumok azt ajánlják, hogy a jövőben az ETRS89-et használják az Európai Unió tagországain belül a különböző projektek és szerződések keretében a földmérési és térinformatikai termékek és adatbázisok térbeli vonatkoztatására, és támogatják az

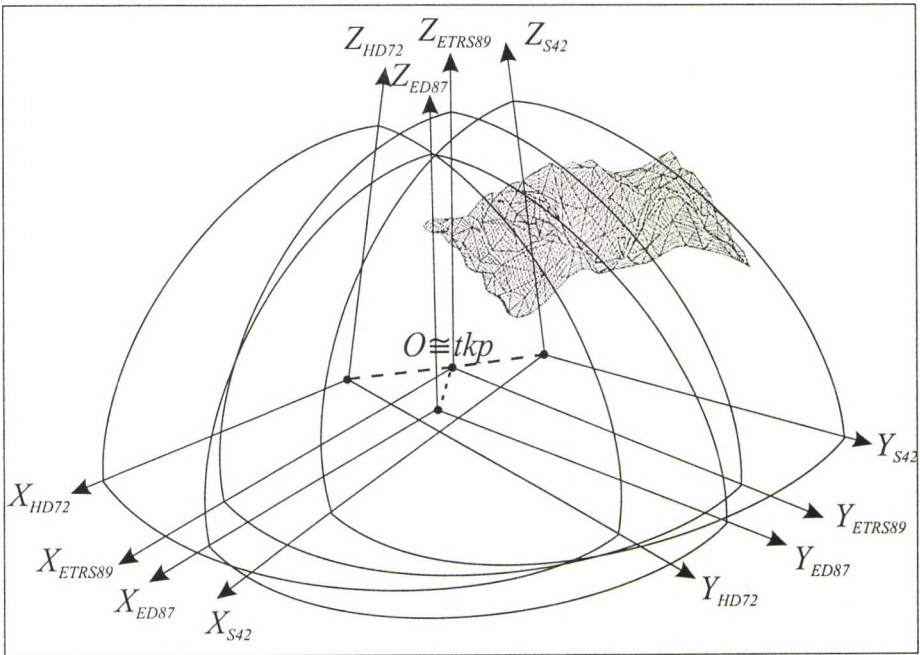


6. ábra. A vonatkozási ellipszoid elhelyezése az I. rendű háromszögelési hálózat csillagászati kiindulópontjában ( $P_1$ )

ETRS89 széles körű alkalmazását valamennyi tagállamon belül. Néhány európai szervezet (a polgári repülés, az ipar egyes területei és a NATO stb.) már egységesen alkalmazza, és néhány EU-tagállamban (pl. Norvégiában) már nemzeti geodéziai dátumként fogadták el.

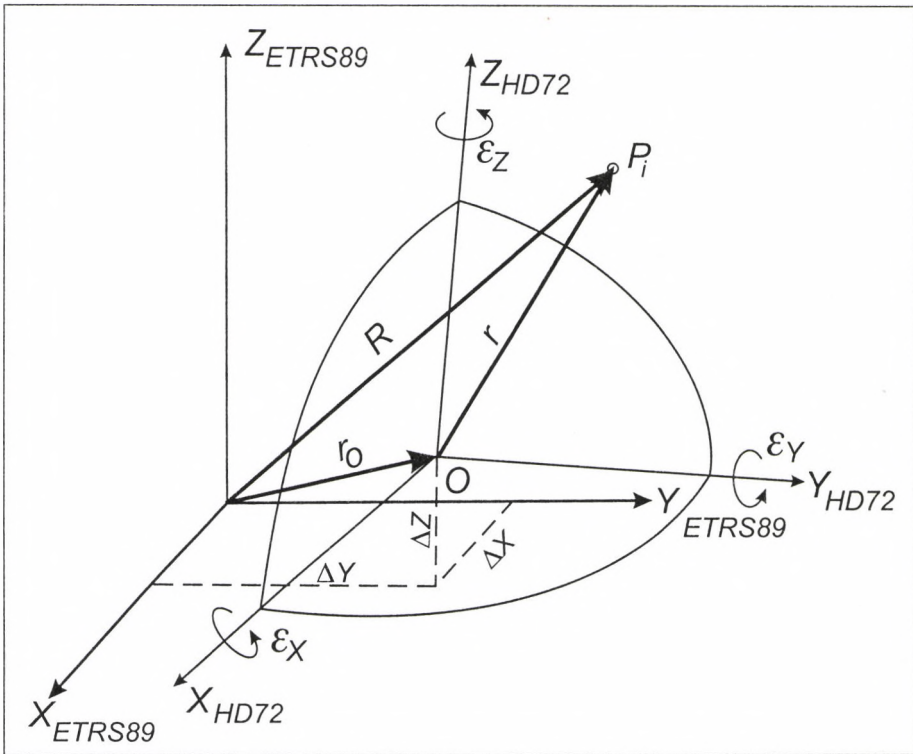
### 3.2. Magyarországon alkalmazott geodéziai dátumok

A korszerű műholdas (Doppler- és GPS-) mérési technikák megjelenéséig a geodéziai gyakorlat a földfelszínen kijelölt háromszögelési alaphálózati pontok térbeli helyzetét Földünk méretét és alakját jól megközelítő, forgási ellipszoid alakú helyi (nem geocentrikus elhelyezésű) geodéziai alapfelületre vonatkozó ( $\varphi, \lambda, h$ ) ellipszoidi földrajzi koordinátákkal adta meg, amelyeket jelenleg is használunk. A koordinátaszámításhoz választott – többnyire a Nemzetközi Geodéziai Szövetség (IAG) által ajánlott – méretű és alakú ellipszoidot (mint elképzelt geometriai felületet) a Föld fizikai felszínén kijelölt alaphálózati pontokhoz (másképpen a Föld tömegéhez) képest a térben valamilyen választott geometriai elv alapján elhelyezték. Ez a művelet a gyakorlatban leginkább



7. ábra. Néhány geodéziai dátum geometriai kapcsolatának szemléltetése geodéziai alaphálózataink adatai alapján





8. ábra. Az ETRS89 és a HD72 koordináta-rendszerek közötti geometriai kapcsolat szemléltetése

abból állt (6. ábra), hogy a számítandó geodéziai alaphálózat valamely központi fekvésű pontjának meghatározták a függővonalelhajlás-összetevőit ( $\xi_1$ ,  $\zeta_1$ ) és a geoid-ellipszoid merőleges távolságát ( $N_1$ ) a szóban lévő geodéziai alapfelületre vonatkozóan. Ezen adatok mellett még hallgatólagosan mindig feltételezték a vonatkozási ellipszoid kis tengelyének a Föld forgástengelyével és +X tengelyének a greenwichi kezdő meridiánsíkkal párhuzamos helyzetét. (Ezt azimutméréssel biztosították.) Az ily módon elhelyezett és ismert méretű és alakú forgási ellipszoid valósítja meg helymeghatározó koordinátaszámításaink vonatkozási (koordináta-) rendszerét, amelyet *geodéziai dátumnak* is nevezünk. Ez a gyakorlat többségében ellipszoidi felületi koordináta-rendszer vagy bizonyos esetekben az ellipszoid forgástengelye (kis tengelye) és az egyenlítői síkjában kijelölt másik két tengelye által megvalósított térbeli derékszögű koordináta-rendszer, amelynek kezdőpontja az ellipszoid geometriai középpontjával esik egybe (7. és 8. ábra).

A geodéziai dátumot az elsőrendű háromszögelési alapponthálózat (mint térbeli poliéder sarok-) pontjai ezen (helyi) rendszerben megadott koordinátáikkal valósítják meg.

A 4. táblázatban Magyarországon az elmúlt közel két évszázad folyamán az 1. táblázatban is feltüntetett négy országos háromszögelési hálózatunkhoz felvett és nemzetközi együttműködések keretében is kapcsolódó geodéziai dátumok főbb dátumelhelyezési adatait foglaltam össze. A táblázat számadatokat feltüntető első 7 sorában szereplő geodéziai dátumok részletes leírását Homoródi (1952, 1953), Homoródi et al. (1967), valamint Bod (1982) megadja, így ezekre részletesen itt nem térek ki, csak a főbb jellemzőket ismertetem a következő bekezdésben. Mivel a második világháborút követően kialakított geodéziai dátumokról jellegüknél fogva érdemi számszerű adatok nem jelenhettek meg szakirodalmunkban, ezért ezeket bővebben fogom a továbbiakban bemutatni.

A második katonai felmérés céljára 1807–1869 között létesített háromszögelési hálózat helyszíni és számítási munkáival foglalkozó utasításokat (többek között a geodéziai dátum felvételét is) 1810-ben és 1845-ben adták ki Bécsben. Ezek közül a második foglalkozik az alkalmazandó vetülettel. Ennek értelmében az ellipszoidról a síkra a *Cassini*-vetülettel tértek át, amely valójában vetület nélküli rendszert (VTN) jelent, mivel az ellipszoidi hosszakat és szögeket síkadatoknak tekintették. A második katonai felmérés térképei az egész Monarchia területén ebben a vetületben készültek, és ezt a vetületet alkalmazták az 1853. évi háromszögelés munkálatainál is. Az 1845-ben bevezetett vonatkozási ellipszoid nagytengelye az *Oriani* által 1807-ben közzétett ellipszoidé, lapultsága pedig az 1812-ben megjelentetett *Zách*-féle ellipszoidé (2. táblázat), ezért használjuk a geodéziai dátum megnevezésére az OZ1845 jelölést (1., 3. és 4. táblázat). (Az 1810-es utasításban a számítás alapfelületül a *Delambre* által 1802-ben meghatározott ellipszoid adatait használták, de mivel részleteket nem találtam elhelyezésére vonatkozóan, és vetületet sem vezettek be hozzá, ezért a táblázatban ezt nem tüntettem fel). A *Walbeck*-ellipszoid volt az alapfelület az 1859–1860-ban a Gellért-hegy kezdőpont ellipszoidi földrajzi koordinátáinak levezetésénél, amelyeket *Bessel*-ellipszoidi koordinátákként fogadtak el. A *Bessel*-féle ellipszoidot több geodéziai dátum (B1860, B1892(MGI), B1908 és B1944(DHG)) létesítésénél használták a második (1860. évi) elsőrendű háromszögelési hálózatunk számítási munkálataival összefüggésben (1., 3. és 4. táblázat).

A második világháborút követően Magyarország korszerű geodéziai alapjainak létrehozása során két lépésben új elsőrendű háromszögelési hálózatot



létesítettek. Elsőként egy láncolatvázat hoztak létre 1948–1952 között, majd a második ütemben a dunántúli és a Tisza menti kitöltő hálózatrész mérésére került sor. Ezekből együttesen az ún. *felületi asztrogeodéziai hálózatot* (FAGH) alakították ki. Az elsőrendű háromszögelési hálózatunk pontjainak koordinátáit több helyi geodéziai vonatkozási rendszerben is meghatározták. Az egyes geodéziai dátumokat egyrészt a hálózati méréseknek önálló nemzeti kiegyenlítése keretében vették fel, másrészt nemzetközi együttműködések során kialakított egységes háromszögelési hálózatok vonatkozási rendszereiként megadták számunkra. Ez utóbbival összefüggésben kell megemlíteni, hogy az európai szocialista országok 1952-ben határozták el, hogy területükön *egységes asztrogeodéziai hálózatot* (EAGH) hoznak létre. Az EAGH első kiegyenlítését 1958-ban végezték el, amelynek magyarországi részeként a láncolatvázat fogadták el. Az EAGH58 hálózat geodéziai dátumát a Pul-kovo-pontban 1942-ben felvett Kraszovszkij-ellipszoid határozza meg. Az eredményül kapott koordináták vonatkozási rendszerét a továbbiakban S42/58 jelöléssel látjuk el.

A felületi csillagászati-geodéziai hálózatunk méréseinek önálló nemzeti kiegyenlítését 1972-ben végezték el a Kraszovszkij-ellipszoidon, amelyet Szőlőhegy-pontban helyeztek el úgy, hogy a pont S42/58 rendszerbeli koordinátáit rögzítették. A hálózat pontjai koordinátáinak vonatkozási rendszerét FAGH rövidítéssel jelöljük. Célszerűségi okok miatt a hálózatunkhoz 1972-ben új geodéziai dátumot vezettek be, amely az Egységes Országos Térképrendszer (EOTR) alapjául szolgál még ma is. Ezt a geodéziai dátumot HD72-vel jelöljük. Ennek alapfelülete az IUGG1967 jelű forgási ellipszoid, amelyet Szőlőhegy-pontban úgy vettek fel, hogy az ellipszoidfelületet a geoid magyarországi

5. táblázat

Az EOVA és regionális háromszögelési hálózatok főbb jellemzői

Adattípus	ED50		ED87(new)		S42/58		S42/83	
	Mo-i hálózat	Teljes hálózat	Mo-i hálózat	Teljes hálózat	Mo-i láncolat	Teljes hálózat	Mo-i hálózat	Teljes hálózat
Az álláspontok száma	?	?	155	8 095	112	?	139	11 726
Írányértékek száma	?	?	758	30 128	490	?	770	75 419
Szögek száma	?	?	0	0	0	?	11	7 701
Írányértékcsoportok száma	?	?	139	6 505	?	?	?	?
Távolságok száma	?	?	49	22 387	6	?	23	659
Azimutok száma	?	?	40	618	17	?	42	420
Doppler-pontok száma	0	0	18	144	0	0	0	0
GPS-állomások száma	0	0	10	26	0	0	0	0
GPS-távolságok száma	0	0	0	9	0	0	0	0

felületdarabjához simuló helyzetbe hozták. A teljes felületi csillagászati-geodéziai hálózatunkat az 1980-as évek elején bevonták az EAGH 1983. évi újabb kiegyenlítésébe. Ennek vonatkozási rendszerét S42/83-al jelöljük. Végül az 1989. évi változásokat követően hálózatunkat bevonták a nyugat-európai országok ED87 jelű egységes háromszögelési hálózatába is. A külföldön végzett számítási munkálatok eredményeként nyert ED87 rendszerbeli koordinátákat megkaptuk. Az ED87 alapfelülete a München-pontban felvett Hayford-féle ellipszoid. A leírtak alapján tehát háromszögelési alaphálózatunk mindkét létező európai regionális hálózat (S42/58, illetve S42/83 és ED87) részévé vált (természetesen valamelyest különböző koordinátákkal). A regionális alaphálózatok és magyarországi részhálózatuk főbb jellemzőit az 5. táblázat tartalmazza.

Az elsőrendű háromszögelési hálózatunk továbbfejlesztése céljából előbb stelláris háromszögelési, majd műholdas Doppler-mérésekre került sor. Később a GPS-technika széles körű hazai alkalmazása céljából országos GPS-hálózatot (OGPSH) létesítettek, amelynek pontjai közül 81 egybeesik az elsőrendű háromszögelési hálózatunk pontjaival. Az OGPSH vonatkozási rendszere az ETRS89 jelű, ún. kvázigeocentrikus koordináta-rendszer, amely az EUREF-hálózat vonatkozási rendszere. Az EUREF-hálózathoz Magyarország 1991-ben csatlakozott öt ponton végzett GPS-mérések alapján.

Az ETRS89 kvázigeocentrikus koordináta-rendszer és a hagyományos módszerből adódóan a háromszögelési alaphálózatunk vonatkozási rendszerei nem esnek egybe, sőt ez utóbbiak még egymással sem. A háromszögelési hálózatunk néhány vonatkozási rendszerét és az OGPSH ETRS89 jelű koordináta-rendszerét a 7. ábrán szemléltetjük. A 6. táblázatban pedig elsőrendű háromszögelési alaphálózatunk csillagászati kiindulópontjának (Szőlőhegy) különböző geodéziai vonatkozási rendszerekre vonatkozó ellipszoidi földrajzi szélesség és hosszúság koordinátáit ( $\varphi$ ,  $\lambda$ ), továbbá függővonal-elhajlás összetevőit ( $\xi$ ,  $\eta$ ) és geoid-ellipszoid merőleges távolság ( $N$ ) értékeit tüntettem fel.

### 3.3. Koordináta-rendszerek közötti transzformáció vizsgálata

Európa legtöbb országában, így hazánkban is a térbeli helyzet megadására az ETRS89 jelű koordináta-rendszert és az országos (ún. helyi) vonatkozási rendszereket is még huzamosabb ideig alkalmazni fogják. Így az ETRS89 és a nemzeti geodéziai dátumok közötti transzformáció alapvető fontosságú. A vonatkozó munkaülések ezért azt ajánlják, hogy azokat a transzformációs paramétereket és algoritmusokat, amelyek alkalmazásával ETRS89-ből a helyi vonatkozási rendszerbe (és vissza) a koordináták átszámítását 1-2 m-es pontossággal lehet elvégezni, tegyék nyilvánosan hozzáférhetővé. A szóban



forgó transzformációs paramétereinek meghatározását és közzétételét az illetékes nemzetközi szakmai szervezetek is határozottan igénylik, nevezetesen: *a*) a Nemzetközi Geodéziai Szövetség (IAG) EUREF Albizottsága és *b*) a NATO Geodéziai és Geofizikai Munkabizottsága tudományos szimpóziუმainak idevonatkozó ajánlásai, valamint *c*) a CERCO, illetve újabb nevén az Euro Geographics (európai földmérési és térképészeti szolgálatok vezetőinek bizottsága) VIII. (felsőgeodézia) munkacsoportjának előírásai is.

Általánosságban a dátumeltérési, illetve transzformációs paraméterek nem ismeretesek, ezek a közös pontok egyes koordináta-rendszerekre vonatkozó koordinátáinak eltérései alapján meghatározhatók.

### 3.3.1. A transzformáció összefüggései

A geodéziában két vagy több térbeli derékszögű koordináta-rendszer közötti pontkoordináta-átszámításra a hasonlósági transzformációt alkalmazzuk. Ennek megfelelően azt feltételezzük, hogy a két koordináta-rendszer térbeli elhelyezésben, tájékozásban és méretarányban különbözik egymástól (8. ábra). Így 7 paraméter meghatározására van szükség, amelyek a következők: a 3 tengelyirányú eltolás ( $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$ ), a 3 tengely körüli elforgatás ( $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$ ,  $\epsilon_z$ ) és  $\chi$  méretarány különbségi tényező.

A transzformációs modell legkisebb négyzetek módszere szerinti számítások alapjául szolgáló alakja a következő:

$$\begin{bmatrix} X_{\text{ETRS89}} \\ Y_{\text{ETRS89}} \\ Z_{\text{ETRS89}} \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + (1 + \chi) \begin{bmatrix} 1 & \epsilon_z & -\epsilon_y \\ -\epsilon_z & 1 & \epsilon_x \\ \epsilon_y & -\epsilon_x & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_{\text{HD72}} \\ Y_{\text{HD72}} \\ Z_{\text{HD72}} \end{bmatrix}_i + \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}_i, \quad (1)$$

ahol az  $(X, Y, Z)_{\text{ETRS89}}$  és az  $(X, Y, Z)_{\text{HD72}}$  az *i*-edik közös pont ETRS89 és a HD72 koordináta-rendszerre vonatkozó ismert koordinátái. A  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$  értékek pedig a kiegyenlítés alkalmával nyert koordinátajavítások (ún. maradék-ellentmondások), amelyeket az egyszerűbb szemléltetés érdekében a

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dh \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} -\sin \varphi \cdot \cos \lambda & -\sin \varphi \cdot \sin \lambda & \cos \varphi \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos \varphi \cdot \cos \lambda & \cos \varphi \cdot \sin \lambda & \sin \varphi \end{bmatrix}_i \cdot \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}_i \quad (2)$$

összefüggésekkel számíthatunk át az *i*-edik pont horizontális koordináta-rendszerére vonatkozó  $dx$ ,  $dy$  vízszintes és  $dh$  magassági értelmű koordi-

6. táblázat

Szőlőhegy I. rendű háromszögelési pont  
ellipszoidi földrajzi koordinátái  
és dátumparaméterek értéke az egyes geodéziai dátumokban

Geodéziai dátum		Ellipszoidi földrajzi		Dátumparaméterek		
	elnevezése	szélesség ( $\varphi$ ) [° ' " ]	hosszúság ( $\lambda$ ) [° ' " ]	$\xi$ ["]	$\eta$ ["]	$\zeta$ (N) [m]
1	B1908	47-17-34.07	19-36-14.91	-2.59	-1.60	?
2	H1966	47-17-34.30	19-36-13.12	-2.82	-0.38	30
3	S42/58	47-17-32.9010	19-36-11.8224	-2.46	-1.11	7.01
4	S42/83	47-17-32.946	19-36-11.872	-2.51	-1.15	8.02
5	FAGH (1972)	47-17-32.9010	19-36-11.8224	-2.46	-1.11	6.56
6	HD72	47-17-32.6156	19-36-09.9865	-2.18	+0.14	6.56
7	ED87	47-17-34.4922	19-36-08.8946	-4.14	+0.79	1.12
8	WGS72	47-17-31.60	19-36-05.99	-1.16	+2.84	40.20
9	EUREF89	47-17-31.6665	19-36-05.9394	-1.23	+2.88	42.85

7. táblázat

Transzformációs paraméterek értékei  
és megbízhatósági mérőszáma

Közös pontok száma	Áltérés a 2-es rendszerből az 1-esbe	Transzformációs paraméterek											A súlyegység középhibája	Szabadságfok			
		Eltolási paraméterek						Méretarány- különbség	Forgatási paraméterek								
		$\Delta X$ [m]	$m_{\Delta X}$	$\Delta Y$ [m]	$m_{\Delta Y}$	$\Delta Z$ [m]	$m_{\Delta Z}$		$K$ [ppm]	$\epsilon_Z$ ["]	$m_{\epsilon_Z}$	$\epsilon_Y$ ["]			$m_{\epsilon_Y}$	$\epsilon_X$ ["]	$m_{\epsilon_X}$
165	HD72-FAGH	-34,12	±0.04	-53,06	±0.04	-72,22	±0.05	0,009	±0.005	0,137	±0.001	0,041	±0.002	0,118	±0.001	0,01	485
148	ED87-HD72	132,20	±0.71	28,96	±0.68	103,62	±0.76	1,036	±0.073	0,690	±0.017	0,005	±0.029	0,397	±0.022	0,13	434
148	ED87-FAGH	98,02	±0.73	-24,14	±0.7	31,36	±0.78	1,056	±0.076	0,827	±0.017	0,046	±0.30	0,517	±0.023	0,14	434
139	ED87-S42/83	96,06	±0.78	-29,20	±0.73	23,37	±0.84	2,116	±0.078	0,007	±0.018	-0,120	±0.033	-0,086	±0.024	0,13	407
139	HD72-S42/83	-35,33	±0.54	-57,86	±0.51	-80,49	±0.58	1,016	±0.054	-0,675	±0.012	-0,099	±0.023	-0,486	±0.016	0,09	407
139	FAGH-S42/83	-1,12	±0.53	-4,74	±0.49	-8,25	±0.57	0,993	±0.053	-0,811	±0.012	-0,139	±0.022	-0,605	±0.016	0,09	407
90	S42/58-S42/83	-18,30	±2.19	-16,74	±2.07	-27,45	±2.34	5,342	±0.225	-0,075	±0.052	0,119	±0.090	0,266	±0.067	0,34	260
90	S42/58-ED87	-114,31	±1.61	12,45	±1.52	-50,77	±1.72	3,214	±0.166	-0,078	±0.038	0,241	±0.066	0,357	±0.049	0,25	260
90	S42/58-HD72	16,73	±2.73	41,36	±2.01	52,96	±2.27	4,359	±0.219	0,603	±0.050	0,211	±0.088	0,742	±0.065	0,33	260
90	S42/58-FAGH	-17,49	±2.15	-11,76	±2.03	-19,29	±2.30	4,383	±0.222	0,739	±0.051	0,251	±0.089	0,861	±0.065	0,33	260
81	ETRS89-HD72	59,31	±1.24	-71,52	±1.23	-21,98	±1.34	1,277	±0.128	0,325	±0.030	0,432	±0.051	0,269	±0.039	0,16	243



nátaeltérésekké. (A  $\varphi$  és a  $\lambda$  az  $i$ -edik pont ellipszoidi földrajzi szélessége és hosszúsága.)

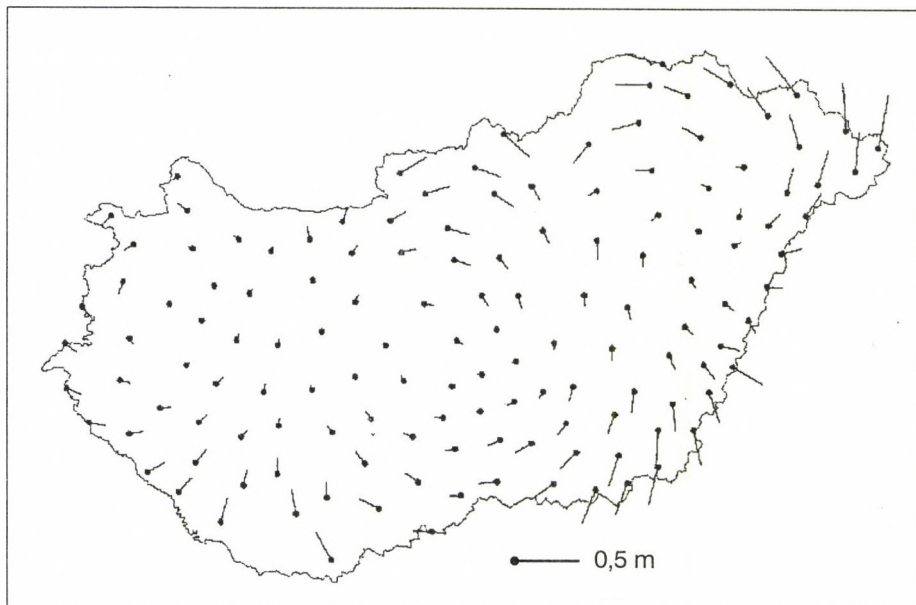
A transzformációs paramétereknek a legkisebb négyzetek elve szerinti kiegyenlítéssel történő megbízható meghatározására háromnál több pont mindkét koordináta-rendszerbeli adataira van szükség. Az eljárás a minimálnál jóval több közös, ismert koordinátájú pontot tételez fel. A közös pontok eloszlása a hálózatok teljes területét lehetőleg jól fedje le. Mivel a meghatározott transzformációs paraméterek értéke általában közelítő jellegű, érvényességük az adott hálózat területére korlátozódik.

A transzformáció után a koordinátajavítások (maradék-ellentmondások) elemzésével lehet a szabályos hibahatásokat felderíteni. A maradék-ellentmondásoknak vektorok formájában történő térképi ábrázolása sok érdekes következtetésre ad lehetőséget. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy az előforduló különbözőségek részben a koordináta-rendszerben rejlő eltérésekből (a vonatkozási

8. táblázat

A transzformációs paraméterek meghatározása után visszamaradó koordináta-javítások átlagértékei és középhibája

Közös pontok száma	Áttérés a 2-es rendszerből az 1-esbe	A transzformáció után visszamaradó javítások átlaga és középhibája													
		Térbeli derékszögű rendszerben						Helyi vízszintes rendszerben						Lineáris eltérés	
		$V_X$ [m]	$m_{v_x}$	$V_Y$ [m]	$m_{v_Y}$	$V_Z$ [m]	$m_{v_Z}$	$V_\varphi$ [m]	$m_{v_\varphi}$	$V_\lambda$ [m]	$m_{v_\lambda}$	$V_h$ [m]	$m_{v_h}$	$V_l$ [m]	$m_{v_l}$
165	HD72-FAGH	0,01	$\pm 0,01$	0,01	$\pm 0,01$	0,01	$\pm 0,01$	0,01	$\pm 0,01$	0,01	$\pm 0,01$	0,00	$\pm 0,01$	0,01	$\pm 0,02$
148	ED87-HD72	0,01	$\pm 0,12$	0,12	$\pm 0,15$	0,10	$\pm 0,12$	0,09	$\pm 0,12$	0,13	$\pm 0,15$	0,09	$\pm 0,11$	0,21	$\pm 0,22$
148	ED87-FAGH	0,10	$\pm 0,12$	0,13	$\pm 0,15$	0,10	$\pm 0,13$	0,10	$\pm 0,13$	0,13	$\pm 0,16$	0,09	$\pm 0,11$	0,21	$\pm 0,23$
139	ED87-S42/83	0,11	$\pm 0,14$	0,11	$\pm 0,15$	0,09	$\pm 0,11$	0,13	$\pm 0,17$	0,12	$\pm 0,16$	0,01	$\pm 0,01$	0,20	$\pm 0,23$
139	HD72-S42/83	0,06	$\pm 0,09$	0,06	$\pm 0,08$	0,09	$\pm 0,11$	0,07	$\pm 0,09$	0,06	$\pm 0,07$	0,09	$\pm 0,11$	0,14	$\pm 0,16$
139	FAGH-S42/83	0,06	$\pm 0,08$	0,06	$\pm 0,08$	0,08	$\pm 0,11$	0,06	$\pm 0,09$	0,05	$\pm 0,07$	0,09	$\pm 0,11$	0,14	$\pm 0,16$
90	S42/58-S42/83	0,24	$\pm 0,28$	0,37	$\pm 0,46$	0,16	$\pm 0,21$	0,23	$\pm 0,29$	0,39	$\pm 0,47$	0,13	$\pm 0,17$	0,53	$\pm 0,58$
90	S42/58-ED87	0,15	$\pm 0,19$	0,28	$\pm 0,33$	0,16	$\pm 0,20$	0,17	$\pm 0,21$	0,28	$\pm 0,33$	0,13	$\pm 0,17$	0,40	$\pm 0,43$
90	S42/58-HD72	0,20	$\pm 0,25$	0,38	$\pm 0,45$	0,18	$\pm 0,23$	0,20	$\pm 0,27$	0,39	$\pm 0,45$	0,16	$\pm 0,20$	0,52	$\pm 0,56$
90	S42/58-FAGH	0,21	$\pm 0,25$	0,38	$\pm 0,45$	0,18	$\pm 0,23$	0,21	$\pm 0,28$	0,39	$\pm 0,46$	0,16	$\pm 0,20$	0,53	$\pm 0,57$
81	ETRS89-HD72	0,11	$\pm 0,15$	0,14	$\pm 0,18$	0,11	$\pm 0,14$	0,09	$\pm 0,12$	0,14	$\pm 0,17$	0,14	$\pm 0,17$	0,24	$\pm 0,12$



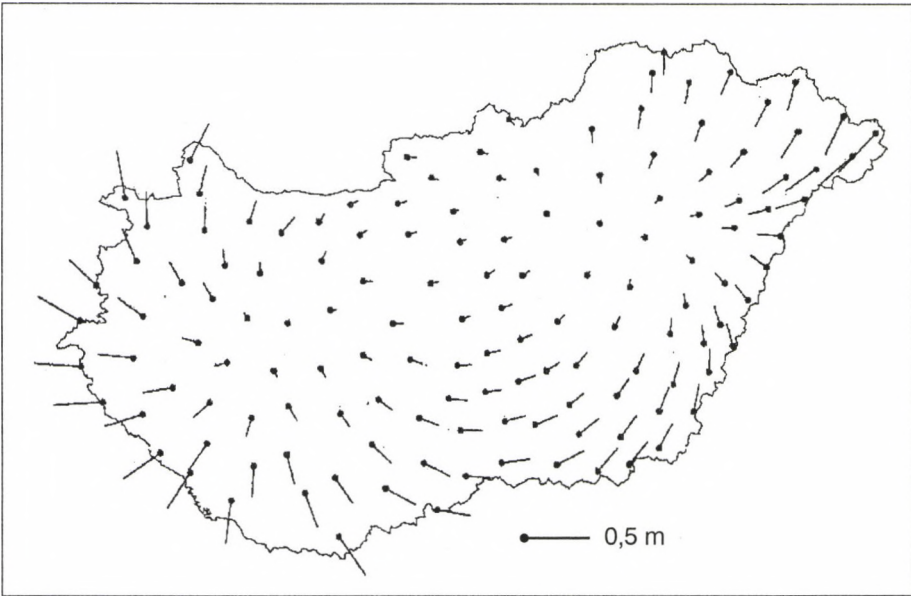
9a ábra. Az S42/83 és a HD72 geodéziai dátumok közötti térbeli hasonlósági transzformáció maradék-ellentmondásainak vízszintes értelmű vektorai 139 közös pontnál

ellipszoid alakja, mérete, elhelyezése és tájékozása, valamint a méretarány), részben a hálózat méréseiben és számításaiban rejlő szabályos hibákból adódnak.

### 3.3.2. A számítások eredményei

A meghatározott transzformációs paraméterek számszerű értékei (7. táblázat) minden esetben szignifikánsak, és azt mutatják, hogy geodéziai alaphálózataink vonatkozási rendszereinek koordinátatengelyei egymással nem teljesen párhuzamosak, és egymástól az eltolási paraméterek által jelzett távolságban helyezkednek el. A táblázat adatai szerint ezek a távolságok néhány métertől mintegy 130 m-ig terjedő nagyságrendbe esnek úgy, hogy a koordináta-rendszerek kezdőpontjai a geocentrum környezetében egymástól mintegy 10–50 m-es tartományon belül vannak. A koordinátatengelyek párhuzamosságát az elmúlt évtizedek mérés- és számítástechnikája mellett 1"-en belül biztosították. Az egyes geodéziai dátumok méretaránya is eltér egymástól. A méretarány-különbségi tényezőkre kapott értékek a földfelszíni távolságokban 1–5 mm eltérést jelentenek km-enként.





9b ábra. Az ED87 és az S42/83 geodéziai dátumok közötti térbeli hasonlósági transzformáció maradék-ellentmondásainak vízszintes értelmű vektorai a magyarországi 139 közös pontnál

A transzformációs paraméterek meghatározása alkalmával nyert középhibák (7. táblázat), valamint a koordinátajavítások és középhibáinak (8. táblázat) együttes elemzése alapján az is megállapítható, hogy a geodéziai alaphálózatunk önálló kiegyenlítésével kapott koordináták az S42/83 magyarországi részhálózatának koordinátaival nagyobb összhangot mutatnak, mint az ED87 megfelelő adataival. Ez arra utal, hogy a magyar hálózat jobban illeszkedik az S42/83 keretbe, mint az ED87-be. A 7. és a 8. táblázat adatai alapján az is jól látszik, hogy az S42/58 magyarországi részhálózata pontjai számított koordinátaikkal összhangja a tárgyalt többi geodéziai dátum megfelelő adataival összehasonlítva a legkisebb.

Az előzőekben bemutatott az egységes országos vízszintes alapponthálózat (EOVA) különböző vonatkozási rendszerei (geodéziai dátumai) között a geometriai kapcsolatot jellemző és koordinátaátszámításra is szolgáló transzformációs paramétereket. Fontos feladatnak tartjuk még a transzformációs paraméterek meghatározása alkalmával nyert koordinátajavításoknak (maradék-ellentmondásoknak) korszerű matematikai módszerekkel történő beható vizsgálatát is (9a, b. ábra).

#### 4. A magyarországi finom szerkezetű geoidkép meghatározását előkészítő kutatások

A geoid szabálytalan felület, amelynek a földi ellipszoidhoz viszonyított eltéréseit *geoidundulációnak* nevezzük. A geoidunduláció meghatározására a történelmi fejlődés során geometriai és fizikai módszerek, valamint ezek kombinációi alakultak ki. A geometriai módszer alapját az ún. csillagászati szintezés képezi. A fizikai módszerek a gravimetriai, gradiometriai, továbbá a sűrűségi és terepi magassági adatok, valamint a geodéziai mesterséges holdakra vonatkozó különböző típusú mérések eredményeinek feldolgozásán alapulnak (Biró, 1985; Denker, 1988; Schwarz, 1985). A meghatározott geoidfelületet általában szintvonalas ábrázolásban vagy színes nyomtatásban, valamint az utóbbi időben ezek kombinációi alapján szemléltetik.

A nagy pontosságú és részletes felbontású geoidkép meghatározása digitális formában a nemzetközi kutatások és a kapcsolódó fejlesztőmunkák középpontjában áll világszerte. A geoid globális alakjának és a mi szemponctunkból elsődlegesen fontos helyi alakulatainak ismerete geodéziai (többnyire a felsőgeodézia és a kozmikus geodézia területein jelentkező) feladatok megoldásához és egyes földmérési munkákban alapvető fontosságú. A geoidadatokat a 3D térbeli helymeghatározásban a magassági koordináták egyik összetevőjét (geoid-ellipszoid merőleges távolságát) képezik. (Hazai viszonylatban többek között pl. az elsőrendű háromszögelés földfelszíni méréseinek átszámítására a vonatkozási ellipszoidra (3. ábra), az alaphálózati doppleres műholdmérésekből nyert geocentrikus koordináták geodéziai hasznosításához volt korábban szükségünk geoidunduláció-értékekre.)

Magyarország geodéziai alapjainak korszerű továbbfejlesztése és a kibontakozó új európai nemzetközi együttműködés is, továbbá a szakterületünkön mind magasabb pontossági igényvel jelentkező gazdasági követelmények kielégítése szükségessé teszi a geoid magyarországi felületdarabjának szélső pontosságú meghatározását. A GPS-technikának a geodéziai gyakorlatba a hagyományos földmérési eljárások gazdaságos felváltása céljából történő bevezetése erre ösztönöz bennünket. A GPS-technikát a geoidkép ismeretében ugyanis több mérnökgeodéziai jellegű feladat megoldására lehet gazdaságosan felhasználni. Ebből a szempontból a nagy pontosságú és finom szerkezetű geoidkép a közvetlen termelési gyakorlat számára fontos digitális adatrendszer jelent. A geoidmeghatározás fontossága emiatt az utóbbi években nemzetközi méretekben felértékelődött. Megemlítjük, hogy a helymeghatározási igények mellett a geoidadatokat természetesen alapul szolgálnak a



földtudományok több területén tudományos vizsgálatokban (geodinamika, geofizika, geológia stb.)

Az elmondottak miatt a BME-n és a FÖMI-ben az 1980-as évek második felétől intenzív kutató- és fejlesztőmunka folyt, illetve folyik a nagy felbontású geoidkép előállítására az ELGI-vel együttműködésben. A geoid magyarországi felületdarabjának meghatározása a FÖMI-nek is alapfeladata, azonban a témakör jellege miatt elengedhetetlenül szükséges alapkutatások vonatkozásában az OTKA-támogatás révén több eredményt tudtunk elérni. Az OTKA-kutatás keretében az előzetes célkitűzéseknek megfelelően előkészítő vizsgálatokat végeztünk a geoidmeghatározásnak az említett két intézményben alkalmazott technológiájának kialakításához, és a feladathoz szorosan kapcsolódó vonatkozási rendszerek, a dátumkérdések területén (Ádám, 1992b,c, 1993b,d, 1997b, 1999; Ádám–Denker, 1991; Ádám et al., 1995, 2000b; Kenyeres, 1996, 1999, 2001; Papp, 1996; Tóth et al., 1999, 2000; Völgyesi, 1998). Az előkészítő kutatások alapján meghatároztuk a geoid magyarországi felületdarabjának véglegesnek még nem tekinthető első változatait (Kenyeres, 1996, 1999, 2001; Tóth et al., 1999, 2000).

## 5. A felsőgeodézia időszerű feladatai, különös tekintettel az összeurópai munkálatokra

### 5.1. *Egységes európai geodéziai-geodinamikai alapok létrehozása*

Az euroatlanti integrációs törekvéseknek természetes előfeltétele az, hogy az együttműködésben részt vevő országok geodéziai alapjait (a felsőgeodéziai alappont-hálózataikat) egységbe foglalják, amelynek alapján egységes európai geodéziai vonatkozási rendszert hozzanak létre (lehetőleg Európa valamennyi országára kiterjedő geodéziai és geodinamikai munkálatok számára). Ezeknek a felsőgeodéziai munkáknak tudományos és gyakorlati céljuk van. A tudományos cél (napjainkban érvényes formában megfogalmazva) az, hogy adatokat szolgáltatassunk a Föld alakjának, méreteinek, térbeli tájékozásának és nehézségi erőterének, valamint ezek időbeli változásának vizsgálatához. A gyakorlat számára pedig olyan geodéziai alapot kell létesíteni a vízszintes és magassági felmérésekhez (amelyeket ma már többnyire a GPS-technika alkalmazásával végeznek), hogy ez az alap minél tovább kielégítse az alsógeodéziai, részletes felmérési munkák egyre növekvő pontossági igényeit.

Európa egységes geodéziai-geodinamikai alapjainak kontinentális kiterjedésű, fokozatos létrehozása egyidejűleg két igen fontos területen valósul meg (Ádám et al., 2000 c, d):

a) egyrészt a korszerű GPS-technika alkalmazása alapján szélső pontosságú, EUREF elnevezésű 3D hálózatot és koordináta-rendszert létesítenek és tartanak fenn,

b) másrészt pedig a már meglévő, az elmúlt évtizedek folyamán hagyományos úton létrehozott felsőrendű vízszintes háromszögelési és magassági (szintezési), valamint a gravimetriai alaphálózatoknak egységbe foglalásával, továbbá ezeknek háromdimenziós helymeghatározó adatokká tételéhez elengedhetetlenül szükséges európai geoidkép meghatározásával egységes geodéziai alapokat hoznak létre.

A két irányban folyó munkálatok egymást kölcsönösen kiegészítő és egymással összehangolt módon folynak. Magyarország mindkét irányban, mindegyik területen tevőlegesen és a lehetőségekhez mérten, a szakmai elvárásoknak megfelelő módon részt vesz. A munkálatok legnagyobb részét a FÖMI/KGO, a gravimetriai alaphálózatok vonatkozásában pedig az ELGI végzi.

Európa 3D geodéziai vonatkozási rendszere különböző tudományos és műszaki alkalmazások céljára történő tudományos megalapozottságú létrehozásának elvi irányításával és koordinálásával a Nemzetközi Geodéziai Szövetség (IAG) EUREF Albizottsága foglalkozik, szoros együttműködésben a CERCO, illetve újabb nevén az Euro Geographics (a nemzeti térképészeti szolgálatok vezetőinek európai bizottsága) felsőgeodéziai munkacsoportjával. Az EUREF Albizottság évente egyszer szimpóziumot szervez, és a közbülső időszakban felmerülő teendők megvitatására technikai munkacsoportot (TWG) működtet, amely évente háromszor ülészik.

Európa egységes geodéziai-geodinamikai alapjainak létrehozásában eddig végzett magyar tevékenység eredményei (Ádám, 1993c, 1996, 1997b, 1998; Ádám et al., 1999, 2000a):

a) Magyarország felsőgeodéziai alaphálózatainak adatai az egységes európai geodéziai alapok részét képezik 1991-től kezdődően:

- egységes európai 3D GPS-hálózat: EUREF89 (1991-től),
- európai háromszögelési hálózat: ED87 (1992-től),
- egységes európai szintezési hálózat: UELN95 (1994-től),
- egységes európai gravimetriai hálózat: UEGN (1994-től, illetve 1999-től),
- európai gravimetriai geoidmegoldás: EGG97 (1993-től),



- EUREF permanens GPS-hálózat: EPN (1996-tól) és
- egységes európai magassági rendszer: EUVN97 (1997-től).

A geodéziai hálózatok vonatkozásában Magyarország az 1990-es évek első felétől integráns része az egységes európai geodéziai alapoknak.

b) Több alaphálózat vonatkozásában Magyarország nem a hálózat (régió) szélén helyezkedik el (pl. EUREF89, EUVN97, EGG97).

c) A felsőgeodéziai alapponthálózataink minőségileg jobbak, pontosabbak, mint a nyugat-európai megfelelő hálózatok.

d) Az egységes feldolgozásból nyert adatok a hazai munkálatainkhoz, tudományos vizsgálatainkhoz összehasonlítási alapot képeznek.

e) Kérésre otthont adtunk a vonatkozó nemzetközi rendezvényeknek, és aktívan közreműködünk a kapcsolódó európai bizottságok munkájában.

## 5.2. A felsőgeodézia időszerű feladatai Magyarországon

A felsőgeodézia időszerű feladatait hazánkban a következőkben fogalmazhatjuk meg:

1. Felsőgeodéziai adataink bevonása és integrálása nemzetközi adatbázisokba alapvető fontosságú a geodézia globális és kontinentális feladatainak megoldásában.

2. A cm-es pontosságú geoidkép meghatározása vonatkozásában a megfelelő felsőgeodéziai adatbázisaink (gravimetria, Moho-sűrűségadatok, Eötvös-inga-mérések stb.) fejlesztése a rendelkezésre álló sajátosságaink célszerű kihasználásával. A geoidkép interpretálásához együttműködés a társtudományok képviselőivel.

3. Geodéziai alaphálózataink (EOVA, EOMA, MGH2000, OGPSH) folyamatos fenntartása és célszerű továbbfejlesztése. Különösen fontos lenne az EOMA újramérése.

4. A meglévő és a korábbi geodéziai alaphálózataink tudományos megalapozottságú pontosságvizsgálata.

5. Integrált pontok számának növelése a komplex geodéziai ismételt mérések (GPS, gravimetriai, szintezési) végzésére az egységes európai (cm-es pontosságú) geokinematikai hálózat kialakítása céljából.

6. Aktív (permanens) GPS-hálózat létrehozása és üzemeltetése.

## Köszönetnyilvánítás

Hálás köszönettel tartozom mindazoknak, akik önzetlenül segítették munkámat a felsőgeodéziai gyakorlat és tudományos kutatás, valamint a felsőoktatás terén. Neveik felsorolása nélkül köszönetet mondok az előző és a jelenlegi munkahelyem, a Földmérési és Távérzékelési Intézet Kozmikus Geodéziai Observatóriuma vezetőinek és munkatársainak, valamint a BME Általános és Felsőgeodézia Tanszéke korábbi vezetőinek és munkatársainak, akiktől igen sokat tanultam.

Külön is köszönöm az MTA Földtudományok Osztálya tagjainak a bizalmat és hatékony támogatásukat, amiért érdemesnek tartottak arra, hogy a Magyar Tudományos Akadémia a tagjai közé válasszon.

## Irodalom

- Alpár Gy.: Környezetünk geometriai rendje. *Az MTA X. Osztályának Közleményei*, 1972, 5/3–4, 323–326.
- Ádám J.: A doppleres és a geodéziai alaphálózatunk közötti transzformáció vizsgálata. *Geodézia és Kartográfia*, 1982, 34, 2 (89–97).
- Ádám J. (1984a): A penci doppleres állomáskoordináták legkisebb négyzetes spektrálanalízise. *Geodézia és Kartográfia*, 1984, 36, 3 (153–160).
- Ádám J. (1984b): Geodéziai alaphálózatunk vizsgálata doppleres műholdmegfigyelések alapján. *Geodézia és Kartográfia*, 1984, 36, 5 (328–339).
- Ádám J.: A kozmikus geodézia koordináta-rendszerei. *Geodézia és Kartográfia*, 1986, 38, 2 (84–92).
- Ádám J. (1987a): A műholdas Doppler-technika szerepe a geodéziai alaphálózatunk továbbfejlesztésében. *Geodézia és Kartográfia*, 1987, 39, 3 (174–183).
- Ádám J. (1987b): Vizsgálatok felsőrendű háromszögelési hálózatunk abszolút elhelyezésére és tájékoztatására. *Geodézia és Kartográfia*, 1987, 39, 4 (244–248).
- Ádám J. (1992a): Geodéziai alaphálózatunk, továbbá a doppleres és a stelláris háromszögelési hálózataink vonatkozási rendszerének összhangja. *Geodézia és Kartográfia*, 1992, 44, 2 (85–92).
- Ádám J. (1992b): Az alaphálózati doppleres álláspont-koordinátákból és globális geopotenciál modellek alapján számított geoidundulációk összhangja. *Geodézia és Kartográfia*, 1992, 44, 4 (245–253).
- Ádám, J. (1992c): Status of the Geoid Determinations in Hungary. *Proceedings of the First Continental Workshop on the Geoid in Europe (Towards a Precise Pan-European Reference Geoid for the Nineties)*. Eds.: Holota P. and Vermeer M., pp. 95–110, Prague, 1992.
- Ádám J. (1993a): Geodéziai alaphálózatok továbbfejlesztési munkálatai néhány országban a GPS-technika alkalmazásával. *Geodézia és Kartográfia*, 1993, 45, 1 (45–51).
- Ádám J. (1993b): Magyar gravimetriai adatok bevonása a legújabb globális geopotenciál modellek gömbharmónikus együtthatóinak meghatározásába. *Geodézia és Kartográfia*, 1993, 45, 2 (73–82).



- Ádám J. (1993c): Európa egységes geodéziai alapjainak létrehozása. (Nemzetközi tanácskozás a Budapesti Műszaki Egyetemen, 1993. május 17–20.) *Geodézia és Kartográfia*, 1993, 45, 5 (265–274).
- Ádám, J. (1993d): Global Geopotential Models in the Region of Hungary. *Periodica Polytechnica Ser. Civil Eng.*, 1993, 37, 2 (69–90).
- Ádám J.: Az egységes európai geodéziai alapok létrehozásával kapcsolatos időszerű feladatok. *Geodézia és Kartográfia*, 1996, 48, 6 (13–19).
- Ádám J. (1997a): A Föld dinamikai folyamatainak nyomon követése kozmikus geodéziai módszerekkel. *Magyar Tudomány*, 1997, 10, 1202–1216.
- Ádám J. (1997b): Magyarország hozzájárulása a geoid európai felületdarabjának újbóli meghatározásához. *Geodézia és Kartográfia*, 1997, 49, 12 (7–13).
- Ádám J.: Nemzetközi tanácskozás az európai geoidmeghatározások témakörében Budapesten. *Geodézia és Kartográfia*, 1998, 50, 8 (24–28).
- Ádám, J.: Difference Between Geoid Undulation and Quasigeoid Height in Hungary. *Boll. Geof. Teor. Appl.*, 1999, Vol. 40, No. 3–4, pp. 571–575.
- Ádám, J. (2000a): Geodesy in Hungary and the Relation to IAG around the turn of 19th/20th Century – A Historical Review. *The Geodesist's Handbook 2000, Journal of Geodesy*, 2000, 74, 1 (7–14).
- Ádám J. (2000b): Magyarországon alkalmazott geodéziai vonatkozási rendszerek vizsgálata. *Geodézia és Kartográfia*, 2000, 52, 12 (9–15).
- Ádám J. (2002a): A 175 éves MTA szerepe a magyar geodézia tudomány fejlődésében. *Közgyűlési előadások 2000*, MTA, Budapest, 2002.
- Ádám J. (2002b): Az IAG 2001. évi tudományos közgyűlése Budapesten. *Geodézia és Kartográfia*, 2002, 54, 8 (12–19).
- Ádám, J.–Borza, T.: The GPS networks and their comparison with the traditional network of Hungary. *Reports on Geodesy*, 1995, No. 3 (16), pp. 211–219, Inst. of Geod. and Geod. Astronomy, Warsaw University of Technology, Warsaw.
- Ádám J.–Czobor Á.: Geodéziai hálózataink szerepe a GPS-felmérésekben. *Geodézia és Kartográfia*, 1992, 44, 6 (393–396).
- Ádám, J.–Denker, H.: Test Computations for a Local Quasigeoid in Hungary Using FFT. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.*, 1991, Vol. 26 (1–4), pp. 33–43.
- Ádám J.–Höröcsöki F.: Alaphálózati doppleres mérések végrehajtása és tapasztalatai 1982-ben. *Geodézia és Kartográfia*, 1983, 35, 6 (411–417).
- Ádám J.–Németh Zs.–Tókos T.: Az EOMA elsőrendű hálózatának csatlakoztatása az egységes európai szintezési hálózathoz. *Geodézia és Kartográfia*, 1999, 51, 2 (16–23).
- Ádám J.–Csapó G.–Mihály Sz. (2000a): Magyarország hozzájárulása az egységes európai geodéziai és geodinamikai alapok létrehozásához. *Geodézia és Kartográfia*, 2000, 52, 6 (18–27).
- Ádám J.–Tókos T.–Tóth Gy.: Magassági mérőszámok és azok kapcsolata Magyarországon. *Geodézia és Kartográfia*, 2002, 54, 1 (5–10).
- Ádám J.–Denker, H.–Sárhidai A.–Szabó Z.: The Hungarian Contribution to the Determination of a Precise European Reference Geoid. In *Gravity and Geoid (Proceedings of the IAG Symposium No. 113)*. Edited by H. Sünnkel and I. Marson, pp. 579–587, Springer, 1995.
- Ádám J.–Gazsó M.–Kenyeres A.–Virág G. (2000b): Az Állami Földmérésnél 1969 és 1999 között végzett geoidmeghatározási munkálatok. *Geodézia és Kartográfia*, 2000, 52, 2 (7–14).
- Ádám, J.–Augath, W.–Boucher, C.–Bruyninx, C.–Dunkley, P.–Gubler, E.–Gurtner, W.

- Hornik, H.–van der Marel, H.–Schlüter, W.–Seeger, H.–Vermeer, M.–Zielinski, J. B. (2000c): The European Reference System coming of age. *LAG Symposia Vol. 121*. Ed. by K.–P. Schwarz, Geodesy Beyond 2000 – The Challenges of the First Decade, pp. 47–54, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 2000.
- Ádám J.–Augath, W.–Brouwer, F.–Engelhardt, G.–Gurtner, W.–Harsson, B.G.–Ihde, J.–Ineichen, D.–Lang, H.–Luthardt, J.–Sacher, M.–Schlüter, W.–Springer, T.–Wöppelmann, G. (2000d): Status and development of the European height systems. *LAG Symposia Vol. 121*. Ed. by K.–P. Schwarz, Geodesy Beyond 2000 – The Challenges of the First Decade, pp. 55–60, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 2000.
- Bendefy L.: *Szintezési munkálatok Magyarországon (1820–1920)*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1958.
- Biró P.: A geodéziai alapfelületek. *Geodézia és Kartográfia*, 1972, 24, 6 (401–412).
- Biró P.: *Felsőgeodézia* (BME egyetemi jegyzet). Tankönyvkiadó, Budapest, 1985.
- Biró P.: *A nehézségi erőtér időbeli változásának geodéziai hatása*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1988.
- Biró P.: *A felsőgeodézia fizikai modelljei*. A földtudományok és a változó világ továbbképző szeminárium előadásainak gyűjteményes kötete, 22–31. o. MTA GGKI, Sopron, 1990.
- Bod E.: A magyar asztrogeodézia rövid története 1730–tól napjainkig. *Geodézia és Kartográfia*, 1982, 34, 4 (283–289) és 5 (368–375).
- Borza T.: Alaphálózati kérdések a GPS-korszakban. *Geodézia és Kartográfia*, 1993, 45, 3 (144–149).
- Borza T.: Elkészült az országos GPS-hálózat. *Geodézia és Kartográfia*, 1998, 50, 1 (8–13).
- Borza T.: A hazai aktív GPS-hálózat kiépítésének és fenntartásának aktuális kérdései. *Geodézia és Kartográfia*, 2000, 52, 9 (21–27).
- Borza, T.–Kenyeres, A.: Realization of the Hungarian National GPS Network (OGPSH). *Reports on Geodesy*, 1998, No. 9 (39), pp. 195–207, Inst. of Geodesy and Geod. Astronomy, Warsaw Univ. of Tech., Warsaw.
- Busics Gy.: A magaspontok és a GPS. *Geodézia és Kartográfia*, 1995, 47 (1995), 4 (201–209).
- Czobor Á.: Az Állami Geodéziai Alapok továbbfejlesztési lehetőségei. *Geodézia és Kartográfia*, 1993, 45, 3 (141–144).
- Czobor Á.: *Felsőgeodézia IV*. (Felsőrendű mérések). EFE/FFFK jegyzete, Székesfehérvár, 1994.
- Csapó G.: Az új magyarországi gravimetriai alaphálózat (MGH-2000). *Magyar Geofizika*, 1995, 36, 2 (125–131).
- Csapó G.–Gázsó M.: A geodéziai gravimetria magyarországi fejlődésének fontosabb állomásai. *Magyar Geofizika*, 1993, 3, 3 (144–145).
- Csatkai D.: Elsőrendű szintezési hálózatunk ortométeres javításának számítása. *Geodézia és Kartográfia*, 1957, 9, 3 (159–169).
- Cseti O.: *Bányamérés és felső földmérés a bányamérnök, országmérő és vasúti mérnök használatára*. Bányászati és Erdészeti Akadémia, Selmeczbánya, 1894.
- Denker, H.: *Hochauflösende regionale Schwerefeldbestimmung mit gravimetrischen und topographischen Daten*. Wiss. Arb. Univ. Hannover, 1988, Nr. 156.
- Detrekői Á.: *Kiegészítő számítások*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1991.
- Detrekői Á.: A magyar geodéziai felsőrendű alaphálózat jövőbeli fejlesztésének és fenntartásának kérdései, különös tekintettel a GPS-módszer térhódítására. *Geodézia és Kartográfia*, 1993, 45, 3 (149–153).
- Die Ergebnisse: *Die Ergebnisse der Triangulierungen des K.U.K. Militär-Geographischen Institutes*, I–IV Band, Wien, 1901.



- Ehrnsperger, W.–Hornik, H.–Cimbálnik, M.–Kostelecky, J.–Simek, J.–Czobor, Á.–Ádám, J.–Németh, Zs.–Priam, St.: Adjustment of the control networks of the CSFR and Hungary within the System ED87. *Bollettino di Geodesia e Scienze Affini*, 1997, Vol. LVI, No. 1., pp. 29–64.
- Eötvös L.: A Föld alakjának kérdése. *Term. tud. Közl.*, 1901, 321–328. (Elnöki megnyitó beszéd. *Akad. Értesítő*, 1901, XII. köt., 261–269.)
- Fasching A.: *A magyar országos háromszögelések és részletes felmérések új vetületi rendszerei*. Magyar Királyi Állami Nyomda, Budapest, 1909.
- Fasching A.: *A Földmérés tan kézikönyve* (I–III. köt.). Magyar Királyi Állami Nyomda, Budapest, 1912.
- Fasching A.: *Az új geodézia*. Athenaeum Rt., Budapest, 1925.
- Fasching A.: A Föld matematikai alakjának szabatos és egyszerű új meghatározási módja. Budapest, 1929.
- Földmérési és térképészeti törvény: A földmérési és térképészeti tevékenységről szóló 1996. évi LXXVI. sz. törvény (*Magyar Közlöny*, 1996/92. szám) és a földművelésügyi miniszter 19. (III.5.) FM rendelete a törvény végrehajtásáról (*Magyar Közlöny*, 1996, 20. szám).
- Fröhlich I. (szerk.): *Báró Eötvös Loránd emlékkönyve*. Magyar Tudományos Akadémia, Budapest, 1930.
- Gaszó M.: *Új eredmények a geodéziai gravimetriában és mérési-adatfeldolgozási módszerek fejlesztése az asztrogeodéziától a térképezésig*. Kandidátusi értekezés, Budapest, 1984.
- Gaszó M.: *A fizikai geodézia kezdetei Magyarországon*. *A Magyar Földmérés és Térképészet Története* (Főszerkesztők: Joó I. és Raum F.), 3. és 4. fejezet II. kötete B, 214–232. o., Budapest, 1992.
- Hazay I.: *Vizsgálatok Magyarország felületéhez legjobban simuló referencia ellipszoid méreteinek és elhelyezésének meghatározására*. Műszaki doktori értekezés, Stádium nyomda, Budapest, 1932.
- Hazay I.: Vetületek, különös tekintettel a hazai felmérésekre. *A Mérnöki Továbbképző Intézet kiadványai*, XVI. köt., 30. füzet, 175–232. o., Budapest, 1942.
- Hazay I.: Az Állami Földmérés munkaköre és 1947. évi munkaterve. *Geodéziai Közlöny*, 1947, XIII. évf., 57–64.
- Hazay I.: *Földi vetületek*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1954.
- Hazay I. (szerk.): *Geodéziai kézikönyv*. Közgazdasági és Jogi Kiadó, Budapest, 1956.
- Hazay I.: A magyar geodéziai vetületek és jövő kérdéseik. *Az MTA X. Osztályának Közleményei*, 1967, 1, 87–99.
- Hazay I.: Vetületek alkalmazása ellipszoidi számításokhoz. *Az MTA X. Osztályának Közleményei*, 1968, 2, 3–22.
- Hazay I.: A vetületek szerepe a térképészetben. *Geodézia és Kartográfia*, 1988, 40, 6 (393–395).
- Hazay I.–Szalontai L.: *Országos felmérés és műszaki földrendezés*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1967.
- Homoródi L.: Vizsgálatok új háromszögelési hálózatunk elhelyezésére és tájékoztására. *Földmérési Közlemények*, 1952, 4, 1 (1–10) és 2 (61–71).
- Homoródi L.: Régi háromszögelési hálózataink elhelyezése és tájékoztása. *Földmérési Közlemények*, 1953, 5, 1 (1–18).
- Homoródi L.: *Felsőgeodézia I–II–III*. Kézirat, BME Hadmérnöki Kara, Budapest, 1954.
- Homoródi L.: Régi pontok az új hálózatban. *Geodézia és Kartográfia*, 1957, 9, 3 (133–145).
- Homoródi L. (1961a): *Felsőgeodézia*. ÉKME Mérnöki Kar jegyzete, Budapest, 1961.

- Homoródi L. (1961b): Új háromszögelési hálózatunk abszolút tájékozása. *ÉKME Tudományos Közleményei*, VII. köt., 2 (79–104), Budapest, 1961.
- Homoródi L.: *Felsőgeodézia*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1966.
- Homoródi L.: Magyarország új vetületi rendszere. Előadás kézirat (9 oldal), Bécs, 1973.
- Homoródi L.: A geodézia és a földmérőképzés kétszáz éve. *Az MTA X. Osztályának Közleményei*, 1980, 13, 2–4 (241–254).
- Homoródi L.: *Geodéziai alaphálózatok* (BME egyetemi jegyzet). Tankönyvkiadó, Budapest, 1984.
- Homoródi L.–Biró P.: *A geodézia korszerű irányai*. (ÉKME Mérnöki Továbbképző Intézet kiadványa, M 139.) Tankönyvkiadó, Budapest, 1966.
- Homoródi L.–Sárdy A.–Hönyi E.: *Az új felsőrendű háromszögelési hálózat I–III. (A láncolatváz helyszíni munkálatai, I–II. köt. (A láncolatváz és a kitöltőhálózat számítása, I–II. köt.). ÉKME-BME Felsőgeodézia Tanszék, Budapest, 1967.*
- Ihde, J.: Some remarks on geodetic reference systems in Eastern Europe in preparation of a uniform European geoid. *Bulletin Géodésique*, 1993, 67, 2 (81–85).
- Jóó I.: Hazánk korszerű geodéziai alapjainak kialakítása. *Geodézia és Kartográfia*, 1974, 26, 1 (1–5).
- Jóó I.: Magyarország magasságialapszint-problémái. *Geodézia és Kartográfia*, 1977, 29, 3 (169–174).
- Jóó I.: Magyarország geodéziai alapjainak kritikai értékelése. *Geodézia és Kartográfia*, 1981, 33, 3 (161–164).
- Jóó I.: Magyarország geodéziai és térképészeti alapjainak korszerűsítése. *Geodézia és Kartográfia*, 1986, 38, 4 (243–246).
- Jóó I.: A magyar geodéziai felsőrendű alaphálózat jövőbeli fejlesztésének és fenntartásának kérdései, különös tekintettel a GPS-módszer térhódítására. *Geodézia és Kartográfia*, 1993, 45, 3 (153–158).
- Jóó I.–Raum F. (főszerkesztők): *A magyar földmérés és térképészet története*. (5. és 6. fejezet, III. köt. C.) Budapest, 1996.
- Kenyeres, A.: Determination and Use of the Geoid in Hungary. *Reports of the Finnish Geodetic Institute*, No. 96:2, pp. 81–90, Masala, 1996.
- Kenyeres, A.: Completion of the nationwide GPS-gravimetric geoid solution for Hungary. *Physics and Chemistry of the Earth*, 1999, 24, 1 (85–90).
- Kenyeres A.: *A geoid hosszúhullámú komponense a Stokes-integrál módosítási eljárásaiban és a GPS-gravimetriai geoidban*. PhD-értekezés, BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék, 2001.
- Klinghammer I.: A magyar térképészet Lázár deáktól napjainkig. *Magyar Tudomány*, 1997, 9.
- Kovácsvölgyi S.: Az ELGI gravimetriai adatbázisa. *Magyar Geofizika*, 1994, 35, 1 (44–46).
- Krauter A.: *Geodézia*. Műegyetemi Kiadó, Budapest, 1995. (Átdolgozott és bővített kiadás, Műegyetemi Kiadó, 2002, 513.)
- Kruspér I.: *Földmértan*. (Kézikönyv műegyetemi, erdőszeti és más rokon intézetek előadásaira és mérnöki használatra különös tekintettel hazai viszonyainkra.) Pest, 1869. Második, bővített kiadás, Budapest, 1885.
- Kruspér I.: *Felsőbb geodesia*. (Kruspér I. előadásai és jegyzetei nyomán szerk. Schwarz Mór.) 280 lap, Budapest, 1874. (BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék könyvtára).
- Meskó A.: *Bevezetés a geofizikába*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1989.



## A felsőgeodézia helyzete és időszzerű feladatai Magyarországon

- Mihály Sz.: A magyarországi geodéziai vonatkozási és vetületi rendszerek leíró katalógusa. *Geodézia és Kartográfia*, 1994, 46, 4 (198–203).
- Moritz, H.: Past and Future in Geodesy. *AVN*, 1984, 1, pp. 3–6.
- Moritz, H.: *Geodesy after GPS (Keynote Speech). Proceedings of the 6th Int. Geod. Symp. on Satellite Positioning*, 1992, Vol. I, pp. 3–12, Columbus, Ohio, USA.
- Moritz, H.: Trends in Geodesy (Keynote Address). *Bulletin Géodésique*, 1994, 68, 1 (54–58).
- Nagy S.: A stelláris háromszögelés eddigi eredményei Magyarországon. *Geodézia és Kartográfia*, 1990, 42, 2 (116–123).
- Oltay K.: *A nemzetközi felső geodéziai mérések állása hazánkban. A „Stella” Csillagászati Egyesület 1925. évi almanachja*. Kir. M. Egyetemi Nyomda, Budapest, 1925, 210–214.
- Oltay K.: *Tudományos geodézia. Technikai fejlődésünk története 1867–1927*. Kiadja: A Magyar Mérnök- és Építész-Egylet, Budapest, 1928, 475–485.
- Oltay K.: Eötvös Loránd és a Geodézia. *Geodéziai Közöny*, 1948, XXIV, 6–7 (83–87).
- Oltay K.–Rédey I.: *Geodézia*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1962.
- Papp G.: *A Pannon-medence nehézségi erőterének modellezése*. Kandidátusi értekezés. Sopron, 1996.
- Páhy A.: *A Beregi térség árvíz- és belvízveszélyeztetettségének elemzése térinformatikai módszerekkel*. Geodéziai-térinformatikai szakmérnöki diplomamunka, BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék, 2001.
- Petzelt J.: *Előadásai a gyakorlati mértanból (:Geodaesia:)*. Írta Kálmándy István felavatott Mérnök, 2-ik könyomati kiadás. I. rész: *Elemi gyakorlati vagy is telekmértan*, II. rész: *Felsőbb gyakorlati vagy is ország-mértan*. (Pest, 1847, Frank.)
- Petzval O.: *Gyakorlati mértan (Geometria practica)*. Pest, 1850.
- Regőczy E.: *Az Állami Földmérés felsőgeodéziai munkálatai*. A Mérnöki Továbbképző Intézet 1942. évi tanfolyamainak anyaga, XVI. köt., 32. füzet, Budapest, 1942.
- Regőczy E.: Takarékos felsőrendű háromszögelés. *Földméréstani Közlemények*, 1951, 3, 4 (173–184).
- Regőczy E.: Hogyan kapcsolódott bele Magyarország a nemzetközi geodéziai munkálatokba. *Geodézia és Kartográfia*, 1954, 7, 3 (201–202).
- Renner J.: A Magyar Országos Gravitációs Alaphálózat végleges feldolgozása. *ELGI Geofizikai Közlemények*, 1959, VIII. köt., 3. sz. 105–141. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1959.
- Renner, J.–Szilárd, J.: Gravity network of Hungary. *Acta Technica Acad. Sci. Hung.*, 1959, Tomus XXIII, Fasc. 4, pp. 365–395, Budapest.
- Reinhart, E.–Richter, B.–Wilmes, H.–Erker, E.–Ruess, D.–Kakkuri, J.–Mäkinen, J.–Marson, I.–Sledzinski, J.: UNIGRACE- a Project for the Unification of Gravity Systems in Central Europe. *Reports of the Finnish Geodetic Institute*, 1998, No. 98:4, pp. 95–98, Masala.
- Rédey I.: *Bevezetés a felső geodéziába*. Kézirat, 183 o. M. kir. Állami Térképészet, Budapest, 1935.
- Rédey I.: *A geodézia geofizikai feltevései. Térképészeti Közöny*, 14. sz. különfüzete, 47 o., Honvéd Térképészeti Intézet, Budapest, 1950.
- Rédey I.: *A geodézia története* (BME egyetemi jegyzet). Tankönyvkiadó, Budapest, 1966.
- Schwarz, K. P.: Data Types and Their Spectral Properties. In *Proceed. of the Int. Summer School on Local Gravity Field Approximation*. (Beijing, Aug. 21–Sept. 4, 1984), Ed. by K. P. Schwarz, pp. 1–66.
- Selényi P. (szerk.): *Eötvös Loránd összegyűjtött munkái*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1953.

- Strasser, G.: *Ellipsoidische Parameter der Erdfigur (1800–1950)*. DGK, Reihe A, Heft Nr.19, München, 1957.
- Szabó Z.–Ádám J.–Czobor Á.–Bölcsvölgyiné Bán M.: A gravitációs mérések és geodéziai felhasználásuk hazai helyzete. *Geodézia és Kartográfia*, 1989, 41, 5 (334–342).
- Szádeczky-Kardoss Gy.: Az asztrogeodézia magyarországi fejlődése. *Geodézia és Kartográfia*, 1986, 38, 4 (253–259).
- Szilágyi B.: A Magyar Királyi Állami Földmérés Felső Geodéziai Munkálatai. A Magyar Királyi Áll. Földmérés Közleményei I., Budapest, 1931.
- Szilágyi B.: A Magyar Királyi Állami Földmérés Felsőgeodéziai Munkálatai az 1930–1932. években. *A Magyar Királyi Áll. Földmérés Közleményei* III., Budapest, 1933.
- Tárczy-Hornoch A.: Beszámoló a felső geodézia terén folyó vizsgálatokról. *A Magyar Tud. Akadémia Műszaki Tud. Oszt. Közleményei*, I. évf. 1. szám, 42–62. o., Budapest, 1951.
- Tárczy-Hornoch A.: *Felsőgeodézia I., II.* A BME Földmérőmérnöki Karának jegyzete. Kézirat, Sopron, 1956.
- Tóth Á. R.: *Az európai nemzetközi fokmérés és a körébe tartozó geodéziai munkálatok*. Pest, 1870.
- Tóth, Gy.–Ádám, J.–Rózsa, Sz.–Tziavos, I. N.–Andritsanos, V. D.: Gravimetric geoid computations in Hungary and the surrounding area. *Boll. Geof. Teor. Appl.*, 1999, Vol. 40, No. 3–4, pp. 403–409.
- Tóth, Gy.–Rózsa, Sz.–Andritsanos, V. D.–Ádám, J.–Tziavos, I. N.: Towards a cm-geoid for Hungary: Recent Efforts and Results. *Phys. Chem. Earth (A)*, 2000, Vol. 25, No. 1, pp. 47–52.
- Vanicek, P.–Langley, R. B.–Kleusberg, A.: Geodesy: Still the Scientific Backbone of Surveying and Mapping. *CISM Journal ACSGC*, 1991, Vol. 45, No. 4, pp. 545–546.
- Varga J.: *A vetületnélküli rendszerktől az UTM-ig*. Budapest, 2003. (<http://www.tar.hu/vj/1945bp/összes/Dok3vj.htm>)
- Vermeer, M.–Ádám, J. (Editors): Proceedings of the Second Continental Workshop on the Geoid in Europe, Budapest, Hungary, March 10–14, 1998. *Reports of the Finnish Geodetic Institute*, 1998, No. 98:4, p. 287, Masala.
- Virág G.: Az Egységes Országos Vízsíntes Alaphálózat vizsgálata az OGPSH tükrében. *Geodézia és Kartográfia*, 1999, 51, 5 (22–29).
- Völgyesi L.: Geoid computations Based on Torsion Balance Measurements. *Reports of the Finnish Geodetic Institute*, 1998, No. 98:4, pp. 145–151, Masala.