

*Transiente
Vorgänge
in
Wechselstrom-
maschinen*

K. P. KOVÁCS

I. RÁCZ

BAND I

VERLAG DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN



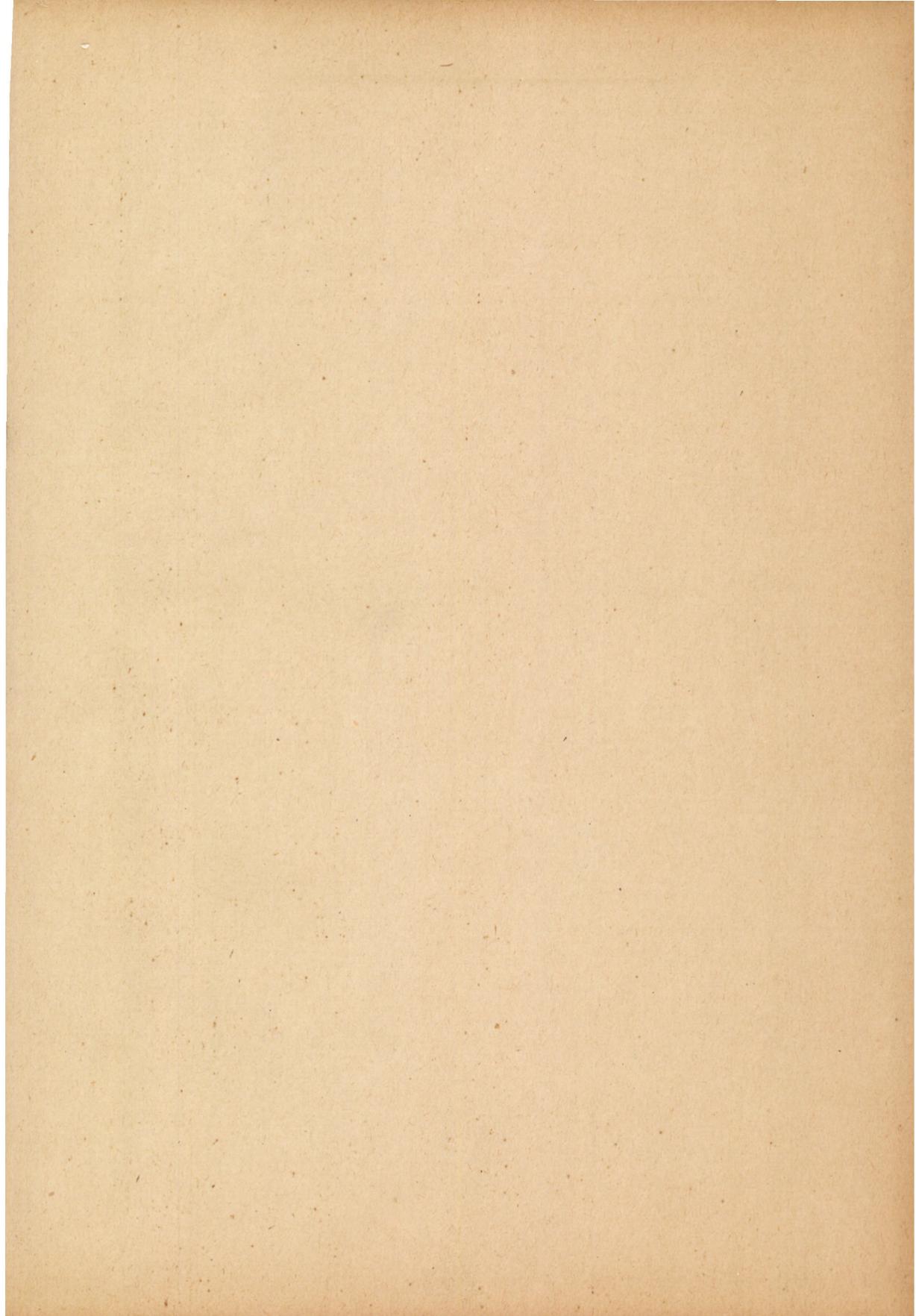
BUDAPEST

TRANSIENTE VORGÄNGE IN WECHSELSTROMMASCHINEN

Von K. P. KOVÁCS und I. RÁCZ

Das Werk behandelt jene verwickelten Erscheinungen, die mit den transienten Zustandsänderungen der Synchron- und Asynchronmaschinen während des Betriebes und in Störungsfällen zusammenhängen. Die Verfasser legen großes Gewicht auf die Erklärung der physikalischen Grundlagen, wobei sie gleichzeitig zur Beschreibung der Vorgänge die üblichen mathematischen Methoden (Operatorenrechnung, symmetrische Komponenten usw.) in der zeitgemäßen elektrotechnischen Theorie weitgehend gebrauchen. Das auf Grund einheitlicher Darstellung aufgebaute Buch bringt anhand vieler Abbildungen, Tabellen und Zahlenbeispiele eine sozusagen auf Vollständigkeit Anspruch erhebbende Zusammenfassung des Stoffes, welches in der einschlägigen internationalen Fachliteratur meistens nur zerstreut und in Einzeldarstellungen mühsam aufzufinden ist. Das nicht zu umfangreiche Werk ist als Lehrbuch und auch als Nachschlagewerk für Ingenieure der Energiewirtschaft und des Elektromaschinenbaues, für Forscher und Hochschullehrer sowie für die Hochschuljugend bestimmt und kann ihnen beim Studium Hilfe bieten. Die erste ungarische Auflage des Buches hat bei der internationalen Fachpresse Aufmerksamkeit erregt und wurde günstig beurteilt, so daß mit Recht zu erwarten ist, daß die vorliegende, wesentlich erweiterte und neubearbeitete deutsche Ausgabe auf Interesse bei weiten Kreisen rechnen darf.







TRANSIENTE VORGÄNGE
IN
WECHSELSTROMMASCHINEN
I

TRANSIENTE VORGÄNGE IN WECHSELSTROMMASCHINEN

VON
K. P. KOVÁCS
UND
I. RÁCZ

BAND I

MIT 235 ABBILDUNGEN



VERLAG DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
BUDAPEST 1959

Übersetzt
von
H. THEIL

Lektoren der ungarischen Ausgabe

P. O. GESZTI
F. RONKAY

Redakteur der ungarischen Ausgabe

F. RONKAY

© *Akadémiai Kiadó, Budapest 1959*

VORWORT

Einer der modernen Zweige von großer Bedeutung der Starkstromtechnik befaßt sich mit den transienten Vorgängen elektrischer Maschinen. Die Entwicklung der Theorie und Praxis der elektrischen Maschinen hielt mit der schnellen Entwicklung ihrer Anwendung in der Industrie Schritt. Die prinzipiellen, theoretischen Probleme der elektrischen Maschinen wurden seit Ende der 90er Jahre allmählich geklärt, doch muß man feststellen, daß auch die vergangenen 50 Jahre nicht dazu genügten, zahlreiche Fragen endgültig abschließen zu können. Dies bezieht sich besonders auf die transienten Vorgänge in elektrischen Maschinen. Während nämlich die Theorie der Konstruktion und des Betriebes von elektrischen Maschinen für stationäre Betriebszustände oder für langsame Änderungen auf alle Einzelheiten eingehend in Fachbüchern, und wissenschaftlichen Zeitschriften bearbeitet wurde, blickt die Beschreibung des Verhaltens elektrischer Maschinen zur Beurteilung plötzlicher elektrischer oder mechanischer Änderungen nur auf eine kürzere Vergangenheit zurück. Infolge ihrer größeren Bedeutung wurden vorerst die Fragen der Kurzschlußvorgänge und anderer vorübergehender Zustände der Synchronmaschinen in der ganzen Welt klargelegt und diese Problemengruppe wurde seit den 20er Jahren bis heute in zahlreichen Büchern und Aufsätzen erklärt. Diese Werke, die hauptsächlich in englischer und russischer Sprache erschienen sind, geben eine genaue theoretische und praktische Bestimmung jener Maschinenkonstanten, die für die transienten Vorgänge der Synchronmaschinen kennzeichnend sind, überdies enthalten sie die Beschreibung der Vorgänge selbst. Auch in der deutschen technischen Fachliteratur sind zahlreiche Aufsätze und Bücher, diesen Fragen gewidmet, unter denen die bahnbrechenden Werke von *Rüdenberg* und noch vorher von *Dreyfus* am hervorragendsten sind. Diese Werke unterscheiden sich jedoch hinsichtlich ihrer Methode vielfach von der angelsächsischen und russischen Literatur.

Mit den transienten Vorgängen von Asynchronmaschinen hat man sich erst in den letzten 10 bis 15 Jahren ernsthaft zu beschäftigen begonnen, und in dieser Hinsicht steht die sowjetische Fachliteratur, sowohl bezüglich Genauigkeit der Abhandlungen wie auch des bearbeiteten Stoffes, an der Spitze.

Neuerdings befaßt man sich immer eingehender, hauptsächlich im Zusammenhang mit regelungstechnischen Fragen und schweißtechnischen

Problemen, auch mit den transienten Vorgängen der Gleichstrommaschinen.

Das gegenwärtige Buch behandelt die transienten Vorgänge von Synchron- und Asynchronmaschinen. Betreffs der Abhandlungsmethode trachteten wir überall, auf das — in den neueren Werken etwas vernachlässigt behandelte — physikalische Wesen hinzudeuten, wobei aber unter Anwendung der zeitgemäßen mathematischen und theoretischen elektrotechnischen Mittel (Operatorenrechnung, symmetrische Komponenten) die einzelnen Probleme auch mit voller Genauigkeit gelöst wurden.

Der erste Teil des Buches befaßt sich mit den Synchron-Maschinen. Im zweiten Teil wird, unseres Wissens erstmalig in der Weltliteratur, eine aus einheitlichen Gesichtspunkten durchdachte Abhandlung der transienten Vorgänge in Asynchronmaschinen gegeben, und bei der Lösung zahlreicher Probleme die Weiterentwicklung der bisher hauptsächlich aus der Zeitschriftliteratur bekannten Ergebnisse dargestellt.

Im Buch wurde, unter Beachtung der Vollständigkeit, nicht so sehr auf eine, alle Einzelheiten umfassende, genaue Bearbeitung des Gegenstandes Gewicht gelegt, als darauf, daß der Leser nebst Kennenlernen der wichtigsten und auch in der Praxis nützlichen Ergebnisse eine Methode zur Lösung der weiteren Probleme erhält.

Bei der Zusammenstellung des Stoffes und Vorbereitung zum Druck des Buches haben zahlreiche Mitarbeiter wertvolle sachliche Unterstützung geleistet und Ratschläge gegeben. Aus ihrer Reihe wollen wir Herrn Ing. *Robert Tuschák* hervorheben, der uns den, auf das Verhalten des Vollpolläufers bezüglichen Abschnitt zur Verfügung stellte. Wir danken Herrn Ing. *Josef Lázár* für das Durchlesen und Ordnen der Korrekturen.

Die schöne Ausführung der Zeichnungen ist die Arbeit von Herrn *Rezső Lányi*, dem wir auch hier unseren Dank aussprechen.

Die wissenschaftlichen Fachlektoren des Buches, Herren Ing. *Paul Otto Geszti* und *Franz Ronkay*, haben uns in zahlreichen Fragen Hilfe geleistet und mit ihren Ratschlägen vielfach dazu beigetragen, daß das Buch in dieser Form den Lesern vorgelegt werden konnte.

Der Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften hat das anspruchsvolle, viele mathematische Spezielsatzformen enthaltende Buch mit großer Sorgfalt vorbereitet, das von der Druckerei der Akademie in sehr schöner Ausstattung binnen kurzer Zeit gedruckt wurde.

Budapest 1959.

K. P. Kovács
I. Rác

DIE IM BUCH BENUTZTEN BEZEICHNUNGEN

Allgemeine Bezeichnungen

Die **Vektoren** und **Zeiger** sind im Text mit fetten Buchstaben (z. B. **i**, **I**), in den Abbildungen mit überstrichenen Buchstaben bezeichnet. So werden sowohl die aus den Größen der drei Phasen zusammengesetzten Vektoren wie auch die in der Berechnung der Wechselströme üblicherweise gebrauchten komplexen Vektoren bezeichnet. Falls die zweierlei Vektoren gleichzeitig vorkommen und dies zu Mißverständnissen führen könnte, werden die letzteren (die zur Schwingungskreisfrequenz gehörenden) mit einem Punkt über dem Buchstaben bezeichnet.

Die **Konjugierte** der komplexen Vektoren wird durch einen Zirkumflex bezeichnet (z. B. \hat{i}).

$\text{Re}[\mathbf{Z}]$ bedeutet den reellen Teil der komplexen Zahl **Z**.

$\text{Im}[\mathbf{Z}]$ bedeutet den imaginären Teil der komplexen Zahl **Z**.

Der **Absolutwert** der Vektoren ist mit dünner Schrift gekennzeichnet, wo dies nicht möglich ist (z. B. Summe), wurde das Zeichen $\|\$ angewendet.

Die **Momentanwerte** der Spannungen, Ströme, Flüsse werden mit kleinen Buchstaben bezeichnet. Die großen Buchstaben bedeuten die konstanten Werte (Dauerwert, Effektivwert, Höchstwert). Die Unterscheidung des *Effektivwertes* und *Höchstwertes* erfolgt auf folgende Weise: In den Abschnitten, wo keine Momentanwerte nötig sind (in den Abschnitten 3 bzw. 5 über den stationären Betrieb bzw. die Stabilität der Synchronmaschinen) bedeuten die großen Buchstaben den Effektivwert. In den übrigen Abschnitten bedeuten die großen Buchstaben den Höchstwert, auch wenn kein auf das Maximum hinweisender Index dabei ist. Hier werden die Effektivwerte mit dem Index »eff« bezeichnet.

Die in **relativen Einheiten** gemessenen Größen werden mit * bezeichnet. Im Buch werden im allgemeinen die Größen und ihre **Laplace-Transformierten** nicht voneinander unterschieden.

Die **transienten** bzw. **subtransienten** Werte werden durch ' bzw. " bezeichnet (z. B. X'_d bzw. X''_d).

Bei Schwingungen von kleiner Amplitude werden die *Differentiale* mit Δ bezeichnet.

Im folgenden geben wir eine Zusammenstellung jener Buchstaben- und Index-Bezeichnungen, die im Buch an mehreren Stellen vorkommen.

Lateinische Buchstaben (keine Indizes)

- a** = e^{j120° um 120° vorwärtsdrehender Einheitsvektor
A = spezifische Umfangsstrombelastung; Energie
b = Reihenquotient in der geometrischen Reihe der Amplituden der Oberharmonischen
B = magnetische Induktion
C = Kapazität
e = Basis des natürlichen Logarithmus
E = Gleichspannung
f = Frequenz
H = Trägheitskonstante
i, I = Strom
i = $\sqrt{-1}$ bei den zur Schwingungskreisfrequenz gehörenden komplexen Zahlen in Abschnitten 10, 16 und 19
j = $\sqrt{-1}$ im allgemeinen
k = $k_s k_r = 1 - \sigma$ resultierender Verkettungsfaktor
k_r = $\frac{L_m}{L_r}$ Läufer-Verkettungsfaktor
k_s = $\frac{L_m}{L_s} = \frac{L_m}{L_{sl} + L_m}$ Ständer-Verkettungsfaktor
K = Dämpfungsfaktor (im Abschnitt 5)
l = ideale Länge der Maschine; Induktivität einer Phasenspule an und für sich
l_m = Faktor der gegenseitigen Induktion (Einphasenwert)
l_{sa} = **l_{sb}** = **l_{sc}** = **l_{sl}** + **l_{sm}** Selbstinduktionsfaktor einer selbständigen Spule der Ständerwicklung
L = Selbstinduktionsfaktor (bei Maschinen Dreiphasenwert)
L_m = gegenseitige Induktivität des Ständers und Läufers (Dreiphasenwert) bei Maschinen
L_r = gesamter Dreiphasen-Selbstinduktionsfaktor des Läufers
L_s (**L_d**, **L_q**) = gesamter Dreiphasen-Selbstinduktionsfaktor des Ständers (in Längs- bzw. Querrichtung)
L_{sl} (**L_{rl}**) = Streuinduktivität einer Ständer- (Läufer-) Spule
L'_r = σL_r transiente Induktivität des Läufers
L'_s (**L'_d**, **L'_q**) = $\sigma L_s = L_s - \frac{L_m^2}{L_r} = L_{sl} + \frac{L_m L_{rl}}{L_m + L_{rl}}$ transiente Induktivität des Ständers, d. h. resultierende Kurzschlußinduktivität auf die Ständerklemmen bezogen
 $\mathcal{L}[f(t)]$ Laplace-Transformierte der Funktion $f(t)$
M = Drehmoment
M_D = $-\frac{\partial M}{\partial \omega}$ Dämpfungsmoment
M_k = Anlaß- (Kurzschluß-) Moment des Asynchronmotors im stationären Zustand
M_K = Kippmoment

- $M_S = - \frac{\partial M}{\partial \delta}$ Synchronisierungsmoment
 $M(s)$ = Moment beim Schlupf s
 $M_{\Delta\alpha}$ = das auf die Winkeländerung bezügliche komplexe Schwingungsmoment
 $M_{\Delta\omega}$ = das auf die Änderung der Winkelgeschwindigkeit bezügliche komplexe Schwingungsmoment
 n = Drehzahl
 n_1 = Synchrodrehzahl
 N = Netz
 $N(p)$ = Nenner der operatorischen Brüche
 p = Veränderliche der Laplace-Transformation, im Ausdruck der Form e^{pt} Koeffizient von t ; Polpaarenzahl
 P = Leistung
 P_l = Luftspaltleistung
 P_m = mechanische Leistung
 Q = Ladung
 R = Wirkwiderstand
 s = Schlupf
 $s_K = \frac{R_r}{\omega_1 L'_r} = \frac{1}{\omega_1 T'_r}$ Näherungswert des Kippschlupfes; auf R_r kennzeichnender Wert
 s_{Kg} = genauer Wert des Kippschlupfes
 $s_{Ks} = \frac{R_s}{\omega_1 L'_s}$ auf R_s kennzeichnender Wert
 $S(p)$ = Zähler der operatorischen Brüche
 t = Zeit; Verhältniszahl U_p/U_s
 T = Zeitkonstante; Periodenzeit; = $\omega\Theta$ Drehimpuls
 $T_{do}, T_{ro} = \frac{L_r}{R_r}$ Leerlaufzeitkonstante des Läufers
 $T_{D,e}$ = gegenseitiges Dämpfungsmoment der Maschinen von elektrischen Wellen
 T_e = Zeitkonstante der Erregermaschine
 $T_{so} = \frac{L_s}{R_s}$ Leerlaufzeitkonstante des Ständers
 $T_{S,e}$ = gegenseitiges Synchronisierungsmoment der Maschinen von elektrischen Wellen
 $T'_d, T'_r = \frac{L'_r}{R_r}$ Kurzschlußzeitkonstante des Läufergleichstromes, transiente Zeitkonstante
 u, U = Spannung
 U_i = innere Spannung
 U_p = Polspannung
 U'_s, U' = Spannung hinter der transienten Reaktanz
 w = Windungszahl
 W = magnetische Energie

X	=	Reaktanz
$X_s (X_d, X_q)$	=	Synchronreaktanz des Ständers
$X'_s (X'_d, X'_q)$	=	transiente Reaktanz des Ständers
x	=	$\omega t + \alpha$ die Läuferlage anzeigender Winkel
Y	=	Admittanz
Z	=	Impedanz
$Z(p)$	=	operatorische (transiente) Impedanz

Griechische Buchstaben

α, β	=	Winkel
δ	=	Belastungswinkel
ε	=	Winkelbeschleunigung
Θ	=	Trägheitsmoment
ν	=	$\frac{\Omega}{\omega_1}$ relative Schwingungszahl
ξ	=	Wicklungsfaktor
σ	=	resultierender Streuungsfaktor, $\sigma = 1 - k = \sigma_r + \sigma_s - \sigma_r \sigma_s$
σ_r	=	$\frac{L_{rl}}{L_r}$ Streuungsfaktor des Läufers
σ_s	=	$\frac{L_{sl}}{L_s}$ Streuungsfaktor des Ständers
τ	=	abgeänderte Zeit
φ	=	Phasenwinkel; Winkel der Impedanz
Φ	=	Fluß
ψ, Ψ	=	Spulenfluß (Flußverkettung)
Ψ_m	=	Hauptfluß des Ständers und Läufers
ω	=	Winkelgeschwindigkeit; Winkelgeschwindigkeit des Läufers
ω_1	=	synchrone Winkelgeschwindigkeit
ω_k	=	Winkelgeschwindigkeit des Koordinatensystems
$\Omega = 2\pi f$	=	Schwingungswinkelgeschwindigkeit

Indizes

a, b, c	=	Phasen
a	=	Komponente mit großer Zeitkonstante (den Hauptfluß erzeugend)
A	=	Anfangs-
b	=	Komponente mit kleiner Zeitkonstante (den Streuungsfluß erzeugend); Blindkomponente
d	=	in Längsrichtung (direkt)
D	=	Dämpfer in Längsrichtung
e	=	Erreger; elektrisch; elektrische Welle
g	=	Gleichstromkomponente; Grenzwert
k	=	stationärer Kurzschlußwert; Koordinatensystem

<i>K</i>	= Kipp-
<i>l</i>	= Streuungs-
<i>L</i>	= Leerlauf; Linie
<i>m</i>	= gegenseitig; Wert im Magnetisierungsweig
<i>max</i>	= Höchstwert
<i>mit</i>	= Mittel-
<i>n</i>	= Nenn-
<i>N</i>	= Netz
<i>p</i>	= Phase
<i>q</i>	= in Querrichtung (quadrature)
<i>Q</i>	= Dämpfer in Querrichtung
<i>r</i>	= Läufer (rotor)
<i>s</i>	= Ständer (stator)
<i>S</i>	= Synchronisierungs-
<i>T</i>	= Transformator
<i>w</i>	= Wechselstromkomponente
<i>0</i>	= Schwingungsmittellage
1, 2, 0	= symmetrische Komponenten
(<i>n</i>)	= Komponente mit <i>n</i> -facher Frequenz
∞	= stationärer Wert
I	= Primär
II	= Sekundär
III	= Tertiär

EINLEITUNG

Die Entwicklung der Starkstromtechnik ist in den letzten Jahrzehnten durch die Synchrongeneratoren von immer größerer Einheitsleistung, durch die mit diesen ausgerüsteten, großangelegten Wärme- oder Wasserkraftwerke, und durch deren Zusammenarbeit über Hochleistungs-Höchstspannungsnetze gekennzeichnet. Diese Entwicklung ist die Folge der raschen Zunahme der Anwendung der elektrischen Energie in der Industrie und im Haushalt sowie der gegenüber der Erzeugung und Verteilung der elektrischen Energie gestellten technischen und wirtschaftlichen Forderungen.

Nachdem die elektrische Energie ununterbrochen geliefert werden soll, widmeten in den letzten Jahrzehnten sowohl die praktischen wie auch die theoretischen Fachleute der prinzipiellen Klärung jener Vorgänge besondere Aufmerksamkeit, die unter Schaltungs- oder Betriebsstörungen- (Kurzschluß-) Umständen in den Maschinen und Netzen als vorübergehende, transiente Erscheinungen auftreten. Die infolge der hohen Leistungen der großen Synchrongeneratoren bzw. der zusammenarbeitenden Kraftwerke auftretenden hohen Kurzschlußströme und Kraftwirkungen, ferner die Probleme der dynamischen Stabilität der Verbundsysteme, die während der Kurzschlüsse und bei deren Klärung im allgemeinen im Betriebsstörungszustand auftauchen, interessieren gleicherweise den Maschinenbauer, den Kraftwerkskonstrukteur und den Inbetriebhalter von Kraftwerken.

Obzwar sich die Elektrotechniker der ganzen Welt bereits seit 1900 mit der theoretischen Aufklärung der Kurzschlußerscheinungen und der mit diesen zusammenhängenden transienten Vorgänge befassen, wurden doch erst etwa seit den 20er Jahren die während der transienten Vorgänge in Synchronmaschinen sich abspielenden physikalischen Erscheinungen allmählich klargelegt, die auftretenden Ströme, Spannungen und Kraftwirkungen berechnet und bestimmt. Diese Untersuchungen haben in den letzten Jahrzehnten, besonders in Hinsicht auf die theoretischen Methoden und Genauigkeit, eine bedeutende Entwicklung erfahren. Die fremdsprachige (hauptsächlich englische und russische) elektrotechnische Fachliteratur der letzten Jahre, aber auch eine große Anzahl von deutschen Fachartikeln beweisen die Aktualität dieser Fragen.

Die elektrische Energie wird in der Industrie im entscheidenden Maße zur Versorgung der mit Asynchronmotoren angetriebenen Arbeitsmaschinen

angewandt. Infolge der verbreiteten Anwendung haben sich sehr viele Fachleute mit der Untersuchung der Betriebsverhältnisse von Asynchronmotoren befaßt und es gelang schon, den größten Teil der auf den stationären Zustand bezüglichen Fragen zu lösen und die diesbezügliche Theorie auszuarbeiten. Da jedoch die Fragen der transienten Vorgänge von Asynchronmotoren bisher weder in ausländischen noch in inländischen Fachbüchern kaum behandelt und diese Probleme hauptsächlich nur in Fachartikeln bearbeitet wurden, erschien es als zweckdienlich und richtig, daß sich dieses Buch, unter Zugrundelegung der Untersuchungsmethoden der transienten Vorgänge in Synchronmaschinen, auch mit den transienten Vorgängen in Asynchronmaschinen eingehend befaßt.

Obzwar es unbestreitbar ist, daß mit Hinsicht auf die gesamte Volkswirtschaft die Untersuchung der transienten Vorgänge von Synchronmaschinen viel bedeutender ist als jene von Asynchronmaschinen, erscheint der Aufbau des Buches mit Rücksicht auf die in der Industrie als Antriebsmotoren in entscheidender Mehrheit angewendeten Asynchronmotoren, ferner auf die Möglichkeit, die wissenschaftliche genaue Behandlung der transienten Vorgänge der Synchron- und Asynchronmaschinen in der Fachliteratur der Welt vielleicht zum erstenmal in einheitlicher Konzeption zusammenfassen zu können, doch begründet zu sein.

Dementsprechend behandelt das Buch die transienten Vorgänge in Wechselstrom- (Synchron- und Asynchron-) Maschinen. Deswegen wurden jene Abschnitte, die sich nicht ausdrücklich auf Maschinen beziehen, wie z. B. die Schalterscheinungen einfacher Stromkreise mit Operatorenmethode behandelnde Einleitung, oder der die asymmetrischen Netzfehler im Zusammenhang mit der dynamischen Stabilität behandelnde Abschnitt, nur in einem solchen Maße in den Stoff aufgenommen, um das Lesen des Buches zu erleichtern bzw. innerhalb der zur Verfügung stehenden Rahmen ein abgeschlossenes Ganzes geben. Weder die eingehende Untersuchung der Netzstabilität noch die Abhandlung der mit dieser und mit übrigen Kurzschlußproblemen zusammenhängenden Relaischutz- und schalttechnischen Fragen bzw. der mehr verwickelten Netzkurzschlüssen wurden als Stoff des Buches betrachtet und in dieser Beziehung wurde nur auf die einschlägige Literatur hingewiesen.

All dies vorausgeschickt, legen wir im nachfolgenden den allgemeinen Aufbau des Buches dar.

Der erste Teil enthält das allgemein Wissenswerte. Es wird die Operatorenrechnung dargelegt, ferner werden die Dreiphasengrößen genau bestimmt und der die Ströme (Spannungen, Flüsse) der drei Phasen enthaltende Vektor definiert, dessen Anwendung die Berechnung der transienten Vorgänge äußerst vereinfacht. Hier findet man die genaue Bestimmung der Maschineninduktivität, die verschiedenen üblichen Koordinatentransformationen sowie die allgemeine Berechnung des Drehmomentes.

Der zweite Teil befaßt sich mit den Synchronmaschinen. Nach einer kurzen Beschreibung der Betriebsverhältnisse im stationären Zustand werden die verschiedenen Kurzschlußerscheinungen eingehend behandelt. Zunächst wird der symmetrische Dreiphasenkurzschluß der einfacheren Maschinentypen besprochen und allmählich zur Untersuchung der mehr verwickelten asymmetrischen Kurzschlüsse der allgemeineren Maschinentypen übergegan-

gen. Auch die Meßmethoden werden dargelegt. In einem anschaulichen Schaltbild sind die bei asymmetrischen Kurzschlüssen auftretenden oberharmonischen Strom- und Spannungskomponenten dargestellt. Nach der Berechnung der transienten Kurzschlußmomente der Synchronmaschinen befaßt sich das Buch mit den Fragen der dynamischen Stabilität bezüglich der aus einer und aus zwei Maschinen bestehenden Systeme; es behandelt die Anwendung der Methode der symmetrischen Komponente im Falle asymmetrischer Netzfehler. Hiernach folgt die Untersuchung der Schwingungen mit Zwangserregung bei Synchronmaschinen und die Wirkung der Spannungsregler auf die transienten Vorgänge. Schließlich finden wir in diesem Teil den auf den Asynchronbetrieb und auf das Anlassen der Synchronmaschinen sowie auf die Untersuchung der Vollpolläufermaschinen bezüglichen Abschnitt.

Im dritten Teil wurden die transienten Vorgänge der Asynchronmotoren bearbeitet. Hier sind die beim Unterbrechen, Einschalten, Umschalten und Kurzschluß auftretenden Ströme und Drehmomente beschrieben, sodann wird untersucht, welche Wirkung die Beschleunigung auf das Drehmoment ausübt. Nach der Untersuchung der Schwingungen des Asynchronmotors werden die Schwingungen der dreiphasigen elektrischen Wellen und der doppelgespeisten Motoren behandelt.

Anhang, Literatur- und Sachverzeichnis werden am Ende des Bd. II gebracht. Der Anhang enthält die transienten Konstanten typischer Maschinen in Tabellen zusammengefaßt sowie Zahlenbeispiele und einige Ableitungen.

I

**DIE ZUR BEHANDLUNG DER TRANSIENTEN VORGÄNGE NOTWENDIGEN
GRUNDBEGRIFFE**

1. ÜBERGANGSVORGÄNGE IN EINFACHEN STROMKREISEN

1.10. ANWENDUNG DER LAPLACESCHEN TRANSFORMATION UND DER OPERATORRECHNUNG

1.101. Einleitung

Die Übergangsvorgänge der elektrischen Maschinen sind elektrischen und mechanischen Charakters und können in den meisten Fällen getrennt untersucht werden, obwohl sie bei den elektrischen Maschinen in der Regel gleichzeitig erscheinen. Die umfangreichen mechanischen Übergangsvorgänge verlaufen im Vergleich zu den elektrischen sehr langsam. Mit den sich langsam abspielenden mechanischen Übergangsvorgängen und den mit ihnen zusammenhängenden Erwärmungsvorgängen befassen wir uns nicht, untersuchen vielmehr vor allem jene Fälle, in welchen durch die elektrischen Vorgänge plötzliche Änderungen hervorgerufen werden. Wir behandeln aber auch solche mechanischen Wirkungen, die mit den sich plötzlich ändernden elektrischen Vorgängen zusammenhängen und gleichzeitig mit ihnen auftreten. Dementsprechend werden z. B. die Fragen der Anlauf- und Bremsprozesse des aussetzenden Maschinenbetriebs nicht erörtert, solange die Vorgänge nur langsam (mehrere Sekunden hindurch) verlaufen, wobei man die Ströme zu jedem Zeitmoment so betrachten kann, als ob die Drehzahl konstant wäre. Hingegen werden die plötzlichen Kurzschluß- bzw. Schaltvorgänge von elektrischen Maschinen und die mit ihnen zusammenhängenden mechanischen Momente, Kraftwirkungen und Schwingungen einer Prüfung unterzogen.

Da die Übergangsvorgänge der elektrischen Maschinen zumeist ein verwickeltes physikalisches Bild aufweisen, erscheint es zweckmäßig, unsere Untersuchungen mit den einfachen Stromkreisen zu beginnen, auf welche die kompliziertere Probleme darstellenden Fälle der elektrischen Maschinen stets zurückgeführt werden können.

Die untersuchten Stromkreise bestehen aus Wirk- sowie induktiven und kapazitiven Blindwiderständen, obgleich die Kapazität als Schaltungselement zumeist nur bei den Netzen eine Rolle spielt, weshalb Stromkreise, in welchen auch Kondensatoren vorkommen, hauptsächlich nur vom Gesichtspunkt der mechanischen Analogien untersucht werden.

Die Lösung der Differentialgleichungen wird mit der Methode der Laplaceschen Transformation bzw. der Operatorrechnung durchgeführt.

1.102. Die Anwendung der Laplaceschen Transformation

1.102.1. Schaltvorgänge in R-, L-, C-Stromkreisen beim plötzlichen Einschalten auf Gleichstrom

In Abb. 1.1 ist der Stromkreis aus in Reihe geschaltetem Wirk- und induktivem Blindwiderstand dargestellt, welcher durch Schalter S an die Klemmenspannung E angeschlossen wird. Im Stromkreis ist die Summe der am Wirk- und induktiven Blindwiderstand meßbaren Spannungen in jedem Augenblick gleich der Stromquellenspannung E . Demnach läßt sich das Gleichgewicht der Spannungen durch folgende Differentialgleichung ausdrücken:

$$E = iR + L \frac{di}{dt}. \quad (1.1)$$

Durch die Lösung der Differentialgleichung wird die Stromänderung in Funktion der Zeit geliefert. Wir nehmen an, der Induktivitätskoeffizient L sei von der jeweiligen Stromstärke unabhängig konstant (Luftdrosselspule oder Eisenkernspule mit großem Luftspalt). Die Lösung der Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten kann am einfachsten mit Hilfe der Laplaceschen Transformation vorgenommen werden. Ihre Anwendung zur Lösung der Differentialgleichung (1.1) erscheint zwar als eine überflüssige Verwickelung, bildet jedoch eine Grundlage zum Verständnis der später vorkommenden, mehr zusammengesetzten und daher komplizierteren Fälle.

Die Laplacesche Transformation ist eine solche mathematische Operation, bei der die Funktionsgrößen E und i durch die transformierten Funktionen \tilde{E} und \tilde{i} ersetzt werden. Die Transformation selbst erfolgt in der Weise, daß anstatt der ursprünglichen Funktionen von t (bei den elektrischen Übergangsvorgängen sind i und E zeitlich veränderliche Größen) Funktionen

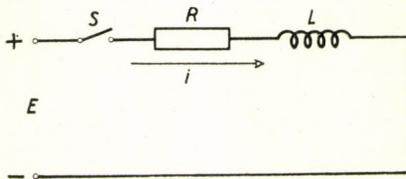


Abb. 1.1. Einschaltung von einem R, L-Stromkreis auf Gleichspannung

anderer Veränderlichen eingeführt werden, wobei man diese den durch die Laplacesche Transformation vorgeschriebenen Operationsregeln gemäß erhält. Zweck bzw. Ergebnis dieser Transformation ist die Zurückführung der Lösung dieser transformierten Funktionen auf die Lösung algebraischer Gleichungen. Die Differentialgleichung (1.1) wird zunächst nach bekannten Operationsregeln durch die transformierte Funktion ersetzt, diese ergibt die Stromstärke als Funktion der neuen Veränderlichen p , und die Größe der Stromstärke läßt sich durch einfache algebraische Operationen bestimmen. Die Funktion p ist sodann wieder nach bekannten Regeln in die Funktion t zurückzutransformieren, womit die Differentialgleichung ihre Lösung fand. Zur Bestätigung des Gesagten sollen vorerst die Operationsregeln der Laplaceschen Transformation dargelegt werden.

Bezeichnet man die ursprüngliche Zeitfunktion mit $i = F(t)$, so wird deren Laplace-Transformierte durch folgende Beziehung geliefert:

$$\dot{i} = f(p) = \mathcal{L} [F(t)] = p \int_0^{\infty} e^{-pt} F(t) dt. \quad (1.2)$$

Berechnen wir nun die Transformaten von einigen wichtigen Funktionen:

a) Die Laplace-Transformierte einer Konstante.

Ist

$$F(t) = K,$$

so gilt

$$\mathcal{L} [F(t)] = \mathcal{L} [K] = p \int_0^{\infty} e^{-pt} K dt = pK \left[-\frac{1}{p} e^{-pt} \right]_0^{\infty} = pK \frac{1}{p} = K,$$

die Laplace-Transformierte einer konstanten Größe ist also dieselbe Konstante.

b) Ähnlicherweise kann nachgewiesen werden, daß die Laplace-Transformierte der Summe von Funktionen gleich der Summe der Laplace-Transformaten dieser Funktionen ist, man kann also anschreiben, daß

$$\mathcal{L} [F_1(t) + F_2(t) + \dots + F_n(t)] = \mathcal{L} [F_1(t)] + \mathcal{L} [F_2(t)] + \dots + \mathcal{L} [F_n(t)].$$

c) Ebenfalls leicht verständlich ist, daß die Laplace-Transformierte einer mit einer Konstante multiplizierten Funktion gleich dem Produkt der Laplace-Transformaten der Funktion und der betreffenden Konstante ist, es gilt also:

$$\mathcal{L} [cF(t)] = c \mathcal{L} [F(t)].$$

d) Nehmen wir an, daß λ ein von t unabhängiger Parameter ist. In diesem Fall ist die Laplace-Transformierte der Funktion $F(t, \lambda)$ auch von λ abhängig, d. h.:

$$p \int_0^{\infty} e^{-pt} F(t, \lambda) dt = f(p, \lambda).$$

Wird in obiger Gleichung die Integrierende nach λ differenziert, so wird das Integral gleich dem nach λ gebildeten Differentialquotienten des ursprünglichen Integrals. Es ergibt sich also folgende Gleichung:

$$p \int_0^{\infty} e^{-pt} \frac{d}{d\lambda} F(t, \lambda) dt = \frac{d}{d\lambda} f(p, \lambda).$$

Es kann nämlich nachgewiesen werden, daß obiges Integral jene Eigenschaft besitzt, wonach die gleichzeitige Differenzierung der Integrierenden und des Integrals nach demselben Parameter zulässig ist.

Demnach ist also die Laplace-Transformierte der Ableitung nach Parameter λ einer Funktion $F(t\lambda)$ gleich der nach Parameter λ gebildeten Ableitung der Laplace-Transformierten dieser Funktion $F(t, \lambda)$. Es kann also aufgeschrieben werden, daß

$$\mathcal{L} \left[\frac{d}{d\lambda} F(t, \lambda) \right] = \frac{d}{d\lambda} \mathcal{L} [F(t, \lambda)].$$

$$e) \quad F(t) = t,$$

die transformierte Funktion wird

$$f(p) = \mathcal{L} [F(t)] = p \int_0^{\infty} e^{-pt} t dt$$

sein. Wird diese partiell integriert, so erhält man:

$$f(p) = \mathcal{L} [F(t)] = \mathcal{L} [t] = \frac{1}{p}. \quad (1.3)$$

Es gilt ganz ähnlicherweise, daß

$$\mathcal{L} [t^2] = \frac{2!}{p^2}, \quad \mathcal{L} [t^3] = \frac{3!}{p^3}, \dots, \quad \mathcal{L} [t^n] = \frac{n!}{p^n} \quad (1.4)$$

oder in anderer Form angeschrieben:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} [t] &= \mathcal{L} \left[\int dt \right] = \frac{1}{p}; \quad \mathcal{L} \left[\frac{t^2}{2!} \right] = \mathcal{L} \left[\iint dt^2 \right] = \frac{1}{p^2}, \\ \mathcal{L} \left[\frac{t^3}{3!} \right] &= \mathcal{L} \left[\iiint dt^3 \right] = \frac{1}{p^3}; \quad \mathcal{L} \left[\frac{t^n}{n!} \right] = \frac{1}{p^n}, \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$f) \quad F(t) = e^{-at}.$$

Die transformierte Funktion ist:

$$\begin{aligned} f(p) &= \mathcal{L} [F(t)] = p \int_0^{\infty} e^{-at} e^{-pt} dt = p \int_0^{\infty} e^{-(a+p)t} dt = \frac{p}{p+a} \\ \mathcal{L} [e^{-at}] &= \frac{p}{p+a}. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Aus (1.6) folgt ferner, daß

$$\begin{aligned}\mathcal{L}[1 - e^{-at}] &= \mathcal{L}[1] - \mathcal{L}[e^{-at}] = 1 - \frac{P}{p+a}, \\ \mathcal{L}[1 - e^{-at}] &= \frac{a}{p+a}.\end{aligned}\tag{1.7}$$

Nehmen wir die Differenzierung beider Seiten der Gleichung (1.6) nach Parameter a vor, so bekommen wir:

$$\frac{d}{da} \mathcal{L}[e^{-at}] = \mathcal{L}\left[\frac{d}{da} e^{-at}\right] = -\mathcal{L}[te^{-at}] = \frac{d}{da} \frac{P}{p+a} = -\frac{P}{(p+a)^2}.$$

Es wird also:

$$\mathcal{L}[te^{-at}] = \frac{P}{(p+a)^2}.$$

Nach wiederholter Differenzierung erhält man:

$$\mathcal{L}[t^2 e^{-at}] = 2 \frac{P}{(p+a)^3}.$$

Setzt man dieses Verfahren fort, so ergibt sich nach der k -ten Differenzierung die Gleichung:

$$\mathcal{L}[t^k e^{-at}] = k! \frac{P}{(p+a)^{k+1}}.\tag{1.7a}$$

$$g) \quad \mathcal{L}[F'(t)].$$

Unter Zugrundelegung der Beziehung (1.2) läßt sich auch die Transformierte des Differentialquotienten der Funktion $F(t)$ bestimmen, welche zur Lösung der Differentialgleichung (1.1) benötigt wird.

Auf Grund der Definition (1.2) gilt, daß:

$$\mathcal{L}[F'(t)] = p \int_0^{\infty} e^{-pt} F'(t) dt.\tag{1.8}$$

Wird die Integration partiell durchgeführt und setzt man die Grenzwerte ein, so gelangt man zu folgendem Ergebnis:

$$\mathcal{L}[F'(t)] = -pF(0) + pf(p).\tag{1.9}$$

Ähnlich zur Gleichung (1.9) bekommt man für die Transformierte der n -ten Ableitung nachstehenden Zusammenhang:

$$\mathcal{L} [F^n(t)] = -pF^{n-1}(0) + p\mathcal{L} [F^{n-1}(t)]. \quad (1.10a)$$

Aus letzterem folgt, daß:

$$\mathcal{L} [F^n(t)] = -[pF^{n-1}(0) + p^2F^{n-2}(0) + \dots + p^nF(0)] + p^n\mathcal{L} [F(t)]. \quad (1.10b)$$

h) Die Laplace-Transformierte eines Integrals. Ist $\mathcal{L} [F(t)] = f(p)$, so gilt, daß

$$\mathcal{L} \left[\int_0^t F(t) dt \right] = \frac{1}{p} f(p). \quad (1.11)$$

Dies soll naturgemäß gültig sein, denn wird die Regel zur Transformation eines Differentialquotienten (1.9) für Gl. (1.11) angewendet, so erhält man, daß die Transformierte von $F(t)$ gleich $f(p)$ ist.

Aus Gleichungen (1.9) und (1.10) ist ersichtlich, daß bei jenen Funktionen nach t , deren Betrag zum Zeitpunkt $t = 0$ gleich Null ist und deren erste $n-1$ Ableitungen bei $t = 0$ ebenfalls gleich Null sind, anstelle der n -ten Ableitung der Funktion nach t die transformierte Grundfunktion nach der Transformation mit p^n zu multiplizieren ist.

Ist z. B. $\dot{i} = F(t)$ und $F(0) = 0$, so läßt sich die Transformierte der Funktion

$$E = iR + L \frac{di}{dt}$$

wie untenstehend anschreiben, falls folgende Bezeichnungen benutzt werden:

$$\mathcal{L} [E] = \tilde{E}, \quad \mathcal{L} [i] = \tilde{i}.$$

$$\tilde{E} = \tilde{i}R + \tilde{i}pL = \tilde{i}(R + pL). \quad (1.12)$$

Aus (1.12) ist der Wert von \tilde{i} leicht zu errechnen:

$$\tilde{i} = \frac{\tilde{E}}{R + pL} = \frac{\tilde{E}}{L} \frac{1}{p + \frac{R}{L}}. \quad (1.13)$$

Wie ersichtlich, erhält man in der transformierten Form statt der Differentialgleichung eine algebraische Gleichung. Der Ausdruck (1.13), welcher die

Transformierte von i [die Funktionsform $i = f(p)$] darstellt, kann unter Zugrundelegung der Beziehung (1.6) in eine Funktion nach t zurücktransformiert werden. Laut (1.7) gilt nämlich, daß

$$\mathcal{L} [1 - e^{-at}] = \frac{a}{p + a};$$

daher ist:

$$\frac{1}{p + \frac{R}{L}} = \frac{1}{p + a} = \mathcal{L} \left[\frac{1}{a} (1 - e^{-at}) \right] = \mathcal{L} \left[\frac{L}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \right].$$

Aus letzterer ergibt sich, sofern E konstant ist, mit Berücksichtigung von (1.13), daß

$$i = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right). \quad (1.14)$$

Damit sind wir bei der bekannten Lösung der Differentialgleichung (1.1) angelangt. Durch die Lösung der Differentialgleichung wird jener bekannte physikalische Vorgang zum Ausdruck gebracht, wonach sich in einem Stromkreis, in welchem außer anderen Widerständen (R , C) auch eine Induktivität L in Reihe an die Stromquelle geschaltet wurde, die Stromstärke nicht sprunghaft ändern kann; vielmehr wird sie nach Einschaltung des Stromkreises von Null oder von dem vorherigen konstanten Wert ausgehen. Eine sprunghafte Stromänderung (während unendlich kurzer Zeit) würde nämlich an den Klemmen der Drosselspule eine unendlich große Spannung induzieren. Die Stromstärke bzw. das magnetische Feld der Drosselspule bleibt im ersten Augenblick unverändert, wenn die Drosselspule kurzgeschlossen oder an eine Stromquelle konstanter Spannung gelegt wird. Mit anderen Worten: war vorher kein Strom durch die Spule geflossen, so nimmt die Stromstärke nach dem Einschalten bei Null ihren Anfang und das magnetische Feld der Drosselspule (der Spulenfluß) ist im ersten Augenblick genau so stark wie vor dem Übergangsvorgang. In unserem Fall z. B. beträgt der Wert des Spulenflusses vor dem plötzlichen Einschalten an die Gleichstromquelle Null. Ist ursprünglich im stationären Zustand durch die Windungen der Drosselspule Strom geflossen, so war der Spulenfluß von gegebener Stärke und der Übergangsvorgang wird seinen Ausgang sprunghaft aus diesem Zustand nehmen. Das mit kurzgeschlossenen oder an eine praktisch unendlich große Stromquelle geschalteten Spulen verkettete Feld — der Spulenfluß — ändert

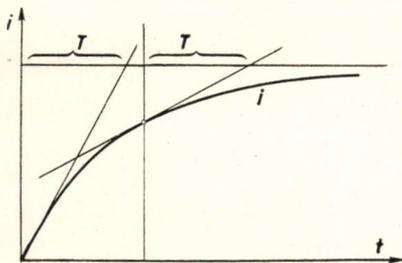


Abb. 1.2. Der Einschaltstrom des R,L-Stromkreises

im ersten Augenblick des Übergangsvorganges seinen Wert nicht. Soll die durch Funktion (1.14) beschriebene Stromstärkenänderung dargestellt werden, so erhält man die bekannte exponentielle Einschaltstromkurve des an eine Gleichstromquelle gelegten Stromkreises mit R und L (Abb. 1.2). Wird — wie bekannt — zur Kurve in einem beliebigen Punkt die Tangente gezogen, so bezeichnet man die Zeitdifferenz, welche sich zwischen dem Abszissenwert des Berührungspunktes und dem Schnittpunkt der Tangente mit dem Endwert der Stromstärke $I = \frac{E}{R}$ ergibt, als Zeitkonstante. Die Zeitkonstante $T = \frac{1}{a} = \frac{L}{R}$ bedeutet jene Zeitspanne, während welcher sich die Exponentialfunktion im Vergleich zu jedem früheren Zustand auf das $e^{-\frac{1}{T} T} = e^{-1} = \frac{1}{e} = 0,368$ fache verringert.

1.102.2. Operatoren, Einheitsfunktion

Nach (1.10) konnte man entnehmen, daß statt der n -ten Ableitung der Funktion t die Transformierte der Funktion t mit p^n multipliziert wurde, falls die Funktion t und deren erste $n-1$ Ableitungen im Augenblick $t = 0$ gleich Null waren (Anfangsbedingung Null). Wird diese Feststellung in Form einer Funktion aufgeschrieben, so sind für $i = F(t)$ folgende Gleichungen erhältlich:

$$\mathcal{L} [F(t)] = \mathcal{L} [i] = \tilde{i},$$

$$\mathcal{L} [F'(t)] = \mathcal{L} \left[\frac{di}{dt} \right] = pi,$$

$$\mathcal{L} [F''(t)] = \mathcal{L} \left[\frac{d^2i}{dt^2} \right] = p^2\tilde{i},$$

$$\mathcal{L} [F^n(t)] = \mathcal{L} \left[\frac{d^n i}{dt^n} \right] = p^n \tilde{i}.$$

Aus dieser Reihe erhellt, daß $\frac{d}{dt} = p$ eigentlich überall symbolisch eingesetzt werden mußte, um die Transformierte der Zeitfunktion zu bekommen. Durch die Darlegung des Operators p wird die Grundlage der Operatorenrechnung gebildet. Die Operatorenrechnung wurde in dieser Erklärung — d. h. statt der Differenzierung $\frac{d}{dt}$ findet das algebraische Symbol p Verwendung — erst-

malig vom englischen Physiker HEAVISIDE angewendet, ohne daß er den Zusammenhang mit der Laplaceschen Transformation bewiesen hätte. Durch die Anwendung der streng nachweisbaren Transformationsgleichung der Laplaceschen Transformation wird — wie aus den Beziehungen (1.9) und (1.10) hervorgeht — die Berücksichtigung der Anfangsbedingungen ermöglicht. Rechnet man hingegen mit dem Operator statt mit einem Differentialquotienten, so führt dieses Verfahren nur dann zu einem richtigen Ergebnis, wenn die Anfangsbedingungen gleich Null waren. Setzt man in solche Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten, deren Anfangsbedingungen gleich Null sind oder die auf derartige Anfangsbedingungen zurückgeführt werden können

$$\frac{d}{dt} = p, \quad \left(\frac{d}{dt}\right)^2 = p^2, \quad \dots \quad \left(\frac{d}{dt}\right)^n = p^n$$

ein, so ist die transformierte Gleichung sogleich erhältlich. Um beim Anschreiben der Gleichung in Operatorform jeden Zweifel zu vermeiden, es handle sich um eine transformierte Gleichung, werden wir die diesbezüglichen Bezeichnungen von HEAVISIDE anwenden (bei dieser Bezeichnungsart der Operatorform wird zur Unterscheidung der transformierten Funktion der Überstrich \sim nicht benutzt). Wir führen nämlich den Begriff der Einheitsfunktion der Einschaltung oder Störung ein, da es sich darum handelt, daß vom Gesichtspunkt des Stromkreises die angelegte Spannung während der Zeit $t < 0$ Null ist. Im Augenblick $t = 0$ erhöht sich die Spannung sprunghaft auf den Wert E , der während der Zeit $t > 0$ konstant bleibt. Der Verlauf der Funktion E wird in Abb. 1.3 gezeigt. Die Funktion kann auch in der Weise bestimmt werden, indem man die Störung- oder Einheitsfunktion $\mathbf{1} = g(t)$ einführt, die für $t < 0$ gleich Null ist: $\mathbf{1} = 0$, aber im Augenblick $t = 0$ unendlich

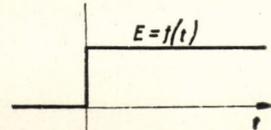


Abb. 1.3.
Die Einschaltspannung

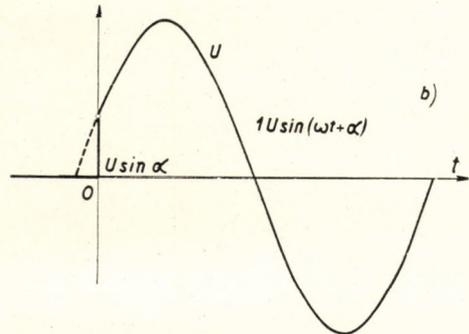
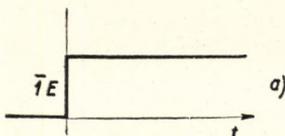


Abb. 1.4. Die Einschaltspannung bei a) Gleichstrom und b) Wechselstrom

schnell auf $\mathbf{1} = 1$ emporschnellt und für $t > 0$ als $\mathbf{1} = 1$ konstant bleibt. Ganz gleich, ob mit der Einheitsfunktion eine Gleich- oder Wechselspannung multipliziert wird, erhält man den Verlauf der Einschaltspannung (Abb. 1.4a und b). Man wird sich also der Multiplikation mit Funktion $\mathbf{1}$ in Fällen

bedienen, in denen irgendeine plötzliche Wirkung (z. B. Einschalten einer Spannung oder eine plötzliche Momentenänderung) im Augenblick $t = 0$ erfolgt, durch welche ein derartiger Übergangsvorgang eingeleitet wird, daß dessen Anfangsbedingungen zum Zeitpunkt $t = 0$ gleich Null sind.

Bei dieser Schreibweise wird Gleichung (1.13) folgende Form annehmen:

$$i = \frac{\mathbf{1}E}{R + pL}. \quad (1.13')$$

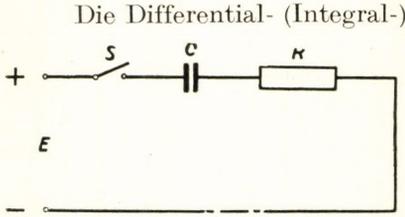


Abb. 1.5.

Das Einschalten eines R,C-Stromkreises

Die Differential- (Integral-) Gleichung des in Abb. 1.5 wiedergegebenen, aus Wirkwiderstand R und Kondensator mit Kapazität C bestehenden Stromkreises läßt sich in ähnlicher Operatorform anschreiben. Da wir auch hier einem Fall gegenüberstehen, in dem mit Schalter S ein spannungs- und stromfreier Stromkreis eingeschaltet wird, sind die Anfangsbedingungen alle gleich Null. Die Summe der an den Kondensator- klemmen und am Wirkwiderstand meßbaren Spannungen ist nach Einschalten stets gleich E . Die Differential- (Integral-) Gleichung lautet:

$$E = iR + \frac{1}{C} \int i dt \quad (1.15)$$

oder in Operatorform:

$$\mathbf{1}E = iR + i \frac{1}{pC} = i \left(R + \frac{1}{pC} \right);$$

aus letzterer wird:

$$i = \frac{\mathbf{1}E}{R + \frac{1}{pC}} \quad (1.16)$$

oder in geänderter Form geschrieben:

$$i = \frac{\mathbf{1}E}{R} \frac{p}{p + \frac{1}{RC}}.$$

Wird diese transformierte Funktion der Gl. (1.6) gemäß in eine Zeitfunktion t zurücktransformiert, so bekommt man folgendes gut bekanntes Ergebnis:

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (1.17)$$

1.102.3. Operatorimpedanz

Nach Anschreiben der Operatorgleichungen (transformierten Gleichungen) für induktive bzw. kapazitive Elemente enthaltende Stromkreise wird die Operatorgleichung des Stromkreises R, L, C aufgestellt. Die diesbezügliche Schaltung geht aus Abb. 1.6 hervor. Der Ausdruck für den Strom war gemäß den bisherigen in Operatorform:

$$i = \frac{1E}{R + pL + \frac{1}{pC}} \quad (1.18)$$

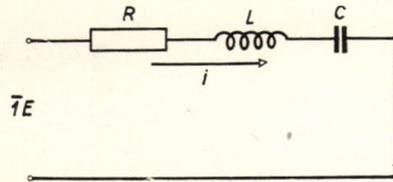


Abb. 1.6. R,L,C-Stromkreis

Werden die Beziehungen (1.13'), (1.16) und (1.18) geprüft, so kann man jene gemeinsame Eigenschaft feststellen, daß sämtliche Gleichungen in der Form

$$1E = i Z(p) \quad \text{bzw.} \quad i = \frac{1E}{Z(p)}$$

geschrieben werden können, wobei $Z(p)$ der Reihe nach

$$Z(p) = R + pL, \quad Z(p) = R + \frac{1}{pC}, \quad Z(p) = R + pL + \frac{1}{pC}$$

sein wird. Für die Übergangsvorgänge kann $Z(p)$ als eine Übergangsimpedanz aufgefaßt werden, mit welcher man nach den Regeln des Ohmschen Gesetzes für Gleichstrom rechnen darf, nur muß man bei Induktivität stets

pL und bei Kapazität $\frac{1}{pC}$ schreiben. Eigentlich fällt dem beim Ohmschen

Gesetz für quasistationäre Wechselströme verwendeten Operator $j\omega$ eine ähnliche Rolle zu wie bei den Übergangsvorgängen dem Operator p . Der Wechselstromwiderstand des in Abb. 1.6 dargestellten Stromkreises beträgt

in der Theorie der Wechselströme $Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$, mit dem ebenfalls

nach den Regeln des Ohmschen Gesetzes für Gleichstrom zu rechnen ist.

Wird in die Formel der Operatorimpedanz $p = 0$ eingesetzt, so ist durch $Z(0)$ der für Gleichstrom gültige resultierende Endwiderstand geliefert. Die Induktivitäten bedeuten dabei einen Kurzschluß, nachdem die Induktivitäten bei Gleichstrom wirkwiderstandsfrei vorausgesetzt waren ($0 L = 0$); die Kapazitäten hingegen bedeuten einen unendlich großen Widerstand, eine Unter-

brechung $\left(\frac{1}{0C} = \infty\right)$. Da bei den Schaltvorgängen im Endzustand keine Veränderung mehr vorliegt, ist es verständlich, daß der $t = \infty$ zugeordnete Wert $p = 0$ ist.

Mit dem Einsetzen von $p = \infty$ bekommt man jenen resultierenden Widerstand, der den plötzlichen Änderungen entspricht. Dies kommt z. B. bei der Zuschaltung gemäß Einheitsfunktion im Zeitpunkt $t = 0$ vor. Die Ströme müssen im ersten Augenblick gleich Null bleiben, der Widerstand der Induktivität erscheint also als unendlich groß ($\infty L = \infty$). Bei den Kapazitäten bleiben im ersten Augenblick sowohl die Ladung als auch die Spannung an den Klemmen der Kapazität gleich Null, die sich demnach als ein Kurz-

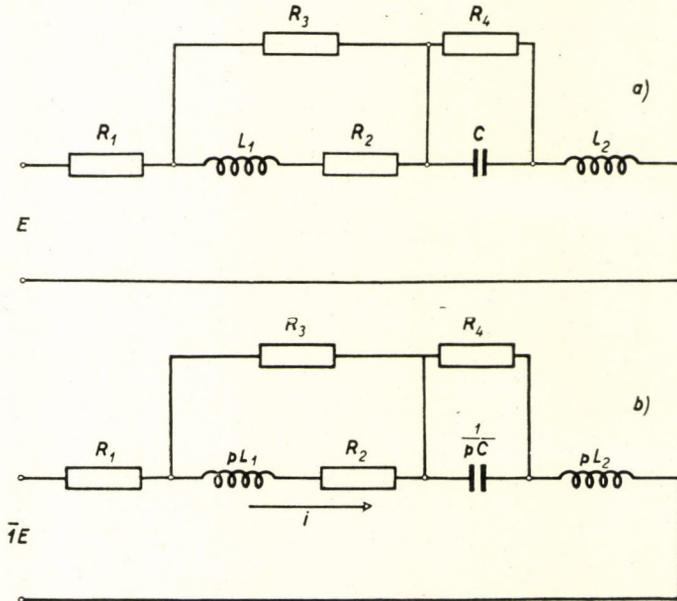


Abb. 1.7. Zusammengesetzter Stromkreis: a) die Glieder des Stromkreises; b) Operatorimpedanzen

schluß $\left(\frac{1}{\infty C} = 0\right)$ verhalten. Die zum Zeitpunkt $t = 0$ angenommenen Werte der Zeitfunktionen werden also durch die $p = \infty$ zugeordneten Werte der Operatorimpedanz bestimmt.

Durch Ausdehnung des Ohmschen Gesetzes auf Übergangsvorgänge bei Anwendung der Operatorform wird leicht ermöglicht, die Operatorgleichung sofort aufzuschreiben, durch welche die Einschaltvorgänge von Widerstandsgruppen mit verwickelten Schaltschemas beschrieben werden. Man soll lediglich zum Wirkwiderstand in der Schaltskizze: R , zu der Induktivität: pL und zu der Kapazität: $\frac{1}{pC}$ eintragen und danach mit diesen Größen genau so rechnen wie bei den Gleichstromkreisen. In Abb. 1.7a ist ein zusammengesetzter Stromkreis, in Abb. 1.7b derselbe Stromkreis beim Einschalten an Spannung $\bar{1}E$ dargestellt. Anhand der Abbildung kann — auch den resultierenden Widerstand der parallel geschalteten Abzweigungen

nach dem Ohmschen Gesetz als Gleichstrom gerechnet — der Wert der resultierenden Übergangsimpedanz und damit auch die Operatorform der die Einschaltvorgänge beschreibenden Differentialgleichung sofort eingetragen werden. Auf Grund von Schema *b* in Abb. 1.7 gilt nämlich:

$$Z(p) = R_1 + \frac{(R_2 + pL_1)R_3}{R_2 + R_3 + pL_1} + \frac{\frac{R_4}{pC}}{R_4 + \frac{1}{pC}} + pL_2.$$

Wurden in der Gleichung die Berechnungen durchgeführt, so erhält man für $Z(p)$ einen Ausdruck von Form:

$$Z(p) = \frac{b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + b_3 p^3}{a_0 + a_1 p + a_2 p^2} \quad (1.19)$$

und für den Strom

$$i = \mathbf{1}E \frac{a_0 + a_1 p + a_2 p^2}{b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + b_3 p^3}. \quad (1.20)$$

Die Übergangsvorgänge in sehr verwickelten Widerstandssystemen können in Operatorform einfach ausgedrückt werden, wobei gleichzeitig das Ohmsche Gesetz auf die Übergangsvorgänge ausgedehnt wird. Unsere Aufgabe ist nun, die Funktion p , deren Form dem Zusammenhang (1.20) ähnlich ist, unmittelbar in Form einer Zeitfunktion t aufzuschreiben. Statt des Zusammenhanges (1.20) können wir ganz allgemein jene Bruchfunktion aufschreiben, welche in Zähler und Nenner aus nach den Exponenten von p geordneten Polynomen besteht. Demnach ergibt sich in der allgemeinsten Form:

$$i = \mathbf{1}E \frac{a_m p^m + a_{m-1} p^{m-1} + \dots + a_0}{b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \dots + b_0} = \mathbf{1}E \frac{S(p)}{N(p)}. \quad (1.21)$$

Die Transformierung der in Gleichung (1.21) vorkommenden Funktion p in Funktion t geschieht mit Anwendung des Entwicklungssatzes.

1.103. Der Entwicklungssatz

Es wird angenommen, daß $n \geq m$; ist m größer als n , so muß die Division durchgeführt werden, wobei man die Glieder der allgemeinen Form cp^k außerhalb der Bruchfunktion weglassen kann, weil dieser bei $t = 0$ eine unendlich große Änderung entspricht, was keine physikalische Bedeutung hat und sich in Wirklichkeit ein solcher Zustand gar nicht schaffen läßt. Als Beispiel sei die Operatorgleichung angeführt, indem die Spannung

$\mathbf{1}E$ an einen Kondensator ohne Ohmschen Widerstand angeschlossen wird, $\mathbf{1}E = \frac{i}{pC}$ und $i = \mathbf{1}E p C$ ist; im Augenblick $t = 0$ wird p unendlich groß, und daher ergibt sich auch i als unendlich groß, was physikalisch unmöglich ist. Die Operatorform von Differentialgleichungen, welche die Einschaltvorgänge solcher Stromkreise beschreiben, die auch Wirkwiderstände enthalten, liefern für die Bruchfunktion, die aus den im Ausdruck für i vorkommenden Polynomen besteht, in sämtlichen Fällen $m \leq n$.

Danach soll die in (1.21) vorkommende Bruchfunktion in partielle Brüche zerlegt werden. Zu diesem Zweck bestimmen wir die Wurzeln des im Nenner stehenden Polynoms n -ten Grades und setzen voraus, daß n voneinander und von Null verschiedene Wurzeln besitzt. Diese sind: p_1, p_2, \dots, p_n . Laut Regeln der Zerlegung in partielle Brüche erhält man aus (1.21):

$$i = \mathbf{1}E \frac{S(p)}{N(p)} = \mathbf{1}E \left[\frac{A_1}{p - p_1} + \frac{A_2}{p - p_2} + \dots + \frac{A_n}{p - p_n} \right], \quad (1.22)$$

wobei auf Grund des aus der algebraischen Analyse bekannten Zusammenhanges

$$A_1 = \frac{S(p_1)}{N'(p_1)}, \quad A_2 = \frac{S(p_2)}{N'(p_2)}; \quad \dots \quad A_n = \frac{S(p_n)}{N'(p_n)}$$

gilt. Aus Gleichung (1.7) ist aber bekannt, daß $\frac{\mathbf{1} a}{p + a} = \mathbf{1} - e^{-at}$, d. h. die einzelnen Glieder wie folgt geschrieben werden können:

$$\begin{aligned} \mathbf{1} \frac{A_1}{p - p_1} &= - (1 - e^{p_1 t}) \frac{A_1}{p_1}, \\ \mathbf{1} \frac{A_2}{p - p_2} &= - (1 - e^{p_2 t}) \frac{A_2}{p_2}, \\ &\dots \dots \dots \\ \mathbf{1} \frac{A_n}{p - p_n} &= - (1 - e^{p_n t}) \frac{A_n}{p_n}. \end{aligned}$$

Werden diese Ausdrücke sowie obige Werte von A_1, A_2, \dots, A_n in Gleichung (1.22) eingesetzt, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} i = E \left[\frac{S(p_1) e^{p_1 t}}{p_1 N'(p_1)} + \frac{S(p_2) e^{p_2 t}}{p_2 N'(p_2)} + \dots + \frac{S(p_n) e^{p_n t}}{p_n N'(p_n)} \right] - \\ - \left[\frac{A_1}{p_1} + \frac{A_2}{p_2} + \dots + \frac{A_n}{p_n} \right]. \end{aligned} \quad (1.23)$$

Nachdem aber in Gleichung (1.23)

$$-\left[\frac{A_1}{p_1} + \frac{A_2}{p_2} + \dots + \frac{A_n}{p_n} \right] = \frac{S(0)}{N(0)}$$

steht, wovon man sich leicht überzeugen kann, indem man in Gleichung (1.22) $p = 0$ setzt, bekommt man den Entwicklungssatz, laut welchem

$$i = E \left[\frac{S(0)}{N(0)} + \sum_{k=1}^{k=n} \frac{S(p_k) e^{p_k t}}{p_k N'(p_k)} \right] \quad (1.24)$$

ist. Ist also die den Einschaltvorgang beschreibende Operatorbruchfunktion bekannt, so läßt sich daraus die uns interessierende Funktion t mit einfachen algebraischen Rechnungen unmittelbar aufschreiben.

Die Werte des anfänglichen und des stetig gewordenen Stromes können auch ohne Anschreiben des Entwicklungssatzes erhalten werden.

Werden die tatsächlichen Stromkreise nicht vereinfacht — der Wirkwiderstand also von keinem einzigen Zweig vernachlässigt —, so sind die Wurzeln des Nenners stets negative Zahlen oder Komplexzahlen mit negativem reellem Teil. Das bedeutet, daß Glieder, in denen $e^{p_k t}$ enthalten ist, abklingend sind und bei $t = \infty$ gleich Null werden. Die stetig gewordene Stromstärke ($t = \infty$) ist demnach so erhältlich, daß in die Operatorform $p = 0$ eingesetzt wird:

$$i(\infty) = [F(t)]_{t=\infty} = [f(p)]_{p=0} = E \frac{S(0)}{N(0)}. \quad (1.24a)$$

Will man hingegen den Anfangswert der Stromstärke ($t = 0$) bekommen, so hat man in die Operatorform $p = \infty$ einzusetzen [Gleichung (1.22)].

Die Glieder der Form $\frac{A_k}{p - p_k}$ werden mit Einsetzen von $p = \infty$ gleich Null, die zugeordneten Zeitfunktionen $-(1 - e^{p_k t}) \frac{A_k}{p_k}$ liefern bei $t = 0$ ebenfalls Null. Daher ist die Anfangsstromstärke $E A_0$, was mit dem für $p = \infty$ angenommenen Wert der Operatorform gleich ist. Somit gilt also:

$$i(0) = [F(t)]_{t=0} = [f(p)]_{p=\infty}. \quad (1.24b)$$

Der Entwicklungssatz kann in der Form (1.24) nicht angewendet werden, falls unter den Wurzeln des Nenners auch mehrfache Wurzeln vorkommen. Ist z. B. $p_i = p_{i+1} = \dots = p_{i+\lambda-1}$, d. h. stellt p_i die λ -fache Wurzel des Nenners dar, so kann bewiesen werden, daß für die Stellen: $i, i+1, \dots, i+\lambda-1$ folgende Summe zu setzen ist:

$$e^{p_i t} \left[\frac{F^{(\lambda-1)}}{(\lambda-1)!} + \frac{F^{(\lambda-2)}}{(\lambda-2)!} t + \frac{F^{(\lambda-3)}}{(\lambda-3)!} t^2 + \dots + \frac{F}{(\lambda-1)!} t^{\lambda-1} \right] \quad (1.24c)$$

wobei

$$F(p) = \frac{S(p)}{p G(p)}.$$

$F^{(\lambda-k)}$ bedeutet die $(\lambda-k)$ -te Ableitung der Funktion $F(p)$ an der Stelle $p = p_i$ und

$$G(p) = \frac{N(p)}{(p - p_i)^2}.$$

Dieser Zusammenhang ist auch dann anzuwenden, wenn $p = 0$ die einfache Wurzel des Nenners ist.

Im folgenden wird die Anwendung des Entwicklungssatzes anhand einiger Beispiele erklärt.

1.103.1. Gleichung eines Schwingungskreises

An den in Abb. 1.6 gezeigten aus Wirkwiderstand, Induktivität und Kapazität bestehenden Stromkreis wird die Spannung $\mathbf{1}E$ gelegt.

Gleichung (1.18) gemäß gilt:

$$\mathbf{1}E = i \left[R + pL + \frac{1}{pC} \right]; \quad i = \mathbf{1}E \frac{1}{R + pL + \frac{1}{pC}};$$

werden Zähler und Nenner mit pC multipliziert, so wird:

$$i = \mathbf{1}E \frac{pC}{p^2 LC + pRC + 1},$$

woraus man

$$i = \frac{\mathbf{1}E}{L} \frac{p}{p^2 + p \frac{R}{L} + \frac{1}{LC}} \quad (1.25)$$

erhält.

Führen wir die Bezeichnungen

$$\frac{R}{L} = 2\varrho; \quad \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$$

ein, dann geht Gleichung (1.25) in folgenden Zusammenhang über:

$$i = \frac{\mathbf{1}E}{L} \frac{p}{p^2 + 2\varrho p + \omega_0^2}. \quad (1.26)$$

Wenden wir nun für Gleichung (1.26) den Entwicklungssatz an. Laut (1.21) gilt, daß

$$S(p) = p; N(p) = p^2 + 2\varrho p + \omega_0^2.$$

Die Wurzeln der Gleichung $N(p) = p^2 + 2\varrho p + \omega_0^2 = 0$ sind:

$$p_1 = -\varrho + \sqrt{\varrho^2 - \omega_0^2} \quad \text{und} \quad p_2 = -\varrho - \sqrt{\varrho^2 - \omega_0^2};$$

a) gilt $\varrho^2 > \omega_0^2$, so sind zwei reelle Wurzeln vorhanden; b) bei $\varrho^2 < \omega_0^2$ sind zwei konjugierte Komplexwurzeln erhältlich. Untersuchen wir zunächst den Fall b), so können die Wurzeln wie folgt angeschrieben werden:

$$p_1 = -\varrho + j\sqrt{\omega_0^2 - \varrho^2} = -\varrho + j\omega \quad \text{und} \quad p_2 = -\varrho - j\omega,$$

wobei $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \varrho^2}$ ist.

Zur Anwendung des Entwicklungssatzes werden nachstehende Werte benötigt:

$$a) S(0) = 0, \quad \text{es ist also} \quad \frac{S(0)}{N(0)} = 0;$$

$$b) N'(p) = 2p + 2\varrho = 2(p + \varrho);$$

$$c) S(p_1) = -\varrho + j\omega \quad \text{und} \quad S(p_2) = -\varrho - j\omega;$$

$$d) N'(p_1) = 2(-\varrho + j\omega + \varrho) = 2j\omega;$$

$$\text{und} \quad N'(p_2) = 2(-\varrho - j\omega + \varrho) = -2j\omega.$$

Nach Einsetzen dieser Werte in den Entwicklungssatz gewinnt man:

$$i = \frac{E}{L} \left[\frac{(-\varrho + j\omega) e^{(-\varrho + j\omega)t}}{(-\varrho + j\omega) 2j\omega} + \frac{(-\varrho - j\omega) e^{(-\varrho - j\omega)t}}{(-\varrho - j\omega) (-2j\omega)} \right],$$

woraus schließlich folgt:

$$i = \frac{E}{\omega L} e^{-\frac{R}{2L}t} \sin \omega t, \quad (1.27)$$

was die bekannte Gleichung des gedämpften, periodisch abklingenden Einschaltvorganges ist.

Ist $\varrho > \omega_0$, d. h. $\frac{R}{2L} > \frac{1}{\sqrt{LC}}$, so gilt

$$i = \frac{E}{\Omega L} e^{-\frac{R}{2L}t} \text{sh } \Omega t, \quad (1.28)$$

wobei

$$\Omega = \sqrt{\varrho^2 - \omega_0^2} = \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}.$$

Diese Beziehung stellt die Gleichung des gedämpften, aperiodisch abklingenden Einschaltvorganges dar. Bei $\varrho = \omega_0$ kommt in Gleichung (1.27)

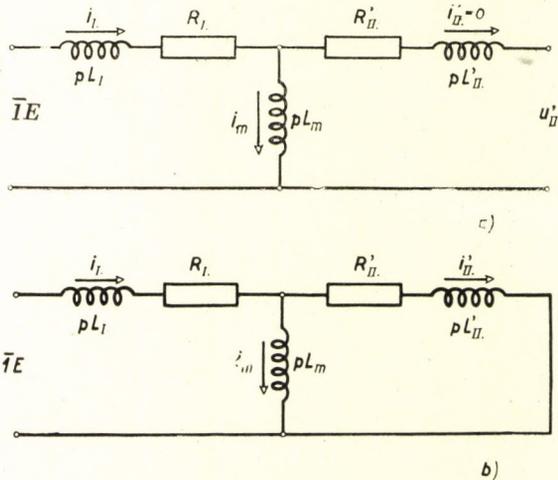


Abb. 1.8. Das Einschalten eines Transformators an Gleichspannung: a) mit offenen, b) mit geschlossenen Sekundärklemmen

$\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\sin \omega t}{\omega}$ vor, was bekannterweise gleich t ist. Für den Fall $\varrho = \omega_0$ ist also

$$i = \frac{E}{L} t e^{-\frac{R}{2L} t}. \quad (1.29)$$

Nachdem die Exponentialfunktion schneller abnimmt, als die Linearfunktion anwächst, tritt auch in diesem Fall eine aperiodische Dämpfung ein.

1.103.2. Das Einschalten des Transformators an eine Gleichspannung

Die praktische Bedeutung dieses Beispiels zeigt sich hauptsächlich bei der Messung des Wirkwiderstandes größerer Transformatoren.

Die Operatorrechnung ermöglicht, von der aus der Wechselstromtheorie gut bekannten Ersatzschaltung des Transformators auszugehen. Die Ersatzschaltung des an der Primärseite auf Spannung $\bar{I}E$ angeschlossenen Transformators ist in Abb. 1.8a und b veranschaulicht. L_I und L'_{II} bedeuten die primäre und sekundäre Streuinduktivität, R_I und R'_{II} die primären und sekundären Wirkwiderstände, L_m die gegenseitige Induktivität. Die mit

Strich bezeichneten Sekundärwerte wurden in der bekannten Weise auf die Primärseite umgerechnet. Es werden zwei Fälle untersucht:

a) Beim Einschalten von $\mathbf{1E}$ steht die Sekundärseite offen (Abb. 1.8a).

b) Beim Einschalten von $\mathbf{1E}$ ist die Sekundärseite kurzgeschlossen (Abb. 1.8b).

Der Einfachheit halber nehme man an, daß $R_1 = R'_{11} = R$ und $L_1 = L'_{11} = L_l$.

a) Für die offene Sekundärseite können die Operatorgleichung und deren Lösung sogleich geschrieben werden:

$$i_1 = i_m = \frac{\mathbf{1E}}{R + p(L_l + L_m)} \quad (1.30)$$

und über t :

$$i_m = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L_l + L_m} t} \right). \quad (1.31)$$

Nachdem der Wert L_m bei Eisenkerntransformatoren im Verhältnis zu R sehr groß ist, wird die Zeitkonstante $T_0 = \frac{L_l + L_m}{R}$ ebenfalls groß sein. Es ist eine bekannte Tatsache, daß man beim Messen von Transformatorwiderständen lange warten muß, bis sich der stationäre Zustand einstellt. Man stellt immer einen scheinbar größeren Wirkwiderstand fest, als der tatsächliche ist, solange sich die Stromstärke ändert. Kurz gesagt, Gleichung (1.31) gilt auch für den Verlauf des im Eisenkern veränderlichen Flusses, und die Widerstandsmessung wird unrichtig sein, solange noch eine Flußänderung stattfindet.

Prüfen wir nun die an den offenen Sekundärklemmen auftretende Spannung.

Für die Sekundärspannung gilt auf der Ersatzschaltung:

$$u_{11} = \frac{di_1}{dt} L_m = \frac{E}{R} \frac{RL_m}{L_l + L_m} e^{-\frac{R}{L_l + L_m} t},$$

woraus sich schließlich die Gleichung

$$u_{11} = E \frac{L_m}{L_l + L_m} e^{-\frac{R}{L_l + L_m} t}, \quad (1.32)$$

ergibt.

Gemäß (1.32) ist die Spannung u_{11} im Augenblick $t = 0$ annähernd der Primärspannung gleich ($L_m \gg L_l$). Ist die Windungszahlübersetzung groß, so kann diese Spannung im Einschalt Augenblick unangenehm hohe Werte annehmen. Man muß darauf achten, daß beim Einschalten einer Gleichspannung an der Seite mit kleiner Windungszahl nicht an den Ausführungen auf der Seite mit großer Windungszahl gearbeitet wird.

Der Gedanke tauchte schon des öfteren auf, ob man kein günstigeres Ergebnis erzielen könnte, wenn bei der Widerstandsmessung die andere Seite kurzgeschlossen wäre. Untersuchen wir auch diesen Fall.

b) Unter Zugrundelegung der Ersatzschaltung wird der resultierende Widerstand von der Primärseite aus gesehen:

$$Z = R + pL_l + \frac{(R + pL_l)pL_m}{R + p(L_l + L_m)}$$

sein, oder etwas umgestaltet:

$$Z = \frac{(R + pL_l)[R + p(L_l + 2L_m)]}{R + p(L_l + L_m)}$$

und

$$i_1 = \mathbf{1}E \frac{R + p(L_l + L_m)}{(R + pL_l)[R + p(L_l + 2L_m)]}. \quad (1.33)$$

In Gleichung (1.33) wird die Multiplikation im Nenner nicht durchgeführt, weil die beiden Wurzeln auf diese Art sofort gesondert erhältlich sind. Wenden wir den Entwicklungssatz an:

$$\left. \begin{aligned} S(p) &= p(L_l + L_m) + R, \\ N(p) &= (pL_l + R)[p(L_l + 2L_m) + R], \end{aligned} \right\} \quad (1.34)$$

$$S(0) = R; \quad N(0) = R^2; \quad \frac{S(0)}{N(0)} = \frac{1}{R};$$

$$p_1 = -\frac{R}{L_l}; \quad p_2 = -\frac{R}{L_l + 2L_m};$$

$$S(p_1) = -R\frac{L_m}{L_l}; \quad S(p_2) = R\frac{L_m}{L_l + 2L_m};$$

$$N'(p_1) = -2RL_m; \quad N'(p_2) = 2RL_m,$$

$$i_1 = E \left[\frac{1}{R} + \frac{-R\frac{L_m}{L_l}e^{-\frac{R}{L_l}t}}{\frac{R}{L_l}2RL_m} + \frac{R\frac{L_m}{L_l + 2L_m}e^{-\frac{R}{L_l + 2L_m}t}}{-\frac{R}{L_l + 2L_m}2RL_m} \right],$$

woraus man die Gleichung

$$i_1 = \frac{E}{R} \left(1 - \frac{1}{2} e^{-\frac{R}{L_l} t} - \frac{1}{2} e^{-\frac{R}{L_l + 2L_m} t} \right) \quad (1.35)$$

gewinnt.

Werden die sich gemäß Gleichung (1.35) ändernden Ströme dargestellt, so erhält man die in Abb. 1.9 gezeigten Kurven: der Strom i_1 setzt sich aus zwei Teilen zusammen (i_1' und i_1''). Der eine Teil hat seinen Ausgangspunkt bei Null und nähert sich asymptotisch der Stromstärke $\frac{E}{2R}$,

die Zeitkonstante $T_b = \frac{L_l}{R}$ dieser Exponentialkurve ist klein.

Diese Stromkomponente erreicht rasch den stationären Wert. Die andere Komponente des Stromes i_1 nimmt ihren Anfang bei Null und die Zeitkonstante

$T_a = \frac{L_l + 2L_m}{R}$ ist sehr groß und

nähert sich einer exponentiellen Kurve gemäß der Stromstärke $\frac{E}{2R}$. Der resultierende Strom ergibt sich als die Summe dieser beiden Teilströme. Wie ersichtlich, steigt zwar die Stromstärke i_1 anfänglich steiler an als bei Messung mit offener Sekundärseite, erreicht jedoch den stationären Zustand erst später, weil die Zeit-

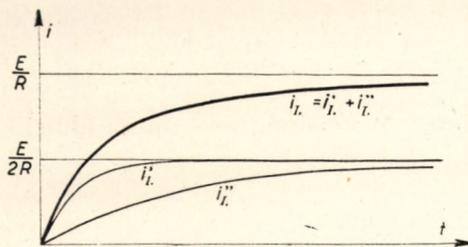


Abb. 1.9. Der Primärstrom eines kurzgeschlossenen Transformators nach dem Anschluß an Gleichspannung

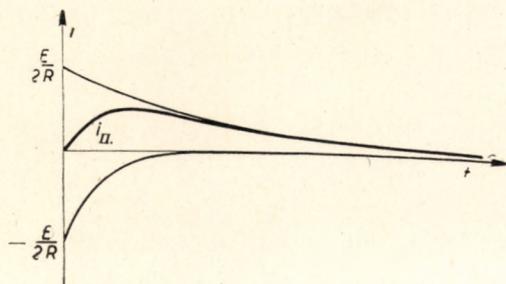


Abb. 1.10. Der Sekundärstrom eines kurzgeschlossenen Transformators nach dem Anschluß an Gleichspannung

konstante $T_a = \frac{L_l + 2L_m}{R}$ die Stromstärke bei kurzgeschlossener Sekundärseite nur langsamer stetig werden läßt. Es ist demnach allgemein nicht

richtig, die Sekundärseite eines Transformators bei Widerstandsmessungen kurzzuschließen.

Diese Erscheinung wird besonders klar, wenn man den Wert des sich mit der Änderung des im Eisenkern entstehenden Flusses gleichzeitig verändernden Stromes i_m bestimmt. Hierzu wird zunächst der Sekundärstrom i_{11} für kurzgeschlossene Sekundärseite berechnet. Aus der Ersatzschaltung (Abb. 1.8) folgt, daß $i_{11} = i_1 \frac{pL_m}{R + pL_l + pL_m}$. Deshalb wird mit Berücksichtigung von (1.33):

$$i_{11} = \mathbf{1}E \frac{pL_m}{(R + pL_l) [R + p(L_l + 2L_m)]}. \quad (1.36)$$

Unter Anwendung des Entwicklungssatzes gilt:

$$S(p) = pL_m; \quad S(0) = 0,$$

$$S(p_1) = -\frac{R}{L_l} L_m; \quad S(p_2) = -\frac{R}{L_l + 2L_m} L_m,$$

wobei die übrigen Faktoren mit den bei der Berechnung von i_1 erhaltenen Ergebnissen übereinstimmen.

Demnach besteht folgender Zusammenhang:

$$i_{11} = E \left[\frac{-\frac{R}{L_l} L_m e^{-\frac{R}{L_l} t}}{-\frac{R}{L_l} (-2RL_m)} + \frac{-\frac{R}{L_l + 2L_m} L_m e^{-\frac{R}{L_l + 2L_m} t}}{-\frac{R}{L_l + 2L_m} 2RL_m} \right],$$

woraus sich

$$i_{11} = \frac{E}{R} \left[-\frac{1}{2} e^{-\frac{R}{L_l} t} + \frac{1}{2} e^{-\frac{R}{L_l + 2L_m} t} \right] \quad (1.37)$$

ergibt.

Aus Gleichung (1.37) geht hervor, daß sich auch i_{11} aus zwei Teilen zusammensetzt (Abb. 1.10). Der erste Teil beginnt bei $-\frac{E}{2R}$ und nähert

sich mit einer kleinen Zeitkonstante $T_b = \frac{L_l}{R}$ rasch zu Null. Der zweite Teil

fängt bei der Stromstärke $+\frac{E}{2R}$ an und erreicht erst nach langer Zeitspanne

mit einer großen Zeitkonstante $T_a = \frac{L_l + 2L_m}{R}$ den stationären Zustand

($i_{II} = 0$). Der Verlauf von i_{II} wird durch die Summe der beiden Teilströme geliefert.

Zur Berechnung von i_m wird auf Grund der Ersatzschaltung laut Abb. 1.8b die Beziehung $i_m = i_I - i_{II}$ verwendet. Es gilt also aus (1.35) und (1.37):

$$i_m = \frac{E}{R} \left[1 - \frac{1}{2} e^{-\frac{R}{L_I} t} - \frac{1}{2} e^{-\frac{R}{L_I + 2L_m} t} + \frac{1}{2} e^{-\frac{R}{L_I} t} - \frac{1}{2} e^{-\frac{R}{L_I + 2L_m} t} \right],$$

woraus sich

$$i_m = \frac{E}{R} \left[1 - e^{-\frac{R}{L_I + 2L_m} t} \right] \quad (1.38)$$

ergibt.

Während also beim Transformator mit offenen Sekundärwicklungen der Eisenkernfluß nach Anlegen der Primärspannung $\mathbf{1}E$ gemäß der Zeitkonstante $T_0 = \frac{L_I + L_m}{R}$ zunimmt, ändert sich der Eisenkernfluß im Fall eines Transformators mit kurzgeschlossener Sekundärseite gemäß $T_a = \frac{L_I + 2L_m}{R}$. Da bei Eisenkerntransformatoren $L_m \gg L_I$, wird also $T_a \approx 2T_0$. Die Eisenkernflußänderung findet bei kurzgeschlossenen Sekundärwicklungen bedeutend langsamer statt.

Im vorherigen Beispiel wurde ein Fall untersucht, bei dem die Wirk- und Blindwiderstände von Primär- und Sekundärwicklungen nach der Umrechnung auf die Übersetzung von 1 : 1 miteinander übereinstimmen. Der allgemeine Fall wird in Verbindung mit den Asynchronmotoren eingehender geprüft werden (s. Abschnitt 12.20). Hier sei nur soviel erwähnt, daß die Zeitkonstanten bei kurzgeschlossenen Sekundärklemmen mit guter Annäherung folgende sind:

$$T_a \approx T_{I,0} + T_{II,0} = \frac{L_m + L_I}{R_I} + \frac{L_m + L'_{II}}{R'_{II}}$$

$$T_b = \frac{L_I + L'_{II}}{R_I + R'_{II}}.$$

1.104. Verallgemeinerung des Begriffes der Zeitkonstante

1.104.1. Die resultierende Zeitkonstante

Im obigen wurde das Einschalten des kurzgeschlossenen Transformators behandelt. Man konnte sehen, daß die Stromstärken sich mehreren Zeitkonstanten gemäß ändern. Oft wird — besonders in der Regelungstechnik — die Forderung gestellt, die Schaltvorgänge mit einer einzigen Zeitkonstante

zu kennzeichnen, die zum Ausdruck bringt, wie lange eine ganz bestimmte Abweichung zwischen dem Endzustand und dem Momentanwert noch besteht. Man pflegt eine derartige Verallgemeinerung der Zeitkonstante wie folgt zu definieren.

Die Zeitfunktion der Stromstärke besitzt im einfachen Stromkreis mit einer Zeitkonstante die Form von

$$i(t) = C_1 + C_2 e^{-\frac{t}{T}}.$$

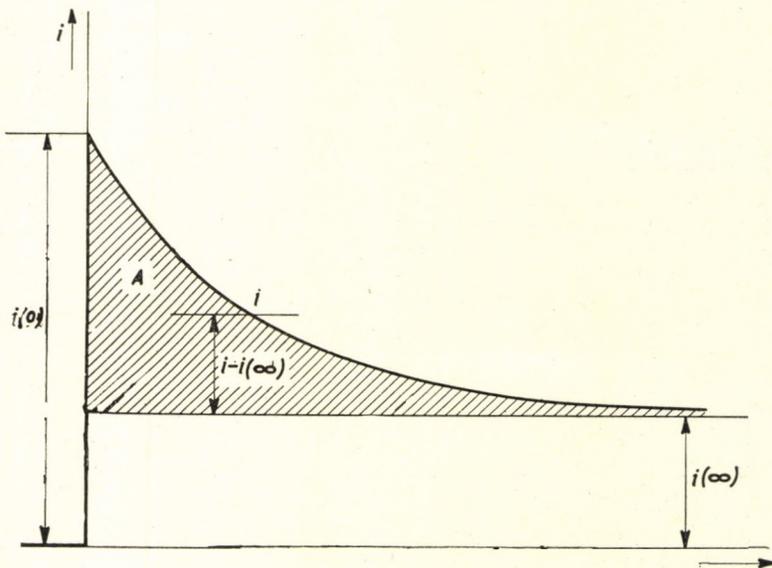


Abb. 1.11. Die Bestimmung der resultierenden Zeitkonstante. Der Stromverlauf im einfachen Stromkreis

Ist $t = 0$, so gilt, daß $i(0) = C_1 + C_2$, beträgt hingegen $t = \infty$, so wird $i(\infty) = C_1$ sein. Durch diese Gleichungen lassen sich C_1 und C_2 ausdrücken und somit wird:

$$i(t) = i(\infty) + [i(0) - i(\infty)] e^{-\frac{t}{T}}$$

Das Stromdiagramm wurde in Abb. 1.11 veranschaulicht. Bestimmen wir nun die Fläche A der Abweichung $i - i(\infty)$ (die Abweichung des Momentanwertes vom Endzustand) mit Bezugnahme auf obige Gleichung:

$$A = \int_0^{\infty} [i - i(\infty)] dt = [i(0) - i(\infty)] T.$$

Ist die Fläche A bekannt, so läßt sich die Zeitkonstante T wie folgt berechnen:

$$T = \frac{\int_0^{\infty} [i - i(\infty)] dt}{i(0) - i(\infty)} = \frac{A}{i(0) - i(\infty)}. \quad (1.39)$$

Bei Stromkreisen mit mehreren Zeitkonstanten wird durch diesen Zusammenhang die Grundlage geschaffen, um den Begriff der »resultierenden« Zeitkonstante einführen zu können. Die Definition ist natürlich nur dann möglich, wenn $i(0)$ und $i(\infty)$ ungleich sind. Die Definition der resultierenden Zeitkonstante könnte auch eine andere sein, so z. B. auch jene Zeit, in welcher die Abweichung von dem Endwert auf das $1/e$ -fache (auf 36,8 v. H.) abnimmt. Am zweckmäßigsten ist aber die Darlegung gemäß Formel (1.39), weil die Zeitkonstante auf diese Weise selbst in verwickelten Stromkreisen ziemlich einfach berechenbar und auch ihr Begriff anschaulich ist.

Kennt man z. B. die Laplace-Transformierte $f(p)$ der beim Einschalten der Einheitsfunktion entstehenden Stromstärke $i(t)$, so gestaltet sich die Berechnung unter Zugrundelegung von (1.39) wie folgt:

$$\begin{aligned} \text{gemäß (1.24a)} \quad i(\infty) &= f(0), \\ \text{gemäß (1.24b)} \quad i(0) &= f(\infty). \end{aligned}$$

Die Laplace-Transformierte des Integrals ist mit Division durch p erhältlich, es gilt also:

$$\mathcal{L} \left[\int_0^t [i - i(\infty)] dt \right] = \frac{1}{p} [f(p) - f(0)].$$

Nachdem die Integration bis $t = \infty$ vorzunehmen ist, muß in obigen Ausdruck $p = 0$ gesetzt bzw. der Grenzübergang $p \rightarrow 0$ gebildet werden. Mithin wird die resultierende Zeitkonstante gemäß (1.39):

$$T = \frac{\lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p} [f(p) - f(0)]}{f(\infty) - f(0)} \quad (1.40)$$

sein. Der Zähler ist eigentlich der Wert des Differentialquotienten $f'(p)$ an der Stelle $p = 0$, aber in den praktischen Berechnungen ist die Form (1.40) meistens günstiger.

Es ergibt sich für T ein einfacher Zusammenhang, falls $f(p)$ folgende Form besitzt:

$$f(p) = \frac{a_m p^m + \dots + a_1 p + a_0}{b_n p^n + \dots + b_1 p + b_0} \quad (1.40a)$$

und $m < n$ ist. In diesem Fall ist:

$$f(\infty) = 0; \quad f(0) = \frac{a_0}{b_0}.$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p} [f(p) - f(0)] = \frac{a_1 b_0 - a_0 b_1}{b_0^2};$$

die resultierende Zeitkonstante gemäß (1.40) wird also

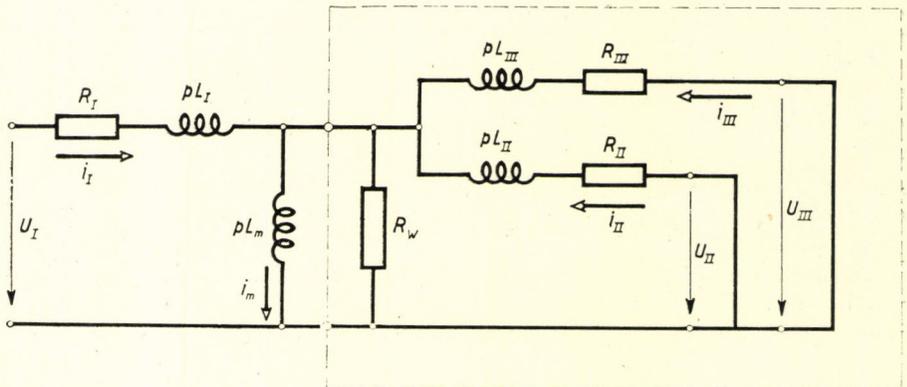
$$T = \frac{b_1}{b_0} - \frac{a_1}{a_0} \quad (1.40b)$$

sein.

1.104.2. Die resultierende Zeitkonstante von Transformatoren

Vom Gesichtspunkt der Übergangsvorgänge in Wechselstrommaschinen ist die Untersuchung der Vorgänge in Transformatoren am wichtigsten, weil die Ersatzschaltung sowohl der Asynchron- als auch der Synchronmaschinen auf die der Transformatoren zurückgeführt werden kann. In diesem Punkt wird der Verallgemeinerung halber die resultierende Zeitkonstante von Transformatoren mit mehreren Wicklungen bestimmt. Die Ersatzschaltung eines Dreiwicklungstransformators wurde nach Abb. 1.12a sofort für Operatorimpedanzen eingetragen.

Zur Bestimmung der resultierenden Zeitkonstante wird ein Beispiel angeführt, bei dem an die Primärklemmen die Gleichspannung $U_I = \mathbf{1}E$ gelegt wurde, wobei die Sekundär- sowie Tertiärklemmen kurzgeschlossen sind. In diesem Fall sind die Anfangswerte von sämtlichen Strömen gleich Null, weil sich die Ströme wegen der Induktivitäten nicht sprunghaft ändern können. Im Endzustand ($t = \infty$) fließt nur in der Primärwicklung Strom,



a)

Abb. 1.12a. Die Ersatzschaltung des Dreiwicklungstransformators

$i_1(\infty) = i_m(\infty) = \frac{E}{R_1}$, nachdem der Transformator an Gleichspannung geschaltet wurde. Auch hieraus ist ersichtlich, daß die resultierende Zeitkonstante der Definition laut Gleichung (1.39) nur für Primärstrom und Magnetisierungsstrom einen Sinn hat, weil sowohl der stationäre Wert als auch die Anfangswerte von Sekundär- und Tertiärstrom gleich Null sind.

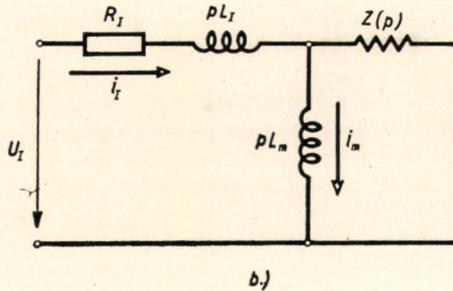


Abb. 1.12b. Die vereinfachte Ersatzschaltung des Dreiwicklungstransformators

Die resultierende Zeitkonstante des Primärstromes kann auch ohne Operatorrechnung leicht errechnet werden. Es soll die Spannungsgleichung der Primärwicklung aufgeschrieben werden:

$$U_I = i_1 R_1 + \frac{d\Psi_I}{dt}$$

Hier bedeutet Ψ_I den gesamten Windungsfluß, enthält also sowohl den Streuungsfluß als auch den Hauptfluß der Primärwicklung. Die Primärspannung läßt sich durch den Endwert des Primärstromes ausdrücken: $U_I = E = i_1(\infty)R_1$. Somit gilt:

$$i_1 - i_1(\infty) = -\frac{1}{R_1} \frac{d\Psi_I}{dt}$$

und

$$\int_0^{\infty} [i_1 - i_1(\infty)] dt = \frac{\Psi_I(0) - \Psi_I(\infty)}{R_1}$$

Dabei ist hier $\Psi_I(0) = 0$, weil sich der Fluß nicht sprunghaft ändern kann, $\Psi_I(\infty) = i_1(\infty)[L_1 + L_m]$, da im Endzustand nur in der Primärwicklung Strom fließt. Deshalb ist die resultierende Zeitkonstante des Primärstromes gemäß (1.39):

$$T = \frac{L_1 + L_m}{R_1} = T_{1,0} \tag{1.41}$$

Es ist interessant, daß dies nur von den Daten des Primärkreises abhängt. So z. B. ist es ganz gleichgültig, ob die Sekundär- und Tertiärwicklungen offen oder kurzgeschlossen waren. Im Abschnitt 1.103.2 wurde das Einschalten des Zweiwicklungstransformators an Gleichspannung zuerst mit offenen Sekundärklemmen, sodann mit kurzgeschlossener Sekundärwicklung untersucht. Der Primärstromverlauf wurde für beide Fälle in Abb. 1.13 eingetragen. Der Strom ändert sich im Leerlauf gemäß einer Zeitkonstante, die selbstverständlich mit der resultierenden Zeitkonstante übereinstimmt. Die Primär-

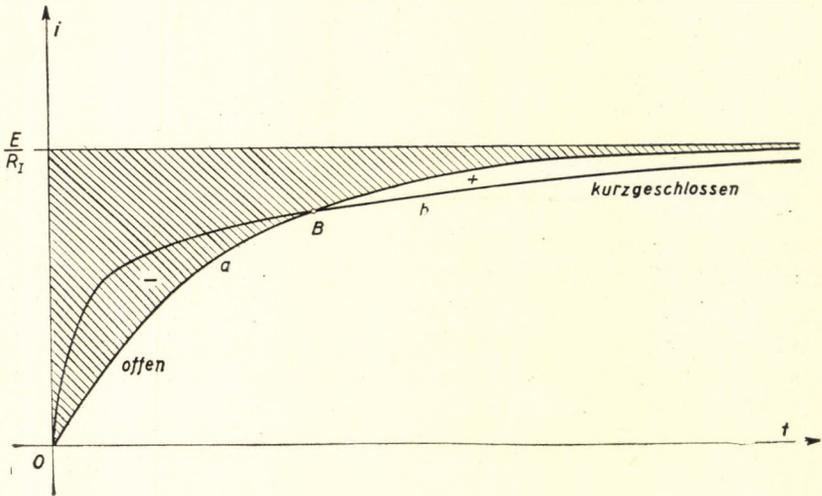


Abb. 1.13. Der Primärstromverlauf des Zweiwicklungstransformators, wenn dieser an Gleichspannung gelegt wird. Kurve a) die Sekundärwicklung ist offen, Kurve b) die Sekundärwicklung wurde kurzgeschlossen

stromänderung erfolgt im Kurzschluß mit zwei Zeitkonstanten, der Strom nimmt anfangs schneller, sodann langsamer zu als bei Leerlauf. Da die resultierende Zeitkonstante auch diesmal genau so groß ist wie bei offenen Sekundärklemmen, wird in beiden Fällen die Fläche zwischen Stromkurve und Endwert gleich groß sein. Die zwischen den Punkten 0 und B erhaltene Flächenabnahme muß der Flächenzunahme zwischen den Punkten B und $t = \infty$ analog sein.

Zur Bestimmung der resultierenden Zeitkonstante des Magnetisierungsstromes wird die resultierende Operatorimpedanz des in Abb. 1.12a mit gestrichelter Linie umgrenzten Abschnittes als $Z(p)$ bezeichnet. So gewinnt man Abb. 1.12b. Bestimmen wir die Laplace-Transformierte des Magnetisierungsstromes aus dieser Schaltung.

Der Primärstrom ist mit Division durch die resultierende Gesamtimpedanz erhältlich:

$$i_1 = \frac{E}{R_1 + pL_1 + \frac{Z(p)pL_m}{Z(p) + pL_m}}$$

Hieraus ist der Magnetisierungsstrom zu gewinnen, wenn man i_1 unter den parallelen Zweigen pL_m und $Z(p)$ im umgekehrten Verhältnis zu den Impedanzen aufteilt:

$$i_m = i_1 \frac{Z(p)}{Z(p) + pL_m}.$$

Mit Einsetzen von i_1 erhält man nach Ordnen die Operatorform von i_m :

$$i_m = f(p) = E \frac{Z(p)}{pL_m [Z(p) + R_1 + pL_1] + Z(p) [R_1 + pL_1]}.$$

Die resultierende Zeitkonstante des Magnetisierungsstromes wird mit Gleichung (1.40) berechnet. Dabei ist $f(\infty) = i_m(0) = 0$, weil der Magnetisierungsstrom sich nicht sprunghaft ändern kann. $f(0) = i_m(\infty) = \frac{E}{R_1}$ ist der stationäre Strom. Nach durchgeführten Berechnungen ergibt sich für die resultierende Zeitkonstante des Magnetisierungsstromes nachstehende Gleichung:

$$T_m = \frac{L_1 + L_m}{R_1} + \frac{L_m}{Z(0)}. \quad (1.42)$$

Das erste Glied ist die Primärzeitkonstante des Transformators: bei offenen Sekundärklemmen $T_{1,0}$. Unter Einfluß der Sekundär- und Tertiärkreise erhöht sich die Zeitkonstante des Magnetisierungsstromes (also des Hauptflusses) um $\frac{L_m}{Z(0)}$. Hier bedeutet $Z(0)$ den für $p = 0$ angenommenen Wert der Impedanz $Z(p)$, d. h. den für Gleichstrom gültigen resultierenden Wirkwiderstand. Gemäß Abb. 1.12a und 1.12b kommen bei Gleichstrom drei parallel geschaltete Widerstände vor, daher ist

$$\frac{1}{Z(0)} = \frac{1}{R_w} + \frac{1}{R_{II}} + \frac{1}{R_{III}},$$

und somit wird

$$\frac{L_m}{Z(0)} = \frac{L_m}{R_w} + \frac{L_m}{R_{II}} + \frac{L_m}{R_{III}}.$$

Die dem Hauptfluß entsprechende Induktivität L_n ist viel größer als die Streuinduktivitäten. Daher läßt sich mit sehr guter Näherung anschreiben, daß:

$$T_m \approx \frac{L_1 + L_m}{R_1} + \frac{L_m}{R_w} + \frac{L_{II} + L_m}{R_{II}} + \frac{L_{III} + L_m}{R_{III}}.$$

Die einzelnen Glieder bedeuten je eine Leerlaufzeitkonstante. (Zeitkonstanten in Fällen, wenn die beiden anderen Wicklungen immer offen sind.) Die resultierende Zeitkonstante des Magnetisierungsstromes, d. h. des Hauptflusses, ist also gleich der Summe der Leerlaufzeitkonstanten der einzelnen kurzgeschlossenen Wicklungen (die Primärwicklung ist über das Netz auch kurzgeschlossen).

$$T_m \approx T_{I,0} + T_{w,0} + T_{II,0} + T_{III,0}. \quad (1.43)$$

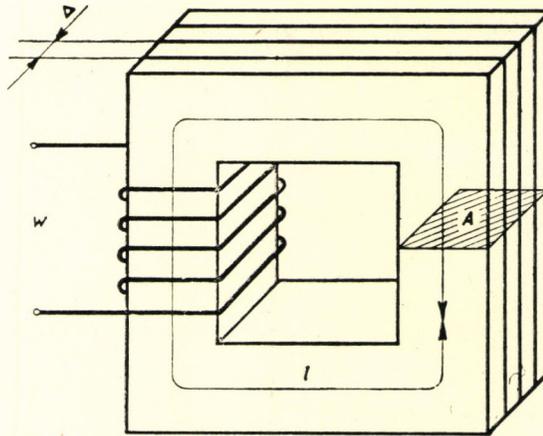


Abb. 1.14. Lamellierter Transformator-Eisenkörper zur Berücksichtigung des Einflusses der Wirbelströme

Durch $T_{w,0}$ wird die dämpfende Wirkung der im Eisen auftretenden Wirbelströme gezeigt. Es kann nachgewiesen werden, daß der die Wirbelströme berücksichtigende Wirkwiderstand bei lamelliertem Eisenkörper wie folgt berechnet werden kann (Abb. 1.14):

$$R_w = \frac{12 \rho_{Fe} A w^2}{\Delta^2 l}, \quad (1.44)$$

wobei w die Windungszahl jener Wicklung ist, auf welche der Widerstand umgerechnet wurde, ρ_{Fe} bedeutet den spezifischen Widerstand des Eisens, Δ die Blechstärke und A den Eisenquerschnitt. Bei den üblichen Transformator-Abmessungen kann $T_{w,0}$ neben den übrigen Zeitkonstanten vernachlässigt werden. Für 50 Hz besitzt nämlich der Kotangens des Leerlaufstromphasenwinkels φ_0 die Größenordnung von 0,1. Wird der Wirbelstromverlust auf 30 v. H. des Gesamteisenverlustes geschätzt, so ist $\frac{X_m}{R_w} \approx 0,1 \cdot 0,3$, also

wird $\frac{L_m}{R_w} \approx \frac{0,03}{314} \approx 0,0001$ Sek. sein. Die Zeitkonstante einer beliebigen

Wicklung kann folgendermaßen schätzungsweise angenommen werden. Bei einem Transformator von 40 MVA ist z. B. der Magnetisierungsstrom etwa 2,5 v. H., demnach beträgt $\frac{X_m}{R_w} \approx 4000$ v. H. Der Kupferverlust beläuft sich auf etwa 0,7 v. H., hiervon entfällt etwa die Hälfte auf eine Wicklung, also $R \approx 0,35$ v. H. Die Leerlaufzeitkonstante einer Wicklung ist also etwa $\frac{4000}{0,35 \cdot 314} \approx 35$ Sek. Bei einem Transformator von 100 KVA ist die Zeit-

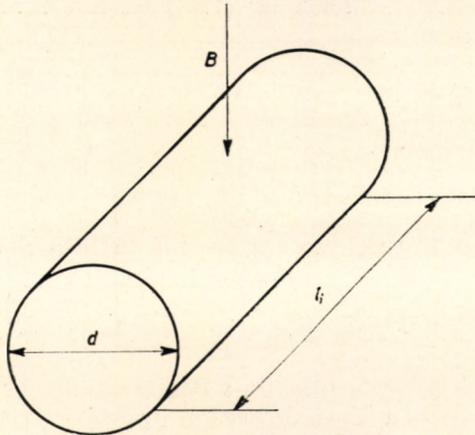


Abb. 1.15. Massiver Eisenzylinder zur Berücksichtigung der Wirbelströme

konstante von der Größenordnung von 4 Sek. Die Wirbelstromverluste sind nur dann von großer Bedeutung, wenn der Eisenkern nicht lamelliert ist. In diesem Fall ist die Gleichung (1.44) zwar nicht gültig, kann aber für die Schätzung der Größenordnung Anwendung finden.

Ist beispielsweise der Eisenkern in Abb. 1.14 nicht lamelliert, sondern besitzt einen massiven Kreisquerschnitt mit Durchmesser d , so kann die durch die Wirbelströme hervorgerufene Zunahme der Hauptflußzeitkonstante unter Zugrundelegung von (1.44) in der Weise berechnet werden, daß an

Stelle der Blechstärke Δ der Wert $d \sqrt{\frac{3}{8}} = 0,613d$ gesetzt wird. Somit ergibt sich, daß

$$R_w = \frac{12 \rho_{Fe} \frac{d^2 \pi}{4} w^2}{\frac{3}{8} d^2 l} = \frac{8\pi \rho_{Fe} w^2}{l} \quad (1.45)$$

Bei zweipoligen Synchronmaschinen mit massivem Läufer wird der Läufer von diesem Gesichtspunkt mit einem glatten Zylinder angenähert.

Sodann beträgt der auf eine Phase reduzierte Ständerwicklungswiderstand R_w mit Bezeichnungen der Abb. 1.15:

$$R_w = \frac{48}{\pi} \frac{\rho_{Fe} l_i}{d^2} w^2 \xi^2. \quad (1.46)$$

Hätte man in diesem Fall die Gleichung (1.44) mit den Einsetzungen $A = d l_i$, $\Delta = d$, $l = d$ angewendet, so hätte sich die Konstante der Gl. (1.46) anstatt $\frac{48}{\pi} = 15,3$ zu 12 ergeben. Gleichung (1.46) ist nur für sehr lange Zylinder gültig.

Die Erscheinung, wonach durch die kurzgeschlossene Sekundärwicklung die Zeitkonstante des Hauptflusses vergrößert wird, wird auch zur Verzögerung von Relais verwendet.

1.105. Anwendung des Entwicklungssatzes auf das Einschalten von Wechselspannung

Bisher wurden solche Übergangsvorgänge behandelt, bei denen an die Stromkreise mit den Schaltelementen R , L und C plötzlich ein Gleichstrom von Spannung E geschaltet wurde. Bei Beschreibung der Vorgänge fanden die nach der Laplaceschen Transformation transformierten bzw. in Operatorform aufgeschriebenen Gleichungen und deren Lösungen mittels des Entwicklungssatzes Anwendung. Im folgenden werden die in der Starkstromtechnik am häufigsten vorkommenden Fälle der plötzlichen Einschaltung von sinusförmig wechselnden Spannungen besprochen. Deshalb soll vorerst der Entwicklungssatz für diese Einschaltvorgänge verallgemeinert werden.

Man geht am einfachsten auf die Art vor, daß in der Grundgleichung, laut welcher

$$i = \mathbf{1} E \frac{S(p)}{N(p)} \quad (1.22a)$$

ist, E durch die periodisch wechselnde Größe $U e^{j(\omega t + \alpha)}$ bzw. durch deren Operatorform ersetzt wird. Aus dem Ausdruck $U e^{j(\omega t + \alpha)}$ betrachten wir als Momentwert der Spannung den imaginären (sinusförmig veränderlichen) Teil der Komplexzahl:

$$U e^{j(\omega t + \alpha)} = U [\cos(\omega t + \alpha) + j \sin(\omega t + \alpha)].$$

Der Verlauf der Einschaltspannung ist aus Abb. 1.4b ersichtlich. Die Spannung beträgt dem Charakter der Funktion $\mathbf{1}$ entsprechend im Fall $t < 0$ Null, schnell aber im Augenblick $t = 0$ unendlich rasch auf den Wert $U \sin \alpha$ hoch und folgt von da ab mit konstanter Amplitude U dem Sinusgesetz.

Falls auch noch berücksichtigt wird, daß der Beziehung (1.6) gemäß $\mathcal{L}[e^{j\omega t}] = \frac{1}{p - j\omega}$, so gilt

$$\mathbf{1}E = \mathbf{1}U \frac{P}{p - j\omega} e^{j\alpha} \quad (1.47)$$

und mit dem Einsetzen obiger Gleichung in (1.22a) geht diese in die Operatorgleichung

$$i = \mathbf{1}U e^{j\alpha} \frac{pS(p)}{(p - j\omega)N(p)} \quad (1.48)$$

über.

Es wird für Gleichung (1.48) der Entwicklungssatz (1.24) angewendet. Führen wir hierzu folgende Bezeichnungen ein:

$$\left. \begin{aligned} pS(p) &= s(p), \\ (p - j\omega)N(p) &= n(p). \end{aligned} \right\} \quad (1.49)$$

Gemäß Entwicklungssatz wird

$$i = U e^{j\alpha} \left[\frac{s(0)}{n(0)} + \sum_{k=0}^{k=n} \frac{s(p_k) e^{p_k t}}{p_k n'(p_k)} \right],$$

aber $s(0) = 0$, d. h. $\frac{s(0)}{n(0)} = 0$.

Die eine Wurzel der Gleichung $n(p) = 0 = (p - j\omega)N(p)$ ist $p_0 = j\omega$; die übrigen $p_1, p_2, \dots, p_k, \dots, p_n$.

$$n'(p) = \frac{d[(p - j\omega)N(p)]}{dp} = N(p) + (p - j\omega)N'(p). \quad (1.50)$$

Nachdem aber

$$\left. \begin{aligned} p_0 - j\omega = 0 \text{ und } N(p_k) = 0, \\ k = 1, \dots, n, \end{aligned} \right\} \quad (1.51)$$

wird

$$n'(p_0) = n'(j\omega) = N(j\omega)$$

und

$$n'(p_k) = (p_k - j\omega)N'(p_k).$$

Setzen wir die Zusammenhänge (1.51) in die Gleichung des Entwicklungssatzes ein und schreiben die zu p_0 sowie zu p_k gehörigen Glieder ($k = 1, 2, \dots, n$) gesondert auf, so gewinnen wir nachstehendes Ergebnis:

$$i = U e^{j\alpha} \left[\frac{S(j\omega)}{N(j\omega)} e^{j\omega t} + \sum_{k=1}^{k=n} \frac{S(p_k) e^{p_k t}}{(p_k - j\omega) N'(p_k)} \right]. \quad (1.52)$$

Durch Gleichung (1.52) wird die Verallgemeinerung des Entwicklungssatzes für das plötzliche Auftreten sinusförmig veränderlicher Wirkungen gegeben.

1.105.1. Das Einschalten eines aus Induktivität und Ohmschem Widerstand bestehenden Stromkreises an Wechselspannung

Als erstes Beispiel wird der in Abb. 1.1 veranschaulichte Stromkreis plötzlich an die Spannung $U e^{j(\omega t + \alpha)}$ geschaltet. Die Anwendung des verallgemeinerten Entwicklungssatzes bedingt im untersuchten Stromkreis die Funktion $\frac{S(p)}{N(p)}$, deren Wert der Gleichung (1.13) entnommen werden kann. Es läßt sich demnach aufschreiben, daß

$$\frac{S(p)}{N(p)} = \frac{1}{R + pL}. \quad (1.53)$$

Bei Berücksichtigung des verallgemeinerten Entwicklungssatzes (1.52) wird mit

$$p_1 = -\frac{R}{L}, \quad \frac{S(j\omega)}{N(j\omega)} = \frac{1}{R + j\omega L} \quad \text{und} \quad N'(p_1) = L$$

$$i = U e^{j\alpha} \left[\frac{e^{j\omega t}}{R + j\omega L} + \frac{e^{-\frac{R}{L}t}}{\left[-\frac{R}{L} - j\omega \right] L} \right],$$

oder

$$i = \frac{U}{R + j\omega L} \left[e^{j(\omega t + \alpha)} - e^{-\frac{R}{L}t} e^{j\alpha} \right]. \quad (1.54)$$

Setzen wir wie üblich für $\mathbf{Z} = R + j\omega L = \mathbf{Z} e^{j\varphi}$, wobei

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R} = \frac{X}{R}$$

ist, dann nimmt Beziehung (1.54) folgende Form an:

$$\mathbf{i} = \frac{U}{Z} \left[e^{j(\omega t + a - \varphi)} - e^{-\frac{R}{L}t} e^{j(a - \varphi)} \right]. \quad (1.55)$$

Beachtet man außerdem, daß der imaginäre Teil der mit der Potenz von e gegebenen Komplexzahl als Momentanwert betrachtet wird, so besteht für diesen:

$$i = \frac{U}{Z} \left[\sin(\omega t + a - \varphi) - \sin(a - \varphi) e^{-\frac{R}{L}t} \right]. \quad (1.56)$$

Aus dem Zusammenhang (1.56) geht deutlich hervor, daß sich der Strom beim plötzlichen Einschalten eines aus Induktivität und Ohmschem Widerstand bestehenden Stromkreises an sinusförmig wechselnde Spannung aus zwei Komponenten zusammensetzt. Die erste Komponente ist

$$i' = \frac{U}{Z} \sin(\omega t + a - \varphi)$$

der Momentanwert des mit der konstanten größten Amplitude $\frac{U}{Z} = I$ sinusförmig wechselnden Stromes. Dieser Strom wird nach Abklingen des Übergangsvorganges im Stromkreis zu beobachten sein. Die zweite Stromkomponente ist

$$i'' = -\frac{U}{Z} \sin(a - \varphi) e^{-\frac{R}{L}t},$$

der laut der Zeitkonstante $\frac{L}{R}$ abnehmende, sog. freie Gleichstrom, dessen

Größe von a , d. h. von der Spannungsphase im Augenblick des Einschaltens abhängig ist. Laut Gleichung (1.56) ist die Bedingung, wonach im Augenblick $t = 0$ der Strom sich nicht sprunghaft ändert, stets erfüllt und daher wird der Wert des freien Gleichstromes i'' im Einschaltmoment genauso groß sein wie der zu i' gehörende Momentanwert des Wechselstromes. Erfolgte das Einschalten bei der Spannungsphase $a = \varphi$, so wäre der Momentanwert des Wechselstromes ohnehin gleich Null, es erscheint also kein freier Gleichstrom. Ist hingegen die Spannungsphase im Einschaltmoment $a = \varphi + 90^\circ$, so besitzt der Momentanwert des Wechselstromes den Höchstwert $i' = I$. In Wechselstromkreisen kann der Wirkwiderstand im Verhältnis zum Blindwiderstand ($\varphi \approx 90^\circ$) in der Praxis vernachlässigt werden, wobei der Zusammenhang (1.56) in folgende Form übergeht:

$$i \approx \frac{U}{X} \left[\cos a e^{-\frac{R}{L}t} - \cos(\omega t + a) \right]. \quad (1.57)$$

Der Stromverlauf wurde für $a = 60^\circ$ in Abb. 1.16 eingetragen.

Zusammenfassend kann erklärt werden, daß bei den Einschaltvorgängen von Wechselströmen ein im allgemeinen von der Schaltphase der Spannung abhängiger freier Gleichstrom entsteht, der in Abhängigkeit von den Wirk- und Blindwiderständen des Stromkreises schneller oder langsamer bis zu Null gedämpft wird. Dem freien Gleichstrom fällt bei den Übergangsvorgängen der elektrischen Maschinen eine bedeutende Rolle zu.

Der Übergangstrom beginnt mit dem Wert Null und verläuft, auf die Abszissenachse bezogen, infolge des freien Gleichstromes asymmetrisch. Er geht erst nach dem Verschwinden des freien Gleichstromes in den stationären

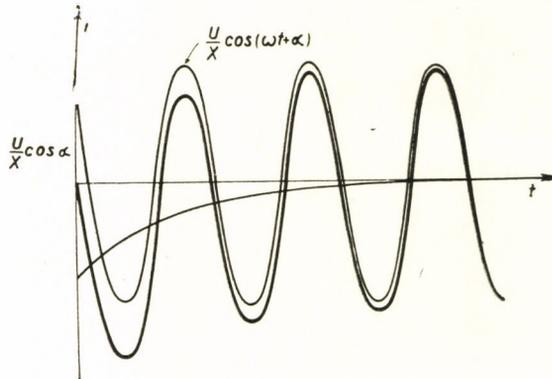


Abb. 1.16. Der Einschaltstrom eines R,L-Stromkreises mit kleinem Wirkwiderstand bei Wechselspannung

Zustand über und verläuft nach dem Sinusgesetz schon symmetrisch. Der Übergangstrom erreicht den höchstmöglichen asymmetrischen Wert — unter Vernachlässigung des Wirkwiderstandes —, wenn die Einschaltung bei $\alpha = 0$ erfolgt, d. h. falls diese sich im Augenblick des Spannungsnullüberganges vollzieht. In diesem Fall hat der Strom seinen Höchstwert ungefähr bei der Phase $\omega t = \pi$.

Dann gilt

$$i_{\max} = \frac{U}{X} \left[1 + e^{-\frac{R\pi}{\omega L}} \right] = \frac{U}{X} \left[1 + e^{-\frac{R\pi}{X}} \right]; \quad (1.58)$$

ist z. B. $\frac{R}{X} = 0,1$, so wird

$$i_{\max} = \frac{U}{X} (1 + e^{-0,314}) = 1,73 \frac{U}{X} = 1,73 I$$

sein.

Im angenommenen Beispiel wird der Stromhöchstwert während des Übergangsvorganges rund 175 v. H. der stationären Stromamplitude. Bei praktischen Berechnungen pflügt man den Stromhöchstwert auf das 1,8-

fache des stationären Wechselstromhöchstwertes zu setzen. Ist die Spannungsphase $\alpha = 90^\circ$, d. h. erfolgt das Einschalten im Augenblick des Spannungsmaximums, so stellt sich sofort der konstante Wechselstrom ein.

1.105.2. Plötzliches Einschalten des an der Sekundärseite kurzgeschlossenen Transformators an sinusförmig wechselnde Spannung

Als zweites Beispiel soll das plötzliche Einschalten des an seiner Sekundärseite kurzgeschlossenen Transformators betrachtet werden. Dieser Aufgabe fällt hauptsächlich bei den Untersuchungen der Übergangsvorgänge von Asynchronmotoren eine Bedeutung zu. Beim Einschalten des dreiphasigen Kurzschlußläufer-Asynchronmotors an ein Netz mit sinusförmiger Wechselspannung kann man nämlich — solange der Läufer noch stillsteht — dieselben Vorgänge beobachten wie beim Transformator. Zur Anwendung des allgemeinen Entwicklungssatzes werden auch diesmal die Funktionen $S(p)$ und $N(p)$ benötigt, welche bei der Einschaltung des an seiner Sekundärseite kurzgeschlossenen Transformators (Abb. 1.8) an Gleichspannung schon bestimmt wurden. Gemäß Gleichung (1.33) gilt nämlich, daß

$$\frac{S(p)}{N(p)} = \frac{R + p(L_l + L_m)}{(R + pL_l)[R + p(L_l + 2L_m)]} \quad (1.59)$$

Es wird also auch hierbei angenommen, daß die primären und sekundären Wirkwiderstände bzw. Streuinduktivitäten untereinander gleich sind ($R_I = R_{II} = R$ bzw. $L_I = L'_{II} = L_l$).

Wenden wir nunmehr den allgemeinen Entwicklungssatz an. Demnach kann mit Anwendung der auf Seite 34 im Entwicklungssatz vorkommenden verschiedenen Werte angeschrieben werden, daß

$$\begin{aligned} i = U e^{ja} & \left[\frac{R + j\omega(L_l + L_m)}{(R + j\omega L_l)[R + j\omega(L_l + 2L_m)]} e^{j\omega t} + \right. \\ & \left. + \frac{-\frac{R}{L_l} L_m e^{-\frac{R}{L_l} t}}{\left(-\frac{R}{L_l} - j\omega\right)(-2RL_m)} + \frac{R \frac{L_m}{L_l + 2L_m} e^{-\frac{R}{L_l + 2L_m} t}}{\left(-\frac{R}{L_l + 2L_m} - j\omega\right) 2RL_m} \right] \end{aligned}$$

Nach Durchführung der Rechnungen und mit Vernachlässigung der Wirkwiderstände, ausgenommen die in den Exponenten stehenden R -Werte, sowie beim Einsetzen von $R + j\omega L_l \approx jX_l$ bzw. $j\omega L_m = jX_m$ gelangen

wir zu :

$$\mathbf{i} = U \left[\frac{X_l + X_m}{X_l(X_l + 2X_m)} e^{j(\omega t + a - \frac{\pi}{2})} - \left(e^{-\frac{R}{L_l}t} + \frac{X_l}{X_l + 2X_m} e^{-\frac{R}{L_l + 2L_m}t} \right) \frac{e^{j(a - \frac{\pi}{2})}}{2X_l} \right]. \quad (1.60)$$

Geht man auch hierbei von dem Komplexwert auf den Momentanwert über, so wird:

$$i = -U \frac{X_l + X_m}{X_l(X_l + 2X_m)} \cos(\omega t + a) + \frac{U \cos a}{2X_l} \left(e^{-\frac{R\omega}{X_l}t} + \frac{X_l}{X_l + 2X_m} e^{-\frac{R\omega}{X_l + 2X_m}t} \right) \quad (1.61)$$

sein und wir können uns beim Einsetzen von $t = 0$ überzeugen, daß der Ausgangspunkt gemäß (1.61) bei $i = 0$ ist. Es wird aber im Gegensatz zum Einschalten des einfachen induktiven Stromkreises zweierlei freie Gleichströme geben. Der eine beginnt beim Höchstwert $\frac{U}{2X_l} \cos a$ und fällt ver-

hältnismäßig schnell gemäß der Zeitkonstante $\frac{L_l}{R} = T_b$ auf Null herab; der andere freie Gleichstrom nimmt seinen Anfang beim Höchstwert $\frac{U \cos a}{2(X_l + 2X_m)}$ und erfährt gemäß Zeitkonstante $\frac{L_l + 2L_m}{R} = T_a$ eine langsame Dämpfung. Vom Gesichtspunkt der Ströme ist dieser zweite freie Gleichstrom trotzdem von keiner Bedeutung, weil sein Anfangswert im Verhältnis $\frac{X_l}{X_l + 2X_m}$ kleiner ist als der Höchstwert des anderen freien Gleichstromes. Handelt es sich z. B. um einen Asynchronmotor mittlerer Größe, wobei auf Grund der Messungen $\frac{X_l}{X_m} = 0,05$, so ist das Amplitudenverhältnis der beiden freien Gleichströme

$$\frac{X_l}{X_l + 2X_m} = \frac{\frac{X_l}{X_m}}{\frac{X_l}{X_m} + 2} = \frac{0,05}{2,05} \approx 0,025.$$

Mit anderen Worten: der sich nur langsam dämpfende zweite freie Gleichstromanteil beläuft sich beim Einschalten lediglich auf etwa 2,5 v. H. des ersten Anteils. Wie später ersichtlich, spielt beim Einschaltübergangsmoment des Asynchronmotors auch dieser sich langsam dämpfende freie Gleichstrom eine bedeutende Rolle.

Der erste Teil des Ausdruckes für i bildet den Momentanwert des stationären Wechselstromes. Man kann sich hiervon leicht überzeugen, indem die Ersatzschaltung des Transformators mit den Bedingungen $R_I = R'_{II} = R = 0$ und $X_I = X'_{II} = X_I$ gezeichnet wird. Es geht aus der Abbildung hervor, daß die Eingangsreaktanz der Schaltung:

$$X_I + \frac{X_I X_m}{X_I + X_m} = \frac{X_I (X_I + 2X_m)}{X_I + X_m}$$

mit der Reaktanz übereinstimmt, durch welche im Zusammenhang (1.61) der stationäre Strom bestimmt wurde.

1.106. Einschalten von Wicklungen mit massivem Eisenkern

Die Operatorrechnung läßt sich nicht nur für die vorher besprochenen, aus konzentrierten Elementen bestehenden Stromkreise anwenden, sondern kann auch zur Untersuchung der in massiven Leitungen und in Wicklungen mit massivem Eisenkern stattfindenden Übergangsvorgänge vorteilhaft benutzt werden. Es soll beispielsweise ein Fall behandelt werden, in dem eine Wicklung mit massivem Eisenkern an Gleichspannung gelegt wird.

Man denke sich eine Wicklung mit massivem Eisenkern von Rechteckquerschnitt. Dieser soll an einer beliebigen Querschnittsstelle aufgeschnitten und in einer Ebene abgewickelt sein, womit man zum Gebilde wie in Abb. 1.17 gelangt. Die Fläche wird durch die Erregerwicklungen gleichmäßig bedeckt. Für das Verhältnis der Querschnittsseiten soll angenommen werden, daß $l_2 \gg 2y_0$. Unter diesen Bedingungen kann man die Wirbelstromverteilung in der Weise untersuchen, als ob der Eisenkern in Richtung z unendlich lang wäre, die elektrische Feldstärke wird also nur in Richtung z , die magnetische Feldstärke nur in Richtung x eine Komponente besitzen. Außerdem soll noch vorausgesetzt werden, daß die Permeabilität des Eisens konstant ist. Die Eisenkernwicklung soll im Augenblick $t = 0$ an Gleichspannung U gelegt werden. Die Verteilung des elektrischen und magnetischen Feldes im Innern des Eisenkernes kann mit den Maxwell-Gleichungen bestimmt werden. Die beiden Maxwell-Gleichungen lauten:

$$\operatorname{rot} H = \sigma E, \quad (1.62a)$$

$$\operatorname{rot} E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}. \quad (1.62b)$$

Auf Grund unserer vorherigen Feststellung ist $E = E_z$ und $H = H_x$.

Wird die Rotation der ersten Gleichung gebildet und in die zweite eingesetzt, so erhält man mit Berücksichtigung von $\operatorname{div} H = 0$, nachdem $\mu = \text{konst.}$, für die magnetische Feldstärke nachstehende Differential-

gleichung:

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} = \mu\sigma \frac{\partial H_x}{\partial t}. \quad (1.63)$$

Bilden wir nun die Laplace-Transformierte von Gl. (1.63) nach der zeitlichen Veränderlichen und bezeichnen die Laplace-Transformierten der

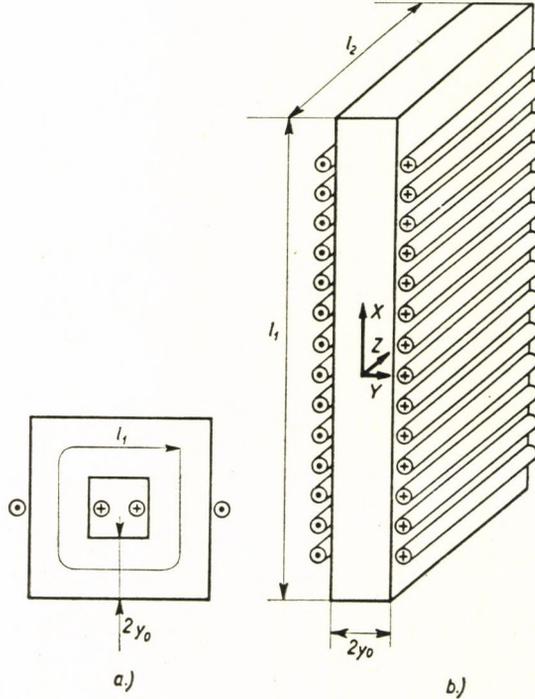


Abb. 1.17. Anordnung und Ersatz der Spule mit massivem Eisenkern von Parallelogrammquerschnitt

einzelnen Werte mit den entsprechenden kleinen Buchstaben. Ist im Augenblick $t = 0$: $H_x = 0$, so bekommt man die Laplace-Transformierte von Gl. (1.63) zu:

$$\frac{d^2 h_x}{dy^2} = p\mu\sigma h_x. \quad (1.64)$$

Bezeichnen wir die Laplace-Transformierte des in der Wicklung fließenden Stromes mit i und die Windungszahl der Wicklung mit w , so ist die Feldstärke an Stelle $y = \pm y_0$:

$$h_x(y_0) = h_x(-y_0) = \frac{iw}{l_1}. \quad (1.65)$$

Für die Lösung der Differentialgleichung (1.64), durch welche auch die Randbedingung (1.65) erfüllt wird, gilt

$$h_x = \frac{i w}{l_1} \frac{\operatorname{ch} \sqrt{p \mu \sigma} y}{\operatorname{ch} \sqrt{p \mu \sigma} y_0}. \quad (1.66)$$

Die Laplace-Transformierte des Windungsflusses ist:

$$\psi = \mu w l_2 \int_{-y_0}^{+y_0} h_x dy = i \frac{2 \mu l_2 w^2}{l_1 \sqrt{p \mu \sigma}} \operatorname{th} \sqrt{p \mu \sigma} y_0. \quad (1.67)$$

Die Operatorinduktivität der Spule:

$$L(p) = \frac{\psi}{i} = \frac{2 \mu l_2 w^2}{l_1 \sqrt{p \mu \sigma}} \operatorname{th} \sqrt{p \mu \sigma} y_0 = L_0 \frac{\operatorname{th} \sqrt{p \mu \sigma} y_0}{\sqrt{p \mu \sigma}}, \quad (1.68)$$

wobei

$$L_0 = \frac{2 \mu l_2 y_0 w^2}{l_1} \quad (1.69)$$

die Induktivität der Wicklung bei Gleichstrom bedeutet.

Die Operatorimpedanz der Wicklung beträgt mit Vernachlässigung der Streuimpedanz:

$$Z(p) = R + pL(p), \quad (1.70)$$

wobei R der Wirkwiderstand der Erregerwicklung ist.

Nachdem die Laplace-Transformierte der konstanten Spannung U ebenfalls U ist, beläuft sich der beim Einschalten auftretende Strom auf:

$$i = \frac{1U}{Z(p)} = \frac{1U}{R + pL_0 \frac{\operatorname{th} \sqrt{p \mu \sigma} y_0}{\sqrt{p \mu \sigma}}}. \quad (1.71)$$

Führen wir jetzt folgende Bezeichnungen ein:

$$T_0 = \frac{L_0}{R}; \quad T_w = \frac{\mu \sigma y_0^2}{2}; \quad K = \frac{T_0}{2T_w}.$$

Mit diesen gilt, daß:

$$i = \frac{1U}{R} \frac{\operatorname{ch} \sqrt{2T_w p}}{\operatorname{ch} \sqrt{2T_w p} + K \sqrt{2T_w p} \operatorname{sh} \sqrt{2T_w p}}. \quad (1.72)$$

Werden Zähler und Nenner von Gleichung (1.72) in Form einer Exponentialreihe aufgeschrieben, so kommen nur die ganzzahligen Potenzen von p vor. Die Funktion weist nur an den Nullstellen des Nenners eine Singularität auf. In diesem Fall kann zur Bestimmung der Zeitfunktion der Entwicklungssatz von HEAVISIDE benutzt werden. Die Nullstellen des Nenners werden durch die Wurzeln der charakteristischen Gleichung

$$-K\sqrt{2T_w p} = \operatorname{cth}\sqrt{2T_w p} \quad (1.73)$$

geliefert. Die Gleichung wird durch die imaginären Werte von $\sqrt{2T_w p}$, also durch die negativen Werte von p erfüllt. Daß die reellen Werte von $\sqrt{2T_w p}$ keine Lösungen der Gleichung (1.73) sein können, ist leicht einzusehen, wenn man überlegt, daß die Kurve $\operatorname{cth}\sqrt{2T_w p}$ durch die über $\sqrt{2T_w p}$ aufgetragene Gerade $-K\sqrt{2T_w p}$ nicht geschnitten wird. Es ist verhältnismäßig einfach zu beweisen, daß die Gl. (1.73) bei den Komplexwerten von p keine Lösung besitzt, somit gehören deren Wurzeln ausschließlich zu negativen p -Werten. Es soll daher folgende Bezeichnung eingeführt werden:

$$jv = \sqrt{2T_w p} \quad (1.74)$$

Dadurch nimmt Gleichung (1.72) nachstehende Form an:

$$i = \frac{U}{R} \frac{\cos v}{\cos v - Kv \sin v}.$$

Die charakteristische Gleichung, durch welche die Nullstellen des Nenners bestimmt werden, lautet:

$$Kv = \operatorname{ctg} v. \quad (1.75)$$

Die Gleichung hat nur einfache Wurzeln, die unter Zugrundelegung von Abb. 1.18 leicht zu bestimmen sind. Die Anzahl der Wurzeln ist unendlich. Bezeichnen wir die Wurzeln mit $v_1, v_2 \dots v_n$.

Zu jeder Wurzel gehört ein entsprechender p_n -Wert:

$$p_n = \frac{v_n^2}{2T_w}. \quad (1.76)$$

Den negativen Wurzeln ist derselbe p -Wert zugeordnet wie den entsprechenden positiven Wurzeln, mithin genügt, wenn die positiven Wurzeln der Gleichung (1.75) bestimmt werden.

Aus dem Entwicklungssatz des Stromes gewinnt man

$$I = \frac{U}{R} \left[1 + \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\cos v_n e^{p_n t}}{p_n \frac{d}{dp} [\cos v - Kv \sin v]_{p=p_n}} \right]. \quad (1.77)$$

Mit Berücksichtigung, daß

$$p_n \left[\frac{d}{dp} f(v) \right]_{p=p_n} = p_n \left[\frac{df(v)}{dv} \frac{dv}{dp} \right]_{p=p_n} = \frac{v_n}{2} \left[\frac{df(v)}{dv} \right]_{v=v_n} \quad (1.78)$$

wird

$$I = \frac{U}{R} \left[1 - 2 \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\cos v_n e^{p_n t}}{v_n [(1+K) \sin v_n + K v_n \cos v_n]} \right]. \quad (1.79)$$

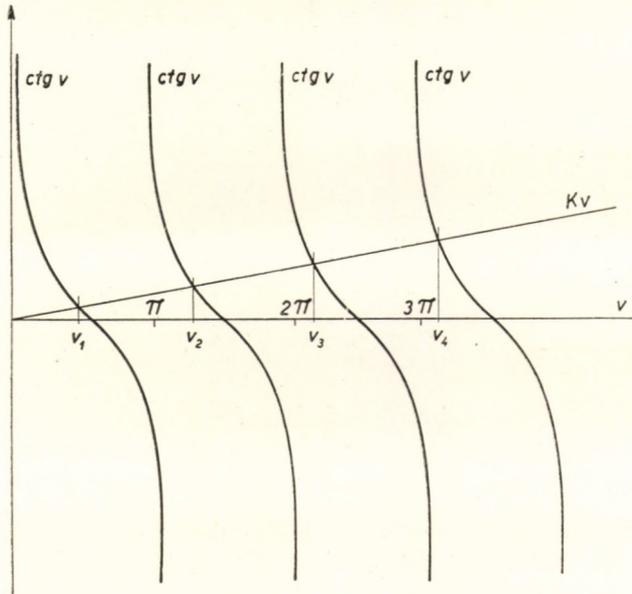


Abb. 1.18. Die Bestimmung der Wurzeln von Gleichung (1.75)

Teilen wir Zähler und Nenner des zweiten Gliedes durch $\cos v_n$ und setzen an Stelle von $\operatorname{tg} v_n$ den sich aus Gleichung (1.75) ergebenden Wert $\frac{1}{Kv_n}$, so erhält man

$$I = \frac{U}{R} \left[1 - 2K \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{e^{p_n t}}{1 + K + K^2 v_n^2} \right]. \quad (1.80)$$

Den Strom kann man also als die Summe von unendlich vielen exponentialen Gliedern zusammensetzen. Die Zeitkonstanten der exponentialen Ausdrücke sind die Kehrwerte der entsprechenden p_n -Werte. Längere Zeit nach dem Einschalten genügt es, das mit der größten Zeitkonstante abklingende

Glied zu berücksichtigen. Diese größte Zeitkonstante kann in erster Näherung auch so bestimmt werden, daß in Gleichung (1.75) $\operatorname{ctg} v$ durch die ersten Glieder der Potenzreihen von $\sin v$ und $\cos v$ ersetzt werden :

$$Kv = \operatorname{ctg} v \approx \frac{1 - \frac{v^2}{2}}{v}.$$

Hieraus bekommt man unter Berücksichtigung der Gleichung (1.76) :

$$v^2 = -2T_w p = \frac{1}{\frac{1}{2} + K} = \frac{2T_w}{T_w + T_0},$$

$$p = -\frac{1}{T_w + T_0} \quad (1.81)$$

und die Zeitkonstante ergibt sich zu :

$$T = -\frac{1}{p} = T_w + T_0. \quad (1.82)$$

Vergleicht man die beim Einschalten des Transformators erhaltenen Ergebnisse mit den jetzigen, so ist ersichtlich, daß die Wicklung mit massivem Eisenkern einem solchen Transformator entspricht, der Sekundärstromkreise mit unendlich vielen verschiedenen Zeitkonstanten besitzt, und somit ist der Strom als die Summe von unendlich vielen Gliedern mit verschiedenen Zeitkonstanten zusammzusetzen. Die größte Zeitkonstante ist annähernd die primäre Zeitkonstante (T_0) und die von den Kernabmessungen abhängige Zeitkonstante T_w , die man auch Wirbelstromzeitkonstante zu nennen pflegt.

Der Verlauf der Stromkurve ist in Abb. 1.19 dargestellt. Wird diese auf Grund von Kapitel 1.104 der Flächengleichheit gemäß durch eine einzige Exponentialkurve ersetzt, so entspricht die so bestimmte Zeitkonstante natürlich auch in diesem Fall der primären Zeitkonstante T_0 .

Die Zeitfunktionen des Flusses sowie der magnetischen und elektrischen Feldstärke können ähnlich wie vorstehend bestimmt werden.

Es ist interessant festzustellen, welche Impedanz die Wicklung mit massivem Eisenkern sich sehr schnell und sehr langsam ändernden Strömen gegenüber bedeutet. Den schnellen Änderungen entsprechen die großen Werte von p . Danach ist in Gleichung (1.68) $\operatorname{th}\sqrt{2pT_w} \approx 1$, und Gleichung (1.70) wird wie folgt lauten:

$$Z(p) \approx R + \frac{P}{\sqrt{2T_w p}} = R + \sqrt{\frac{P}{2T_w}}. \quad (1.83)$$

Sucht man z. B. die dem Wechselstrom von Kreisfrequenz ω gegenüber erscheinende Impedanz und ist ω groß genug, so erhält man aus Gleichung (1.83) mit Einsetzen von $p = j\omega$, daß

$$Z(j\omega) = R + \sqrt{\frac{j\omega}{2T_w}} = R + (1+j) \sqrt{\frac{\omega}{2T_w}}. \quad (1.84)$$

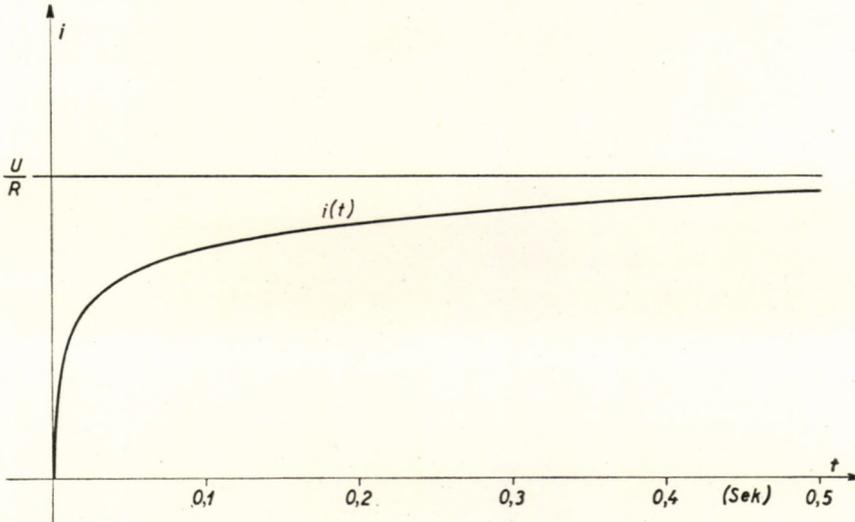


Abb. 1.19. Der Stromverlauf in der Spule mit massivem Eisenkern bei Einschalten von Gleichspannung

Die Wicklung kann, von dem Ständerwiderstand abgesehen, durch eine Impedanz mit Phasenwinkel von 45° ersetzt werden.

Für langsame Änderungen soll nachstehender Ausdruck untersucht werden:

$$\frac{1}{Z(p) - R} = \frac{\sqrt{2T_w p}}{pL_0 \operatorname{th} \sqrt{2T_w p}} = \frac{\sqrt{2T_w p} \operatorname{ch} \sqrt{2T_w p}}{pL_0 \operatorname{sh} \sqrt{2T_w p}}; \quad (1.85)$$

ersetzt man bei kleinen p -Werten die hyperbolischen Funktionen durch die ersten Glieder ihrer Potenzreihen, so gilt:

$$\frac{1}{Z(p) - R} \approx \frac{\sqrt{2T_w p} (1 + T_w p)}{pL_0 \sqrt{2T_w p} \left(1 + \frac{T_w p}{3}\right)} \approx \frac{1}{pL_0} + \frac{2T_w}{3L_0}. \quad (1.86)$$

Unter Zugrundelegung von Gleichung (1.86) läßt sich die Wicklung mit Eisen-

kern bei sehr langsamen Änderungen durch die Impedanzen gemäß Abb. 1.20 ersetzen, die Wirkung der Wirbelströme kann also mit dem Widerstand $\frac{3}{2} \frac{L_0}{T_w}$, der mit der Hauptfeldimpedanz pL_0 parallel geschaltet ist, berücksichtigt werden. Hat die Erregerwicklung auch Streuung, so ist diese mit

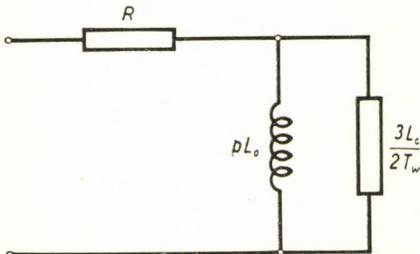


Abb. 1.20. Die Ersatzschaltung einer Spule mit massivem Eisenkern bei langsam veränderlichen Strömen

Widerstand R in Reihe zu schließen. Wird für die Flußänderung auf Grund Flächenvergleich eine einzige resultierende Zeitkonstante laut Kapitel 1.104 bestimmt, so ist dieselbe in diesem Fall $T_0 + T_w$.

Im obigen wurden die Einschaltvorgänge solcher einfachen Stromkreise untersucht, aus deren Kombinationen sich die verwickelteren elektrischen Maschinen zusammensetzen. Bei den Berechnungen der Übergangsvorgänge von Maschinen werden in mehreren Fällen die hier besprochenen Grundlagen der Laplaceschen Transformation

bzw. der Operatorenrechnung Anwendung finden. Es soll nicht unerwähnt bleiben, daß vorstehend nur die allereinfachsten Beziehungen der Laplaceschen Transformation bzw. der Operatorenrechnung behandelt wurden. Hinsichtlich der weiteren Anwendungen dieser Berechnungsmethode verweisen wir auf die einschlägige Fachliteratur.

2. STROM, INDUKTIVITÄT UND MOMENT DER DREIPHASEN-MASCHINEN

2.10. RESULTIERENDE STRÖME, SPANNUNGEN UND FLÜSSE BEI BELIEBIGEN PHASENSTRÖMEN

2.101. Drehfeld, Dreherregung

Die elektrischen Maschinen werden fast ausschließlich mit symmetrischer Dreiphasenständerwicklung gebaut und in dieser Hinsicht besteht zwischen Asynchron- und Synchronmaschinen kein prinzipieller Unterschied. Die Anordnung der Ständerwicklung ist — insbesondere bei größeren Maschinen — derart, daß das durch den in den Phasenwicklungen fließenden Strom erzeugte Feld längs des Luftspaltes mit guter Annäherung als sinusförmig verteilt angenommen werden kann. Es wird durch diesen Umstand ermöglicht, die durch die drei Phasenwicklungen erzeugten Felder einfach zu addieren, womit die Resultierende der drei Felder längs des Luftspaltes ein einziges, gleichfalls sinusförmig verteiltes Feld bildet.

Bei der symmetrischen Maschine und ebensolchen Dreiphasenspeisung konstanter Periodenzahl dreht sich das durch die drei Phasenwicklungen gemeinsam erzeugte Feld im Luftspalt mit dem konstanten Höchstwert.

Stellte man sich die Maschine längs des Luftspaltes abgewickelt vor, so entstand als Resultierende der in den einzelnen Phasen je für sich pulsierenden Felder eine einzige sich fortbewegende Sinuswelle. Die Dreherregung (das Drehfeld) kann durch einen Vektor dargestellt werden, welcher nach dem Höchstwert der resultierenden Sinuswelle gerichtet und dessen Größe dem Maximum der Sinuswelle gleich ist. Dieser Vektor dreht sich im Luftspalt mit einer durch die Netzperiodenzahl bestimmten Synchrongeschwindigkeit. Der sich im Luftspalt drehende Erregungsvektor kann aus den Momentanwerten der in den einzelnen Phasenwicklungen fließenden Ströme für beliebige

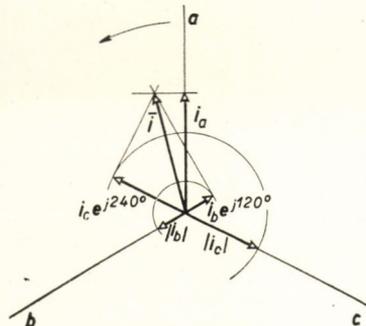


Abb. 2.1. Die Vektoren der drei Phasenströme

Zeitpunkte bestimmt werden und umgekehrt, durch den sich drehenden Erregungsvektor wird der Momentanwert der in den einzelnen Phasen bestehenden Erregungen für sämtliche beliebige Zeitpunkte definiert. Bei gegebener Maschine wird durch den umkreisenden Vektor statt der Erregungen auch der Strom zugleich bestimmt. Somit wird der Vektor des resultierenden, sich mit konstanter Geschwindigkeit drehenden Stromes durch die Momentanwerte der einzelnen Phasenströme definiert. Werden die Momentanwerte der in den drei Phasenwicklungen fließenden Ströme der Reihe nach mit i_a , i_b und i_c bezeichnet, so wird der resultierende Vektor der Ströme (kurz: der Stromvektor) durch Gleichung

$$\mathbf{i} = \frac{2}{3} (i_a + \mathbf{a}i_b + \mathbf{a}^2i_c) \quad (2.1)$$

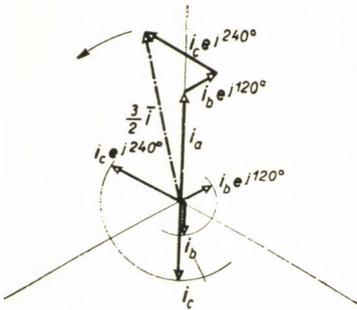


Abb. 2.2. Die Konstruktion der Stromvektoren

geliefert, wobei $\mathbf{a} = e^{j120^\circ}$ und $\mathbf{a}^2 = e^{j240^\circ}$. In Abb. 2.1 bedeuten die zueinander um 120° verdrehten Geraden a , b und c die Achsen der drei Phasenwicklungen, und die Richtung der Phasenwicklung a wird als die positive reelle Richtung angesehen. In diesem Fall steht die komplexe Zahlenebene senkrecht auf die Maschinenwelle. Setzen wir einstweilen voraus, daß durch den Sternpunkt in die Maschine oder aus der Maschine kein Strom fließt, wobei die Summe der drei Phasenströme in sämtlichen Augenblicken gleich Null ist:

$$i_a + i_b + i_c = 0. \quad (2.2)$$

Durch die Projektion des Stromvektors \mathbf{i} auf die Richtung der einzelnen Phasenwicklungen wird der Momentanwert des in der betreffenden Phase fließenden Stromes gegeben. Dies bedeutet bei Wicklung a , daß die Projektion des Stromvektors \mathbf{i} auf die reelle Achse (auf die Richtung von Wicklung a) gerade mit dem Momentanwert i_a gleich ist. Das ist begreiflich, nachdem die Projektion des Vektors \mathbf{i} in Richtung a der reelle Teil von \mathbf{i} ist, $\text{Re}(\mathbf{i})$. Mit Berücksichtigung, daß

$$\mathbf{a} = e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{und} \quad \mathbf{a}^2 = e^{j240^\circ} = e^{-j120^\circ} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2},$$

gewinnt man unter Anwendung von (2.1) und (2.2):

$$\text{Re}(\mathbf{i}) = \frac{2}{3} \left(i_a - \frac{1}{2}i_b - \frac{1}{2}i_c \right) = i_a. \quad (2.3)$$

Wird der Vektor \mathbf{i} in Richtung b projiziert, was mit einfacher Rechnung durchgeführt werden kann, so erhält man analog den Momentanwert von i_b ,

den Strom, der in Phase *b* fließt. Schließlich bekommt man, falls der Strom \mathbf{i} in Richtung der Wicklung *c* projiziert wird, den Momentanwert des Stromes i_c der Phase *c*. Aus obigem folgt, daß in Kenntnis der Momentanwerte der Ströme i_a , i_b und i_c sich auch der Stromvektor \mathbf{i} jeweils mit dem in Abb. 2.2 gezeigten Verfahren zeichnen läßt. Man trägt in Richtung *a* den Wert i_a auf, ebenso wie in der gleichen Richtung die Werte i_b und i_c mit entsprechendem Vorzeichen, womit die Bedingung $i_a + i_b + i_c = 0$ erfüllt ist. Wird nunmehr dem Zusammenhang (2.1) gemäß der Vektor $i_b e^{j120^\circ}$ konstruiert (i_b wird in positiver Drehrichtung dem Uhrzeigersinn entgegengesetzt um 120° verdreht), danach der Vektor $i_c e^{-j120^\circ}$ gezeichnet (letzterer ist um 120° der Vektordrehrichtung entgegengesetzt verdreht), so ergibt sich der Vektor $\frac{3}{2} \mathbf{i}$ durch die Summe dieser drei Stromvektoren: i_a , $i_b e^{j120^\circ}$ und $i_c e^{-j120^\circ}$.

Bedeutet i_a , i_b und i_c die Momentanwerte der in den einzelnen Ständerphasenwicklungen fließenden Ströme, so wird durch Ausdruck (2.1) der resultierende Ständerstromvektor geliefert:

$$\mathbf{i}_s = \frac{2}{3} (i_a + \mathbf{a} i_b + \mathbf{a}^2 i_c). \quad (2.4)$$

Wurde auch der Läufer der Maschine mit dreiphasiger Wicklung versehen, dann kann der Läuferstromvektor ähnlich zu obigen gebildet werden, falls die reelle Achse in Achsenrichtung der Läuferphasenwicklung *a* liegend angenommen wird:

$$\mathbf{i}_r = \frac{2}{3} (i_{ra} + \mathbf{a} i_{rb} + \mathbf{a}^2 i_{rc}). \quad (2.5)$$

i_{ra} , i_{rb} und i_{rc} bedeuten die Momentanwerte der in den einzelnen Läuferphasenwicklungen fließenden Ströme. Die Momentanwerte der Läuferphasenströme sind für die einzelnen Phasen *a*, *b* bzw. *c* in einem beliebigen Augenblick solcherart zu erhalten, daß der Vektor \mathbf{i}_r auf Grund des Vorhergesagten auf die Achsenrichtung der Läuferphasenwicklungen *a*, *b* bzw. *c* projiziert wird.

2.102. Der resultierende Stromvektor bei Erregung durch ein asymmetrisches Stromsystem

Treten in den Ständerphasenwicklungen der Maschine gleichzeitig ein mitlaufender und gegenlaufender Strom auf, d. h. wird die Maschine durch asymmetrische Ströme gespeist, so wird der resultierende räumliche Ständerstromvektor als Überlagerung der räumlichen Vektoren der mitlaufenden und gegenlaufenden Ströme erhalten:

$$\mathbf{i}_s = \mathbf{i}_{s1} + \mathbf{i}_{s2} = \mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2. \quad (2.6)$$

Man bekommt den resultierenden räumlichen Ständerstromvektor bei asym-

metrischer Speisung, indem zum mitlaufenden Strom von Phase a die konjugierte Komplexgröße des gegenlaufenden Stromes von Phase a addiert wird.

In der aus der Theorie der symmetrischen Komponenten bekannten Weise gilt nämlich, daß

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{I}_1 &= \frac{\mathbf{I}_a + \mathbf{a}\mathbf{I}_b + \mathbf{a}^2\mathbf{I}_c}{3} \\ \text{und} \\ \mathbf{I}_2 &= \frac{\mathbf{I}_a + \mathbf{a}^2\mathbf{I}_b + \mathbf{a}\mathbf{I}_c}{3}, \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

wobei \mathbf{I}_1 den komplexen Zeitvektor des in Phase a fließenden gegenlaufenden Stromes bedeutet. (Es wird angenommen, daß die Absolutwerte dieser Vektoren gleich groß den Amplituden sind.) Der konjugierte Komplexwert von \mathbf{I}_2 ist aus (2.7):

$$\hat{\mathbf{I}}_2 = \frac{\hat{\mathbf{I}}_a + \mathbf{a}\hat{\mathbf{I}}_b + \mathbf{a}^2\hat{\mathbf{I}}_c}{3}. \quad (2.8)$$

Wir führen die komplexen Momentanwerte der Ströme \mathbf{I}_1 bzw. \mathbf{I}_2 ein, worunter die Zeitvektoren der Ströme

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{i}_1 &= \mathbf{I}_1 e^{j\omega_1 t} = I_1 e^{j(\omega_1 t + \alpha_1)} \\ \text{und} \\ \mathbf{i}_2 &= \mathbf{I}_2 e^{j\omega_1 t} = I_2 e^{j(\omega_1 t + \alpha_2)} \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

zu verstehen sind. Der komplexe Momentanwert des in Phase a fließenden Stromes ist $\mathbf{i}_a = \mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2$, für Phase b : $\mathbf{i}_b = \mathbf{a}^2\mathbf{i}_1 + \mathbf{a}\mathbf{i}_2$ und für Phase c : $\mathbf{i}_c = \mathbf{a}\mathbf{i}_1 + \mathbf{a}^2\mathbf{i}_2$. Die reellen Momentanwerte der in den einzelnen Phasen fließenden Ströme i_a , i_b und i_c sind als die reellen Teile der komplexen Momentanwerte der in diesen Phasen fließenden Ströme zu berechnen. Es folgt, daß

$$\left. \begin{aligned} i_a &= \operatorname{Re}(\mathbf{i}_a) = \operatorname{Re}(\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2), \\ i_b &= \operatorname{Re}(\mathbf{i}_b) = \operatorname{Re}(\mathbf{a}^2\mathbf{i}_1 + \mathbf{a}\mathbf{i}_2), \\ i_c &= \operatorname{Re}(\mathbf{i}_c) = \operatorname{Re}(\mathbf{a}\mathbf{i}_1 + \mathbf{a}^2\mathbf{i}_2). \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

Drücken wir die symmetrischen Komponenten gemäß (2.7) bzw. (2.8) mit ihren komplexen Momentanwerten aus:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{i}_1 &= \frac{\mathbf{i}_a + \mathbf{a}\mathbf{i}_b + \mathbf{a}^2\mathbf{i}_c}{3} \\ \text{und} \\ \hat{\mathbf{i}}_2 &= \frac{\hat{\mathbf{i}}_a + \mathbf{a}\hat{\mathbf{i}}_b + \mathbf{a}^2\hat{\mathbf{i}}_c}{3}. \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

Aus den beiden letzten Zusammenhängen erhält man, daß

$$\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2 = \frac{1}{3} [(\mathbf{i}_a + \hat{\mathbf{i}}_a) + \mathbf{a}(\mathbf{i}_b + \hat{\mathbf{i}}_b) + \mathbf{a}^2(\mathbf{i}_c + \hat{\mathbf{i}}_c)] . \quad (2.12)$$

Aber es gilt, daß

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{i}_a + \hat{\mathbf{i}}_a &= 2 \operatorname{Re}(\mathbf{i}_a) = 2 i_a , \\ \mathbf{i}_b + \hat{\mathbf{i}}_b &= 2 \operatorname{Re}(\mathbf{i}_b) = 2 i_b , \\ \mathbf{i}_c + \hat{\mathbf{i}}_c &= 2 \operatorname{Re}(\mathbf{i}_c) = 2 i_c . \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

Werden diese Ausdrücke in Gleichung (2.12) eingesetzt, so ergibt sich:

$$\mathbf{i}_1 + \hat{\mathbf{i}}_2 = \frac{2}{3} (i_a + \mathbf{a}i_b + \mathbf{a}^2 i_c) = \mathbf{i}_s . \quad (2.6')$$

Dem Zusammenhang (2.6) kann auch eine räumliche Darstellung verliehen werden (Abb. 2.3): zuerst wurden die symmetrischen Vektorkomponenten \mathbf{I}_1 und \mathbf{I}_2 eingetragen; beide Zeitvektoren drehen sich in positiver Richtung mit Winkelgeschwindigkeit ω_1 . Sodann wurde der konjugierte Vektor von \mathbf{I}_2 konstruiert und gleichzeitig wurden die Vektoren \mathbf{I}_1 und $\hat{\mathbf{I}}_2$ unter Zugrundelegung der Zusammenhänge (2.6) und (2.9) durch die räumlichen Strom-

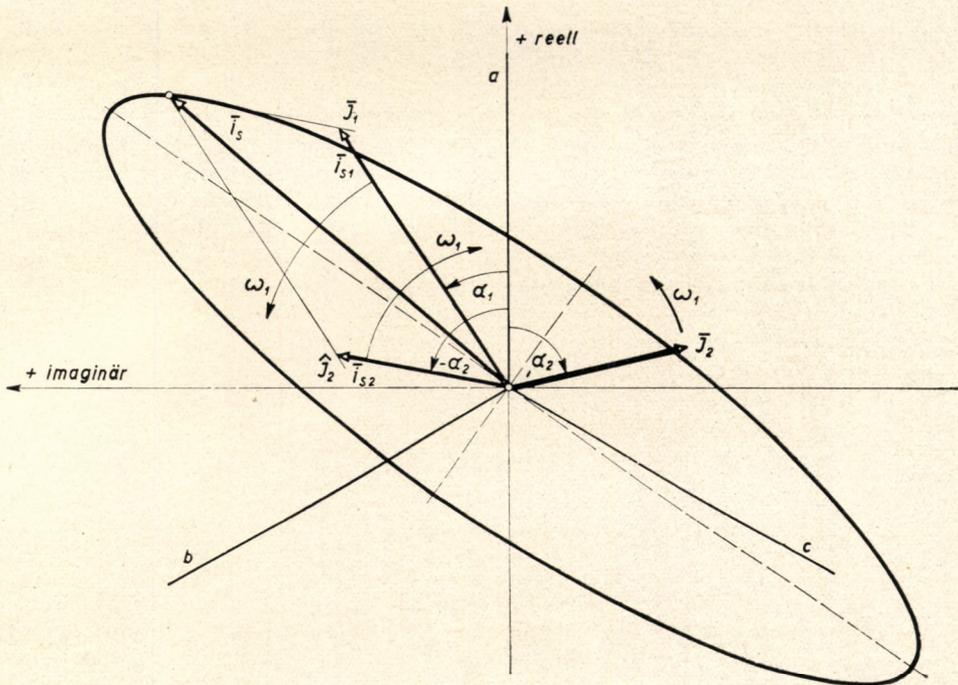


Abb. 2.3. Durch die Resultierende der mitlaufenden und gegenlaufenden Ströme wird eine Ellipse beschrieben

vektoren \mathbf{i}_{s1} und \mathbf{i}_{s2} ersetzt, von welchen sich \mathbf{i}_{s1} in positiver Richtung, \mathbf{i}_{s2} hingegen in negativer Richtung ($\mathbf{i}_{s2} = \hat{\mathbf{i}}_2 = \hat{\mathbf{I}}_2 e^{-j\omega_1 t}$) mit Winkelgeschwindigkeit ω_1 drehen. Schließlich wurde auch die durch den Endpunkt des resultierenden Vektors $\mathbf{i}_s = \mathbf{i}_{s1} + \mathbf{i}_{s2}$ beschriebene Ellipse eingezeichnet. Durch das asymmetrische Stromsystem wird im Raum eine elliptische Erregung erzeugt. Die große Hauptachse der Ellipse fällt in die Winkelhalbierungslinie der Ausgangsvektoren \mathbf{i}_{s1} und \mathbf{i}_{s2} (die mit α_1 und α_2 bezeichneten Richtungen) und ihr Wert beträgt $|\mathbf{i}_{s1}| + |\mathbf{i}_{s2}|$; die kleine Hauptachse steht senkrecht auf diese Winkelhalbierungsrichtung und ihr Wert beträgt $|\mathbf{i}_{s1}| - |\mathbf{i}_{s2}|$. Ist $\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_2$, so entartet die Bahn des Vektors \mathbf{i}_s zu einer Geraden. Der Ständerstrom zeigt in Richtung der reellen Achse, steht räumlich still und ändert sich nur zeitlich. Dies ist die bekannte Regel der Zerlegung von pulsierenden Strömen oder Erregungen in zwei, sich mit halber Amplitude in entgegengesetzter Richtung drehende, gleich große Ströme oder Erregungen.

Ist kein gegenlaufender Strom vorhanden — die Maschine wird also lediglich durch ein symmetrisches, mitlaufendes Stromsystem gespeist —, so ist $\mathbf{i}_s = \mathbf{i}_1 = \mathbf{I}_1 e^{j\omega_1 t}$, der Komplexwert des resultierenden Raumvektors ist mit dem komplexen Momentanwert des mitlaufenden Zeitvektors der Phase a identisch und dreht sich in positiver Drehrichtung mit Winkelgeschwindigkeit ω_1 . Wird die Maschine nur mit symmetrischem, gegenlaufendem Stromsystem gespeist ($\mathbf{i}_1 = 0$), so ist $\mathbf{i}_s = \hat{\mathbf{i}}_2 = \hat{\mathbf{I}}_2 e^{-j\omega_1 t}$, also ist der komplexe Wert des resultierenden Raumvektors gleich dem konjugierten Komplexwert des gegenlaufenden Zeitvektors von Phase a und dreht sich in negativer Drehrichtung mit Winkelgeschwindigkeit ω_1 . Es wird also durch die Speisung mit mitlaufenden Strömen eine sich im Raum mit konstanter Amplitude in positiver Richtung drehende Erregung, durch die Speisung mit gegenlaufenden Strömen eine sich im Raum mit konstanter Amplitude in negativer Richtung drehende Erregung, durch die gleichzeitige Speisung mit beiden Stromsystemen eine im Raum elliptische Erregung erzeugt.

Im Laufe unserer bisherigen Besprechungen wurde angenommen, daß die Summe der drei Phasenströme in allen Augenblicken gleich Null ist, d. h. durch den Sternpunkt der Maschine fließt kein Strom. Fließt durch den Sternpunkt ein Strom mit dem Momentanwert von $3 \mathbf{i}_0$, so werden in den einzelnen Phasen einer Maschine mit symmetrischem Aufbau Ströme mit den Momentanwerten $i_a + i_0$, $i_b + i_0$ und $i_c + i_0$ fließen. Der resultierende Vektor \mathbf{i}_s wird aus diesen in der bekannten Weise wie folgt gewonnen:

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_s &= \frac{2}{3} [(i_a + i_0) + \mathbf{a}(i_b + i_0) + \mathbf{a}^2(i_c + i_0)] = \frac{2}{3} [i_a + \mathbf{a}i_b + \mathbf{a}^2i_c + \\ &+ i_0(1 + \mathbf{a} + \mathbf{a}^2)] = \frac{2}{3} (i_a + \mathbf{a}i_b + \mathbf{a}^2i_c). \end{aligned} \quad (2.14)$$

Fließt also auch durch den Sternpunkt Strom hindurch, so ist die Wirkung des Nullstromes, welcher durch den aus der Theorie der symmetrischen Komponenten bekannten Zusammenhang

$$i_0 = \frac{i_a + i_b + i_c}{3} \quad (2.15)$$

bestimmt wird, besonders zu berücksichtigen, weil der Wert von \mathbf{i}_s , wie aus Gl. (2.14) ersichtlich, durch die Nullströme nicht beeinflußt wird.

Schließlich wäre noch zu bemerken, daß der resultierende Stromvektor gemäß Zusammenhang

$$\mathbf{i}_s = \frac{2}{3} (\mathbf{i}_a + \mathbf{a}\mathbf{i}_b + \mathbf{a}^2\mathbf{i}_c),$$

durch dessen Projektion auf die Achsen a, b und c die Momentanwerte der in den betreffenden Phasenwicklungen fließenden Ströme geliefert werden, auch bei Strömen mit beliebigem zeitlichem Verlauf gebildet werden kann, nachdem für den zeitlichen Verlauf der Ströme i_a, i_b und i_c keinerlei vorherige Bedingung gestellt wurde. Es wird lediglich soviel vorausgesetzt, daß die Verteilung der Erregung längs des Umfanges, verursacht durch die Ströme in den einzelnen Wicklungen, sinusförmig ist. Der resultierende Stromvektor wird seinen Wert und Richtung den Änderungen von i_a, i_b und i_c entsprechend ändern, nachdem aber die Änderungen von i_a, i_b und i_c allgemein nicht nach einer Sinuskurve von konstanter Amplitude erfolgen, wird der resultierende Vektor \mathbf{i}_s sowohl hinsichtlich Drehgeschwindigkeit als auch Absolutwert eine unregelmäßige Änderung aufweisen. Der resultierende Stromvektor zeigt in sämtlichen Augenblicken in die Richtung der resultierenden Erregung, kann also so angesehen werden, als würde auf den gemeinsamen Einfluß der drei, räumlich voneinander um 120 elektrischen Grad verschobenen Wicklungsströme in einer einzigen, in Richtung von \mathbf{i}_s liegenden Wicklung ein Strom von der Stärke i_s fließen. Die Windungszahl dieser gedachten Wicklung ist das $\frac{3}{2}$ -fache der Windungszahl einer einzigen Wicklung, ihr

Wicklungsfaktor ist derselbe wie bei der Phasenwicklung, und die durch diese Wicklung erzeugte Erregung ist im Luftspalt ebenfalls sinusförmig verteilt.

Die Vektoren \mathbf{i}_s und \mathbf{i}_r sind also für beliebige stetige Ströme oder übergehende Stromänderung kennzeichnend. Deshalb wird die Untersuchung der Übergangsvorgänge in elektrischen Maschinen, wobei man es in der Regel nicht mit symmetrischem dreiphasigem Wechselstrom, sondern mit anderen, nach bestimmter Gesetzmäßigkeit wechselnden Strömen zu tun hat, durch die Einführung des resultierenden Raumvektors bedeutend erleichtert.

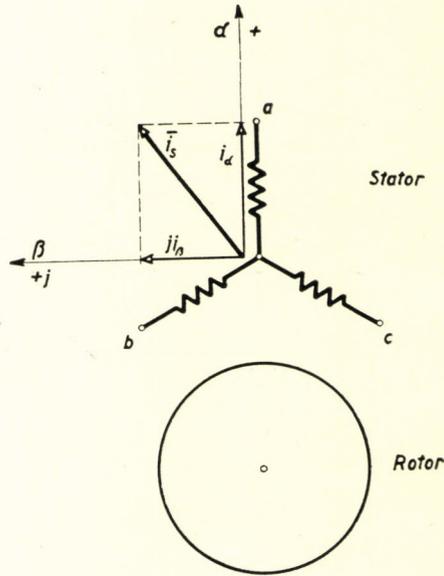
2.103. α, β und 0 Komponenten

Wird der resultierende Stromvektor in seine reellen und imaginären Komponenten zerlegt, so gelangt man zu den sog. α und β Komponenten. Mit α wird die reelle, mit β die imaginäre Achse bezeichnet. Auf Grund der Abb. 2.4 kann man anschreiben, daß

$$\mathbf{i}_s = \mathbf{i}_\alpha + j\mathbf{i}_\beta, \quad (2.16)$$

d. h.:

$$\left. \begin{aligned} i_a &= \operatorname{Re}(\mathbf{i}_s) \\ i_\beta &= \operatorname{Im}(\mathbf{i}_s) = \operatorname{Re}(-j\mathbf{i}_s) \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

Abb. 2.4. Die Zerlegung des resultierenden Stromvektors in a - und β -Komponenten

Die Zerlegung des Stromvektors in dieser Weise bedeutet physikalisch, daß man sich das durch den Strom \mathbf{i}_s erregte magnetische Feld so vorgstellt, als wäre es aus zwei Feldern zusammengesetzt, die durch zwei Ströme erregt werden, welche in zwei, aufeinander senkrecht stehenden Wicklungen (die in Richtung a und β liegen) fließen. Die dreiphasige Maschine wird demnach durch eine zweiphasige ersetzt. Die a und β Komponenten sind bei den Untersuchungen von umlaufenden Maschinen besonders dann nützlich, wenn die Asymmetrie am Ständer vorliegt, während der Läufer symmetrisch ist.

Der Zusammenhang zwischen den a und β Komponenten sowie den Momentanwerten der Phasenströme des dreiphasigen Systems ist erhältlich, wenn in Gleichungen (2.17) der mit (2.4) bestimmte Wert von \mathbf{i}_s eingesetzt wird:

$$\left. \begin{aligned} i_a &= \operatorname{Re}(\mathbf{i}_s) = \operatorname{Re} \left[\frac{2}{3} (i_a + \mathbf{a}i_b + \mathbf{a}^2 i_c) \right] = \frac{2}{3} \left[i_a - \frac{i_b + i_c}{2} \right], \\ i_\beta &= \operatorname{Im}(\mathbf{i}_s) = \operatorname{Im} \left[\frac{2}{3} (i_a + \mathbf{a}i_b + \mathbf{a}^2 i_c) \right] = \frac{i_b - i_c}{\sqrt{3}}. \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

Gilt $i_a + i_b + i_c = 0$, so ergibt sich, daß

$$\left. \begin{aligned} i_a &= i_a, \\ i_\beta &= \frac{i_b - i_c}{\sqrt{3}}. \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

Durch obige Gleichungen werden die Momentanwerte der a und β Komponenten geliefert. Diese Momentanwerte können, ähnlich wie bei rein sinusförmig wechselnden Phasenströmen, als die reellen Teile von je einem komplexen Zeitvektor ausgedrückt werden. Die komplexen Vektoren, die die komplexen Momentanwerte der a und β Komponenten sind, ergeben sich, wenn in die Ausdrücke von i_a, i_β bzw. i_0 die komplexen Momentanwerte der Phasenströme eingesetzt werden:

$$\left. \begin{aligned} i_a &= \frac{2}{3} \left[i_a - \frac{i_b + i_c}{2} \right], \\ i_\beta &= \frac{1}{\sqrt{3}} (i_b - i_c), \\ i_0 &= \frac{1}{3} (i_a + i_b + i_c). \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

Werden in die letztangeführten Gleichungen die mit symmetrischen Komponenten ausgedrückten Phasenstromwerte gesetzt, gewinnt man den Zusammenhang, welcher zwischen den a und β sowie den symmetrischen Komponenten besteht:

$$\left. \begin{aligned} i_a &= \frac{2}{3} \left[i_1 + i_2 + i_0 - \frac{a^2 i_1 + a i_2 + i_0 + a i_1 + a^2 i_2 + i_0}{2} \right] = i_1 + i_2, \\ i_\beta &= \frac{1}{\sqrt{3}} [a^2 i_1 + a i_2 + i_0 - a i_1 - a^2 i_2 - i_0] = -j (i_1 - i_2). \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

bzw.

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{i_a + j i_\beta}{2}, \\ i_2 &= \frac{i_a - j i_\beta}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

Die Nullkomponente des α - β -Systems ist identisch mit der Nullkomponente des dreiphasigen, symmetrischen Komponentensystems. Der Raumvektor des Stromes ist also:

$$\mathbf{i}_s = i_a + j i_\beta = \operatorname{Re}(\mathbf{i}_a) + j \operatorname{Re}(\mathbf{i}_\beta) = \frac{\mathbf{i}_a + \hat{\mathbf{i}}_a}{2} + j \frac{\mathbf{i}_\beta + \hat{\mathbf{i}}_\beta}{2} = \mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2. \quad (2.23)$$

Schließlich erhält man die Ausdrücke der Phasenströme mit Hilfe der α und β Komponenten aus Gleichungen (2.20) wie folgt:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{i}_a &= \mathbf{i}_\alpha + \mathbf{i}_0, \\ \mathbf{i}_b &= -\frac{\mathbf{i}_\alpha}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \mathbf{i}_\beta + \mathbf{i}_0, \\ \mathbf{i}_c &= -\frac{\mathbf{i}_\alpha}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \mathbf{i}_\beta + \mathbf{i}_0. \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

2.104. Umlaufendes Koordinatensystem

Vorstehend wurde zur Bestimmung des Ständerstromvektors \mathbf{i}_s ein Koordinatensystem benutzt, dessen reelle Achse mit der Achse der Ständerphasenwicklung a zusammenfiel. Doch ist es bei den Untersuchungen der verschiedenen Vorgänge von umlaufenden Maschinen oft zweckmäßig, das Koordinatensystem mit dem Läufer fest zu verbinden und sowohl den Stromvektor des Ständers als auch des Läufers auf dieses zu beziehen. Der Übergang von einem, mit dem Ständer verbundenen Koordinatensystem zu einem, mit dem Läufer verbundenen ist folgendermaßen erhältlich.

Bezeichnen wir den Winkel, der von den Achsen des stehenden und des umlaufenden Koordinatensystems in einem beliebigen Augenblick eingeschlossen wird, mit x . $\frac{dx}{dt} = \omega$ ist die elektrische Winkelgeschwindigkeit

des Läufers bzw. des mit ihm verbundenen Koordinatensystems. Wie aus Abb. 2.5 zu ersehen ist, kann die Lage des Vektors \mathbf{i}_s im mit dem Ständer verbundenen Koordinatensystem mit Winkel α , im mit dem Läufer verbundenen mit Winkel $\alpha_L = \alpha - x$ gekennzeichnet werden. Wird also der im Ständerkoordinatensystem gegebene Vektor \mathbf{i}_s im Läuferkoordinatensystem mit \mathbf{i}_{sL} bezeichnet, so können auf Grund der Abbildung nachstehende Zusammenhänge unmittelbar aufgeschrieben werden:

$$\text{bzw.} \quad \left. \begin{aligned} \mathbf{i}_{sL} &= \mathbf{i}_s e^{-jx} \\ \mathbf{i}_s &= \mathbf{i}_{sL} e^{jx}. \end{aligned} \right\} \quad (2.25)$$

Das umlaufende Koordinatensystem kann im allgemeinen Fall eine beliebige Drehbewegung ausführen. Die momentane Stellung des Koordinatensystems kann durch den von der reellen Achse und von der Achse der Ständerphasenwicklung a eingeschlossenen Winkel x_k angegeben werden. In diesem Koordinatensystem, dessen Winkelgeschwindigkeit $\frac{dx_k}{dt} = \omega_k$ ist, wird die Stellung des Ständerstromvektors mit dem Winkel

$$a_k = a - x_k$$

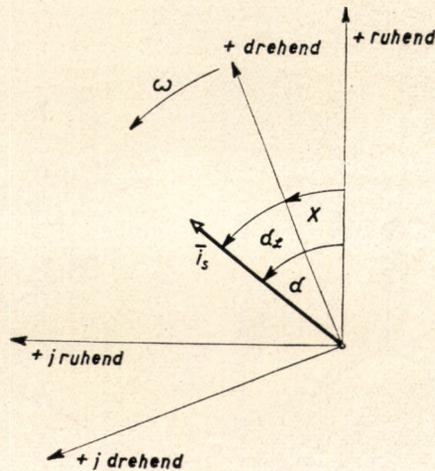


Abb. 2.5. Das Läuferkoordinatensystem

gekennzeichnet (Abb. 2.6a), der Wert des im Ständerkoordinatensystem eingezeichneten Vektors \mathbf{i}_s ist also im beliebig umlaufenden Koordinatensystem:

$$\text{bzw.} \quad \left. \begin{aligned} \mathbf{i}_{sK} &= \mathbf{i}_s e^{-jx_k} \\ \mathbf{i}_s &= \mathbf{i}_{sK} e^{jx_k} \end{aligned} \right\} \quad (2.26)$$

Die Stellung des Vektors \mathbf{i}_s wird im Läuferkoordinatensystem, welches mit Winkelgeschwindigkeit ω umläuft, mit Winkel α_L , im Koordinatensystem hingegen, welches mit beliebiger Winkelgeschwindigkeit ω_k umläuft, mit Winkel α_k gekennzeichnet. Zwischen diesen beiden Winkeln besteht gemäß Abb. 2.6b nachstehender Zusammenhang:

$$a_k = a_L - (x_k - x).$$

Der Wert des im Läuferkoordinatensystem angeschriebenen Vektors \mathbf{i}_{sL} ist

im mit Winkelgeschwindigkeit ω_k umlaufenden Koordinatensystem

$$\text{bzw. } \left. \begin{aligned} \mathbf{i}_{sK} &= \mathbf{i}_{sL} e^{-j(x_k - x)} \\ \mathbf{i}_{sL} &= \mathbf{i}_{sK} e^{j(x_k - x)} \end{aligned} \right\} \quad (2.27)$$

Obige Zusammenhänge sind die Transformationsformeln für den Übergang von einem Koordinatensystem zum anderen. Wir erwähnten auch, daß die Winkelgeschwindigkeiten ω bzw. ω_k der umlaufenden Koordinatensysteme im allgemeinen beliebige Zeitfunktionen sein können.

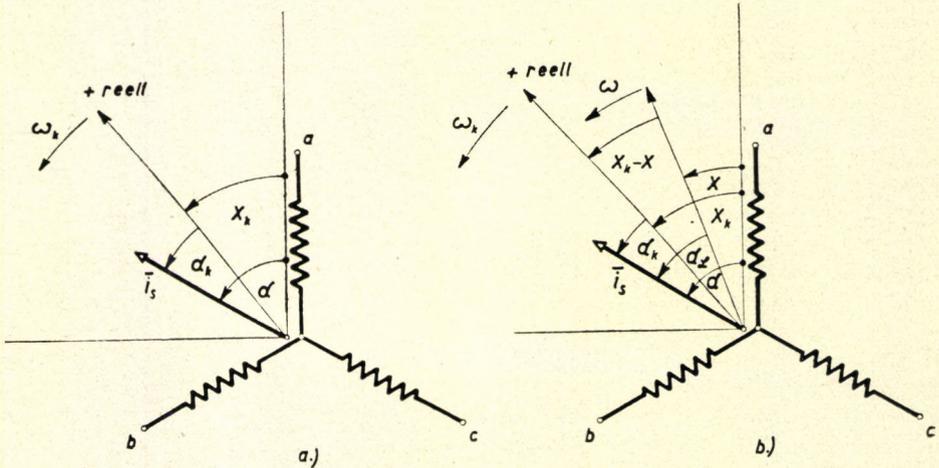


Abb. 2.6a, b. Das mit beliebiger Winkelgeschwindigkeit umlaufende Koordinatensystem

2.105. $d, q, 0$ Komponenten

Die Läufer der elektrischen Maschinen sind in zahlreichen Fällen elektrisch oder magnetisch asymmetrisch, d. h. ihre magnetische Leitfähigkeit ist in zwei aufeinander senkrecht stehenden Achsen, den sog. Längs- (d) und Quer- (q) Achsen, verschieden bzw. die Impedanzen der Läuferwicklungen sind ungleich. In diesen Fällen ist es zweckmäßig, sich des Läuferkoordinatensystems zu bedienen und die Raumvektoren in Komponenten von der Richtung d und q zu zerlegen. Man wählt die Achse d des Läufers für die reelle, die Achse q für die imaginäre Achse (Abb. 2.7). Der im Läuferkoordinatensystem angeschriebene Raumvektor \mathbf{i}_L wird auf Grund der Abbildung mit seinen Komponenten in Richtung d und q wie folgt ausgedrückt:

$$\mathbf{i}_L = i_d + j i_q, \quad (2.28)$$

demnach

und

$$\left. \begin{aligned} i_d &= \operatorname{Re}(\mathbf{i}_L) \\ i_q &= \operatorname{Im}(\mathbf{i}_L) = \operatorname{Re}(-j\mathbf{i}_L) \end{aligned} \right\} \quad (2.29)$$

Es ist zu ersehen, daß eine derartige Zerlegung des Stromvektors im Läuferkoordinatensystem der Zerlegung in a und β Komponenten im Ständerkoordinatensystem entspricht. Das durch den Strom \mathbf{i}_L erzeugte magnetische Feld wird aus den Feldern von zwei, in zwei aufeinander senkrecht stehenden (in Richtung d und q liegenden), mit dem Läufer mitlaufenden Wicklungen fließenden Strömen i_d und i_q erregt. Ist also \mathbf{i}_L der Raumvektor der Läuferströme, so bedeuten i_d und i_q tatsächlich die in den Längs- und Querrichtungen des Läufers fließenden Ströme. Bezeichnet hingegen \mathbf{i}_L den im Läuferkoordinatensystem gegebenen Raumvektor der Ständerströme, so sind i_d und i_q jene Ströme, welche in den in Längs- und Querrichtung liegenden Wicklungen, die mit dem Läufer mitlaufend gedacht sind, fließen und auf deren Wirkung dasselbe resultierende magnetische Feld zustande kommt wie auf Einfluß der wirklichen Ständerströme. Man erhält für einen dreiphasigen Ständer den Zusammenhang zwischen Ständerphasenströmen und Komponenten in Richtung d und q , wenn in Gleichung (2.26) die Beziehungen (2.25) und (2.4) eingesetzt werden :

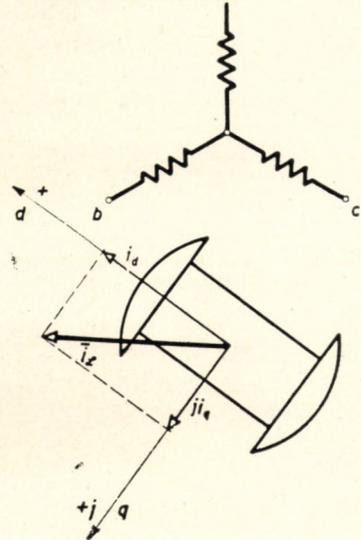


Abb. 2.7. Das Zerlegen des resultierenden Stromvektors in d -, q -Komponenten

$$\mathbf{i}_{sL} = i_d + j i_q = \mathbf{i}_s e^{-jx} = \frac{2}{3} (i_a + \mathbf{a} i_b + \mathbf{a}^2 i_c) e^{-jx} .$$

Zerlegt man die Gleichung in reelle und imaginäre Teile, so bekommt man für die Werte i_d und i_q nachstehende Ausdrücke:

$$\left. \begin{aligned} i_d &= \frac{2}{3} [i_a \cos x + i_b \cos(x - 120^\circ) + i_c \cos(x + 120^\circ)] , \\ i_q &= -\frac{2}{3} [i_a \sin x + i_b \sin(x - 120^\circ) + i_c \sin(x + 120^\circ)] . \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

Aus den $d, q, 0$ Komponenten können die Momentanwerte der Ständerphasenströme am einfachsten gewonnen werden, indem der Raumvektor des Stromes auf die Achsen der einzelnen Phasenwicklungen projiziert wird (Abschn. 2.101) und die so erhaltenen Momentanwerte mit den Nullkomponen-

ten ergänzt werden:

$$\left. \begin{aligned} i_a &= \operatorname{Re} [(i_d + j i_q) e^{jx}] + i_0 = i_d \cos x - i_q \sin x + i_0, \\ i_b &= \operatorname{Re} [a^2 (i_d + j i_q) e^{jx}] + i_0 = i_d \cos (x - 120^\circ) - i_q \sin (x - 120^\circ) + i_0, \\ i_c &= \operatorname{Re} [a (i_d + j i_q) e^{jx}] + i_0 = i_d \cos (x + 120^\circ) - i_q \sin (x + 120^\circ) + i_0. \end{aligned} \right\} \quad (2.31)$$

Die mit Gleichungen (2.30) und (2.31) bestimmte Transformation wird Parksche Transformation genannt.

Der Zusammenhang zwischen den Koordinaten $d, q, 0$ und $\alpha, \beta, 0$ kann ebenfalls in analoger Weise einfach bestimmt werden. Unter Zugrundelegung der Gleichungen (2.25) gilt nämlich, daß:

$$i_\alpha + j i_\beta = (i_d + j i_q) e^{jx};$$

werden hierin die reellen und komplexen Teile abgesondert, so ist:

$$\left. \begin{aligned} i_\alpha &= i_d \cos x - i_q \sin x, \\ i_\beta &= i_d \sin x + i_q \cos x \end{aligned} \right\} \quad (2.32)$$

bzw.

$$\left. \begin{aligned} i_d &= i_\alpha \cos x + i_\beta \sin x, \\ i_q &= -i_\alpha \sin x + i_\beta \cos x. \end{aligned} \right\} \quad (2.33)$$

Durch die Ströme i_d und i_q , sofern diese rein sinusförmig veränderlich sind, wird im Läuferkoordinatensystem ein ebensolches zweiphasiges Stromsystem gebildet wie die α und β Komponenten im Ständerkoordinatensystem. Somit können die Ströme i_d und i_q im umlaufenden Koordinatensystem gemäß der für die α und β Komponenten gezeigten Regel nach Beispiel der Zusammenhänge (2.21) bzw. (2.22) in symmetrische Komponenten zerlegt werden:

$$\left. \begin{aligned} i_d &= i_{1L} + i_{2L}, \\ i_q &= -j(i_{1L} - i_{2L}) \end{aligned} \right\} \quad (2.34)$$

bzw.

$$\left. \begin{aligned} i_{1L} &= \frac{i_d + j i_q}{2}, \\ i_{2L} &= \frac{i_d - j i_q}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (2.35)$$

Werte \mathbf{i}_d und \mathbf{i}_q sind die komplexen Momentanwerte der nach d und q gerichteten Ströme von derselben Bedeutung wie im Fall der Phasenströme oder der α und β Komponenten; ihre reellen Teile sind also gleich den Momentanwerten der nach d bzw. q gerichteten Ströme (i_d bzw. i_q). \mathbf{i}_{1L} und \mathbf{i}_{2L} sind im Läuferkoordinatensystem die mitlaufenden und gegenlaufenden symmetrischen Komponenten, mit deren Hilfe der Stromraumvektor ähnlich dem Zusammenhang (2.6) unmittelbar angeschrieben werden kann:

$$\mathbf{i}_{sL} = \mathbf{i}_{1L} + \mathbf{i}_{2L}. \quad (2.36)$$

Der Zusammenhang zwischen den im Ständer- und im Läuferkoordinatensystem ausgedrückten symmetrischen Komponenten ist durch die Transformationsgleichungen (2.6), (2.36) und (2.25) gegeben:

$$\mathbf{i}_{1L} + \mathbf{i}_{2L} = (\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2) e^{-jx},$$

woraus

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{i}_{1L} &= \mathbf{i}_1 e^{-jx} \\ \mathbf{i}_{2L} &= \mathbf{i}_2 e^{jx} \end{aligned} \right\} \quad (2.37)$$

und
wird.

2.106. Spannungs- und Flußvektoren

Ähnlich wie im obigen kann aus den zum selben Zeitpunkt gehörigen Momentanwerten der drei Phasenspannungen oder aber der mit den Windungen verketteten Flüsse je ein einziger Raumvektor gebildet werden, wobei diese durch die drei Momentanwerte eindeutig bestimmt werden, und umgekehrt werden durch den Vektor die Momentanwerte der Phasenspannungen bzw. Flüsse eindeutig bestimmt.

Die Vektoren der Spannungen und Flüsse sind analog wie bei den Strömen

$$\mathbf{u}_s = \frac{2}{3} (\mathbf{u}_\alpha + \mathbf{a} \mathbf{u}_\beta + \mathbf{a}^2 \mathbf{u}_\gamma) \quad (2.38)$$

und

$$\boldsymbol{\psi}_s = \frac{2}{3} (\boldsymbol{\psi}_\alpha + \mathbf{a} \boldsymbol{\psi}_\beta + \mathbf{a}^2 \boldsymbol{\psi}_\gamma). \quad (2.39)$$

Sämtliche Zusammenhänge, welche vorstehend in Verbindung mit den Stromvektoren (die Zerlegung in $\alpha, \beta, 0, d, q, 0$ sowie symmetrische Komponenten) angeschrieben waren, gelten sinngemäß auch für die Vektoren von Spannungen und Flüssen und es erübrigt sich, sie an dieser Stelle weiter zu behandeln.

2.20. INDUKTIVITÄTEN

Läßt man die Wirkung der Eisensättigung außer acht, dann sind die mit den Wicklungen verketteten Flüsse den Erregerströmen verhältnismäßig. Im folgenden werden zur Darstellung der Übergangsvorgänge der Maschinen auch die Induktivitätswerte der einzelnen Wicklungen benötigt, weshalb auch diese Frage erörtert wird.

2.201. Gegeninduktivität

Nehmen wir an, daß Ständer und Läufer der dreiphasigen elektrischen Maschine in Abb. 2.8 symmetrisch gewickelt wurden und daß der Luftspalt längs des Umfanges gleichmäßig ist. Zunächst sollen die Ständerwicklungen gesondert untersucht werden. Will man den durch Phasenwicklung *a* verketteten Gesamtfluß feststellen, so ist nicht nur der durch den in dieser Phase fließenden Strom i_{sa} in Wicklung *a* hervorgerufene Fluß, sondern auch das durch die in Phasen *b* und *c* fließenden Ströme i_{sb} und i_{sc} in Wicklung *a* erzeugte Feld zu berücksichtigen. Die Induktivitäten der Ständerwicklungen *a*, *b* und *c* seien — aus Symmetriegründen — untereinander gleich ($l_{sa} = l_{sb} = l_{sc} = l_s$). Diese Werte enthalten auch die Streuinduktivität und die Induktivität des Hauptfeldes. Es gilt also: $l_s = L_{sl} + l_{sm}$. Ähnlich sollen auch die Gegeninduktivitätsbeiwerte der Wicklungen *a*—*b*, *a*—*c* und *b*—*c* miteinander gleich sein, es wird also aus Symmetriegründen: $l_{ab} = l_{ba} = l_{bc} = l_{cb} = l_{ac} = l_{ca} = l_m$. Wird einstweilen noch vorausgesetzt, die Summe der Phasenströme sei Null, so ergibt sich das mit Wicklung *a* verkettete Gesamtfeld zu

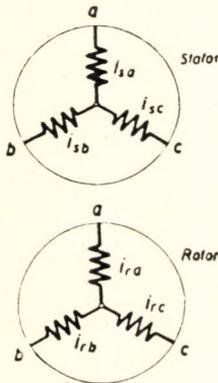


Abb. 2.8. Die Wicklungen der Dreiphasenmaschine

$$\psi_{sa} = i_{sa} l_s + i_{sb} l_m + i_{sc} l_m; \quad (2.40)$$

man gewinnt aus (2.40), nachdem $i_{sa} + i_{sb} + i_{sc} = 0$ ist:

$$\text{und analog} \quad \left. \begin{aligned} \psi_{sa} &= i_{sa} (l_s - l_m), \\ \psi_{sb} &= i_{sb} (l_s - l_m), \\ \psi_{sc} &= i_{sc} (l_s - l_m) \end{aligned} \right\} \quad (2.41)$$

oder noch ausführlicher angeschrieben:

$$\left. \begin{aligned} \psi_{sa} &= i_{sa} (L_{sl} + l_{sm} - l_m), \\ \psi_{sb} &= i_{sb} (L_{sl} + l_{sm} - l_m), \\ \psi_{sc} &= i_{sc} (L_{sl} + l_{sm} - l_m). \end{aligned} \right\} \quad (2.42)$$

Beim Anschreiben der Windungflüsse sind die dabei verwendeten Werte der Induktivitäten $l_s - l_m$ unabhängig von der Sinusform des Feldes gültig und daher die Ausdrücke (2.40) und (2.41) allgemein stichhaltig und liefern selbst dann die genauen Werte, wenn die Feldverteilung nicht sinusförmig ist. Die in gleicher Richtung angeordneten Wicklungen der elektrischen Maschinen, die mit dem gemeinsamen Hauptfeld verkettet sind, besitzen den gleichen Gegeninduktivitätsbeiwert. Haben dagegen zwei Wicklungen eine Winkelabweichung, wie z. B. die einzelnen Ständerwicklungen der dreiphasigen Maschinen, so ist auch die relative Lage zu berücksichtigen. Durch zwei Wicklungen, die beispielsweise senkrecht aufeinander stehen und deren Ströme längs des Luftspaltes einen sinusförmig verteilten Fluß erzeugen, kann keine Spannung gegenseitig induziert werden; der Gegeninduktivitätsbeiwert dieser Wicklungen ist gleich Null. Im allgemeinen ist die Gegeninduktivität von zwei, im Winkel zueinander stehenden Wicklungen bei zylindrischem Läufer und sinusförmig verteiltem Feld gleich dem Produkt von dem Gegeninduktivitätsbeiwert, bezogen auf die gleiche Wicklungsrichtung und dem Cosinus des durch die Wicklungsachsen eingeschlossenen Winkels.

Demnach ist der Betrag der im Zusammenhang (2.40) vorkommenden Induktivitäten:

$$l_m = l_{sm} \cos 120^\circ = -\frac{l_{sm}}{2}. \quad (2.43)$$

Bei sinusförmiger Feldverteilung gehen die Ausdrücke (2.42) mit Berücksichtigung von (2.43) in folgende Form über:

$$\left. \begin{aligned} \psi_{sa} &= i_{sa} \left[L_{sl} + \frac{3}{2} l_{sm} \right] = i_{sa} (L_{sl} + L_m) = i_{sa} L_s, \\ \psi_{sb} &= i_{sb} \left[L_{sl} + \frac{3}{2} l_{sm} \right] = i_{sb} (L_{sl} + L_m) = i_{sb} L_s, \\ \psi_{sc} &= i_{sc} \left[L_{sl} + \frac{3}{2} l_{sm} \right] = i_{sc} (L_{sl} + L_m) = i_{sc} L_s, \end{aligned} \right\} \quad (2.44)$$

wobei $L_s = L_{sl} + L_m$ die dreiphasige Gesamtinduktivität einer Wicklung bedeutet; diese enthält die Streuinduktivität, den durch den Eigenstrom erzeugten Hauptfluß und auch jene Flüsse, die auf Wirkung der beiden anderen Phasenströme zustande kommen. Der Gegen- bzw. Hauptfeld-Induktivitätsbeiwert (L_m) einer Wicklung ist bei den Dreiphasenmaschinen infolge Einwirkung der in den beiden anderen Wicklungen fließenden Ströme das $\frac{3}{2}$ fache des Hauptfeld-Induktivitätsbeiwertes der einzelnen Phasen-

wicklungen: $L_m = \frac{3}{2} l_{sm}$. Somit wird

$$L_s = L_{sl} + L_m. \quad (2.45)$$

2.202. Nullinduktivität

Fließt auch durch den Sternpunkt der Maschine Strom, so kann der Gegen- (Hauptfeld-) Induktivitätsbeiwert auch für das durch diesen Strom erzeugte Feld bestimmt werden. Wir setzen voraus, daß in allen drei Phasen Nullstrom i_0 fließt. In diesem Fall ist

$$\psi_{sa0} = i_0 l_s + i_0 l_m + i_0 l_m,$$

woraus von der Feldverteilung unabhängig im allgemeinen

$$\psi_{sa0} = \psi_{sb0} = \psi_{sc0} = i_0 (l_s + 2l_m) = i_0 L_0 \quad (2.46)$$

erhältlich ist oder mit Einsetzen von

$$l_s = L_{sl} + l_{sm}$$

und bei sinusförmiger Feldverteilung kann angenommen werden, daß

$$l_m \approx -\frac{l_{sm}}{2},$$

$$\psi_{s0} \approx i_0 (L_{sl} + l_{sm} - l_{sm}) = i_0 L_{sl}.$$

$$L_0 \approx L_{sl}. \quad (2.47)$$

Aus dem Vergleich von ψ_s und ψ_{s0} geht hervor, daß in den dreiphasigen elektrischen Maschinen das durch die Phasenströme erzeugte Feld vielfach größer ist als das Feld, erregt durch den gleich großen Sternpunktstrom.

2.203. Die Induktivität von zwei in Reihe geschalteten Phasenwicklungen

Bei den Untersuchungen der Übergangsvorgänge von elektrischen Maschinen spielt der zweipolige einphasige Kurzschluß oft eine Rolle, bei denen der Strom in zwei in Reihe geschalteten Phasenwicklungen fließt, wobei die dritte stromlos bleibt.

Die Phasenströme werden also, wenn z. B. die Wicklungen b und c stromdurchflossen sind und Wicklung a stromlos ist, $i_{sb} = -i_{sc}$ und $i_{sa} = 0$ sein.

Die Summe der drei Phasenströme ist auch in diesem Fall gleich Null, daher lassen sich gemäß (2.44) alle Windungsflüsse durch den dreiphasigen Induktivitätsbeiwert L_s ausdrücken:

$$\psi_{sa} = L_s i_{sa} = 0; \quad \psi_{sb} = L_s i_{sb}; \quad \psi_{sc} = L_s i_{sc}.$$

Zur Ermittlung der Resultierenden der in Reihe geschalteten Wicklungen b und c muß man davon ausgehen, daß die zwischen den Klemmen b und c bestehende verkettete Spannung unter Vernachlässigung der Ohmschen Widerstände

$$u_{bc} = u_b - u_c = \frac{d\psi_{sb}}{dt} - \frac{d\psi_{sc}}{dt} = \frac{d(\psi_{sb} - \psi_{sc})}{dt}$$

ist. Der resultierende Fluß der beiden Wicklungen beläuft sich also auf

$$\psi = \psi_{sb} - \psi_{sc}. \quad (2.48)$$

Gemäß (2.44) gilt

$$\psi = L_s (i_{sb} - i_{sc}) = 2 L_s i_{sb}; \quad (2.49)$$

die resultierende Induktivität der beiden Wicklungen ist also $2L_s$, d. h. das Zweifache des dreiphasigen Induktivitätsbeiwertes einer Phase.

2.204. Der durch Ständer- und Läuferströme gemeinsam erregte Fluß

Zum Abschluß befassen wir uns noch mit dem Gegeninduktivitätsbeiwert der Ständer- und Läuferwicklungen. Der Einfachheit halber sei eine Maschine symmetrischen Aufbaues, wie ein Asynchronmotor angenommen (Abb. 2.8), in der die Ständer- und Läuferwicklungen in gleicher Achsenstellung sind. Die beiden Wicklungen sind mit demselben Hauptfluß verkettet. Demnach gleicht auch ihr Gegeninduktivitätsbeiwert praktisch dem der gleichachsigen Ständerwicklungen.

Soll auch die Wechselwirkung der magnetischen Felder von Ständer und Läufer berechnet werden bzw. wie groß das resultierende Feld des Ständers ist, so ist es zweckdienlich, die im Kapitel 2.10 besprochenen resultierenden Vektoren in Betracht zu ziehen.

Die erste Gleichung der Zusammenhänge (2.44) wird mit $2/3$, die zweite mit $\frac{2}{3}\mathbf{a}$, die dritte mit $\frac{2}{3}\mathbf{a}^2$ multipliziert und die so erhaltenen Gleichungen werden addiert:

$$\frac{2}{3}(\psi_{sa} + \mathbf{a}\psi_{sb} + \mathbf{a}^2\psi_{sc}) = \frac{2}{3}(i_{sa} + \mathbf{a}i_{sb} + \mathbf{a}^2i_{sc})L_s;$$

unter Berücksichtigung der Zusammenhänge (2.1) und (2.39) gilt also

$$\psi_s = \mathbf{i}_s L_s. \quad (2.50)$$

Fließen im Läufer die Phasenströme i_{ra} , i_{rb} und i_{rc} und nimmt man das Einsetzen von $L_{rl} + \frac{3}{2}l_{rm} = L_{rl} + L_m = L_r$ vor, so ist das durch die

Läuferströme im Läufer erzeugte Feld analog erhältlich:

$$\psi_r = \mathbf{i}_r L_r. \quad (2.51)$$

Bestimmen wir nun den Wert des gemeinsam im Ständer durch die im Ständer und Läufer fließenden Ströme erregten Flusses. Bezeichnen wir den Gegeninduktivitätsbeiwert von je einer gegenüberliegenden Ständer- und Läuferphasenwicklung mit l_{sr} ($l_{sr} = l_{sm} = l_{rm}$). Falls das Luftspaltfeld längs des Umfanges sinusförmig verteilt ist, beträgt der mit den einzelnen Ständerphasenwicklungen verkettete Fluß bei Berücksichtigung der Abb. 2.8 und der Ausdrücke (2.44):

$$\begin{aligned} \psi_{sa} &= i_{sa} L_s + i_{ra} l_{sr} + i_{rb} l_{sr} \cos 120^\circ + i_{rc} l_{sr} \cos 240^\circ = \\ &= i_{sa} L_s + \left(i_{ra} - \frac{1}{2} i_{rb} - \frac{1}{2} i_{rc} \right) l_{sr}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_{sb} &= i_{sb} L_s + i_{ra} l_{sr} \cos 240^\circ + i_{rb} l_{sr} + i_{rc} l_{sr} \cos 120^\circ = \\ &= i_{sb} L_s + \left(i_{rb} - \frac{1}{2} i_{ra} - \frac{1}{2} i_{rc} \right) l_{sr}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_{sc} &= i_{sc} L_s + i_{ra} l_{sr} \cos 120^\circ + i_{rb} l_{sr} \cos 240^\circ + i_{rc} l_{sr} = \\ &= i_{sc} L_s + \left(i_{rc} - \frac{1}{2} i_{ra} - \frac{1}{2} i_{rb} \right) l_{sr}. \end{aligned}$$

Beachtet man außerdem, daß $i_{ra} + i_{rb} + i_{rc} = 0$ und $\frac{3}{2} l_{sr} = L_m$, so ergibt sich, daß

$$\psi_{sa} = i_{sa} L_s + \frac{3}{2} l_{sr} i_{ra} = i_{sa} L_s + i_{ra} L_m,$$

$$\psi_{sb} = i_{sb} L_s + \frac{3}{2} l_{sr} i_{rb} = i_{sb} L_s + i_{rb} L_m,$$

$$\psi_{sc} = i_{sc} L_s + \frac{3}{2} l_{sr} i_{rc} = i_{sc} L_s + i_{rc} L_m,$$

woraus man mit dem beim Zusammenhang (2.50) angewendeten Verfahren folgendes Ergebnis erhält:

$$\psi_s = \mathbf{i}_s L_s + \mathbf{i}_r L_m. \quad (2.52)$$

Ganz ähnlich gewinnt man den durch die Ständer- und Läuferströme im Läufer erregten Fluß:

$$\psi_r = \mathbf{i}_s L_m + \mathbf{i}_r L_r. \quad (2.53)$$

Es soll schließlich der Wert des resultierenden Flusses für den Fall berechnet werden, wenn die Achsen der Ständer- und Läuferwicklungen nicht zusammenfallen, sondern einen beliebigen Winkel α miteinander einschließen (Abb. 2.9).

Die mit dem Ständerphasenwicklungen verketteten Flüsse sind in diesem Fall:

$$\psi_{sa} = i_{sa} L_s + i_{ra} l_{sr} \cos \alpha + i_{rb} l_{sr} \cos (\alpha + 120^\circ) + i_{rc} l_{sr} \cos (\alpha + 240^\circ),$$

$$\psi_{sb} = i_{sb} L_s + i_{ra} l_{sr} \cos (\alpha + 240^\circ) + i_{rb} l_{sr} \cos \alpha + i_{rc} l_{sr} \cos (\alpha + 120^\circ),$$

$$\psi_{sc} = i_{sc} L_s + i_{ra} l_{sr} \cos (\alpha + 120^\circ) + i_{rb} l_{sr} \cos (\alpha + 240^\circ) + i_{rc} l_{sr} \cos \alpha.$$

Berücksichtigt man abermals, daß $i_{ra} + i_{rb} + i_{rc} = 0$, $\frac{3}{2} l_{sr} = L_m$, multipliziert man die erste Gleichung mit $\frac{2}{3}$, die zweite mit $\frac{2}{3} \mathbf{a} = \frac{2}{3} e^{j120^\circ}$, die dritte mit $\frac{2}{3} \mathbf{a}^2 = \frac{2}{3} e^{j240^\circ}$ und werden dieselben addiert sowie die Kosinusfunktionen durch entsprechende Exponentialausdrücke ersetzt, so gelangt man zum nachstehenden Endergebnis:

$$\psi_s = \mathbf{i}_s L_s + \mathbf{i}_r L_m e^{j\alpha}. \quad (2.54)$$

Der Vektor der Läuferflüsse läßt sich analog zu

$$\psi_r = \mathbf{i}_s L_m e^{-j\alpha} + \mathbf{i}_r L_r \quad (2.55)$$

errechnen. In obigen Zusammenhängen sind

$$\left. \begin{aligned} L_s &= L_{sl} + \frac{3}{2} l_{sm} = L_{sl} + L_m, \\ L_r &= L_{rl} + \frac{3}{2} l_{rm} = L_{rl} + L_m, \end{aligned} \right\} \quad (2.56)$$

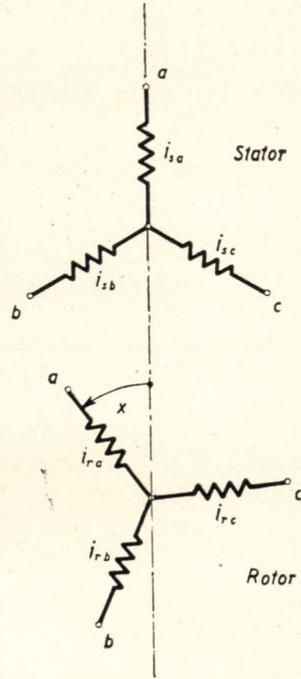


Abb. 2.9. Die Wicklungen einer Dreiphasenmaschine. Die Achse der Läuferwicklungen ist gegenüber der Achse der Ständerwicklungen um den Winkel α versetzt

wobei L_m den Gegeninduktivitätsbeiwert (den resultierenden dreiphasigen Induktivitätsbeiwert) zwischen den Ständer- und Läuferwicklungen bedeutet; L_{sl} ist der Streuinduktivitätsbeiwert des Ständers, L_{rl} der des Läufers.

2.30. DIE VEKTORFORM DER SPANNUNGSGLEICHUNGEN

Die Momentanwerte der Ständerphasenspannungen von dreiphasigen Wechselstrommaschinen ergeben sich durch folgende Zusammenhänge:

$$\left. \begin{aligned} u_{sa} &= i_{sa} R_s + \frac{d\psi_{sa}}{dt}, \\ u_{sb} &= i_{sb} R_s + \frac{d\psi_{sb}}{dt}, \\ u_{sc} &= i_{sc} R_s + \frac{d\psi_{sc}}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (2.57)$$

wobei R_s den Wirkwiderstand der Ständerwicklungen je Phase bedeutet. Unter Anwendung der in den Grundgleichungen (2.57) für die drei Phasenwicklungen separat aufgeschriebenen, sich auf die Raumvektoren der Spannungen, Ströme und Wicklungsflüsse beziehenden Zusammenhänge (2.38), (2.4) und (2.39) kann eine einzige Differentialgleichung gebildet werden, welche die Spannungen, Ströme und Wicklungsflüsse der Maschine enthält.

Wird nämlich die erste Gleichung der Gruppe (2.57) mit $\frac{2}{3}$, die zweite mit

$\frac{2}{3} \mathbf{a} = \frac{2}{3} e^{j120^\circ}$, die dritte mit $\frac{2}{3} \mathbf{a}^2 = \frac{2}{3} e^{j240^\circ}$ multipliziert, und addiert man die drei Gleichungen, so ergibt sich:

$$\frac{2}{3} (u_{sa} + \mathbf{a} u_{sb} + \mathbf{a}^2 u_{sc}) = \frac{2}{3} (i_{sa} + \mathbf{a} i_{sb} + \mathbf{a}^2 i_{sc}) R_s + \frac{2}{3} \frac{d}{dt} (\psi_{sa} + \mathbf{a} \psi_{sb} + \mathbf{a}^2 \psi_{sc}),$$

d. h.

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{i}_s R_s + \frac{d\psi_s}{dt}, \quad (2.58)$$

worin ψ_s von den Ständer- und Läuferströmen sowie von den Induktivitäten der Maschine abhängt. Der Ausdruck (2.58) zeigt auch, daß sofern keine Nullkomponente vorkommt, die sich in den einzelnen Phasen abspielenden elektrischen Vorgänge bzw. die sie beschreibenden Differentialgleichungen nicht in jeder Phase gesondert untersucht und beschrieben zu werden brauchen. Es genügt, lediglich eine einzige Differentialgleichung einer Prüfung zu unter-

ziehen, die mit Hilfe der Momentanwerte der drei Phasengrößen aufgebaut wurde. Durch diese Differentialgleichung werden die in den drei Phasen ablaufenden Vorgänge für sämtliche Zeitpunkte eindeutig bestimmt.

Kommen auch Nullkomponenten vor, so ist die kennzeichnende Differentialgleichung

$$u_{s0} = i_{s0} R_s + \frac{d\psi_{s0}}{dt} \quad (2.59)$$

besonders zu untersuchen.

Die Spannungsgleichung für die Vektoren des Läufers kann in analoger Weise angeschrieben werden:

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{i}_r R_r + \frac{d\boldsymbol{\psi}_r}{dt}; \quad (2.60)$$

wobei der Wert $\boldsymbol{\psi}_r$ ebenfalls von den Ständer- und Läuferströmen sowie den Induktivitäten der Maschine abhängt.

Die etwaigen Nullwerte des Läufers müssen ähnlich wie die Differentialgleichung (2.59) separat bestimmt werden.

Die in der Ständerspannungsgleichung vorkommenden Vektorwerte sind im Ständerkoordinatensystem, die Beträge der Läuferspannungsgleichung im Läuferkoordinatensystem gegeben. Schreibt man die im Läuferkoordinatensystem angegebene Gleichung (2.60) in das Ständerkoordinatensystem um, und werden in diesem beide Spannungsgleichungen in α , β und 0 Komponenten zerlegt, so erhält man die Spannungsgleichungen für die α , β und 0 Komponenten. Dem zweiten Zusammenhang von (2.25) gemäß sind die in Läuferkoordinaten angegebenen Vektoren mit e^{jx} zu multiplizieren, um ihre Werte in Ständerkoordinaten erhalten zu können. Multipliziert man beide Seiten der Spannungsgleichung (2.60) mit e^{jx} und setzt an Stelle des Wertes $\boldsymbol{\psi}_r$ laut erstem Zusammenhang von (2.25) seinen in Ständerkoordinaten ausgedrückten Wert $\boldsymbol{\psi}_{rS}$: $\boldsymbol{\psi}_r = \boldsymbol{\psi}_{rS} e^{-jx}$, so bekommt man

$$e^{jx} \mathbf{u}_r = e^{jx} \mathbf{i}_r R_r + e^{jx} \frac{d}{dt} (\boldsymbol{\psi}_{rS} e^{-jx}).$$

Nach durchgeführter Differenzierung und unter Berücksichtigung, daß $e^{jx} \mathbf{u}_r = \mathbf{u}_{rS}$ und $e^{jx} \mathbf{i}_r = \mathbf{i}_{rS}$, gelangt man zu nachstehendem Ergebnis:

$$\mathbf{u}_{rS} = \mathbf{i}_{rS} R_r + \frac{d\boldsymbol{\psi}_{rS}}{dt} - j \frac{dx}{dt} \boldsymbol{\psi}_{rS}.$$

Die auf das Ständerkoordinatensystem hinweisenden Indizes S können ohne weiteres weggelassen werden, falls man sich merkt, daß die Werte \mathbf{u}_r , \mathbf{i}_r und $\boldsymbol{\psi}_r$ nunmehr im Ständerkoordinatensystem aufgeschrieben wurden.

So gewinnt man mit Einsetzen von $\frac{dx}{dt} = \omega$ die Läufer Spannungsgleichung im Ständerkoordinatensystem:

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{i}_r R_r + \frac{d\psi_r}{dt} - j\omega \psi_r. \quad (2.61)$$

Es soll nochmals betont werden, daß \mathbf{u}_r , \mathbf{i}_r und ψ_r in dieser Gleichung im Ständerkoordinatensystem zu verstehen sind. Die Ständerspannungsgleichung (2.58) bleibt unverändert, nachdem die Ständerwerte auch ursprünglich im Ständerkoordinatensystem angeschrieben waren. Ersetzt man die in Gleichungen (2.58) und (2.61) stehenden Werte gemäß (2.16) durch die Komponenten α und β und trennt die reellen und imaginären Teile, so sind die Spannungsgleichungen für die Komponenten α und β erhältlich:

$$\left. \begin{aligned} u_\alpha &= i_\alpha R_s + \frac{d\psi_\alpha}{dt}, \\ u_\beta &= i_\beta R_s + \frac{d\psi_\beta}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (2.62)$$

$$\left. \begin{aligned} u_{r\alpha} &= i_{r\alpha} R_r + \frac{d\psi_{r\alpha}}{dt} + \omega \psi_{r\beta}, \\ u_{r\beta} &= i_{r\beta} R_r + \frac{d\psi_{r\beta}}{dt} - \omega \psi_{r\alpha}. \end{aligned} \right\} \quad (2.63)$$

Aus diesen Gleichungen geht hervor, daß die Läufergrößen in Richtungen α und β nur bei stillstehenden Maschinen ($\omega = 0$) voneinander unabhängig sind.

Schließlich soll noch die im Ständerkoordinatensystem gegebene Ständerspannungsgleichung (2.58) in das Läuferkoordinatensystem umgeschrieben und in d sowie q Komponenten zerlegt werden. Das Umschreiben in Läuferkoordinaten erfolgt auch diesmal unter Berücksichtigung der Beziehung (2.25):

$$e^{-jx} \mathbf{u}_s = e^{-jx} \mathbf{i}_s R_s + e^{-jx} \frac{d}{dt} (\psi_{sL} e^{jx}),$$

woraus sich nach der Differenzierung die Gleichung

$$\mathbf{u}_{sL} = \mathbf{i}_{sL} R_s + \frac{d\psi_{sL}}{dt} + j\omega \psi_{sL}$$

ergibt.

Der zur Unterscheidung dienende Index L kann auch hier außer acht gelassen werden, sofern man sich merkt, daß durch \mathbf{u}_s , \mathbf{i}_s und $\boldsymbol{\psi}_s$ Vektoren im Läuferkoordinatensystem bezeichnet werden. Mithin erhält die im Läuferkoordinatensystem aufgeschriebene Ständerspannungsgleichung folgende Form:

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{i}_s R_s + \frac{d\boldsymbol{\psi}_s}{dt} + j\omega \boldsymbol{\psi}_s. \quad (2.64)$$

Die Läuferspannungsgleichung (2.60)

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{i}_r R_r + \frac{d\boldsymbol{\psi}_r}{dt} \quad (2.60')$$

bleibt unverändert, weil diese auch ursprünglich im Läuferkoordinatensystem aufgeschrieben war.

Mit Ersetzung der in den beiden letzten Gleichungen vorkommenden Werte gemäß (2.28) durch die d und q Komponenten sowie nach Trennung der reellen und imaginären Teile können für die d und q Komponenten nachstehende Spannungsgleichungen gewonnen werden:

$$\left. \begin{aligned} u_d &= i_d R_s + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega\psi_q, \\ u_q &= i_q R_s + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega\psi_d, \end{aligned} \right\} \quad (2.65)$$

$$\left. \begin{aligned} u_{rd} &= i_{rd} R_r + \frac{d\psi_{rd}}{dt}, \\ u_{rq} &= i_{rq} R_r + \frac{d\psi_{rq}}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (2.66)$$

Das sind die Parkschen Gleichungen, durch welche die Zusammenhänge zwischen Spannungen, Strömen und Flüssen im Läuferkoordinatensystem beschrieben werden. Wie ersichtlich, sind die Ständergrößen in Richtung d und q nur bei stillstehenden Maschinen voneinander unabhängig.

Die in den Spannungsgleichungen vorkommenden Wicklungsflüsse können gemäß (2.54) bzw. (2.55) mit den Strömen und Induktivitäten der Maschine ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\psi}_s &= \mathbf{i}_s L_s + \mathbf{i}_r L_m e^{jx}, \\ \boldsymbol{\psi}_r &= \mathbf{i}_s L_m e^{-jx} + \mathbf{i}_r L_r. \end{aligned}$$

Jeder in diesen Gleichungen vorkommende Vektor ist im eigenen Koordinatensystem angegeben. Schreiben wir nun diese in das Läuferkoordinaten-

system um und setzen dieselben in die schon ebenfalls im Läuferkoordinatensystem angeschriebenen Spannungsgleichungen (2.64) und (2.60') ein. Zu diesem Zweck sollen beide Seiten des Ausdruckes für ψ_s mit e^{-jx} multipliziert werden:

$$\psi_s e^{-jx} = \mathbf{i}_s e^{-jx} L_s + \mathbf{i}_r L_m.$$

Werden nunmehr an Stelle der jetzt in Läuferkoordinaten angeschriebenen Werte $\psi_s e^{-jx}$ und $\mathbf{i}_s e^{-jx}$ die Vektoren ψ_s und \mathbf{i}_s auch im Ausdruck von ψ_r mit der Bemerkung eingesetzt, daß diese in Läuferkoordinaten bestimmt wurden (der zur Unterscheidung dienende Index L wurde weglassen), so erhält man nachstehende Zusammenhänge:

$$\left. \begin{aligned} \psi_s &= \mathbf{i}_s L_s + \mathbf{i}_r L_m, \\ \psi_r &= \mathbf{i}_s L_m + \mathbf{i}_r L_r, \end{aligned} \right\} \quad (2.67)$$

bei denen ψ_s und ψ_r , \mathbf{i}_s und \mathbf{i}_r in Läuferkoordinaten zu verstehen sind. Mit Einsetzen der durch (2.67) bestimmten Wicklungsflüsse in Gleichungen (2.64) und (2.60') gilt, daß:

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{i}_s R_s + \frac{d}{dt} (\mathbf{i}_s L_s + \mathbf{i}_r L_m) + j\omega (\mathbf{i}_s L_s + \mathbf{i}_r L_m),$$

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{i}_r R_r + \frac{d}{dt} (\mathbf{i}_s L_m + \mathbf{i}_r L_r),$$

woraus sich die Beziehungen

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{i}_s R_s + L_s \frac{d\mathbf{i}_s}{dt} + L_m \frac{d\mathbf{i}_r}{dt} + j\omega (\mathbf{i}_s L_s + \mathbf{i}_r L_m), \quad (2.68)$$

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{i}_r R_r + L_m \frac{d\mathbf{i}_s}{dt} + L_r \frac{d\mathbf{i}_r}{dt} \quad (2.69)$$

ergeben.

Durch die Gleichungen (2.68) und (2.69) werden die Zusammenhänge zwischen den Spannungen und Strömen von Ständer und Läufer für beliebige Betriebszustände im Läuferkoordinatensystem geliefert. Werden in die Spannungsgleichungen (2.65) und (2.66) die Windungsflußwerte

$$\psi_{sd} = \mathbf{i}_{sd} L_{sd} + \mathbf{i}_{rd} L_{md},$$

$$\psi_{sq} = \mathbf{i}_{sq} L_{sq} + \mathbf{i}_{rq} L_{mq},$$

$$\psi_{rd} = \mathbf{i}_{sd} L_{md} + \mathbf{i}_{rd} L_{rd},$$

$$\psi_{rq} = \mathbf{i}_{sq} L_{mq} + \mathbf{i}_{rq} L_{rq}$$

gesetzt, so bekommt man die sich auf die d und q Komponenten der Ständer- und Läufer Spannungen sowie Ströme beziehenden Spannungsgleichungen. L_{sd} und L_{rd} bzw. L_{sq} und L_{rq} sind die in Richtungen d bzw. q auftretenden Induktivitäten von Ständer und Läufer, L_{md} und L_{mq} die gegenseitigen Induktivitäten zwischen Ständer und Läufer in d bzw. q Richtungen. Aus den im Ständerkoordinatensystem angeschriebenen Gleichungen (2.62) und (2.63) gewinnt man in ähnlicher Weise die auf die a und β Komponenten der Ständer- und Läufer Spannungen und Ströme bezogenen Spannungsgleichungen, falls in dieselben die mit den entsprechenden Strömen und Induktivitäten ausgedrückten Wicklungsflußwerte eingesetzt werden.

Das Umschreiben der Spannungsgleichungen in ein Koordinatensystem, das sich mit einer beliebigen Winkelgeschwindigkeit $\omega_k = \frac{dx_k}{dt}$ dreht, kann unter Zugrundelegung der Zusammenhänge (2.26) bzw. (2.27) nach dem vorherigen Muster geschehen. Die im Ständerkoordinatensystem angeschriebene Gleichung (2.58) wird mit e^{-jx_k} multipliziert und $\psi_s = \psi_{sK} e^{jx_k}$ eingesetzt. Unter Berücksichtigung, daß $\mathbf{u}_s e^{-jx_k} = \mathbf{u}_{sK}$ und $\mathbf{i}_s e^{-jx_k} = \mathbf{i}_{sK}$ sind, ergibt sich nach Durchführung der Operation, daß

$$\mathbf{u}_{sK} = \mathbf{i}_{sK} R_s + \frac{d\psi_{sK}}{dt} + j\omega_k \psi_{sK}.$$

Falls die im Läuferkoordinatensystem (welches sich mit Winkelgeschwindigkeit ω dreht) bestimmte Gleichung (2.60) mit $e^{-j(x_k-x)}$ multipliziert, das Einsetzen von $\psi_r = \psi_{rK} e^{j(x_k-x)}$ vorgenommen und berücksichtigt wird, daß $\mathbf{u}_r e^{-j(x_k-x)} = \mathbf{u}_{rK}$ und $\mathbf{i}_r e^{-j(x_k-x)} = \mathbf{i}_{rK}$ sind, so folgt hieraus nachstehende Gleichung:

$$\mathbf{u}_{rK} = \mathbf{i}_{rK} R_r + \frac{d\psi_{rK}}{dt} + j(\omega_k - \omega) \psi_{rK}.$$

Der den Unterschied bedeutende Index K kann auch hier außer acht gelassen werden, nachdem sämtliche in den Gleichungen vorkommenden Vektoren im sich mit Winkelgeschwindigkeit ω_k drehenden Koordinatensystem definiert wurden. Damit wird die Form der Ständer- und Läufer Spannungsgleichung im sich mit Winkelgeschwindigkeit ω_k drehenden Koordinatensystem folgende sein :

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u}_s &= \mathbf{i}_s R_s + \frac{d\psi_s}{dt} + j\omega_k \psi_s, \\ \mathbf{u}_r &= \mathbf{i}_r R_r + \frac{d\psi_r}{dt} + j(\omega_k - \omega) \psi_r. \end{aligned} \right\} \quad (2.70)$$

Die mit den Zusammenhängen (2.54) und (2.55) bestimmten Flußvektoren können auf ähnliche Weise transformiert werden, wonach sich — unter

Weglassen des Index K — nachstehende Gleichungen ergeben:

$$\psi_s = \mathbf{i}_s L_s + \mathbf{i}_r L_m,$$

$$\psi_r = \mathbf{i}_s L_m + \mathbf{i}_r L_r.$$

Mit Einsetzen dieser Ausdrücke in die Gleichungen (2.70) erhält man die Spannungsgleichungen, durch welche die Zusammenhänge zwischen Ständer- und Läuferspannungen und Strömen im Koordinatensystem, mit Winkelgeschwindigkeit ω_k beschrieben werden:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u}_s &= \mathbf{i}_s R_s + \frac{d}{dt} (\mathbf{i}_s L_s + \mathbf{i}_r L_m) + j\omega_k (\mathbf{i}_s L_s + \mathbf{i}_r L_m), \\ \mathbf{u}_r &= \mathbf{i}_r R_r + \frac{d}{dt} (\mathbf{i}_s L_m + \mathbf{i}_r L_r) + j(\omega_k - \omega) (\mathbf{i}_s L_m + \mathbf{i}_r L_r). \end{aligned} \right\} \quad (2.71)$$

Ein gemeinsames Kennzeichen der besprochenen Spannungsgleichungen ist, daß sie an Stelle der Phasenwerte Raumvektoren oder ihre Komponenten enthalten. Der Vorteil der Koordinatentransformation zeigt sich beim Anschreiben der Flüsse: während sich nämlich der gegenseitige Induktivitätsbeiwert zwischen den Ständer- und Läuferwicklungen infolge der Drehung der Maschine periodisch ändert, ist er in den Koordinatensystemen α und β oder d und q von der Zeit unabhängig konstant (konstante Permeabilität vorausgesetzt). Die gesuchten Werte können aus den auf Ständer und Läufer bezogenen Spannungsgleichungen sowie aus den Anfangsbedingungen bestimmt werden. Beim Anschreiben der Gleichungen wird stets die Transformation verwendet, welche im gegebenen Fall zu den allereinfachsten Zusammenhängen führt. Sind z. B. Ständer und Läufer elektrisch und magnetisch symmetrisch, so ist es zweckmäßig, sich der Vektorform der Gleichungen bzw. der Zerlegung in symmetrische Komponenten zu bedienen. Befinden sich am Ständer zwei aufeinander senkrecht stehende, vom elektrischen oder magnetischen Standpunkt ausgeprägte Richtungen, wobei der Läufer symmetrisch ist, so führt in den meisten Fällen die Anwendung der Komponenten α und β zum Ziel; gilt dasselbe für den Läufer und ist der Ständer dabei symmetrisch, so ist die einfachste Lösung in der Regel von den d und q Komponenten zu gewärtigen.

2.40. DER ALLGEMEINE AUSDRUCK FÜR DIE ELEKTRISCHE LEISTUNG

Nehmen wir an, daß die Momentanwerte der in den drei Phasenwicklungen fließenden Ströme in Phase a : $i_a + i_0$, in Phase b : $i_b + i_0$ und in Phase c : $i_c + i_0$ sind und die Momentanwerte der Phasenspannungen $u_a + u_0$, $u_b + u_0$ bzw. $u_c + u_0$ betragen. Dann gilt für den Momentanwert der gemeinsamen Leistung der drei Phasen:

$$p = (u_a + u_0)(i_a + i_0) + (u_b + u_0)(i_b + i_0) + (u_c + u_0)(i_c + i_0).$$

Führt man die Multiplikationen durch und wird berücksichtigt, daß $u_a + u_b + u_c = 0$ und $i_a + i_b + i_c = 0$, so folgt hieraus, daß:

$$p = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c + 3 u_0 i_0.$$

Sind keine Nullströme bzw. Nullspannungen zu verzeichnen, so läßt sich die Leistung mit den vorstehend eingeführten Raumvektoren gemäß Zusammenhang

$$p = \frac{3}{2} \operatorname{Re} [\mathbf{u} \dot{\mathbf{i}}] \quad (2.72)$$

(welcher ein skalares Produkt darstellt) berechnen.

Es kann bewiesen werden, daß durch Zusammenhang (2.72) der Leistungsmomentanwert auch bei beliebig veränderlichen \mathbf{u} und \mathbf{i} richtig geliefert wird. Setzt man nämlich in den Ausdruck für p die Gleichungen

$$\mathbf{u} = \frac{2}{3} (u_a + \mathbf{a} u_b + \mathbf{a}^2 u_c) \quad \text{und} \quad \mathbf{i} = \frac{2}{3} (i_a + \mathbf{a} i_b + \mathbf{a}^2 i_c)$$

ein, indem man berücksichtigt, daß $\hat{\mathbf{a}} = \mathbf{a}^2$, und $\hat{\mathbf{a}}^2 = \mathbf{a}$, so ergibt sich:

$$p = \frac{3}{2} \operatorname{Re} \left[\frac{2}{3} (u_a + \mathbf{a} u_b + \mathbf{a}^2 u_c) \frac{2}{3} (i_a + \mathbf{a}^2 i_b + \mathbf{a} i_c) \right].$$

Mit Rücksicht darauf, daß u_a, u_b und u_c sowie i_a, i_b und i_c reelle Werte darstellen, daß die reellen Teile von \mathbf{a} und \mathbf{a}^2 gleich $(-1/2)$ und die Summen der Phasenströme bzw. Spannungen in allen Augenblicken gleich Null sind, so bekommt man

$$p = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c.$$

Hieraus folgt, daß die Formel (2.72) ganz allgemein für beliebige Übergangsströme bzw. Spannungen gilt, es müssen nur die Bedingungen erfüllt werden, daß $u_a + u_b + u_c = 0$ und $i_a + i_b + i_c = 0$ sind. Werden diese Bedingungen nicht erfüllt, d. h. sind auch Nullspannungen und Nullströme vorhanden, so ist deren Leistung besonders zu berücksichtigen.

Werden sowohl Ständer als auch Läufer einer Maschine gespeist, so beträgt die von der Maschine aufgenommene Gesamtleistung:

$$p = \frac{3}{2} \operatorname{Re} [\mathbf{u}_s \dot{\mathbf{i}}_s] + \frac{3}{2} \operatorname{Re} [\mathbf{u}_r \dot{\mathbf{i}}_r] = \frac{3}{2} \operatorname{Re} [\mathbf{u}_s \dot{\mathbf{i}}_s + \mathbf{u}_r \dot{\mathbf{i}}_r]. \quad (2.73)$$

Die Gültigkeit obiger Zusammenhänge bleibt auch bei verdrehten oder sich drehenden Koordinatensystemen beibehalten, weil durch die Koordi-

natenttransformation der relative Winkel der beiden Vektoren keine Änderung erfährt.

Werden in die Leistungsgleichung (2.72) die symmetrischen Komponenten der Raumvektoren eingesetzt, so ergibt sich der mit symmetrischen Komponenten ausgedrückte Leistungswert. Gemäß (2.6) ist $\mathbf{i} = \mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2$, also $\hat{\mathbf{i}} = \hat{\mathbf{i}}_1 + \hat{\mathbf{i}}_2$ und $\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 + \hat{\mathbf{u}}_2$, mithin läßt sich anschreiben, daß

$$p = \frac{3}{2} \operatorname{Re} [(\mathbf{u}_1 + \hat{\mathbf{u}}_2) (\hat{\mathbf{i}}_1 + \mathbf{i}_2)] = \frac{3}{2} \operatorname{Re} (\mathbf{u}_1 \hat{\mathbf{i}}_1 + \hat{\mathbf{u}}_2 \mathbf{i}_2 + \mathbf{u}_1 \mathbf{i}_2 + \hat{\mathbf{u}}_2 \hat{\mathbf{i}}_1).$$

Es ist aber

$$\operatorname{Re}[\hat{\mathbf{u}}_2 \mathbf{i}_2] = \operatorname{Re}[\mathbf{u}_2 \hat{\mathbf{i}}_2]$$

und

$$\operatorname{Re}[\hat{\mathbf{u}}_2 \hat{\mathbf{i}}_1] = \operatorname{Re}[\mathbf{u}_2 \mathbf{i}_1],$$

demnach wird

$$p = \frac{3}{2} \operatorname{Re} [\mathbf{u}_1 \hat{\mathbf{i}}_1 + \mathbf{u}_2 \hat{\mathbf{i}}_2 + \mathbf{u}_1 \mathbf{i}_2 + \mathbf{u}_2 \mathbf{i}_1] \quad (2.74)$$

sein.

In Gleichung (2.74) bedeuten

$$\frac{3}{2} \operatorname{Re}[\mathbf{u}_1 \hat{\mathbf{i}}_1] = P_1$$

die Durchschnittsleistung des mitlaufenden Systems,

$$\frac{3}{2} \operatorname{Re}[\mathbf{u}_2 \hat{\mathbf{i}}_2] = P_2$$

die Durchschnittsleistung des gegenlaufenden Systems. Für den Ausdruck

$$\frac{3}{2} \operatorname{Re} [\mathbf{u}_1 \mathbf{i}_2 + \mathbf{u}_2 \mathbf{i}_1]$$

ist es leicht zu beweisen, daß durch diesen die um den Mittelwert Null mit doppelter Frequenz pulsierende Leistung beschrieben wird. Gemäß (2.9) gilt nämlich, daß

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \operatorname{Re} [\mathbf{u}_1 \mathbf{i}_2 + \mathbf{u}_2 \mathbf{i}_1] &= \frac{3}{2} \operatorname{Re} [\mathbf{U}_1 e^{j\omega_1 t} \mathbf{I}_2 e^{j\omega_1 t} + \mathbf{U}_2 e^{j\omega_1 t} \mathbf{I}_1 e^{j\omega_1 t}] = \\ &= \frac{3}{2} \operatorname{Re} [(\mathbf{U}_1 \mathbf{I}_2 + \mathbf{U}_2 \mathbf{I}_1) e^{j2\omega_1 t}]. \end{aligned}$$

Der Mittelwert der Leistung des asymmetrischen Systems wird also als die Summe der Durchschnittsleistungen des mitlaufenden und gegenlaufenden Systems erhalten, wobei diese bei Nullspannungen und Strömen noch mit der Leistung des Nullsystems zu ergänzen ist:

$$P = P_1 + P_2 + P_0. \tag{2.75}$$

2.50. DER ALLGEMEINE AUSDRUCK DES MOMENTES

2.501. Die Berechnung des Momentes

Die Momentenberechnung werden wir auf zweierlei Weise durchführen. Zunächst können wir feststellen, daß das Moment als Folge der magnetischen Wechselwirkung zwischen Ständer und Läufer zustande kommt, und bei der ersten Berechnungsmethode bestimmen wir jenes Moment, welches auf Einfluß der Ständerströme und des Luftspaltfeldes auf den Ständer wirkt. Da sich der Läufer gegenüber dem Ständer frei dreht, wird auf den Läufer ein entgegengesetzt gerichtetes, aber gleich großes Moment wie auf den Ständer wirken. Bei der Bestimmung des Ständermomentes geht man von den Beziehungen $F = B i l$ bzw. $M = F r = B i l r$ aus, wobei die erste den Momentanwert der Kraft bedeutet. Wir setzen voraus, daß die Ständerwicklung symmetrisch und dreiphasig ist, und die als Gesamtwirkung der in den Wicklungen fließenden Ströme entstehende Strombelastung (der auf 1 cm des Umfanges entfallende Strom) sich längs des Umfanges sinusförmig verteilt bzw. daß nur mit der Grundwelle der tatsächlichen Verteilung gerechnet wird. Ähnlicherweise wird auch die Induktionverteilung längs des Umfanges als sinusförmig angenommen. Außer daß die Summe der Momentanwerte der Ströme in jedem Augenblick gleich Null sein soll (es liegt keine Nullkomponente vor), wird für diese keinerlei Bedingung gestellt und somit werden unsere Feststellungen für Ströme beliebigen Verlaufes gültig sein.

In Abb. 2.10 wurde der halbe Ständerumfang eingezeichnet. Wie im Abschn. 2.10 festgestellt, wird der resultierende Ständerstrom durch den Vektor

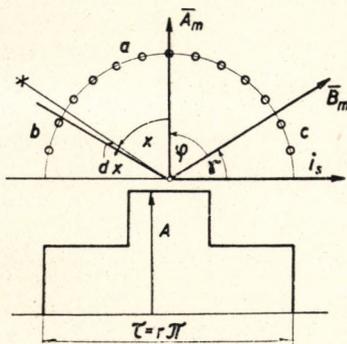


Abb. 2.10. Die Verteilung des Strombelages, die Vektoren des Strombelages und der Induktion bei Zweipolmaschinen

$$\mathbf{i}_s = \frac{2}{3} (i_a + \mathbf{a}i_b + \mathbf{a}^2 i_c)$$

dargestellt. Indem die durch die einzelnen Phasenwicklungen erzeugte Stromverteilung am Umfang als sinusförmig angenommen wird, zeigt — wie vor-

stehend bewiesen — der resultierende Strom \mathbf{i}_s stets in Richtung der resultierenden Erregung und kann so betrachtet werden, als würde auf die gemeinsame Wirkung der drei, im Raum um 120° versetzten Wicklungen fließenden Ströme eine einzige, in der Richtung von \mathbf{i}_s liegende Wicklung bestehen und in ihr der Strom \mathbf{i}_s fließen. Demzufolge können wir bei unseren weiteren Berechnungen derart vorgehen, daß wir jene Lage des Vektors \mathbf{i}_s wählen, bei der seine Richtung mit der der Phasenwicklung a zusammenfällt. Wir nehmen an, daß sich die mit der Achse der Phasenwicklung a in gleicher Richtung liegende Wicklung zusammen mit dem Vektor des veränderlichen \mathbf{i}_s mitbewegt. Mit dieser Bedingung wird erreicht, daß der Strom der Phase a stets

$$i_a = i_s = I_a, \text{ die Ströme der Phasen } b \text{ bzw. } c \text{ immer } i_b = -\frac{I_a}{2} = -\frac{i_s}{2} \text{ und}$$

$$i_c = -\frac{I_a}{2} = -\frac{i_s}{2} \text{ sind. Der Höchstwert der spezifischen Strombelastung am}$$

Umfang (A) befindet sich in der Mittelstelle der Phasenwicklung a . Da der Strom in den Wicklungen der Phasen b und c nur halb so groß ist, wird auch die spezifische Strombelastung jener Abschnitte, an denen sich die Wicklungen b und c befinden, an Umfang nur halb so groß sein. Der Höchstwert der spezifischen Strombelastung steht auf die resultierende Stromrichtung \mathbf{i}_s senkrecht. Wird sodann die auf die Polteilung entfallende spezifische Strombelastung längs des Umfanges in eine Gerade entwickelt eingezeichnet, so erhält man die gestufte Verteilung in Abb. 2.10. Der Höchstwert der mittleren Stufe beträgt

$$A = \frac{wI_a}{\frac{\tau}{3}} = \frac{3wI_a}{\tau}.$$

Wird die gestufte Kurve durch ihre Grundwelle ersetzt, so ist das Maximum der Sinuswelle:

$$A_m = \frac{3}{\pi} \frac{3wI_a}{\tau} = \frac{3w\xi I_a}{\tau}, \quad (2.76)$$

wobei $\xi = \frac{3}{\pi} = 0,955$ den Wicklungsfaktor bedeutet. Der Vektor \mathbf{A}_m bewegt sich mit der gleichen Geschwindigkeit fort wie der Vektor \mathbf{i}_s und steht immer senkrecht auf diesem. Der Induktionsvektor sei \mathbf{B}_m . Er bedeutet den Höchstwert der längs des Umfanges gleichfalls sinusförmig verteilten Induktion und fällt in die Richtung des Induktionswellenhöchstwertes. Die Induktion \mathbf{B}_m wird durch die Ständer- und Läufererregungen gemeinsam erzeugt. Die Vektoren \mathbf{A}_m und \mathbf{B}_m schließen den Winkel φ ein. Bezeichnen wir eine beliebige Stelle x des Umfanges, die mit der Richtung des Vektors \mathbf{A}_m den Winkel x einschließt. Der Strombelag beträgt an dieser Stelle

$$A_m \cos x,$$

die Induktion weist an derselben Stelle den Wert von

$$B_m \cos(x + \varphi)$$

auf. Die Stromstärke ist längs des Umfangabschnittes $r dx$, welcher zum Zentriwinkel dx gehört:

$$di = A_m \cos x r dx$$

und das differentielle Moment erweist sich bei diesem differentiellen Umfang gemäß $dM = r B l di$ zu

$$dM = r B_m \cos(x + \varphi) l r A_m \cos x dx,$$

woraus man über den ganzen Umfang integrierend das Moment erhält

$$M = r^2 l B_m A_m \int_0^{2\pi} \cos x \cos(x + \varphi) dx.$$

Nach durchgeführter Integration gilt:

$$M = r^2 l \pi B_m A_m \cos \varphi. \quad (2.77)$$

Jetzt soll noch der Zusammenhang zwischen dem Windungsfluß und dem Wert von B_m angeschrieben werden. Der zum Höchstwert B_m zugeordnete Windungsfluß ist so erhältlich, daß der Mittelwert der sinusförmigen

Induktionverteilung $\frac{2}{\pi} B_m$ mit jener Fläche multipliziert wird, welche durch

die der Induktion $\frac{2}{\pi} B_m$ entsprechenden Kraftlinien durchdrungen wird.

Diese Fläche ist $r \pi l$. Wird dieses Produkt auch mit der effektiven Windungszahl $w \xi$ multipliziert, so gewinnt man den Windungsfluß:

$$\psi_s = l \frac{2}{\pi} B_m w \xi r \pi, \quad (2.78)$$

woraus sich

$$B_m = \frac{\psi_s}{2 w \xi l r} \quad (2.79)$$

ergibt. Setzt man den Wert von A_m aus Gleichung (2.76), den Wert von B_m aus Gl. (2.79) in Gl. (2.77) ein, so wird das Moment

$$M = \frac{3}{2} \psi_s i_s \cos \varphi \quad (2.80)$$

sein. Nachdem ψ_s und B_m mit Vektoren gleicher Richtung dargestellt werden können, wird statt des Winkels φ der zwischen \mathbf{i}_s und \mathbf{B}_m bzw. \mathbf{i}_s und ψ_s liegende Winkel: $\gamma = 90^\circ - \varphi$ eingeführt. Damit gilt, daß

$$M = \frac{3}{2} \psi_s i_s \sin \gamma. \quad (2.81)$$

Der Zusammenhang (2.81) ist aber das vektorielle Produkt der Werte ψ_s und \mathbf{i}_s . In Vektorform angeschrieben:

$$\mathbf{M} = -\frac{3}{2} \psi_s \times \mathbf{i}_s. \quad (2.82)$$

Das auf den Läufer wirkende Moment ist entgegengesetzt gleich groß:

$$\mathbf{M} = \frac{3}{2} \psi_s \times \mathbf{i}_s. \quad (2.83)$$

Das Moment läßt sich also aus dem vektoriellen Produkt von Fluß und Strom errechnen. Der Vektor des Momentes zeigt in die Richtung der Maschinenwelle.

2.502. Die magnetische Energie

Das Moment kann auch unter Zugrundelegung der in der Maschine aufgespeicherten magnetischen Energie bestimmt werden. Hierzu haben wir uns zunächst mit der Berechnung der magnetischen Energie zu befassen.

Die in der Maschine aufgespeicherte magnetische Energie ist durch die in den einzelnen Punkten vorhandenen B - und H -Werte definiert. Die Werte B und H werden durch die Ströme eindeutig bestimmt. Die magnetische Energie kann aus den Momentanwerten der Ströme berechnet werden und von diesem Gesichtspunkt ist es gleichgültig, ob im angenommenen Augenblick die Ströme stationäre oder veränderliche Werte sind. Ebenso ist es gleichgültig, ob der Läufer der Maschine stillsteht oder sich dreht. Die magnetische Energie kann daher, sofern die Momentanwerte der Ströme bekannt sind, auch für eine im Stillstand befindliche Maschine ermittelt werden. In Kenntnis der Leistung p können wir die durch die Maschine aufgenommene Energie nach untenstehender bekannter Beziehung berechnen:

$$W = \int_{t_0}^{t_1} p dt. \quad (2.84)$$

Da die Leistung gemäß Formel (2.73)

$$p = \frac{3}{2} \operatorname{Re} [\mathbf{u}_s \mathbf{i}_s + \mathbf{u}_r \mathbf{i}_r]$$

ist, hingegen unter Vernachlässigung des Wirkwiderstandes $\mathbf{u}_s = \frac{d\psi_s}{dt}$ und

$\mathbf{u}_r = \frac{d\psi_r}{dt}$ gilt, bekommt man die durch die Maschine aufgenommene Energie,

die bei den verlustlosen stillstehenden Maschinen gleichzeitig auch die magnetische Energie bedeutet, in folgender Form:

$$W = \frac{3}{2} \int_{t_0}^{t_1} \operatorname{Re} \left[\frac{d\psi_s}{dt} \hat{\mathbf{i}}_s + \frac{d\psi_r}{dt} \hat{\mathbf{i}}_r \right] dt.$$

Um die Durchführung der Integration zu erleichtern, wird berücksichtigt, daß hinsichtlich der magnetischen Energie der Momentanwert des Stromes maßgebend ist, aber für die Art und Weise wie dieser Wert erreicht wurde, kann jedwede Annahme Verwendung finden. Setzen wir voraus, daß im Augenblick $t = 0$ sämtliche Ströme gleich Null waren und daß die Werte $\hat{\mathbf{i}}_s$ und $\hat{\mathbf{i}}_r$, durch welche die magnetische Energie bestimmt wird, während einer Sekunde mit gleichmäßigem Ansteigen erreicht worden sind. Die Stromstärke ist somit in beliebigen Zwischenzeitpunkten $\hat{\mathbf{i}}'_s = t\hat{\mathbf{i}}_s$ und $\hat{\mathbf{i}}'_r = t\hat{\mathbf{i}}_r$ (die Zwischenwerte wurden mit Strich bezeichnet).

Nachdem

$$\psi_s = L_s \hat{\mathbf{i}}_s + L_m \hat{\mathbf{i}}_r \quad \text{und} \quad \psi_r = L_m \hat{\mathbf{i}}_s + L_r \hat{\mathbf{i}}_r$$

ist und in beliebigen Zwischenzeitpunkten zwischen $t = 0$ und $t = 1$ die Zusammenhänge

$$\psi'_s = L_s t\hat{\mathbf{i}}_s + L_m t\hat{\mathbf{i}}_r \quad \text{bzw.} \quad \psi'_r = L_m t\hat{\mathbf{i}}_s + L_r t\hat{\mathbf{i}}_r$$

gelten, worans

$$\frac{d\psi'_s}{dt} = \psi_s \quad \text{und} \quad \frac{d\psi'_r}{dt} = \psi_r.$$

Die magnetische Energie beträgt:

$$W = \frac{3}{2} \int_{t=0}^{t=1} \operatorname{Re} [\psi_s \hat{\mathbf{i}}_s + \psi_r \hat{\mathbf{i}}_r] t dt.$$

$$W = \frac{3}{2} \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\psi_s \hat{\mathbf{i}}_s + \psi_r \hat{\mathbf{i}}_r]. \quad (2.85)$$

Werden die Werte von ψ_s und ψ_r eingesetzt, so folgt daß

$$W = \frac{3}{2} \frac{1}{2} \operatorname{Re} [L_s \hat{\mathbf{i}}_s \hat{\mathbf{i}}_s + L_m \hat{\mathbf{i}}_r \hat{\mathbf{i}}_s + L_m \hat{\mathbf{i}}_s \hat{\mathbf{i}}_r + L_r \hat{\mathbf{i}}_r \hat{\mathbf{i}}_r]. \quad (2.86)$$

Im Ausdruck der magnetischen Energie sind die Produkte bzw. Produktsummen $\mathbf{i}_s \hat{\mathbf{i}}_s$, $\mathbf{i}_r \hat{\mathbf{i}}_r$, $(\mathbf{i}_r \hat{\mathbf{i}}_s + \mathbf{i}_s \hat{\mathbf{i}}_r)$ ausschließlich reelle Werte, folglich kann die Bezeichnung *Re* weggelassen werden und mithin gilt für die magnetische Energie, daß

$$W = \frac{3}{2} \frac{1}{2} [\psi_s \hat{\mathbf{i}}_s + \psi_r \hat{\mathbf{i}}_r]. \quad (2.87)$$

Werden in Gleichung (2.87) beim Anschreiben der Windungsflüsse die Einsetzungen $L_s = L_{sl} + L_m$ und $L_r = L_{rl} + L_m$ vorgenommen, so ergibt sich, daß:

$$W = \frac{3}{2} \frac{1}{2} [L_{sl} i_s^2 + L_{rl} i_r^2 + L_m (\mathbf{i}_r \hat{\mathbf{i}}_s + \mathbf{i}_r \hat{\mathbf{i}}_s + \mathbf{i}_s \hat{\mathbf{i}}_s + \mathbf{i}_r \hat{\mathbf{i}}_r)],$$

$$W = \frac{3}{2} \left[\frac{L_{sl}}{2} i_s^2 + \frac{L_m}{2} |(\mathbf{i}_r + \mathbf{i}_s)|^2 + \frac{L_{rl}}{2} i_r^2 \right]. \quad (2.88)$$

2.503. Die Berechnung des Momentes aus der magnetischen Energie

Man geht auch bei der Bestimmung des Momentes von der Tatsache aus, daß der Momentanwert des Momentes von den Momentanwerten der Ströme und magnetischen Felder und nicht von der Änderung dieser Werte abhängt. Die Momentenberechnung kann daher auch für eine stillstehende Maschine durchgeführt werden, vorausgesetzt, daß die in der umlaufenden Maschine in beliebigem Zeitpunkt herrschenden Momentanwerte der Ströme und magnetischen Felder auch bei stillstehender Maschine die gleichen sind. Lediglich als Beispiel soll die bekannte Tatsache angeführt werden, daß sich beim Schleifringläufer-Asynchronmotor auch bei stillstehender Maschine dieselben Strom- und Magnetfeldverhältnisse herstellen lassen wie bei der umlaufenden Maschine und daß dabei die Maschine in beiden Fällen das gleiche Moment liefert, falls bei der stillstehenden Maschine in den Läuferkreis ein entsprechender Wirkwiderstand eingeschaltet war.

Wir werden zur Bestimmung des Momentes die Energieverhältnisse der stillstehenden Maschine für den Fall untersuchen, wenn die ursprünglichen Phasenströme konstant bleiben, während der Läufer, auf den das Moment M wirkt, um den Winkel da verdreht wird. Sind die Phasenströme derweil konstant, so wird die Maschine dem Netz infolge des verdrehten Läufers so viel Energie entnehmen, daß in den Wicklungen trotz der durch das Verdrehen veränderten Wicklungsflüsse und induzierten Spannungen die konstanten Ströme \mathbf{i}_s und \mathbf{i}_r fließen sollen. Beim Aufschreiben unserer Gleichungen bedienen wir uns des Ständerkoordinatensystems. Von der Maschine wird die mechanische Arbeit $M da$ geleistet, falls vor der Verdrehung des Läufers ein Moment von Momentanwert M bestand und der Verdrehungswinkel da betrug. Infolge der Verdrehung wird die auf den Läufer wirkende Erregung der Ständerströme eine Änderung erfahren und entsprechend wird sich auch

die auf den Ständer wirkende Erregung des Läuferstromes ändern. Daher werden, trotzdem die Ströme \mathbf{i}_s und \mathbf{i}_r momentan als konstant angesehen werden, auch die Flüsse ψ_s und ψ_r einer Änderung unterliegen. Deshalb wird sich einerseits der Wert der in der Maschine aufgespeicherten magnetischen Energie ändern, andererseits werden aber auch Spannungen induziert.

Als Folge der Windungsflußänderungen werden die transformatorischen Spannungen $\frac{d\psi_s}{dt}$ und $\frac{d\psi_r}{dt}$, ferner infolge der Drehung im Läufer die Spannung

$$-j\omega \psi_r = -j \frac{da}{dt} \psi_r$$

induziert.

Obwohl infolge der Verdrehung Spannungen entstanden sind, hat man die ursprünglichen Ströme \mathbf{i}_s und \mathbf{i}_r aufrechtzuerhalten, wobei die hierzu notwendige, dem Netz entnommene Energie mit dN bezeichnet werden soll. Die Energiebilanz gestaltet sich hierbei wie folgt:

$$dN = dW + Mda, \quad (2.89)$$

d. h. durch die dem Netz entnommene Energie wird einesteils die Änderung der magnetischen Energie, anderenteils die während der Verdrehung entstandene mechanische Energie gedeckt. Die dem Netz entnommene Energie ist wie bekannt:

$$dN = Pdt. \quad (2.90)$$

Gemäß Gl. (2.73) gilt, daß:

$$dN = \frac{3}{2} \operatorname{Re} (\mathbf{u}_s \hat{\mathbf{i}}_s + \mathbf{u}_r \hat{\mathbf{i}}_r) dt. \quad (2.91)$$

Man setzt in Zusammenhang (2.91) die vorstehend bestimmten Spannungswerte ein:

$$\mathbf{u}_s = \frac{d\psi_s}{dt}; \quad \mathbf{u}_r = \frac{d\psi_r}{dt} - j \frac{da}{dt} \psi_r.$$

Danach wird die dem Netz entnommene Energie:

$$dN = \frac{3}{2} \operatorname{Re} \left[\frac{d\psi_s}{dt} \hat{\mathbf{i}}_s + \left(\frac{d\psi_r}{dt} - j \frac{da}{dt} \psi_r \right) \hat{\mathbf{i}}_r \right] dt$$

oder

$$dN = \frac{3}{2} \operatorname{Re} [d\psi_s \hat{\mathbf{i}}_s + (d\psi_r - j da \psi_r) \hat{\mathbf{i}}_r] \quad (2.92)$$

sein. Nun wird die Änderung der magnetischen Energie berechnet, und zu diesem Zweck sollen die Flußänderungen bestimmt werden. Die Flußwerte waren vor der Verdrehung:

$$\begin{aligned}\psi_s &= \mathbf{i}_s L_s + \mathbf{i}_r L_m, \\ \psi_r &= \mathbf{i}_s L_m + \mathbf{i}_r L_r.\end{aligned}$$

Die Flußänderungen sind:

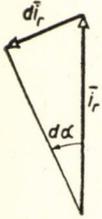


Abb. 2.11. Die Läuferstromänderung bei der Läuferverdrehung

$$\left. \begin{aligned}d\psi_s &= d\mathbf{i}_s L_s + d\mathbf{i}_r L_m, \\ d\psi_r &= d\mathbf{i}_s L_m + d\mathbf{i}_r L_r.\end{aligned} \right\} \quad (2.93)$$

Zu Beginn waren die Absolutwerte der Ströme \mathbf{i}_s und \mathbf{i}_r unverändert und außerdem fand das Ständerkoordinatensystem Verwendung, deshalb ist in diesem Koordinatensystem $\mathbf{i}_s = \text{konst.}$ und $d\mathbf{i}_s = 0$; hingegen hat sich der Strom \mathbf{i}_r mit konstantem Absolutwert im Verhältnis zu seiner ursprünglichen Lage um den Winkel da verdreht, daher gilt, daß:

$$d\mathbf{i}_r = j da \mathbf{i}_r \quad (2.94)$$

(s. auch Abb. 2.11). Folglich ist die Änderung der Flüsse mit Berücksichtigung von (2.93) und (2.94):

$$\left. \begin{aligned}d\psi_s &= j da \mathbf{i}_r L_m \\ d\psi_r &= j da \mathbf{i}_r L_r.\end{aligned} \right\} \quad (2.95)$$

und

Kennt man die Flußänderungen, so ergibt sich die Änderung der magnetischen Energie unter Anwendung des Zusammenhanges (2.85) zu:

$$dW = \frac{3}{2} \text{Re} \left[\frac{d\psi_s \hat{\mathbf{i}}_s}{2} + \frac{d(\psi_r \hat{\mathbf{i}}_r)}{2} \right], \quad (2.96)$$

was unter Beachtung der Differenzierungsregel für Produkte auch wie folgt aufgeschrieben werden kann:

$$dW = \frac{3}{2} \text{Re} \left[\frac{d\psi_s \hat{\mathbf{i}}_s}{2} + \frac{d\psi_r \hat{\mathbf{i}}_r}{2} + \frac{\psi_r d\hat{\mathbf{i}}_r}{2} \right]. \quad (2.97)$$

Mit Verwendung der Energiebilanz (2.89) und des Wertes von dN (2.92) gewinnt man

$$Mda = dN - dW = \frac{3}{2} \text{Re} \left[\frac{d\psi_s \hat{\mathbf{i}}_s}{2} + \frac{d\psi_r \hat{\mathbf{i}}_r}{2} - \frac{\psi_r d\hat{\mathbf{i}}_r}{2} - j da \psi_r \hat{\mathbf{i}}_r \right]; \quad (2.98)$$

werden aus Gl. (2.95) die Werte von $d\psi_s$ und $d\psi_r$ eingesetzt und findet Gl. (2.94) Verwendung, so gilt, daß

$$Mda = \frac{3}{2} \operatorname{Re} \left[jda \left(\frac{\mathbf{i}_r \mathbf{i}_s + \mathbf{i}_r \mathbf{i}_s}{2} L_m + \mathbf{i}_r \mathbf{i}_r L_r - \psi_r \mathbf{i}_r \right) \right]. \quad (2.99)$$

Da $\mathbf{i}_r \mathbf{i}_s + \mathbf{i}_r \mathbf{i}_s$ als die Summe von zwei konjugierten Komplexwerten reell und auch $\mathbf{i}_r \mathbf{i}_r$ ein reeller Wert ist, außerdem da auf beiden Seiten als Multiplikator vorkommt, ist für das Moment als Endresultat nachstehender Zusammenhang erhältlich:

$$M = \frac{3}{2} \operatorname{Re} (-j\psi_r \mathbf{i}_r) = \frac{3}{2} I_m (\psi_r \mathbf{i}_r), \quad (2.100)$$

woraus

$$M = \frac{3}{2} \psi_r i_r \sin \gamma$$

wird oder in Vektorform:

$$\mathbf{M} = -\frac{3}{2} \psi_r \times \mathbf{i}_r. \quad (2.101)$$

ψ_r kann auch mit Strömen ausgedrückt werden, dann ist:

$$\mathbf{M} = -\frac{3}{2} (\mathbf{i}_s L_m + \mathbf{i}_r L_r) \times \mathbf{i}_r.$$

Beachtet man dabei, daß das Vektorprodukt von gleichgerichteten Vektoren gleich Null ist, so ergibt sich:

$$\mathbf{M} = -\frac{3}{2} L_m \mathbf{i}_s \times \mathbf{i}_r. \quad (2.102)$$

Das Moment kann eben infolge der Vektorprodukte auch folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= -\frac{3}{2} \mathbf{i}_s \times (\mathbf{i}_s L_s + \mathbf{i}_r L_m), \\ \mathbf{M} &= -\frac{3}{2} \mathbf{i}_s \times \psi_s = \frac{3}{2} \psi_s \times \mathbf{i}_s. \end{aligned} \quad (2.103)$$

Das Resultat ist das gleiche wie auf anderem Weg in Zusammenhang (2.83).

2.504. Der Ausdruck für das Moment mit symmetrischen Komponenten

Es sollen in den Ausdruck für das Moment:

$$\mathbf{M} = \frac{3}{2} \boldsymbol{\psi}_s \times \mathbf{i}_s$$

die symmetrischen Vektorkomponenten eingesetzt werden:

$$\mathbf{M} = \frac{3}{2} (\boldsymbol{\psi}_1 + \hat{\boldsymbol{\psi}}_2) \times (\mathbf{i}_1 + \hat{\mathbf{i}}_2).$$

Nach Multiplikation bekommt man

$$\mathbf{M} = \frac{3}{2} [(\boldsymbol{\psi}_1 \times \mathbf{i}_1 + \hat{\boldsymbol{\psi}}_2 \times \hat{\mathbf{i}}_2) + (\boldsymbol{\psi}_1 \times \hat{\mathbf{i}}_2 + \hat{\boldsymbol{\psi}}_2 \times \mathbf{i}_1)]. \quad (2.104)$$

Das vektorielle Produkt der komplexen Vektoren kann mit einer von nachstehenden Formeln berechnet werden:

ist

$$\mathbf{a} = a e^{j\varphi_a} \quad \text{und} \quad \mathbf{b} = b e^{j\varphi_b},$$

so gilt, daß

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{a} \times \mathbf{b} &= ab \sin(\varphi_b - \varphi_a), \\ \mathbf{a} \times \mathbf{b} &= \text{Im}[\hat{\mathbf{a}}\mathbf{b}] = \text{Im}[-\mathbf{a}\hat{\mathbf{b}}], \\ \mathbf{a} \times \mathbf{b} &= \text{Re}[-j\hat{\mathbf{a}}\mathbf{b}] = \text{Re}[j\mathbf{a}\hat{\mathbf{b}}]. \end{aligned} \right\} \quad (2.105)$$

Das Moment läßt sich also mit Berücksichtigung der zweiten Formel von (2.105) folgendermaßen in Komplexform schreiben:

$$M = \frac{3}{2} \text{Im}[\hat{\boldsymbol{\psi}}_s \mathbf{i}_s]. \quad (2.106)$$

Mit ähnlicher Umgestaltung des Ausdrucks (2.104) gelangt man zu

$$M = \frac{3}{2} \text{Im}[(\hat{\boldsymbol{\psi}}_1 \mathbf{i}_1 + \boldsymbol{\psi}_2 \hat{\mathbf{i}}_2) + (\hat{\boldsymbol{\psi}}_1 \hat{\mathbf{i}}_2 + \boldsymbol{\psi}_2 \mathbf{i}_1)]. \quad (2.107)$$

Nachdem aber

$$\text{Im}[\boldsymbol{\psi}_2 \hat{\mathbf{i}}_2] = \text{Im}[-\hat{\boldsymbol{\psi}}_2 \mathbf{i}_2],$$

$$\text{Im}[\hat{\boldsymbol{\psi}}_1 \hat{\mathbf{i}}_2] = \text{Im}[-\boldsymbol{\psi}_1 \mathbf{i}_2]$$

gilt, so ergibt sich für

$$M = \frac{3}{2} \operatorname{Im} [(\hat{\psi}_1 \mathbf{i}_1 - \hat{\psi}_2 \mathbf{i}_2) + (\psi_2 \mathbf{i}_1 - \psi_1 \mathbf{i}_2)]. \quad (2.108)$$

Im Ausdruck (2.108) ist

$$\frac{3}{2} \operatorname{Im}[\hat{\psi}_1 \mathbf{i}_1] = M_1 \quad (2.109)$$

das aus der Wechselwirkung des mitlaufenden Stromes und Flusses entstandene, zeitlich konstante mitlaufende Moment;

$$\frac{3}{2} \operatorname{Im}[-\hat{\psi}_2 \mathbf{i}_2] = M_2 \quad (2.110)$$

das aus der Wechselwirkung des gegenlaufenden Stromes und Flusses entstandene, zeitlich konstante gegenlaufende Moment, bezüglich des Ausdruckes

$$\frac{3}{2} \operatorname{Im}[\psi_2 \mathbf{i}_1 - \psi_1 \mathbf{i}_2] = M_p \quad (2.111)$$

kann aber nachgewiesen werden, daß dieser das um den Mittelwert Null mit doppelter Frequenz pulsierende Moment bedeutet. Es gilt nämlich unter Zugrundelegung von (2.9), daß

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \Psi_1 e^{j\omega_1 t}; & \psi_2 &= \Psi_2 e^{j\omega_1 t}, \\ \mathbf{i}_1 &= \mathbf{I}_1 e^{j\omega_1 t}; & \mathbf{i}_2 &= \mathbf{I}_2 e^{j\omega_1 t}. \end{aligned}$$

Werden diese in (2.111) eingesetzt, so ergibt sich

$$M_p = \frac{3}{2} \operatorname{Im} [(\Psi_2 \mathbf{I}_1 - \Psi_1 \mathbf{I}_2) e^{j2\omega_1 t}]. \quad (2.111')$$

Auf die Maschinenwelle wirkt als Nutzmoment die Summe der mitlaufenden und gegenlaufenden Momente:

$$M_N = M_1 + M_2, \quad (2.112)$$

welches durch das mit Gl. (2.111) bestimmte pulsierende Moment überlagert wird.

2.505. Das mit d und q Komponenten ausgedrückte Moment

Als Ausgangspunkt dient der Momentenzusammenhang (2.83), in welchem die im Läuferkoordinatensystem ausgedrückten Werte von Fluß und Stromvektor eingesetzt werden:

$$\mathbf{M} = \frac{3}{2} \boldsymbol{\psi}_{sL} \times \mathbf{i}_{sL}. \quad (2.113)$$

Werden die Vektoren $\boldsymbol{\psi}_{sL}$ und \mathbf{i}_{sL} mit ihren d und q Komponenten ausgedrückt und in (2.113) eingesetzt, so gilt, daß:

$$\mathbf{M} = \frac{3}{2} (\psi_d + j\psi_q) \times (i_d + ji_q). \quad (2.113')$$

Wird der Einheitsvektor in Richtung d mit \mathbf{h} , der auf diesen senkrecht stehende, in Richtung q liegende mit \mathbf{j} , der in Richtung der Maschinenwelle zeigende, auf die beiden vorherigen Einheitsvektoren senkrecht stehende mit \mathbf{k} bezeichnet, so kann das vektorielle Produkt gemäß (2.113') in der aus der Vektoranalyse bekannten Weise wie folgt aufgeschrieben werden:

$$\mathbf{M} = \frac{3}{2} \begin{vmatrix} \mathbf{h} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \psi_d & \psi_q & 0 \\ i_d & i_q & 0 \end{vmatrix}. \quad (2.114)$$

Es ist zu erkennen, daß der Vektor des Momentes in Richtung des Einheitsvektors \mathbf{k} , d. h. in Richtung der Maschinenwelle zeigt und sein Wert

$$M = \frac{3}{2} (\psi_d i_q - \psi_q i_d) \quad (2.115)$$

beträgt.

Werden im Ständerkoordinatensystem der Spannungs- und Flußvektor in α und β Komponenten zerlegt, so gewinnt man zu vorstehendem vollkommen analog den mit α und β Komponenten ausgedrückten Wert des Momentes:

$$M = \frac{3}{2} (\psi_\alpha i_\beta - \psi_\beta i_\alpha). \quad (2.116)$$

In den Zusammenhängen (2.115) bzw. (2.116) können die d und q bzw. α und β Komponenten zu vorstehenden ähnlich durch die komplexen Momentanwerte ersetzt sowie die Flüsse aus den im gegebenen Fall gültigen Spannungsgleichungen ausgedrückt werden. So läßt sich das Moment auch mit Hilfe der d und q bzw. α und β Komponenten der Spannungen und Ströme anschreiben. Zur Berechnung des Momentes ist es zweckmäßig, immer den Zusammenhang zu gebrauchen, der im gegebenen Fall auf die einfachste Weise zum Ziele führt.

II

SYNCHRONMASCHINEN

3. SYNCHRONMASCHINEN UNTER STATIONÄREN BETRIEBSVERHÄLTNISSEN

3.10. CHARAKTERISTISCHE TYPEN DER SYNCHRONMASCHINEN

3.101. Einleitung

Hinsichtlich Größe der in einer Einheit gebauten Maschinen weist unter den elektromischen Maschinen der Synchrongenerator den bedeutendsten Fortschritt auf. Seitdem die Erzeugung von elektrischer Energie in Dampf- und Wasserkraft-Großanlagen zentralisiert wurde und die elektrische Energie über ein Verbund-Hochspannungsnetz zu den Verbrauchern gelangt, offenbarte sich überall in der Welt das Streben, die elektrische Energie am Ort der Energiequelle durch die möglichst kleinste Maschinenanzahl zu erzeugen. Diese Zielsetzung hatte zur Folge, daß man heutzutage in den großen Industrieländern Synchrongeneratoreinheiten von 150 000—250 000 kW bei 50 Hz baut. Die Richtung in der Entwicklung, welche sowohl für den an die schnell laufende Dampfturbine direkt gekoppelten Synchrongenerator mit hoher Drehzahl als auch für die durch sich langsam drehende Wasserturbine betriebenen Synchronmaschinen zutrifft, erforderte eine immer gründlichere Erkenntnis der Betriebsverhältnisse der Synchronmaschinen. Das war besonders hinsichtlich der statischen und dynamischen Stabilität dieser Maschinen und der damit zusammenhängenden vielen Fragen zeitgemäß und notwendig.

Man darf jedoch nicht vergessen, daß obwohl bei den Bauten und Betrieben der großen elektrischen Kraftanlagen die größten Maschineneinheiten zu finden sind, auf zahlreichen Gebieten des technischen und wirtschaftlichen Lebens auch kleinere Synchronmaschinen (Kraftanlagen der Industrie, durch kleinere Wasserkräfte betriebene Kraftanlagen, Aggregate usw.) benötigt werden. Somit begegnet man gerade im Bereich der Synchronmaschinen Einheiten in äußerst weiten Leistungsgrenzen.

Im folgenden soll zunächst der Betrieb einer Synchronmaschine untersucht werden, die unter stationären Verhältnissen mit einem unendlich großen Netz parallel läuft (unter unendlich großem Netz wird ein Netz mit konstanter Periodenzahl und Spannung verstanden). Wir werden zuerst die Betriebsverhältnisse der Synchronmaschinen mit Zylinderläufer, sodann getrennt die Synchronmaschinen mit ausgeprägten Polen behandeln. Bevor

wir mit der eingehenden Erörterung beginnen, wollen wir die Ähnlichkeiten oder Unterschiede im Aufbau bei den allgemein verwendeten Synchronmaschinengattungen feststellen.

3.102. Bauarten des Läufers

Die Ständerwicklung der Synchronmaschine stimmt im allgemeinen und prinzipiell mit der der Asynchronmaschine überein. Die bei den Synchronmaschinen üblichen konstruktiven Spezialausführungen, bedingt durch die größeren Dimensionen bzw. höhere Leistung und damit zusammenhängenden elektrischen und mechanischen Wirkungen, können dabei außer acht gelassen werden, ebenso wie die besonderen Wicklungen zur Beseitigung der Spannungsoberwellen, die bei den Asynchronmotoren nur selten vorkommen. Demnach ist kein Unterschied bei der Untersuchung der Betriebsfragen hinsichtlich des prinzipiellen Aufbaues zwischen Ständerwicklung bzw. Ständeranordnung der asynchronen und synchronen Maschinen zu machen. Die Ständerwicklung bzw. Ständeranordnung selbst sind nicht charakteristisch und entscheiden auch nicht die Eigenschaften der elektrischen Maschine. Hingegen weicht die Ausführung des Läufers in den meisten Fällen von der des Asynchronmotors ab und ist daher geeignet, den Unterschied zwischen den beiden Maschinentypen wahrnehmbar zu gestalten. Außerdem muß festgestellt werden, daß die Bauarten der in unterschiedlichen Größen hergestellten Synchronmaschinen für verschiedene Zwecke vor allem durch den Unterschied in den Läuferausführungen charakterisiert werden. Daher ist richtig, die Ausführung der Synchronmaschinen zwecks Erleichterung der weiteren Behandlung nach diesen Gesichtspunkten vorzunehmen.

Die Synchronmaschinen werden üblicherweise in zwei Hauptgruppen geteilt:

- a) Synchronmaschinen mit zylindrischem Läufer,
- b) Synchronmaschinen mit ausgeprägten Polen.

Die Synchronmaschinen mit zylindrischem Läufer sind dadurch gekennzeichnet, daß der Luftspalt längs des Umfanges gleichmäßig ist. Der Luftspalt bei den Maschinen mit ausgeprägten Polen ist längs des Umfanges nicht gleichmäßig, sondern in der Symmetrieachse der Pole klein, in den Pollücken groß.

Im Sinne der Aufteilung werden im folgenden vorerst die verschiedenen Ausführungen der Synchronmaschinen mit zylindrischem Läufer besprochen.

3.102.1. Synchronmaschinen mit zylindrischem Läufer

Wir gehen von der bekannten Schleifringausführung der Asynchronmaschinen aus. In der Industrie werden oft kleinere Synchronmotoren benötigt, welche hauptsächlich in ruhigen, gleichmäßig belasteten Betrieben vielfach als synchronisierte Asynchronmotore verwendet werden. In diesem Fall ist die Synchronmaschine ein normal ausgeführter Schleifringläufer-Asynchronmotor, dessen Läufer auf eine Art der in Abb. 3.1 dargestellten

Möglichkeiten mit Gleichstrom erregt wird. Die in Abb. 3.2 veranschaulichte Maschine besitzt ähnlicherweise einen lamellierten Läufer, in dem sich aber nicht eine dreiphasige, sondern eine einphasige Wicklung in Radialnuten

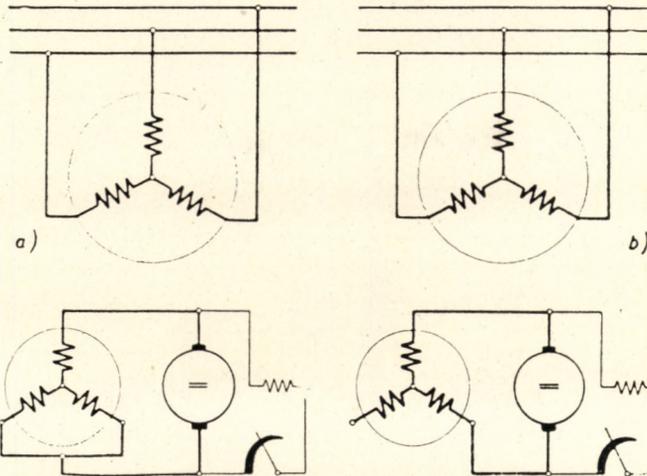


Abb. 3.1. Gleichstromerregung des Läufers einer Schleifringläufer-Asynchronmaschine

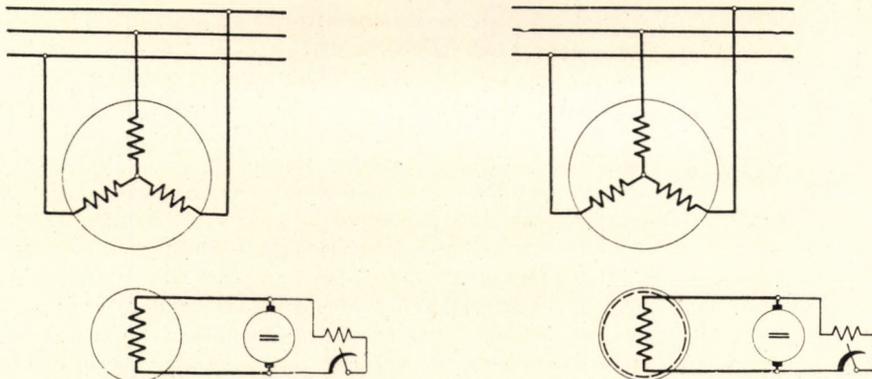


Abb. 3.2. Die einphasigen Erregerwindungen einer Synchronmaschine mit lamelliertem Läufer

Abb. 3.3. Synchronmaschine mit lamelliertem Läufer und Dämpferwicklung

befindet. Zwecks bester Materialausnutzung wird durch diese Wicklung allgemein Zweidrittel des Läuferumfangs umspannt. Diese Synchronmaschinentype wird von der kleinsten Leistung bis zu 3—3,5 MW mit 8, 6 und 4 Polen hergestellt. Aus Abb. 3.3 ist eine analog ausgeführte Maschine ersichtlich, doch ist außer der mit Gleichstrom erregten Läuferwicklung — die auch in diesem Fall über Zweidrittel des Umfangs in Radialnuten verteilt wurde — auch eine Dämpferwicklung angeordnet, welche sich über den gan-

zen Umfang gleichmäßig verteilt. Diese Dämpferwicklung stellt im wesentlichen einen an den Stirnflächen mit Ringen kurzgeschlossenen Käfig dar.

Der Läufer kann bei Drehzahlen über 1500/min und bei größeren Läuferdurchmessern nicht mehr lamelliert ausgeführt werden, und ein massi-

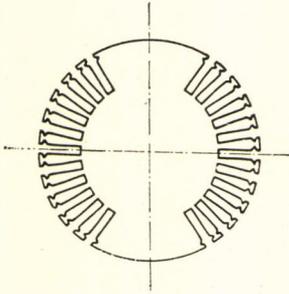


Abb. 3.4. Der Läufer eines Turbogenerators mit Radialnuten

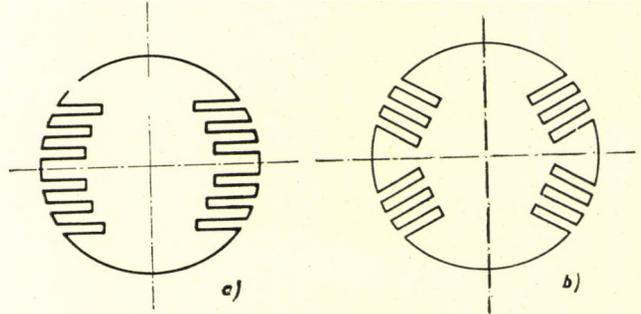


Abb. 3.5. Läufer mit Parallelnuten: a) mit einem Nutensystem, b) mit zwei Nutensystemen (Läufer mit Querwicklung)

ver Stahlkörper muß Anwendung finden. Die unmittelbar durch Turbinen angetriebenen Turbogeneratoren für Wechselstrom von 50 Hz, zweipolig ausgeführt mit 3000/min Drehzahl, werden mit massivem Läuferkörper gebaut.

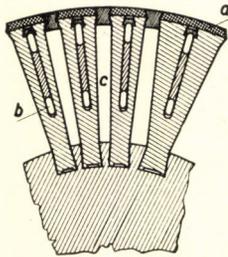


Abb. 3.6. Der Läufer eines Phasenwandlers

In der ausländischen Industrie bearbeitet man die Turbogeneratorkörper mit Radialnuten (Abb. 3.4), während in Ungarn einfach oder zweifach parallel genutete Läufer (mit Kreuzwicklung) erzeugt werden (Schema a und b in Abb. 3.5). Wegen der großen Zentrifugalkraft pflegt man die Leiter in den Turbogeneratoren mit massiven Keilen aus Stahl, Antimagnetstahl oder Bronze zu sperren. Das System dieser Keile bildet gemeinsam mit dem massiven Stahlkörper außer der Erregerwicklung selbst dann eine Dämpferwicklung, ähnlich zur Wicklung in Abb. 3.3, wenn die Teile des massiven Stahlkörpers, wo keine Leiter vorhanden sind, nicht mit besonderen Dämpferstäben versehen werden. Es besteht natürlich auch die Möglichkeit, in den massiven Stahlkörper analog zur Ausführung gemäß Abb. 3.3 eine

separate Dämpferwicklung einzubetten. Sämtliche, in der Synchronmaschine durch die in den Dämpferstäben fließenden Ströme hervorgerufenen Wirkungen sind auf die im Läufer der Maschine mit massivem Stahlkörper, jedoch ohne Dämpferstäbe entstandenen Wirbelströme zurückzuführen. Der von der ungarischen Industrie erzeugte Phasenwandler für 50 Hz Bahnzwecke ist z. B. eine vierpolige Synchronmaschine mit zylindrischem Läufer, deren Stahlkörper aus einzelnen, massiven Stahlzähnen besteht. Diese Maschine besitzt eine zusammenhängende kupferne Dämpferwicklung großen Querschnittes, von der die ganze Polradfläche bedeckt wird (Abb. 3.6).

Es soll nicht unerwähnt bleiben, daß während die mit Radialnuten versehenen Turbogeneratorläufer vollkommen zylindrisch ausgeführt sind, man die Läufer der Turbogeneratoren in den ungarischen Werken zur Erreichung eines vorteilhafteren, sinusförmigen Feldes auf einem solchen Querschnitt bearbeitet, der einer Ellipse mit ganz kleiner Exzentrizität nahekommt. Somit sind also diese Turbogeneratorläufer als Übergang zwischen den Maschinen mit zylindrischen und ausgeprägten Polen anzusehen.

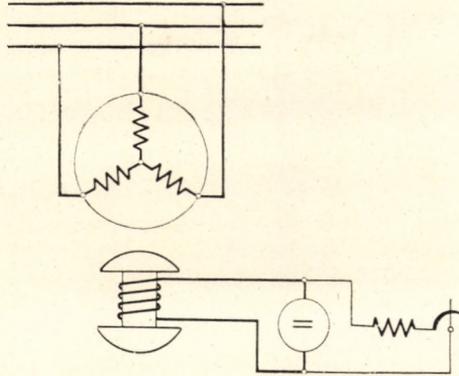


Abb. 3.7. Synchronmaschine mit ausgeprägten Polen ohne Dämpferwicklung

3.102.2. Synchronmaschinen mit ausgeprägten Polen

Die Entwicklung der Synchronmaschinen begann mit dem Bau der Maschinen mit ausgeprägten Polen. Der allgemeine Fortschritt auf dem Gebiet der Wärmeenergieanlagen bzw. der Dampfturbinen stellte insbeson-

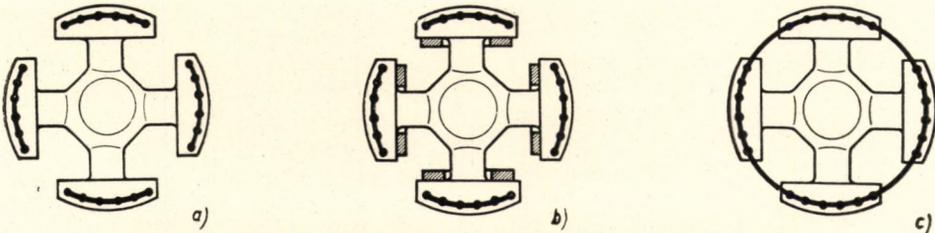


Abb. 3.8. Die Anordnungen der Dämpferwicklungen bei Synchronmaschinen mit ausgeprägten Polen

dere den Bau von Großleistungsgeneratoren mit zylindrischem Läufer in den Vordergrund. Doch erlangt der Bau von Kraftanlagen mit großen Leistungen — besonders die nur langsam drehende Wasserturbinen erfordern — und damit zusammen die gesteigerte Anwendung der Maschinen mit ausgeprägten Polen immer mehr an Bedeutung.

Bei der Behandlung der Synchronmaschinen ist — ähnlich wie bei den Asynchronmaschinen — die Untersuchung von zweipoligen Maschinen am

allereinfachsten, weil in diesem Fall die elektrischen und mechanischen Winkel im Raum unmittelbar mit demselben Wert gemessen werden; die den verschiedenen Pohlzahlen entsprechende Umrechnung braucht nicht vorgenommen zu werden. Wir werden daher unsere Betrachtungen im folgenden lediglich auf die zweipoligen Maschinen mit ausgeprägten Läufern (Abb. 3.7) erstrecken (in der Praxis nur bei ganz kleinen Induktoren gebräuchlich). Um die späteren Untersuchungen zu vereinfachen, nehmen wir an, daß außer den auf den Polen angeordneten Erregerwicklungen keinerlei andere Wicklung vorgesehen ist, bzw. daß im Eisenkörper der Pole keine Wirbelströme zu entstehen vermögen. Die letzte Bedingung kann in der Praxis deshalb nicht erfüllt werden, weil es besonders bei größeren Maschinen infolge der großen Zentrifugalkräfte unvorstellbar ist, den Polkörper und selbst den die Wicklung tragenden Polschuh nicht aus massivem Stahl zu bauen. Die obige Voraussetzung kann nur im Fall eines lamellierten Polkörpers verwirklicht werden. Prinzipiell ist natürlich auch diese Bedingung nicht ausgeschlossen, wenn wir der Synchronmaschinen ältester Ausführung gedenken, bei denen die Armaturenwicklung am Läufer angebracht war und das Polrad stillstand. In diesem Fall konnten die am Ständer angeordneten Pole lamelliert ausgeführt werden.

Bei den in der Praxis üblichen, in der Abb. 3.8a, b und c dargestellten vierpoligen Läuferausführungen lassen sich auf dem Pol außer der Erregerwicklung auch verschiedene, in sich kurzgeschlossene Wicklungen anbringen. Eine solche Ausführung kann der unter dem Polkopf und über der Wicklung angeordnete sog. Kragen sein; oder der in die Polnuten gelegte kupferne Dämpfer und selbst der massive Pol, bei dem die induzierten Wirbelströme die Rolle der Dämpfung oder der in der Kragenwicklung fließenden Ströme übernehmen. Im Interesse einer besseren Dämpfung pflegt man die Dämpferwicklung an den Stirnseiten in Ringen zusammenzufassen.

Die verschiedenartigen Dämpferausführungen können sowohl für sich allein als auch gemischt vorkommen.

Nachdem wir einen Überblick über die verschiedenen charakteristischen konstruktiven Ausführungen der Synchronmaschinen gewonnen haben, wollen wir uns mit den stationären Betriebsverhältnissen der an ein unendlich großes Netz (im folgenden: Netz) gelegten dreiphasigen Synchronmaschine mit zylindrischem Läufer befassen.

3.20. DIE AN DAS NETZ GESCHALTETE SYNCHRONMASCHINE

3.201. Maschine mit zylindrischem Läufer

Die zu untersuchende Maschine ist am Ständer mit dreiphasiger symmetrischer Wicklung versehen. Wir bedienen uns bei der allgemeinen Behandlung der Elektromaschinen der gebräuchlichen vereinfachenden Annahmen. Danach gilt, daß

a) Spannungen, Ströme, Erregungen und Flüsse in Funktion der Zeit nach dem Sinusgesetz verlaufen,

b) die Flüsse und Erregungen am Umfang räumlich sinusförmig verteilt sind,

c) die Permeabilität des Eisens als konstant vorausgesetzt wird,

d) die Eisenverluste vernachlässigt werden,

e) durch das Netz symmetrische Dreiphasenspannung geliefert wird.

Bezüglich ihres Betriebes kann die an das Netz geschaltete Synchronmaschine Motor oder Generator sein. Da die grundlegenden elektrischen oder mechanischen Eigenschaften der Maschine zwischen den beiden Betriebsverhältnissen keiner Änderung unterliegen, braucht man nicht von zweierlei Betriebsverhältnissen zu sprechen, sondern kann diese einheitlich betrachtet werden. Der Unterschied zwischen dem Motor- oder Generatorbetrieb besteht lediglich darin, daß die an der Welle der als Synchronmotor betriebenen Maschine gewonnene mechanische Leistung — von den Verlusten abgesehen — durch den Ständer in Form von elektrischer Leistung dem Netz entnommen wird, während beim Generatorbetrieb der Leistungsweg umgekehrt ist. Die über die Welle zugeführte mechanische Leistung wird von der als Synchrongenerator betriebenen Maschine über die Ständerwicklung als elektrische Leistung in das Netz geliefert. Als wichtigstes Kennzeichen weisen die Synchronmaschinen die synchrone Umlaufgeschwindigkeit ihrer Läufer auf. Bei stationären Betriebsverhältnissen dreht sich der Läufer der Maschine genau mit der Geschwindigkeit der im Ständer auftretenden Dreherregung, welche letztere eine mit der durch die Perioden- sowie Polzahl bestimmte gleichmäßige und gleichwertige Umlaufgeschwindigkeit aufweist. Nachdem die Permeabilität als konstant angenommen wurde, ist die resultierende Dreherregung mit der Drehfeldstärke proportional. Nehmen wir nun an, der Läufer der Maschine werde synchron gedreht und im Läufer sei überhaupt keine Erregung vorhanden. Ist die Ständerwicklung der Maschine an die dreiphasige symmetrische Spannung geschaltet, so wird der Leerlaufmagnetisierungsstrom dem Netz durch die Maschine entnommen. Die Synchronmaschine, deren Zylinderläufer ohne Erregung synchron umläuft, entnimmt dem Netz ebenso den Leerlaufmagnetisierungsstrom, als ob sie ein synchronlaufender Asynchronmotor oder ein Asynchronmotor mit offenem Läufer wäre.

Demnach entspricht die Ersatzschaltung der Synchronmaschine mit unerregtem Läufer der des Asynchronmotors mit offenem Läufer (Abb. 3.9). Der Wert des Leerlaufmagnetisierungsstromes ist bei unerregtem Läufer unter Vernachlässigung des Ständerwiderstandes R_s :

$$I_L = \frac{U_s}{j(X_{sl} + X_m)}, \quad (3.1)$$

wobei $X_{sl} = \omega_1 L_{sl}$ die Streuungsreaktanz des Ständers,
 $X_m = \omega_1 L_m$ die Hauptfeldreaktanz bedeuten.

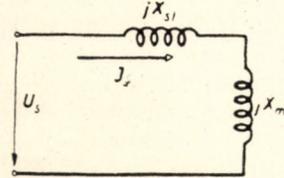


Abb. 3.9. Die Ersatzschaltung einer unerregten Synchronmaschine mit Zylinderläufer

3.201.1. Lastwinkel

Wird der Läufer mit Gleichstrom erregt — die Erregung ist von dem Belastungszustand der Maschine prinzipiell unabhängig —, so ergibt sich das Moment als Wechselwirkung der Drehfelder von Ständer und Läufer. Die Drehfeldverteilung wird als sinusförmig, die Richtung des Höchstwertes der sinusförmigen Verteilung als Feldrichtung angenommen. Der Wert der Läufererregung wird analog der Ständerdreherregung durch einen solchen Vektor bestimmt, welcher gegen das Maximum der sinusförmigen Verteilung zeigt und dessen Größe dem Höchstwert der Sinuswelle gleich ist. Falls die Maschine im Leerlauf arbeitet, d. h. über die Welle wird eine Leistung weder ab- noch zugeführt, haben die Achsen des Flusses im Läufer und des Drehflusses im Ständer infolge ihrer magnetischen Wechselwirkung die gleiche Richtung.

Im Leerlauf stehen also die Vektoren des Drehflusses vom Ständer und des Drehflusses vom Läufer in derselben Richtung. Wird hingegen die Synchronmaschine als Generator verwendet, so führt man über ihre Welle Energie zu; auf den synchron umlaufenden Läufer wirkt ein Moment, wodurch der Läufer im Verhältnis zu seiner Leerlaufstellung in Drehrichtung des Drehfeldes nach vorne verdreht wird. Betreibt man die Maschine als Motor, so wird an der Läuferwelle mechanische Arbeit entnommen, der synchron umlaufende Läufer wird gebremst, wodurch die Achse des Läuferflusses, auf den Ständerfluß bezogen, um einen konstanten Winkel zurückbleiben wird. Der Winkel zwischen Leerlauf und Belastungsstellung des Läufers, der bei einem gewissen Belastungszustand konstant ist — wobei sich seine Größe nur bei veränderlicher mechanischer Belastung ändert — und ebendeshalb für das Ausmaß der Belastung kennzeichnend ist, wird Belastungswinkel genannt und mit δ bezeichnet. Dieser Winkel ist zugleich der Winkel zwischen dem resultierenden Ständer- (auch die Streuung einbegriffen) und dem Läuferfluß.

Die Beurteilung der elektrischen Verhältnisse wird durch einfache Ergänzung der aufgezeichneten Ersatzschaltung für unerregten Läufer (Abb. 3.9) ermöglicht. Der resultierende Luftspaltfluß wird nämlich durch die Flüsse bzw. Erregungen von Läufer und Ständer gemeinsam hervorgehoben. Addiert man Ströme anstatt Erregungen, so wird der Magnetisierungsstrom durch die Summe der Ständer- und Läuferströme geliefert (der Drehfluß ist diesem verhältnismäßig).

3.201.2. Ersatzschaltung

Die Ersatzschaltung der Synchronmaschine mit zylindrischem Läufer, aus der die elektrischen Zusammenhänge abgelesen werden können, wurde in Abb. 3.10a mit Vernachlässigung der Eisenverluste angeführt. Die Läuferstromstärke I_r ist nur vom erregenden Gleichstrom abhängig. Nachdem der Läuferstrom vom Ständer aus gesehen, ähnlich zum resultierenden Ständerstrom, mit einem drehenden Vektor beschrieben werden kann, kommt in der Ersatzschaltung auch der Läufergleichstrom als Wechselstrom vor, dessen

Größe jedoch vom Belastungszustand und von der Ständerstrombelastung unabhängig ist. Der Läufergleichstrom ist aber im Verhältnis der Windungszahlen und Wicklungsfaktoren von Läufer und Ständer umzurechnen, um den Strom I_r der Ersatzschaltung zu erhalten. Die Umrechnung wird folgendermaßen durchgeführt:

$$I_r = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{w_r \xi_r}{w_s \xi_s} I_g, \quad (3.2)$$

wobei I_r der umgerechnete Effektivwert des Erregerstromes, I_g der Wert des erregenden Gleichstromes, w_r und w_s die Windungszahlen von Läufer und Ständer (die Windungszahl des Ständers gilt pro Phase), ξ_r und ξ_s die Wicklungsfaktoren dieser Wicklungen sind. Wird nämlich die einphasige Erregung des Läufers als jener Augenblick der dreiphasigen Erregung betrachtet, wenn in der einen Phase kein Strom fließt, d. h. in den beiden anderen Phasen ein

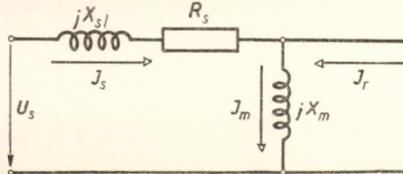


Abb. 3.10a. Die Ersatzschaltung einer Synchronmaschine mit Zylinderläufer

Anteil von $\frac{\sqrt{3}}{2}$ des Maximums fließt, so können wir infolge der Gleichheit der Amperewindungen anschreiben, daß

$$\frac{2}{\sqrt{3}} 3 \frac{I_g}{\sqrt{2}} w_{rp} \xi_{rp} = 3 I_r w_s \xi_s.$$

Oder falls die beiden in Reihe geschalteten Läuferphasenwicklungen als eine einzige, Zweidrittel des Umfanges umspannende Wicklung gedeutet werden:

$$w_r = 2 w_{rp} \quad \text{und} \quad \xi_{rp} = \xi_r \frac{2}{\sqrt{3}}$$

mit Einsetzen gilt:

$$\frac{I_g}{\sqrt{2}} \frac{2}{\sqrt{3}} 3 \frac{w_r \xi_r}{2} \frac{2}{\sqrt{3}} = 3 I_r w_s \xi_s,$$

woraus

$$I_r = I_g \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{w_r \xi_r}{w_s \xi_s}$$

folgt. Danach kann unter Zugrundelegung der Ersatzschaltung die Gleichung der Synchronmaschine mit zylindrischem Läufer aufgeschrieben werden.

Das Gleichgewicht der Ständer- und Läuferströme (-erregungen) wird (auf Grund des Knotenpunktgesetzes) aus der Ersatzschaltung durch die Beziehung

$$\mathbf{I}_s + \mathbf{I}_r = \mathbf{I}_m \quad (3.3)$$

ausgedrückt.

Wird das Kirchhoffsche Gesetz angeschrieben, so folgt unter Vernachlässigung des Ständerwiderstandes R_s , daß

$$\mathbf{U}_s - \mathbf{I}_s jX_{sl} = \mathbf{I}_m jX_m . \quad (3.4)$$

Aus den Beziehungen (3.3) und (3.4) erhält man, daß

$$\mathbf{U}_s - \mathbf{I}_s j(X_{sl} + X_m) = \mathbf{I}_r jX_m$$

oder mit Einsetzen von $X_{sl} + X_m = X_d$:

$$\mathbf{U}_s - \mathbf{I}_s jX_d = \mathbf{I}_r jX_m . \quad (3.5)$$

Die Ständerreaktanz X_d , welche auch die Ständerstreuungs- und Hauptfeldreaktanz enthält, wird synchrone Reaktanz genannt.

3.201.3. Polspannung

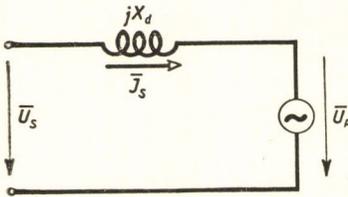
Die Spannung $j\mathbf{I}_r X_m = \mathbf{U}_p$ nennt man Polspannung. Die Polspannung läßt sich so erklären, daß bei Erregung \mathbf{I}_r an den Ständerklemmen die Spannung $\mathbf{I}_r X_m$ erscheinen würde, falls die Synchronmaschine vom Netz abgeschaltet werden und sich mit Synchrongeschwindigkeit drehen sollte. Es muß aber erwähnt werden, daß dies nur unter der Bedingung zutrifft, daß der Wert X_m unabhängig von der Sättigung konstant ist. Deshalb läßt sich die Polspannung $j\mathbf{I}_r X_m$ — besonders unter Betriebsverhältnissen, wenn der Erregerstrom \mathbf{I}_r groß ist — als Leerlaufspannung experimentell nicht erzeugen, kann aber als eine für den Erregungszustand der Maschine kennzeichnende fiktive Polspannung im weiteren vorteilhaft verwendet werden.

Obiges vorausgeschickt, bekommt man aus (3.5)

$$\mathbf{U}_s - \mathbf{I}_s jX_d = \mathbf{U}_p \quad (3.6)$$

und

$$\mathbf{I}_s = \frac{\mathbf{U}_s - \mathbf{U}_p}{jX_d} . \quad (3.7)$$



b.)

Abb. 3.10b. Das Ersetzen der Zylinderläufersynchronmaschine durch ihre Polspannung und synchrone Reaktanz

Auf Grund der Spannungsgleichung (3.6) kann die Synchronmaschine mit zylindrischem Läufer durch ihre Polspannung und synchrone Reaktanz ersetzt werden. In Abb. 3.10b wurde der Zweipol, welcher der Gleichung (3.6) entspricht, eingezeichnet. Dieser Ersatzschaltung gemäß verhält sich die Synchronmaschine im Dauerbetrieb, als ob ihre innere Spannung die fiktive Polspannung, ihr innerer Widerstand die synchrone Reaktanz wäre.

3.201.4. Das Vektordiagramm

Aus dem Zusammenhang (3.7) ist zu ersehen, daß bei $\mathbf{U}_s = \mathbf{U}_p$, d. h. wenn die Klemmen- und Polspannung nach Richtung und Größe einander gleich sind, durch den Ständer der Maschine kein Strom aufgenommen wird, infolgedessen die Maschine leer läuft und an ihrer Welle weder eine Leistungsabgabe noch eine Leistungszufuhr stattfindet. Die Grundstellung des Läufers wird durch diesen Betriebszustand bestimmt und nachdem die Richtung des Läufererregerstromes in der magnetischen Mittellinie der Läuferwicklung liegt, ist die Richtung der Spannung \mathbf{U}_p senkrecht dazu und voreilend. Diese Ausführungen werden in Abb. 3.11 dargestellt. Zwecks besserer Übersicht wurde in der Abbildung auch die Läuferstellung eingezeichnet. Wird die Maschine im Verhältnis zur in der Abbildung eingetragenen Leerlaufstellung mechanisch belastet, sei es als Generator oder als Motor, so wird sich der Läufer gegenüber seiner ursprünglichen Leerlaufstellung verdrehen. Da die Spannung \mathbf{U}_s durch einen Vektor konstanter Stellung darzustellen ist (es handelt sich um die Spannung eines unendlichen Netzes), die Spannung \mathbf{U}_p aber senkrecht zur Richtung des Läufers bzw. von \mathbf{I}_r steht, wird der zwischen \mathbf{U}_s und \mathbf{U}_p liegende Winkel gleich dem schon früher erwähnten Belastungswinkel δ sein. Auf Grund der Beziehung (3.7) kann das Vektordiagramm der Synchronmaschine mit zylindrischem Läufer für beliebige Erregung \mathbf{I}_r und für beliebigen Belastungswinkel δ konstruiert werden.

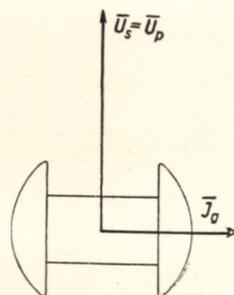


Abb. 3.11. Das Leerlaufvektordiagramm der Synchronmaschine

Abb. 3.12a zeigt das entsprechende Vektordiagramm der als Generator arbeitenden Synchronmaschine mit zylindrischem Läufer in einem Betriebszustand, wobei die Maschine Wirk- und Blindleistung in das Netz liefert, d. h. sie vom Netz aus gesehen kapazitiv ist. Man sieht aus der Abbildung, daß zwischen der Klemmenspannung \mathbf{U}_s und dem Ständerstrom \mathbf{I}_s der Phasenverschiebungswinkel φ liegt. Gemäß Gleichung (3.6) wurde zur Spannung \mathbf{U}_s der Spannungsabfall $-\mathbf{I}_s j X_d = -\mathbf{I}_s j (X_{sl} + X_m)$ addiert und die Polspannung $\mathbf{U}_p = j X_m \mathbf{I}_r$ erhalten. Durch die Polspannungsrichtung wird auch die neue Läuferstellung bestimmt, welche im Generatorbetrieb der Läuferleerlaufstellung um den konstanten Winkel δ voreilt.

Zum Vergleich wurde das Vektordiagramm in der Abb. 3.12b für den Zustand eingezeichnet, in dem die Synchronmaschine als Motor läuft und ihr Läufer so weit erregt wird, daß die Maschine Blindleistung in das Netz

liefert, d. h. vom Netz aus gesehen eine kapazitative Belastung darstellt. Übrigens erfolgt die Aufzeichnung des Vektordiagramms ähnlich wie beim Fall *a*.

Die innere Spannung der Maschine wurde in beiden Vektordiagrammen angegeben (in der Ersatzschaltung ist sie die Spannung an der Überbrückung); ihr Wert ist:

$$U_i = I_m j X_m.$$

Der Strom I_m steht auf U_i senkrecht.

3.201.5. Kurzschlußzustand

Für die Synchronmaschinen ist noch der sog. Kurzschlußzustand kennzeichnend, wenn nämlich die Ständerklemmen bei synchron laufendem unerreg-

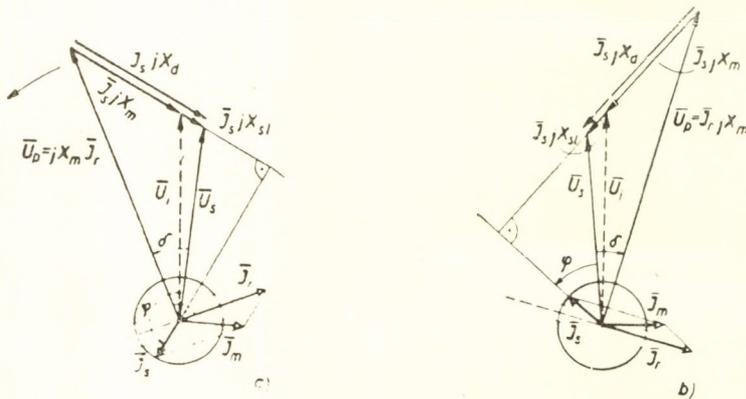


Abb. 3.12. Das Vektordiagramm der Synchronmaschine mit Zylinderläufer: a) im Generatorbetrieb, b) im Motorbetrieb

tem Läufer dreiphasig kurzgeschlossen werden und die Maschine hernach erregt wird. Der stationäre Kurzschlußstrom wird in diesem Fall in dem Ständer fließen und die Klemmenspannung der Maschine beträgt $U_s = 0$. Es gilt unter Zugrundelegung der Ersatzschaltung, daß:

$$0 - I_s j X_{sl} = I_m j X_m = (I_s + I_r) j X_m,$$

hieraus folgt:

$$- I_s j (X_{sl} + X_m) = I_r j X_m$$

und

$$I_s = - I_r \frac{X_m}{X_d}$$

oder

$$I_s = - \frac{U_p}{j X_d} = I_k. \quad (3.8)$$

Nachdem $X_m \approx X_d$, gilt im stationären Kurzschlußzustand $\mathbf{I}_s = \mathbf{I}_k \approx -\mathbf{I}_r$. Ständer- und Läuferstrom sind annähernd gleich groß, jedoch entgegengesetzt gerichtet. Wurde die Läufererregung so eingestellt, daß der Erregerstrom der Leerlaufspannung der Synchronmaschine entspricht, so ist

$$\mathbf{U}_p = \mathbf{U}_s,$$

und in diesem Fall ergibt sich für den stationären Kurzschlußstrom

$$\mathbf{I}_k = -\frac{\mathbf{U}_s}{jX_d}. \quad (3.9)$$

Das Vektordiagramm des Kurzschlußzustandes wird in Abb. 3.13a gezeigt.

Die Resultierende der Ständerströme und der Läuferstrom sind im Kurzschlußzustand entgegengesetzt und ihre gegenseitigen Wirkungen heben sich auf. Die durch das resultierende Hauptfeld — welches durch den Luftspalt hindurchdringt — hervorgerufene Spannung $\mathbf{U}_i = -\mathbf{I}_s jX_{sl} = \mathbf{I}_m jX_m$ ist klein und gerade dem Streuungsspannungsabfall des Ständers gleich. Durch den in der kurzgeschlossenen Ständerwicklung fließenden Strom kann nur an dem Streuungsweg ein Feld erzeugt werden, die Polerregung steht mit der Gegenerrregung des Ständers im Gleichgewicht. Obwohl die Ständer- und Läufererregungen an und für sich große Werte einnehmen, wird das gesamte, mit dem Ständer verkettete resultierende Feld nur wenige Kraftlinien im Kurzschluß aufzeigen, weil sich die Ständer- und Läufererregungen gegenüberstehen. Folgt man dem physikalischen Bild, so läßt sich dieser Umstand auch so erklären, daß ein Feld sich nur an den Streuwegen mit den kurzgeschlossenen Ständerwicklungen verketteten kann, wo also lediglich Querschnitte mit großem magnetischem Widerstand zur Verfügung stehen. Den Luftspalt können auch bei nomineller Ständererregung nur wenige Kraftlinien durchdringen. Das der Läufererregung entsprechende Feld kann sich mit den Ständerwindungen über den Luftspalt nicht verketteten.

Die beim stationären Kurzschlußstrom vorkommende synchrone Reaktanz X_d entspricht dem ungesättigten Zustand, da die Luftspaltspannung der Maschine ($\mathbf{I}_k jX_{sl}$) beim Kurzschluß auf die Nennspannung bezogen sehr klein ist. Der mit Zusammenhang (3.1) bestimmte Wert der synchronen Reaktanz X_d entspricht dem Sättigungswert der Nennsättigung, nachdem die nominelle Leerlaufspannung an die Maschinenklemmen geschaltet wurde. Bei der Konstruktion des Belastungsvektordiagramms und bei Ermittlung des später behandelten Kreisdiagramms und Erregerstromes muß man mit dem gesättigten Wert der Synchronreaktanz rechnen, während der stationär gewordene Kurzschlußstrom gemäß Beziehung (3.8) durch den ungesättigten Wert der Synchronreaktanz geliefert wird. Der ungesättigte Wert der Synchronreaktanz läßt sich aus den durch Messung erhaltenen Leerlauf- und Kurzschlußkennlinien bestimmen. In Abb. 3.13b wurden die Leerlauf-

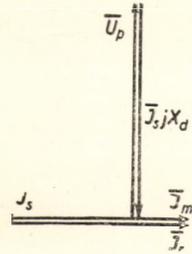


Abb. 3.13a. Kurzschlußvektordiagramm der Synchronmaschine

$[U = f(I_g)]$ und Kurzschlußkurve $[I_k = f(I_g)]$ eingetragen. Man zeichnet die Verlängerung des geraden Anfangsabschnittes (für ungesättigten Zustand gültig) der Leerlaufkennlinie ein. Auf dieser Geraden wird der zur Leerlaufklemmenspannung U_s gehörige Erregerstrom I_{gL} (ungesättigter Wert) bezeichnet. Auf der Kurzschlußkennlinie gehört zum Erregerstrom I_{gL} die Kurzschlußstromstärke I_k . In Kenntnis von U_s und I_k erhält man den ungesättigten Wert der Synchronreaktanz wie folgt:

$$X_d = \frac{U_s}{I_k}. \quad (3.9')$$

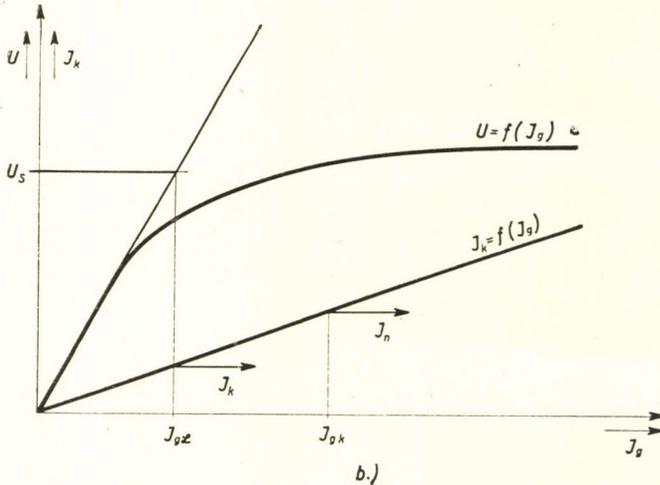


Abb. 3.13b. Die Bestimmung des in relativen Einheiten gemessenen Wertes der synchronen Reaktanz mit Hilfe der Leerlauf- und Kurzschlußkennlinien

Der in Relativseinheiten gemessene Wert von X_d : (X_d^*) kann ebenfalls leicht bestimmt werden.

$$X_d^* = X_d \frac{I_n}{U_n},$$

wobei I_n den Nennständerstrom, U_n die Nennständerphasenspannung bedeuten. Wird aus (3.9') X_d eingesetzt und $U_s = U_n$ gewählt, so gilt:

$$X_d^* = \frac{I_n}{I_k}.$$

Nachdem die in Abb. 3.13b dargestellten Dreiecke einander ähnlich sind, können wir $\frac{I_n}{I_k}$ durch das Verhältnis der entsprechenden Erregerströme nehmen:

$$X_d^* = \frac{I_{gk}}{I_{gL}}. \quad (3.10)$$

Der Wert der Synchronreaktanz in relativen Einheiten ist also erhältlich, indem man den Erregerstrom I_{gk} , der im Kurzschluß zum Erhalten des Nennstromes erforderlich ist, durch den Leerlauferregerstrom I_{gL} teilt, welcher der Nennspannung entspricht. Wird die Nennspannung nicht auf die wirkliche Leerlaufkurve, sondern auf die Luftspaltkurve aufgetragen, so bekommt man den ungesättigten Wert der Synchronreaktanz. Gemäß Abbildung ist $X_d^* = 2$, d. h. 200%.

In der Fachliteratur hat sich auch der Ausdruck »Kurzschlußverhältnis« verbreitet. Eigentlich ist es der Kehrwert von X_d^* , also das Verhältnis des zur Nennspannung gehörigen Leerlauferregerstromes zu dem dem Nennstrom zugeordneten Kurzschlußerregerstrom. Für obigen Fall ist das Kurzschlußverhältnis 0,5 bzw. unter Berücksichtigung der Sättigung noch etwas größer.

3.201.6. Leistungen, Momente

Dem Vektordiagramm kann entnommen werden, daß zwischen den Spannungen U_s , U_p , dem Winkel δ und der durch die Maschine gelieferten Leistung ein einfacher Zusammenhang besteht. Das Vektordiagramm soll für den Generator von neuem aufgezeichnet werden (Abb. 3.14).

Die Leistung der Synchronmaschine ist:

$$P = 3 U_s I_s \cos \varphi . \quad (3.11)$$

Unter Zugrundelegung der Abb. 3.14 läßt sich aufschreiben, daß

$$\cos (180^\circ - \varphi) = - \cos \varphi = \frac{U_p \sin \delta}{I_s X_d} , \quad (3.11')$$

aus (3.11) und (3.11') folgt, daß

$$P = - 3 \frac{U_s U_p}{X_d} \sin \delta . \quad (3.12)$$

Ist der Winkel δ positiv (Generatorzustand), so wird die Leistung negativ sein (man betrachtet die Generatorleistung als negativ). Wir erwähnen, daß es sich um eine verlustlose Maschine handelt; die an der Welle mechanisch übermittelte Leistung ist gleich der über den Ständer in das Netz gelieferten.

Geht man von Gleichung (3.7) aus, so ist für die Leistung auch in diesem Fall derselbe Zusammenhang erhältlich. Die Gleichung soll etwas geändert geschrieben werden:

$$I_s = U_s \frac{1 - \frac{U_p}{U_s}}{jX_d} . \quad (3.13)$$

Wird $\frac{U_p}{U_s} = \frac{U_p}{U_s} e^{j\delta} = t e^{j\delta}$ eingesetzt, so bekommt man:

$$\mathbf{I}_s = \frac{U_s}{jX_d} (1 - t e^{j\delta}), \quad (3.14)$$

wobei t das Verhältnis der Absolutwerte von Spannungen U_p und U_s darstellt. Nimmt man außerdem an, daß U_s in die Richtung der reellen Achse zeigt, so gilt für die Leistung:

$$P = 3 U_s \operatorname{Re}(\mathbf{I}_s), \quad (3.15)$$

wo $\operatorname{Re}(\mathbf{I}_s)$ den reellen Teil der Komplexzahl \mathbf{I}_s bedeutet.

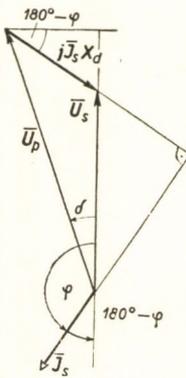


Abb. 3.14. Das Vektordiagramm zur Bestimmung der Leistung

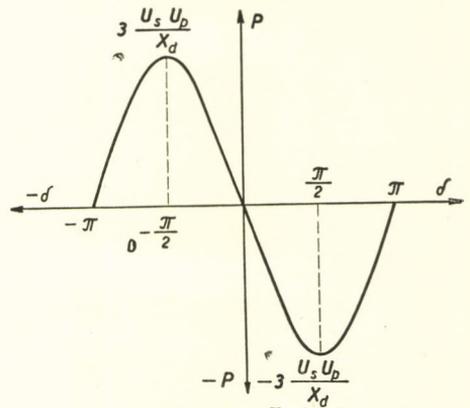


Abb. 3.15. Die Leistung der Synchronmaschine mit Zylinderläufer über dem Lastwinkel

Aus (3.14) sind jedoch

$$\mathbf{I}_s = \frac{U_s}{X_d} \left[\frac{1}{j} - \frac{t}{j} (\cos \delta + j \sin \delta) \right]$$

und

$$\operatorname{Re}(\mathbf{I}_s) = -\frac{U_s}{X_d} t \sin \delta = -\frac{U_p}{X_d} \sin \delta,$$

woraus folgt, daß

$$P = -3 \frac{U_s U_p}{X_d} \sin \delta. \quad (3.12')$$

Wird die durch die verlustlose Synchronmaschine gelieferte Leistung über dem Winkel δ dargestellt, so gewinnt man die Leistungskurve laut Abb. 3.15.

Es ist eine solche Sinuslinie, deren positives Maximum sich beim Winkel $-\frac{\pi}{2}$ befindet, was die im Motorbetrieb übertragbare Höchstleistung bei dem gegebenen Erregerstrom I_r ($U_p = X_m I_r = \text{konst.}$) bildet. Die Generatorleistung wird durch den negativen Zweig der Sinuslinie geliefert, dessen Höchstwert bei $\delta = +\frac{\pi}{2}$ liegt, dieselbe Erregung vorausgesetzt, und

$$P_{\max} = -3 \frac{U_s U_p}{X_d} \quad (3.16)$$

beträgt.

Da der Wert von U_p lediglich von der Gleichstromerregung abhängt und mit dieser verhältnisgleich ist, kann durch die Synchronmaschine mit Zylinderläufer ohne Erregung keinerlei Leistung geliefert werden.

Das Moment kann aus der Leistung — die, sofern die Spannungen U_s und U_p in Volt, der Wert von X_d in Ohm angegeben wird, in Watt erhältlich ist — mittels Teilung durch die synchrone Winkelgeschwindigkeit gewonnen werden:

$$M = \frac{P}{\omega_1} = -3 \frac{U_s U_p}{\omega_1 X_d} \sin \delta, \quad (3.17)$$

wobei $\omega_1 = \frac{2\pi n_1}{60}$ ist, falls n_1 die Synchrondrehzahl/min bedeutet. Wird in Gleichung (3.17) P in Watt eingesetzt, so ergibt sich das Moment in Wattsek. Beabsichtigt man das Moment in mkg zu bekommen, so wird:

$$M = \frac{0,973 P}{n_1} = -\frac{0,973}{n_1} 3 \frac{U_s U_p}{X_d} \sin \delta \text{ mkg.} \quad (3.18)$$

Aus dem in Abb. 3.15 dargestellten Leistungs- oder Momentzusammenhang kann ersehen werden, daß die verlustlose Synchronmaschine mit zylindrischem Läufer als Generator nur zwischen den Grenzen $\delta = 0$ und $\delta = +\frac{\pi}{2}$ verwendet werden kann. Bis zu dieser Grenze ist dem zunehmenden Winkel ein im Absolutwert steigendes Moment zugeordnet. Demgegenüber findet man über dem Winkelmaß $\delta = \frac{\pi}{2}$, daß die Leistung bei zunehmendem Winkel abnimmt, d. h. wird z. B. die mechanische Leistung konstant gehalten, so steigt der Winkel δ von selbst, bis die Maschine aus dem Tritt fällt. Diese Feststellungen gelten aber nur dann, wenn die Leistung langsam, stufenweise geändert wird. Die Stabilität der Maschine wird ebendeshalb bei langsamer Leistungsänderung als statische Stabilität bezeichnet, zum Unterschied von jenen Fällen, bei denen die dynamische Stabilität bei plötzlicher Leistungs-

änderung untersucht wird. Die statische Stabilität der Synchronmaschine ist um so größer, je kleiner die zur gewissen Leistungsänderung gehörende Polradwinkeländerung ist. Deshalb gibt über das Maß der statischen Stabilität der Wert des sog. Synchronisierungs- bzw. elastischen Momentes:

$$M_S = - \frac{\partial M}{\partial \delta} = 3 \frac{U_s U_p}{\omega_1 X_d} \cos \delta \quad (3.19)$$

Aufschluß. Die statische Stabilität der Maschine ist nämlich um so besser, je größer M_S ist. Dann reagiert die Maschine auf die großen Momentänderungen mit den kleinsten Änderungen des Winkels δ .

Das größte Synchronisierungsmoment M_S ist im Bereich des Winkels $\delta = 0$ zu verzeichnen, was auch aus der in Abb. 3.15 dargestellten Momentenkennlinie, welche dem Sinusgesetz folgt, unmittelbar klar hervorgeht. Durch die Änderung des Synchronisierungsmomentes wird ebenfalls erklärt, daß die Stabilität der Synchronmaschine mit Zylinderläufer im Bereich des Winkels $\delta = \frac{\pi}{2}$ steil abfällt und die Maschine bei $\delta = \frac{\pi}{2}$ selbst bei unendlich kleiner

Momentenänderung labil wird.

3.201.7. Kreisdiagramm der Synchronmaschine mit zylindrischem Läufer

Beim Prüfen der Gleichung (3.14) erkennt man, daß durch den Endpunkt des Primärstromes der Synchronmaschine mit zylindrischem Läufer — eine konstante Gleichstromerregung des Läufers vorausgesetzt — bei Änderung des Winkels δ ein Kreisbogen beschrieben wird. Oder mit anderen Worten: da der Winkel δ von der jeweiligen Belastung der Maschine abhängt, wird sich der Primärstromendpunkt, unter Annahme eines konstanten Erregerstromes, bei veränderlicher mechanischer Wellenleistung auf einem Kreisbogen bewegen. Aus Gleichung (3.14) kann abgelesen werden, daß der Kreismittelpunkt durch den Stromvektor $\mathbf{m} = \frac{\mathbf{U}_s}{jX_d} = \mathbf{I}_L$, der Kreishalbmesser durch den Stromvektor

$$\mathbf{r} = \frac{U_s t}{jX_d} = \frac{U_s \frac{U_p}{U_s}}{jX_d} = \frac{U_p}{jX_d} = \mathbf{I}_r \frac{X_m}{X_d}$$

geliefert wird. Dies bedeutet, daß

$$\mathbf{I}_s = \mathbf{I}_L - \mathbf{I}_r \frac{X_m}{X_d} e^{j\delta}. \quad (3.20)$$

In Abb. 3.16 wurde das Kreisdiagramm der mit dem unendlichen Netz parallel geschalteten Synchronmaschine bei konstanter Läufererregung für

einen Zylinderläufer eingetragen. Der Kreismittelpunkt ist durch den Endpunkt des dem Netz entnommenen Magnetisierungsstromvektors der unerregten, verlustlosen Maschine gegeben. Der Kreishalbmesser ist von der Gleichstromerregung des Läufers abhängig. In der Abbildung wurden zwei, zu verschiedenen Erregungen gehörige Kreise dargestellt. Zur kleineren Gleichstromerregung des Läufers gehört, bei derselben als Beispiel angenommenen Wirkleistung, ein größerer Winkel δ und umgekehrt, wird die Gleichstromerregung erhöht, so wird bei unveränderlichem mechanischem Moment der

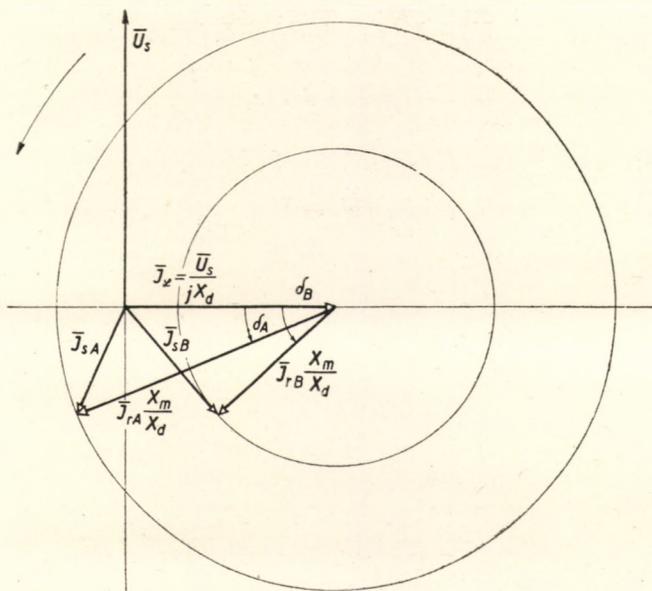


Abb. 3.16. Das Kreisdiagramm der Synchronmaschine mit Zylinderläufer

Winkel δ abnehmen und die Stabilität günstiger. Bei gegebenem Lastzustand wächst die statische Stabilität mit der Erregung. Man kann unter Zugrundelegung des Kreisdiagramms leicht einsehen, daß die Synchronmaschine im Leerlauf — wenn also der Läufer an seiner Welle keine mechanische Leistung aufnimmt oder abgibt — von der Erregung abhängig Blindleistung in das Netz liefern bzw. dem Netz entnehmen kann. Die Synchronmaschine mit zylindrischem Läufer ist nämlich davon abhängig, ob $I_r \frac{X_m}{X_d} \cong I_L$, vom Netz aus gesehen als Kondensator oder als Drosselspule zu betrachten ist. Ist die Erregung so eingestellt, daß $I_r = I_L \frac{X_d}{X_m}$, so entnimmt die Maschine im Leerlauf dem Netz keinen Strom. Der größte induktive Strom, den die Maschine dem Netz entnehmen kann, ist gleich I_L , wobei $I_r = 0$ ist. Aber in diesem Fall ist für den Synchronlauf des Läufers mechanisch zu sorgen, weil der Läufer ohne Gleichstromerregung keine Leistung liefern kann.

3.201.71. Berücksichtigung des Ohmschen Ständerwiderstandes

Berücksichtigt man den Ohmschen Ständerwiderstand der Synchronmaschine mit Zylinderläufer, vernachlässigt aber auch weiterhin die Eisen- und Reibungsverluste, so wird durch den Strom \mathbf{I}_s nicht nur bei der synchronen Reaktanz X_d , sondern auch im Ohmschen Ständerwiderstand R_s ein Spannungsabfall verursacht. Demzufolge ändert sich die Gleichung (3.6) wie folgt ($\mathbf{U}_s = U_s$):

$$U_s - \mathbf{I}_s(jX_d + R_s) = \mathbf{I}_r jX_m, \quad (3.21)$$

$$U_s - \mathbf{I}_s \mathbf{Z}_s = \mathbf{I}_r jX_m;$$

hieraus wird:

$$\mathbf{I}_s = \frac{U_s - \mathbf{I}_r jX_m}{\mathbf{Z}_s} = \frac{U_s - \mathbf{U}_p}{\mathbf{Z}_s} = \frac{U_s}{\mathbf{Z}_s} (1 - te^{j\delta}). \quad (3.22)$$

Wird $\mathbf{Z}_s = Z_s e^{ja}$ eingesetzt, wobei $Z_s = \sqrt{R_s^2 + X_d^2}$ ist und schreibt man

$$\operatorname{tg} a = \frac{X_d}{R_s},$$

so gilt:

$$\mathbf{I}_s = \frac{U_s}{Z_s} [e^{-ja} - te^{j(\delta-a)}]. \quad (3.23)$$

Will man die an den Klemmen gelieferte Leistung bestimmen, so soll man sich auch diesmal der Beziehung

$$P = 3 U_s \mathbf{I}_s \cos \varphi = 3 U_s \operatorname{Re}(\mathbf{I}_s)$$

bedienen. Aus Beziehung (3.23) läßt sich anschreiben, daß

$$\operatorname{Re}(\mathbf{I}_s) = \frac{U_s}{Z_s} [\cos a - t \cos(\delta - a)]. \quad (3.24)$$

Oder wird an Stelle von a , das einen Winkel von nahezu 90° darstellt, der Winkel $\beta = 90^\circ - a$ eingeführt, so bekommt man:

$$\operatorname{Re}[\mathbf{I}_s] = \frac{U_s}{Z_s} [\sin \beta - t \sin(\delta + \beta)]$$

und die Leistung wird

$$P = 3 \frac{U_s^2}{Z_s} \sin \beta - 3 \frac{U_s U_p}{Z_s} \sin (\delta + \beta) \quad (3.25)$$

sein.

Die Änderung der Leistung wurde in Abb. 3.17 über δ gezeichnet. Gemäß Beziehung (3.25) wird die Leistungskennlinie erhalten, indem der vom Winkel δ bzw. von der mechanischen Leistung abhängige, sinusförmig veränderliche Leistungsanteil einerseits in Richtung der positiven Leistung

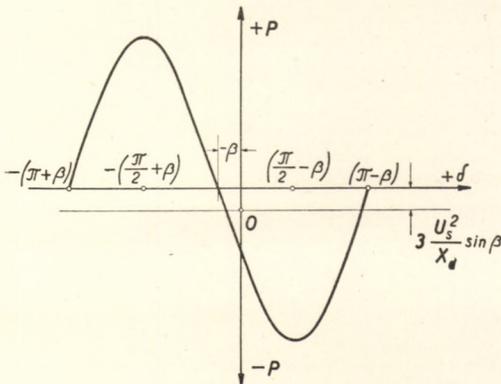


Abb. 3.17. Die Leistung der Synchronmaschine mit Zylinderläufer über dem Lastwinkel unter Berücksichtigung des Ständerwirkwiderstandes

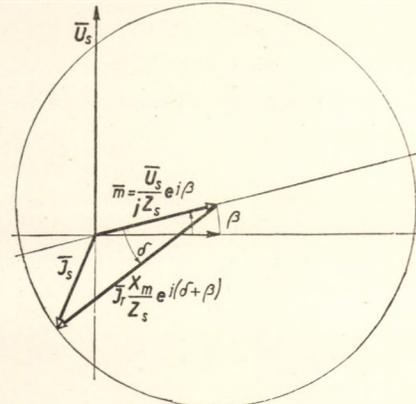


Abb. 3.18. Kreisdiagramm der Synchronmaschine mit Zylinderläufer bei Berücksichtigung des Ständerwirkwiderstandes

um die konstante Leistung $3 \frac{U_s^2}{Z_s} \sin \beta$ (was dem Ständerkupferverlust im Fall einer Maschine mit unerregtem Läufer entspricht) verschoben, andererseits in Richtung der negativen δ -Winkel um den Winkel β (bei $\delta = 0$ beträgt der Wert der Sinusfunktion $-3 \frac{U_s U_p}{Z_s} \sin \beta$) versetzt wird. Bei demselben Winkel ist also die Generatorleistung infolge der Ständerkupferverluste kleiner, die Motorleistung größer (in letzterem Fall sind die Ständerverluste aus dem Netz zu decken) als bei den verlustlosen Maschinen. Diese Verhältnisse werden auch durch das Kreisdiagramm gut erläutert.

Die Konstruktion des Kreisdiagramms erfolgt auf Grund des Zusammenhangs (3.23). Demnach gilt:

$$\mathbf{I}_s = \frac{U_s}{Z_s} [e^{-j90^\circ} e^{j\beta} - te^{j\delta} e^{-j90^\circ} e^{j\beta}] = \frac{U_s}{jZ_s} e^{j\beta} (1 - te^{j\delta}). \quad (3.26)$$

Man erhält also das Kreisdiagramm der Synchronmaschine mit zylindrischem

Läufer unter Berücksichtigung der Kupferverluste, indem die Abszisse des Koordinatensystems im Verhältnis zum Kreisdiagramm der verlustlosen Maschine in positiver Richtung um den Winkel β verdreht wird (Abb. 3.18). Die übertragbare Höchstleistung tritt beim Winkel $\delta + \beta = \pm \frac{\pi}{2}$ ein. Der Vektor des Kreismittelpunktes ist

$$\mathbf{m} = \mathbf{I}_L = \frac{U_s}{Z_s} e^{-ja} = \frac{U_s}{Z_s} e^{-j90^\circ} e^{j\beta} = \frac{U_s}{jZ_s} e^{j\beta}.$$

Demnach bekommt man den Mittelpunkt, indem die Stromstärke $\frac{U_s}{jZ_s} \approx \frac{U_s}{jX_d}$ in positiver Richtung um den Winkel β verdreht wird (Abb. 3.18). Der Kreisradius ist diesmal:

$$\frac{U_s}{Z_s} \frac{U_p}{U_s} = \frac{U_p}{Z_s} = I_r \frac{X_m}{Z_s} \approx I_r \frac{X_m}{X_d}.$$

Aus der Abbildung ist ebenfalls zu ersehen, daß der Winkel δ in diesem Fall von der um den Winkel β verdrehten Abszissenachse gemessen aufzutragen ist. Durch das Kreisdiagramm wird veranschaulicht, daß die dem Netz entnommene elektrische Höchstleistung beim Motorbetrieb größer ist als die im Generatorbetrieb in das Netz gelieferte. Dies ist — wie bereits erwähnt — darauf zurückzuführen, daß die Ständerverluste bei derselben mechanischen Leistung im Motorbetrieb dem Netz zu entnehmen sind, während sie im Generatorbetrieb in Form von mechanischer Arbeit über die Welle eingeführt werden müssen. Es soll nachdrücklich erwähnt werden, daß das Kreisdiagramm in Abb. 3.18 stark übertrieben gezeichnet ist, weil der Winkel β bei normalen Maschinen in Wirklichkeit viel kleiner ist. Die Kupfer- und Eisenverluste des Ständers können bei der Konstruktion von Vektor- und Kreisdiagrammen im allgemeinen ruhig außer acht gelassen werden, man begeht damit bei der Bestimmung der Ströme praktisch keinen Fehler.

Nachstehend werden das Vektor- und Stromvektordiagramm der Maschinen mit ausgeprägten Polen behandelt.

3.202. Die Maschinen mit ausgeprägten Polen

3.202.1. Vektordiagramm der Synchronmaschine mit ausgeprägten Polen

Wird der Läufer einer Synchronmaschine mit ausgeprägten Polen ohne Läufererregung mit Synchrongeschwindigkeit betrieben, die Ständerwicklung der Maschine an das dreiphasige Netz geschaltet, so entnimmt die Maschine ihren Magnetisierungsstrom dem Netz. Im Luftspalt wird der symmetrischen dreiphasigen Erregung entsprechend der mit konstanter Amplitude umlaufende Fluß entstehen. In diesen Fluß ist — wie zu sehen — ein synchron-

laufender Eisenkörper eingesetzt, dessen Luftspalt in Längsrichtung des Pols klein, in Querrichtung groß ist.

Es ist die natürliche, dem kleinsten magnetischen Widerstand entsprechende Lage eines solchen Eisenkernes, wenn die Polmittellinie mit dem umlaufenden Größtwert des Ständerflusses zusammenfällt. Die Synchronmaschine mit ausgeprägten Polen bleibt im Gegensatz zur Zylinderläufermaschine — bei welcher der Läufer keine solche ausgeprägte Richtung besitzt — auch dann im Synchronlauf, wenn die Antriebskraft an der Welle der Maschine nicht mehr wirkt. Die Synchronmaschine mit ausgeprägten Polen vermag sogar bei unerregtem Läufer zwischen kleineren Grenzen im Motor- oder Generatorbetrieb ein gewisses Moment bzw. eine Leistung zu liefern.

Wird also der unerregte Läufer einer Synchronmaschine mit ausgeprägten Polen im Synchronlauf in seiner natürlichen Lage belassen, so entnimmt er dem Netz den Leerlauf- bzw. Magnetisierungsstrom

$$I_{dL} = I_{md} = \frac{U_s}{jX_d},$$

wobei der internationalen Schreibweise entsprechend mit dem Buchstaben d der Umstand ausgedrückt wird, daß die Längsachse des Läufers (die »Direkt- richtung«) mit der Achse der resultierenden Ständererregung zusammenfällt. Die Synchronmaschine nimmt in dieser natürlichen Stellung den kleinsten Magnetisierungsstrom aus dem Netz auf. Die Reaktanz X_d besteht aus zwei Teilen: der Streureaktanz des Ständers, welche durch die jeweilige Läuferstellung nicht wesentlich beeinflußt wird, und der Hauptfeldreaktanz, die in Richtung der Läuferlängsachse, d. h. des kleinsten Luftspaltes liegt:

$$X_d = X_{sl} + X_{md}. \quad (3.27)$$

Nun soll der im Synchronlauf befindliche Läufer aus seiner natürlichen Lage gegenüber der Ständerdrehfeldachse elektrisch um 90° verdreht werden. Dies kann unter Einfluß eines an der Welle wirkenden Momentes oder mit einem synchronen Hilfsmotor bewerkstelligt werden, wenn im letzteren Falle gegenüber seiner vorherigen natürlichen Lage der Läufer um den Winkel $\frac{\pi}{2}$ verdreht aufgekeilt wird. Dies bedeutet, daß gegenüber der Achse des Ständerdrehfeldes immer der größte Läuferluftspalt liegt. Zur Erregung des großen Luftspaltes wird mehr Strom benötigt, als es in Längsrichtung notwendig war. Daher beträgt die dem Netz entnommene Stromstärke mit Läufer in Querrichtung

$$I_{qL} = \frac{U_s}{jX_q} > I_{dL}.$$

X_q ist die Synchronreaktanz in Querrichtung

$$X_q = X_{sl} + X_{mq}. \quad (3.28)$$

Aus vorstehendem geht klar hervor, daß die Messung des gesättigten Wertes der Synchronreaktanz in Längsrichtung X_d keine Schwierigkeiten mit sich bringt. Namentlich laufen die Synchronmaschinen mit ausgeprägten Polen — wie wir sahen — ohne Erregung synchron, falls diese auch schon vorher synchron liefen und an ihren Wellen nicht belastet waren, wobei der Leerlaufstrom für Längsrichtung I_{dL} durch die Maschine in dieser natürlichen Läuferstellung aus dem Netz aufgenommen wird, woraus sich X_d errechnen läßt. Da aber im allgemeinen auch der gesättigte Wert von X_q benötigt wird, müßte man den Läufer durch eine größere Synchronmaschine in der Weise im Lauf halten, daß dieser gegenüber seiner vorherigen natürlichen Leerlaufstellung um 90° verdreht sei. Diese Messung kann aber selbst in gut ausgestatteten Prüffeldern nur mit großen Schwierigkeiten durchgeführt werden und auch dann lediglich an kleineren Maschinen.

Dagegen können die gesättigten Werte der Synchronreaktanzen in Richtungen d und q an stillstehender Maschine gemessen werden. Bei dieser Meßmethode werden im Stillstand zwei in Reihe geschaltete Phasenwicklungen mit Gleichstrom erregt (Abb. 3.19a). Bei geschlossenem Schalter S soll am Amperemeter A mit Hilfe des Regelwiderstandes R_v der mit dem oben besprochenen Magnetisierungsstrom I_{md} gleichwertige Gleichstrom eingestellt werden. Um dies zu bezwecken, stellen wir uns vor, daß diese Stromstärke I sei, welche in den Phasen b und c fließt. Genau genommen, fließt in Phase b Strom I , in Phase c aber $-I$, Phase a ist stromlos. Wenn der Strom I bzw. ($-I$) als momentaner Phasenstrom angesehen wird, dann ist der schon bekannten Beziehung gemäß nachstehender Drehstromvektor aufzuschreiben:

$$\mathbf{i} = \frac{2}{3} (i_a + \mathbf{a}i_b + \mathbf{a}^2i_c) = \frac{2}{3} (0 + \mathbf{a}I - \mathbf{a}^2I) = \frac{2}{3} (\mathbf{a} - \mathbf{a}^2)I = j\frac{2}{3}\sqrt{3}I.$$

Nachdem I_{md} effektiver Wert ist, \mathbf{i} hingegen den Momentanwert des Wechselstromes darstellt, gilt es, falls man auf die effektiven Werte übergeht, daß

$$I_{md} = \frac{2}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{3}}{3} I = I \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Zwischen dem effektiven Wechselstrom I_{md} und dem äquivalenten Gleichstrom I besteht somit nachstehender Zusammenhang:

$$I = \sqrt{\frac{3}{2}} I_{md}.$$

Sobald die in Reihe geschalteten Phasenwicklungen b und c mit Gleichstrom erregt wurden, nimmt der Läufer mit seiner Richtung d von selbst die resultierende Richtung der Phasenwicklungen b und c auf (Abb. 3.19a). Wird der Läufer in dieser Stellung festgehalten und der Stromkreis mit Schalter S unterbrochen, so läßt sich X_d errechnen, falls auch die Stromänderung mittels Oszillographen O aufgenommen wird.

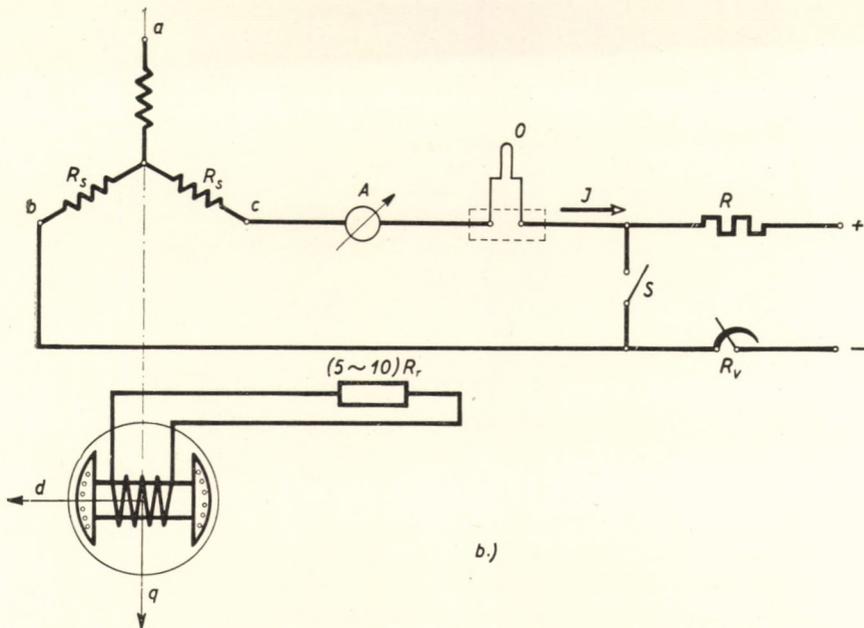
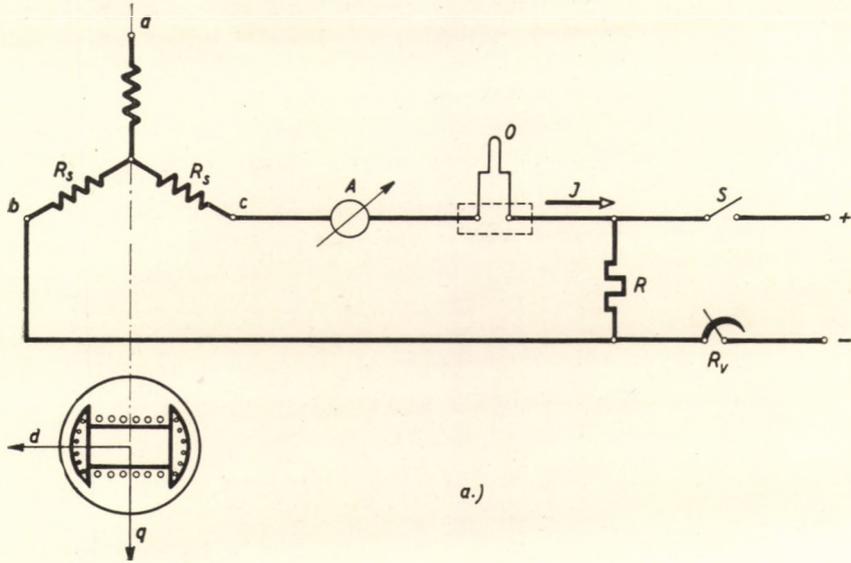


Abb. 3.19a, b. Schaltungen zur Messung der Längs-Synchronreaktanz im Stillstand

Namentlich ist die Spannungsgleichung des Ständerstromkreises:

$$i(R + 2R_s) + \frac{d\psi_s}{dt} = 0.$$

Man integriere von $t = 0$ bis $t = \infty$

$$(R + 2R_s) \int_0^{\infty} i dt + [\psi_s]_0^{\infty} = 0.$$

Da nach genügend langer Zeit nach der Unterbrechung $\psi_{s\infty} = 0$ wird und nachdem im Augenblick $t = 0$ in der Maschine noch der vor der Unterbrechung vorhandene Windungsfluß herrscht, gilt aus vorstehender Gleichung, daß

$$\psi_{s0} = (R + 2R_s) \int_0^{\infty} i dt.$$

Der Windungsfluß vor der Unterbrechung ist $(R + 2R_s) \int_0^{\infty} i dt$ gleich, der Wert ψ_{s0} wird also durch das Produkt von der Fläche des Stromoszillogramms $\int_0^{\infty} i dt$ und vom Gesamtwiderstand des Stromkreises $(R + 2R_s)$ geliefert. Kennt man ψ_{s0} , so ist die Induktivität pro Phase

$$L_d = \frac{\psi_{s0}}{2I}.$$

In Kenntnis von L_d können wir auch X_d berechnen:

$$X_d = \omega_1 L_d.$$

Die Synchronreaktanz in Längsrichtung ist also

$$X_d = \frac{R + 2R_s}{2I} \omega_1 \int_0^{\infty} i dt.$$

Die gesättigten Werte von X_q können für die Läuferstellung in Querrichtung analog bestimmt werden.

In Abb. 3.20 wird das Oszillogramm des Stromes i der im Stillstand vorgenommenen Synchronreaktanzmessung gezeigt. Aus dem Oszillogramm geht hervor, daß der Strom zuerst plötzlich, sodann langsamer abnimmt, bis er nach genügend langer Zeit den Wert Null erreicht. Die von der Stromkurve eingeschlossene Fläche wird ausgewertet, indem man jenen Zeitpunkt

abschätzt, von dem an die langsam abklingende Stromabnahme schon als rein exponentiell angenommen werden kann. Die in diesem Punkt gezeichnete Tangente schneidet aus der Nulllinie die Zeitkonstante des unteren Kurventeiles aus (T). Wie bekannt, ist die von dem zum Berührungspunkt gehörenden Ordinatenwert (a) rechts liegende Fläche $F = aT$. Die von der Ordinate a links liegende Fläche wird durch Planimetrieren ermittelt. Die beim dreiphasigen Leerlaufzustand und im Stillstand erfolgten Messungen stimmen sehr gut überein.

Die Übereinstimmung der Messungen in Richtung d erlauben, daß die Messung des Wertes X_q bei um 90° verdrehter und festgehaltener Läuferstellung mit derselben Methode vorgenommen wird (Abb. 3.21). Die Werte X_q , welche also durch in Richtung q vorgenommene oszillographische Messungen erhalten wurden, sind dadurch geeicht, daß die Dreiphasen-Wechselstrommessung und die Gleichstrommessung im Stillstand für die Synchronreaktanz in Richtung d gut übereinstimmende Werte liefern.

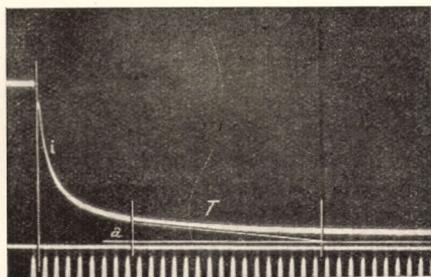


Abb. 3.20. Der Verlauf des Gleichstromes bei der Messung der Synchronreaktanz im Stillstand

Schließlich erscheint es noch als nützlich, in Verbindung mit der Messung einige praktische Bemerkungen zu machen. Einerseits muß man nach der Einstellung des Gleichstromwertes mit Hilfe des Widerstandes R_v ein bis zwei Minuten warten, bis im Läufer tatsächlich kein Strom mehr fließt. Andererseits ist aber — wie aus den vorherigen Ausführungen hervorgeht — in der Praxis die genaue Bestimmung der unter der Stromkurve liegenden Fläche aus dem Oszillogramm ziemlich umständlich, da der Strom nach der anfänglichen schnellen Abnahme verhältnismäßig sehr langsam abklingt. Eine für die Auswertung günstigere Stromkurvenform ist dann erhältlich, wenn in den Läuferkreis ein Wirkwiderstand vom Werte ($5 \sim 10$) R_v eingeschaltet wird (vgl. Abb. 3.19b). Eine weitere Störung kann bei der Messung verursacht werden, wenn durch den Schalter S im Augenblick der Unterbrechung ein Lichtbogen gezogen wird, weshalb es zweckmäßiger erscheint, die Messung in der Schaltung gemäß Abb. 3.19b durchzuführen. In diesem Fall müssen aber die Schalterkontakte — besonders bei großen Turbogeneratoren — sehr gut beschaffen sein (womöglichst ohne Übergangswiderstand). Nach dem Übergangsprozeß wird ein Reststrom (I_R) verbleiben, so daß in den vorstehenden Formeln mit dem Wert $i - I_R$ zu rechnen ist. Schließlich soll noch darauf hingewiesen werden, daß der Wert $\int_0^{\infty} i dt$, anstatt mit einem

Oszillographen, viel bequemer mit einem Fluxmeter gemessen werden kann.

Die Konstruktion des Vektordiagramms der Synchronmaschine mit ausgeprägten Polen erfolgt, indem die resultierende drehende Ständererregung bzw. der Strom in zwei Komponenten zerlegt wird. Die eine Komponente steht in sämtlichen Läuferstellungen der Längsrichtung d gegenüber, die

andere auf diese senkrecht in Richtung q . Die Verteilung der beiden Komponenten der Ständererregung wird längs des Luftspaltes sinusförmig angenommen. Die Gleichstromerregung des Läufers zeigt — da sich auf dem Läufer nur eine, in Polrichtung liegende Erregerwicklung befindet — stets in die Längsrichtung des Pols. Der Pol sei so ausgeführt, daß das im Luftspalt durch die Läufererregung erzeugte Feld ebenfalls sinusförmig verteilt angenommen werden könne. Bei der Konstruktion des Vektordiagramms setzen wir einstweilen voraus, daß der auf die Ständerwicklungszahl umgerechnete Erregergleichstrom \mathbf{I}_r und die ihm zugeordnete Polradspannung

$$\mathbf{U}_p = \mathbf{I}_r jX_{md} \quad (3.29)$$

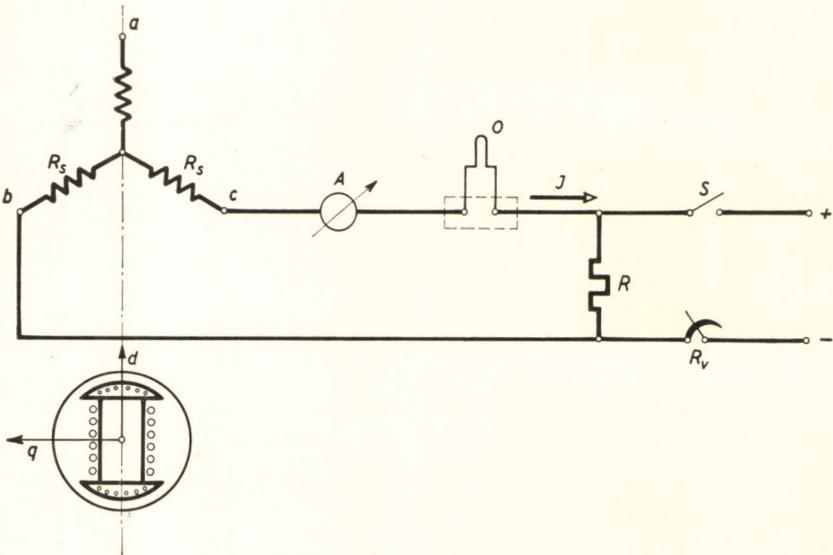


Abb. 3.21. Schaltung zur Messung der Quer-Synchronreaktanz bei stillstehender Maschine

bekannt sind; außerdem nehmen wir an, daß wir die Richtung und den Wert des Ständerstromes \mathbf{I}_s kennen, wobei der Ständerwiderstand vernachlässigt wird. In Abb. 3.22 wurden vorerst die Polradspannung \mathbf{U}_p , sodann senkrecht dazu nacheilend der Erregerstrom \mathbf{I}_r eingetragen. Zwecks besserer Übersicht wurde auch die Läuferstellung eingezeichnet. Wir haben den Ständerstrom \mathbf{I}_s für Generatorbetrieb angegeben. Der Strom \mathbf{I}_s wird in die Komponentenströme \mathbf{I}_d von Richtung \mathbf{I}_r und auf diesen senkrecht stehenden \mathbf{I}_q zerlegt. An der Reaktanz X_d wird durch den Strom \mathbf{I}_d der Spannungsabfall $\mathbf{I}_d jX_d$ erzeugt, der Richtung und Wert gemäß dargestellt wurde. Der Strom \mathbf{I}_q ruft an der Synchronreaktanz in Querrichtung X_q ähnlicherweise einen Spannungsabfall hervor ($\mathbf{I}_q jX_q$). Wird auch letzterer zu \mathbf{U}_p addiert, so gelangt man zur Klemmenspannung \mathbf{U}_s . Der von \mathbf{U}_s und \mathbf{U}_p eingeschlossene Winkel ist auch diesmal der innere Belastungswinkel δ , der zwischen der Leerlaufstellung (steht senkrecht auf \mathbf{U}_s) und der Laststellung des Läufers auftritt.

Das Vektordiagramm der Maschine mit ausgeprägten Polen kann auch dann gezeichnet werden, wenn nur die Klemmenspannung \mathbf{U}_s und der Ständerstrom \mathbf{I}_s bekannt sind, wobei man die Richtung von \mathbf{U}_p nicht kennt. Der von \mathbf{U}_s und \mathbf{I}_s eingeschlossene Winkel ist φ . Man konstruiere im Endpunkt der Spannung \mathbf{U}_s den Spannungsabfall $-\mathbf{I}_s j X_q$ (Abb. 3.23), und der Vektor \mathbf{U}_p wird durch den Endpunkt dieses Vektors hindurchgehen. Wie aus der Abbildung ersichtlich, ist $I_q = I_s \sin \alpha$, und nachdem im Dreieck mit dem Spitzenpunkt A der bei A liegende Winkel gleichfalls α ist, wird $I_q X_q =$

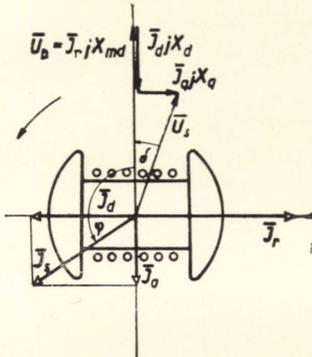


Abb. 3.22. Vektordiagramm der Maschine mit ausgeprägten Polen

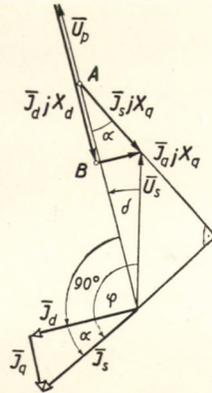


Abb. 3.23. Bestimmung der Richtung der Polspannung

$= I_s X_q \sin \alpha$ sein. Der Vektor von \mathbf{U}_p geht also tatsächlich durch den Punkt A hindurch. Kennt man die Richtung von \mathbf{U}_p , so lassen sich die Komponenten \mathbf{I}_d und \mathbf{I}_q von \mathbf{I}_s bestimmen. Im weiteren wird vom Endpunkt der Spannung \mathbf{U}_s eine Normale auf die Richtung von \mathbf{U}_p gefällt. Damit ist der Wert $\mathbf{I}_q j X_q$ gegeben. Von seinem Endpunkt B wird der Spannungsabfall $\mathbf{I}_d j X_d$ auf die Richtung von \mathbf{U}_p aufgetragen und so gelangt man zum Endpunkt des Vektors \mathbf{U}_p .

Unter Zugrundelegung des Vektordiagramms wird die Gleichung der Synchronmaschine mit ausgeprägten Polen aufgeschrieben. Es gilt:

$$\mathbf{U}_p + \mathbf{I}_d j X_d = \mathbf{U}_s \cos \delta e^{j\delta}, \tag{3.30}$$

$$\mathbf{I}_q j X_q = \mathbf{U}_s \sin \delta e^{-j(90^\circ - \delta)} = -j \mathbf{U}_s \sin \delta e^{j\delta}, \tag{3.31}$$

aus (3.30) und (3.31) ergibt sich, daß

$$\mathbf{I}_d = \frac{\mathbf{U}_s \cos \delta e^{j\delta} - \mathbf{U}_p}{j X_d} \tag{3.32}$$

$$\mathbf{I}_q = - \frac{\mathbf{U}_s \sin \delta e^{j\delta}}{X_q} \tag{3.33}$$

und auf Grund von $\mathbf{I}_s = \mathbf{I}_d + \mathbf{I}_q$ gilt:

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_s &= \mathbf{U}_s \left[\frac{\cos \delta e^{j\delta} - \frac{U_p}{U_s} e^{j\delta}}{jX_d} - \frac{\sin \delta e^{j\delta}}{X_q} \right] = \\ &= e^{j\delta} \mathbf{U}_s \left[\frac{\cos \delta - t}{jX_d} - \frac{\sin \delta}{X_q} \right] = \\ &= e^{j\delta} \mathbf{U}_s \left[\frac{e^{j\delta} + e^{-j\delta}}{2jX_d} - \frac{e^{j\delta} - e^{-j\delta}}{2jX_q} - \frac{t}{jX_d} \right]. \\ \mathbf{I}_s &= \frac{\mathbf{U}_s}{jX_d} \left[\frac{X_d + X_q}{2X_q} - t e^{j\delta} - \frac{X_d - X_q}{2X_q} e^{j2\delta} \right] \end{aligned} \quad (3.34)$$

oder:

$$\mathbf{I}_s = \mathbf{U}_s \frac{1}{2} \left[\frac{1}{jX_d} + \frac{1}{jX_q} \right] - \frac{\mathbf{U}_s t e^{j\delta}}{jX_d} + \mathbf{U}_s e^{j2\delta} \frac{1}{2} \left[\frac{1}{jX_d} - \frac{1}{jX_q} \right]. \quad (3.35)$$

Die Formeln (3.34) bzw. (3.35) stellen die Gleichung des Stromvektordiagramms der Maschinen mit ausgeprägten Polen dar, durch welche die Änderung des Primärstromes in Funktion von δ beschrieben wird.

3.202.2. Leistung und Synchronisierungsmoment der Maschinen mit ausgeprägten Polen

Es soll vor der Konstruktion des Stromvektordiagramms die Leistung der Synchronmaschine mit ausgeprägten Polen berechnet werden. Falls $\mathbf{U}_s = U_s$ in die Richtung der reellen Achse zeigt, wird die Leistung

$$P = 3 U_s I_s \cos \varphi = 3 U_s \operatorname{Re}(\mathbf{I}_s).$$

Aus Gleichung (3.34) folgt, daß

$$P = 3 U_s \operatorname{Re}(\mathbf{I}_s) = -3 \left[\frac{U_s U_p}{X_d} \sin \delta + U_s^2 \frac{X_d - X_q}{2 X_d X_q} \sin 2\delta \right]. \quad (3.36)$$

In diesem Fall setzt sich die Leistung aus zwei Teilen zusammen, und zwar ist: *a*) jener Leistungsanteil, welcher von dem Wert des Erregungsstromes ($U_p = I_r X_m$) abhängt und bei gleichen Maschinenabmessungen bzw. X_d -Werten mit der Leistung der Maschine mit Zylinderläufer übereinstimmt und *b*) der von der Größe der Erregung unabhängige Anteil, welcher mit dem Sinus des

doppelten Winkels δ verhältnismäßig ist. Letzterer Anteil ist durch die ausgeprägten Pole bedingt. Dieser Teil wird um so größer, je größer der Unterschied zwischen X_d und X_q ist. Ist hingegen $X_d = X_q$, wobei die Maschine in eine Maschine mit Zylinderläufer übergeht, so verschwindet das zweite Glied. Schließlich geht aus dem Zusammenhang hervor, daß bei $I_r = 0$, $U_p = 0$ die Maschine mit ausgeprägten Polen auch in unerregtem Zustand

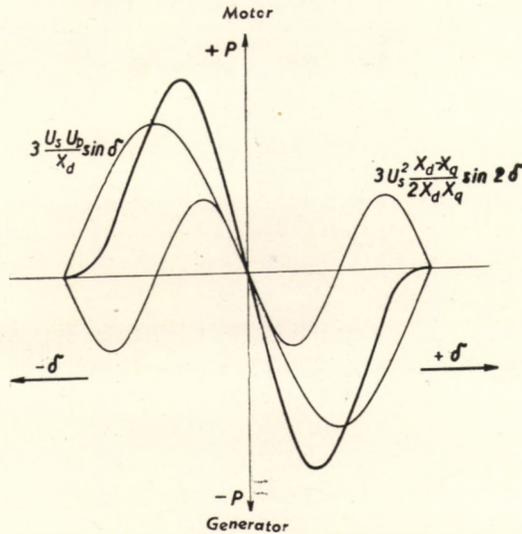


Abb. 3.24. Die Leistung der Maschine mit ausgeprägten Polen über dem Lastwinkel

eine Leistung abgeben kann. Das Moment der Synchronmaschine mit ausgeprägten Polen ist:

$$M = \frac{P}{\omega_1} = - \frac{3 U_s}{\omega_1 X_d} \left[U_p \sin \delta + U_s \frac{X_d - X_q}{2 X_q} \sin 2 \delta \right]. \quad (3.37)$$

In Abb. 3.24 wurde der Leistungsverlauf der Synchronmaschine mit ausgeprägten Polen über dem Winkel δ eingezeichnet. Der von der Erregung abhängige sowie unabhängige Anteil wurde gesondert dargestellt. Die Summe der beiden Sinuskurven ergibt die resultierende Leistung über dem Winkel δ . Die positiven Winkel entsprechen auch diesmal dem Generatorbetrieb, die negativen Winkel jenem des Motorbetriebes. Aus der Abbildung wird verständlich, daß die Leistungskurve der Maschine mit ausgeprägten Polen in der Umgebung des Leerlaufes steiler ist als die der Maschine mit Zylinderläufer und daß der Höchstwert des Momentes sich bei kleineren Winkeln als $\frac{\pi}{2}$ befindet.

Wird die Synchronisierungsleistung berechnet, so erhält man

$$P_S = -\frac{\partial P}{\partial \delta} = 3 \frac{U_s U_p}{X_d} \cos \delta + 3 U_s^2 \frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \cos 2\delta. \quad (3.38)$$

Die Synchronisierungsleistung ist bei Maschinen mit ausgeprägten Polen größer als bei Maschinen mit Zylinderläufer unter ähnlichen Erregungszuständen, folglich ist die statische Stabilität unter gleichen Erregungsbedingungen besser.

3.202.3. Stromvektordiagramm der Maschine mit ausgeprägten Polen

Gemäß Zusammenhang (3.34) ist das Stromvektordiagramm der Synchronmaschine mit ausgeprägten Polen kein Kreis, sondern die aus der Theorie der Stromvektordiagramme bekannte Pascalsche Schnecke. Die Konstruktion geschieht auf Grund der Gleichung (3.34). Es muß nämlich zum konstanten Vektor $U_s \frac{X_d + X_q}{2jX_d X_q}$ in entsprechender Richtung der Vektor

$$\frac{U_p}{jX_d} e^{j\delta} = I_r \frac{X_m}{X_d} e^{j\delta}$$

addiert werden; der Endpunkt dieses Vektors beschreibt bei der Änderung von δ einen Kreis. Danach sind zur Summe dieser beiden Vektoren die Punkte eines zweiten Kreises zu addieren. Der Halbmesser des zweiten Kreises ist:

$$U_s \frac{X_d - X_q}{2X_d X_q}.$$

Die einzelnen Punkte dieses Kreises werden durch die Änderung des Winkels 2δ bestimmt. Führen wir die Bezeichnung $\frac{X_d}{X_q} = \varepsilon$ ein, so geht die Gleichung (3.34) in folgende Form über :

$$\begin{aligned} I_s &= \frac{U_s}{jX_d} \frac{\varepsilon + 1}{2} - j I_r \frac{X_m}{X_d} e^{j\delta} - \frac{U_s}{jX_d} \frac{\varepsilon - 1}{2} e^{j2\delta} = \\ &= \frac{U_s}{jX_d} \left[\frac{\varepsilon + 1}{2} - t e^{j\delta} - \frac{\varepsilon - 1}{2} e^{j2\delta} \right]. \end{aligned} \quad (3.34')$$

Beispielsweise wurde Abb. 3.25a für einen extremen Fall $\varepsilon = 3$ gezeichnet. Man trägt zunächst den Strom $\frac{U_s}{jX_d} \frac{\varepsilon + 1}{2} = 2 \frac{U_s}{jX_d}$ ein. In seinem Endpunkt

wird als Mittelpunkt der Kreis mit Halbmesser $I_r \frac{X_m}{X_d}$ konstruiert und auf dem Umfang der zu δ gehörige Punkt bezeichnet. Schließlich wird in diesem Kreispunkt jener Vektor $\frac{\varepsilon - 1}{2} j \frac{U_s}{X_d} e^{j2\delta} = j \frac{U_s}{X_d} e^{j2\delta}$ addiert, der auf dem Kreis mit Halbmesser $\frac{U_s}{X_d}$ liegt. Die Konstruktion wird vereinfacht, wenn man zuerst den

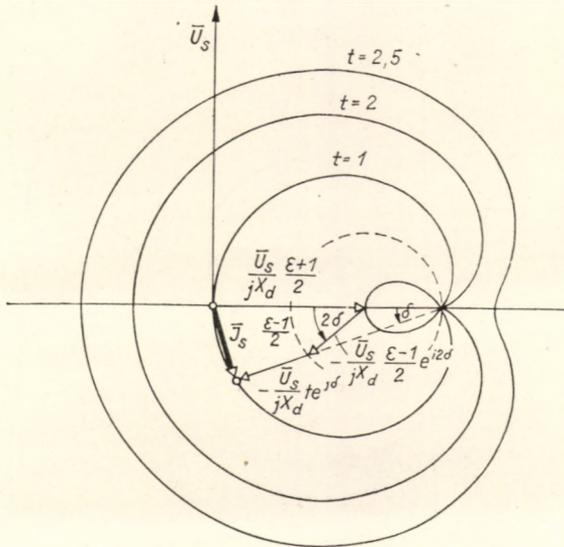


Abb. 3.25a. Stromvektordiagramm der Maschine mit ausgeprägten Polen

Endpunkt des Vektors $j \frac{U_s}{X_d} e^{j2\delta}$ bestimmt, weil dadurch der Satz der Zentral- und Peripherienwinkel bei der Ermittlung der Richtung von $I_r \frac{X_m}{X_d} e^{j\delta}$ verwendet werden kann. Wurden die einzelnen Punkte des Stromvektordiagramms in dieser Weise festgesetzt, so erhält man die Pascalsche Schnecke als Stromvektordiagramm, indem die einzelnen Punkte mit einer stetigen Linie verbunden werden. Es können drei kennzeichnende Formen der Pascalschnecke unterschieden werden, je nachdem, ob der für das Maß der Erregung charakteristische Wert

$$I_r \frac{X_m}{X_d} = t \frac{U_s}{X_d} \begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} (\varepsilon - 1) \frac{U_s}{X_d}.$$

Die Pascalsche Spirale besitzt nämlich auf dem Kreis mit Halbmesser

$\frac{\varepsilon - 1}{2} \frac{U_s}{X_d}$ einen singulären Punkt. Ist $t > \varepsilon - 1$, so wird dieser singuläre Punkt ein virtueller Doppelpunkt sein, bei $t = \varepsilon - 1$ weist die Kurve in diesem Punkt einen Scheitelpunkt auf, bei $t < \varepsilon - 1$ wiederum entsteht ein wirklicher Doppelpunkt des Stromvektordiagramms. In Abb. 3.25a wurde

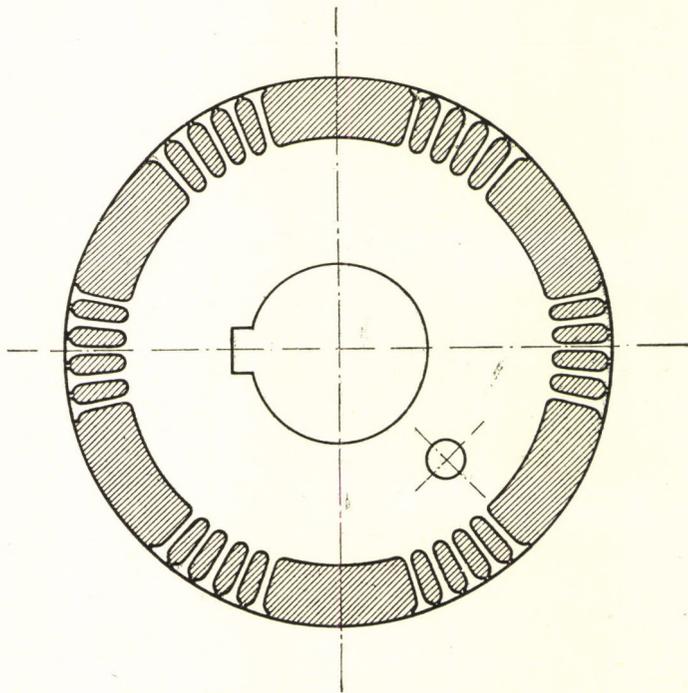


Abb. 3.26. Sechspoliger Läufer eines Reluktanzmotors

das Stromvektordiagramm für alle drei Fälle gezeichnet. Es sei noch erwähnt, daß bei unerregten Synchronmaschinen, wenn also $t = 0$, $I_r = 0$ ist, der Kreis mit Halbmesser $\frac{\varepsilon - 1}{2} \frac{U_s}{X_d}$ durch den Endpunkt des Stromvektors der Maschine beschrieben wird. Der in Abb. 3.24 dargestellten Leistungskurve entsprechend erhält man die Höchstleistung auf diesem Kreis bei dem Belastungswinkel von $2\delta = 90^\circ$, $\delta = 45^\circ$.

Der sog. Reluktanzmotor fußt auf der Eigenschaft der Synchronmaschinen mit ausgeprägten Polen, so daß diese auch ohne Erregung Leistung zu liefern vermögen. Es sind unerregte Synchronmotoren von kleinen Leistungen, welche aus dem Käfigläuferasynchronmotor durch die Ausprägung der Pole entstanden sind.

In Abb. 3.26 wurde der Läufer eines sechspoligen Reluktanzmotors veranschaulicht. Der Abbildung kann entnommen werden, daß von dem aus

Lamellen zusammengesetzten Läuferkörper die Zähne den sechs Polen entsprechend an sechs Stellen des Umfangs bis zum Fuß abgefräst wurden. Der so vorbereitete Läuferkörper wird dann auf die bekannte Art mit Aluminium ausgegossen. Die Stellen der abgefrästen Zähne sind dann mit Aluminium ausgefüllt. Die in die Nuten gegossenen Stäbe sind an den Stirnseiten durch Ringe verbunden. Auf diese Weise entsteht der Läuferkörper, welcher einerseits dem der Synchronmaschine mit ausgeprägten Polen ähnlich ist, andererseits aber auch einen starken Anlaufkäfig hat.

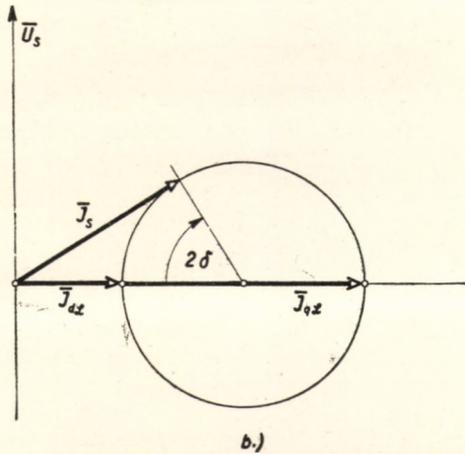


Abb. 3.25b. Das Kreisdiagramm des Reluktanzmotors

Man kann analog zum Läufer gemäß Abb. 3.26 auch Läufer mit anderen Polzahlen ausführen, z. B. auch zwei oder vier ausgeprägte Pole verwirklichen, nur sind in diesen Fällen längs des Umfangs zwei oder vier Stellen auszufräsen.

Der Reluktanzmotor wird so angelassen, daß man auf die Klemmen der Maschine im Stillstand eine dreiphasige symmetrische Spannung legt. Über Einfluß des entstandenen Drehfeldes läuft der Motor mit Hilfe des Kurzschlußkäfigs an und fährt hoch. Nachdem der Reluktanzmotor während des Anlaufes die Synchrondrehzahl als Asynchronmotor annähernd erreicht (er läuft mit kleinem Schlupf), entstehen zwischen dem synchron umlaufenden Ständerdrehfeld und dem Läufer mit ausgeprägten Polen solche Wechselwirkungen, durch welche das Eintrittfallmoment hervorgerufen wird. Die sich beim Eintrittfall einstellenden Zustände werden außer durch die elektrischen Eigenschaften des Motors auch durch den Wert der angetriebenen Schwungmassen wesentlich beeinflußt (vgl. Abschn. 8.102).

Das Kreisdiagramm des Reluktanzmotors stimmt mit dem in Abb. 3.25a gezeichneten Kreis mit dem Halbmesser $\frac{U_s}{jX_d} \frac{\epsilon - 1}{2}$ überein. Nachdem die Wirkwiderstände vernachlässigt wurden, fällt der Kreismittelpunkt auf die Abszissenachse. Die Gleichung des Reluktanzmotorkreisdiagramms wird

gemäß (3.34') angeschrieben (mit dem Einsetzen von $t = 0$, ohne Erregung):

$$\mathbf{I}_s = \frac{\mathbf{U}_s}{jX_d} \left[\frac{\varepsilon + 1}{2} - \frac{\varepsilon - 1}{2} e^{j2\delta} \right].$$

Beim Leerlauf ist $\delta = 0$, somit beträgt der Leerlaufstrom des Reluktanzmotors:

$$\mathbf{I}_{dL} = \frac{\mathbf{U}_s}{jX_d};$$

ist $\delta = 90^\circ$, so wird $2\delta = 180^\circ$ und $e^{j2\delta} = -1$ sein. In diesem Fall wird dem Netz der Leerlaufstrom für Querrichtung entnommen. Es gilt dann nämlich, daß:

$$\mathbf{I}_s = \frac{\mathbf{U}_s}{jX_d} \left[\frac{\varepsilon + 1}{2} + \frac{\varepsilon - 1}{2} \right] = \frac{\mathbf{U}_s}{jX_d} \varepsilon = \frac{\mathbf{U}_s}{jX_q} = \mathbf{I}_{qL}.$$

Unter Zugrundelegung obiger Ausführungen wurde das Kreisdiagramm des Reluktanzmotors in Abb. 3.25b konstruiert.

Der Reluktanzmotor findet hauptsächlich bei solchen Antrieben von kleinen Leistungen Verwendung, bei denen der genaue Gleichlauf von mehreren Wellen erforderlich ist und wo verlangt wird, daß die einzelnen Motore auch selbständig anlaufen können.

3.30. DIE BESTIMMUNG DES ERREGERSTROMES DER SYNCHRONMASCHINEN

3.301. Der Erregerstrom der Maschinen mit Zylinderläufer

Wie bereits beobachtet, stellt die Gleichstromerregung eine kennzeichnende Größe im Dauerbetrieb der Synchronmaschine dar. Die Bestimmung des Erregergleichstromes spielt aber nicht nur bei der Beurteilung der stationären Betriebsverhältnisse, sondern auch bei der Beurteilung der Kurzschlußvorgänge eine Rolle, weil durch den Erregungszustand vor dem Kurzschluß auch der Verlauf des Kurzschlußvorganges erheblich beeinflußt wird. Zum Ausgang unserer Betrachtungen soll auch diesmal die Maschine mit zylindrischem Läufer dienen.

Wir gehen davon aus, daß uns Klemmenspannung, Belastungsstrom und dessen Phasenwinkel bekannt sind; diese Größen wurden in Abb. 3.27 eingezeichnet und zur Spannung \mathbf{U}_s der Streuspannungsabfall $-j\mathbf{I}_s X_{sl}$ addiert, wodurch wir zur inneren induzierten oder Luftspaltspannung gelangten (\mathbf{U}_i). Da im Vektordiagramm der auf den Ständerstrom umgerechnete Wert des Erregerstromes figurieren soll, muß auch die Umrechnung vom tatsächlichen Läufergleichstrom \mathbf{I}_g auf \mathbf{I}_r vorgenommen werden. Das Berechnungsverfahren

wurde im Kapitel 3.201.2 schon angegeben und jetzt wird auch die graphische Ermittlung angeführt. Am allereinfachsten geht man in der Weise vor, daß die Kurzschlußkennlinie der Maschine aufgenommen wird. Diese Messung besteht darin, daß die Ständerklemmen der Synchronmaschine über drei Amperemeter kurzgeschlossen werden, der Läufer mit Synchrondrehzahl gefahren, wobei man den Kurzschlußstrom I_k in Funktion des Läufererregersstromes I_g mißt (s. Kap. 3.201.5). Bezeichnen wir die Verhältniszahl des auf die effektiven Ständerwindungszahlen umgerechneten Stromes I_r zu dem Erregergleichstrom mit g . Dann gilt

$$g I_g = I_r.$$

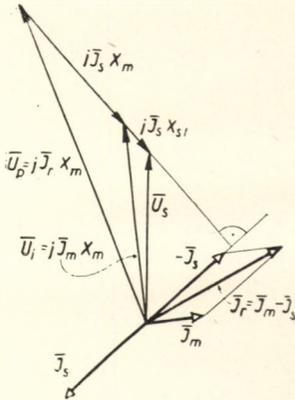


Abb. 3.27. Die Bestimmung des Erregerstromes bei Maschinen mit Zylinderläufer

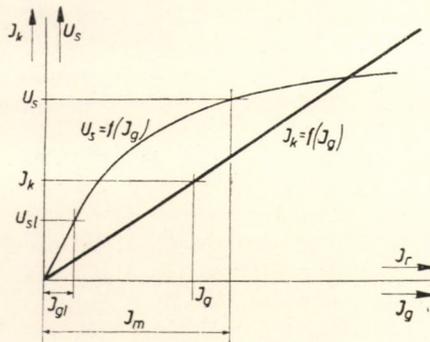


Abb. 3.28. Die Ermittlung des Umrechnungsfaktors des Läuferstromes mit Hilfe der Kurzschluß- und Leerlaufkennlinien

Wie aus Zusammenhang (3.8) bekannt, ist im Kurzschluß:

$$- I_k j X_{sl} - I_k j X_m = I_r j X_m = g I_g j X_m. \quad (3.39)$$

Das erste Glied auf der linken Seite von Zusammenhang (3.39) ist der in den Ständerwicklungen durch den Kurzschlußstrom verursachte Streuspannungsabfall: $U_{sl} = -I_k j X_{sl}$. Durch den Erregerstrom $g I_g = I_r$ wird im Kurzschluß einerseits diese Spannung U_{sl} aufrechterhalten, andererseits die Gegenerrregung des Stromes I_k erzeugt (s. auch Abb. 3.13a). Der Wert des zur Aufrechterhaltung der Spannung erforderlichen Erregergleichstromes I_{gl} wird durch nachstehenden Zusammenhang geliefert:

$$- I_k j X_{sl} = U_{sl} = g I_{gl} j X_m. \quad (3.40)$$

Der Wert von I_{gl} läßt sich in der Praxis der Leerlaufkennlinie entnehmen (Abb. 3.28).

Aus Beziehungen (3.39) und (3.40) gilt

$$- \mathbf{I}_k j X_m = (\mathbf{I}_g - \mathbf{I}_{gl}) g j X_m .$$

Aus letzterer Gleichung folgt, daß

$$- \mathbf{I}_k = g (\mathbf{I}_g - \mathbf{I}_{gl}), \quad (3.41)$$

oder für die Absolutwerte, wenn man die Wirkwiderstände vernachlässigt:

$$g = \frac{I_k}{I_g - I_{gl}} . \quad (3.42)$$

Der Umrechnungsfaktor des Läufergleichstromes auf den Ständer wird also solcherart bestimmt, daß irgendein dem Kurzschlußstrom I_k zugeordneter Wert I_g mit Hilfe der Kurzschlußgeraden abgelesen wird. Aus diesem Strom subtrahiert man den zur Spannung $U_{sl} = I_k X_{sl}$ gehörigen Erregerstrom I_{gl} , welcher der Leerlaufkennlinie entnommen wurde. Der Wert von g wird alsdann durch Zusammenhang (3.42) geliefert. Kennt man schon den Umrechnungsfaktor g , so sind sowohl die Leerlaufkennlinie als auch die Kurzschlußkennlinie gleichzeitig über $I_r = g I_g$ bekannt. Es sei erwähnt, daß die Bestimmung der Ständerstreureaktanz durch die an der Maschine ohne Läufer vorgenommene Messung erfolgt. Wünscht man den genauen Wert zu ermitteln, so ist von der gemessenen Reaktanz bei herausgehobenem Läufer die dem Bohrungsfeld entsprechende Reaktanz abzuziehen.

Die Bohrungsreaktanz läßt sich aus Zusammenhang

$$X_B = \frac{15 f (w\xi)^2 \left(l_i + \frac{\tau}{6} \right)}{p} 10^{-8} \quad (3.43)$$

berechnen, wobei X_B die Bohrungsreaktanz in Ω , w die Windungszahl einer Ständerphase, ξ den Wicklungsfaktor, l_i die ideelle Länge der Maschine in cm, τ die Polteilung in cm, p die Polpaarzahl und f die Frequenz bedeuten.

Man begeht meistens — besonders bei der Erregerstrombestimmung — in Richtung der Sicherheit nur einen geringfügigen Fehler (man erhält einen unwesentlich größeren Erregerstrom), wenn man bei der Erregerstrombestimmung anstatt des genauen Wertes von X_{sl} einfach die Maschinenreaktanz bei ausgehobenem Läufer (Potiersche Reaktanz) in Betracht zieht.

Danach wird aus der Leerlaufkennlinie der zur inneren Spannung U_i gehörende Erregerstrom I_m festgestellt (Abb. 3.28). Zugleich erhält man den gesättigten Wert von X_m , nachdem

$$U_i = I_m j X_m .$$

Es muß nachdrücklich darauf hingewiesen werden, daß bei der Bestimmung des tatsächlichen Erregerstromwertes sowie bei der Berechnung der dazu-

gehörigen Polradspannung der gesättigte Wert von X_m zu benutzen ist. In gewissen Fällen wird aber der ungesättigte Wert von X_m verwendet, welcher aus der Leerlaufkennlinie dann erhältlich ist, wenn der zur Spannung U_s gehörige Erregerstrom I_r aus dem verlängerten geraden Anfangsabschnitt der Kurve ermittelt wird; in diesem Fall wird der ungesättigte Wert von X_m durch das Verhältnis $\frac{U_s}{I_r}$ geliefert. Will man z. B. den Kurzschlußstrom bei

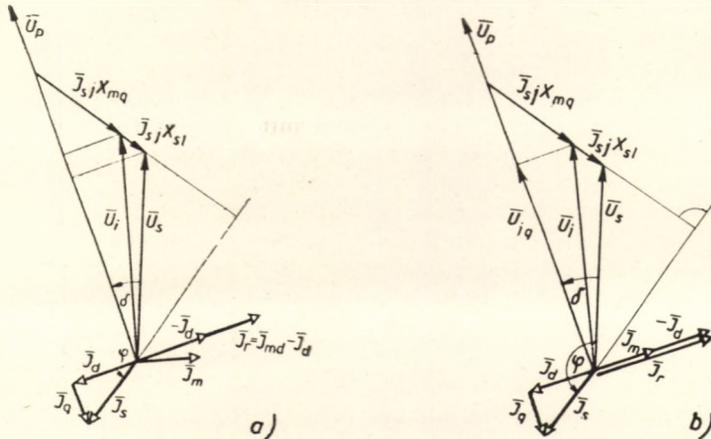


Abb. 3.29. Die Bestimmung des Erregerstromes bei Maschinen mit ausgeprägten Polen

der zur Leerlaufnennspannung U_s beigeordneten Läufererregung bestimmen, so ist unter Zugrundelegung des Zusammenhangs (3.9) in dem Ausdruck

$$I_k = - \frac{U_s}{jX_d} = - \frac{U_s}{j(X_{sl} + X_m)}$$

mit dem ungesättigten Wert von X_m zu rechnen.

Obiges vorausgeschickt, wurde in das Vektordiagramm gemäß Abb. 3.27 der Wert von I_m eingezeichnet, sodann gemäß Beziehung (3.3), laut welcher $I_r = I_m - I_s$, auch der Wert von I_r konstruiert. Auf die Richtung von I_r steht $U_p = jI_r X_m$ senkrecht, wobei X_m den der inneren Spannung U_i gehörigen gesättigten Wert darstellt.

3.302. Der Erregerstrom der Maschine mit ausgeprägten Polen

Es soll auch hier vorausgesetzt sein, daß die Klemmenspannung U_s und der Ständerstrom I_s sowie der Wert von φ bekannt sind (Abb. 3.29). In der aus Abschn. 3.202.1 bekannten Weise wird im Endpunkt von U_s der Vektor von $-jI_s X_q = -jI_s(X_{sl} + X_{mq})$ aufgetragen, wodurch sich die

Richtung von \mathbf{U}_p ergibt. Die resultierende Erregung \mathbf{I}_r wird auf diese senkrecht stehen. Der in der Leerlaufkennlinie zur Spannung \mathbf{U}_i gehörige Erregerstrom \mathbf{I}_m wurde auf die Luftspaltspannung \mathbf{U}_i senkrecht stehend gezeichnet. Danach wird zum Strom \mathbf{I}_{md} (die Projektion des Stromes \mathbf{I}_m in Richtung d) ($-\mathbf{I}_d$) addiert, wobei man als Resultierende den zum gegebenen Belastungszustand gehörigen Erregerstrom \mathbf{I}_r gewinnt. Die Polradspannung wird diesmal auf Grund des Zusammenhanges $\mathbf{U}_p = j\mathbf{I}_r X_{md}$ berechnet, wobei X_{md} die gesättigte Reaktanz des Hauptfeldes in Längsrichtung ist, deren Wert aus der Leerlaufkennlinie zu erhalten war $\left(X_{md} = \frac{U_i}{I_m}\right)$. Der Umrechnungsfaktor

für den zur inneren Spannung gehörigen Strom \mathbf{I}_m und für den Gesamterregerstrom \mathbf{I}_r sowie für den diesen zugeordneten Läufererregerstrom ist in derselben Weise wie bei der Maschine mit zylindrischem Läufer durch Messung zu bestimmen, und zwar weil bei den Maschinen mit ausgeprägten Polen sowohl im Leerlauf als auch im Kurzschluß nur Erregungen in Richtung d bzw. solche Ströme eine Rolle spielen.

Der Erregerstrom kann auch gemäß Abb. 3.29b ermittelt werden. Hierbei wird die Spannung \mathbf{U}_i auf Richtung von \mathbf{U}_p projiziert und aus der Leerlaufkennlinie der zu dieser Spannung (\mathbf{U}_{iq}) gehörige Magnetisierungsstrom \mathbf{I}_{md} ermittelt. Die Summe von \mathbf{I}_{md} und $-\mathbf{I}_d$ ist der Erregerstrom \mathbf{I}_r , der vom mit der vorherigen Konstruktion gewonnenen Wert nur ganz unwesentlich abweicht.

Beispiel zur Bestimmung des Erregerstromes

In Abb. 3.30 wurden die Kennlinien eines zweipoligen Turbogenerators in Sternschaltung angegeben, wobei die Leistung 26,5 MVA, der Nennstrom 1460 A und die verkettete Spannung 10,5 kV, 50 Hz betragen. Die bei herausgehobenem Läufer gemessene Reaktanz beläuft sich auf 30 v. H. der Nennimpedanz.

Es soll der erforderliche Erregerstrom beim Nennstrom, bei nomineller Klemmenspannung und beim Leistungsfaktor $\cos \varphi = 0,8$ bestimmt werden.

Zunächst wird der Umrechnungsfaktor des Läuferstromes ermittelt. Gemäß Abbildung 3.30 ist dem Nennstrom von 1460 A auf der Kurzschlußkennlinie der Läuferstrom von 520 A zugeordnet. Bei dem Nennstrom wird auf der Streureaktanz von 30% ein Spannungsabfall von 30% verursacht, was in verketteter Spannung ausgedrückt 3150 V gleichkommt. Der Leerlaufkennlinie kann bei 3150 V verketteter Spannung ein Erregerstrom von 75 A entnommen werden. Damit wird gemäß Gleichung (3.42):

$$g = \frac{1460}{520 - 75} = 3,28.$$

Sodann wird das Vektordiagramm für den Lastzustand gezeichnet (Abb. 3.31). Die verketteten Spannungswerte wurden dargestellt, nachdem die Leerlaufkennlinie für die verkettete Spannung gezeichnet worden ist. Addiert man zur verketteten Klemmenspannung von 10 500 V den Streuspan-

nungsabfall von 3150 V, so erhält man für die innere Spannung $U_i = 12\ 600$ V. Hierzu gehört in der Leerlaufkennlinie der Erregerstrom von 335 A, der auf den Ständer umgerechnet:

$$I_m = g I_{gm} = 3,28 \cdot 335 = 1100 \text{ A}$$

ergibt.

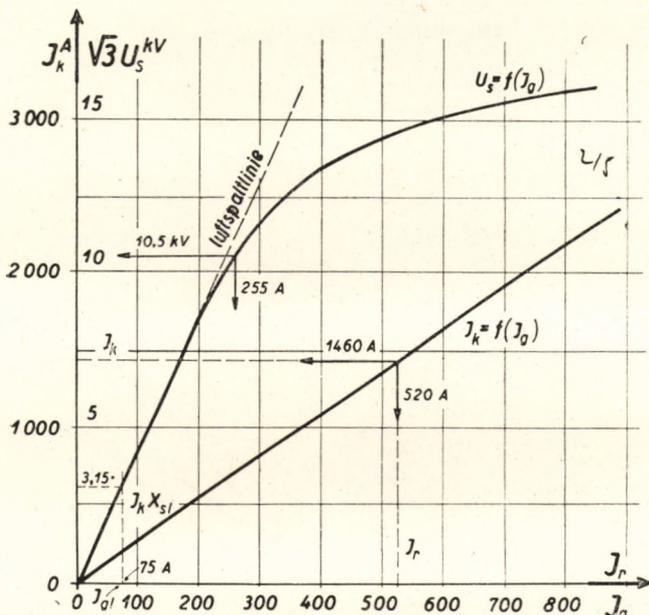


Abb. 3.30. Leerlauf- und Kurzschlußkennlinie der im Zahlenbeispiel vorkommenden Synchronmaschine

Auf dieser Grundlage wurde das Stromvektordiagramm gezeichnet, woraus man $I_r = 2420$ A bzw. auf den Läufer umgerechnet

$$I_g = \frac{I_r}{g} = \frac{2420}{3,28} = 740 \text{ A}$$

Erregergleichstrom bekommt.

Um die Größenordnungen zeigen zu können, soll auch die Reaktanz des Bohrungsfeldes berechnet werden. Die notwendigen Angaben sind:

die Windungszahl je Phase	$w = 22$
der Wicklungsfaktor	$\xi = 0,917$
die Polteilung	$\tau = 146 \text{ cm}$
die ideelle Maschinenlänge	$l_i = 220 \text{ cm}$

Mit diesen Angaben gilt gemäß (3.43), daß:

$$X_B = 15 \cdot 50 (22 \cdot 0,917)^2 \left(220 + \frac{146}{6} \right) 10^{-8} = 0,74 \text{ Ohm.}$$

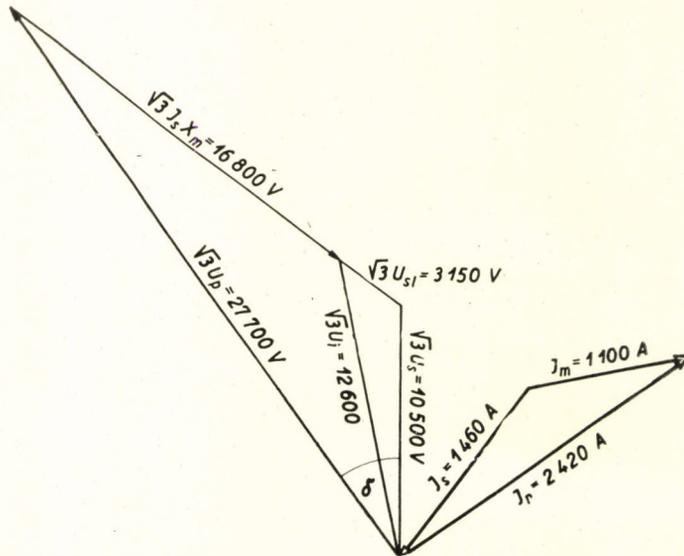


Abb. 3.31. Das Vektordiagramm der im Zahlenbeispiel angeführten Synchronmaschine

Auf die Nennimpedanz der Maschine bezogen:

$$X_B = \frac{0,74}{\frac{U_n}{I_n}} = 0,74 \frac{\sqrt{3} \cdot 1460}{10500} = 0,178.$$

Daraus folgt, daß die Reaktanz der Ständerstreuung

$$X_{st} = 0,3 - 0,178 = 0,122 \quad (12,2\%)$$

gleichkommt.

Wie ersichtlich, ist die Bohrungsreaktanz in diesem Fall von großer Bedeutung und macht den überwiegenden Teil der mit ausgehobenem Läufer

gemessenen Reaktanz aus. Mit grober Näherung kann in den meisten Fällen angenommen werden, daß etwa 50% der mit ausgehobenem Läufer gemessenen Reaktanz die effektive Ständerstreureaktanz ist.

Aus dem zur Bestimmung des Erregerstromes vorstehend gezeigten Verfahren ist zwar ersichtlich, daß die Läuferstreuung beim stationären Betrieb der Maschine keine Rolle spielt, doch wird der Erregerstrombedarf dank der Sättigung indirekt dennoch beeinflußt. Bei gleicher innerer Spannung U_i , also bei gleichem Hauptfluß, sättigen sich nämlich die Zähne des Läufers bei Belastung infolge des auf Wirkung des größeren Läuferstromes zugenommenen Streufeldes in größerem Maß als im Leerlauf. Deshalb ist zur Aufrechterhaltung des Hauptfeldes ein größerer Erregerstrom notwendig, als auf der Leerlaufkennlinie der Spannung U_i zugeordnet. Durch das Verfahren wird die Streuwirkung des Läufers nicht berücksichtigt, deshalb ergibt sich dabei ein kleinerer Erregerstrom als in Wirklichkeit. Um diesen Fehler ausgleichen zu können, pflegt man statt der Ständerstreureaktanz — wie auch aus dem Zahlenbeispiel ersichtlich — die bei ausgehobenem Läufer gemessene Reaktanz zu verwenden, welche größer ist als die Ständerstreureaktanz. Die Erfahrungen bewiesen, daß bei dieser Berechnungsart der aus der Vernachlässigung der Läuferstreuung entstehende Fehler kompensiert wird, und man erhält einen etwas größeren Wert für den Erregerstrom als effektiv benötigt.

4. KURZSCHLUSSVORGÄNGE BEI SYNCHRONMASCHINEN

4.10. DREIPHASIGER PLÖTZLICHER KURZSCHLUSS DER SYNCHRONMASCHINEN

Zwei Gesichtspunkte interessieren uns bei Kurzschlußvorgängen der Synchronmaschinen:

a) die Untersuchung der bei Kurzschlüssen auftretenden Stromstärken und deren zeitlicher Verlauf,

b) die Bestimmung jener dynamischen Kraftwirkungen, die als die Wechselwirkung von Kurzschlußströmen und Flüssen entstanden sind.

Die Feststellung der Kurzschlußstromstärken und die Kenntnis ihres zeitlichen Verlaufes ist vor allem für die Konstrukteure von Netz- und Schalteinrichtungen grundlegend wichtig, weil die dynamische Beanspruchung der Einrichtungen durch den Höchstwert der Kurzschlußströme definiert wird; der zeitliche Verlauf der Kurzschlußströme spielt bei der Auswahl der Stromunterbrecher eine entscheidende Rolle.

Die auftretenden Kurzschlußmomente in der Maschine während des Kurzschlußvorganges interessieren die Konstrukteure bei der Dimensionierung auf Festigkeit und bei der Bestimmung der Abmessungen des Maschinenfundaments.

Wir wollen uns nachstehend mit der Physik der Entstehung von Kurzschlußströmen und mit ihrer Bestimmung durch Versuch oder Berechnung befassen. Als Ausgangspunkt wird angenommen, daß der Läufer der dreiphasigen Synchronmaschine mit synchroner Drehzahl betrieben und der Läufer so weit erregt wird, daß an den offenen Ständerklemmen die Leerlaufspannung U_s pro Phase auftritt. In diesem Zustand werden die Ständerklemmen dreiphasig plötzlich kurzgeschlossen.

4.101. Das Prinzip der Konstanz des Flusses

Wie im ersten Kapitel angeführt, kann sich der mit den Ständerwicklungen verkettete Fluß nach dem Kurzschluß nicht plötzlich — sprunghaft — ändern, da eine solche sprungartige Flußänderung unendlich große Spannungen induzieren würde. Daher bleibt der mit den kurzgeschlossenen Wicklungen verkettete Fluß im ersten Augenblick des Kurzschlußvorganges unverändert. Wird das mit sämtlichen Ständerwicklungen verkettete Gesamtfeld

mit ψ_s bezeichnet, so ist die Spannung, wie unter Kapitel 2.30 gesehen:

$$u_s = \frac{d\psi_s}{dt} + i_s R_s.$$

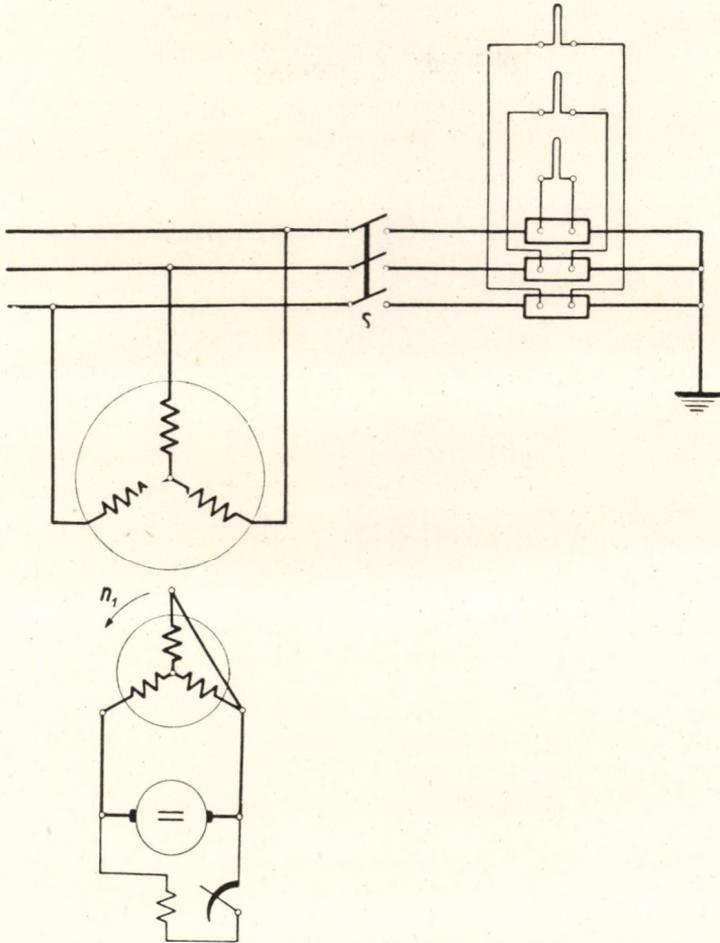


Abb. 4.1. Schaltung zur Messung des dreiphasigen plötzlichen Kurzschlusses

Im Augenblick des Kurzschlusses und weiterhin ist $u_s = 0$, folglich wird, falls der Wirkwiderstand R_s einstweilen als vernachlässigbar klein angenommen wird, $\frac{d\psi_s}{dt} = 0$ sein, woraus erhellt, daß ψ_s nach dem Kurzschluß konstant bleiben muß. Vernachlässigt man den Wirkwiderstand des Ständers, so ändert der vor dem Kurzschluß bestehende Fluß — jene Kraftlinienzahl,

die mit den Wicklungen verkettet war — seinen Wert nach dem Kurzschluß nicht. Diese Erscheinung ist das Prinzip der Konstanz der Flüsse, welches also besagt, daß der Wert des mit den kurzgeschlossenen Ständer- und Läuferwicklungen unmittelbar vor dem Kurzschluß verketteten Flusses nach dem Kurzschluß konstant bleibt, vorausgesetzt, daß die Wirkwiderstände der Wicklungen zu vernachlässigen waren. Es soll erwähnt sein, daß das Prinzip der Konstanz der Flüsse im Augenblick des Kurzschlusses strenggenommen selbst dann stichhaltig ist, wenn auch die Wirkwiderstände in Betracht gezogen werden. Die Stromstärke kann nämlich in Stromkreisen, in welchen auch Induktivitäten enthalten sind, nur vom früheren Wert hervorgehen (vgl. erstes Kapitel), folglich kann man aus dem Zusammenhang

$$u_s = 0 = \frac{d\psi_s}{dt} + i_s R_s$$

für den Kurzschlußaugenblick darauf folgern, daß die mit den verschiedenen Wicklungen verketteten Flüsse, nachdem die Stromstärke Null war, ihre Werte im Augenblick des Kurzschlusses nicht ändern. Diese Feststellung, also das Prinzip der Konstanz der Flüsse, wird als Grundlage für unsere weiteren Berechnungen dienen. Zur Bestimmung der Kurzschlußströme muß der Wert des mit den kurzgeschlossenen Ständer- und Läuferwicklungen verketteten Flusses vor dem Kurzschluß berechnet werden und man muß voraussetzen, daß dieser Flußwert selbst dann unverändert bleibt, wenn in den Ständer- und Läuferwicklungen schon Kurzschlußströme fließen. Es soll eine Maschine mit einem dreiphasigen, vollkommen symmetrisch bewickelten Läufer untersucht werden, der laut Abb. 4.1 an die Erregermaschine geschaltet ist. Nimmt man an, daß die inneren Wirk- und Blindwiderstände der Erregermaschine gegenüber den Läuferwicklungswiderständen vernachlässigbar sind, so kann der dreiphasige Stromkreis des Läufers als vollständig kurzgeschlossen betrachtet werden. Die in Abb. 4.1 dargestellte Läuferanordnung läßt sich vollständig durch eine zweiphasige Wicklung ersetzen, welche aus zwei, aufeinander elektrisch senkrecht stehenden gleichen Wicklungen besteht (Abb. 4.2). Es wird sowohl bei den dreiphasigen als auch bei den zweiphasigen Wicklungen angenommen, daß längs des Luftspaltes auf Einfluß der in den Wicklungen fließenden Ströme ein sinusförmig verteiltes Feld entsteht. Der Höchstwert des Flusses fällt mit der Achse der entsprechenden Wicklung zusammen.

Es wird auch vorausgesetzt, daß der Ständer vor dem Kurzschluß stromlos war und daß sich Schalter S in Abb. 4.1 in offener Stellung befand. Wird der Läufer mit Synchrongeschwindigkeit gedreht und soweit erregt (\mathbf{I}_{rL}), daß an den Ständerklemmen die Leerlaufspannung \mathbf{U}_s auftritt, so gilt unter Zugrundelegung der schon bekannten Zusammenhänge, daß

$$\mathbf{U}_s = \mathbf{I}_{rL} j X_m.$$

Zur Anwendung des Prinzips der Konstanz der Flüsse ist für uns in erster

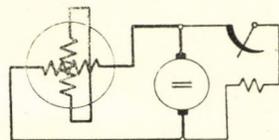


Abb. 4.2. Der dreiphasige Läufer läßt sich durch einen zweiphasigen Läufer ersetzen

Linie der mit den Ständerwicklungen verkettete Leerlauffluß interessant, dessen Wert

$$\psi_s = I_{rL} L_m \quad (4,1)$$

ist. Dieser Flußwert darf sich nach dem Kurzschluß nicht ändern, vorausgesetzt, daß die Wirkwiderstände im Ständer vernachlässigt wurden.

4.102. Ständer- und Läufererregungen (Ströme) bei plötzlichem Kurzschluß

Zum richtigen Verständnis des physikalischen Vorganges beim Kurzschluß greifen wir auf Kapitel 3.201.5 zurück. Wir konnten feststellen, daß

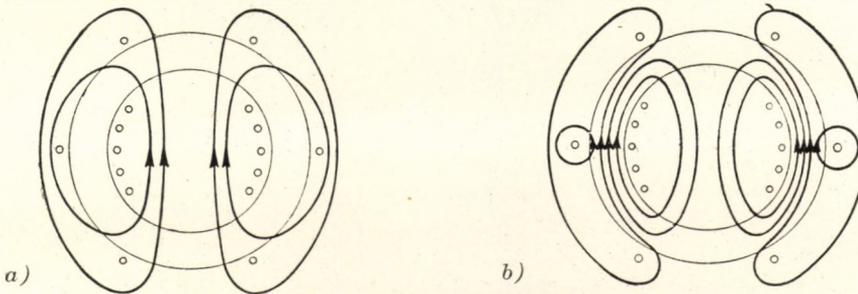


Abb. 4.3. Der Verlauf der Flüsse a) im Kurzschlußaugenblick, b) nach einer halben Umdrehung

die Ständerkraftlinien beim stationären Kurzschluß sich hauptsächlich auf den Streuwegen schließen und die Ständer- und Läufererregungen durch ihre Wechselwirkung sich gegenseitig aufheben. Als Resultierende bleibt nur die kleine Erregung übrig, die zur Erhaltung des Streuspannungsabfalles vom Ständer nötig ist. Analog zum Fall des stationären Kurzschlusses werden die Kraftlinien auch beim plötzlichen Kurzschluß auf die Luftstreuwege verdrängt. Dies hat zur Folge, daß zur Aufrechterhaltung der Felder bei einem konstanten Fluß sehr starke Ständer- und Läuferströme erforderlich sind. Um das physikalische Bild besser annähern zu können, wurden für eine zwei-polige Synchronmaschine die Ständer- und Läuferkraftlinien im Fall eines dreiphasigen plötzlichen Kurzschlusses eingezeichnet. In Abb. 4.3a wird veranschaulicht, daß im Augenblick des Kurzschlusses, wenn also noch kein Ständerstrom vorhanden ist, ein solcher Fluß vom Läufergleichstrom erzeugt wird, der durch den Luftspalt dringt und mit den Ständerwicklungen verkettete ist. Das Bild ist in diesem Augenblick ebenso, wie es beim Leerlauf war. Hingegen erzeugen z. B. nach einer halben Umdrehung auch die Ständerströme Erregungen, wodurch die Felder hauptsächlich auf die Luftwege verdrängt werden. In der Abb. 4.3b wurde angedeutet, daß dem Prinzip der Konstanz des Flusses entsprechend nach dem Kurzschluß genau dieselbe Kraftlinienanzahl mit den in den einzelnen Nuten der Ständerwicklung

befindlichen Leitern verkettet ist wie vorher. Dieser Umstand ist schon unmittelbar nach dem Kurzschluß bemerkbar, jedoch nach einer halben Umdrehung viel leichter zu deuten. Damit der Wert des ursprünglichen Leerlaufstromes, der sowohl mit den Ständer- als auch mit den Läuferwicklungen verkettet war, nach dem Kurzschluß keine Änderung erleidet, ist es notwendig, daß in den Ständer- sowie in den Läuferwicklungen sehr große Ströme auftreten. Namentlich zur Erregung des unveränderten Feldes wird wegen der hohen magnetischen Widerstände der Streuluftwege eine große (Kurzschluß-) Stromstärke erfordert. Ein plötzlicher dreiphasiger Kurzschluß kann im folgenden näher untersucht werden, wenn zunächst die Vorgänge pro Phase beobachtet werden. Vor dem Kurzschluß war die dreiphasige Synchronmaschine im Leerlauf. Dementsprechend sind die Momentanwerte der in den einzelnen Phasen induzierten Phasenspannungen infolge der zeitlichen Phasenverschiebungen von 120° allgemein verschieden. Während einer vollen Umdrehung des Läufers kommt es zweimal vor, daß die Momentanwerte der Spannungen in zwei Phasenwicklungen hinsichtlich ihrer Absolutwerte gleich groß sind, und zwar: a) wenn die Spannung in zwei Phasenwicklungen

$U_s \frac{\sqrt{3}}{2}$ ist, wobei U_s den Höchstwert der Leerlaufspannung bedeutet. Dann

ist die in der dritten Phasenwicklung induzierte Spannung gerade gleich Null; b) falls in der einen Phase die Spannung ihren Höchstwert (U_s) und in den

beiden anderen Phasen je die Hälfte des Höchstwertes hat $\left(\frac{U_s}{2}\right)$. Setzt man

voraus, daß der nach dem Kurzschluß entstandene Stromkreis rein induktiv ist, was wegen der kleinen Wirkwiderstände der Ständerwicklungen eine gute Näherung ist, so haben die Ständerkurzschlußwechselströme eine Phasenverschiebung von 90° nachteilig gegenüber der Polradspannung. Hieraus folgt, daß der Höchstwert des Kurzschlußwechselstromes in jener Phase auftreten würde, in welcher im Augenblick des Kurzschlusses die Spannung eben Null ist. Wie aber im Abschnitt 1.102.1 ausgeführt, kann sich der Strom in einem Stromkreis mit Induktivität nicht sprunghaft ändern, sondern geht stets aus dem früher herrschenden Zustand hervor. Die Kurzschlußströme ergeben sich also in allen drei Phasen aus den Leerlaufnullwerten. Somit tritt in der dreiphasigen Maschine, ähnlich wie bei der plötzlichen Einschaltung von Wechselströmen (Abschnitt 1.105.1), im allgemeinen in allen drei Phasen auch eine Gleichstromkomponente auf, der sog. freie Strom, dessen Anfangswert entgegengesetzt gleich groß ist wie der Momentanwert des Wechselstromes in der betreffenden Phase im Augenblick des Kurzschlusses. Demnach kommt also — von jenem Spezialfall abgesehen, in dem die eine Phasenspannung im Augenblick des dreiphasigen plötzlichen Kurzschlusses gerade ihren Höchstwert besitzt — in allen drei Phasen außer dem Kurzschlußwechselstrom auch die Gleichstromkomponente vor. Vorausgesetzt, daß in den Ständer- und Läuferstromkreisen kein Wirkwiderstand ist, folgt aus dem Prinzip der Konstanz des Flusses, daß im Augenblick des Kurzschlusses die Kurzschlußströme in den Ständer- und Läuferwicklungen ihren Höchst- oder Effektivwert nach dem Kurzschluß nicht ändern können. Das ist so zu verstehen, daß sich der symmetrische, dreiphasige Ständerwechsel-

strom bzw. die entsprechenden Phasenströme beim plötzlichen Kurzschluß mit konstantem Höchstwert sinusförmig ändern werden, hingegen die im Augenblick des Kurzschlusses in den einzelnen Phasen auftretenden Gleichströme ihre Werte beibehalten und so erscheinen, als ob sie von einer äußeren Stromquelle den Wicklungen aufgezwungen wären. In Wirklichkeit werden natürlich sowohl der symmetrische, dreiphasige Kurzschlußwechselstrom als auch die Gleichströme gedämpft. Nach beendetem Übergangsvorgang bleibt nur der stationäre symmetrische, dreiphasige Kurzschlußstrom bestehen (s. Abschnitt 3.201.5), vorausgesetzt, daß die frühere Leerlauferrregung des Läufers während des Vorganges nicht geändert wurde.

Bisher wurden die in den Läuferwicklungen fließenden plötzlichen Kurzschlußströme nicht behandelt, wir wissen nur, daß in der synchron laufenden Läuferwicklung vor dem Kurzschluß ein der Leerlaufspannung entsprechender Erregerstrom floß. Nach dem Kurzschluß werden auch die mit den Läuferwicklungen verketteten Kraftlinien hauptsächlich auf die Streuluftwege verdrängt, weshalb auch die Läuferströme plötzlich zunehmen müssen, damit der Wert des Flusses trotz des hohen magnetischen Widerstandes konstant bleiben kann.

Betrachten wir die Ströme nach dem plötzlichen Kurzschluß etwas näher, unter der Voraussetzung, daß auch der Läufer mehrphasig (z. B. zweiphasig) symmetrisch bewickelt ist. Die in diesen Wicklungen fließenden Ströme erzeugen längs des Luftspaltes gleichfalls ein sinusförmig verteiltes Feld.

4.103. Die Darstellung der Kurzschlußerregungen (Ströme) durch Vektoren

Prüfen wir vorerst die im Ständer auftretenden Ströme. Durch den in den drei Phasen auftretenden symmetrischen Kurzschlußwechselstrom wird im Luftspalt eine Dreherregung erzeugt, die sich mit dem Läufer synchron dreht. Die Resultierende der Ständerströme läßt sich gemäß den Ausführungen im Kap. 2.10 durch einen einzigen Vektor darstellen, dessen Wert

$$\mathbf{i}_s = \frac{2}{3} (\mathbf{i}_a + \mathbf{a}\mathbf{i}_b + \mathbf{a}^2\mathbf{i}_c)$$

ist, wobei die Momentanwerte der dreiphasigen Kurzschlußströme in den drei Phasen durch \mathbf{i}_a , \mathbf{i}_b und \mathbf{i}_c bezeichnet werden. Nehmen wir an, daß die Anfangswerte des Wechselstromes im Kurzschlußaugenblick in den drei Phasen der Reihe nach \mathbf{i}_{aA} , \mathbf{i}_{bA} und \mathbf{i}_{cA} sind, so müssen in den einzelnen Phasen unseren vorherigen Erörterungen gemäß die Gleichströme $-\mathbf{i}_{aA}$, $-\mathbf{i}_{bA}$ und $-\mathbf{i}_{cA}$ auftreten, damit die einzelnen Phasenströme nach dem Kurzschluß von dem vor dem Kurzschluß bestehenden Leerlauf- bzw. Nullwert ausgehen. Dementsprechend kann der im Augenblick des Kurzschlusses herrschende Zustand so aufgefaßt werden, daß in der Maschine zusammen mit dem Strom

$$\mathbf{i}_A = \frac{2}{3} (\mathbf{i}_{aA} + \mathbf{a}\mathbf{i}_{bA} + \mathbf{a}^2\mathbf{i}_{cA}) \quad (4.2)$$

auch der Strom

$$-\mathbf{i}_A = -\frac{2}{3}(\mathbf{i}_{aA} + \mathbf{a}\mathbf{i}_{bA} + \mathbf{a}^2\mathbf{i}_{cA}) \quad (4.3)$$

auftritt.

Die beiden Ströme haben im Kurzschlußaugenblick entgegengesetzte Richtungen; während aber der Vektor mit dem konstanten Absolutwert

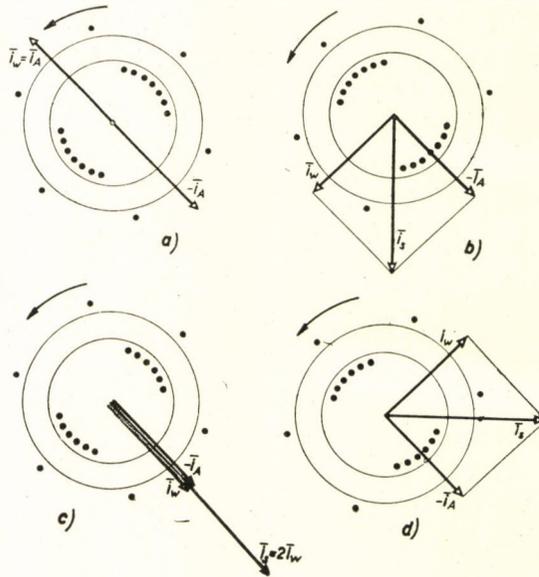


Abb. 4.4. Die Gestaltung der Ständervektoren in verschiedenen Zeitpunkten nach dem Kurzschluß

$\mathbf{i}_A = \mathbf{i}_w$ mit dem Läufer zusammen weiter umläuft (er ändert seine Länge infolge der Vernachlässigung der Wirkwiderstände nicht), bleibt der Strom $-\mathbf{i}_A$ im Luftspalt an einer bestimmten Stelle, welche durch die vom Läufer im Kurzschlußaugenblick eingenommene Richtung gegeben ist, gegenüber dem Ständer räumlich stillstehen. Im Ständer ist als Folge des plötzlichen dreiphasigen Kurzschlusses ein resultierender Drehstrom aufgetreten, der mit dem Läufer synchron mitläuft, sowie ein stillstehender Gleichstrom, dessen Richtung mit der momentanen magnetischen Achse, die der Läufer im Kurzschlußaugenblick innehatte, zusammenfällt. Im Ständer wird die Resultierende dieser beiden Ströme wirken, deren Darstellung durch Vektoren der Abb. 4.4 zu entnehmen ist. Abb. 4.4a hält den Augenblick des Kurzschlusses fest, Abb. 4.4b veranschaulicht die Stellungen der beiden Vektoren nach Einviertelumdrehung des Läufers sowie den resultierenden Stromvektor, welcher die vektorielle Summe der beiden vorherigen ist (\mathbf{i}_s). Die Lage nach weiteren

Einviertelumdrehungen ist aus Abb. 4.4c und d ersichtlich. Der resultierende Ständerstrom ändert sich zwischen Null und dem doppelten Wert. Der Kurzschlußstromvektor \mathbf{i}_s des Ständers läßt sich daher am einfachsten darstellen, wenn mit dem Endpunkt (0) des Gleichstromes $-\mathbf{i}_A$ als Mittelpunkt der Kreis mit Halbmesser $\mathbf{i}_w = \mathbf{i}_A$ gezeichnet wird (Abb. 4.5). Die Endpunkte der Vektoren \mathbf{i}_w bzw. \mathbf{i}_s werden sich auf diesem Kreis fortbewegen. Mit dem Auftreten des resultierenden Ständerkurzschlußstromes erhöht sich der Läufergleichstrom von seinem anfänglichen Leerlaufwert plötzlich auf einen solchen Wert, daß dadurch der Ständerkurzschlußstrom im Gleichgewicht gehalten wird. Der resultierende Läuferstrom wird sich auch aus zwei Teilen zusammensetzen. Der eine, der Kurzschlußgleichstrom des Läufers, dreht sich nach dem Kurzschluß mit dem Läufer und also auch mit dem resultierenden Ständerwechselstrom mit und hält diesem das Gleichgewicht. Durch den resultierenden freien Ständergleichstrom wird im Läufer ein zweiphasiger Wechselstrom von konstanter Amplitude erzeugt, durch den im Läufer eine der mechanischen Drehrichtung des Läufers entgegengesetzte Dreherregung hervorgerufen wird. Dieser Läuferstrom ist gegenüber dem Ständer im Stillstand und hält mit dem Ständergleichstrom das Gleichgewicht.

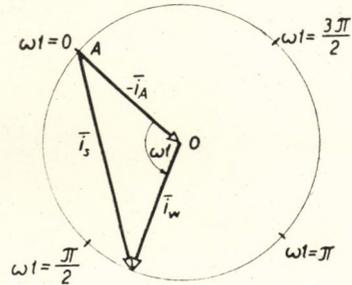


Abb. 4.5. Die Komponenten der Kurzschlußströme (unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände)

4.103.1. Dämpfung

Besitzen die Stromkreise auch Wirkwiderstände, so werden die momentanen Kurzschlußstromwerte einer Exponentialfunktion gemäß abklingen. Und zwar wird, wie später bewiesen, die Dämpfung des Ständergleichstromes im wesentlichen durch das Verhältnis des Wirkwiderstandes zum Kurzschlußblindwiderstand des Ständers, die Dämpfung des Läufergleichstromes durch das Verhältnis der Kurzschlußinduktivität zum Wirkwiderstand des Läuferkreises bestimmt. Nachdem aber die Ständerdreherregung und die Läufergleichstromerregung zusammen verlaufen, wird die Dämpfung des Ständerwechselstromes wesentlich durch die Konstanten des Läuferstromkreises bestimmt. Analog wird der im Läufer auf Einfluß der Ständergleichstromerregung entstandene Wert des Wechselstromes mit einer durch die Konstanten des Ständerstromkreises bestimmten Dämpfung abklingen. Somit hört der Ständergleichstrom und der Läuferwechselstrom von Grundperiodenzahl am Ende des Übergangsvorganges vollständig auf. Der Läufergleichstrom, der von dem anfänglichen Leerlaufwert ausgeht, nimmt infolge des Kurzschlusses plötzlich zu und klingt dann exponentiell bis zum Anfangswert ab. Der mit dem Läufergleichstrom zusammen abklingende dreiphasige Ständerwechselstrom wird vom anfänglichen Kurzschlußwert bis zum stationären Kurzschlußwert abnehmen. Letzterer entspricht dem Kurzschlußstrom, der dem Läuferleerlaufwert entspricht. Sein Wert beträgt gemäß Kap. 3.201.5:

$$\mathbf{I}_k = -\frac{\mathbf{U}_s}{jX_d} \quad (3.9')$$

Die zeitliche Änderung der Ständerströme wird in der Abb. 4.6 veranschaulicht. Der Unterschied gegenüber Abb. 4.5 ist, daß mit der Zeit sowohl die stillstehende Gleichstromerregung als auch die Wechselstromdreherregung abneh-

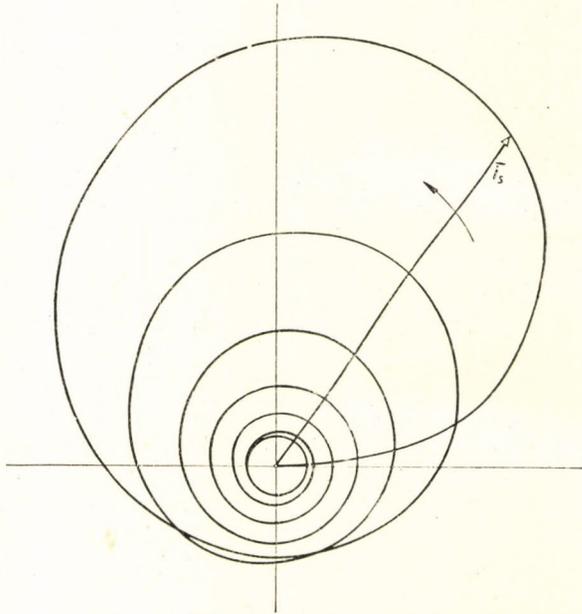


Abb. 4.6. Die Bahn des Ständervektorendpunktes

men werden. Es wird während des Übergangsvorganges durch den Endpunkt des resultierenden Stromvektors kein Kreis, sondern die in der Abbildung zu sehende asymmetrische Schneckenlinie beschrieben. Die Abbildung wurde der Praxis entsprechend so konstruiert, daß der Ständergleichstrom viel schneller abklingt als der Läuferstrom.

4.104. Messung des dreiphasigen plötzlichen Kurzschlusses

In der Praxis der elektrischen Energieversorgung werden Kurzschlüsse häufig durch äußere Gründe verursacht. Die Kurzschlüsse sind im allgemeinen zur genauen Bestimmung der Kurzschlußvorgänge ungeeignet, weil einestils zur Registrierung der Vorgänge eine äußerst verwickelte selbsttätige Oszillographieeinrichtung benötigt wird, andererseits die Kurzschlußumstände sehr verschieden sind und folglich die einzelnen Fälle gewöhnlich nicht unmittelbar verglichen werden können.

Zur genauen Beobachtung der plötzlichen Kurzschlußvorgänge bei Synchronmaschinen wird daher am zu prüfenden Generator unter im voraus bestimmten Umständen ein plötzlicher dreiphasiger Kurzschluß vorgenommen und während des Kurzschlusses die in den Ständer- und Läuferwicklungen auftretenden Ströme bzw. deren zeitlicher Verlauf gemessen. Die Schaltung dieser Meßanordnung kann Abb. 4.7 entnommen werden. An die Klemmen (A, B, C) des Synchrongenerators (G) ist der dreiphasige Schalter S angeschlossen, wobei letzterer vor dem Kurzschlußversuch offen steht. Der Läufer wird mit Synchrongeschwindigkeit gefahren und die Läuferwicklung ist durch die

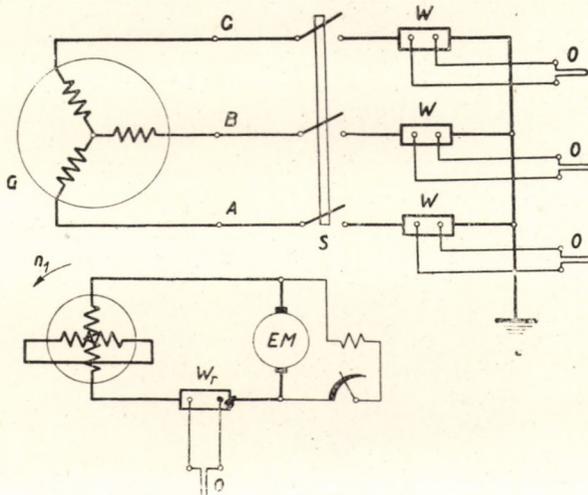


Abb. 4.7. Anordnung der Messung des dreiphasigen Kurzschlusses

Erregermaschine EM mit dem Leerläufererregergleichstrom I_{rL} erregt. Hierbei ist die Leerlaufspannung am Ständer des Generators U_s pro Phase. Der zeitliche Verlauf der Stromstärken hinter dem Schalter wird in sämtlichen Phasen mit Oszillographen (O) gemessen. Die induktivitätsfreien Meßnebenwiderstände (W), von welchen die Oszillographschleifen abzweigt werden, sind im Stern geschaltet und der Sternpunkt ist auf Erdpotential E zu bringen, damit das Bedienungspersonal des Oszillographen bzw. das Gerät selbst gegenüber der Erde keiner Hochspannung ausgesetzt ist. Der Läuferstrom wird mit Hilfe des Meßnebenwiderstandes W_f und der Oszillographschleife O ebenfalls oszillographisch aufgenommen. Setzen wir voraus, daß der lamellierte Läufer der Maschine den bisherigen ähnlich nur mit einer einzigen zweiphasigen symmetrischen Wicklung versehen ist. Im Leerlaufzustand des Generators (bei Spannung U_s , Drehzahl n_1 , Läufererregung I_{rL}) werden durch Schalter S die Maschinenklemmen plötzlich — in allen drei Phasen zugleich — kurzgeschlossen und die Ständer- und Läuferströme gemessen.

Wie auf Grund der qualitativen Untersuchungen im vorigen Kapitel zu erwarten ist, wird abhängig davon, in welcher zeitlichen Phase der ein-

zelenen Phasenspannungen der Kurzschluß erfolgte, jeder einzelne Ständerstrom einen abklingenden Gleichstrom enthalten, welcher durch den Kurzschlußwechselstrom von 50 Hz überlagert wird (es war angenommen, daß die Drehzahl n_1 während des gesamten Kurzschlußvorganges unverändert bleibt). Der Versuch ergibt das kennzeichnende Bild laut dem Oszillogramm n Abb. 4.8. Die asymmetrische Wellenlinie des Oszillogramms veranschau-

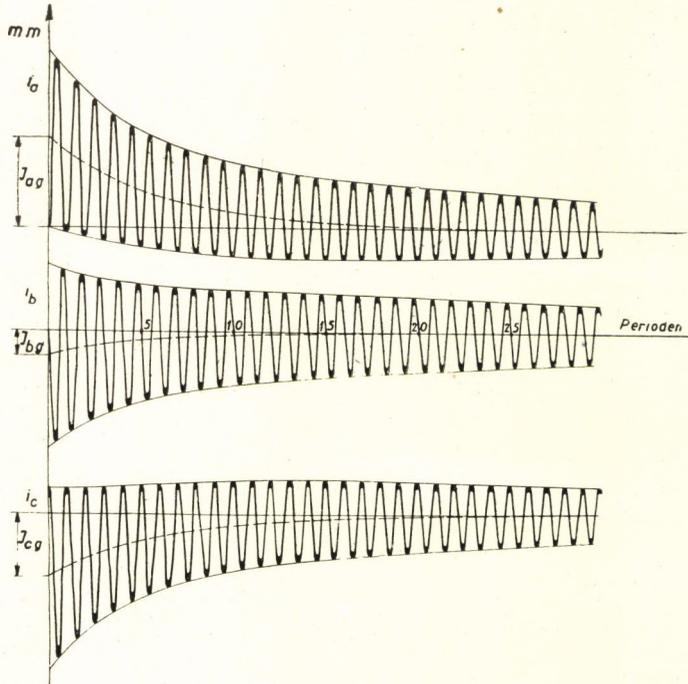


Abb. 4.8. Die Oszillogramme der Kurzschlußständerströme

licht, daß die Mittellinie des in der Ständerphase erscheinenden Wechselstromes von 50 Hz infolge des im allgemeinen auftretenden Gleichstromes gegenüber der Nulllinie eine starke Verschiebung aufzeigt. Im Oszillogramm des Ständerstromes sind zunächst die Wechselstrom- und Gleichstromteile zu trennen, um den Wert des größten momentanen Wechselstromes sowie die Dämpfung von Gleich- und Wechselstrom feststellen zu können. Man geht folgendermaßen vor: die oberen und unteren Hüllkurven der Wellenlinie im Oszillogramm werden solcherart konstruiert, daß die Scheitelpunkte der einzelnen Wellen oben und unten mit einer zusammenhängenden Linie verbunden werden. Die Abstände zwischen den beiden Hüllkurven werden in Richtung der Stromordinaten halbiert und die Halbierungspunkte gleichfalls mit einer stetigen Kurve verbunden (Abb. 4.9). Durch diese Kurve ist die Änderung des Ständergleichstromes in der untersuchten Phasenwicklung gegeben, weil ja die Lage der Halbierungspunkte zur Abszissenachse das

Ausmaß der Verschiebung des Kurzschlußwechselstromes von 50 Hz bestimmen, was eben auf den freien Gleichstrom im Ständer zurückzuführen ist. Folglich erhält man den zeitlichen Verlauf des Kurzschlußwechselstromes, wenn die Abstände zwischen den Scheitelpunkten des 50 Hz Wechselstromes und der Gleichstromlinie, über der Abszissenachse als Mittellinie neu aufgetragen wer-

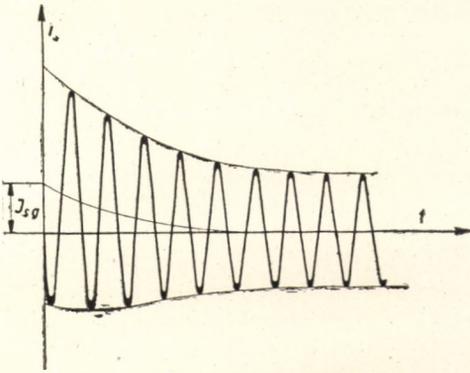


Abb. 4.9. Die Bestimmung des Ständergleichstromes

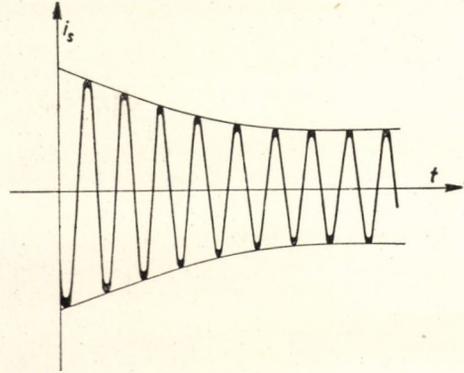


Abb. 4.10. Die Wechselstromkomponente der Ständerströme

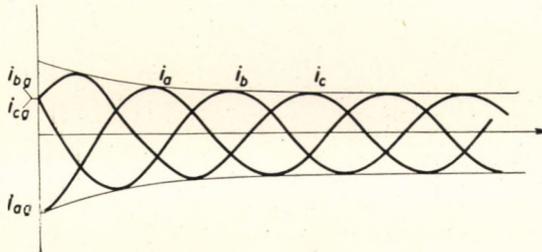


Abb. 4.11a. Die Wechselstromkomponenten der plötzlichen Kurzschlußströme haben in den drei Phasen die gleiche Amplitude

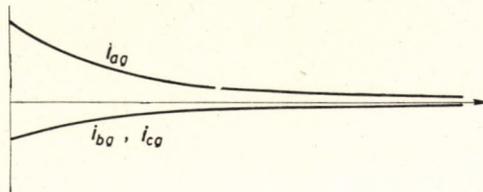


Abb. 4.11b. Die Gleichstromkomponenten in den drei Phasen

den (Abb. 4.10). Abb. 4.8b bzw. dem Oszillogramm von i_b kann entnommen werden, daß der Kurzschluß in diesem Fall ungefähr zu einem solchen Zeitpunkt erfolgte, als die Phasenspannung gerade ihren Höchstwert erreicht hat. Dieses Oszillogramm enthält nämlich praktisch keine Gleichstromkomponente. Die Wellenlinie des Ständerkurzschlußstromes ist, auf die Zeitachse

bezogen, beinahe symmetrisch. Hingegen zeigt Abb. 4.8a das Wellenbild für einen solchen Fall, wo der Kurzschluß etwa im Augenblick des Nullüberganges der Phasenspannung eintrat. Dabei erreicht die Gleichstromkomponente ihren größtmöglichen Wert und daher ist auch hier die größte Wellenlinienverschiebung gegenüber der Zeitachse zu sehen.

Da durch die plötzlichen Kurzschlußwechselströme ein symmetrisches Dreiphasensystem in den drei Phasen zustande kommt, stimmen die auf die Zeitachse bezogenen symmetrischen Hüllkurven der einzelnen Phasenwechselströme — wie dies auch anhand der oszillographischen Messungen bestätigt wird — in allen drei Phasen überein. Die Phasenwechselströme selbst (die von der Gleichstromlinie auf die Zeitachse übertragen wurden) werden im Verhältnis zueinander die übliche zeitliche Phasenverschiebung von 120° aufweisen. In der Abb. 4.11a wurden alle drei Phasenwechselströme des dreiphasigen plötzlichen Kurzschlusses gemeinsam eingezeichnet. In der Abb. 4.11b wurden auch die Gleichstromkomponenten dargestellt. Wie ersichtlich, ist der Kurzschluß diesmal im Augenblick des Nullüberganges der Phasenspannung a eingetreten. Dementsprechend geht der plötzliche Kurzschlußwechselstrom in Phase a von dem Höchstwert aus, während die anderen beiden Phasenströme im Kurzschlußaugenblick den Phasenverschiebungen $+\frac{2\pi}{3}$ und $-\frac{2\pi}{3}$ entsprechend untereinander gleich und halb so groß sind wie Phasenstrom a .

4.104.1. Auswertung der Messung. Transiente Reaktanz

Im obigen gelang uns, den beim plötzlichen dreiphasigen Kurzschluß entstehenden symmetrischen Dreiphasenwechselstrom vom Ständergleichstrom zu trennen, sowie die Dämpfung dieser Komponenten zu bestimmen. Die Hüllkurve des symmetrischen Wechselstromes geht in die die Sinuswelle des stationären Kurzschlußstromes umhüllende horizontale Gerade über. Da man aber keineswegs damit rechnen kann, daß der Kurzschluß im allgemeinen zu einem solchen Zeitpunkt erfolgt, wenn der Wechselstrom in einer der Phasenwicklungen gerade die Höchstamplitude hat, dieser Wert aber zur Bestimmung des höchstmöglichen Kurzschlußstromes benötigt wird, muß die Hüllkurve des symmetrischen Wechselstromes, welche unter Zugrundelegung der Oszillogramme gezeichnet wurde, für den Zeitpunkt $t = 0$ extrapoliert werden. Befindet sich am Läufer der Synchronmaschine nur eine einzige symmetrische mehrphasige Wicklung, so ändern sich — wie die Erfahrungen beweisen — sowohl die Hüllkurve des Wechselstromes als auch der Gleichstromverlauf durchwegs einer exponentialen Funktion gemäß. Um dies nachweisen und die Extrapolation für den Zeitpunkt $t = 0$ bequem durchführen zu können, wird die exponentiale Hüllkurve (oder richtiger: die Abstände zwischen Hüllkurve und Kurve des stationären Kurzschlußstromes) auf semilogarithmischem Papier aufgezeichnet (Abb. 4.12). Dabei wird die Stromstärke in logarithmischem und die Zeit in linearem Maßstab aufgetragen. Wird die Hüllkurve in diesem Maßstab dargestellt, so erhält man als Ver-

bindung der Höchstpunkte der Stromwellen eine Gerade, deren Verlängerung bis zum Punkt $t = 0$ den Anfangshöchstwert des Wechselstromes (I'_s) ergibt. Messungen und spätere theoretische Überlegungen erwiesen, daß bei gleichen Bedingungen der anfängliche Kurzschlußwechselstrom — so oft auch der Versuch wiederholt wird — seinen Wert nicht ändert. Daher läßt sich die für den plötzlichen Kurzschlußzustand der Synchronmaschinen kennzeichnende Maschinenkonstante, die transiente Reaktanz einführen, deren Wert definitionsmäßig

$$X'_d = \frac{U_s}{I'_s} \quad (4.4)$$

ist. Man bestimmt also mit der vorstehend beschriebenen Extrapolationsmethode aus dem Oszillogramm des plötzlichen Kurzschlusses den Anfangs-

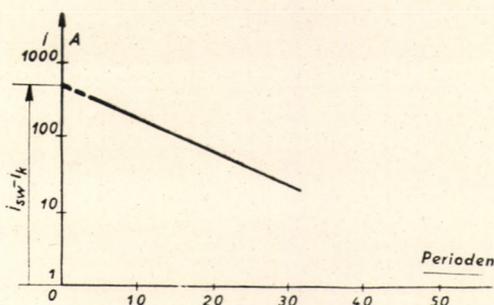


Abb. 4.12. Die Hüllkurve der Wechselströme über der Zeit. Der Strom ist im logarithmischen Maßstab angeführt

höchstwert des symmetrischen Wechselstromes (I'_s), wobei man die transiente Reaktanz der Maschine so erhält, daß man mit diesem Wert die Leerlaufspannung dividiert. Oder umgekehrt: wurde einmal der Wert von X'_d ermittelt, so kann man mit diesem von nun an als mit einer Maschinenkonstante rechnen und diesen Wert bei den Berechnungen von verschiedenen Übergangsvorgängen benutzen. Auf Grund der Oszillogramme der plötzlichen Kurzschlüsse ist es uns gelungen, auch den Verlauf der in den einzelnen Phasen vorkommenden freien Gleichströme zu bestimmen, und zwar auch diesmal nur von dem Zeitpunkt ab gerechnet, der den Höchstpunkt der ersten Welle darstellt. Will man den Anfangsgleichstrom kennen, so ist die bei der Wechselstromhüllkurve verwendete Extrapolationsmethode auch bei der Bestimmung der Gleichstromanfangswerte anzuwenden. Werden die Punkte der Gleichstromkurven der drei Phasen auf semilogarithmisches Papier aufgetragen, dann sind die in der Abbildung gezeigten drei Parallelen erhältlich, durch deren Extrapolation die Anfangswerte der Höchstgleichströme in den einzelnen Phasen für den Zeitpunkt $t = 0$ geliefert werden. Bei richtiger Auswertung ist die Summe der drei Gleichstromkomponenten auch im Augenblick des Kurzschlusses gleich Null. (Die Richtung dieser Ströme muß natur-

gemäß in Betracht gezogen werden.) Durch das Aufzeichnen der Hüllkurven bzw. freien Gleichströme auf das semilogarithmische Papier wird nicht nur die Bestimmung der Anfangswerte, sondern auch die Auswertung der Zeitkonstante einfach ermöglicht. Wird nämlich auf dieser Geraden ein beliebiger Stromwert und dessen $\frac{1}{e}$ -fache bezeichnet, so bekommt man die Zeitkonstante

als die Differenz der den angeführten Stromwerten zugeordneten Zeiten (Abb. 4.13). Bei Kenntnis der Anfangsgleichströme der drei Phasen ist der denkbar höchste Wert des freien Gleichstromes mit einfacher Konstruktion zu gewinnen

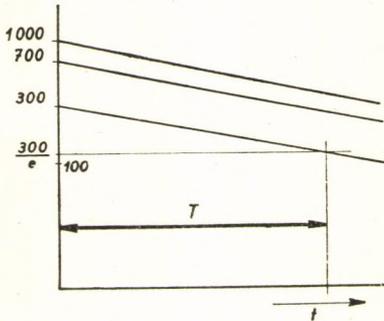


Abb. 4.13. Die Gleichstromkomponenten der Phasenströme über der Zeit im logarithmischen Strommaßstab. Die Bestimmung der Zeitkonstante

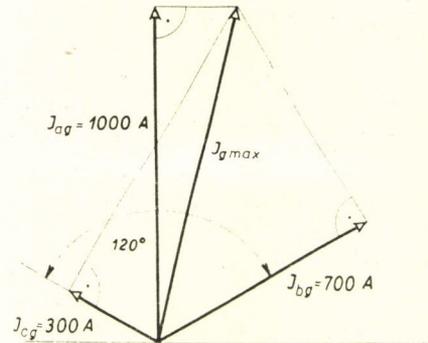


Abb. 4.14. Die Bestimmung des möglichen Höchstwertes der Gleichstromkomponente

nen, d. h. jener Höchstwert, der in irgendeiner Phase auftreten würde, falls der Kurzschluß dortselbst im Augenblick des Spannungsnullüberganges entstanden wäre. Die Konstruktion kann Abb. 4.14 entnommen werden. In Richtung der Ordinatenachse wurde der Gleichstrom der Phase a I_{ag} aufgetragen. Die Absolutwerte von I_{bg} und I_{cg} wurden zur Ordinatenachse um $+60^\circ$ und -60° versetzt gezeichnet. Werden auf diese Vektoren in ihren Endpunkten Normale gefällt, so wird der Abstand zwischen dem Schnittpunkt dieser Normalen und dem Anfangspunkt des Koordinatensystems den gesuchten Wert des größten Anfangsgleichstromes ergeben. Wie ersichtlich, wurde diese Konstruktion ähnlich durchgeführt wie die im Kapitel 2.10 behandelte Konstruktion des Vektors, der sich aus den Momentanwerten der Erregungen der einzelnen Phasen zusammensetzt (s. auch Abb. 2.1). Die Feststellung des höchstmöglichen Wertes der Gleichstromkomponente dient bei den Zylinderläufermaschinen mit symmetrischer Läuferwicklung auch als eine verlässliche Kontrolle der Auswertung, nachdem der Höchstwert des symmetrischen Wechselstromes genau so groß sein muß wie der Höchstwert des Gleichstromes.

Anhand der Oszillogramme wird auch der Läuferstromverlauf gezeigt, welcher, wie schon im voraus zu erwarten war, den vom Leerläufererregungs-

stromwert plötzlich in die Höhe schnellenden Gleichstrom und den auf Wirkung des Ständergleichstromes erscheinenden Wechselstrom von Grundfrequenz enthält.

Die Trennung des Übergangsgleichstromes vom Übergangwechselstrom erfolgt beim Läufer analog zur Methode, die bei den Ständeroszillogrammen angewendet wurde. Ist die Auswertung richtig, so sind die Zeitkonstanten des Ständerwechselstromes und des Läufergleichstromes bzw. des Ständergleichstromes und des Läuferwechselstromes paarweise gleich. Der Übergangsgleichstrom des Läufers geht von dem Leerläufererregungsstrom aus und klingt nach Ablauf des Übergangsvorganges im stationären Zustand auf diesen Wert ab. In Abb. 4.15 wurde das Trennen des Läufergleichstromes vom Läuferwechselstrom veranschaulicht. Es wird aus der Abbildung klar, daß die Summe des Kurzschlußgleichstromes mit dem Höchstwert des im Kurzschlußaugenblick auftretenden Wechselstromes von Grundfrequenz gleich dem stationären (oder anfänglichen) Erregerstrom ist. Der Läuferwechselstrom geht immer vom Maximum aus, weil die magnetische Achse des Läufers im Kurzschlußaugenblick der resultierenden Erregung der Ständergleichströme gegenübersteht und dieser im Läuferkreis ein maximaler Wechselstrom entspricht. Diese Feststellung ist dann genau, wenn man annimmt, daß der Läuferwiderstand auf den Verlauf des Ständergleichstromes bzw. des Läuferwechselstromes von Grundfrequenz keinen Einfluß hat. In diesem Fall liegt nämlich der Ständergleichstrom stets dem Höchstwert des Läuferwechselstromes gegenüber, weil zwischen Spannung und Strom eine Phasenverschiebung von 90° besteht. Da aber auch der Läuferkreis eine Induktivität enthält, kann sich der Strom nicht plötzlich ändern, folglich wird der Läuferkurzschlußstrom vom Leerläufererregungsstromwert ausgehen.

Die Messung bzw. Auswertung des plötzlichen Kurzschlusses wurde für Maschinen mit zylindrischem Läufer und mit einem einzigen symmetrischen mehrphasigen Läufer-Wicklungssystem vorgenommen und gedeutet. Wie später zu ersehen sein wird, sind bei der Auswertung der Kurzschlußoszillogramme auch weitere Gesichtspunkte zu berücksichtigen, je nachdem ob ein Läufer mit Dämpferwicklung oder aus massivem Stahlkörper bzw. mit ausgeprägten Polen zu betrachten war. Bevor wir aber diese behandeln, wollen wir dem Verlauf der Kurzschlußströme auch anhand von Berechnungen folgen.

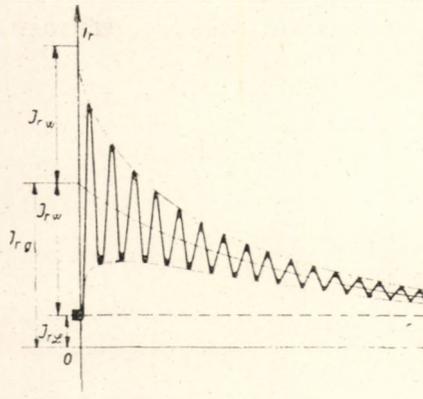


Abb. 4.15. Der Läuferstrom bei Kurzschluß und seine Komponenten

4.105. Die Berechnung der plötzlichen Kurzschlußströme auf Grundlage des Prinzips der Konstanz des Flusses

Unserer Voraussetzung gemäß wird der Läufer des Synchrongenerators mit symmetrischer Dreiphasenwicklung am Ständer mit der Synchrongeschwindigkeit n_1 gefahren und wir sorgen dafür, daß die Drehzahl während der Gesamtzeit des Kurzschlußvorganges sich nicht ändert. Der Läufer ist lamelliert, und in seine Nuten wurde eine mehrphasige (z. B. zweiphasige) symmetrische Wicklung gelegt. Die eine Phase der Läuferwicklung wird durch die Erregermaschine mit dem Erregerstrom I_g so weit erregt (Abb. 4.16), daß an den

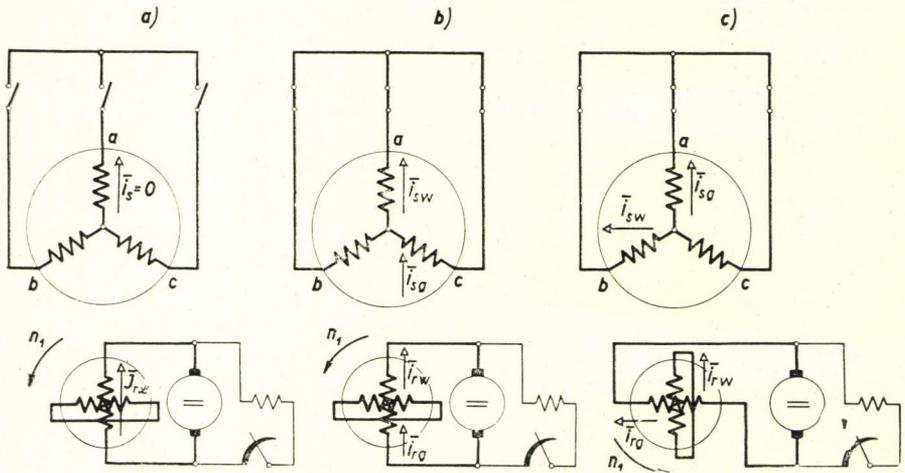


Abb. 4.16. Die Vektoren der Stromkomponenten im Kurzschlußaugenblick (Schema b) und nach einer Viertelumdrehung (Schema c)

Ständerklemmen vor dem Kurzschluß die Leerlaufspannung U_s auftritt. Wir setzen voraus, daß der innere Widerstand der Erregermaschine vernachlässigt werden kann, d. h. daß die Läuferwicklung zum Teil unmittelbar, zum Teil über die Erregermaschine metallisch kurzgeschlossen angenommen wird.

Der unmittelbar vor dem Kurzschluß herrschende Zustand wurde in Abb. 4.16a wiedergegeben. In Abb. 4.16b wird der Kurzschlußaugenblick festgehalten, wonach der Kurzschluß dann eintrat, als die Läufererregewicklung der Phasenwicklung a des Ständers gegenüberlag, und demnach die magnetischen Achsen dieser beiden Wicklungen im Kurzschlußaugenblick in gleicher Richtung standen. Bei dieser augenblicklichen Läuferstellung beträgt der Spannungswert in Ständerphase a gerade Null (die Wicklung a ist in diesem Augenblick mit dem größten Fluß verkettet). Einstweilen werden sowohl die Ständer- als auch die Läuferwiderstände außer acht gelassen. Zum Ausgang unserer Berechnungen wählen wir das Prinzip der

Konstanz des Flusses. Mit der Ständerwicklung a war im Kurzschlußaugenblick der Fluß

$$\psi_s = \mathbf{I}_{rL} L_m \quad (4.5)$$

verkettet (s. auch Zusammenhang 2.52), wobei \mathbf{I}_{rL} den auf die Ständerwindungszahl umgerechneten Wert des Leerläuferregeregleichstromes \mathbf{I}_{gL} bedeutet (vgl. Kap. 3.201.2 und 3.301). Im Leerlauf ist der mit der Läufererregewicklung verkettete Fluß:

$$\psi_r = \mathbf{I}_{rL} L_r = \mathbf{I}_{rL} (L_{rl} + L_m). \quad (4.6)$$

In vorstehenden Zusammenhängen wird durch L_m der Wert der gegenseitigen Induktivität und durch L_{rl} die Streuinduktivität des Läufers bezeichnet.

Die Resultierende der Ständerströme soll nach erfolgtem Kurzschluß \mathbf{i}_s sein; diese setzt sich aus Wechselstrom \mathbf{i}_{sw} und Gleichstrom \mathbf{i}_{sg} zusammen. Kapitel 2.10 gemäß gilt:

$$\mathbf{i}_{sw} = \frac{2}{3} (\mathbf{i}_{aw} + \mathbf{a} \mathbf{i}_{bw} + \mathbf{a}^2 \mathbf{i}_{cw}). \quad (4.7)$$

Der Kurzschluß trat aber laut unserer Voraussetzung beim Höchstwert von $\mathbf{i}_{aw} = I_{sw}$ ein. In diesem Augenblick ist also $\mathbf{i}_{bw} = \mathbf{i}_{cw} = -\frac{\mathbf{i}_{aw}}{2}$; wird dieser Wert eingesetzt, so läßt sich anschreiben, daß

$$\mathbf{i}_{sw} = \frac{2}{3} \left[\mathbf{i}_{aw} - \mathbf{i}_{aw} \frac{\mathbf{a} + \mathbf{a}^2}{2} \right],$$

woraus im Kurzschlußaugenblick:

$$\mathbf{i}_{sw} = \mathbf{i}_{aw} = I_{sw}. \quad (4.8)$$

Hieraus folgt, daß der Wert des Ständerdreherregungsvektors mit dem Höchstwert des in Phase a entstandenen Wechselstromes gleich ist.

Danach kann der nach erfolgtem Kurzschluß gültige Wert des mit dem Ständer verketteten Flusses eingetragen werden. Die Summe der durch die Ständer- und Läuferströme gemeinsam erzeugten Windungsflüsse ist mit den Ständerwicklungen in Richtung a verkettet. Nach dem Kurzschluß beträgt der durch die Ständerströme hervorgerufene resultierende Windungsfluß:

$$(\mathbf{i}_{sw} + \mathbf{i}_{sg}) L_d,$$

worin $L_d = L_{sl} + L_m$ ist. In den Läuferwicklungen entstehen der resultierende Wechselstrom \mathbf{i}_{rw} und der dem Läufer gegenüber ruhende Kurzschlußgleich-

strom \mathbf{i}_{rg} . Demnach ist der durch die Läuferströme im Ständer in Richtung von Wicklung a erzeugte Windungsfluß im Kurzschlußaugenblick $(\mathbf{i}_{rw} + \mathbf{i}_{rg}) L_m$. Der gesamte Ständerfluß muß mit dem vor dem Kurzschluß verketteten Fluß gleich sein. Deshalb gilt, daß:

$$(\mathbf{i}_{sw} + \mathbf{i}_{sg}) L_d + (\mathbf{i}_{rw} + \mathbf{i}_{rg}) L_m = \mathbf{I}_{rL} L_m. \quad (4.9)$$

Gleichzeitig ist auch der mit dem Läufer verkettete Windungsfluß konstant:

$$(\mathbf{i}_{sw} + \mathbf{i}_{sg}) L_m + (\mathbf{i}_{rw} + \mathbf{i}_{rg}) L_r = \mathbf{I}_{rL} L_r. \quad (4.10)$$

Werden die beiden Gleichungen durch L_m bzw. L_r dividiert und geordnet, so ergibt sich:

$$\text{und} \quad \left. \begin{aligned} (\mathbf{i}_{sw} + \mathbf{i}_{sg}) \frac{L_d}{L_m} + (\mathbf{i}_{rw} + \mathbf{i}_{rg}) - \mathbf{I}_{rL} &= 0 \\ (\mathbf{i}_{sw} + \mathbf{i}_{sg}) \frac{L_d}{L_r} + (\mathbf{i}_{rw} + \mathbf{i}_{rg}) - \mathbf{I}_{rL} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

bzw.

$$(\mathbf{i}_{sw} + \mathbf{i}_{sg}) \left[\frac{L_d}{L_m} - \frac{L_m}{L_r} \right] = 0, \quad (4.12)$$

woraus, wie zu erwarten war, folgt, daß:

$$\mathbf{i}_{sw} = -\mathbf{i}_{sg}, \quad (4.13)$$

d. h. daß im Kurzschlußaugenblick in dem Ständer eine mit dem Wechselstrom gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete Gleichstromerregung entstehen muß. Mit Berücksichtigung des Wertes $\mathbf{i}_{sw} + \mathbf{i}_{sg} = 0$ ergibt sich, daß:

$$\mathbf{i}_{rw} + \mathbf{i}_{rg} = \mathbf{I}_{rL}. \quad (4.14)$$

Im Augenblick des Kurzschlusses ist also die Summe des in den Läuferwicklungen entstehenden Kurzschlußwechselstromes und des Läufergleichstromes — wie unter Zugrundelegung der qualitativen Untersuchung ebenfalls zu erwarten war — gleich dem Leerläufererregestrom. Prüfen wir nun die Windungsflüsse nach einer Viertelumdrehung des Läufers. Es kann folgendes festgestellt werden: der Stromvektor \mathbf{i}_{sw} , der sich laut unseren qualitativen Feststellungen mit Synchrongeschwindigkeit dreht, hat ebenfalls eine Viertelumdrehung zurückgelegt (s. Abb. 4.16c). Der Läufergleichstrom, der mit der Erregerwicklung mitläuft, hat sich gleichfalls um eine Viertelumdrehung gegenüber seiner im Kurzschlußaugenblick eingenommenen Stellung fort-

bewegt. Hingegen hat der resultierende Ständergleichstrom seine Stellung im Raume beibehalten. In der symmetrischen zweiphasigen Wicklung des Läufers wird durch diese Gleichstromerregung ein zweiphasiger symmetrischer Wechselstrom erzeugt. Der Vektor der Läuferwechselströme dreht sich entgegengesetzt zur mechanischen Drehrichtung des Läufers, befindet sich also relativ zum Ständer im Stillstand.

Nach der Viertelumdrehung des Läufers werden die Windungsflüsse auf Grund der Konstanz des Flusses neu angeschrieben. Zunächst schreiben wir den mit dem Ständer verketteten Gesamtwindungsfluß für die Richtung senkrecht zur Phase *a* auf. Da in dieser Richtung im Kurzschlußaugenblick kein Fluß im Ständer verkettet war, wird der Wert des gesamten Ständerwindungsflusses in dieser Richtung auch nach dem Kurzschluß gleich Null sein. Hieraus folgt, daß mit einer Viertelumdrehung nach dem Kurzschluß der Zusammenhang

$$\mathbf{i}_{sw} L_d + \mathbf{i}_{rg} L_m = 0. \quad (4.15)$$

Vor dem Kurzschluß war mit dem Läufer in Richtung der Erregerwicklung der Fluß $\mathbf{I}_{rL} L_r$ verkettet, folglich bleibt der Flußwert der Läuferwicklung nach einer Viertelumdrehung ebenso groß. Demzufolge beträgt der mit der Läufererregerwicklung verkettete Fluß nach einer Viertelumdrehung des Läufers:

$$\mathbf{i}_{sw} L_m + \mathbf{i}_{rg} L_r = \mathbf{I}_{rL} L_r. \quad (4.16)$$

Aus Gleichungen (4.15) und (4.16) wird der Wert des Ständerkurzschlußwechselstromes \mathbf{i}_{sw} berechnet:

$$\mathbf{i}_{sw} = - \frac{L_m L_r}{L_d L_r - L_m^2} \mathbf{I}_{rL}. \quad (4.17)$$

4.105.1. Der Wert der transienten Reaktanz

Werden in Gl. (4.17) Zähler und Nenner mit ω_1^2 multipliziert, so erhält man:

$$\mathbf{i}_{sw} = - \mathbf{I}_{rL} \frac{X_m X_r}{X_d X_r - X_m^2};$$

wird in obige Gleichung $\mathbf{I}_{rL} j X_m = \mathbf{U}_s$ eingesetzt und werden außerdem $X_r = X_{rl} + X_m$ und $X_d = X_{sl} + X_m$ eingeführt, so ergibt sich:

$$\mathbf{i}_{sw} = - \frac{\mathbf{U}_s}{j} \frac{X_{rl} + X_m}{X_{rl} X_{sl} + X_m X_{sl} + X_m X_{rl}} = - \frac{\mathbf{U}_s}{j X'_d}, \quad (4.18)$$

wobei aus (4.18)

$$X'_d = X_{sl} + \frac{X_{rl} X_m}{X_{rl} + X_m} \quad (4.19)$$

gilt. Der Wert von X'_d wird später noch öfters auch in folgender Form vorkommen:

$$X'_d = X_d - \frac{X_m^2}{X_r}, \quad (4.19')$$

wovon man sich durch Einsetzen von $X_d = X_{sl} + X_m$ und $X_r = X_{rl} + X_m$ leicht überzeugen kann. Somit haben wir unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände und auf Grund des Prinzips der Flußkonstanz den Zusammenhang zwischen dem plötzlichen Kurzschlußwechselstrom (Höchstwert i_{sw}) und der Leerlaufspannung U_s bekommen. Gleichzeitig haben wir auch die genaue Bestimmung der Übergangsreaktanz X'_d erhalten. Die transiente Reaktanz ist nämlich gleich der Kurzschlußreaktanz, die beim Asynchronmotor gemessen werden kann, indem der Ständer der Synchronmaschine mit symmetrischem dreiphasigem Wechselstrom gespeist und der kurzgeschlossene Läufer im Stillstand gehalten wird, wobei die Wirkwiderstände vernachlässigt werden. Dies folgt u. a. aus der bekannten Ersatzschaltung des kurzgeschlossenen Asynchronmotors, wenn man die Wirkwiderstände außer acht läßt (Abb. 4.17). In der Ersatzschaltung ist zwischen den Klemmen $a - b$ die Reaktanz

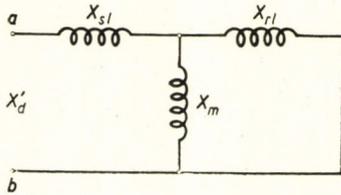


Abb. 4.17. Die Ersatzschaltung der transienten Reaktanz

$$X_{sl} + \frac{X_m X_{rl}}{X_m + X_{rl}} = X'_d.$$

Mit Hilfe unserer Gleichungen können auch die Läuferströme angeschrieben werden. Aus Gl. (4.15) wird der Wert von i_{rg} bestimmt:

$$i_{rg} = -i_{sw} \frac{L_d}{L_m} = -i_{sw} \frac{X_d}{X_m} \quad (4.15')$$

oder, wird der Wert von i_{sw} aus (4.18) in (4.15') eingesetzt, so ergibt sich:

$$i_{rg} = \frac{U_s}{jX'_d} \frac{X_d}{X_m} = \frac{I_{rL} jX_m X_d}{jX'_d X_m} = I_{rL} \frac{X_d}{X'_d}. \quad (4.20)$$

Die Ständergleichstromerregung beläuft sich gemäß (4.13) und (4.18):

$$i_{sg} = -i_{sw} = \frac{U_s}{jX'_d}. \quad (4.21)$$

Schließlich ist der Läuferdrehstrom gemäß Zusammenhang (4.14):

$$\mathbf{i}_{rw} + \mathbf{i}_{rg} = \mathbf{I}_{rL},$$

also

$$\mathbf{i}_{rw} = \mathbf{I}_{rL} - \mathbf{I}_{rL} \frac{X_d}{X'_d} = \mathbf{I}_{rL} \frac{X'_d - X_d}{X'_d}. \quad (4.22)$$

Damit wurden die Momentanwerte der sowohl im Ständer als auch im Läufer im Kurzschlußaugenblick auftretenden Gleich- und Wechselströme bestimmt. Der Wechselstrom der Phase a ist im Kurzschlußaugenblick mit der Resultierenden der Ständerströme gleich. Die Resultierende der Ständergleichströme ist in diesem Fall mit dem Gleichstrom der Phase a ebenfalls gleich.

Ebenso ist verständlich, daß der zweiphasige Läuferwechselstrom \mathbf{i}_{rw} im Kurzschlußaugenblick mit dem Kurzschlußhöchstwert des in der Erregerwicklung fließenden Wechselstromes im Kurzschlußaugenblick gleich ist: $\mathbf{i}_{rw} = \mathbf{I}_{rw}$. Übrigens kann ein Gleichstrom bei zweiphasiger Läuferwicklung in der auf die Erregerwicklung senkrecht stehenden Wicklung bei dreiphasigem symmetrischem Ständerkurzschluß nie entstehen, vorausgesetzt, daß der Kurzschluß vom Leerlaufzustand ausgeht. Die Richtung der Dreh- und Gleichstromerregung des Ständers wird nämlich durch die momentane Richtung der Läufererregewicklung im Kurzschlußaugenblick bestimmt. Daraus folgt, daß der Wechselstrom in der Erregerwicklung vom Höchstwert ausgehen muß und daher ist der Stromwert in der anderen, um 90° versetzten Läuferwicklung gleich Null, wobei in dieser Läuferphase ein Gleichstrom niemals notwendig wird. Aus obigen geht auch hervor, daß man in der Folge statt mit Stromvektoren auch mit den Momentanwerten der in den einzelnen Phasen fließenden Ströme rechnen kann.

4.105.2. Bestimmung der Zeitkonstanten

Wir können uns mit der Bestimmung der Anfangskurzschlußstromwerte nicht begnügen, sondern benötigen auch die Dämpfungen bzw. den zeitlichen Verlauf der Ströme.

Untersuchen wir vorerst die Gleichstromkomponente der Ständerströme bzw. die Wechselstromkomponente der Läuferströme. Die beiden Ströme klingen gemeinsam exponentiell ab und ihre Zeitkonstante soll mit T'_s bezeichnet werden. Beide Ströme werden nicht durch äußere Stromquellen geliefert, und daher läßt sich die Ersatzschaltung gemäß Abb. 4.18a aufzeichnen, bei welcher auch die Erregerwicklungsklemmen kurzgeschlossen gedacht sind. Da jetzt im Läufer ein Wechselstrom fließt, kann der Läuferwiderstand der Läuferreaktanz gegenüber vernachlässigt werden. Der Wirkwiderstand spielt im Ständer natürlich eine ganz andere und wichtige Rolle, weil dort der abklingende Gleichstrom fließt. Die Zeitkonstante des Stromkreises wird durch die Resultierende der von den Klemmen $a-b$

rechts liegenden Reaktanzen (X'_d) und durch den Ständerwirkwiderstand bestimmt, die Kurzschlußzeitkonstante des Ständers ist also:

$$T'_s = \frac{X'_d}{\omega_1 R_s} = \frac{L'_s}{R_s}. \quad (4.23)$$

Dies folgt auch daraus, daß der Anfangswert des Ständergleichstromes gemäß Gleichungen (4.13) und (4.18) durch die Reaktanz X'_d bestimmt war. Natürlich trifft dieses Ergebnis nur für die untersuchte Maschinentype zu, wenn sich am Läufer eine einzige zweiphasige Wicklung befindet und keine Dämpferwicklung vorgesehen ist.

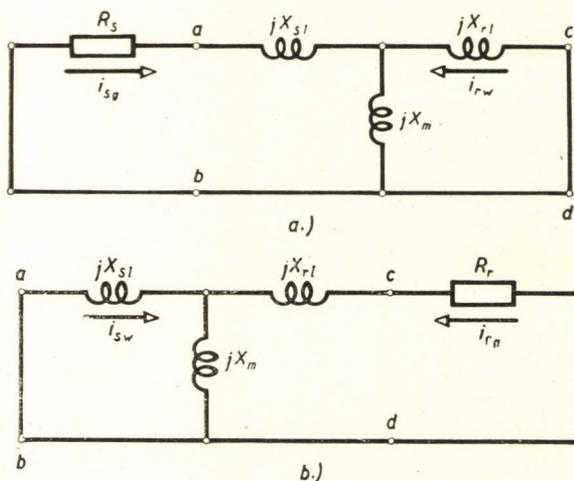


Abb. 4.18a, b. Ersatzschaltung der Zeitkonstanten

Der Fall ist beim Abklingen der Läufergleichstrom- und der Ständerwechselstromkomponente ähnlich. Da kann der Wirkwiderstand des Ständers unberücksichtigt bleiben (Abb. 4.18b). Die auf Klemmen $c-d$ bezogene resultierende Induktivität ist:

$$X'_r = X_r - \frac{X_m^2}{X_d} = \frac{X_r}{X_d} \left[X_d - \frac{X_m^2}{X_r} \right] = X_r \frac{X'_d}{X_d}. \quad (4.24)$$

Durch diese Gleichung wird übrigens zum Ausdruck gebracht, daß das Verhältnis der an einer Seite eines Vierpols gemessenen Kurzschlußimpedanz zur Leerlaufimpedanz $\left(\frac{X'_d}{X_d} \right)$ mit dem Verhältnis der auf der anderen Seite gemessenen Leerlaufimpedanz zur Kurzschlußimpedanz $\left(\frac{X'_r}{X_r} \right)$ gleich ist. Dies

wurde auch durch Zusammenhang (4.20) bewiesen, laut welchem der Gleichstrom im Läufererregstromkreis gegenüber seinem Anfangswert im Verhältnis zu $\frac{X_d}{X'_d}$ plötzlich zugenommen hat. Es kann auch so gedeutet werden, daß die ursprüngliche Läuferreaktanz X_r beim Kurzschluß des Ständers in demselben Verhältnismaß abgenommen hat. Deshalb ist die Kurzschlußzeitkonstante für den Läufergleichstrom bzw. den Ständerwechselstrom (die sog. transiente Zeitkonstante):

$$T'_d = \frac{X_r \frac{X'_d}{X_d}}{\omega_1 R_r} = \frac{X_r}{\omega_1 R_r} \frac{X'_d}{X_d} = T'_{do} \frac{X'_d}{X_d}, \quad (4.25)$$

wobei

$$T'_{do} = \frac{X_r}{\omega_1 R_r} = \frac{L_r}{R_r} \quad (4.26)$$

die Leerlaufzeitkonstante des Läufers ist. Diese Zeitkonstante spielt dann eine Rolle, wenn z. B. die Läufererregerspannung im Leerlaufzustand der Maschine plötzlich geändert wird.

Obige Formeln der Kurzschlußzeitkonstanten sind nur als gute Näherungswerte zu betrachten, da die Wirkwiderstände stets nur auf der Seite berücksichtigt wurden, auf der die Gleichstromkomponente auftrat. Die obigen Ergebnisse genügen in der Praxis allgemein vollauf. Die genauere Untersuchung soll im nächsten Kapitel vorgenommen werden.

Nummehr können wir den vollständigen Ausdruck der einzelnen Phasenströme von Ständer und Läufer anschreiben. Wie erwiesen, hat im angenommenen Kurzschlußfall der Strom in Phase a im Kurzschlußaugenblick sein Maximum und ist gleich dem Absolutwert von i_{sw} . In einem beliebigen Zeitpunkt t kann der Momentanwert des in Phase a fließenden Kurzschlußwechselstromes so bestimmt werden, daß man diesen Strom in zwei Teile zerlegt. Der eine ist der nach Ablauf des Kurzschlußvorganges herrschende stationäre Kurzschlußstrom, dessen Momentanwert

$$i_{ka} = - \frac{U_s}{X_d} \cos \omega_1 t$$

beträgt. Der andere ist die Differenz zwischen dem plötzlichen Kurzschlußstrom und dem stationären Strom, welcher der Läuferzeitkonstante gemäß abnehmen wird. Diese Stromstärke ist also:

$$(i_{swa} - i_{ka}) e^{-\frac{t}{T'_d}} = - U_s \left[\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right] \cos \omega_1 t e^{-\frac{t}{T'_d}}.$$

Der Momentanwert des gesamten Ständerwechselstromes ist in der Phase a :

$$i_{swa} = -\frac{U_s}{X_d} \cos \omega_1 t - U_s \left[\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right] \cos \omega_1 t e^{-\frac{t}{T'_d}}. \quad (4.27')$$

Der Momentanwert des Ständergleichstromes beträgt in Phase a :

$$i_{sga} = \frac{U_s}{X'_d} e^{-\frac{t}{T'_s}}. \quad (4.27'')$$

In Phase a des Ständers fließt der Gesamtstrom:

$$i_{sa} = -U_s \left[\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right] \cos \omega_1 t e^{-\frac{t}{T'_d}} - \frac{U_s}{X_d} \cos \omega_1 t + \frac{U_s}{X'_d} e^{-\frac{t}{T'_s}}. \quad (4.28)$$

4.105.3. Die allgemeine Gleichung des plötzlichen Kurzschlußstromes

Entsteht der Kurzschluß nicht in dem Augenblick, wenn die Erregerwicklung des Läufers mit der Achse der Ständerphasenwicklung a zusammen-

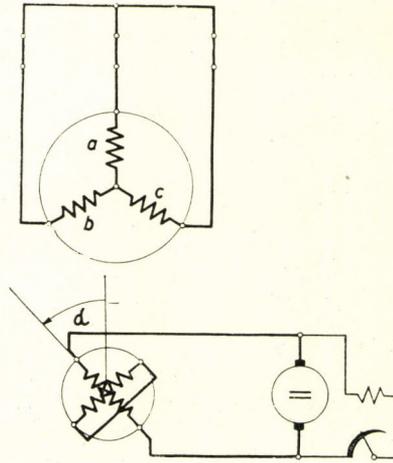


Abb. 4.19. Die Achse der Erregerwicklung eilt im Kurzschlußaugenblick der Achse von Phase a um den Winkel α vor

fällt, sondern um den Winkel α verzögert (Abb. 4.19), so ist der Strom in Phase a :

$$i_{sa} = -U_s \left[\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right] \cos (\omega_1 t + \alpha) e^{-\frac{t}{T'_d}} - \frac{U_s}{X_d} \cos (\omega_1 t + \alpha) + \frac{U_s}{X'_d} e^{-\frac{t}{T'_s}} \cos \alpha. \quad (4.29)$$

Die in den Phasenwicklungen *b* bzw. *c* fließenden Ströme sind gegenüber dem Phasenstrom *a* zeitlich um den Phasenwinkel $\frac{2\pi}{3}$ bzw. $\frac{4\pi}{3}$ verspätet. Daher belaufen sich die Ströme der Ständerphasen *b* bzw. *c* auf:

$$i_{sb} = -U_s \left[\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right] \cos \left(\omega_1 t + a - \frac{2\pi}{3} \right) e^{-\frac{t}{T'_d}} - \frac{U_s}{X_d} \cos \left(\omega_1 t + a - \frac{2\pi}{3} \right) + \frac{U_s}{X'_d} e^{-\frac{t}{T'_s}} \cos \left(a - \frac{2\pi}{3} \right). \quad (4.30)$$

$$i_{sc} = -U_s \left[\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right] \cos \left(\omega_1 t + a - \frac{4\pi}{3} \right) e^{-\frac{t}{T'_d}} - \frac{U_s}{X_d} \cos \left(\omega_1 t + a - \frac{4\pi}{3} \right) + \frac{U_s}{X'_d} e^{-\frac{t}{T'_s}} \cos \left(a - \frac{4\pi}{3} \right). \quad (4.31)$$

Bei der Ermittlung des resultierenden Läuferstromes ist der Gleichstrom i_{rg} in zwei Teile zu trennen. Der eine ist die konstante Stromstärke I_{rL} , der andere der Strom $i_{rg} - I_{rL}$, der der Läuferkreiszeitkonstante gemäß bis auf Null abnimmt.

Wir erwähnen, daß infolge derselben Überlegungen wie bei den Ständerströmen, die Läufervektorgroßen durch die Momentanwerte der in der Erregerwicklung fließenden Ströme ersetzt werden können. Demnach gilt unter Verwendung der Gleichungen (4.21) und (4.22), daß

$$i_r = I_{rL} \left[\frac{X_d}{X'_d} - 1 \right] e^{-\frac{t}{T'_d}} + I_{rL} + I_{rL} \frac{X'_d - X_d}{X'_d} e^{-\frac{t}{T'_s}} \cos \omega_1 t, \quad (4.32)$$

$$i_r = I_{rL} + I_{rL} \frac{X_d - X'_d}{X'_d} e^{-\frac{t}{T'_d}} - I_{rL} \frac{X_d - X'_d}{X'_d} \cos \omega_1 t e^{-\frac{t}{T'_s}}.$$

Wir verweisen darauf, daß die Gleichungen (4.28) bis (4.32) der Kurzschlußströme für den Fall gültig sind, wenn sich die Maschine vor dem dreiphasigen Kurzschluß im Leerlauf befand.

Die Berechnung zur Bestimmung der beim plötzlichen dreiphasigen Kurzschluß auftretenden Ständer- und Läuferströme wurde in zwei Schritten durchgeführt. Zunächst wurden unter Zuhilfenahme des Prinzips der Flußkonstanz die Ständer- und Läuferströme bzw. deren Höchstwerte fest-

gelegt. Bei dieser Berechnung nahmen wir von den Ständerwiderständen Abstand. Unter solchen Umständen weisen die Wechselstromkomponenten der Kurzschlußströme mit konstantem Effektivwert solche Höchstwerte auf, die dem größten Kurzschlußwechselstrom entsprechen. Die Gleichstromkomponenten der Kurzschlußströme behalten ihre Anfangswerte ständig bei (werden nicht gedämpft).

Im zweiten Schritt wurden die Dämpfungsbeiwerte der einzelnen Ströme bestimmt, nachdem uns aus Kap. 1.102.1 der Umstand bekannt ist, daß beim Vorhandensein von Wirkwiderständen die plötzlichen Kurzschlußströme abklingen werden. Das Aufstellen der Gleichungen für die Kurzschlußströme erfolgte also im Wesen in zwei voneinander unabhängigen Schritten, wobei vorausgesetzt wurde, daß Änderung des Läufergleichstromes lediglich von dem Wirk- und dem beim Kurzschluß auftretenden Blindwiderstand des Läuferstromkreises, das Abklingen des Ständergleichstromes ähnlicherweise ausschließlich von den Kurzschlußkennwerten des Ständerstromkreises abhängt.

4.106. Operatorinduktivität der Synchronmaschine

Zahlreiche Übergangsvorgänge der Synchronmaschinen können auch unter Zugrundelegung der Laplaceschen Transformation behandelt werden. Es ist zweckmäßig, hierfür den Begriff der Operatorinduktivität des Ständers einzuführen, welche in der Fachliteratur häufig Operatorimpedanz genannt wird. Durch diese wird ein Zusammenhang zwischen Fluß und Strom des Ständers geliefert, wobei aber auch die Koeffizienten der Läuferstromkreise berücksichtigt sind. Der Einfachheit halber wollen wir zuerst die Maschine mit lamelliertem Zylinderläufer besprechen, auf deren Läufer — wie im vorigen Abschnitt — eine symmetrische Zweiphasenwicklung angeordnet ist.

Die Form der Operatorinduktivität ist dann am einfachsten, wenn sämtliche Strom-, Spannungs- und Flußvektoren im Läuferkoordinatensystem angeschrieben werden. Der Ständerwicklungsfluß ist

$$\psi_s = L_d \mathbf{i}_s + L_m \mathbf{i}_r. \quad (4.33)$$

Um den Läuferstrom eliminieren zu können, soll die Spannungsgleichung des Läufers aufgeschrieben werden:

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{i}_r R_r + \frac{d\psi_r}{dt}. \quad (4.34)$$

Bilden wir nun die Laplace-Transformierten obiger Gleichungen. Einfachheit halber soll in der Folge die Unterscheidung der Laplace-Transformierten mit dem Zeichen \sim nicht mehr Verwendung finden. Daher bleibt Gleichung (4.33) auch nach der Transformation von unveränderter Form. Bei Gleichung (4.34) wird auch berücksichtigt, daß die Transformierte von

$\frac{d\psi_r}{dt} : p\psi_r - p\psi_r(0)$ ist und daß $\psi_r = L_m \mathbf{i}_s + L_r \mathbf{i}_r$. Mithin erhält man aus (4.34), daß

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{i}_r (R_r + pL_r) + pL_m \mathbf{i}_s - p\psi_r(0). \quad (4.34')$$

Es soll aus dieser Gleichung \mathbf{i}_r ausgedrückt und in (4.33) eingesetzt werden:

$$\psi_s = \mathbf{i}_s \left[L_d - \frac{pL_m^2}{R_r + pL_r} \right] + L_m \frac{\mathbf{u}_r + p\psi_r(0)}{R_r + pL_r}.$$

Hierbei ist üblich, folgende Bezeichnungen einzuführen:

$$\psi_s = \mathbf{i}_s l_d(p) + [\mathbf{u}_r + p\psi_r(0)] g(p), \quad (4.35)$$

wobei

$$l_d(p) = L_d - \frac{pL_m^2}{R_r + pL_r} \quad (4.35')$$

die Operatorinduktivität der Synchronmaschine ist, und

$$g(p) = \frac{L_m}{R_r + pL_r}. \quad (4.35'')$$

Die Übergangsvorgänge der Synchronmaschinen werden oft auf Grund des Überlagerungsprinzips untersucht. So z. B. kann der dreiphasige Kurzschluß des Ständers untersucht werden, als ob der Ständer durch Spannung $-\mathbf{u}_s$ überlagert wäre. Deshalb gewinnt man den überlagerten Teil der Kurzschlußströme auf die Weise, als ob man auf den stromlosen und unerregten Ständer [$\psi_r(0) = 0$, $\mathbf{u}_r = 0$] der Maschine die Dreiphasenspannung $-\mathbf{u}_s$ geschaltet hätte. Gleichung (4.35) besitzt dann eine einfache Form:

$$\psi_s = \mathbf{i}_s l_d(p); \quad (4.36)$$

im Läuferkoordinatensystem wird also ein Zusammenhang zwischen den Laplace-Transformierten von Ständerfluß und Ständerstrom durch die Operatorinduktivität $l_d(p)$ geliefert. Die Gleichung (4.35') der Operatorimpedanz kann auf folgende Form gebracht werden:

$$l_d(p) = \frac{L_d + p \frac{L_r}{R_r} \left[L_d - \frac{L_m^2}{L_r} \right]}{1 + p \frac{L_r}{R_r}}.$$

Da $\frac{L_r}{R_r} = T'_{d0}$ die Leerlaufzeitkonstante des Läufers ist und gemäß (4.19') $L_d - \frac{L_m^2}{L_r} = L'_d$ die transiente Induktivität des Ständers darstellt, läßt sich die Operatorinduktivität auch in folgender Form anschreiben:

$$I_d(p) = \frac{L_d + L'_d p T'_{d0}}{1 + p T'_{d0}} \quad (4.37)$$

oder wenn L_d ausgehoben wird:

$$I_d(p) = L_d \frac{1 + p T'_d}{1 + p T'_{d0}},$$

weil auf Grund von (4.25) $T'_{d0} \frac{L'_d}{L_d} = T'_d$ die transiente Zeitkonstante ist.

Auch durch Gleichung (4.37) wird gezeigt, daß im stationären Zustand ($t = \infty, p = 0$) mit der synchronen Induktivität L_d zu rechnen ist, während bei plötzlichen Änderungen im Anfang ($t = 0, p = \infty$) die transiente Induktivität L'_d maßgebend ist.

Befindet sich die Maschine im Stillstand, ist die Spannungsgleichung des Ständers unter Vernachlässigung der Ständerwickwiderstände:

$$\mathbf{u}_s = \frac{d\psi_s}{dt}$$

bzw. in Operatorform auf Grund von Gl. (4.36):

$$\mathbf{u}_s = p\psi_s = pl_d(p) \mathbf{i}_s. \quad (4.38)$$

Demzufolge ist $pl_d(p)$ nichts anderes als die resultierende Operatorimpedanz der stillstehenden Maschine hinter dem Ständerwickwiderstand.

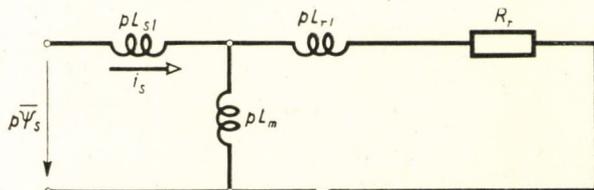


Abb. 4.20. Ersatzschaltung der Operatorimpedanz einer Synchronmaschine

Deshalb ist die Ersatzschaltung der Operatorimpedanz $pl_d(p)$ gemäß Abb. (4.20) die gleiche wie die eines Transformators.

Wenn man sich nicht der Überlagerungsmethode bedient, wird im allgemeinen Fall auch $g(p)$ in Gleichung (4.35) benötigt. In der Praxis bewährt sich statt (4.35'') folgende Form als zweckmäßiger:

$$g(p) = \frac{L_m}{R_r + pL_r} = \frac{L_m}{L_r} \frac{\frac{L_r}{R_r}}{1 + p \frac{L_r}{R_r}} = \frac{L_m}{L_r} \frac{T'_{d0}}{1 + pT'_{d0}}. \quad (4.39)$$

4.107. Die Bestimmung von plötzlichen Kurzschlußströmen mit Operatorenrechnung

Nachstehend werden die dreiphasigen Kurzschlußströme von neuem berechnet, wobei wir erkennen können, wie weit die bisher annähernd angegebenen Zeitkonstanten genau sind. Als Ausgangspunkt dient auch diesmal eine Maschine mit lamelliertem Zylinderläufer, auf dem eine symmetrische zweiphasige Wicklung vorgesehen wurde.

Die Maschine lief vor dem Kurzschluß leer, am Ständer wurde eine symmetrische Dreiphasenspannung induziert. Der Vektor \mathbf{u}_s der Ständerspannungen dreht sich synchron mit dem Läufer mit Winkelgeschwindigkeit ω_1 . Im Läuferkoordinatensystem ist \mathbf{u}_s konstant und da der Läuferfluß hierbei in die Richtung der reellen Achse d fällt, liegt der Spannungsvektor in Richtung q , $\mathbf{u}_s = j\dot{U}_s$.

Die Kurzschlußströme werden unter Zugrundelegung des Überlagerungsprinzips ermittelt. Anstatt des Kurzschlusses wird angenommen, daß man auf den Ständer im Augenblick $t = 0$ die Spannung $-j\dot{U}_s$ geschaltet hat. Dieser Teil der Überlagerung ist physikalisch so zu deuten, als ob man auf den Ständer der stromlosen, synchronlaufenden Synchronmaschine die Dreiphasenspannung ($-U_s$) legen würde, während der Läufer dauernd kurzgeschlossen ist. Der sich ergebende Ständerstrom ist gleich dem Kurzschlußstrom, weil ja im Leerlauf der Überlagerungsstrom $\mathbf{i}_s = 0$ war. Dagegen muß zum Läuferstrom der Leerläuferergerstrom \mathbf{I}_{rL} nachträglich addiert werden.

Laut (2.64) ist die Spannungsgleichung des Ständers im Läuferkoordinatensystem

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{i}_s R_s + \frac{d\psi_s}{dt} + j\omega_1 \psi_s.$$

Bei der Laplaceschen Transformation dieser Gleichung ist wegen der Überlagerung $\psi_s(0) = 0$ und anstatt \mathbf{u}_s , $(-\mathbf{u}_s)$ zu nehmen:

$$-\mathbf{u}_s = \mathbf{i}_s R_s + (p + j\omega_1) \psi_s. \quad (4.4)$$

Der Ständerfluß kann mit Hilfe der Operatorinduktivität und des Ständerstromes laut (4.36) und (4.37) ausgedrückt werden:

$$\mathbf{i}_s \left[R_s + (p + j\omega_1) L_d \frac{1 + pT'_d}{1 + pT'_{d0}} \right] = -\mathbf{u}_s.$$

Hiervon erhält man für die Operatorform des Ständerstromes:

$$\mathbf{i}_s = \frac{-\mathbf{u}_s}{R_s + (p + j\omega_1) L_d \frac{1 + pT'_d}{1 + pT'_{d0}}}. \quad (4.41)$$

Nach Ordnen ergibt sich, daß

$$\mathbf{i}_s = -\frac{\mathbf{u}_s}{L_d} \frac{p \frac{T'_{d0}}{T'_d} + \frac{1}{T'_d}}{p^2 + p \left[j\omega_1 + \frac{1}{T'_d} + \frac{1}{T'_s} \right] + \frac{1}{T'_d} \left[j\omega_1 + \frac{1}{T_{s0}} \right]} = -\frac{\mathbf{u}_s}{L_d} \frac{S(p)}{N(p)}, \quad (4.42)$$

wobei

$$T_{s0} = \frac{L_d}{R_s}, \quad T'_s = \frac{L'_d}{R_s} = \frac{L_d}{R_s} \frac{T'_d}{T'_{d0}}.$$

Die Zeitfunktion wird mit Hilfe des Entwicklungssatzes bestimmt. Hierzu sind zunächst die Wurzeln des Nenners zu suchen:

$$N(p) = p^2 + p \left[j\omega_1 + \frac{1}{T'_d} + \frac{1}{T'_s} \right] + \frac{1}{T'_d} \left[j\omega_1 + \frac{1}{T_{s0}} \right] = 0.$$

Wie aus Kapitel 4.105.2 bekannt, ist $p_0 = -\frac{1}{T'_d}$ eine annähernde Wurzel.

Die genauere Wurzel p_1 kann durch Anwendung der Newtonschen Regel angenähert werden:

$$p_1 = p_0 - \frac{N(p_0)}{N'(p_0)}.$$

$$N(p_0) = \frac{1}{T'_d} \left[\frac{1}{T_{s0}} - \frac{1}{T'_s} \right],$$

$$N'(p_0) = j\omega_1 + \frac{1}{T'_s} - \frac{1}{T'_d} \approx j\omega_1,$$

$$p_1 = p_0 - \frac{N(p_0)}{N'(p_0)} = -\frac{1}{T'_d} + j \frac{1}{\omega_1 T'_d} \left[\frac{1}{T_{s0}} - \frac{1}{T'_s} \right]. \quad (4.43)$$

Da die Summe der beiden Wurzeln von Gleichung $N(p) = 0$

$$p_1 + p_2 = -j\omega_1 - \frac{1}{T'_d} - \frac{1}{T'_s}$$

ist, wird die zweite Wurzel

$$p_2 = -\frac{1}{T'_s} - j\omega_1 - j \frac{1}{\omega_1 T'_d} \left[\frac{1}{T_{s0}} - \frac{1}{T'_s} \right] \quad (4.44)$$

sein. Die beiden Wurzeln haben sich also im Verhältnis zu den Näherungswerten um den imaginären Wert:

$$j\Omega = j \frac{1}{\omega_1 T'_d} \left[\frac{1}{T'_s} - \frac{1}{T_{s0}} \right] \quad (4.45)$$

geändert,

$$p_1 = -\frac{1}{T'_d} - j\Omega; \quad p_2 = -\frac{1}{T'_s} - j\omega_1 + j\Omega. \quad (4.46)$$

Im Sinne des Entwicklungssatzes werden durch diese Wurzeln die Exponenten der Zeitfunktion des Stromes bestimmt. Im angewandten Läuferkoordinatensystem gilt, daß

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_s &= A + B e^{p_1 t} + C e^{p_2 t} = \\ &= A + B e^{-\frac{t}{T'_d} - j\Omega t} + C e^{-\frac{t}{T'_s} - j\omega_1 t + j\Omega t} \end{aligned} \quad (4.47)$$

bzw. umgerechnet auf Ständerkoordinaten gemäß (2.25) durch Multiplikation mit $e^{jx} = e^{j(\omega_1 t + a)}$:

$$\mathbf{i}_s = A e^{j(\omega_1 t + a)} + B e^{-\frac{t}{T'_d}} e^{j(\omega_1 - \Omega)t} e^{ja} + C e^{-\frac{t}{T'_s}} e^{j\Omega t} e^{ja}. \quad (4.48)$$

Durch diese Gleichungen ist bewiesen, daß die Gleichstromkomponente des Ständers (das Glied mit dem Koeffizienten C) eigentlich kein wahrer Gleichstrom, sondern ein Wechselstrom von langsamer Kreisfrequenz Ω ist, deren Erregung sich in Richtung des Läufers mit Winkelgeschwindigkeit Ω dreht. Analogerweise dreht sich die Gleichstromkomponente des Läufers mit

Winkelgeschwindigkeit Ω rückwärts gegenüber dem Läufer. Die Winkelgeschwindigkeit Ω ist überhaupt im Verhältnis zu ω_1 ein äußerst kleiner Wert. Ist z. B. $\omega_1 = 314/\text{sec}$, $T'_d = 0,8$ sec, $T'_s = 0,1$ sec, $T'_{s0} = 1$ sec, so gilt gemäß (4.45):

$$\Omega = \frac{1}{314 \cdot 0,8} \left[\frac{1}{0,1} - \frac{1}{1} \right] = 0,0358/\text{sec}.$$

In diesem Fall ist die Winkelgeschwindigkeit ω_1 um das 8800fache größer als Ω .

Während der Zeit $3T'_d$ dreht sich die freie Gleichstromkomponente des Läufers um $\Omega t = 0,086$ im Bogenmaß, also 5° im Winkelmaß gemessen, und auf den $e^{-\frac{3T'_d}{T'_d}} \approx \frac{1}{20}$ Teil ihres Wertes ab. Somit kann diese Verdrehung mit der Winkelgeschwindigkeit Ω lediglich bei Synchronmaschinen außer acht gelassen werden, und ist nur bei besonders großen Wirkwiderständen, also bei kleinen Zeitkonstanten T'_d und T'_s von irgendwelcher Bedeutung. Wir machen nochmals darauf aufmerksam, daß diese Berechnungen nur für ausgewählte Maschinentypen Gültigkeit besitzen (Zylinderläufer, lamelliert, ein zweiphasiges Wicklungssystem am Läufer).

Nach Bestimmung der Wurzeln von Gleichung $N(p) = 0$ kann der Strom $i_s(t)$ durch Anwendung des Entwicklungssatzes berechnet werden. Unter Berücksichtigung von (4.42) gilt (normale Kreisfrequenz [$\omega_1 = 314$] vorausgesetzt):

$$\frac{S(0)}{N(0)} = \frac{\frac{1}{T'_d}}{\frac{1}{T'_d} \left[j\omega_1 + \frac{1}{T'_{s0}} \right]} \approx \frac{1}{j\omega_1}.$$

Bei Gliedern, in denen p_1 und p_2 enthalten sind, können die Näherungswerte $p_1 = -\frac{1}{T'_d}$ und $p_2 = -\frac{1}{T'_s} - j\omega_1$ genommen werden:

$$S(p_1) = -\frac{1}{T'_d} \frac{T'_{d0}}{T'_d} + \frac{1}{T'_d} = -\frac{1}{T'_d} \left[\frac{X'_d}{X'_d} - 1 \right],$$

$$S(p_2) = \left[-\frac{1}{T'_d} - j\omega_1 \right] \frac{T'_{d0}}{T'_d} + \frac{1}{T'_d} \approx -j\omega_1 \frac{T'_{d0}}{T'_d} = -j\omega_1 \frac{X'_d}{X'_d}.$$

Kann $N(p) = (p - p_1)(p - p_2)$ angeschrieben werden, dann folgt:

$$N'(p_1) = p_1 - p_2 \quad \text{und} \quad N'(p_2) = p_2 - p_1 = -N'(p_1),$$

$$N'(p_1) = -N'(p_2) = -\frac{1}{T'_d} + \frac{1}{T'_s} + j\omega_1 \approx j\omega_1.$$

Danach läßt sich der Ständerstrom im Läuferkoordinatensystem wie nachstehend schreiben:

$$\mathbf{i}_s = -\frac{\mathbf{u}_s}{L_d} \left[\frac{1}{j\omega_1} + \frac{-\frac{1}{T'_d} \left[\frac{X'_d}{X_d} - 1 \right]}{-\frac{1}{T'_d} j\omega_1} e^{-\frac{t}{T'_d}} + \right. \\ \left. + \frac{-j\omega_1 \frac{X'_d}{X_d}}{\left[-\frac{1}{T'_s} - j\omega_1 \right] (-j\omega_1)} e^{-\frac{t}{T'_s} - j\omega_1 t} \right].$$

Im Nenner des letzten Gliedes kann $-\frac{1}{T'_s}$ im Verhältnis zu $-j\omega_1$ vernachlässigt werden. Nach Ordnen gewinnt man, daß

$$\mathbf{i}_s = -\frac{\mathbf{u}_s}{jX_d} - \mathbf{u}_s \left[\frac{1}{jX'_d} - \frac{1}{jX_d} \right] e^{-\frac{t}{T'_d}} + \frac{\mathbf{u}_s}{jX'_d} e^{-\frac{t}{T'_s} - j\omega_1 t} \quad (4.49)$$

oder auf das Ständerkoordinatensystem transformiert (mit $e^{j(\omega_1 t + \alpha)}$ multipliziert):

$$\mathbf{i}_s = -\frac{\mathbf{u}_s}{jX_d} e^{j(\omega_1 t + \alpha)} - \mathbf{u}_s \left[\frac{1}{jX'_d} - \frac{1}{jX_d} \right] e^{-\frac{t}{T'_d}} e^{j(\omega_1 t + \alpha)} + \frac{\mathbf{u}_s}{jX'_d} e^{-\frac{t}{T'_s}} e^{j\alpha}. \quad (4.50)$$

Bei den für Wechselstrom von 50 Hz zulässigen kleinen Vernachlässigungen wurde bewiesen, daß die Ständererregung aus drei Teilen zusammengesetzt ist. Diese sind:

- a) der stationäre Kurzschlußwechselstrom,
- b) die Differenz zwischen dem augenblicklichen Kurzschlußwechselstrom und dem stationären Kurzschlußwechselstrom, die mit der Zeitkonstante des Läufers:

$$T'_d = T'_{d0} \frac{X'_d}{X_d} = \frac{L_r}{R_r} \frac{X'_d}{X_d}$$

abnimmt,

- c) der Ständergleichstrom, der mit der Ständerzeitkonstante:

$$T'_s = \frac{L'_d}{R_s} = \frac{X'_d}{\omega_1 R_s}$$

abnimmt. Die Multiplikation mit $e^{j(\omega_1 t + a)}$ zeigt, daß die unter *a*) und *b*) angeführten Werte Drehvektoren von Kreisfrequenz ω_1 sind, während die Vektorstellung der unter *c*) erwähnten Gleichstromerregung durch den Multiplikator e^{ja} bestimmt wird.

Wird der reelle Teil der Komplexzahl als Momentanwert betrachtet, so gelangt man zu der auf anderem Wege gefundenen Gleichung (4.29).

Die Berechnung der Läuferströme geschieht auf Grund der Operatorgleichung (4.34') mit den bei der Berechnung der Ständerströme verwendeten Näherungen sowie mit Hilfe des Entwicklungssatzes. Die Ergebnisse stimmen mit den in Gleichung (4.32) unter Zugrundelegung des Prinzips der Flußkonstanz berechneten Zusammenhängen vollständig überein.

Mit der Methode der Operatorrechnung wurde vorstehend bewiesen, daß die Dämpfung der Ständer- bzw. Läufergleichströme bei 50 Hz praktisch nur von der Kurzschlußzeitkonstante des eigenen Stromkreises abhängig ist.

4.107.1. Der plötzliche Kurzschluß bei belasteter Maschine

Erfolgt der plötzliche Kurzschluß nicht im Leerlauf-, sondern im Lastzustand, so führt auch die Anwendung des Prinzips der Flußkonstanz zur Berechnung der Kurzschlußströme. In Abb. 4.21 wurde das Vektordiagramm der Maschine mit Zylinderläufer unter der Voraussetzung aufgezeichnet, daß die Klemmenspannung (Netzspannung) und der Laststrom bzw. dessen Phasenwinkel bekannt sind.

Es soll zuerst der durch den Läuferstrom allein erregte Läuferfluß bestimmt werden. Dieser besteht aus zwei Teilen: aus dem Fluß des durch den Läuferstrom erregten Hauptfeldes: $\psi_{rm} = \mathbf{i}_r L_m$ bzw. aus dem Streufluß $\psi_{rl} = \mathbf{i}_r L_{rl}$. Der durch den Läuferstrom erregte Gesamtläuferfluß beträgt $\mathbf{i}_r (L_m + L_{rl}) = \mathbf{i}_r L_r$. Der Läuferflußvektor wurde auf die Richtung von \mathbf{u}_p senkrecht in Richtung von \mathbf{i}_r aufgetragen und beide Flußteile wurden angegeben. Der mit der Läuferwicklung verkettete Gesamtfluß wird in bekannter Weise durch die Beziehung $\psi_r = \mathbf{i}_s L_m + \mathbf{i}_r L_r$ geliefert.

Der Vektor ψ_r ist für den angenommenen Betriebszustand im Vektordiagramm erhältlich, indem zum Vektor $\mathbf{i}_r L_r$ der Vektor $\mathbf{i}_s L_m$, welcher letzterer in die Richtung von \mathbf{i}_s zeigt, addiert wird. Findet in diesem Betriebszustand ein plötzlicher dreiphasiger Kurzschluß statt, so bleibt der Fluß ψ_r konstant. Wird dieser Fluß konstanten Wertes in der aus der Abbildung zu ersiehenden

Weise im Verhältnis $\frac{L_m}{L_{rl}}$ aufgeteilt, so ist folgendes ersichtlich:

Das durch die Flußvektoren

$$\psi_r \frac{L_m}{L_r}, \quad \mathbf{i}_r L_r \frac{L_m}{L_r} = \mathbf{i}_r L_m, \quad \mathbf{i}_s L_m \frac{L_m}{L_r} = \mathbf{i}_s \frac{L_m^2}{L_r}$$

gebildete Dreieck ist ähnlich dem durch die Spannungsvektoren \mathbf{u}'_s , \mathbf{u}_p und \mathbf{u} gebildeten. Von diesen Spannungen kann die fiktive Spannung \mathbf{u}'_s , welche auf den Flußvektor ψ_r senkrecht steht so betrachtet werden, daß

diese durch den Fluß $\psi_r \frac{L_m}{L_r}$ induziert wird. Deshalb bleibt die Spannung \mathbf{u}'_s nach dem Kurzschluß konstant. Da aber $\psi_r = \mathbf{i}_s L_m + \mathbf{i}_r L_r$ und

$$\psi_r \frac{L_m}{L_r} = \mathbf{i}_s \frac{L_m^2}{L_r} + \mathbf{i}_r L_m, \quad (4.51)$$

ergibt sich für die durch die Flüsse induzierten Spannungen (es wird auf beiden Seiten mit $j\omega_1$ multipliziert), daß

$$\begin{aligned} \mathbf{u}'_s &= j\omega_1 \psi_r \frac{X_m}{X_r} = j\mathbf{i}_s \frac{X_m^2}{X_r} + j\mathbf{i}_r X_m = \\ &= j\mathbf{i}_s (X_d - X'_d) + \mathbf{u}_p, \end{aligned} \quad (4.52)$$

$$\mathbf{u}'_s = \mathbf{i}_s j (X_d - X'_d) + \mathbf{u}_p, \quad (4.53)$$

woraus

$$\mathbf{u}'_s = \mathbf{u}_s - \mathbf{i}_s j X'_d \quad (4.54)$$

folgt. Während also im stationären Betrieb die von der konstanten Läufererregung abhängige Polspannung \mathbf{u}_p konstant ist, hat man im Kurzschlußaugenblick die Spannung \mathbf{u}'_s als konstant zu betrachten, wobei letztere aus der vorangegangenen Klemmenspannung \mathbf{u}_s so erhältlich ist, daß zu dieser der Spannungsabfall ($-j\mathbf{i}_s X'_d$) addiert wird, der an der transienten Reaktanz X'_d von dem vor dem Kurzschluß bestehenden Betriebsstrom (\mathbf{i}_s) erzeugt wurde. Diese Verhältnisse werden im Vektordiagramm 4.22a gezeigt. Die Spannung \mathbf{u}'_s wurde in der Ersatzschaltung der Abb. 4.22b ebenfalls eingetragen. Die untersuchte Synchronmaschine verhält sich im Kurzschlußaugenblick so, als ob ihre innere Spannung die fiktive Spannung \mathbf{u}'_s , ihr innerer Widerstand die transiente Reaktanz X'_d wären (Abb. 4.22c). Aus den geschilderten Gründen nennt man die Spannung \mathbf{u}'_s die »Spannung hinter der transienten Reaktanz« oder transiente Spannung. Die Bestimmung des Höchstwertes des Kurzschlußwechselstromes wird mit Hilfe der Spannung hinter der transienten Reaktanz \mathbf{u}'_s vorgenommen. Erfolgt der Kurzschluß im Lastzustand der Maschine so ist der Höchstwert des Kurzschlußänderwechselstromes gemäß (4.54'

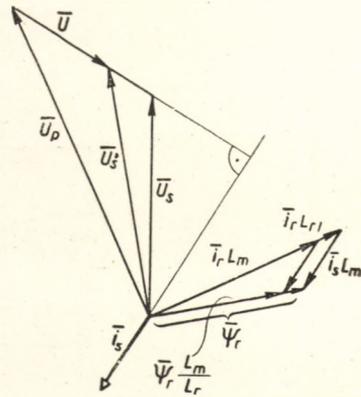


Abb. 4.21. Der Beweis für die Konstanz der Spannung hinter der transienten Reaktanz

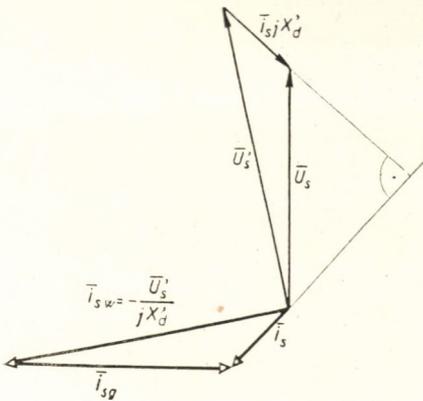


Abb. 4.22a. Die Bestimmung der Kurzschlußströme einer Maschine bei vorheriger Belastung

man die Spannung \mathbf{u}'_s die »Spannung hinter der transienten Reaktanz« oder transiente Spannung. Die Bestimmung des Höchstwertes des Kurzschlußwechselstromes wird mit Hilfe der Spannung hinter der transienten Reaktanz \mathbf{u}'_s vorgenommen. Erfolgt der Kurzschluß im Lastzustand der Maschine so ist der Höchstwert des Kurzschlußänderwechselstromes gemäß (4.54'

mit dem Einsetzen von $\mathbf{u}_s = 0$:

$$\mathbf{i}_{sw} = - \frac{\mathbf{u}'_s}{jX'_d}. \quad (4.55)$$

Der Kurzschlußgleichstrom wird als die Differenz der beiden Stromvektoren

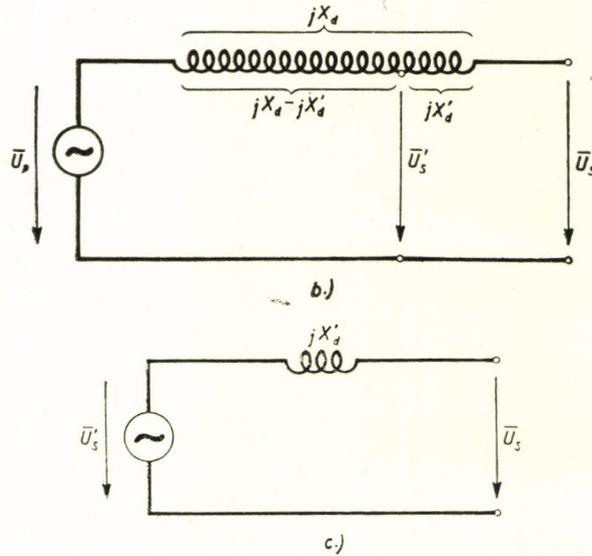


Abb. 4.22b, c. Ersatzschaltungen einer Synchronmaschine im Schaltmoment

\mathbf{i}_{sw} und \mathbf{i}_s gewonnen. \mathbf{i}_{sg} bleibt im Raum stehen, während sich \mathbf{i}_{sw} dreht. Im ersten Augenblick geht der Kurzschlußstrom von dem vor dem Kurzschluß herrschenden Ständerstrom \mathbf{i}_s aus. Dieser Kurzschlußaugenblick ist durch das in Abb. 4.22a enthaltene Vektordiagramm festgehalten.

Schließlich müssen wir auch noch die Frage besprechen, welche Verhältnisse sich ergeben, wenn der Kurzschluß nicht an den Maschinenklemmen, sondern auf einem mehr entfernten Punkt über der äußeren Reaktanz X stattfindet (eventuell hinter Transformator und Fernleitung). Die Reaktanz der Fernleitung bzw. die Streureaktanz des Transformators ändern ihre Werte auf Einfluß des plötzlichen Kurzschlusses praktisch nicht. Beim Kurzschluß entstehen weder im Transformator noch in der Fernleitung ähnliche Übergangsvorgänge, wie sie sich im Generator infolge der relativen Bewegungen von Ständer und Läufer abspielen, auch ist mit keinen Sättigungserscheinungen zu rechnen. Deshalb ist die Berechnung des Kurzschlußstromes unter Berücksichtigung der Reaktanz $X + X'_d$ durchzuführen. Geht der Kurzschluß vom Leerlauf aus, dann ist der Höchstwert des Kurzschlußwechselstromes:

$$\mathbf{i}_{sw} = - \frac{\mathbf{u}_s}{j(X + X'_d)}. \quad (4.56)$$

Beginnt der Kurzschluß beim Lastzustand, wird

$$\mathbf{i}_{sw} = - \frac{\mathbf{u}'_s}{j(X + X_d)} \quad (4.57)$$

sein, wobei \mathbf{u}'_s die dem Lastzustand entsprechende Spannung hinter der transienten Reaktanz ist.

Die Zeitkonstanten sind:

$$T'_s = \frac{X'_d + X}{\omega_1 R_s} \quad (4.58)$$

$$T'_d = T'_{d0} \frac{X'_d + X}{X_d + X} = \frac{X_r}{\omega_1 R_r} \frac{X'_d + X}{X_d + X} \quad (4.59)$$

4.108. Dreiphasiger plötzlicher Kurzschluß der Synchronmaschine mit asymmetrischem Läufer

Es gibt in der Praxis häufig solche Generatoren von kleineren Leistungen, die lamellierte Zylinderläufer haben, doch wird auf dem Läufer nur eine einzige Erregerwicklung vorgesehen, während man auf der Erregerwicklung senkrecht überhaupt keine Wicklung vorfindet (vgl. Kap. 3.102, Abb. 3.2). Auch diesmal soll angenommen werden, daß der Läufer vor und während des Kurzschlusses synchron läuft und die Läuferwicklung soweit erregt ist, daß an den Ständerklemmen die Nennleerlaufspannung zu messen ist. In den Ständerwicklungen entsteht beim plötzlichen dreiphasigen Kurzschluß der Wechselstrom von Grundfrequenz, außerdem ist allgemein — den bisher behandelten Fällen ähnlich — in allen drei Phasen auch die Gleichstromkomponente zu verzeichnen. Durch die Wechselströme von Grundfrequenz der drei Phasen wird gemeinsam der Ständerdrehstrom erzeugt, welcher sich mit der Winkelgeschwindigkeit der Grundfrequenz dreht. Durch die drei Gleichströme wird, wie gesagt, gemeinsam ein stillstehender Gleichstrom geliefert. Durch diesen Ständergleichstrom entsteht in der einphasigen Läuferwicklung der Wechselstrom von Grundfrequenz. Da die Läuferwicklung einphasig ist, erzeugt der in ihr fließende Wechselstrom von Grundfrequenz eine, gegenüber dem Läufer stillstehende, aber zeitlich veränderliche — pulsierende — Erregung. Diese pulsierende Erregung wird in zwei Dreherregungs- bzw. Drehstromkomponenten von halber Amplitude zerlegt, welche im Vergleich zum Läufer mit Synchrongeschwindigkeit umlaufen, und zwar die eine Komponente in Drehrichtung des Läufers, die andere dieser entgegengesetzt. Jene Drehstromkomponente, die dem mechanischen Drehsinn des Läufers entgegengesetzt mit Synchrongeschwindigkeit läuft, befindet sich gegenüber dem Ständer im Stillstand und ist mit dem Ständergleichstrom im Gleichgewicht. Der sich mit dem Läufer im gleichen Drehsinn drehende Läuferstrom dreht sich, relativ zum Ständer, mit doppelter Geschwindigkeit und erzeugt somit in den Ständerwicklungen einen symmetrischen drei-

phasigen Wechselstrom von doppelter Frequenz. Dieser Kurzschlußwechselstrom von doppelter Frequenz fließt, solange der einphasige Läuferstrom von Grundfrequenz besteht; letzterer klingt wiederum mit dem Ständerkurzschlußgleichstrom ab. Hieraus folgt, daß beim plötzlichen dreiphasigen Kurzschluß einer Maschine mit einphasiger Läufererregewicklung in den Ständerwicklungen dreierlei Ströme auftreten. Diese sind: der Wechselstrom von Grundfrequenz, der Wechselstrom von doppelter Frequenz und der Gleichstrom. In der Läuferwicklung werden Wechselstrom von Grundfrequenz und Gleichstrom zugegen sein. Der Ständerwechselstrom von Grund-

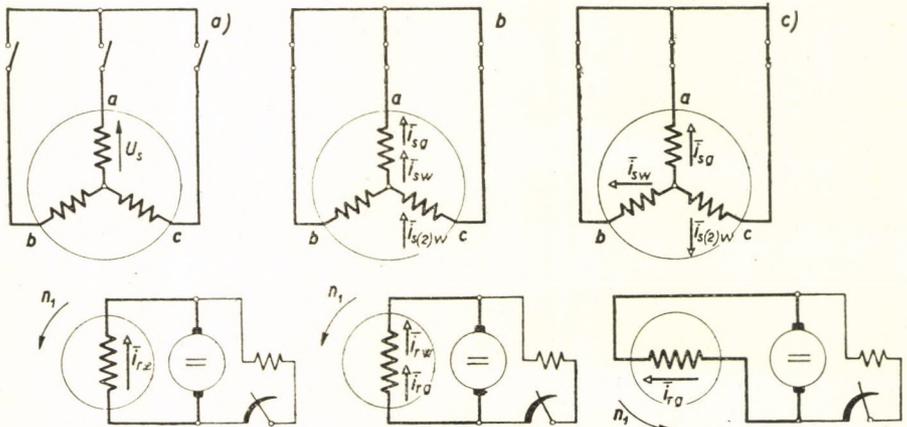


Abb. 4.23. Der plötzliche dreiphasige Kurzschluß einer Maschine mit unsymmetrischem Läufer. Die Stromkomponenten im Kurzschlußaugenblick (Schema b) und eine Viertelperiode später (Schema c)

frequenz klingt mit dem Läufergleichstrom gemeinsam ab. Da vor dem Kurzschluß Leerlaufzustand war, geht der Ständerstrom von Null, der Läuferstrom vom Wert des Leerläufererregestromes aus. Zur Bestimmung der zahlenmäßigen Zusammenhänge soll als Ausgang auch diesmal das Prinzip der Konstanz des Flusses dienen, außerdem sollen die Wirkwiderstände bei den Berechnungen der Anfangsstromwerte vernachlässigt werden. Bei der Festlegung der Dämpfungskonstante werden die Kurzschlußreaktanzen berücksichtigt und wir setzen voraus, daß aus den im vorherigen Kapitel eingehend behandelten Gründen das Abklingen des freien Ständergleichstromes ausschließlich von den Konstanten des Läuferkreises, das Abklingen des Läuferkurzschlußgleichstromes lediglich von den Konstanten des Läuferkreises abhängen. Obiges vorausgeschickt, sieht man auf Grund der Bezeichnungen in Abb. 4.23a den Leerlaufzustand unmittelbar vor dem Kurzschluß. Die Ständerklemmenspannung ist u_s , der Läufererregestrom I_{rL} . Aus Abb. 4.23b ist der Kurzschlußaugenblick ersichtlich: im Ständer treten dreierlei Ströme auf, und zwar der Gleichstrom i_{sg} , der Wechselstrom von Grundfrequenz i_{sw} , der mit dem Läufer mitläuft, und der Wechselstrom von doppelter Frequenz ($i_{s(2)w}$), welcher sich ebenfalls im Läuferdreh Sinn mit doppelter Geschwindig-

keit dreht. Im Läufer tritt der Wechselstrom von Grundfrequenz \mathbf{i}_{rw} und der Gleichstrom \mathbf{i}_{rg} auf. Im Kurzschlußaugenblick ist der mit dem Ständer verkettete Gesamtfluß gleich dem mit dem Ständer im Leerlauf verketteten Fluß. Auch für den Läufer gelten ähnliche Überlegungen. Dementsprechend ist im Kurzschlußzustand gemäß Abb. 4.23b:

$$(\mathbf{i}_{sg} + \mathbf{i}_{sw} + \mathbf{i}_{s(2)w}) L_d + (\mathbf{i}_{rw} + \mathbf{i}_{rg}) L_m = \mathbf{I}_{rL} L_m$$

und

$$(\mathbf{i}_{sg} + \mathbf{i}_{sw} + \mathbf{i}_{s(2)w}) L_m + (\mathbf{i}_{rw} + \mathbf{i}_{rg}) L_r = \mathbf{I}_{rL} L_r .$$

Aus vorstehenden Gleichungen ergibt sich, daß

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{i}_{sg} + \mathbf{i}_{sw} + \mathbf{i}_{s(2)w} &= 0 \\ \mathbf{i}_{rw} + \mathbf{i}_{rg} &= \mathbf{I}_{rL} . \end{aligned} \right\} \quad (4.60)$$

und

Im folgenden werden auch hier die Flüsse und Ströme im Augenblick der Einviertelumdrehung des Läufers untersucht. Gemäß Abb. 4.23c blieb der Ständergleichstrom \mathbf{i}_{sg} an der Stelle; der resultierende Ständerstrom von Grundfrequenz \mathbf{i}_{sw} hat sich mit dem Läufer um eine Vierteldrehung gedreht; der Ständerdrehstrom von doppelter Frequenz $\mathbf{i}_{s(2)w}$ hat sich während dieser Zeitspanne gegenüber seiner ursprünglichen Lage (Richtung der Phasenwicklung a) um eine halbe Umdrehung gedreht. Der Läufergleichstrom \mathbf{i}_{rg} dreht sich mit dem Läufer gemeinsam um 90° nach. Da vor dem Kurzschluß kein Fluß mit dem Ständer in Querrichtung (auf die Phase a senkrecht) verkettet war, bleibt dieser Zustand auch nach dem Kurzschluß bestehen. Folglich können für den Augenblick, in dem sich der Läufer um 90° verdreht hat, nachstehende Zusammenhänge aufgeschrieben werden:

Der mit dem Ständer in Richtung der Ständerphase a verkettete Fluß ist

$$(\mathbf{i}_{sg} - \mathbf{i}_{s(2)w}) L_d = \mathbf{I}_{rL} L_m . \quad (4.61)$$

Der mit dem Ständer auf Richtung der Ständerphase a senkrecht stehend verkettete Fluß beträgt

$$\mathbf{i}_{sw} L_d + \mathbf{i}_{rg} L_m = 0 . \quad (4.62)$$

In derselben Richtung wird der mit dem Läufer verkettete Fluß

$$\mathbf{i}_{sw} L_m + \mathbf{i}_{rg} L_r = \mathbf{I}_{rL} L_r \quad (4.63)$$

sein. Aus Gleichungen (4.62) und (4.63) erhält man:

$$\mathbf{i}_{sw} = -\mathbf{I}_{rL} \frac{L_r L_m}{L_d L_r - L_m^2} ,$$

woraus nach Teilung durch L_r und Multiplizierung mit $j\omega_1$ und $(\mathbf{I}_{rL}jX_m = \mathbf{u}_s)$ eingesetzt:

$$\mathbf{i}_{sw} = -\frac{\mathbf{u}_s}{jX'_d}.$$

Aus (4.62) wird:

$$\mathbf{i}_{rg} = \frac{\mathbf{u}_s}{jX'_d} \frac{X_d}{X_m} = \mathbf{I}_{rL} \frac{X_d}{X'_d}; \quad (4.64)$$

unter Anwendung von (4.60) und (4.61) gilt, daß :

$$\text{außerdem: } \left. \begin{aligned} \mathbf{i}_{sg} + \mathbf{i}_{s(2)w} &= \frac{\mathbf{u}_s}{jX'_d}, \\ \mathbf{i}_{sg} - \mathbf{i}_{s(2)w} &= \frac{\mathbf{u}_s}{jX_d}, \end{aligned} \right\} \quad (4.65)$$

woraus

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{i}_{sg} &= \frac{\mathbf{u}_s}{2} \left[\frac{1}{jX'_d} + \frac{1}{jX_d} \right], \\ \mathbf{i}_{s(2)w} &= \frac{\mathbf{u}_s}{2} \left[\frac{1}{jX'_d} - \frac{1}{jX_d} \right] \end{aligned} \right\} \quad (4.66)$$

berechnet werden können. Damit wurden die Höchstkurzschlußwerte aller drei Ständerstromkomponenten bestimmt. Der resultierende Gleichstrom des Ständers zeigt in Richtung der Phase a und sein Wert ist dem in Phasenumwicklung a auftretenden größten Gleichstrom I_{sg} gleich. Der Strom I_{sg} wird der Ständerzeitkonstante gemäß von diesem Höchstwert auf Null sinken. Die Zeitkonstante wird durch den Ständerwirkwiderstand und durch die Kurzschlußreaktanz des Ständerstromkreises definiert. Man kann aus der ersten Gleichung von Gruppe (4.66) sehen, daß der Wert der vom Gesichtspunkt des plötzlichen Kurzschlußgleichstromes wirksamen Reaktanz

$$\frac{2X_d X'_d}{X_d + X'_d}$$

ist, die Kurzschlußzeitkonstante des Ständers beträgt also

$$T'_s = \frac{1}{\omega_1 R_s} \frac{2X_d X'_d}{X_d + X'_d}. \quad (4.67)$$

Der Ständerwechselstrom von doppelter Frequenz, dessen Wert in Phase a im Kurzschlußaugenblick $\mathbf{i}_{s(2)w} = I_{s(2)w}$ ist, wird ebenfalls gemäß Zeitkonstante T'_s abnehmen.

Der Wechselstrom von Grundfrequenz des Ständers sinkt vom Anfangswert auf den stationären Kurzschlußwert gemäß der Läuferzeitkonstante:

$$T'_d = \frac{X_r}{\omega_1 R_r} \frac{X'_d}{X_d} = T'_{d0} \frac{X'_d}{X_d}. \quad (4.68)$$

Damit können wir den Momentanwert des Gesamtkurzschlußstromes von Phase a für den Fall aufschreiben, wenn der Kurzschluß in dem Augenblick erfolgt, in dem die Läuferwicklung gerade der Ständerphasenwicklung a gegenüberliegt und am Läufer außer der Erregerwicklung keine andere Wicklung angeordnet ist. Demnach wird

$$\begin{aligned} i_{sa} = & -\frac{U_s}{X_d} \cos \omega_1 t - U_s \left[\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right] \cos \omega_1 t e^{-\frac{t}{T'_d}} + \\ & + \frac{U_s}{2} \left[\frac{1}{X'_d} + \frac{1}{X_d} \right] e^{-\frac{t}{T'_s}} + \frac{U_s}{2} \left[\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right] \cos 2\omega_1 t e^{-\frac{t}{T'_s}} \end{aligned} \quad (4.69)$$

sein. Findet der Kurzschluß dann statt, wenn der Läufer auf die Achse der Ständerwicklung a bezogen um Winkel α verdreht war, so gilt im allgemeinen:

$$\begin{aligned} i_{sa} = & -\frac{U_s}{X_d} \cos(\omega_1 t + \alpha) - U_s \left[\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right] \cos(\omega_1 t + \alpha) e^{-\frac{t}{T'_d}} + \\ & + \frac{U_s}{2} \left[\frac{1}{X'_d} + \frac{1}{X_d} \right] e^{-\frac{t}{T'_s}} \cos \alpha + \frac{U_s}{2} \left[\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right] \cos(2\omega_1 t + \alpha) e^{-\frac{t}{T'_s}}. \end{aligned} \quad (4.70)$$

In den beiden anderen Phasen sind die Ströme im Verhältnis zu Phase a zeitlich um 120° bzw. 240° versetzt. Daher wird:

$$\begin{aligned} i_{sb} = & -\frac{U_s}{X_d} \cos\left(\omega_1 t + \alpha - \frac{2\pi}{3}\right) - U_s \left[\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right] \cos\left(\omega_1 t + \alpha - \frac{2\pi}{3}\right) e^{-\frac{t}{T'_d}} + \\ & + \frac{U_s}{2} \left[\frac{1}{X'_d} + \frac{1}{X_d} \right] \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) e^{-\frac{t}{T'_s}} + \\ & + \frac{U_s}{2} \left[\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right] \cos\left(2\omega_1 t + \alpha - \frac{2\pi}{3}\right) e^{-\frac{t}{T'_s}} \end{aligned} \quad (4.71)$$

und

$$\begin{aligned} i_{sc} = & -\frac{U_s}{X_d} \cos\left(\omega_1 t + \alpha - \frac{4\pi}{3}\right) - U_s \left[\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right] \cos\left(\omega_1 t + \alpha - \frac{4\pi}{3}\right) e^{-\frac{t}{T'_d}} + \\ & + \frac{U_s}{2} \left[\frac{1}{X'_d} + \frac{1}{X_d} \right] \cos\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right) e^{-\frac{t}{T'_s}} + \\ & + \frac{U_s}{2} \left[\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right] \cos\left(2\omega_1 t + \alpha - \frac{4\pi}{3}\right) e^{-\frac{t}{T'_s}}. \end{aligned} \quad (4.72)$$

In Abb. 4.24 sind die Stromkomponenten von Phase *a* für den Fall gezeigt, wenn der plötzliche dreiphasige Kurzschluß im Nullübergangsaugenblick der Phasenspannung *a* erfolgt. Auf der unteren Zeichnung der Abb. 4.24 kann man den resultierenden Kurzschlußstrom sehen. Es ist interessant zu bemer-

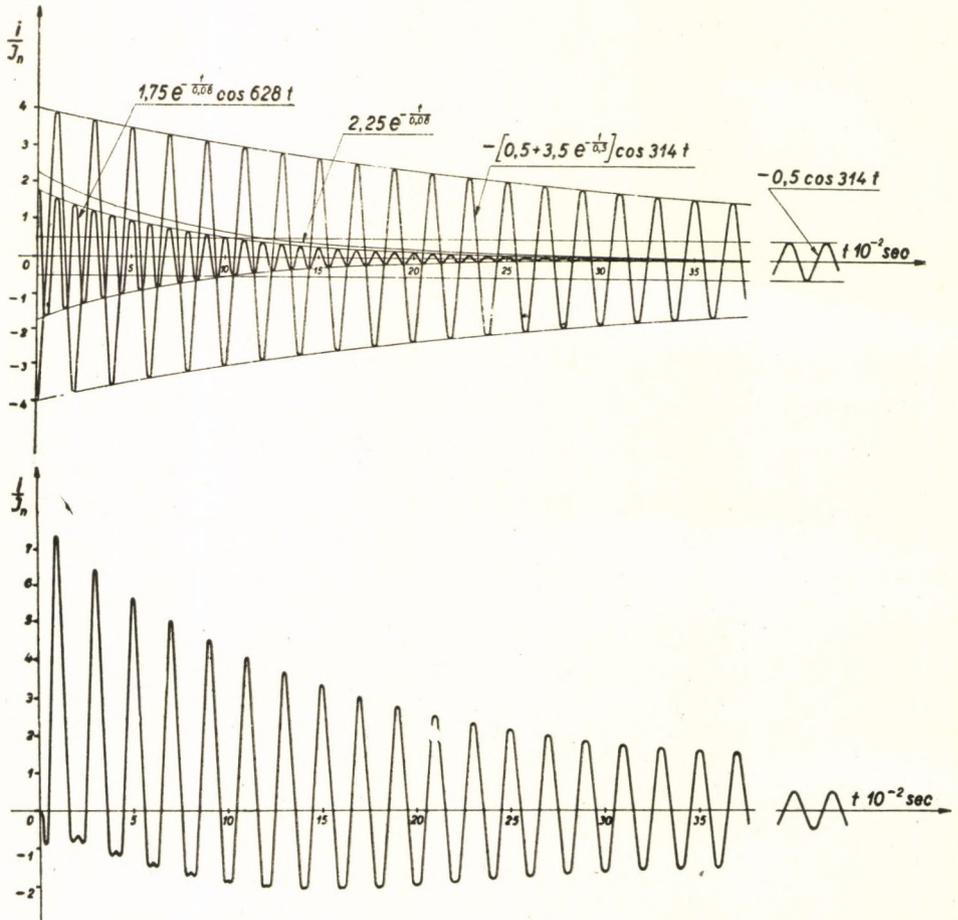


Abb. 4.24. Der Kurzschlußstrom und seine Komponenten in einer Phase der Maschine mit unsymmetrischem Läufer bei plötzlichem dreiphasigem Kurzschluß

ken, daß die Scheitelpunkte der Kurve des Wechselstromes von Grundfrequenz im angenommenen Kurzschlußausgangszustand (die Scheitelpunkte von positiver und auch negativer Richtung) immer mit den positiven Scheitelpunkten der Wellenlinie von doppelter Frequenz zusammenfallen. Daher wird die Hüllkurve des symmetrischen Stromes von Grundfrequenz in diesem Fall durch den Wechselstrom von doppelter Frequenz ebenso einseitig verschoben wie durch den Gleichstrom. Man geht bei der Auswertung eines

Oszillogramms, bei welchem im Ständer auch die zweite Oberwelle vorhanden ist und der Kurzschluß in der untersuchten Phase beim Spannungsnullübergang stattgefunden hat, richtig vor, wenn zwischen den unteren und oberen Hüllkurven der ursprünglichen Kurve auch diesmal die Halbierungslinie konstruiert wird. Die Mittellinie des symmetrischen Wechselstromes wird auch in diesem Fall diese Halbierungslinie sein. Durch die Extrapolation der Mittellinie für Zeitpunkt $t = 0$ wird aber nicht der Höchstwert des Gleichstromes, sondern der gemeinsame Höchstwert von Gleich- und Wechselstrom von doppelter Frequenz geliefert. Die Summe beider Werte ist mit dem Kurzschlußhöchstwert des Wechselstromes von Grundfrequenz entgegengesetzt gleich groß. Diese Konstruktion kann nicht verwendet werden, wenn der Kurzschluß nicht im Augenblick des Spannungsnullüberganges erfolgt ist.

Man bekommt für die Läuferströme die gleichen Zusammenhänge wie bei dem Läufer mit symmetrischer mehrphasiger Wicklung. Hieraus folgt gemäß Gleichungen (4.60) und (4.64), daß

$$\mathbf{i}_{rg} + \mathbf{i}_{rw} = \mathbf{I}_{rL} = \mathbf{I}_{rL} \frac{X_d}{X'_d} + \mathbf{i}_{rw},$$

woraus sich

$$\mathbf{i}_{rw} = \mathbf{I}_{rL} \frac{X'_d - X_d}{X'_d}$$

ergibt und der resultierende Läuferstrom

$$\mathbf{i}_r = \mathbf{I}_{rL} \frac{X'_d - X_d}{X'_d} e^{-\frac{t}{T'_i}} \cos \omega_1 t + \mathbf{I}_{rL} - \mathbf{I}_{rL} \frac{X'_d - X_d}{X'_d} e^{-\frac{t}{T_i}} \quad (4.73)$$

sein wird.

4.108.1. Kurzschluß der Maschine mit ausgeprägten Polen

Hat die Maschine ausgeprägte Pole, jedoch am Pol nur eine einzige Wicklung (es ist weder Dämpferwicklung noch massiver Läufer vorhanden), dann wird — wie aus Kapitel 3.202.1 bekannt — die synchrone Längs- und Querreaktanz in den Richtungen der beiden Läuferhauptachsen verschieden sein. Beträgt die synchrone Querreaktanz des Ständers $X_q = X_{sl} + X_{mq}$ und die Längsreaktanz $X_d = X_{sl} + X_{md}$, so zeigt sich bei der Berechnung des Kurzschlußständerstromes im Unterschied zum vorherigen Fall, daß bei der um 90° verdrehten Läuferstellung nicht die Induktivität L_d , sondern die Induktivität L_q den mit dem Ständer verketteten Kraftlinien zugeordnet ist. Daher bleiben sämtliche Gleichungen bis auf Gl. (4.61) gültig. Diese gestaltet sich wie folgt:

$$(\mathbf{i}_{sg} - \mathbf{i}_{s(2w)}) L_q = \mathbf{I}_{rL} L_m; \quad (4.74)$$

wird diese für Phase a angewendet, so gilt, daß

$$\begin{aligned}
 i_{sa} = & -\frac{U_s}{X_d} \cos(\omega_1 t + a) + U_s \left[\frac{1}{X_d} - \frac{1}{X'_d} \right] \cos(\omega_1 t + a) e^{-\frac{t}{T'_d}} + \\
 & + \frac{U_s}{2} \left[\frac{1}{X'_d} + \frac{1}{X_q} \right] \cos a e^{-\frac{t}{T'_s}} + \\
 & + \frac{U_s}{2} \left[\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_q} \right] \cos(2\omega_1 t + a) e^{-\frac{t}{T'_s}}.
 \end{aligned} \tag{4.75}$$

Für die beiden anderen Phasen sind die Ströme in der bekannten Weise anzuschreiben. Der Wert der Läuferzeitkonstante bleibt genau so groß wie im Fall des symmetrischen Läufers:

$$T'_d = \frac{L_r}{R_r} \frac{L'_d}{L_d} = T'_{d0} \frac{X'_d}{X_d},$$

dagegen ist die Ständerzeitkonstante

$$T'_s = \frac{1}{\omega_1 R_s} \frac{2 X'_d X_q}{X'_d + X_q}. \tag{4.76}$$

4.109. Messung der rückkehrenden Spannung

Die Messung des plötzlichen Kurzschlusses, die zur Bestimmung der Kurzschlußströme bzw. der transienten Reaktanz der Synchronmaschine führt, ist in den Prüffeldern für größere Maschinen nicht beliebt. Die Kurzschlußmessung erfordert große Vorbereitungen, Umsicht und präzise Auswertung aller drei Phasenwerte. Zur Ermittlung der Kurzschlußkonstanten wurde die sog. Messung der rückkehrenden Spannung vor allem durch sowjetische Ingenieure entwickelt. Es sei bemerkt, daß in der Folge ebenfalls eine solche Maschine untersucht wird, an deren Läufer außer der symmetrischen Erregerwicklung keine andere kurzgeschlossene Wicklung vorhanden und der Eisenkörper des Läufers lamelliert ist. Die Messung selbst erfolgt in folgender Weise: der Läufer der Synchronmaschine in Abb. 4.25 wird synchron gedreht und im stationären Kurzschlußzustand vor der Messung mit einem Erregerstrom erregt, welcher der Leerlaufspannung entspricht. Dabei entsteht im Ständer der Strom I_k . Der Schalter S wird in diesem Betriebszustand plötzlich dreiphasig geöffnet und man oszillographiert an den Ständerklemmen die rückkehrende Spannung. Es ist üblich, auch die Läuferstromänderung zu messen.

Das Oszillogramm einer solchen Messung wurde in Abb. 4.26a veranschaulicht. Die Differenz der stationären und rückkehrenden Spannung nimmt exponentiell ab, erreicht sodann im stationären Zustand den Wert Null. Wird in dieses Oszillogramm die Hüllkurve der Sinuslinie eingetragen, so ist

der Spannungswert im Augenblick der Unterbrechung U'_s erhältlich, indem diese Hüllkurve für den Zeitpunkt $t = 0$ (der Augenblick der Unterbrechung) extrapoliert wird. Die Auswertung kann am besten erfolgen, wenn die Kurve auf semilogarithmischem Papier durch eine Gerade dargestellt wird. Beträgt der Wert des stationären Kurzschlußstromes I_k , so gilt für den Absolutwert der transienten Reaktanz

$$X'_d = \frac{U'_s}{I_k} \quad (4.77)$$

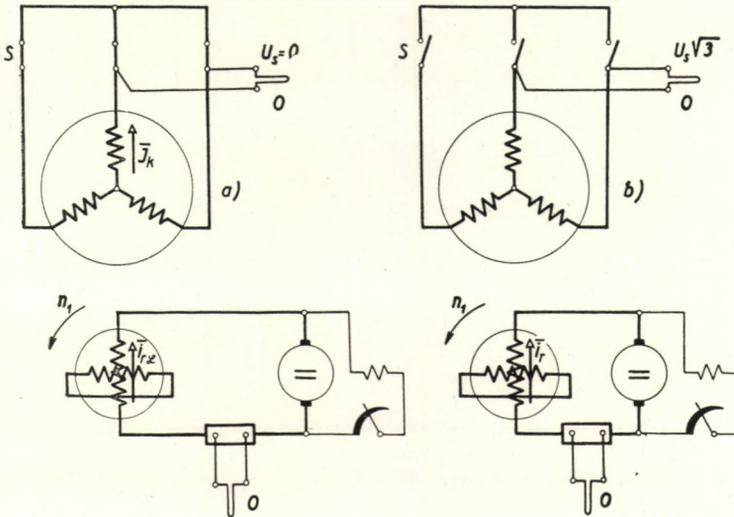


Abb. 4.25. Anordnung der Spannungsrückkehrmessung

Die Messung dem geschilderten Verfahren gemäß läßt sich ohne jede Schwierigkeit und besondere Vorbereitung sowohl im Prüffeld als auch im Betrieb außerordentlich einfach durchführen. Obiger Zusammenhang kann unter Zugrundelegung des Prinzips der Konstanz des Flusses leicht erklärt werden. Die Ständerspannung ist dem stationären Kurzschlußzustand entsprechend gleich Null, man kann also anschreiben, daß

$$\mathbf{I}_k X_d + \mathbf{I}_{rL} X_m = 0,$$

woraus

$$\mathbf{I}_{rL} = -\mathbf{I}_k \frac{X_d}{X_m} \quad (4.78)$$

folgt. Der Läuferfluß unterliegt nach Öffnen der Ständerklemmen keiner Änderung, woraus für den Läuferstrom nach Öffnen des Schalters die Beziehung

$$\mathbf{I}_k L_m + \mathbf{I}_{rL} L_r = \mathbf{I}_r L_r \quad (4.79)$$

angeschrieben werden kann, wobei \mathbf{I}_r den Effektivwert des Läuferstromes nach Öffnen der Ständerklemmen bedeutet. Wird mit $j\omega_1$ multipliziert und durch L_r dividiert, so erhält man

$$\mathbf{I}_k \frac{X_m}{X_r} + \mathbf{I}_{rL} = \mathbf{I}_r$$

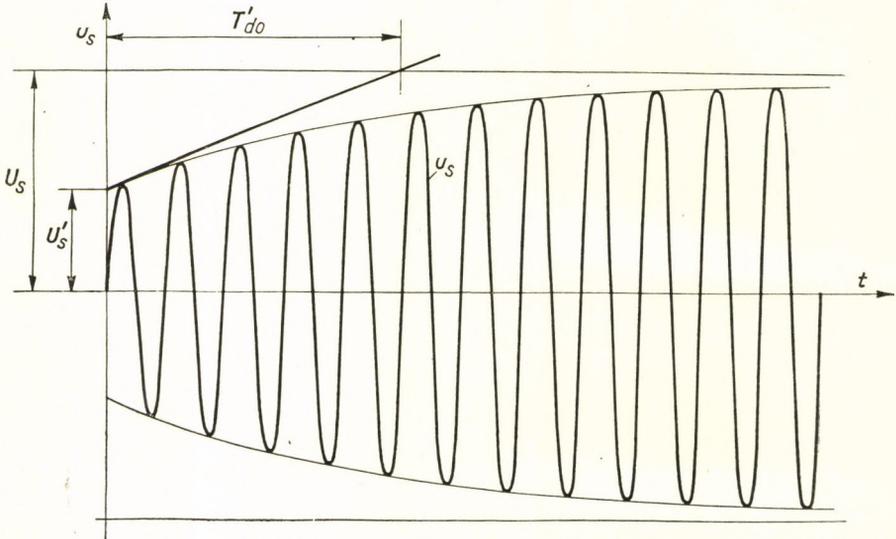


Abb. 4.26a. Die Ständerspannungsänderung nach unterbrochenem Kurzschluß

oder unter Anwendung von (4.78):

$$\mathbf{I}_k \left[\frac{X_m}{X_r} - \frac{X_d}{X_m} \right] = \mathbf{I}_r. \quad (4.80)$$

Die Spannung an den offenen Klemmen wird gewonnen, indem man die momentane Erregung des Läufers (\mathbf{I}_r) mit jX_m multipliziert:

$$\mathbf{U}'_s = j\mathbf{I}_k \left[\frac{X_m^2}{X_r} - X_d \right] = -j\mathbf{I}_k X'_d. \quad (4.81)$$

Aus letzterer Gleichung ergibt sich das schon oben angeschriebene Ergebnis:

$$X'_d = -\frac{\mathbf{U}'_s}{j\mathbf{I}_k}.$$

Die Spannungsdifferenz nimmt exponentiell ab, und zwar laut der Leerlaufzeitkonstante des Läufers. Der Gesamtverlauf der rückkehrenden Spannung

kann durch nachstehenden Zusammenhang ausgedrückt werden:

$$u_s = U_s \sin \omega_1 t - (U_s - U'_s) \sin \omega_1 t e^{-\frac{t}{T'_{d0}}}, \quad (4.82)$$

wobei

$$T'_{d0} = \frac{L_r}{R_r} = \frac{X_r}{\omega_1 R_r}$$

ist. Die Leerlaufzeitkonstante T'_{d0} ist aus der Hüllkurve des Oszillogramms,

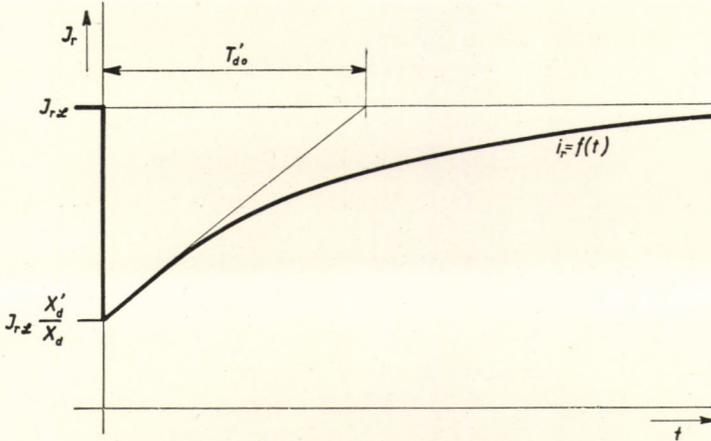


Abb. 4.26b. Der Verlauf des Läuferstromes während der Spannungsrückkehrmessung

am einfachsten aus der Zeichnung im semilogarithmischen Maßstab zu bekommen. Nach Ermittlung des Wertes X'_d wird die Kurzschlußzeitkonstante T'_d unter Zugrundelegung des Zusammenhanges

$$T'_d = T'_{d0} \frac{X'_d}{X_d}$$

berechnet. Der Ausdruck (4.82) läßt sich auch in anderer Form anschreiben:

$$u_s = I_k X_d \sin \omega_1 t - I_k (X_d - X'_d) \sin \omega_1 t e^{-\frac{t}{T'_{d0}}}. \quad (4.83)$$

Für die transiente Stromstärke des Läufers ergibt sich im Kurzschlußaugenblick gemäß Gleichungen (4.78) und (4.80):

$$I_r = I_{rL} \frac{X'_d}{X_d}. \quad (4.84)$$

Bei der Messung der rückkehrenden Spannung nimmt also die Läuferstromstärke, bezogen auf die Leerläuferregung, im gleichen Verhältnis ab, wie sie sich bei dem Kurzschlußversuch plötzlich erhöht hat.

Nachdem aber der transiente Läuferstrom der Leerlaufzeitkonstante des Läufers T'_{d0} gemäß zunimmt und den ursprünglichen Wert I_{rL} unter exponentieller Änderung erreicht (vgl. Abb. 4.26b), entsteht in der Ständerwicklung nicht nur infolge der Drehung, sondern auch infolge der exponentiellen Änderung des Flusses induzierte Spannung. Diese Spannung ist, wie wir sehen werden, bei normalen Industriefrequenzen (50—60 Hz) im Vergleich zu der drehinduzierten Spannung verschwindend klein.

Namentlich ändert sich der Läuferstrom wie aus Abb. 4.26b ersichtlich, gemäß Funktion

$$i_r = I_{rL} - I_{rL} \left(1 - \frac{X'_d}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T'_{d0}}}. \quad (4.85)$$

Für das mit der Ständerwicklung verkettete Feld gilt

$$\psi_{se} = L_m i_r = L_m I_{rL} \left[1 - \frac{X_d - X'_d}{X_d} e^{-\frac{t}{T'_{d0}}} \right] \quad (4.86)$$

und die infolge der exponentiellen Feldänderung induzierte Spannung ist

$$u_{se} = \frac{d\psi_{se}}{dt} = \frac{1}{T'_{d0}} L_m I_{rL} \frac{X_d - X'_d}{X_d} e^{-\frac{t}{T'_{d0}}}. \quad (4.87)$$

Die mit Gleichung (4.87) bestimmte Spannung erreicht ihren Höchstwert im Augenblick $t = 0$, wobei diese

$$U_{se \max} = L_m I_{rL} \frac{X_d - X'_d}{X_d} \frac{\omega_1 R_r}{X_r} \quad (4.88)$$

ist. Die im Augenblick $t = 0$ infolge der Drehung induzierte U'_s (die kleinste) Spannung beträgt

$$U'_s = L_m I_{rL} \frac{X'_d}{X_d}. \quad (4.89)$$

Das Verhältnis dieser beiden Spannungen ist

$$\frac{U'_s}{U_{se \max}} = \frac{X_d - X'_d}{X'_d} \frac{R_r}{X_r} = \frac{X_d - X'_d}{\omega_1 X'_d} \frac{1}{T'_{d0}}. \quad (4.90)$$

So z. B. beläuft sich bei $X_d = 160\%$, $X'_d = 20\%$ und $T'_{d0} = 4,5$ sec.

$$\frac{U'_s}{U_{se \max}} \approx \frac{1}{200}.$$

Dies besagt also, daß die durch die Feldänderung induzierte Spannung gegenüber der durch die Drehung induzierten Spannung in praktischen Fällen vernachlässigt werden kann. Der zeitliche Verlauf des Läuferstromes wird durch Abb. 4.26b veranschaulicht, der klar zu entnehmen ist, daß der Läuferstrom im Augenblick der Unterbrechung des stationären Kurzschlußstromes sprunghaft abnimmt. Dies ist darauf zurückzuführen, daß der mit dem über die Erregermaschine kurzgeschlossenen Läufer verkettete Fluß — der vor der Unterbrechung durch den stationären Kurzschlußstrom (durch die Armaturreaktion) und den Läuferstrom \mathbf{I}_{rL} gemeinsam erregt wird — sich nicht sprunghaft ändern kann. Da aber die Armaturreaktion im Augenblick der Unterbrechung plötzlich aufhört, kann der Läuferfluß nur dann konstant bleiben, wenn der Läuferstrom plötzlich abfällt. Nach der Unterbrechung fließt nur im Läuferkreis Strom, dessen Verlauf bei offenen Ständerklemmen durch die Leerlaufzeitkonstante des Läufers T'_{do} bestimmt wird. Wie auch aus der Abbildung zu ersehen ist, erreicht der Läuferstrom — indem er der Zeitkonstante T'_{do} gemäß exponentiell zunimmt — wiederum den Wert \mathbf{I}_{rL} , während die Ständerspannung derselben Zeitkonstante gemäß bis zum Wert U_s zunimmt.

Bei der Messung der rückkehrenden Spannung kann die im Augenblick der Unterbrechung auftretende Spannung auch auf Grund unserer Ausführungen über den stationären Kurzschluß (Abschn. 3.201.5) sowie auf der Grundlage unserer Erörterungen über die Spannung hinter der transienten Reaktanz (Kap. 4.107) einfach berechnet werden. Es gilt nämlich im stationären Kurzschlußzustand gemäß Gleichung (3.8), daß

$$\mathbf{I}_k = -\frac{\mathbf{U}_p}{jX_d}. \quad (3.8')$$

Der Wert der Spannung hinter der transienten Reaktanz laut Zusammenhang (4.53) bleibt bei plötzlicher Ständerstromänderung — infolge der Konstanz des Läuferflusses — konstant; somit können wir (unter Einsetzen von $\mathbf{i}_s = \mathbf{I}_k$) anschreiben, daß

$$\mathbf{U}'_s = \mathbf{I}_k j(X_d - X'_d) + \mathbf{U}_p \quad (4.53')$$

oder aus Gl. (3.8') der Wert von \mathbf{U}_p eingesetzt

$$\mathbf{U}'_s = -j\mathbf{I}_k X'_d. \quad (4.81')$$

Bei der Messung der rückkehrenden Spannung wird im Augenblick der Aufhebung des Kurzschlußzustandes die transiente Spannung U'_s gemessen. Es ist interessant, daß die transiente Spannung von Synchronmaschinen in normalem Betrieb (ähnlich wie die Polspannung U_p) unmittelbar nicht gemessen werden kann und als eine virtuelle Spannung zu betrachten ist. Hingegen wird die Spannung hinter der transienten Reaktanz (die transiente Spannung) bei der Messung der rückkehrenden Spannung genau so meßbar in Form der Klemmenspannung wie beim Leerlauf der Maschine die Polspannung.

4.110. Subtransiente Reaktanz

Bisher wurde der dreiphasige plötzliche Kurzschluß an solchen Maschinen gemessen, deren Läufer lamelliert war und eine einzige Zweiphasenwicklung hatte (letztere konnte auch symmetrisch mehrphasig sein). Nachstehend werden die Kurzschlußvorgänge solcher Maschinen besprochen, bei denen am Läufer auch die im Kapitel 3.102.1 behandelte Dämpferwicklung angeordnet wurde. Wird die Messung des plötzlichen Kurzschlusses an solchen

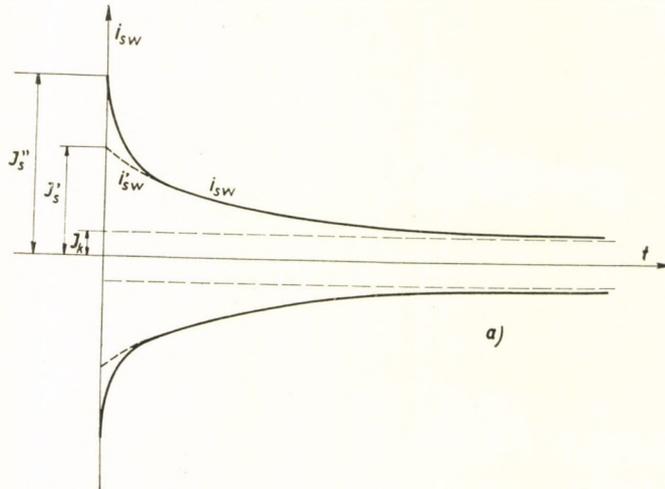


Abb. 4.27a. Hüllkurve der subtransienten Kurzschlußströme

Maschinen oder an Turbogeneratoren mit massivem Läufer durchgeführt (während des Kurzschlußvorganges übt der massive Läufer wegen der entstehenden Wirbelströme eine ähnliche Wirkung aus wie die kurzgeschlossenen Dämpferwicklungen), so gewinnt man bei der Auswertung folgendes Ergebnis. Der symmetrische Wechselstromteil des Kurzschlußstromes und dessen Hüllkurve (i_{sw}), wie in Abb. 4.27a dargestellt, wird aus dem Oszillogramm in der schon bekannten Weise gezeichnet. Ebenso überträgt man mit dem gleichfalls schon bekannten Verfahren die Ordinatenunterschiede, welche zwischen dieser Kurve und dem stationären Kurzschlußstrom ($i_{sw} - I_k$) bestehen, auf semilogarithmisches Papier. Hierbei macht man die Erfahrung, daß die Hüllkurve im logarithmischen Maßstab nicht durchgehend mit einer Geraden dargestellt werden kann (s. Abb. 4.27b). Man sieht vielmehr, daß der Strom in der Nähe des Kurzschlußzeitpunktes (wenige Perioden hindurch) schneller als exponentiell abnimmt und nur später in eine Gerade (richtiger gesagt: in die exponentielle Abnahme) übergeht. Der gerade Teil ($i'_{sw} - I_k$), welcher der exponentiellen Abnahme entspricht, wird für den Zeitpunkt $t = 0$ extrapoliert. Die Ordinatenunterschiede zwischen dieser Geraden und der tatsächlichen Hüllkurve sollen neuerlich im logarithmischen Maßstab dargestellt ($i_{sw} - i'_{sw}$) werden. Man macht die Erfahrung, daß diese Unterschiede wieder

eine Gerade in logarithmischer Darstellung liefern. Die Abweichung des Abklingens des Kurzschlußwechselstromes von dem exponentiellen Teil der Kurve weist selber eine exponentielle Abnahme auf. Dieser Umstand läßt darauf folgern, daß der plötzliche Kurzschlußstrom bei Maschinen mit Dämpferwicklungs- oder Massivläufern nicht einfach exponentiell abnimmt, sondern als die Summe von zwei exponentiell abnehmenden Strömen aufgefaßt werden kann. Wie der Abb. 4.27 zu entnehmen ist, gewinnt man auch diesmal den Anfangswert des plötzlichen Kurzschlußstromes in der semilogarithmischen Darstellung durch die Extrapolation der Geraden, falls die Stromwerte

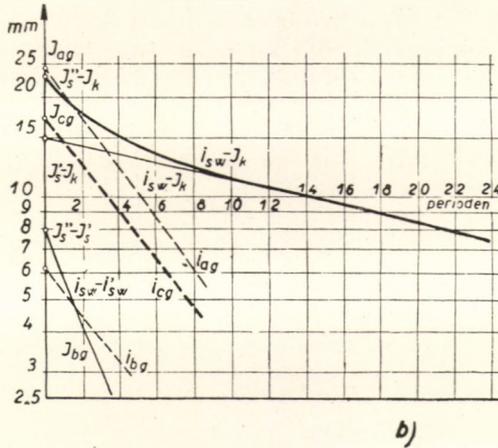


Abb. 4.27b. Die Darstellung der Hüllkurve der subtransienten Kurzschlußströme im logarithmischen Strommaßstab

$i_{sw} - i'_{sw}$ in der oben angeführten Weise gezeichnet werden. Die Stromwerte I'_s bekommt man auf Grund des beim Generator ohne Dämpferwicklung angewandten Verfahrens durch die Extrapolation der Geraden der Ströme $i'_{sw} - I_k$. Demzufolge kann man für den Gesamtverlauf der Hüllkurve des symmetrischen Kurzschlußwechselstromes nachstehenden kennzeichnenden Zusammenhang anschreiben:

$$i_{sw} = (I'_s - I_s) e^{-\frac{t}{T'_d}} + (I'_s - I_k) e^{-\frac{t}{T''_d}} + I_k. \quad \text{[(4.91)]}$$

Das heißt also, daß i_{sw} im Kurzschlußaugenblick mit I''_s gleich ist, sodann nähert sich der Strom sehr schnell (mit kleiner Zeitkonstante T''_d) dem Strom i'_{sw} , wobei letzterer langsamer (der größeren Zeitkonstante T'_d gemäß) den stationären Kurzschlußstrom I_k erreicht. Würde sich also am Läufer der Maschine keine Dämpferwicklung befinden, so wäre der Wert des größten symmetrischen Kurzschlußwechselstromes I'_s , der laut der transienten Zeitkonstante T'_d abnimmt. Demgegenüber beweist aber das Oszillogramm, daß der erste Kurzschlußstromstoß auf Wirkung der Dämpferwicklung (oder

wegen des massiven Läuferisenkörpers) wesentlich größer sein wird. Diese erste größere Kurzschlußstromstärke (I_s'') wird subtransienter Kurzschlußstrom genannt und jene Zeitkonstante, nach der der Strom die Linie des rein exponentiell abnehmenden transienten Stromes erreicht: subtransiente Zeitkonstante (vorstehend T_d''). Demnach geht man bei der Auswertung des plötzlichen Kurzschlußoszillogramms einer mit massivem Läufer oder Dämpferwicklung versehenen Synchronmaschine so vor, daß zunächst die Hüllkurven konstruiert, sodann die zwischen ihnen in Ordinatendirection liegenden Abstände halbiert werden. Die Gleichstromkomponente des plötzlichen Kurzschlußstromes wird durch die Halbierungslinien geliefert. Es erübrigt sich, die auf die Gleichstromkomponente als Mittellinie bezogene Wellenlinie auf die Abszissenachse umzuzeichnen, nachdem die Gleichstromkomponente als Symmetrieachse schon zur Verfügung steht. Die Differenzen zwischen den Ordinaten der symmetrischen Hüllkurve und dem Wert des stationären Stromes I_k werden auf semilogarithmisches Papier gezeichnet, wobei man zur Kurve $i_{sw} - I_k$ gelangt. Wird die Strecke der Kurve, die sich auf die ersten wenigen Perioden nach dem plötzlichen Kurzschluß bezieht, außer acht gelassen, so lassen sich die Punkte der Hüllkurve mit einer Geraden verbinden ($i'_{sw} - I_k$). Wenn man diese Gerade für den Augenblick $t = 0$ extrapoliert, ist der Wert $I_s' - I_k$ erhältlich, woraus sich der transiente Kurzschlußstrom bzw. die transiente Reaktanz bestimmen läßt:

$$X_d' = \frac{U_s}{I_s'} . \quad (4.92)$$

Die in Ordinatendirection fallenden Abstände zwischen der Geraden des transienten Stromes und der effektiven Hüllkurve werden wiederum auf logarithmisches Papier aufgetragen und die Punkte verbunden. Diese Gerade wird beim Wert $t = 0$ an der Ordinatendirection den Anfangswert von $I_s'' - I_s'$ ausschneiden; hieraus kann man den Höchstwert des subtransienten Kurzschlußwechselstromes und die subtransiente Reaktanz ermitteln:

$$X_d'' = \frac{U_s}{I_s''} . \quad (4.93)$$

Der Anfangsstrom $I_s'' - I_s'$ kann in der Praxis im allgemeinen nicht sehr genau extrapoliert werden. Die subtransiente Zeitkonstante ist nämlich meistens von der Größenordnung von ein bis zwei Perioden, daher stehen uns in der Regel nur zwei, drei Punkte zur Verfügung, welcher Umstand die Auswertung schon unsicher macht. Es ist daher richtiger, den subtransienten Strom I_s'' aus den Anfangswerten der Gleichstromkomponenten der einzelnen Phasen zu bestimmen, indem der mögliche Höchstwert der Gleichstromkomponente gemäß Abb. 4.14 konstruiert wird. Dieser muß immer der Amplitude des subtransienten Stromes gleich sein. Diese Methode der Auswertung des Oszillogramms des plötzlichen Kurzschlusses ist strenggenommen nur dann richtig, wenn am Läufer tatsächlich nur zwei Wicklungen vorhanden

sind, und zwar die symmetrische mehrphasige Dämpferwicklung (Käfigwicklung) und die Erregerwicklung. Wenn hingegen die Käfigwicklung beispielsweise durch den massiven Stahlkörper vertreten ist — und dieser Fall liegt beim Turboläufer fast immer vor —, nähert sich der subtransiente Strom haupt-

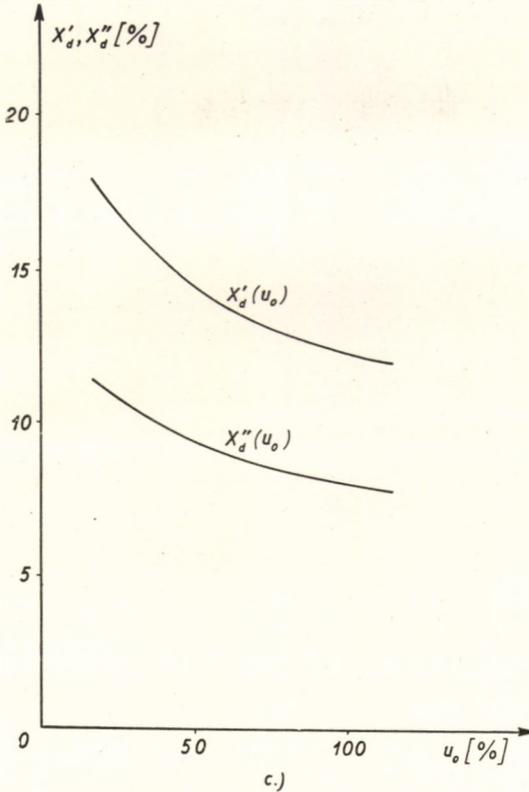


Abb. 4.27c. Sättigungskurven der Reaktanzen X'_d und X''_d von einem Turbogenerator mit Massivläufer

sächlich auf Einfluß der Eisensättigung der langsamer abklingenden Exponentialkurve, durch welche die Änderungen des transienten Stromes beschrieben sind, nicht einer einzigen exponentiellen Funktion gemäß. Vielmehr wird sich auch die subtransiente und auch meistens die transiente Zeitkonstante in dem Maß stetig ändern, wie der Strom und damit die Sättigung abnimmt. Der Wert der subtransienten Kurzschlußreaktanz hängt auch damit eng zusammen, wie groß die Sättigung ist, die im Eisenkörper von Ständer und Läufer rund um die Nuten durch den Kurzschlußstrom verursacht wurde. Die in der vorstehend beschriebenen Weise durchgeführte Bestimmung der subtransienten Stromstärke und Reaktanz führt gerade deshalb nur dann zur Maschinenkonstante X''_d , wenn der Kurzschluß stets bei der Nennleerlaufspannung eintritt. Bei der Auswertung werden auch in diesem Fall nur

zwei Zeitkonstanten (die subtransiente T''_d und die transiente Zeitkonstante T'_d) unterschieden, doch muß man wissen, daß dies bei Massivläufern nur annähernd angenommen werden kann. Anhand der mit unmittelbarer Kurzschlußmessung gewonnenen Resultate wird der gesättigte Wert der subtransienten Reaktanz X''_d geliefert, falls man beim Kurzschluß von der Nennleerlaufspannung ausgeht. Den Sättigungerscheinungen fällt bei den mit Dämpferwicklung versehenen Vielpol-Maschinen eine viel kleinere Bedeutung zu. Der Abb. 4.27c sind die Sättigungskurven der subtransienten und transienten Reaktanzen von einem Turbogenerator mit Massivläufer zu entnehmen.

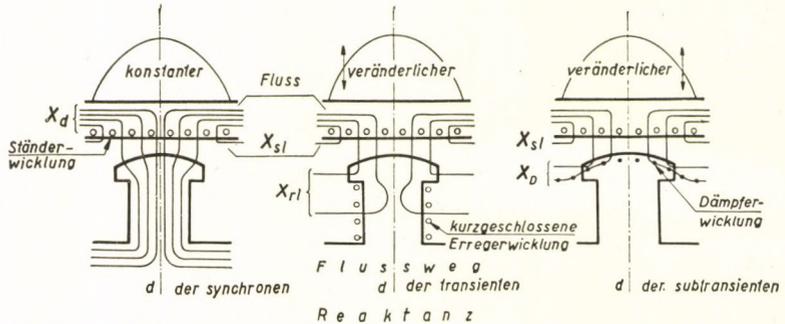


Abb. 4.28. Erklärung zur Entstehung der subtransienten Kurzschlußströme

4.111. Die qualitative Erklärung der Entstehung des subtransienten Stromes

Nachstehend geben wir die qualitative Erklärung der plötzlichen Kurzschlußerscheinungen, welche bei Maschinen mit Dämpferwicklung beobachtet werden können, so auch die Entstehung des subtransienten Stromes. In Abb. 4.28a sieht man den Weg der Hauptfeldkraftlinien einer Maschine mit ausgeprägten Polen und unerregtem Läufer im stationären Betrieb. Der Weg des mit den Ständerwicklungen verketteten Flusses führt über den Luftspalt durch den Eisenkörper des Läufers. Unter Zugrundelegung unserer früheren Voraussetzung dreht sich die Ständererregung mit ihrem konstanten Höchstwert synchron und ist längs des Luftspaltes sinusförmig verteilt.

Die Ständererregung besitzt während des Kurzschlußvorganges keinen konstanten Wert, sondern es ändern sich zeitlich sowohl ihre Gleichstrom- als auch ihre Wechselstromkomponenten. Abb. 4.28b zeigt die Kurzschlußdreherregung des Ständers, wenn sich auf dem Läufer keine andere außer der Erregerwicklung befindet, wobei in der kurzgeschlossenen Läufererregewicklung durch den infolge der Amplitudenänderung veränderlichen Fluß Strom erzeugt wird. Bezüglich der veränderlichen Ständererregung — welche sich relativ zum Läufer in Ruhelage befindet (sie dreht sich auch synchron) — verhält sich die über die Erregermaschine kurzgeschlossene Erregerwicklung genau so wie die Sekundärwicklung eines kurzgeschlossenen Transformators. Die Kraftlinien werden also ähnlich wie beim kurzgeschlossenen Transformator auf die Streuwege verdrängt (Abb. 4.28b). Die zeitliche Änderung dieser Ströme ist aus den schon bekannten Gründen verhältnismäßig langsam, weil

sie sich der größeren Zeitkonstante des Sekundärkreises gemäß ändert. Hier ist bei kleinem Wirkwiderstand die Streuinduktivität der Erregerwicklung verhältnismäßig groß. Werden die Pole der Maschine mit Käfigdämpferwicklung versehen (Abb. 4.28c), so wird auch in dieser Käfigwicklung ein Strom durch die veränderliche Ständererregung erzeugt. Die Kraftlinien werden von dieser kurzgeschlossenen Wicklung, welche zum Luftspalt nahe liegt, beinahe vollständig auf die Luftwege verdrängt. Die Käfigwicklung hat eine kleinere Streuinduktivität als die Erregerwicklung, wobei aber ihr Wirkwiderstand verhältnismäßig größer ist, weil in die Dämpferwicklung weniger Kupfer eingebaut werden kann als in die Erregerwicklung. Daraus folgt auch, daß die Zeitkonstante der Dämpferwicklung klein ist. Bei solchen Maschinen, welche außer der Erregerwicklung auch mit Dämpferwicklungen versehen wurden, ist die Induktivität des Läuferkreises wesentlich kleiner (subtransiente Induktivität), als wenn am Läufer nur eine Erregerwicklung angeordnet wäre (transiente Induktivität). Somit wird auch der plötzliche Kurzschlußstrom des Ständers bei einer mit Dämpfer versehenen Maschine größer sein. Im Anfang fließt der größere Teil der Gegenerrregung der plötzlichen Kurzschlußständererregung in der Dämpferwicklung, der kleinere Teil in der Erregerwicklung. Da jedoch die Zeitkonstante der Dämpferwicklung aus obigen Gründen klein ist, klingt der darin erzeugte Strom schnell ab und nach verhältnismäßig kurzer Zeit fließt nur noch in der Erregerwicklung Läuferkurzschlußgleichstrom. Der subtransiente Strom klingt also den kleinen Zeitkonstanten der Käfigwicklung gemäß (subtransiente Zeitkonstante T'_d) schnell ab, womit das Abklingen sich dann laut der transienten Zeitkonstante (T_d) fortsetzt. Nach den hier erörterten qualitativen Überlegungen wird der Kurzschlußstrom einer solchen Maschine berechnet, an deren Läufer zwei Wicklungen — die Erreger- und die Dämpferwicklung — angeordnet sind.

4.112. Die Erklärung des Entstehens des subtransienten Stromes auf Grund des Prinzips der Flußkonstanz

Im folgenden wollen wir eine solche Maschine mit Zylinderläufer besprechen, auf deren Läufer nur zwei Wicklungen, und zwar die Dämpfer- und die Erregerwicklung, angeordnet wurden. Wir nehmen an, daß sowohl die Dämpfer- als auch die Erregerwicklung symmetrisch und mehrphasig sind. Die Dämpferwicklung kann üblicherweise als ein Käfig ausgeführt sein. In Abb. 4.29a wurde die Anordnung der Wicklung bzw. die Maschine unmittelbar vor dem Kurzschluß im Leerlaufzustand veranschaulicht. In diesem Zustand fließt weder in den Ständerwicklungen noch im Läuferdämpferkäfig Strom. Die Ständerspannung beträgt in Läuferkoordinaten angeschrieben:

$$\mathbf{u}_s = j\omega_1 \psi_s.$$

Der Kurzschluß soll in dem Augenblick erfolgen, wenn die Läufererregung in die Richtung der Phasenwicklung a des Ständers zeigt. Die Kurzschlußströme werden auf Grund des Prinzips der Konstanz der Flüsse berech-

net. Nachdem in diesem Fall beim Verlauf der Vorgänge nicht nur die Ständer- und Läuferwicklung, sondern auch die Dämpferwicklung eine Rolle spielen, werden auch die in der Dämpferwicklung fließenden Ströme berücksichtigt. Der gesamte Induktivitätskoeffizient der Dämpferwicklung sei L_D , wobei dieser die Induktivität des Haupt- und des Streufeldes dieser Wicklung enthält. Der gegenseitige Induktivitätskoeffizient von Ständer- und Dämpferwicklung soll L_{sD} sein und analogerweise die gegenseitige Induktivität von Läufer- und Dämpferwicklung L_{rD} . Vor dem Kurzschluß fließt in der Dämpfer-

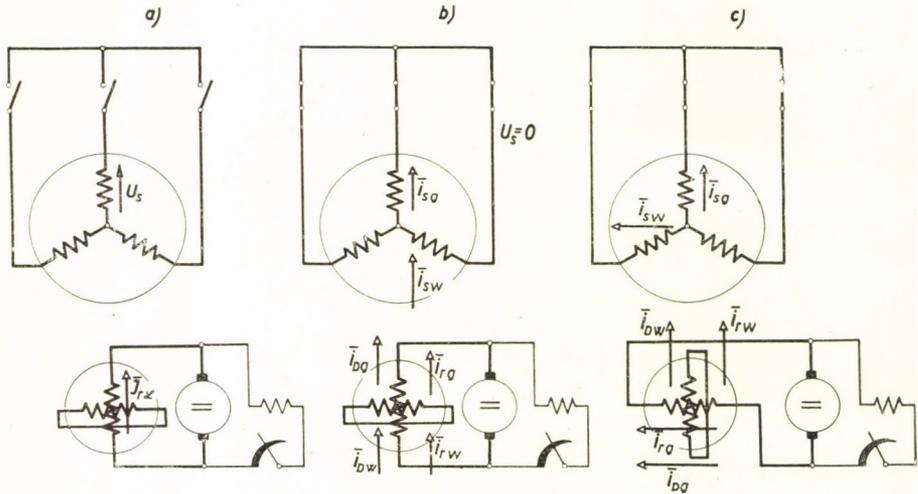


Abb. 4.29. Untersuchung des Kurzschlusses von Synchronmaschinen mit Dämpferwicklung

wicklung kein Strom; daher ist der mit dieser verkettete Windungsfluß vor dem Kurzschluß

$$\psi_D = I_{rL} L_{rD}.$$

Vor dem Kurzschluß beträgt also der Ständerfluß

$$\psi_s = I_{rL} L_m,$$

der Erregerwicklungsfluß des Läufers

$$\psi_r = I_{rL} L_r,$$

der Dämpferwicklungsfluß des Läufers

$$\psi_D = I_{rL} L_{rD}.$$

Es sollen im Augenblick des Kurzschlusses in den drei Wicklungen der Stän-

derstrom $\mathbf{i}_s = \mathbf{i}_{sg} + \mathbf{i}_{sw}$, der Läuferstrom $\mathbf{i}_r = \mathbf{i}_{rg} + \mathbf{i}_{rw}$ und der Dämpferwicklungsstrom $\mathbf{i}_D = \mathbf{i}_{Dg} + \mathbf{i}_{Dw}$ fließen. Mit den Indizes g und w werden die Gleichstrom- und Wechselstromkomponenten der Ströme bezeichnet. Im Kurzschlußaugenblick sind die drei Windungsflüsse wegen der Konstanz des Flusses gleich den im Leerlauf mit der betreffenden Wicklung verketteten Flüssen:

$$\left. \begin{aligned} \psi_s &= \mathbf{i}_s L_d + \mathbf{i}_r L_m + \mathbf{i}_D L_{sD} = \mathbf{I}_{rL} L_m, \\ \psi_r &= \mathbf{i}_s L_m + \mathbf{i}_r L_r + \mathbf{i}_D L_{rD} = \mathbf{I}_{rL} L_r, \\ \psi_D &= \mathbf{I}_s L_{sD} + \mathbf{i}_r L_{rD} + \mathbf{i}_D L_D = \mathbf{I}_{rL} L_{rD}. \end{aligned} \right\} \quad (4.94)$$

Aus diesem Gleichungssystem ergibt sich — wie zu erwarten war — für den Kurzschlußaugenblick, daß

$$\mathbf{i}_s = \mathbf{i}_{sg} + \mathbf{i}_{sw} = 0,$$

$$\mathbf{i}_r = \mathbf{i}_{rg} + \mathbf{i}_{rw} = \mathbf{I}_{rL},$$

$$\mathbf{i}_D = \mathbf{i}_{Dg} + \mathbf{i}_{Dw} = 0.$$

Wenden wir nun das Prinzip der Konstanz der Flüsse bei einer, auf gegenüber der Kurzschlußstellung um eine Vierteldrehung verdrehten Stellung des Läufers an. Die Resultierende der Ständergleichströme (\mathbf{i}_{sg}) blieb an ihrem ursprünglichen Ort, mit der der Läuferwechselstrom (\mathbf{i}_{rw}) und der in der Dämpferwicklung fließende Wechselstrom (\mathbf{i}_{Dw}) im Gleichgewicht stehen. Durch diese drei Ströme wird ein im Raum stehender Windungsfluß erzeugt. Relativ zur Lage im Kurzschlußaugenblick haben sich der Kurzschlußgleichstrom des Läufers (\mathbf{i}_{rg}), der Ständerwechselstrom (\mathbf{i}_{sw}) und der freie Gleichstrom der Dämpferwicklung (\mathbf{i}_{Dg}) mit dem Läufer gemeinsam um 90° gedreht. Vor dem Kurzschluß bestand auf dem Ständer keine Erregung senkrecht zur Phasenwicklung a , der Windungsfluß muß also in dieser Richtung auch nach dem Kurzschluß gleich Null sein. Hingegen waren mit den Läuferwicklungen die Flüsse $\psi_r = \mathbf{I}_{rL} L_r$ und $\psi_D = \mathbf{I}_{rL} L_{rD}$ verkettet. Daher können in dieser Richtung nachstehende Gleichungen aufgeschrieben werden:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{i}_{sw} L_d + \mathbf{i}_{rg} L_m + \mathbf{i}_{Dg} L_{sD} &= 0, \\ \mathbf{i}_{sw} L_m + \mathbf{i}_{rg} L_r + \mathbf{i}_{Dg} L_{rD} &= \mathbf{I}_{rL} L_r, \\ \mathbf{i}_{sw} L_{sD} + \mathbf{i}_{rg} L_{rD} + \mathbf{i}_{Dg} L_D &= \mathbf{I}_{rL} L_{rD}, \end{aligned} \right\} \quad (4.95)$$

woraus

$$\mathbf{i}_{sw} = -\mathbf{I}_{rL} L_m \frac{L_D L_r - L_{rD}^2}{L_d (L_D L_r - L_{rD}^2) - (L_D L_m^2 - 2L_m L_{sD} L_{rD} + L_r L_{sD}^2)}$$

folgt. Wird letztere mit $j\omega_1$ multipliziert, so ergibt sich

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_{sw} &= -\frac{\mathbf{U}_s}{j} \frac{X_D X_r - X_{rD}^2}{X_d (X_D X_r - X_{rD}^2) - (X_D X_m^2 - 2X_m X_{sD} X_{rD} + X_r X_{sD}^2)} = \\ &= -\frac{\mathbf{U}_s}{jX_d''}, \end{aligned} \quad (4.96)$$

woraus man mit Einsetzen für die subtransiente Reaktanz

$$X_d'' = -\frac{\mathbf{U}_s}{j\mathbf{i}_{sw}}$$

bekommt. Bei der Bestimmung der transienten Reaktanz hat sich — wie wir gesehen haben — herausgestellt, daß die transiente Reaktanz der Kurzschlußreaktanz dem an seiner Sekunderseite kurzgeschlossenen Asynchronmotor ohne Wirkwiderstände gleich war:

$$X_d' = X_{sl} + \frac{X_{rl} X_m}{X_{rl} + X_m}.$$

Ebenso leicht verständlich ist, daß die subtransiente Reaktanz der Kurzschlußreaktanz einer Doppelkäfigläuferasynchronmaschine ohne Wirkwiderstände gleichkommt. Bezeichnen wir nämlich die Gesamtreaktanz dieses Motorständers mit X_d' , die Gesamtreaktanz der inneren Wicklung des Läufers mit X_r und die Reaktanz der äußeren Wicklung mit X_D , so können nachstehende Spannungsgleichungen für den Kurzschlußzustand der Asynchronmaschine angeschrieben werden:

$$\left. \begin{aligned} \text{für den Ständer:} & \quad \mathbf{U}_s = \mathbf{I}_s jX_d + \mathbf{I}_r jX_{sr} + \mathbf{I}_D jX_{sD}, \\ \text{für die innere Läuferwicklung:} & \quad 0 = \mathbf{I}_s jX_{sr} + \mathbf{I}_r jX_r + \mathbf{I}_D jX_{rD}, \\ \text{für die äußere Läuferwicklung:} & \quad 0 = \mathbf{I}_s jX_{sD} + \mathbf{I}_r jX_{rD} + \mathbf{I}_D jX_D, \end{aligned} \right\} \quad (4.97)$$

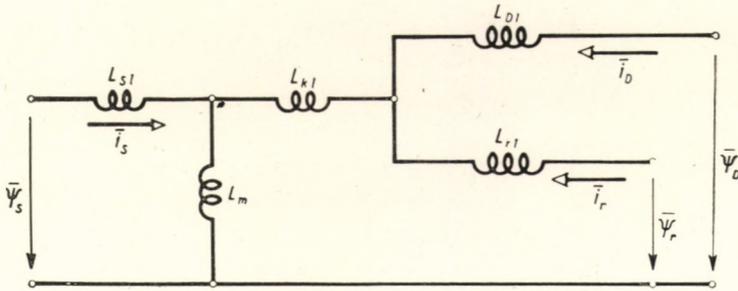
wobei X_{sr} , X_{sD} und X_{rD} die gegenseitigen Induktivitätskoeffizienten zwischen den Wicklungen s und r , s und D sowie r und D bedeuten. Aus Gl. (4.97) folgt, daß

$$\mathbf{I}_s = \frac{\mathbf{U}_s}{j} \frac{X_r X_D - X_{rD}^2}{X_d (X_r X_D - X_{rD}^2) - (X_D X_{sr}^2 - 2X_{sr} X_{sD} X_{rD} + X_r X_{sD}^2)}. \quad (4.96')$$

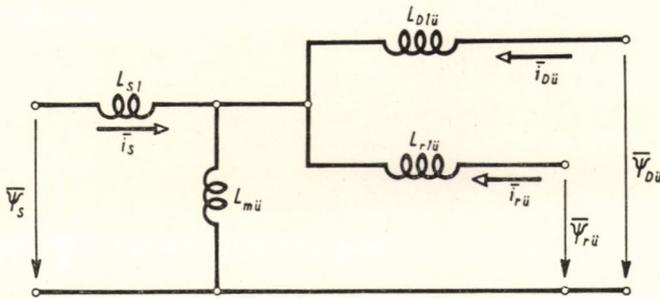
Man gelangt somit zu einem ganz ähnlichen Ergebnis wie bei Zusammenhang (4.96) für den Wert der subtransienten Reaktanz. Das heißt also, die sub-

transiente Reaktanz ist der als Asynchronmotor im Stillstand gemessenen Kurzschlußreaktanz der mit Dämpferwicklung versehenen Synchronmaschine ohne Wirkwiderstände gleich. Die Sättigung des Eisens wurde dabei außer acht gelassen. Kennt man i_{sw} , so folgt aus (4.96):

$$i_{sg} = \frac{U_s}{jX_d''}$$



a.)



b.)

Abb. 4.30a, b. Ersatzschaltungen zur Berechnung der in Gleichungen (4.94) vorkommenden Induktivitäten

Die in obigen Zusammenhängen vorkommenden Reaktanzen können im allgemeinen aus der Ersatzschaltung bestimmt werden. Beim Entwurf einer Maschine sind die Werte der Ersatzschaltung gemäß Abb. 4.30a für die Windungszahlübersetzung 1 : 1 leicht zu berechnen. In diesem Fall sind die in Gleichung (4.94) angegebenen Induktivitäten in folgender Weise zu berechnen:

$$L_d = L_m + L_{s1}; \quad L_r = L_m + L_{kl} + L_{r1}; \quad L_D = L_m + L_{kl} + L_{D1} \quad (4.98)$$

$$L_{sD} = L_m; \quad L_{rD} = L_m + L_{kl},$$

wobei die Induktivität L_{kl} die Streulinien repräsentiert, welche vom Erreger- und Dämpferstrom gemeinsam hervorgerufen werden und mit beiden genannten Läuferwindungen verkettet sind.

Die Ersatzschaltung in Abb. 4.30a kann auf die Schaltung der Abb. 4.30b umgeändert werden. Hierfür ist es erforderlich, daß die gegenseitigen Induktivitäten der drei Stromkreise untereinander gleich sind. Nehmen wir an, daß sich die Gleichungen (4.94) auf Abb. 4.30a beziehen. Das Gleichsetzen der gegenseitigen Induktivitäten kann verwirklicht werden, indem man die Werte des Läufererregerkreises mit der Übersetzung \ddot{u}_r , jene des Dämpferkreises mit Übersetzung \ddot{u}_D umrechnet. Die reduzierten Werte werden mit Index \ddot{u} bezeichnet, es gilt somit, daß:

$$\left. \begin{aligned} \psi_{r\ddot{u}} &= \ddot{u}_r \psi_r; & \mathbf{i}_{r\ddot{u}} &= \frac{1}{\ddot{u}_r} \mathbf{i}_r, \\ \psi_{D\ddot{u}} &= \ddot{u}_D \psi_D; & \mathbf{i}_{D\ddot{u}} &= \frac{1}{\ddot{u}_D} \mathbf{i}_D. \end{aligned} \right\} \quad (4.99)$$

Setzt man in die Gleichungen (4.94) die reduzierten Werte ein, so gewinnt man nachstehende Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} \psi_s &= \mathbf{i}_s L_d + \mathbf{i}_{r\ddot{u}} \ddot{u}_r L_m + \mathbf{i}_{D\ddot{u}} \ddot{u}_D L_{sD} &= \mathbf{i}_s L_d + \mathbf{i}_{r\ddot{u}} L_{m\ddot{u}} + \mathbf{i}_{D\ddot{u}} L_{m\ddot{u}}, \\ \psi_{r\ddot{u}} &= \mathbf{i}_s \ddot{u}_r L_m + \mathbf{i}_{r\ddot{u}} \ddot{u}_r^2 L_r + \mathbf{i}_{D\ddot{u}} \ddot{u}_r \ddot{u}_D L_{rD} &= \mathbf{i}_s L_{m\ddot{u}} + \mathbf{i}_{r\ddot{u}} L_{r\ddot{u}} + \mathbf{i}_{D\ddot{u}} L_{m\ddot{u}}, \\ \psi_{D\ddot{u}} &= \mathbf{i}_s \ddot{u}_D L_{sD} + \mathbf{i}_{r\ddot{u}} \ddot{u}_r \ddot{u}_D L_{rD} + \mathbf{i}_{D\ddot{u}} \ddot{u}_D^2 L_D &= \mathbf{i}_s L_{m\ddot{u}} + \mathbf{i}_{r\ddot{u}} L_{m\ddot{u}} + \mathbf{i}_{D\ddot{u}} L_{D\ddot{u}}. \end{aligned} \right\} \quad (4.100)$$

Die Bedingung der Gleichheit der gegenseitigen Induktivitäten ist

$$L_{m\ddot{u}} = \ddot{u}_r L_m = \ddot{u}_D L_{sD} = \ddot{u}_r \ddot{u}_D L_{rD},$$

woraus sich

$$\ddot{u}_r = \frac{L_{sD}}{L_{rD}}; \quad \ddot{u}_D = \frac{L_m}{L_{rD}} \quad (4.101)$$

ergibt.

Wollte man die Schaltung gemäß Abb. 4.30a umgestalten, so gilt unter Zugrundelegung von (4.98), daß

$$\ddot{u}_r = \ddot{u}_D = \frac{L_m}{L_m + L_{kl}}; \quad (4.102)$$

«die reduzierte gegenseitige Induktivität ist also nach der Umrechnung:

$$L_{m\ddot{u}} = \frac{L_m^2}{L_m + L_{kl}}, \quad (4.103)$$

die reduzierte Ständerstreuung:

$$L_{sl\ddot{u}} = L_d - L_{m\ddot{u}} = L_{sl} + L_m - L_{m\ddot{u}} = L_{sl} + L_{kl} \frac{L_m}{L_m + L_{kl}}, \quad (4.104)$$

die reduzierte Läuferstreuung:

$$\begin{aligned} L_{rl\ddot{u}} &= L_{r\ddot{u}} - L_{m\ddot{u}} = \\ &= \left[\frac{L_m}{L_m + L_{kl}} \right]^2 (L_m + L_{kl} + L_{rl}) - \frac{L_m^2}{L_m + L_{kl}} = L_{rl} \left[\frac{L_m}{L_m + L_{kl}} \right]^2, \end{aligned} \quad (4.105)$$

die reduzierte Streuung des Dämpferkreises:

$$\begin{aligned} L_{Dl\ddot{u}} &= L_{D\ddot{u}} - L_{m\ddot{u}} = \\ &= \left[\frac{L_m}{L_m + L_{kl}} \right]^2 (L_m + L_{kl} + L_{Dl}) - \frac{L_m^2}{L_m + L_{kl}} = L_{Dl} \left[\frac{L_m}{L_m + L_{kl}} \right]^2, \end{aligned} \quad (4.106)$$

der reduzierte Wirkwiderstand der Läuferkreise:

$$R_{r\ddot{u}} = R_r \left[\frac{L_m}{L_m + L_{kl}} \right]^2; \quad R_{D\ddot{u}} = R_D \left[\frac{L_m}{L_m + L_{kl}} \right]^2. \quad (4.107)$$

Im weiteren werden wir mit der Schaltung der Abb. 4.30b arbeiten, halten uns aber vor Augen, daß diese mit Abb. 4.30a gleichwertig ist. Index \ddot{u} , mit dem die reduzierten Werte unterschieden wurden, wenden wir künftig nicht mehr an.

Der subtransiente Kurzschlußwechselstrom des Ständers nimmt der subtransienten Läuferzeitkonstante T_d'' gemäß ab. Die Ständerzeitkonstante ist dabei T_s' .

Hinsichtlich der Bestimmung der Zeitkonstanten sei auch an dieser Stelle erwähnt, daß laut Abschnitt 4.105.2 Ständerwechselstrom und Läufergleichstrom gemeinsam abklingen und der Dämpfungsbeiwert, von geringen Vernachlässigungen abgesehen, allein von den Wirkwiderständen des Läuferstromkreises abhängig ist. Ebenso hängt auch das Abklingen des Ständergleichstromes sowie des Läuferwechselstromes lediglich vom Verhältnis der Wirkwiderstände zu den Kurzschlußinduktivitäten des Ständerstromkreises ab. Es führt zur einfachen Bestimmung der Zeitkonstanten, wenn man die Ersatzschaltung für eine Asynchronmaschine ohne Wirkwiderstände mit Doppelkäfigläufer zeichnet, die unter der Bedingung einfach bestimmt werden kann, wenn man die gegenseitigen Induktivitätskoeffizienten zwischen den einzelnen Wicklungen (L_{sD} , L_{sr} , L_{rD}) als gleich groß und die Windungszahlübersetzung für 1 : 1 annimmt. Demnach gilt:

$$L_{sD} = L_{sr} = L_{rD} = L_m.$$

Die Ersatzschaltung der subtransienten Reaktanz auf Grund dieser Bedingung ist in Abb. 4.31a gezeigt. Diese Ersatzschaltung ist ähnlich jener des Doppelkäfigläuferasynchronmotors. Die subtransiente Zeitkonstante des Ständers gewinnt man, indem nur der Wirkwiderstand der Ständerwicklung in den Ständerstromkreis eingeschaltet wird (Abb. 4.31b). Die subtransiente

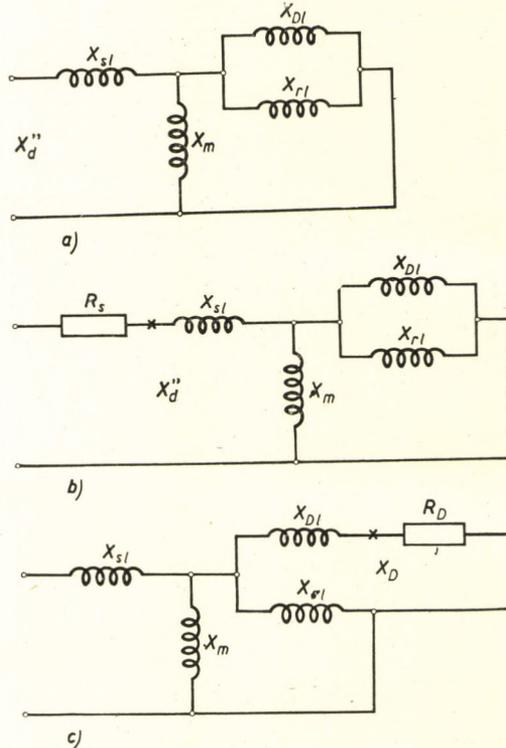


Abb. 4.31. Ersatzschaltungen zur Bestimmung der subtransienten Zeitkonstanten

Zeitkonstante des Ständers ist unter Zugrundelegung der Abbildung:

$$T'_s = \frac{X''_d}{\omega_1 R_s} \quad (4.108)$$

Die subtransiente Zeitkonstante des Läufers, laut welcher auch der dreiphasige plötzliche Kurzschlußstrom des Ständers abklingt, ist aus der Ersatzschaltung so erhältlich, daß man den Wirkwiderstand der Dämpferwicklung an den Dämpferwicklungskreis legt und sich die Ständerwicklung kurzgeschlossen vorstellt (man denkt sich die Ständerklemmen in Abb. 4.31c als verbunden). Die Berechnung ergibt für die Zeitkonstante:

$$T''_d = \frac{X''_D}{\omega_1 R_D} \quad (4.109)$$

Dabei gilt, daß

$$X_D'' = X_{Dl} + \frac{1}{\frac{1}{X_{sl}} + \frac{1}{X_{rl}} + \frac{1}{X_m}}. \quad (4.110)$$

X_D'' kann auch mit Hilfe der Leerlaufreaktanz X_D' der Dämpferwicklung ausgedrückt werden. Unter der Leerlaufreaktanz der Dämpferwicklung versteht man die Reaktanz, welche sich gegenüber plötzlichen Läuferstromänderungen bei offenen Ständerklemmen zeigt. Ihr Wert ist aus Abb. 4.31c ersichtlich, wo die Ständerklemmen offen stehen:

$$X_D' = X_{Dl} + \frac{X_{rl} X_m}{X_{rl} + X_m}. \quad (4.111)$$

Auf Grund der Zusammenhänge (4.110) und (4.111) kann mit einfacher Berechnung bewiesen werden, daß

$$X_D'' = X_D' \frac{X_d''}{X_d'} \quad (4.112)$$

und die subtransiente Läuferzeitkonstante

$$T_d'' = \frac{X_D' \frac{X_d''}{X_d'}}{\omega_1 R_D} = T_{d0}'' \frac{X_d''}{X_d'} \quad (4.113)$$

ist, wobei

$$\frac{X_D'}{\omega_1 R_D} = T_{d0}'' \quad (4.114)$$

die subtransiente Leerlaufzeitkonstante des Läufers bedeutet. Die letzte Zeitkonstante spielt in den ersten Augenblicken dann eine Rolle, wenn der Ständer offen steht und z. B. in diesem Leerlaufzustand die Läufererregung plötzlich geändert wird. Ein Beispiel dafür können wir bei der Messung der rückkehrenden Spannung bei einer Maschine mit Dämpferwicklung sehen.

Die transiente Zeitkonstante, mit welcher die zweite freie Komponente des Ständerwechselstromes und des Läufergleichstromes abklingt, kann so bestimmt werden wie bei der Maschine ohne Dämpferstromkreis ($R_D = \infty$, $L_{Dl} = \infty$). Deshalb gilt auch hier Gleichung (4.24) bzw. die Ersatzschaltung gemäß Abb. 4.18b. Es soll darauf hingewiesen werden, daß vorstehende Berechnung für die Zeitkonstanten und Reaktanzen nur annähernd ist. Die Genauigkeit ist aber für die Praxis vollständig hinreichend, falls der Wirkwiderstand des Dämpferstromkreises viel größer ist als der des Erregerstromkreises. Diese Bedingung wird beinahe immer erfüllt. Die genaueren Werte von Zeitkonstanten und Reaktanzen werden in Verbindung mit der Operatorinduktivität untersucht (Abschnitt 4.113).

Nach der Berechnung der Komponenten des subtransienten Wechselstromes und des subtransienten Kurzschlußgleichstromes sowie nach erfolgter

Ermittlung der Zeitkonstanten können wir die Werte der Phasenströme mit denen der transienten Ströme analog anschreiben. Es ist nur zu beachten, daß der subtransiente Strom der subtransienten Zeitkonstante gemäß in den transienten Strom übergeht. Im Endergebnis gilt

$$\begin{aligned} i_{sa} = & -\frac{U_s}{X_d} \cos(\omega_1 t + a) - U_s \left[\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right] \cos(\omega_1 t + a) e^{-\frac{t}{T_d'}} - \\ & - U_s \left[\frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right] \cos(\omega_1 t + a) e^{-\frac{t}{T_d}} + \frac{U_s}{X_d''} \cos a e^{-\frac{t}{T_s'}}, \end{aligned} \quad (4.115)$$

$$\begin{aligned} i_{sb} = & -\frac{U_s}{X_d} \cos\left(\omega_1 t + a - \frac{2\pi}{3}\right) - \\ & - U_s \left[\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right] \cos\left(\omega_1 t + a - \frac{2\pi}{3}\right) e^{-\frac{t}{T_d'}} - \\ & - U_s \left[\frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right] \cos\left(\omega_1 t + a - \frac{2\pi}{3}\right) e^{-\frac{t}{T_d}} + \frac{U_s}{X_d''} \cos\left(a - \frac{2\pi}{3}\right) e^{-\frac{t}{T_s'}}, \end{aligned} \quad (4.116)$$

$$\begin{aligned} i_{sc} = & -\frac{U_s}{X_d} \cos\left(\omega_1 t + a - \frac{4\pi}{3}\right) - \\ & - U_s \left[\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right] \cos\left(\omega_1 t + a - \frac{4\pi}{3}\right) e^{-\frac{t}{T_d'}} - \\ & - U_s \left[\frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right] \cos\left(\omega_1 t + a - \frac{4\pi}{3}\right) e^{-\frac{t}{T_d}} + \frac{U_s}{X_d''} \cos\left(a - \frac{4\pi}{3}\right) e^{-\frac{t}{T_s'}}. \end{aligned} \quad (4.117)$$

Bei Maschinen mit ausgeprägten Polen bzw. wenn eine Dämpferwicklung auch in Querrichtung vorhanden ist, die subtransienten Reaktanzen in Längs- und Querrichtung jedoch verschiedene Werte haben ($X_q' = X_q'' \neq X_d''$), kann der Verlauf der plötzlichen Kurzschlußströme unter Vernachlässigung des Wirkwiderstandes ähnlich zur Gleichung (4.75) wie folgt ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} i_{sa} = & -\frac{U_s}{X_d} \cos(\omega_1 t + a) - U_s \left[\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right] \cos(\omega_1 t + a) e^{-\frac{t}{T_d'}} - \\ & - U_s \left[\frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right] \cos(\omega_1 t + a) e^{-\frac{t}{T_d}} + \\ & + \frac{U_s}{2} \left[\frac{1}{X_d''} + \frac{1}{X_q''} \right] \cos a e^{-\frac{t}{T_s'}} + \frac{U_s}{2} \left[\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_q''} \right] \cos(2\omega_1 t + a) e^{-\frac{t}{T_s'}}. \end{aligned} \quad (4.118)$$

Da bei Maschinen mit massivem Läufer oder bei Generatoren mit Dämpferwicklung $X_d'' \approx X_q''$, kann der Ständerstrom von doppelter Frequenz in der Regel außer acht gelassen werden.

Die Zeitkonstante T_d'' ist ähnlich wie vorher:

$$T_d'' = \frac{X_D' X_d''}{\omega_1 R_D X_d'} \quad (4.119)$$

die Zeitkonstante des Ständergleichstromes:

$$T_s' = \frac{2 X_d'' X_q''}{(X_d'' + X_q'') \omega_1 R_s} \quad (4.120)$$

Die Ströme der Phasen b und c sind in der schon bekannten Weise erhältlich.

4.112.1. Der im Läufererregerkreis bei plötzlichem Kurzschluß entstehende Gleichstrom

Es soll untersucht werden, wie sich der im Erregerkreis des Läufers bei plötzlichem Kurzschluß auftretende Gleichstrom zum Kurzschlußgleichstrom einer Maschine ohne Dämpferwicklung (mit lamelliertem Eisenkörper) verhält.

Zur Bestimmung der Verteilung der Läuferwechselströme werden die in Abb. 4.32 gezeigten Ersatzschaltungen verwendet. Bei Berechnung der Wechselströme können die Wirkwiderstände vernachlässigt werden. Die Wechselstromkomponente geht in der Erregewicklung beim Kurzschluß von einem negativen Höchstwert aus, daher ist der Gleichstrom ($i_{rg} - I_{rL}$), durch welchen der Leerläufererregestrom überlagert wird, positiv und sein Wert ist dem Höchstwert der Wechselstromkomponente gleich. Der Wechselstrom des Läufers wird durch die Gleichstromerregung des Ständers bestimmt. Ist der Kurzschluß bei einem Generator im Leerlauf erfolgt, so stimmt die Gleichstromerregung des Ständers mit der Anfangsamplitude des Ständerwechselstromes überein: $I_s' = i_{sw}'$ bzw. $I_s'' = i_{sw}''$.

Mit Berücksichtigung der Ersatzschaltung, die sich auf die transienten Wechselströme der Maschine ohne Dämpferwicklung bezieht (Abb. 4.32a), gilt:

$$i_{rg}' - I_{rL} = i_{rw}' = i_{sw}' \frac{X_m}{X_r} = U_s \frac{X_m}{X_d' X_r} \quad (4.121)$$

Bei der Maschine mit Dämpferwicklung (bzw. mit Massivläufer) geht man ebenfalls von der schon bekannten Ersatzschaltung für die subtransienten Ströme aus (vgl. mit Abb. 4.32b).

$$i_{rg}'' - I_{rL} = i_{rw}'' = i_{sw}'' \frac{X_m X_{Dl}}{X_r X_{Dl} + X_m X_{rl}} \quad (4.122)$$

woraus sich

$$\dot{i}_{rg}'' - I_{rL} = \frac{U_s}{X_d''} \frac{X_m}{X_r + X_m \frac{X_{rl}}{X_{Dl}}} \quad (4.123)$$

ergibt. Unter Anwendung von (4.111), (4.121) und (4.122) folgt, daß

$$\frac{\dot{i}_{rg}' - I_{rL}}{\dot{i}_{rg}'' - I_{rL}} = \frac{X_d''}{X_d'} X_D' \frac{1}{X_{Dl}}. \quad (4.124)$$

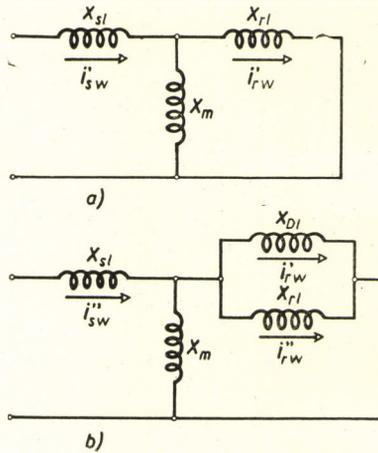


Abb. 4.32. Ersatzschaltungen zum Größenvergleich der Läuferströme

Aus letzterer Gleichung läßt sich gemäß (4.112) anschreiben, daß

$$\frac{\dot{i}_{rg}' - I_{rL}}{\dot{i}_{rg}'' - I_{rL}} = \frac{X_D''}{X_{Dl}}. \quad (4.125)$$

Da aber X_D'' stets größer ist als die Reaktanz X_{Dl} , wird $\dot{i}_{rg}' > \dot{i}_{rg}''$ sein. Der im Kurzschlußaugenblick auftretende Gleichstrom in Erregerwicklung ist bei Maschinen mit Dämpferwicklung kleiner, als er bei Maschinen ohne Dämpferwicklung war. Nachdem aber der subtransiente Läuferstrom \dot{i}_{rg}'' während des schnellen Abklingens in den transienten Wert \dot{i}_{rg}' übergeht, muß die Stromstärke \dot{i}_{rg}'' im Verhältnis zu seinem Anfangswert zuerst zunehmen und beginnt erst danach abzuklingen.

4.113. Die Operatorinduktivität der Maschine mit Dämpferwicklung

Im Kapitel 4.106 wurde bewiesen, daß bei Anwendung des Läuferkoordinatensystems zwischen dem Ständerfluß und der Laplace-Transformierten des Ständerstromes ein einfacher Zusammenhang besteht:

$$\psi_s = \mathbf{i}_s l_d(p) \quad (4.126)$$

(falls die Anfangsbedingungen gleich Null sind und bei kurzgeschlossenen Läuferkreisen). Diese Gleichung kann auch für eine Maschine mit Dämpferwicklung oder massivem Läufer angeschrieben werden, in Vektorform jedoch nur dann, wenn der Läufer in Längs- und Querrichtung vollständig symmetrisch ist. Im allgemeinen ist der Aufbau des Läufers in den Richtungen d und q verschieden und daher wird obige Gleichung für die Längs- und Querrichtungen gesondert angeschrieben:

$$\psi_d = l_d(p) i_d; \quad \psi_q = l_q(p) i_q. \quad (4.127)$$

Es soll nun eine Maschine mit ausgeprägten Polen untersucht werden, wenn an ihrem Läufer in Längsrichtung Erreger- und Dämpferwicklung,

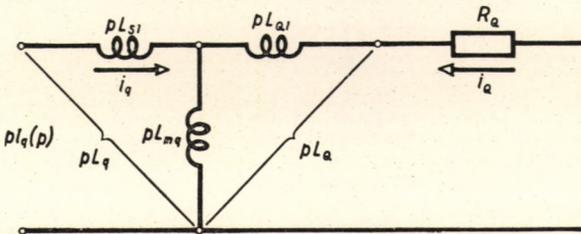


Abb. 4.33. Ersatzschaltung der Operatorimpedanz einer Synchronmaschine mit Dämpferwicklung in Querrichtung

in Querrichtung aber nur eine Dämpferwicklung angeordnet sind. In diesem Fall kann die Operatorinduktivität in Querrichtung sogleich angeschrieben werden (s. Kapitel 4.106), weil hier auch nur ein Läuferstromkreis vorliegt. Mit den Bezeichnungen von Abb. 4.33 gilt

$$l_q(p) = L_q \frac{1 + pT_q''}{1 + pT_{q0}''} = \frac{L_q + pL_q'' T_{q0}''}{1 + pT_{q0}''}, \quad (4.128)$$

wobei

$$L_q = L_{mq} + L_{s1}; \quad L_q'' = L_{s1} + \frac{L_{mq} L_{Q1}}{L_{mq} + L_{Q1}} = L_q - \frac{L_{mq}^2}{L_Q},$$

$$T_{q0}'' = \frac{L_Q}{R_Q} = \frac{L_{mq} + L_{Q1}}{R_Q}; \quad T_q'' = T_{q0}'' \frac{X_q''}{X_q} = \frac{L_{Q1} + \frac{L_{s1} L_{mq}}{L_{s1} + L_{mq}}}{R_Q}.$$

Weichen die Anfangsbedingungen von Null ab, so ergibt sich für die Laplace-Transformierte des Ständerquerflusses ähnlich zu (4.35) und (4.39), daß

$$\psi_q = i_q l_q(p) + g_q(p) [p\psi_q(0)], \quad (4.129)$$

wobei

$$g_Q(p) = \frac{L_{mq}}{R_Q + pL_Q} = \frac{L_{mq}}{L_Q} \frac{T''_{q0}}{1 + pT''_{q0}}$$

ist.

In Längsrichtung ist die Lage komplizierter. Es sollen der Ständerfluß ψ_d und die Spannungsgleichung für die beiden Läuferkreise aufgeschrieben werden (Abb. 4.34):

$$\psi_d = L_d i_d + L_{md} i_r + L_{sD} i_D, \quad (4.130)$$

$$u_r = i_r R_r + \frac{d\psi_r}{dt},$$

$$u_D = i_D R_D + \frac{d\psi_D}{dt} = 0.$$

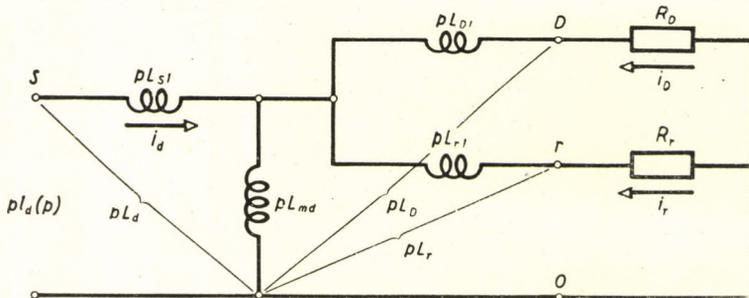


Abb. 4.34. Ersatzschaltung der Operatorimpedanz einer Synchronmaschine mit Dämpferwicklung in Längsrichtung

Obiges gilt, weil der Dämpferkreis stets kurzgeschlossen ist. Bilden wir die Laplace-Transformierten der beiden letzten Gleichungen. Nach durchgeführtem Ordnen erhält man, daß

$$i_r R_r + p\psi_r = p\psi_r(0) + u_r,$$

$$i_D R_D + p\psi_D = p\psi_D(0).$$

Die Flüsse ψ_r und ψ_D , die in den beiden letzten Gleichungen enthalten sind, können auch mit Strömen ausgedrückt werden:

$$pL_{md} i_d + (R_r + pL_r) i_r + pL_{rD} i_D = p\psi_r(0) + u_r,$$

$$pL_{sD} i_d + pL_{rD} i_r + (R_D + pL_D) i_D = p\psi_D(0).$$

Werden aus den letzten beiden Gleichungen i_r und i_D ausgedrückt und in die Gleichung des Flusses (4.130) eingesetzt, so ergibt sich:

$$\psi_d = l_d(p) i_d + g_d(p) [u_r + p\psi_r(0)] + g_D(p) [p\psi_D(0)]. \quad (4.131)$$

Betrachten wir die Operatorinduktivität $l_d(p)$ noch eingehender. Nach Durchführung der Berechnungen erhält man

$$l_d(p) = L_d \frac{p^2 (L'_r L'_D - L'^2_{rD}) + p (R_r L'_D + R_D L'_r) + R_r R_D}{p^2 (L_r L_D - L^2_{rD}) + p (R_r L_D + R_D L_r) + R_r R_D}. \quad (4.132)$$

Die Deutung der im Bruch (4.132) stehenden Induktivitäten ist der Abb. 4.34 zu entnehmen. Zunächst ist es gemäß Abb. 4.34 klar, daß die gegenseitigen Induktivitäten der Stromkreise in Richtung d miteinander gleich genommen worden sind:

$$L_{md} = L_{rD} = L_{sD}.$$

Im Nenner von (4.132) ist z. B. L_D die »Leerlauf«-Induktivität des Dämpferkreises in Richtung d , d. h. die zu den Klemmen $D - O$ gehörige resultierende Induktivität, falls sämtliche übrigen Wicklungen offen sind ($L_D = L_{mD} + L_{Dl}$).

Die im Zähler vorkommenden Induktivitäten ergeben sich beim Kurzschluß der Ständerklemmen. So ist z. B. die zu den Klemmen $D - O$ gehörige Induktivität L'_D :

$$L'_D = L_D - \frac{L^2_{md}}{L_d} = L_{Dl} + \frac{L_{md} L_{sl}}{L_{md} + L_{sl}}.$$

Dieses Ergebnis hätten wir auch dann erhalten, wenn man in Gleichung $L_D = L_{md} + L_{Dl}$ an Stelle von L_{md} die Induktivität

$$\frac{L_{md} L_{sl}}{L_{md} + L_{sl}}$$

geschrieben hätte. Bei den übrigen mit Strich bezeichneten Induktivitäten ist eine ähnliche Lage zu beobachten.

Die Gleichung (4.132) der Operatorinduktivität kann noch einfacher gestaltet werden, wenn in Zähler und Nenner durch $R_r R_D$ dividiert wird. In diesem Fall nimmt der Nenner folgende Form an:

$$p^2 \frac{L_r}{R_r} \frac{L_D - \frac{L^2_{rD}}{L_r}}{R_D} + p \left[\frac{L_D}{R_D} + \frac{L_r}{R_r} \right] + 1.$$

Hierbei ist $\frac{L_r}{R_r} = T'_{d0}$ die Leerlaufzeitkonstante der Erregerwicklung, $\frac{L_D}{R_D} = T'_{D0}$

die Leerlaufzeitkonstante der Dämpferwicklung, $\frac{L_D - \frac{L^2_{rD}}{L_r}}{R_D} = T''_{d0}$ die Zeitkonstante der Dämpferwicklung, falls der Ständer offen, aber die Erregerwicklung geschlossen (jedoch letztere wirkwiderstandslos) ist.

Die Ersatzschaltungen dieser Zeitkonstanten wurden in Abb. 4.35 veranschaulicht. Ihr gemeinsames Kennzeichen besteht in dem offenen Ständer (an der Stelle der gestrichelten Linie ist der Stromkreis unterbrochen). Ähnliche Ausdrücke erhält man auch im Zähler, jedoch mit dem Unterschied, daß an die Stellen obiger Induktivitäten die mit Strichen bezeichneten kommen. Demnach wird also auch die Ersatzschaltung für die Zeitkonstanten im Zähler durch Abb. 4.35 angegeben, falls die Ständerklemmen kurzgeschlossen werden (gestrichelte Linie). Werden die so gewonnenen Zeitkonstanten mit T'_D , T'_d , T''_{d0} bezeichnet, so bekommt die Operatorinduktivität gemäß (4.132) nachstehende endgültige Form:

$$l_d(p) = L_d \frac{p^2 T'_d T''_{d0} + p(T'_D + T'_d) + 1}{p^2 T'_{d0} T''_{d0} + p(T'_{D0} + T'_{d0}) + 1} = L_d \frac{A_1(p)}{A_0(p)}. \quad (4.133)$$

Man kann mit ähnlichen Berechnungen nachweisen, daß die in Gleichung (4.131) vorkommenden anderen beiden Operatorkoeffizienten in folgender Form aufgeschrieben werden können:

$$g_d(p) = \frac{L_{md}}{R_r} \frac{1 + p \frac{L_{Dl}}{R_D}}{p^2 T'_{d0} T''_{d0} + p(T'_{D0} + T'_{d0}) + 1}, \quad (4.134)$$

$$g_D(p) = \frac{L_{md}}{R_D} \frac{1 + p \frac{L_{rl}}{R_r}}{p^2 T'_{d0} T''_{d0} + p(T'_{D0} + T'_{d0}) + 1}. \quad (4.135)$$

Die letzten beiden Koeffizienten werden nur selten benötigt, weil die Aufgaben der Einfachheit halber in der Regel mit Hilfe des Überlagerungsprinzips auf die Anfangsbedingungen gleich Null zurückgeführt werden. Der Wert $g_d(p)$ ist dann notwendig, wenn sich die Erregerspannung ändert.

Untersuchen wir nun den Ausdruck der Operatorimpedanz $l_d(p)$. Wird in Gleichung (4.133) $p = 0$ eingesetzt, so ist $l_d(0) = L_d$ zum Beweis, daß im stationären Zustand die synchrone Reaktanz zur Geltung kommt. Die Induktivität für den ersten Augenblick der Zustandsänderung ist mit Einsetzen von $p = \infty$ erhältlich:

$$l_d(\infty) = L_d \frac{T'_d}{T'_{d0}} \frac{T''_{d0}}{T''_{d0}} = L''_d, \quad (4.136)$$

nachdem gemäß (4.25) $\frac{T'_d}{T'_{d0}} = \frac{X'_d}{X_d}$ und gemäß (4.113) $\frac{T''_{d0}}{T''_{d0}} = \frac{X''_d}{X'_d}$ ist. Die Anfangsinduktivität ist somit unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände der Läuferkreise (Abb. 4.34) mit der subtransienten Induktivität gleich, was auch das Ergebnis bestätigt, welches wir unter Zugrundelegung des Prinzips der Konstanz der Flüsse bekommen haben (Abb. 4.31a).

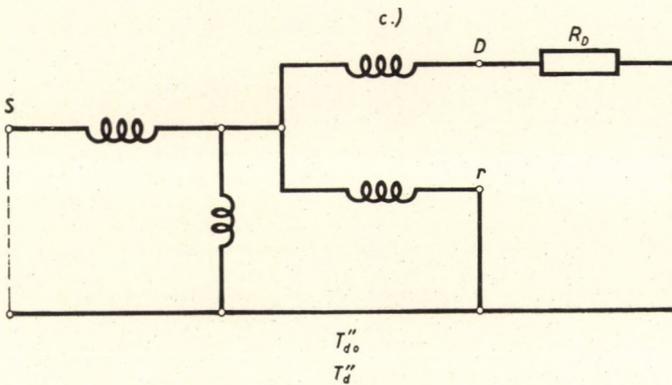
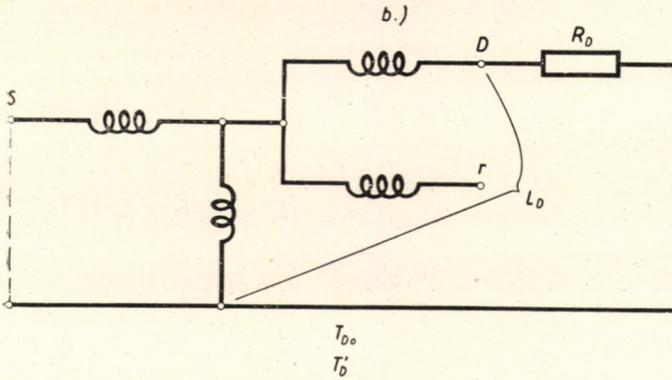
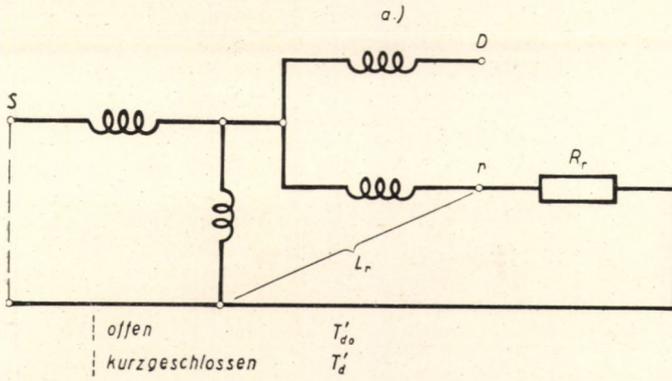


Abb. 4.35a, b, c. Ersatzschaltungen zur Bestimmung der Zeitkonstanten einer Synchronmaschine mit Dämpferwicklung

Die Kurzschluß- und Leerlaufzeitkonstanten in Längsrichtung der Maschine werden durch die Operatorinduktivität $l_d(p)$ bestimmt, und daher soll der genaue Ausdruck für die dreiphasigen Kurzschlußströme näher untersucht werden. Der Einfachheit halber wird der Ständerwirkwiderstand außer acht gelassen und wir setzen voraus, daß die Läuferstromkreise in Längs- und Querrichtung vollständig symmetrisch sind, obgleich dies momentan nicht von Belang ist, denn erfolgt der Kurzschluß bei einer leerlaufenden Maschine, so wird die Entstehung der Ströme durch die Läuferkonstanten in Querrichtung nicht beeinflußt. Die Ströme können auf Grund des Überlagerungsprinzips ähnlich wie im Kapitel 4.107 für den Fall bestimmt werden, wenn die Spannung $-\mathbf{u}_s = -j\dot{U}_s$ an eine stromlose, mit synchroner Drehzahl umlaufende Maschine geschaltet wird. Die Operatorform des Ständers ergibt sich im Läuferkoordinatensystem mit Anwendung der Gleichungen (4.40) und (4.41) im Kapitel 4.106 zu:

$$\mathbf{i}_s = - \frac{\mathbf{u}_s}{p + j\omega_1} \frac{1}{l_d(p)} = - \frac{\mathbf{u}_s}{p + j\omega_1} \frac{A_0(p)}{L_d A_1(p)}, \quad (4.137)$$

wobei gemäß (4.133) der Zähler der Operatorinduktivität:

$$A_1(p) = p^2 T'_d T''_d + p(T'_D + T'_d) + 1,$$

hr Nenner:

$$A_0(p) = p^2 T'_{d0} T''_{d0} + p(T'_{D0} + T'_{d0}) + 1$$

ist.

Die Zeitfunktion des Kurzschlußstromes ist aus (4.137) mit Hilfe des Entwicklungssatzes erhältlich. Die Zeitkonstanten werden also durch die Wurzeln des Nenners von Gl. (4.137) bestimmt. Der Nenner ist gleich Null entweder, wenn $p = -j\omega_1$ oder wenn $A_1(p) = 0$ ist. Die erste Wurzel entspricht der Wechselstromkomponente des Läuferstromes, d. h. der Gleichstromkomponente des Ständers, die sich infolge der Vernachlässigung der Ständerwirkwiderstände als dämpfunglos ergeben. Die Zeitkonstanten der Gleichstromkomponenten des Läufers und der Wechselstromkomponenten des Ständers sind durch die Wurzeln der Gleichung $A_1(p) = 0$ definiert und sollen einer eingehenderen Prüfung unterzogen werden. Da die Größenverhältnisse der einzelnen Konstanten der normal gebauten Generatoren zahlreiche Vereinfachungen ermöglichen, wollen wir zunächst ein Zahlenbeispiel betrachten. Die Angaben für die Ersatzschaltung in Längsrichtung eines Generators von 5,5 MVA, 50 Hz, 6300 V/∧ mit 8 Polen werden durch Abb. 4.36 veranschaulicht. Die Impedanzen wurden für eine Phase des Ständers umgerechnet,

die Werte beziehen sich auf die Nennimpedanz $Z_n = \frac{6,3^2}{5,5} = 7,22$ Ohm. Die in

der Gleichung der Operatorimpedanz vorkommenden Zeitkonstanten wurden unter Zugrundelegung der Abb. 4.35 berechnet, die Ergebnisse sind

$$\begin{array}{ll} T'_{d0} = 3,77 \text{ s.} & T'_d = 0,831 \text{ s.} \\ T''_{d0} = 0,0222 \text{ s.} & T''_d = 0,0162 \text{ s.} \\ T'_{D0} = 0,0802 \text{ s.} & T'_D = 0,0182 \text{ s.} \end{array}$$

Die Operatorinduktivität in Längsrichtung ist gemäß (4.133):

$$\begin{aligned}
 I_d(p) &= \frac{1,216}{314} \frac{p^2 0,831 \cdot 0,0162 + p(0,0182 + 0,83) + 1}{p^2 3,77 \cdot 0,0222 + p(0,0802 + 3,77) + 1} = \\
 &= \frac{1,216}{314} \frac{p^2 0,01344 + p 0,8482 + 1}{p^2 0,0837 + p 3,85 + 1} = \frac{1,216}{314} \frac{A_1(p)}{A_0(p)}.
 \end{aligned}$$

Die Wurzeln des Zählers sind:

$$p_1 = -1,205 \text{ 1/s.}; \quad p_2 = -61,905 \text{ 1/s.}$$

bzw. die diesen entsprechenden Zeitkonstanten ergeben sich zu:

$$T_1 = -\frac{1}{p_1} = 0,83\text{s}; \quad T_2 = -\frac{1}{p_2} = 0,01615 \text{ s.}$$

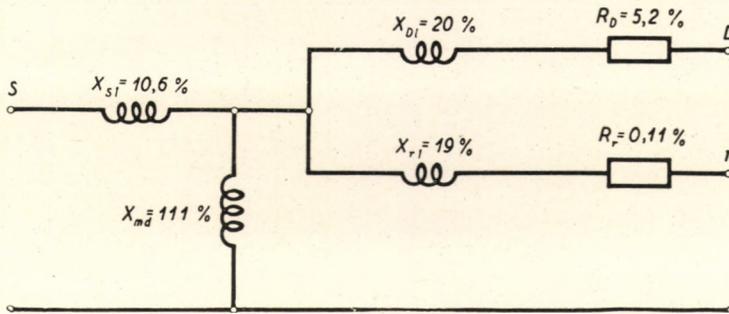


Abb. 4.36. Die Ersatzschaltung der im Zahlenbeispiel angegebenen Maschine in Längsrichtung

Die beiden Zeitkonstanten sind die Zeitkonstanten der Läufergleichströme (bzw. der Ständerwechselströme). Nachdem die beiden Zeitkonstanten um fast zwei Größenordnungen voneinander abweichen, können Näherungsformeln leicht aufgestellt werden. Schreiben wir daher den Zähler auf:

$$A_1(p) = p^2 T'_d T''_d + p(T'_D + T'_d) + 1 = 0.$$

In der Praxis pflegt man eher mit den Zeitkonstanten T zu arbeiten, daher soll statt p die Veränderliche $T = -\frac{1}{p}$ eingeführt werden. Damit gewinnt man folgende Gleichung:

$$f(T) = T^2 - T(T'_D + T'_d) + T'_d T''_d = 0. \quad (4.138)$$

Nehmen wir als eine Näherungswurzel T'_d an und bedienen wir uns der Newton-

schen Methode:

$$f(T'_d) = T_d'^2 - T'_d(T'_D + T'_d) + T'_d T_d'' = -T'_d(T'_D - T_d''),$$

$$f'(T'_d) = \left[\frac{df(T)}{dt} \right]_{T=T'} = 2T'_d - T'_D - T'_d = T'_d - T'_D \approx T'_d.$$

An Stelle von T'_d bekommen wir nachstehende bessere Näherungswurzel:

$$T_1 \approx T'_d - \frac{f(T'_d)}{f'(T'_d)};$$

$$T_1 \approx T'_d + T'_D - T_d'' = T'_d \left[1 + \frac{T'_D - T_d''}{T'_d} \right]. \quad (4.139)$$

Geht man von T_d'' aus, so erhält man analog die andere Wurzel:

$$T_2 \approx T_d'' - \frac{T_d''(T'_D - T_d'')}{T'_d} = T_d'' \left[1 - \frac{T'_D - T_d''}{T'_d} \right]. \quad (4.140)$$

Die Kurzschlußzeitkonstanten stimmen in sehr guter Näherung mit T'_d bzw. T_d'' überein, weil in den Korrektionsgliedern der neben 1 stehende Bruch $\frac{T'_D - T_d''}{T'_d}$ vernachlässigt werden kann. Dieser Bruch ist den Zahlenangaben

des obigen Beispiels gemäß gleich 0,0024, der sich durch diese Vernachlässigung ergebende Fehler beträgt also 0,24 %. Bei der Mehrzahl der in der Praxis vorkommenden Fälle bestehen ähnliche Größenverhältnisse, da der Wert T'_d des Nenners durch den Wirkwiderstand der Erregerwicklung und die im Zähler vorkommenden Zeitkonstanten im wesentlichen durch den Wirkwiderstand des Dämpferkreises bestimmt wird, wobei letzterer stets bedeutend größer ist.

Ähnliche Zusammenhänge wie (4.139) und (4.140) können wir auch für die Wurzeln der Operatorinduktivität, d. h. für die Leerlaufzeitkonstanten gewinnen:

$$T_{01} \approx T'_{d0} \left[1 + \frac{T'_{D0} - T''_{d0}}{T'_{d0}} \right], \quad (4.141)$$

$$T_{02} \approx T''_{d0} \left[1 - \frac{T'_{D0} - T''_{d0}}{T'_{d0}} \right]. \quad (4.142)$$

Der Korrektionsfaktor ist beim Leerlauf schon etwas größer, aber noch immer vernachlässigbar. Laut der Angaben des Zahlenbeispiels ist $\frac{T'_{D0} - T''_{d0}}{T'_{d0}} =$

= 0,0154 = 1,54%. Die übrigen Nebenerscheinungen (u. a. die Sättigung, Skineffekt usw.) können einen viel bedeutenderen Fehler verursachen.

Mit Hilfe der genauen Wurzeln T_1 und T_2 bzw. T_{01} und T_{02} läßt sich die Gleichung der Operatorinduktivität (4.133) auch in folgender Form eintragen. Werden die Polynome zweiten Grades in Wurzelfaktorform geschrieben, so gilt, daß:

$$l_d(p) = L_d \frac{T'_d T''_d \left[p + \frac{1}{T_1} \right] \left[p + \frac{1}{T_2} \right]}{T'_{d0} T''_{d0} \left[p + \frac{1}{T_{01}} \right] \left[p + \frac{1}{T_{02}} \right]}, \quad (4.143)$$

$$l_d(p) = L_d \frac{\frac{T'_d T''_d}{T_1 T_2} (pT_1 + 1) (pT_2 + 1)}{\frac{T'_{d0} T''_{d0}}{T_{01} T_{02}} (pT_{01} + 1) (pT_{02} + 1)}.$$

Das Produkt der beiden Wurzeln beträgt auf Grund der Gleichung zweiten Grades (4.138) $T_1 T_2 = T'_d T''_d$. Im Nenner wird analogerwise $T_{01} T_{02} = T'_{d0} T''_{d0}$, daher folgt, daß

$$l_d(p) = L_d \frac{(pT_1 + 1) (pT_2 + 1)}{(pT_{01} + 1) (pT_{02} + 1)} \quad (4.144)$$

bzw. falls der Näherungswert der Zeitkonstanten zugrunde gelegt wird:

$$l_d(p) \approx L_d \frac{(pT'_d + 1) (pT''_d + 1)}{(pT'_{d0} + 1) (pT''_{d0} + 1)}. \quad (4.145)$$

Wir möchten erwähnen, daß die letzte Gleichung sich ganz genau gestaltet, wenn die genauen Kurzschlußzeitkonstanten (T_1, T_2) mit T'_d, T''_d bzw. die genauen Leerlaufzeitkonstanten (T_{01} und T_{02}) mit T'_{d0}, T''_{d0} bezeichnet werden. Man pflegt, die Operatorinduktivität auch in einer der Gleichung (4.143) ähnlichen Form aufzuschreiben. Es ist zweckmäßig, hierbei zu berücksichtigen, daß gemäß (4.136) $l_d(\infty) = L''_d$ ist, woraus hervorgeht, daß

$$l_d(p) = L''_d \frac{\left[p + \frac{1}{T_1} \right] \left[p + \frac{1}{T_2} \right]}{\left[p + \frac{1}{T_{01}} \right] \left[p + \frac{1}{T_{02}} \right]}. \quad (4.146)$$

Ähnlich wie im Abschnitt 4.106 kann auch für die Maschine mit Dämpferwicklung bewiesen werden, daß unter Vernachlässigung der Ständerwirk-

widerstände die Operatorimpedanz von Längsrichtung bei stillstehender Maschine auf eine Phase bezogen $pl_d(p)$ ist. Manchmal erweist sich als zweckmäßiger, mit der Operatoradmittanz $\frac{1}{pl_d(p)}$ zu arbeiten und diese in Teilbrüche zu zerlegen. Auf Grund von (4.144) können wir anschreiben:

$$\frac{1}{pl_d(p)} = \frac{(pT_{01} + 1)(pT_{02} + 1)}{L_d p (pT_1 + 1)(pT_2 + 1)} = \frac{A_0}{p} + \frac{A_1}{p + \frac{1}{T_1}} + \frac{A_2}{p + \frac{1}{T_2}}. \quad (4.147)$$

Aus den Grenzübergängen $p = 0$ und $p = \infty$ folgt, daß

$$A_0 = \frac{1}{L_d} \quad \text{und} \quad A_0 + A_1 + A_2 = \frac{1}{L'_d}. \quad (4.148)$$

Zur Bestimmung von A_1 sollen beide Seiten mit $p + \frac{1}{T_1}$ multipliziert und danach p durch $-\frac{1}{T_1}$ ersetzt werden. So bekommt man:

$$A_1 = \frac{\frac{T_{01}}{T_1} - 1}{L_d} \frac{1 - \frac{T_{02}}{T_1}}{1 - \frac{T_2}{T_1}}. \quad (4.149)$$

Bei den in der Praxis am häufigsten vorkommenden Fällen können $\frac{T_{02}}{T_1} \approx \frac{T'_{d0}}{T'_d}$ und $\frac{T_2}{T_1} \approx \frac{T'_d}{T'_d}$ neben 1 vernachlässigt werden; unter Zugrundelegung der Zusammenhänge (4.139) und (4.141) ist $\frac{T_{01}}{T_1} \approx \frac{T'_{d0}}{T'_d} = \frac{L_d}{L'_d}$, deshalb wird

$$A_1 \approx \frac{1}{L'_d} - \frac{1}{L_d}$$

sein. Somit folgt unter Berücksichtigung von (4.147), daß

$$A_0 = \frac{1}{L_d}; \quad A_1 \approx \frac{1}{L'_d} - \frac{1}{L_d}; \quad A_2 \approx \frac{1}{L'_d} - \frac{1}{L'_d}.$$

Die Operatoradmittanz kann also auch in nachstehender Form angeschrieben werden:

$$\frac{1}{pl_d(p)} \approx \frac{1}{L_d p} + \left[\frac{1}{L'_d} - \frac{1}{L_d} \right] \frac{1}{p + \frac{1}{T'_d}} + \left[\frac{1}{L'_d} - \frac{1}{L'_d} \right] \frac{1}{p + \frac{1}{T'_d}}. \quad (4.150)$$

Die einzelnen Glieder bedeuten die Operatoradmittanz von je einem R -, L -Kreis, so z. B. das zweite Glied:

$$\left[\frac{1}{L'_d} - \frac{1}{L_d} \right] \frac{1}{p + \frac{1}{T'_d}} = \frac{1}{p \frac{L'_d L_d}{L_d - L'_d} + \frac{1}{T'_d} \frac{L'_d L_d}{L_d - L'_d}} = \frac{1}{pL + R}.$$

Da sich die Admittanzen bei Parallelschaltung summieren, können wir auf Grund des Zusammenhanges (4.150) die Ersatzschaltung in Abb. 4.37 zeichnen. In der Abbildung wurden die Werte der Wirkwiderstände nicht eingetragen,

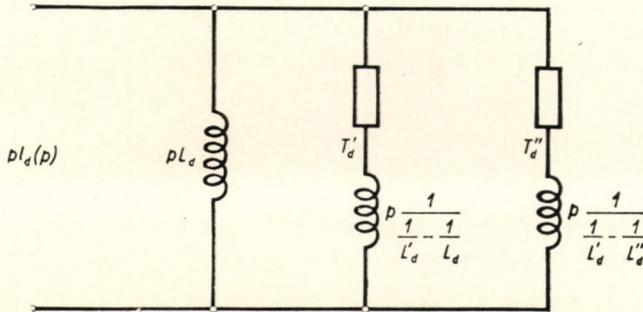


Abb. 4.37. Die widerstandsgetreue Umformung der Ersatzschaltung gemäß Abb. 4.34

diese sind so zu bestimmen, daß die Zeitkonstanten der einzelnen Zweige T'_d bzw. T''_d sein sollen. Abb. 4.37 kann als die widerstandsgetreue Umgestaltung von Abb. 4.34 aufgefaßt werden, durch welche dieselbe resultierende Impedanz für sämtliche Frequenzen geliefert wird, wodurch die Schaltung Abb. 4.34 gemäß auch bei Übergangsvorgängen genau wiedergegeben wird.

Wir weisen darauf hin, daß die Ersatzschaltung laut Zusammenhang (4.150) und der aus ihr abgeleiteten Abb. 4.37 genau ist, wenn die genauen Kurzschlußzeitkonstanten (T_1 und T_2) mit T'_d und T''_d bezeichnet werden, ferner L'_d nicht durch die Ersatzschaltung nach Abb. 4.17, sondern durch die Zerlegung der Operatoradmittanz in Teilbrüchen gemäß Zusammenhang (4.150) angegeben wird. Werden hingegen die in Gleichung (4.150) vorkommenden Maschinenkonstanten durch die Auswertung der dreiphasigen Kurzschlußmessung festgestellt und die Auswertung in der üblichen einfachen Weise ausgeführt (Kapitel 4.110), so wird die Operatorimpedanz theoretisch nicht ganz genau sein, doch erhält man solche Werte, die für die Praxis vollkommen ausreichend sind. Zum Beweis sollen die dreiphasigen Kurzschlußströme angeschrieben werden.

Die Laplace-Transformierte des Ständerstromes ist im Läuferkoordinatensystem gemäß (4.137):

$$\mathbf{i}_s = - \frac{\mathbf{u}_s}{p + j\omega_1} \frac{1}{l_d(p)}. \tag{4.151}$$

Die Zeitfunktion ist mit Hilfe des Entwicklungssatzes erhältlich. Die erste Wurzel des Nenners ist $p_0 = -j\omega_1$, d. h. daß sich die Gleichstromkomponente des Ständers i_{sg} infolge der Vernachlässigung der Ständerwirkwiderstände als nicht abklingender Wechselstrom in Läuferkoordinaten erweist:

$$i_{sg} = -\frac{u_s}{-j\omega_1} \frac{1}{l_d(-j\omega_1)} e^{-j\omega_1 t}. \quad (4.152)$$

Nachdem aber $pl_d(p) = \mathbf{Z}(p)$ die Operatorimpedanz der stillstehenden Maschine bedeutet, wird mit Einsetzen von $p = j\omega_1$ die Impedanz der mit Wechselstrom von Kreisfrequenz ω_1 gespeisten stillstehenden Maschine geliefert: $\mathbf{Z}(j\omega_1) = j\omega_1 l_d(j\omega_1)$. In der Gleichung (4.152) des Gleichstromes kommt der konjugierte Wert von dieser Impedanz vor:

$$i_{sg} = -\frac{u_s}{\hat{\mathbf{Z}}(j\omega_1)} e^{-j\omega_1 t}. \quad (4.153)$$

Nachdem beim Kurzschluß aus Leerlauf der Anfangswert der Gleichstromkomponente mit dem Anfangswert der Wechselstromkomponente entgegengesetzt gleich ist, ist der subtransiente Wechselstrom in Läuferkoordinaten

$$I_s'' = \frac{u_s}{\hat{\mathbf{Z}}(j\omega_1)}.$$

Die so berechnete subtransiente Reaktanz weist nur insofern einen Fehler auf, als in dieser auch die Wirkwiderstände der Läuferkreise inbegriffen sind, wogegen L_d'' bzw. X_d'' gemäß (4.136) rein induktiv sein müssen. Bei Synchronmaschinen ist diese Abweichung nicht bedeutend.

Die übrigen Komponenten des Kurzschlußstromes werden durch die übrigen Wurzeln des Nenners von (4.151) geliefert, wenn $l_d(p) = 0$. Aus der Form von $l_d(p)$ (4.145) gemäß sind die Wurzeln $p_1 = -\frac{1}{T_d'}$ und $p_2 = -\frac{1}{T_d''}$ zu erhalten. Es ist zweckmäßig, wenn man sich beim Anschreiben der Zeitfunktionen der einzelnen Komponenten der in Teilbrüche zerlegten Form (4.150) bedient. Setzen wir also Zusammenhang (4.150) in Gl. (4.151) ein:

$$\begin{aligned} i_s &= -\frac{u_s}{p + j\omega_1} \frac{p}{pl_d(p)} = \\ &= -\frac{u_s}{p + j\omega_1} \left[\frac{1}{L_d} + \left(\frac{1}{L_d'} - \frac{1}{L_d} \right) \frac{p}{p + \frac{1}{T_d'}} + \left(\frac{1}{L_d''} - \frac{1}{L_d'} \right) \frac{p}{p + \frac{1}{T_d''}} \right]. \end{aligned}$$

Wird nach der Multiplikation der Entwicklungssatz gliedweise angewendet

(die Wurzel $p_0 = -j\omega_1$ wurde schon vorher berücksichtigt), so gewinnt man für den Ständerwechselstrom:

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_{sw} = & -\frac{\mathbf{u}_s}{j\omega_1 L_d} - \frac{\mathbf{u}_s}{-\frac{1}{T'_d} + j\omega_1} \left(\frac{1}{L'_d} - \frac{1}{L_d} \right) e^{-\frac{t}{T'_d}} - \\ & - \frac{\mathbf{u}_s}{-\frac{1}{T''_d} + j\omega_1} \left(\frac{1}{L''_d} - \frac{1}{L'_d} \right) e^{-\frac{t}{T''_d}} . \end{aligned}$$

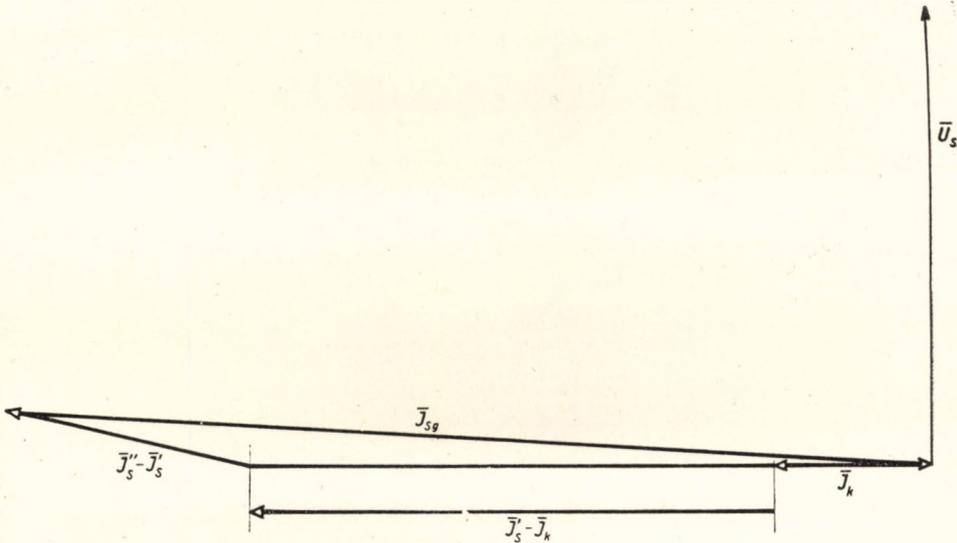


Abb. 4.38. Die Ständerstromkomponenten der im Zahlenbeispiel vorkommenden Maschine im Augenblick $t = 0$ des Kurzschlusses

Das erste Glied ist der stationäre Strom, das zweite die transiente ($I'_s - I_k$), das dritte die subtransiente Komponente. Die Komponenten des Ständerstromes im Kurzschluß wurden für den Zeitpunkt $t = 0$ unter Zugrundelegung der Angaben des vorherigen Zahlenbeispiels in Abb. 4.38 dargestellt.

4.114. Plötzlicher dreiphasiger Kurzschluß einer Maschine mit Dämpferwicklung unter Last

Bei einer Maschine mit Dämpferwicklung oder mit massivem Läufer haben wir vorausgesetzt, daß der plötzliche Kurzschluß im Leerlaufzustand erfolgte. Tritt der Kurzschluß bei Betriebslast der Maschine ein, so bleibt im ersten Augenblick die Spannung hinter der subtransienten Reaktanz \mathbf{U}'_s , oder kurz die subtransiente Spannung, konstant. Hieraus folgt, daß an Stelle

des für die Maschine ohne Dämpferwicklung festgelegten Zusammenhanges (4.54) die Gleichung

$$\mathbf{u}_s'' = \mathbf{u}_s - \mathbf{i}_s j X_d'' \quad (4.154)$$

in Kraft tritt.

Zum besseren Verständnis werden wir die Flüsse anschreiben, die mit der Ständerwicklung der Maschine bzw. mit der Erreger- und Dämpferwicklung verkettet sind. Die Werte der drei Windungsflüsse sind gemäß (4.94) im Läuferkoordinatensystem:

$$\left. \begin{aligned} \psi_s &= \mathbf{i}_s L_d + \mathbf{i}_r L_m + \mathbf{i}_D L_{sD} \\ \psi_r &= \mathbf{i}_s L_m + \mathbf{i}_r L_r + \mathbf{i}_D L_{rD} \\ \psi_D &= \mathbf{i}_s L_{sD} + \mathbf{i}_r L_{rD} + \mathbf{i}_D L_D \end{aligned} \right\} \quad (4.155)$$

Wir bemerken, daß diese Gleichungen nicht nur für den Kurzschluß, sondern auch für beliebige plötzliche Betriebszustandsänderungen gültig sind. Der Sinn der hier vorkommenden Induktivitäten ist der gleiche wie im Kapitel 4.112. Drücken wir aus dem Gleichungssystem (4.155) den Wert von \mathbf{i}_s aus:

$$\mathbf{i}_s = \frac{\begin{vmatrix} \psi_s & L_m & L_{sD} \\ \psi_r & L_r & L_{rD} \\ \psi_D & L_{rD} & L_D \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_d & L_m & L_{sD} \\ L_m & L_r & L_{rD} \\ L_{sD} & L_{rD} & L_D \end{vmatrix}}$$

Nach Durchführung der Berechnungen erhält man:

$$\mathbf{i}_s = \frac{\psi_s (L_r L_D - L_{rD}^2) - L_m (\psi_r L_D - \psi_D L_{rD}) + L_{sD} (\psi_r L_{rD} - \psi_D L_r)}{L_d (L_r L_D - L_{rD}^2) - L_m (L_m L_D - L_{sD} L_{rD}) + L_{sD} (L_m L_{rD} - L_r L_{sD})} \quad (4.156)$$

Außer den in obigem Ausdruck von \mathbf{i}_s vorkommenden Induktivitäten sind auch die Glieder, welche ψ_r und ψ_D enthalten, konstant, weil sich nach der plötzlichen Betriebszustandsänderung während einer kurzen Zeitspanne der mit der kurzgeschlossenen Erreger- und Dämpferwicklung verkettete Fluß nicht ändern kann. Werden die Konstanten zusammengezogen, so kann der Ausdruck (4.156) in folgender Form eingetragen werden:

$$\mathbf{i}_s = b \psi_s - c \quad (4.157)$$

Ist $c = 0$, so wird, wie bei den Ausdrücken (4.97) gesehen, $\mathbf{i}_s = \frac{\psi_s}{L_d''}$ sein, also

ist im Zusammenhang (4.157) $\frac{1}{b} = L_d''$ [s. auch Zusammenhang (4.96)]. Somit

kann (4.157) in folgender Weise angeschrieben werden:

$$\mathbf{i}_s L_d'' = \psi_s - c L_d'' \quad (4.158)$$

Multipliziert man beide Seiten des letzteren Ausdruckes mit $j\omega_1$ und wird außerdem berücksichtigt, daß $j\omega_1 \psi_s = \mathbf{u}_s$, so ergibt sich nachstehende Gleichung:

$$\mathbf{i}_s j X_d'' = \mathbf{u}_s - c j X_d''$$

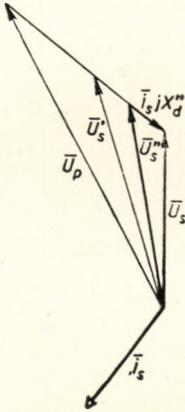
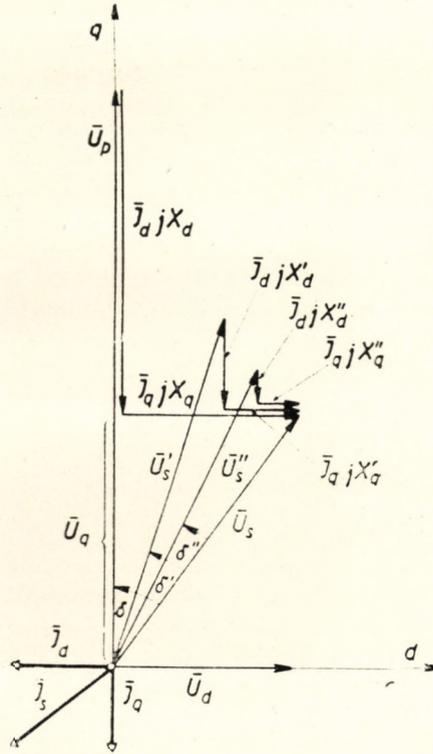


Abb. 4.39a. Die Bestimmung des plötzlichen Kurzschlußstromes im Lastzustand bei Maschinen mit Läufern mit Dämpferwicklung oder bei Maschinen mit Massivläufern



b.)

Abb. 4.39b. Die Bestimmung der Spannungen hinter der transienten und subtransienten Reaktanz bei Maschinen mit unsymmetrischem Läufer

Die nach einer plötzlichen Betriebszustandsänderung für kurze Zeit konstante Spannung $c j X_d''$ wird die Spannung hinter der subtransienten Reaktanz genannt und mit \mathbf{u}_s'' bezeichnet. Damit wird im Endergebnis

$$\mathbf{i}_s j X_d'' = \mathbf{u}_s - \mathbf{u}_s''$$

oder

$$\mathbf{u}_s'' = \mathbf{u}_s - \mathbf{i}_s j X_d'' \quad (4.154')$$

sein, wie dies anhand des Zusammenhanges (4.154) schon angedeutet wurde. Das Vektordiagramm der Maschine ist in Abb. 4.39a gezeigt. Es wurde ange-

nommen, daß wir die Werte und Richtungen von \mathbf{U}_s und \mathbf{i}_s kennen. Auf den Strom senkrecht stehend, würde der Spannungsabfall ($-\mathbf{i}_s jX_d''$) eingetragen, womit man zur Spannung \mathbf{U}_s'' gelangt. Der Höchstwert des Kurzschlußwechselstromes ist aus Gleichung (4.154) mit Einsetzen von $\mathbf{U}_s = 0$ zu erhalten. Demnach gilt, daß

$$\mathbf{I}_s'' = \mathbf{i}_{sw}'' = -\frac{\mathbf{U}_s''}{jX_d''}. \quad (4.159)$$

Den größten Kurzschlußgleichstrom gewinnt man ähnlich wie bei Abb. 4.22a als die Differenz der auf Spannung \mathbf{U}_s'' senkrecht stehend gezeichneten Ströme \mathbf{i}_{sw}'' und \mathbf{i}_s . Sind die Reaktanzen irgendeiner Maschine in Längs- und Querrichtung verschieden, so zerlegt man den Strom \mathbf{i}_s in seine Längs- und Querkomponenten und bestimmt die Spannungen hinter der subtransienten bzw. transienten Reaktanz \mathbf{u}_s'' bzw. \mathbf{u}_s' auf dieselbe Weise, wie es bei der Konstruktion des Vektordiagramms einer Maschine mit ausgeprägten Polen festgelegt wurde. Es gilt also, daß

$$\mathbf{u}_s'' = \mathbf{u}_s - j\mathbf{i}_q X_q'' - j\mathbf{i}_d X_d''.$$

$$\mathbf{u}_s' = \mathbf{u}_s - j\mathbf{i}_q X_q' - j\mathbf{i}_d X_d'.$$

Die Konstruktion ist in Abb. 4.39b dargestellt.

Auf Grund des obigen verhält sich die Maschine mit Dämpferwicklung oder mit massivem Läufer eine kurze Zeit nach der plötzlichen Betriebszustandsänderung so, als ob ihre innere Spannung die subtransiente Spannung \mathbf{u}_s'' ,

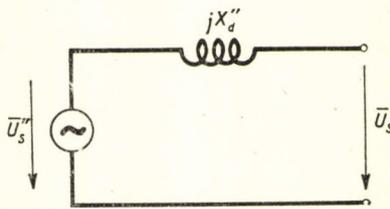


Abb. 4.40. Die Ersatzschaltung der Synchronmaschine mit Dämpferwicklung oder Massivläufer im Schaltmoment

ihr innerer Widerstand die subtransiente Reaktanz X_d'' wären. Die entsprechende Ersatzschaltung ist in Abb. 4.40 enthalten. Es wird durch die Wirkwiderstände bestimmt, wie schnell sich die Spannung \mathbf{u}_s'' bzw. der mit dem Läufer verkettete Fluß ändern. Der Wirkwiderstand des Dämpferkreises ist verhältnismäßig groß, deshalb ändern sich ψ_D bzw. \mathbf{U}_s'' relativ schnell und die Maschine geht nach Ablauf von 1—2 Perioden der Zeitkonstante T_d'' gemäß in den transienten Betriebszustand über. Danach wird die Gestaltung der Verhältnisse durch die Änderung hauptsächlich des mit der Erregerwicklung verketteten Flusses bedingt, die infolge des kleinen Wirkwiderstandes der Erregerwicklung wesentlich langsamer ist, weshalb auch die Änderung der transienten Spannung \mathbf{u}_s' viel langsamer verläuft als die Änderung von \mathbf{u}_s'' . Schließlich geht die Maschine aus dem transienten Zustand gemäß Zeitkonstante T_d' in den stationären Zustand über. Der ganze Vorgang läßt sich mit der Ersatzschaltung in Abb. 4.41 darstellen. Das Verhalten der Synchronmaschine mit Dämpferwicklung oder Massivläufer wird also nach den plötzlichen Betriebszustandsänderungen eine kurze Zeit lang durch \mathbf{u}_s'' und X_d'' gekenn-

zeichnet. Die Werte u_s'' und X_d'' gehen gemäß der subtransienten Zeitkonstante T_d'' in u_s' bzw. X_d' über. Schließlich erfolgt laut der transienten

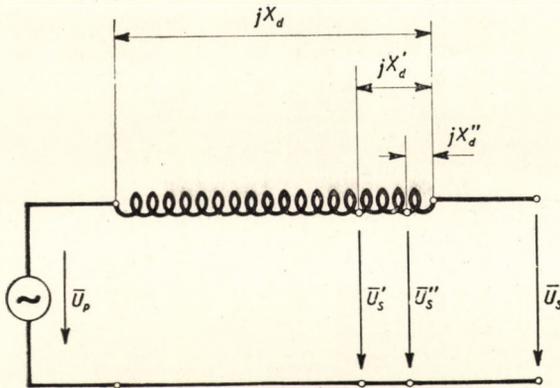


Abb. 4.41. Die während des Übergangsvorganges gültige Ersatzschaltung

Zeitkonstante T_d' der stationäre Zustand, wobei die Flußänderung aufhört und dem stationären Zustand entsprechend die Polspannung u_p sowie die synchrone Reaktanz X_d für das Verhalten der Maschine maßgebend sein werden.

4.115. Synchronisierungsvorgang. Bestimmung der Ströme

Ist die Spannung einer Synchronmaschine bei der Synchronisierung vor dem Einschaltmoment hinsichtlich Größe, Frequenz und Phase gleich der Netzspannung, so tritt bei der Parallelschaltung des Synchrongenerators überhaupt kein Stromimpuls auf. Werden die obigen drei Bedingungen erfüllt, dann wird die Parallelschaltung als sog. »feine Synchronisierung« betrachtet. Die ganz genaue Einstellung der Phasenstellung ist in der Praxis im allgemeinen nicht möglich, weshalb zwischen der Klemmenspannung U_s und der Netzspannung U immerhin ein Phasenfehler δ vorliegen kann (Abb. 4.42). Die Spannungsdifferenz $U_s - U$ muß nach der Einschaltung momentan verschwinden, wodurch Ausgleichsströme verursacht werden. Die größten Ströme können bei $\delta = 180^\circ$ auftreten, wenn also die Einschaltung der Maschine in sog. Opposition erfolgt. Später werden wir auch den Momentanimpuls berechnen, wo wir sehen werden, daß sich der größte Momentanimpuls doch nicht bei $\delta = 180^\circ$ einstellt und es deshalb zweckmäßig zu sein scheint, die Berechnung der Ströme für einen beliebigen Winkel δ vorzunehmen. Wir nehmen vorläufig an, daß dieser Winkel während des Synchronisierungsvorganges seinen Wert nicht ändert.

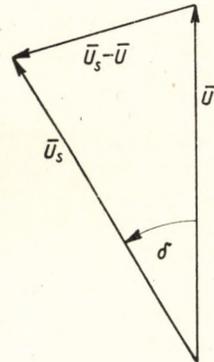


Abb. 4.42. Das Vektordiagramm im Augenblick der groben Synchronisierung

Es wird auch vorausgesetzt, daß die Maschine genau mit Synchrondrehzahl läuft und so weit erregt ist, daß die Spannung den Wert $U_s = U$ hat. Einfachheitshalber werden die Ströme für eine Zylinderläufermaschine mit Symmetrie in Längs- und Querrichtung berechnet, d. h. $X_d'' = X_q''$, $X_d' = X_q'$, $X_d = X_q$. Das Netz kann als eine Stromquelle mit der inneren Reaktanz X und inneren Spannung U aufgefaßt werden. Die Berechnung wird gemäß Kapitel 4.114 durchgeführt. Nachdem die Maschine vor der Einschaltung stromlos war, wird $U_s = U_p = U_s' = U_s'' = U$. Die Netzspannung beträgt $Ue^{-j\delta}$. Der subtransiente Kurzschlußstrom ist

$$\mathbf{I}_s'' = \frac{\mathbf{U}_s'' - U}{j(X_d'' + X)} = \frac{U(1 - e^{-j\delta})}{j(X_d'' + X)},$$

der transiente:

$$\mathbf{I}_s' = \frac{U(1 - e^{-j})}{j(X_d' + X)},$$

der stationäre:

$$\mathbf{I}_k = \frac{U(1 - e^{-j\delta})}{j(X_d + X)}.$$

Die Gleichstromkomponente wird dadurch bestimmt, daß im Augenblick $t = 0$ der Strom sich nicht sprunghaft ändern kann. Nachdem vor der Einschaltung $\mathbf{i}_s = 0$, gilt, daß

$$\mathbf{I}_{sg} = -\mathbf{I}_s''.$$

Die Zeitkonstanten können ebenso berechnet werden wie bei jenem dreiphasigen Kurzschluß, der über eine äußere Reaktanz X erfolgt ist.

Sind obige Ströme bei Oppositionschaltung am größten, dann gilt $\delta = 180^\circ$ und $1 - e^{-j\delta} = 2$. In diesem Fall treten doppelt so große Stromimpulse auf wie in dem Fall, als wäre der dreiphasige Kurzschluß hinter der Reaktanz X eingetreten.

Wir erwähnen, daß obige Berechnung nur gültig ist, solange der Läufer genau synchron läuft und der Winkel δ sich nicht ändert. Diese Bedingung wird in Wirklichkeit nicht erfüllt, weil nach der Einschaltung der Maschine solche Drehmomente entstehen, welche den Läufer schließlich in die Stellung $\delta = 0$ bringen wollen. Daher wird der stationäre Strom gleich Null sein, wenn über die Maschinenwelle keine Leistung zu- oder abgeführt wird. Obige Gleichung für den subtransienten und transienten Strom kann als allgemein richtig gelten, weil sich der Winkel δ während 1—2 Perioden nicht wesentlich ändern kann.

In jüngster Zeit wird öfters auch die sog. grobe Synchronisierung oder Selbstsynchronisierung angewendet. Ihr Wesen besteht darin, daß die Maschine bis ganz an die Nähe der synchronen Drehzahl hochfahren, sodann ohne

Erregung an das Netz geschaltet wird. Der bei der Einschaltung auftretende Stromimpuls, nachdem vorher noch $U_p = U'_s = U''_s = U_s = 0$ war:

$$I''_s = \frac{U}{j(X''_d + X)}; \quad I'_s = \frac{U}{j(X'_d + X)}; \quad I_k = \frac{U}{j(X_d + X)}.$$

Nach Abklingen der Übergangsströme, also nach 1—2 Sekunden, nimmt die Maschine nur den hauptsächlich durch die synchrone Reaktanz bestimmten Leerlaufblindstrom auf, was bei dem z. B. angenommenen Wert $X_d \approx \approx 200\%$ etwa die Hälfte des Nennstromes bedeutet. Nach der Einschaltung wird der Läufer erst erregt, die Maschine fällt in Tritt und vorausgesetzt, daß die Erregung der Leerlaufspannung entspricht, hört auch die Blindleistungsaufnahme auf.

Die Selbstsynchronisierung ist gegenüber der feinen Synchronisierung in gewissen Fällen deshalb vorteilhafter, weil diese im Betrieb schnell verwirklicht werden kann, was besonders bei Betriebsstörungen des Netzes wichtig zu sein vermag. Ein weiterer Vorteil dürfte noch darin liegen, daß der größtmögliche Stromimpuls halb so groß ist wie bei der eventuell verfehlten feinen Synchronisierung (bei Opposition). Dagegen ist aber als ein schwerwiegender Nachteil zu verzeichnen, daß hier jede Synchronisierung einen Stromimpuls zur Folge hat, wenn er auch noch so kurze Zeit dauert. Die grobe Synchronisierung hat sich hauptsächlich in der Sowjetunion für solche Netzanschlüsse und Maschinen verbreitet, wo der transiente Stromimpuls nicht größer als das 3,5fache des Nennstromes ist.

4.116. Die Messung der rückkehrenden Spannung bei Maschinen mit Dämpferwicklung am Läufer oder mit Massivläufer

Wird die Messung der rückkehrenden Spannung an einer Maschine mit Dämpferwicklung am Läufer oder mit Massivläufer durchgeführt und die Hüllkurve der rückkehrenden Spannung $[(U_s - u_s)$, wobei U_s die stationäre Spannung bedeutet] auf semilogarithmisches Papier eingetragen, so werden wir die Erfahrung machen, daß die Hüllkurve nicht bis zu ihrem Anfang mit einer Geraden dargestellt werden kann, sondern daß nach Unterbrechung des Ständerstromkreises zunächst ein schnellerer Spannungsanstieg eintritt, der dann in eine langsamere Steigung übergeht. Werden die Ordinaten-differenzen $u'_s - u''_s$ bei der Messung der Spannungsrückkehr gesondert dargestellt (Abb. 4.43b), dann ergibt sich in der logarithmischen Darstellung eine Gerade; wird danach diese Gerade für den Zeitpunkt $t = 0$ extrapoliert, so gewinnt man die subtransiente Kurzschlußspannung U''_s . Aus der weiteren Änderung der rückkehrenden Spannung, welche im logarithmischen Maßstab durch eine Gerade dargestellt werden konnte, läßt sich mit Extrapolation für den Augenblick $t = 0$ die transiente Kurzschlußspannung U'_s bestimmen (Abb. 4.32). Aus obiger Auswertung ergibt sich unter Zugrundelegung der dabei gewonnenen Spannungswerte für die subtransiente Reaktanz

$$X''_d = \frac{U''_s}{I_k} \quad (4.160)$$

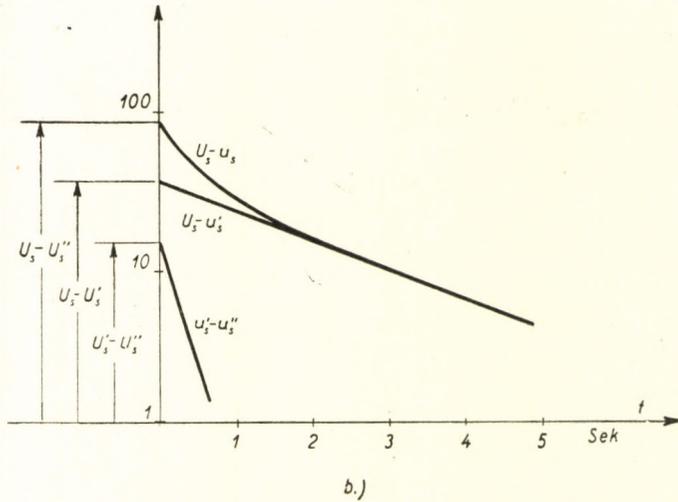
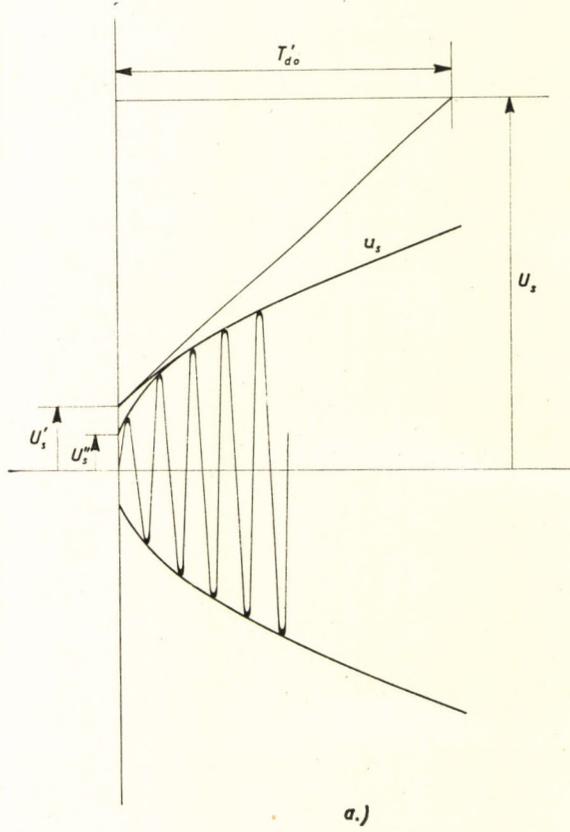


Abb. 4.43a, b. Die Auswertung der Spannungsrückkehrmessungen bei Maschinen mit Läufern mit Dämpferwicklung oder bei Maschinen mit Massivläufern

und für die transiente Reaktanz

$$X'_d = \frac{U'_s}{I_k}, \quad (4,161)$$

wobei I_k den stationären Kurzschlußstrom bei Erregung I_{rL} bedeutet (letztere ist die der Nennspannung im Leerlauf angehörende Erregung). Man kann aus der Geraden $u'_s - u''_s$ bei der Messung der rückkehrenden Spannung auch die subtransiente Leerlaufzeitkonstante T''_{d0} ermitteln, woraus die subtransiente Läuferzeitkonstante wie folgt zu erhalten ist:

$$T''_d = T''_{d0} \frac{X''_d}{X'_d}.$$

Die transiente Zeitkonstante kann auf Grund des Vorhergesagten gemäß Zusammenhang

$$T'_d = T'_{d0} \frac{X'_d}{X_d}$$

berechnet werden, wobei T'_{d0} die transiente Leerlaufzeitkonstante bedeutet. Die bei der Messung der rückkehrenden Spannung ermittelten Werte der transienten und subtransienten Reaktanzen sind ungesättigte Werte. Bei langsam laufenden Maschinen mit ausgeprägten Polen und Dämpferwicklung besteht kein großer Unterschied zwischen den gesättigten (mit Kurzschlußmessung gewonnenen) und ungesättigten (z. B. mit Messung der rückkehrenden Spannung erhaltenen) subtransienten Reaktanzen. Hingegen kommen bei Turbogeneratoren mit Massivläufern, auf denen im allgemeinen keine Dämpferstäbe angeordnet werden, zwischen den gesättigten und ungesättigten Werten sehr große Unterschiede vor. Die Ursache hierfür ist — wie schon erwähnt —, daß die Permeabilität des Eisens wegen der großen Kurzschlußströme stark abnimmt und ihr Wert viel kleiner ist als z. B. bei der Messung der rückkehrenden Spannung, wobei im massiven Läuferkörper nur kleine Ströme fließen. Zum Vergleich werden in Tab. A.4.10 des Anhanges die gesättigten und ungesättigten Reaktanzwerte einiger zweipoliger Turbogeneratoren ungarischer Herkunft angegeben. Der Tabelle können auch die von der sowjetischen Fabrik »Elektrosila« bekanntgegebenen gesättigten Werte entnommen werden, schließlich führen wir auch jene Angaben an, die in der Fachliteratur über die in den Vereinigten Staaten von Amerika erzeugten Generatoren zu finden sind. Aus der Tabelle ist ersichtlich, daß den ungarischen oszillographischen Aufnahmen gemäß zwischen den gesättigten und ungesättigten Werten bei den subtransienten Reaktanzen eine Abweichung bis 1 : 2, bei den transienten Reaktanzen eine solche bis 1 : 1,8 zu verzeichnen ist.

4.117. Messung im Stillstand

Aus den vorangegangenen Kapiteln war zu ersehen, daß unter der transienten Reaktanz einer Synchronmaschine die Kurzschlußreaktanz derselben Maschine, und zwar als Asynchronmotor im Stillstand, verstanden werden kann (wobei die Wirkwiderstände vernachlässigt wurden). Die subtransiente Reaktanz kann ähnlicherweise bestimmt werden, doch gibt es im letzteren Fall am Läufer allgemein zwei kurzgeschlossene Wicklungen (Dämpfer- und Erregerwicklung [Abb. 4.44a]). Anhand dieser Feststellungen kann der ungesättigte Wert der transienten Reaktanz oder — falls eine Dämpferwicklung bzw. ein

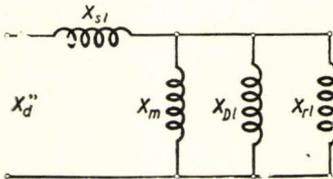


Abb. 4.44a. Das Messen der subtransienten Reaktanz bei stillstehenden Maschinen. Ersatzschaltung

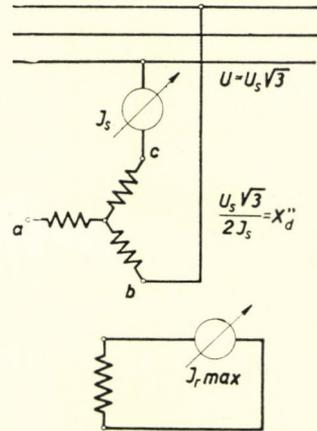


Abb. 4.44b. Das Messen der subtransienten Reaktanz bei stillstehenden Maschinen. Das Messen von X_d''

Massivläufer vorliegen — der ungesättigte Wert der subtransienten Reaktanz im Stillstand der Synchronmaschine gemessen werden. Die Messung wird bewerkstelligt, indem die Ständerwicklung zwischen zwei Klemmen ($b - c$) mit einem Strom von 50 Hz einphasig erregt wird. Es sollen die Klemmenspannung und der aufgenommene Strom gemessen werden. Der Läufer wird während der Messung so lange gedreht, bis die kurzgeschlossene Erregerwicklung der resultierenden magnetischen Achse von Phasenwicklungen b und c gegenüberliegt (Abb. 4.44b). Wir können somit — unter Voraussetzung einer konstanten Meßspannung — die größte Stromstärke bzw. die kleinste (subtransiente) Reaktanz in Längsrichtung (X_d'') messen (das an die Läuferwicklung angeschlossene Amperemeter zeigt den Höchstwert). Unter Zugrundelegung der gemessenen Werte ergibt sich

$$X_d'' = \frac{U_s \sqrt{3}}{2 I_s},$$

wobei U_s die Phasenspannung des dreiphasigen Netzes bedeutet und X_d'' pro Phase zu verstehen ist. Bei der Messung im Stillstand muß man vorsichtig vorgehen, weil keine Kühlung stattfindet; die Messung darf nur mit einem den Nennstrom nicht übertreffenden Wert durchgeführt werden. Wird

der Läufer nach erfolgter Messung von X_d'' langsam weiter gedreht, so nimmt der Ständerstrom I_s ab und erreicht seinen Mindestwert, wenn die Erregerwicklung des Läufers auf die resultierende Richtung der Wicklungen b, c senkrecht steht und das in den Läuferkreis eingeschaltete Amperemeter Null zeigt. In dieser Läuferstellung steht nur die Dämpferwicklung bzw. der Massivkörper als kurzgeschlossene Sekundärwicklung der resultierenden Richtung

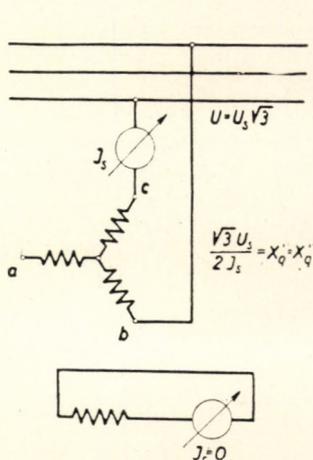


Abb. 4.44c. Das Messen der subtransienten Reaktanz bei stillstehenden Maschinen. Das Messen von X_q''

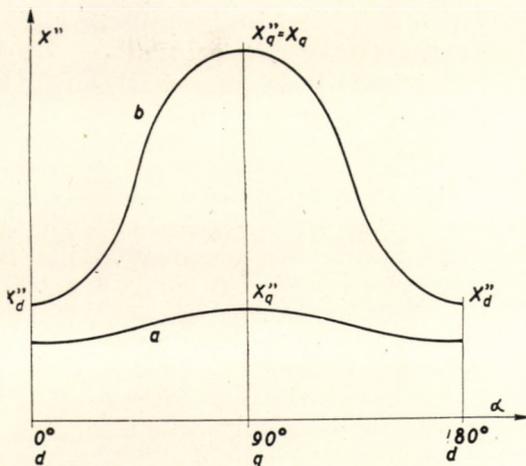


Abb. 4.44d. Das Messen der subtransienten Reaktanz im Stillstand. Die Änderungen von X_d'' und X_q'' während der Verdrehung des Läufers

von Wicklungen b und c gegenüber (Abb. 4.44c). In dieser Stellung ist das Meßergebnis:

$$\frac{U_s \sqrt{3}}{2 I_s} = X_q' = X_q''.$$

Führt man die Messung an einer Maschine mit lamelliertem Zylinderläufer aus, auf dem nur die einphasige Erregerwicklung angeordnet wurde, so erhält man ebenfalls den größten Strom, wenn die Läufererregerwicklung gegenüber der magnetischen Achse der Ständerwicklungen steht. Hierbei beträgt die transiente Reaktanz

$$X_d' = \frac{U_s \sqrt{3}}{2 I_s}.$$

Steht der Läufer senkrecht auf diese Stellung, dann befindet sich gegenüber der Ständerwicklung am Läufer überhaupt keine Wicklung, weshalb bei dieser Läuferstellung die synchrone Reaktanz gemessen wird. Aus der an den Ständer geschalteten Spannung $U_s \sqrt{3}$ und aus dem gemessenen Strom I_s folgt, daß

$$X_q = X_d = \frac{U_s \sqrt{3}}{2 I_s}.$$

In Abb. 4.44d zeigt die Kurve *a* die Änderung der subtransienten Reaktanz über dem Drehwinkel *a* für Maschinen mit Dämpferwicklung. Man sieht, daß die prozentuale Änderung gering ist und die Werte von X_d'' und X_q'' voneinander wenig abweichen. Dagegen weichen die subtransienten Reaktanzen in den Richtungen *d* und *q* bei einer Maschine ohne Dämpferwicklung beträchtlich ab (Kurve *b*; in Richtung *q* kann sogar die synchrone Reaktanz X_q sein).

Wir betonen nochmals, daß besonders bei den langsam laufenden vielpoligen Wasserturbinengeneratoren, die auch mit Dämpferwicklung versehen wurden, die gesättigten (bei plötzlichem Kurzschluß auftretenden) und ungesättigten (mit rückkehrender Spannung oder bei Stillstand gemessenen) Werte keinen großen Unterschied zeigen, ebensowenig wie die Messungsergebnisse bei Maschinen mit lamelliertem Zylinderläufer, wo sich auf dem Läufer nur eine Wicklung befindet. Demgegenüber ist der im Stillstand gemessene Wert der subtransienten Reaktanz bei Maschinen mit massivem Stahlkörper ohne Dämpferwicklung, wie gesagt, etwa um das Verhältnis 1 : 2 größer als bei dem gesättigten Wert des plötzlichen Kurzschlusses (Tab. I.A.7.10).

Es kommt auch vor, daß die Maschine nur an Ort und Stelle zusammengebaut wird (z. B. die Generatoren von großen Wasserkraftwerken) und die Verdrehung des Läufers im Stillstand auf große Schwierigkeiten stößt oder überhaupt nicht bewerkstelligt werden kann. In solchen Fällen können die subtransienten Reaktanzen in Längs- und Querrichtung — ohne den Läufer verdreht zu haben — durch drei aufeinanderfolgende Messungen bestimmt werden. Die Ständerphasenwicklungen *a* — *b*, *b* — *c* bzw. *c* — *a* sollen nämlich der Reihe nach mit der Spannung $U_s \sqrt{3}$ gespeist und in diesen drei Fällen die Ständerstromstärken I_C , I_A bzw. I_B gemessen werden. Wobei

$$\frac{U_s \sqrt{3}}{2 I_A} = X_A; \quad \frac{U_s \sqrt{3}}{2 I_B} = X_B; \quad \frac{U_s \sqrt{3}}{2 I_C} = X_C$$

bezeichnet wird. Mit diesen Reaktanzwerten beträgt die subtransiente Reaktanz in Längsrichtung

$$X_d'' = \frac{X_A + X_B + X_C}{3} \mp \frac{2}{3} \sqrt{X_A^2 + X_B^2 + X_C^2 - (X_A X_B + X_B X_C + X_C X_A)}$$

und die subtransiente Reaktanz von Querrichtung

$$X_q'' = X_q' = \frac{X_A + X_B + X_C}{3} \pm \frac{2}{3} \sqrt{X_A^2 + X_B^2 + X_C^2 - (X_A X_B + X_B X_C + X_C X_A)}.$$

Obige Zusammenhänge sind auf Grund Abb. 4.45a und b verständlich.

Untersuchen wir nun den Fall, wenn auf die Phasen *b* — *c* die Spannung $U_s \sqrt{3}$ geschaltet wird. In der Phase *a* fließt kein Strom, $i_a = 0$, und die

Ströme der Phasen b und c sind entgegengesetzt gleich groß ($i_b = i_s$ und $i_c = -i_s$). Der Vektor des Ständerstromes ist:

$$\mathbf{i}_s = \frac{2}{3}(i_a + \mathbf{a}i_b + \mathbf{a}^2i_c) = \frac{2}{3}(\mathbf{a} - \mathbf{a}^2)i_s = j\frac{2}{\sqrt{3}}i_s,$$

wobei die Richtung der reellen Achse in Richtung der Phase a des Ständers angenommen wurde. Nachdem der Vektor \mathbf{i}_s imaginär ist, steht er zur Richtung der Phase a senkrecht, also in der resultierenden Achsenrichtung der Wicklungen b und c . Der Vektor \mathbf{i}_s soll anhand der Abb. in die Komponenten von Richtung d und q zerlegt werden:

$$\begin{aligned} i_d &= \frac{2}{\sqrt{3}}i_s \sin \alpha. \\ i_q &= \frac{2}{\sqrt{3}}i_s \cos \alpha. \end{aligned} \tag{4.162}$$

Durch den Strom \mathbf{i}_s wird eigentlich das dreiphasige Stromsystem dargestellt. Daher ist der durch den Strom erregte Fluß $\boldsymbol{\psi}_s$ durch die dreiphasigen Induktivitäten zu bestimmen. Für die Ströme der Richtungen d und q wird die in vorigen Kapiteln abgeleitete Ersatzschaltung je für sich gelten (Abb. 4.45b). Der Windungsfluß des Ständers in der Längs- bzw. Querrichtung ist pro Phase

$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= i_d L_d'' \\ \psi_q &= i_q L_q'' \end{aligned} \right\} \tag{4.163}$$

Diesmal sind ψ_d und ψ_q die in den Richtungen d und q fallenden Komponenten des dreiphasigen Flußvektors $\boldsymbol{\psi}_s$. Der resultierende Fluß der mit beiden, zwischen den Klemmen b und c in Reihe geschalteten Wicklungen verkettet ist, wird durch die Differenz der Flüsse von Wicklungen b und c : $\boldsymbol{\psi} = \boldsymbol{\psi}_b - \boldsymbol{\psi}_c$ dargestellt, weil ja die verkettete Spannung \mathbf{u}_{bc} ebenfalls mit $(\mathbf{u}_b - \mathbf{u}_c)$ gleich ist. Der Windungsfluß $\boldsymbol{\psi}_b$ der Phase b wird gewonnen, indem man den Vektor $\boldsymbol{\psi}_s$ auf die Richtung der Achse b projiziert, was jedoch so umgangen werden kann, daß der Vektor $\boldsymbol{\psi}_s$ um 120° zurückgedreht ($\mathbf{a}^2 \boldsymbol{\psi}_s$) auf die Achse a projiziert wird. Nachdem letztere zugleich die reelle Achse ist, wird die Projektion mit dem reellen Teil des verdrehten Vektors gleich. Demnach gilt

$$\psi_b = \operatorname{Re}(\mathbf{a}^2 \boldsymbol{\psi}_s),$$

ähnlicherweise

$$\psi_c = \operatorname{Re}(\mathbf{a} \boldsymbol{\psi}_s).$$

Hieraus folgt, daß der resultierende Fluß der Phasen b und c

$$\boldsymbol{\psi} = \psi_b - \psi_c = \operatorname{Re}(\mathbf{a}^2 \boldsymbol{\psi}_s) - \operatorname{Re}(\mathbf{a} \boldsymbol{\psi}_s) = \operatorname{Re}[(\mathbf{a}^2 - \mathbf{a}) \boldsymbol{\psi}_s]$$

ist. Wird die in Richtung a fallende (reelle) Komponente des Flusses ψ_s mit ψ_x , die in die resultierende Achsenrichtung $b - c$ fallende (imaginäre) Komponente mit ψ_y bezeichnet, so ist $\psi_s = \psi_x + j\psi_y$. Nachdem aber

$$\mathbf{a}^2 - \mathbf{a} = -j\sqrt{3}$$

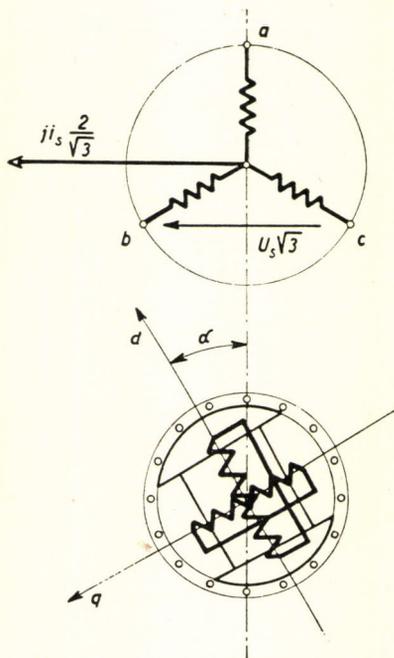


Abb. 4.45a. Bestimmung der subtransienten Reaktanz im Stillstand auf der Grundlage von drei Messungen

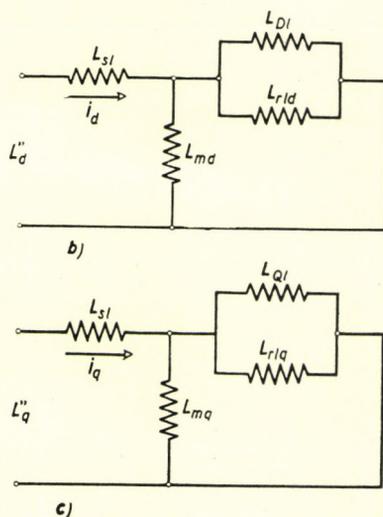


Abb. 4.45b, c. Messung der subtransienten Reaktanz im Stillstand. Ersatzschaltungen

ist, besteht folgender Zusammenhang:

$$\psi = \operatorname{Re} [-j\sqrt{3}(\psi_x + j\psi_y)] = \sqrt{3}\psi_y.$$

Der resultierende Fluß ψ wird also nur durch jene Komponente des dreiphasigen Flusses ψ_s bestimmt, die in der Richtung von Achse $b - c$ liegt und die man mit $\sqrt{3}$ multiplizieren muß. Wird der Fluß ψ_s mit ψ_d und ψ_q ausgedrückt, so kann man auf Grund der Abb. anschreiben, daß

$$\psi = \sqrt{3}(\psi_d \sin \alpha + \psi_q \cos \alpha). \quad (4.164)$$

Setzt man in letztere Gleichung die Gleichungen (4.162) und (4.163) ein, so bekommt man

$$\psi = 2i_s(L_d'' \sin^2 \alpha + L_q'' \cos^2 \alpha). \quad (4.165)$$

Wird diese Gleichung für effektive oder Höchstwerte angeschrieben und multipliziert man beide Seiten mit ω_1 , so sind die effektiven oder Höchstwerte der Linienspannung erhältlich:

$$\frac{U_s \sqrt{3}}{2 I_A} = X_A = X_d'' \sin^2 a + X_q'' \cos^2 a. \quad (4.166)$$

Falls die Spannung der Reihe nach an die Phasenwicklung $b - a$, welche um 120° verdreht ist, bzw. $a - c$, welche um weitere 120° abweicht, geschaltet wird und unter Zugrundelegung der nacheinander durchgeführten drei Messungen gilt ganz analog, daß

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_s \sqrt{3}}{2 I_A} &= X_A = X_d'' \sin^2 a + X_q'' \cos^2 a, \\ \frac{U_s \sqrt{3}}{2 I_B} &= X_B = X_d'' \sin^2 (a - 120^\circ) + X_q'' \cos^2 (a - 120^\circ), \\ \frac{U_s \sqrt{3}}{2 I_C} &= X_C = X_d'' \sin^2 (a + 120^\circ) + X_q'' \cos^2 (a + 120^\circ). \end{aligned} \right\} \quad (4.167)$$

Finden die Zusammenhänge

$$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}; \quad \cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$$

Anwendung, so läßt sich anschreiben, daß

$$\left. \begin{aligned} X_A &= \frac{X_d'' + X_q''}{2} - \frac{X_d'' - X_q''}{2} \cos 2a, \\ X_B &= \frac{X_d'' + X_q''}{2} - \frac{X_d'' - X_q''}{2} \cos 2(a - 120^\circ), \\ X_C &= \frac{X_d'' + X_q''}{2} - \frac{X_d'' - X_q''}{2} \cos 2(a + 120^\circ). \end{aligned} \right\} \quad (4.168)$$

Aus den letzten drei Gleichungen ergeben sich:

$$\frac{X_d'' + X_q''}{2} = \frac{X_A + X_B + X_C}{3}$$

und

$$\frac{X_d'' - X_q''}{2} = \pm \frac{2}{3} \sqrt{X_A^2 + X_B^2 + X_C^2 - (X_A X_B + X_B X_C + X_C X_A)}.$$

Schließlich können X_d'' und X_q'' aus den letzteren Zusammenhängen berechnet werden:

$$X_d'' = \frac{X_A + X_B + X_C}{3} \mp \frac{2}{3} \sqrt{X_A^2 + X_B^2 + X_C^2 - (X_A X_B + X_B X_C + X_C X_A)} \quad (4.169)$$

und

$$X_q'' = \frac{X_A + X_B + X_C}{3} \pm \frac{2}{3} \sqrt{X_A^2 + X_B^2 + X_C^2 - (X_A X_B + X_B X_C + X_C X_A)} \quad (4.170)$$

Da X_d'' in der Regel kleiner ist als X_q'' , sind bei (4.169) das negative, bei (4.170) das positive Vorzeichen zu berücksichtigen. Hieraus folgt, daß aus den Reaktanzmessungen im Stillstand (X_A , X_B und X_C) die ungesättigten Werte der Längs- und Querreaktanzen X_d'' und X_q'' mit Hilfe der Gleichungen (4.169) und (4.170) bestimmt werden, ohne den Läufer verdreht zu haben. Ergeben z. B. die drei Reaktanzmessungen $X_A = 0,6$, $X_B = 0,7$ und $X_C = 0,8$ Ohm, so ist

$$X_d'' = \frac{2,1}{3} - \frac{2}{3} \sqrt{1,49 - 1,46} = 0,7 - 0,115 = 0,585 \text{ Ohm}$$

und

$$X_q'' = 0,7 + 0,115 = 0,815 \text{ Ohm}.$$

Das in den Gleichungen (4.169) und (4.170) vorkommende positive oder negative Vorzeichen kann dann sicher bestimmt werden, wenn uns die Stellung des Läufers bekannt ist. Hierzu genügt es, wenn in den Kreis der Erregerwicklung ein Amperemeter eingeschaltet wird. Werden die drei Messungen mit gleich großer Spannung $U_s \sqrt{3}$ durchgeführt, so erfolgt jene Messung am nächsten zur Stellung d , bei welcher der Läuferstrom am größten ist. Die Reaktanz X_d'' weicht von dem Mittelwert $\frac{X_d'' + X_q''}{2}$ in derselben Richtung ab,

in welcher die bei dieser Messung erhaltene Reaktanz vom Mittelwert $\frac{X_A + X_B + X_C}{3}$ abweicht.

4.20. ASYMMETRISCHE KURZSCHLÜSSE

4.201. Der zweipolige Kurzschluß

Im praktischen Betrieb der Synchronmaschinen kommen die zweipoligen Kurzschlüsse viel häufiger vor als die dreipoligen. Die Berechnungsgrundlagen der zweipoligen Kurzschlüsse können aus Abb. 4.46 ermittelt werden. Tritt zwischen den Klemmen b und c der Maschine ein metallischer

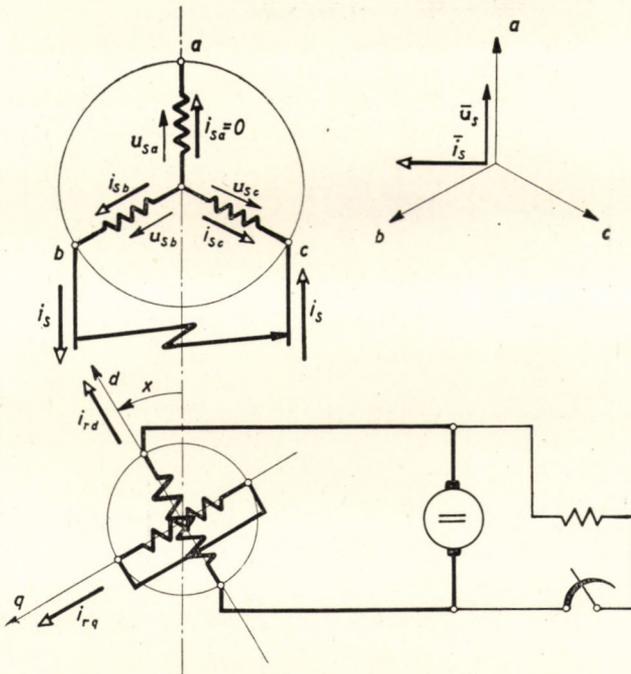


Abb. 4.46. Einphasiger zweipoliger Klemmenkurzschluß

Kurzschluß auf, so besteht zwischen den Phasen b und c keine Spannungsdifferenz, $u_b = u_c$. Deshalb ist der Vektor der Ständerspannungen:

$$\mathbf{u}_s = \frac{2}{3} (u_a + \mathbf{a} u_b + \mathbf{a}^2 u_c) = u_a,$$

weil $\mathbf{a} + \mathbf{a}^2 = -1$ und $u_a + u_b + u_c = 0$. Der Vektor der Spannungen ist also reell, d. h. er zeigt in die Richtung der Phasenachse a und kann keine auf sie senkrecht stehende Komponente haben. Nachdem aber $i_a = 0$ und $i_b = i_s$, $i_c = -i_s$, ist der Vektor der Ständerströme

$$\mathbf{i}_s = \frac{2}{3} (i_a + \mathbf{a} i_b + \mathbf{a}^2 i_c) = j \frac{2}{\sqrt{3}} i_s.$$

Der resultierende Strom ist also imaginär, d. h. er steht senkrecht auf Achse a , die Ständerströme erzeugen also in Richtung der Achse a keine Erregung. Die Wicklungen der Phasen b und c können gemeinsam durch eine solche resultierende Wicklung ersetzt werden, deren Achse auf Achse a senkrecht steht. Die einphasigen zweipoligen Kurzschlüsse sind also dadurch gekennzeichnet, daß die Spannung in der Achsenrichtung $b - c$ des Ständers gleich Null, wogegen in der auf sie senkrecht stehenden Achsenrichtung a der Strom gleich Null ist.

Vom Gesichtspunkt der Synchronmaschinen sind die häufigst vorkommenden Netzkurzschlüsse, wie z. B. die einphasigen Erdschlüsse oder die zweipoligen Kurzschlüsse, zweipolige einphasige Kurzschlüsse. Die Hochspannungssammelschienen werden in der Regel durch die Generatoren in großen Kraftanlagen mit dem Transformator gemeinsam in sog. Einheits-

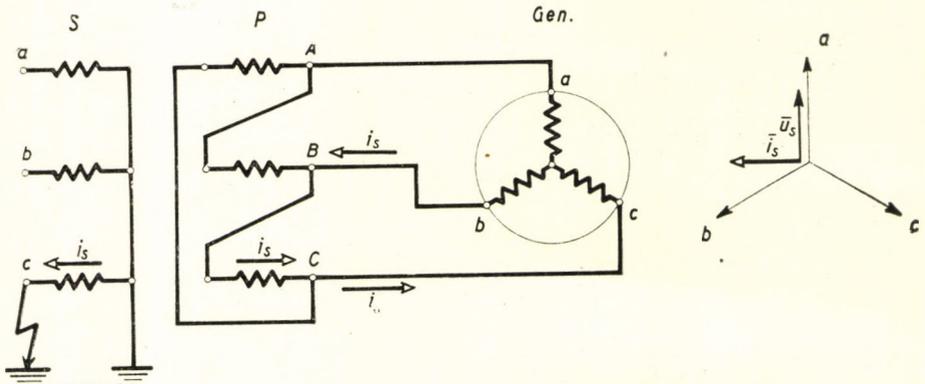


Abb. 4.47. Der hinter dem Stern-Dreieck-Transformator stattfindende einpolige Erdschluß

schaltung (Blockschaltung) gespeist. Nachdem die Hochspannungsseite des Transformators in sämtlichen Fällen im Stern geschaltet ist, wird die Bewicklung der Transformatoren an der Generatorseite im Dreieck geschaltet, um die Nullreaktanz des Transformators herabsetzen zu können (Abb. 5.19 und 5.29 im Kapitel 5). Der Sternpunkt des Generators ist im allgemeinen nicht direkt geerdet. Einerseits aus dem erwähnten Grund, andererseits infolge der Dreieckschaltung der an der Generatorseite des Transformators befindlichen Wicklung im Generator können weder Nullströme noch Nullspannungen auftreten.

Zunächst soll der Fall des einphasigen Netzerdschlusses untersucht werden (Abb. 4.47). Der Einfachheit halber setzen wir einstweilen einen idealen Transformator mit Windungszahlübersetzung $1:1$ voraus, vernachlässigen also den Magnetisierungsstrom und die Streuimpedanzen. Die Belastungen der Verbraucherstellen werden gleichfalls außer acht gelassen. Gerät die Phase c an der Sekundärseite (S) in Erdschluß, so können infolge der Gleichheit der primären und sekundären Amperewindungen des Transformators nur die in der Abbildung bezeichneten Ströme entstehen. Im Generator können also nur solche Ströme zustande kommen, als ob an den Generator-

klemmen ein zweipoliger Kurzschluß bestünde (zwischen den Klemmen b und c). Die Verhältnisse stimmen auch vom Gesichtspunkt der Spannungen überein, denn wenn die Spannung auf der sekundären Wicklung des Transformators auf Null fällt, muß auch die Spannung der auf der gemeinsamen Säule befindlichen primären Wicklung gleich Null werden. Somit fällt die Spannung auch zwischen den Generatorklemmen b und c auf Null, während die Spannung an der Klemme a frei entsteht. Der einphasige Netzerdschluß ist also beim Generator einem zweipoligen Kurzschluß gleichwertig.

Tritt im Netz ein zweipoliger einphasiger Kurzschluß auf, z. B. zwischen den Sekundärklemmen a und b des Transformators, so können im Transformator auf Grund der Gleichheit der Amperewindungen die in Abb.

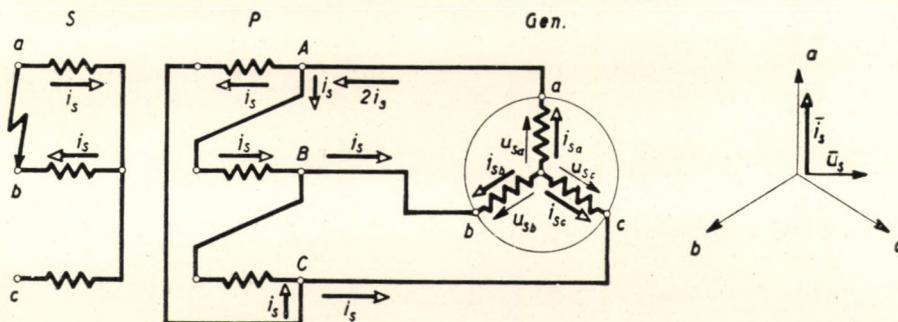


Abb. 4.48. Der hinter dem Stern-Dreieck-Transformator erfolgte zweipolige Kurzschluß

4.48 bezeichneten Ströme entstehen und somit läßt sich auch die Größe der Ständerströme des Generators bestimmen:

$$i_{sa} = 2 i_s; \quad i_{sb} = -i_s; \quad i_{sc} = -i_s.$$

Daher ist der Vektor der Ständerströme:

$$\mathbf{i}_s = \frac{2}{3}(i_{sa} + \mathbf{a}i_{sb} + \mathbf{a}^2 i_{sc}) = 2 i_s = i_{sa}.$$

Da dies eine reelle Zahl ist, wird durch die Ständerströme nur eine in Richtung der Achse a fallende Erregung erzeugt, es kann keine auf diese senkrecht stehende Stromkomponente vorhanden sein. Hinsichtlich der Spannungen kann festgestellt werden: infolge des metallischen Kurzschlusses der Phasen a und b ist an der Sekundärseite des Transformators $u_{sa} = u_{sb}$, daher gilt für die Primärseite, daß $u_{pa} = u_{pb}$. Drücken wir diese Spannungen mit den Generatorspannungen aus (Abb. 4.48):

$$u_{pa} = -u_{sa} + u_{sc}; \quad u_{pb} = -u_{sb} + u_{sa}.$$

Unter Berücksichtigung, daß

$$u_{Pa} = u_{Pb}; \quad u_{sa} + u_{sb} + u_{sc} = 0$$

erhält man:

$$u_{sa} = 0.$$

Die Ständerspannungen des Generators können also keine Komponente besitzen, die in die Richtung der Achse a fällt. Somit liegt auch diesmal der Fall vor, daß von den aufeinander senkrecht stehenden beiden Achsen in der einen keine Spannung, in der anderen hingegen kein Strom vorhanden sein kann. Für die Maschine ist auch dieser Fall einem zweipoligen Kurzschluß gleichwertig.

Bei obigen sekundären Kurzschlüssen ergibt sich der Vektor der Ständerströme für den Generator in sämtlichen Fällen als gleich groß, lediglich die Richtung des Vektors ändert sich. Wenn wir den Wert des Vektors der Ständerströme mit i bezeichnen und nachdem in den Abb. 4.46 und 4.47 entsprechenden Fällen i_s imaginär ist, wird also $i_s = ji$, und somit sind die Phasenströme des Generators: $i_{sa} = 0, i_{sb} = \frac{\sqrt{3}}{2}i, i_{sc} = -\frac{\sqrt{3}}{2}i$. Im Fall gemäß Abb. 4.48

ist i_s reell, also ist $i_s = i$, und somit $i_{sa} = i, i_{sb} = -\frac{i}{2}, i_{sc} = -\frac{i}{2}$.

Nachstehend soll der zweipolige Einphasen-Klemmenkurzschluß des Generators besprochen werden.

Der Kurzschlußvorgang kann qualitativ wie folgt beurteilt werden. Der Läufer soll sich mit der synchronen Winkelgeschwindigkeit ω_1 drehen. Der Momentanwert der an den Ständerklemmen $b-c$ vor dem Kurzschluß im Leerlauf meßbaren Spannung ist

$$\sqrt{3} U_s \cos \alpha,$$

wobei U_s den Höchstwert der Phasenspannung darstellt; $\alpha = \omega_1 t + a$ ist der zwischen dem Läufer und der Achsrichtung der Wicklung a liegende Winkel (Abb. 4.49).

Nach erfolgtem Kurzschluß wird in den Ständerwicklungen ein Wechselstrom von 50 Perioden fließen. In Berücksichtigung des kleinen Wirkwiderstandes wird vorausgesetzt, daß die Spannung und der Strom in Phase um 90° verschoben sind. Der Anfangswert des Kurzschlußwechselstromes hängt davon ab, wie groß der Momentanwert der Spannung im Kurzschlußaugenblick war, bzw. welche Stellung der Läufer in diesem Augenblick der Achse der Ständerwicklungen gegenüber eingenommen hat. Ist der Kurzschluß im Augenblick des Spannungshöchstwertes erfolgt ($t = 0, a = 0$), so wird der Kurzschlußwechselstrom von Null ausgehen. Demgegenüber geht der Kurzschlußwechselstrom von seinem größten Wert aus, wenn der Kurzschluß im Augenblick des Spannungsnullüberganges erfolgt ($a = 90^\circ$), folglich muß

auch ein freier Gleichstrom auftreten, der diesem Momentanwert entgegengesetzt gleich groß ist. Im Ständer wird also im allgemeinen durch einen einphasigen Wechselstrom von Grundfrequenz eine in der resultierenden Achse von zwei Ständerphasenwicklungen wirkende, pulsierende, im Raum stillstehende Erregung erzeugt. Dazu kommt noch jene im Raum stillstehende Gleichstromerregung, deren Größe durch die Stellung des Läufers im Kurzschlußaugenblick bestimmt wird. Die durch den Ständerwechselstrom erzeugte

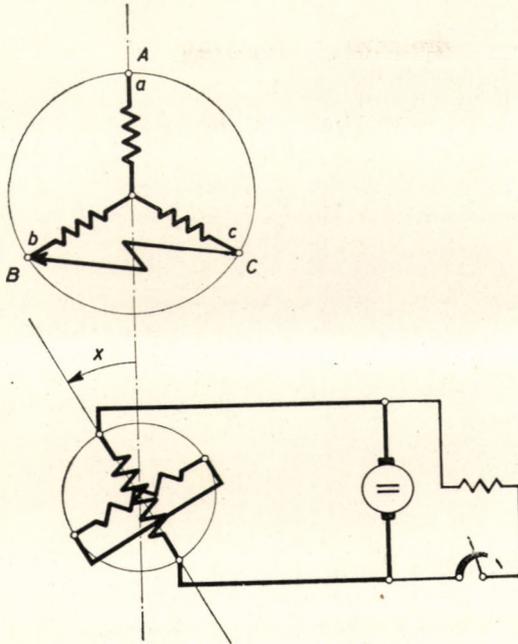


Abb. 4.49. Einphasiger zweipoliger Kurzschluß. Der Läufer ist mit zweiphasiger symmetrischer Wicklung versehen

pulsierende Erregung wird in der bekannten Weise durch zwei, in entgegengesetzten Richtungen mit halben Amplituden synchron umlaufende Erregungen ersetzt. Eine der umlaufenden Komponenten des Ständerwechselstromes dreht sich in Läuferrichtung synchron und hält mit der Kurzschlußgleichstromerregung des Läufers Gleichgewicht. Die Komponente der pulsierenden Erregung des Ständers, die der mechanischen Drehrichtung des Läufers entgegengesetzt läuft, dreht sich im Vergleich zum Läufer mit doppelter Frequenz, weshalb in der symmetrischen, z. B. in der zweiphasigen Läuferwicklung, ein symmetrischer zweiphasiger Wechselstrom von doppelter Frequenz erzeugt wird. Der Ständerwechselstrom von Grundfrequenz wird gemeinsam mit dem Kurzschlußgleichstrom des Läufers der Kurzschlußzeitkonstante des Läuferstromkreises gemäß abklingen. Auf Grund des Vorhergesagten wird auch der Läuferwechselstrom von doppelter Frequenz laut dieser Zeitkonstante abnehmen. Die Abnahme des Ständergleichstromes, dessen

Wert, wie gesehen, von der im Kurzschlußaugenblick bestandenen Läuferstellung abhängig ist, erfolgt entsprechend der Kurzschlußzeitkonstante des Ständerstromkreises. Im Läufer wird durch den Ständergleichstrom ein symmetrischer zweiphasiger Wechselstrom von Grundfrequenz erzeugt. Im Fall eines einphasigen zweipoligen plötzlichen Kurzschlusses entsteht also unter Voraussetzung einer symmetrischen zweiphasigen Läuferwicklung im Ständer allgemein neben dem Ständergleichstrom die im Raum stillstehende pulsierende Wechselstromerregung von Grundfrequenz, während man im Läufer außer der Kurzschlußgleichstromerregung symmetrische zweiphasige Dreherregungen von Grundfrequenz und doppelter Frequenz erhält.

Die Berechnung der Kurzschlußströme kann auch diesmal in der Weise durchgeführt werden, daß man vom Prinzip der Flußkonstanz ausgeht.

4.202. Die Berechnung der einphasigen, zweipoligen Kurzschlußströme

Die in Abb. 4.50 gezeigte Maschine lief vor dem Kurzschluß leer, wobei der Höchstwert des mit dem Ständer verketteten Läuferflusses $\psi_s = \sqrt{3} I_L L_m$ ist. Der hier vorkommende Windungsfluß ist der resultierende Fluß von zwei Phasenwicklungen $\psi_{sb} - \psi_{sc}$ (s. Kapitel 2.203), d. h. der Höchstwert der Ständerspannung beträgt

$$\sqrt{3} U_s = \sqrt{3} I_L X_m. \quad (4.171)$$

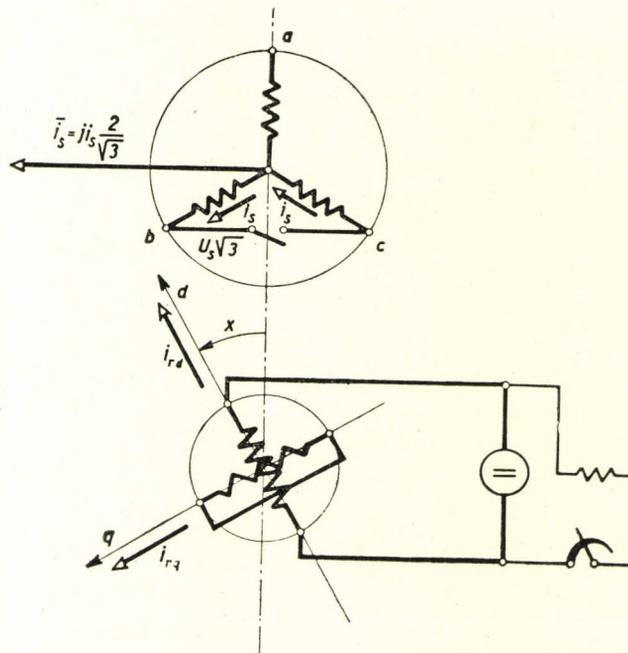


Abb. 4.50. Zur Bestimmung der Ströme beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß

Setzen wir voraus, daß der Läufer zylindrisch ist und auf ihm eine solche symmetrische zweiphasige Wicklung angeordnet wurde, deren Phasenwicklung in Richtung d mit Gleichstrom erregt wird. Der Läufer dreht sich mit der synchronen Winkelgeschwindigkeit ω_1 . Seine Stellung ist im Vergleich zur Richtung der Ständerwicklung a mit dem Winkel $x = \omega_1 t + a$ bestimmt. Der durch die Ständerwicklung a und die Läuferwicklung eingeschlossene Winkel beträgt im Augenblick des Kurzschlusses α . Wie bereits erwähnt (Kap. 4.117), ist der resultierende Fluß der Wicklungen b und c nur von der in Richtung $b - c$ liegenden Komponente des dreiphasigen Vektors \mathbf{i}_s abhängig und beträgt das $\sqrt{3}$ -fache derselben. In unseren weiteren Berechnungen werden wir uns dieser Komponente des Flusses ψ_s bedienen, jedoch den Faktor $\sqrt{3}$ weglassen, indem wir mit der in die resultierende Richtung der Phasen b und c fallenden Projektion des dreiphasigen Flusses ψ_s selbst rechnen. Diese Flußkomponente soll auch mit ψ_s bezeichnet werden. Daher kommen in den nachstehenden Formeln die dreiphasigen Induktionskoeffizienten vor. Im Kurzschlußaugenblick ist der mit den Ständerwicklungen verkettete Fluß:

$$\psi_s = I_{rL} L_m \sin \alpha.$$

Nach erfolgtem Kurzschluß sollen im Ständer der Gesamtstrom \mathbf{i}_s , in der in Richtung d fallenden Wicklung des Läufers der Strom i_{rd} , in Richtung q der Strom i_{rq} fließen. Nachdem in der Phase a kein Strom fließt, hingegen die Phasen b und c den Kurzschlußstrom \mathbf{i}_s leiten, ist der Wert des dreiphasigen Stromes \mathbf{i}_s gemäß Zusammenhang (2.1) $\mathbf{i}_s = \frac{2}{3} (0 + \mathbf{a}i_s - \mathbf{a}^2 i_s) = j \frac{2}{\sqrt{3}} i_s$.

Die Richtung des Stromes \mathbf{i}_s stimmt mit der resultierenden Richtung von den Phasen b und c stets überein und der Wert des Stromes beträgt $\frac{2}{\sqrt{3}} i_s$. Nunmehr können nach dem Kurzschluß jene Flüsse, die mit den Ständerwicklungen (in der resultierenden Richtung), mit den Läuferwicklungen in Richtung d bzw. in Richtung q verkettet sind, der Reihe nach angeschrieben werden. Unter Zugrundelegung des Prinzips der Flußkonstanz müssen diese mit den vor dem Kurzschluß mit diesen Wicklungen verketteten Windungsflüssen gleich sein. Für den mit dem Ständer verketteten Fluß gilt also

$$\psi_s = \frac{2}{\sqrt{3}} i_s L_d + i_{rd} L_m \sin x + i_{rq} L_m \cos x = I_{rL} L_m \sin \alpha. \quad (4.172a)$$

Der mit der Läuferwicklung in Richtung d verkettete Fluß ist

$$\psi_{rd} = \frac{2}{\sqrt{3}} i_s L_m \sin x + i_{rd} L_r + 0 = I_{rL} L_r, \quad (4.172b)$$

der mit der Läuferwicklung in Richtung q verkettete Fluß beläuft sich auf

$$\psi_{rq} = \frac{2}{\sqrt{3}} i_s L_m \cos x + 0 + i_{rq} L_r = 0. \quad (4.172c)$$

Aus den vorstehenden drei Gleichungen ergibt sich, wobei L_d , L_m und L_r Werte pro Phase bezeichnen (die Läuferwerte sind in der beim dreiphasigen Kurzschluß angegebenen Weise auf die Ständerphasen umzurechnen):

$$i_s = \frac{I_{rL} X_m X_r^2 (\sin \alpha - \sin x) \frac{\sqrt{3}}{2}}{X_d X_r^2 - X_m^2 X_r}, \quad (4.173)$$

woraus nach Teilung durch X_r^2 folgt, daß

$$i_s = I_{rL} X_m \frac{1}{X_d - \frac{X_m^2}{X_r}} (\sin \alpha - \sin x) \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad (4.174)$$

nachdem aber:

$$I_{rL} X_m = U_s$$

und

$$X_d - \frac{X_m^2}{X_r} = X_d',$$

wird also

$$i_s = \frac{U_s \sqrt{3}}{X_d'} \frac{1}{2} (\sin \alpha - \sin x) \quad (4.175)$$

sein. Im Zusammenhang (4.175) ist — wie bei der qualitativen Untersuchung schon festgestellt — die Gleichstromkomponente des Kurzschlußstromes

$$i_{sg} = \frac{U_s \sqrt{3}}{X_d'} \frac{1}{2} \sin \alpha$$

vom Winkel α , welcher im Kurzschlußaugenblick vom Läufer und vom Ständer eingeschlossen wird, abhängig. Ist $\alpha = 0$, so wird $\sin \alpha = 0$, d. h. der Kurzschluß erfolgt beim Höchstwert der Spannung. Der Kurzschlußwechselstrom, dessen Wert

$$i_{sw} = -\frac{U_s \sqrt{3}}{X_d'} \frac{1}{2} \sin x. \quad (4.176)$$

ist, geht von Null aus. Der Wert des Kurzschlußstromes ist dann am größten, wenn der Kurzschluß bei $\alpha = 90^\circ$, im Nullübergangsaugenblick der Spannung, eintritt, weil dann am Ende der dem Kurzschluß folgenden Halbperiode ohne Dämpfung die maximale Stromstärke

$$i_{s \max} = \frac{U_s}{X'_d} \sqrt{3} \quad (4.177)$$

ist. Der Strom der Läufererregungswicklung wird aus der zweiten Gleichung des Gleichungssystems (4.172) berechnet. Wird dabei der Zusammenhang $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$ beachtet, so kann für den plötzlichen Kurzschlußstrom der Läufererregungswicklung angeschrieben werden

$$i_{rd} = I_{rL} \left[1 + \frac{X_d - X'_d}{2 X'_d} - \frac{X_d - X'_d}{X'_d} \sin \alpha \sin x - \frac{X_d - X'_d}{2 X'_d} \cos 2x \right]. \quad (4.178)$$

Der Überlegung bei der qualitativen Untersuchung gemäß finden wir auch Formeln, daß im Läufer dreierlei Ströme zu finden sind, und zwar der Gleichstrom

$$I_{rL} \left[1 + \frac{X_d - X'_d}{2 X'_d} \right] = \frac{X_d + X'_d}{2 X'_d} I_{rL},$$

der Wechselstrom von Grundfrequenz

$$- I_{rL} \frac{X_d - X'_d}{X'_d} \sin \alpha \sin x$$

und schließlich der Wechselstrom von doppelter Frequenz

$$- I_{rL} \frac{X_d - X'_d}{2 X'_d} \cos 2x. \quad (4.179)$$

Da der freie Gleichstrom des Ständers sowie der Läuferwechselstrom von Grundfrequenz während des Übergangsvorganges der Kurzschlußzeitkonstante des Ständers gemäß vom Anfangswert auf Null abklingen, können diese Zeitfunktionen sogleich angeschrieben werden. Die Kurzschlußreaktanz des Ständers ist pro Phase X'_d , daher beläuft sich die transiente Ständerzeitkonstante auf

$$T'_s = \frac{X'_d}{\omega_1 R_s}. \quad (4.180)$$

Der Läufergleichstrom steigt vom Anfangswert I_{rL} bis auf den Wert $I_{rL} \frac{X_d + X'_d}{2 X'_d}$.

Es scheint, als ob die Läuferkreisreaktanz vom ursprünglichen Wert X_r im Verhältnis von $\frac{2 X'_d}{X_d + X'_d}$ abgenommen hätte, daher ist die transiente Reaktanz des Läuferkreises

$$X_r \frac{2 X'_d}{X_d + X'_d},$$

woraus folgt, daß die Zeitkonstante des Läuferkreises

$$T'_d = \frac{X_r \frac{2 X'_d}{X_d + X'_d}}{\omega_1 R_r} = T'_{do} \frac{2 X'_d}{X_d + X'_d} \quad (4.181)$$

ist.

Der Läufergleichstrom nimmt von seinem Kurzschlußwert bis zum stationären Wert I_{rL} gemäß der Zeitkonstante T'_d ab. Die pulsierende Wechselstromkomponente des Ständerstromes bzw. beide umlaufenden Komponenten klingen laut dieser Zeitkonstante auf den stationären Wert ab. Der stationäre Ständerkurzschlußstrom läßt sich aus dem plötzlichen Kurzschlußwert gewinnen, indem sein Wert im selben Verhältnis abnehmen muß, wie der Läufergleichstrom von seinem Kurzschlußwert auf den stationären Wert abgenommen hat. Der Läufergleichstrom nimmt von seinem Kurzschlußwert auf den stationären Zustand im Verhältnis

$$\frac{2 X'_d}{X_d + X'_d}$$

ab. Im gleichen Verhältnis werden auch der Kurzschlußwechselstrom des Ständers und der Läuferwechselstrom von doppelter Frequenz von ihren Kurzschlußwerten auf ihre stationären Werte abnehmen. Demnach gilt für den stationären Ständerkurzschlußwechselstrom auf Grund des Zusammenhanges (4.176), daß

$$i_k = i_{sw} \frac{2 X'_d}{X_d + X'_d} = - \frac{U_s \sqrt{3}}{X'_d} \frac{2 X'_d}{2 X_d + X'_d} \sin x = - \frac{U_s \sqrt{3}}{X_d + X'_d} \sin x. \quad (4.182)$$

Dagegen ist der stationäre Läuferstrom von doppelter Frequenz [unter Anwendung der Formel (4.179)]

$$- I_{rL} \frac{X_d - X'_d}{2 X'_d} \cos 2x \frac{2 X'_d}{X_d + X'_d} = - I_{rL} \frac{X_d - X'_d}{X_d + X'_d} \cos 2x. \quad (4.183)$$

Kennt man nun die stationären Stromwerte und die Zeitkonstanten, so kann die vollständige Beschreibung des Verlaufes der plötzlichen Ständerkurzschlußströme nachstehend angegeben werden. Es wird beachtet, daß der Ständerwechselstrom vom Anfangswert

$$-\frac{U_s \sqrt{3}}{X'_d} \frac{1}{2} \sin x$$

auf den stationären Wert

$$-\frac{U_s \sqrt{3}}{X_d + X'_d} \sin x$$

abklingt, d. h. also, daß die Differenz dieser beiden Ströme

$$-\left[\frac{U_s \sqrt{3}}{X'_d} \frac{1}{2} - \frac{U_s \sqrt{3}}{X_d + X'_d} \right] \sin x = -\frac{U_s \sqrt{3}}{2 X'_d} \frac{X_d - X'_d}{X_d + X'_d} \sin x$$

gemäß der Zeitkonstante T'_d abnehmen wird. Somit ist der Gesamtkurzschlußstrom des Ständers:

$$i_s = -\frac{U_s \sqrt{3}}{X_d + X'_d} \sin x - \frac{U_s \sqrt{3}}{2 X'_d} \frac{X_d - X'_d}{X_d + X'_d} \sin x e^{-\frac{t}{T'_d}} + \frac{U_s \sqrt{3}}{X'_d} \frac{1}{2} \sin x e^{-\frac{t}{T'_s}}, \quad (4,184)$$

wobei

$$T'_d = \frac{X_r}{\omega_1 R_r} \frac{2 X'_d}{X_d + X'_d}; \quad T'_s = \frac{X'_d}{\omega_1 R_s}$$

ist.

Hinsichtlich des in der Läuferwicklung in Richtung d fließenden Stromes wird beachtet, daß der Läufergleichstrom vom Anfangswert

$$I_{rL} \frac{X_d + X'_d}{2 X'_d}$$

auf den stationären Wert I_{rL} abklingt; die Differenz dieser beiden Ströme

$$I_{rL} \left[\frac{X_d + X'_d}{2 X'_d} - 1 \right] = I_{rL} \frac{X_d - X'_d}{2 X'_d}$$

nimmt also gemäß der Zeitkonstante T'_d ab. Im Fall des Wechselstromes von doppelter Frequenz wird der Anfangsstrom

$$- I_{rL} \frac{X_d - X'_d}{2 X'_d} \cos 2x$$

auf den stationären Wert

$$- I_{rL} \frac{X_d - X'_d}{X_d + X'_d} \cos 2x$$

abnehmen, die Differenz dieser beiden Ströme

$$- I_{rL} \left[\frac{X_d - X'_d}{2 X'_d} - \frac{X_d - X'_d}{X_d + X'_d} \right] \cos 2x = - I_{rL} \frac{(X_d - X'_d)^2}{2 X'_d (X_d + X'_d)} \cos 2x$$

wird also ebenfalls gemäß Zeitkonstante T'_d abnehmen. Der gesamte Läuferstrom in Richtung d wird

$$\begin{aligned} i_{rd} = I_{rL} \left[1 - \frac{X_d - X'_d}{X_d + X'_d} \cos 2x + \frac{X_d - X'_d}{2 X'_d} e^{-\frac{t}{T'_d}} - \right. \\ \left. - \frac{X_d - X'_d}{X'_d} \sin \alpha \sin x e^{-\frac{t}{T'_d}} - \frac{(X_d - X'_d)^2}{2 X'_d (X_d + X'_d)} \cos 2x e^{-\frac{t}{T'_d}} \right]. \end{aligned} \quad (4.185)$$

Der Läuferstrom in Richtung q beträgt:

$$\begin{aligned} i_{rq} = I_{rL} \left[\frac{X_d - X'_d}{X_d + X'_d} \sin 2x - \frac{X_d - X'_d}{X'_d} \sin \alpha \cos x e^{-\frac{t}{T'_d}} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2 X'_d} \frac{(X_d - X'_d)^2}{X_d + X'_d} \sin 2x e^{-\frac{t}{T'_d}} \right]. \end{aligned} \quad (4.186)$$

Befindet sich am Läufer auch eine Dämpferwicklung, so muß man bei der Berechnung des Anfangswertes vom Wert X''_d ausgehen. Die subtransienten Stromwerte gehen gemäß der Zeitkonstante T''_d in transiente Werte über.

4.203. Einphasiger zweipoliger Kurzschluß bei asymmetrischem Läufer

Bei einer Synchronmaschine mit Zylinderläufer, auf dem aber lediglich eine einphasige Erregerwicklung angeordnet ist, treten in den Ständer- und Läuferkurzschlußströmen nicht nur der im vorangehenden Abschnitt beschriebene Gleichstrom sowie Wechselströme von Grund- und doppelter Frequenz

auf, sondern auch die Reihe sämtlicher geraden und ungeraden Oberwellenströme. Man gehe von der in Abb. 4.51 angegebenen Synchronmaschine aus, deren Läuferwicklung im Augenblick des Kurzschlusses mit der Achse der Ständerwicklung a den Winkel α einschließt. In der Ständerwicklung erscheint der plötzliche Kurzschlußwechselstrom von Grundfrequenz und die Gleichstromkomponente, die mit dem Anfangswert des Kurzschlußwechselstromes

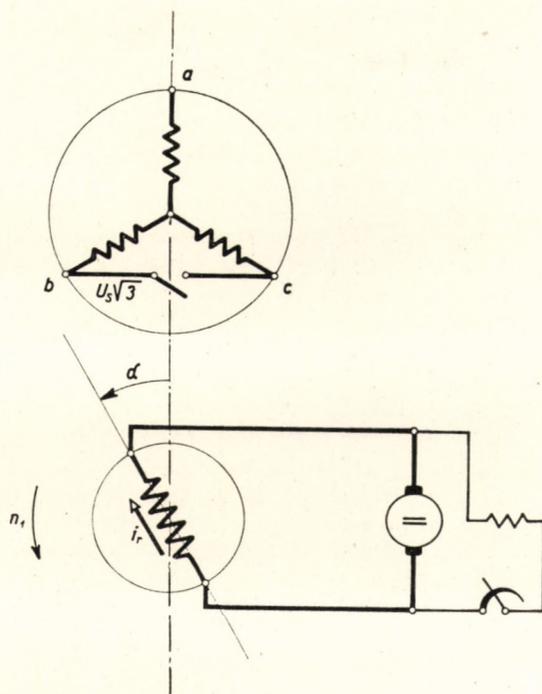


Abb. 4.51. Einphasiger zweipoliger Kurzschluß. Maschine mit einphasiger Läuferwicklung

entgegengesetzt gleich groß ist. Untersuchen wir zunächst den Einfluß der Wechselstromkomponente von Grundfrequenz. Man zerlegt die in der Ständerwicklung entstehende pulsierende Erregung in zwei, mit halber Amplitude umlaufende Erregungen, von denen die eine mit dem Läufer synchron läuft, während sich die andere Komponente der Läuferichtung entgegengesetzt mit Synchrongeschwindigkeit dreht. Die gleichlaufende Komponente wird aus den bereits bekannten Gründen durch die plötzliche Kurzschlußgleichstromerregung des Läufers im Gleichgewicht gehalten. Durch die gegen den Läufer umlaufende Komponente des Ständerwechselstromes von Grundfrequenz wird in der Läuferwicklung ein Strom von doppelter Frequenz erzeugt. Der Wechselstrom von doppelter Frequenz erregt in der Läuferwicklung eine pulsierende Erregung, die sich ebenfalls in zwei Drehfeldkomponenten von halber Amplitude zerlegen läßt, u. zw. in eine mit dem Läufer in gleicher Richtung und eine entgegengesetzt umlaufende Komponente.

Mit Rücksicht auf die doppelte Frequenz dieser Drehfeldkomponenten wird die auf den Ständer bezogene Geschwindigkeit der gegenlaufenden Komponente gleich der einfachen Synchrongeschwindigkeit entgegen der Drehrichtung des Läufers sein. Diese Komponente hält also die gegenlaufende Komponente der Ständererregung von Grundfrequenz im Gleichgewicht. Die mitlaufende Komponente der pulsierenden Erregung von doppelter Frequenz des Läufers bewegt sich im Vergleich zum Ständer mit dreifacher Synchrongeschwindigkeit, wodurch in der Ständerwicklung ein Wechselstrom von dreifacher Frequenz erzeugt wird. Wird diese pulsierende Erregung von dreifacher Frequenz wiederum in Drehkomponenten zerlegt, so werden relativ zum Läufer die zweifachen bzw. vierfachen Geschwindigkeiten zu verzeichnen sein. Durch die erstere wird die mitlaufende Komponente der Läufererregung von doppelter Frequenz im Gleichgewicht gehalten, während durch letztere in der Läuferwicklung ein Strom von vierfacher Frequenz erzeugt wird. Werden die Untersuchungen bezüglich der Wechselwirkung von Ständer- und Läufererregungen ähnlich wie vorstehend fortgesetzt, kann man beobachten, daß über Wirkung des Ständerkurzschlußwechselstromes von Grundfrequenz in der Ständerwicklung sämtliche ungeraden harmonischen Ströme auftreten, während im Läufer sämtliche geraden harmonischen Ströme anzutreffen sind, den Kurzschlußgleichstrom des Läufers mitinbegriffen.

Die Gleichstromerregung im Ständer hängt davon ab, in welcher momentanen Stellung des Läufers der Kurzschluß entstanden ist. Die Gleichstromerregung erreicht ihren Höchstwert, wenn der Kurzschluß im Augenblick des Spannungsnullüberganges eintrat. Ist in der Ständerwicklung der freie Gleichstrom vorhanden, so ist analog zum vorherigen Gedankengang leicht verständlich, daß auf seinen Einfluß auch in der Ständerwicklung sämtliche geraden harmonischen Ströme, während in der Läuferwicklung alle ungeraden Oberwellen auftreten. Demnach erscheinen beim plötzlichen einphasigen zwei poligen Kurzschluß im allgemeinen sowohl in der Ständer- als auch in der Läuferwicklung sämtliche geraden und ungeraden Oberwellen, sobald der Läufer der Maschine nur mit einer einzigen Erregerwicklung ausgestattet wurde. Dies gilt immer, bis auf den Fall, wenn der plötzliche Kurzschluß im Augenblick des Spannungshöchstüberganges erfolgt. In diesem Fall ist nämlich im Ständer kein freier Gleichstrom vorhanden, es sind also dortselbst nur ungerade, im Läufer aber lediglich gerade Oberwellen zu verzeichnen. Hält man sich den allgemeinen Fall vor Augen, so nehmen die ungeraden Oberwellen des Ständers mit dem Läufergleichstrom gemäß der Zeitkonstante, welche der Kurzschlußreaktanz des Läufers entspricht, bis zum stationären Wert ab. Die geraden Oberwellen des Läufers werden gleichfalls laut derselben Zeitkonstante abnehmen. Die geraden Oberwellen des Ständers sowie die ungeraden Oberwellen des Läufers nehmen entsprechend der Kurzschlußzeitkonstante des Ständers bis auf Null ab. Nach dem vollendeten Übergangsprozeß sind in der Ständerwicklung im stationären Zustand unter Zugrundelegung unserer vorstehenden Überlegungen sämtliche ungeraden Oberwellen vorhanden; ähnlicherweise können im Läufer sämtliche geraden Oberwellen wahrgenommen werden. Die Amplituden der Oberwellen sind im stationären Zustand konstant. Nachstehend soll der qualitativ erörterte Kurzschlußvorgang auch quantitativ untersucht werden.

4.204. Die Berechnung des einphasigen zweipoligen Kurzschlusses bei asymmetrischer Läuferwicklung

Den Ausgang bildet auch diesmal das Prinzip der Konstanz des Flusses. Vor dem Kurzschluß ist der mit dem Ständer verkettete Fluß

$$\psi_s = I_{rL} L_{md} \sin \alpha, \quad (4.187)$$

während der Fluß

$$\psi_{rd} = I_{rL} L_{rd} \quad (4.188)$$

mit dem Läufer vor dem Kurzschluß in Richtung d verkettet war.

Der Läuferfluß beträgt vor dem Kurzschluß in Richtung q

$$\psi_{rq} = 0.$$

Der Einfachheit halber ging man bei der qualitativen Untersuchung der einphasigen zweipoligen Kurzschlußströme von einer Maschine mit zylindrischem Läufer mit lamelliertem Eisenkörper aus, in deren Nuten nur eine einphasige Erregerwicklung angeordnet wurde. Die analytische Behandlung wird aber für einen allgemeineren Fall durchgeführt, u. zw. für einen Läufer mit ausgeprägten Polen, welcher außer der Erregerwicklung in Längsrichtung auch eine kurzgeschlossene Dämpferwicklung in Querrichtung trägt (Abb. 4.52).

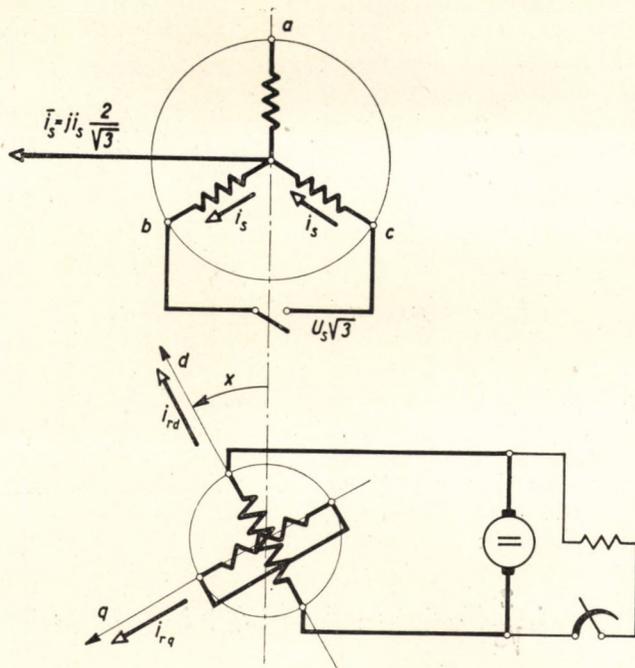


Abb. 4.52. Zur Erklärung des einphasigen zweipoligen Kurzschlusses. Der Läufer ist unsymmetrisch zweiphasig bewickelt

Es soll schon im voraus gesagt werden, daß sich auf dem Läufer außer diesen aufeinander senkrecht stehenden Wicklungen keinerlei andere kurzgeschlossene Wicklung oder massiver Eisenkörper befinden.

Im Augenblick des Kurzschlusses fließt im Ständer der Strom i_s , in der Erregerwicklung des Läufers i_{rd} , in der querliegenden Dämpferwicklung i_{rq} .

Die Längsinduktivität des Ständers beträgt $L_d = L_{sl} + L_{md}$, die Querinduktivität $L_q = L_{sl} + L_{mq}$.

Die Längsinduktivität des Läufers ist $L_{rd} = L_{rl} + L_{md}$, die Querinduktivität desselben $L_{rq} = L_{rl} + L_{mq}$.

Der zwischen der Läuferachse d und der Achse der Ständerphase a liegende Winkel ist $\alpha = \omega_1 t + a$.

Um den mit dem Ständerkurzschlußstrom verketteten Ständerwicklungsfluß bestimmen zu können, soll der Ständerstrom in Komponenten, die in die Richtungen d und q fallen, zerlegt werden. Die in Richtung d liegende Komponente von Strom i_s beträgt

$$i_s \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \alpha,$$

die in Richtung q liegende

$$i_s \frac{2}{\sqrt{3}} \cos \alpha.$$

Durch die in Richtung d liegende Stromkomponente wird in der resultierenden Richtung der Ständerwicklungen ein Windungsfluß von

$$i_s \frac{2}{\sqrt{3}} L_d \sin \alpha \sin \alpha = i_s \frac{2}{\sqrt{3}} L_d \sin^2 \alpha$$

erzeugt, während durch die Komponente von Richtung q ein solcher von

$$i_s \frac{2}{\sqrt{3}} \cos \alpha \cos \alpha L_q = i_s \frac{2}{\sqrt{3}} L_q \cos^2 \alpha.$$

Der mit den Ständerwicklungen verkettete Windungsfluß wird vom Ständer- und Läuferstrom gemeinsam erregt. Nach dem Kurzschluß bleibt der mit dem Ständer verkettete Fluß dem mit den Ständerwicklungen verketteten Leerlaufstrom vor dem Kurzschluß gleich. Schreibt man die Zusammenhänge an, so gilt

a) für den Ständer:

$$\begin{aligned} \psi_s = i_s \frac{2}{\sqrt{3}} (L_d \sin^2 \alpha + L_q \cos^2 \alpha) + i_{rd} L_{md} \sin \alpha + \\ + i_{rq} L_{mq} \cos \alpha = I_{rL} L_{md} \sin \alpha, \end{aligned} \quad (4.189a)$$

b) für Richtung d des Läufers:

$$\psi_{rd} = i_s \frac{2}{\sqrt{3}} L_{md} \sin x + i_{rd} L_{rd} + 0 = I_{rL} L_{rd}, \quad (4.189b)$$

c) für Richtung q des Läufers:

$$\psi_{rq} = i_s \frac{2}{\sqrt{3}} L_{mq} \cos x + 0 + i_{rq} L_{rq} = 0., \quad (4.189c)$$

Aus Gleichungen (4.189) lassen sich die Werte von i_s , i_{rd} und i_{rq} berechnen. Vorerst soll der Wert i_s behandelt werden. Gemäß Gleichungssystem (4.189) ergibt sich, daß

$$i_s = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{I_{rL} L_{md} L_{rq} L_{rd} (\sin \alpha - \sin x)}{L_{rd} L_{rq} (L_d \sin^2 x + L_q \cos^2 x) - L_{rd} L_{mq}^2 \cos^2 x - L_{rq} L_{md}^2 \sin^2 x}.$$

Werden sowohl Zähler als auch Nenner durch $L_{rd} L_{rq}$ geteilt und mit ω_1 multipliziert und berücksichtigt, daß $U_s = I_{rL} L_{md} \omega_1$ ist, und nachdem

$$\frac{X_{md}^2}{X_{rd}} = X_d - X'_d \quad \text{bzw.} \quad \frac{X_{mq}^2}{X_{rq}} = X_q - X$$

gesetzt werden kann, wobei X'_d die transiente Längsreaktanz, X'_q die transiente Querreaktanz bedeuten, so erhält man für den plötzlichen Ständerkurzschlußstrom unter Durchführung der Berechnungen und Einsetzungen nachstehenden Zusammenhang:

$$i_s = \frac{U_s \sqrt{3} (\sin \alpha - \sin x)}{X'_d + X'_q - (X'_d - X'_q) \cos 2x}. \quad (4.190)$$

Der plötzliche Kurzschlußstrom der Läufererregewicklung ist aus der zweiten Gleichung des Gleichungssystems (4.189) unter Anwendung von (4.190) zu bekommen:

$$i_{rd} = I_{rL} \frac{X_d + X'_q - (X_d - X'_q) \cos 2x - 2(X_d - X'_d) \sin \alpha \sin x}{X'_d + X'_q - (X'_d - X'_q) \cos 2x}. \quad (4.191)$$

Der Strom der Läuferquerwicklung ist aus der dritten Gleichung von (4.189) unter Anwendung der Beziehung (4.190) erhältlich:

$$\begin{aligned} i_{rq} &= -i_s \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{L_{mq}}{L_{rq}} \cos x = U_s \frac{X_{mq}}{X_{rq}} \frac{-2 \sin \alpha \cos x + \sin 2x}{X'_d + X'_q - (X'_d - X'_q) \cos 2x} = \\ &= I_{rL} \frac{X_{md} X_{mq}}{X_{rq}} \frac{-2 \sin \alpha \cos x + \sin 2x}{X'_d + X'_q - (X'_d - X'_q) \cos 2x}; \end{aligned}$$

oder

$$i_{rq} = I_{rL} \frac{X_{md}}{X_{mq}} (X_q - X'_q) \frac{-2 \sin \alpha \cos x + \sin 2x}{X'_d + X'_q - (X'_d - X'_q) \cos 2x}. \quad (4.192)$$

Man kann aus den Zusammenhängen (4.190) und (4.191) ersehen, daß sowohl der Ständer- als auch der Läuferstrom periodische Funktionen sind, die sich mit Hilfe der Fourierschen Reihenentwicklung in ihre harmonischen Komponenten zerlegen lassen. Im Anhang 1 ist ersichtlich, daß

$$\begin{aligned} & \frac{2}{X'_d + X'_q - (X'_d - X'_q) \cos 2x} = \\ & = \frac{1}{\sqrt{X'_d X'_q}} (1 - 2b \cos 2x + 2b^2 \cos 4x - 2b^3 \cos 6x \pm \dots), \end{aligned}$$

wobei

$$b = \frac{\sqrt{X'_q} - \sqrt{X'_d}}{\sqrt{X'_q} + \sqrt{X'_d}}$$

ist. Setzt man dies in Ausdruck (4.190) ein, so gelangt man zum Ergebnis:

$$\begin{aligned} i_s &= \frac{U_s \sqrt{3}}{2 \sqrt{X'_d X'_q}} \sin \alpha (1 - 2b \cos 2x + 2b^2 \cos 4x \mp \dots) - \\ & - \frac{U_s \sqrt{3}}{2 \sqrt{X'_d X'_q}} \sin x (1 - 2b \cos 2x + 2b^2 \cos 4x \mp \dots). \end{aligned}$$

In vorstehender Gleichung bestimmt man den Wert von

$$\frac{(1 - 2b \cos 2x + 2b^2 \cos 4x \mp \dots) \sin x}{2 \sqrt{X'_d X'_q}}.$$

Findet der Zusammenhang

$$\sin x \cos 2nx = \frac{\sin [(2n+1)x] - \sin [(2n-1)x]}{2}$$

Anwendung, so gewinnt man, daß

$$\begin{aligned} (1 - 2b \cos 2x + 2b^2 \cos 4x \mp \dots) \sin x &= (1+b) (\sin x - b \sin 3x + \\ & + b^2 \sin 5x \mp \dots) \end{aligned}$$

und mit Einsetzen obiger Gleichung folgt, daß

$$\begin{aligned} & \frac{(1 - 2b \cos 2x + 2b^2 \cos 4x \mp \dots) \sin x}{2 \sqrt{X'_d X'_q}} = \\ & = \frac{1+b}{2 \sqrt{X'_d X'_q}} (\sin x - b \sin 3x + b^2 \sin 5x \mp \dots) = \\ & = \frac{1}{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}} (\sin x - b \sin 3x + b^2 \sin 5x \mp \dots). \end{aligned}$$

Drückt man den Wert von i_s demnach mit unendlichen Fourierschen Reihen aus, so ergibt sich, daß

$$\begin{aligned} i_s &= \frac{U_s \sqrt{3}}{2 \sqrt{X'_d X'_q}} \sin \alpha (1 - 2b \cos 2x + 2b^2 \cos 4x \mp \dots) - \\ & - \frac{U_s \sqrt{3}}{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}} (\sin x - b \sin 3x + b^2 \sin 5x \mp \dots). \quad (4.193) \end{aligned}$$

Wie aus Zusammenhang (4.193) hervorgeht, wurden die bei der qualitativen Untersuchung aufgestellten Annahmen bewiesen, daß im plötzlichen Ständerkurzschlußstrom sämtliche geraden bzw. ungeraden Oberwellen auftreten. Die Ständergleichstrom- bzw. die damit zusammenhängenden geraden Oberwellen verschwinden bei $\sin \alpha = 0$, wenn der Kurzschluß im Augenblick des Spannungshöchstüberganges stattfand. Sämtliche ungeraden Ständeroberwellen treten vom Kurzschlußaugenblick unabhängig auf.

Um die Kurzschlußzeitkonstante des Läuferstromkreises sowie die stationäre Kurzschlußstromstärke des Ständers bestimmen zu können, ist die Berechnung des in Fouriersche Reihe entwickelten Wertes vom Läuferstrom erforderlich. Daher gilt gemäß Zusammenhang (4.191), daß

$$\begin{aligned} i_{rd} &= I_{rL} \left[\frac{X_d + X'_d}{2 \sqrt{X'_d X'_q}} (1 - 2b \cos 2x + 2b^2 \cos 4x \mp \dots) - \right. \\ & - \frac{X_d - X'_d}{\sqrt{X'_d X'_q}} (1 - 2b \cos 2x + 2b^2 \cos 4x \mp \dots) \sin x \sin \alpha - \\ & \left. - \frac{X_d - X'_q}{2 \sqrt{X'_d X'_q}} (1 - 2b \cos 2x + 2b^2 \cos 4x \mp \dots) \cos 2x \right]. \end{aligned}$$

Wie aber schon vorstehend gezeigt, ist

$$\begin{aligned} & \frac{(1 - 2b \cos 2x + 2b^2 \cos 4x \mp \dots) \sin x}{\sqrt{X'_d X'_q}} = \\ & = \frac{2}{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}} (\sin x - b \sin 3x + b^2 \sin 5x \mp \dots). \end{aligned}$$

Es läßt sich ganz analog nachweisen, daß

$$\begin{aligned} & (1 - 2b \cos 2x + 2b^2 \cos 4x \mp \dots) \cos 2x = \\ & = b + (1 + b^2) (-\cos 2x + b \cos 4x - b^2 \cos 6x \pm \dots). \end{aligned}$$

Demnach kann nach einigen Umänderungen angeschrieben werden, daß

$$\begin{aligned} i_{rd} = I_{rL} & \left[\frac{X_d + \sqrt{X'_d X'_q}}{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}} - \right. \\ & - 2 \frac{\sqrt{X'_q}}{\sqrt{X'_d X'_d + X'_q} + 2\sqrt{X'_d X'_q}} \frac{X_d - X'_d}{\sqrt{X'_d X'_q}} (\cos 2x - b \cos 4x + b^2 \cos 6x \mp \dots) - \\ & \left. - 2 \frac{X_d - X'_d}{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}} \sin \alpha (\sin x - b \sin 3x + b^2 \sin 5x \mp \dots) \right]. \quad (4.194) \end{aligned}$$

Das bei der qualitativen Untersuchung gewonnene Ergebnis wurde auch hier bewiesen, indem im Kurzschlußstrom des Läufers in Richtung d der Gleichstrom (erstes Glied), sämtliche geraden Oberwellen (zweites Glied) sowie die Reihe der ungeraden Oberwellen (drittes Glied) gefunden werden. Letztere ist $\sin \alpha$ proportional, hängt also von der zeitlichen Phase der Ständerspannung beim Kurzschluß ab. Findet der Kurzschluß im Augenblick des Höchstüberganges der verketteten Spannung statt, so fließt in der Ständerwicklung keine Gleichstromkomponente (wobei die geraden Oberwellen fehlen), damit zusammenhängend fehlen in der Läuferwicklung von Richtung d auch der Wechselstrom von Grundfrequenz und sämtliche ungeraden Oberwellenkomponenten.

Es ist der stationäre Ständerkurzschlußstrom zu bestimmen, um den zeitlichen Verlauf der Kurzschlußströme genau aufschreiben zu können. Der plötzliche Ständerkurzschlußwechselstrom nimmt nämlich (zusammen mit sämtlichen ungeraden Oberwellen) dem stationären Wert der Zeitkonstante des Läuferstromkreises gemäß ab. Der im Läufer beim plötzlichen Kurzschluß auftretende Gleichstrom nimmt nach gleichem Verlauf ab, u. zw. auf den stationären Gleichstromwert I_{rL} . Im Läuferkreis sind auch im stationären Zustand sämtliche geraden Oberwellen festzustellen, wobei diese sich eben um den Mittelwert I_{rL} harmonisch ändern.

Will man also feststellen, wie sich der Kurzschlußgleichstrom des Läufers zum stationären Wert verhält, so ist der Gleichstromanteil aus dem Ausdruck i_{rd} (vgl. mit Gl. 4.194) herauszugreifen und mit dem stationären Gleichstrom I_{rL} in Verhältnis zu stellen. Der plötzliche Kurzschlußständerwechselstrom und der stationäre Kurzschlußwert stehen im gleichen Verhältnis. Es ist aus dem Ausdruck für Strom i_{rd} ersichtlich, daß der Gleichstromanteil des plötzlichen Läuferkurzschlußstromes in Richtung d

$$i_{rdg} = I_{rL} \frac{X_d + \sqrt{X'_d X'_q}}{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}} \quad (4.195)$$

beträgt. Wird dieser Wert mit dem beim stationären Zustand von I_{rL} bestehenden Gleichstrom verglichen, so bekommt man das Verhältnis, in welchem der plötzliche Kurzschlußwert des Läufergleichstromes bzw. des Ständerwechselstromes zum stationären Wert steht. Diese Verhältniszahl ist:

$$\frac{X_d + \sqrt{X'_d X'_q}}{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}}$$

Der plötzliche Kurzschlußwechselstromwert ist mit dem Kehrwert dieser Verhältniszahl zu multiplizieren, um den stationären Wert zu erhalten.

Obiges vorausgeschickt, ergibt sich der stationäre Kurzschlußständerwechselstrom gemäß Gleichung (4.190):

$$i_k = - \frac{U_s \sqrt{3} \sin \alpha}{X'_d + X'_q - (X'_d - X'_q) \cos 2\alpha} \frac{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}}{X_d + \sqrt{X'_d X'_q}} \quad (4.196)$$

4.204.1. Die Zeitkonstanten

Der Verlauf des gesamten Kurzschlußstromes läßt sich aus nachstehender Beziehung bestimmen:

$$i_s = i_{sg} e^{-\frac{t}{T'_i}} + i_k + (i_{sw} - i_k) e^{-\frac{t}{T'_d}}$$

wobei i_{sg} den Ständergleichstrom mit sämtlichen geraden Oberwellen,
 i_{sw} den Ständerwechselstrom von Grundfrequenz mit sämtlichen ungeraden Oberwellen,
 i_k den stationären Kurzschlußständerstrom, in welchem auch die Grundfrequenz und sämtliche ungeraden Oberwellen vorkommen, bedeuten.

Zur Bestimmung der Kurzschlußzeitkonstante des Läufers führt auch diesmal der Gedankengang, es habe den Anschein, als ob die Läuferreaktanz vom ursprünglichen Wert X_r auf den Wert

$$X_r \frac{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}}{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}}$$

abgenommen hätte, nachdem sich der plötzliche Kurzschlußgleichstrom in demselben Verhältnis im Vergleich zum Leerlaufwert erhöht hat. Deshalb ist die Kurzschlußzeitkonstante des Läufers im untersuchten Fall:

$$T'_d = T'_{do} \frac{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}}{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}} = \frac{X_r}{\omega_1 R_r} \frac{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}}{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}}$$

Die Zeitkonstante des Ständers wird auf Grund der Überlegung berechnet, daß der Höchstwert des Ständergleichstromes in dem Zusammenhang (4.193)

$\frac{U_s \sqrt{3}}{2 \sqrt{X'_d X'_q}}$ ist, d. h. daß die Kurzschlußreaktanz des Ständers pro Phase $\sqrt{X'_d X'_q}$ beträgt. Hieraus folgt, daß sich die Kurzschlußzeitkonstante des Ständers auf

$$T'_s = \frac{\sqrt{X'_d X'_q}}{\omega_1 R_s}$$

beläuft. Unter Anwendung der Gleichungen (4.196) und (4.190) erhält man für den plötzlichen einphasigen zweipoligen Kurzschlußstrom des Ständers (i_s) nachstehenden Zusammenhang:

$$\begin{aligned} i_s &= \frac{U_s \sqrt{3}}{X'_d + X'_q - (X'_d - X'_q) \cos 2x} \sin \alpha e^{-\frac{t}{T}} - \\ &- \frac{U_s \sqrt{3} \sin x}{X'_d + X'_q - (X'_d - X'_q) \cos 2x} \frac{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}}{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}} - \\ &- \frac{U_s \sqrt{3} \sin x}{X'_d + X'_q - (X'_d - X'_q) \cos 2x} \left[1 - \frac{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}}{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}} \right] e^{-\frac{t}{T'_d}} = \\ &= \frac{U_s \sqrt{3}}{X'_d + X'_q - (X'_d - X'_q) \cos 2x} \left[\sin \alpha e^{-\frac{t}{T}} - \right. \\ &\left. - \sin x \frac{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}}{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}} - \sin x \frac{X'_d - X'_d}{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}} e^{-\frac{t}{T'_d}} \right]. \quad (4,197) \end{aligned}$$

Der gesamte Läuferstrom in Richtung d ist:

$$i_{rd} = i_{rw} e^{-\frac{t}{T_s'}} + i_{rk} + (i_{rg} - i_{rk}) e^{-\frac{t}{T_d'}},$$

wobei i_{rw} den plötzlichen Kurzschlußwechselstrom des Läufers mit sämtlichen gemeinsam abklingenden ungeraden Oberwellen,

i_{rk} den stationären Kurzschlußgleichstrom mit sämtlichen stationären geraden Läuferstromoberwellen,

i_{rg} den plötzlichen Läuferkurzschlußgleichstrom mit sämtlichen geraden Übergangsoberwellen darstellen.

Mit Anwendung von (4.191) und unter Berücksichtigung der Beziehung (4.195) gewinnt man den Gesamtverlauf des beim einphasigen zweipoligen plötzlichen Kurzschluß in der Erregerwicklung d des Läufers abklingenden Kurzschlußstromes.

$$\begin{aligned} i_{rd} &= -I_{rL} \frac{2(X_d - X_d') \sin x}{X_d' + X_q' - (X_d' - X_q') \cos 2x} \sin \alpha e^{-\frac{t}{T_s'}} + \\ &+ I_{rL} \frac{X_d + X_q' - (X_d - X_q') \cos 2x}{X_d' + X_q' - (X_d' - X_q') \cos 2x} \frac{X_d' + \sqrt{X_d' X_q'}}{X_d + \sqrt{X_d' X_q'}} + \\ &+ I_{rL} \frac{X_d + X_q' - (X_d - X_q') \cos 2x}{X_d' + X_q' - (X_d' - X_q') \cos 2x} \left[1 - \frac{X_d' + \sqrt{X_d' X_q'}}{X_d + \sqrt{X_d' X_q'}} \right] e^{-\frac{t}{T_d'}} = \\ &= \frac{I_{rL}}{X_d' + X_q' - (X_d' - X_q') \cos 2x} \left[-2(X_d - X_d') \sin x \sin \alpha e^{-\frac{t}{T_s'}} + \right. \\ &+ [X_d + X_q' - (X_d - X_q') \cos 2x] \frac{X_d' + \sqrt{X_d' X_q'}}{X_d + \sqrt{X_d' X_q'}} + \\ &\left. + [X_d + X_q' - (X_d - X_q') \cos 2x] \frac{X_d - X_d'}{X_d + \sqrt{X_d' X_q'}} e^{-\frac{t}{T_d'}} \right]. \quad (4.197a) \end{aligned}$$

Die im Abschn. 4.202 für die Maschinen mit symmetrischem Läufer gewonnenen Ergebnisse können aus den für die Maschinen mit asymmetrischem Läufer abgeleiteten Gleichungen in der Weise erhalten werden, daß der Symmetriebedingung des Läufers entsprechend das Einsetzen von $X_d' = X_q'$ vorgenommen wird.

4.205. Die Spannung an der offenen Phase

Es soll untersucht werden, wie groß die Spannung beim einphasigen zweipoligen unmittelbaren Kurzschluß ist, welche an der offen bleibenden dritten Phasenwicklung am Ständer der Synchronmaschine auftritt. Man wird klar ersehen können, daß bei gewissen Maschinentypen, insbesondere bei den

Maschinen mit zylindrischem, lamelliertem Läufer, wo in den Läufernten nur eine einzige einphasige Erregerwicklung vorgesehen wurde, die Spannung der offenen Ständerphase große Werte annehmen kann. Bei Maschinen jedoch mit guter Dämpferwicklung oder massivem Läufer kann die Spannung der offenen Phasenwicklung die zulässigen Werte nicht überschreiten.

Den Ausgang zur Bestimmung des Wertes der in der offenen Phase induzierten Spannung bildet Abb. 4.53 und zur Ermittlung der beiden extremen Werte wird zuerst eine Maschine zur Untersuchung herangezogen, deren

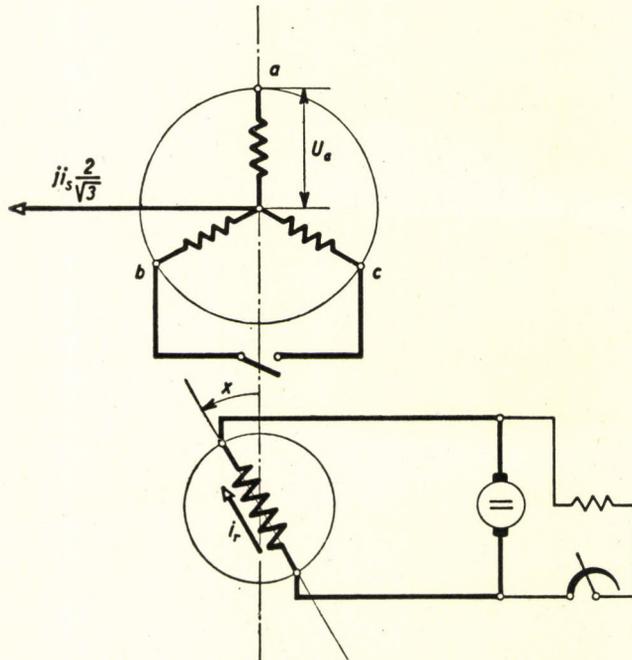


Abb. 4.53. Zur Erläuterung der Spannung auf der offen bleibenden Phase beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß. Der Läufer trägt eine einphasige Erregerwicklung

Läufer zylindrisch ($L_d = L_q$) und auf dem Läufer nur eine einzige Erregerwicklung angeordnet ist (Abb. 4.53). An zweiter Stelle soll eine Zylinderläufermaschine betrachtet werden, deren Läufer mit einer symmetrischen mehrphasigen Wicklung versehen wurde (bzw. einen Massivläufer besitzt) (Abb. 4.50).

Um die Spannung der offenen Phase ermitteln zu können, ist zunächst der mit der Phasenwicklung a verkettete Fluß (ψ_a) zu bestimmen, woraus sich die Spannung u_a gemäß Zusammenhang

$$u_a = \frac{d\psi_a}{dt} = \frac{d\psi_a}{dx} \frac{dx}{dt} = \omega_1 \frac{d\psi_a}{dx}$$

ergibt. Nachdem die Phasen b und c gemeinsam eine solche Wicklung bilden, deren magnetische Achse auf die Achse der Phasenwicklung a senkrecht steht, verkettet sich im Fall eines einphasigen zweipoligen Kurzschlusses und eines Zylinderläufers die durch den Strom i_s erzeugte Erregung nicht mit den Windungen der Wicklung a . Somit wird in der Wicklung a nur durch den Läuferstrom Spannung induziert. Würde auf dem Läufer nur die Erregerwicklung angeordnet, so wird durch den darin fließenden Läuferkurzschlußstrom i_r ein mit der Ständerwicklung a verketteter Fluß erzeugt. Letzterer ist unter Berücksichtigung der Abbildung:

$$\psi_a = i_r L_m \cos x. \quad (4.198)$$

Der Wert von i_r ist aus Gleichung (4.191) erhältlich, wenn man beachtet, daß obengenannte Gleichung bei Maschinen mit zylindrischem Läufer ($X_d = X_q$), eine einphasige Erregerwicklung und lamellierten Läufer vorausgesetzt ($X'_q = X_q = X_d$), folgende Form annimmt:

$$i_r = I_{rL} \frac{2 X_d \cos x - 2 (X_d - X'_d) \sin \alpha \sin x}{X'_d + X_d - (X'_d - X_d) \cos 2x}. \quad (4.199)$$

Setzt man den Wert von i_r in Gleichung (4.198) ein, so folgt, daß

$$\begin{aligned} \psi_a &= I_{rL} L_m \frac{2 X_d \cos x - (X_d - X'_d) \sin 2x \sin \alpha}{X'_d + X_d - (X'_d - X_d) \cos 2x} = \\ &= \frac{U_s}{\omega_1} \frac{2 X_d \cos x - (X_d - X'_d) \sin 2x \sin \alpha}{X'_d + X_d - (X'_d - X_d) \cos 2x}. \end{aligned}$$

Für die Spannung der Phase a gilt, daß

$$u_a = \omega_1 \frac{d\psi_a}{dx} = U_s \frac{d}{dx} \frac{2 X_d \cos x - (X_d - X'_d) \sin \alpha \sin 2x}{X'_d + X_d - (X'_d - X_d) \cos 2x}. \quad (4.200)$$

Nachdem uns weniger der Gesamtverlauf der Spannung u_a als vielmehr deren voraussichtlicher Höchstwert interessiert, soll vorerst untersucht werden, bei welchem Wert von $x = \omega_1 t + \alpha$ die Spannung u_a ihren Höchstwert erreicht. Deshalb soll der Wert von i_r unter Zugrundelegung des Zusammenhanges (4.199) — mit Hilfe der schon bekannten Reihenentwicklung — in Fouriersche Reihe entwickelt angeschrieben werden:

$$\begin{aligned} i_r &= I_{rL} \left[\frac{\sqrt{X_d}}{\sqrt{X'_d}} (1 - 2b \cos 2x + 2b^2 \cos 4x \mp \dots) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{2(X_d - X'_d)}{X'_d + \sqrt{X_d X'_d}} \sin \alpha (\sin x - b \sin 3x + b^2 \sin 5x \mp \dots) \right], \end{aligned}$$

wobei jetzt

$$b = \frac{\sqrt{X_d} - \sqrt{X'_d}}{\sqrt{X_d} + \sqrt{X'_d}}.$$

Weiterhin ergibt sich mit Anwendung obigen Wertes von i_r und von (4.198) daß

$$\begin{aligned} \psi_a = & \frac{I_{rL} X_m}{\omega_1} \left[\frac{(1-b)\sqrt{X_d}}{\sqrt{X'_d}} (\cos x - b \cos 3x + b^2 \cos 5x \mp \dots) - \right. \\ & \left. - \frac{(1-b)(X_d - X'_d)}{X'_d + \sqrt{X_d X'_d}} \sin a (\sin 2x - b \sin 4x + b^2 \sin 6x \mp \dots) \right]. \end{aligned}$$

Da ψ_a nun bekannt ist und $I_{rL} X_m = U_s$ eingesetzt wird, so erhält man für den Wert von u_a

$$\begin{aligned} u_a = \omega_1 \frac{d\psi_a}{dx} = & -U_s [(1+b)(\sin x - 3b \sin 3x + 5b^2 \sin 5x \mp \dots) + \\ & + 2b \sin a (2 \cos 2x - 4b \cos 4x + 6b^2 \cos 6x \mp \dots)]. \end{aligned} \quad (4.200')$$

Es läßt sich aus dem in Fourierscher Reihe entwickelten Ausdruck von u_a ablesen, daß die Spannung u_a ihren absoluten Höchstwert bei $x = -\frac{\pi}{2}$ erreicht. Zum Berechnen des Spannungshöchstwertes genügt also, den Differentialquotienten für die Stelle $x = -90^\circ$ zu bestimmen, u. zw. für jenen Kurzschlußfall, wenn der plötzliche Kurzschluß im Augenblick des Spannungsnullüberganges stattfindet ($\alpha = 90^\circ$, $\sin \alpha = 1$), d. h. wenn im Läuferstromkreis der größte Wechselstrom von Grundfrequenz und die damit verbundenen ungeraden Oberwellen auftreten. Demnach gewinnt man aus dem Differentialquotienten (4.200) an Stelle $x = -90^\circ$, in geschlossener Form folgendes:

$$\begin{aligned} U_a = U_s \left\{ \frac{-2X_d \sin(-90^\circ) - 2(X_d - X'_d) \cos(-180^\circ)}{[X'_d + X_d - (X'_d - X_d) \cos(-180^\circ)]^2} [X'_d + X_d - \right. \\ \left. - (X'_d - X_d) \cos(-180^\circ)] - \right. \\ \left. - \frac{2X_d \cos(-90^\circ) - (X_d - X'_d) \sin(-180^\circ)}{[X'_d + X_d - (X'_d - X_d) \cos(-180^\circ)]^2} [2(X'_d - X_d) \sin(-180^\circ)] \right\}, \\ U_a = U_s \frac{2X_d + 2X_d - 2X'_d}{2X'_d} = U_s \left[\frac{2X_d}{X'_d} - 1 \right]. \end{aligned} \quad (4.201)$$

Beträgt im Augenblick des Kurzschlusses $\alpha = 0$, so ist der Höchstwert von u_a :

$$U_a = U_s \frac{X_d}{X'_d} \quad (4.202)$$

Schließlich bestimmen wir die Spannung der offenbleibenden Phase u_a im stationären Kurzschlußzustand. Wie im vorherigen Kapitel gezeigt, ist das Verhältnis des plötzlichen Läuferkurzschlußgleichstromes zum stationären Erregerstrom:

$$\frac{X_d + \sqrt{X'_d X'_q}}{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}},$$

dessen Wert in unserem Fall ($X'_q = X_q = X_d$):

$$\frac{X_d + \sqrt{X'_d X_d}}{X'_d + \sqrt{X'_d X_d}} = \frac{\sqrt{X_d}}{\sqrt{X'_d}}$$

ist. Im Vergleich zu ihrem plötzlichen Kurzschlußwert wird auch die Spannung u_a in demselben Verhältnis abnehmen. Nachdem aber in den Ständerströmen im stationären Zustand nur die ungeraden Oberwellen vorkommen, sind lediglich die ungeraden Kurzschlußoberwellen im erwähnten Verhältnis von $\frac{\sqrt{X'_d}}{\sqrt{X_d}}$ herabzusetzen. Da in dem Kurzschlußfall, wenn $\alpha = 0$, in den Ständerströmen ohnedies nur die ungeraden Ständeroberwellen vorkommen, wird die für diesen Fall berechnete und mit Formel (4.202) beschriebene Spannung U_a für den stationären Zustand umgerechnet.

Der Höchstwert der im stationären Kurzschluß an den Klemmen der offenen Phasenwicklung auftretenden Spannung beläuft sich also auf

$$U_a = U_s \frac{X_d}{X'_d} \frac{\sqrt{X'_d}}{\sqrt{X_d}} = U_s \frac{\sqrt{X_d}}{\sqrt{X'_d}} \quad (4.203)$$

Es wird durch die Gleichungen (4.201), (4.202) und (4.203) bewiesen, daß an der offenen Phasenwicklung eines zylindrischen Läufers mit lamelliertem Eisenkörper, auf dem nur eine einzige einphasige Erregerwicklung vorhanden ist, zwischen den Klemmen der offenbleibenden Ständerphasenwicklung überaus große Spannungen auftreten können. Wenn z. B. $\frac{X_d}{X'_d} = 5$, wird der

Höchstwert der in der Phase α auftretenden Spannung beim plötzlichen Kurzschluß, wenn der Kurzschluß im Augenblick des Spannungsnullüberganges erfolgt ($\alpha = \frac{\pi}{2}$):

$$U_a = 9U_s$$

sein, also das Neunfache der Nennspannung. Ist im Augenblick des Kurzschlusses $a = 0$, so ist

$$U_a = 5U_s,$$

also das Fünffache der Nennspannung. Schließlich ist im stationären Zustand

$$U_a = \sqrt{5} U_s = 2,24 U_s,$$

beträgt also noch immer das Zweiundeinviertelfache der Nennspannung. Diese außerordentlich großen Spannungshöchstwerte lassen sich damit erklären, daß sich infolge des großen Oberwellengehaltes spitze Spannungshöchstwerte ergeben. Dabei ist der Effektivwert der Spannung viel geringer. Berechne man z. B. den Effektivwert der Spannung für den Fall, wenn der Kurzschluß im Augenblick $a = 0$ stattfindet. Der Zusammenhang (4.200') ist für den Fall $a = 0$:

$$u_a = -U_s(1+b)(\sin x - 3b \sin 3x + 5b^2 \sin 5x \mp \dots).$$

Der Effektivwert der Spannung u_a ist in der Weise zu erhalten, daß man aus der Summe der Effektivwertquadrate der einzelnen Oberwellen Quadratwurzel zieht. Daher gilt, daß

$$U_{a\text{eff}} = U_s(1+b) \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{3b}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{5b^2}{\sqrt{2}}\right)^2 + \dots}, \quad (4.204)$$

$$U_{a\text{eff}} = U_s(1+b) \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{n=0}^{n=\infty} (2n+1)^2 b^{2n}}. \quad (4.205)$$

Die Berechnung der Reihensumme kann dem Anhang 2 entnommen werden, wonach

$$U_{a\text{eff}} = \frac{U_s}{\sqrt{2}(1-b)} \sqrt{\frac{1+b^2}{1-b^2} 4b^2 + 3b^2 + 1} \quad (4.206)$$

oder mit den Zahlenangaben des vorherigen Beispiels:

$$\frac{X_d}{X_d'} = 5; \quad b = \frac{\sqrt{\frac{X_d}{X_d'} - 1}}{\sqrt{\frac{X_d}{X_d'} + 1}} = \frac{1,24}{3,24} = 0,384$$

und somit ist:

$$U_{\text{eff}} = 1,71 U_s = 2,42 U_{\text{seff.}}$$

Während also in diesem Kurzschlußfall der Höchstwert der Spannung der offenbleibenden Phase das Fünffache der Spannung U_s beträgt, beläuft sich der Effektivwert dieser Spannung lediglich auf das etwa 2,5fache des Effektivwertes der Leerlaufspannung.

Es muß bemerkt werden, daß bei diesen Berechnungen weder die Dämpfung noch die übrigen Effekte der Wirkwiderstände Berücksichtigung fanden. Die eingehenden Berechnungen lassen darauf schließen, daß der Höchstwert der Spannung der offenen Phase durch die Wirkwiderstände etwas herabgesetzt wird. Hauptsächlich bei kleinen Maschinen, bei denen die Wirkwiderstände eine größere Rolle spielen, bekommt man größere Unterschiede zwischen den berechneten und Meßwerten.

Wird auf dem zylindrischen, lamellierten Läufer eine symmetrische zweiphasige kurzgeschlossene Wicklung angebracht, so ist für die an der offenbleibenden Phase bei der einphasigen zweipoligen Kurzschlußspannung folgender Wert erhältlich:

Gemäß (4.178) ist der Strom der in Richtung d liegenden Läuferwicklung nach dem plötzlichen einphasigen zweipoligen Kurzschluß:

$$i_{rd} = I_{rL} \left[\frac{X_d + X'_d}{2X'_d} - \frac{X_d - X'_d}{X'_d} \sin \alpha \sin x - \frac{X_d - X'_d}{2X'_d} \cdot \cos 2x \right],$$

der Strom in der Richtung q :

$$i_{rq} = I_{rL} \left[-\frac{X_d - X'_d}{X'_d} \sin \alpha \cos x + \frac{X_d - X'_d}{2X'_d} \sin 2x \right].$$

Nachdem der mit der Phasenwicklung a verkettete Fluß bei Maschinen mit zylindrischem Läufer

$$\psi_a = L_m (i_{rd} \cos x - i_{rq} \sin x) \quad (4.207)$$

beträgt, ergibt sich mit Einsetzen der Werte i_{rd} und i_{rq} nach Durchführung der Berechnungen:

$$\psi_a = \frac{U_s}{\omega_1} \cos x, \quad (4.208)$$

woraus

$$u_a = \omega_1 \frac{d\psi_a}{dx} = -U_s \sin x \quad (4.209)$$

folgt. Wurde der Läufer mit einer symmetrischen zweiphasigen Wicklung gebaut (dieser Fall liegt auch im wesentlichen bei Maschinen mit massivem Läufer vor), so beläuft sich der Höchstwert der in Phase a auftretenden Spannung nach dem Kurzschluß auf denselben Wert wie vor dem Kurzschluß. Im stationären Zustand bekommt man laut Kapitel 4.202 eine um das Verhältnis $\frac{2X'_d}{X_d + X'_d}$ kleinere Spannung, also gilt für diesen Fall

$$u_a = -U_s \frac{2X'_d}{X_d + X'_d} \sin x. \quad (4.210)$$

Ganz allgemein läßt sich der Wert der Spannung der offenen Phase auch für Maschinen mit beliebigem Läufer anschreiben.

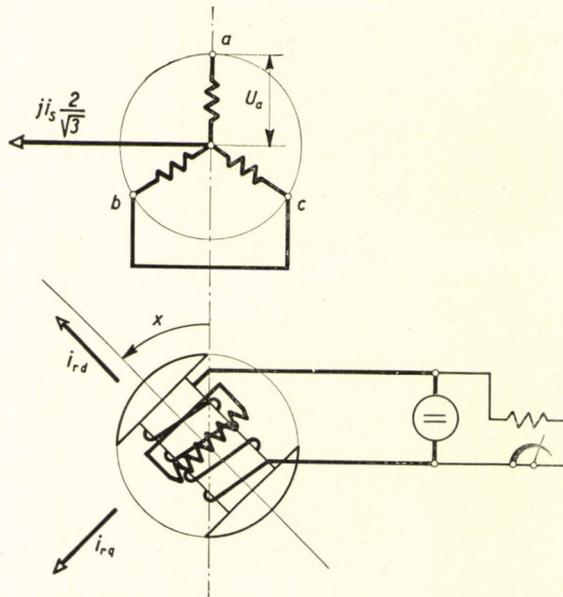


Abb. 4.54. Zur Bestimmung der Spannung der offen bleibenden Phase bei Maschinen mit ausgeprägten Polen

Da bei asymmetrischen Läufern die synchronen Reaktanzen in Richtung d und q unterschiedlich sind, wird im Gegensatz zu den Maschinen mit zylindrischem Läufer in der offenbleibenden Phasenwicklung auch durch die querliegende Ständererregung Spannung induziert.

Der mit der Wicklung a verkettete Ständerfluß setzt sich nämlich auf Grund der Abb. 4.54 aus drei Teilen zusammen. Diese sind:

1. Die in Richtung a fallenden Komponenten der durch den Ständerstrom erzeugten Flüsse.

Der ständerstromerregte Fluß in Richtung d ist: $\frac{2}{\sqrt{3}} i_s L_d \sin \alpha$ bzw. in Richtung q : $\frac{2}{\sqrt{3}} i_s L_q \cos \alpha$. Die Komponenten in Richtung a betragen: $\frac{2}{\sqrt{3}} i_s L_d \sin \alpha \cos \alpha$ und $-\frac{2}{\sqrt{3}} i_s L_q \cos \alpha \sin \alpha$.

Durch den Ständerstrom wird also resultierend infolge des asymmetrischen Läufers mit der Wicklung a eine Flußverkettung von $\psi_{a\alpha} = \frac{1}{\sqrt{3}} i_s (L_d - L_q) \sin 2\alpha$ geliefert.

2. Der Läuferstrom in Richtung d ergibt mit Wicklung a einen Windungsfluß von

$$\psi_{a\beta} = i_{rd} L_{md} \cos \alpha.$$

3. Der Läuferstrom in Richtung q erzeugt mit Wicklung a den Windungsfluß

$$\psi_{a\gamma} = -i_{rq} L_{mq} \sin \alpha.$$

Der mit Wicklung a verkettete Gesamtfluß beträgt:

$$\psi_a = \psi_{a\alpha} + \psi_{a\beta} + \psi_{a\gamma}. \quad (4.211)$$

Werden die Werte i_s , i_{rd} und i_{rq} der Gleichungen (4.190), (4.191) und (4.192) eingesetzt, so gewinnt man für den Wert von ψ_a nach entsprechenden Umänderungen folgenden Zusammenhang:

$$\psi_a = \frac{U_s}{\omega_1} \frac{(X'_d - X'_q) \sin \alpha \sin 2\alpha + 2X'_q \cos \alpha}{X'_d + X'_q - (X'_d - X'_q) \cos 2\alpha}, \quad (4.212)$$

woraus sich in geschlossener Form

$$\begin{aligned} u_a &= \omega_1 \frac{d\psi_a}{dx} = \\ &= U_s \left[\frac{2(X_d'^2 - X_q'^2) \sin \alpha \cos 2\alpha - (5X_d'X_q' - X_q'^2) \sin \alpha}{\frac{3}{2}(X_d'^2 + X_q'^2) + X_d'X_q' - 2(X_d'^2 - X_q'^2) \cos 2\alpha + (X_d' - X_q')^2 \frac{\cos 4\alpha}{2}} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{(X_d'X_q' - X_q'^2) \sin 3\alpha - 2(X_d' - X_q')^2 \sin \alpha}{\frac{3}{2}(X_d'^2 + X_q'^2) + X_d'X_q' - 2(X_d'^2 - X_q'^2) \cos 2\alpha + (X_d' - X_q')^2 \frac{\cos 4\alpha}{2}} \right] \quad (4.213) \end{aligned}$$

ergibt. Aus dem momentanen Kurzschlußwert von u_a bekommt man auch diesmal den stationären Kurzschlußwert, indem der Wert u_a , abgesehen von dem Anteil, der von der Kurzschlußlage des Läufers abhängig ist, gemäß (4.195) um das Verhältnis

$$\frac{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}}{X_d + \sqrt{X'_d X'_q}}$$

vermindert wird.

Im stationären Kurzschlußzustand ist die Spannung der Phase a im Fall der allgemeinsten Läuferausführung:

$$u_a = -U_s \frac{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}}{X_d + \sqrt{X'_d X'_q}} \cdot X'_q \frac{(5X'_d - X'_q) \sin x + (X'_d - X'_q) \sin 3x}{2(X'_d{}^2 + X'_q{}^2) + X'_d X'_q - 2(X'_d{}^2 - X'_q{}^2) \cos 2x + (X'_d - X'_q)^2 \frac{\cos 4x}{2}} \quad (4.214)$$

Nach dem plötzlichen Kurzschluß erhält man den Höchstwert von u_a , wenn die Dämpfung (bzw. der Wirkwiderstand) unberücksichtigt bleibt, bei

$$x = -\frac{\pi}{2}, \quad a = \frac{\pi}{2}, \quad \cos(-\pi) = -1, \quad \cos(-2\pi) = 1,$$

$$\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1, \quad \sin\left(-3\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

und $\sin a = 1$. Somit ergibt sich aus (4.213):

$$U_a = U_s \frac{-2(X'_d{}^2 - X'_q{}^2) + 5X'_d X'_q - X'_q{}^2 - X'_d X'_q + X'_q{}^2 - (X'_d - X'_q)^2}{\frac{3}{2}(X'_d{}^2 + X'_q{}^2) + X'_d X'_q + 2(X'_d{}^2 - X'_q{}^2) + \frac{1}{2}(X'_d - X'_q)^2},$$

$$U_a = U_s \left[2 \frac{X'_q}{X'_d} - 1 \right]. \quad (4.215)$$

Hat der Kurzschluß im Augenblick $a = 0$ stattgefunden ($\sin a = 0$), so gilt, daß

$$U_a = U_s \frac{5X'_d X'_q - X'_q{}^2 - X'_d X'_q + X'_q{}^2}{4X'_d{}^2} = U_s \frac{X'_q}{X'_d}. \quad (4.216)$$

Schließlich folgt im stationären Zustand, daß

$$U_a = U_s \frac{X'_q}{X'_d} \frac{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}}{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}}. \quad (4.217)$$

In den Zusammenhängen (4.213) und (4.214) ist, sofern auf dem Läufer auch Dämpferwicklungen angeordnet wurden, statt mit X'_d mit X''_d zu rechnen. Der Wert X''_q ist im allgemeinen gleich X'_q .

4.206. Das Berechnen der einphasigen Kurzschlußströme mit Hilfe der Methode der symmetrischen Komponenten

Zur Bestimmung der Anfangswerte des einphasigen zweipoligen Kurzschlußwechselstromes sowie des Wertes des stationären Kurzschlußwechselstromes kann auch die Methode der symmetrischen Komponenten Verwendung finden. Bevor wir hierzu übergehen, muß das Verhalten der Synchronmaschine den einzelnen symmetrischen Stromkomponenten gegenüber geprüft werden.

4.206.1. Das Verhalten der Synchronmaschine mitlaufenden Strömen gegenüber

Bei unseren Untersuchungen über den stationären Betriebszustand (s. Kapitel 3) wurde stillschweigend stets angenommen, daß durch die Spannungen und Ströme ein symmetrisch dreiphasiges mitlaufendes System gebildet wird. Die dabei erhaltenen Ergebnisse bezogen sich also auf mitlaufende Spannungen und Ströme. Somit wurde z. B. auch beim Anschreiben der Spannungsgleichung

$$U_s = U_p + I_s j X_d \quad (3.6')$$

stillschweigend vorausgesetzt, daß es sich um ein mitlaufendes symmetrisches Dreiphasensystem handelt und deshalb wurde der hierauf verweisende Index I nicht angeführt. Nachdem aber im folgenden auch gegenlaufende und eventuell Null-Spannungen und Ströme auftreten, werden wir statt U_s die Bezeichnung U_1 , statt I_s die Bezeichnung I_1 benutzen. Außerdem werden wir, nachdem in obiger Gleichung die innere Impedanz der Maschine gegenüber den mitlaufenden Strömen mit jX_d bezeichnet wurde, statt jX_d die Bezeichnung Z_1 verwenden. Die Polspannung U_p bedeutet die im Ständer durch den Fluß der Läufererregung induzierte Spannung. Im Ständer der symmetrisch dreiphasig aufgebauten Maschine wird auf Einfluß der Läufererregung eine symmetrisch mitlaufende Spannung induziert, die Polspannung ist also eine mitlaufende, und da diese den Charakter einer inneren EMK aufweist, werden wir diese Spannung in der Folge mit U_{i1} bezeichnen. Auf Grund des Obigen kann also die Spannungsgleichung (3.6') in folgender Form angeschrieben werden:

$$U_1 = U_{i1} + I_1 Z_1. \quad (4.218)$$

Gemäß vorstehender Ausführungen gilt diese Gleichung für den stationären Zustand. Im Abschnitt 4.107 konnten wir aber erkennen, daß sich die Synchronmaschine bei plötzlicher Laständerung oder bei plötzlichem Kurzschluß im ersten Augenblick so verhält, als wäre ihre innere Spannung die Spannung hinter der transienten Reaktanz U'_s , ihr innerer Widerstand hingegen die transiente Reaktanz X'_d . Deshalb gilt die Gleichung (4.218) auch hierbei, nur ist die Klemmenspannung der Maschine nicht aus der Polspannung und aus der synchronen Reaktanz zu berechnen, sondern aus der Spannung hinter der transienten Reaktanz und aus der transienten Reaktanz. Im Anfang des Übergangszustandes ist also Gleichung (4.218) mit den Einsetzungen von $U_{i1} = U'_s$ und $Z_1 = jX'_d$ gültig. Wurde der Läufer der Maschine mit Dämpferwicklung versehen oder aus massivem Eisenkörper gebaut, so sind im ersten Augenblick des Kurzschlusses die Spannung hinter der subtransienten Reaktanz und die subtransiente Reaktanz zu berücksichtigen, es ist also U_{i1} durch U''_s , Z_1 durch jX''_d zu ersetzen. Die Werte U_p , U'_s und U''_s sind im Abschnitt 4.107 bzw. 4.115 gemäß den Angaben des vor dem Kurzschluß herrschenden Zustandes zu ermitteln. Vor dem Kurzschluß befand sich die Maschine im symmetrischen dreiphasigen Betriebszustand, deshalb bilden sowohl die Spannung U_p wie U'_s , doch auch U''_s ein symmetrisches, dreiphasiges mitlaufendes System: sind also mitlaufende Größen. Auch die Reaktanzen X_d , X'_d und X''_d bestehen den mitlaufenden Strömen gegenüber. Die Gleichung (4.218) gilt also für beliebige mitlaufende, symmetrisch dreiphasige Betriebszustände, lediglich die einzelnen Größen sind jeweils durch andere Zahlenwerte zu ersetzen, je nach dem, ob man stationäre, transiente oder subtransiente Werte berechnen will.

4.206.2. Das Verhalten der Synchronmaschine gegenlaufenden Strömen gegenüber

Wie im vorangehenden Kapitel festgestellt, wird im Ständer der symmetrisch dreiphasig aufgebauten Maschine durch den auf Wirkung der Läufererregung entstandenen Fluß eine symmetrisch dreiphasige mitlaufende Spannung induziert. Die im Ständer induzierte Spannung hat demnach keine gegenlaufende Komponente: $U_{i2} = 0$. Die Spannungsgleichung der mit gegenlaufendem Strom gespeisten Synchronmaschine ist der Gleichung (4.218) ähnlich, mit dem Unterschied, daß darin die der inneren Spannung entsprechende Spannung U_{i2} nicht vorkommt:

$$U_2 = I_2 Z_2, \quad (4.219)$$

wobei U_2 die gegenlaufende Komponente der Ständerklemmenspannung, I_2 den gegenlaufenden Ständerstrom, Z_2 die dem gegenlaufenden Strom gegenüber bestehende gegenlaufende Impedanz bedeuten. Die im Ständer durch den gegenlaufenden Strom I_2 erzeugte Dreherregung dreht sich mit synchroner Drehzahl der Drehrichtung des Läufers entgegengesetzt, also im Vergleich zum Läufer mit doppelter Synchrondrehzahl. Dadurch wird im Läufer mit symmetrischer mehrphasiger Wicklung eine sich mit doppelter

Synchrondrehzahl rückwärts drehende Erregung hervorgerufen. Auf Einfluß der beiden im Gleichgewicht stehenden Erregungen kann lediglich nur ein den Streuungen entsprechender Fluß entstehen. Die Verhältnisse sind jenen analog, die im Fall einer Asynchronmaschine bei Schlupf $s = 2$ beobachtet werden können. Die Impedanz für gegenlaufende Ströme wird also dann gemessen, wenn der Ständer mit symmetrischem dreiphasigem Strom erregt und der Läufer (mit kurzgeschlossener Erregerwicklung) dem Drehfeld entgegengesetzt mit synchroner Geschwindigkeit betrieben wird. Bezeichnet man die gegenlaufende Ständerspannung mit U_2 , den gegenlaufenden Ständerstrom mit I_2 , so wird die genannte Impedanz

$$Z_2 = \frac{U_2}{I_2} \approx jX_2$$

sein. Der Wert der gegenlaufenden Reaktanz wird der Ersatzschaltung der als Asynchronmotor betriebenen Synchronmaschine ohne Wirkwiderstände bei Schlupf $s = 2$ entnommen. (Der Läuferwiderstand läßt sich in diesem Fall um so eher vernachlässigen, als in der Ersatzschaltung des Asynchronmotors der Wirkwiderstand des Läufers mit $R_r/2$ einzusetzen ist.) Die

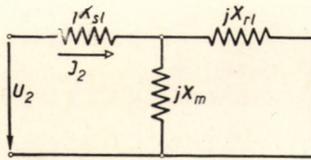


Abb. 4.55a. Gegenlaufende Ersatzschaltung

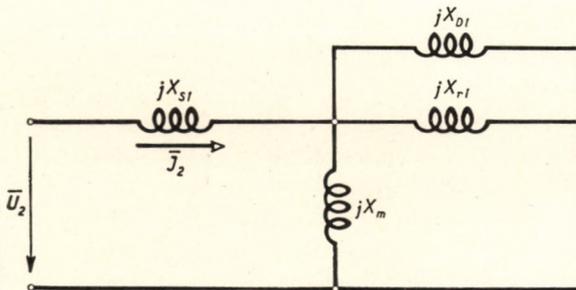


Abb. 4.55b. Die gegenlaufende Ersatzschaltung einer Maschine mit Dämpferwicklung

gegenlaufende Reaktanz beläuft sich gemäß der Ersatzschaltung in Abb. 4.55a auf

$$X_2 = X_{s1} + \frac{X_m X_{r1}}{X_m + X_{r1}} = X'_d.$$

Die gegenlaufende Reaktanz der Maschine mit zylindrischem Läufer und mit symmetrischer mehrphasiger Wicklung ist der transienten Reaktanz

der Maschine ohne Wirkwiderstände gleich. Befindet sich auf dem Läufer außer der Erregerwicklung auch eine Dämpferwicklung, wobei der Läufer vollkommen symmetrisch vorausgesetzt ist (die Reaktanzen in Längs- und Querrichtung sind gleich), so gilt nach Ersatzschaltung in Abb. 4.55b, daß

$$X_2 = X_d''.$$

Die gegenlaufende Reaktanz ist in diesem Fall gleich der subtransienten Reaktanz.

Sind die Reaktanzen der Maschine in Längs- und Querrichtung untereinander nicht gleich (unsymmetrischer Läufer), so ist die Reaktanz irgendein Mittelwert der transienten bzw. subtransienten Reaktanzen in Längs- und Querrichtung. Das ist durchaus verständlich, wenn man überlegt, daß der Höchstwert der sich gegenüber dem Läufer mit doppelter Geschwindigkeit nach rückwärts drehenden Ständererregung im schnellen Wechseln einmal der Längs- andersmal der Querrichtung gegenübersteht. Im nächsten Kapitel soll eingehend behandelt werden, welcher Mittelwert (arithmetischer, geometrischer, quadratischer oder harmonischer) der Längs- und Querreaktanzen als gegenlaufende Reaktanz zu betrachten ist. Hier kann schon soviel erwähnt werden, daß das von der Ausführung des Läufers (symmetrisch, asymmetrisch, lamelliert usw.) und von der Art des Kurzschlusses (dreiphasiger, einphasiger usw. Kurzschluß) abhängig sein wird.

Unsere obigen Ausführungen über das Verhalten der mit mitlaufendem bzw. gegenlaufendem Strom gespeisten Synchronmaschine sind lediglich für die Ständerströme von Grundfrequenz gültig. Die Untersuchungen bezüglich der Oberwellen sollen auch im nächsten Kapitel vorgenommen werden.

4.206.3. Der einphasige zweipolige Kurzschluß

Obiges vorausgeschickt, bestimmen wir auf Grund der Methode der symmetrischen Komponenten den Anfangswert des Kurzschlußwechselstromes beim einphasigen zweipoligen plötzlichen Kurzschluß sowie den Wert des stationären Kurzschlußwechselstromes. Nachdem in Phase a kein Strom fließt, kann anhand der Abb. 4.50 angeschrieben werden, daß

$$I_a = 0; \quad (4.220)$$

außerdem gilt infolge der metallischen Verbindung der Phasen $b - c$ beim Kurzschluß:

$$U_b - U_c = 0. \quad (4.221)$$

Werden die Werte I_a , U_b und U_c durch ihre symmetrischen Komponenten ausgedrückt (unter Berücksichtigung, daß $I_0 = 0$ und $U_0 = 0$), gewinnt man nachstehende Gleichung

$$I_a = I_1 + I_2 = 0$$

oder

$$\mathbf{I}_2 = -\mathbf{I}_1 \quad (4.222)$$

Auf Grund der Gleichung (4.221) gilt

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_b - \mathbf{U}_c &= \mathbf{a}^2 \mathbf{U}_1 + \mathbf{a} \mathbf{U}_2 - \mathbf{a} \mathbf{U}_1 - \mathbf{a}^2 \mathbf{U}_2 = \\ &= (\mathbf{a}^2 - \mathbf{a}) (\mathbf{U}_1 - \mathbf{U}_2) = 0 \end{aligned}$$

oder

$$\mathbf{U}_1 = \mathbf{U}_2. \quad (4.223)$$

Die Gleichungen (4.222) und (4.223) sind für die zweipoligen Kurzschlüsse kennzeichnend. Werden zu diesen noch die Gleichungen der mitlaufenden und gegenlaufenden Spannungen der Synchronmaschinen (4.218) und (4.219) hinzugenommen, so folgt, daß

$$\mathbf{U}_1 = \mathbf{U}_{i1} + \mathbf{I}_1 \mathbf{Z}_1, \quad (4.218')$$

$$\mathbf{U}_2 = \mathbf{I}_2 \mathbf{Z}_2, \quad (4.219')$$

wobei \mathbf{U}_{i1} die in der Ständerphase a durch den Fluß der Läufererregung induzierte mitlaufende Spannung, \mathbf{Z}_1 die mitlaufende, \mathbf{Z}_2 die gegenlaufende Impedanz der Synchronmaschine pro Phase bedeuten. Mit Hilfe der vier letzten Gleichungen kann der Kurzschlußstrom berechnet werden. Man kann aber auch einfacher verfahren, indem die diesen vier Gleichungen entsprechende Ersatzschaltung gezeichnet wird (Abb. 4.56).

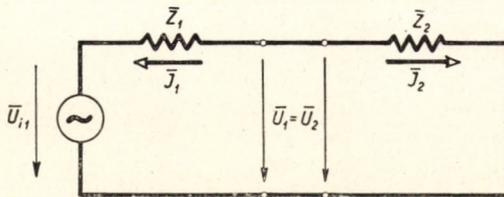


Abb. 4.56. Die Ersatzschaltung der symmetrischen Komponenten beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß

Der Wert des mitlaufenden Stromes kann unter Zugrundelegung der Ersatzschaltung sofort eingetragen werden:

$$\mathbf{I}_1 = -\frac{\mathbf{U}_{i1}}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2}. \quad (4.224)$$

Für den Wert des Kurzschlußstromes gilt mit der Berücksichtigung des Zusammenhanges (4.222), daß

$$\mathbf{I}_s = \mathbf{I}_b = \mathbf{a}^2 \mathbf{I}_1 + \mathbf{a} \mathbf{I}_2 = \mathbf{a}^2 \mathbf{I}_1 - \mathbf{a} \mathbf{I}_1 = (\mathbf{a}^2 - \mathbf{a}) \mathbf{I}_1 = -j\sqrt{3} \mathbf{I}_1.$$

Setzt man aus Gl. (4.224) den Wert von \mathbf{I}_1 ein, so ergibt sich, daß

$$\mathbf{I}_s = \frac{j\sqrt{3}U_{i1}}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} \quad (4.225)$$

oder mit Vernachlässigung der Wirkwiderstände:

$$\mathbf{I}_s = \frac{\sqrt{3}U_{i1}}{X_1 + X_2}. \quad (4.225')$$

Der reelle Momentanwert:

$$i_s = \operatorname{Re} [\mathbf{I}_s].$$

In Betracht genommen, daß

$$U_{i1} = jU_{i1}e^{jx}$$

wird

$$i_s = \frac{\sqrt{3}U_{i1}}{X_1 + X_2} \operatorname{Re} [je^{jx}] = -\frac{\sqrt{3}U_{i1}}{X_1 + X_2} \sin x. \quad (4.226)$$

Damit wurde der allgemeingültige Ausdruck des einphasigen zweipoligen Kurzschlußstromes erhalten, durch den sowohl der subtransiente als auch der transiente bzw. stationäre Wert angegeben wird. Will man nämlich den stationären Kurzschlußstrom berechnen, so ist U_{i1} durch den Wert der Polspannung U_p zu ersetzen, wird die Berechnung des transienten oder subtransienten Stromes beabsichtigt, so ist statt U_{i1} der Wert der transienten Spannung U'_s bzw. der subtransienten Spannung U''_s einzusetzen. Ist der zweipolige plötzliche Kurzschluß im Leerlauf eingetreten, so ist selbstverständlich $U_{i1} = U_p = U'_s = U''_s = U_s$, wobei U_s der Wert der Ständerphasenspannung im Leerlauf ist. Die mitlaufende Reaktanz der Synchronmaschine ist — gleichfalls gemäß obiger — im stationären Kurzschluß $X_1 = X_d$ (synchrone Reaktanz), im ersten Augenblick des Kurzschlusses hingegen $X_1 = X'_d$ (transiente Reaktanz) bzw. bei Maschinen mit Dämpferwicklung oder mit massivem Läufer $X_1 = X''_d$ (subtransiente Reaktanz). Der Wert der gegenlaufenden Reaktanz ist bei Maschinen mit symmetrischem Läufer $X_2 = X'_d$ bzw. bei Dämpferwicklung oder massivem Läufer $X_2 = X''_d$.

Auf Grund des Obigen gilt für den stationären Wert des Stromes beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß, wenn man symmetrische Maschinen mit Dämpferwicklung oder mit massivem Läufer betrachtet:

$$\mathbf{I}_k = -\frac{\sqrt{3}U_p}{X_d + X''_d} \quad (4.227)$$

oder, falls der Kurzschluß vom Leerlaufzustand ausging:

$$I_k = -\frac{\sqrt{3} U_s}{X_d + X_d''}. \quad (4.228)$$

Der transiente Strom beträgt:

$$I_s' = -\frac{\sqrt{3} U_s'}{X_d' + X_d''}. \quad (4.229)$$

oder beim Kurzschluß vom Leerlauf:

$$I_s' = -\frac{\sqrt{3} U_s}{X_d' + X_d''}. \quad (4.230)$$

Der Wert des subtransienten Stromes beläuft sich auf

$$I_s'' = -\frac{\sqrt{3} U_s''}{2X_d''}. \quad (4.231)$$

bzw. auf

$$I_s'' = -\frac{\sqrt{3} U_s}{2X_d''}. \quad (4.232)$$

Im Abschnitt 4.10 hat sich klar ergeben, daß der Höchstwert des Stromes beim dreiphasigen plötzlichen Kurzschluß $\frac{U_s}{X_d''}$ betrug. Wird dieser Wert mit Zusammenhang (4.232) verglichen, ist sofort ersichtlich, daß sich der Höchstwert des Stromes beim zweipoligen Kurzschluß auf das $\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,866$ -fache dieses Wertes beläuft. Der Wert des Stromes ist hingegen im stationären zweipoligen Kurzschluß größer als beim dreipoligen. Beim dreipoligen Kurzschluß ist der Stromwert, wie bereits gesehen, $\frac{U_s}{X_d}$, beim zweipoligen aber gemäß (4.228)

$$\frac{\sqrt{3} U_s}{X_d + X_d''} = \frac{U_s}{X_d} \frac{\sqrt{3}}{1 + \frac{X_d''}{X_d}}.$$

Zum Vergleich kann man beispielsweise annehmen, daß $X_d = 180\%$ und $X_d'' = 12\%$ sind. Damit wird

$$\frac{\sqrt{3}}{1 + \frac{X_d''}{X_d}} = \frac{\sqrt{3}}{1 + \frac{12}{180}} = 1,62$$

sein. Beim zweipoligen stationären Kurzschluß ist der Strom also etwa 1,6mal größer als beim dreipoligen stationären. Da beim zweipoligen Kurzschluß vor dem Kurzschlußaugenblick der $\sqrt{3}$ fache Wert der Phasenspannung zwischen den kurzzuschließenden Klemmen geherrscht hat, hingegen die Reaktanzen der beiden Phasenwicklungen in Reihe geschaltet waren, beträgt der Wert der resultierenden Reaktanz die Summe der beiden Phasenreaktanzen. Somit entsteht beim zweipoligen Kurzschluß im Vergleich zum dreipoligen

ein subtransienter Strom, der um $\frac{\sqrt{3}}{2}$ kleiner ist. Der Wert des stationären

Kurzschlußstromes war lediglich dadurch bestimmt, daß die Ständererregung (Armaturrückwirkung) im großen und ganzen mit der auf dem Läufer bestehenden Erregung im Gleichgewicht sein muß (s. Abschnitt 3.201.5). Nachdem aber die Ständererregung beim dreiphasigen Kurzschluß durch die in den drei Phasenwicklungen fließenden Ströme gemeinsam, beim zweipoligen Kurzschluß aber nur durch die in zwei Wicklungen fließenden Ströme bestimmt ist, kann leicht nachgeprüft werden, daß der Strom im stationären zweipoligen Kurzschluß etwa $\sqrt{3}$ mal größer sein muß als der Strom beim dreiphasigen stationären Kurzschluß.

Der Wert des beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß auftretenden Gleichstromes wird ebenfalls durch den Umstand definiert, daß sich der Wert des Ständerstromes im Kurzschlußaugenblick nicht sprunghaft ändern kann. Demnach muß eine Gleichstromkomponente entstehen, welche genau so groß ist, wie der Anfangswert des Kurzschlußwechselstromes war, vorausgesetzt, daß der Kurzschluß aus dem Leerlaufzustand erfolgte. Da in dem Ständer ein einphasiger Kurzschlußstrom fließt, kann es, abhängig vom Zeitpunkt des plötzlichen Kurzschlusses vorkommen, daß überhaupt keine Gleichstromkomponente auftritt. Die größte Gleichstromkomponente tritt naturgemäß dann auf, wenn die verkettete Spannung zwischen den Klemmen $b - c$ im Kurzschlußaugenblick gerade gleich Null ist. In diesem Fall wird der Anfangswert des Gleichstromes mit der Amplitude des Anfangswechselstromes, d. h. mit der Amplitude des subtransienten Stromes, entgegengesetzt gleich groß.

Die Zeitkonstanten, die das Abklingen der einzelnen Stromkomponenten angeben, werden nach Abb. 4.56 bestimmt, wonach der zweipolige Kurzschluß einem solchen dreipoligen Kurzschluß gleichkommt, bei welchem der Kurzschluß nicht unmittelbar auf den Maschinenklemmen, sondern hinter einer mit der gegenlaufenden Reaktanz X_2 gleich großen äußeren Reaktanz stattfindet. Auf Grund dieser Sachlage können die Zeitkonstanten genau so angegeben werden, wie wir es in Kurzschlußfällen über äußeren Reaktanzen

(entfernte Kurzschlüsse) berechnet haben, wobei wir auf Abschnitt 4.107 verweisen. Dementsprechend sind die subtransienten bzw. transienten Zeitkonstanten des Läufers:

$$T''_d = T''_{d0} \frac{X''_d + X_2}{X'_d + X_2} \quad (4.233)$$

und

$$T'_d = T'_{d0} \frac{X'_d + X_2}{X_d + X_2} \quad (4.234)$$

Die Bedeutung von T''_{d0} und T'_{d0} ist schon bekannt. Die Zeitkonstante des Ständergleichstromes beträgt

$$T''_s = \frac{X''_d}{\omega_1 R_s}$$

bzw. bei Maschinen ohne Dämpfung

$$T'_s = \frac{X'_d}{\omega_1 R_s}$$

oder, nachdem der Wert von X''_d bzw. X'_d genauso groß ist wie der Wert der gegenlaufenden Reaktanz der symmetrischen Maschine mit bzw. ohne Dämpferwicklung, kann für beide Maschinentypen geltend angeschrieben werden, daß

$$T_s = \frac{X_2}{\omega_1 R_s} \quad (4.235)$$

Zusammenfassend können wir feststellen, daß mit der Methode der symmetrischen Komponenten der Wert des beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß fließenden Wechselstromes auf die Weise erhältlich ist, daß die verkettete Spannung durch die Summe der mitlaufenden und gegenlaufenden Phasenimpedanzen geteilt wird. Greifen wir nunmehr darauf zurück, was über die gegenlaufende Reaktanz der Maschine mit asymmetrischem Läufer im vorigen Kapitel erklärt wurde. Auf Grund dessen untersuchen wir kurz, durch welchen Mittelwert der transienten Längs- und Querreaktanzen die gegenlaufende Reaktanz der Synchronmaschine mit asymmetrischem Läufer beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß bestimmt wird. Wir betrachten zunächst eine Maschine mit lamelliertem Läufer ohne Dämpfer, aber mit asymmetrischer Läuferwicklung. Im Abschnitt 4.204 wurde die Berechnung des Kurzschlußstromes einer Maschine dieses Typs beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß behandelt. Laut Zusammenhang (4.193) ist ersichtlich, daß beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß der betreffenden Maschine der Wert des Ständerwechselstromes von Grundfrequenz

$$= \frac{\sqrt{3} U_s}{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}}$$

beträgt. Da die mitlaufende Reaktanz der Maschine beim plötzlichen Kurzschluß sich auf $X_1 = X_d'$ beläuft, geht aus obigem Zusammenhang klar hervor [vgl. (4.226)], daß die gegenlaufende Reaktanz bei der Maschine mit asymmetrischem Läufer im einphasigen zweipoligen Klemmenkurzschluß

$$X_2 = \sqrt{X_d' X_q'} \quad (4.236)$$

ist, was den geometrischen Mittelwert der transienten Längs- und Querreaktanzen darstellt. Wird der Läufer auch mit einer Dämpferwicklung versehen, dann gilt, daß

$$X_2 = \sqrt{X_d'' X_q''} \quad (4.237)$$

Da im stationären Kurzschlußzustand $X_1 = X_d$ ist, kann der Wert der Grundwelle des Ständerstromes im stationären, einphasigen zweipoligen Kurzschluß auch bei Maschinen mit asymmetrischem Läufer sofort aufgeschrieben werden:

$$I_k = - \frac{\sqrt{3} U_s}{X_d + \sqrt{X_d' X_q'}}$$

Mit der Bestimmung des gegenlaufenden Reaktanzwertes werden wir uns im Abschnitt 4.207 eingehender befassen.

4.206.4. Der einphasige Sternpunkturzschluß

Der Vollständigkeit halber soll auch dieser in der Praxis kaum vorkommende Kurzschlußfall geprüft und der Anfangs- bzw. Stationärwert des Kurzschlußwechselstromes berechnet werden, da dank der Methode der symmetrischen Komponenten dieses sich sehr einfach gestaltet. Vom einphasigen zweipoligen Kurzschluß abweichend, treten diesmal auch Nullkomponenten auf, weil die Summe der Ströme im Sternpunkt in diesem Fall nicht Null ist.

Der Kurzschluß soll in der Phase a eintreten.

Anhand der Abb. 4.57 können nachstehende Beziehungen aufgeschrieben werden:

$$U_a = 0 \quad (4.238)$$

und

$$I_b = I_c = 0. \quad (4.239)$$

Werden in diese beiden Gleichungen die symmetrischen Komponenten eingesetzt, so folgt daraus, daß aus Gleichung (4.238)

$$U_1 + U_2 + U_0 = 0 \quad (4.240)$$

wird. Aus Gleichung (4.239) ergibt sich, daß

$$a^2 I_1 + a I_2 + I_0 = a I_1 + a^2 I_2 + I_0,$$

woraus

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_2 \tag{4.241}$$

resultiert und nachdem

$$\mathbf{I}_b = \mathbf{a}^2 \mathbf{I}_1 + \mathbf{a} \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_0 = 0,$$

gilt unter Berücksichtigung von Gl. (4.241), daß

$$\mathbf{a}^2 \mathbf{I}_1 + \mathbf{a} \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_0 = (\mathbf{a}^2 + \mathbf{a}) \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_0 = -\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_0 = 0.$$

Aus letzterem Ausdruck ergibt sich, daß

$$\mathbf{I}_0 = \mathbf{I}_1$$

also ist

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_0. \tag{4.242}$$

Die Gleichungen (4.240) und (4.242) sind für die einphasigen Sternpunkt-kurzschlüsse kennzeichnend. Unseren Ausführungen im vorangehenden Kapitel gemäß werden zu diesen auch jene Spannungsgleichungen genommen, die sich auf die symmetrischen Komponenten der Synchronmaschine beziehen:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{U}_1 &= \mathbf{U}_{i1} + \mathbf{I}_1 \mathbf{Z}_1 \\ \mathbf{U}_2 &= \mathbf{I}_2 \mathbf{Z}_2 \\ \mathbf{U}_0 &= \mathbf{I}_0 \mathbf{Z}_0. \end{aligned} \right\} \tag{4.243}$$

In der dritten Gleichung der Zusammenhänge (4.243) bedeutet \mathbf{U}_0 die Nullkomponente der Klemmenspannung der Maschine in Phase a , \mathbf{I}_0 die Nullkomponente des Ständerstromes, \mathbf{Z}_0 die Impedanz, welche den Nullströmen der Synchronmaschine gegenüber auftritt. (Letztere wird im folgenden Kapitel noch besprochen.) Die Bedeutung der übrigen Werte ist bekannt.

In Abb. 4.58 wurde den Zusammenhängen (4.240), (4.242) und (4.243) entsprechend — aus welchen sich der Wert des Kurzschlußwechselstromes bestimmen läßt — die Ersatzschaltung für den einphasigen einpoligen Kurzschluß (Phasenkurzschluß) eingetragen. Der Wert der mitlaufenden Komponente des Kurzschlußwechselstromes kann auf Grund dieser Schaltung sogleich angeschrieben werden:

$$\mathbf{I}_1 = - \frac{\mathbf{U}_{i1}}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_0}. \tag{4.244}$$

Der Kurzschlußstrom ist unter Berücksichtigung des Zusammenhanges (4.242)

$$\mathbf{I}_s = \mathbf{I}_a = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_0 = 3\mathbf{I}_1;$$

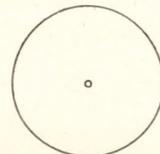
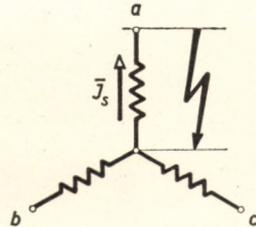


Abb. 4.57. Einphasiger Sternpunkt kurzschluß

wird in obige Gleichung der Wert von \mathbf{I}_1 (4.244) eingesetzt, so folgt, daß

$$\mathbf{I}_s = - \frac{3\mathbf{U}_{i1}}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_0} \quad (4.245)$$

oder mit Vernachlässigung der Wirkwiderstände:

$$\mathbf{I}_s = - \frac{3\mathbf{U}_{i1}}{j(X_1 + X_2 + X_0)}. \quad (4.245')$$

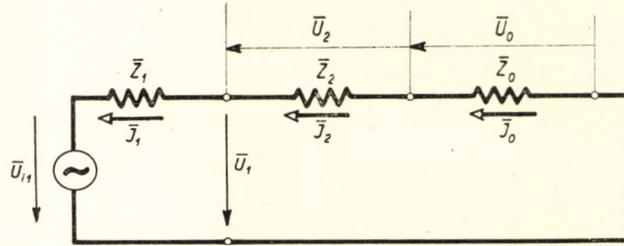


Abb. 4.58. Die Ersatzschaltung der symmetrischen Komponenten beim einphasigen Sternpunkt Kurzschluß

Der reelle Momentanwert

$$i_s = \operatorname{Re} [\mathbf{I}_s] = \operatorname{Re} \left[\frac{-3j U_{i1} e^{jx}}{j(X_1 + X_2 + X_0)} \right] = - \frac{3U_{i1}}{X_1 + X_2 + X_0} \operatorname{Re} [e^{jx}]$$

oder

$$i_s = - \frac{3U_{i1}}{X_1 + X_2 + X_0} \cos x. \quad (4.246)$$

Damit wurde jener allgemeingültige Zusammenhang erhalten, der zur Berechnung der Ströme beim einphasigen Sternpunkt Kurzschluß dient.

Unter Zugrundelegung der Abb. 4.58 und der Überlegung, die an der ähnlichen Stelle im vorherigen Abschnitt erörtert wurde, können die Werte der Zeitkonstanten auch unmittelbar angeschrieben werden:

$$\left. \begin{aligned} T'_d &= T'_{d0} \frac{X'_d + X''_d + X_0}{X_d + X''_d + X_0}, \\ T''_d &= T''_{d0} \frac{2X''_d + X_0}{X_d + X''_d + X_0}, \\ T''_s &= \frac{2X''_d + X_0}{3\omega_1 R_s}. \end{aligned} \right\} \quad (4.246')$$

Abhängig davon, ob man den subtransienten, transienten oder stationären Wert des Kurzschlußstromes ermitteln will, sind in Zusammenhang (4.245') statt U_{i1} bzw. an Stelle der Reaktanzen die dem betreffenden Fall entsprechenden Werte einzusetzen. Zur Illustration soll nachstehendes Zahlenbeispiel dienen, worin, um die Größenordnungen vergleichen zu können, auch die Werte der Ströme des dreiphasigen und des einphasigen zweipoligen Kurzschlusses berechnet wurden. Die im Beispiel angeführte Synchronmaschine ist ein Turbogenerator mit symmetrischem Massivläufer, dessen Reaktanzen auf die Nennimpedanz der Maschine bezogen $X_d^* = 180\%$, $X_d'^* = 18\%$, $X_d''^* = 12\%$ und $X_0^* = 8\%$ sind. Vor dem Kurzschluß bestand Leerlauf und im diesen Zustand war die Maschine auf die Nennspannung erregt, also für den Spannungshöchstwert gilt $U_{i1}^* = U_s^* = 141\%$.

Mit diesen Angaben sind die größtmöglichen Werte der auftretenden Ströme bei den einzelnen Kurzschlußarten in auf den Effektivwert des Nennlaststromes der Maschine bezogenen relativen Einheiten folgende:

a) Dreiphasiger Kurzschluß.

$$\text{Der subtransiente Strom ist: } I_s''^* = \frac{U_s^*}{X_d''^*} = \frac{141}{12} = 11,76.$$

$$\text{Der transiente Strom beträgt: } I_s'^* = \frac{U_s^*}{X_d'^*} = \frac{141}{18} = 7,84.$$

Der stationäre Strom beläuft sich auf:

$$I_k^* = \frac{U_s^*}{X_d^*} = \frac{141}{180} = 0,785.$$

Der Gleichstrom wird $I_g^* = -I_s''^* = -11,76$ sein.

b) Einphasiger zweipoliger Kurzschluß.

$$I_s''^* = \frac{\sqrt{3} U_s^*}{2X_d''^*} = \frac{\sqrt{3} \cdot 141}{2 \cdot 12} = 10,17,$$

$$I_s'^* = \frac{\sqrt{3} U_s^*}{X_d'^* + X_d''^*} = \frac{\sqrt{3} \cdot 141}{18 + 12} = 8,14,$$

$$I_k^* = \frac{\sqrt{3} U_s^*}{X_d^* + X_d''^*} = \frac{\sqrt{3} \cdot 141}{180 + 12} = 1,27,$$

$$I_g^* = -I_s''^* = -10,17.$$

c) Einphasiger Sternpunkt Kurzschluß.

$$I_s''^* = \frac{3U_s^*}{X_d''^* + X_d''^* + X_0^*} = \frac{3 \cdot 141}{12 + 12 + 8} = 13,23,$$

$$I'_s{}^* = \frac{3U_s^*}{X'_d{}^* + X''_d{}^* + X_0^*} = \frac{3 \cdot 141}{18 + 12 + 8} = 11,14,$$

$$I_k^* = \frac{3U_s^*}{X_d^* + X''_d{}^* + X_0^*} = \frac{3 \cdot 141}{180 + 12 + 8} = 2,12,$$

$$I_g^* = -I_s''^* = -13,23.$$

4.207. Die allgemeine Anwendung der Methode der symmetrischen Komponenten zur Bestimmung der Kurzschlußströme

4.207.1. Die Grundgleichungen

Im Abschnitt 4.206.3 wurde die Anwendung der Methode der symmetrischen Komponenten zur Berechnung der Kurzschlußströme bei einphasigen zweipoligen Kurzschlüssen besprochen. Unsere Feststellungen bezogen sich auf die Grundwellen der Kurzschlußwechselströme, weil sich die Methode der symmetrischen Komponenten nur auf sich nach dem Sinusgesetz ändernde Größen anwenden läßt. Wird hingegen die Methode der symmetrischen Komponenten für sämtliche harmonischen Komponenten der in den Kurzschlußströmen vorkommenden Oberwellenspannungen bzw. Ströme einzeln angewandt, so können die Kurzschlußströme mit dieser Methode bzw. unter Zugrundelegung dieser konstruierten Ersatzschaltungen sehr einfach und anschaulich bestimmt werden. Die Grundlage dieser Bestimmung ist, daß sämtliche Oberwellen der Ständer- bzw. Läuferkurzschlußströme in ihre symmetrischen Komponenten zerlegt werden, wonach auch jene Zusammenhänge angewandt werden, die zwischen den entsprechenden Komponenten des Ständers und des Läufers durch den Aufbau der Maschine bedingt sind.

Als Ausgangspunkt wird der allgemeinste Fall gewählt, bei dem die in den Richtungen d und q liegenden transienten und subtransienten Reaktanzen verschieden sind. Der Ständerfluß wird, ähnlich wie bei der Behandlung der Synchronmaschinen mit ausgeprägten Polen, in Komponenten in die Richtungen d und q zerlegt. Außerdem wird das Läuferkoordinatensystem verwendet, dessen positive reelle Achse in Richtung d , die positive imaginäre Achse in Richtung q zeigt (Abb. 2.7), wobei angenommen wird, daß sich der Läufer mit der gleichmäßigen Winkelgeschwindigkeit ω_1 dreht. Die in den Läuferkoordinaten angeschriebenen Werte sollen mit Index L bezeichnet werden. Demnach sind ψ_{sL} , i_{sL} und u_{sL} die Fluß-, Strom- und Spannungsvektoren des Ständers in Läuferkoordinaten. Wie im Kapitel 2 festgestellt, können die Werte des Ständers mit Hilfe der Momentanwerte in Richtungen d und q ausgedrückt werden. Bevor diese angeschrieben werden, müssen wir gemerken, daß der gesamte Ständerfluß aus zwei Teilen zusammengesetzt angenommen wird. Ein Fluß entspricht der transienten oder subtransienten Induktivität, der andere ist auf Grund des obigen der konstante Fluß ψ'_{s0L} hinter der transienten oder subtransienten Induktivität (Reaktanz). Der

gesamte Ständerfluß ist:

$$\psi_{sL} = \psi_d + j\psi_q. \quad (4.247)$$

Der Fluß $\psi_d = i_d L'_d + \psi'_{s0d}$ wird durch die in Läuferkoordinaten angegebene Ständerstromkomponente i_d erregt. Analogerweise ist $\psi_q = i_q L'_q + \psi'_{s0q}$, und aus (4.247)

$$\psi_{sL} = i_d L'_d + j i_q L'_q + \psi'_{s0L}, \quad (4.248)$$

wobei $\psi'_{s0L} = \psi'_{s0d} + j\psi'_{s0q}$ ist. Da im Sinne von (2.29)

$$\left. \begin{aligned} i_d &= \operatorname{Re} [\mathbf{i}_{sL}], \\ j i_q &= j \operatorname{Im} [\mathbf{i}_{sL}] \end{aligned} \right\} \quad (4.249)$$

gilt, kann Gl. (4.249) auch in nachstehender Weise angeschrieben werden:

$$\text{und} \quad \left. \begin{aligned} i_d &= \frac{\mathbf{i}_{sL} + \hat{\mathbf{i}}_{sL}}{2} \\ j i_q &= \frac{\mathbf{i}_{sL} - \hat{\mathbf{i}}_{sL}}{2} \end{aligned} \right\} \quad (4.250)$$

Werden die Werte von i_d und $j i_q$ in Gl. (4.248) eingesetzt, so folgt:

$$\psi_{sL} = \mathbf{i}_{sL} \frac{L'_d + L'_q}{2} + \hat{\mathbf{i}}_{sL} \frac{L'_d - L'_q}{2} + \psi'_{s0L}. \quad (4.251)$$

In Gleichung (4.251) wurde für den Verlauf sowie den Inhalt von Oberwellen der Ströme und Flüsse keinerlei Voraussetzung gemacht. Gehen wir nun auf das Ständerkoordinatensystem über. Die Umrechnung erfolgt nach Abb. 2.5. Es gilt gemäß Zusammenhang (2.25), daß

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{i}_s &= \mathbf{i}_{sL} e^{jx}, \\ \mathbf{u}_s &= \mathbf{u}_{sL} e^{jx}, \\ \psi_s &= \psi_{sL} e^{jx} \end{aligned} \right\} \quad (4.252)$$

und

$$\hat{\mathbf{i}}_s = \hat{\mathbf{i}}_{sL} e^{-jx}. \quad (4.253)$$

Unter Berücksichtigung der Gl. (4.253), indem beide Seiten der Gleichung (4.251) mit e^{jx} multipliziert werden, erhält man den Ständerfluß in Ständerkoordinaten zu:

$$\psi_s = \mathbf{i}_s \frac{L'_d + L'_q}{2} + \hat{\mathbf{i}}_s \frac{L'_d - L'_q}{2} e^{j2x} + \psi'_{s0L} e^{jx}. \quad (4.254)$$

Setzen wir unter Zugrundelegung der vorherigen qualitativen Untersuchung voraus, daß sämtliche Oberwellen in ψ_s und \mathbf{i}_s enthalten sind. Folglich können die komplexen Werte von ψ_s und \mathbf{i}_s mit Hilfe ihrer harmonischen Komponenten wie folgt ausgedrückt werden:

$$\left. \begin{aligned} \psi_s &= \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} \Psi_{s(k)} e^{jkx}, \\ \mathbf{i}_s &= \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} \mathbf{I}_{s(k)} e^{jkx}. \end{aligned} \right\} \quad (4.255)$$

Die Vektoren $\Psi_{s(k)}$ und $\mathbf{I}_{s(k)}$ der Zusammenhänge (4.255) sind komplexe Größen konstanten Wertes und drehen sich mit der Winkelgeschwindigkeit $k\omega_1$. Berücksichtigt man die Feststellungen im Abschnitt 2.102, so ist aus den Zusammenhängen (2.6) und (2.9) folgendes erhältlich:

$$\mathbf{i}_s = \mathbf{i}_{s1} + \mathbf{i}_{s2} = \mathbf{i}_1 + \hat{\mathbf{i}}_2 = \mathbf{I}_1 e^{j\omega_1 t} + \hat{\mathbf{I}}_2 e^{-j\omega_1 t}. \quad (4.256)$$

Hieraus ergibt sich, daß die n -te Oberwelle $\mathbf{I}_{s(n)}$ im Fall $n > 0$ als die mitlaufende Komponente der $k = n$ -ten Oberwelle aufgefaßt werden kann:

$$\mathbf{I}_{1(n)} = \mathbf{I}_{s(n)}. \quad (4.257)$$

Andererseits ist die gegenlaufende Komponente der $k = n$ -ten Oberwelle bei $n > 0$:

$$\mathbf{I}_{2(n)} = \hat{\mathbf{I}}_{s(-n)}. \quad (4.258)$$

Unter Berücksichtigung von Gl. (4.255) gestaltet sich Gl. (4.254) wie folgt:

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} \Psi_{s(k)} e^{jkx} = \frac{L'_d + L'_q}{2} \sum_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{I}_{s(k)} e^{jkx} + e^{j2x} \frac{L'_d - L'_q}{2} \sum_{-\infty}^{+\infty} \hat{\mathbf{I}}_{s(k)} e^{-jkx} + \psi'_{s0L} e^{jx}. \quad (4.259)$$

Zusammenhang (4.259) kann auf die Weise in einzelne harmonische Glieder zerlegt werden, daß man aus der Reihe stets diejenigen auswählt, die zu denselben Drehzahlen gehören. So z. B. sind die Koeffizienten von e^{jnx} auf der linken und rechten Seite, falls sich also der Vektor mit n -facher Drehzahl dreht:

$$\Psi_{s(n)} = \frac{L'_d + L'_q}{2} \mathbf{I}_{s(n)} + \frac{L'_d - L'_q}{2} \hat{\mathbf{I}}_{s(-n+2)}. \quad (4.260)$$

Der Multiplikator $e^{j(2-k)x}$ von $\frac{L'_d - L'_q}{2}$ ist in Gl. (4.259) bei $k = -n + 2$ gleich e^{jnx} .

Der Zusammenhang (4.260) kann im Fall von $n = 1$ nicht Verwendung finden, weil dann

$$\psi_{s(1)} = \frac{L'_d + L'_q}{2} \mathbf{I}_{s(1)} + \frac{L'_d - L'_q}{2} \hat{\mathbf{I}}_{s(1)} + \psi'_{s0L} \quad (4.261)$$

ist. Wir können von den Flüssen auf die induzierten Spannungen übergehen. Nachdem die Wirkwiderstände vernachlässigt wurden, gilt also im allgemeinen, daß

$$\mathbf{u}_s = \frac{d\psi_s}{dt}$$

und für die einzelnen Drehvektoren der komplexe Momentanwert (z. B. für den n -ten)

$$\mathbf{u}_{s(n)} = \frac{d[\Psi_{s(n)} e^{jn(\omega_1 t + \alpha)}]}{dt} = jn \omega_1 \Psi_{s(n)} e^{jnx} \quad (4.262)$$

oder mit

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{s(n)} e^{jnx} &= jn \omega_1 \Psi_{s(n)} e^{jnx}, \\ j\omega_1 \Psi_{s(n)} &= \frac{\mathbf{U}_{s(n)}}{n}. \end{aligned} \quad (4.263)$$

Multipliziert man beide Seiten von (4.260) und (4.261) mit $j\omega_1$, so ergibt sich unter Berücksichtigung von (4.263), daß

$$\frac{\mathbf{U}_{s(n)}}{n} = j \frac{X'_d + X'_q}{2} \mathbf{I}_{s(n)} + j \frac{X'_d - X'_q}{2} \hat{\mathbf{I}}_{s(-n+2)} \quad (4.260')$$

und

$$\mathbf{U}_{s(1)} = j \frac{X'_d + X'_q}{2} \mathbf{I}_{s(1)} + j \frac{X'_d - X'_q}{2} \hat{\mathbf{I}}_{s(1)} + \mathbf{U}'_s. \quad (4.261')$$

In Gl. (4.261') bedeutet \mathbf{U}'_s die Spannung hinter der transienten Reaktanz, ψ'_{s0L} hat nämlich konstanten Wert und nachdem er mit dem Läufer synchron läuft, ist eigentlich der umlaufende Flußvektor ψ'_{s0L} im Ständerkoordinatensystem mit dem Ständerflußvektor hinter der transienten Induktivität identisch. In den Zusammenhang (4.261') ist X'_d , X'_q bzw. \mathbf{U}'_s einzusetzen, falls man den transienten Wert des Stromes sucht und X_d , X_q bzw. $\mathbf{U}_s = \mathbf{U}_p = j\mathbf{U}_p$, wenn man den stationären Wert erhalten will. So z. B. gilt für den stationären Kurzschlußzustand:

$$\mathbf{U}_{s(1)} = 0 = j \frac{X_d + X_q}{2} \mathbf{I}_{s(1)} + j \frac{X_d - X_q}{2} \hat{\mathbf{I}}_{s(1)} + \mathbf{U}_p$$

oder anders ausgedrückt:

$$jX_d \frac{\mathbf{I}_{s(1)} + \hat{\mathbf{I}}_{s(1)}}{2} + jX_q \frac{\mathbf{I}_{s(1)} - \hat{\mathbf{I}}_{s(1)}}{2} = -\mathbf{U}_p.$$

Da die Wirkwiderstände der Maschine außer acht gelassen wurden, ist im stationären Zustand keine Nutzleistung vorhanden, und der Strom $\mathbf{I}_{s(1)}$ muß auf \mathbf{U}_p senkrecht stehen, was aber nur möglich ist, wenn $\mathbf{I}_{s(1)} = \hat{\mathbf{I}}_{s(1)}$; in welchem Fall man zur bekannten Beziehung

$$\mathbf{I}_{s(1)} = -\frac{\mathbf{U}_p}{jX_d}$$

gelangt. Ähnlicher Ausdruck ist zu gewinnen, falls der Läufer zylindrisch ist, also der Zusammenhang $X_d = X_q$ besteht.

Zum Schluß soll erwähnt werden, daß der Ausdruck (4.260') bei $n = 0$ in dieser Form nicht verwendet werden kann, weil in diesem Fall durch den im Verhältnis zum Ständer stillstehenden Fluß $\Psi_{s(0)}$ im Ständer keine Spannung induziert wird. Diesmal folgt aus (4.260), daß

$$\Psi_{s(0)} = \frac{L'_d + L'_q}{2} \mathbf{I}_{s(0)} + \frac{L'_d - L'_q}{2} \hat{\mathbf{I}}_{s(2)}. \quad (4.264)$$

4.207.2 Die einzelnen Ersatzschaltungen und deren Zusammenschluß bei einphasigen zweipoligen Kurzschlüssen

Zunächst sollen die Zusammenhänge zwischen den Strömen ungerader Ordnung untersucht werden. Wird in den Ausdruck (4.260') $n = -3$ bzw. $n = 5$ eingesetzt, so gelangt man zum folgenden Ergebnis:

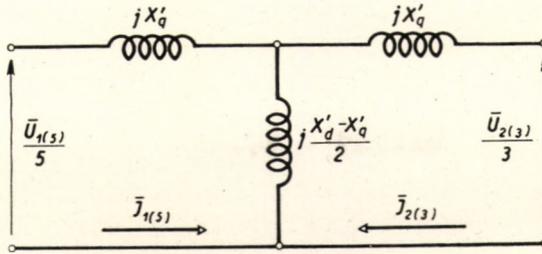
$$\left. \begin{aligned} \frac{\mathbf{U}_{s(-3)}}{-3} &= j \frac{X'_d + X'_q}{2} \mathbf{I}_{s(-3)} + j \frac{X'_d - X'_q}{2} \hat{\mathbf{I}}_{s(5)}, \\ \frac{\mathbf{U}_{s(5)}}{5} &= j \frac{X'_d + X'_q}{2} \mathbf{I}_{s(5)} + j \frac{X'_d - X'_q}{2} \hat{\mathbf{I}}_{s(-3)}. \end{aligned} \right\} \quad (4.265)$$

Nehmen wir den konjugierten Komplexwert von der ersten Gleichung aus Gruppe (4.265) und schreiben wir die zweite Gleichung unverändert an, so erhält man:

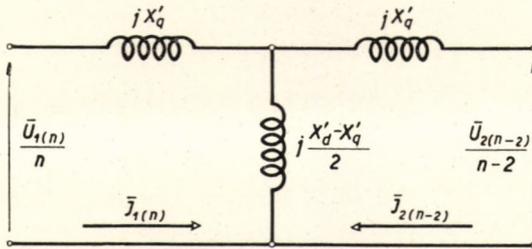
$$\left. \begin{aligned} \frac{\hat{\mathbf{U}}_{s(-3)}}{3} &= j \frac{X'_d + X'_q}{2} \hat{\mathbf{I}}_{s(-3)} + j \frac{X'_d - X'_q}{2} \mathbf{I}_{s(5)}, \\ \frac{\mathbf{U}_{s(5)}}{5} &= j \frac{X'_d - X'_q}{2} \hat{\mathbf{I}}_{s(-3)} + j \frac{X'_d + X'_q}{2} \mathbf{I}_{s(5)}. \end{aligned} \right\} \quad (4.266)$$

und

Gl. (4.266) kann unter Anwendung von (4.257) und (4.258) auch mit Hilfe der gewohnten mitlaufenden und gegenlaufenden Größen umgeschrieben werden, wenn man berücksichtigt, daß z. B. $\bar{U}_{s(-3)} = \bar{U}_{2(3)}$ die dritte harmonisch gegenlaufende, oder aber $\bar{U}_{s(5)} = \bar{U}_{1(5)}$ die fünfte harmonisch mitlaufende



a.)



b.)

Abb. 4.59a, b. Die Ersatzschaltung der ungeraden Oberwellen beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß

Spannung darstellt usw. Somit ergeben sich nachstehende Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\bar{U}_{2(3)}}{3} &= j \frac{X'_d + X'_q}{2} \bar{I}_{2(3)} + j \frac{X'_d - X'_q}{2} \bar{I}_{1(5)} \\ \text{und} \\ \frac{\bar{U}_{1(5)}}{5} &= j \frac{X'_d - X'_q}{2} \bar{I}_{2(3)} + j \frac{X'_d + X'_q}{2} \bar{I}_{1(5)}. \end{aligned} \right\} (4.266')$$

Auf Grund von (4.266') kann man sich leicht überzeugen, daß durch den in Abb. 4.59a eingetragenen Vierpol die Gleichung (4.266') erfüllt wird, sobald die in der Abbildung gezeigten Spannungen und Ströme eingeführt werden. Allgemein betrachtet, wird durch einen ähnlichen Vierpol ein Zusammenhang zwischen der n -ten ungeraden mitlaufenden Spannung und dem gleichen Strom sowie zwischen der $(n - 2)$ gegenlaufenden Spannung und demselben Strom geliefert. Davon kann man sich überzeugen, indem man in Gl. (4.260') die Ordnungszahl durch $(-n + 2)$ bzw. n ersetzt. Die entsprechende Ersatzschaltung wird durch Abb. 4.59b veranschaulicht. Im Interesse der weiteren

einheitlichen Behandlung wurden die Ersatzschaltungen in Abb. 4.60 mit den ursprünglichen Bezeichnungen wiederholt eingetragen. Die der Grundwelle $n = 1$ entsprechende Ersatzschaltung soll unter Zugrundelegung von (4.261') besonders besprochen werden. Es sollen daher Gl. (4.261') und gleich-

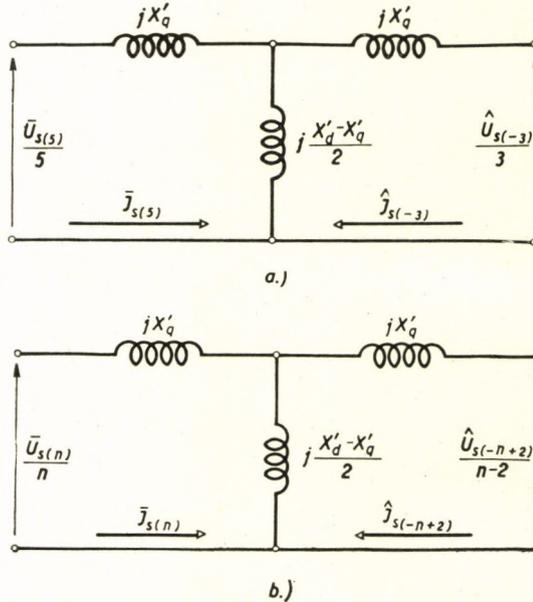


Abb. 4.60a, b. Die Ersatzschaltung der ungeraden Oberwellen

zeitig auch deren konjugierte komplexe Form wiederholt angeschrieben werden:

$$\mathbf{U}_{s(1)} = j \frac{X'_d + X'_q}{2} \mathbf{I}_{s(1)} + j \frac{X'_d - X'_q}{2} \hat{\mathbf{I}}_{s(1)} + \mathbf{U}'_s \quad (4.261'')$$

$$-\hat{\mathbf{U}}_{s(1)} = j \frac{X'_d + X'_q}{2} \hat{\mathbf{I}}_{s(1)} + j \frac{X'_d - X'_q}{2} \mathbf{I}_{s(1)} - \hat{\mathbf{U}}'_s. \quad (4.267)$$

Die Ersatzschaltung der Grundwelle wurde in Abb. 4.61 anhand von (4.261'') und (4.267) konstruiert. Im Vergleich zur Abb. 4.60 zeigt sich der wesentlichste Unterschied darin, daß die Spannungen \mathbf{U}'_s und $-\hat{\mathbf{U}}'_s$ in die Schaltung einzutragen waren. Da wir bei der Besprechung der Oberwellenströme und Spannungen nur jene Fälle behandeln wollen, in denen weder vor noch nach dem Kurzschluß ein effektiver Verbraucher in den Stromkreis eingeschaltet ist, ist es auf Grund der Ausführungen über den dreiphasigen Kurzschluß auch diesmal notwendig, daß die Gleichungen $\mathbf{I}_{s(1)} = \hat{\mathbf{I}}_{s(1)}$ und $\mathbf{U}_{s(1)} = -\hat{\mathbf{U}}_{s(1)}$

bestehen, wobei $\mathbf{U}'_s = -\hat{\mathbf{U}}'_s$ ist. Für die Grundwelle gilt mit Berücksichtigung der angenommenen Richtungen der Zusammenhang:

$$\mathbf{U}_{s(1)} = \mathbf{U}'_s + \mathbf{I}_{s(1)} jX'_d. \quad (4.268)$$

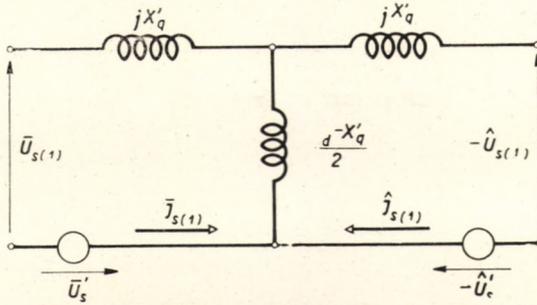


Abb. 4.61. Die Ersatzschaltung der Grundwelle

Die der Gl. (4.268) entsprechende Ersatzschaltung ist aus Abb. 4.62 ersichtlich. Der Zusammenschluß der Schaltungen der einzelnen ungeraden Oberwellen wird durch den Charakter des Kurzschlusses bestimmt. Wie bekannt, sind für die Grundwelle, aber selbstverständlich für sämtliche Strom- und Spannungskomponenten der Oberwellen beim einphasigen zweipoligen Kurz-

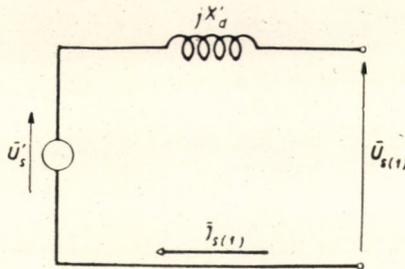


Abb. 4.62. Die Ersatzschaltung der Grundwelle bei einem aus Blindwiderständen bestehenden Netz

schluß nachstehende Gleichungen kennzeichnend: $\mathbf{I}_1 = -\mathbf{I}_2$ und $\mathbf{U}_1 = \mathbf{U}_2$. Mit unserer Schreibweise gilt demnach für die n -te Oberwelle im allgemeinen, daß

$$\mathbf{I}_{s(n)} = -\hat{\mathbf{I}}_{s(-n)} \quad \text{und} \quad \mathbf{U}_{s(n)} = \hat{\mathbf{U}}_{s(-n)}. \quad (4.269)$$

Man kann für den einphasigen zweipoligen Kurzschluß auf Grund von (4.269) die unendliche Vierpolkette gemäß Abb. 4.63 zeichnen. Bekanntlich ist aber beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß $\mathbf{I}_1 = -\frac{\mathbf{U}_s}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2}$, woraus folgt,

daß von den Wirkwiderständen abgesehen beim plötzlichen Kurzschluß:

$$\mathbf{I}_{s(1)} = - \frac{\mathbf{U}'_s}{jX'_d + jX_2}. \quad (4.270)$$

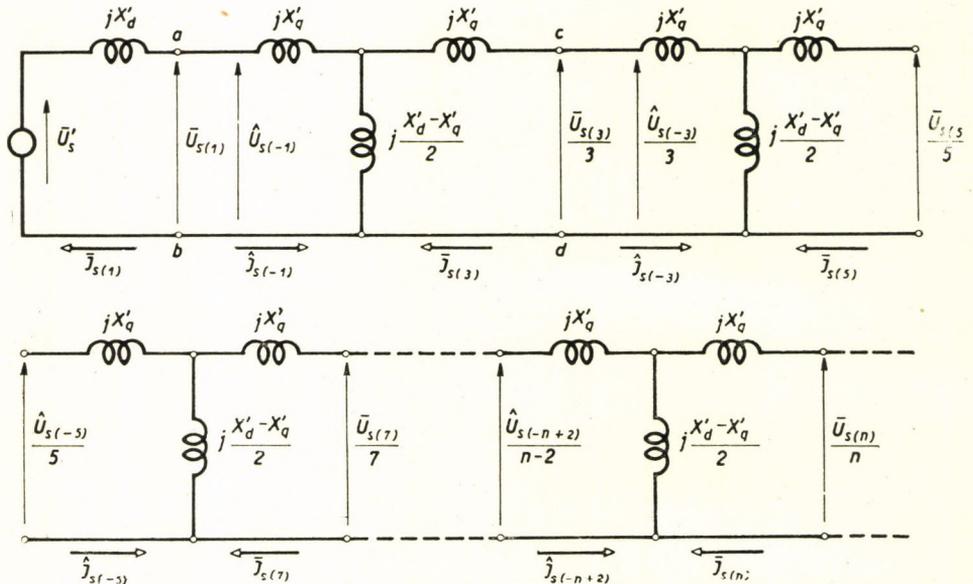


Abb. 4.63. Die Ersatzschaltung der ungeraden Oberwellen beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß

Der Abb. 4.63 kann entnommen werden, daß die resultierende Impedanz der dargestellten unendlichen Vierpolkette zwischen den Klemmen $a - b$ eben jX_2 beträgt. Die Vierpolkette besteht aber lediglich aus gleichen Gliedern, folglich wird zwischen sämtlichen beliebigen Eingängen, so z. B. auch zwischen den Stellen $b - c$, die gegenlaufende Reaktanz jX_2 gemessen. Daher läßt sich die gesamte unendliche Kette durch die in Abb. 4.64 dargestellte einfache Ersatzschaltung zwischen den Punkten $a - b$ ersetzen. Die Eingangsreaktanz dieser Ersatzschaltung beträgt auch jX_2 , deshalb kann auf Grund der Abb. 4.64 nachstehender Zusammenhang angeschrieben werden:

$$X_2 = X'_q + \frac{\frac{X'_d - X'_q}{2} (X'_q + X_2)}{\frac{X'_d + X'_q}{2} + X_2},$$

woraus

$$X_2 = \sqrt{X'_d X'_q}. \quad (4.271)$$

Die mitlaufende Grundwelle ist unter Berücksichtigung von (4.270) und (4.271):

$$\mathbf{I}_{s(1)} = - \frac{\mathbf{U}'_s}{jX'_d + j\sqrt{X'_d X'_q}}. \quad (4.272)$$

Durch Abb. 4.64 wird auch ermöglicht, im allgemeinen das Verhältnis zwischen $\mathbf{I}_{s(-n+2)} = -\mathbf{I}_{s(n-2)}$ und $\mathbf{I}_{s(n)}$ zu bestimmen.

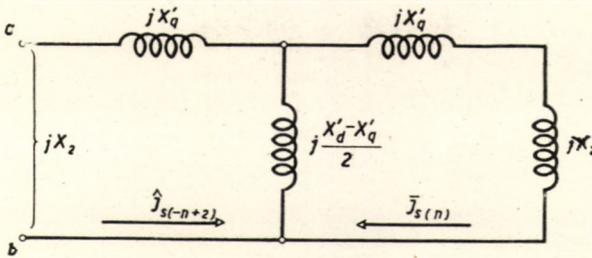


Abb. 4.64. Ersatzschaltung zur Ermittlung der gegenlaufenden Reaktanz bei einphasigem, zweipoligem Kurzschluß

Es gilt nämlich gemäß Abb. 4.64, daß

$$[-\mathbf{I}_{s(n-2)} + \mathbf{I}_{s(n)}] j \frac{X'_d - X'_q}{2} + j(X'_q + X_2) \mathbf{I}_{s(n)} = 0,$$

woraus mit Einsetzen von $X_2 = \sqrt{X'_d X'_q}$ und $X'_q + 2\sqrt{X'_d X'_q} + X'_d = (\sqrt{X'_q} + \sqrt{X'_d})^2$ sowie $X'_q - X'_d = (\sqrt{X'_q} + \sqrt{X'_d})(\sqrt{X'_q} - \sqrt{X'_d})$:

$$\mathbf{I}_{s(n)} = -\mathbf{I}_{s(n-2)} \frac{\sqrt{X'_q} - \sqrt{X'_d}}{\sqrt{X'_q} + \sqrt{X'_d}}. \quad (4.273)$$

folgt. Es ist offensichtlich, daß das Verhältnis zweier aufeinander folgender ungerader Oberwellen vom Verhältnis X'_q zu X'_d abhängt. Die ungeraden Oberwellen nehmen langsam ab, wenn $X'_q \gg X'_d$, was z. B. bei solchen Maschinen vorliegt, bei denen sich in Richtung q keinerlei Wicklung befindet und der Läufer zylindrisch und lamelliert ist. Dann ist $X'_q = X_d$, also tatsächlich das Vielfache von X'_d . Beläuft sich z. B. X'_d auf 12%, X_d auf 160%, so ist

$$\frac{\sqrt{X'_d} - \sqrt{X'_d}}{\sqrt{X'_d} + \sqrt{X'_d}} = \frac{9,13}{16,07} = 0,57;$$

dies bedeutet, daß in diesem Fall die Amplitude der dritten Oberwelle 57 v. H. der Grundwelle beträgt, die Amplitude der fünften Oberwelle ebenfalls 57 v. H.

der dritten Oberwelle ist usw. Unterscheidet sich aber X'_q von X'_d um nur wenig, so nehmen die Oberwellen plötzlich ab und damit wird der Oberwellengehalt des Ständerstromes im Vergleich zum vorstehenden Fall — obgleich die unendliche Reihe sämtlicher ungeraden Oberwellen auch diesmal vorhanden ist — praktisch wesentlich kleiner sein. So z. B. bei $X'_q = 1,44X'_d$,

$$\frac{\sqrt{X'_q} - \sqrt{X'_d}}{\sqrt{X'_q} + \sqrt{X'_d}} = \frac{0,2}{2,2} \approx 0,09 .$$

In diesem Fall beträgt also die Amplitude der dritten Oberwelle im Ständerstrom beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß 9 v. H. der Grundwelle, während sich die Amplitude der fünften Oberwelle nur noch auf 0,8% der Grundwelle beläuft, die praktisch schon nicht mehr meßbar ist. Diese Werte sind bei dem Turbogeneratorsystem Ganz (Budapest) mit massivem Läufer zu verzeichnen.

Wir verweisen abermals darauf, daß im Fall, wenn nur transiente Ströme auftreten können, bei Maschinen ohne Dämpferwicklung und wenn kein Massivläufer vorhanden ist, mit X'_d und X'_q gerechnet werden muß. Können hingegen auch subtransiente Ströme auftreten, so sind ihre Amplituden mit X''_d bzw. X''_q zu berechnen. Wird der stationäre Kurzschlußstrom bestimmt, so ist als Eingangsglied der Kette in Abb. 4.63 die Spannung U_p und die synchrone Reaktanz jX_d in Ersatzschaltung einzusetzen.

4.207.3. Der vollständige Ausdruck der ungeraden Oberwellen des Ständers beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß

Mit Rücksicht darauf, daß der in den kurzgeschlossenen Ständerwicklungen fließende einphasige Strom mit den symmetrischen Komponenten beschrieben

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_b = \mathbf{a}^2 \mathbf{I}_1 + \mathbf{a} \mathbf{I}_2 = (\mathbf{a}^2 - \mathbf{a}) \mathbf{I}_1 = -j\sqrt{3} \mathbf{I}_1$$

ist, falls nur die Grundwelle vorhanden ist und nachdem obiger Zusammenhang für sämtliche Oberwellen je für sich gilt, erhält man für den Momentanwert des Gesamtstromes auf Grund (4.273) mit Einsetzen von $\frac{\sqrt{X'_q} - \sqrt{X'_d}}{\sqrt{X'_q} + \sqrt{X'_d}} = b$ nachstehenden Ausdruck:

$$\mathbf{i}'_s = -j\sqrt{3} \mathbf{I}_{s(1)} [e^{jx} - be^{j3x} + b^2 e^{j5x} \mp \dots] . \quad (4.274)$$

Es folgt aber andererseits aus (4.270), daß

$$\mathbf{I}_{s(1)} = - \frac{\mathbf{U}'_s}{j(X'_d + X_2)}$$

und nachdem

$$\mathbf{U}'_s = j\mathbf{U}'_s,$$

wird

$$\mathbf{i}'_s = \frac{j\sqrt{3}U'_s}{X'_d + X_2} [e^{jx} - be^{j3x} + b^2e^{j5x} \mp \dots] \quad (4.275)$$

sein. Oder mit dem reellen Momentanwert, da $Re[jU'_s e^{jx}] = -U'_s \sin x$

$$i'_s = -\frac{\sqrt{3}U'_s}{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}} (\sin x - b \sin 3x + b^2 \sin 5x \mp \dots). \quad (4.276)$$

Geht der einphasige zweipolige Kurzschluß vom Leerlaufzustand aus, so ist das Einsetzen vom $U'_s = U_s$ in (4.276) vorzunehmen. Beim stationären Kurzschluß muß die transiente Reaktanz durch die synchrone Reaktanz ersetzt werden. In diesem Fall kann man anschreiben, daß

$$i_k = -\frac{\sqrt{3}U_s}{X_d + \sqrt{X'_d X'_q}} (\sin x - b \sin 3x + b^2 \sin 5x \mp \dots). \quad (4.277)$$

4.207.A. Die geraden Oberwellen beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß

Beim einphasigen zweipoligen plötzlichen Kurzschluß entsteht in den kurzgeschlossenen Wicklungen, falls der Kurzschluß vom Leerlauf ausgeht, nur dann kein freier Gleichstrom und erscheinen demzufolge dann keine geraden Oberwellen, wenn die Erregerwicklung des Läufers beim Kurzschluß auf die resultierende Richtung der Phasenwicklungen b und c senkrecht steht (Abb. 4.65).

In diesem Fall erreicht nämlich U_{cb} im Augenblick des Kurzschlusses seinen Höchstwert und mithin geht der Kurzschlußwechselstrom ohnedies von Null aus. In sämtlichen anderen Fällen muß der mit den Phasenwicklungen b und c im Augenblick des Kurzschlusses verkettete Fluß zeitlich konstant bleiben. Der mit den Phasen b und c gemeinsam verkettete Fluß besitzt im Augenblick des Kurzschlusses den Wert von

$$\Psi_{bc(0)} = \frac{\sqrt{3}U \sin \alpha}{\omega_1} = \Psi_{b(0)} - \Psi_{c(0)}. \quad (4.278)$$

Es ist ein Zusammenhang zwischen $\Psi_{s(n)}$ (im vorliegenden Fall der räumlich stillstehende Fluß $\Psi_{s(0)}$) und dem Fluß $\Psi_{bc(0)}$ zu bestimmen. Da die Flüsse $\Psi_{b(0)}$ und $\Psi_{c(0)}$, die mit den Phasenwicklungen b und c verkettet sind, als Momentanwerte betrachtet werden können, die vorangehend so zu erhalten waren,

daß der Flußvektor $\Psi_{s(0)}$ in die Richtungen der Phasenwicklungen b bzw. c projiziert wurde, ist

$$\Psi_{b(0)} = \operatorname{Re} [\mathbf{a}^2 \Psi_{s(0)}]$$

und

$$\Psi_{c(0)} = \operatorname{Re} [\mathbf{a} \Psi_{s(0)}],$$

woraus

$$\Psi_{b(0)} - \Psi_{c(0)} = \operatorname{Re} [-j\sqrt{3} \Psi_{s(0)}]$$

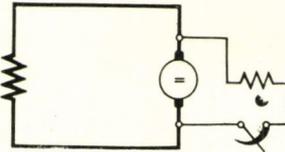
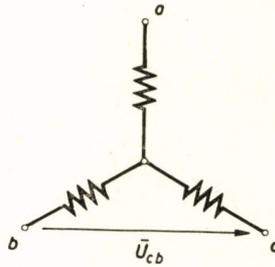


Abb. 4.65. Die relative Stellung des Ständers zum Läufer im Augenblick des einphasigen zweipoligen Kurzschlusses zwischen den Klemmen $b-c$ (Die Erregerwicklung steht auf die resultierende Richtung der Phasen $b-c$ senkrecht)

folgt. Aus letzterer Gleichung ergibt sich, daß

$$\Psi_{b(0)} - \Psi_{c(0)} = \frac{-j\sqrt{3}\Psi_{s(0)} + j\sqrt{3}\hat{\Psi}_{s(0)}}{2}$$

oder

$$\Psi_{bc(0)} = -j\frac{\sqrt{3}}{2} [\Psi_{s(0)} - \hat{\Psi}_{s(0)}]. \quad (4.279)$$

Mit Anwendung von (4.278) gilt, daß

$$-j\omega_1 [\Psi_{s(0)} - \hat{\Psi}_{s(0)}] = 2U \sin \alpha. \quad (4.280)$$

In Richtung der offenen Phasenwicklung a gibt es keine kurzgeschlossene

Wicklung und daher kann auch kein zeitlich und räumlich konstanter Fluß (von Frequenz Null) in dieser Richtung auftreten. Folglich ist

$$\Psi_{a(0)} = \operatorname{Re} [\Psi_{s(0)}] = \frac{\Psi_{s(0)} + \hat{\Psi}_{s(0)}}{2} = 0.$$

4.207.41. Die Ersatzschaltung für die geraden Oberwellen beim zweipoligen Kurzschluß

Analog wie bei den ungeraden Oberwellen läßt sich auch für die geraden Oberwellen eine Ersatzschaltung konstruieren. Als Ausgang dient der Zusam-

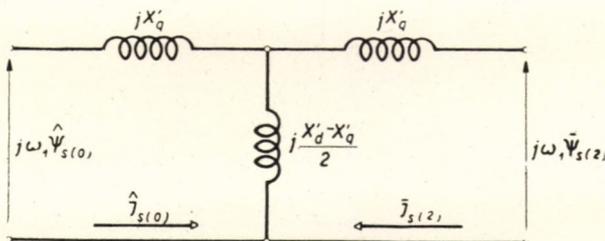


Abb. 4.66. Die Ersatzschaltung der geraden Oberwellen beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß

menhang (4.260). Demnach folgt nach Einsetzen von $n = 0$ und $n = 2$ bzw. nach der Multiplikation mit $j\omega_1$, daß

$$\left. \begin{aligned} j\omega_1 \Psi_{s(0)} &= j \frac{X'_d + X'_q}{2} \mathbf{I}_{s(0)} + j \frac{X'_d - X'_q}{2} \hat{\mathbf{I}}_{s(2)}, \\ j\omega_1 \Psi_{s(2)} &= j \frac{X'_d + X'_q}{2} \mathbf{I}_{s(2)} + j \frac{X'_d - X'_q}{2} \hat{\mathbf{I}}_{s(0)}. \end{aligned} \right\} \quad (4.281)$$

Wird die konjugierte komplexe Form von der ersten der Gleichungsgruppe (4.281) angeschrieben, so gelangt man zu

$$\left. \begin{aligned} j\omega_1 \hat{\Psi}_{s(0)} &= j \frac{(X'_d + X'_q)}{2} \hat{\mathbf{I}}_{s(0)} + j \frac{X'_d - X'_q}{2} \mathbf{I}_{s(2)}, \\ j\omega_1 \Psi_{s(2)} &= j \frac{X'_d + X'_q}{2} \mathbf{I}_{s(2)} + j \frac{X'_d - X'_q}{2} \hat{\mathbf{I}}_{s(0)}. \end{aligned} \right\} \quad (4.282)$$

Unter Zugrundelegung der Beziehung (4.282) kann der in Abb. 4.66 dargestellte Ersatzvierpol gezeichnet werden.

Außer diesem Vierpol kann für jede n -te gerade Oberwelle die in Abb. 4.67 veranschaulichte Schaltung konstruiert werden.

Da beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß für jede n -te gerade symmetrische Oberwellenkomponente gilt, daß

$$\mathbf{I}_{s(n)} = -\mathbf{I}_{s(-n)} \text{ und } j\omega_1 \Psi_{s(n)} = j\omega_1 \bar{\Psi}_{s(-n)},$$

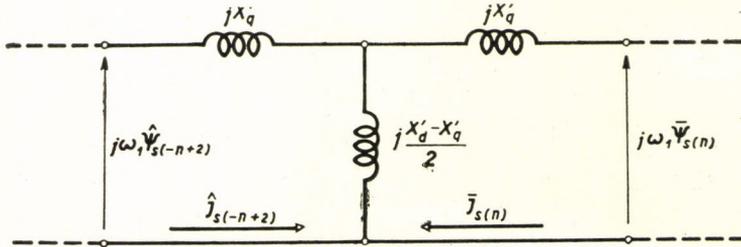


Abb. 4.67. Die Ersatzschaltung der geraden Oberwellen

können die einzelnen geraden Oberwellenvierpole gemäß Abb. 4.68 zu einer unendlichen Vierpolkette zusammengesetzt werden. Gemäß Abb. 4.68 und

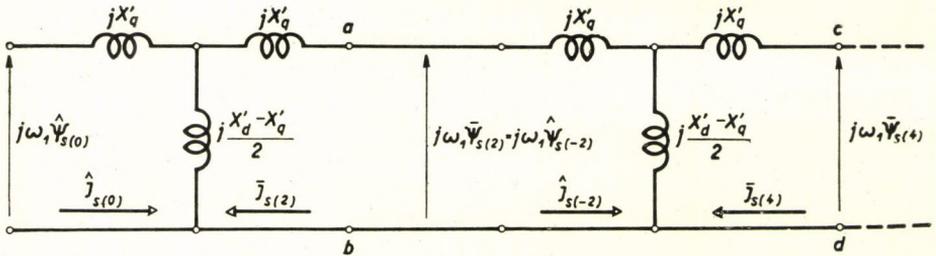


Abb. 4.68. Die Ersatzschaltung der geraden Oberwellen

Zusammenhang (4.271) folgt, daß

$$\hat{\mathbf{I}}_{s(0)} = \frac{j\omega_1 \hat{\Psi}_{s(0)}}{j\sqrt{X'_d X'_q}}. \tag{4.283}$$

Nachdem aber ähnlich wie bei den ungeraden Oberwellen auch hier

$$\mathbf{I}_{s(n)} = -\mathbf{I}_{s(n-2)} \frac{\sqrt{X'_q} - \sqrt{X'_d}}{\sqrt{X'_q} + \sqrt{X'_d}} = -b \mathbf{I}_{s(n-2)} \tag{4.273'}$$

besteht, kann die Amplitude sämtlicher Ströme der Kette mit dem Vorangehenden ausgedrückt werden. Demnach ist

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{s(2)} &= -b \mathbf{I}_{s(0)}, \\ \mathbf{I}_{s(4)} &= b^2 \mathbf{I}_{s(0)}, \\ \mathbf{I}_{s(6)} &= -b^3 \mathbf{I}_{s(0)}, \\ \mathbf{I}_{s(2n)} &= (-b)^n \mathbf{I}_{s(0)}. \end{aligned}$$

Nach Gl. (4.279) wird für die Anfangsbedingung nicht nur $j\omega_1 \hat{\Psi}_{s(0)}$ benötigt, sondern auch $j\omega_1 \Psi_{s(0)}$. Dazu werden statt der in Abb. 4.68 enthaltenen Werte auch deren konjugierte Werte aufgeschrieben, wobei man ebenfalls zu einer unendlichen Vierpolkette kommt, die der Abb. 4.69 entnommen werden kann.

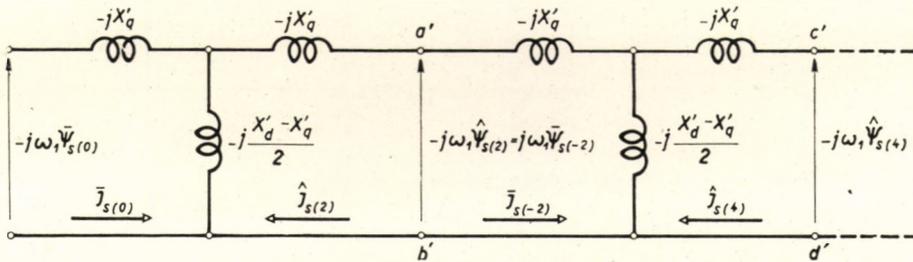


Abb. 4.69. Die konjugierte Ersatzschaltung der geraden Oberwellen

Die einzelnen Amplituden dieser konjugierten Werte können auf Grund der Vierpolkette auch diesmal mit Hilfe des Stromes von Frequenz Null ausgedrückt werden, u. zw. nachdem

$$\mathbf{I}_{s(0)} = -\hat{\mathbf{I}}_{s(0)}$$

und

$$\mathbf{I}_{s(2)} = -b \mathbf{I}_{s(0)}$$

ist, ergibt sich, daß

$$\hat{\mathbf{I}}_{s(2)} = b \mathbf{I}_{s(0)},$$

ferner

$$\hat{\mathbf{I}}_{s(4)} = -b^2 \mathbf{I}_{s(0)},$$

$$\hat{\mathbf{I}}_{s(6)} = b^3 \mathbf{I}_{s(0)}$$

und im allgemeinen

$$\hat{\mathbf{I}}_{s(2n)} = (-1)^{n-1} b^n \mathbf{I}_{s(0)}.$$

Nach Abb. 4.69

$$\mathbf{I}_{s(0)} = \frac{j\omega_1 \Psi_{s(0)}}{j \sqrt{X'_d X'_q}}. \quad (4.284)$$

Schließlich wird mit Anwendung der Zusammenhänge (4.283), (4.284) und (4.280) die Gleichstromkomponente des Ständerstromes wie folgt berechnet:

$$-j\omega_1 [\Psi_{s(0)} - \hat{\Psi}_{s(0)}] = 2U \sin \alpha = - [\mathbf{I}_{s(0)} - \hat{\mathbf{I}}_{s(0)}] j \sqrt{X'_d X'_q},$$

woraus mit Verwendung der Gleichung $\mathbf{I}_{s(0)} = -\hat{\mathbf{I}}_{s(0)}$ die Beziehung

$$\mathbf{I}_{s(0)} = - \frac{U \sin \alpha}{j \sqrt{X'_d X'_q}} \quad (4.285)$$

erhältlich ist. Man sieht, daß die Amplitude von $\mathbf{I}_{s(0)}$ von der zeitlichen Phasenlage der Spannung im Augenblick des Kurzschlusses abhängig ist. Erfolgt das Einschalten im Augenblick des Spannungshöchstwertes von Phase a — wobei $\alpha = 90^\circ$ und die verkettete Spannung der Phasen b und c gleich Null ist —, so hat $\mathbf{I}_{s(0)}$ den Höchstwert. Ist hingegen im Augenblick des Kurzschlusses die Spannung der Phase a gleich Null ($\alpha = 0$), so beträgt auch der Wert von $\mathbf{I}_{s(0)}$ Null, weil die verkettete Spannung der Phasen b und c ihren Höchstwert erreicht. Es muß wiederholt betont werden, daß durch unsere Berechnungen die Anfangswerte des Kurzschlußstromes infolge der Vernachlässigung der Wirkwiderstände sich so zeigen, als ob diese Ströme keiner Dämpfung unterliegen würden. Oben wurden unter Zugrundelegung der Abb. 4.68 und 4.69 mit Hilfe von $\mathbf{I}_{s(0)}$ die einzelnen Amplituden der geraden Oberwellen bestimmt. Die Momentanwerte der einzelnen Phasenströme der Oberwellen können aus den symmetrischen Komponenten wie folgt gewonnen werden:

$$\mathbf{I}_{(n)} = \mathbf{I}_{b(n)} = \mathbf{a}^2 \mathbf{I}_{c(n)} + \mathbf{a} \hat{\mathbf{I}}_{s(-n)} = (\mathbf{a}^2 - \mathbf{a}) \mathbf{I}_{s(n)} = -j \sqrt{3} \mathbf{I}_{s(n)},$$

woraus

$$\mathbf{i}_{(n)} = -j \sqrt{3} \mathbf{I}_{s(n)} e^{jn\alpha},$$

der Gesamtstrom beträgt:

$$\mathbf{i}_b = -j \frac{\sqrt{3} \mathbf{I}_{s(0)}}{2} - j \sqrt{3} \mathbf{I}_{s(0)} [-b e^{j2x} + b^2 e^{j4x} - b^3 e^{j6x} \pm \dots]$$

oder in anderer Form angeschrieben, unter Anwendung von (4.285), mit Rücksicht darauf, daß

$$\mathbf{I}_{s(0)} = - \frac{U \sin \alpha}{j \sqrt{X'_d X'_q}}, \quad (4.285')$$

gilt, daß

$$\mathbf{I}_b = \frac{\sqrt{3} U \sin \alpha}{2 \sqrt{X'_d X'_q}} [1 - 2b e^{j2x} + 2b^2 e^{j4x} - 2b^3 e^{j6x} \pm \dots]. \quad (4.286)$$

Der reelle Momentanwert läßt sich aus (4.286) berechnen, wenn der Wert

$$\operatorname{Re} [i_b]$$

ermittelt wird. Somit folgt, daß

$$i_b = \frac{\sqrt{3} U \sin \alpha}{2 \sqrt{X'_d X'_q}} [1 - 2b \cos 2x + 2b^2 \cos 4x - 2b^3 \cos 6x \pm \dots]. \quad (4.287)$$

Damit wurden mit Hilfe der Zusammenhänge (4.276) und (4.286) die Ströme bestimmt, die beim zweipoligen Kurzschluß der Synchronmaschine mit asymmetrischem Läufer entstehen. Im stationären Zustand kommen im Ständer natürlich Stromkomponenten von gerader Ordnungszahl nicht mehr vor.

4.207.42. Dreiphasiger Kurzschluß bei Maschinen mit asymmetrischem Läufer

Nachstehend soll der Fall des plötzlichen dreiphasigen Kurzschlusses bei asymmetrischem Läufer untersucht werden. Da der Kurzschluß symmetrisch dreiphasig ist, kommt im Ständer keine gegenlaufende Spannungskomponente vor. Somit gilt in der unendlichen Kette gemäß Abb. 4.63 zwischen den Punkten $a - b$, daß: $\hat{U}_{s(-1)} = 0$, womit man für die Grundwelle den bekannten Zusammenhang

$$\mathbf{I}_{s(1)} = \mathbf{I}'_s = - \frac{\mathbf{U}'_s}{jX'_d}$$

erhält. Beim Ständergleichstrom und den geraden Oberwellen, nachdem es sich um einen dreiphasigen Kurzschluß handelt, also im allgemeinen

$$\hat{\mathbf{I}}_{s(-n)} = 0$$

ist, können nur mitlaufende Stromkomponenten auftreten. Bis auf die Komponente $n = 0$ gilt für die Flußkomponenten der Oberwellen, daß

$$\Psi_{s(n)} = \hat{\Psi}_{s(-n)} = 0.$$

Der Gleichstromfluß, welcher $n = 0$ entspricht, kann aus der Bedingung berechnet werden, daß der Fluß in allen drei Phasenwicklungen jenen Wert beibehält, den er im Augenblick des Kurzschlusses besessen hat. Ist die mitlaufende Spannungskomponente im Leerlauf $jU e^{j(\omega_1 t + \alpha)}$, so beläuft sich der Fluß im Augenblick $t = 0$ auf

$$j\omega_1 \Psi_{s(0)} = jU e^{j\alpha}.$$

Deshalb findet die unendliche Kette gemäß Abb. 4.69 infolge des Wertes $\hat{\Psi}_{s(2)} = 0$ am Ende des ersten Gliedes ihren Abschluß und erhält die Form laut Abb. 4.70. Auf Grund dieser Abbildung ist

$$\mathbf{I}_{s(0)} = \frac{U e^{j\alpha}}{2} \frac{X'_d + X'_q}{X'_d X'_q} \quad (4.288)$$

und

$$\hat{\mathbf{I}}_{s(2)} = - \frac{X'_d - X'_q}{X'_d + X'_q} \mathbf{I}_{s(0)}. \quad (4.289)$$

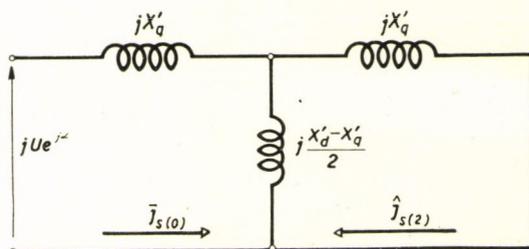


Abb. 4.70. Die Ersatzschaltung der geraden Oberwellen beim dreiphasigen Kurzschluß der Maschinen mit unsymmetrischem Läufer

Unter Anwendung von (4.288) und (4.289) folgt, daß

$$\mathbf{I}_{s(2)} = - \frac{U e^{-j\alpha}}{2} \frac{X'_d - X'_q}{X'_d X'_q}. \quad (4.290)$$

Aus (4.290) ergibt sich der Momentanwert von $\mathbf{I}_{s(2)}$ zu

$$\mathbf{i}_{s(2)} = - \frac{U e^{j\alpha}}{2} \frac{X'_d - X'_q}{X'_d X'_q} e^{j2\omega_1 t}. \quad (4.291)$$

Beim dreiphasigen Kurzschluß werden während des Übergangsprozesses im Fall von asymmetrischem Läufer im Ständerstrom stets Gleichstromkomponenten und Wechselstromkomponenten von doppelter Frequenz zugegen sein.

4.207.5. Die gegenlaufende Reaktanz der Synchronmaschine bei rein sinusförmiger gegenlaufender Ständerspannung

Wird an den Ständer in dreiphasiger Schaltung eine rein gegenlaufende Grundwellenspannung gelegt und soll das Außennetz als sehr groß angenommen werden, wobei es für die Oberwellen einen Kurzschluß bedeutet, so sind

bei dem Zusammenschluß der Ersatzschaltungen von Abb. 4.63 nachstehende Bedingungen zu erfüllen:

1. sämtliche mitlaufenden und Nullspannungen sollen gleich Null sein,
2. alle gegenlaufenden Spannungen, bis auf die Grundwellenspannung, müssen gleich Null sein.

Diese Bedingungen werden im stationären Zustand durch die Schaltung gemäß Abb. 4.71 erfüllt. Unter Zugrundelegung dieser Abbildung gilt, daß

$$\hat{U}_{s(-1)} = j \hat{I}_{s(-1)} \frac{2X'_d X'_q}{X'_d + X'_q}.$$

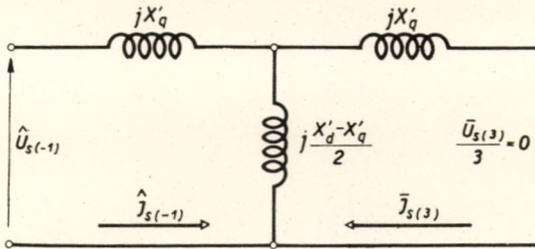


Abb. 4.71. Die Ersatzschaltung einer Maschine, deren Ständer mit rein gegenlaufender Spannung gespeist wird

Die gegenlaufende Reaktanz beträgt

$$X_2 = \frac{2X'_d X'_q}{X'_d + X'_q}.$$

Es kann der Abbildung entnommen werden, daß im Ständer auch ein mitlaufender dritter Grundwellenstrom auftritt, dessen Amplitude sich auf

$$\mathbf{I}_{s(3)} = - \frac{X'_d - X'_q}{X'_d + X'_q} \hat{\mathbf{I}}_{s(-1)}$$

beläuft.

4.207.6. Die gegenlaufende Reaktanz bei rein sinusförmigen Ständerströmen

Kann im Ständer der Maschine nur ein ausschließlich gegenlaufender Grundwellenstrom fließen, so ist beim Zusammenschluß der Schaltungen in Abb. 4.63 folgende Bedingung zu erfüllen: sämtliche mitlaufenden, gegenlaufenden und Null-Oberwellenströme müssen gleich Null sein, d. h.:

$$\mathbf{I}_{s(n)} = \hat{\mathbf{I}}_{s(-n)} = 0 \text{ wenn } n \neq 1.$$

Danach gestaltet sich jener Teil der Schaltung, welcher sich laut Abb. 4.72 auf die gegenlaufenden Grundwellengrößen bezieht.

Demnach gilt für die gegenlaufende Reaktanz, daß

$$X_2 = \frac{\hat{U}_{s(-1)}}{j \hat{I}_{s(-1)}} = \frac{X'_d + X'_q}{2}$$

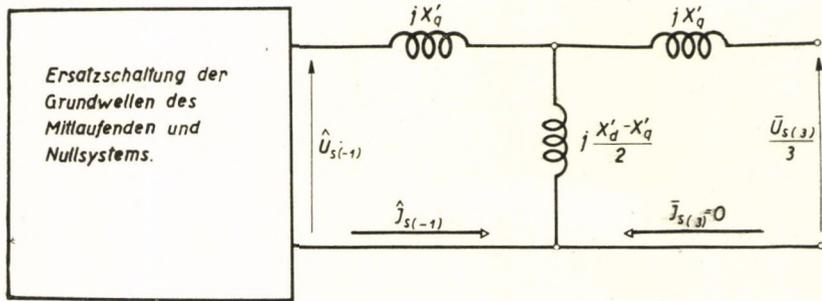


Abb. 4.72. Die Ersatzschaltung einer Maschine, deren Ständer mit rein gegenlaufendem Strom gespeist wird

Aus der Schaltung ist auch ersichtlich, daß an den Ständerklemmen eine mitlaufende dritte Oberwellenspannung auftritt, deren Wert

$$\frac{U_{s(3)}}{3} = j \hat{I}_{s(-1)} \frac{X'_d - X'_q}{2}$$

beträgt.

4.207.7. Die Spannung der offenen Phase

Den Ersatzschaltungen für die asymmetrischen Kurzschlüsse können auch die symmetrischen Komponenten der einzelnen Oberwellenspannungen entnommen werden, wodurch sich die in der offenen Phase induzierten Spannungen bestimmen lassen.

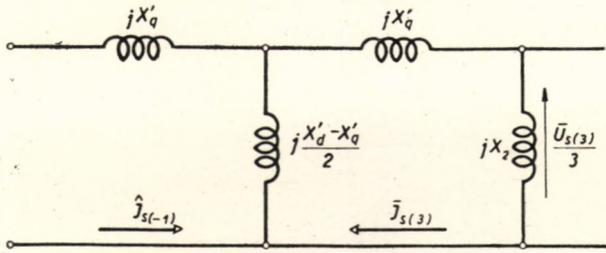
Für sämtliche Oberwellen der Spannung in Phase *a* besteht folgender Zusammenhang:

$$U_{a(n)} = U_{s(n)} + \hat{U}_{s(-n)} \quad \text{und} \quad U_{s(n)} = \hat{U}_{s(-n)}.$$

Die symmetrischen Komponenten der ungeraden Oberwellenspannungen können aus der Ersatzschaltung der Abb. 4.63 abgelesen werden (die Spannun-

gen an den Klemmen $a - b$, $c - d$ usw.). In Anbetracht des Umstandes, daß die Reaktanz der Vierpole hinter den Klemmen $c - d$ durch deren Resultierende ersetzt werden kann und diese gerade die gegenlaufende Reaktanz ist, läßt sich die dritte mitlaufende Oberwellenspannung aus nachstehender Gleichung bestimmen (Abb. 4.73a):

$$\frac{U_{s(3)}}{3} = -j I_{s(3)} X_2.$$



a)

Abb. 4.73a. Die zur Bestimmung der dritten Oberwellenspannung dienende Ersatzschaltung beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß

Mit Rücksicht darauf, daß $I_{s(3)} = -b I_{s(1)}$,

$$U_{s(3)} = \hat{U}_{s(-3)} = j 3 X_2 b I_{s(1)} \quad \text{und} \quad U_{a(3)} = j 2 \cdot 3 X_2 b I_{s(1)}$$

und analogerweise, daß

$$U_{s(5)} = \hat{U}_{s(-5)} = -j 5 X_2 b^2 I_{s(1)} \quad \text{und} \quad U_{a(5)} = -j 2 \cdot 5 X_2 b^2 I_{s(1)}.$$

Damit ist der Gesamtausdruck für den komplexen Momentanwert der ungeraden Oberwellenspannungen

$$\sum_{n=0}^{n=\infty} u_{a(2n+1)} = -2j X_2 I_{s(1)} [e^{jx} - 3b e^{j3x} + 5b^2 e^{j5x} \mp \dots].$$

Laut unserer vorherigen Feststellungen gilt aber, daß

$$X_2 = \sqrt{X'_d X'_q}$$

und gemäß (4.270), daß

$$I_{s(1)} = -\frac{U'_s}{j(X'_d + \sqrt{X'_d X'_q})};$$

die Summe der ungeraden Oberwellenspannungen in der Spannung der offenen gebliebenen Phase wird also

$$\sum_{n=0}^{n=\infty} \mathbf{u}_{a(2n+1)} = \mathbf{U}'_s \frac{2 \sqrt{X'_d X'_q}}{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}} (e^{jx} - 3b e^{j3x} + 5b^2 e^{j5x} \mp \dots)$$

sein bzw., falls $\mathbf{U}'_s = j\mathbf{U}'_s$ eingesetzt wird:

$$\sum_{n=0}^{n=\infty} \mathbf{u}_{a(2n+1)} = \mathbf{U}'_s \frac{j2 \sqrt{X'_d X'_q}}{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}} (e^{jx} - 3b e^{j3x} + 5b^2 e^{j5x} \mp \dots). \quad (4.292)$$

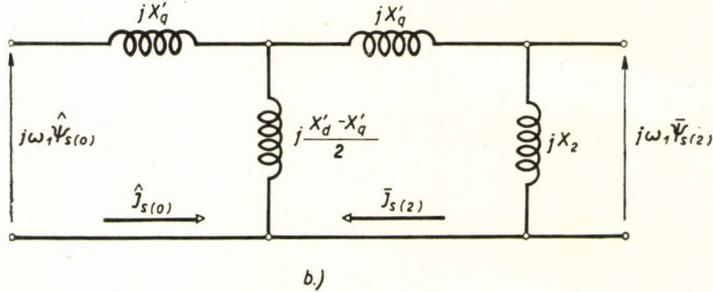


Abb. 4.73b. Die zur Bestimmung der geraden Oberwellenspannungen dienende Ersatzschaltung beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß

Die in der Spannung der offenen Phase auftretenden geraden Oberwellen können mit Hilfe folgender Überlegungen gewonnen werden:

Die in der offenen Phase induzierte Spannung beträgt

$$\mathbf{U}_{a(2n)} = j2n\omega_1 \Psi_{a(2n)}. \quad (4.293)$$

Der mit Phase a verkettete Fluß kann jedoch in seine symmetrischen Komponenten aufgelöst werden. Demnach ist

$$\mathbf{U}_{a(2n)} = j2n\omega_1 \Psi_{a(2n)} = j2n\omega_1 [\Psi_{s(2n)} + \hat{\Psi}_{s(-2n)}].$$

Da aber bei dem einphasigen zweipoligen Kurzschluß gilt, daß

$$\Psi_{s(2n)} = \hat{\Psi}_{s(-2n)},$$

wird also

$$\mathbf{U}_{a(2n)} = 2j(2n\omega_1) \Psi_{s(2n)} \quad (4.294)$$

sein. In der Spannung der offenen Phase kann aus den geraden Grundwellen selbstredend keine induzierte Gleichstromspannung auftreten, deshalb wird

die kleinste gerade Oberwelle in dieser Spannung die zweite sein. Im allgemeinen kann man auch die Glieder der geraden Oberwellenkette ähnlich wie in Abb. 4.73a darstellen, wie in Abb. 4.73b gezeigt wird. Auf dieser Grundlage wird bei Verwendung von $j\omega_1 \Psi_{s(2)} = -\mathbf{I}_{s(2)} jX_2$ und (4.294) die zweite Oberwellenspannung

$$U_{a(2)} = -2j2X_2 \mathbf{I}_{s(2)} = -2j2 \sqrt{X'_d X'_q} \mathbf{I}_{s(2)} = 2j2b \sqrt{X'_d X'_q} \mathbf{I}_{s(0)} \quad (4.295)$$

sein. Ganz analog ist die vierte Oberwellenspannung

$$U_{a(4)} = -2j4X_2 \mathbf{I}_{s(4)} = -2j4b^2 \sqrt{X'_d X'_q} \mathbf{I}_{s(0)}$$

und im allgemeinen gilt, daß

$$U_{a(2n)} = -2j2n \sqrt{X'_d X'_q} (-b)^n \mathbf{I}_{s(0)}. \quad (4.296)$$

Aus (4.285) ergibt sich aber, daß

$$\mathbf{I}_{s(0)} = -\frac{U'_s \sin \alpha}{j \sqrt{X'_d X'_q}}$$

und daher beläuft sich der komplexe Momentanwert der aus den geraden Oberwellen bestehenden Gesamtspannung auf

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} \mathbf{u}_{a(2n)} = -2U'_s \sin \alpha [2b e^{2jx} - 4b^2 e^{4jx} + 6b^3 e^{6jx} \mp \dots]. \quad (4.297)$$

Der Gesamtwert der Spannung in der offenen Phase, in welcher die ungeraden und geraden Oberwellen enthalten sind, ist auf Grund von (4.292) und (4.297):

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_a &= \sum_{n=0}^{n=\infty} \mathbf{u}_{a(2n+1)} + \sum_{n=1}^{n=\infty} \mathbf{u}_{a(2n)}, \\ \mathbf{u}_a &= U'_s \frac{2j \sqrt{X'_d X'_q}}{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}} [e^{jx} - 3b e^{j3x} + 5b^2 e^{j5x} \mp \dots] - \\ &\quad - 2U'_s \sin \alpha [2b e^{j2x} - 4b^2 e^{j4x} + 6b^3 e^{j6x} \mp \dots]. \end{aligned} \quad (4.298)$$

Der reelle Momentanwert wird aus dem komplexen Momentanwert berechnet. Demzufolge ist

$$\begin{aligned} u_a = \operatorname{Re} [\mathbf{u}_a] &= -U'_s \frac{2 \sqrt{X'_d X'_q}}{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}} (\sin x - 3b \sin 3x + 5b^2 \sin 5x \mp \dots) - \\ &\quad - 2U'_s \sin \alpha (2b \cos 2x - 4b^2 \cos 4x + 6b^3 \cos 6x \mp \dots). \end{aligned} \quad (4.299)$$

Im stationären Zustand verschwinden die geraden Oberwellen und man erhält für die Spannung der offenen Phase nachstehenden Ausdruck:

$$u_a = -U_s' \frac{2\sqrt{X_d' X_q'}}{X_d + \sqrt{X_d' X_q'}} (\sin x - 3b \sin 3x + 5b^2 \sin 5x \mp \dots). \quad (4.299')$$

Aus Zusammenhang (4.299) ist ersichtlich, daß u_a seinen Höchstwert bei $x = -\frac{\pi}{2}$ und $a = \frac{\pi}{2}$ erreicht, dann ist nämlich

$$\sin x = -1,$$

$$\sin 3x = 1,$$

$$\sin 5x = -1$$

usw. Andererseits ist aber

$$\cos 2x = -1,$$

$$\cos 4x = 1,$$

$$\cos 6x = -1;$$

sämtliche Glieder, in denen Sinus oder Cosinus enthalten ist, sind also in der unendlichen Fourierschen Reihe bei $x = -\frac{\pi}{2}$ von gleicher Richtung und summieren sich. Der Wert $a = \frac{\pi}{2}$ bedeutet, daß der Kurzschluß in der Läuferstellung stattgefunden hat, welche in der resultierenden Richtung der Phasen $b - c$ liegt, also im Moment, wenn die Spannung der offenen Phase a ihren Höchstwert hat. Demnach ist der Höchstwert von u_a :

$$\begin{aligned} u_{a \max} = U_s' & \left[\frac{2\sqrt{X_d' X_q'}}{X_d + \sqrt{X_d' X_q'}} (1 + 3b + 5b^2 + \dots) + \right. \\ & \left. + 2(2b + 4b^2 + 6b^3 + \dots) \right]. \end{aligned} \quad (4.300)$$

Nachdem

$$\frac{2\sqrt{X_d' X_q'}}{X_d + \sqrt{X_d' X_q'}} = 1 + b$$

und

$$1 + 3b + 5b^2 + \dots = \frac{1 + b}{(1 - b)^2},$$

außerdem

$$2b + 4b^2 + 6b^3 + \dots = \frac{2b}{(1-b)^2}$$

ist, folgt aus (4.300) nach durchgeführten Einsetzungen, daß

$$u_{a \max} = U_s' \left[2 \frac{X_q'}{X_d'} - 1 \right]. \quad (4.301)$$

Man gelangt also mit Anwendung der allgemeineren Methode zu demselben Ergebnis wie gemäß Zusammenhang (4.215).

4.207.8. Messung der gegenlaufenden Impedanz

Die naheliegendste Methode zum Messen der gegenlaufenden Reaktanz bzw. Impedanz von Synchronmaschinen ist, wenn man den Ständer der mit kurzgeschlossener Erregerwicklung versehenen Synchronmaschine, deren Läufer mit synchroner Geschwindigkeit gedreht wird, mit gegenlaufender Spannung speist und dabei sowohl die Spannung als auch den Strom (U_2 , I_2) mißt. Die gegenlaufende Impedanz ist

$$Z_2 = \frac{U_2}{I_2}.$$

Nimmt man von den Wirkwiderständen Abstand, so werden für die gegenlaufende Reaktanz X_2 bei nichtsymmetrischen Maschinen ($X_d' \neq X_q'$) immer andere Werte gemessen, u. zw. abhängig davon, ob dem Ständer eine rein sinusförmige Spannung oder ein rein sinusförmiger Strom aufgedrückt wird. Es wurde im vorangegangenen Kapitel bewiesen, daß im ersten Fall der harmonische Mittelwert

$$X_2 = \frac{2X_d'X_q'}{X_d' + X_q'},$$

während im zweiten Fall der arithmetische Mittelwert

$$X_2 = \frac{X_d' + X_q'}{2}$$

erhältlich ist.

Der harmonische Mittelwert spielt beim dreiphasigen Kurzschluß der Maschinen mit asymmetrischem Läufer eine Rolle, weil die Amplitude des Ständergleichstromes, wie gesehen, eben durch den Zusammenhang

$$i_{sg} = U_s \frac{X_d' + X_q'}{2X_d'X_q'} = \frac{U_s}{X_2}$$

bestimmt war. Werden jedoch beim dreiphasigen plötzlichen Kurzschluß nicht direkt die Maschinenklemmen kurzgeschlossen, sondern erfolgt der Kurzschluß hinter einer Reaktanz X , welche im Verhältnis zu den Übergangsreaktanzen der Maschine groß genug ist (z. B. in der Fernleitung hinter einem Transformator), so bekommt man den Wert von X_2 wie folgt:

$$X_2 + X = \frac{2(X'_d + X)(X'_q + X)}{X'_d + X'_q + 2X},$$

woraus sich, falls X im Verhältnis zu X'_d und X'_q groß ist

$$X_2 = \frac{X'_d + X'_q}{2}$$

ergibt.

Ebenso wird die gegenlaufende Reaktanz, wenn der einphasige zwei-polige Kurzschluß unmittelbar an den Klemmen der Synchronmaschine bewerkstelligt wird

$$X_2 = \sqrt{X'_d X'_q}$$

sein. Erfolgt aber auch in diesem Fall der Kurzschluß irgendwo in dem mit der Synchronmaschine verbundenen Netz, so erhält man, falls wieder angenommen wird, daß der Kurzschluß hinter der Reaktanz X stattgefunden hat, daß

$$X_2 + X = \sqrt{(X'_d + X)(X'_q + X)},$$

woraus folgt, falls X im Vergleich zu X'_d und X'_q groß genug ist, daß

$$X_2 = \frac{X'_d + X'_q}{2};$$

sie ist also wieder gleich dem arithmetischen Mittelwert. Da der Kurzschluß in der Praxis meistens nicht unmittelbar auf den Klemmen des Generators erfolgt, sondern der Transformator und ein Teil der Fernleitung zwischen der Kurzschlußstelle und dem Generator in Reihe geschaltet sind, kann die gegenlaufende Reaktanz bei den Synchronmaschinen mit asymmetrischem Läufer mit guter Näherung aus dem arithmetischen Mittelwert aus X'_d und X'_q bestimmt werden. Natürlich kann dieser bei Maschinen mit Dämpferwicklung oder massivem Läufer mit dem Wert

$$X_2 = \frac{X''_d + X''_q}{2}$$

angegeben werden. Deshalb ist bei Messungen der gegenlaufenden Reaktanz ratsam, falls auf die Ständerklemmen einer Maschine mit synchron umlaufen-

dem Läufer eine gegenlaufende dreiphasige symmetrische Spannung geschaltet wird, dafür Sorge zu tragen, daß der Strom womöglich sinusförmig ist, z. B. indem man bei der betreffenden Messung mit dem Ständer pro Phase auch eine entsprechend große Reaktanz in Reihe schaltet. Die praktische Durchführung dieser Messung stößt jedoch auf große Schwierigkeiten, hauptsächlich weil die Meßgeräte mit einer kleinen Frequenz schwingen, wenn der Läufer der Maschine nicht genau synchron mit dem Speisensetz läuft. Weder im Prüffeld noch im Betrieb vermag man ein entsprechendes Ergebnis zu erhalten. Es ist daher einfacher und richtiger, den Wert der gegenlaufenden Reaktanz bzw. Impedanz im einphasigen zweipoligen stationären Kurzschlußzustand zu bestimmen. Die Messung selbst wird wie folgt vorgenommen (Abb. 4.74): Der — vorläufig als symmetrisch angenommene — Läufer wird

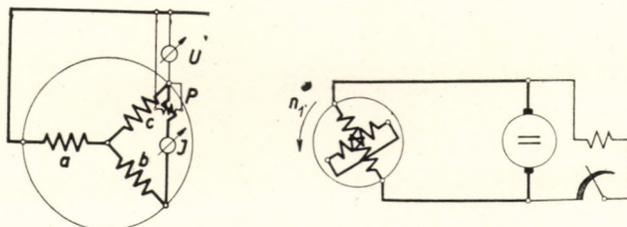


Abb. 4.74. Zur Messung der gegenlaufenden Impedanz

mit Synchrongeschwindigkeit gedreht (bei dieser Messung ist nicht notwendig, die genaue Synchrondrehzahl einzuhalten) und die Erregerwicklung des Läufers so weit erregt, daß durch die beiden kurzgeschlossenen Ständerphasen z. B. der Nennstrom vom Effektivwert I_{eff} fließen soll. In diesem Zustand kann zwischen dem Endpunkt der offenen Phase und den kurzgeschlossenen Klemmen die Spannung vom Effektivwert U_{eff} gemessen werden. Werden die Wirkwiderstände vernachlässigt, so kann man die gegenlaufende Reaktanz auf Grund der Messung auf zweierlei Art ermitteln, u. zw.

$$a) \quad X_2 = \frac{U_{\text{eff}}}{\sqrt{3} I_{\text{eff}}}$$

oder, falls das Wattmeter abgelesen wurde

$$b) \quad X_2 = \frac{P}{\sqrt{3} I_{\text{eff}}^2}$$

Das ist leicht verständlich, wenn für die Schaltung das Verfahren der symmetrischen Komponenten laut Abb. 4.74 angewendet wird. Im Abschnitt 4.206.3 konnte festgestellt werden, daß beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß $\mathbf{I} = -j\sqrt{3} \mathbf{I}_1$ bzw. mit Berücksichtigung von Zusammenhang (4.222) $\mathbf{I} = j\sqrt{3} \mathbf{I}_2$, woraus

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{I}}{j\sqrt{3}}$$

folgt. Wird die Spannung \mathbf{U} mit den symmetrischen Komponenten ausgedrückt, so gilt gemäß Abb. 4.74 und Beziehung (4.223):

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_a - \mathbf{U}_c = \mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2 - (\mathbf{a}\mathbf{U}_1 + \mathbf{a}^2\mathbf{U}_2) = 2\mathbf{U}_2 - (\mathbf{a} + \mathbf{a}^2)\mathbf{U}_2 = 3\mathbf{U}_2,$$

woraus sich

$$\mathbf{U}_2 = \frac{\mathbf{U}}{3}$$

ergibt. Die Impedanz für gegenlaufende Ströme beträgt also:

$$\mathbf{Z}_2 = \frac{\mathbf{U}_2}{\mathbf{I}_2} = \frac{\frac{\mathbf{U}}{3}}{\frac{\mathbf{I}}{j\sqrt{3}}} = \frac{j\mathbf{U}}{\sqrt{3}\mathbf{I}}.$$

Sei der Phasenwinkel von \mathbf{U} und \mathbf{I} : φ (dieser ist positiv, wenn \mathbf{I} gegenüber \mathbf{U} voreilt), so beläuft sich wegen des in obiger Formel vorkommenden Faktors j der Phasenwinkel der Impedanz \mathbf{Z}_2 auf $90^\circ - \varphi$. An den Leistungsmesser wurden die Spannung U und der Strom I geschaltet, mithin ist, wenn durch den Leistungsmesser die Leistung P gemessen wird:

$$\cos \varphi = \frac{P}{U_{\text{efi}} I_{\text{eff}}}.$$

Die Impedanz für gegenlaufende Ströme ist, wenn man die Spannung \mathbf{U} und den Strom \mathbf{I} mit ihren Absolutwerten und dem Phasenwinkel φ ausdrückt:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_2 = R_2 + jX_2 &= \frac{jU_{\text{eff}}}{\sqrt{3} I_{\text{eff}}} e^{-j\varphi} = \frac{U_{\text{eif}}}{\sqrt{3} I_{\text{eff}}} e^{j(90^\circ - \varphi)} = \\ &= \frac{U_{\text{eff}}}{\sqrt{3} I_{\text{efi}}} (\sin \varphi + j \cos \varphi). \end{aligned}$$

Daraus folgt also, daß die Reaktanz für gegenlaufende Ströme

$$X_2 = \frac{U_{\text{eff}}}{\sqrt{3} I_{\text{eff}}} \cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{3} I_{\text{eff}}^2}$$

sein wird.

Es sei bemerkt, daß mit der Leistung gemäß obigen nur dann gerechnet werden darf, wenn keine Oberwellen vorliegen. Bei Maschinen mit massivem Läufer kann diese Annahme mit guter Näherung angewandt werden.

Nehmen wir vom Wirkwiderstand Abstand, so ist $\varphi = 0$ und damit wird

$$\mathbf{Z}_2 = jX_2 = \frac{j\mathbf{U}}{\sqrt{3}\mathbf{I}} \quad \text{bzw.} \quad X_2 = \frac{U_{\text{eif}}}{\sqrt{3} I_{\text{eif}}}$$

sein.

Der Wirkwiderstand kann neben der gegenlaufenden Reaktanz vielfach nicht außer acht gelassen werden. Auf Wirkung des gegenlaufenden Feldes entstehen insbesondere im Läufer der Turbogeneratoren mit massivem Stahlläufer ernste Verluste. Es ist richtig, wenn man in diesem Fall den Ohmschen Teil der gegenlaufenden Impedanz aus der über die Welle eingeführten mechanischen Leistung P_m bestimmt, weil infolge der Oberwellen auf Grund des vom Leistungsmesser angezeigten Wertes P kein befriedigendes Ergebnis zu zeitigen ist. Bei dieser Messung ist der auf Einfluß der gegenlaufenden Ströme entstandene Verlust im Läufer mit den Ständerverlusten gemeinsam über die Welle der Maschine in Form von mechanischer Arbeit einzuführen.

Der durch den Gleichstrom der Erregerwicklung verursachte Kupferverlust wird natürlich durch die äußere Erregerstromquelle gedeckt.

Da der Ständerstrom I in zwei Phasenwicklungen fließt, beträgt der Kupferverlust des Ständers $2I_{\text{eff}}^2 R_s$. Mithin beläuft sich der Verlust des Läufers, verursacht durch die gegenlaufenden Ströme:

$$P_r = P_m - 2 I_{\text{eff}}^2 R_s - P_{\text{Reib}},$$

wobei P_{Reib} die Summe der Reibungs- und Lüftungsverluste darstellt. Bei Messungen im Prüffeld können die über die Welle zugeführte Leistung und die Reibungsleistung mit großer Genauigkeit festgestellt werden. Die Wirkkomponente der gegenlaufenden Impedanz kann auf Grund nachstehender Überlegung ermittelt werden.

Für die gegenlaufende Impedanz läßt sich unter Berücksichtigung der Wirkwiderstände die aus der Theorie der Asynchronmotoren bekannte Ersatzschaltung verwenden ($s = 2$) (Abb. 4.75). Ist die gegenlaufende Impedanz $Z_2 = R_2 + jX_2$, so bekommt man die Resultierende der Läuferimpedanz und der damit parallel geschalteten Reaktanz jX_m in der Weise, daß die gegenlaufende Impedanz um den Widerstand und um die Streuimpedanz des Ständers verringert wird:

$$R_2 - R_s + j(X_2 - X_{st}),$$

woraus sich die Luftspaltleistung mit der Ständerstromstärke $I_{2\text{eff}}$ zu

$$P_l = 3 I_{2\text{eff}}^2 (R_2 - R_s)$$

ergibt.

Der gegenlaufende Läuferverlust beträgt infolge des Schlupfes $s = 2$ das Zweifache der Luftspaltleistung;

$$P_r = 2P_l = 2 \cdot 3 I_{2\text{eff}}^2 (R_2 - R_s).$$

Nachdem aber $I_2 = \frac{I}{\sqrt{3}}$ beträgt, gilt:

$$P_r = 2 I_{\text{eff}}^2 (R_2 - R_s).$$

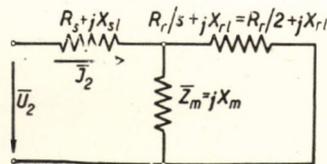


Abb. 4.75. Ersatzschaltung der gegenlaufenden Impedanz

Mit Berücksichtigung von obiger Formel für P_r erhält man, daß

$$P_r = P_m - 2 I_{\text{eff}}^2 R_s - P_{\text{Reib}} = 2 I_{\text{eff}}^2 (R_2 - R_s)$$

woraus

$$R_2 = \frac{P_m - P_{\text{Reib}}}{2 I_{\text{eff}}^2}.$$

Bei Messungen im Betrieb kann die über die Welle eingeführte Leistung nicht gemessen werden, weshalb die weniger genaue Wattmessung zu verwenden ist.

Ist der Läufer nicht symmetrisch, so hat man zu untersuchen, welche Mittelwerte der transienten Längs- und Querreaktanzen X'_d und X'_q als X_2 zu verstehen sind, wenn bei einphasig-zweipoliger Kurzschlußmessung X_2 aus dem Verhältnis von U und I bzw. aus dem Leistungswert P bestimmt wurde.

Für diese Untersuchungen sind zunächst die stationären Kurzschlußwerte von U und I in Fourierscher Reihe entwickelt anzuschreiben. Als Ausgang dient der Wert von ψ_a (4.212). Es soll erwähnt werden, daß im stationären Wert von ψ_a der vom Augenblick des Kurzschlusses abhängige Teil (worin $\sin a$ enthalten ist) schon nicht mehr vorkommt und daher im stationären Zustand mit dem um

$$\frac{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}}{X_d + \sqrt{X'_d X'_q}}$$

herabgesetzten Wert des Anfangswertes des plötzlichen Kurzschlusses zu rechnen ist. Demzufolge gilt im stationären Zustand, daß

$$\psi_a = \frac{U_s}{\omega_1} \frac{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}}{X_d + \sqrt{X'_d X'_q}} \frac{2X'_q \cos x}{X'_d + X'_q - (X'_d - X'_q) \cos 2x}. \quad (4.302)$$

Oder nach Fourierscher Reihe entwickelt:

$$\psi_a = \frac{U_s}{\omega_1} \frac{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}}{X_d + \sqrt{X'_d X'_q}} \frac{\sqrt{X'_q}}{\sqrt{X'_d}} \cos x (1 - 2b \cos 2x + 2b^2 \cos 4x \mp \dots) \quad (4.303)$$

oder mit $\cos x$ multipliziert:

$$\psi_a = \frac{U_s}{\omega_1} \frac{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}}{X_d + \sqrt{X'_d X'_q}} \frac{\sqrt{X'_q}}{\sqrt{X'_d}} (1 - b) (\cos x - b \cos 3x + b^2 \cos 5x \mp \dots). \quad (4.304)$$

Aus letzterer Gleichung folgt unter Zugrundelegung von $u_a = \omega_1 \frac{d\psi_a}{dx}$, daß

$$u_a = -U_s \frac{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}}{X_d + \sqrt{X'_d X'_q}} \frac{\sqrt{X'_q}}{\sqrt{X'_d}} (1 - b) (\sin x - 3b \sin 3x + 5b^2 \sin 5x \mp \dots). \quad (4.305)$$

Der Effektivwert von u_a ist analog zu (4.204) erhältlich:

$$U_{a\text{eff}} = 2U_s \frac{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}}{X_d + \sqrt{X'_d X'_q}} \frac{\sqrt{X'_q}}{\sqrt{X'_q + \sqrt{X'_d X'_q}}} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{1 - b^2} \sqrt{4b^2 \frac{1 + b^2}{1 - b^2} + 3b^2 + 1}.$$

Hieraus wird

$$U_{a\text{eff}} = U_{s\text{eff}} \frac{(\sqrt{X'_q} + \sqrt{X'_d})^2}{2(X_d + \sqrt{X'_d X'_q})} \sqrt{4b^2 \frac{1 + b^2}{1 - b^2} + 3b^2 + 1}. \quad (4.306)$$

Bei der Messung der gegenlaufenden Reaktanz nach Abb. 4.74 wird nicht die Spannung U_a , sondern U benutzt. Zwischen dem gemeinsamen Endpunkt der kurzgeschlossenen Phasenwicklungen und dem Endpunkt von Phasenwicklung a besteht die Spannung $U = \frac{3}{2} U_a$. Die kurzgeschlossene Wicklung entspricht nämlich zwei in Richtung der Wicklung a parallel geschalteten Wicklungen, deren Windungszahl im Vergleich zur Wicklung a nur deren Hälfte ist. Somit ist

$$U_{\text{eff}} = \frac{3}{4} U_{s\text{eff}} \frac{(\sqrt{X'_q} + \sqrt{X'_d})^2}{X_d + \sqrt{X'_d X'_q}} \sqrt{4b^2 \frac{1 + b^2}{1 - b^2} + 3b^2 + 1}. \quad (4.307)$$

Es soll nun auch der Wert von I_{eff} berechnet werden. Der Momentanwert des stationären Kurzschlußstromes ist auf Grund der Gleichungen (4.193) und (4.196):

$$i_k = -\frac{U_s \sqrt{3}}{X_d + \sqrt{X'_d X'_q}} (\sin x - b \sin 3x + b^2 \sin 5x \mp \dots) \quad (4.308)$$

und sein Effektivwert:

$$I_{\text{eff}} = \frac{U_s \sqrt{3}}{X_d + \sqrt{X'_d X'_q}} \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{b}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{b^2}{\sqrt{2}}\right)^2 + \dots}$$

Der unter der Quadratwurzel stehende Ausdruck wird errechnet:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + b^2 + b^4 + \dots} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{1 - b^2}}.$$

Bei dessen Anwendung folgt, daß:

$$I_{\text{eff}} = U_{\text{seff}} \frac{\sqrt{3}}{X_d + \sqrt{X'_d X'_q}} \frac{1}{\sqrt{1-b^2}}. \quad (4.309)$$

Der Wert von X_2 ist bei Anwendung der Zusammenhänge (4.307) und (4.309) mit Einsetzen des Wertes von b :

$$X_2 = \frac{U_{\text{eff}}}{\sqrt{3} I_{\text{eff}}} \sqrt{\frac{X_d'^2 + X_q'^2}{2}}. \quad (4.310)$$

Wird also bei Synchronmaschinen mit asymmetrischem Läufer der Wert der gegenlaufenden Reaktanz $X_2 = \frac{U}{\sqrt{3} I}$ aus der in der Abbildung gezeigten einphasigen Kurzschlußschaltung gemessenen Klemmenspannung U und aus dem Kurzschlußstrom I mit solchen Meßgeräten bestimmt, durch die effektive Spannungs- und Stromwerte angezeigt werden, so erhält man die gegenlaufende Reaktanz als die Quadratwurzel des Mittelwertes der Quadrate der Übergangsreaktanzen von Längs- und Querrichtung.

Untersuchen wir noch, zu welchem Wert man gelangt, falls der Wert von X_2 durch Leistungsmessung bestimmt wird. Durch das gemäß der Abbildung geschaltete Wattmeter wird der Mittelwert der Leistung

$$P = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{3}{2} i_k u_a dx$$

angezeigt.

Werden die Werte von i_k und u_a aus (4.308) und (4.214) eingesetzt und geht man auf die Effektivwerte über, so folgt, daß

$$P = U_{\text{seff}}^2 \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}}{(X_d + \sqrt{X'_d X'_q})^2} \frac{\sqrt{X'_q}}{\sqrt{X'_d}} (1-b)(1+3b^2+5b^4+\dots),$$

$$P = U_{\text{seff}}^2 \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}}{(X_d + \sqrt{X'_d X'_q})^2} \frac{\sqrt{X'_q}}{\sqrt{X'_d}} (1-b) \frac{1+b^2}{(1-b^2)^2}. \quad (4.311)$$

Nach unseren vorherigen Feststellungen besteht der Zusammenhang: $X_2 = \frac{P}{\sqrt{3} I_{\text{eff}}^2}$; werden die Werte von P und I_{eff} aus (4.309) und (4.311) eingesetzt, so ist

$$X_2 = \frac{U_{\text{seff}}^2 \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{X'_d + \sqrt{X'_d X'_q}}{(X_d + \sqrt{X'_d X'_q})^2} \frac{\sqrt{X'_q}}{\sqrt{X'_d}} \frac{1+b^2}{(1-b^2)^2} (1-b)}{\sqrt{3} U_{\text{seff}}^2 \frac{3}{(X_d + \sqrt{X'_d X'_q})^2} \frac{1}{1-b^2}}$$

erhältlich, woraus sich

$$X_2 = \frac{X'_d + X'_q}{2} \quad (4.312)$$

ergibt.

Geht man bei der Messung der gegenlaufenden Reaktanz von der Ableseung des Wattmeters und dem Effektivwert des Stromes aus, dann ist als gegenlaufende Reaktanz der am häufigsten verwendbare arithmetische Mittelwert erhältlich.

Interessant ist, daß wenn uns die Höchstwerte von Spannung und Strom aus den oszillographischen Aufnahmen bekannt sind, wir den Wert $X_2 = X'_q$ als gegenlaufende Reaktanz aus dem Zusammenhang

$$X_2 = \frac{U}{\sqrt{3} I} = X'_q$$

erhalten.

4.207.9. Messung der Nullreaktanz

Man pflegt den Sternpunkt der Generatoren, hauptsächlich in großen Kraftanlagen, nicht unmittelbar zu erden. Die direkte Erdung der Generatorsternpunkte kommt in der Praxis dann vor — auch nur selten —, wenn das Verteilungsnetz von kleiner Spannung (380/220 V) unmittelbar durch den Generator gespeist wird. Es kommt also im allgemeinen weder ein stationärer Betriebszustand noch ein Übergangsprozeß vor, in denen der Generator unmittelbar in einen einphasigen einpoligen Erdschluß oder in einen zweipoligen Erdschluß geraten würde. Der Vollständigkeit halber wurden auch diese Übergangs- oder stationären Betriebsfälle in Verbindung mit der Anwendung der symmetrischen Komponenten untersucht. Wir müssen also wissen, wie der Wert der Nullreaktanz durch Messen zu ermitteln ist. Das Messen der Nulleaktanz kann in zweierlei Schaltungen gemäß Abb. 4.76 vorgenommen werden. Der Läufer wird in beiden Fällen mit kurzgeschlossener Erregerwicklung und Synchrongeschwindigkeit gedreht. In einem Fall legt man auf die in Reihe geschalteten drei Ständerphasenwicklungen in offener Deltaschaltung eine so große Spannung, daß in der Wicklung die Nennstromstärke fließen soll. Wird bei dieser Messung außer der Spannung U noch die Stromstärke I gemessen, so ist die Nullreaktanz

$$X_0 = \frac{U_0}{I_0} = \frac{U}{3I} \quad (4.313)$$

Im anderen Fall wird die in Stern geschaltete Ständerwicklung dreiphasig kurzgeschlossen und die parallel geschalteten Phasenwicklungen werden zwischen den Kurzschluß- und Nullpunkten mit der einphasigen Spannung U

gespeist. Die Spannung ist so zu wählen, daß in den einzelnen Wicklungen keine größere Stromstärke fließen soll als der Nennwert. Ist die Messung bei Spannung U und Gesamtstrom I erfolgt, so ist der Wert der Nullreaktanz

$$X_0 = \frac{U_0}{I_0} = \frac{3U}{I} \quad (4,314)$$

Durch letztere Messung wird zwar prinzipiell dasselbe Resultat gezeitigt wie bei der Messung mit offener Deltaschaltung, doch ist es infolge der Unsicherheit der Stromverteilung in den parallel geschalteten Wicklungen zweckmäßiger, sich des ersten Meßverfahrens zu bedienen.

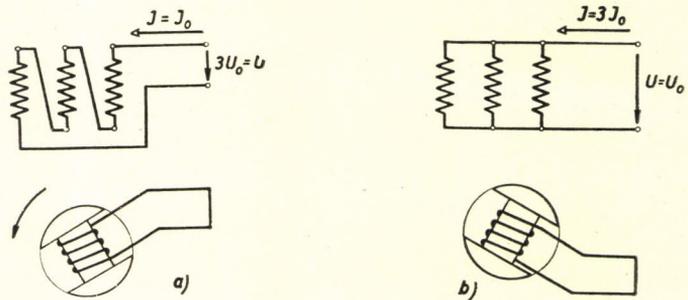


Abb. 4.76. Messung der Nullimpedanz bei offener Dreieckschaltung (a) bzw. Sternschaltung (b)

4.208. Das transiente Drehmoment beim Kurzschluß von Synchronmaschinen

Während sich die Übergangsprozesse in den Synchronmaschinen abspielen, treten sowohl im Ständer als auch im Läufer sehr große Kurzschlußströme auf. Durch die Wechselwirkungen zwischen diesen Strömen und den magnetischen Feldern werden sehr große Drehmomente erzeugt. Die Kurzschlußmomente setzen sich allgemein aus zwei Teilen zusammen. Der eine Teil ist das sog. Verlustmoment, welches vorwiegend besonders im massiven Stahlläufer auf Einfluß der zunehmenden Kurzschlußwirbelströme zustande kommt. Dieser Momentenanteil ist bestrebt, den Läufer zu bremsen und ist dem Quadrat des Effektivwertes des in der Dämpfer- und Erregerwicklung des Läufers fließenden Kurzschlußwechselstromes verhältnismäßig.

Der andere Momentenanteil pulsiert um den Mittelwert Null (Blindmoment), verlangsamt also den Läufer nicht. Dieser Momentenanteil birgt jedoch infolge seines pulsierenden Charakters die für die Maschinenbestandteile größere Gefahr. Durch diese Momente werden die verschiedenen Maschinenelemente mechanisch stark beansprucht. So erleiden insbesondere die Verankerungsschrauben des Ständers und der Lager sowie das Fundament eine Beanspruchung, außer diesen sind die Verbindungselemente der Wellenkupplung und die Keile den Momentenstößen des Kurzschlusses ausgesetzt.

Durch die plötzliche Beanspruchung beim Kurzschluß wurde der Bruch zahlreicher, nicht richtig bemessener oder locker gewordener Maschinenelemente sowohl im Betrieb als auch im Prüffeld herbeigeführt. Infolge der großen mechanischen Erregerwirkungen können auch solche Maschinenbestandteile Bruch erleiden, die mit den pulsierenden Momenten in Resonanz geraten. Um diesen Fehlern vorbeugen zu können, müssen die höchsten Momentenstöße, welche die Grundlage der richtigen Bemessung bilden, berechnet werden. Zu diesem Zweck geht man unmittelbar von den im Kapitel 2.50 erhaltenen Zusammenhängen aus.

4.208.1. Das Drehmoment beim plötzlichen dreiphasigen Kurzschluß

Wie schon früher gezeigt wurde, läuft der im Ständer einer Synchronmaschine mit symmetrischem Läufer beim plötzlichen Kurzschluß auftretende Wechselstrom \mathbf{i}_{sw} von Kreisfrequenz ω_1 mit dem Läufer mit. Damit steht der Läufergleichstrom \mathbf{i}_{rg} im Gleichgewicht. Der räumlich stillstehende Ständergleichstrom \mathbf{i}_{sg} ist durch den Läuferwechselstrom \mathbf{i}_{rw} ausgeglichen. Die relative Stellung der Stromvektoren kann den Abb. 4.77 und 4.78 entnommen werden.

Das Moment beträgt unter Zugrundelegung des Zusammenhanges (2.102):

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= -\frac{3}{2} L_m \mathbf{i}_s \times \mathbf{i}_r = \frac{3}{2} L_m \mathbf{i}_r \times \mathbf{i}_s = \\ &= \frac{3}{2} (\mathbf{i}_{rg} + \mathbf{i}_{rw}) \times (\mathbf{i}_{sw} + \mathbf{i}_{sg}) L_m. \end{aligned} \quad (4.315)$$

Bei der Berechnung des Momentes ist zu berücksichtigen, daß paarweise \mathbf{i}_{rg} und \mathbf{i}_{sw} sowie \mathbf{i}_{rw} und \mathbf{i}_{sg} Vektoren von gleicher Richtung sind, deren Vektorprodukt Null ist. Hieraus folgt, daß das Moment sich auf

$$\mathbf{M} = \frac{3}{2} (\mathbf{i}_{rg} \times \mathbf{i}_{sg} + \mathbf{i}_{rw} \times \mathbf{i}_{sw}) L_m \quad (4.316)$$

beläuft. Aus dem Momentenzusammenhang ist klar zu ersehen, daß das pulsierende Moment bei einer Maschine ohne Verlust durch die Wechselwirkung des Läufergleichstromes und des Ständergleichstromes sowie des Läuferwechselstromes und des Ständerwechselstromes erzeugt wird. Nachdem die relative Geschwindigkeit dieser Stromvektoren gerade die Kreisfrequenz ist, erfolgt auch dieses Pulsieren zwischen zwei Grenzwerten mit dieser Kreisfrequenz. Da uns der zwischen den Vektoren \mathbf{i}_{rg} und \mathbf{i}_{sg} liegende Winkel ($-\alpha$) und der durch die Vektoren \mathbf{i}_{rw} und \mathbf{i}_{sw} eingeschlossene Winkel (α) bekannt sind, können wir vom Vektorprodukt auf die Absolutwerte übergehen. Demnach gilt für das beim dreiphasigen plötzlichen Kurzschluß entstehende Moment, daß

$$M = \frac{3}{2} (i_{rw} i_{sw} - i_{rg} i_{sg}) L_m \sin \alpha. \quad (4.317)$$

Das Moment pulsiert dem Ausdruck $x = \omega_1 t + a$ entsprechend mit der Kreisfrequenz ω_1 und klingt gleichzeitig auf die durch die Dämpfung der Ströme i_{rg} und i_{sg} bedingte Art ab. Zunächst wird der Höchstwert dieses Momentes für den Fall bestimmt, als ob keine Dämpfung bestünde. Gemäß Formel (4.21) kann angesetzt werden, daß

$$i_{sw} = -\frac{U_s}{X'_d}; \quad i_{sg} = \frac{U_s}{X'_d},$$

$$i_{rg} = I_{rL} \frac{X_d}{X'_d} = \frac{U_s}{X_m} \frac{X_d}{X'_d}; \quad i_{rw} = \frac{U_s}{X_m} \frac{X_d - X_d'}{X'_d}.$$

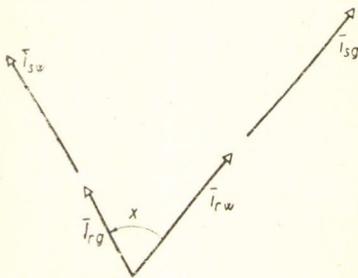


Abb. 4.77. Das Stromvektorbild bei plötzlichem dreiphasigem Kurzschluß zur Momentenberechnung

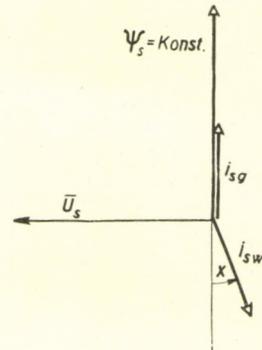


Abb. 4.78. Die relative Lage des Flusses zum Stromvektor beim plötzlichem Dreiphasenkurzschluß zur Momentenberechnung

Setzt man diese Werte in Gleichung (4.317) ein, und da $L_m = \frac{X_m}{\omega_1}$ ist, läßt sich anschreiben, daß

$$M = \frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1} \left[\frac{X_d - X_d'}{X_d'^2} - \frac{X_d}{X_d'^2} \right] \sin x = -\frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1} \frac{1}{X_d'} \sin x. \quad (4.318)$$

Wird U_s durch den Effektivwert $U_{s\text{eff}} = \frac{U_s}{\sqrt{2}}$ ersetzt, so folgt, daß

$$M = -3 \frac{U_{s\text{eff}}^2}{\omega_1 X_d'} \sin x. \quad (4.319)$$

Der Höchstwert des Momentes ist an der Stelle $\sin x = 1$ erhältlich. Es ist interessant, den Höchstwert des pulsierenden Kurzschlußmomentes mit dem Höchstmoment der an das Netz von konstanter Klemmenspannung ($U_{s\text{eff}}$) und Erregung gelegten Synchronmaschine im stationären Betrieb zu verglei-

chen. Gemäß Gleichung (3.17) ist das Betriebsmoment der Synchronmaschine:

$$M = -3 \frac{U_{s\text{eff}} U_{p\text{eff}}}{\omega_1 X_d} \sin \delta. \quad (4.320)$$

Bei $U_p = U_s$, d. h. bei unveränderter Erregung der Maschine im Verhältnis zur Leerlauferregung und gleichzeitiger Steigerung des mechanischen Momentes der Maschine bis zu seinem Höchstwert, wird das Höchstmoment

$$M = -3 \frac{U_{s\text{eff}}^2}{\omega_1 X_d}$$

sein; beim Vergleich dieses Wertes mit dem dreiphasigen plötzlichen Kurzschlußmoment ergibt sich, daß

$$\frac{M'}{M} = \frac{X_d}{X_d''}. \quad (4.321)$$

Der Höchstwert des pulsierenden Kurzschlußmomentes verhält sich also zum Höchstwert des zur Leerlauferregung gehörigen stationären Momentes wie die synchrone Reaktanz zur transienten Reaktanz. Dieses Momentenverhältnis ist noch größer, wenn infolge der Dämpferwicklungen auch ein subtransienter Strom auftritt, weshalb dann im Zusammenhang (4.321) X_d' durch X_d'' zu ersetzen ist.

Also

$$\frac{M''}{M} = \frac{X_d}{X_d''}. \quad (4.321')$$

Ist z. B. $X_d = 160\%$ und $X_d'' = 12\%$, so beträgt das Verhältnis der beiden Momente $\frac{160}{12} \approx 13,3$. Beim Kurzschluß kann ein Vielfaches des Betriebsmomentes entstehen.

Werden auch die Dämpfungen berücksichtigt, so gewinnt Gleichung (4.317) nachstehende Form:

$$M = \frac{3}{2} \left[i_{rw} e^{-\frac{t}{T_s'}} (i_{sw} - I_k) e^{-\frac{t}{T_d'}} + I_k i_{rw} e^{-\frac{t}{T_s'}} - \right. \\ \left. - (i_{rg} - I_{rL}) e^{-\frac{t}{T_d'}} i_{sg} e^{-\frac{t}{T_s'}} - I_{rL} i_{sg} e^{-\frac{t}{T_s'}} \right] \frac{X_m}{\omega_1} \sin x,$$

$$i_{rw} = \frac{U_s}{X_m} \frac{X_d' - X_d}{X_d'}; \quad i_{sw} = -\frac{U_s}{X_d'}; \quad I_k = -\frac{U_s}{X_d};$$

$$i_{rg} = \frac{U_s}{X_m} \frac{X_d}{X_d'}; \quad i_{sg} = \frac{U_s}{X_d'}; \quad I_{rL} = \frac{U_s}{X_m}$$

oder mit Einsetzen:

$$M = -\frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1} \left[\left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-t \left(\frac{1}{T'_s} + \frac{1}{T'_d} \right)} + \frac{1}{X_d} e^{-\frac{t}{T'_s}} \right] \sin x. \quad (4.322)$$

Das pulsierende Moment, welches anfänglich einen großen Wert besitzt, klingt weit schneller ab als die Ströme, u. zw. gemäß der Zeitkonstante

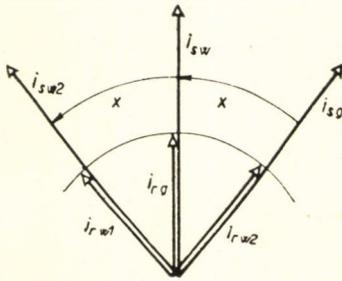


Abb. 4.79. Die relative Lage der Stromvektoren im Fall des plötzlichen dreiphasigen Kurzschlusses bei unsymmetrischer Läuferwicklung zur Berechnung des Kurzschlußmomentes

$$T = \frac{T'_s T'_d}{T'_s + T'_d}.$$

Bei einer Synchronmaschine mit zylindrischem Läufer und mit einer einphasigen Erregerwicklung tritt im Ständer, außer obigen Strömen wie aus Gleichung (4.69) ersichtlich war, auch ein symmetrischer dreiphasiger Wechselstrom von doppelter Frequenz auf, der mit der mitlaufenden Komponente des Läuferwechselstromes im Gleichgewicht steht. Die gegenlaufende Komponente des pulsierenden Läuferwechselstromes steht gegenüber dem Ständer still; durch diese Stromkomponente wird der Ständergleichstrom ausgeglichen. In Abb. 4.79

wurde die relative Stellung der Ständer- und Läuferströme eingezeichnet. Die mitlaufende bzw. gegenlaufende Komponente des pulsierenden Läuferwechselstromes wurde mit i_{rw1} bzw. i_{rw2} bezeichnet. Der Absolutwert dieser Komponenten ist

$$i_{rw1} = i_{rw2} = \frac{i_{rw}}{2}.$$

Mit Berücksichtigung der Ausführungen im Kapitel 4.108 ist der Ständer- bzw. Läuferstrom

$$\mathbf{i}_s = \mathbf{i}_{sg} + \mathbf{i}_{sw} + \mathbf{i}_{s2w} \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{i}_r = \mathbf{i}_{rw} + \mathbf{i}_{rg}.$$

Das Moment beträgt gemäß Zusammenhang (2.102):

$$\mathbf{M} = \frac{3}{2} L_m (\mathbf{i}_r \times \mathbf{i}_s). \quad (4.323)$$

Werden die Werte von \mathbf{i}_r und \mathbf{i}_s eingesetzt, so gelangt man zu

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \frac{3}{2} L_m (\mathbf{i}_{rw} + \mathbf{i}_{rg}) \times (\mathbf{i}_{sg} + \mathbf{i}_{sw} + \mathbf{i}_{s2w}) = \\ &= \frac{3}{2} L_m (\mathbf{i}_{rw1} + \mathbf{i}_{rw2} + \mathbf{i}_{rg}) \times (\mathbf{i}_{sg} + \mathbf{i}_{sw} + \mathbf{i}_{s2w}), \end{aligned}$$

woraus man unter Berücksichtigung des relativen Winkels der einzelnen Stromvektoren (Abb. 4.79) den Ausdruck

$$M = \frac{3}{2} \frac{X_m}{\omega_1} (i_{s2w} - i_{sg}) \left(i_{rg} \sin x + \frac{i_{rw}}{2} \sin 2x \right) \quad (4.324)$$

erhält. Werden die verschiedenen Stromwerte aus den Gleichungen (4.64), (4.66) und (4.73) eingesetzt, so kann man anschreiben, daß

$$\begin{aligned} i_{s2w} &= \frac{U_s}{2} \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right), \\ i_{sg} &= \frac{U_s}{2} \left(\frac{1}{X'_d} + \frac{1}{X_d} \right), \\ i_{rg} &= \frac{U_s}{X_m} \frac{X_d}{X'_d}, \\ \frac{i_{rw}}{2} &= \frac{U_s}{X_m} \frac{1}{2} \frac{X'_d - X_d}{X'_d}. \end{aligned}$$

Der Momentanwert des Momentes ist ohne Dämpfung

$$M = -\frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1} \left[\frac{1}{X'_d} \sin x + \frac{1}{2} \frac{X'_d - X_d}{X'_d X_d} \sin 2x \right]. \quad (4.325)$$

Der Höchstwert des Momentes beläuft sich z. B. bei der Verhältniszahl $\frac{X_d}{X'_d} = 10$ auf einen um 30% größeren Spitzenwert, als er bei symmetrischem Läufer war.

Wird die Dämpfung auch hierbei berücksichtigt, so bekommt man für den gesamten Verlauf des Kurzschlußmomentes nachstehenden Zusammenhang:

$$\begin{aligned} M &= -\frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1} \left[\left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-t \left(\frac{1}{T'_s} + \frac{1}{T'_d} \right)} + \frac{1}{X_d} e^{-\frac{t}{T'_s}} \right] \sin x - \\ &\quad - \frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{X_d} - \frac{1}{X'_d} \right) e^{-\frac{t}{T'_s}} \sin 2x. \end{aligned} \quad (4.326)$$

Bei einer Maschine mit ausgeprägten Polen ohne Wicklung in Querrichtung gewinnt man für das Moment den Ausdruck:

$$\begin{aligned} M &= -\frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1} \left[\left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-t \left(\frac{1}{T'_s} + \frac{1}{T'_d} \right)} + \frac{1}{X_d} e^{-\frac{t}{T'_s}} \right] \sin x - \\ &\quad - \frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X'_d} \right) e^{-\frac{t}{T'_s}} \sin 2x. \end{aligned} \quad (4.327)$$

4.208.2. Das Moment der Synchronmaschine beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß

Die Bestimmung der Momente wird für eine übliche Maschine mit ausgeprägten Polen und Dämpferwicklung durchgeführt. Infolge der Asymmetrie des Läufers wird der Ständerstrom in die Komponenten von Richtung d und q zerlegt. Ist der Momentanwert des Ständerkurzschlußstromes i_s , so wird

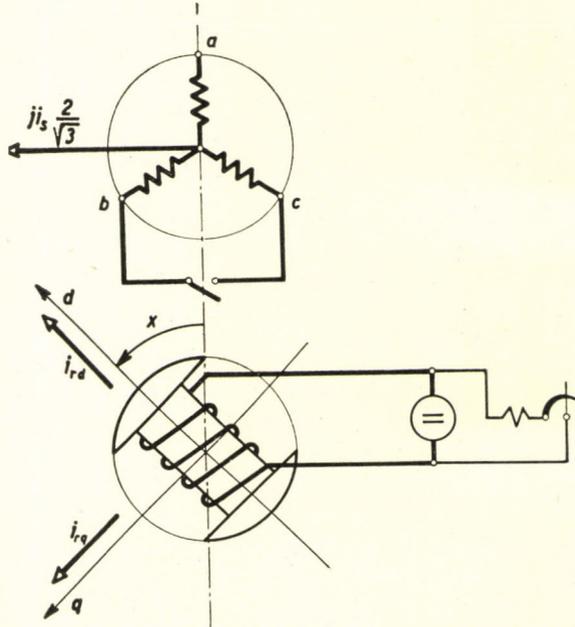


Abb. 4.80. Die Zerlegung des Ständerkurzschlußstromes in d und q Komponenten beim zweipoligen Kurzschluß

der Momentanwert der in Richtung d liegenden Komponente (Abb. 4.80)

$$i_d = \frac{2}{\sqrt{3}} i_s \sin x \quad (4.328a)$$

sein, jener der Komponente von Richtung q :

$$i_q = \frac{2}{\sqrt{3}} i_s \cos x. \quad (4.328b)$$

Es soll ein Koordinatensystem — wie üblich — Anwendung finden, dessen reelle Achse in Richtung der Läuferlängsachse d , die imaginäre Achse in Richtung der Läuferquerachse q fällt. In diesem Fall ist der Vektor des Ständer-

flusses bzw. des Stromes

$$\psi_s = \psi_d + j\psi_q,$$

$$\mathbf{i}_s = \mathbf{i}_d + j\mathbf{i}_q.$$

Das Moment ist gemäß Zusammenhang (2.115):

$$M = \frac{3}{2} (\psi_d i_q - \psi_q i_d). \quad (4.329)$$

Drücken wir den Ständerfluß mit den Ständer- und Läuferströmen aus, so gilt, daß

$$\psi_d = i_d L_d + i_{rd} L_{md},$$

$$\psi_q = i_q L_q + i_{rq} L_{mq}.$$

Werden die Flußkomponenten von Richtung d und q in Zusammenhang (4.329) eingesetzt, so läßt sich unter Berücksichtigung der Beziehungen (4.328) aufschreiben, daß

$$\begin{aligned} M &= \frac{3}{2} [i_d i_q (L_d - L_q) + i_{rd} i_q L_{md} - i_{rq} i_d L_{mq}] = \\ &= \frac{3}{2} \left[\frac{4}{3} i_s^2 (L_d - L_q) \frac{\sin 2x}{2} + i_s \frac{2}{\sqrt{3}} (-i_{rq} L_{mq} \sin x + i_{rd} L_{md} \cos x) \right]. \end{aligned}$$

Die Werte i_{rd} und i_{rq} können unter Zugrundelegung des Gleichungssystems (4.189) berechnet werden:

$$i_{rd} = \frac{U_s}{X_{md}} - i_s \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{X_{md}}{X_{rd}} \sin x,$$

$$i_{rq} = -i_s \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{X_{mq}}{X_{rq}} \cos x;$$

setzt man die hierbei gewonnenen Werte von i_{rd} und i_{rq} ein, so ergibt sich, daß

$$M = \left[\frac{i_s^2 \sin 2x}{\omega_1} (X'_d - X'_q) + \frac{U_s \sqrt{3} i_s}{\omega_1} \cos x \right]. \quad (4.330)$$

Schließlich wird das im einphasigen zweipoligen Kurzschluß auftretende Moment unter Anwendung des Wertes i_s aus Zusammenhang (4.190)

$$\begin{aligned} M &= \frac{3U_s^2 \sin 2x (X'_d - X'_q) (\sin \alpha - \sin x)^2}{\omega_1 [X'_d + X'_q - (X'_d - X'_q) \cos 2x]^2} + \\ &+ \frac{3U_s^2 (\sin \alpha - \sin x) \cos x}{\omega_1 [X'_d + X'_q - (X'_d - X'_q) \cos 2x]} \quad (4.331) \end{aligned}$$

sein. Der Wert des ersten Gliedes im Ausdruck für das Moment hängt von der Differenz $(X'_d - X'_q)$ ab. Ist diese Differenz beträchtlich, so wächst der Höchstwert des gesamten Momentes an und sein Oberwellengehalt wird groß. Dieser Fall liegt z. B. vor, wenn bei zylindrischem Läufer $X'_q = X_d$ ist. In Abb. 4.81 wurde für diesen Fall bei $\frac{X'_d}{X'_q} = 10$ der Verlauf des Momentes eingetragen.

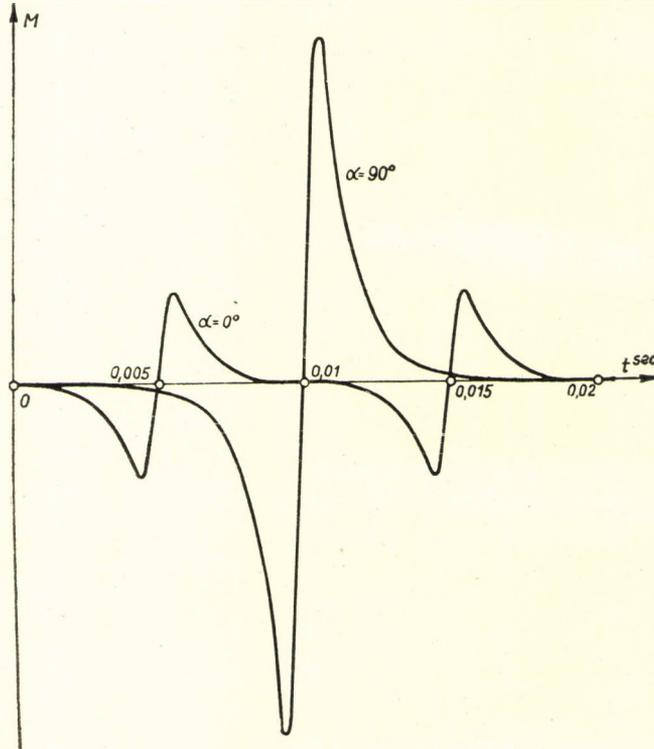


Abb. 4.81. Moment beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß. Läufer mit einphasiger Erregerwicklung

Ist hingegen $X'_d = X'_q$, was bei den meisten Höchstleistungs-Turbogeneratoren mit massivem Läufer mit guter Näherung zutrifft, so beläuft sich das Moment auf

$$M = \frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1 X'_d} (\sin \alpha - \sin x) \cos x. \quad (4.332)$$

Findet der Kurzschluß im Augenblick des Spannungsnullüberganges statt, d. h. $\sin \alpha = 1$, so wird

$$M = \frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1 X'_d} \left(\cos x - \frac{\sin 2x}{2} \right) \quad (4.333)$$

sein. In diesem Fall erreicht M seinen Höchstwert bei $x = -30^\circ$ wobei

$$M_{\max} = \frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1 X'_d} \frac{3\sqrt{3}}{4} = 1,95 \frac{U_s^2}{\omega_1 X'_d} \quad (4.334)$$

beträgt, das Moment ist also um 30% größer als beim dreiphasigen Kurzschluß. Wie durch die obigen Berechnungen bewiesen, pulsieren die Kurzschlußmomente mit sehr großen Spitzenwerten um den Mittelwert Null. Nachdem aber eine wesentliche Dämpfung vorhanden ist, sind diese Momentenstöße hauptsächlich nur gleich nach dem Kurzschlußzeitpunkt von großer Bedeutung und gefährlich. Es soll noch die Energie berechnet werden, welche bei diesem Blindmomentenstoß im Kurzschluß innerhalb einer halben Periode aufgespeichert wird. Hierfür ermitteln wir die auf eine halbe Periode entfallende Energie bei $X'_d = X'_q = X''_q$. Wird in den Ausdruck $\int M dx$ der Wert gemäß Gleichung (4.333) eingesetzt, so folgt, daß

$$A = \frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1 X''_d} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \left(\cos x - \frac{\sin 2x}{2} \right) dx = \frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1 X''_d} 2.$$

Nehmen wir bei einer Maschine z. B. $U_s = 3,81 \sqrt{2}$ kV und $X''_d = 0,58$ Ohm, dann beläuft sich die auf eine halbe Periode entfallende Energie auf

$$A = 480 \text{ kWsek.}$$

Die Maschine wird durch diese Energie in einer Halbperiode verlangsamt, in der anderen beschleunigt, doch findet naturgemäß gleichzeitig auch eine starke Dämpfung statt. Durch diese verlangsamen- und beschleunigenden Energien wird auch eine Drehzahlschwankung verursacht, deren Ausmaß im angenommenen Beispiel etwa $\pm 0,5\%$ beträgt. Dies bedeutet, daß eine alleinlaufende Maschine, z. B. beim Kurzschlußversuch im Prüffeld, im Vergleich zum Drehzahlmittelwert im angenommenen Fall eine Schwankung von ± 15 Umdr/min aufweist. Die Wirkung der Momentenstöße läßt sich also während des Kurzschlusses anhand der Drehzahlschwankung der Maschine beobachten. In Abb. 4.82 wird ein gemessener Drehzahlverlauf des für Stoßkurzschlußversuche verwendeten Hochleistungsgenerators (mit einer Kurzschlußeinschaltleistung von 2500 MVA) nach dem erfolgten Kurzschluß gezeigt. Beim Versuch wird die Maschine durch einen Asynchronmotor von relativ kleinerer Leistung hochgefahren. Der Antriebsmotor wird unmittelbar vor dem Kurzschlußversuch vom Netz abgeschaltet, so daß der Generator im Kurzschlußaugenblick und unmittelbar danach infolge seiner Trägheit weiterläuft.

Außer dem beim Kurzschluß auftretenden pulsierenden (blinden) Moment entsteht in der Synchronmaschine auch ein Wirkverlust, wodurch ein Wirkmoment erzeugt wird. Dieser Momentanteil trachtet, den Läufer

während des Kurzschlusses zu verlangsamen. Der Grund des Entstehens dieses Momentes liegt darin, daß bei symmetrischen Läufern im einphasigen Kurzschluß sowohl durch den sehr schnell abklingenden Läuferwechselstrom von Grundfrequenz als auch durch den im Läufer auftretenden Wechselstrom von zweifacher Frequenz im Stahlkörper des Läufers große Wirbelstromverluste hervorgerufen werden. Ist uns im einphasigen zweipoligen stationären Kurzschlußzustand bei der Nennstromstärke die über die Welle eingeführte Leistung bzw. das übermittelte Moment bekannt, so kann der stationäre

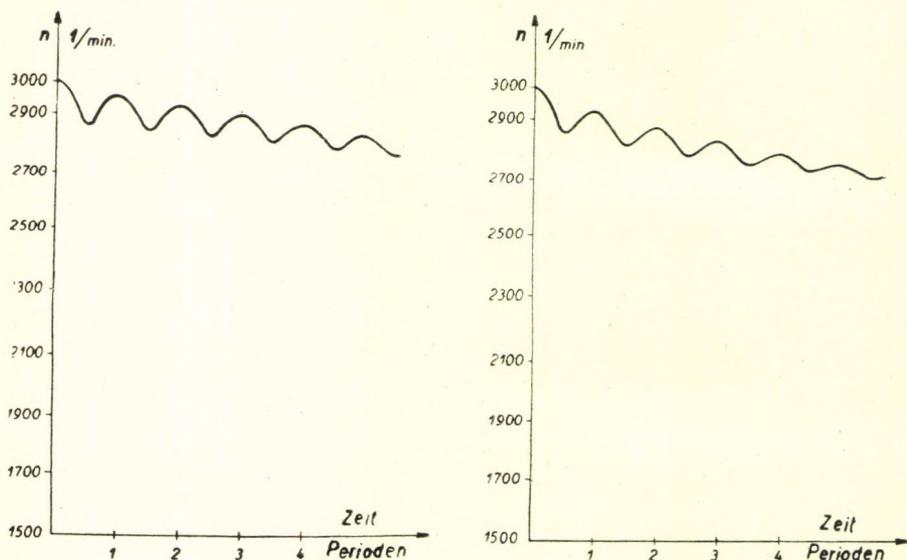


Abb. 4.82. Die Drehzahländerung der Synchronmaschine über Einfluß der Kurzschlußmomente

Verlustmomentwert, von der Dämpfung und vom Ständergleichstrom (Läuferstrom von Grundfrequenz) abgesehen, im Verhältnis von

$$\left(\frac{X_d + X_2}{X_d'' + X_2} \right)^2 = \left(\frac{X_d + X_d''}{2X_d''} \right)^2 = \left(\frac{I_s''}{I_k} \right)^2$$

auf den Kurzschlußwert umgerechnet werden. Es hat sich bei den in Ungarn durchgeführten Messungen gezeigt, daß die stationäre zweipolig-einphasige Kurzschlußleistung eines Turbogenerators mit massivem Läufer (8000 kVA $2p = 2$, $n_1 = 3000$ U/min, 6600 V) bei Nennbetriebsstrom ($I_n = 700$ A) $P_k = 380$ kW war. Die Synchronreaktanz dieser Maschine beträgt auf Grund der Messungen $X_d = 160\%$ und die subtransiente Reaktanz $X_d'' = 10,6\%$ auf die nominelle Impedanz: $\frac{U_n}{I_n} = \frac{3810 \text{ V}}{700 \text{ A}} = 5,45$ Ohm bezogen.

Die beim plötzlichen einphasigen zweipoligen Kurzschluß auftretende Wirkleistung beläuft sich auf der Welle

$$P_k'' = P_k \left(\frac{X_d + X_d''}{2 X_d''} \right)^2 = 380 \left(\frac{170,6}{21,2} \right)^2 = 24500 \text{ kW}.$$

Durch diese Leistung, die das Dreifache der Nennbetriebsleistung der Maschine ist, wird die Maschine im Augenblick des Kurzschlusses gebremst. Bei Beurteilung dieser Bremswirkung muß man überlegen, daß der Strom des plötzlichen Kurzschlusses annähernd laut der Funktion $I_s'' e^{-\frac{t}{T}}$ die Wirkleistung des plötzlichen Kurzschlusses P_k'' aber gemäß $I_s''^2 e^{-\frac{2t}{T}}$ abnimmt. Die während des Kurzschlusses entstehende Energie ist, falls die Berechnung für eine Zeitspanne gleich der zweifachen Zeitkonstante durchgeführt wird:

$$A = \int_0^{2T} P_k'' e^{-\frac{2t}{T}} dt = P_k'' \frac{T}{2} (1 - e^{-4}) \approx P_k'' \frac{T}{2};$$

auf Grund der Messung ist $T_d' = 0,5$ sec. und somit beträgt die beim einphasigen zweipoligen plötzlichen Kurzschluß entstehende Bremsenergie etwa $A = 24500 \cdot 0,25 = 6125$ kWsek = 1,7 kWh. In Wirklichkeit tritt infolge des Ständergleichstromes und des Läuferwechselstromes von Grundfrequenz mehr Bremsarbeit auf als diese Energie. Unsere Berechnung wurde zwar mit dem subtransienten Strom, jedoch mit der transienten Zeitkonstante unternommen, wodurch das Ergebnis nach der anderen Richtung beeinflußt wird. Würde die Maschine allein laufen, so wäre eine Abnahme von rund 16% der Läuferdrehzal auf Einfluß dieser Energie zu verzeichnen sein. Der Regulator der Dampfturbine schließt aber infolge seiner Trägheit verspätet ab und somit ist die Verlangsamung von viel kleineren Ausmaßen. Bei schnell wirkenden Dampfregeln kann auch vorkommen, daß auf Wirkung des Kurzschlußwirkmomentes durch das Ventil zunächst noch mehr Dampf durchgelassen wird, was jene unliebsame Folge mit sich bringen kann, daß nach Abschalten des Kurzschlusses die Dampfturbine leichter hochfahren kann.

5. DIE STABILITÄT DER SYNCHRONMASCHINEN

Die im Rahmen einer zeitgemäßen großangelegten Verbundenergie-wirtschaft wirkenden Kraftanlagen haben die Energie ohne Unterbrechung zu liefern. Diese Aufgabe zeitigt sehr zahlreiche Fragen, von denen uns in erster Linie die Stabilität des im Verbundbetrieb arbeitenden Kraftanlagen-systems interessiert. Innerhalb dieses Problemgebietes soll zunächst die Sta-bilität des an das Netz parallel gelegten Generators behandelt werden.

Unter der Stabilität der Synchrongeneratoren versteht man im allgemei-nen jene Eigenschaft der Maschinen, wonach sie bei langsamer oder plötzlicher Laständerung den neuen Lastzustand zu übernehmen vermögen und im letz-teren einen weiteren stabilen Betrieb aufrechterhalten können. Die statische Stabilität des Synchrongenerators wurde im Abschnitt 3.201.6 schon bespro-chen. Den Generatorbetrieb betrachtet man für statisch stabil, wenn bei langsamer Laständerung, unter endlicher Lastzunahme, der Lastwinkel δ um einen endlichen Betrag zugenommen hat. Der Zusammenhang zwischen dem mechanischen Moment und dem Lastwinkel δ kann für verlustlose Maschi-nen mit zylindrischem Läufer, wenn die Maschine unmittelbar an ein unendlich großes Netz geschaltet wurde, wie folgt ausgedrückt werden (Zusammen-hang 3.12):

$$M = -3 \frac{U_p U_s}{\omega_1 X_d} \sin \delta, \quad (3.12')$$

die Leistung beträgt

$$P = -3 \frac{U_p U_s}{X_d} \sin \delta,$$

wobei die Polspannung der Maschine: U_p konstant angenommen worden ist; ändert sich die Last bei konstanter Erregung, so ist $I_r = \text{konstant}$, $U_p = I_r X_m$ ist ebenfalls konstant; U_s bedeutet die Klemmenspannung des unendlichen Netzes, was zugleich die Klemmenspannung der Synchronmaschine ist. Das übermittelte Moment ist proportional dem Sinus des Lastwinkels und hieraus folgt, daß das übertragbare Höchstmoment sich auf

$$M_{\max} = -3 \frac{U_p U_s}{\omega_1 X_d}$$

beläuft, was bei $\delta = 90^\circ$ erfolgt, vorausgesetzt, daß die Last langsam, in kleinen Stufen gesteigert wurde. Über diesen Höchstwert hinaus kann die Last nicht weiter erhöht werden, d. h. man kann dem Generator durch die Turbine keine größere mechanische Leistung übermitteln, weil die Maschine ansonsten aus dem Tritt fallen und sich beschleunigen würde. Es wurde auch untersucht, welche Änderung der Winkel δ durch die Leistungsänderung erleidet. Die Maschine ist um so stabiler, je größer die zu den kleinen Winkeländerungen gehörigen Leistungsänderungen sind. Wir errechnen also, bei wel-

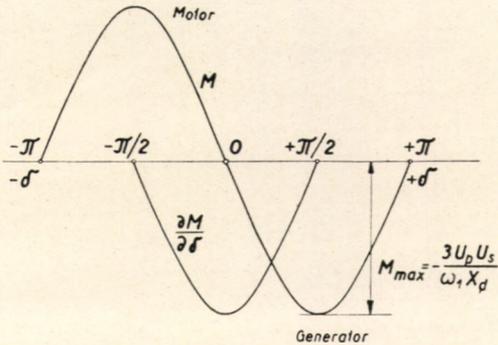


Abb. 5.1. Kennlinien des Momentes und des Synchronisierungsmomentes bei Synchronmaschinen mit Zylinderläufer

chem Wert von δ das Synchronisierungsmoment bzw. die Synchronisierungsleistung

$$P_s = - \frac{\partial P}{\partial \delta} = 3 \frac{U_p U_s}{X_d} \cos \delta$$

den Höchstwert erreicht. Es läßt sich feststellen, daß während die Leistung ihren Grenzwert bei $\delta = 90^\circ$ hat, die Maschine bei $\delta = 0^\circ$ im Leerlauf ($P_{s \max} = 3 \frac{U_p U_s}{X_d}$) am stabilsten ist; die ungünstigste Stabilität ist um $\delta = 90^\circ$, im Bereich der Kippleistung, weil hier die Maschine schon bei der geringsten Laständerung aus dem Tritt fällt. Die Verhältnisse sowie die Änderungen des Synchronisierungs- oder elastischen Momentes bzw. der Synchronisierungs- oder elastischen Leistung sind in Abb. 5.1 dargestellt, der der Verlauf der Leistung bzw. des Momentes über dem Lastwinkel δ entnommen werden kann.

Für Maschinen mit ausgeprägten Polen gilt, daß (s. Zusammenhang 3.36):

$$P = - 3 \left[\frac{U_p U_s}{X_d} \sin \delta + U_s^2 \frac{X_d - X_q}{2 X_d X_q} \sin 2\delta \right]. \quad (3.36')$$

Die Leistung setzt sich aus zwei Teilen zusammen, unter denen der erste Teil mit dem Leistungswert der Maschine mit zylindrischem Läufer identisch ist und demnach von der Erregung abhängt, während der zweite Teil von der Erregung unabhängig ist und sich mit dem zweifachen Sinuswert von Winkel δ ändert. In Ungarn hat man es überwiegend mit Turbogeneratoren mit zylindrischem Läufer zu tun, wobei $X_d = X_q$ angenommen werden kann. Dagegen ist die Leistung bei Kraftanlagensystemen, wo zahlreiche Generatoren mit zumeist ausgeprägten Polen durch langsam umlaufende Wasserturbinen betrieben werden, laut obiger Gleichung zu berechnen. Die Synchronisierungsleistung ist bei diesen Maschinen (s. Zusammenhang 3.38):

$$P_S = - \frac{\partial P}{\partial \delta} = 3 \left[\frac{U_p U_s}{X_d} \cos \delta + U_s^2 \frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \cos 2\delta \right]. \quad (3.38')$$

Der Höchstwert der elastischen oder Synchronisierungsleistung ist auch diesmal beim Winkel $\delta = 0^\circ$, der aber größer ist als bei Maschinen mit zylindrischen Polen und

$$P_{S \max} = 3 \left[\frac{U_p U_s}{X_d} + U_s^2 \frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \right] \quad (5.1)$$

beträgt. Nachstehend behandeln wir die Stabilitätsfrage der Maschinen mit Zylinderläufer. Hinsichtlich der späteren Berechnungen können die synchron parallel laufenden Maschinen einer Kraftanlage als ein einziger Generator aufgefaßt werden, wobei die Nennleistung dieser äquivalenten Maschine gleich der Summe der einzelnen Maschinenleistungen ist. Die Kraftanlage (bzw. der gleichwertige Generator) ist nicht unmittelbar an das unendliche Netz geschaltet, sondern über Transformator und Fernleitung.

Dementsprechend spielt bei der Beurteilung der Stabilität nicht nur die synchrone Reaktanz der Synchronmaschine: X_d selbst, sondern auch die Netzreaktanz (die Reaktanz des Transformators mitbegriffen) eine Rolle. Nehmen wir an, daß das Netz gemäß Abb. 5.2 angelegt wurde. Die dreiphasige Fernleitung (L) wird über Transformator (T) durch Generator (G) gespeist. Die Fernleitung ist an ihren Enden an das unendlich große Netz angeschlossen. Läßt man die Verluste des Transformators und der Fernleitung unberücksichtigt, so sind bei der Bestimmung der übermittelbaren Höchstleistung des Generators nicht nur die synchrone Reaktanz, sondern auch die Reaktanzen des Transformators und der Fernleitung zu beachten. Nachstehender Zusammenhang wird für die Energieübertragung kennzeichnend sein, wenn man von der Spannung des unendlichen Netzes mit Vernachlässigung der Wirkwiderstände ausgeht:

$$\mathbf{U} - j\mathbf{I}_s \mathbf{X} = \mathbf{U}_p,$$

wobei \mathbf{U} die Spannung des unendlichen Netzes darstellt. $\mathbf{X} = X_d + X_T + X_L$, man gelangt also zu einer Gleichung, die analog zur Gleichung der Synchronmaschine ist, jedoch mit dem Unterschied, daß es den Anschein hat, als wären die Maschinenklemmen an die Klemmen des unendlichen Netzes verlegt

und die synchrone Reaktanz des Generators hätte um die Reaktanzen der Fernleitung und des Transformators zugenommen. Daraus folgt, daß die durch die Synchronmaschine gelieferte Leistung

$$P = 3 \frac{UU_p}{X} \sin \delta$$

ist. Der über einen Transformator an das Netz parallel geschaltete Synchron-generator (oder ein mit einer Kraftanlage äquivalenter Generator) vermag,

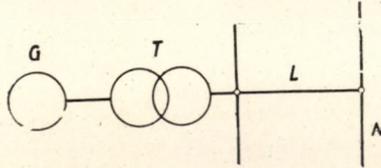


Abb. 5.2. Schaltskizze eines Systems, das aus Kraftanlage (*G*), Transformator (*T*) und Fernleitung (*L*) besteht, wobei das System an ein unendliches Netz (*N*) angeschlossen ist

infolge der zugenommenen Reaktanzen, nur kleinere Leistungen zu übermitteln als bei unmittelbar an das unendliche Netz gelegten Klemmen. Die übertragbare Höchstleistung beträgt

$$P_{\max} = 3 \frac{UU_p}{X}$$

und ist im Verhältnis

$$\frac{X_d}{X} = \frac{X_d}{X_d + X_T + X_L} = \frac{1}{1 + \frac{X_T + X_L}{X_d}}$$

kleiner als bei unmittelbar an das unendliche Netz geschalteten Maschinen. Der Höchstwert des Synchronisierungsmomentes nimmt gleichfalls diesem Verhältnis entsprechend ab. Folglich wird die statische Stabilität der Synchronmaschine um so nachteiliger beeinflusst, je länger die Fernleitung und je größer der Spannungsabfall des Transformators sind, über welche die Synchronmaschine arbeitet. Bei den Stabilitätsberechnungen hat man es meistens nicht mit Synchronmotoren, sondern mit synchronen Generatoren zu tun. Deshalb hat sich — der größeren Übersichtlichkeit halber — der Gebrauch eingebürgert, die vom Generator gelieferte Leistung *P* als positiv zu betrachten. Im weiteren werden auch wir die Richtung der Leistung im Gegensatz zum bisherigen Einfachheit halber derart darstellen.

Die vorstehend dargestellten Fälle der statischen Stabilität kommen in der Praxis deshalb nicht vor, weil die Erregung des Generators wegen der Lieferung der mit der Lastzunahme meist gleichzeitig zunehmenden Blind-

leistung bzw. wegen der Gleichhaltung der Klemmenspannung mit Schnellreglern geregelt wird. Die Kurve der statischen Stabilität des Generators wird daher keine einfache Sinuslinie sein, sondern durch Verbindung der Betriebspunkte jener Stabilitätskurven geliefert, die den einzelnen Lastzuständen entsprechen und zu verschiedenen Erregungszuständen gehören. In der Praxis wird allgemein die Bedingung gestellt, daß die Klemmenspannung des Generators konstant bleiben soll. Die dieser Bedingung entsprechenden Vektordiagramme bei zunehmender Wirkleistung, d. h. bei zunehmendem Winkel δ , sind in Abb. 5.3a veranschaulicht. Der Vektor \mathbf{U}_p muß zunehmen, die entsprechende Erregung kann mit Hand oder selbsttätig mit Schnellreglern eingestellt werden. Den Ausgang bildet nämlich die Spannung \mathbf{U} ,

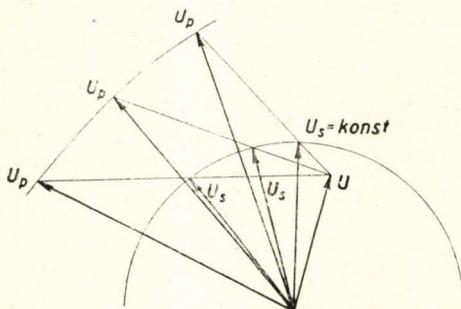


Abb. 5.3a. Die Vektoren der unter den Betriebsverhältnissen gemäß Abb. 5.2 arbeitenden Synchronmaschine bei veränderlicher Last, falls die Klemmenspannung der Synchronmaschine mit Erregungsregelung konstant gehalten wird

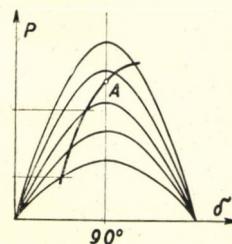


Abb. 5.3b. Die statischen Stabilitätskurven zu den Lastfällen gemäß Abb. 5.3a

deren Wert und Vektorstellung auch bei zunehmender Last konstant sind. Infolge der Bedingung $U_s = \text{konst.}$ muß der Vektor der Spannung \mathbf{U}_s bei Laständerung einen Kreis beschreiben. Für diesen Fall wurden die Polspannungsvektoren \mathbf{U}_p unter Zugrundelegung jener Bedingung gezeichnet, daß $\mathbf{U} - \mathbf{U}_s = j\mathbf{I}_s(X_T + X_L)$ und $\mathbf{U}_s - \mathbf{U}_p = j\mathbf{I}_s X_d$ ist, es gilt also, daß

$$\mathbf{I}_s = \frac{\mathbf{U}_s - \mathbf{U}_p}{jX_d} = \frac{\mathbf{U} - \mathbf{U}_s}{j(X_T + X_L)}$$

d. h. daß $\frac{\mathbf{U} - \mathbf{U}_s}{\mathbf{U}_s - \mathbf{U}_p}$ konstant ist. Die unter obigen Bedingungen festgestellten, zu verschiedenen Lastzuständen gehörigen U_p -Werten gestellten statischen Stabilitätskurven sind in Abb. 5.3b gezeigt, wobei die den verschiedenen Leistungen entsprechenden Lastpunkte auf den Kurven bezeichnet wurden. Die sog. äußere Stabilitätskennlinie wird durch die Verbindung dieser Lastpunkte gewonnen. Wie ersichtlich, weist diese Kennlinie selbst beim Winkel $\delta > 90^\circ$ noch einen stabilen Charakter auf. In der Praxis finden wir jedoch, daß wenn der Generator mit einem größeren Lastwinkel als 90° arbeitet, er schon auf Wirkung einer verschwindend kleinen Mehrleistung in den labilen

Zweig gerät, ausgenommen wenn die Maschine mit einem sehr empfindlichen raschen Spannungsschnellregler geregelt wird. Der Generator kann bei einer Erregung von Handbetätigung oder bei gewöhnlichen Schnellreglern selbst auf der äußeren Stabilitätskurve höchstens bis $\delta = 90^\circ$ belastet werden. Punkt *A* auf der äußeren Stabilitätskennlinie entspricht dieser Last. Aber in Anbetracht der etwaigen plötzlichen Lastzunahmen bestünde in diesem Fall keine Reserveleistung, daher darf man auf der äußeren Stabilitätskurve die Lastmöglichkeit nicht bis $\delta = 90^\circ$ ausnützen. Es soll nochmals bemerkt werden, daß die äußere Stabilitätskurve nur dann der Abbildung gemäß verlaufen kann, wenn mit der Laständerung gleichzeitig die Maschine auf konstante Klemmenspannung erregt wird.

Wie gezeigt, kann die statische Stabilität bei Synchronmaschinen ziemlich einfach beurteilt werden. Doch bietet die statische Stabilität keine Aufklärung der Verhältnisse, falls die Maschine einer plötzlichen Laständerung unterliegt, ganz gleich, ob diese in der mechanischen Antriebsleistung oder in der elektrischen Leistung erfolgt. Jedoch kommt in der Praxis viel häufiger vor, daß die plötzliche Änderung auf der elektrischen Seite stattfindet. Als Beispiel soll folgender Fall dienen. Das unendliche Netz *N* wird durch den — mit einer Kraftanlage gleichwertigen — Generator *G* über Transformator *T* und die Doppel-Fernleitung L_a und L_b gespeist (Abb. 5.4). Die Ersatzschaltung des Systems wurde auf Abb. 5.4b gezeichnet. Die Erregung des Generators *G* sei konstant, daher wird auch die Polspannung U_p konstant sein. Die Reaktanz des Transformators beläuft sich auf X_T , die resultierende Reaktanz der Fernleitung ist $X_L = \frac{X_{L_a} X_{L_b}}{X_{L_a} + X_{L_b}}$. Den früheren Ausführungen gemäß beträgt die übermittelte elektrische Leistung

$$P_m = P_e = 3 \frac{U_p U}{X_d + X_T + X_L} \sin \delta_0.$$

Stellen wir uns vor, daß z. B. in $\frac{2}{3}$ -Länge der Leitung L_b ein plötzlicher dreiphasiger Kurzschluß auftritt. Die hierfür gültige Ersatzschaltung ist in Abb. 5.4c bzw. d veranschaulicht. Aus Abb. 5.4d ist ersichtlich, daß durch die Reaktanz $\frac{1}{3} X_{L_b}$, die unmittelbar am unendlichen Netz liegt, der Betrieb

des Generators nicht beeinflußt wird, denn es wird zwar der Strom $\frac{3U}{jX_{L_b}}$ vom unendlichen Netz gegen die Kurzschlußstelle der Fernleitung fließen, doch werden durch diesen weder die Größe noch die Phase der Spannung *U* beeinflußt. Um die Stabilitätsverhältnisse prüfen zu können, muß man das Netz gemäß Abb. 5.4e durch Stern-Dreieck-Umformung für die Rechnung zweckdienlich machen. Wir verweisen darauf, daß die Dreieckwiderstände der Punkte *ABC*, falls die Sternreaktanzen X_a , X_b und X_c sind (Abb. 5.5),

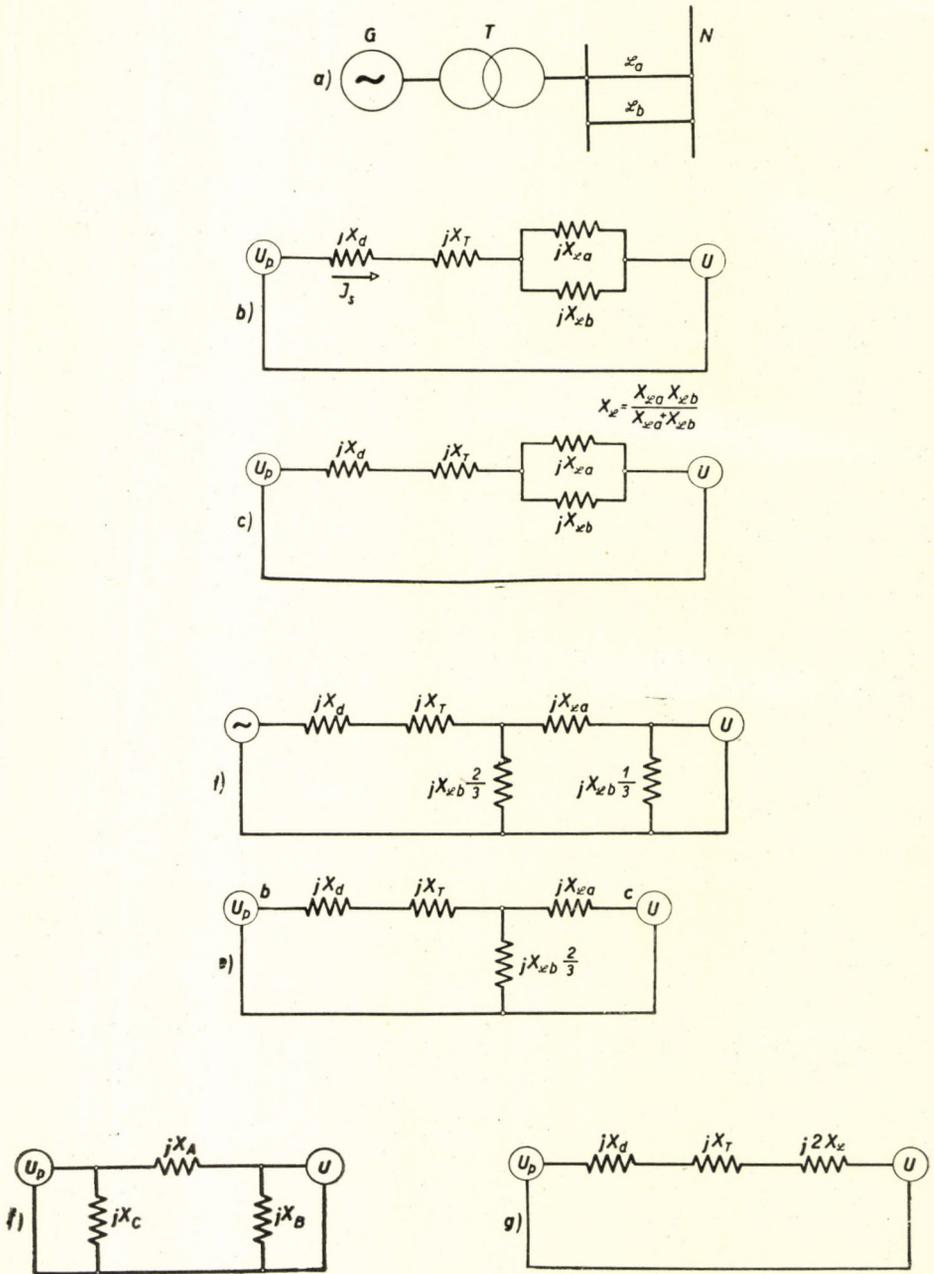


Abb. 5.4. a—b—c—d—e—f—g. Schaltskizze eines Systems, bestehend aus Kraftanlage (G), Transformator (T), zwei parallel angelegten Fernleitungen (L_a und L_b), im Zusammenschluß mit einem unendlichen Netz (N). Ersatzschaltung der Schaltung und deren Umformung

folgende sein werden :

$$X_{AB} = X_C = X_a + X_b + \frac{X_a X_b}{X_c},$$

$$X_{BC} = X_A = X_b + X_c + \frac{X_b X_c}{X_a},$$

$$X_{CA} = X_B = X_c + X_a + \frac{X_c X_a}{X_b}.$$

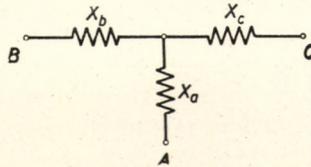


Abb. 5.5. Bild zur Erklärung der Umformung aus Stern in Dreieck

In unserem Fall:

$$X_a = \frac{2}{3} X_{Lb},$$

$$X_b = X_d + X_T,$$

$$X_c = X_{La}.$$

Nehmen wir der Einfachheit halber an, daß $X_{La} = X_{Lb} = 2X_L$, so ist die zwischen Generator und unendlichem Netz liegende, in Reihe geschaltete Reaktanz:

$$X_A = X_d + X_T + X_{La} + \frac{(X_d + X_T) X_{La}}{\frac{2}{3} X_{La}} = 2X_L + 2,5(X_d + X_T).$$

Die auf Spannung U_p gelegte Reaktanz beträgt

$$\begin{aligned} X_C &= \frac{2}{3} X_{La} + X_d + X_T + \frac{(X_d + X_T) \frac{2}{3} X_{La}}{X_{La}} = \\ &= \frac{2}{3} X_{La} + \frac{5}{3} (X_d + X_T) = \frac{4}{3} X_L + \frac{5}{3} (X_d + X_T); \end{aligned}$$

schließlich beläuft sich die an Spannung U angeschlossene Reaktanz auf

$$X_B = \frac{2}{3} X_{La} + X_{La} + \frac{\frac{2}{3} X_{La}^2}{X_d + X_T} = X_{La} \left[\frac{5}{3} + \frac{2}{3} \frac{X_{La}}{X_d + X_T} \right].$$

Nach der Umformung von Stern auf Dreieck (Abb. 5.4) gelangt man zur Schaltung in Abb. 5.4f. Die Spannung U_p ist konstant und die Stabilität wird durch die unmittelbar an diese Spannung U_p angeschlossene Reaktanz X_C nicht beeinflusst, weil diese weder die Phase noch die Größe der Spannung U_p beeinträchtigt. Die Stabilität wird analogerwise auch durch den an Spannung U gelegten Widerstand X_B nicht berührt; die Stabilität wird nach dem Kurzschluß nur durch die Längsreaktanz X_A bestimmt.

Vergleicht man die Lagen vor und nach dem Kurzschluß, dann ändert sich die Gleichung der Energieübertragung von ihrer Form vor dem Kurzschluß

$$P_e = 3 \frac{U_p U}{X_L + X_d + X_T} \sin \delta$$

auf die Form

$$P_k = 3 \frac{U_p U}{2X_L + 2,5(X_d + X_T)} \sin \delta.$$

Die vom Gesichtspunkt der Stabilität kennzeichnende übertragbare Höchstleistung nimmt von ihrem ursprünglichen Wert $\frac{3U_p U}{X_L + X_d + X_T}$ auf

$\frac{3U_p U}{2X_L + 2,5(X_d + X_T)}$ ab, verringert sich also auf weniger als die Hälfte.

In der Darstellung der Kurve der statischen Stabilität für die Lagen vor und nach dem Kurzschluß (Abb. 5.6) sieht man, daß der Winkel des Generators wesentlich zunehmen muß, wenn sich die übertragene Leistung nach dem Kurzschluß nicht ändert. Der Winkel der Generatorspannung U_p hat im Vergleich zur Spannung U des unendlichen Netzes beträchtlich zugenommen, was gleichzeitig das Herabsetzen der Stabilitätsreserve mit sich bringt. Vielmehr wird das System nach dem Kurzschluß zerfallen, falls im ursprünglichen Betrieb die Leistung größer war als der Höchstwert der Stabilitätskurve nach dem Kurzschluß, vorausgesetzt, daß man inzwischen keinen Schaltvorgang vorgenommen und z. B. die fehlgewordene Leitung nicht abgeschaltet hat. Es soll nachdrücklich betont werden, daß die Ausführungen für den stationären Betriebszustand gelten, es wurde also stillschweigend vorausgesetzt, daß der neue Lastwinkel δ_k bei konstanter mechanischer Leistung P_m nach stattgefundenem Übergangsprozeß eintritt.

Da der Läufer infolge der Trägheit der umlaufenden Massen seine in dem Kurzschluß vorangegangenen Betriebszustand eingenommene Stellung

— die durch den Winkel δ_0 gekennzeichnet wird — nicht sprunghaft zu ändern vermag, behält der Winkel δ_0 im Kurzschlußaugenblick seinen ursprünglichen Wert. Auch die frühere mechanische Leistung $P_m = P_e$ bleibt unverändert (das Öffnen oder Schließen des Turbinendampfventils erfolgt nicht sogleich). Deshalb verringert sich die elektrische Leistung im Kurzschlußaugenblick — wie aus Abb. 5.6 ersichtlich — bei unveränderter mechanischer Wellenleistung sprunghaft vom Wert P_e auf den Wert P_{e1} . Wird hingegen die Leitung

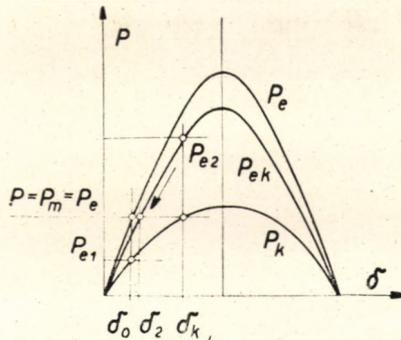


Abb. 5.6. Die Stabilitätskurven für die verschiedenen Netzbetriebsverhältnisse, die in Abb. 5.4 dargestellt wurden. Kurve P_e im normalen Betrieb, P_k nach dem dreiphasigen Kurzschluß in der einen Fernleitung, P_{ek} nach Aufhebung des Kurzschlusses bzw. nach Abschalten der Kurzschlußstelle

L_b abgeschaltet, so hört der Kurzschluß auf und die Lage gemäß Ersatzschaltung nach Abb. 5.4g kommt zustande. Demnach gilt, daß

$$P_e = 3 \frac{U_p U}{X_d + X_T + 2X_L} \sin \delta,$$

wobei der Höchstwert zwischen den dem ursprünglichen Betriebszustand entsprechenden Höchstwert und den im Kurzschlußzustand bestimmten fällt (Abb. 5.6). Hieraus folgt, daß im Augenblick der plötzlichen Unterbrechung des Kurzschlusses der Winkel δ_k , welcher der Kurzschlußstellung entspricht, keine plötzliche Änderung erleiden kann und sich daher die elektrische Leistung vom Wert P_e sprunghaft auf P_{e2} ändert. Würden bei dieser plötzlichen Leistungsänderung die später zu besprechenden Übergangsprozesse nicht auftreten, dann würde die Maschine eine gewisse Zeit nach dem Kurzschluß jene Stellung einnehmen, die durch den Winkel δ_2 , welcher der Leistung P_e zugeordnet ist, gekennzeichnet wird. Wäre also kein Übergangsvorgang vorhanden, so würde die beim plötzlichen Kurzschluß verminderte elektrische Leistung auf die im Bild mit Pfeil bezeichnete Weise auf der Kurve der statischen Stabilität zum ursprünglichen Wert P_e zurückkehren, bei welchem das Gleichgewicht zwischen mechanischer und elektrischer Leistung bei Winkel δ_k wiederhergestellt ist. Dieselbe Lage würde sich auch unter Vernachlässigung der Übergangserscheinungen nach der Aufhebung des stationären Kurz-

schlußzustandes ergeben. Dabei würde die elektrische Leistung plötzlich von P_e auf P_{e2} emporschnellen und sodann längs der Kurve der statischen Stabilität bis zur ursprünglichen elektrischen Leistung P_e abnehmen, zu welcher auf der neuen Kennlinie der Winkel δ_2 gehört. Wie aber bereits festgelegt, darf und kann die Kennlinie der statischen Stabilität nur für langsam stattfindende Änderungen verwendet werden, deshalb sind die Wirkungen der plötzlichen Laststöße, ganz gleich, ob diese auf der elektrischen oder auf der mechanischen Seite erfolgt waren, mit Hilfe von anderen Verfahren zu untersuchen. Es kann aber festgestellt werden, daß die plötzlichen sprunghaften Änderungen bei den Synchrongeneratoren meistens auf der elektrischen Seite, bei den Synchronmotoren auf der mechanischen Seite zu erwarten sind.

5.101. Die Bewegungsgleichungen

Im vorangegangenen Kapitel wurde ausgeführt, daß die elektrische Leistung im Kurzschlußaugenblick bei unveränderter mechanischer Leistung und bei unverändertem Lastwinkel δ_0 plötzlich abnimmt, u. zw. vom ursprünglichen Wert $P_e = P_m$ auf P_{e1} . Das Gleichgewicht zwischen der mechanischen Wellenleistung P_m und der Leistung der elektrischen Seite ist aufgehoben. Der Läufer wird durch die Leistungsdifferenz $P_m - P_{e1} = P_d$ beschleunigt. Durch die beschleunigende oder bremsende Leistung oder durch das dieser Leistung entsprechende Beschleunigungsmoment $M_d = \frac{P_d}{\omega_1}$ wird gegenüber dem synchronen Lauf eine Winkelgeschwindigkeitsänderung hervorgerufen.

Die Bewegungsgleichung läßt sich unter Zugrundelegung der Gleichgewichtsbedingung sämtlicher auftretenden Momente anschreiben. Das zur Verfügung stehende beschleunigende oder bremsende Moment a) steht im Gleichgewicht zum Moment $\Theta \frac{d^2 \delta}{dt^2}$, welches zur Massenbeschleunigung oder Bremsung erforderlich ist, b) hat außerdem das infolge der Drehzahländerung auftretende Bremsmoment (Dämpfungsmoment) zu decken, welches in verschwindend kleinem Anteil mechanischen Charakters, größtenteils aber das Ergebnis elektrischer Wirkungen und der Winkelgeschwindigkeit proportional ist $\left(\frac{d\delta}{dt} K \right)$. Demnach gilt:

$$M_d = M_m - M_e = \frac{d^2 \delta}{dt^2} \Theta + \frac{d\delta}{dt} K. \quad (5.2)$$

Aber in Anbetracht dessen, daß

$$M_e = 3 \frac{U_p U}{\omega_1 X} \sin \delta = A \sin \delta$$

folgt, daß

$$M_m = \frac{d^2 \delta}{dt^2} \Theta + \frac{d\delta}{dt} K + A \sin \delta. \quad (5.3)$$

In obiger Gleichung bedeutet Θ das Trägheitsmoment, K den Dämpfungsfaktor. Über die Dämpfung sei bemerkt, daß ihr Wert im Abschnitt 6.106 berechnet wird. Es handelt sich hierbei im wesentlichen darum, daß der Läufer auf Einfluß des auftretenden Momentenüberschusses relativ zum synchronen Drehfeld vor- bzw. nachhilt. In den Wicklungen des Läufers: in der Erregerwicklung, in den Dämpferwicklungen oder im massiven Stahlkörper selbst werden durch diese relative Bewegung Ströme erzeugt; durch letztere werden wieder Verluste verursacht, welche die Bewegung zu dämpfen bzw. zu bremsen trachten. Die mathematisch genaue Lösung der Gleichung (5.2) läßt sich selbst bei vereinfachenden Bedingungen nur mit elliptischen Integralen verwirklichen und führt zu verwickelten Formen, wodurch die Ergebnisse für die Praxis unzugänglich werden. Daher befassen wir uns zunächst mit einer Näherungslösung, die nur kleine Winkelausschläge im Bereich von $\delta = 0$ zuläßt, wobei $\sin \delta = \delta$ angenommen wird. Demzufolge wird die Bewegungsdifferentialgleichung nachstehende Form annehmen:

$$M_m = \frac{d^2 \delta}{dt^2} \Theta + \frac{d\delta}{dt} K + A \delta.$$

Ändert sich das Moment im Vergleich zu seinem ursprünglichen Wert M_m um den Betrag ΔM_m , so entsteht gegenüber dem ursprünglichen Winkel δ_1 eine Winkeländerung von $\Delta \delta$, es gilt also, daß $\delta = \delta_1 + \Delta \delta$. In diesem Fall ist die Bewegungsgleichung

$$M_m + \Delta M_m = \frac{d^2 (\delta_1 + \Delta \delta)}{dt^2} \Theta + \frac{d (\delta_1 + \Delta \delta)}{dt} K + A (\delta_1 + \Delta \delta).$$

Da aber

$$\frac{d\delta_1}{dt} = 0, \quad \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} = 0 \quad \text{und} \quad M_m = A \delta_1$$

ist, kann man aufschreiben, daß

$$\Delta M_m = \frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} \Theta + \frac{d\Delta \delta}{dt} K + A \Delta \delta.$$

Es genügt also, die Bewegungsgleichung für die Momentenänderung und für die auf die synchrone Drehung bezogene Winkeländerung zu betrachten.

Wir weisen nachdrücklich darauf hin, daß der Wert $A = \frac{3U_p U}{\omega_1 X}$ nur bei

kleinen und sehr langsamen Winkeländerungen verwendet werden kann, die sich um den Leerlaufzustand einstellen. Ursprünglich wurde nämlich der Wert $\sin \delta$ durch δ ersetzt, was nur im Bereich von $\delta = 0$, also im Leerlaufzustand stimmt. Soll die Bewegungsdifferentialgleichung für beliebige Lastzustände in dieser Form Verwendung finden, so ist die Stabilitätskurve im Bereich des untersuchten Lastzustandes durch ihre Tangente zu ersetzen (Abb. 5.7).

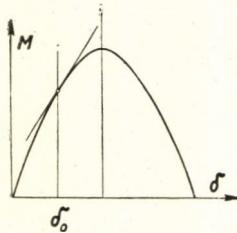


Abb. 5.7. Die statische Stabilitätskurve wird bei harmonischen Pendelungen mit kleinen Winkelschwingungen durch ihre Tangente ersetzt

Die Richtung der Tangente ist beim Lastwinkel δ durch $\cos \delta$ angegeben. Daher ist, falls die Untersuchung nicht im Bereich $\delta = 0$, sondern bei $\delta = \delta_0$ durchgeführt wird, der Wert

$$A = 3 \frac{U_p U}{\omega_1 X}$$

durch das Synchronisierungsmoment

$$A \cos \delta_0 = 3 \frac{U_p U}{\omega_1 X} \cos \delta_0$$

zu ersetzen. Wirkt auf die Welle der Maschine die plötzliche Momentenänderung ΔM_m ein, so gewinnt man für die Differentialgleichung folgende bekannte Lösung:

$$\Delta \delta = \frac{\Delta M_m}{A \cos \delta_0} \left[1 - e^{-at} \sin (\Omega t + \varphi) \sqrt{1 + \left(\frac{a}{\Omega} \right)^2} \right], \quad (5.4a)$$

wobei durch

$$\Omega = \sqrt{\frac{A \cos \delta_0}{\Theta} - \left(\frac{K}{2\Theta} \right)^2}$$

die Kreisfrequenz der Schwingung bzw. durch $a = \frac{K}{2\Theta}$ und $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\Omega}{a}$ dargestellt wird.

Bei

$$\frac{A \cos \delta_0}{\Theta} < \left(\frac{K}{2\Theta} \right)^2$$

gilt, daß

$$\Delta \delta = \frac{\Delta M_m}{A \cos \delta_0} \left[1 - e^{-at} \operatorname{sh} (\beta t + \psi) \sqrt{\left(\frac{a}{\beta} \right)^2 - 1} \right], \quad (5.4b)$$

wobei a die frühere Bedeutung hat, wogegen für

$$\beta = \sqrt{\left(\frac{K}{2\theta}\right)^2 - \frac{A \cos \delta_0}{\theta}} \quad \text{und} \quad \text{th}\psi = \frac{\beta}{a}$$

zu verstehen sind. Daraus folgt, daß der Synchrongenerator seine neue Winkelstellung, ähnlich wie bei den im Abschnitt 1.103.1 für den elektrischen Schwingkreis abgeleiteten Zusammenhängen, auf Einfluß der plötzlichen Momentenänderung ΔM_m auf zweierlei Art erreichen kann, u. zw. unter gedämpften harmonischen Schwingungen, wenn

$$\sqrt{\frac{A \cos \delta_0}{\theta}} > \frac{K}{2\theta}$$

und mit aperiodischer Dämpfung, wenn

$$\sqrt{\frac{A \cos \delta_0}{\theta}} \leq \frac{K}{2\theta}.$$

Bei Synchronmaschinen ist der Wert

$$\sqrt{\frac{A \cos \delta_0}{\theta}}$$

in der Regel viel größer als $\frac{K}{2\theta}$ und daher findet die Winkeländerung unter harmonischen Schwingungen statt. Bezüglich des Ergebnisses ist es gleichgültig, ob eine plötzliche mechanische oder eine plötzliche elektrische Änderung erfolgte.

Weiterhin ist interessant, daß die Bewegungsdifferentialgleichung die gleiche Form besitzt wie die Gleichung des elektrischen Schwingkreises, weshalb zwischen den Koeffizienten beider Gleichungen eine Analogie gesucht werden soll, durch welche ermöglicht wird, die in der mechanischen Bewegung vorkommenden Größen mit Hilfe von im elektrischen Schwingungskreis durchgeführten Messungen festzustellen. Schreiben wir nämlich die beiden Gleichungen auf. Die Gleichung des Schwingungskreises ist:

$$\mathbf{1}E = \frac{d^2 q}{dt^2} L + \frac{dq}{dt} R + q \frac{1}{C}.$$

Die Bewegungsgleichung des Generators lautet:

$$\mathbf{I}\Delta M = \frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} \Theta + \frac{d\Delta \delta}{dt} K + \Delta \delta A \cos \delta_0.$$

Um den Vergleich vornehmen zu können, wurden die einander beigeordneten elektrischen bzw. mechanischen Größen tabellarisch zusammengestellt.

Elektrische Größen	Mechanische Größen
\mathbf{IE} Spannungsimpuls	$\mathbf{I}\Delta M_m$ plötzliche Momentänderung
q elektrische Ladung	$\Delta \delta$ Winkeländerung
L Induktivitätsbeiwert	Θ Trägheitsmoment
R Wirkwiderstand	K Dämpfungsfaktor
$\frac{1}{C}$ Kehrwert der Kapazität	$A \cos \delta_0$ Synchronisierungsmoment (Federkonstante)

Auf Grund der Vergleichstabelle kann auf der Ersatzschaltung, also auf einem elektrischen Modell, die mechanische Bewegung abgebildet werden, falls in den elektrischen Schwingungskreis die den mechanischen Größen der obigen Tabelle entsprechenden Werte eingesetzt werden. Mit der oszillographischen Messung der Ladung bzw. des Stromes läßt sich die Winkeländerung $\Delta \delta$ bzw. deren Ableitung nach der Zeit bestimmen.

Liegt keine Dämpfung vor ($K = 0$), so erhält man ungedämpfte Schwingungen. Das heißt also, daß durch den einmal eingesetzten Momentenstoß im Läufer eine dauerhafte Schwingung erregt wird. Die Schwingungen werden um den neuen Momentenzustand $M_m + \Delta M_m$ fortdauern. Die Winkelgeschwindigkeit der Schwingung beträgt:

$$\Omega = \sqrt{\frac{A \cos \delta_0}{\Theta}}. \quad (5.5)$$

Ist die Synchronmaschine mit einer Kolbenmaschine verbunden und an das Netz parallel geschaltet — was bei den mit Synchronmotor betriebenen Kolbenluftkompressoren öfters vorkommt —, so kann sich ereignen, daß die Schwingungsfrequenz der Synchronmaschine die gleiche ist wie die je Umdrehung veränderliche Momentenfrequenz der Kolbenmaschine. Es kann dabei eine Resonanz entstehen, die zur Erhöhung der Schwingungsamplitude führen und gegebenenfalls sich auch so weit steigern kann, daß die Synchronmaschine aus dem Tritt fällt.

Bei der Ermittlung des Wertes von K werden wir im Abschnitt 6.2 sehen, daß in gewissen Fällen, wenn der Wirkwiderstand des Ständerstromkreises groß ist (z. B. falls die Synchronmaschine über eine Leitung großen Wirkwiderstandes an das unendliche Netz parallel geschaltet wurde), besonders bei Maschinen mit ausgeprägten Polen und ohne Dämpferwicklung, auch eine negative Dämpfung vorkommen kann. Dies bedeutet, daß sich die Schwingungen schon auf den kleinsten Anfangseinfluß solange von selbst steigern, bis die bei den Schwingungen infolge des Läuferwirkwiderstandes stets auftretende positive Dämpfung mit der negativen ins Gleichgewicht kommt. Dann ist die resultierende Dämpfung gleich Null und die Maschine macht ungedämpfte stationäre Schwingungen.

Aus Vorstehendem ist ersichtlich, daß der Läufer der Synchronmaschine auf Wirkung der plötzlichen Änderung des mechanischen oder elektrischen Momentes im Vergleich zum Synchronlauf gedämpfte Schwingungen ausführt und hierbei seine neue Ruhelage (Synchronlauf) erreicht. Die Beschreibung der Winkeländerung $\Delta\delta$ wurde unter der vereinfachenden Bedingung durch die Lösung der Bewegungsgleichung geliefert, indem nur kleine und sehr langsame Winkelschwingungen beachtet wurden, bei denen sich die Sinuslinie des Winkels durch ihre Tangente ersetzen läßt und die Polspannung (U_p) als konstant angenommen werden kann. In der Praxis erfolgen aber die Winkelschwingungen der Maschine manchmal mit so großer Amplitude, daß diese Vereinfachungsbedingung nicht mehr angewandt werden kann. In solchen Fällen kommen für die Lösung der Differentialgleichung drei Möglichkeiten in Betracht: *a*) die graphische oder die sog. schrittweise durchgeführte rechnerische Methode; *b*) die Berechnung mit Hilfe der Integriermaschinen, der sog. Integraphen. Diese Integraphen sollen im Rahmen dieser Arbeit nicht besprochen werden, es wird lediglich auf die diesbezügliche Fachliteratur verwiesen; *c*) die Anwendung im voraus berechneter Schwingungskurven.

5.102. Die Lösung der Pendelgleichung mit der rechnerischen Methode: »Schritt für Schritt«

Wie bereits gesagt, kann bei den Synchronmaschinen der Wert $\frac{K}{2\theta}$ im Vergleich zu $\sqrt{\frac{A \cos \delta_0}{\theta}}$ vernachlässigt werden, und da das Ausmaß der Dämpfung den zeitlichen Verlauf der Schwingungen nur wenig beeinflusst,

wird die Dämpfung bei der Anwendung der Methode Schritt für Schritt vernachlässigt und man geht von Gleichung

$$M_m = \Theta \frac{d^2 \delta}{dt^2} + A \sin \delta \quad (5.6)$$

aus. Mit Rücksicht darauf, daß in der Praxis die Leistungen bekannte Größen sind, wird die Bewegungsgleichung (5.6) in der Weise umgeschaltet, daß beide Seiten mit der synchronen Winkelgeschwindigkeit ω_1 multipliziert werden. Somit wird $P_m = \omega_1 M_m$ die mechanische Leistung, $T = \omega_1 \Theta$ der Drall des umlaufenden Systems und schließlich

$$P_{\max} = \omega_1 A = 3 \frac{U_p U}{X},$$

wobei nochmals nachdrücklich betont wird, daß U_p nur dann als konstant angesehen werden kann, wenn die Vorgänge sich sehr langsam abspielen.

Also

$$P_m = T \frac{d^2 \delta}{dt^2} + P_{\max} \sin \delta. \quad (5.6')$$

Zum Verständnis der rechnerischen Methode soll im vorhinein vorausgesetzt werden, daß uns die Zeitfunktionen der Winkelbeschleunigung, -geschwindigkeit und -änderung bekannt sind. Der oberen Zeichnung in Abb. 5.8 kann die Kurve der Winkelbeschleunigung [$\varepsilon = f(t)$] entnommen werden, deren Höchstwert sich im Augenblick $t = 0$ einstellt. Zu diesem Zeitpunkt erfolgt nämlich die plötzliche Momenten- bzw. Leistungsänderung, wobei das größte Beschleunigungs- oder Bremsmoment zur Verfügung steht. Die mittlere Zeichnung in der Abbildung zeigt die Änderung der Winkelgeschwindigkeit $\omega = f(t)$. Man muß beachten, daß durch diese Kurve nicht die absolute Winkelgeschwindigkeit, sondern deren Änderung im Vergleich zur synchronen Winkelgeschwindigkeit dargestellt wird. Schließlich ist aus der untersten Zeichnung der Abbildung die Zeitfunktion des Winkels [$\delta = f(t)$] ersichtlich. Der Winkel geht von der ursprünglichen Winkelstellung δ_0 aus und sein Wert nimmt zu.

Zur Durchführung der Berechnung nimmt man kurze, untereinander gleich lange Zeitintervalle an, in denen die Beschleunigung und die Winkelgeschwindigkeit bzw. der Winkel als konstant angenommen werden können. Damit wurden die stetigen Kurven eigentlich durch eine Stufenlinie ersetzt. Die Näherung bewährt sich um so besser, je kleiner die Zeitintervalle Δt gewählt werden. Den Ausgangspunkt für die Berechnung bildet für die Winkelbeschleunigung der Zusammenhang

$$\frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \varepsilon, \quad \Delta \omega = \varepsilon \Delta t,$$

für die Winkelgeschwindigkeit der Ausdruck

$$\frac{\Delta\delta}{\Delta t} = \omega, \quad \Delta\delta = \omega\Delta t,$$

die als sehr gute Näherungen in Frage kommen, sofern Δt gering genug ist.

Demnach gilt unter Berücksichtigung der Bezeichnung gemäß Abb. 5.8 [die Grenze des n -ten Zeitintervalls wurde mit n , der vorherige Zeitpunkt

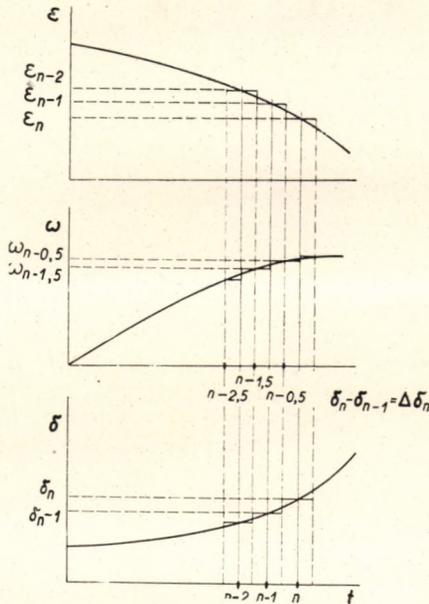


Abb. 5.8. Die Kennlinien der Winkelbeschleunigung (ϵ), der Winkelgeschwindigkeit (ω) und des Winkels (δ) zur Erklärung des Schritt-für-Schritt-Berechnungsverfahrens

mit $(n - 1)$ usw., die Mitten dieser Zeitspannen mit $(n - 0,5)$, $(n - 1,5)$ usw. bezeichnet, womit auch angedeutet wurde, um welche Zeitintervallmitte es sich handelt], daß

$$\Delta\omega_{n-0,5} = \omega_{n-0,5} - \omega_{n-1,5} = \epsilon_{n-1} \Delta t,$$

hieraus wird

$$\omega_{n-0,5} = \omega_{n-1,5} + \epsilon_{n-1} \Delta t, \tag{5,7}$$

andererseits ist aber

$$\begin{aligned} \Delta\delta_n &= \delta_n - \delta_{n-1} = \omega_{n-0,5} \Delta t, \\ \delta_n &= \delta_{n-1} + \omega_{n-0,5} \Delta t; \end{aligned} \tag{5.8}$$

wird aus (5.7) der Wert von $\omega_{n-0,5}$ eingesetzt, so folgt, daß

$$\Delta\delta_n = (\omega_{n-1,5} + \varepsilon_{n-1} \Delta t) \Delta t.$$

Da aber

$$\Delta\delta_{n-1} = \delta_{n-1} - \delta_{n-2} = \omega_{n-1,5} \Delta t,$$

ergibt sich, daß

$$\Delta\delta_n = \Delta\delta_{n-1} + \varepsilon_{n-1} (\Delta t)^2. \quad (5.9)$$

Kennt man also in einem beliebigen Zeitintervall die Werte der Winkeländerung und -beschleunigung, so kann die Winkeländerung des nächsten Zeitintervalls bei gegebener Zeitänderung Δt bestimmt werden. Für das erste Intervall gilt, daß

$$\Delta\delta_1 = \varepsilon_0 \frac{(\Delta t)^2}{2}. \quad (5.10)$$

Das ist der bekannte Zusammenhang für den Winkel, den der umlaufende Körper innerhalb eines Intervalls vom Stillstand gleichmäßig beschleunigend zurücklegt. Der Vorgang der Berechnung ist folgender. Für die im stationären Zustand laufende Maschine können wir aufschreiben, daß

$$P_m = P_e = 3 \frac{U_p U}{X} \sin \delta_0 = P_{\max} \sin \delta_0.$$

Sinkt, wie oben gezeigt, der Wert von P_{\max} infolge eines Kurzschlusses oder irgendeines Schaltvorganges z. B. plötzlich auf den Wert P_1 , so steht unter Voraussetzung einer konstanten mechanischen Leistung die beschleunigende Leistung

$$P_m - P_1 \sin \delta_0 = P_d$$

zur Verfügung, der die Anfangswinkelbeschleunigung

$$\varepsilon_0 = \frac{P_d}{T}$$

entspricht. Aus letzterer Gleichung ergibt sich die Winkeländerung des ersten Zeitintervalls zu

$$\Delta\delta_1 = \varepsilon_0 \frac{(\Delta t)^2}{2} = \frac{P_d}{2T} (\Delta t)^2 = \frac{P_m - P_1 \sin \delta_0}{2T} (\Delta t)^2.$$

Ist uns $\Delta\delta_1$ bekannt, so läßt sich der Wert von ε_1 errechnen, u. zw.:

$$\varepsilon_1 = \frac{P_m - P_1 \sin(\delta_0 + \Delta\delta_1)}{T} = \frac{P_m - P_1 \sin \delta_1}{T}.$$

Gemäß Formel (5.9) gilt, daß

$$\Delta\delta_2 = \Delta\delta_1 + \varepsilon_1 (\Delta t)^2 = \Delta\delta_1 + \frac{P_m - P_1 \sin \delta_1}{T} (\Delta t)^2.$$

In Kenntnis von $\Delta\delta_2$ ist uns auch der Wert $\delta_2 = \delta_1 + \Delta\delta_2$ bekannt und man kann analogerweise fortfahren, die Werte $\Delta\delta$ zu berechnen. Somit wurde also die Pendelgleichung für größere Winkelausschläge unter Vernachlässigung der Dämpfungen schrittweise gelöst.

5.102.1. Die Stabilitätsbedingung bei pendelnden Maschinen

Als nächste Aufgabe soll ermittelt werden, unter welchen Bedingungen die Energieübertragung nach der plötzlichen Momentenänderung noch stabil bleibt, d. h. unter welchen Bedingungen die Kraftanlage bzw. der gleichwertige Generator trotz eines Laststoßes nicht aus dem Tritt fällt. Bei unseren bisherigen Stabilitätsprüfungen gingen wir stets von der Kennlinie der statischen Stabilität aus, deren Gleichung

$$P_e = 3 \frac{U_p U}{X} \sin \delta$$

war. Eine grundlegende Bedingung für die statische Stabilität war, daß sowohl U (die Klemmenspannung des unendlichen Netzes) als auch $U_p = I_r X_m$ (die Polspannung bei $I_r = \text{konst.}$) konstant sein soll. Beschleunigt oder verlangsamt sich aber der Läufer der Maschine auf Wirkung der plötzlichen Laständerung im Vergleich zum synchronen Drehfeld, so werden im Läufer in der Periode der Pendelungen außer dem ursprünglichen Erregerstrom auch Wechselströme erzeugt, die Grundbedingung der statischen Stabilität $I_r = \text{konst.}$ wird also nicht mehr erfüllt. Es soll nunmehr festgestellt werden, wie die Stabilitätsbedingungen für die pendelnde Maschine bestimmt werden können.

Als Ausgang dient auch diesmal das Prinzip der Konstanz der Flüsse. Es wird nämlich vorausgesetzt, daß unter Vernachlässigung der kleinen Läuferwirkwiderstände, oder indem man deren dämpfende Wirkung für die Zeitspanne der Pendelungsperiode unberücksichtigt läßt, der Wert des mit dem Läufer verketteten Flusses während der Pendelung unverändert bleibt. Der mit dem Läufer verkettete Fluß war vor der plötzlichen Momentenänderung

$$\omega_1 \psi_r = \mathbf{i}_{rA} X_r + \mathbf{i}_{sA} X_m, \quad (5.11)$$

wobei der Index A den Anfangswert anzeigt. Der unveränderliche Läuferfluß ist während der Pendelungen

$$\omega_1 \psi_r = \mathbf{i}_r X_r + \mathbf{i}_s X_m. \quad (5.12)$$

Aus (5.11) und (5.12) ergibt sich, daß

$$\mathbf{i}_r = \mathbf{i}_{rA} + \frac{X_m}{X_r} (\mathbf{i}_{sA} - \mathbf{i}_s),$$

woraus folgt, daß die Polspannung während der Pendelungen

$$\mathbf{u}_p = \mathbf{j} \dot{\mathbf{i}}_r X_m = \mathbf{j} \dot{\mathbf{i}}_{rA} X_m + \frac{X_m^2}{X_r} \mathbf{j} (\dot{\mathbf{i}}_{sA} - \dot{\mathbf{i}}_s) \quad (5.13)$$

beträgt, oder

$$\mathbf{u}_p = \mathbf{j} \dot{\mathbf{i}}_{rA} X_m + \mathbf{j} (X_d - X'_d) (\dot{\mathbf{i}}_{sA} - \dot{\mathbf{i}}_s). \quad (5.14)$$

Nachdem $\mathbf{j} \dot{\mathbf{i}}_{rA} X_m = \mathbf{u}_{pA}$ die Anfangspolspannung (vor der plötzlichen Änderung) ist, erhält man unter Berücksichtigung von

$$\mathbf{u}_p + \mathbf{j} \dot{\mathbf{i}}_s X_d = \mathbf{u}_s,$$

daß

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{u}_{pA} + \mathbf{j} \dot{\mathbf{i}}_{sA} (X_d - X'_d) + \mathbf{j} \dot{\mathbf{i}}_s X'_d. \quad (5.15)$$

Die Spannung $\mathbf{u}_{pA} + \mathbf{j} \dot{\mathbf{i}}_{sA} (X_d - X'_d) = \mathbf{u}'_s$ ist gleich der schon bekannten Spannung hinter der transienten Reaktanz, welche, wie auch diesmal ersichtlich, konstant bleibt. Diese Spannung wird durch den resultierenden konstanten Läuferfluß erzeugt, der relativ zum Läufer stillsteht. Deshalb wird sich auch der auf diesen Fluß senkrecht stehende Spannungsvektor \mathbf{u}'_s mit dem Läufer während der Pendelungen mitbewegen. Während also bei den Untersuchungen der statischen Stabilität der Vektor der konstanten Spannung \mathbf{u}_p gegenüber dem Läufer stillsteht, ändert sich bei den Pendelungen sowohl die Polspannung \mathbf{u}_p als auch die Läuferstromstärke. Dagegen bleibt die transiente Spannung \mathbf{u}'_s konstant und auch ihre Lage gegenüber dem Läufer. Daraus folgt, daß bei der eingehenden Untersuchung der transienten Pendelungszustände die transiente Spannung \mathbf{u}'_s die Rolle der Polspannung \mathbf{u}_p übernehmen wird. Zum Anschreiben der zahlenmäßigen Zusammenhänge geht man von Abb. 5.9 aus. Bei zweipoligen Maschinen stimmt der Verdrehungswinkel der transienten Spannung mit dem mechanischen Verdrehungswinkel des Läufers überein.

Aus dem Vektordiagramm geht auch hervor, daß der Wert von \mathbf{U}'_s , also die Spannung hinter der transienten Reaktanz, so zu erhalten ist, daß

zur Anfangspolspannung, zu \mathbf{U}_{pA} , der Spannungsabfall $j\mathbf{I}_{sA}(X_d - X'_d)$ addiert wird. Die Spannungsgleichung während der Pendelungen lautet:

$$\mathbf{U}_s = \mathbf{U}'_s + \mathbf{I}_s jX'_d \tag{5.16}$$

Dieser Zusammenhang deckt sich formell mit dem Zusammenhang, der bei der statischen Stabilität der Maschine Verwendung findet, wenn die Span-

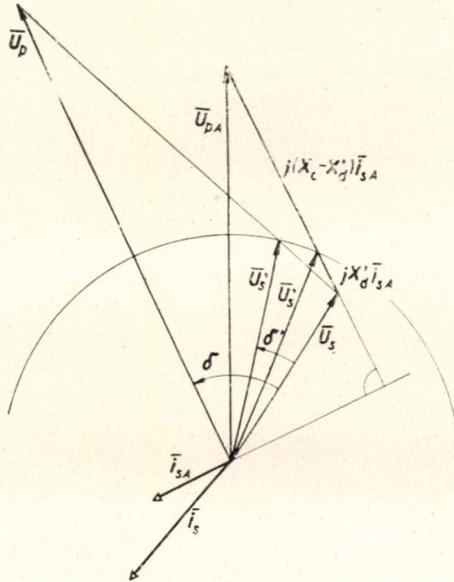


Abb. 5.9. Das Vektordiagramm einer Zylinderläufersynchronmaschine während der Pendelungen

nung \mathbf{U}_p durch \mathbf{U}'_s und die Reaktanz X_d durch X'_d ersetzt wird. Folglich ist die während der plötzlichen Änderung übertragene elektrische Leistung während der Pendelungen aus Gleichung

$$P_c = 3 \frac{U_s U'_s}{X'_d} \sin \delta' \tag{5.17}$$

zu berechnen, falls die Maschine unmittelbar an die Klemmen des unendlichen Netzes (Klemmenspannung \mathbf{U}_s) angeschlossen ist. Statt des Winkels δ , der zwischen \mathbf{U}_p und \mathbf{U}_s liegt, muß der von \mathbf{U}'_s und \mathbf{U}_s eingeschlossene Winkel δ' verwendet werden. Wir bemerken noch, daß ausgehend vom Prinzip der Flußkonstanz bei Maschinen mit Dämpferwicklung wir zu dem Ergebnis gelangen würden, daß die subtransiente Reaktanz X''_d und die hinter dieser

liegende Spannung U'_s anzuwenden wären. Diese Bedingung kann aber bei den Pendelungen außer acht gelassen werden, weil die Dämpfungsstromkreise nur sehr kleine Zeitkonstanten besitzen und daher auch die Konstanz ihrer Flüsse nur für 1—2 Netzfrequenzen erfüllt wird. Nachdem die Dauer der Pendlungsperioden bei größeren Synchronmaschinen in Größenordnung von einer Sekunde liegt, muß mit der transienten Reaktanz und der hinter dieser befindlichen Spannung gerechnet werden.

Es wurde in dem Vektordiagramm angeführt, daß sich der Winkel von U'_s während der Pendelung relativ zu U_s ändert, wobei aber der Absolutwert konstant bleibt. Die Werte von I_s und U_p ändern sich sowohl hinsichtlich Richtung als auch Größe. Übrigens gelangten wir im Abschnitt 4.107 zu demselben Ergebnis, als für den Kurzschluß unter Last nachgewiesen wurde,

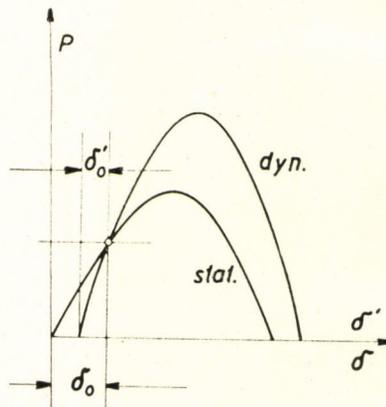


Abb. 5.10. Die statische und dynamische Stabilitätskurve der Zylinderläufermaschine

daß der Wert des Kurzschlußstromes mit Hilfe der konstanten Spannung hinter der transienten Reaktanz: U'_s zu berechnen ist.

In Abb. 5.10 wurden die Kennlinien der statischen sowie der transienten Stabilität, oder anders genannt: der dynamischen Stabilität für den Fall eingetragen, wenn die Maschine über Transformator und Fernleitung an das unendliche Netz parallel gelegt wurde. Im Fall der statischen Stabilität ist

$$P_{est} = 3 \frac{U_s U_p}{X_d + X_T + X_L} \sin \delta,$$

für die dynamische Stabilität gilt, daß

$$P_{edyn} = 3 \frac{U_s U'_s}{X'_d + X_T + X_L} \sin \delta'.$$

Die beiden Werte sind im Zeitpunkt vor der plötzlichen Momentenänderung natürlich gleich groß, nur ist die Kennlinie im zweiten Fall steiler, weil der Höchstwert des Momentes im transienten Fall allgemein größer ist als bei der statischen Stabilität.

$$\frac{U_s U'_s}{X'_d + X_T + X_L} > \frac{U_s U_p}{X_d + X_T + X_L}.$$

Die Pendelgleichung bei Maschinen ohne Dämpfung wird für diesen Fall

$$P_m = T \frac{d^2 \delta'}{dt^2} + P'_{\max} \sin \delta'$$

sein, wobei

$$P'_{\max} = 3 \frac{U_s U'_s}{X'},$$

$$X' = X'_d + X_T + X_L.$$

Die Lösung der Pendelgleichung in transientem Zustand wird mit Hilfe der Methode »Schritt für Schritt« vorgenommen. Die mit dieser Methode gelösten Pendelgleichungen lassen zwei Typen erkennen:

a) Die Pendelungen steigern sich nach der ersten Pendelung nicht, sondern werden bei Maschinen ohne Dämpfung stationär. In diesem Fall kann der Betrieb als dynamisch stabil betrachtet werden, weil der Generator nicht aus dem Tritt fällt, sondern nur Pendelungen vollzieht. Selbstverständlich klingen diese Pendelungen beim Vorhandensein von Dämpfung ab, und die Synchronmaschine nimmt ihren neuen stationären Zustand ein (siehe das Zahlenbeispiel im Anhang).

b) Die Pendelungen steigern sich nach der ersten Pendelung, die Maschine fällt aus dem Tritt.

Die Dämpferwirkung der kurzgeschlossenen Läuferwicklungen wirkt auch in diesem Fall gegen die Steigerung der Pendelungen, deshalb zeigt die Lösung der Pendelgleichung ohne Berücksichtigung der Dämpfung bei der Beurteilung der dynamischen Stabilität in Richtung der Sicherheit. Analogerweise wird durch die selbsttätige Spannungsregelung nicht nur die statische, sondern auch die dynamische Stabilität günstig beeinflusst. Man geht aber trotzdem richtig vor, wenn man zur sicheren Beurteilung der dynamischen Stabilität die Lösung der Pendelgleichung benutzt. Diese Art der Beurteilung der dynamischen Stabilität ist jedoch wegen der beträchtlichen rechnerischen Arbeiten schwerfällig. Daher findet zur Beurteilung der dynamischen Stabilität die sog. Regel der gleichen Flächen Verwendung.

5.103. Die Regel der gleichen Flächen

Als erste Bedingung zur Beurteilung der dynamischen Stabilität gilt, daß die Bewegung des Läufers aus der Lösung der Bewegungsgleichung bekannt sei. Ebenso ausschlaggebend ist, daß bei der Untersuchung der dynamischen Stabilität ihre Stabilitätskurve bestimmt werden soll, die sich von der Kurve der statischen Stabilität nur darin unterscheidet, daß bei der Berechnung die synchrone Reaktanz durch die transiente, die Polspannung durch die Spannung hinter der transienten Reaktanz zu ersetzen war. Kennt man bereits die Kurve der dynamischen Stabilität und die Bewegungsgleichung, so ist die Stabilität selbst, d. h. jene Eigenschaft des Systems zu bestimmen, ob die Maschine oder Kraftanlage nach der erfolgten plötzlichen Änderung — welche in der Regel auf der elektrischen Seite stattfindet — im Tritt bleibt oder nicht.

Zu diesem Zweck soll die Rolle der Leistungen nach der plötzlich erfolgten Änderung untersucht werden. Um die stationären Betriebswerte mit den

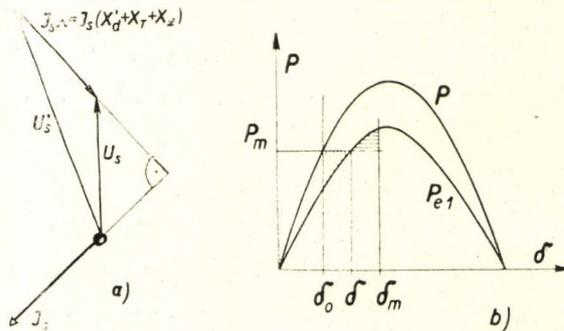


Abb. 5.11a, b. Erläuterungsbilder zur Untersuchung der dynamischen Stabilität

Werten nach der plötzlichen Änderung unmittelbar vergleichen zu können, betrachtet man für den stationären Betriebszustand, d. h. unmittelbar für den Augenblick vor der stattgefundenen Änderung, statt der konstanten Polspannung schon die Spannung hinter der transienten Reaktanz als konstant, und der stationäre Betriebszustand wird mit dem Winkel gekennzeichnet, welchen diese Spannung mit der Klemmenspannung (die Spannung des unendlichen Netzes) einschließt (Abb. 5.11). Die plötzliche Änderung soll z. B., wie der im vorstehenden Abschnitt besprochene Fall, als dreiphasiger Kurzschluß in einer der parallelen Fernleitungen stattfinden. Auf Einfluß des Kurzschlusses fällt die elektrische Leistung plötzlich ab. Die Kennlinie der dynamischen Stabilität, welche diesem Zustand entspricht, ist in Abb. 5.11 anhand der Kurve P_{e1} gezeigt, deren Höchstwert $P_{e1 \max} = \frac{3 U_s U'_s}{X'}$ ist (wobei

$X' = X'_d + X_T + X_{Lk}$ bedeutet). Zur Beschleunigung des Läufers steht im ersten Augenblick die Beschleunigungsleistung $P_m - P_{e1}$ zur Verfügung. Auf Einfluß dieser Leistung eilt der Läufer relativ zum synchronen Drehfeld

vor, wobei die zur Beschleunigung zur Verfügung stehende Leistungsdifferenz abnimmt. Diese beschleunigende Wirkung hört auf, sobald der Läufer den Winkel δ (von nun an nehmen wir Abstand von der Bezeichnung δ') erreicht, bei dem die elektrische und die konstante mechanische Leistung gleich groß sind. Von da an wird der Läufer durch die in ihm während der Beschleunigungsperiode aufgespeicherte kinetische Energie über diese Winkelstellung hinaus weitergeschleudert. Die weitere Bewegung des Läufers wird auf Wirkung der auftretenden Bremsleistung verlangsamt (die elektrische Leistung wird über diesem Winkel hinaus größer als die mechanische), bis dann die Bewegung beim maximalen Winkel δ_m relativ zum Synchronlauf aufhört. Von hier an wird sich der Läufer in entgegengesetzter Richtung beschleunigen, schwingt über die Stellung des Winkels δ hinaus und wird in der anderen Richtung relativ zur synchronen Drehung bis zum Anfangswinkel δ_0 ausschlagen. Besteht keine Dämpfung, so wiederholt sich dieses Spiel periodisch. Mit der Auflösung der Schwingungsgleichung gelangt man gleichfalls zu diesem Ergebnis. Wodurch wird also entschieden, ob die Schwingungen um die neue Ruhelage (bei Winkel δ) stationär werden, d. h. daß das System dynamisch stabil blieb, oder ob die Schwingungsamplituden zunehmen und das System labil wird und die Maschine aus dem Tritt fällt? Die während der Pendelungen geleistete Arbeit kann im synchron drehenden Koordinatensystem wie folgt angeschrieben werden:

$$A = \int_{\delta_0}^{\delta_m} M(\delta) d\delta.$$

Diese Arbeit ist gleich der Änderung der sich im synchron drehenden Koordinatensystem angeschriebenen Bewegungsenergie (kinetischen Energie) des Läufers. Das kann auch mit der Änderung der Winkelgeschwindigkeit zum Ausdruck gebracht werden. Die Winkelgeschwindigkeit des Systems ist nämlich im Anfang die synchrone Winkelgeschwindigkeit ω_1 . Bewegt sich der Läufer relativ zur synchronen Geschwindigkeit mit der relativen Winkelgeschwindigkeit $\omega - \omega_1$, so wird die kinetische Energie des Läufers im synchron umlaufenden Koordinatensystem durch den Wert

$$A = \frac{(\omega - \omega_1)^2}{2} \Theta$$

gegeben. Die Bedingung dafür, daß die Pendelungsamplitude nicht ins Unendliche wächst, ist das Vorhandensein einer maximalen Winkelstellung δ_m , wobei die momentane Winkelgeschwindigkeit des Läufers wiederum gleich der synchronen Winkelgeschwindigkeit wird. Danach ist die Bedingung, daß der Winkelausschlag eine gewisse vorgeschriebene Grenze nicht übersteigt:

$$A = \int_{\delta_0}^{\delta_m} M(\delta) d\delta = \frac{(\omega_1 - \omega_1)^2}{2} \Theta = 0.$$

Oder in anderer Form angeschrieben:

$$\int_{\delta_0}^{\delta_m} M(\delta) d\delta = \int_{\delta_0}^{\delta} M(\delta) d\delta + \int_{\delta}^{\delta_m} M(\delta) d\delta = 0,$$

woraus sich

$$\int_{\delta_0}^{\delta} M(\delta) d\delta = \int_{\delta_m}^{\delta} M(\delta) d\delta \quad (5.18)$$

ergibt. Die im Ausdruck (5.18) dargelegte Regel bedeutet, daß das System nach der plötzlichen Laständerung der Synchronmaschine dann stabil bleibt,

wenn auch eine Bremsarbeitsfläche zur Verfügung steht, welche wenigstens ebenso groß ist wie die zur Beschleunigung verfügbare Arbeitsfläche. Durch diese Regel wird eine rasche Beurteilung der Stabilitätsbedingung ermöglicht. Ist nämlich die Bremsarbeitsfläche kleiner als die Beschleunigungsarbeitsfläche, so fällt die Maschine aus dem Tritt. Als Beispiel führen wir in Abb. 5.12 einen Fall an, bei welchem die Beschleunigungsarbeitsfläche (in der Abbildung vertikal schraffiert) eben gleich der Bremsarbeitsfläche (horizontal schraffiert) ist. In der Abbildung wurde auch der Fall veranschaulicht, in welchem die Bremsarbeitsfläche kleiner ist als die der Beschleunigung, wobei dieses System dynamisch nicht

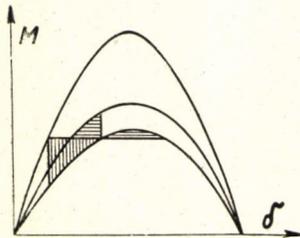


Abb. 5.12. Die dynamischen Stabilitätskennlinien zur Erklärung der Methode der gleichen Flächen

mehr stabil bleibt, trotzdem es statisch noch stabil sein könnte (die Linien des mechanischen und elektrischen Momentes schneiden sich bei $\delta < 90^\circ$).

Das Verfahren der gleichen Flächen ist — gemeinsam mit der schrittweisen Lösung der Pendelgleichung — geeignet, jene größte Zeitspanne beurteilen zu können, innerhalb welcher irgendein Kurzschluß in der Fernleitung oder ein anderer Fehler dortselbst aufzuheben ist, damit das Verbundsystem nicht aus dem Tritt fällt. Umgekehrt: kennt man die Ansprechzeit des Relaisystems und der Hochleistungsschalter, so läßt sich feststellen, ob die Aufhebung des Fehlers zu einem Zeitpunkt erfolgt, zu dem die dynamischen Stabilitätsbedingungen noch bestehen. Als Beispiel zur Lösung dieser Frage sei das in Abb. 5.13 dargestellte System angenommen, welches aus der äquivalenten Kraftanlage G besteht, die über Transformator T und Leitung L mit dem unendlichen Netz N parallel betrieben ist. Die Ersatzschaltung des Systems kann Abb. 5.13b entnommen werden. Die entsprechende Kurve der dynamischen Stabilität ist durch Abb. 5.13c dargestellt, deren Höchstwert

$$P_{e \max} = 3 \frac{UU'_s}{X'}$$

beträgt, wobei $X' = X'_d + X_T + X_L$ gesetzt wurde.

Zwischen den Spannungen U und U'_s liegt beim stationären Betrieb der Winkel δ_0 . Setzen wir voraus, daß in diesem Betriebszustand in der Leitung L ein dreiphasiger Kurzschluß stattfindet. Das elektrische Moment fällt auf Null, weil infolge des Kurzschlusses der Wert von U in bezug auf den Generator auf Null gesunken ist und die Verbindung zwischen dem unendlichen Netz und dem Generator vollständig aufgehört hat. Daraus folgt, daß der Läufer durch das gesamte mechanische Moment M_m beschleunigt wird (die Verluste wurden außer acht gelassen). Beabsichtigt man, die Maschine nicht aus dem Tritt fallen zu lassen, so ist der Kurzschluß mit Abschalten beider Leitungsenden zu beheben, sodann zu versuchen, den synchronen Betrieb mittels Schnellrückschaltung wiederherzustellen. Nehmen wir an, daß dies

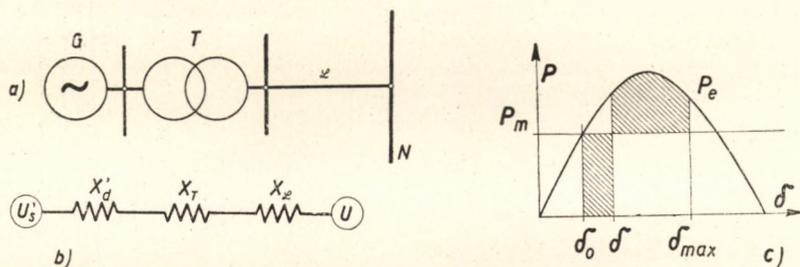


Abb. 5. 13a, b, c. Ein aus Kraftanlage (G), Transformator (T) und Fernleitung (L) zusammengesetztes System, das an ein unendliches Netz (N) angeschlossen ist. Ersatzschaltung und dynamische Stabilitätskurve, mit Anwendung der Methode der gleichen Flächen zur Untersuchung des in der Fernleitung erfolgten dreiphasigen Kurzschlusses

gelingt. Die Stabilitätsbedingung ist folgende: der Läufer läuft bis zum Zeitpunkt der Rückschaltung auf Einfluß der Beschleunigungsleistung P_m von seiner Anfangswinkelstellung δ_0 bis zum Wert δ vor. Die Rückschaltung erfolgt in dem Augenblick, der dieser Winkelstellung entspricht. Aus der Abbildung geht klar hervor, daß die unter P_m liegende Arbeitsfläche nicht größer sein darf als jene, die nach der Rückschaltung über die Linie P_m fällt. Das »Schritt-für-Schritt«-Verfahren dient nunmehr in diesem Fall dazu, die Zeitdauer zu bestimmen, bis der Läufer aus Winkelstellung δ_0 in Winkelstellung δ gelangt. Ist die beschleunigende Leistung konstant, so beschreibt der Läufer eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung und somit kann die Zeit statt des »Schritt-für-Schritt«-Verfahrens in diesem Falle mit einfachen Formeln bestimmt werden. Da die selbsttätige Wiedereinschaltung der Unterbrecher bis zu diesem Zeitpunkt zu erfolgen hat, sind wir in der Lage, ein Relaisystem und einen Schalter von entsprechender Schaltzeit zu verwenden. Im Anhang 3 werden die Stabilitätsberechnungen eines Synchrongenerators, der mit dem unendlichen Netz über Fernleitung und Transformator synchron betrieben wird, anhand eines praktischen Beispiels gezeigt.

5.103.1. Ein weiteres Verfahren zur Beurteilung
der dynamischen Stabilität

Nehmen wir die Integration der Pendeldifferentialgleichung (5.6) von δ bis δ_0 vor:

$$\Theta \int_{\delta_0}^{\delta} \frac{d^2 \delta}{dt^2} d\delta = M_m \int_{\delta_0}^{\delta} d\delta - M_{\max} \int_{\delta_0}^{\delta} \sin \delta d\delta. \quad (5.18a)$$

Die Differenz der auf der rechten Seite der Gleichung stehenden zwei Integrale liefert (im mit Winkelgeschwindigkeit ω_1 umlaufenden Koordinatensystem ausgedrückt) die am Läufer innerhalb der Winkeländerung $\delta - \delta_0$ geleistete Arbeit. Diese Arbeit entspricht der im gleichen Koordinatensystem ausgedrückten Änderung der kinetischen Energie des Läufers. Die Änderung der kinetischen Energie — unter Berücksichtigung, daß der Anfangswert der Winkelgeschwindigkeit im synchron umlaufenden Koordinatensystem Null ist — beträgt $\frac{1}{2} \Theta \left(\frac{d\delta}{dt} \right)^2$. Im übrigen gewinnt man dieses Ergebnis auch dann, wenn das Integrieren auf der linken Seite der Gleichung (5.18a) durchgeführt wird. Es folgt nämlich, daß

$$\Theta \int_{\delta_0}^{\delta} \frac{d^2 \delta}{dt^2} d\delta = \Theta \int_0^t \frac{d^2 \delta}{dt^2} \frac{d\delta}{dt} dt = \Theta \int_0^{\frac{d\delta}{dt}} \frac{d\delta}{dt} d \left(\frac{d\delta}{dt} \right) = \frac{1}{2} \Theta \left(\frac{d\delta}{dt} \right)^2.$$

Nach Integrieren der rechten Seite von Gl. (5.18a) erhält man nachstehende nichtlineare Differentialgleichung erster Ordnung:

$$\frac{1}{2} \Theta \left(\frac{d\delta}{dt} \right)^2 = M_m (\delta - \delta_0) + M_{\max} (\cos \delta - \cos \delta_0).$$

Drückt man den Differentialquotienten aus, so gilt, daß

$$\frac{d\delta}{dt} = \sqrt{\frac{2}{\Theta} [M_m (\delta - \delta_0) + M_{\max} (\cos \delta - \cos \delta_0)]}. \quad (5.18b)$$

Diese Gleichung läßt sich auch in folgender Form ausdrücken:

$$\frac{d\delta}{dt} = \sqrt{a\delta + b \cos \delta + c}, \quad (5.18c)$$

wobei nachstehende Zusammenhänge gelten:

$$a = \frac{2M_m}{\Theta}; \quad b = \frac{2M_{\max}}{\Theta}; \quad c = - (a \delta_0 + b \cos \delta_0).$$

Laut der obigen Ausführungen bleibt das System auf Grund der Regel der gleichen Flächen dann dynamisch stabil, wenn ein Höchstwinkelausschlag existiert, bei welchem die auf Synchrondrehzahl bezogene Winkelgeschwindigkeit der Maschine gleich Null ist, d. h. wenn

$$\frac{d\delta}{dt} = 0.$$

Die mathematische Bedingung der Stabilität ist also, daß die Gleichung

$$a\delta + b \cos \delta + c = 0$$

oder in anderer Form angeschrieben:

$$\frac{a}{b} \delta + \frac{c}{b} = -\cos \delta \quad (5.18d)$$

eine von δ_0 abweichende Lösung besitzen muß. Demnach kann die Stabilität — ohne die von Stabilitätskurven eingeschlossenen Flächen zu vergleichen — auch so beurteilt werden, daß wir feststellen, ob die Gerade $\frac{a}{b} \delta + \frac{c}{b}$ die

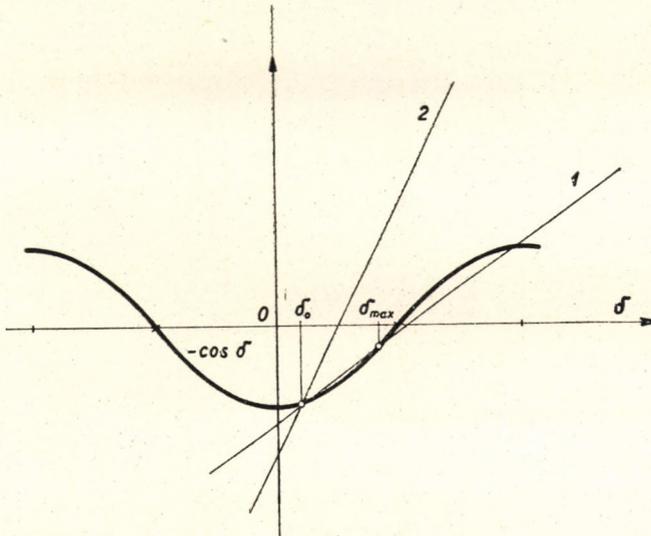


Abb. 5.13.1. Die Untersuchung der dynamischen Stabilität unter Zugrundlegung von Gleichung (5.18d)

Kurve $-\cos \delta$ in einem von δ_0 abweichenden Punkt schneidet. Von den in Abb. 5.13.1 angeführten beiden Fällen bleibt z. B. das System im Fall 1 stabil, während die Stabilität im Fall 2 nicht mehr besteht.

Die Lösbarkeit der Gleichung (5.18d) hängt von den Werten $\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{b}$ ab. Untersucht man die Grenzfälle der Möglichkeit einer Lösung, so können jene Werte von $\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{b}$ bestimmt werden, bei denen das System gerade noch stabil bleibt. Die Werte von $\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{b}$ legen eine Stabilitätsgrenzkurve fest. Durch diese Kurve wird ein Bereich der Werte $\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{b}$ angegeben, in welchem die Stabilität aufrechterhalten bleibt, während die Stabilität bei den Werten $\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{b}$, die außerhalb dieses Bereiches liegen, aufhört.

Unseren vorstehenden Darlegungen gemäß ist

$$\frac{a}{b} = \frac{M_m}{M_{\max}} \quad \text{und} \quad \frac{c}{b} = - \left(\frac{M_m}{M_{\max}} \delta_0 + \cos \delta_0 \right),$$

somit haben wir die Stabilitätsgrenzkurve laut Abb. 5.13.2, unmittelbar auf die Werte $\frac{M_m}{M_{\max}}$ und δ_0 bezogen, durch Konstruktion bestimmt. Diese Grenz-

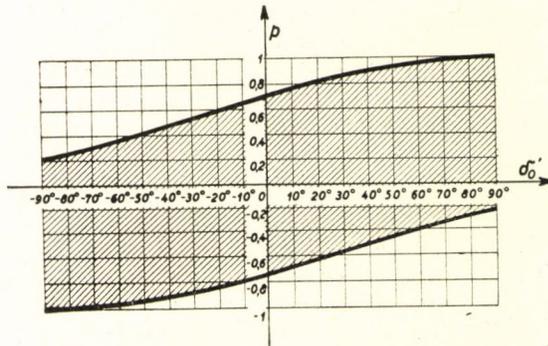


Abb. 5.13.2. Die Grenzkurve der dynamischen Stabilität

kurve ermöglicht die außerordentlich schnelle Beurteilung der dynamischen Stabilität. Man hat nichts anderes zu tun, als nach der plötzlichen Laständerung das Verhältnis des obwaltenden mechanischen Momentes zum elektrischen Höchstmoment sowie den Anfangswinkel zu bestimmen. Fällt der durch diese beiden Koordinaten angegebene Punkt innerhalb des Stabilitätsbereiches (die schraffierte Fläche in Abb. 5.13.2), so bleibt das System stabil, liegt dieser Punkt außerhalb dieses Bereiches, so hört die Stabilität auf.

5.104. Das aus zwei endlichen Maschinen (Kraftanlagen) bestehende System

Bisher wurden solche gemeinsam wirkende Systeme behandelt, die aus einer Kraftanlage endlicher Größe bzw. einem äquivalenten Generator bestehen haben und über Transformator und Fernleitung mit dem unendlichen Netz parallel geschaltet waren. Es wurde außerdem vorausgesetzt, daß von der Leitung keine Abzweigung für Verbraucher vorgesehen wurde, auch haben wir von den Verlusten der Leitung bzw. des Transformators Abstand genommen.

Es soll daher zunächst untersucht werden, wie bei einem, aus zwei endlichen Kraftanlagen bestehenden System die durch die Kraftanlagen bzw. die gleichwertigen Generatoren gelieferte Leistung zu ermitteln ist, wenn beide Kraftanlagen auch ihren eigenen Bereich mit Wirk- und Blindenergie versorgen. Die Ersatzschaltung des Systems wurde in Abb. 5.14 dargestellt.

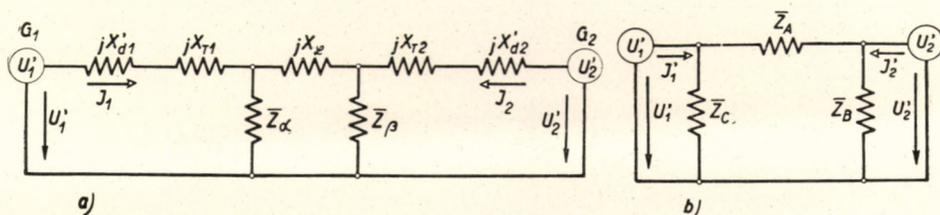


Abb. 5.14a, b. Schaltung eines aus zwei endlichen Maschinen (Kraftanlagen) bestehenden Systems und dessen Umformung

Der Abbildung ist zu entnehmen, daß durch die beiden Kraftanlagen — außer daß diese über die Reaktanz $j(X_{d1} + X_{r1} + X_L + X_{r2} + X_{d2})$ parallel geschaltet sind — auch die mit den Impedanzen Z_a und Z_b gekennzeichneten Verbraucher versorgt werden. Auf Wirkung der Last kann man beim Generator G_1 zwischen der Spannung hinter der transienten Reaktanz und einem beliebig angenommenen synchron umlaufenden Vektor im stationären Betrieb unter gegebenen Lastzuständen der Winkel δ_1 , beim Generator G_2 den Winkel δ_2 messen. Es ist zweckmäßig, den beliebig annehmbaren Bezugsvektor so zu bestimmen, daß dieser der Leerlaufspannungsvektor der parallel betriebenen Kraftanlagen sein soll ($Z_a = Z_b = \infty$ und es besteht kein Längsverlust). Die Winkel δ_1 und δ_2 sind positiv, falls bei Last die Spannungen U'_1 und U'_2 im Vergleich zu dieser Bezugsachse voreilen. Nachdem es sich um lineare Netze handelt, wird zur Bestimmung der Ströme das Überlagerungsprinzip folgendermaßen angewendet: Man kann annehmen, daß der Strom I_1 als die Resultierende von zwei Strömen entsteht, und zwar tritt die eine Komponente dann auf, wenn nur die Spannung U'_1 wirkt und das Netz am Generator G_2 kurzgeschlossen ist, und die andere Komponente des Stromes I_1 , wenn am Generator G_2 nur die Spannung U'_2 besteht, hingegen die Klemmen des Netzes am Generator G_1 kurzgeschlossen wurden. Dieser Annahme entsprechend gilt, daß

$$I_1 = \frac{U'_1}{Z_{11}} - \frac{U'_2}{Z_{21}} \quad (5.19)$$

Ganz ähnlich folgt, daß

$$\mathbf{I}_2 = -\frac{\mathbf{U}'_1}{\mathbf{Z}_{12}} + \frac{\mathbf{U}'_2}{\mathbf{Z}_{22}}, \quad (5.20)$$

wobei \mathbf{Z}_{11} , \mathbf{Z}_{21} , \mathbf{Z}_{12} und \mathbf{Z}_{22} die auf Grund des Überlagerungsprinzips vorstehend definierten Werte sind. Für das angenommene Netz läßt sich z. B. eintragen, daß

$$\mathbf{Z}_{22} = j(X'_{d2} + X_{T2}) + \frac{\mathbf{Z}_\beta \left[jX_L + \frac{\mathbf{Z}_a j(X'_{d1} + X_{T1})}{\mathbf{Z}_a + j(X'_{d1} + X_{T1})} \right]}{\mathbf{Z}_\beta + jX_L + \frac{\mathbf{Z}_a j(X'_{d1} + X_{T1})}{\mathbf{Z}_a + j(X'_{d1} + X_{T1})}}.$$

Zum Anschreiben der Gesamtimpedanz ist es zweckmäßig, das Netz auf das allereinfachste umzugestalten, z. B. mit Stern-Dreieck-Umformungen. Damit erhält man im Endergebnis die in Abb. 5.14b dargestellte π -Form. Daraus folgt, daß

$$\mathbf{Z}_{11} = \frac{\mathbf{Z}_A \mathbf{Z}_C}{\mathbf{Z}_A + \mathbf{Z}_C}, \quad (5.20a)$$

$$\mathbf{Z}_{12} = \mathbf{Z}_{21} = \mathbf{Z}_A, \quad (5.20b)$$

$$\mathbf{Z}_{22} = \frac{\mathbf{Z}_A \mathbf{Z}_B}{\mathbf{Z}_A + \mathbf{Z}_B}. \quad (5.20c)$$

Die elektrischen Leistungen P_{e1} und P_{e2} werden nach den bekannten Zusammenhängen

$$P_{e1} = 3 \operatorname{Re} [\hat{\mathbf{U}}'_1 \mathbf{I}_1] \quad (5.21a)$$

bzw.

$$P_{e2} = 3 \operatorname{Re} [\hat{\mathbf{U}}'_2 \mathbf{I}_2] \quad (5.22a)$$

berechnet. Es wird berücksichtigt, daß falls die Phasenwinkel gegenüber der Klemmenspannung aufgetragen werden, folgende Beziehungen bestehen:

$$\mathbf{U}'_1 = U'_1 e^{j\delta_1}; \quad \hat{\mathbf{U}}'_1 = U'_1 e^{-j\delta_1}; \quad \mathbf{U}'_2 = U'_2 e^{j\delta_2}; \quad \hat{\mathbf{U}}'_2 = U'_2 e^{-j\delta_2}.$$

Andererseits ist aber

$$\mathbf{Z}_{11} = Z_{11} e^{j\varphi_{11}}; \quad \mathbf{Z}_{12} = Z_{12} e^{j\varphi_{12}}; \quad \mathbf{Z}_{21} = Z_{21} e^{j\varphi_{21}}; \quad \mathbf{Z}_{22} = Z_{22} e^{j\varphi_{22}}.$$

Werden diese Werte in Gleichungen (5.19) und (5.20) eingesetzt, so ergibt sich unter Anwendung von (5.21a) und (5.22a), daß die Wirkleistung der einzelnen Kraftanlagen

$$P_{e1} = 3 \left[\frac{U_1'^2}{Z_{11}} \cos \varphi_{11} - \frac{U_1' U_2'}{Z_{12}} \cos (\varphi_{12} + \delta) \right], \quad (5.21)$$

$$P_{e2} = 3 \left[\frac{U_2'}{Z_{22}} \cos \varphi_{22} - \frac{U_1' U_2'}{Z_{21}} \cos (\varphi_{21} - \delta) \right] \quad (5.22)$$

ist, wobei die Zusammenhänge

$$\delta = \delta_1 - \delta_2; \quad Z_{12} = Z_{21}; \quad \varphi_{12} = \varphi_{21}$$

gelten.

Bevor wir zur Stabilitätsuntersuchung des aus zwei endlichen Kraftanlagen bestehenden Systems übergehen, untersuchen wir auch den Fall unter Berücksichtigung von Gleichung (5.21), wenn die Kraftanlage G_2 unendlich groß ist. Dann ist $\delta_2 = 0$ und somit wird $\delta = \delta_1 - \delta_2 = \delta_1$ sein, die Spannung des unendlichen Netzes beträgt $U_2' = U$ und die transiente Reaktanz des Generators G_2 macht $X'_{t2} = 0$ aus. Die elektrische Leistung des Generators gestaltet sich mit Einsetzen von $\beta = 90^\circ - \varphi_{12}$:

$$P_e = 3 \left[\frac{U_1'^2}{Z_{11}} \cos \varphi_{11} + \frac{U_1' U}{Z_{12}} \sin (\delta - \beta) \right]. \quad (5.23)$$

Wurde also die Kraftanlage an ein unendliches Netz parallel geschaltet, aber auf die Fernleitung auch Verbraucher gelegt, dann setzt sich die elektrische Leistung aus zwei Teilen zusammen. Der erste Teil:

$$3 \frac{U_1'^2}{Z_{11}} \cos \varphi_{11} = P_a$$

ist konstant, während der zweite Teil

$$3 \frac{U_1' U}{Z_{12}} \sin (\delta - \beta) = P_b$$

ähnlich sinusförmig verläuft, als ob im Netz keine Verbraucher wären, doch gehören die einzelnen Lastwerte nicht zum Winkel δ , sondern zum Winkel $(\delta - \beta)$. Diese Verhältnisse sind in Abb. 5.15 veranschaulicht. Sämtliche Ordinaten der Sinuskurve, deren Höchstwert $P_{b \max} = 3 \frac{U_1' U}{Z_{12}}$ ist, haben sich um den Leistungswert P_a erhöht und gleichzeitig in Richtung der positiven

Winkelwerte um den Winkel β versetzt. Die Verhältnisse sind ähnlich wie bei dem Leistungsdiagramm der Synchronmaschine, welches unter Berücksichtigung der Verluste gezeichnet wurde (s. Abb. 3.17).

Nachstehend kommen wir auf die Stabilitätsuntersuchung des aus zwei endlichen Kraftanlagen bzw. aus den äquivalenten Generatoren bestehenden Systems zurück. Setzen wir voraus, daß die eine Maschine mit der Wellenleistung P_{m1} und der elektrischen Leistung P_{e1} betrieben wird. Gleichzeitig beträgt die Wellenleistung der anderen Maschine P_{m2} , die elektrische Leistung P_{e2} . Das Trägheitsmoment des Systems 1 ist Θ_1 , sein Drall $T_1 = \omega_1 \Theta_1$, bei

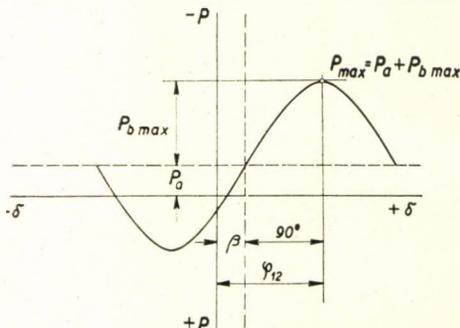


Abb. 5.15. Die Stabilitätskennlinie eines aus zwei endlichen Kraftanlagen bestehenden Systems

System 2 Θ_2 bzw. $T_2 = \omega_1 \Theta_2$. Der Winkelunterschied zwischen den beiden äquivalenten Synchronmaschinen sei $\delta = \delta_1 - \delta_2$. Die Bewegungsdifferentialgleichung für die Maschinen ohne Dämpfung wird wie folgt aufgeschrieben:

$$T_1 \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} = P_{m1} - P_{e1}; \quad T_2 \frac{d^2 \delta_2}{dt^2} = P_{m2} - P_{e2}. \quad (5.24)$$

Da aber $\delta = \delta_1 - \delta_2$ ist, wird

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} - \frac{d^2 \delta_2}{dt^2}$$

sein. Werden beide Seiten mit $\frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}$ multipliziert, so gelangt man zu:

$$\frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{P_{m1} T_2 - P_{m2} T_1}{T_1 + T_2} - \frac{P_{e1} T_2 - P_{e2} T_1}{T_1 + T_2}. \quad (5.25)$$

Nachdem T_1, T_2, P_{m1} und P_{m2} bekannte konstante und P_{e1} sowie P_{e2} bekannte

veränderliche Größen sind, kann die Bewegungsgleichung in nachstehender einfacher Form angeschrieben werden:

$$T \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_e. \quad (5.26)$$

Aus (5.26) geht hervor, daß die relative Winkelbewegung des aus zwei endlichen Maschinen bestehenden, gemeinsam wirkenden Systems unter gegebenen Betriebsverhältnissen durch eine ähnliche Differentialgleichung beschrieben wird wie im Fall einer an das unendliche Netz parallel geschalteten endlichen Kraftanlage. Der laut (5.26) resultierende Drall

$$T = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} \quad (5.27)$$

kann wie parallel geschaltete Widerstände berechnet werden.

Die resultierende äquivalente elektrische Leistung ist:

$$P_e = \frac{P_{e1} T_2 - P_{e2} T_1}{T_1 + T_2} \quad (5.28)$$

und die resultierende äquivalente mechanische (Wellen-) Leistung beträgt:

$$P_m = \frac{P_{m1} T_2 - P_{m2} T_1}{T_1 + T_2}. \quad (5.29)$$

Den einfachsten Fall des aus zwei Maschinen bestehenden Systems haben wir dann vor uns, wenn die Verbindung zwischen ihnen über einen verlustlosen Transformator und eine Fernleitung erfolgt und keine andere Abzweigung zu verzeichnen ist. Dann beläuft sich die übertragene Leistung gemäß Zusammenhang (5.21) mit Einsetzen von $\varphi_{11} = \varphi_{12} = 90^\circ$ auf

$$P_{e1} = P_e = \frac{U'_1 U'_2}{X} \sin \delta,$$

wobei $\delta = \delta_1 - \delta_2$ ist, U'_1 bzw. U'_2 sind die Spannungen hinter den transienten Reaktanzen von Maschine 1 bzw. Maschine 2 und der Ausdruck

$$Z_{12} = X = X'_{d1} + X_{T1} + X_L + X_{T2} + X'_{d2}$$

enthält die transienten Reaktanzen der Maschinen 1 und 2, wobei X_{T1} bzw. X_{T2} die Reaktanzen der zu Maschine 1 bzw. Maschine 2 gehörigen Transformatoren bedeuten. Arbeitet Maschine 1 als Generator, muß Maschine 2 als

Synchronmotor funktionieren, falls anderweitig keine Energieübertragung vorhanden ist.

Dagegen ist auch die Wirkung des Verbrauches zu berücksichtigen, wenn es sich in einem Zwei-Maschinen-Betrieb um ein Zusammenwirken von zwei Kraftanlagensystemen handelt, wenn durch diese bzw. die ihnen gleichwertigen Generatoren auch Verbrauchskreise versorgt werden. Die in Gl. (5.29) vorkommende äquivalente mechanische Wellenleistung enthält die mechanischen Leistungen P_{m1} und P_{m2} , die während des transienten Vorganges auch diesmal als konstant betrachtet werden. Deshalb ist der Wert von

$$P_m = \frac{P_{m1} T_2 - P_{m2} T_1}{T_1 + T_2}$$

konstant. Man erhält den äquivalenten Wert der elektrischen Leistung, indem in die Formel von P_e (5.28) die Werte von P_{e1} und P_{e2} aus Gleichungen (5.21) und (5.22) eingesetzt werden. Trennen wir die veränderlichen und konstanten Glieder und berücksichtigen wir dabei, daß $\mathbf{Z}_{12} = \mathbf{Z}_{21}$ und $\varphi_{12} = \varphi_{21}$ ist. Dann folgt aus (5.28), (5.21) und (5.22), daß

$$P_e = \frac{P_{e1} T_2 - P_{e2} T_1}{T_1 + T_2} = \frac{3 \frac{U_1'^2}{Z_{11}} \cos \varphi_{11} T_2 - 3 \frac{U_2'^2}{Z_{22}} \cos \varphi_{22} T_1}{T_1 + T_2} + \frac{3 \frac{U_1' U_2'}{Z_{12}} [-\cos(\varphi_{12} + \delta) T_2 + \cos(\varphi_{12} - \delta) T_1]}{T_1 + T_2} \quad (5.30)$$

Obige Gleichung kann, wie nachstehend bewiesen, auch folgendermaßen angeschrieben werden:

$$P_e = P_a + P_b \sin(\delta - \beta) \quad (5.31)$$

Aus dem Vergleich von (5.30) mit (5.31) geht klar hervor, daß der Wert P_a mit dem ersten (konstanten) Teil des Ausdruckes (5.30) gleich ist. Zur Bestimmung von P_b und β soll der zweite (der veränderliche) Teil der mit Gleichung (5.30) gekennzeichneten äquivalenten elektrischen Leistung wie folgt in zwei Teile aufgelöst werden: $P_b = P_{bI} P_{bII}$, wobei

$$3 \frac{U_1' U_2'}{Z_{12}(T_1 + T_2)} = P_{bI}$$

und

$$-\cos(\varphi_{12} + \delta) T_2 + \cos(\varphi_{12} - \delta) T_1 = P_{bII} \sin(\delta - \beta)$$

ist. Aus vorstehender Gleichung ergibt sich, daß

$$(T_1 - T_2) \cos \varphi_{12} \cos \delta + (T_2 + T_1) \sin \varphi_{12} \sin \delta = P_{bII} (\sin \delta \cos \beta - \cos \delta \sin \beta).$$

Da obiger Zusammenhang bei jedwedem Winkel δ bestehen muß, sind dessen Glieder auf der linken bzw. rechten Seite untereinander gleich, d. h. daß

$$(T_1 - T_2) \cos \varphi_{12} \cos \delta = -P_{bII} \sin \beta \cos \delta$$

und

$$(T_2 + T_1) \sin \varphi_{12} \sin \delta = P_{bII} \cos \beta \sin \delta$$

bzw.

$$\text{und} \quad \left. \begin{aligned} (T_1 - T_2) \cos \varphi_{12} &= -P_{bII} \sin \beta \\ (T_2 + T_1) \sin \varphi_{12} &= P_{bII} \cos \beta. \end{aligned} \right\} \quad (5.32)$$

Nach Division der ersten Gleichung durch die zweite ergibt sich, daß

$$\frac{T_2 - T_1}{T_2 + T_1} \operatorname{ctg} \varphi_{12} = \operatorname{tg} \beta. \quad (5.33)$$

Damit wurde der im Zusammenhang (5.31) vorkommende Winkel β eindeutig bestimmt. Nun haben wir noch den Ausdruck

$$P_b = P_{bI} P_{bII}$$

zu berechnen.

Nachdem $P_{bI} = \frac{3 U_1' U_2'}{Z_{12}(T_1 + T_2)}$ bekannt ist, muß man nur den Wert von P_{bII} aus den Zusammenhängen (5.32) ermitteln. Werden beide Gleichungen (5.32) auf zweite Potenz erhoben und dann addiert, so erhält man, daß

$$P_{bII} = \sqrt{T_1^2 + T_2^2 - 2T_1 T_2 \cos 2\varphi_{12}}. \quad (5.34)$$

Im Sinne der obigen sind die unter (5.30) und (5.31) vorkommenden Werte:

$$\text{und} \quad \left. \begin{aligned} P_a &= \frac{3 \frac{U_1'^2}{Z_{11}} \cos \varphi_{11} T_2 - 3 \frac{U_2'^2}{Z_{22}} \cos \varphi_{22} T_1}{T_1 + T_2} \\ P_b &= \frac{3U_1' U_2' \sqrt{T_1^2 + T_2^2 - 2T_1 T_2 \cos 2\varphi_{12}}}{Z_{12} (T_1 + T_2)}. \end{aligned} \right\} \quad (5.35)$$

Nähert sich T_2 zum ∞ , ist also die Kraftanlage G_2 als ein unendliches Netz zu betrachten, so folgt aus (5.33), daß

$$\operatorname{ctg} \varphi_{12} = \operatorname{tg} \beta \quad \text{bzw.} \quad 90^\circ - \varphi_{12} = \beta$$

und aus (5.35) mit Anwendung von (5.31), daß

$$P_c = P_a + P_b \sin(\delta - \beta) = 3 \left[\frac{U_1'^2}{Z_{11}} \cos \varphi_{11} + \frac{U_1' U_2'}{Z_{12}} \sin(\delta - \beta) \right], \quad (5.23')$$

wobei sich dieser Ausdruck mit Zusammenhang (5.23) deckt, der auf andere Weise unter Zugrundelegung von (5.21) und (5.22) berechnet wurde.

Unter Berücksichtigung von (5.26) nimmt die Bewegungsgleichung für zwei endliche Maschinen folgende Form an:

$$T \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_a - P_b \sin(\delta - \beta),$$

wobei T durch Zusammenhang (5.27), P_m durch (5.29), P_c und P_b durch (5.35) definiert sind. Wird in letzterer Gleichung $\delta - \beta = \delta'$ und $P_m - P_a = P'_m$ eingesetzt, so gilt für die Bewegungsgleichung, daß

$$T \frac{d^2 \delta'}{dt^2} = P'_m - P_b \sin \delta'. \quad (5.36)$$

Sie wurde also auf die allereinfachste Bewegungsgleichung zurückgeführt, deren Auflösung mit der Methode »Schritt für Schritt« in der bereits bekannten Weise möglich ist. Andererseits kann man die Kurve der dynamischen Stabilität auch für den Fall von zwei endlichen Kraftanlagen und am Netz befindlichen Belastungen auf Grund der Zusammenhänge (5.21), (5.22) bzw. (5.31) konstruieren, und zwar nicht nur für den stationären, sondern auch für den transienten Fall, es sind lediglich die Impedanzen Z_{11} , Z_{12} und Z_{22} durch jene Reaktanzwerte zu ersetzen, die im Vergleich zum stationären Zustand dem beim Schaltvorgang oder bei der Betriebsstörung veränderten Netzbild entsprechen. Danach läßt sich die Stabilität auf Grund der Stabilitätskurven mit dem Verfahren der gleichen Flächen beurteilen, wobei falls uns die Bewegungsgleichung (5.36) bekannt ist, auch die Schaltzeit berechnet werden kann, die zur Aufrechterhaltung der Stabilität erforderlich ist.

5.105. Die dimensionslose Pendelgleichung. Im voraus berechnete Pendelkurven

Die Bewegungsgleichung kann im Interesse der leichteren Auflösung der Pendelgleichungen in die sog. dimensionslose Gleichung überführt werden und die zur Beurteilung der Stabilität notwendigen Angaben lassen sich aus den im voraus berechneten Pendelkurven bestimmen. In der ganz

allgemeinen Bewegungsgleichung (5.36) sollen beide Seiten durch P_b geteilt werden, wodurch auf der rechten Seite nur noch dimensionslose Größen vorkommen.

$$\frac{T}{P_b} \frac{d^2 \delta'}{dt^2} = \frac{P'_m}{P_b} - \sin \delta' = p - \sin \delta'. \quad (5.37)$$

Um auch die linke Seite der Gleichung vereinfachen zu können, soll statt t die modifizierte Zeit

$$\tau = t \sqrt{\frac{P_b}{T}}$$

eingeführt werden, woraus

$$d\tau^2 = dt^2 \frac{P_b}{T} \quad \text{und} \quad \frac{1}{d\tau^2} = \frac{T}{P_b} \frac{1}{dt^2}$$

folgt, und mit (5.37)

$$\frac{T}{P_b} \frac{d^2 \delta'}{dt^2} = \frac{d^2 \delta'}{d\tau^2} = p - \sin \delta' \quad (5.38)$$

angeschrieben werden kann. Es soll bemerkt werden, daß der Winkel auch hier im elektrischen Bogenmaß zu messen ist. Beabsichtigt man, den Winkel in elektrischen Graden zu berechnen, so ist in die Bewegungsgleichung der Wert

$$\tau' = t \sqrt{\frac{180 P_b}{\pi T}}$$

einzusetzen, und die Bewegungsgleichung gestaltet sich wie folgt:

$$\frac{d^2 \delta'}{d\tau'^2} = p - \sin \delta', \quad (5.39)$$

wobei δ' in Graden gemessen wird.

Die mit Gleichung (5.38) definierte Pendelkurve kann für verschiedene Ausgangswinkel (δ_0) und verschiedene p -Werte im voraus gezeichnet werden. Solche Kurven sind im Anhang gebracht und können folgendermaßen verwendet werden:

a) Der Wert $\frac{P'_m}{P_b}$, δ_0 und die Verhältniszahl $\frac{\tau}{t} = \sqrt{\frac{P_b}{T}}$ sind als bekannt vorausgesetzt. Den größten Winkel (δ'_m), der die Stabilitätsgrenze bedeutet, haben wir mit Hilfe der Methode der gleichen Flächen aus den Kurven $P_e = P_a + P_b \sin(\delta - \beta)$ ermittelt. Aus der im voraus berechneten Pendel-

kurvenschar wird die Kurve, die δ'_0 und p entspricht, ausgewählt und man liest ab, wie groß beim Winkel δ'_m der Wert von τ ist. Ist τ schon bekannt, so kann t errechnet werden. Im Anhang wird die Verwendung der im voraus berechneten Pendelkurven mit einem Zahlenbeispiel erörtert. Die gesamte Reihe der im voraus berechneten Pendelkurven können wir in der Fachliteratur an mehreren Stellen finden.

b) Es sind uns die gleichen Angaben bekannt, wie unter a), doch bestimmt man mit Hilfe der Schaltzeit t den Wert von δ'_m . Kennt man diesen Winkel, so wird aus den Stabilitätskurven mit Anwendung der Methode der gleichen Flächen abgelesen, ob der Betrieb noch stabil bleibt.

Bisher diente bei der Methode der gleichen Flächen und beim Anschreiben der Bewegungsgleichung der symmetrische dreiphasige Fehler als Ausgangspunkt und wir untersuchten die Stabilität des Systems in sämtlichen Fällen für derartige Fehler. Da man in der Praxis am häufigsten unsymmetrischen Fehlern begegnet, wollen wir kurz ihren Einfluß auf die Netzstabilität besprechen.

5.106. Unsymmetrische Fehler

Im allgemeinen kommen zweierlei unsymmetrische Netzfehler vor: a) Nebenschlußfehler, b) Reihenschlußfehler. Selbstverständlich können beide gleichzeitig oder auch in verschiedenen Kombinationen auftreten.

Die Nebenschlußfehler entstehen bei einem Kurzschluß an zwei oder mehreren Leitungen an irgendeinem Punkt des Netzes. Bei den Netzen mit unmittelbar geerdetem Sternpunkt zählt hinsichtlich des Kurzschlusses natürlich auch die Erde als Leiter. Der Kurzschluß kann als direkter metallischer Kurzschluß oder über irgendeine Impedanz, z. B. über den Kurzschlußbogen, erfolgen.

Zu den Reihenschlußfehlern gehören Unterbrechungen in einer oder mehreren Leitungen, oder wenn an der Fehlerstelle von einer oder mehreren Leitungen eine Impedanz mit der Leitung in Reihenschluß kommt (z. B. bei Unterbrechung des Bogenwiderstandes).

Bei unseren folgenden Betrachtungen werden wir zunächst prüfen, wieweit die Stabilität durch die plötzlichen Nebenschlußfehler beeinflusst wird. Als Ausgangspunkt dient jener einfachste Fall, wenn eine Kraftanlage über eine einzige Fernleitung an das unendliche Netz angeschlossen ist. Die diesbezügliche prinzipielle Schaltung kann der Abb. 5.16 entnommen werden. Das Netz selbst kann einen unmittelbar geerdeten oder einen ungeerdeten Sternpunkt besitzen. Im ersten Fall wird der Transformator T , der im allgemeinen in Stern-Dreieck geschaltet ist, an den Sternpunkt an der Hochspannungsseite direkt geerdet. In diesem Fall kann das unendliche Netz so aufgefaßt werden, daß auch dieses einen unmittelbar geerdeten Sternpunkt hat.

In Abb. 5.16b ist die dreiphasige Schaltung gezeigt, im Abb. 5.16c die Ersatzschaltung für eine Phase im Normalbetrieb unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände.

Bei einer Fernleitung L sind im allgemeinen folgende Nebenschlußfehler möglich (siehe Abb. 5.16d): A) symmetrische Fehler, und zwar a) drei-

phasiger Kurzschluß; *b*) dreiphasiger Erdschluß; *B*) unsymmetrische Fehler: *c*) einpoliger Erdschluß; *d*) zweipoliger einphasiger Kurzschluß; *e*) zweipoliger Erdschluß.

All diese Kurzschlüsse können — wie gesagt — nicht nur metallisch, sondern auch über eine Impedanz erfolgen.

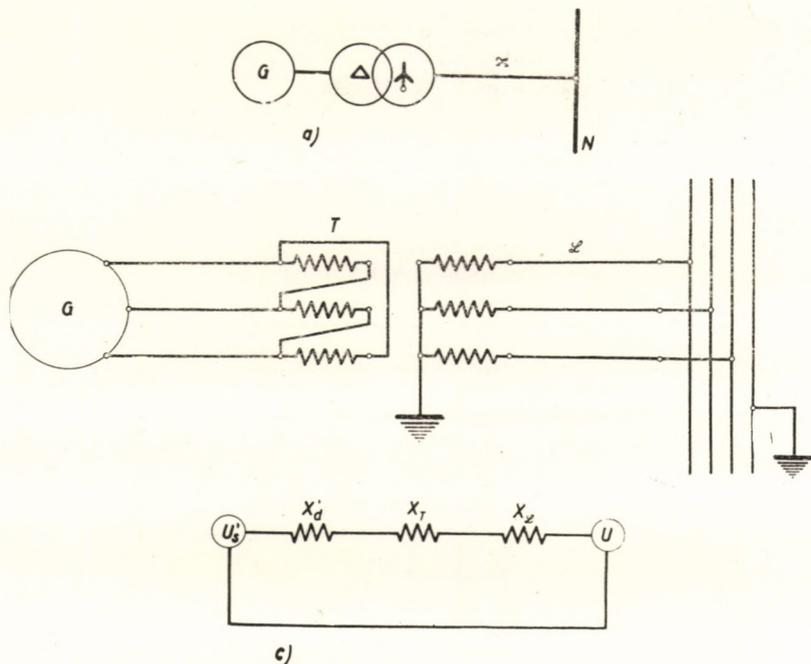


Abb. 5.16a, b, c. Das aus Generator (G), Transformator (T) und Fernleitung (L) zusammengesetzte System, wenn der Sternpunkt des Transformators direkt geerdet ist

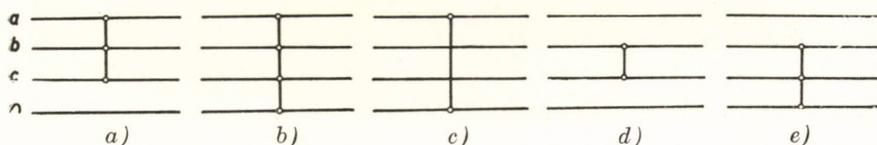


Abb. 5.16d. Die Schaltungen bei verschiedenen Nebenschlußfehlern

Die Fälle des metallischen dreiphasigen Linienkurzschlusses und des dreiphasigen Erdschlusses müssen wir nicht gesondert besprechen. In beiden Fällen hört zwischen den zwei Netzteilen alle Energieübertragung auf und es scheint hinsichtlich der Stabilität, als ob die Netzreaktanz in Längsrichtung plötzlich unendlich groß geworden wäre.

Unter den asymmetrischen Nebenschluß-Kurzschlüssen soll zuerst der einphasige Erdschluß erörtert werden. Es wird die Methode der symmetrischen

Komponenten verwendet. Zu diesem Zweck werden die in den drei Phasen in Richtung zur Fehlerstelle fließenden Ströme mit

$$\mathbf{I}_a, \mathbf{I}_b \text{ und } \mathbf{I}_c$$

bezeichnet. Die Phasenspannungen an der Fehlerstelle sind der Reihe nach

$$\mathbf{U}_a, \mathbf{U}_b \text{ und } \mathbf{U}_c.$$

Beim einphasigen Erdschluß, der in Phase *a* dadurch entstanden ist, daß dieser Leiter der Fernleitung mit der Erde (Null-Leiter) in metallische Berührung kam, erhält man für obige Ströme und Spannungen folgende Zusammenhänge:

$$\mathbf{U}_a = 0; \mathbf{I}_b = 0; \mathbf{I}_c = 0.$$

Der Leiter *a* steht nämlich mit dem Null-Leiter in unmittelbarer Verbindung, diese Phasenspannung ist also nach erfolgtem Fehler gleich Null; von den

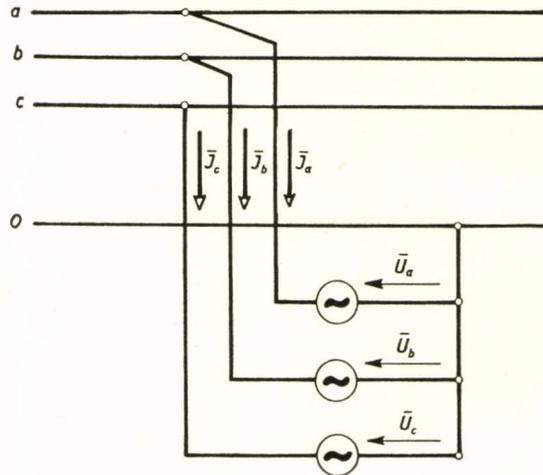


Abb. 5.16e. Die Deutung der unsymmetrischen Nebenschlußfehler mit Hilfe des an der Fehlerstelle eingeschalteten asymmetrischen Spannungssystems

Leitern *b* und *c* fließt gegen die Fehlerstelle kein Strom ($\mathbf{I}_b = 0, \mathbf{I}_c = 0$). Das kann Abb. 5.16e gemäß physikalisch so gedeutet werden, als ob die unsymmetrischen Spannungen $\mathbf{U}_a, \mathbf{U}_b$ und \mathbf{U}_c den an der Fehlerstelle je Phase eingeschalteten Spannungsquellen gleichkämen, und zwar von solchen Werten, daß in unserem Fall z. B. $\mathbf{U}_a = 0, \mathbf{I}_b = 0$ und $\mathbf{I}_c = 0$ bestehen soll. Lösen wir die Spannungen und Ströme in ihre symmetrischen Komponenten auf:

$$\mathbf{U}_a = \mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2 + \mathbf{U}_0 = 0, \quad (5.40)$$

$$\mathbf{I}_b = \mathbf{a}^2 \mathbf{I}_1 + \mathbf{a} \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_0 = 0, \quad (5.41)$$

$$\mathbf{I}_c = \mathbf{a} \mathbf{I}_1 + \mathbf{a}^2 \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_0 = 0. \quad (5.42)$$

Aus beiden letzten Gleichungen geht hervor, daß

$$\mathbf{I}_1(\mathbf{a}^2 - \mathbf{a}) = \mathbf{I}_2(\mathbf{a}^2 - \mathbf{a})$$

und

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_0. \tag{5.43}$$

Daraus folgt wieder, daß an der Fehlerstelle die Summe der mitlaufenden, gegenlaufenden und Null-Spannungen im Fall eines einphasigen Erdschlusses gleich Null ist (5.40). Gleichzeitig sind die symmetrischen Komponenten der Ströme an der Fehlerstelle gleich groß (5.43). Werden die symmetrisch aus der Fehlerstelle betrachteten dreiphasigen Netzphasenimpedanzen, die gegenüber den gegenlaufenden und Null-Strömen auftreten, mit \mathbf{Z}_2 und \mathbf{Z}_0 bezeichnet, so gilt unter Anwendung der Gleichungen (5.40) und (5.43), daß

$$\mathbf{U}_1 + \mathbf{I}_1(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_0) = 0. \tag{5.44}$$

Nachdem eine mitlaufende Spannung nur durch den Generator bzw. durch das unendliche Netz erzeugt werden kann, hingegen die gegenlaufende sowie Null-Spannung bzw. der gegenlaufende und der Null-Strom nur an der Fehlerstelle entstehen, drückt die Gleichung (5.44) den Umstand aus, daß die mitlaufende Spannung an der Fehlerstelle den Strom $\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_0$ durch die

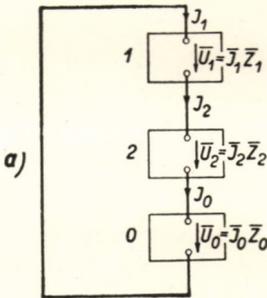


Abb. 5.17a. Das Zusammenschalten von mitlaufenden (1), gegenlaufenden (2) und Null-Netzen (0) bei einphasigem Erdschluß

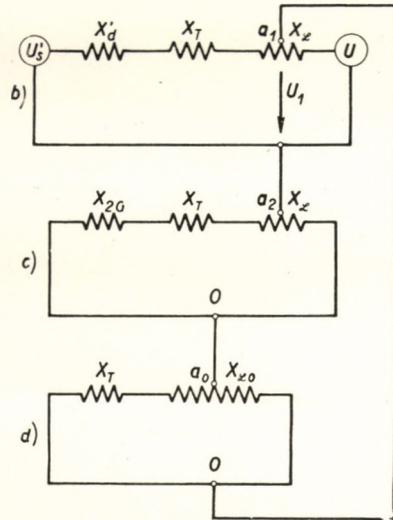


Abb. 5.17b, c, d. Schaltung der mitlaufenden, gegenlaufenden und Null-Netze beim einpoligen Erdschluß des in Abb. 5.16c gezeigten Netzes

gegenlaufende und Null-Impedanzen fließen läßt. Will man die Ersatzschaltung dieses unsymmetrischen Fehlers zeichnen, so gelangt man zu Abb. 5.17a. Die für die Fehlerstelle gültige Ersatzschaltung kann der Abb. 5.17b entnommen werden. Das Schema für mitlaufende Ströme unterscheidet sich nicht von dem Schema, das dem symmetrischen Zustand vor dem Fehler

entsprach, es wurde lediglich die Fehlerstelle an der Leitung bezeichnet ($a_1 = 0$). Die für die Fehlerstelle geltenden symmetrischen, dreiphasigen, gegenlaufenden und Null-Impedanzen sind zwischen diese beiden Punkte in Reihe einzuschalten.

Die Impedanz gegenüber den gegenlaufenden Strömen, kurz gegenlaufende Impedanz, ist aus Abb. 5.17c ersichtlich. Die auf die Fehlerstelle bezogene gegenlaufende Impedanz ist so zu verstehen, daß das Netz zwischen den Punkten $a_2 = 0$ der Fehlerstelle mit der gegenlaufenden Spannung U_2 gespeist wird. Der gegenlaufenden Spannung gegenüber ist die Impedanz des Generators der im Abschnitt 4.207.8 berechnete Wert: die gegenlaufende Reaktanz des Generators X_{2G} . Die Reaktanzen des Transformators und der Fernleitung sind dem symmetrischen, dreiphasigen, gegenlaufenden Strom gegenüber ebenso groß wie sie den mitlaufenden Strömen gegenüber waren. Die Impedanzen der symmetrischen, dreiphasigen, passiven Verbraucher, die den mitlaufenden und gegenlaufenden Strömen gegenüber auftreten, sind im allgemeinen gleich groß. Das unendliche Netz bedeutet für die gegenlaufenden Ströme, da dasselbe keinen inneren Widerstand besitzt, einen unmittelbaren Kurzschluß.

Soll die mitlaufende und gegenlaufende Reaktanz mittels Messung bestimmt werden, so wird das eine Ende der Fernleitung dreiphasig kurzgeschlossen und an ihrem offenen Ende mit symmetrischer dreiphasiger Spannung gespeist. Das Verhältnis der Phasenspannung zum Strom:

$$\frac{U_1}{I_1} = \frac{U_2}{I_2} = Z_L = Z_{L1} = Z_{L2}$$

liefert die mitlaufende bzw. gegenlaufende Impedanz des Netzes bzw. unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände die entsprechende Reaktanz.

Die Nullreaktanz an der Fehlerstelle wird anhand der Abb. 5.17d veranschaulicht. Die Nullreaktanz der Fernleitung ist von der normalen dreiphasigen (mitlaufenden und gegenlaufenden) Reaktanz verschieden.

Die Nullimpedanz des Netzes wird auf die Art bestimmt, daß die Leitung an ihren beiden Enden dreiphasig kurzgeschlossen wird. Das eine Ende der kurzgeschlossenen Leitung wird geerdet (Abb. 5.18), das andere wird

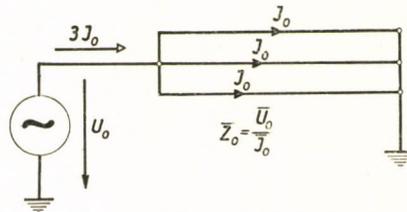


Abb. 5.18 Messung der Nullimpedanz eines Netzes

zwischen dem Kurzschlußpunkt und der Erde mit der einphasigen Spannung U_0 gespeist. In jeder der drei parallel geschalteten Leitungen fließt der Strom I_0 .

Den Nullströmen gegenüber weist die Fernleitung die Impedanz $Z_{L0} = \frac{U_0}{I_0}$ auf.

Sowohl die mitlaufende als auch die gegenlaufende Netzimpedanz sind mit der Leitungslänge verhältnismäßig. Die auf 1 km entfallende Nullimpedanz der Leitung ist größer als die mitlaufende bzw. gegenlaufende Leitungsimpedanz. Die Nullreaktanz des Transformators mit Stern-Dreieck-Schaltung ist praktisch genau so groß wie die mitlaufende oder gegenlaufende Reaktanz. Die Dreieck-Wicklung bedeutet nämlich den Nullströmen gegenüber einen Kurzschluß (Abb. 5.19). Wird der Transformator zwischen seinen dreiphasig kurzgeschlossenen Klemmen und seinem Sternpunkt auf der Sternseite mit

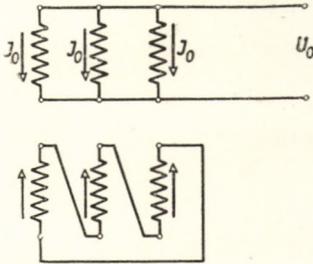


Abb. 5.19. Nullimpedanz eines in Stern-Dreieck geschalteten Transformators

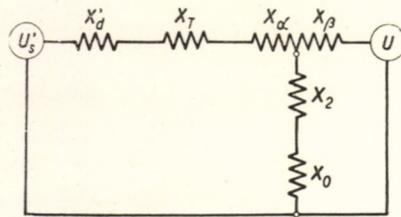


Abb. 5.20. Vereinfachte Darstellung der Ersatzschaltung gemäß Abb. 5.17

Spannung U_0 einphasig gespeist, so fließt in sämtlichen Phasenwicklungen der Nullstrom I_0 . Hinsichtlich der Nullströme können in der Dreieck-Wicklung die Gegenamperewindungen entstehen, weil der Nullstrom durch die Dreieck-Wicklung auf einen geschlossenen Stromkreis stößt. Da aber der Sternpunkt des Generators nicht geerdet ist, fließt gegen den Generator schon kein Nullstrom.

Setzen wir voraus, daß durch die Kurzschlußstelle die mitlaufende und gegenlaufende Fernleitungsreaktanz in die Teile X_α und X_β geteilt werden, die beiden Teile der Nullreaktanz der Fernleitung sollen X_{a0} und $X_{\beta 0}$ sein. Wie aus Abb. 5.17 klar hervorgeht, ist die gegenlaufende Reaktanz an der Kurzschlußstelle

$$X_2 = \frac{X_\beta (X_\alpha + X_T + X_{2G})}{X_L + X_T + X_{2G}}, \quad (5.45)$$

die Nullreaktanz

$$X_0 = \frac{X_{\beta 0} (X_{a0} + X_T)}{X_{L0} + X_T}. \quad (5.46)$$

Das in Abb. 5.16 gezeigte, eigentlich symmetrische Netz hat sich vom Gesichtspunkt der Stabilität gemäß Abb. 5.20 umgestaltet. Man mußte also an der Fehlerstelle im Fall eines einphasigen Erdschlusses die zur Fehlerstelle gehörigen gegenlaufenden und Null-Reaktanzen des Netzes in Reihe schalten.

Zur Beurteilung der Stabilität wird das Netz von Stern in Dreieck umgeformt, und da uns vom Gesichtspunkt der Stabilität lediglich die Längsreaktanz interessiert, wird nur diese berechnet. Die resultierende Längsreaktanz ist:

$$X_A = X'_d + X_T + X_L + \frac{(X'_d + X_T + X_a) X_\beta}{X_2 + X_0} = X + X_I,$$

wobei $X = X'_d + X_T + X_L$ die vor dem Kurzschluß bestandene Längsreaktanz ist und es gilt, daß

$$X_I = \frac{(X'_d + X_T + X_a) X_\beta}{X_2 + X_0}.$$

Die Gleichung der elektrischen Leistung im Zustand vor dem Kurzschluß lautet:

$$P_e = 3 \frac{U U'_s}{X} \sin \delta. \quad (5.47)$$

Die elektrische Leistung nach dem Kurzschluß ist laut Abschnitt 2.40 gleich der Summe der mitlaufenden, gegenlaufenden und Null-Leistungen. Da aber in den Synchronmaschinen, mit denen das Netz gespeist wird, keine gegenlaufenden und Null-EMK vorhanden sind (s. Abschnitt 4.206), bestehen auch keine — von den durch die gegenlaufenden und Null-Ströme verursachten Verlusten abgesehen — gegenlaufenden oder Null-Leistungen. Nachdem in diesem Kapitel ohnedies verlustlose Maschinen vorausgesetzt wurden, nehmen wir an, daß die elektrische Leistung nach dem Kurzschluß gleich der mitlaufenden Leistung ist. Man kann also anschreiben, daß

$$P'_e = 3 \frac{U U'_s}{X + X_I} \sin \delta. \quad (5.48)$$

Es ist zu ersehen, daß die Stabilität infolge des Kurzschlusses sich verschlechtert hat. Die Untersuchungen bezüglich der Stabilitätsbeurteilung wurden schon in den vorangehenden Kapiteln durchgeführt und es erübrigt sich, uns damit auch an dieser Stelle zu befassen.

Als zweiter Fall soll der zweipolige einphasige Kurzschluß geprüft werden (Abb. 5.16d).

In den drei Phasen fließen gegen die Fehlerstelle die Ströme

$$\mathbf{I}_a = 0; \mathbf{I}_b = -\mathbf{I}_c,$$

woraus folgt, daß

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_a + \mathbf{I}_b + \mathbf{I}_c &= 0, \\ \mathbf{I}_0 &= 0; \end{aligned}$$

der Wert des Nullstromes ist also gleich Null. Nachdem die Leitungen *b* und *c* an der Fehlerstelle metallisch verbunden sind, gilt, daß an dieser Stelle

$$U_b = U_c.$$

Finden die symmetrischen Komponenten Verwendung, so ist

$$I_a = I_1 + I_2 = 0; \quad I_1 = -I_2 \tag{5.49}$$

und

$$U_b = a^2 U_1 + a U_2 = U_c = a U_1 + a^2 U_2,$$

woraus sich

$$U_1 = U_2 \tag{5.50}$$

ergibt.

Mit Berücksichtigung dieser Bedingungen läßt sich an der Fehlerstelle die Schaltung der mitlaufenden und gegenlaufenden Netze zeichnen (Abb. 5.21). Zwischen den an der Fehlerstelle liegenden Punkten des mit-

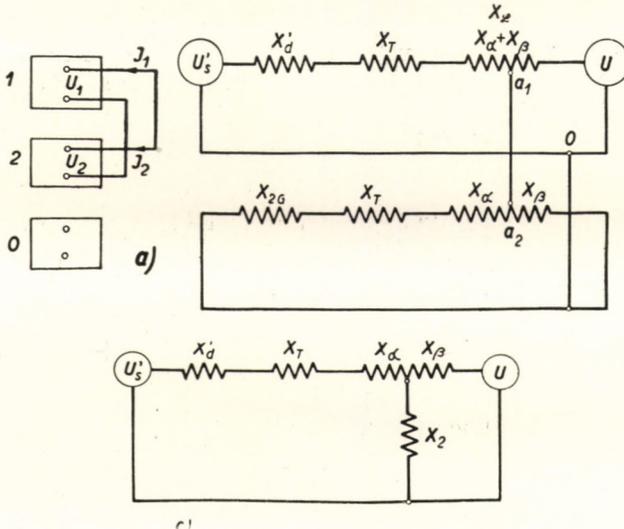


Abb. 5.21a, b, c. Zweipoliger einphasiger Kurzschluß. Zusammenschalten der mitlaufenden und gegenlaufenden Netze

laufenden Netzes ist das gegenlaufende Netz einzuschalten. Die Schaltung wird anhand der Abb. 5.21a und b gezeigt (die einzelnen Details sind aus dem Fall des einphasigen Erdschlusses bekannt), das Null-Netz wurde nirgends angeschlossen, weil kein Nullstrom fließt. Hinsichtlich der Stabilität kann man ersehen, daß der zweipolige einphasige Kurzschluß gefährlicher ist, weil diesmal die an die Kurzschlußstelle als Nebenschluß gelegte Reaktanz X_2 kleiner ist, als sie im vorigen Fall war ($X_2 + X_0$).

Im einphasigen zweipoligen Kurzschluß erhält man zur Beurteilung der Stabilität nach der Stern-Dreieck-Umformung folgende Längsreaktanz:

$$X_A = X'_d + X_T + X_L + \frac{(X'_d + X_T + X_a) X_\beta}{X_2} = X + X_1,$$

wobei $X = X'_d + X_T + X_L$ die Reaktanz ist, durch welche die Stabilität des normalen Betriebes bestimmt wird und außerdem gilt, daß

$$X_1 = \frac{(X'_d + X_T + X_a) X_\beta}{X_2}.$$

Die elektrische Leistung beläuft sich auf

$$P_e = 3 \frac{U U'_s}{X_A} \sin \delta. \quad (5.51)$$

Als dritter Fall wird der zweipolige Erdschluß betrachtet (Abb. 5.16d, Schema e). Es läßt sich für die Fehlerstelle anschreiben, daß

$$\mathbf{U}_b = \mathbf{U}_c = 0 \quad \text{und} \quad \mathbf{I}_a = 0.$$

Mit den symmetrischen Komponenten folgt, daß

$$\mathbf{I}_a = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_0 = 0,$$

$$\mathbf{U}_b = \mathbf{a}^2 \mathbf{U}_1 + \mathbf{a} \mathbf{U}_2 + \mathbf{U}_0 = \mathbf{U}_c = \mathbf{a} \mathbf{U}_1 + \mathbf{a}^2 \mathbf{U}_2 + \mathbf{U}_0 = 0.$$

Aus vorstehenden Gleichungen resultiert, daß

$$\mathbf{U}_1 = \mathbf{U}_2 = \mathbf{U}_0.$$

Auf dieser Grundlage kann die Schaltung der mitlaufenden, gegenlaufenden und Null-Netze an der Fehlerstelle konstruiert werden (Abb. 5.22). Da die drei Spannungen gleich groß sind, müssen das gegenlaufende und Null-Netz an die Klemmen des mitlaufenden Netzes an der Fehlerstelle parallel geschaltet werden. Die Ersatzschaltung ist den Abb. 5.22b und c zu entnehmen. An die Klemmen des mitlaufenden Netzes werden an der Fehlerstelle beim zweipoligen Erdschluß die parallel geschalteten, auf die Fehlerstelle bezogenen gegenlaufenden und Null-Reaktanzen X_2 und X_0 angeschlossen. Somit ist letzterer vom Gesichtspunkt der Kurzschlußstabilität unter den Nebenschlußfehlern am gefährlichsten, weil hier der Widerstand im Nebenschluß am klein-

sten ist. Mit Anwendung der Stern-Dreieck-Umformung wird die Längsreaktanz

$$X_A = X'_d + X_T + X_L + \frac{(X'_d + X_T + X_\alpha) X_\beta (X_2 + X_0)}{X_2 X_0} = X + X_I$$

sein, wobei

$$X = X'_d + X_T + X_L$$

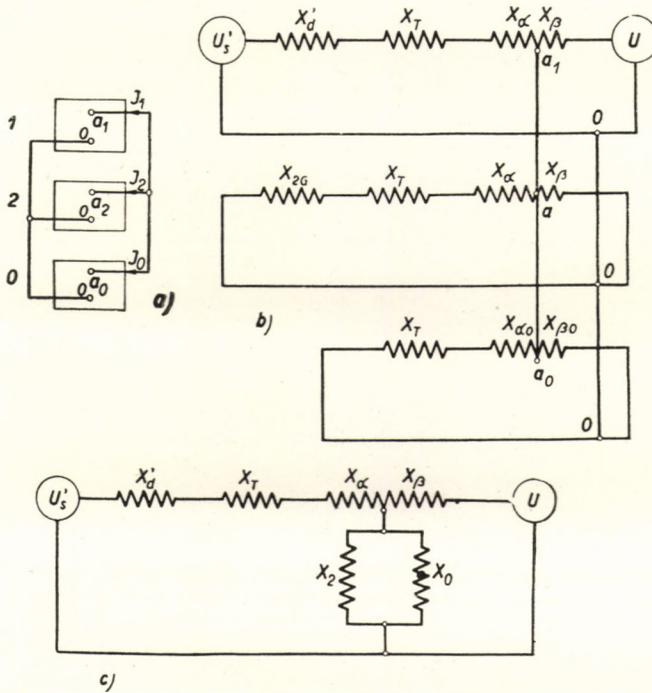


Abb. 5.22a, b, c. Zweipoliger Erdschluß. Zusammenschalten der mitlaufenden, gegenlaufenden und Null-Netze

die Längsreaktanz im Betrieb darstellt, außerdem ist

$$X_I = \frac{(X'_d + X_T + X_\alpha) X_\beta (X_2 + X_0)}{X_2 X_0}$$

Die elektrische Leistung beträgt nach dem Kurzschluß

$$P'_e = 3 \frac{U U'_s}{X_A} \sin \delta$$

In Abb. 5.23 wurden die behandelten Nebenschlußfehler nebst den dazugehörigen ersetzenden, symmetrischen Komponentennetzen zusammengefaßt. Um ein klares Bild zu bieten, wurden die Fehlerstellen selbst im Querschnitt dargestellt, weil sich doch unsere Berechnungen auf diese Querschnitte beziehen. Außer obigen Nebenschlußfehlern kommt es in der Praxis auch vor, daß in der Fernleitung gleichzeitig an zwei verschiedenen Punkten ein sogenannter Doppel-Nebenschlußfehler entsteht. Die Lösung dieser Fehler

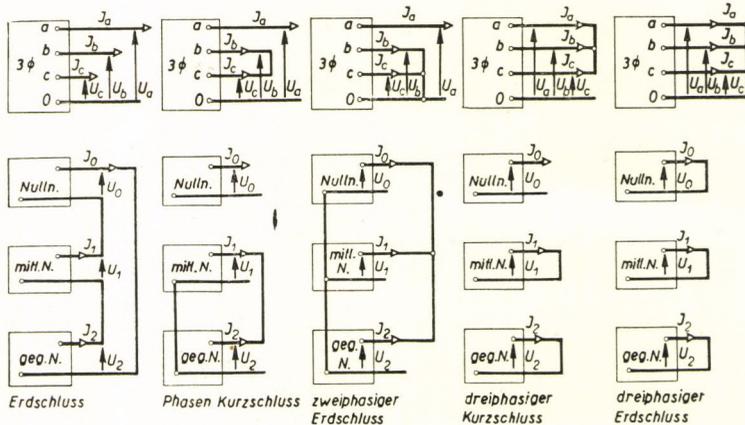


Abb. 5.23. Tabelle der Ersatzschaltungen der verschiedenen Nebenschlußfehler (Im ersten Bild hat der Erdschluß in Phase a stattgefunden)

kann ebenfalls mit der Methode der symmetrischen Komponenten geschehen, erfordert aber eine komplizierte Berechnungsarbeit, weshalb es in solchen Fällen zweckmäßiger erscheint, diese oder noch mehr zusammengesetzte Netze auf Grund der an Netzmodellen durchgeführten Messungen zu berechnen.

5.107. Die Reihenschlußfehler

Die Untersuchung der Reihenschlußfehler spielt unter anderem bei der Einführung der sogenannten Instandhaltung pro Phase eine wichtige Rolle. Es ist nämlich möglich, in Überlandnetzen mit festgeerdetem Nullpunkt zur Instandhaltung der einzelnen Phasenleitungen, die in horizontaler Ebene angeordnet sind, nicht nur dreiphasig, sondern auch phasenweise die Arbeiten vorzunehmen. Diese Leitung wird nämlich zu diesem Zweck an ihren beiden Enden abgeschaltet und in der Umgebung der Instandhaltungsstelle gut geerdet, so daß die erforderlichen Arbeiten ohne Lebensgefahr ausführbar sind. Zugleich erfolgt unter noch annehmbaren Symmetrieverhältnissen die Energieübertragung über die beiden anderen Leitungen und über die Erde ungestört weiter. Bei den zeitgemäßen Verbundnetzen wird die Methode der Schnellrückhaltung immer mehr auch polweise angewendet. Bei irgendeinem Nebenschlußfehler (meistens beim einphasigen Erdschluß) beispiels-

weise wird der Fehler bzw. der entstandene Kurzschlußbogen dadurch behoben, daß man nur die schadhafte Phase unterbricht. Somit schaltet man vorübergehend an Stelle des Nebenschlußfehlers einen Reihenschlußfehler ein, der aber nur über die Zeitspanne der Entionisierung aufrechtzuerhalten ist. Eine Art dauernder Reihenschlußfehler tritt auch dann auf, wenn eine Leitung unversehens reißt (z. B. wegen einer großen Rauhreifbelastung). In diesen Fällen stellt sich aber zumeist gleichzeitig auch ein Nebenschlußfehler ein, nachdem das abgerissene Seil mit der Erde in Berührung kommt. Im Gegensatz zu den Nebenschlußfehlern werden die Reihenschlußfehler meistens als Betriebszustand vorgesehen: entweder als Instandhaltung pro Phase oder als Schnellwiedereinschaltung pro Phase.

Bei der Untersuchung der Reihenschlußfehler werden wir den trivialen Fall, wenn alle drei Phasenseile brechen, nicht behandeln, weil in dem Fall,

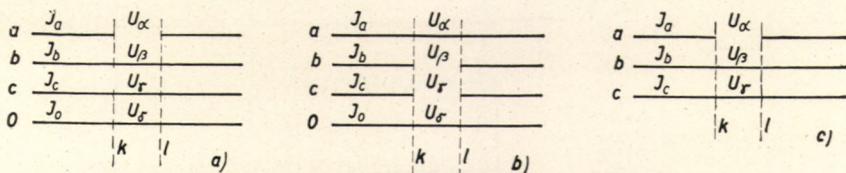


Abb. 5.24. Schaltungen für Reihenschlußfehler

ähnlich wie beim dreiphasigen metallischen Kurzschluß, die Stabilität gänzlich aufhört. Die vorkommenden und besprochenen Fälle sind in Abb. 5.24 dargestellt, und zwar beim Netz mit direkt geerdetem Nullpunkt: a) für den Bruch einer Leitung, b) für den Bruch zweier Leitungen; beim Netz mit ungeerdetem Sternpunkt, c) für den Bruch einer Leitung.

Wenden wir für den Fall a) — (Instandhaltung pro Phase oder der Schnellwiedereinschaltung pro Phase) — die Methode der symmetrischen Komponenten an. Der Abbildung gemäß wurde die Fehlerstelle beiderseitig zwischen Grenzen verlegt (k und l) und die Spannungen U_a, U_β, U_γ und U_δ , die zwischen diesen Grenzen meßbar sind, in ihre symmetrischen Komponenten zerlegt. Für die Unterbrechung einer Phase gilt, daß

$$U_\beta = U_\gamma = U_\delta = 0$$

oder mit symmetrischen Komponenten ausgedrückt:

$$a^2 U_1 + a U_2 + U_0 = a U_1 + a^2 U_2 + U_0 = 0,$$

woraus folgt, daß für die symmetrischen Komponenten der Spannungen U_a, U_β und U_γ :

$$U_1 = U_2 = U_0 \tag{5.52}$$

gilt. Andererseits besteht aber der Zusammenhang:

$$I_a = 0 = I_1 + I_2 + I_0. \tag{5.53}$$

Unter Zugrundelegung der beiden Gleichungen kann die Zusammenschaltung der mitlaufenden, gegenlaufenden und Null-Netze gezeichnet werden (s. Abb. 5.25). In diesem Fall handelt es sich aber um einen Reihenschlußfehler und daher sind diese Netze zwischen den beiden Grenzen der Fehler-

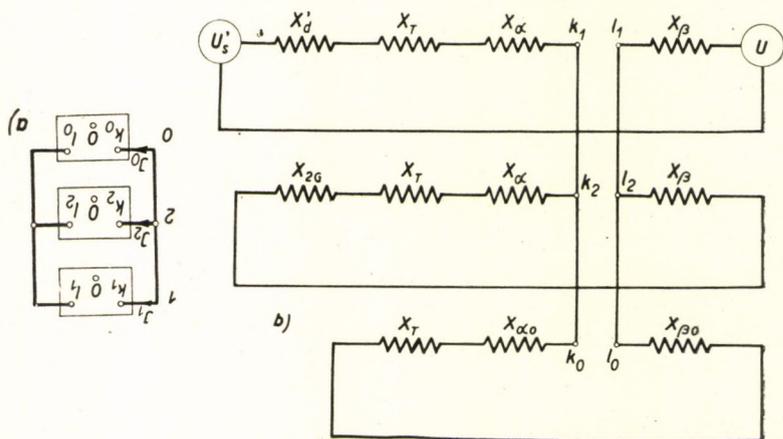


Abb. 5.25a, b. Bruch in einer Phasenleitung bei einem System mit direkt geerdetem Sternpunkt. Schaltung der mitlaufenden, gegenlaufenden und Null-Netze

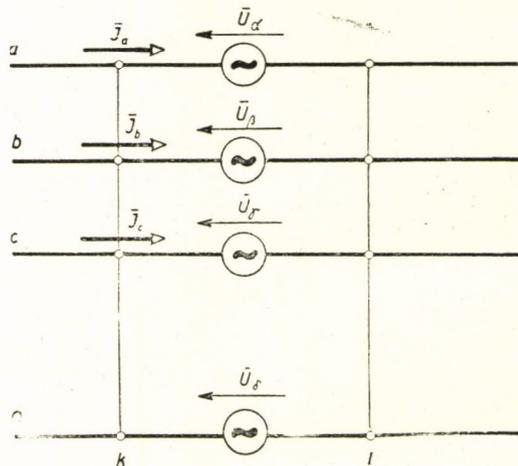


Abb. 5.25c. Die Deutung der unsymmetrischen Reihenschlußfehler mit Hilfe des an der Fehlerstelle eingeschalteten asymmetrischen Spannungssystems

stelle einzufügen. Abb. 5.25a kann entnommen werden, daß nachdem die mitlaufenden, gegenlaufenden und Null-Spannungen untereinander gleich groß sind, die gegenlaufenden und Null-Netze an ihren Klemmen $k-l$ parallel, an der Fehlerstelle aber mit dem mitlaufenden Netz in Reihe zu schalten sind.

Geht man von demselben Netzschema aus, das bei der Behandlung von Nebenschlußfehlern verwendet wurde, so wird im Fall eines direkt geerdeten Netzes durch die Schaltung, die dem Bruch einer Leitung entspricht, die Anordnung laut Abb. 5.25b geliefert.

An den Stellen k_1, l_1 des ursprünglichen Netzes ist also die Reaktanz $\frac{X_2 X_0}{X_2 + X_0}$ in Reihe geschaltet. Dabei ist:

$$X_2 = X_{2G} + X_T + X_L,$$

$$X_0 = X_T + X_{L0}.$$

Gemäß der Stabilitätsgleichung beträgt

$$P'_e = 3 \frac{U U'_s}{X'_d + X_T + X_L + \frac{X_2 X_0}{X_2 + X_0}} \sin \delta = 3 \frac{U U'_s}{X + X_1} \sin \delta.$$

Im Vergleich zum ursprünglichen Betriebszustand nimmt die Stabilität wegen der um die Reaktanz $\frac{X_2 X_0}{X_2 + X_0}$ zugenommenen Gesamtreaktanz ab.

Falls ein Bruch in zwei Phasen vorliegt und das Netz direkt geerdet ist, so gilt gemäß Abb. 5.24b, daß

$$I_b = I_c = 0 = a^2 I_1 + a I_2 + I_0 = a I_1 + a^2 I_2 + I_0,$$

woraus

$$I_1 = I_2 = I_0 \quad (5.54)$$

folgt. Für die Spannungen können wir aufschreiben, daß

$$U_a = 0 = U_1 + U_2 + U_0. \quad (5.55)$$

Diesmal ist die Zusammenschaltung der mitlaufenden, gegenlaufenden und Null-Netze unter den beiden Voraussetzungen zu verwirklichen, daß die drei Komponentenströme gleich groß werden und gleichzeitig die Summe der drei Komponentenspannungen gleich Null wird. Diese Schaltung ist aus Abb. 5.26 ersichtlich. In Abb. 5.26b wurde die Ersatzschaltung des Netzes gezeichnet. Die für die Stabilität kennzeichnende Gleichung ist

$$P'_e = 3 \frac{U U'_s}{X + X_2 + X_0} \sin \delta,$$

wobei

$$X = X'_d + X_T + X_L; \quad X_2 = X_{2G} + X_T + X_L; \quad X_0 = X_T + X_{L0}$$

gilt, d. h. also, daß sich die Stabilität im Vergleich zum vorherigen Fall verschlechtert hat.

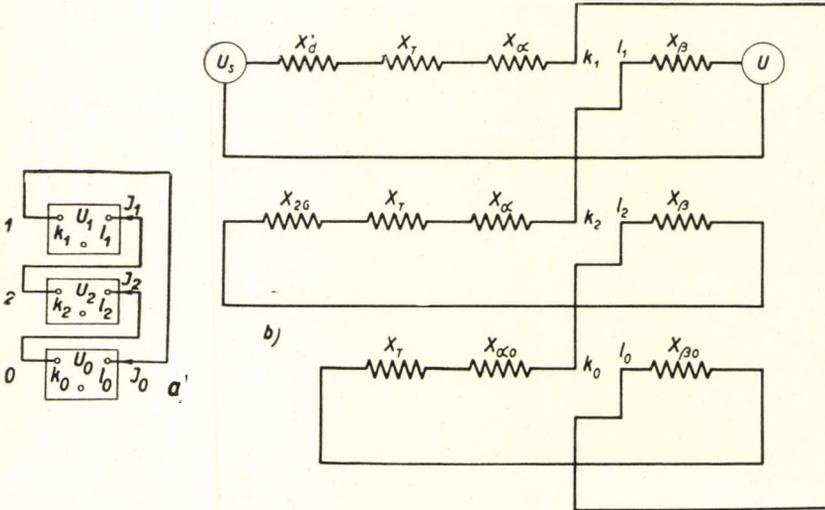


Abb. 5.26a, b. Unterbrechung in zwei Phasenleitungen des Systems mit direkt geerdetem Sternpunkt. Schaltung der mitlaufenden, gegenlaufenden und Null-Netze

Schließlich kann die dritte Reihenschlußfehlermöglichkeit beim Netz mit nicht geerdetem Sternpunkt der Abb. 5.24c für den Bruch einer Leitung entnommen werden. Dann läßt sich anschreiben, daß

$$-I_a = I_b + I_c = 0; \text{ also } I_0 = 0,$$

$$U_{\beta} = U_{\gamma} = 0 = a^2 U_1 + a U_2 = a U_1 + a^2 U_2,$$

woraus sich

$$U_1 = U_2$$

ergibt.

Anderenteils besteht aber der Zusammenhang

$$I_a = I_1 + I_2 = 0.$$

Die Ersatznetze, die diesen Gleichungen entsprechen, sind in der Abb. 5.27a und b veranschaulicht. An der Fehlerstelle ist das gegenlaufende mit dem mitlaufenden Netz in Reihe geschaltet.

Die Stabilitätsgleichung lautet:

$$P'_e = 3 \frac{U U'_s}{X + X_2} \sin \delta,$$

wobei

$$X = X'_d + X_T + X_L$$

und

$$X_2 = X_{2G} + X_T + X_L$$

ist.

Bezüglich des Grades der Stabilität fällt der Bruch in einer Phasenleitung im ungeerdeten Netz zwischen den einphasigen bzw. zweiphasigen

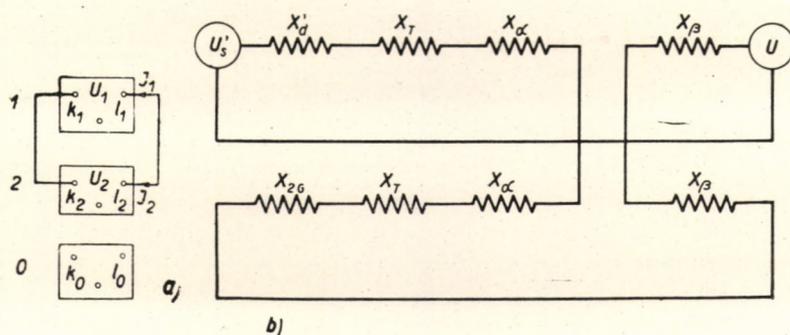


Abb. 5.27a, b. Eine Phasenleitung unterbrochen, der Sternpunkt des Systems ist nicht geerdet. Schaltung der mitlaufenden und gegenlaufenden Netze

Brüchen des geerdeten Netzes. In Abb. 5.28 wurden die Reihenschlußfehler und deren Ersatzschaltungen zusammengestellt. (Sind die beiden Fehlerstellen nicht isoliert, sondern über einen Widerstand verbunden, soll in die Ersatzschaltung ein Drittel der Impedanz, die den Reihenschlußfehler bildet, eingesetzt werden.)

Haben wir es mit einem Netz zu tun, bei dem auch der Nullpunkt des Generators geerdet ist und bei irgendeinem Fehler des Netzes auch durch den Nullpunkt des Generators Strom fließt, so ist der Generator für diese Fehlerströme mit seiner Nullreaktanz (s. Abschnitt 2.202) zu berücksichtigen.

Wir machen auch noch darauf aufmerksam, daß bei den Transformatoren mit Stern-Stern-Schaltung, bei denen nur eine Seite fest geerdet ist, die Nullreaktanz wesentlich zunimmt, weil der Nullstrom auf keine Gegenamperewindungen stößt. In diesem Fall werden die drei Transformator-säulen durch den Nullstrom magnetisiert, da aber dieser Erregerstrom für alle drei Säulen gleichphasig ist, tritt das magnetische Feld von allen drei Säulen über das Joch heraus und schließt hauptsächlich durch die Luft und

zum Teil über verschiedene Eisenbestandteile (Kessel, Ankerschrauben usw.), was unliebsame Erwärmungen zur Folge hat. (Der Verlauf der magnetisierenden Kraftlinien ist in Seitenansicht des Transformators aus Abb. 5.29 zu ersehen.) Zur Vermeidung dieses Fehlers werden in den Fällen, wenn aus irgendeinem Grund die Transformation von Stern zu Stern zu verwenden und der Sternpunkt auf einer Seite unmittelbar geerdet ist, im Transformator die

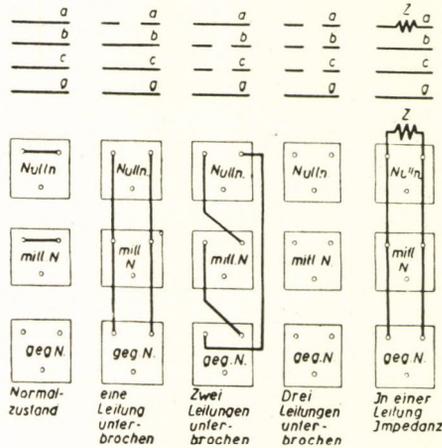


Abb. 5.28. Tabelle der Ersatzschaltungen für verschiedene Reihenschlußfehler

Gegenamperewindungen der Nullströme in Form einer Tertiärdreieckwicklung vorgesehen. In solchen Fällen ist aber die Nullreaktanz des Transformators im "allgemeinen" nicht mehr gleich den Kurzschlußreaktanzen der Stern-

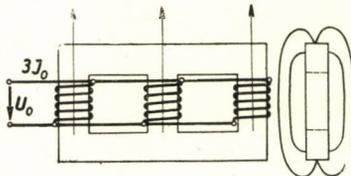


Abb. 5.29. Die Nullimpedanz eines in Stern geschalteten Transformators

Stern-Wicklungen (das ist die Reaktanz gegenüber mitlaufenden bzw. gegenlaufenden Strömen). Vielmehr wird der Wert der Nullreaktanz durch den gegenseitigen Drop der geerdeten Sternseite und der Tertiärdreieckwicklung bestimmt.

6. DIE STÄNDIGEN PENDELUNGEN DER SYNCHRONMASCHINEN

In den vorigen Kapiteln wurde die dynamische Stabilität der Synchronmaschinen behandelt. Nach den vorübergehenden Betriebsstörungen im Netz entstehen zwar Pendelungen, die aber normalerweise nach einigen Perioden aufhören, wobei sich der neue stationäre Zustand einstellt.

Es sind aber auch solche Betriebsverhältnisse anzutreffen, unter denen die Synchronmaschine ständig Pendelungen ausführt. Diese sind zumeist auf das Pulsieren des mechanischen Momentes zurückzuführen. Dieser Zustand kommt bei den Generatoren in dem seltenen Fall vor, wenn diese durch eine Kolbenmaschine angetrieben werden. Kolbendampfmaschinen findet man heute kaum noch, doch werden ziemlich oft mit Dieselmotor betriebene Generatoren verwendet (z. B. Hilfsaggregate). Die ständigen Pendelungen der Generatoren können aber auch von der mehr oder minder regelmäßigen Schwankung der Netzlast verursacht werden. Als solche störenden Lasten kommen z. B. Lichtbogenelektroöfen oder die zum Antrieb von Walzenstraßen dienenden Maschinengruppen bzw. die Motore von Pressen usw. in Betracht.

Die ständigen Pendelungen der Synchronmotore können ihre Begründung auch in der Schwankung der Netzspannung oder im Pulsieren des belastenden mechanischen Momentes finden (z. B. Kolbenkompressoren). Mit Rücksicht auf die Pendelneigung der Synchronmaschinen waren diese früher zum Antrieb von Arbeitsmaschinen mit pulsierendem Moment nicht beliebt. Mit dem Einsatz einer entsprechenden Dämpfung und eines entsprechenden Trägheitsmomentes läßt sich die Amplitude der Pendelungen auf ein annehmbar kleines Maß verringern, und somit finden die Synchronmotore neustens schon mit Vorliebe z. B. zum Antrieb von großen Kolbenkompressoren Verwendung, weil man durch den Motor doch die Blindleistungsaufnahme der Werkanlage und den Leistungsfaktor des Netzes gleichzeitig verbessern kann.

Manchmal können ständige Pendelungen auch ohne jeden sichtbaren äußeren Grund entstehen. Dies kann — wie wir sehen werden — besonders dann vorkommen, wenn der Wirkwiderstand des Ständers oder noch mehr derselbe des angeschlossenen Netzes relativ groß ist. Das Auftreten der selbst-erregten Pendelungen kann mit entsprechender Dämpfung oder durch zielmäßige Änderung der Erregung verhindert werden.

Durch die Pendelungen der Synchronmaschinen großer Leistungen kann der Netzbetrieb unruhig gestaltet werden. Die Stromaufnahme der pendelnden Maschine schwankt periodisch. Somit unterliegt auch die Größe

der Netzspannung infolge des veränderlichen Spannungsabfalles einer periodischen Änderung. Für die Spannungsschwankungen sind insbesondere die Beleuchtungsverbraucher empfindlich. Die durch die Glühlampen ausgestrahlte Lichtmenge ist in großem Maß spannungsabhängig, deshalb wird das Lesen bei Glühlampenlicht schon durch eine kleine Spannungsschwankung empfindlich gestört. Die Größe der zulässigen Spannungsschwankung hängt in erster Linie wegen physiologischer Gründe von der Frequenz des Pulsierens ab. Die in der Fachliteratur angeführten Vorschläge weisen eine ziemlich große Streuung auf. Im allgemeinen wird eine Spannungsschwankung von 0,5—1% zugelassen, wenn die Frequenz pro Sekunde 5—15 beträgt, und es wird eine größere Schwankung gestattet, wenn die Frequenz über oder unter dem erwähnten Bereich liegt.

Die Schwankung der Ständerströme kann nur dann bestimmt werden, wenn Amplitude und Frequenz der Maschinenpendelungen bekannt sind. Werden die Pendelungen durch das Pulsieren des mechanischen Momentes verursacht, so sind sie zwangserregt und ihre Frequenzen gleichen denen der im Antriebsmoment enthaltenen periodischen Komponenten. In diesem Fall wird die Amplitude durch die Masse, »Federkonstante« und Dämpfungsmoment des Systems definiert. Die Federkonstante, d. h. das Rückführungsmoment wird durchwegs von der Synchronmaschine herbeigeführt, an der Dämpfung nehmen in der Regel sowohl die Synchronmaschine elektrisch als auch die angetriebene Arbeitsmaschine mechanisch teil. Das rückführende (Synchronisierungs-) und das Dämpfungsmoment der Synchronmaschine sind hauptsächlich davon abhängig, wie schnell die Pendelungen erfolgen. Die dem stationären Betrieb entsprechende Momentenkurve und das daraus berechnete Synchronisierungsmoment (diese werden aus der synchronen Reaktanz und der Polspannung errechnet) dürfen nur dann verwendet werden, wenn der Verlauf der Pendelungen sehr langsam ist; als Anhaltspunkt geben wir die minimale Schwingungszeit von 10 Sekunden an. Bei schnelleren Pendelungen nimmt das Synchronisierungsmoment im Vergleich zum statischen Wert zu, wie in einer Beziehung bei den Untersuchungen der dynamischen Stabilität bereits schon angeführt wurde. Das Dämpfungsmoment ist gleichfalls stark schwingungszeitabhängig.

Im weiteren werden auch das Synchronisierungs- und Dämpfungsmoment der Synchronmaschine festgestellt (Abschnitt 6.106), wenn die Maschine Pendelungen bekannter Frequenz unterliegt. Bei freien Pendelungen kennt man die Frequenz nicht im voraus, in diesem Fall wird die Eigenschwingungszahl schätzungsweise angenommen (man berechnet z. B. mit Hilfe der synchronen oder transienten Reaktanz den Näherungswert des Synchronisierungsmomentes und beachtet zunächst die Dämpfung nicht) und hieraus das Synchronisierungs- und Dämpfungsmoment, sodann, in Kenntnis dieser, die Schwingungszeit bestimmt. Die Ausgangsdaten können notfalls auch korrigiert werden.

Es soll nun untersucht werden, welche Ströme und Momente entstehen, wenn der Läufer der Synchronmaschine um die dem normalen Betriebszustand entsprechende Lage Pendelungen bekannter Frequenz und Amplitude ausführt. Es wird vorausgesetzt, daß die Maschine mit einem Netz von sehr großer Leistung verbunden ist, die Ständerklemmenspannung wird also durch

die Pendelungen der Maschine nicht beeinflußt. Ist die Maschine an das Hochleistungsnetz nicht unmittelbar, sondern über Transformator, Fernleitung oder Kabel angeschlossen, so werden die Wirk- und Blindwiderstände als eine Erhöhung des Ständerwiderstandes und der Streureaktanz gedacht, und als Ständerklemme betrachtet man die Anschlußpunkte des Hochleistungsnetzes. Diese Voraussetzung ist natürlich nur dann möglich, wenn

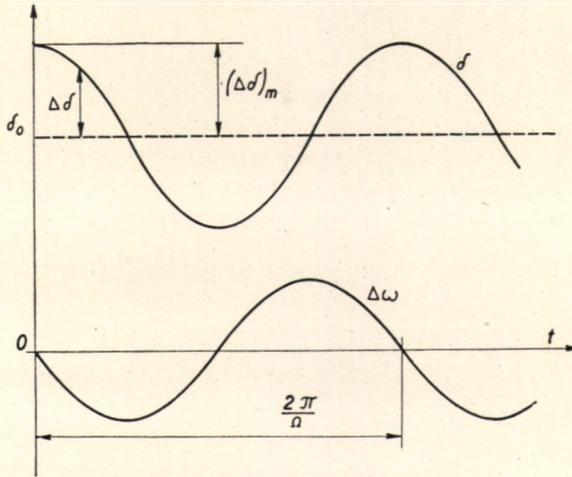


Abb. 6.1. Die Deutung der Winkeländerung bei pendelnden Synchronmaschinen

über die obengenannten Kraftübertragungselemente nur die untersuchte Synchronmaschine allein arbeitet.

Nach dem Vorstehenden wird von der Ständerklemmenspannung angenommen, daß diese eine rein sinusförmige, symmetrische, mitlaufende Spannung ist, der Vektor, der die Spannung der drei Phasen darstellt: U_s ist konstant und dreht sich genau mit der synchronen Winkelgeschwindigkeit ω_1 . Im normalen, pendelungsfreien Betrieb dreht sich auch der Läufer genau mit der synchronen Geschwindigkeit, bei zweipoligen Maschinen stimmt die mechanische Winkelgeschwindigkeit des Läufers mit der elektrischen der Vektoren: ω_1 überein, bei Polzahl $2p$ beträgt die Winkelgeschwindigkeit des Läufers ω_1/p . Im Leerlaufzustand der Maschine eilt die Polachse des Läufers im Vergleich zum Vektor U_s um 90° elektrische Grade nach. Wird die Maschine belastet, so verdreht sich der Läufer, auf die Leerlaufpollage bezogen, um den Lastwinkel δ_0 , wobei er bei konstanter Last genau mit der synchronen Winkelgeschwindigkeit umläuft. Wird nunmehr dieser Lastzustand von Pendelungen überlagert, so ändert sich der Lastwinkel δ , durch welchen die momentane Mittelstellung des Läufers bestimmt ist, periodisch um den Wert δ_0 (Abb. 6.1), ($\delta = \delta_0 + \Delta\delta$). Die Gleichung — sinusförmige Pendelungen des Läufers vorausgesetzt — lautet (Abb. 6.2):

$$\Delta\delta = (\Delta\delta)_m \cos \Omega t. \tag{6.1}$$

$(\Delta \delta)_m$ ist die Amplitude der elektrischen Winkelpendelung, Ω die Kreisfrequenz der Pendelungen. Die Schwingungszeit bzw. die Frequenz pro Zeiteinheit beträgt:

$$T = \frac{2\pi}{\Omega}; \quad f = \frac{\Omega}{2\pi}. \quad (6.2)$$

Die mechanische Winkeländerung des Läufers beläuft sich bei mehrpoligen Maschinen auf $\frac{\Delta \delta}{p}$. Die Winkelgeschwindigkeit des Läufers ist (in elektrischen Graden gerechnet), mit Berücksichtigung, daß der Winkel δ auf die Rich-

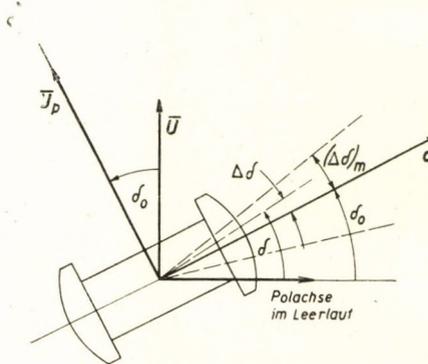


Abb. 6.2. Die Änderung des Lastwinkels und der Winkelgeschwindigkeit bei sinusförmigen Pendelungen

tung der mit synchroner Winkelgeschwindigkeit umlaufenden Leerlaufpolachse bezogen wurde:

$$\omega^* = \omega_1 + \frac{d\Delta\delta}{dt},$$

d. h. also

$$\omega = \omega_1 - \Omega (\Delta\delta)_m \sin \Omega t;$$

die Abweichung von der synchronen Winkelgeschwindigkeit ω_1 ist daher

$$\Delta\omega = -\Omega (\Delta\delta)_m \sin \Omega t. \quad (6.3)$$

6.10. DIE UNTERSUCHUNG DER PENDELUNGEN KLEINER AMPLITUDEN UNTER VERNACHLÄSSIGUNG DER STÄNDERWIRKWIDERSTÄNDE

Die Berechnungen werden durch die Vernachlässigung der Ständerwirkwiderstände stark vereinfacht. Im stillstehenden Koordinatensystem ist nämlich die Spannungsgleichung des Ständers

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{i}_s R_s + \frac{d\psi_s}{dt}$$

Diese Gleichung behält ihre Gültigkeit auch während der Pendelungen. Die Spannung \mathbf{u}_s dreht sich genau synchron, es gilt also $\mathbf{u}_s = U_s e^{j\omega_1 t}$ und bei $R_s = 0$ kann angeschrieben werden, daß

$$\psi_s = \int U_s dt = \frac{1}{j\omega_1} U_s e^{j\omega_1 t} + c.$$

c bedeutet eine konstante freie Komponente, die wegen der in Wirklichkeit doch vorhandenen Wirkwiderstände auf Null abklingt. Im stationären Pendelungszustand ist also $c = 0$, daraus folgt, daß

$$\psi_s = \frac{1}{j\omega_1} U_s e^{j\omega_1 t}.$$

Der Ständerflußvektor dreht sich also genau mit der Winkelgeschwindigkeit ω_1 und bleibt hinter U_s um 90° zurück. Die Richtung von ψ_s fällt in die Richtung der Leerlaufpolachse. Sie besitzt auch eine konstante Größe:

$$\Psi_s = \frac{U_s}{\omega_1}. \quad (6.4)$$

Der Läufer hat bei Pendelungen im Vergleich zu diesem Flußfeld eine relative Winkelgeschwindigkeit. Gemäß Zusammenhang (6.3) ändert sich auch diese Winkelgeschwindigkeit mit der Kreisfrequenz Ω . Hinsichtlich des Läufers besteht die gleiche Lage, als ob man diesen im stillstehenden Feld im gleichen Tempo, das der Kreisfrequenz Ω entspricht, schwingen lassen würde. In den Stromkreisen des Läufers wird eine Spannung von Kreisfrequenz Ω induziert, und es entstehen Ströme von solcher Frequenz. In den Dämpferstromkreisen werden nur Ströme von Kreisfrequenz Ω vorkommen, in der Erregerwicklung wird der Erregergleichstrom durch diese Ströme überlagert. Die Ständerströme weichen auch von ihren normalen Betriebswerten ab, Größe und Frequenz schwanken periodisch, einesteils infolge des Einflusses der obengenannten Läuferströme,

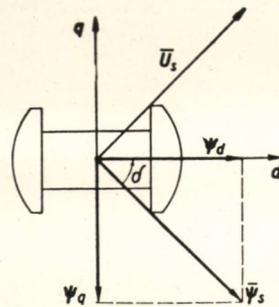


Abb. 6.3. Die Komponenten des Ständerflusses

anderenteils wegen der periodischen Änderung der magnetischen Leitfähigkeit längs des Luftspaltes. Man geht am zweckmäßigsten vor, wenn man die Ständerströme im mit dem Läufer mitlaufenden Koordinatensystem prüft.

Im normalen Betriebszustand sind Ständerfluß und Erregung der Ständerströme genau synchron, sie laufen mit dem Läufer mit, daher sind auch ihre Vektoren (ψ_{s0} und i_{s0}) im Läuferkoordinatensystem konstant, was auch für ihre Koordinaten gilt (ψ_{d0} , ψ_{q0} und i_{d0} , i_{q0} sind konstant). Bei Pendelungen besitzt der sich mit synchroner Winkelgeschwindigkeit drehende Vektor im Vergleich zum Läufer die relative Winkelgeschwindigkeit $-\Delta\omega$. Wenn der Läufer im Vergleich zur normalen Betriebsstellung um den Winkel $\Delta\delta$ voreilt, bedeutet dies mit anderen Worten, daß der Vektor ψ_s im Vergleich zum Läufer um den Winkel $\Delta\delta$ nacheilt. Die Längs- und Querkomponenten des Vektors ändern sich während der Pendelungen. Es gilt gemäß Abb. 6.3, die unter Zugrundelegung des Läuferkoordinatensystems gezeichnet wurde, daß

$$\begin{aligned}\psi_d &= \psi_s \cos \delta, \\ \psi_q &= -\psi_s \sin \delta.\end{aligned}$$

Unter Berücksichtigung von $\delta = \delta_0 + \Delta\delta$ folgt, daß

$$\begin{aligned}\psi_d &= \psi_s \cos \delta_0 \cos \Delta\delta - \psi_s \sin \delta_0 \sin \Delta\delta, \\ \psi_q &= -\psi_s \sin \delta_0 \cos \Delta\delta - \psi_s \cos \delta_0 \sin \Delta\delta.\end{aligned}$$

Nachdem nur kleine Winkeländerungen vorausgesetzt werden, sind $\cos \Delta\delta \approx 1$ und $\sin \Delta\delta \approx \Delta\delta$. Die ersten Glieder auf den rechten Seiten der Gleichungen sind die normalen Betriebsflüsse:

$$\left. \begin{aligned}\psi_{d0} &= \psi_s \cos \delta_0 = \frac{U_s}{\omega_1} \cos \delta_0, \\ \psi_{q0} &= -\psi_s \sin \delta_0 = -\frac{U_s}{\omega_1} \sin \delta_0,\end{aligned} \right\} \quad (6.5)$$

die zweiten Glieder sind die Flußänderungen während der Pendelungen:

$$\left. \begin{aligned}\Delta\psi_d &= -\psi_s \sin \delta_0 \Delta\delta = -\frac{U_s}{\omega_1} \sin \delta_0 \cdot \Delta\delta, \\ \Delta\psi_q &= -\psi_s \cos \delta_0 \Delta\delta = -\frac{U_s}{\omega_1} \cos \delta_0 \cdot \Delta\delta.\end{aligned} \right\} \quad (6.6)$$

Da sich $\Delta\delta$ periodisch ändert, ändern sich auch $\Delta\psi_d$ und $\Delta\psi_q$ gleichzeitig, die Änderungen der drei Größen finden in derselben Phase statt und erreichen ihren Höchstwert gleichzeitig. Auf Grund der Längs- und Querflußänderungen kann auch die Änderung des Ständerstromes ermittelt werden.

6.101. Die Bestimmung der Ständerstromänderung (Δi_s)

Es wird durch die Gleichungen (6.6) vorgeschrieben, wie sich die Längs- und Querflüsse des Ständers während der Pendelungen zu ändern haben. Daraus kann auch bestimmt werden, wie sich die Ströme ändern müssen. Die Berechnungen sollen im allgemeinen zuerst für die mit ausgeprägten Polen und Dämpferwicklungen versehenen Maschinen vorgenommen werden.

Sämtliche Ströme und Flüsse sollen in ihre Längs- und Querkomponenten zerlegt werden (z. B. $\mathbf{i}_s = \mathbf{i}_d + \mathbf{j}i_q$). Kennt man die Ständerflüsse, so können die Längs- und Querwerte unter Anwendung des Läuferkoordinatensystems unabhängig voneinander behandelt werden.

Untersuchen wir zuerst die in Längsrichtung herrschenden Bedingungen. Der Ständerfluß $\Delta\psi_d$ muß sich mit $\Delta\delta$ verhältnismäßig gemäß $\cos \Omega t$ ändern. Deshalb muß in der Komponente i_d des Ständerstromes eine solche Änderung Δi_d vorliegen, die ebenfalls periodisch verläuft und von der die normale konstante Betriebskomponente i_{d0} überlagert wird. Die Komponente Δi_d stellt eine veränderliche Erregung in Polrichtung dar und erzeugt wie die Primärwicklung eines Transformators in der kurzgeschlossenen Längsdämpferwicklung und in der über die Erregermaschine kurzgeschlossenen Erregerwicklung Ströme von gleicher Frequenz. Bezeichnet man die normalen Betriebswerte mit Index 0, so ist

$$\text{die Längskomponente des Ständerstromes } i_d = i_{d0} + \Delta i_d,$$

$$\text{der Strom der Erregerwicklung } i_r = i_{r0} + \Delta i_r,$$

$$\text{der Strom des Längsdämpferstromkreises } i_D = i_{D0} + \Delta i_D = \Delta i_D,$$

weil in den Dämpferstromkreisen unter normalen Betriebsverhältnissen kein Strom fließt ($i_{D0} = 0$).

Die mit Δ bezeichneten Werte ändern sich alle sinusförmig mit der Kreisfrequenz Ω . Der Ständerfluß, wird durch die Ständer- und Läuferströme gemeinsam erzeugt. Die Läuferstromkreise werden auf eine solche Übersetzung umgerechnet, daß die drei Längswicklungen (Ständer-, Erreger- und Dämpferwicklung) untereinander paarweise den gleichen gegenseitigen Induktivitätskoeffizienten aufweisen sollen. Mithin wird der Längsfluß des Ständers mit Bezeichnungen laut Abschnitt 4.112:

$$\psi_{d0} + \Delta\psi_d = (i_{d0} + \Delta i_d)(L_{sl} + L_{md}) + (i_{r0} + \Delta i_r)L_{md} + \Delta i_D L_{md}$$

sein. Trennt man die konstanten und veränderlichen Teile ($L_{sl} + L_{md} = L_d$ eingesetzt), ergibt sich, daß

$$\psi_{d0} = i_{d0} L_d + i_{r0} L_{md}, \quad (6.7)$$

$$\Delta\psi_d = \Delta i_d (L_{sl} + L_{md}) + \Delta i_r L_{md} + \Delta i_D L_{md}. \quad (6.8)$$

Ähnlicherweise ist es möglich, den mit der Erreger- bzw. Dämpferwicklung verketteten Läuferfluß anzuschreiben.

Es sollen nun die Spannungsgleichungen der Erregerwicklung und des Dämpferstromkreises für Längsrichtung angegeben werden:

$$U_e = (i_{r0} + \Delta i_r) R_r + \frac{d\Delta i_d}{dt} L_{md} + \frac{d\Delta i_r}{dt} (L_{rl} + L_{md}) + \frac{d\Delta i_D}{dt} L_{md}, \quad (6.9)$$

$$0 = \Delta i_D R_D + \frac{d\Delta i_d}{dt} L_{md} + \frac{d\Delta i_r}{dt} L_{md} + \frac{d\Delta i_D}{dt} (L_{md} + L_{Dl}). \quad (6.10)$$

Im normalen Betriebszustand ist $U_e = i_{r0} R_r$. Beide Glieder heben sich also in Gleichung (6.9) auf. Da $\Delta \psi_d$ aus (6.6) bekannt ist, kann man aus Gleichungen (6.8), (6.9) und (6.10) die unbekanntenen Ströme Δi_d , Δi_r und Δi_D bestimmen. Von diesen benötigen wir nun den Strom Δi_d . Die Skalarwerte bzw. die Momentanwerte der Stromänderungen ändern sich im stationären Pendelzustand sinusförmig mit der Kreisfrequenz Ω , sind also Wechselströme von Frequenz $\frac{\Omega}{2\pi}$. Die Lösung ist am leichtesten mit der bei Wechselstromberechnungen üblichen Methode der komplexen Zeitvektoren erhältlich. Statt der sinusförmig veränderlichen Größen arbeitet man mit komplexen Zeigern, die sich mit Winkelgeschwindigkeit Ω drehen, wobei ihre reellen Teile als physikalische Wirklichkeit angesehen werden. Auch der Winkel $\Delta \delta$ ändert sich mit der Kreisfrequenz Ω , wir können daher zu seiner Darstellung die komplexe Zahl

$$\Delta \delta = (\Delta \delta)_m e^{j\Omega t} = (\Delta \delta)_m (\cos \Omega t + j \sin \Omega t) \quad (6.11)$$

einführen. Die Winkelgeschwindigkeitsänderung beträgt

$$\Delta \omega = \frac{d\Delta \delta}{dt} = j\Omega (\Delta \delta)_m e^{j\Omega t} = j\Omega \Delta \delta.$$

Gemäß (6.6) ist die Ständerlängsflußänderung

$$\Delta \psi_d = - \frac{U_s}{\omega_1} \sin \delta_0 \Delta \delta. \quad (6.12)$$

Man kann für die Stromänderungen ähnliche Vektoren einführen. Die Gleichungen (6.8), (6.9) und (6.10) sollen in komplexer Form aufgeschrieben werden. Damit sämtliche Gleichungen Spannungsgleichungen sein sollen, wird die erste Ableitung der Gleichung (6.8) nach der Zeit berechnet. Wie bekannt, kann man anstatt der Differenzierung mit $j\Omega$ multiplizieren. Damit ist

$$\left. \begin{aligned} j\Omega \Delta \psi_d &= \Delta i_d j\Omega (L_{sl} + L_{md}) + \Delta i_r j\Omega L_{md} + \Delta i_D j\Omega L_{md}, \\ 0 &= \Delta i_d j\Omega L_{md} + \Delta i_r [R_r + j\Omega (L_{rl} + L_{md})] + \Delta i_D j\Omega L_{md}, \\ 0 &= \Delta i_d j\Omega L_{md} + \Delta i_r j\Omega L_{md} + \Delta i_D [R_D + j\Omega (L_{Dl} + L_{md})]. \end{aligned} \right\} \quad (6.13)$$

Die Gleichungen (6.13) sind eigentlich die Spannungsgleichungen des in Abb. 6.4 dargestellten Stromkreises. Er entspricht einem Dreiwicklungstransformator, an dessen Primärwicklung eine Spannung von Größe $j\Omega\Delta\psi_d$ und Kreisfrequenz Ω gelegt wurde und dessen beide Sekundärwicklungen kurzgeschlossen sind. Die Reaktanzen der Induktivitäten müssen mit der Kreisfrequenz Ω berechnet werden. Ist die auf die beiden Primärklemmen bezogene resultierende Impedanz $Z_{d\Omega}$, so wird der gesuchte Strom Δi_d :

$$\Delta i_d = \frac{j\Omega\Delta\psi_d}{Z_{d\Omega}} \quad (6.14)$$

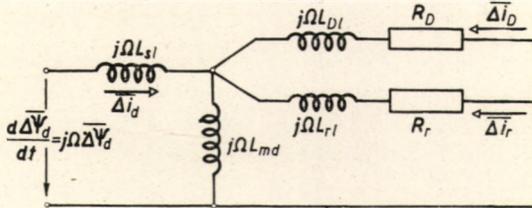


Abb. 6.4. Die für die Änderung der Größen von Richtung d gültige Ersatzschaltung bei Pendelungen mit Kreisfrequenz Ω

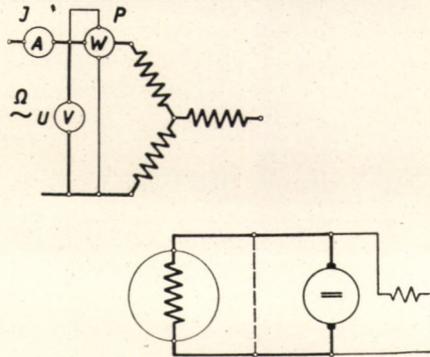


Abb. 6.5. Das Messen der Pendelimpedanz von Richtung d

sein. Die Impedanz $Z_{d\Omega}$ hängt von der Kreisfrequenz Ω ab. Ihr Wert kann auch mit Messung bestimmt werden. Man schaltet nämlich an zwei Klemmen der stillstehenden Synchronmaschine eine einphasige Wechselspannung von der kleinen Kreisfrequenz Ω (Abb. 6.5) und bestimmt die Impedanz durch Messen der Klemmenspannung des Stromes und der Leistung. Der Läufer muß mit seiner Längsrichtung (d) gegenüber der resultierenden Ständerwicklung stehen. Die Erregerwicklung soll über die Erregermaschine kurzgeschlossen sein, oder sie kann notfalls auch direkt kurzgeschlossen werden. Die Stellung d läßt sich mit Hilfe des in den Erregerkreis eingeschalteten Amperemeters verwirklichen. Wird die Speisespannung konstant gehalten, so ist der Läufer in eine solche Stellung zu verdrehen, daß das Amperemeter den größten Strom anzeigt. Die gemessene Impedanz beträgt wegen der in Reihe geschal-

teten beiden Wicklungen und der Wicklungsfaktoren das Zweifache des auf eine Phase bezogenen Wertes. Man berechnet aus den gemessenen Werten, aus U , I und P , zuerst die Werte von $\cos \varphi$ und $\sin \varphi$, sodann die gesuchte Impedanz

$$\mathbf{Z}_{d\Omega} = \frac{U}{2I} e^{j\varphi} - R_s = \frac{U}{2I} (\cos \varphi + j \sin \varphi) - R_s.$$

Bei der Messung kann man natürlich nur eine entsprechend kleine Spannung anwenden. Wegen der großen Ströme soll die Spannung auf einem kleineren Wert gehalten werden, als es durch den Fluß $2 \frac{\Omega}{\omega_1} U_{np}$ bedingt wäre. Mit

der Messung kann nur der ungesättigte Wert ermittelt werden. Bei den Messungen bereiten die Stromquellen meistens Kopfzerbrechen, da es im allgemeinen schwierig ist, eine Spannung von sehr kleiner Frequenz stabil zu erzeugen. Trotzdem die Spannung klein ist, muß die Typenleistung des als Stromquelle dienenden Generators groß sein.

Da es hier entscheidend ist, daß die Verhältnisse $\frac{R}{X}$ in den Läuferkreisen

die gleichen bleiben wie im Pendelungszustand, also wenn im Läufer Ströme von Kreisfrequenz Ω fließen, kann diese Messung im Stillstand nie mit der Spannung von Kreisfrequenz ω_1 durchgeführt werden.

Es ist zweckmäßig, in Gleichung (6.14), wie es in der Theorie des Asynchronmotors üblich ist, die im Zähler stehende Spannung und im Nenner vorkommende Impedanz mit $\frac{\omega_1}{\Omega} = \frac{1}{\nu}$ zu multiplizieren. Der Strom bleibt dabei natürlich unverändert. Das bedeutet, daß beide Seiten der Gleichungen (6.13)

mit $\frac{\omega_1}{\Omega}$ multipliziert werden. Deshalb sind alle Widerstände der Abb. 6.4 in diesem Verhältnis zu erhöhen. Somit werden sämtliche Induktivwiderstände $\left(\frac{\omega_1}{\Omega} \Omega L = \omega_1 L \right)$ einen auf die normale Netzfrequenz bezogenen konstanten

Wert X haben. Hingegen werden die Wirkwiderstände durch $\frac{\omega_1}{\Omega} R = \frac{R}{\nu}$ ersetzt. Die resultierende Impedanz beträgt

$$\frac{\omega_1}{\Omega} \mathbf{Z}_{d\Omega} = \mathbf{Z}_d.$$

Die Impedanz \mathbf{Z}_d ist die Resultierende der in Abb. 6.6 dargestellten Ersatzschaltung. An die Primärklemmen ist jetzt unter Berücksichtigung des Zusammenhanges (6.12) die Spannung

$$\frac{\omega_1}{\Omega} j\Omega \Delta\psi_d = -j U_s \sin \delta_0 \cdot \Delta\delta$$

zu legen. Der gesuchte Strom Δi_d ist also

$$\Delta i_d = \frac{j\omega_1 \Delta \psi_d}{Z_d} = \frac{-j U_s \sin \delta_0}{Z_d} \Delta \delta. \quad (6.15)$$

Die Änderung der Querkomponente des Ständerstromes können wir anhand

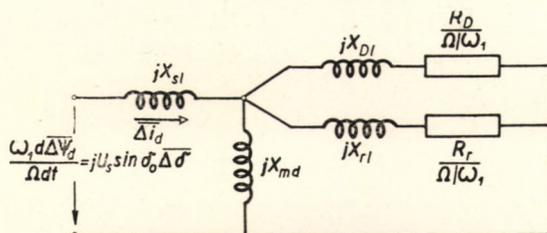


Abb. 6.6. Die Ersatzschaltung der auf die Netzkreisfrequenz umgerechneten Pendelimpedanz von Richtung d

eines ähnlichen Gedankenganges bekommen:

$$\Delta i_q = \frac{j\omega_1 \Delta \psi_q}{Z_q} = \frac{-j U_s \cos \delta_0}{Z_q} \Delta \delta. \quad (6.16)$$

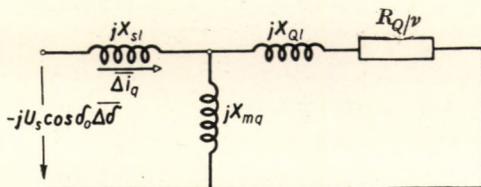


Abb. 6.7. Die Ersatzschaltung der auf die Netzkreisfrequenz umgerechneten Pendelimpedanz von Richtung q

Für die Impedanz Z_q gilt die Schaltung gemäß Abb. 6.7. Sie kann analog zur Abb. 6.5 gemessen werden, lediglich der Läufer ist in Querrichtung einzustellen. Im allgemeinen hängt auch die Impedanz Z_q von Ω ab.

6.102. Die Pendelimpedanzen von Synchronmaschinen

Es sollen nun die Impedanzen Z_d und Z_q eingehender geprüft werden. Die Ersatzschaltung, die aus den Abbildungen 6.6 und 6.7 hervorgeht, ist ähnlich wie bei den Asynchronmotoren. Die Rolle des Schlupfes fällt dem Verhältnis $\frac{\Omega}{\omega_1} = \nu$ zu. Nachdem sich auf dem Läufer in Längsrichtung zwei kurzgeschlossene Wicklungen bzw. Stromkreise befinden, entspricht Abb. 6.6

einem Asynchronmotor mit Doppelkäfigläufer. Wurde keine Längsdämpferwicklung angeordnet und ist der Läufer lamelliert, so bleibt der Zweig D weg, und die Schaltung ist auch in Längsrichtung nur jener des Einkäfigläufermotors ähnlich. In Querrichtung sind die Verhältnisse besonders einfach, wenn kein Dämpferstromkreis vorgesehen wurde. Dann ist nämlich $\mathbf{Z}_q = j(X_{sl} + X_{mq}) = jX_q$ von der Pendelkreisfrequenz unabhängig konstant.

Es sollen die Impedanzwerte für sehr langsame und sehr schnelle Pendelungen bestimmt werden. Die Maschine soll mit ausgeprägten Polen und Dämpferwicklung ausgeführt sein. Bei sehr langsamen Pendelungen ist ν annähernd gleich Null, womit der in den Läuferstromkreisen vorkommende

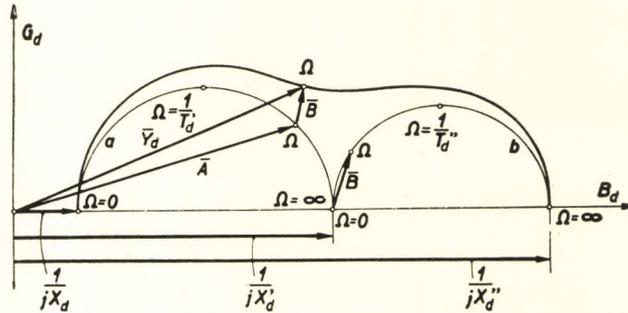


Abb. 6.8. Die annähernde Konstruktion der Pendeladmittanz von Richtung d

Wert $\frac{R}{\nu}$ unendlich groß wird, die Läuferstromkreise können also als offen betrachtet werden. Ist also $\nu = 0$, dann gilt, daß

$$\mathbf{Z}_d = j(X_{sl} + X_{md}) = jX_d,$$

$$\mathbf{Z}_q = j(X_{sl} + X_{mq}) = jX_q.$$

Bei sehr langsamen Pendelungen kann die Synchronreaktanz als Pendelimpedanz verwendet werden. Sind hingegen die Pendelungen schnell, so ist auch ν groß und die Läuferkreiswirkwiderstände lassen sich vernachlässigen. Denkt man diese durch einen Kurzschluß ersetzt, dann stimmt die Ersatzschaltung mit jener der subtransienten Reaktanz überein (Abb. 4.45b). Genau würde das nur bei $\nu = \infty$ stimmen, dann gilt nämlich genau:

$$\mathbf{Z}_d = jX_d'' \quad \text{und} \quad \mathbf{Z}_q = jX_q''.$$

Bei äußerst raschen Pendelungen, wenn die Werte $\frac{R}{\nu}$ im Vergleich zur Streureaktanz schon sehr klein sind, kann man die Pendelimpedanzen den subtransienten Reaktanzen gleichsetzen.

Wurde auf dem Läufer kein Dämpferstromkreis vorgesehen, so gewinnt man bei sehr schnellen Pendelungen die Ersatzschaltung der transienten

Reaktanz (s. Abb. 4.17), demnach ist

$$\mathbf{Z}_d = jX'_d.$$

Schreiben wir die Impedanz \mathbf{Z}_d über Ω zuerst für eine Maschine an, die keinen Dämpferkreis hat. Das Verhältnis $\frac{\Omega}{\omega_1}$ soll mit ν bezeichnet werden, dann ist

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_d &= jX_{sl} + \frac{jX_{md}(jX_{rl} + R_r/\nu)}{j(X_{rl} + X_{md}) + R_r/\nu} = \\ &= \frac{j(X_{sl} + X_{md})j(X_{rl} + X_{md}) - (jX_{md})^2 + j(X_{sl} + X_{md})R_r/\nu}{j(X_{rl} + X_{md}) + R_r/\nu}. \end{aligned}$$

Unter Anwendung von

$$X_{sl} + X_{md} = X_d; \quad X_{rl} + X_{md} = X_r; \quad X_d X_r - X_{md}^2 = X_r X'_d$$

folgt, daß

$$\mathbf{Z}_d = jX_d \frac{jX_r \frac{X'_d}{X_d} + \frac{R_r}{\nu}}{jX_r + \frac{R_r}{\nu}}.$$

Teilt man Zähler und Nenner durch $\frac{R_r}{\nu}$ und unter Berücksichtigung, daß

$$\frac{X_r}{R_r} \nu = \frac{X_r}{R_r \omega_1} \Omega = T'_{d0} \Omega; \quad \frac{X_r}{R_r} \frac{X'_d}{X_d} \nu = T'_d \Omega,$$

ergibt sich, daß

$$\mathbf{Z}_d = jX_d \frac{j\Omega T'_d + 1}{j\Omega T'_{d0} + 1}. \quad (6.17)$$

Zur Berechnung von $\Delta \mathbf{i}_d$ ist die Admittanz $\frac{1}{\mathbf{Z}_d} = \mathbf{Y}_d$ erforderlich, deren Wert

$$\mathbf{Y}_d = \frac{1}{jX_d} \frac{j\Omega T'_{d0} + 1}{j\Omega T'_d + 1} \quad (6.18)$$

gleichkommt. \mathbf{Y}_d ist also eine lineare Bruchfunktion der Kreisfrequenz Ω , ändert sich also Ω , so beschreibt der Endpunkt von \mathbf{Y}_d einen Kreis.

Bei $\Omega = 0$ gilt, daß

$$\mathbf{Y}_d = \frac{1}{jX_d}.$$

Für $\Omega = \infty$ läßt sich anschreiben, daß

$$\mathbf{Y}_d = \frac{1}{jX_d} \frac{T'_{d0}}{T'_d} = \frac{1}{jX'_d};$$

ist $\Omega = \frac{1}{T'_d}$, so folgt, daß

$$\mathbf{Y}_d = \frac{1}{jX_d} \frac{jX_d/X'_d + 1}{j + 1} = \frac{1}{jX_d} + \left(\frac{1}{jX'_d} - \frac{1}{jX_d} \right) \frac{1 + j}{2},$$

wobei $T'_d/T'_{d0} = X'_d/X_d$ gesetzt wurde. Auf Grund der drei Punkte wurde der Kreis von \mathbf{Y}_d konstruiert (Kreis *a* in Abb. 6.8). Nachdem Ω nur positive Werte annimmt, hat man lediglich den oberen Halbkreis zu zeichnen. Der Kreismittelpunkt liegt auf der Abszissenachse, der Halbkreis wird durch den Punkt, der zu $\Omega = \frac{1}{T'_d}$ gehört, halbiert. Die Werte von Ω sind uns in den drei

Punkten ebenfalls bekannt, daher kann man eine Ω -Skala konstruieren, genau so wie die Schlupfskala beim Kreisdiagramm der Asynchronmotoren. Man sieht, daß die im normalen stationären Betrieb bestehende synchrone Reaktanz nur bei sehr kleinen Ω -Werten Anwendung finden kann. Bei

$$\Omega = \frac{X'_d}{X_d - X'_d} \frac{1}{T'_d}$$

ist

$$\mathbf{Y}_d \approx (1 + j) \frac{1}{jX_d};$$

es besteht also als Absolutwert der $\sqrt{2}$ -fache Wert. Für Synchronmaschinen mit Leistungen von einigen Hundert kW kann zur Orientierung angenommen werden, daß $T'_d = 0,3$ sec, $X_d = 100\%$, $X'_d = 33\%$ ist, somit gehört zum obigen $\sqrt{2}$ -fachen Wert $\Omega = 1/0,6$ sec⁻¹ Pendelungskreisfrequenz, also $T = 2\pi \cdot 0,6 \approx 4$ sec Pendelungszeit. Bei solchen oder bei noch schnelleren Pendelungen kann man nicht mehr mit synchroner Reaktanz rechnen. Als Anhaltspunkt geben wir für große Turbogeneratoren an, daß $T'_d = 1$ sec, $X_d = 180\%$, $X'_d = 20\%$, zur $\sqrt{2}$ -fachen Abweichung gehört also eine Pende-

lungszeit von $T = 50$ sec. Deshalb kann man bei großen Turbogeneratoren nicht mehr mit der synchronen Reaktanz rechnen, falls die Pendelungszeit 50 sec. oder kleiner ist.

Sodann soll eine Maschine mit Dämpferwicklung untersucht werden. Der Wirkwiderstand der Dämpferwicklung ist allgemein weit größer als der der Erregerwicklung. Deshalb kann man bei langsamen Pendelungen (bis etwa $\Omega = 2 \frac{1}{T'_d}$) den Dämpferkreis vernachlässigen und den kleinen Ω -Wer-

ten zugeordneten Teil des für \mathbf{Y}_d vorher erhaltenen Kreises a beibehalten. Nimmt die Frequenz der Pendelungen zu, so kann im Vergleich zu den Induktivwiderständen der Wert $\frac{R_r}{\nu}$ früher vernachlässigt werden als der Wert $\frac{R_D}{\nu}$.

Prüfen wir also den Wert der Impedanz \mathbf{Z}_d bzw. der Admittanz \mathbf{Y}_d , wenn der Wirkwiderstand der Erregerwicklung unberücksichtigt bleibt. Dann läßt sich die Streureaktanz X_{rl} und die Reaktanz X_{md} gemäß Abb. 6.6 zu einer einzigen Reaktanz zusammenziehen, deren Wert infolge der Parallelschaltung $\frac{X_{rl} X_{md}}{X_{rl} + X_{md}}$ ist. Damit wird die Abbildung zum vorher untersuchten Fall ohne

Dämpferkreis ähnlich sein, jedoch mit dem Unterschied, daß die Rolle des Erregerkreises dem Dämpferkreis zufällt und an Stelle der Reaktanz X_{md} die Reaktanz $\frac{X_{rl} X_{md}}{X_{rl} + X_{md}}$ anzunehmen ist. Die für den vorstehenden Fall

gewonnenen Zusammenhänge (6.17) und (6.18) können sinngemäß Verwendung finden. Der in der Formel vorkommende Ausdruck $jX_d = j(X_{sl} + X_{md})$ ist durch die Reaktanz

$$j \left[X_{sl} + \frac{X_{rl} X_{md}}{X_{rl} + X_{md}} \right]$$

zu ersetzen, diese ist wiederum gemäß (4.19) die transiente Reaktanz jX'_d . Statt der mit dem Wirkwiderstand des Erregerkreises bestimmten Zeitkonstanten T'_{d0} und T'_d sind die durch den Wirkwiderstand des Dämpferkreises bestimmten subtransienten Zeitkonstanten zu nehmen. So kann bei genug schnellen Pendelungen, wenn $\frac{R_r}{\nu}$ im Vergleich zu X_{rl} schon vernachlässigt werden kann, angeschrieben werden, daß

$$\mathbf{Z}_d = jX'_d \frac{j\Omega T'_d + 1}{j\Omega T'_{d0} + 1} \tag{6.19}$$

bzw.

$$\mathbf{Y}_d = \frac{1}{jX'_d} \frac{j\Omega T'_{d0} + 1}{j\Omega T'_d + 1} \tag{6.20}$$

\mathbf{Y}_d ist auch in diesem Fall die lineare Bruchfunktion von Ω , der Endpunkt der Admittanz, beschreibt also einen Kreis (Kreis *b* in Abb. 6.8). Einige gut bestimmbare Punkte des Kreises sind:

$$\begin{aligned} \Omega = 0 & & \Omega = \infty & & \Omega = \frac{1}{T_d''}, \\ \mathbf{Y}_d = \frac{1}{jX_d'} & & \mathbf{Y}_d = \frac{1}{jX_d''} & & \mathbf{Y}_d = \frac{1}{jX_d'} + \left[\frac{1}{jX_d''} - \frac{1}{jX_d'} \right] \frac{1+j}{2}. \end{aligned}$$

Dieser Kreis gilt für schnelle Pendelungen, also kann sein vom Höchstpunkt rechts liegender Teil benutzt werden. Der zu $\Omega = \frac{1}{T_d''}$ gehörige Punkt halbiert den Halbkreis.

Mit Hilfe der Operatorimpedanz der Synchronmaschine oder mit Auflösung des Gleichungssystems (6.13) kann bewiesen werden, daß die Form der Admittanz \mathbf{Y}_d , die für sämtliche Kreisfrequenzen (Ω) gültig ist,

$$\mathbf{Y}_d \cong \frac{1}{jX_d} \frac{(j\Omega T_{d0}' + 1)(j\Omega T_{d0}'' + 1)}{(j\Omega T_d' + 1)(j\Omega T_d'' + 1)} \quad (6.21)$$

sein wird. Durch den Endpunkt von \mathbf{Y}_d wird also bei der Änderung von Ω eine Kurve höherer Ordnung beschrieben. Die Berechnung unter Zugrundelegung dieses Zusammenhanges gestaltet sich etwas verwickelt, für die Praxis ist es viel vorteilhafter, wenn man mit nachstehendem Näherungswert von \mathbf{Y}_d rechnet:

$$\mathbf{Y}_d \approx \frac{1}{jX_d} \frac{j\Omega T_{d0}' + 1}{j\Omega T_d' + 1} + \left[\frac{1}{jX_d} \frac{j\Omega T_{d0}'' + 1}{j\Omega T_d'' + 1} - \frac{1}{jX_d'} \right]. \quad (6.22)$$

Bei den in der Praxis vorkommenden Größenordnungen beträgt der Fehler der Näherungsformel für beliebige Ω -Werte weniger als 5% von $\frac{1}{jX_d'}$. Das erste Glied der Näherungsformel ist gleich dem \mathbf{Y}_d -Wert der Maschine ohne Dämpferwicklung (in Abb. 6.8: **A**), der eingeklammerte Teil ist der unter Vernachlässigung des Erregerkreiswiderstandes berechnete \mathbf{Y}_d -Wert vermindert mit $\frac{1}{jX_d'}$. Dem in der Klammer stehenden Wert entspricht also der in Abb. 6.8 dargestellte Vektor **B**. Auf den mit den Vernachlässigungen bestimmten Kreisen *a* und *b* ergeben sich mit Hilfe der Ω -Skalen für alle Ω -Werte die **A**- und **B**-Werte, mit Addition der zusammengehörigen Werte bekommt man von Punkt zu Punkt den (6.22) gemäß gültigen sehr guten Näherungswert von \mathbf{Y}_d :

$$\mathbf{Y}_d \approx \mathbf{A} + \mathbf{B}.$$

In Abb. 6.8 wurde die Kurve vierter Ordnung von \mathbf{Y}_d auf diese Art konstruiert (bizirkulare Quartik).

In Querrichtung befindet sich auf dem Läufer in der Regel nur ein Stromkreis, es ist also

$$\mathbf{Y}_q = \frac{1}{jX_q} \frac{j\Omega T''_{q0} + 1}{j\Omega T''_q + 1} \quad (6.23)$$

Im Fall des gemäß Abb. 3.1a geschalteten synchronisierten Asynchronmotors ist $\mathbf{Y}_q = \mathbf{Y}_d$, wenn man die Widerstände der Erregermaschine bzw. der Gleichrichter unbeachtet läßt.

Die für die Pendelungen kennzeichnenden Admittanzen können in reelle und imaginäre Teile aufgelöst werden. Es werden die Bezeichnungen $\mathbf{Y}_d = G_d - jB_d$ bzw. $\mathbf{Y}_q = G_q - jB_q$ verwendet. Oder in Exponentialform: $\mathbf{Y}_d = Y_d e^{-j\varphi_d}$ bzw. $\mathbf{Y}_q = Y_q e^{-j\varphi_q}$.

Für die Maschine ohne Dämpferstromkreis kann mit Hilfe der Gleichungen (6.18) und (6.23) angeschrieben werden, daß

$$G_d = \frac{1}{X_d} \frac{\Omega (T'_{d0} - T'_d)}{1 + (\Omega T'_d)^2}; \quad G_q = 0 \quad (6.24)$$

$$B_d = \frac{1}{X_d} \frac{1 + \Omega^2 T'_{d0} T'_d}{1 + (\Omega T'_d)^2}; \quad B_q = \frac{1}{X_q} \quad (6.25)$$

$$Y_d = \frac{1}{X_d} \sqrt{\frac{1 + (\Omega T'_{d0})^2}{1 + (\Omega T'_d)^2}}; \quad Y_q = \frac{1}{X_q} \quad (6.26)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_d = \frac{1 + \Omega^2 T'_{d0} T'_d}{\Omega (T'_{d0} - T'_d)}; \quad \varphi_q = 90^\circ \quad (6.27)$$

Für die Maschine mit Längsdämpferstromkreis gilt nach (6.22), daß

$$G_d \cong \frac{1}{X_d} \frac{\Omega (T'_{d0} - T'_d)}{1 + (\Omega T'_d)^2} + \frac{1}{X'_d} \frac{\Omega (T''_{d0} - T''_d)}{1 + (\Omega T''_d)^2}, \quad (6.28)$$

$$B_d \cong \frac{1}{X_d} \frac{1 + \Omega^2 T'_{d0} T'_d}{1 + (\Omega T'_d)^2} + \frac{1}{X'_d} \frac{1 + \Omega^2 T''_{d0} T''_d}{1 + (\Omega T''_d)^2} - \frac{1}{X'_d} \quad (6.29)$$

bzw. auf Grund der Formel (6.21), daß

$$Y_d \cong \frac{1}{X_d} \sqrt{\frac{[1 + (\Omega T'_{d0})^2][1 + (\Omega T''_{d0})^2]}{[1 + (\Omega T'_d)^2][1 + (\Omega T''_d)^2]}}, \quad (6.30)$$

$$\varphi_d \approx 90^\circ + \operatorname{arc} \operatorname{tg} (\Omega T'_d) + \operatorname{arc} \operatorname{tg} (\Omega T''_d) - \operatorname{arc} \operatorname{tg} (\Omega T'_{d0}) - \operatorname{arc} \operatorname{tg} (\Omega T''_{d0}). \quad (6.31)$$

Bei Querdämpferstromkreis ist unter Zugrundelegung von (6.23), daß

$$G_q = \frac{1}{X_q} \frac{\Omega (T''_{q0} - T''_q)}{1 + (\Omega T''_q)^2}, \quad (6.32)$$

$$B_q = \frac{1}{X_q} \frac{1 + \Omega^2 T''_{q0} T''_q}{1 + (\Omega T''_q)^2}, \quad (6.33)$$

$$Y_q = \frac{1}{X_q} \sqrt{\frac{1 + (\Omega T''_{q0})^2}{1 + (\Omega T''_q)^2}}, \quad (6.34)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_q = \frac{1 + \Omega^2 T''_{q0} T''_q}{\Omega (T''_{q0} - T''_q)}. \quad (6.35)$$

6.103. Der zeitliche Verlauf der Ständerströme während der ständigen Pendelungen

Den Ausführungen im Abschnitt 6.101 gemäß schwanken die Längs- und Querkomponenten des Ständerstromes um die normalen konstanten Betriebswerte i_{d0} bzw. i_{q0} periodisch mit der Kreisfrequenz Ω . Die Änderungen sind auf Grund der Zusammenhänge (6.15) bzw. (6.16) mit Einführung der Admittanzen an Stelle der Impedanzen:

$$\left. \begin{aligned} \Delta i_d &= -j U_s \sin \delta_0 \cdot Y_d \Delta \delta, \\ \Delta i_q &= -j U_s \cos \delta_0 \cdot Y_q \Delta \delta. \end{aligned} \right\} \quad (6.36)$$

Die Admittanzen sollen in reelle und imaginäre Teile zerlegt (z. B. $Y_d = G_d - j B_d$) und $\Delta \delta$ durch Zusammenhang $\Delta \delta = (\Delta \delta)_m (\cos \Omega t + j \sin \Omega t)$ ersetzt werden. Da der reelle Teil von $\Delta \delta$ als physikalische Wirklichkeit betrachtet wird: $\Delta \delta = (\Delta \delta)_m \cos \Omega t$, sind auch von Δi_d und Δi_q die reellen Teile zu nehmen:

$$\left. \begin{aligned} \Delta i_d &= U_s \sin \delta_0 (-B_d \cos \Omega t + G_d \sin \Omega t) (\Delta \delta)_m, \\ \Delta i_q &= U_s \cos \delta_0 (-B_q \cos \Omega t + G_q \sin \Omega t) (\Delta \delta)_m. \end{aligned} \right\} \quad (6.37)$$

Bei sehr langsamen ($\Omega \approx 0$) und sehr schnellen ($\Omega \approx \infty$) Pendelungen ist die Pendelungsimpedanz beinahe rein induktiv (Abb. 6.8), also ist $G_d \approx 0$ und $G_q \approx 0$. In diesem Fall ändern sich Δi_d und Δi_q mit $\cos \Omega t$ proportional und erreichen gleichzeitig ihre Höchstwerte mit $\Delta \delta$; Δi_d , Δi_q und $\Delta \delta$ sind in gleicher bzw. genau in Gegenphase. Bei mittlerer Pendelungskreisfrequenz erscheint in den Formeln von Δi_d und Δi_q auch das Glied $\sin \Omega t$, Δi_d und Δi_q werden also im Vergleich zur vorherigen Phasenstellung in der Phase voreilen.

Dies ist noch klarer ersichtlich, wenn die Admittanzen in Exponentialform angeschrieben werden (z. B. $\mathbf{Y}_d = Y_d e^{-j\varphi_d}$) und die Form $\Delta \delta = (\Delta \delta)_m e^{j\Omega t}$ angewendet wird. Werden diese Werte in die Zusammenhänge (6.36) eingesetzt und die reellen Teile genommen, so gilt, daß

$$\left. \begin{aligned} \Delta i_d &= U_s \sin \delta_0 \cdot Y_d \cos (\Omega t - \varphi_d - 90^\circ) (\Delta \delta)_m, \\ \Delta i_q &= U_s \cos \delta_0 \cdot Y_q \cos (\Omega t - \varphi_q - 90^\circ) (\Delta \delta)_m; \end{aligned} \right\} \quad (6.38)$$

bei $\Omega = 0$ und $\Omega = \infty$ ist $\varphi_d = \varphi_q = 90^\circ$, für andere Ω -Werte sind die Phasenwinkel φ kleiner als 90° .

Dies kann auch physikalisch eingesehen werden, wenn man die Vorgänge im Läuferkoordinatensystem betrachtet. Der Ständerfluß ψ_s dreht sich genau synchron, der Fluß ψ_s dreht sich im Vergleich zum Läufer um den gleichen Winkel zurück, wie der Läufer im Vergleich zur Mittelstellung von synchroner Geschwindigkeit voreilt. Im Vergleich zur normalen Betriebsmittelstellung ψ_{s0} weist ψ_s die größte Abweichung dann auf, wenn auch $\Delta \delta$ den Höchstwert erreicht. $\Delta \delta$ und $\Delta \psi_s$ sind gleichphasig (bzw. um 180° versetzt). Derselbe Fall liegt auch bei $\Delta \psi_d$ und $\Delta \psi_q$ vor (Abb. 6.14). Damit die Änderung $\Delta \psi_d$ stattfinden kann, muß auch Δi_d auftreten. Würden sich die Läuferströme nicht ändern (dieser Fall besteht bei sehr langsamen Pendelungen, wenn im Läufer derart kleine Spannungen induziert werden, daß durch diese wegen der Wirkwiderstände keine wahrnehmbaren Ströme erzeugt werden können), so bestünde für $\Delta \psi_d$ nur eine Erregung durch Δi_d und diese wären verhältnismäßig und ihre Höchstwerte würden zugleich eintreten.

Durch das Pulsieren des Flusses $\Delta \psi_d$ wird in den Läuferstromkreisen eine solche Spannung induziert, deren Phasenverschiebung gegenüber $\Delta \psi_d$ 90° ist. Ist Ω sehr groß, so läßt sich der Wirkwiderstand in den Läuferkreisen neben dem induktiven Widerstand vernachlässigen, und somit sind die Ströme der Läuferkreise gegenüber der induzierten Spannung um 90° und gegenüber dem Fluß $\Delta \psi_d$ um 180° zeitlich verschoben. Diese Ströme trachten, die Änderung des Flusses $\Delta \psi_d$ zu verhindern. Die Flußänderung $\Delta \psi_d$ kann also jetzt nur durch eine viel größere Änderung des Ständerstromes Δi_d hervorgerufen werden und Δi_d muß wieder dann am größten sein, wenn auch $\Delta \delta$ den Höchstwert erreicht.

Ist Ω nicht zu groß, so haben die Läuferströme wegen der Wirkwiderstände der Läuferkreise einen kleineren Phasenwinkel als 90° , eilen also im Vergleich zum vorherigen Fall vor und somit muß auch die entgegengesetzt wirkende Δi_d gegenüber $\Delta \psi_d$ voreilen.

Demnach ist Δi_d entweder gleichphasig mit $\Delta \psi_d$ (wenn $\Omega = 0$ bzw. $\Omega \approx \infty$) oder eilt gegenüber $\Delta \psi_d$ vor.

Nun soll auch die Änderung des Gesamtständerstromes untersucht werden:

$$\Delta \mathbf{i}_s = \Delta i_d + j \Delta i_q. \quad (6.39)$$

Bei sehr langsamen oder sehr schnellen Änderungen, wenn G_d und G_q unberücksichtigt bleiben können, gilt unter Anwendung der Formel (6.37), daß

$$\Delta \mathbf{i}_s = U_s (-B_d \sin \delta_0 - j B_q \cos \delta_0) \cos \Omega t \cdot (\Delta \delta)_m = \mathbf{A} \cos \Omega t.$$

Da $\cos \Omega t$ reell ist, wird $\Delta \mathbf{i}_s$ stets in Richtung von \mathbf{A} liegen, der Endpunkt von diesem Wert wird also die durch $\pm \mathbf{A}$ bestimmte Gerade angeben. Durch $\Delta \mathbf{i}_s$ wird auch dann eine Gerade beschrieben, wenn die Phasenverschiebung in Längs- und Querrichtung die gleiche ist, d. h. wenn $\varphi_d = \varphi_q$. Danach sind zwei solche Pendelungen zu summieren, die an zwei aufeinander senkrecht stehenden Geraden stattfinden und gleichphasig sind.

Sind die Stromänderungen in Längs- und Querrichtung von verschiedenen Phasen, so wird durch den Endpunkt des resultierenden Vektors $\Delta \mathbf{i}_s$ eine Ellipse beschrieben. Die Vektoren $\Delta \mathbf{i}_s$, die zu den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = \frac{1}{4} \frac{2\pi}{\Omega} = \frac{T}{4}$ gehören, bestimmen die konjugierten Durchmesser der Ellipse.

Ist $t = 0$, so folgt gemäß Gleichungen (6.37), daß

$$\Delta \mathbf{i}_s = -U_s (B_d \sin \delta_0 + j B_q \cos \delta_0) (\Delta \delta)_m = \mathbf{C}; \quad (6.40)$$

beträgt $t = \frac{1}{4} \frac{2\pi}{\Omega} = \frac{T}{4}$, so ergibt sich, daß

$$\Delta \mathbf{i}_s = U_s (G_d \sin \delta_0 + j G_q \cos \delta_0) (\Delta \delta)_m = \mathbf{D}. \quad (6.41)$$

Die Ellipse kann mit Hilfe von \mathbf{C} und \mathbf{D} konstruiert werden. Sie ist eigentlich die Resultierende von zwei Komponenten, die sich entgegengesetzt drehen. Werden die Werte \mathbf{C} und \mathbf{D} in Zusammenhänge (6.37) und (6.39) eingesetzt, so erhält man, daß

$$\Delta \mathbf{i}_s = \mathbf{C} \cos \Omega t + \mathbf{D} \sin \Omega t. \quad (6.42)$$

Auf Grund der Eulerschen Relation kann man

$$\Delta \mathbf{i}_s = \frac{\mathbf{C} - j\mathbf{D}}{2} e^{j\Omega t} + \frac{\mathbf{C} + j\mathbf{D}}{2} e^{-j\Omega t} = \mathbf{I}_1 e^{j\Omega t} + \mathbf{I}_2 e^{-j\Omega t}$$

erhalten.

Gegenüber dem Läufer dreht sich \mathbf{I}_1 in positiver, \mathbf{I}_2 in negativer Richtung. Der Vektor $\Delta \mathbf{i}_s$ steht dann im Endpunkt der großen Ellipsenachse, wenn die beiden sich drehenden Komponenten von gleicher Richtung sind. Die Länge der großen Achse beträgt also:

$$|\mathbf{I}_1| + |\mathbf{I}_2| = \left| \frac{\mathbf{C} - j\mathbf{D}}{2} \right| + \left| \frac{\mathbf{C} + j\mathbf{D}}{2} \right|. \quad (6.43)$$

Die Länge der kleinen Ellipsenachse beläuft sich auf

$$|\mathbf{I}_1| - |\mathbf{I}_2| = \left| \frac{\mathbf{C} - j\mathbf{D}}{2} \right| - \left| \frac{\mathbf{C} + j\mathbf{D}}{2} \right|. \quad (6.44)$$

Die Richtungen der großen und kleinen Ellipsenachsen fallen in die Winkelhalbierenden von \mathbf{I}_1 und \mathbf{I}_2 .

6.104. Beispiel

Bestimmen wir die Strompendelungen, wenn durch einen Synchronmotor eine Last mit pulsierendem Moment betrieben wird. Der dreiphasige Motor ist mit ausgeprägten Polen und Dämpferwicklung ausgeführt, die Polzahl beträgt $2p = 24$. Die Nennwerte sind: Leistung 460 kW, Spannung 6 kV, Wirkungsgrad 90,8%, $\cos \varphi = 0,8$ (voreilend), Strom 61 A, Frequenz 50 Hz, 250 Umdr/min. Im Nennzustand ist die Scheinleistung $460/0,908 \cdot 0,8 = 633$ kVA.

Die Reaktanzen der Maschine sind:

$$X_d^* = 1 \text{ (100\%)}, \quad X_d' = 0,37, \quad X_d'' = 0,23$$

$$X_q^* = 0,6 \quad X_q'' = 0,23$$

die Zeitkonstanten betragen

$$T'_{d0} = 0,85 \text{ sec.}, \quad T'_d = 0,314 \text{ sec.},$$

$$T''_{d0} = 0,22 \text{ sec.}, \quad T''_d = 0,014 \text{ sec.},$$

$$T''_{q0} = 0,04 \text{ sec.}, \quad T''_q = 0,00152 \text{ sec.}$$

Das Schwungmoment des Motors wird $GD^2 = 3,6 \text{ tm}^2$, samt Last 5 tm^2 sein.

Die Winkelgeschwindigkeit des Motors beläuft sich auf $\omega_1/p = 314/12 = 16,2/\text{sec}$.

In der Berechnung läßt man den Wirkwiderstand des Ständers außer acht.

Der als Grundlage der Berechnung angenommene normale Betriebszustand ist (und um welchen sich die Pendelungen abspielen): $U = U_n$, $I = 0,9 I_n$, $\cos \varphi = 0,8$. Die Berechnung wird mit relativen Einheiten durchgeführt (diese sind mit Stern bezeichnet) und sämtliche Größen werden auf den Nenngrundwert bezogen angegeben. Die Grundgrößen sind: für die Ströme der Nennphasenstrom (I_n), für die Spannungen die Nennphasenspannung (U_{np}), für die Impedanzen die Nennimpedanz $\left(\frac{U_{np}}{I_n}\right)$, für die Leistung die Scheinleistung des Nennzustandes (P_n), für das Moment der aus der Grundleistung mit synchroner Winkelgeschwindigkeit berechnete Wert $\left(P_n \frac{P}{\omega_1}\right)$, für den Fluß der aus der Nennphasenspannung mit der Netzfrequenz berechnete Wert $\left(\frac{U_{np}}{\omega_1}\right)$.

Die Angaben der Mittelstellung der Pendelung sind also: $U_s^* = 1$, $I_{s0}^* = 0,9$, $\cos \varphi = 0,8$. Die angenommene Wirkleistung ist: $1 \cdot 0,9 \cdot 0,8 = 0,72$, das Moment M_0^* (in welchem auch der zur Deckung der Verluste verbrauchte Teil enthalten ist) beträgt ebenfalls 0,72. Auf Grund des Abschnittes 3.202 wird sowohl die Polspannung U_{p0}^* als auch der Lastwinkel δ_0 ermittelt. $U_{p0}^* = 1,688$; $\delta_0 = -18^\circ$; $\sin \delta_0 = -0,309$; $\cos \delta_0 = 0,951$. Dann wird das Vektordiagramm auf Abb. 6.9 gezeichnet. Die Komponenten des Stromes I_{s0}^* sind: $i_{d0}^* = -0,737$, $i_{q0}^* = 0,517$.

Danach kann man zur Untersuchung der Pendelungen übergehen. Es wurde vorausgesetzt, daß das Lastmoment seinen Höchstwert und Mindestwert bei jeder Umdrehung zweimal erreicht, während es sich zwischen Null und $2M_0$ sinusförmig ändert (Abb. 6.10). Die Kreisfrequenz der Pendelungen ist also gleich dem zweifachen Wert der mechanischen Winkelgeschwindigkeit:

$$\Omega = 2 \frac{\omega_1}{p} = 52,4/\text{sec.} \quad \text{Die Frequenz beträgt pro Sek } f = \frac{\Omega}{2\pi} = 4,17 \text{ Hz, die}$$

$$\text{Schwingungszeit } T = \frac{1}{4,17} = 0,24 \text{ Sek.}$$

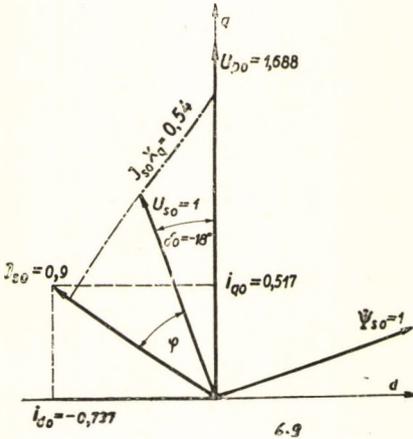


Abb. 6.9. Die Angaben der Pendelungsmittelstellung gemäß Beispiel 6.104

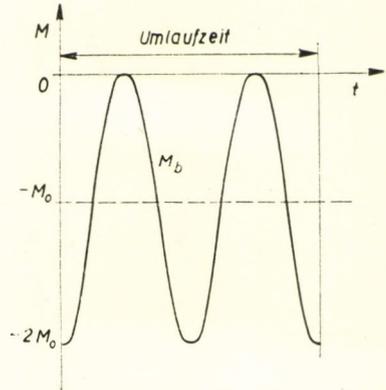


Abb. 6.10. Das Moment der mechanischen Last im Beispiel 6.104

Die Winkeländerung $\Delta\delta$ ist aus der Momentpendelung zu bestimmen wie im Beispiel, das am Schluß des Kapitels 6.30 zu finden ist. Das Ergebnis ist:

$$\Delta\delta = 0,084 \cos \Omega t,$$

es gilt also, daß $(\Delta\delta)_m = 0,084$ (Bogenmaß) = $4,8^\circ$ (elektrisch) = $0,4^\circ$ (mechanisch).

Sodann werden Wirk- und Induktivanteile der Pendelungsadmittanz mit Anwendung der Gleichungen (6,28), (6,29), (6,32) und (6,33) berechnet. Hierfür wird noch angeführt, daß

$$\begin{aligned} \Omega T'_{d0} &= 42,5; & \Omega T'_d &= 16,5; & \Omega T''_{d0} &= 1,15; & \Omega T''_d &= 0,734, \\ \Omega T''_{q0} &= 2,1; & \Omega T''_q &= 0,795. \end{aligned}$$

Unter Anwendung vorstehender Werte erhält man, daß

$$G_d^* = \frac{1}{1} \frac{2,6}{1 + 16,5^2} + \frac{1}{0,37} \frac{0,416}{1 + 0,734^2} = 0,83,$$

$$Y_d^* = G_d^* - jB_d^*$$

$$B_d^* = \frac{1}{1} \frac{1 + 42,5 \cdot 16,5}{1 + 16,5^2} + \frac{1}{0,37} \frac{0,734 \cdot 0,416}{1 + 0,734^2} = 3,3,$$

$$G_q^* = \frac{1}{0,6} \frac{1,3}{1 + 0,795^2} = 1,32$$

$$Y_q^* = G_q^* - jB_q^*$$

$$B_q^* = \frac{1}{0,6} \frac{1 + 0,795 \cdot 2,1}{1 + 0,795^2} = 2,74.$$

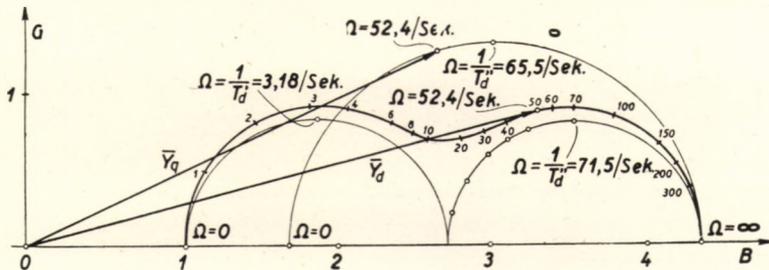


Abb. 6.11. Pendeladmittanzen in Richtungen d und q über Ω

Absolutwerte und Phasenwinkel der Admittanzen betragen:

$$Y_d^* = \sqrt{0,83^2 + 3,3^2} = 3,4 \quad \varphi_d = \arctg \frac{3,3}{0,83} = 75^\circ 50',$$

$$Y_q^* = \sqrt{1,32^2 + 2,74^2} = 3,04, \quad \varphi_q = \arctg \frac{2,74}{1,32} = 64^\circ 15'.$$

Aus Abb. 6.11 sind die Pendeladmittanzen über Ω ersichtlich. Die Pendlungen der Ständerströme sind auf Grund der Gleichungen (6.38):

$$\begin{aligned} \Delta i_d^* &= 1 (-0,309) 3,4 \cos(\Omega t - 75^\circ 50' - 90^\circ) \cdot 0,084 = 0,087 \cos(\Omega t + 14^\circ 10'), \\ \Delta i_q^* &= 1 \cdot 0,951 \cdot 3,04 \cos(\Omega t - 64^\circ 15' - 90^\circ) \cdot 0,084 = \\ &= 0,243 \cos(\Omega t + 25^\circ 45' - 180^\circ). \end{aligned}$$

Die Komponenten des Ständerstromes als Zeitfunktion sind in Abb. 6.12 dargestellt worden.

Die Gesamtabweichung des Ständerstromes beläuft sich aus dem Mittelwert berechnet in den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = \frac{T}{4}$ auf Grund der Zusammen-

hänge (6.40) und (6.41) auf:

$$\begin{aligned}
 t = 0, \quad \Delta i_s^* = \mathbf{C}^* &= -0,084(-3,3 \cdot 0,309 + j 2,74 \cdot 0,951) = \\
 &= 0,0855 - j 0,219, \\
 t = \frac{T}{4}, \quad \Delta i_s^* = \mathbf{D}^* &= 0,084(-0,83 \cdot 0,309 + j 1,32 \cdot 0,951) = \\
 &= -0,0216 + j 0,135.
 \end{aligned}$$

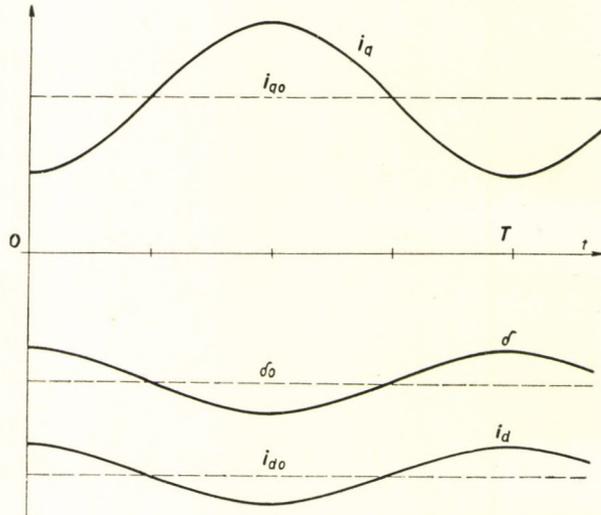


Abb. 6.12. Die Pendelungen der Ströme und des Winkels

Durch diese beiden Punkte werden die beiden konjugierten Durchmesser der Ellipse von Δi_s^* bestimmt. Zur Konstruierung der Ellipse können auch die Drehkomponenten berechnet werden. Mit Hilfe der Gleichungen (6.42) ergibt sich, daß

$$\mathbf{I}_1^* = \frac{\mathbf{C}^* - j\mathbf{D}^*}{2} = 0,110 - j 0,099;$$

$$\mathbf{I}_2^* = \frac{\mathbf{C}^* + j\mathbf{D}^*}{2} = -0,025 - j 0,120$$

$$|\mathbf{I}_1^*| = \sqrt{0,110^2 + 0,099^2} = 0,148;$$

$$|\mathbf{I}_2^*| = \sqrt{0,025^2 + 0,120^2} = 0,123.$$

Die Länge der großen Achse beträgt also $0,148 + 0,123 = 0,271$, die der kleinen $0,148 - 0,123 = 0,025$. Die Werte i_s^* , ψ_s^* und \mathbf{U}_s^* ändern sich im Läuferkoordinatensystem gemäß der in Abb. 6.13 veranschaulichten Weise.

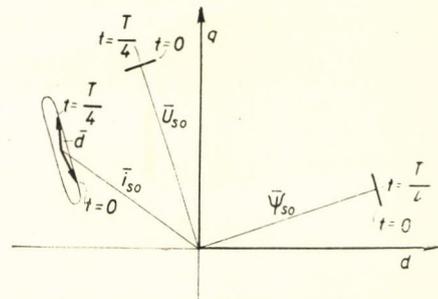


Abb. 6.13. Die Änderungen der Vektoren der Ständergrößen

6.105. Einige Bemerkungen

Es wird auch anhand der Ergebnisse des Beispiels gezeigt, daß die Richtung der Ständerstromänderung mit guter Näherung in die Richtung der Flußänderung fällt und auf die Richtung der Spannungsänderung senkrecht steht.

Durch das Pulsieren der Ströme nehmen die Wicklungsverluste zu. Der Wicklungsverlust des Ständers ist bei pendelungsfreiem Betrieb mit $i_{s0}^2 = i_{d0}^2 + i_{q0}^2$ verhältnisgleich, bei Pendelungen hingegen mit dem Wert $i_{d0}^2 + \frac{(\Delta i_d)_m^2}{2} + i_{q0}^2 + \frac{(\Delta i_q)_m^2}{2}$. Die Ergebnisse des Zahlenbeispiels beweisen,

daß der Ständerverlust auf das 1,04fache steigt, was nicht wesentlich ist. Unter Anwendung des Gleichungssystems (6.13) oder der Ersatzschaltungen Abb. 6.6 und 6.7 gemäß können Stromänderung der Erregerwicklung und die in den Dämpferstromkreisen fließenden Ströme bestimmt werden, mit deren Hilfe sich dann die im Läufer infolge der Pendelungen auftretenden Mehrverluste berechnen lassen. Bei der Bewertung der in den Dämpferstäben auftretenden Verluste muß beachtet werden, daß die Verteilung der Erwärmung längs des Umfanges nicht gleichmäßig ist. Die am meisten beanspruchten Stäbe liegen an den Stellen des Umfanges, die auf die Richtung der Flußänderung senkrecht stehen. Abb. 6.13 bezieht sich auf einen Motor, hier sind also jene Stäbe mehr beansprucht, die sich in der Drehrichtung gesehen auf den Vorderseiten der Polschuhe befinden. Beim Generator hat der Winkel δ_0 ein entgegengesetztes Vorzeichen, die Stäbe erwärmen sich also diesmal auf den Hinterseiten der Polschuhe.

Ändert sich der Winkel nicht rein sinusförmig (meistens wegen der Oberwellen des mechanischen Momentes), so werden die durch die Grund- und Oberwellen der Winkeländerung $\Delta\delta$ verursachten Strompendelungen gesondert bestimmt. Durch die Ständerstromvektoren Δi_s , die zu den einzelnen Oberwellen gehören, wird ebenfalls je eine Ellipse beschrieben. Die resultierende Stromänderung ist die Summe obiger Stromänderungen, der resultierende Vektor Δi_s beschreibt eine Bahn, die den Lissajouschen Figuren ähnlich ist.

Auch auf Grund des Diagramms der Pendelungsadmittanzen kann geschätzt werden (Abb. 6.8 und 6.11), welcher Maschinenkonstante man sich bei der annähernden Berechnung der Übergangsvorgänge der Synchronmaschine bedienen muß. Findet die Zustandänderung mit einer Geschwindigkeit,

die der Kreisfrequenz $\Omega = \frac{1}{T_d''}$ entspricht oder noch schneller statt, so

kann man in Längsrichtung mit der subtransienten Reaktanz X_d'' rechnen. Nachdem T_d'' von der Größenordnung von 0,01—0,03 sec ist, entspricht sie $\Omega = 100 - 30/\text{sec}$ bzw. der Schwingungszahl $f = 16 - 5/\text{sec}$ und der Schwingzeit 0,06—0,21 sec. Die transiente Reaktanz X_d' kann näherungsweise dann verwendet werden, wenn die Kreisfrequenz der Pendelungen größer als

$\Omega = \frac{2}{T_d'}$, jedoch kleiner als $\frac{1}{3 T_d''}$ ist. Dies ergibt bei Maschinen von einigen

Hundert kW eine Frequenz von etwa 1—4/sec, bei großen Turbogeneratoren etwa 0,3—3/sec bzw. eine Schwingzeit von 3—0,3 sec. Da die freien Pendelungen der Turbogeneratoren ungefähr diesen Rhythmus haben, kann für die Untersuchungen der dynamischen Stabilität X'_d benutzt werden.

6.106. Die Momentenänderung während der Pendelungen

Im Abschnitt 3.202.2 konnten wir feststellen, daß das Moment der Synchronmaschine mit ausgeprägten Polen bei konstanter Klemmenspannung und konstanter Polspannung

$$M = -\frac{1}{\omega_1} 3 \left[\frac{U_{p \text{ eff}} U_{s \text{ eff}}}{X_d} \sin \delta + \frac{U_{s \text{ eff}}^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta \right]$$

beträgt. $U_{s \text{ eff}}$ und $U_{p \text{ eff}}$ sind Phasenspannungen.

Ändert sich der Winkel δ vom Wert δ_0 auf $\delta_0 + \Delta\delta$ und bleiben U_s und U_p unverändert, so beläuft sich die Momentenänderung bei einer kleinen Winkeländerung auf

$$\Delta M = \left(\frac{\partial M}{\partial \delta} \right)_{\delta = \delta_0} \Delta \delta,$$

d. h. also, daß

$$\Delta M = -\frac{1}{\omega_1} 3 \left[\frac{U_{p \text{ eff}} U_{s \text{ eff}}}{X_d} \cos \delta_0 + U_{s \text{ eff}}^2 \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cos 2\delta_0 \right] \Delta \delta \quad (6.45)$$

ist. Der Wert $-\frac{\Delta M}{\Delta \delta}$ wird Synchronisierungsmoment genannt, der unter normalen (stabilen) Betriebsverhältnissen positiv und nichts anderes ist als die Neigung der Tangente, durch die die Moment-Winkel-Kennlinie in Punkt δ_0 berührt wird.

Es muß darauf geachtet werden, daß δ_0 und $\Delta\delta$ in vorstehenden Formeln elektrische Winkel darstellen. Die Winkeländerung $\Delta\delta$ ist nur bei zweipoligen Maschinen gleich der Winkeländerung des Läufers und der Wert

$-\frac{\Delta M}{\Delta \delta}$ kann nur dann als die Drehfederkonstante angesehen werden. Um die

Formeln zu vereinfachen, machen wir unsere Berechnungen nachstehend nur für zweipolige Maschinen. Sollte die Maschine nicht zweipolig sein, so hat man ihre Angaben, die sich auf die äquivalente zweipolige Maschine beziehen, zu berechnen. Die Grundlage zur Umrechnung ist der unveränderte Wert der Leistung bzw. Energie; so ist beispielsweise der umgerechnete Wert Θ' des Trägheitsmomentes Θ einer Maschine mit Polpaarzahl p , weil die kinetische Energie proportional dem Quadrat der Winkelgeschwindigkeit ist: $\Theta' = \frac{\Theta}{p^2}$.

Durch den mit Zusammenhang (6.45) definierten Wert des Synchronisierungsmomentes wird ein richtiges Ergebnis nur bei sehr langsamen Pendelungen geliefert. Dies findet seine Erklärung darin, daß im Läufer infolge der Pendelungen zusätzliche Ströme induziert werden und sich deshalb die Polspannung ändert, außerdem wurde die Formel aus der Luftspaltleistung abgeleitet, ohne die Änderungen von Winkelgeschwindigkeit und magnetischer Energie zu berücksichtigen. Es ist daher bei schnelleren Pendelungen richtiger, wenn das Moment mit Hilfe des allgemein gültigen Zusammenhanges $\frac{3}{2} \psi_s \times \mathbf{i}_s$ berechnet wird.

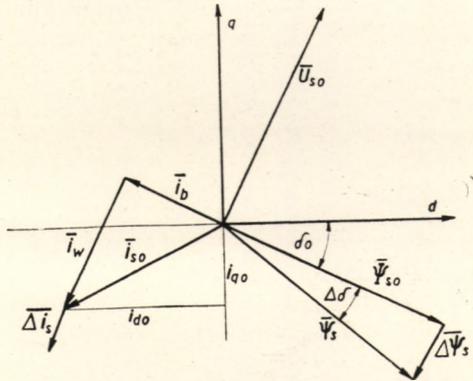


Abb. 6.14. Vektordiagramm zur Berechnung der Momentenpendelung

Unsere Untersuchungen sollen einstweilen unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände des Ständers ausgeführt werden. Um eine allgemein gültige Lösung zu erhalten, soll eine Maschine mit ausgeprägten Polen und Dämpferstromkreisen untersucht werden. Die Berechnung nehmen wir im Läuferkoordinatensystem vor. Der Ständerfluß ψ_s dreht sich infolge der Vernachlässigung der Ständerwirkwiderstände genau synchron und sein Wert beläuft sich auf $\frac{U_s}{\omega_1}$. Der Fluß ψ_s dreht sich beim Voreilen des Läufers um $\Delta\delta$, gegenüber dem Läufer um den Winkel $\Delta\delta$ zurück, die Flußänderung ist also Abb. 6.14 gemäß

$$\Delta\psi_s = -j\psi_{s0}\Delta\delta. \tag{6.46}$$

Die Änderung der Ständerströme $\Delta\mathbf{i}_s = \Delta i_d + j \Delta i_q$ läßt sich auf Grund unserer Ausführungen unter Punkt 6.103 berechnen. Das Moment ist

$$M = \frac{3}{2} \psi_s \times \mathbf{i}_s,$$

und nachdem die Änderung des Produktes

$$\Delta(uv) = (u_0 + \Delta u)(v_0 + \Delta v) - u_0 v_0 \approx v_0 \Delta u + u_0 \Delta v$$

beträgt, wird die Momentenänderung im Vergleich zum Mittelwert M_0

$$\Delta M = \frac{3}{2} \Delta \psi_s \times \mathbf{i}_{s0} + \frac{3}{2} \psi_{s0} \times \Delta \mathbf{i}_s \quad (6.47)$$

sein. Betrachten wir zuerst das erste Glied. Der Strom \mathbf{i}_{s0} soll in seine Wirk- und Blindkomponenten, die mit der Ständerspannung parallel bzw. auf diese senkrecht stehend sind, zerlegt werden (Abb. 6.14): $\mathbf{i}_{s0} = \mathbf{i}_w + \mathbf{i}_b$. Nachdem $\Delta \psi_s$ mit \mathbf{i}_w parallel ist, wird das vektorielle Produkt $\Delta \psi_s \times \mathbf{i}_w$ gleich Null sein. Die beiden Faktoren des Produktes $\Delta \psi_s \times \mathbf{i}_b$ stehen senkrecht aufeinander, das vektorielle Produkt läßt sich also mit dem Produkt der Absolutwerte ersetzen, wobei das Vorzeichen zu berücksichtigen ist. Das erste Glied in Gleichung (6.47) ist also

$$\Delta M' = \frac{3}{2} \Delta \psi_s \times \mathbf{i}_b = - \frac{3}{2} \psi_{s0} i_b \Delta \delta = - \frac{3}{2} \frac{U_{s0} i_b}{\omega_1} \Delta \delta.$$

$\frac{3}{2} U_{s0} i_b = Q_0$ ist aber die dreiphasige Blindleistung in dem Zustand, welcher der Pendelmittelstellung entspricht, somit beträgt der erste Teil der Momentenänderung

$$\Delta M' = - \frac{Q_0}{\omega_1} \Delta \delta. \quad (6.48)$$

Die Synchronmaschinen arbeiten zumeist in übererregtem Zustand, daher ist Q_0 in der Regel positiv. $\Delta M'$ kann sowohl mit den Spannungen als auch mit den Reaktanzen ausgedrückt werden. Mit der Auflösung $\Delta \psi_s = \Delta \psi_d + j \Delta \psi_q$ bzw. $\mathbf{i}_{s0} = i_{d0} + j i_{q0}$ kann das vektorielle Produkt wie folgt berechnet werden:

$$\begin{aligned} \Delta \psi_s \times \mathbf{i}_{s0} &= \text{Im} [\Delta \psi_s \mathbf{i}_{s0}] = \text{Im} [(\Delta \psi_d - j \Delta \psi_q)(i_{d0} + j i_{q0})] = \\ &= \Delta \psi_d i_{q0} - \Delta \psi_q i_{d0}. \end{aligned}$$

Beziehung (6.6) gemäß sind $\Delta \psi_d$ und $\Delta \psi_q$:

$$\Delta \psi_d = - \frac{U_s}{\omega_1} \sin \delta_0 \cdot \Delta \delta; \quad \Delta \psi_q = - \frac{U_s}{\omega_1} \cos \delta_0 \cdot \Delta \delta.$$

i_{d0} kann aus den Zusammenhängen (6.7) und (6.5) berechnet werden, unter Berücksichtigung, daß $i_{r0} L_{md} = U_{p0} = U_p$:

$$i_{d0} = \frac{U_s \cos \delta_0 - U_p}{X_d}$$

und da
ist, wird

$$\psi_{q0} = i_{q0} L_q$$

$$i_{q0} = - \frac{U_s \sin \delta_0}{X_q}$$

sein. Werden diese Werte eingesetzt, so bekommt man, daß

$$\Delta M' = - \frac{1}{\omega_1} \frac{3}{2} \left[\frac{U_p U_s \cos \delta_0}{X_d} - U_s^2 \left(\frac{\cos^2 \delta_0}{X_d} + \frac{\sin^2 \delta_0}{X_q} \right) \right] \Delta \delta. \quad (6.49)$$

In dieser Gleichung kommen U_p und U_s mit ihren Höchstwerten vor.

Der Momentanwert des ersten Teiles der Momentenänderung ist mit dem von $\Delta \delta$ verhältnismäßig, $\Delta M'$ und $\Delta \delta$ sind also Größen von gleicher, oder richtiger, von entgegengesetzter Phase. $\Delta M'$ ist von der Kreisfrequenz der Pendelung unabhängig.

Gehen wir nun zur Untersuchung des zweiten Teiles der Momentenänderung (6.47) über. Drückt man die Vektoren mit ihren Koordinaten von Richtungen d und q aus, so folgt, daß

$$\Delta M'' = \frac{3}{2} \operatorname{Im} [\hat{\psi}_{s0} \Delta i_s] = \frac{3}{2} \operatorname{Im} [(\psi_{d0} - j\psi_{q0})(\Delta i_d + j\Delta i_q)],$$

$$\Delta M'' = \frac{3}{2} (\psi_{d0} \Delta i_q - \psi_{q0} \Delta i_d).$$

Gemäß Zusammenhang (6.5) gilt, daß

$$\psi_{d0} = \frac{U_s}{\omega_1} \cos \delta_0; \quad \psi_{q0} = - \frac{U_s}{\omega_1} \sin \delta_0.$$

Ist $\Delta \delta = (\Delta \delta)_m \cos \Omega t$, so läßt sich gemäß Gleichung (6.37) für Δi_d und Δi_q anschreiben, daß

$$\left. \begin{aligned} \Delta i_d &= U_s \sin \delta_0 \cdot (-B_d \cos \Omega t + G_d \sin \Omega t) (\Delta \delta)_m, \\ \Delta i_q &= U_s \cos \delta_0 \cdot (-B_q \cos \Omega t + G_q \sin \Omega t) (\Delta \delta)_m. \end{aligned} \right\} \quad (6.37')$$

Der eine Teil des Momentes $\Delta M''$ ist proportional zu $\cos \Omega t$, während der andere zu $\sin \Omega t$. Ersterer ist mit $\Delta \delta$, letzterer mit $\Delta \omega = \frac{d(\Delta \delta)}{dt} = -\Omega (\Delta \delta)_m \sin \Omega t$ verhältnismäßig. Aus der Beziehung (6.37') wird $\cos \Omega t$

und $\sin \Omega t$ mit Hilfe von $\Delta \delta$ und $\Delta \omega$ ausgedrückt, somit ergibt sich, daß

$$\begin{aligned}\Delta i_d &= -U_s \sin \delta_0 \left(B_d \Delta \delta + \frac{1}{\Omega} G_d \Delta \omega \right), \\ \Delta i_q &= -U_s \cos \delta_0 \left(B_q \Delta \delta + \frac{1}{\Omega} G_q \Delta \omega \right).\end{aligned}$$

Mit Einsetzen dieser Zusammenhänge in die Formel von $\Delta M''$ bekommt man:

$$\begin{aligned}\Delta M'' &= -\frac{1}{\omega_1} \frac{3}{2} U_s^2 (\cos^2 \delta_0 \cdot B_q + \sin^2 \delta_0 \cdot B_d) \Delta \delta - \\ &\quad - \frac{1}{\omega_1} \frac{3}{2} U_s^2 (\cos^2 \delta_0 \cdot G_q + \sin^2 \delta_0 \cdot G_d) \frac{\Delta \omega}{\Omega}.\end{aligned}\quad (6.50)$$

Die volle Momentenänderung kann mit dem Synchronisierungsmoment M_S und dem sogenannten Dämpfungsmoment M_D ausgedrückt werden:

$$\Delta M = -M_S \Delta \delta - M_D \Delta \omega, \quad (6.50a)$$

wobei wir bemerken, daß die Dimension des Dämpfungsmomentes eigentlich keine Momentendimension ist und nur nach Multiplikation mit der Winkelgeschwindigkeit zu einer solchen wird. Die Benennung Dämpfungsfaktor wäre richtiger, doch ist in der Fachliteratur obige Bezeichnung gebräuchlich.

Durch Vergleich vorstehender Gleichung mit (6.48), (6.49) und (6.50) gewinnt man das Synchronisierungs- und Dämpfungsmoment. Das Synchronisierungsmoment ist

$$M_S = \frac{1}{\omega_1} \left[Q_0 + \frac{3}{2} U_s^2 (\cos^2 \delta_0 \cdot B_q + \sin^2 \delta_0 \cdot B_d) \right] \quad (6.51)$$

oder in anderer Form geschrieben:

$$\begin{aligned}M_S &= \frac{1}{\omega_1} \frac{3}{2} \left[\frac{U_p U_s}{X_d} \cos \delta_0 + U_s^2 \left(B_q - \frac{1}{X_d} \right) \cos^2 \delta_0 + \right. \\ &\quad \left. + U_s^2 \left(B_d - \frac{1}{X_q} \right) \sin^2 \delta_0 \right].\end{aligned}\quad (6.52)$$

Das Dämpfungsmoment beträgt

$$M_D = \frac{1}{\omega_1} \frac{1}{\Omega} \frac{3}{2} U_s^2 (\cos^2 \delta_0 \cdot G_q + \sin^2 \delta_0 \cdot G_d). \quad (6.53)$$

In obigen Gleichungen kommen U_p und U_s als die Höchstwerte dieser Phasenspannungen vor. Die Pendeladmittanzen lassen sich mit den Gleichungen (6.24) bis (6.35) errechnen.

Bedient man sich des Systems der relativen Einheiten (die Werte mit Stern bezeichnet), d. h. werden die linken Seiten der obigen Gleichungen durch das aus der Nennscheinleistung berechnete Nennmoment, die rechten Seiten durch den Ausdruck $M_n = \frac{1}{\omega_1} \frac{3}{2} U_{n \max}^2 Y_n$ geteilt, so gestalten sich diese Formeln einfacher:

$$M_S^* = Q_0^* + U_s^{*2} (\cos^2 \delta_0 \cdot B_q^* + \sin^2 \delta_0 \cdot B_d^*), \quad (6.51a)$$

$$M_S^* = \frac{U_p^* U_s^*}{X_d^*} \cos \delta_0 + U_s^{*2} \left(B_q^* - \frac{1}{X_d^*} \right) \cos^2 \delta_0 + U_s^{*2} \left(B_d^* - \frac{1}{X_q^*} \right) \sin^2 \delta_0; \quad (6.52a)$$

$$M_D^* = \frac{1}{\Omega} U_s^{*2} (\cos^2 \delta_0 \cdot G_q^* + \sin^2 \delta_0 \cdot G_d^*). \quad (6.53a)$$

Beispiel. Für den annähernd mit Nennlast arbeitenden Motor der im Beispiel 6.104 vorkommt, wurden mit den relativen Einheiten $U_s^* = 1$, $Q_0^* = 0,54$, $\cos \delta_0 = 0,951$, $\sin \delta_0 = -0,309$ die Pendeladmittanzen für die Pendelkreisfrequenz $\Omega = \frac{\omega_1}{6}$ berechnet:

$$Y_d^* = G_d^* - jB_d^* = 0,83 - j3,3,$$

$$Y_q^* = G_q^* - jB_q^* = 1,32 - j2,74.$$

Bei der Pendelkreisfrequenz $\Omega = \frac{\omega_1}{6}$ ($f = 4,17/\text{sec}$, $T = 0,24 \text{ sec}$) gilt also:

$$M_S^* = 0,54 + 0,951^2 \cdot 2,74 + 0,309^2 \cdot 3,3 = 3,34,$$

$$\omega_1 M_D^* = 6 (0,951^2 \cdot 1,32 + 0,309^2 \cdot 0,83) = 7,6.$$

Der Wert M_S^* bedeutet, daß bei der Winkeländerung von $\Delta\delta = 1$ Bogenmaß $\approx 57,3^\circ$ das Moment sich um das 3,34fache des aus der Scheinleistung errechneten Nennmomentes ändern würde. $\omega_1 M_D^*$ bedeutet, daß bei $\Delta\omega = \omega_1$, also bei einer Winkelgeschwindigkeitsänderung, die der synchronen Winkelgeschwindigkeit gleichkommt, würde sich das Moment um das 7,6fache des Nennwertes ändern. Durch diese Zahlen werden naturgemäß lediglich die Proportionalitäten zum Ausdruck gebracht, die nur bei kleinen Änderungen gültig sind.

Unter Zugrundelegung von (6.45) wäre das aus der statischen Momentenkurve berechnete Synchronisierungsmoment

$$\begin{aligned} M_S^* &= \frac{U_p^* U_s^*}{X_d^*} \cos \delta_0 + U_s^{*2} \left(\frac{1}{X_q^*} - \frac{1}{X_d^*} \right) \cos 2 \delta_0 = \\ &= \frac{1,69 \cdot 1}{1} 0,951 + 1 \left(\frac{1}{0,6} - \frac{1}{1} \right) 0,81 = 2,15, \end{aligned}$$

statt des wirklichen 3,34fachen Wertes; bei schnelleren Pendelungen oder bei Turbogeneratoren erhält man weit größere Abweichungen, weil dann X_d'' und X_q'' wesentlich kleiner sind als X_d bzw. X_q .

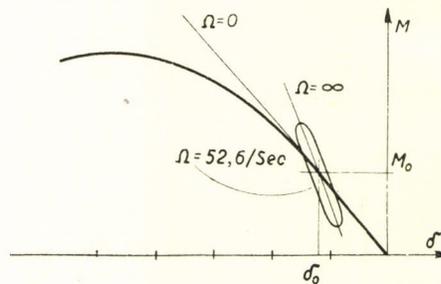


Abb. 6.15. Die Momentenänderung bei Pendelungen verschiedener Frequenzen

Die Werte der Dämpfungs- und Synchronisierungsmomente sind von der Frequenz der Pendelungen abhängig. Sind die Pendelungen äußerst langsam, so sind in Gleichung (6.51) $B_q = \frac{1}{X_q}$, $B_d = \frac{1}{X_d}$ und das Synchronisierungsmoment ist gleich der Neigung der Tangente der statischen Momentwinkel-Kennlinie. Bei unendlich schnellen Pendelungen sind $B_q = \frac{1}{X_q''}$ und $B_d = \frac{1}{X_d''}$ viel größer als bei langsamen Pendelungen, also gehört zu derselben Winkeländerung eine vielfach größere Momentenänderung. Die Kennlinie des dynamischen Momentes ist viel steiler als die des statischen (Abb. 6.15).

Das Dämpfungsmoment soll einfachheitshalber zuerst bei synchronisierten Asynchronmotoren untersucht werden. Bei diesen gilt, daß $G_d = G_q = G$, die Gleichung (6.53) vereinfacht sich also:

$$M_D = \frac{1}{\Omega} \frac{1}{\omega_1} \frac{3}{2} U_s^2 G.$$

Würde man die Maschine bei Spannung U_s als Asynchronmotor arbeiten lassen, so würde dieselbe beim Schlupf gleich $\frac{\Omega}{\omega_1}$ die Leistung $\frac{3}{2} U_s^2 G$ aufnehmen.

Das ist — nachdem der Ständerwirkwiderstand vernachlässigt wurde — gleichzeitig auch die Luftspaltleistung, das Moment beträgt daher $\frac{1}{\omega_1} \frac{3}{2} U_s^2 G$. Das

Dämpfungsmoment ist also erhältlich, indem das beim Schlupf $s = \frac{\Omega}{\omega_1}$ gelieferte Moment des Asynchronmotors durch $\Omega = s \omega_1$ dividiert wird (Abb. 6.16). Deshalb ist das Dämpfungsmoment mit der Richtungstangente der zwischen Anfangspunkt und Punkt S liegenden Verbindungsgeraden verhältnismäßig. Das Dämpfungsmoment ist stets positiv und nimmt bei zunehmenden Ω -Werten monoton ab. Der Höchstwert ist bei $\Omega = 0$ erhältlich. Da die zur Momentenkennlinie des Asynchronmotors bei synchroner Drehzahl konstruierte Tangente beim Kippschlupf s_K die Ordinate $2M_K$ hat, wobei M_K das Kipp-

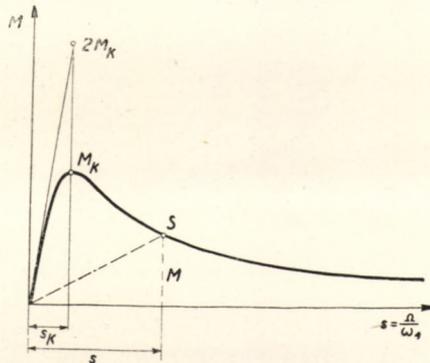


Abb. 6.16. Die Bestimmung des Dämpfungsmomentes bei synchronisierten Asynchronmotoren mit Hilfe der Momentenkurve

moment des Asynchronmotors bedeutet, ist bei $\Omega = 0$ das Dämpfungsmoment

$$M_D = \frac{2 M_K}{s_K \omega_1}. \quad (6.54)$$

Bei anders gebauten Synchronmaschinen sind die Verhältnisse verwickelter, doch hängt das Dämpfungsmoment auch dann, ähnlich wie bei den synchronisierten Asynchronmotoren, von der Frequenz der Pendelungen ab. Wird der Wirkwiderstand des Ständers vernachlässigt, so ist das Dämpfungsmoment immer positiv. Es wird durch den Wirkwiderstand des Ständers und des an den Ständer der Maschine anschließenden Transformators und der Zuleitungen herabgesetzt, in ungünstigen Fällen sogar auf negative Werte überführt (Abschnitt 6.20).

Das Dämpfungsmoment der Motoren läßt sich in erster Linie durch Erhöhen oder Herabsetzen des Wirkwiderstandes der Dämpferstäbe ändern. Unter normalen Betriebsverhältnissen ist der Winkel δ_0 klein, im allgemeinen beträgt er weniger als 30° . Deshalb können wir auf Grund der Formel (6.53)

feststellen, daß die Läuferkreise von Querrichtung eine größere Rolle spielen, weil selbst bei $|\delta_0| = 30^\circ$, $\cos^2 \delta_0 = 0,75$ und $\sin^2 \delta_0 = 0,25$ ist. Wird der Wirkwiderstand der Dämpferwicklung von Querrichtung auf das p -fache erhöht (p reelles Parameter), dann wird — wie aus der Theorie der Asynchronmotoren bekannt — durch die Admittanz \mathbf{Y}_q ein gleicher Kreis beschrieben; es ändern sich nur der Schlupf bzw. jetzt die Skala $\frac{\Omega}{\omega_1}$. Den gleichen Wert $\mathbf{Y}_q = G_q - jB_q$ erhält man bei auf das p -fache erhöhtem Widerstand bei einem p -fachen Ω -Wert. Dies bedeutet, daß die Kurve, die G_q über Ω darstellt, in Richtung der Achse Ω p -fach zu strecken ist. Da in Gleichung (6.53) Ω auch als Divisor vorkommt, sind die Ordinaten der gestreckten Kurve durch p

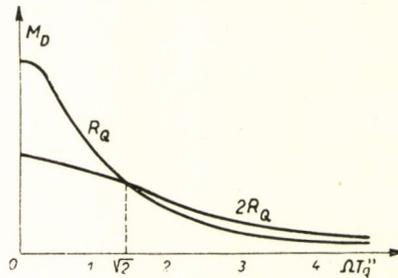


Abb. 6.17. Der Einfluß des Wirkwiderstandes der Dämpferkreise auf das Dämpfungsmoment

zu teilen. In Abb. 6.17 wurde das im Leerlauf gültige ($\delta_0 = 0$) Dämpfungsmoment über der Pendelkreisfrequenz für R_Q und $2R_Q$ eingetragen ($p = 1$ und $p = 2$).

T_q'' ist die Zeitkonstante des ursprünglichen Zustandes (R_Q). Ist die Kreisfrequenz der Pendelungen größer als $\sqrt{p} \frac{1}{T_q''}$, so bekommt man bei größeren Wirkwiderständen auch größere Dämpfungsmomente. Bei langsamen Pendelungen sind die kleinen, bei schnellen die großen Wirkwiderstände vorteilhafter.

Es ist aber zu beachten, daß sich der Dämpferkreis wegen seines erhöhten Wirkwiderstandes stärker erwärmt, und zwar nicht nur wegen der Pendelungen, sondern auch infolge der etwa vorliegenden Asymmetrien. (Der gegenlaufende Ständerstrom ist auf die gleiche Übersetzung umgerechnet annähernd gleich dem Strom des Dämpferkreises.)

In Abb. 6.18 wurde das Synchronisierungsmoment des im Beispiel 6.104 vorkommenden Synchronmotors mit ausgeprägten Polen und Dämpferwicklung von 460 kW Leistung in der Kreisfrequenz der Pendelungen (Ω) angegeben, wenn die Maschine um die im Beispiel gegebene Mittelstellung (die annähernd zur Nennlast gehört) pendelt. Die voll ausgezogene Linie bezieht sich auf den Fall, wenn die Maschine aus einem Hochleistungsnetz gespeist wird, ihre Klemmenspannung also konstant bleibt. Die gestrichelte Kurve gilt für die 10%ige äußere, in Reihe geschlossene Netzreaktanz (X_a). In Abb. 6.19 wurde das Dämpfungsmoment (bzw. sein ω_1 -facher Wert, $\omega_1 M_D^*$)

für die vorstehenden Fälle dargestellt. Das Moment wurde in relativen Einheiten aufgetragen.

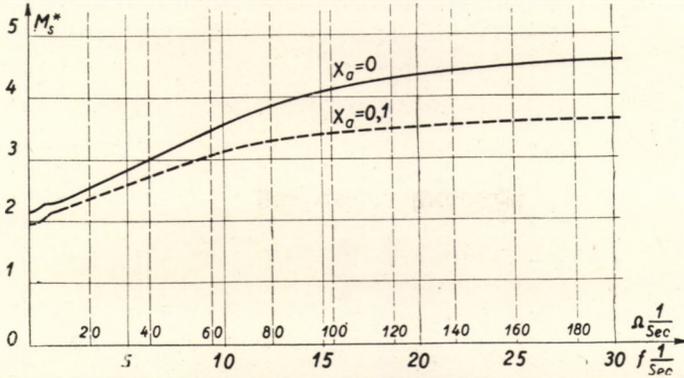


Abb. 6.18. Das Synchronisierungsmoment über der Kreisfrequenz der Pendelungen bei verschiedenen großen äußeren Reaktanzen

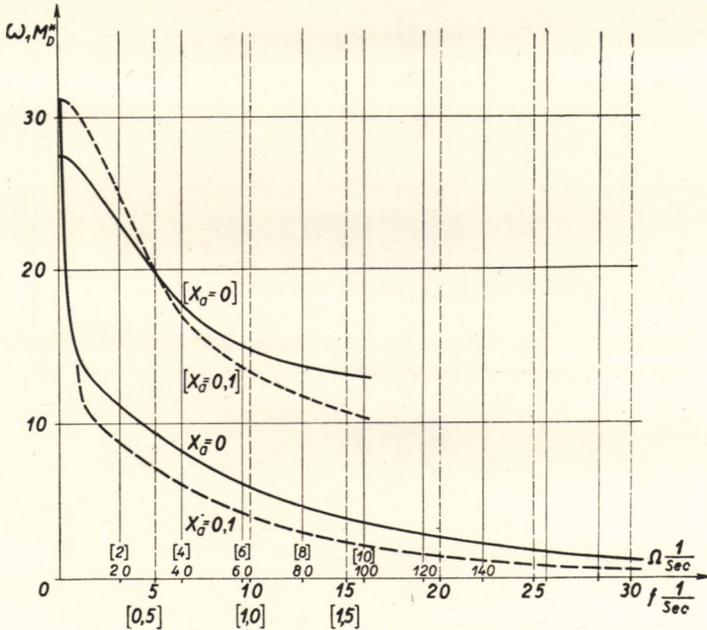


Abb. 6.19. Das Dämpfungsmoment über der Kreisfrequenz der Pendelungen bei verschiedenen großen äußeren Reaktanzen

Führt die Maschine eine mit $\Delta\delta = (\Delta\delta)_m \cos \Omega t$ gekennzeichnete Pendelung aus, so beträgt die Änderung des durch die Maschine gelieferten Momentes

$$\Delta M = -M_S \Delta\delta - M_D \Delta\omega = (-M_S \cos \Omega t + \Omega M_D \sin \Omega t) (\Delta\delta)_m; \quad (6.55)$$

es besteht also zwischen $\Delta\delta$ und ΔM eine zeitliche Phasenverschiebung. Im Bereich des Punktes δ_0 kann die dynamische Kennlinie $M = f(\delta)$ eigentlich nicht durch eine Gerade, sondern durch eine Ellipse ersetzt werden. Die Punkte, durch die ein konjugiertes Durchmesserpaar der Ellipse bestimmt wird, sind:

$$t = 0; \quad \Delta M = -M_S(\Delta\delta)_m; \quad \Delta\delta = (\Delta\delta)_m,$$

$$t = \frac{1}{4} \frac{2\pi}{\Omega} = \frac{T}{4}; \quad \Delta M = \Omega M_D(\Delta\delta)_m; \quad \Delta\delta = 0.$$

Die Ellipse ist in Abb. 6.15 veranschaulicht. In den Fällen $\Omega = 0$ und $\Omega = \infty$ entartet die Ellipse in eine Gerade.

Bei zahlreichen Berechnungen ist es zweckmäßig, die Synchronisierungs- und Dämpfungsmomente zu vereinigen, falls die Pendelungen der Maschine zeitlich sinusförmig verlaufen. Sind die Pendelungen periodisch, spielen sich jedoch nicht sinusförmig ab, so müssen die einzelnen Oberwellen getrennt untersucht werden. Beträgt die Winkelpendelung $\Delta\delta = (\Delta\delta)_m \cos \Omega t$, so folgt, daß gemäß (6.55)

$$\Delta M = - (M_S \cos \Omega t - \Omega M_D \sin \Omega t) (\Delta\delta)_m.$$

Der Wert von ΔM ändert sich sinusförmig. Analog wie bei der komplexen Rechnungsmethode der Wechselströme kann das Moment ΔM als der reelle Teil des mit Winkelgeschwindigkeit Ω umlaufenden komplexen Zeitvektors $\Delta \mathbf{M}$ aufgefaßt werden. Da $\cos \Omega t$ der reelle Teil von $e^{j\Omega t}$, $-\sin \Omega t$ derselbe von $je^{j\Omega t}$ ist, ergibt sich, daß

$$\Delta \mathbf{M} = - (M_S + j\Omega M_D) (\Delta\delta)_m e^{j\Omega t} = - (M_S + j\Omega M_D) \Delta \delta.$$

Das Moment $M_S + j\Omega M_D$ kann als ein komplexes Pendelmoment (\mathbf{M}_p) bezeichnet werden. In der Fachliteratur begegnet man aber oft auch der Benennung »Bewegungsimpedanz«.

$$\mathbf{M}_p = M_S + j\Omega M_D \quad (6.56)$$

und damit ist auch

$$\Delta \mathbf{M} = - \mathbf{M}_p \Delta \delta \quad (6.57)$$

in Zeitvektorform angegeben.

Durch den Absolutwert und den Winkel des komplexen Pendelmomentes wird das Verhältnis und die Phasenstellung der Amplituden von Momentenpendelung zu Winkelpendelung bestimmt. Ist die Winkelpendelung bekannt $\Delta\delta = (\Delta\delta)_m \cos (\Omega t + \varphi_\delta)$, so folgt hieraus die Momentenpendelung, falls die Bezeichnung $\mathbf{M}_p = M_p e^{j\varphi_p}$ benutzt wird, zu

$$\Delta M = - M_p (\Delta\delta)_m \cos (\Omega t + \varphi_\delta + \varphi_p).$$

Das komplexe Pendelmoment ist aus den Angaben der Maschine und mit Einsetzen der Gleichungen (6.51) und (6.53) in Gl. (6.56) unter Berücksichtigung, daß $\mathbf{Y}_d = G_d - jB_d$ und $\mathbf{Y}_q = G_q - jB_q$:

$$\mathbf{M}_p = \frac{1}{\omega_1} \left[Q_0 + j \frac{3}{2} U_s^2 (\mathbf{Y}_q \cos^2 \delta_0 + \mathbf{Y}_d \sin^2 \delta_0) \right] \quad (6.58)$$

bzw. in relativen Einheiten:

$$\mathbf{M}_p^* = Q_0^* + j U_s^{*2} (\mathbf{Y}_q^* \cos^2 \delta_0 + \mathbf{Y}_d^* \sin^2 \delta_0). \quad (6.59)$$

Das komplexe Pendelmoment \mathbf{M}_p ist eine Funktion von Ω und seine bei Änderung von Ω beschriebene Kurve kann in Kenntnis der Kurven \mathbf{Y}_d und \mathbf{Y}_q unter Zugrundelegung von (6.58) leicht konstruiert werden. Die Kurve $\mathbf{M}_p = - \frac{\Delta \mathbf{M}}{\Delta \delta} = f(\Omega)$ entspricht der bei der Untersuchung der Regelungssysteme verwendeten Frequenzgangkurve und ist bei den Stabilitätsprüfungen von großer Wichtigkeit.

6.20. DER EINFLUSS DES STÄNDERWIRKWIDERSTANDES AUF DAS DÄMPFUNGSMOMENT

Der Ständerwirkwiderstand der Synchronmaschinen darf zumeist vernachlässigt werden, doch kann das zwischen der Maschine und dem Hochleistungssystem liegende Netz einen wesentlichen Wirkwiderstand besitzen. Im weiteren soll angenommen werden, daß Wirk- und Blindwiderstände des in Reihe liegenden Netztes im Ständerwiderstand einbegriffen sind, und wir betrachten die Anschlußpunkte zum Hochleistungsnetz als die Ständerklemmen der Maschine.

Durch den großen Ständerwirkwiderstand können in ungünstigen Fällen selbsterregte Pendelungen verursacht werden, weil durch diesen das Dämpfungsmoment sogar einen negativen Wert aufnehmen kann. Dieser Umstand ist aber auch dann unvorteilhaft, wenn die Selbsterregung zwar noch nicht auftritt, jedoch das Dämpfungsmoment vermindert wird und die freien Pendelungen nur sehr langsam abklingen. In den vorstehenden Punkten wurde der Ständerwiderstand R_s außer acht gelassen. Nachstehend soll hauptsächlich jene Wirkung von R_s geprüft werden, durch die das Dämpfungsmoment verringert wird.

Die Berücksichtigung von R_s zeitigt eine viel verwickeltere Berechnung als in den vorangegangenen Abschnitten. Deshalb wird zunächst nur eine grobe Näherung gegeben, die aber in der Fachliteratur ziemlich verbreitet ist und die physikalischen Zusammenhänge besser veranschaulicht. Diese Näherung fußt auf der Grundlage, daß das Dämpfungsmoment bei gewissen Pendelfrequenzen im Fall eines kleinen Ständerwirkwiderstandes R_s und eines kleinen Läuferwirkwiderstandes R_r als die Überlagerung der Wirkungen

dieser beiden Widerstände entsteht. Im Laufe der Berechnung wird demnach das Dämpfungsmoment aus zwei Teilen zusammengesetzt gedacht. Zuerst bleibt der Ständerwirkwiderstand unberücksichtigt und das immer positive Dämpfungsmoment M_{DI} wird unter Berücksichtigung der Läuferwirkwiderstände mit dem unter dem vorangehenden Punkt behandelten Verfahren bestimmt. Sodann läßt man den Wirkwiderstand der Läuferkreise unbeachtet und berechnet das Dämpfungsmoment M_{DII} unter Betrachtung von R_s . Das Moment ist meistens negativ, seine Richtung ist also mit der Winkelgeschwindigkeitsänderung nicht entgegengesetzt, sondern von gleicher Richtung. Das resultierende Dämpfungsmoment beträgt

$$M_D = M_{DI} + M_{DII}.$$

Bei der Berechnung des zweiten Teiles wird der Umstand ausgenutzt, daß bei Vernachlässigung der Wirkwiderstände der Läuferkreise der Gesamtfluß des Ständers sehr einfach ausgedrückt werden kann (Abschnitt 4.107). Es soll vorausgesetzt werden, daß der Läufer der Maschine in Längs- und Querrichtung vollkommen symmetrisch ist und auch in Querrichtung eine der Erregerwicklung ähnliche kurzgeschlossene Wicklung trägt. Beim Vorhandensein der Dämpferstromkreise müßte man mit subtransienten Größen rechnen, doch wird nicht ganz folgerichtig die transiente Induktivität benutzt. Die Flußgleichung entstand aus der Konstanz der Flüsse der Läuferwicklungen, der konstante Fluß ψ'_s ist am Läufer festgebunden. Der Läufer dreht sich während der Pendelungen mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = \omega_1 + \Delta\omega$, durch den Fluß ψ'_s wird also im Ständer die Spannung $U'_s = j\omega\psi'_s$ induziert. Die an den Ständerklemmen bestehende Spannung U_s dreht sich genau synchron. Der erste Teil des Ständerstromes wird durch die Spannung U_s mit der Frequenz von U_s erzeugt, wobei zur Berechnung $U'_s = 0$ gesetzt werden soll. Dieser Strom liefert mit der Spannung der Maschine U'_s bzw. mit dem Fluß der Maschine ψ'_s gemeinsam das Synchronisierungsmoment. Der andere Stromteil wird durch die Spannung U'_s hervorgerufen, bei dessen Berechnung die Ständerklemmen als kurzgeschlossen anzusehen sind ($U_s = 0$). Dieser Strom hat die (veränderliche) Kreisfrequenz ω und sein Wert beläuft sich mit sehr guter Näherung auf

$$I_{II} = \frac{\omega\psi'_s}{\sqrt{R_s^2 + (\omega L'_d)^2}}.$$

Durch diesen Strom wird im Ständer der Verlust

$$P = 3 I_{II}^2 R_s = 3 \frac{\omega^2 \psi_s'^2}{R_s^2 + \omega^2 L_d'^2} R_s$$

verursacht, die ihm entsprechende Leistung wird durch das sich mit Winkelgeschwindigkeit ω drehende Feld übertragen. Deshalb wirkt auf den Läufer das Bremsmoment

$$M = -\frac{P}{\omega} = -3 \frac{\omega \psi_s'^2}{R_s^2 + \omega^2 L_d'^2} R_s. \quad (6.60)$$

Das Moment wurde über ω in Abb. 6.20 dargestellt. Die Abweichung der Winkelgeschwindigkeit ω vom synchronen Wert ω_1 ist sehr gering, deshalb wird die Kurve im Bereich von Punkt ω_1 betrachtet. Da R_s immer bedeutend kleiner ist als $\omega_1 L'_d = X'_d$, fällt $\omega = \omega_1$ in den Abschnitt der Momentenkurve, welche durch eine Hyperbel dargestellt werden kann. Wenn die Winkelgeschwindigkeit größer ist als der zum Kippunkt gehörige ω -Wert, so ist der Ständerstrom I_{II} von ω kaum abhängig, weil sich $\omega\psi'_s$ und $\omega L'_d$ im gleichen Verhältnis ändern und R_s vernachlässigt werden kann. In diesem Abschnitt ist also P annähernd konstant und somit ist das Moment umgekehrt proportional zur Winkelgeschwindigkeit ω . Sollte die Winkelgeschwindigkeit gegenüber dem Mittelwert ω_1 zunehmen, so nimmt das Bremsmoment ab, was eine der Dämpf-

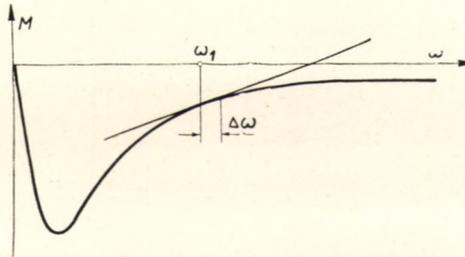


Abb. 6.20. Die Darstellung des durch den Ständerwirkwiderstand verursachten negativen Dämpfungsmomentes

fung entgegengesetzte Wirkung ausübt, wodurch das Dämpfungsmoment negativ wird.

Während der Pendelungen schwankt die Winkelgeschwindigkeit zwischen den Werten $\omega_1 + (\Delta\omega)_m$ und $\omega_1 - (\Delta\omega)_m$, deshalb läßt sich das Dämpfungsmoment aus der im Punkt ω_1 gebildeten Ableitung berechnen:

$$M_{DII} = - \left(\frac{dM}{d\omega} \right)_{\omega=\omega_1}$$

Wird die Funktion (6.60) differenziert, außerdem $\omega = \omega_1$ eingesetzt und $\omega_1 L'_d = X'_d$ und $\omega_1 \psi'_s = U'_s$ angewandt, so erhält man nach dem Ordnen, daß

$$M_{DII} = - \frac{1}{\omega_1^2} 3 \frac{U_s'^2}{R_s^2 + X_d'^2} \frac{-R_s^2 + X_d'^2}{R_s^2 + X_d'^2} R_s. \quad (6.61)$$

Hier kommt der Effektivwert der Spannung U'_s hinter der transienten Reaktanz vor. Der Wert des letzten Bruches ist, da $R_s \ll X'_d$, mit guter Näherung gleich Eins und damit gestaltet sich das auf Einfluß des Ständerwirkwiderstandes auftretende negative Dämpfungsmoment in seiner in der Fachliteratur üblichen Form als

$$M_{DII} = - \frac{1}{\omega_1^2} 3 \frac{U_s'^2}{R_s^2 + X_d'^2} R_s. \quad (6.61')$$

Nachstehende Form ist etwas genauer und Gleichung (6.61) gemäß unter Berücksichtigung des zweiten Bruches in erster Näherung erhältlich:

$$M_{DII} = -\frac{1}{\omega_1^2} 3 \frac{U_s'^2}{X_d'^2} R_s \left(1 - 3 \frac{R_s^2}{X_d'^2} \right). \quad (6.62)$$

In relativen Einheiten nimmt die Formel (6.61') folgende Form an:

$$M_{DII}^* = -\frac{1}{\omega_1} \frac{U_s'^{*2}}{R_s'^{*2} + X_d'^{*2}} R_s^*. \quad (6.61a)$$

Beim im Beispiel 6.104 vorkommenden Synchronmotor sind: $X_d'^* = 0,37$;

$$\begin{aligned} U_s'^* &= U_s^* - jI_{d0}^* X_d'^* = -0,309 + j0,951 + j0,737 \cdot 0,37 = \\ &= -0,309 + j1,224; \end{aligned}$$

$$U_s'^* = \sqrt{0,309^2 + 1,224^2} = 1,275.$$

Wird der Wert $R_s^* = 0,05$ (5%) angenommen, so beläuft sich das Dämpfungsmoment infolge des Ständerwirkwiderstandes auf

$$M_{DII}^* = -\frac{1}{\omega_1} \frac{1,275^2}{0,05^2 + 0,37^2} 0,05 = -\frac{1}{\omega_1} 0,58.$$

Im Abschnitt 6.106 wurde das Dämpfungsmoment mit Vernachlässigung des Ständerwirkwiderstandes berechnet, es betrug

$$M_{D1}^* = \frac{1}{\omega_1} 7,6.$$

Das effektive Dämpfungsmoment ist also

$$M_D^* = \frac{1}{\omega_1} (7,6 - 0,58) \approx \frac{1}{\omega_1} 7.$$

Der Einfluß der guten Dämpferwicklung hat also nur um ein wenig abgenommen.

Durch die Gleichungen (6.61) bis (6.62) wird nur eine grobe Näherung geliefert, weil man die Wirkungen von R_s und R_r eigentlich nicht getrennt untersuchen darf. Die genaue Berechnung für den ganz allgemeinen Fall der Synchronmaschine geht folgendermaßen vor sich: Die Angaben der Mittelstellung der Pendelung wurden dem stationären Zustand entsprechend bestimmt. Das im Abschnitt 6.10 angewendete Prinzip, wonach sich der Fluß ψ_s genau synchron dreht, kann diesmal wegen des während der Pendelungen

veränderlichen Spannungsabfalles, der im Ständerwirkwiderstand auftritt, nicht benutzt werden. Nun soll die Spannungsgleichung des Ständers im Läuferkoordinatensystem angeschrieben werden, indem diese mit den Ständervektoren ausgedrückt wird:

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{i}_s R_s + j\omega \boldsymbol{\psi}_s + \frac{d\boldsymbol{\psi}_s}{dt}.$$

Hierbei ist ω der Momentanwert der Läuferwinkelgeschwindigkeit. Die Gleichung soll in ihren reellen und imaginären Teil (für die Richtungen d und q) aufgelöst werden. Wenn die einzelnen Vektoren mit ihren Koordinaten von Richtung d und q ausgedrückt werden, erhält man die Parkschen Gleichungen:

$$u_d = i_d R_s - \omega \psi_q + \frac{d\psi_d}{dt},$$

$$u_q = i_q R_s + \omega \psi_d + \frac{d\psi_q}{dt}.$$

Man soll dabei sämtliche Veränderlichen mit ihren Mittelwerten und Änderungen ausdrücken, z. B. $\omega = \omega_1 + \Delta\omega$, $\psi_q = \psi_{q0} + \Delta\psi_q$ usw. Jene Glieder, die keine Änderung enthalten, fallen weg, weil die Spannungsgleichung des Ständers auch durch die Angaben der Mittelstellung befriedigt wird. Vernachlässigt man die kleinen Größen zweiter Ordnung ($\Delta\omega \cdot \Delta\psi_q$ und $\Delta\omega \cdot \Delta\psi_d$), so ergibt sich, daß

$$\left. \begin{aligned} \Delta u_d &= \Delta i_d R_s - \Delta\omega \cdot \Delta\psi_{q0} - \omega_1 \Delta\psi_q + \frac{d\Delta\psi_d}{dt}, \\ \Delta u_q &= \Delta i_q R_s + \Delta\omega \cdot \psi_{d0} + \omega_1 \Delta\psi_d + \frac{d\Delta\psi_q}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (6.63)$$

Wir nehmen an, daß sich die Ständerspannung \mathbf{U}_s genau mit der Winkelgeschwindigkeit ω_1 dreht. Die Läuferstellung wird durch den Winkel δ gekennzeichnet, der vom Vektor \mathbf{U}_s und von der Achse q (die Richtung von \mathbf{U}_p) eingeschlossen wird. Ändert sich während der Pendelungen der Winkel δ_0 um $\Delta\delta$, so verdreht sich der Vektor \mathbf{U}_s gegenüber dem Läufer (Abb. 6.21). Die Spannungsänderung ist

$$\Delta \mathbf{u}_s = -j \mathbf{U}_{s0} \Delta\delta = -j(u_{d0} + j u_{q0}) \Delta\delta.$$

In reelle und imaginäre Teile zerlegt:

$$\Delta u_d = u_{q0} \Delta\delta,$$

$$\Delta u_q = -u_{d0} \Delta\delta.$$

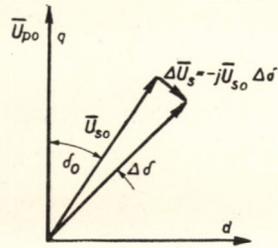


Abb. 6.21. Die Änderung der im Läuferkoordinatensystem bestimmten Ständerspannung bei Pendelungen

Mit Einsetzen dieser Zusammenhänge in (6.63) und unter Berücksichtigung, daß $\Delta\omega = \frac{d\Delta\delta}{dt}$, folgt:

$$\left. \begin{aligned} -u_{q0} \Delta\delta + \psi_{q0} \frac{d\Delta\delta}{dt} &= \Delta i_d R_s + \frac{d\Delta\psi_d}{dt} - \omega_1 \Delta\psi_q, \\ -u_{d0} \Delta\delta - \psi_{d0} \frac{d\Delta\delta}{dt} &= \Delta i_q R_s + \frac{d\Delta\psi_q}{dt} + \omega_1 \Delta\psi_d. \end{aligned} \right\} \quad (6.64)$$

Ist die Winkelpendelung des Läufers: $\Delta\delta = (\Delta\delta)_m \cos \Omega t$ gegeben, so sind die auf den linken Seiten obiger Gleichungen stehenden Werte bekannt. Durch diese Gleichungen wird ein inhomogenes lineares Differentialgleichungssystem mit konstanten Koeffizienten gebildet. Diese wären noch mit den Spannungsgleichungen der Läuferkreise und den Flußgleichungen zu ergänzen. Letztere sind aber denen gleich, die bei den Berechnungen unter Vernachlässigung der Ständerwirkwiderstände aufgeschrieben wurden. Somit können die dort erhaltenen Ergebnisse Verwendung finden. Da auf den linken Seiten der Gleichungen (6.64) die Inhomogenität auf $\cos \Omega t$ und $\sin \Omega t$ zurückzuführen ist, werden in der Auflösung des ständigen Pendelungszustandes sämtliche Veränderlichen ebenso verändernde Glieder enthalten (z. B. $\Delta\psi_d$, Δi_d). In den Gleichungen (6.64) kommen lauter reelle Zahlen und Momentanwerte vor. Die Lösung kann auch diesmal am zweckmäßigsten durch die Einführung der komplexen Vektoren $e^{j\Omega t}$ vorgenommen werden, analog wie bei den üblichen Berechnungen der Wechselstromkreise.

Der Zusammenhang zwischen $\Delta\psi_d$ und Δi_d sowie zwischen $\Delta\psi_q$ und Δi_q wurde durch die Lösungen der Läuferkreisspannungsgleichungen geliefert. Aus (6.15) und (6.16) folgt, daß

$$\left. \begin{aligned} \Delta i_d &= j\omega_1 \Delta\psi_d \frac{1}{Z_d} = j\omega_1 Y_d \Delta\psi_d, \\ \Delta i_q &= j\omega_1 \Delta\psi_q \frac{1}{Z_q} = j\omega_1 Y_q \Delta\psi_q. \end{aligned} \right\} \quad (6.65)$$

Für Z_d und Z_q gelten auch jetzt die Ersatzschaltungen Abb. 6.6 und 6.7 gemäß, die Formeln für Y_d und Y_q sind unter den Gleichungen (6.24) bis (6.31) zu finden.

Werden die Gleichungen (6.64) mit komplexen Vektoren ($e^{j\Omega t}$) umschrieben, ergibt sich mit Einsetzen der Gleichungen (6.65):

$$\left. \begin{aligned} (u_{q0} + j\Omega \psi_{q0}) \Delta\delta &= (j\omega_1 Y_d R_s + j\Omega) \Delta\psi_d - \omega_1 \Delta\psi_q, \\ -(u_{d0} + j\Omega \psi_{d0}) \Delta\delta &= \omega_1 \Delta\psi_d + (j\omega_1 Y_q R_s + j\Omega) \Delta\psi_q. \end{aligned} \right\} \quad (6.66)$$

Die Differenzierung wurde gleich in die Multiplikation mit $j\Omega$ umgestaltet. Auf den linken Seiten der Gleichungen sind alles bekannte Größen, aus den beiden Gleichungen können $\Delta\psi_d$ und $\Delta\psi_q$ bestimmt werden. Setzt man diese wieder in die Gleichungen (6.65) ein, bekommt man auch Δi_d und Δi_q . Alle vier Größen setzen sich als Produkte von $\Delta\delta$ und von einer komplexen Zahl zusammen.

Aus diesen kann die Momentenänderung schon berechnet werden. Der Momentanwert ist:

$$M = \frac{3}{2} \psi_s \times \mathbf{i}_s = \frac{3}{2} \operatorname{Im} [\hat{\psi}_s \mathbf{i}_s] = \frac{3}{2} (\psi_d i_q - \psi_q i_d).$$

Da das Differential eines Produktes $\Delta(uv) = \Delta u v_0 + u_0 \Delta v$ ist, verhält sich die Momentenänderung dem Mittelwert gegenüber:

$$\Delta M = \frac{3}{2} (\Delta\psi_d \cdot i_{q0} + \psi_{d0} \cdot \Delta i_q - \Delta\psi_q \cdot i_{d0} - \psi_{q0} \cdot \Delta i_d).$$

Das Moment ändert sich gemäß $\cos \Omega t$ und $\sin \Omega t$. Mit Hilfe des Momentenzeitvektors läßt sich auch diese Gleichung vektoriell aufschreiben:

$$\Delta \mathbf{M} = \frac{3}{2} (\Delta\psi_d \cdot i_{q0} + \psi_{d0} \cdot \Delta i_q - \Delta\psi_q \cdot i_{d0} - \psi_{q0} \cdot \Delta i_d). \quad (6.67)$$

Division durch $-\Delta\delta$ ergibt das komplexe Pendelungsmoment \mathbf{M}_p , durch dessen reellen Teil das Synchronisierungsmoment M_S , seinen imaginären aber das Dämpfungsmoment M_D bestimmt wird. (6.56) und (6.57) gemäß gilt, daß

$$\mathbf{M}_p = -\frac{\Delta \mathbf{M}}{\Delta\delta} = M_S + j\Omega M_D. \quad (6.68)$$

Es ist langwierig, die Lösung des Gleichungssystems (6.66) bis (6.68) abzuwickeln und nicht leicht, aus dem Ergebnis allgemeine Folgerungen abzuleiten. In gewissen Fällen können jedoch obige Rechnungen leicht durchgeführt und somit M_S und M_D bestimmt werden.

Zur Bestimmung des negativen Dämpfungsmomentes auf Einfluß des Ständerwirkwiderstandes soll deshalb eine Synchronmaschine im Leerlauf untersucht werden. Damit können wir einerseits die Näherungsformel (6.63) kontrollieren, andererseits aber diese annähernd auch für den Lastzustand verallgemeinern.

Unter einer leerlaufenden Maschine versteht man, daß diese an das Hochleistungsnetz gelegt wurde und mechanisch nicht belastet ist, wogegen das Verlustmoment auf mechanischem Weg gedeckt wird. Die Läufererregung ist so eingestellt, daß der Ständerstrommittelwert gleich Null sei. Natürlich fließt während der Pendelungen Strom in den Ständerwicklungen. Für diesen Fall gilt, daß $i_{d0} = i_{q0} = 0$, der Spannungsvektor des Ständers ist in der

Mittelstellung gleich dem Vektor der Polspannung \mathbf{U}_{p0} , es folgt also, daß $\mathbf{u}_{d0} = 0$, $\mathbf{u}_{q0} = \mathbf{U}_s = \mathbf{U}_{p0}$. Der Ständerfluß ψ_{s0} steht senkrecht auf \mathbf{U}_{s0} , woraus sich ergibt, daß $\psi_{s0} = \psi_{d0} = \frac{U_s}{\omega_1}$, $\psi_{q0} = 0$ (Abb. 6.22).

In Gleichung (6.67) des Momentes bleibt demnach nur das Glied bestehen, das ψ_{d0} enthält:

$$\Delta M = \frac{3}{2} \psi_{d0} \cdot \Delta \mathbf{i}_q. \quad (6.69)$$

Es genügt daher, aus dem Gleichungssystem (6.66) nur $\Delta \psi_q$, sodann daraus $\Delta \mathbf{i}_q$ zu berechnen. Die auf der linken Seite des Gleichungssystems (6.66) stehenden Größen sind:

$$u_{q0} + j\Omega \psi_{q0} = U_s;$$

$$-(u_{d0} + j\Omega \psi_{d0}) = -j U_s \frac{\Omega}{\omega_1} = -j U_s \nu.$$

Das Gleichungssystem (6.66) wird für $\Delta \psi_q$ aufgelöst:

$$\Delta \psi_q = - \frac{U_s}{\omega_1} \frac{1 - \nu^2 - \nu R_s \mathbf{Y}_d}{1 - \nu^2 - \nu R_s (\mathbf{Y}_d + \mathbf{Y}_q) - R_s^2 \mathbf{Y}_d \mathbf{Y}_q} \Delta \delta. \quad (6.70)$$

Die Größen

$$\nu = \frac{\Omega}{\omega_1}; \quad R_s \mathbf{Y}_d = \frac{R_s}{Z_d} \quad \text{und} \quad R_s \mathbf{Y}_q = \frac{R_s}{Z_q}$$

sind gegenüber 1 bezüglich ihrer Absolutwerte klein und allgemein nicht größer als $\frac{1}{4}$. Somit stehen in Zähler und Nenner des Bruches neben 1 solche Größen, deren Absolutwerte klein sind. Bedienen wir uns der Näherung, laut welcher

$$\frac{1}{1-x} \approx 1+x, \quad \text{wenn } |x| \ll 1$$

und

$$\frac{1-y}{1-x} \approx (1-y)(1+x) \approx 1-y+x, \quad \text{wenn } |x| \ll 1 \text{ und } |y| \ll 1,$$

so läßt sich Gleichung (6.70) auf nachstehende Form vereinfachen:

$$\Delta \psi_q \approx - \frac{U_s}{\omega_1} (1 + \nu R_s \mathbf{Y}_q + R_s^2 \mathbf{Y}_d \mathbf{Y}_q) \Delta \delta.$$

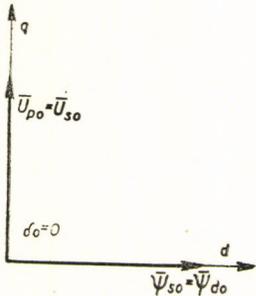


Abb. 6.22. Die Angaben der Pendelungsmittelstellung im Leerlauf

Nach Gleichung (6.65) ist $\Delta \mathbf{i}_q = j \omega_1 \mathbf{Y}_q \Delta \psi_q$, wird dies in (6.69) wieder eingesetzt, so bekommt man für die Momentenänderung, daß

$$\Delta \mathbf{M} = - \frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1} j \mathbf{Y}_q (1 + \nu R_s \mathbf{Y}_q + R_s^2 \mathbf{Y}_d \mathbf{Y}_q) \Delta \delta.$$

Das komplexe Pendelungsmoment, in dem sowohl Synchronisierungs- als auch Dämpfungsmoment enthalten sind, wird (6.68) gemäß

$$\mathbf{M}_p = - \frac{\Delta \mathbf{M}}{\Delta \delta} = M_s + j \Omega M_D = \frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1} j \mathbf{Y}_q (1 + \nu R_s \mathbf{Y}_q + R_s^2 \mathbf{Y}_d \mathbf{Y}_q) \quad (6.71)$$

sein. Ziehen wir nun einen Vergleich mit Zusammenhang (6.58), der für den Fall $R_s = 0$ abgeleitet wurde.

Da die Mittelstellung der Pendelungen der Leerlaufzustand ist, wird die Blindleistung $Q_0 = 0$ und der Lastwinkel $\delta_0 = 0$ sein. Daraus folgt, daß (6.58) jetzt die Form

$$\mathbf{M}_{pI} = \frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1} j \mathbf{Y}_q$$

hat. Das Pendelungsmoment, das auf den Ständerwirkwiderstand zurückzuführen ist, beträgt also

$$\mathbf{M}_{pII} = \mathbf{M}_p - \mathbf{M}_{pI} = \frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1} j \mathbf{Y}_q^2 R_s (\nu + R_s \mathbf{Y}_d).$$

Davon beläuft sich das Dämpfungsmoment gemäß (6.71) auf das $\frac{1}{\Omega}$ -fache des imaginären Teiles

$$M_{DII} = \frac{1}{\Omega} \frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1} R_s \operatorname{Im} [j \mathbf{Y}_q^2 (\nu + R_s \mathbf{Y}_d)]. \quad (6.72)$$

Hierbei kommt U_s mit dem Höchstwert vor. Die Form der Gleichung ist in relativen Einheiten:

$$M_{DII}^* = \frac{1}{\Omega} U_s^{*2} R_s^* \operatorname{Im} [j \mathbf{Y}_q^{*2} (\nu + R_s^* \mathbf{Y}_d^*)]. \quad (6.73)$$

Untersuchen wir nun unter Anwendung der Angaben der im Beispiel 6.104 vorkommenden Maschine, wieweit sich die Näherungsformel (6.61) bewährt. Die Gleichung (6.61) besagt, daß das Dämpfungsmoment, das auf Wirkung von R_s entsteht, von der Pendelungsfrequenz Ω unabhängig sei und auch vom

Lastwinkel δ_0 nicht abhängt. Daher muß sie auch für die Pendelungen gültig sein, die um den Leerlaufzustand stattfinden.

Bei $U_s^* = 1$ und $X_d'^* = 0,37$ Gleichung (6.61a) gemäß gilt:

$$\omega_1 M_{DII}^* = - \frac{R_s^*}{R_s^{*2} + 0,137},$$

somit ist für die Werte $R_s^* = 0,025, 0,05$ und $0,1$, nach (6.61a) $\omega_1 M_{DII}^* = -0,18, -0,36$ und $-0,68$. Aus dem genaueren Zusammenhang (6.73) geht hervor, daß das von R_s verursachte negative Dämpfungsmoment auch von Ω abhängig ist.

Falls $\Omega = \frac{\omega_1}{6}$ ist, wird auf Grund des Beispiels 6.104 $Y_d^* = 0,83 - j 3,3$ und $Y_q^* = 1,32 - j 2,74$ sein, folglich ist aus (6.73)

$$\omega_1 M_{DII}^* = - R_s^* (5,78 + R_s^* 174).$$

Dann ist bei	$R_s^* =$	0,025	0,05	0,1
nach (6.73)	$\omega_1 M_{DII}^* =$	-0,25	-0,72	-2,32.

Es ist also ersichtlich, daß die Näherungsformeln (6.61) mit den Angaben des angenommenen Beispiels um rund zweimal kleinere Werte liefern. Bei ganz langsamen Pendelungen besteht noch ein großer Unterschied: ($\Omega \approx 0$). Dann gewinnt man laut (6.73) die Werte

$$\omega_1 M_{DII}^* = -0,4 \quad -1,5 \quad -5,6$$

und sieht, daß auch die Proportionalität mit R_s nicht mehr besteht.

Es ist also klar zu ersehen, daß die Berücksichtigung des Ständerwirkwiderstandes eine langwierige Berechnung erfordert, hingegen sind die einfachen Näherungsformeln wegen der verwickelten Verhältnisse nicht ganz geeignet. Bei Maschinen jedoch, auf deren Läufern ein guter Dämpfer angeordnet wurde, ist der Einfluß des Ständerwirkwiderstandes nicht ausschlaggebend. Das Dämpfungsmoment der im Beispiel 6.104 angeführten Maschine

ist bei $R_s = 0$ im Leerlauf, wenn die Pendelungskreisfrequenz $\Omega = \frac{\omega_1}{6}$ ist,

$\omega_1 M_{DI}^* = 7,6$, was bei $R_s^* = 0,05$ um 3,2 zu verringern ist. Im Fall von sehr langsamen Pendelungen beträgt $\omega_1 M_{DI}^* = 13,1$, was für $R_s^* = 0,05$ um 1,5 zu verringern ist.

Die Wirkung des Ständerwirkwiderstandes kann sehr unangenehm werden, falls der Läufer ohne Dämpferstromkreis gebaut wurde. Ist z. B. in Querrichtung kein Dämpferstromkreis vorhanden, dann ist $Y_q = -j \frac{1}{X_q}$ und im Leerlauf ($\delta_0 = 0$) wird das unter Vernachlässigung des Ständerwirkwiderstandes erhaltene Dämpfungsmoment gleich Null sein: $M_{DI} = 0$. Infolge

des Ständerwirkwiderstandes gewinnt man (6.73) gemäß

$$\omega_1 M_{DII}^* = -R_s^* U_s^{*2} \frac{1}{X_q^{*2}} \left(1 + \frac{1}{\nu} R_s^* G_d^* \right)$$

immer ein negatives Dämpfungsmoment. Die Maschine führt also im Leerlaufzustand selbsterregte Pendelungen aus, die durch Verminderung der Erregung aufgehoben werden können, wodurch aber wiederum unliebsame Betriebsverhältnisse auftreten.

6.30. BESTIMMUNG DER GRÖSSE DES PENDELWINKELS BEI ZWANGSPENDELUNGEN

Es sollen nun die Pendelungen der Synchronmaschinen für den Fall untersucht werden, wenn sich ihr mechanisches Moment zeitlich einer bekannten Funktion gemäß periodisch ändert. Die Bewegungsgleichung der Maschine ist

$$\Theta \frac{d^2 x}{dt^2} = M_{\text{masch}} + M_{\text{mech}}. \quad (6.74)$$

Hierbei ist das Trägheitsmoment des Läufers und der mit ihm mitlaufenden Massen Θ . Wie bereits erwähnt, werden die Formeln auf die zweipolige Maschine bezogen und daher ergibt sich aus dem tatsächlichen Θ' unter Berücksichtigung der Polpaarzahl p , daß $\Theta = \frac{\Theta'}{p^2}$.

Die Winkelbeschleunigung des Läufers beträgt $\frac{d^2 x}{dt^2}$, wobei x der Winkel ist, der die Läuferstellung gegenüber einer stillstehenden Achse bestimmt. Bedient man sich des Winkels δ , der gegenüber der sich mit genau der synchronen Winkelgeschwindigkeit ω_1 drehenden Achse (z. B. zur Richtung von U_s) auftritt, so folgt, daß

$$x = x_0 + \omega_1 t + \delta = x_0 + \omega_1 t + \delta_0 + \Delta\delta;$$

es kann also statt $\frac{d^2 x}{dt^2}$ auch $\frac{d^2 \Delta\delta}{dt^2}$ geschrieben werden.

Das durch die Synchronmaschine gelieferte Moment (auf zweipolige Maschine umgerechnet) ist M_{masch} . Dies kann auch mit dem Mittelwert sowie dem Synchronisierungs- und Dämpfungsmoment M_S bzw. M_D ausgedrückt werden:

$$M_{\text{masch}} = M_0 - M_S \Delta\delta - M_D \Delta\omega.$$

Da die Werte M_S und M_D von der Pendelfrequenz abhängig sind, müssen die Berechnungen für die einzelnen Frequenzen getrennt vorgenommen werden.

Das mechanische Moment ist (auf zweipolige Ausführung bezogen) M_{mech} . Bei Generatoren ist es das Moment der Antriebsmaschine (z. B. des

Diesel-Motors), bei Motoren das Lastmoment (z. B. eines Kolbenkompressors). Es wird vorausgesetzt, daß die mechanische Last über der Zeit oder über der Winkelstellung bekannt ist. In letzterem Fall wird es unter Annahme einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_1 in eine Zeitfunktion umgerechnet. Sodann werden die Grundwelle und die Oberwellen mit Hilfe der Entwicklung in Fourierscher Reihe bestimmt und man führt die Berechnung für die einzelnen Komponenten von sämtlichen Frequenzen getrennt durch. Im allgemeinen gilt, daß

$$M_{\text{mech}} = -M_0 + \sum_{k=1}^{\infty} M_{mk} \cos(\nu_k \omega_1 t + \varphi_k).$$

Sofern das mechanische Moment auch von der Winkelgeschwindigkeit abhängig ist, wird das Dämpfungsmoment $-\frac{\partial M_{\text{mech}}}{\partial \omega}$ bestimmt und dieses mit dem

Dämpfungsmoment der Synchronmaschine zusammengezogen. Das der Pendelmittelstellung entsprechende Moment fällt beim Einsetzen in Gleichung (6.74) weg. Im folgenden wird die Berechnung für die eine veränderliche Komponente vorgenommen und statt der Summe wird nur das k -te Glied mit der Bezeichnung berücksichtigt:

$$M_{mk} \cos(\nu_k \omega_1 t + \varphi_k) = M_m \cos(\Omega t + \varphi).$$

Werden diese Zusammenhänge in Gleichung (6.74) eingesetzt und geordnet, so folgt für die Komponente mit Kreisfrequenz Ω , daß ihre Bewegungsgleichung

$$\Theta \frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} + M_D \frac{d \Delta \delta}{dt} + M_S \Delta \delta = M_m \cos(\Omega t + \varphi) \quad (6.75)$$

ist. Mit Einführung der komplexen Vektoren, die sich mit Winkelgeschwindigkeit Ω drehen, ist

$$(-\Omega^2 \Theta + j\Omega M_D + M_S) \Delta \delta = M_m e^{j(\Omega t + \varphi)}.$$

Daraus ergibt sich die Winkelpendelung $\Delta \delta$ zu

$$\Delta \delta = \frac{M_m}{-\Omega^2 \Theta + j\Omega M_D + M_S} e^{j(\Omega t + \varphi)}. \quad (6.76)$$

Der aus Synchronisierungs- und Dämpfungsmoment zusammengesetzte Ausdruck $M_S + j\Omega M_D$ läßt sich gemäß (6.56) bis (6.59) zum komplexen Pendelungsmoment M_p zusammenziehen. Wird die im Nenner von (6.76) stehende komplexe Zahl in der Form $Z = Ze^{j\vartheta}$ angeschrieben, so folgt:

$$\Delta \delta = \frac{M_m}{Z} e^{j(\Omega t + \varphi - \vartheta)}$$

bzw.

$$\Delta \delta = \frac{M_m}{Z} \cos(\Omega t + \varphi - \vartheta).$$

Kommen im mechanischen Moment, durch den die Pendelung erzwungen wird, mehrere Oberwellen vor, so gilt, daß

$$\Delta\delta = \sum \frac{M_{mk}}{Z_k} \cos(v_k \omega_1 t + \varphi_k - \vartheta_k).$$

Die Zusammenhänge (6.75) und (6.76) können auch mit relativen Einheiten ausgedrückt werden, zu diesem Zweck teilt man Gleichung (6.75) durch das Nennmoment M_n . Der Wert $\frac{\Theta}{M_n}$ kann auch folgende Form haben:

$$\frac{\Theta}{M_n} = \frac{\Theta \omega_1}{M_n} \frac{1}{\omega_1} = \frac{H}{\omega_1}.$$

Dabei ist $H = \frac{\Theta \omega_1}{M_n}$ die Trägheitskonstante der Maschine, mit der Dimension sec H ist jene Zeitspanne angegeben, in der die stillstehende Maschine durch das konstante Nennmoment M_n auf die synchrone Drehzahl n_1 bei reiner Massenbeschleunigung hochfahren würde. H kann auch in nachstehender Form angeschrieben werden:

$$H = 2 \frac{\Theta \omega_1^2}{2} \frac{1}{\omega_1 M_n} = \frac{2E}{P_n}.$$

Anders ausgedrückt, ist H also jene Zeit, in der die mit der Scheinleistung P_n zahlenmäßig gleiche Wirkleistung das Doppelte der kinetischen Energie des Läufers (E) liefern würde.

In der Praxis pflegt man das Schwungmoment (GD^2) in tm^2 anzugeben. Ist die Scheinleistung der Maschine P_n in MVA und die synchrone Drehzahl pro min n_1 , so besteht nachstehender Zusammenhang:

$$H = \frac{GD^2 \left(\frac{n_1}{1000} \right)^2}{P_n} 2,74 \text{ sec.} \quad (6.77)$$

Bei großen Turbogeneratoren ist $H = 5 \sim 10$ sec, bei Synchronmotoren ist ihre Größenordnung 1 sec.

Die Bewegungsgleichung ist in relativen Einheiten

$$\frac{H}{\omega_1} \frac{d^2 \Delta\delta}{dt^2} + M_D^* \frac{d\Delta\delta}{dt} + M_S^* \Delta\delta = M_m^* \cos(\Omega t + \varphi). \quad (6.78)$$

woraus sich die Winkelpendelung zu

$$\Delta\delta = \frac{M_m^*}{-\frac{H}{\omega_1} \Omega^2 + j\Omega M_D^* + M_S^*} e^{j(\Omega t + \varphi)} \quad (6.79)$$

ergibt.

Beispiel. Im Beispiel 6.104 wurde der Wert der Winkelpendelung $\Delta\delta$ im voraus angenommen. Nun kann $\Delta\delta$ berechnet werden.

Das Lastmoment pendelt um den Mittelwert $M_0 = 0,72$ mit stetiger Amplitude, es gilt also, daß

$$M_{\text{mech}}^* = -M_0^* + M_m \cos \Omega t = -0,72 + 0,72 \cos \Omega t.$$

Die Kreisfrequenz der Pendelung beträgt $\Omega = \frac{\omega_1}{6} = 52,4/\text{sec}$. Das Schwungmoment der umlaufenden Massen ist $GD^2 = 5 \text{ tm}^2$, demnach folgt (6.77) gemäß daß

$$H = \frac{5 \left(\frac{250}{1000} \right)^2}{0,633} 2,74 = 1,35 \text{ sec.}$$

Synchronisierungs- und Dämpfungsmoment wurden unter Vernachlässigung des Ständerwirkwiderstandes in Beispiel 6.106 für diesen Fall berechnet: $M_S^* = 3,34$, $M_D^* = \frac{1}{\omega_1} 7,6$. Werden diese Werte in Formel (6.79) eingesetzt, so ergibt sich, daß

$$\begin{aligned} \Delta\delta &= \\ &= \frac{0,72}{-1,35 \cdot 314 \left(\frac{1}{6} \right)^2 + j \frac{1}{6} 7,6 + 3,34} e^{j\Omega t} = \frac{0,72}{-11,8 + j 1,267 + 3,34} e^{j\Omega t}. \end{aligned}$$

Im Nenner besitzt das erste Glied den größten Absolutwert. Dies bedeutet, daß die Kreisfrequenz der Pendelungen über der Resonanz liegt und die Massenkräfte die größte Rolle spielen. Für $\Delta\delta$ erhält man:

$$\Delta\delta = 0,084 e^{-j 171,5^\circ} e^{j\Omega t}.$$

Die Amplitude der Winkelpendelung beläuft sich also auf $0,084$ Bogenmaß = $4,8^\circ$ (elektrisch) = $4,8/12 = 0,4^\circ$ (mechanisch). Die Winkelpendelung eilt der Momentenpendelung um $171,5^\circ$ nach, was sich durch die Massenkräfte erklären läßt.

Praktisch muß in der Regel die Berechnung für sämtliche Oberwellen von großer Amplitude mit mehreren Θ -Werten gemacht und auf Grund der sich ergebenden Winkel- und Strompendelungen entschieden werden, welche Schwungradgröße am wirtschaftlichsten ist.

7. DER EINFLUSS DER ÄNDERUNG DER ERREGERSPANNUNG AUF DIE TRANSIENTEN VORGÄNGE DER SYNCHRONMASCHINEN

Im allgemeinen wird die Erregerspannung durch die selbständigen Spannungsregler geändert. Ihnen obliegt eine doppelte Aufgabe: 1. im normalen Betrieb soll die Klemmenspannung des Verbrauchers auf womöglich konstantem Wert gehalten werden und bei mehreren parallellaufenden Maschinen die Blindleistungen unter den Maschinen entsprechend verteilt sein; 2. soll bei Kurzschlüssen die Erregung schnell gesteigert werden, um die dynamischen Stabilitätsverhältnisse zu verbessern. Während der Erfüllung von Aufgabe 1 wird durch die Spannungsregler auch die statische Stabilität der Synchronmaschinen günstig beeinflusst.

Werden obige Voraussetzungen untersucht (Änderung der Klemmenspannung, dynamische Stabilität), so hat man sich in keinem einzigen Fall mit den subtransienten Vorgängen zu befassen, da sich diese innerhalb einiger Perioden abspielen. Deshalb wird in diesem Kapitel vorausgesetzt, daß die Maschine keine Dämpferwicklung hat und auch die subtransienten Ströme, die in dem massiven Eisenkörper fließen, werden außer acht gelassen. Die Untersuchungen werden für zweierlei Maschinengattungen durchgeführt: *a*) für den Typ, der dem synchronisierten Asynchronmotor entspricht (lamellierter Zylinderläufer mit vollkommen ähnlichen Wicklungen auf dem Läufer in Längs- und Querrichtung, s. Abb. 3.1a); *b*) für die Maschine mit ausgeprägten Polen, auf deren Läufer nur eine Erregerwicklung in Längsrichtung angeordnet ist. In Anbetracht der Aufgaben in diesem Kapitel sollen die Turbogeneratoren auch zu letzteren Typen gezählt werden (Fall *b*), weil einerseits in Querrichtung im massiven Eisenkörper nur solche Läuferströme fließen, die sehr schnell abklingen, weshalb diese vernachlässigt werden können, andererseits ist — wie bei Maschinen mit ausgeprägten Polen — auch der magnetische Widerstand der Turbogeneratoren in Längs- und Querrichtung nicht völlig gleich.

Bisher wurde immer angenommen, daß die Erregerspannung konstant ist. Es sind daher jetzt solche Zusammenhänge abzuleiten, die auch im Fall veränderlicher Erregerspannungen gültig und geeignet sind, mit ihrer Hilfe die veränderlichen Spannungen und Ströme bestimmen zu können. Die allgemeinen Zusammenhänge sind etwas verwickelt und deshalb wird in diesem Punkt die sehr gute Näherung Verwendung finden, indem wir voraussetzen, daß die Ständergrößen genau so berechnet werden können wie im stationären

Zustand. Die Ständerströme sind Wechselströme von Grundfrequenz und in den Reaktanzen wird der Spannungsabfall $\mathbf{I}jX$ hervorgerufen. In Wirklichkeit sind die Ströme gedämpft, ihre Vektoren und Winkelgeschwindigkeiten ändern sich langsam, und auch durch diese Änderung wird in den Induktivitäten Spannung induziert. Da die Zeitkonstante der transienten Änderungen bei etwa 1 sec liegt, wogegen der Strom von Grundfrequenz (z. B. 50 Hz) mit der Winkelgeschwindigkeit von 314/sec sich ändert, ist klar ersichtlich, daß auf Einfluß der letzteren etwa 300mal größere Spannungen in den Induktivitäten auftreten als auf Einfluß der transienten Änderungen. Ebenso wird

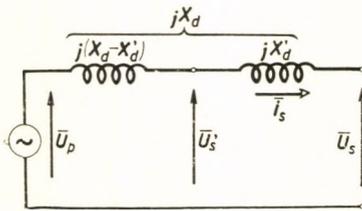


Abb. 7.1. Die Ersatzschaltung einer Synchronmaschine mit symmetrischem Läufer zur Untersuchung der Übergangsvorgänge

bei den im Ständer induzierten Spannungen im Läuferkoordinatensystem nur mit der Komponente $j\omega\psi$ gerechnet und man vernachlässigt die Glieder, die auf die Änderung der $\frac{d\psi}{dt}$ Werte zurückzuführen sind. Man kann aber die im Ständer auftretenden Gleichstromkomponenten außer acht lassen, weil auch diese im allgemeinen mit der Zeitkonstante von etwa 0,1 sec abklingen. Notfalls können letztere separat berücksichtigt werden.

Durch obige Näherungen wird ermöglicht, für die Synchronmaschine eine übliche Ersatzschaltung des stationären Zustandes zu verwenden (Abb. 7.1) bzw. noch dadurch zu erweitern, daß die synchrone Reaktanz X_d in X'_d und $X_d - X'_d$ zerlegt wird und somit auch die Spannung hinter der transienten Reaktanz eingetragen werden kann. Bei der Maschine mit ausgeprägten Polen sind für die Flüsse in Längs- und Querrichtung getrennte Ersatzschaltungen anzuwenden. Nachstehend werden wir zuerst a) die Maschine mit Zylinderläufer und symmetrisch mehrphasiger Läuferwicklung (Abb. 3.1a), sodann b) die Maschine mit ausgeprägten Polen, mit einer einzigen Erregerwicklung, behandeln.

7.10. DIE SYNCHRONMASCHINE MIT ZYLINDRISCHEM LÄUFER; DER LÄUFER IST IN LÄNGS- UND QUERRICHTUNG SYMMETRISCH BEWICKELT

Die Erregerspannung $u_e(t)$ ist an die Erregerwicklung in Längsrichtung angelegt, die Läuferwicklung in Querrichtung kurzgeschlossen. Deshalb zeigt der Vektor der Läuferspannungen

$$\mathbf{u}_r = u_e + j0 = u_e(t)$$

— in einem Läuferkoordinatensystem mit der reellen Achse in Längsrichtung — in die Richtung der reellen Achse. Der Vektor der Läuferströme kann auch schon in Richtung der imaginären Achse (q) liegende Komponenten besitzen, weil in der Querwicklung der Strom durch die Ständerstromänderung

erzeugt wird. Die Spannungsgleichung der Läuferwicklungen lautet:

$$\mathbf{u}_r = u_e(t) = \mathbf{i}_r R_r + \frac{d\psi_r}{dt}. \quad (7.1)$$

Da uns hauptsächlich die Änderung der Ständergrößen interessiert, soll dieser Zusammenhang zu diesem Zweck umgeformt werden.

Der Gesamtfluß des Läufers (ψ_r) kann mit der Spannung \mathbf{U}'_s hinter der transienten Reaktanz des Ständers ausgedrückt werden. Abschnitt 4.107 gemäß gilt, daß

$$\mathbf{U}'_s = j\omega_1 \frac{L_m}{L_r} \psi_r,$$

es folgt also, daß

$$\psi_r = \frac{L_r}{L_m} \frac{\mathbf{U}'_s}{j\omega_1}. \quad (7.2)$$

Diesen Zusammenhang hätten wir auch in der Weise erhalten können, daß im Zusammenhang $\psi_r = \mathbf{i}_r L_r + \mathbf{i}_s L_m$ der Ständerstrom \mathbf{i}_s eliminiert wird, und zwar unter Zugrundelegung der laut Abb. 7.1 angeschriebenen Spannungsgleichung:

$$\mathbf{U}_p + \mathbf{i}_s j(X_d - X'_d) = \mathbf{U}'_s.$$

Wird außerdem noch berücksichtigt, daß $X_d - X'_d = \frac{X_m^2}{X_r}$ und $\mathbf{U}_p = \mathbf{i}_r jX_m$,

so ist Zusammenhang (7.2) auch aus diesen erhältlich.

Zusammenhang (7.2) soll in die Spannungsgleichung des Läufers (7.1) eingesetzt werden und man multipliziere beide Seiten mit $\frac{j\omega_1 L_m}{R_r}$. Damit ergibt sich, daß

$$j\omega_1 L_m \frac{u_e(t)}{R_r} = \mathbf{i}_r j\omega_1 L_m + \frac{L_r}{R_r} \frac{d\mathbf{U}'_s}{dt}. \quad (7.3)$$

Betrachten wir nun, was die hier vorkommenden einzelnen Größen bedeuten.

$\frac{L_r}{R_r} = T'_{d0}$ ist die Leerlaufkonstante des Läufers,

$\mathbf{i}_r j\omega_1 L_m = \mathbf{i}_r jX_m = \mathbf{U}_p$ stellt die im Ständer über Einfluß des Läuferstromes induzierte Polspannung dar, wobei diese mit dem tatsächlich bestehenden Momentanwert des Stromes \mathbf{i}_r zu berechnen ist.

Der auf der linken Seite der Gleichung stehende Ausdruck $\frac{u_e(t)}{R_r}$ wäre immer der Läuferstrom im stationären Zustand nach genügend langer Zeit, wenn sich $u_e(t)$ inzwischen nicht ändern würde. Dieser Strom würde die Polspannung $j\omega_1 L_m \frac{u_e(t)}{R_r}$ erzeugen, die mit $U_{p\infty}(t)$ bezeichnet werden soll.

$$U_{p\infty}(t) = j\omega_1 L_m \frac{u_e(t)}{R_r}. \quad (7.4)$$

Unter Anwendung obiger Zusammenhänge ist die Schlußform der Gl. (7.3):

$$U_{p\infty}(t) = U_p + T'_{do} \frac{dU'_s}{dt}. \quad (7.5)$$

Diese Gleichung dient als Grundlage zu den nachstehenden Untersuchungen. Wenn sich im allgemeinen Fall $U_{p\infty}(t)$ einer beliebigen Funktion gemäß ändert, kann die Änderung der transienten Spannung U'_s aus obiger Gleichung mit schrittweiser Näherung bestimmt werden. Nimmt man statt des Differentialquotienten den Differenzquotienten, so läßt sich die Änderung der Spannung U'_s während der Zeitspanne Δt auf Grund von (7.5) wie folgt bestimmen:

$$\Delta U'_s = \frac{U_{p\infty}(t) - U_p}{T'_{do}} \Delta t. \quad (7.6)$$

Diese Formel eignet sich vorzüglich zur Untersuchung mit Hilfe eines Netzmodells.

In Gleichung (7.5) kommen eigentlich noch zwei Unbekannte vor: $U_p(t)$ und $U'_s(t)$. Auf Grund der Schaltung gemäß Abb. 7.1 kann zwischen diesen noch ein Zusammenhang aufgestellt werden, wenn uns die an den Ständer der Maschine gelegte Last oder die Klemmenspannung bekannt sind.

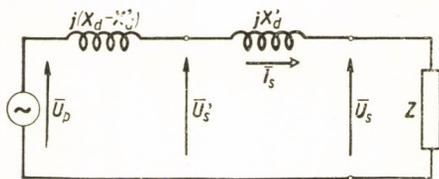


Abb. 7.2. Eine Synchronmaschine, mit welcher ein Verbraucher von Impedanz Z gespeist wird

Untersuchen wir den Fall, wenn nur eine einzelne Verbraucherimpedanz Z durch die Synchronmaschine gespeist wird (Abb. 7.2). Nachdem in sämtlichen Impedanzen derselbe Strom fließt, sind die Spannungen den Impedanzen verhältnismäßig, somit kann z. B. U_p mit U'_s ausgedrückt werden:

$$U_p = \frac{jX_d + Z}{jX'_d + Z} U'_s. \quad (7.7a)$$

Wird dies in Gleichung (7.5) eingesetzt, so gilt, daß

$$\mathbf{U}_{p\infty}(t) = \frac{jX_d + \mathbf{Z}}{jX'_d + \mathbf{Z}} \mathbf{U}'_s + T'_{d0} \frac{d\mathbf{U}'_s}{dt}. \quad (7.7)$$

Dies ist für \mathbf{U}'_s eine Differentialgleichung erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten. Die Auflösung der homogenen Gleichung hat die Form $\mathbf{c}e^{pt}$, wobei

$$p = -\frac{1}{T'_{d0}} \frac{jX_d + \mathbf{Z}}{jX'_d + \mathbf{Z}} \quad (7.8)$$

ist. Im allgemeinen ist dies eine komplexe Zahl, was so viel bedeutet, daß die freien Komponenten, die die Lösung der homogenen Gleichung darstellen, nicht nur abklingen, sondern auch rotieren. Deshalb kann p auch wie folgt angeschrieben werden:

$$p = -\frac{1}{T} - j\Delta\omega.$$

Wird dieser Zusammenhang mit (7.8) gleichgesetzt, so bestimmt der reelle Teil die Zeitkonstante T , der imaginäre Teil die Drehwinkelgeschwindigkeit $\Delta\omega$ der freien Komponenten, wonach

$$T = \frac{1}{\operatorname{Re} \left[\frac{1}{T'_{d0}} \frac{jX_d + \mathbf{Z}}{jX'_d + \mathbf{Z}} \right]} = \frac{T'_{d0}}{\operatorname{Re} \left[\frac{jX_d + \mathbf{Z}}{jX'_d + \mathbf{Z}} \right]}. \quad (7.9)$$

Ist die äußere Last rein induktiv oder gelangt die Synchronmaschine über rein induktive Widerstände in den dreiphasigen Kurzschluß, so ist $\mathbf{Z} = jX$. In diesem Fall bekommt man aus (7.9) den Zusammenhang

$$T = T'_{d0} \frac{X'_d + X}{X_d + X}, \quad (7.10)$$

der uns schon bekannt ist. Beim dreiphasigen Klemmenkurzschluß ist $X = 0$ und die transiente Zeitkonstante der kurzgeschlossenen Maschine $T = T'_d$. Beträgt die äußere Last $\mathbf{Z} = R + jX$, so ergibt sich gemäß (7.9), daß

$$T = \frac{T'_{d0}}{\operatorname{Re} \left[\frac{R + j(X_d + X)}{R + j(X'_d + X)} \right]} = T'_{d0} \frac{R^2 + (X'_d + X)^2}{R^2 + (X_d + X)(X'_d + X)}. \quad (7.11)$$

Bei kleinen Wirkwiderständen kann R^2 vernachlässigt werden und man erhält die Formel (7.10). Aus (7.11) läßt sich feststellen, welche Zeitkonstante die

freien Ständerwechselströme der mit $R + jX$ belasteten Synchronmaschine haben. Ändert sich z. B. die Last der Maschine plötzlich und wird dabei die Erregerspannung nicht geändert, so kann die Änderung der Klemmenspannung U_s wie folgt bestimmt werden: im ersten Augenblick ist die Spannung hinter der transienten Reaktanz U'_{s0} konstant, der Anfangswert der Klemmenspannung sei $U_{s0} = U'_{s0} \frac{Z}{Z + jX'_d}$, wobei Z die Impedanz des neuen Lastzustandes bedeutet. Im ersten Augenblick ändert U_p ihren Anfangswert U_{p0} , nachdem

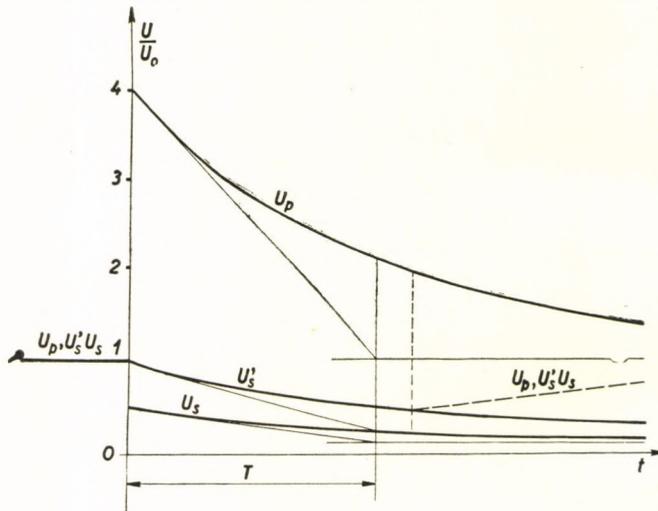


Abb. 7.3. Der Verlauf der Spannungen eines Synchrongenerators bei plötzlicher Last von konstanter Impedanz

der verändernde Ständerstrom im Läufer Strom erzeugt. Bei konstanter Erregerspannung wird sich aber der Wert $U_p = U_{p0}$ wieder einstellen. Deshalb ist die Klemmenspannung der Maschine im stationären Zustand

$$U_s = U_{p0} \frac{Z}{Z + jX_d}$$

Obiges kann mit anderen Worten so erklärt werden, daß die Klemmenspannungsänderung der Maschine im ersten Moment durch die Änderung des Spannungsabfalls an der transienten Reaktanz X'_d bestimmt wird, während sie im stationären Zustand durch einen Spannungsabfall an der synchronen Reaktanz X_d bedingt wird. Letzteres gilt nur bei konstanter Erregerspannung. Die Klemmenspannung ändert sich von einem Wert zum anderen exponentiell, die Zeitkonstante muß mit Hilfe der Angaben des neuen Lastzustandes auf Grund der Formel (7.11) berechnet werden.

Mit der eingehenden Untersuchung der Zeitkonstante wollen wir uns erst im folgenden Kapitel befassen. An dieser Stelle soll nur so viel bemerkt

werden, daß der Wert der Zeitkonstante für den belasteten Zustand T — da in der Praxis keine kapazitive Last vorzukommen pflegt — zwischen die Kurzschlußzeitkonstante T'_d und die Leerlaufzeitkonstante T'_{d0} fällt, und zwar liegt sie besonders bei kleinen Lasten oder bei größeren Z -Werten näher zu T'_{d0} .

Untersuchen wir noch, wie sich die Spannungen U_p und U'_s bei konstanter Erregerspannung ändern, wenn der dreiphasige Kurzschluß über die Reaktanz X stattfindet. Befand sich die Maschine vor dem Kurzschluß im Leerlauf, so gilt vor dem Zeitpunkt $t = 0$, daß $U_p = U'_s = U_0$. Im Kurzschlußaugenblick bleibt die transiente Spannung konstant, $U'_s = U_0$, deshalb nimmt U_p gemäß Zusammenhang (7.7a) auf den Wert

$$U_p = \frac{X_d + X}{X'_d + X} U_0$$

zu. Im stationären Zustand wird hingegen der Erregerstrom der gleiche sein wie im Leerlauf, daher ist $U_p = U_0$, und nach Gleichung (7.7a) nimmt die Spannung hinter der transienten Reaktanz auf den Wert

$$U'_s = \frac{X'_d + X}{X_d + X} U_0$$

ab. Die Änderungen dieser Größen sowie der Klemmenspannung U_s wurden in Abb. 7.3 dargestellt, wobei angenommen wurde, daß $X_d^* = 1,75$, $X'_d{}^* = 0,25$ und $X^* = 0,25$ (in relativen Einheiten). Alle Größen ändern sich nach der Zeitkonstante

$$T = \frac{0,25 + 0,25}{1,75 + 0,25} T'_{d0} = \frac{1}{4} T'_{d0}.$$

Wird der Kurzschluß in irgendeinem Zeitpunkt unterbrochen, so bleibt in diesem Augenblick die transiente Spannung konstant, sodann erreichen sämtliche Spannungen der Zeitkonstante T'_{d0} gemäß den stationären Wert U_0 . Der Zustand nach der Unterbrechung wurde in der Abbildung mit gestrichelter Linie eingetragen.

Auch daraus ist klar ersichtlich, wie lange die Spannung hinter der transienten Reaktanz U'_s als konstant betrachtet werden kann. Im vorstehenden Fall sinkt die Spannung U'_s während der Zeitspanne $t = 0,1$ sec nach der Gleichung $U'_s = \frac{1}{4} U_0 + \frac{3}{4} U_0 e^{-\frac{0,1}{2}} \approx U_0 - 0,038 U_0$, unter Voraussetzung von $T'_{d0} = 8$ sec, rund um 4 v. H. Bei direktem Klemmenkurzschluß erhält man mit obigen Angaben eine Abnahme von 8,7 v. H.

Bei den Laständerungen spielen sich ähnliche Vorgänge ab, nur ist die Änderung der Spannung geringer.

Gehen wir nunmehr auf den Fall der veränderlichen Erregung über. Die Berechnung wird auf den vorherigen Kurzschlußfall bezogen vorgenommen. Bei erfolgtem Kurzschluß sinkt die Klemmenspannung stark, der Span-

nungsregler schlägt sofort in die Grenzstellung aus und trachtet bei Anwendung einer Impulserregung die Erregermaschine auf die Höchstspannung zu erregen (die Grenzspannung sei U_{eg}). Die transienten Vorgänge der Erregermaschine sollen an dieser Stelle nicht behandelt werden, die wichtigsten wissenswerten Angaben sind im Abschnitt 7.30 zusammengefaßt. Die Klemmenspannung der Erregermaschine wird sich wegen der Induktivität der Erregerwicklung der Erregermaschine der annähernden Erregungszeitkonstante T_e gemäß vom Anfangswert U_{e0} exponentiell dem Grenzwert U_{eg} nähern (Abb. 7.4). Deshalb läßt sich die Funktion $u_e(t)$ wie folgt anschreiben:

$$u_e(t) = U_{eg} - (U_{eg} - U_{e0}) e^{-\frac{t}{T_e}}.$$

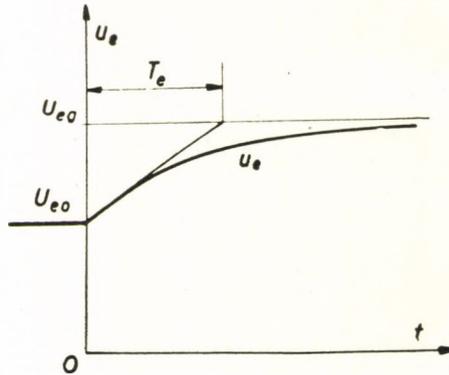


Abb. 7.4. Die Spannungsänderung der Erregermaschine beim Kurzschließen des Nebenschlußkreiswiderstandes

Bleibt die Änderung der Sättigung der Synchronmaschine unberücksichtigt, so wird sich auch die Spannung $U_{p\infty}$ ähnlich ändern:

$$U_{p\infty}(t) = U_{p\infty g} - (U_{p\infty g} - U_{p0}) e^{-\frac{t}{T_e}}.$$

Schreiben wir jetzt die Gleichung der Synchronmaschine (7.5) auf. Es soll angenommen werden, daß die Maschine vor dem dreiphasigen Kurzschluß, der über die äußere Reaktanz $Z = jX$ erfolgte, im Leerlauf war. Demnach ist $U_{p0} = U'_{s0} = U_0$. Die Gleichung (7.5) gestaltet sich demnach unter Berücksichtigung von (7.7a) zu

$$U_{p\infty g} - (U_{p\infty g} - U_0) e^{-\frac{t}{T_e}} = \frac{X_d + X}{X'_d + X} U'_s + T'_{d0} \frac{dU'_s}{dt}.$$

Die Differentialgleichung wird mit Hilfe der Laplaceschen Transformation gelöst. Da

$$\mathcal{L} \left[e^{-\frac{t}{T_e}} \right] = \frac{p}{p + \frac{1}{T_e}} = \frac{pT_e}{pT_e + 1}$$

ist und unter Beachtung der Anfangsbedingung

$$\mathcal{L} \left[\frac{dU'_s}{dt} \right] = pU'_s - pU_0$$

gilt, erhält man, daß

$$U_{p\infty g} - (U_{p\infty g} - U_0) \frac{pT_e}{pT_e + 1} = \left(\frac{X_d + X}{X'_d + X} + pT'_{d0} \right) U'_s - pT'_{d0} U_0.$$

Daraus ergibt sich die Operatorform der Spannung hinter der transienten Reaktanz U'_s mit Anwendung des Zusammenhangs

$$T = T'_{d0} \frac{X'_d + X}{X_d + X}$$

zu

$$U'_s = \frac{X'_d + X}{X_d + X} \frac{U_{p\infty g} + U_0 [pT_e + pT'_{d0}(1 + pT_e)]}{(1 + pT_e)(1 + pT)} = \frac{X'_d + X}{X_d + X} \frac{S(p)}{N(p)}.$$

Die Wurzeln des Nenners sind:

$$p_1 = -\frac{1}{T_e}; \quad p_2 = -\frac{1}{T}.$$

Der Wert von U'_s über der Zeit wird mit Anwendung des Entwicklungssatzes (s. Abschnitt 1.103) gewonnen:

$$\frac{S(0)}{N(0)} = U_{p\infty g}; \quad \frac{S(p_1)}{p_1 N'(p_1)} = \frac{T_e}{T - T_e} (U_{p\infty g} - U_0).$$

$$\frac{S(p_2)}{p_2 N'(p_2)} = \frac{-TU_{p\infty g} + U_0 \left[T_e + T'_{d0} - T_e \frac{T'_{d0}}{T} \right]}{T - T_e}.$$

Unter Zugrundelegung obiger Zusammenhänge folgt, daß

$$U'_s = \frac{X'_d + X}{X_d + X} \left[U_{p\infty g} + \frac{T_e (U_{p\infty g} - U_0)}{T - T_e} e^{-\frac{t}{T_e}} + \frac{-TU_{p\infty g} + U_0 \left[T_e + T'_{d0} - \frac{T'_{d0}}{T} T_e \right]}{T - T_e} e^{-\frac{t}{T}} \right]. \quad (7.12)$$

Die auf diese Weise erhaltene Funktion $U'_s(t)$ wurde in Abb. 7.5 eingetragen. Bei der Konstruktion der Kurve wurde angenommen, daß folgende Angaben (in relativen Einheiten) bestehen:

$$U_0^* = 1, U_{p\infty g}^* = 3,7, T_e = 0,5 \text{ Sek}, T'_{d0} = 8 \text{ Sek}, \\ X_d^* = 1,75, X_d'^* = 0,25, X = 0,25.$$

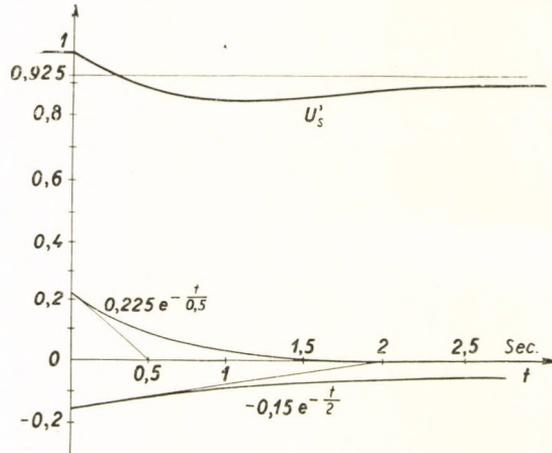


Abb. 7.5. Die Änderung der Spannung hinter der transienten Reaktanz bei gleichzeitiger Stoßerregung

Daraus folgt, daß $T \approx 2$ sec beträgt. Die Gleichung der Kurve ist:

$$U'_s = 0,925 + 0,225 e^{-\frac{t}{0,5}} - 0,15 e^{-\frac{t}{2}}.$$

Aus Abb. 7.5 ist ersichtlich, daß die Spannung U'_s auf Einfluß der Impulserregung beinahe konstant bleibt. Es wird auch hiermit begründet, daß die Spannung U'_s bei den Untersuchungen der dynamischen Stabilität unter solchen Umständen für konstant angenommen werden kann. Die annähernde Konstanz von U'_s ist auch schon deshalb wichtig, weil nach der Kurzschlußunterbrechung sofort eine mit der Nennspannung beinahe gleich große Spannung auftritt, und deshalb ist es eher wahrscheinlich, daß z. B. die während des Kurzschlusses sich verlangsamenen Asynchronmotoren von selbst hochfahren bzw. daß sich der normale Betriebszustand schneller wiederherstellt. Dies ist auch schon deshalb von großer Bedeutung, weil die Impedanz der sich nach dem plötzlichen Kurzschluß verlangsamenen Asynchronmotoren klein ist; sie liegt näher zum Kurzschlußzustand der Motoren, die also immer mehr Strom aufnehmen und im Netz einen noch größeren Spannungsabfall verursachen.

Die Wechselstromkomponente des im Ständer der Synchronmaschine fließenden Kurzschlußstromes ist zur Spannung U'_s proportional.

$$I_s = \frac{U'_s}{jX'_d + jX}.$$

Der zeitliche Verlauf des Stromes kann mit einer Kurve dargestellt werden, die jener von U'_s (Abb. 7.5) ähnlich ist. Bei Anwendung der Impulserregung muß in Kauf genommen werden, daß der Kurzschlußstrom nicht wesentlich abnimmt. Dies ist bei der Anwendung von zeitgemäßen schnellen Unterbrechern und Schnellschutzeinrichtungen nicht ernstlich nachteilig, weil die Abnahme des transienten Stromes während der Zeit, deren Größenordnung einige Zehntelsekunden beträgt, ohnedies nicht beträchtlich wäre.

Zur Veranschaulichung des Einflusses der Impulserregung soll auch untersucht werden, wie die Änderung der Spannung U'_s graphisch bestimmt werden kann. Das Zeichenverfahren hat außer der besseren Übersichtlichkeit auch den Vorteil, daß es bei beliebig veränderlichen Erregungen anwendbar ist und man beispielsweise auch die Sättigung der Erregermaschine berücksichtigen kann.

Das Konstruktionsverfahren wird nun für den Fall gezeigt, wenn über die äußere Reaktanz $Z = jX$ ein dreiphasiger Kurzschluß stattfindet. Dann läßt sich Gleichung (7.7) wie folgt anschreiben:

$$U_{p\infty}(t) = \frac{X_d + X}{X'_d + X} U'_s + T'_{d0} \frac{dU'_s}{dt}.$$

Es sollen beide Seiten der Gleichung mit $\frac{X'_d + X}{X_d + X}$ multipliziert werden.

Dann wird auf der linken Seite

$$\frac{X'_d + X}{X_d + X} U_{p\infty}(t) = \frac{X'_d + X}{X_d + X} j\omega_1 L_m \frac{u_e(t)}{R_r} = cu_e(t) \quad (7.13)$$

stehen, was bei gegebenem $u_e(t)$ in Funktion von t einfach gezeichnet werden kann. In Anbetracht, daß zur Reaktanz X die Zeitkonstante $T = T'_{d0} \frac{X'_d + X}{X_d + X}$ gehört, kann man obige Differentialgleichung nunmehr auch in reeller Form anschreiben:

$$cu_e(t) = U'_s + T \frac{dU'_s}{dt}$$

oder

$$\frac{dU'_s}{dt} = \frac{cu_e(t) - U'_s}{T}. \quad (7.14)$$

Die Konstruktion kann auf Grund dieser Gleichung gemäß Abb. 7.6 vorgenommen werden. Die Kurve der gegebenen Funktion $cu_e(t)$ wird längs der Zeitachse um die Zeit T verschoben. Dann erhält man die Tangente zu beliebigen Punkten (z. B. zu P) der gesuchten Kurve $U'_s(t)$, indem man den

Punkt P' , der zum um t größeren Abszissenwert der versetzten Kurve $cu_e(t)$ gehört, bezeichnet und mit P verbindet. Das ist tatsächlich die gesuchte Tangente, weil aus dem rechtwinkligen Dreieck PAP' hervorgeht, daß der

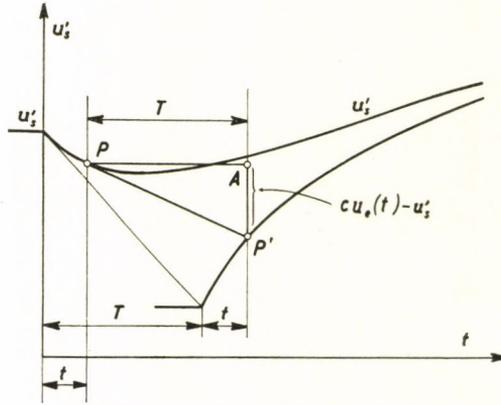


Abb. 7.6. Die Konstruktion der Spannung hinter der transienten Reaktanz

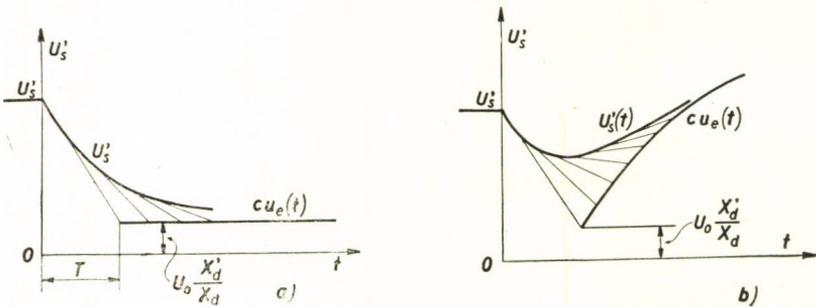


Abb. 7.7. Die Änderung der Spannung hinter der transienten Reaktanz während des Kurzschlusses bei a) konstanter Erregerspannung, b) Stoßerregung

Richtungstangens der Geraden PP'

$$\frac{cu_e(t) - U'_s}{T}$$

ist. Dieser ist gemäß (7.14) gleich dem Richtungstangens der Tangente von Kurve $U'_s(t)$.

Der Wert $cu_e(t)$ kann noch deutlicher veranschaulicht werden. (7.13) gemäß ist $cu_e(t) = U_{p\infty}(t) \frac{X'_d + X}{X_d + X}$, wobei $U_{p\infty}(t)$ jene Polspannung bedeutet, die auf Wirkung der für konstant gedachten Erregerspannung im stationären Zustand entstehen würde. Wie aus Zusammenhang (7.7.a) oder aus der Ersatz-

schaltung in Abb. 7.2 klar hervorgeht, gilt hingegen für den stationären Zustand, wenn die Maschine über die Reaktanz X kurzgeschlossen wurde, daß

$$U'_{s\infty} = \frac{X'_d + X}{X_d + X} U_{p\infty}.$$

Demnach ist $cu_e(t)$ jene transiente Spannung im stationären Zustand, die dem Momentanwert der Erregerspannung entspricht.

Würde sich z. B. die Erregerspannung gelegentlich des dreiphasigen Klemmenkurzschlusses der leerlaufenden Maschine nicht ändern, so wäre die Spannung hinter der transienten Reaktanz im stationären Zustand $U'_s = U_0 \frac{X'_d}{X_d}$. In diesem Fall wäre die versetzte Kurve von $cu_e(t)$ eine Gerade mit dieser Ordinate (Abb. 7.7a). In der Abbildung wurde auch die Konstruktion der Kurve $U'_s(t)$ angedeutet. Wird demgegenüber die Impulserregung angewandt, so müssen die Ordinaten $U_0 \frac{X'_d}{X_d}$ in demselben Verhältnis erhöht

werden, wie die Erregerspannung zugenommen hat, um die Kurve $cu_e(t)$ zu erhalten. Dies wird in Abb. 7.7b mit der U'_s konstruierten Kurve dargestellt.

Den oben erörterten Kurzschlußfällen ähnlich, können auch die von den Laständerungen verursachten Spannungsabfälle untersucht werden. Es muß darauf hingewiesen werden, daß es nicht genügt, wenn die Spannungsschnellregler den der neuen Last entsprechenden Erregerkreisregelwiderstand sogleich einstellen, weil sich die Klemmenspannung nur gemäß der Zeitkonstante der Erregerwicklung der Erregermaschine T_e und der Synchronmaschine T zu ändern vermag. Deshalb muß durch den Spannungsregler, falls man den eingestellten Klemmenspannungswert schnell wiederherzustellen beabsichtigt, eine Überregelung ausgeführt werden. Weitere Fragen der Spannungsregelung sollen an dieser Stelle nicht besprochen werden (s. Literatur 45).

7.20. MASCHINEN MIT AUSGEPRÄGTEN POLEN

In diesem Abschnitt werden von den Läuferstromkreisen nur die Erregerwicklungen berücksichtigt, was der Vernachlässigung der subtransienten Erscheinungen gleichkommt. Wie schon erwähnt, können vom Gesichtspunkt der Übergangsvorgänge auch die Turbogeneratoren mit guter Näherung als ähnliche Maschinen betrachtet werden. Es wird nun untersucht, welche Gleichungen sich bei der Erregerspannungsänderung verwenden lassen und welche Zeitkonstanten bei den mit Impedanz Z belasteten Maschinen auftreten. Bei der Berechnung werden dieselben Bedingungen zugrundegelegt wie im Abschnitt 7.10.

Auf den Läufer der Maschine wurde in Querrichtung kein Stromkreis angeordnet, die Flüsse können sich in dieser Richtung frei entwickeln. Deshalb kann die Spannungsgleichung des Läufers (7.1) jetzt nur in Richtung der

Achse d in Vektorform angeschrieben werden:

$$u_e(t) = i_r R_r + \frac{d\psi_{rd}}{dt}. \quad (7.15)$$

Bei der Maschine mit symmetrisch bewickeltem Zylinderläufer fand der Zusammenhang zwischen dem Läuferfluß und der Spannung hinter der transienten Reaktanz Verwendung:

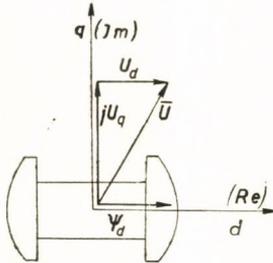


Abb. 7.8. Die Komponenten der Spannungsvektoren in Richtungen d und q

$$\psi_r = \frac{L_r}{L_m} \frac{U'_s}{j\omega_1}.$$

Bei dem jetzt besprochenen Maschinentyp besteht nur in Richtung d ein Läuferfluß, darum soll obiger Zusammenhang in Richtungen d und q (in reelle und imaginäre) Komponenten aufgelöst werden. Unter Anwendung von $\psi_r = \psi_{rd}$ und $U'_s = U'_d + jU'_q$ folgt, daß

$$\psi_{rd} = \frac{L_{rd}}{L_{md}} \frac{U'_d + jU'_q}{j\omega_1}.$$

Aus dem reellen Teil ergibt sich

$$\psi_{rd} = \frac{L_{rd}}{L_{md}} U'_q. \quad (7.16)$$

Hierbei ist zu beachten, daß die Komponenten der Richtungen d und q in der Fachliteratur manchmal umgekehrt bezeichnet werden. Wir betrachten sowohl bei den Spannungen als auch bei den Strömen bzw. Flüssen jene Komponenten in der Richtung d liegend, die im Vektordiagramm in Richtung der Achse d fallen (Abb. 7.8). Die Erklärung für diese entgegengesetzte Bezeichnung liegt darin, daß durch die in Richtung d liegenden Flüsse solche Spannungen erzeugt werden, die auf ihre Vektoren senkrecht stehen.

Mit Einsetzen von (7.16) in (7.15) und Multiplizieren beider Seiten der Gleichung mit $\frac{\omega_1 L_{md}}{R_r}$ gewinnt man:

$$L_{md} \frac{u_e(t)}{R_r} = i_r \omega_1 L_{md} + \frac{L_{rd}}{R_r} \frac{dU'_q}{dt}.$$

Hierbei ist $\frac{L_{rd}}{R_r} = T'_{d0}$ die Leerlaufzeitkonstante des Läufers; $i_r \omega_1 L_{md} = U_{pq}$

bedeutet die Polspannung, die dem Momentanwert des Läuferstromes entspricht, und die zur Richtung von i_r senkrecht steht, woher auch die Beziehung $U_p = jU_{pq}$ besteht; $\omega_1 L_{md} \frac{u_e(t)}{R_r} = U_{p \approx q}(t)$ bedeutet die Polspannung, die im stationären Zustand dem Momentanwert der Erregerspannung zugeordnet ist. Mit diesen Bezeichnungen kann obige Gleichung wie folgt aufgeschrieben werden:

$$U_{p \approx q}(t) = U_{pq} + T'_{d0} \frac{dU'_q}{dt}. \quad (7.17)$$

Auf der linken Seite kommt eine bekannte Größe vor, während auf der rechten zwei unbekannte Größen (U_{pq} und U'_q) stehen. Zwischen den beiden letzteren besteht unter Zugrundelegung des Ständerstromkreises der Maschine ein Zusammenhang. Es wird auch diesmal nur jener Fall in Betracht gezogen, wenn mit der Maschine eine symmetrische dreiphasige Last von der Impedanz $Z = R + jX$ gespeist wird. Der Zusammenhang zwischen der in Gl. (7.17) vorkommenden Polspannung und transienten Spannung ist

$$U_{pq} + i_d(X_d - X'_d) = U'_q. \quad (7.18)$$

Hier haben wir den Strom zu eliminieren. i_d kann aus der Bedingung bestimmt werden, daß der Strom im Ständerkreis auf Einfluß der Spannung $U_p = jU_{pq}$ über die synchrone Reaktanz X_d bzw. X_q der Maschine und über die Last $Z = R + jX$ fließt (vgl. Abb. 7.2). Deshalb ist die Spannungsgleichung des Ständers:

$$U_p + i_s jX_{d,q} + i_s(R + jX) = 0.$$

Hierbei wollen wir mit den beiden Indizes von $X_{d,q}$ festlegen, daß die Komponente i_d des Stromes $i_s = i_d + ji_q$ mit X_d , die Komponente i_q mit X_q zu multiplizieren ist. Es soll in vorstehende Gleichung der Wert von $U_p = jU_{pq}$ bzw. $i_s = i_d + ji_q$ eingesetzt, sodann der reelle und imaginäre Teil getrennt werden.

$$U_{pq} + i_d(X_d + X) + i_q R = 0,$$

$$i_d R - i_q(X_q + X) = 0.$$

Aus diesen beiden Gleichungen wird i_d bestimmt:

$$i_d = - \frac{U_{pq}(X_q + X)}{(X_d + X)(X_q + X) + R}.$$

Wird dieser Wert in (7.18) eingesetzt, so bekommt man den Zusammenhang zwischen Polspannung U_{pq} und transienter Spannung U'_q der mit Impe-

danz $\mathbf{Z} = R + jX$ belasteten Maschine:

$$U'_q = \frac{(X_q + X)(X'_d + X) + R^2}{(X_q + X)(X'_d + X) + R^2} U_{pq}. \quad (7.19)$$

Nun läßt sich schon von den beiden Unbekannten in Gleichung (7.17) die eine eliminieren. Mit dem Eliminieren von U_{pq} gewinnt man die Differentialgleichung der Maschine mit ausgeprägten Polen, die mit Impedanz \mathbf{Z} belastet wurde:

$$U_{p\infty q}(t) = \frac{(X_q + X)(X'_d + X) + R^2}{(X_q + X)(X'_d + X) + R^2} U'_q + T'_{d0} \frac{dU'_q}{dt}. \quad (7.20)$$

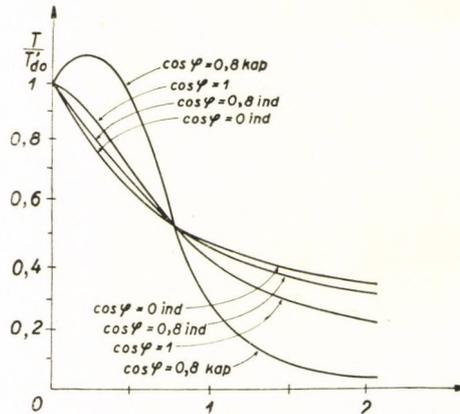


Abb. 7.9. Die transiente Zeitkonstante über der Last (wenn bei gegebener Last die Lastimpedanz konstant ist)

Diese Gleichung entspricht Gleichung (7.7) der Zylinderläufermaschine. Die Lösung der homogenen Differentialgleichung, die (7.20) entspricht, ist eine exponentiale Funktion mit der Zeitkonstante T :

$$T = T'_{d0} \frac{(X_q + X)(X'_d + X) + R^2}{(X_q + X)(X'_d + X) + R^2}. \quad (7.20')$$

Die Ständerspannungen und Ströme von Grundfrequenz der Maschine mit ausgeprägten Polen ändern sich bei der Impedanzlast $\mathbf{Z} = R + jX$ während der Übergangsvorgänge dieser Zeitkonstante gemäß, wenn die Erregerspannung konstant ist. Ändert sich die Erregerspannung laut Zeitkonstante T_e , so werden auch die Ständerwerte solche Komponenten haben, die sich laut dieser Zeitkonstante ändern. Die Berechnung dieser Komponenten kann ähnlich wie im Abschnitt 7.10 durchgeführt werden, doch werden diese Fragen hier nicht weiter erörtert.

Es soll noch geklärt werden, wie sich die transiente Zeitkonstante T bei verschiedenen Lasten ändert (Formel 7.20'). Gibt es im Ständerkreis keinen Wirkwiderstand R , so geht diese Formel in die bekannte Form

$$T = T'_{d0} \frac{X'_d + X}{X_d + X}$$

über. In diesem Fall sind nämlich nur Ströme und Flüsse von Längsrichtung vorhanden, es liegt also gegenüber der Maschine mit Zylinderläufer keine Abweichung vor.

In Abb. 7.9 wurden die Werte $\frac{T}{T'_{d0}}$ bei Lasten von verschiedenen Phasenwinkeln veranschaulicht. Für den Wert der Impedanz \mathbf{Z} ist das Verhältnis n kennzeichnend, welches angibt, um wieviel der mit der Impedanz \mathbf{Z} bestimmte Laststrom I größer ist als der Nennstrom $n = \frac{I}{I_n}$. Der Abbildung kann entnommen werden, daß sich bei Nennlast und bei in der Praxis vorkommenden Leistungsfaktoren die Zeitkonstante T auf etwa 40—50 v. H. der Leerlaufzeitkonstante T'_{d0} beläuft.

Wir betonen, daß obige Ergebnisse nur für eine einzelne Maschine gelten. Arbeiten mehrere Maschinen parallel und wird von diesen nur eine geregelt, so läßt sich ihre Zeitkonstante auf die Weise schätzen, daß die Reaktanzen der übrigen Maschinen parallel an die gemeinsame Lastimpedanz \mathbf{Z} angeschlossen werden, wobei die nichtgeregelten Maschinen mit Impedanzen, die zwischen den transienten und synchronen Werten liegen, zu nehmen sind und die Zeitkonstante mit Hilfe der resultierenden Impedanz \mathbf{Z}_R nach Zusammenhang (7.20') bestimmt wird. Da durch die Impedanz \mathbf{Z} die Last sämtlicher Maschinen geliefert wurde, ist diese wesentlich kleiner als die Impedanz, die der Nennlast einer Maschine entspricht. Wird bei parallel arbeitenden Maschinen nur eine geregelt, so kommen (außer der Erregungszeitkonstante) Komponenten mit kleineren Zeitkonstanten T vor, der Wert T nähert sich also der Kurzschlußzeitkonstante T'_d . Wurde die Maschine an eine Sammelschiene von unendlich großer Leistung gelegt, so ist der Wert von Zeitkonstante T gleich dem Wert von T'_d .

7.30. DIE ERREGERMASCHINEN DER SYNCHRONMASCHINEN

In diesem Abschnitt sollen die Eigenschaften der Erregermaschinen ganz kurz zusammengefaßt werden, die mit den Übergangsvorgängen der Synchronmaschinen zusammenhängen.

a) *Die Höchstspannung (Grenzspannung) der Erregermaschine.* Um die dynamische Stabilität bei Kurzschlüssen zu verbessern, ist es wichtig, die Erregung der Synchronmaschine stoßartig steigern zu können. Dies kann jedoch nur dann wirksam sein, wenn die Erregermaschine nicht übermäßig

gesättigt ist und sie somit eine weit größere Spannung als die Nennspannung zu liefern vermag. Es ist keineswegs notwendig, daß die Höchstspannung durch die Erregermaschine dauernd geliefert wird, dennoch werden durch diese gewünschten Eigenschaften die Abmessungen der Erregermaschine größer. Im Vergleich zur Synchronmaschine sind die Anlagekosten der Erregermaschine gering, es ist jedoch nicht zweckmäßig, die Grenzspannung überflüssig groß zu wählen. Die Grenzspannung beträgt bei den zeitgemäßen Erregermaschinen das 1,5—2,5fache ihrer Nennspannung.

b) *Die Anfangsgeschwindigkeit der Spannungserhöhung bei Erregermaschinen.* Die Kurzschlüsse, die die dynamische Stabilität gefährden, dauern in den zeitgemäßen Netzen nur einige Zehntelsekunden. Es ist hauptsächlich deshalb wichtig, daß die Spannung der Erregermaschine nach Einschalten der Impulserregung schnell zunehmen soll. Nun soll untersucht werden, welche Gesichtspunkte in diesem Fall ausschlaggebend sind. Wir schreiben die Spannungsgleichung des Läufers der Synchronmaschine auf:

$$u_e = i_r R_r + \frac{d\psi_{rd}}{dt}.$$

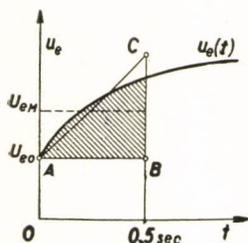


Abb. 7.10. Die Bestimmung der Zunahmegeschwindigkeit der auf 0,5 sec bezogenen mittleren Erregerspannung

Wird der Wirkwiderstand nicht berücksichtigt, so ändert sich der Fluß ψ_{rd} während der Zeitspanne t um

$$\psi_{rd} - \psi_{rd0} = \int_0^t \frac{d\psi_{rd}}{dt} dt = \int_0^t u_e dt.$$

Man hat sehen können, daß die Spannung hinter der transienten Reaktanz U'_q mit dem Fluß ψ_{rd} verhältnismäßig ist. Um die Zunahme der Spannung U'_q zu ermöglichen oder diese auf konstantem Wert zu halten, ist es wichtig, daß $\int_0^t u_e dt$ möglichst groß sein soll. Die Anfangsgeschwindigkeit der

Spannungssteigerung wurde für die Erregerspannungen deshalb wie folgt genormt. Man muß durch Messung oder beim Entwurf durch Berechnung bestimmen, wie sich die Erregerspannung im Nennlastzustand der Synchronmaschine über der Zeit ändert, falls die Impulserregung (im allgemeinen durch das Ausschalten von Wirkwiderständen) im Nebenschlußkreis der Erregermaschine eingesetzt wird. Die Kurve $u_e(t)$ ist in Abb. 7.10 veranschaulicht. Nachdem die Fläche der Kurve u_e maßgebend ist, ist die Kurve $u_e(t)$ den Normvorschriften entsprechend für das Zeitintervall von 0,5 Sek durch eine solche Gerade \overline{AC} zu ersetzen, daß die Fläche des Dreiecks ABC gleich der schraffierten Fläche sein soll, die von der Kurve $u_e(t)$ begrenzt ist. Die Neigung dieser Geraden ist die mittlere Spannungserhöhungsgeschwindigkeit der Erregermaschine für die erste Halbssekunde:

$$\frac{\overline{BC}}{0,5} = 2 \overline{BC} \text{ V/sec.}$$

Man kann dies auch mit dem auf die erste Halbsekunde bezogenen Mittelwert der Erregerspannung ausdrücken: $U_{eM} = U_{e0} + \frac{\overline{BC}}{2}$. Daher beträgt die mittlere Anfangsgeschwindigkeit der Spannungserhöhung

$$2 \overline{BC} = 4 (U_{eM} - U_{e0}).$$

Es ist auch üblich, diesen Wert mit dem Ausgangswert U_{e0} zu vergleichen:

$$\frac{4 (U_{eM} - U_{e0})}{U_{e0}}. \quad (7.21)$$

Dieser Relativwert beläuft sich bei zeitgemäßen Erregermaschinen allgemein auf 1,5—2,5 Sekunden, d. h. würde sich die Spannung der Erregermaschine auch später mit derselben Geschwindigkeit erhöhen wie in der ersten Halbsekunde, so würde die Zunahme der Erregerspannung während einer sec 150—250% des Wertes U_{e0} betragen, der zum Nennzustand der Synchronmaschine gehört.

c) *Die Kompoundierung von selbsterregten Erregermaschinen.* Ist die induzierte Spannung der Erregermaschine $U_i = c \Phi n$, so wird ihre Klemmenspannung

$$U_a = U_i - I_a R_a$$

sein, wobei der Armaturstrom der Maschine I_a praktisch gleich dem Erregerstrom der Synchronmaschine ist und R_a den Wirkwiderstand der Armatur der Erregermaschine bedeutet. Die Nebenschlußwicklung der Erregermaschine ist an die Spannung U_a gelegt. Wie beobachtet, kann der Läufergleichstrom $i_r \approx I_a$ infolge der Kurzschlüsse der Synchronmaschine auch auf den 5—10-fachen Wert steigen, weshalb die Spannung U_a unter Umständen auch negativ werden kann, weil einerseits U_i wegen der Abnahme von Φ kleiner wird, was auf Einfluß der erhöhten Armaturreaktion erfolgt, andererseits wegen des gesteigerten Spannungsabfalls, der im Widerstand R_a stattfindet. Nimmt U_a einen negativen Wert an, so kann auch der Erregerstrom der Erregermaschine seine Richtung ändern, was die Umpolarisierung der Maschine zur Folge hat, und die Nebenschlußmaschine wird sich beim neuerlichen Anlassen nicht wieder erregen können. Deshalb wird auf den Hauptpolen der Nebenschlußerregermaschine auch eine Wicklung vorgesehen, durch welche die Erregung während der Kurzschlüsse der Synchronmaschine verstärkt wird.

d) *Die Zeitkonstanten der Erregermaschinen.* Infolge der Sättigung kann von einer einzigen Zeitkonstante eigentlich nicht gesprochen werden. Nachstehend soll die Berechnung der Näherungswerte der Zeitkonstanten erörtert werden.

Es wird angenommen, daß das Feld der Armaturreaktion auf den Hauptpolfluß keine Rückwirkung ausübt und die Maschine nicht mit Reihenschlußwicklung versehen ist. Sollte jedoch eine solche vorhanden sein, so setzen wir

voraus, daß durch diese die Wirkung der Armaturreaktion gerade aufgehoben wird. Die Streuungen der Hilfspole und der Armatur sowie die Wirkung der Wirbelströme und die des Kurzschlußstromes unter den Bürsten werden vernachlässigt. Die Bürsten stehen in der neutralen Zone.

Unter solchen Voraussetzungen werden die Zeitkonstanten der Erregermaschine einzig von der Zeitkonstante ihrer Erregerwicklung bestimmt. Die Zeitkonstante der Erregerwicklung läßt sich gut berechnen, solange keine Sättigung vorliegt. Deshalb wird im Anfangsabschnitt der Magnetisierungskurve $\Phi = f(i_g)$ ein zusammengehöriges Wertpaar Ψ und i_g ausgewählt, woraus sich die Induktivität des Erregerkreises der Erregermaschine ohne Sättigung zu

$$L_{e0} = \frac{\Psi}{i_g} = \frac{2pw(1 + \sigma_p)}{i_g} \quad (7.22)$$

ergibt. Hierbei stellt $2p$ die Polzahl der Erregermaschine, w die Windungszahl pro Pol, σ_p die Streuung der Pole dar. Somit gilt für die Zeitkonstante der Erregermaschine, daß

$$T_{e0} = \frac{L_{e0}}{R_e}, \quad (7.23)$$

wobei in R_e der Wicklungswiderstand und der Reglerwiderstand enthalten ist.

Der Wert von T_{e0} kann auch oszillographisch ermittelt werden, wenn man an die Erregerwicklung plötzlich höchstens eine so große Spannung legt, daß noch keine Sättigung auftritt. Daraus kann dann L_{e0} berechnet werden.

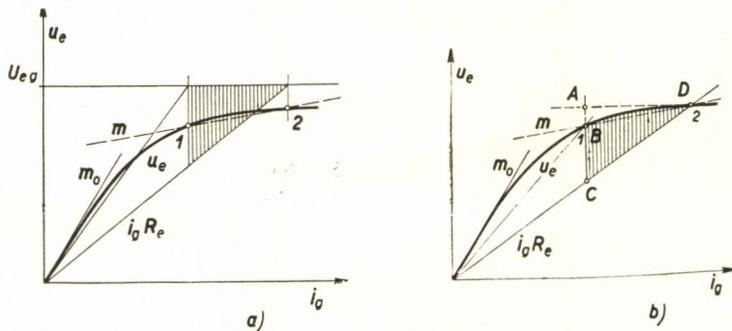


Abb. 7.11. Die Spannungsänderung der Erregermaschine a) bei äußerer, b) bei Nebenschlußerregung

Die Sättigung wird näherungsweise wie folgt berücksichtigt. Gewöhnlich steht uns die Leerlaufkennlinie der Erregermaschine $u_e = f(i_g)$ (oder die Lastkennlinie bei konstantem äußerem Widerstand) zur Verfügung (Abb. 7.11a und 7.11b); Abb. 7.11a bezieht sich auf die äußererregte Erregermaschine (mit Hilfsrerreger), b auf die selbsterregte Erregermaschine. Der Fluß ist der Spannung u_e proportional. Untersuchen wir nun, mit welchen Zeitkonstanten

gerechnet werden kann, wenn der Erregerkreiswiderstand der Maschine derart verändert wird, daß die Spannung von Wert 1 in Wert 2 übergeht. Zwischen den Punkten 1 und 2 wird die Kurve $u_e = f(i_g)$ mit der Verbindungsgeraden der Punkte 1 und 2 ersetzt. Ihr Richtungstangens soll $m = \frac{u_e}{i_g}$ sein. Ist der Richtungstangens der Tangente, die zum Anfangsabschnitt der Kurve $u_e = f(i_g)$ gezogen wurde, m_0 , so nimmt der Induktivitätsfaktor des Erregerkreises auf den Wert

$$L_e = L_{e0} \frac{m}{m_0}$$

ab und die Zeitkonstante des Überganges von 1 auf 2 kann damit berechnet werden.

Bei selbsterregten Erregermaschinen erhöht sich dadurch die Zeitkonstante, daß die Erregerwicklung nicht sogleich die Klemmenspannung u_{e2} erreicht, die dem Zustand 2 entspricht, sondern der Wert u_{e1} sukzessive bis u_{e2} ansteigt. Nach Abzug der auf den Wirkwiderstand entfallenden Spannungen $i_g R_e$ gelangt auf die Induktivität L , die in Abb. 7.11b schraffierte Spannung, durch welche der Strom erhöht wird. Wird das mit Abb. 7.11a verglichen, das für die äußere Erregung gilt und in dem U_{ea} die an den Erregerkreis angeschlossene äußere Spannung bedeutet, so sieht man, daß die Stromstärke in der Maschine mit Selbsterregung nur langsamer zunehmen wird. Dies kann solcherart berücksichtigt werden, daß man sich bei der Berechnung der Zeitkonstante der selbsterregten Maschine eines größeren Induktivitätsfaktors bedient, der Abb. 7.11b gemäß um das Verhältnis des Abstandes \overline{AC} zu \overline{BC} größer ist als der wirkliche Induktivitätswert. Aus den Dreiecken ABD und ACD folgt, nachdem diese eine gemeinsame Kathete haben, daß

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{R_e}{R_e - m}$$

(R_e ist nämlich der Richtungstangens der Widerstandsgeraden $i_g R_e$).

Deshalb läßt sich zur Berechnung der Zeitkonstante bei selbsterregten Maschinen die Induktivität

$$L'_e = L_{e0} \frac{m}{m_0} \frac{R_e}{R_e - m}$$

verwenden, wobei die Zeitkonstante einfach mit Hilfe von $\frac{L'_e}{R_e}$ berechenbar ist.

e) *Entregung.* Bei den inneren Kurzschlüssen der Synchronmaschinen genügt es nicht, den Ständer vom Netz abzuschalten, auch der Erregerstrom muß unterbrochen werden. Den Läuferstrom darf man naturgemäß nicht unterbrechen. Die Verminderung der Klemmenspannung der Erregermaschine auf Null ist nicht ausreichend, weil der Läuferstrom bei verhältnismäßig kleinem innerem Kurzschluß der Zeitkonstante T'_{d0} gemäß abklingt, was

bei größeren Maschinen sogar 15 sec betragen kann. Während dieser Zeitspanne könnte der Strom der inneren Fehlerstelle auch einen größeren Schaden anrichten.

Um das Abklingen des Kurzschlußstromes beschleunigen zu können, muß in den Erregerstromkreis der Synchronmaschine ein Wirkwiderstand (Abb. 7.12) durch den Generatorschutz, welcher auf Einfluß der inneren Fehler des Generators anspricht, eingeschaltet werden. Es gibt zahlreiche Arten der Entregungsvorrichtungen, die in der Arbeitsweise, also in der Art wie diese in den Erregerkreis eingreifen, voneinander abweichen. (Abschalten der Erregermaschine, Einschalten eines Nebenwiderstandes, Entregung der Erregermaschine, Richtungsumkehrung des Erregerstromes zur Aufhebung der Remanenz usw.).

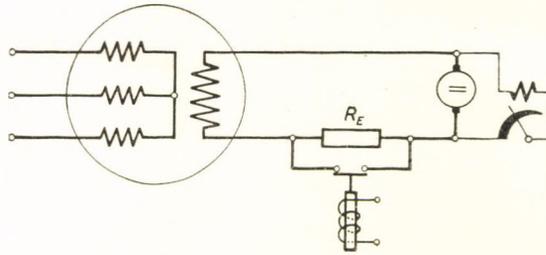


Abb. 7.12. Die Entregung des Generators

Die Leerlaufzeitkonstante T'_{d0} nimmt auf Wirkung des Wirkwiderstandes R_E gemäß Verhältnis $\frac{R_r}{R_r + R_E}$ ab. Der Wert R_E kann aber nicht beliebig groß gehalten werden, weil der Läuferstrom gleich nach Einschalten von R_E seinen vorherigen Wert noch beibehält und sich deshalb gegenüber der vorherigen Spannung $i_r R_r$ der Wert $i_r (R_r + R_E)$ ergibt, der die Isolierung des Läufers gefährden kann. Es ist auch zu berücksichtigen, daß der Gleichstrom des Läufers während der Kurzschlüsse im Vergleich zum Gleichstrom des Normalbetriebes zunimmt.

8. DER ASYNCHRONE BETRIEB VON SYNCHRONMASCHINEN

In der Industrie werden Synchronmotoren oft, insbesondere bei Leistungen über 100 kW, als Antriebmotor verwendet. Der hauptsächlichste und maßgebende Vorteil des synchronen Motors gegenüber dem Asynchronmotorantrieb ist der Umstand, daß er selbst bei Ausführungen mit beliebiger Polzahl dem Netz keine Blindleistung entnimmt, im Gegenteil ist er sogar geeignet, den Netzleistungsfaktor auch bei voller Last zu verbessern. Da die Asynchronmaschinen gerade wegen des sich bei größeren Polzahlen stark verschlechternden Leistungsfaktors nicht gerne für Langsamläufe gebaut werden, sind bei Antrieben mit niedriger Drehzahl zwischen dem asynchronen Antriebsmotor und der Arbeitsmaschine Zahnradvorgelege einzubauen. Bei den Synchronmotoren sind derartige mechanische Zwischenglieder nicht notwendig. Der Synchronmotor kann als direkter Antrieb benutzt werden. Die Synchronmotoren sind neben obigen Vorteilen auch mit gewissen Nachteilen behaftet. Beispielsweise ist die Erregung ein für allemal der Höchstlast entsprechend einzustellen, wenn man nicht gewillt ist, die Gleichstromerregung des Läufers mit dauernd betriebener Hand- oder mit selbsttätiger Regelung zu versehen. Hingegen kann diese Einstellung bei kleinen Lasten zur übertriebenen Erhöhung der Verbraucherspannung führen. Deshalb ist die Anwendung der Synchronmotoren ohne Erregerregelung im allgemeinen nur bei solchen Antrieben zweckmäßig, bei denen die Last zeitlich möglichst unveränderlich ist (Luftkompressoren, Lüftern, Pumpen usw.). Bei stark veränderlichen Lasten wählt man lieber den Antrieb mit Asynchronmotor. Ein anderes Problem der Anwendung von Synchronmotoren ist der nachteilige Verlauf der Anlaßverhältnisse. Während die großen Schleifringläufermotoren für die günstigen Anlaufverhältnisse eingestellt werden können (das Nennmoment wird durch den Asynchronmotor bei der Nennstromstärke geliefert), lassen sich die normal gebauten Synchronmotoren nur als Kurzschlußkäfig-Asynchronmotoren anlassen. Das Nennmoment kann allgemein nur bei Nennspannung erreicht oder geringfügig überschritten werden, wobei aber die Stromaufnahme das Mehrfache (3—10-fache) des Nennstromes beträgt. Man darf den Motor ebendeshalb — hauptsächlich bei größeren Synchronmotoren — häufig gar nicht direkt an das Netz anschließen, sondern nur über Transformator oder Drosselspule, was wiederum eine Abnahme des Anlaßmomentes mit sich bringt.

Der Synchronmotor arbeitet während des ganzen Anlaßprozesses als Asynchronmaschine. Er unterscheidet sich jedoch von dem Kurzschluß-

läufermotor ganz wesentlich, indem der Aufbau des Läufers in Richtungen d und q verschieden ist, wodurch die Anlaufverhältnisse im Vergleich zum genau symmetrisch gebauten Asynchronmotor stark abweichen. Das Anfahren des Synchronmotors geschieht in der Weise, daß die Maschine mit Dämpferwicklung oder mit Massivläufer oder im allgemeinen Fall auch mit ausgeprägten Polen an das symmetrische dreiphasige Netz gelegt wird. Auf Einfluß des im Ständer der Maschine erzeugten Drehfeldes wird der Läufer in Gang gesetzt und erreicht die annähernd synchrone Drehzahl als Asynchronmotor. Wird dann der Läufer mit Gleichstrom erregt, so fällt die Maschine in Tritt. Im weiteren Verlauf unserer Betrachtungen werden beim Anlassen des Synchronmotors zwei gut unterscheidbare Betriebszustände untersucht werden:

- a) das Anlassen als Asynchronmotor (Selbstanlauf),
- b) die Synchronisierung (der In-Tritt-Fall-Vorgang).

8.10. DER ASYNCHRONE BETRIEB DER SYNCHRONMASCHINE MIT LAMELLIERTEM LÄUFER

Im Laufe unserer folgenden Betrachtungen beschränken wir uns einstweilen auf die Synchronmaschinen mit lamelliertem Läufer. Bei Maschinen mit Massivstahlläufer, wobei die Verteilung der im Läufer erzeugten Wirbelströme — ähnlich wie bei den mit Tiefnuten gebauten Asynchronmotoren — auch von der Läuferfrequenz abhängig ist, sind die Verhältnisse äußerst verwickelt und erfordern weitere Untersuchungen. Darüber soll im Abschnitt 8.20 gesprochen werden.

8.101. Anlassen als Asynchronmotor (Selbstanlauf)

Man geht von Abb. 8.1 aus. Eine zweipolige Maschine mit lamelliertem Läufer und ausgeprägten Polen wird angenommen ($X_d \neq X_q$), wobei die transienten Längs- und Querreaktanzen sowie die subtransienten Längs- und Querreaktanzen ungleich sind ($X'_d \neq X'_q$; $X''_d \neq X''_q$). Der Läufer der Maschine wurde mit einer Dämpferwicklung versehen, und in Richtung d spielt auch die Erregerwicklung eine Rolle, einstweilen wird jedoch vorausgesetzt, daß letztere beim Anlassen offensteht. Die Anlaß- und Asynchronbetriebsverhältnisse werden zunächst unter der vereinfachenden Annahme betrachtet, daß der Ständerwiderstand außer acht gelassen werden kann. Gemäß der Methode, die sich im Laufe unserer bisherigen Betrachtungen gut bewährt hat, wählen wir wegen der Läuferasymmetrie in Richtung d und q das Läuferkoordinatensystem, dessen reelle Achse gegen Richtung d , imaginäre Achse in Richtung q zeigt (Abb. 2.7). Es sollen die Ströme und Momente berechnet werden.

8.101.1. Das Stromvektordiagramm

Zuerst werden die Ströme oder richtiger: das Stromvektordiagramm bestimmt. Der Spannungsvektor ist im Ständerkoordinatensystem

$$\mathbf{u}_s = U_s e^{j\omega_1 t}, \quad (8.1)$$

in Läuferkoordinaten

$$\mathbf{u}_{sL} = \mathbf{u}_s e^{-jx}. \quad (8.2)$$

In Gleichung (8.2) bedeutet x den Winkel, der von Achse d des Läuferkoordinatensystems und von der Achse der Ständerphasenwicklung a eingeschlossen

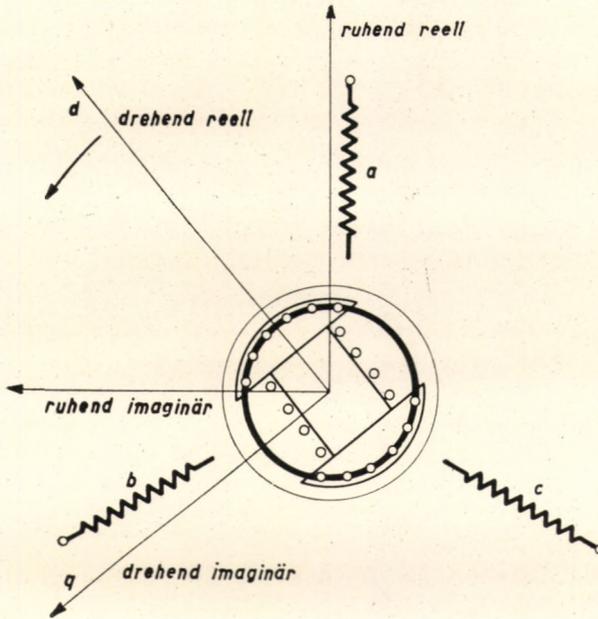


Abb. 8.1. Der in Längs- und Querrichtung unsymmetrische Läufer zur Untersuchung des asynchronen Betriebes

wird (s. Abschnitt 2.105). Da die Maschine während der Beschleunigung im allgemeinen mit Schlupf s läuft, gilt, daß

$$x = (1 - s) \omega_1 t + a. \quad (8.3)$$

Daraus folgt, daß im Läuferkoordinatensystem

$$\mathbf{u}_{sL} = U_s e^{j\omega_1 t} e^{-j[(1-s)\omega_1 t + a]} = U_s e^{j(s\omega_1 t - a)}$$

ist.

Da \mathbf{u}_{sL} der Vektor einer symmetrischen dreiphasigen Spannung ist, erhält man bei deren Auflösung in Spannungen von Richtung d und q ein zweiphasiges Spannungssystem. Demnach ergibt sich für Richtung d :

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u}_d = \mathbf{u}_{sL} &= U_s e^{j(s\omega_1 t - a)} \\ \text{und für Richtung } q: \\ \mathbf{u}_q &= -j\mathbf{u}_d = -jU_s e^{j(s\omega_1 t - a)}. \end{aligned} \right\} \quad (8.4)$$

Es ist ersichtlich, daß die Kreisfrequenz der Ständerspannungen \mathbf{u}_{sL} , \mathbf{u}_d bzw. \mathbf{u}_q im Läuferkoordinatensystem $s\omega_1$ ist. Sind die Komponenten der in Läuferkoordinaten gegebenen Ständerspannungen \mathbf{u}_d und \mathbf{u}_q bekannt, so können auch die in Richtungen d und q liegenden Ströme angeschrieben werden. Die Maschine wird nämlich in Richtungen d und q der bei den Asynchronmotoren üblichen Behandlungsweise gemäß durch je einen ruhenden Transformator ersetzt, in deren Sekundärkreisen sich aber der Wirkwiderstand mit dem Schlupf ändert. Die Ersatzschaltung dieser Transformatoren, was aber nur unter Vernachlässigung der Ständerwiderstände möglich ist,

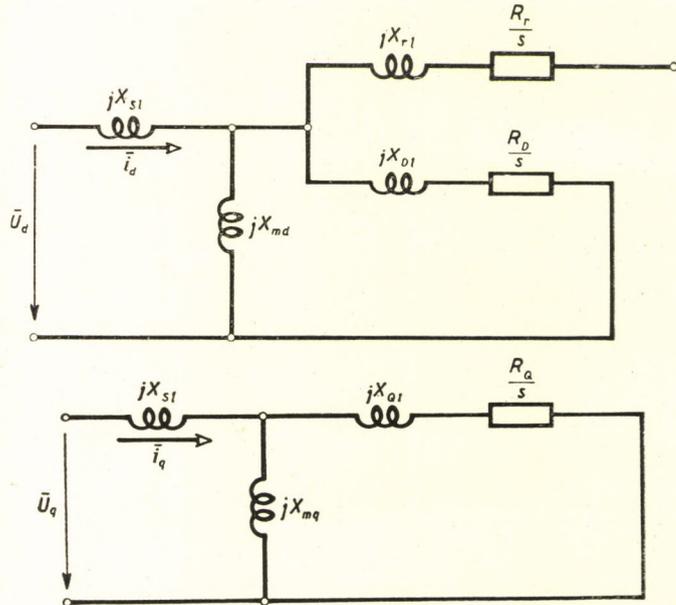


Abb. 8.2. Ersatzschaltungen in Längs- und Querrichtung

wird in Abb. 8.2 gezeigt. Diese Ersatzschaltung ist ihrem Wesen nach mit jener der Asynchronmotoren identisch. Nachdem die Erregerwicklung bei unseren Betrachtungen als offen gelassen angenommen wurde, hat man sowohl in Richtung d als auch in Richtung q nur mit den Dämpferwicklungen in diesen Richtungen zu rechnen. Die Eingangsdmittanz der Ersatzschaltung soll in Richtung d :

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Y}_d &= \frac{\mathbf{i}_d}{\mathbf{u}_d} \\ \mathbf{Y}_q &= \frac{\mathbf{i}_q}{\mathbf{u}_q} \end{aligned} \right\} \text{in Richtung } q: \quad (8.5)$$

sein. Für die Ströme gilt unter Anwendung von (8.4) und (8.5) daß

$$\text{und} \quad \left. \begin{aligned} \mathbf{i}_d &= \mathbf{u}_d \mathbf{Y}_d = U_s e^{j(s\omega_1 t - \alpha)} \mathbf{Y}_d \\ \mathbf{i}_d &= \mathbf{u}_q \mathbf{Y}_q = -j U_s e^{j(s\omega_1 t - \alpha)} \mathbf{Y}_q. \end{aligned} \right\} \quad (8.6)$$

Wir weisen darauf hin, daß bei stillstehender Maschine ($s = 1$) die Werte \mathbf{Y}_d und \mathbf{Y}_q ähnlich wie bei der Messung der subtransienten Reaktanz gemessen werden können (s. Abschnitt 4.117), und zwar derart, daß der Ständer zweipolig an eine einphasige Spannung angeschlossen und der Läufer einmal mit seiner Richtung d in die resultierende Richtung der beiden erregten Ständerwicklungen gedreht, ein andermal mit seiner Achse q der resultierenden Richtung der Ständerwicklungen gegenübergestellt wird. Die Werte $2\mathbf{Z}_d = \frac{2}{\mathbf{Y}_d}$ und $2\mathbf{Z}_q = \frac{2}{\mathbf{Y}_q}$ werden durch das Verhältnis der Speisespannung des Ständers zum entnommenen Strom geliefert.

Der Ständerstrom \mathbf{i}_{sL} wird mit den Strommomentanwerten in Richtung d und q ausgedrückt (s. Abschnitt 2.105):

$$\mathbf{i}_{sL} = \mathbf{i}_d + j\mathbf{i}_q.$$

Da

$$\mathbf{i}_d = \text{Re}[\mathbf{i}_d] = \frac{\mathbf{i}_d + \hat{\mathbf{i}}_d}{2}$$

und

$$\mathbf{i}_q = \text{Re}[\mathbf{i}_q] = \frac{\mathbf{i}_q + \hat{\mathbf{i}}_q}{2}$$

sind, ergibt sich für den Ständerstromvektor in Läuferkoordinaten, daß

$$\mathbf{i}_{sL} = \frac{\mathbf{i}_d + \hat{\mathbf{i}}_d}{2} + j \frac{\mathbf{i}_q + \hat{\mathbf{i}}_q}{2}.$$

Führt man die Einsetzungen aus Gl. (8.6) durch, so bekommt man in Läuferkoordinaten, daß

$$\mathbf{i}_{sL} = \mathbf{u}_{sL} \left[\frac{\mathbf{Y}_d + \mathbf{Y}_q}{2} + \frac{\hat{\mathbf{Y}}_d - \hat{\mathbf{Y}}_q}{2} e^{-j2(s\omega_1 t - \alpha)} \right]. \quad (8.7)$$

Kehrt man zum Ständerkoordinatensystem zurück, so folgt, daß

$$\mathbf{i}_s = \mathbf{u}_s \left[\frac{\mathbf{Y}_d + \mathbf{Y}_q}{2} + \frac{\hat{\mathbf{Y}}_d - \hat{\mathbf{Y}}_q}{2} e^{-j2(s\omega_1 t - a)} \right]. \quad (8.8)$$

Schließlich resultiert, daß

$$\mathbf{i}_s = U_s \left[\frac{\mathbf{Y}_d + \mathbf{Y}_q}{2} e^{j\omega_1 t} + \frac{\hat{\mathbf{Y}}_d - \hat{\mathbf{Y}}_q}{2} e^{-j[(2s-1)\omega_1 t - 2a]} \right]. \quad (8.9)$$

Der Strom \mathbf{i}_s besteht aus zwei Komponenten. Wie aus Zusammenhang (8.9) hervorgeht, ist der erste Teil der Strom $U_s \frac{\mathbf{Y}_d + \mathbf{Y}_q}{2} e^{j\omega_1 t}$, ein mit Grundfrequenz sich in positiver Richtung synchron drehender Wechselstrom, der andere Teil ist der Ständerwechselstrom von Frequenz $(2s - 1)f_1$, der sich in negativer Richtung mit der Winkelgeschwindigkeit $(2s - 1)\omega_1$ dreht. Im Ständer tritt während der Beschleunigung neben dem Wechselstrom von Grundfrequenz auch der Wechselstrom von Frequenz $(2s - 1)f_1$ auf. Dieser schließt über das Speisungsnetz und kann besonders im Bereich von $s = 0,5$ wegen der kleinen Frequenz eine Rückwirkung haben, und infolge des fluktuierenden Lichtes der Glühlampen störend wirken. Beabsichtigt man diese Ströme auf die gewohnte Art in der komplexen Zahlenebene mit Zeitvektoren darzustellen (im synchron umlaufenden Koordinatensystem), so steht in dieser Darstellung der Vektor $U_s \frac{\mathbf{Y}_d + \mathbf{Y}_q}{2}$ des Stromes $U_s \frac{\mathbf{Y}_d + \mathbf{Y}_q}{2} e^{j\omega_1 t}$ still, dagegen wird sich der Vektor $U_s \frac{\hat{\mathbf{Y}}_d - \hat{\mathbf{Y}}_q}{2} e^{-j2(s\omega_1 t - a)}$ des Stromes $U_s \frac{\hat{\mathbf{Y}}_d - \hat{\mathbf{Y}}_q}{2} e^{-j[(2s-1)\omega_1 t - 2a]}$ in negativer Richtung mit der doppelten Schlupffrequenz $2s\omega_1$ drehen. Es soll zuerst der Strom $U_s \frac{\mathbf{Y}_d + \mathbf{Y}_q}{2}$ dargestellt werden.

Durch den Endpunkt des Stromvektors $U_s \mathbf{Y}_d = \mathbf{I}_d$ wird auf Grund der Abbildung 8.2 bei Änderung von s ein Kreis wie beim Primärstrom eines beliebigen Asynchronmotors beschrieben, wobei der Leerlaufpunkt bei $s = 0$ der Endpunkt des Leerlaufstromes von Richtung d ist (Abb. 8.3).

Der im Stillstand gemessene Strom $\mathbf{I}_{kd}(s = 1)$ bezieht sich einseitigen auf den Fall, wenn die Erregerwicklung offen ist und nur der kurzgeschlossene Dämpferkäfig von Richtung d der Ständerwicklung gegenüber steht. Auf diesem Kreis kann die Schlupfskala konstruiert werden, falls die Punkte $s = \infty$, $s = 1$ und $s = 0$ bekannt sind (s. Abb. 8.3).

Das Kreisdiagramm des Stromes $U_s \mathbf{Y}_q = \mathbf{I}_q$ kann analog gezeichnet werden. Der Kreis q wurde bei $s = 0$, d. h. im Leerlauf durch den Endpunkt des Leerlaufstromes von Richtung q und durch den Kurzschlußpunkt $\mathbf{I}_{kq}(s=1)$

hindurchgehend gezeichnet (s. Abb. 8.3). Die einander zugeordneten Ströme $\mathbf{I}_d = U_s \mathbf{Y}_d$ und $\mathbf{I}_q = U_s \mathbf{Y}_q$ können zu jedwedem Schlupf s gezeichnet werden, und damit wurde auch die Hälfte der Stromsummen

$$\frac{\mathbf{I}_d + \mathbf{I}_q}{2} = U_s \frac{\mathbf{Y}_d + \mathbf{Y}_q}{2}$$

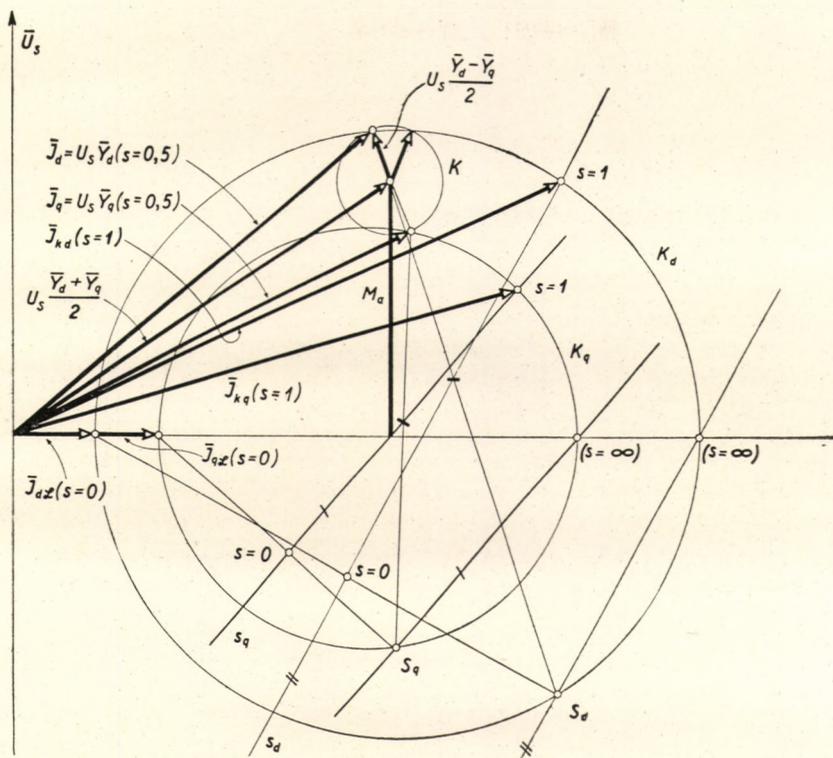


Abb. 8.3. Kreisdiagramm der Längs- und Querrichtungsströme

eingetragen. Der Abbildung kann die halbe Differenz der Ströme

$$\frac{\mathbf{I}_d - \mathbf{I}_q}{2} = U_s \frac{\mathbf{Y}_d - \mathbf{Y}_q}{2}$$

lzw. deren konjugierter Komplexwert, der Strom

$$\frac{\hat{\mathbf{I}}_d - \hat{\mathbf{I}}_q}{2} = U_s \frac{\hat{\mathbf{Y}}_d - \hat{\mathbf{Y}}_q}{2}$$

entnommen werden. Der Endpunkt dieses Stromes wird sich im synchron umlaufenden Koordinatensystem mit der doppelten Schlupffrequenz $2s\omega_1$ auf dem Kreis K im Sinne des Uhrzeigers (in negativer Richtung) drehen. Bei $s = 0$ geht dieser Kreis K durch die Endpunkte der Leerlaufströme \mathbf{I}_{dL} und \mathbf{I}_{qL} für die Richtungen d und q hindurch, d. h. dieser Kreis ist der gleiche wie der Reluktanzkreis der Synchronmaschine (s. Abschnitt 3.202.3). Es soll nicht unverwähnt bleiben, daß bei Maschinen mit Zylinderläufer ($X_d = X_q$),

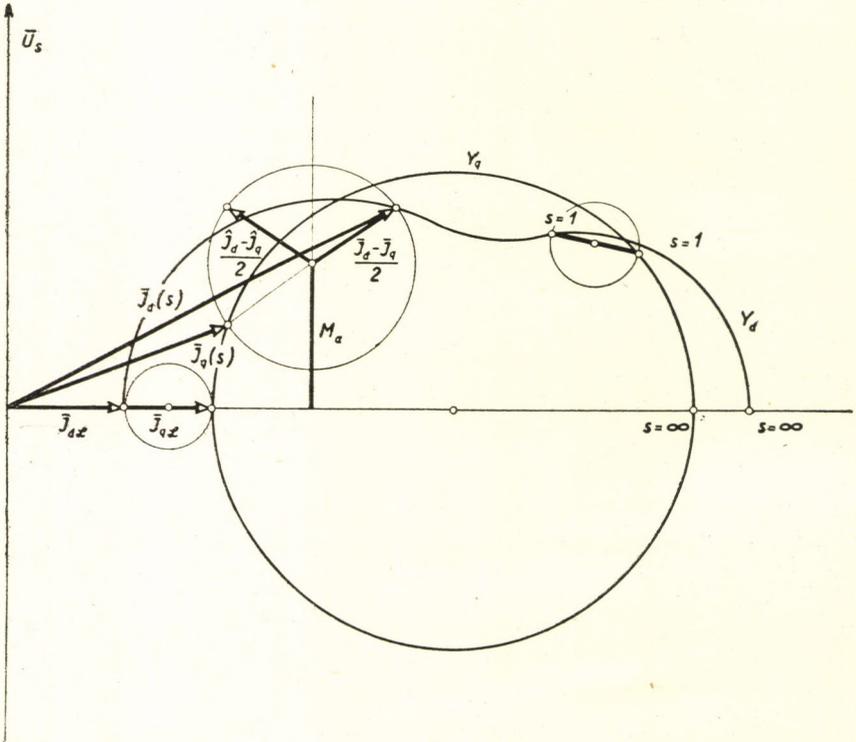


Abb. 8.4. Stromvektordiagramm in Längsrichtung

wobei aber $X_d'' \neq X_q''$ ist, $\mathbf{I}_{dL} = \mathbf{I}_{qL}$ und $\mathbf{I}_{kd} \neq \mathbf{I}_{kq}$ gilt. Bei Maschinen mit ausgeprägten Polen ($X_d \neq X_q$) kann auch vorkommen, daß der Dämpferkäfig vollkommen symmetrisch ist und mithin $X_d'' = X_q''$ sein wird. Diese Möglichkeiten können als die beiden Grenzfälle der Läuferasymmetrie betrachtet werden, zwischen denen beliebige Fälle möglich sind.

Bisher wurde der Einfachheit halber vorausgesetzt, daß beim Selbstanlauf des Synchronmotors der Stromkreis der Erregerwicklung von Richtung d offen steht. Für die Folge soll der Praxis entsprechend angenommen werden, daß die Erregerwicklung der Maschine während des Anlassens bzw. der Beschleunigung direkt oder über einen äußeren Widerstand kurzgeschlossen ist. Dieser Umstand bringt im Vergleich zum vorherigen Fall nur so viel Änderung

mit sich, daß in der Ersatzschaltung für die von Richtung d , die in Abb. 8.2 gezeigt wird, auf dem Läufer zwei parallel geschaltete Stromkreise sein werden. Der eine ist der Dämpferstromkreis, der in Richtung d liegt und beim Schlupf s den Wirkwiderstand $\frac{R_D}{s}$ hat, der andere der Erregerstromkreis, dessen veränderlicher Wirkwiderstand $\frac{R_r}{s}$ ist. Befindet sich im Stromkreis auch ein

äußerer Widerstand R , so ist der Erregerstromkreiswiderstand $\frac{R + R_r}{s}$. Über dem Schlupf erhält die Admittanz von Richtung d den aus der Theorie der Asynchronmotoren bekannten Doppelkäfigcharakter, was in Abb. 8.4 gezeigt wurde. Übrigens erfolgt die Konstruktion der Ströme ähnlich, wie bisher festgelegt. Auf der Doppelkäfigkennlinie muß man natürlich die zu den verschiedenen Schlupfwerten gehörigen Punkte kennen.

8.101.2. Die Berechnung der asynchronen Momente

Der Momentanwert des Momentes wird unter Zugrundelegung des aus Abschnitt 2.50 bekannten Zusammenhanges

$$\mathbf{M} = \frac{3}{2} \boldsymbol{\psi}_s \times \mathbf{i}_s$$

berechnet. Der Wert von \mathbf{i}_s wurde im Abschnitt 8.101.1 gemäß Beziehung (8.8) bereits bestimmt. Da der Ständerwiderstand unberücksichtigt blieb, ist

$$\mathbf{u}_s = j\omega_1 \boldsymbol{\psi}_s,$$

woraus

$$\boldsymbol{\psi}_s = \frac{\mathbf{u}_s}{j\omega_1} = \frac{U_s}{\omega_1} \frac{e^{j\omega_1 t}}{j} \quad (8.10)$$

folgt. Schließlich ergibt sich das Moment in komplexer Form angeschrieben zu

$$M = \frac{3}{2} \operatorname{Im} [\hat{\boldsymbol{\psi}}_s \mathbf{i}_s].$$

Werden die Werte $\boldsymbol{\psi}_s$ und \mathbf{i}_s aus Gleichungen (8.10) und (8.8) eingesetzt, so gilt für den Momentanwert des Momentes, daß

$$M_a = \frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1} \operatorname{Im} \left[\frac{e^{-j\omega_1 t}}{-j} \left(\frac{\mathbf{Y}_d + \mathbf{Y}_q}{2} e^{j\omega_1 t} + \frac{\hat{\mathbf{Y}}_d - \hat{\mathbf{Y}}_q}{2} e^{-j[(2s-1)\omega_1 t - 2\alpha]} \right) \right]. \quad (8.11)$$

Hieraus ergibt sich, daß

$$M_a = \frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1} \operatorname{Re} \left[\frac{\mathbf{Y}_d + \mathbf{Y}_q}{2} + \frac{\hat{\mathbf{Y}}_d - \hat{\mathbf{Y}}_q}{2} e^{-j2(s\omega_1 t - \alpha)} \right] \quad (8.12)$$

bzw.

$$M_a = \frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1} \operatorname{Re} \left[\frac{\mathbf{Y}_d + \mathbf{Y}_q}{2} + \frac{\mathbf{Y}_d - \mathbf{Y}_q}{2} e^{j2(s\omega_1 t - \alpha)} \right]. \quad (8.12')$$

Zum Schluß ergibt sich aus (8.12'), daß

$$M_a = \frac{3}{2} \frac{U_s}{\omega_1} \operatorname{Re} \left[\frac{\mathbf{I}_d + \mathbf{I}_q}{2} + \frac{\mathbf{I}_d - \mathbf{I}_q}{2} e^{j2(s\omega_1 t - \alpha)} \right]. \quad (8.13)$$

Die Gleichung (8.13) enthält die Feststellung, daß das Moment aus zwei Teilen besteht. Der eine ist zeitlich konstant:

$$M_M = \frac{3}{2} \frac{U_s}{\omega_1} \operatorname{Re} \left[\frac{\mathbf{I}_d + \mathbf{I}_q}{2} \right]. \quad (8.14)$$

Der zeitlich konstante Teil des Momentes ist die Wirkkomponente des resultierenden Stromes $\frac{\mathbf{I}_d + \mathbf{I}_q}{2}$, der in Abb. 8.3 und 8.4 angegeben wurde (s. Abb. 8.4).

Der zweite Teil des Momentes ist

$$M_p = \frac{3}{2} \frac{U_s}{\omega_1} \operatorname{Re} \left[\frac{\mathbf{I}_d - \mathbf{I}_q}{2} e^{j2(s\omega_1 t - \alpha)} \right], \quad (8.15)$$

der um den Momentenmittelwert M_M mit doppelter Schlupffrequenz pulsiert. Der Höchstwert des pulsierenden Momentes beträgt

$$M_{pa} = \frac{3}{2} \frac{U_s}{\omega_1} \left| \frac{\mathbf{I}_d - \mathbf{I}_q}{2} \right|. \quad (8.16)$$

An Abb. 8.3 oder 8.4 läßt sich die Amplitude des pulsierenden Momentes im Momentenmaßstab ablesen.

Schließlich sollen die Zusammenhänge

$$\frac{\mathbf{I}_d + \mathbf{I}_q}{2} = \mathbf{I}_S = I_S e^{j\varphi_S}$$

und

$$\frac{\mathbf{I}_d - \mathbf{I}_q}{2} = \mathbf{I}_D = I_D e^{j\varphi_D}$$

bestehen, wodurch der Ausdruck des Gesamtmomentes unter Anwendung von (8.14) und (8.15) und mit Berücksichtigung, daß man allgemein die Effektivwerte der Ströme und Spannungen anzugeben pflegt, nachstehende Form annehmen wird:

$$M_a = \frac{3}{\omega_1} [U_s I_s \cos \varphi_s + U_s I_D \cos (2s\omega_1 t + \varphi_D - 2\alpha)]. \quad (8.13')$$

Gleichung (8.13') liefert bei Vernachlässigung des Ständerwirkwiderstandes in der gewohnten Schreibweise den Verlauf der Momentanwerte der Drehmomente. Es ist interessant, daß bei $s=0$ der Zusammenhang $\mathbf{I}_s = \frac{\mathbf{I}_d + \mathbf{I}_q}{2} = 0$ gilt, woraus sich das Moment

$$M = \frac{3}{\omega_1} U_s I_D \cos (\varphi_D - 2\alpha) \quad (8.17)$$

ergibt. Dieses Moment ist nichts anderes als das Reluktanzmoment der Synchronmaschine mit ausgeprägten Polen, wenn die Einsetzungen $\alpha = 90^\circ - \delta$ und $\varphi_D = 90^\circ$ vorgenommen werden. Dann ist also

$$M = -\frac{3}{\omega_1} U_s I_D \sin 2\delta \quad (8.17')$$

(s. Abschnitt 3.202.3).

In den Zusammenhängen (8.13') und (8.15) wurde vorausgesetzt, daß sich der Wert des pulsierenden Momentenanteiles sinusförmig ändert, was aus der Annahme folgte, daß der Schlupfwert bei einer bestimmten Drehzahl konstant ist. Diese Bedingung ist besonders bei kleinen Schlüpfen (in der Nähe des Synchronismus) bei weitem nicht erfüllt. Diesen Umstand werden wir bei der Beurteilung des In-Tritt-Fallens näher kennenlernen.

8.102. Der Vorgang beim In-Tritt-Fallen

Wird der Synchronmotor als Asynchronmotor angelassen, so wird die Maschine laut Feststellungen im vorstehenden Abschnitt durch das asynchrone Antriebsmoment (Mittelmoment) beschleunigt. Die Kurve des Antriebsmomentes über der Drehzahl ist in Abb. 8.5 gezeigt. Betrachten wir den Ein-

fluß des pulsierenden Momentes einstweilen für vernachlässigbar, was mit der Voraussetzung gleichbedeutend ist, daß eine zylindrische, vollkommen symmetrisch aufgebaute Maschine angenommen wird, d. h. also daß $\mathbf{Y}_d \approx \mathbf{Y}_q$, und daher kann der zweite Teil des Momentenzusammenhanges (8.13) gegenüber dem ersten unbeachtet bleiben. Die Synchronisierung erfolgt, indem an den Läufer der schon mit der annähernd synchronen Drehzahl laufenden

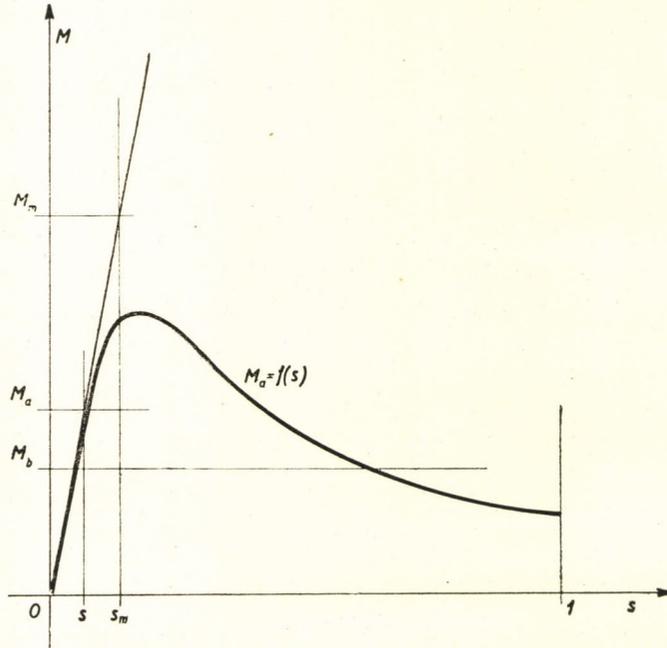


Abb. 8.5. Das Ersetzen der Momentenkennlinie durch eine Gerade in der Umgebung des Synchronpunktes

Maschine der Erregerstrom angelegt wird. Auf die Maschine wirken folgende Momente:

a) der Momentenbedarf der angetriebenen Maschine, der mit Hinsicht auf die kleine Drehzahländerung als konstant angenommen werden kann (M_b);

b) das asynchrone Antriebsmoment, das beim Schlupf s den Wert M_a hat. Es wird vorausgesetzt, daß im Bereich des Synchronlaufes das asynchrone Moment sich mit dem Schlupf verhältnismäßig ändert (s in Abb. 8.5 den vom Synchronpunkt ausgehenden geraden Teil der Momentenkurve);

c) das Synchronisierungsmoment, dessen Wert

$$M_S = -3 \frac{U_s U_p}{X_d} \sin \delta = -M_m \sin \delta$$

ist. Es sei bemerkt, daß es auf Kosten der Sicherheit geht, wenn man mit Polspannung und Synchronreaktanz rechnet. Unmittelbar vor dem In-Tritt-

Fallen sind die Schlupfwerte nur noch sehr klein und deshalb sollte man die genaueren Berechnungen mit einer Spannung vornehmen, die zwischen der Polspannung und der Spannung hinter der transienten Reaktanz liegt und dem Reaktanzwert, der zwischen die synchrone und transiente Reaktanz fällt.

Das Gleichgewicht der Momente wird sodann bei zweipoligen Maschinen im Bereich des Synchronismus durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$\Theta \frac{d^2 \delta}{dt^2} = M_a + M_s - M_b. \quad (8.18)$$

Da der asynchrone Momentenanteil bei kleinen Schlüpfen proportional zum Schlupf angenommen wird, gilt mit den Bezeichnungen der Abb. 8.5, daß

$$\frac{M_a}{s} = \frac{M_m}{s_m},$$

woraus

$$M_a = M_m \frac{s}{s_m}$$

folgt. Damit nimmt die Differentialgleichung (8.18) nachstehende Form an:

$$\Theta \frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{s}{s_m} M_m - M_m \sin \delta - M_b. \quad (8.19)$$

Schließlich ergibt sich durch Teilung mit M_m und Einsetzen von $\frac{M_b}{M_m} = m$, daß

$$\frac{\Theta}{M_m} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{s}{s_m} - \sin \delta - m. \quad (8.19')$$

Zur Auflösung dieser Gleichung wird die Veränderliche t eliminiert; zu diesem Zweck wird angeschrieben, daß

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\delta} \frac{d\delta}{dt}. \quad (8.20)$$

Nachdem man die jeweilige Winkelgeschwindigkeit ω so erhalten kann, daß zur synchronen Winkelgeschwindigkeit die veränderliche Winkelgeschwindigkeit $\left(\frac{d\delta}{dt}\right)$ addiert wird, beträgt

$$\omega = \omega_1 + \frac{d\delta}{dt}. \quad (8.21)$$

Daraus ist der Schlupf

$$s = \frac{\omega_1 - \omega}{\omega_1} = - \frac{1}{\omega_1} \frac{d\delta}{dt}$$

und

$$\frac{d\delta}{dt} = -s\omega_1. \quad (8.22)$$

Zum Schluß ist wegen $\omega = (1 - s)\omega_1$:

$$d\omega = -\omega_1 ds. \quad (8.23)$$

Werden die Ergebnisse aus (8.22) und (8.23) in (8.20) eingesetzt, so gilt, daß

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \omega_1^2 s \frac{ds}{d\delta}, \quad (8.20')$$

mit dem Wert s_m^2 multipliziert und geteilt folgt, daß

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = (s_m \omega_1)^2 \left(\frac{s}{s_m} \right) \frac{d \left(\frac{s}{s_m} \right)}{d\delta},$$

führt man dabei auch die Veränderliche $y = \frac{s}{s_m}$ ein, so erhält die Differentialgleichung (8.19') nachstehende Form:

$$\frac{\Theta s_m^2 \omega_1^2}{M_m} y \frac{dy}{d\delta} = y - \sin \delta - m. \quad (8.24)$$

Die Differentialgleichung (8.24) bezieht sich auf die zweipolige Maschine. Beträgt die Polpaarzahl p , dann ist die Differentialgleichung

$$\frac{\Theta s_m^2 \omega_1^2}{p M_m} y \frac{dy}{d\delta} = y - \sin \delta - m. \quad (8.24')$$

Der in den Differentialgleichungen (8.24') vorkommende Ausdruck

$$\frac{\Theta s_m^2 \omega_1^2}{p M_m} = A$$

ist bei einer bestimmten Läufererregung konstant.

Die Differentialgleichung (8.24') kann in expliziter Form nicht gelöst werden. Deshalb wird zuerst bei gegebenen A - und m -Werten der Zusammenhang zwischen $y = \frac{s}{s_m}$ und δ mit Hilfe der Methode der Richtungsfelder gezeichnet. In Abb. 8.6a wurden z. B. bei Annahme von $A = 2$ und $m = 0,5$ auf die zu verschiedenen Winkeln δ gehörigen Ordinaten die Richtungen $\frac{dy}{d\delta}$ aufgetragen. Hierfür berechnet man z. B. aus Gleichung (8.24') mit Einsetzen von $A = 2$ und $m = 0,5$ den Wert von $\frac{dy}{d\delta}$:

$$\frac{dy}{d\delta} = \frac{y - 0,5 - \sin \delta}{2y}. \quad (8.25)$$

Werden in Ausdruck (8.25) beliebige Werte von δ eingesetzt, so bekommt man die zu verschiedenen y -Werten gehörenden $\frac{dy}{d\delta}$ -Richtungen.

Ist z. B. $\delta = \frac{\pi}{2}$, so wird

$$\frac{dy}{d\delta} = \frac{y - 1,5}{2y}$$

sein. Deshalb ist im Falle $y = 1,5$ $\frac{dy}{d\delta} = 0$, die Richtung der Tangente ist also waagrecht.

Dementsprechend wurde in der Abbildung auf die zum Winkel $\delta = \frac{\pi}{2}$ gehörende Ordinate, also zum Punkt $y = \frac{s}{s_m} = 1,5$ eine Horizontale gezeichnet. Ähnlicherweise folgt z. B. bei $\delta = \frac{\pi}{2}$ und $y = 0,5$, daß

$$\frac{dy}{d\delta} = \frac{y - 1,5}{2y} = 0,5 - 1,5 = -1.$$

In Abb. 8.6a wurde also auf der Ordinate, die zum Winkel $\delta = \frac{\pi}{2}$ gehört, in der Höhe $y = \frac{s}{s_m} = 0,5$ die $\frac{dy}{d\delta} = \text{tg } \alpha = -1$ entsprechende, von oben nach unten gerichtete, unter 45° geneigte Gerade aufgetragen.

Wenn man dieses Verfahren fortsetzt, kann man bei verschiedenen δ -Winkeln und y -Werten die Richttangente der Kurve $y = f(\delta)$ für das gesamte Feld bestimmen. Das Zeichnen der Kurve kann im Feld an einer beliebigen Stelle angefangen werden, der Winkel wird sich dennoch zwischen π und $-\pi$ periodisch ändern, bis dann der Motor im Beispiel am Ende des

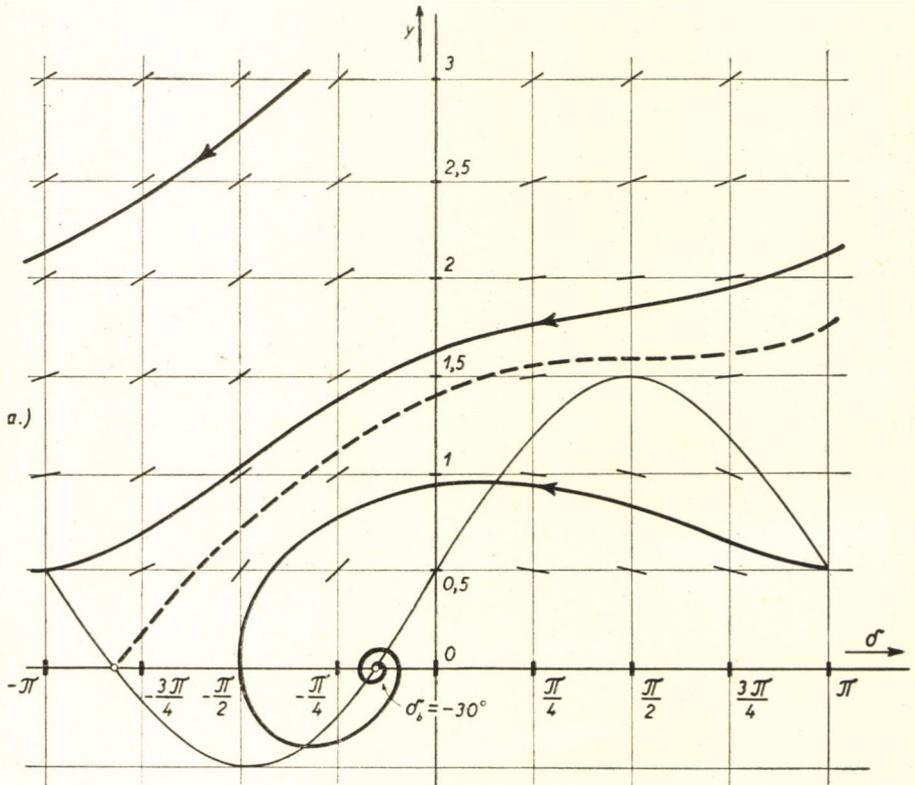


Abb. 8.6a. Die Lösung der Gleichung (8.24') mit Hilfe des Richtungsfeldes. Die Maschine fällt in Tritt

Vorganges bei einem Winkel $\delta_b = -\frac{\pi}{6} = -30^\circ$, der der beispielsweise angenommenen ständigen mechanischen Last entspricht, in Tritt fällt. Wir haben das Einzeichnen der Kurve bei etwa $\frac{s}{s_m} = 3$ angefangen unter Beachtung, daß die Kurve den Richtungen des Richtungsfeldes folgen soll. Die Kurve setzt sich nach der Unterbrechung bei Winkel $-\pi$ in derselben Höhe fort, also beim gleichen Wert von $\frac{s}{s_m}$, aber bei Winkel $+\pi$. Die gestrichelte Kurve

stellt eine Grenzkurve dar. Gibt es Punkte der mit Hilfe der Richtungsfelder konstruierten Kurve unter der Grenzkurve, so erreicht der Motor mit Bestimmtheit den Synchronpunkt, wie aus der Abbildung hervorgeht. Durch die in Abb. 8.6a gezeigte Kurve werden die Winkelbewegung des sich bei kleinen Schlupfwerten beschleunigenden Motors und der Verlauf des In-Tritt-Fallens

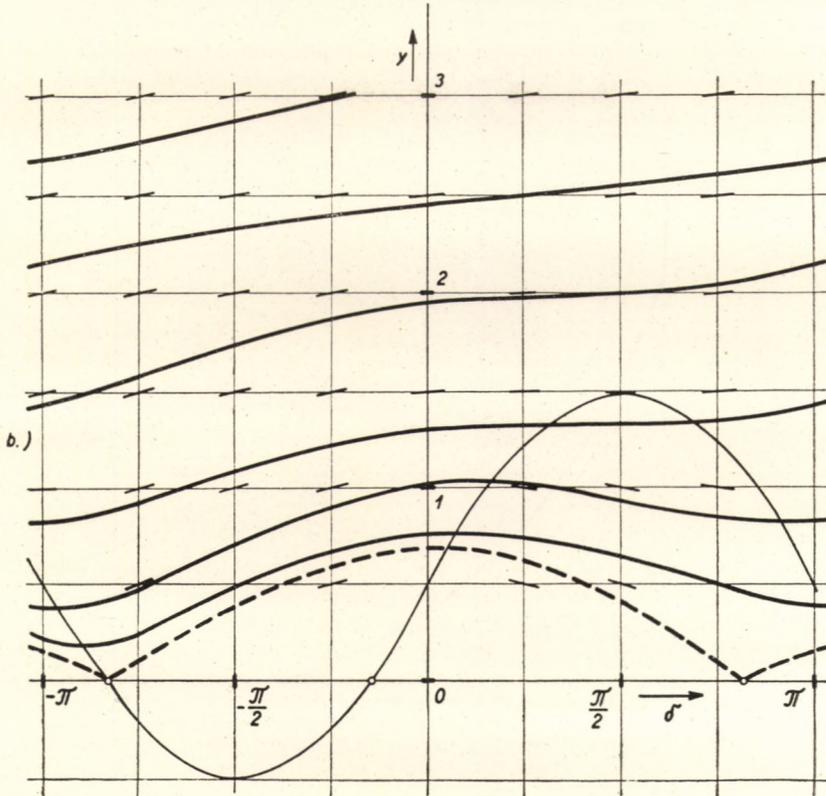


Abb. 8.6b. Die Lösung der Gleichung (8.24') mit Hilfe des Richtungsfeldes. Das In-Tritt-Fallen erfolgt nicht

gut veranschaulicht. Es wurden ebenfalls mit Hilfe der Methode der Richtungsfelder die Kurven $y = f(\delta)$ für $m = 0,5$ und $A = 6$ gezeichnet. Das Lastmoment hat sich also bei derselben Maschine nicht geändert, hingegen ist das Trägheitsmoment Θ auf das Dreifache gestiegen. Wie aus der Abb. 8.6b hervorgeht, kann in diesem Fall, die Maschine nicht in Tritt fallen, sondern der Schlupf wird sich im Wesen längs der Grenzkurve dauernd ändern und zweimal pro Umdrehung den oberen Grenzwert $0,75s_m$ und den unteren Grenzwert $0,1s_m$ erreichen.

Das Zeichnen der Kurven ist — wie gesehen — nur bei einem bestimmten m - bzw. A -Wert möglich. Doch auch hierbei steht man vor erheblichen

Schwierigkeiten, da das Zeichnen der Kurve eine entsprechende Übung und ein gutes Gefühl erfordert. Begnügt man sich aber, nur ganz allgemein zu folgern, bei welchen A - und m -Werten der Motor noch in Tritt fällt, so muß die Differentialgleichung (8.24') Schritt für Schritt oder mit Hilfe eines Integrations gelöst werden. Auf Grund der Lösung, die der Fachliteratur entnommen wurde, haben wir die Abb. 8.7 gezeichnet, in welcher eine Grenzkurve zu sehen ist [$A = f(m)$]. Sind die beigeordneten Werte von A und m so, daß der mit beiden Koordinaten angegebene Punkt links von dieser Grenzkurve liegt, dann fällt der Motor in Tritt. Liegt hingegen der mit A und m bestimmte

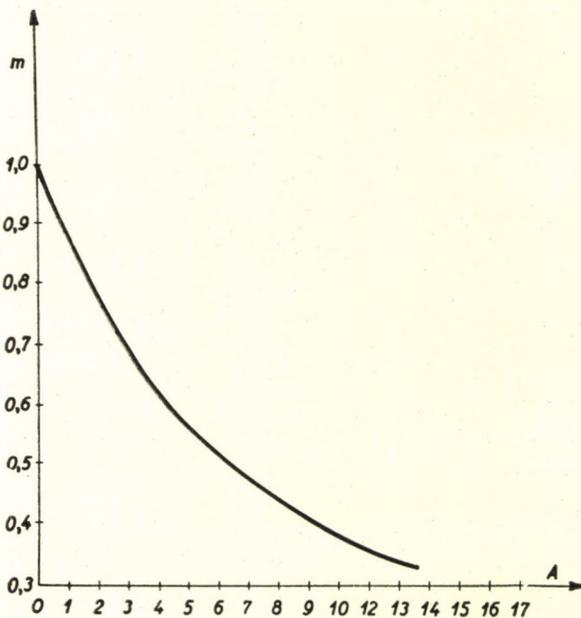


Abb. 8.7. Die Grenzkurve des In-Tritt-Fallens

Punkt rechts von der Grenzkurve, so kann der Motor nicht in Tritt fallen, sondern wird, ähnlich wie in Abb. 8.6b dargestellt, mit einem kleinen veränderlichen Schlupf laufen. Der Abb. 8.7 kann entnommen werden, daß die Möglichkeit des In-Tritt-Fallens bei gegebenem Lastmoment M_b größer wird, falls Θ abnimmt und umgekehrt, der Motor kann also z. B. bei großen Maßen und bei kleinem synchronem Moment M_m nicht mehr in Tritt fallen.

Die in Abb. 8.7 gezeigte dimensionslose Darstellungsweise ist viel einfacher als die in der Fachliteratur angegebenen ähnlichen Kurven, weil einerseits dort zu jedem Schlupfnennwert eine besondere Grenzkurve zu zeichnen ist, andererseits weil auch die physikalische Deutung der Erscheinung weniger anschaulich ist. Es fällt nämlich bei der in Abb. 8.7 enthaltenen Kurve gleich ins Auge, daß sofern das Lastmoment gleich dem Höchstwert des synchronen Momentes ist, das In-Tritt-Fallen nur dann stattfinden kann, wenn das Trägheitsmoment des Systems gleich Null ist. Da dies praktisch nicht vor-

kommt, muß das Lastmoment der in Abb. 8.7 gezeigten Kurve entsprechend kleiner sein als der Höchstwert des synchronen Momentes.

Bei der Beurteilung des In-Tritt-Fallvorganges wurde angenommen, daß man es mit einer vollkommen symmetrischen Zylinderläufermaschine zu tun hat. Demzufolge wurde auch vorausgesetzt, daß bei einer bestimmten Last, bevor die Läufererregung angesetzt wurde, ein konstanter Schlupf s bestand. Nachstehend soll beim asynchronen Moment für kleine Schlüpf die Ausprägung der Pole berücksichtigt werden.

8.102.1. Die Berücksichtigung des unsymmetrischen Läufers bei der Bestimmung des asynchronen Momentes

Bisher wurde angenommen, daß in Differentialgleichung (8.18) der Wert M_a konstant sei. Es wurde also im Zusammenhang (8.13) nur der mittlere Momentenanteil

$$M_a = M_M = \frac{3}{2} \frac{U_s}{\omega_1} \operatorname{Re} \left[\frac{\mathbf{I}_d + \mathbf{I}_q}{2} \right]$$

berücksichtigt, was selbstverständlich nur dann begründet ist, wenn \mathbf{I}_d annähernd gleich groß wie \mathbf{I}_q ist oder mit anderen Worten, wenn

$$\mathbf{Y}_d \approx \mathbf{Y}_q \dots$$

Die Verschiedenheit der Längs- und Queradmittanzen kann in geschlossener mathematischer Form nur bei ganz kleinen Schlüpfen, die unmittelbar vor dem Zustand der dem In-Tritt-Fallen vorangeht, berücksichtigt werden. Dies erreicht man dadurch, daß man die Admittanzdiagramme für Längs- und Querrichtung bei ganz kleinen Schlüpfen mit ihren Tangenten von Ordinatenrichtung ersetzt (Abb. 8.8). Demzufolge nimmt man auch an, daß bei diesen ganz kleinen Schlupfwerten der imaginäre Teil der Admittanzen konstant, der reelle (das Moment) hingegen mit dem Schlupf verhältnismäßig ist.

Folglich kann man aufschreiben, daß

$$\text{und} \quad \left. \begin{aligned} \mathbf{Y}_d &= \frac{1}{jX_d} + c_d s \\ \mathbf{Y}_q &= \frac{1}{jX_q} + c_q s. \end{aligned} \right\} \quad (8.26)$$

Unter Anwendung des Momentzusammenhanges (8.12') und der Gl. (8.26) sowie mit Einsetzen von $s\omega_1 t - (a - 90^\circ) = \delta$ (wobei δ den beim

Synchronismus gewohnten Lastwinkel bedeutet), ist das asynchrone Moment

$$M_a = \frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1} \left[\frac{c_d + c_q}{2} - \frac{c_d - c_q}{2} \cos 2\delta \right] s. \quad (8.27)$$

Den Höchstwert des asynchronen Momentes gewinnt man bei $\delta = \pm 90^\circ$, dann ist

$$M_{a \max} = \frac{3}{2} U_s^2 c_d s, \quad (8.28)$$

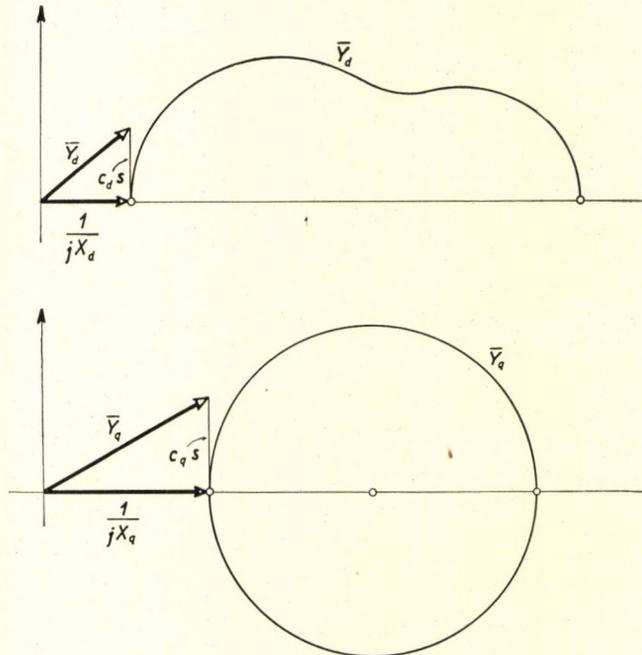


Abb. 8.8. Das Ersetzen der Diagramme der Längs- und Querrichtungsadmittanzen durch in Ordinateurichtung liegende Tangenten in der Umgebung des Punktes $s = 0$

den Mindestwert, wenn $\delta = 0, 180^\circ \dots$, dann gilt, daß

$$M_{a \min} = \frac{3}{2} U_s^2 c_q s. \quad (8.29)$$

Bezüglich der Deutung der in (8.28) und (8.29) vorkommenden Konstanten c_d und c_q verweisen wir auf die Pendelimpedanzen der synchronen Maschinen, wie im Abschnitt 6.102 erörtert. Da die Rolle der Läuferstromkreise im asynchronen Betrieb und bei kleinen Schlüpfen ganz ähnlich ist

wie bei langsamen Pendelungen, können die Werte der dort vorkommenden Pendeladmittanzen

$$\mathbf{Y}_d = -jB_d + G_d \quad \text{und} \quad \mathbf{Y}_q = -jB_q + G_q$$

mit den in Gleichungen (8.26) angeschriebenen Admittanzen gleichgesetzt werden. Es gilt also, daß

$$\text{und} \left. \begin{aligned} \mathbf{Y}_d &= -j \frac{1}{X_d} + sc_d = -jB_d + G_d \\ \mathbf{Y}_q &= -j \frac{1}{X_q} + sc_q = -jB_q + G_q, \end{aligned} \right\} \quad (8.26')$$

woraus sich

$$\text{und} \left. \begin{aligned} c_d &= \frac{G_d}{s} \\ c_q &= \frac{G_q}{s} \end{aligned} \right\} \quad (8.30)$$

ergeben.

Die Werte von c_d und c_q sind erhältlich, indem die Werte G_d und G_q Gleichungen (6.28) und (6.32) gemäß genommen werden und

$$\frac{\Omega}{\omega_1} = s$$

eingesetzt wird. Damit gilt, daß

$$\text{und} \left. \begin{aligned} c_d &= \frac{1}{X_d} \frac{\omega_1 (T'_{d0} - T'_d)}{1 + (s\omega_1 T'_d)^2} + \frac{1}{X'_d} \frac{\omega_1 (T''_{d0} - T''_d)}{1 + (s\omega_1 T'_d)^2} \\ c_q &= \frac{1}{X_q} \frac{\omega_1 (T''_{q0} - T''_q)}{1 + (s\omega_1 T''_q)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (8.31)$$

Schließlich ist bei sehr kleinen Werten des Schlupfes ($s \approx 0$) und mit Einsetzen von $T'_{d0} = T'_d \frac{X_d}{X'_d}$, $T''_{d0} = T''_d \frac{X'_d}{X''_d}$ und $T''_{q0} = T''_q \frac{X_q}{X''_q}$:

$$\text{und} \left. \begin{aligned} c_d &= \omega_1 T'_d \left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right) + \omega_1 T''_d \left(\frac{1}{X''_d} - \frac{1}{X'_d} \right) \\ c_q &= \omega_1 T''_q \left(\frac{1}{X''_q} - \frac{1}{X_q} \right). \end{aligned} \right\} \quad (8.32)$$

Als Beispiel führen wir eine zweipolige Maschine mit lamelliertem Zylinderläufer an, wobei nur eine Erregerwicklung vorgesehen wurde. Es sei $T'_d = 1$ sec, $X'_d = 0,2$, $X'_q = 2$ und nachdem in diesem Fall $X''_d = X'_d$ und $X''_q = X'_q$, wird $c_q = 0$ und

$$c_d = 314 \cdot 1 \cdot \left(\frac{1}{0,2} - \frac{1}{2} \right) = 1400$$

sein. Der Höchstwert des asynchronen Momentes beträgt bei Schlupf s :

$$M_{a\max}^* = \frac{3}{2} U_s^{*2} 4,5s.$$

Sein Mindestwert beläuft sich auf

$$M_{a\min} = 0.$$

Im Bereich des Synchronlaufes, wenn $c_d \gg c_q$ ist, ändert sich das asynchrone Moment zwischen sehr weiten Grenzen, was soviel bedeutet, daß sich bei konstantem Lastmoment der Schlupf der Maschine innerhalb einer Umdrehung stark ändern muß. Diese Tatsache kann auch physikalisch leicht gedeutet

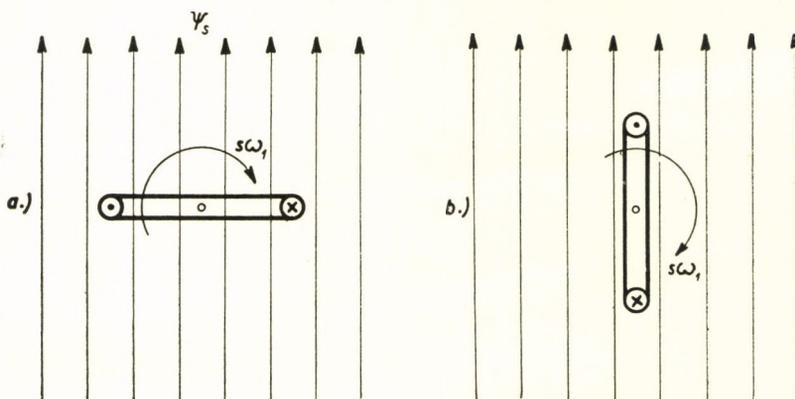


Abb. 8.9. Ein sich im homogenen magnetischen Feld drehender Drahtrahmen zur Erklärung der Schlupfänderungen

werden, wenn die Läuferstellung in einem Koordinatensystem betrachtet wird, das sich mit dem Drehfluß des Ständers dreht. In Abb. 8.9 wurde der Ständerfluß dargestellt, welchen wir der Einfachheit halber als homogen annehmen. In diesem für stillstehend gedachten Fluß dreht sich der kurzgeschlossene Rahmen, der an Stelle des Läufers gezeichnet wurde, der eigentlichen Flußdrehrichtung entgegengesetzt (in negativer Richtung) mit der Schlupffrequenz von $s\omega_1$. Aus der Abbildung geht unmittelbar hervor, daß in Stellung a) die im Läufer induzierte Spannung gleich Null ist, d. h. daß darin kein Strom

fließt (wegen des kleinen Schlupfes sind Spannung- und Stromphasen gleich), es ist auch kein Moment vorhanden, während in Stellung *b*), die gegenüber der vorherigen um 90° verdreht ist, die Höchstspannung induziert wird; es fließt Strom durch den Läufer und das Moment hat seinen Höchstwert. In Abb. 8.10 wurde die Kurve der Slupfänderung während einer Umdrehung für einen Synchronmotor veranschaulicht, dessen Angaben folgende

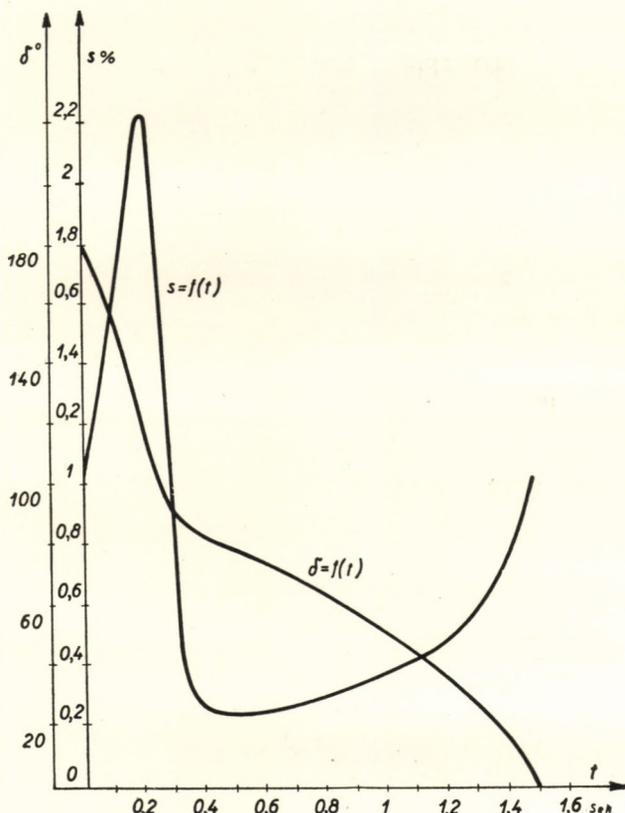


Abb. 8.10. Die Änderungen des Schlupfes und des Winkels δ über der Zeit während einer Umdrehung

sind: $P_n = 2800$ kW, $U_n = 5700$ V, $I_n = 388$ A, $\cos \varphi_n = 0,8$, $2p = 2$, $H = 6,6$ sec, $P_b = 1900$ kW, $X_d^* = 1,75$, $X_q^* = 1,4$, $X_d'^* = 0,25$, $X_d''^* = X_q''^* = 0,18$, $T_d' = 0,2$ sec und $T_d'' = T_q'' = 0,015$ sec.

Schließlich läßt sich die Differentialgleichung des In-Tritt-Fallens, da uns das asynchrone Moment bekannt ist, unter Anwendung der Gleichungen (8.18) und (8.20') wie folgt anschreiben:

$$s\omega_1^2 \Theta \frac{ds}{d\delta} = sM_\alpha - sM_\beta \cos 2\delta - M_m \sin 2\delta - M_b, \quad (8.33)$$

woraus sich ergibt, falls in Gleichung (8.27) der Effektivwert von U_s eingesetzt wird, daß

$$M_\alpha = \frac{3 U_s^2}{\omega_1} \frac{c_d + c_q}{2}$$

und

$$M_\beta = \frac{3 U_s^2}{\omega_1} \frac{c_d - c_q}{2}$$

Die Differentialgleichung (8.33) kann gleichfalls mit Hilfe der Richtungsfelder gelöst werden.

8.103. Das asynchrone Moment im Bereich der halben Drehzahl

Das Drehmoment der als Asynchronmotor anlaufenden Synchronmaschinen zeigt im Bereich der halben Synchrondrehzahl eine Anomalie — wenn der Läufer in Längs- und Querrichtung nicht vollkommen symmetrisch ist —, die darin besteht, daß an der Momentenkurve unter der halben Synchron-

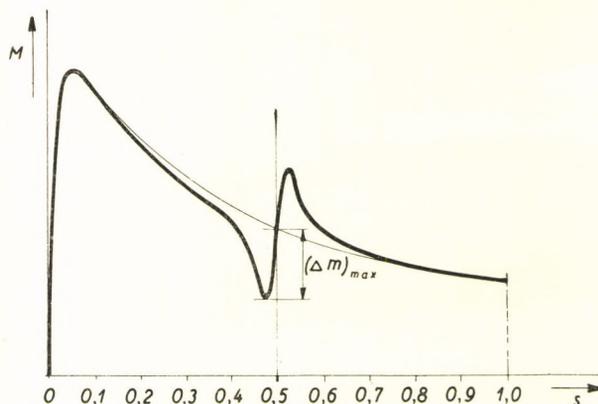


Abb. 8.11. Verlauf der Momentenkennlinie im Bereich der halben Drehzahl bei asynchronem Anlauf

drehzahl eine plötzliche Momentenzunahme, sodann über der halben Synchrondrehzahl eine Momentenabnahme im Vergleich zur Momentenkurve des normalen Asynchronmotors entsteht (Abb. 8.11). Diese Erscheinung ist die Folge der Läuferasymmetrie.

Die Läuferströme von Schlupffrequenz können nämlich infolge des asymmetrischen Aufbaues des Läufers keine Dreherregung bilden, es kommt vielmehr im allgemeinen eine elliptische Erregung zustande, die auf bekannte Weise als die Resultierende zweier, miteinander entgegengesetzt rotierender

Komponenten betrachtet werden kann. Die eine Komponente läuft mit dem Läufer in gleicher Richtung, mit einer Geschwindigkeit von $s\omega_1$ auf den Läufer bezogen. Zu gleicher Zeit läuft aber der Läufer auf den Ständer bezogen mit der Geschwindigkeit $(1-s)\omega_1$, so daß die Umlaufgeschwindigkeit der erwähnten Komponente auf den Ständer bezogen $(1-s)\omega_1 + s\omega_1 = \omega_1$ beträgt. Diese Komponente bringt gemeinsam mit der in positiver Richtung ebenfalls mit Geschwindigkeit ω_1 umlaufenden Ständererregung das mitlaufende Moment der Maschine zustande. Die mit dem Läufer in entgegengesetzter Richtung umlaufende Komponente der elliptischen Läufererregung läuft auf den Ständer bezogen mit der Geschwindigkeit $(1-s)\omega_1 - s\omega_1 = (1-2s)\omega_1$ um und erzeugt gemeinsam mit der im Ständer auftretenden Ständererregung von gleicher Geschwindigkeit das gegenlaufende Moment der Maschine. Das auf den Läufer der Maschine wirkende resultierende Moment ist die sinngemäße Summe der mitlaufenden und gegenlaufenden Momente von zeitlich konstantem Mittelwert, und zwar wird das gegenlaufende Moment entweder zum mitlaufenden Moment addiert oder davon subtrahiert, je nachdem, ob der Schlupf größer oder kleiner als 0,5 ist. Wie aus dem Ausdruck $(1-2s)\omega_1$ der auf den Ständer bezogenen Geschwindigkeit der gegenlaufenden Erregung ersichtlich ist, ändert nämlich die Drehrichtung der gegenlaufenden Erregung beim Schlupf $s = 0,5$ ihr Vorzeichen. Physikalisch ist wahrnehmbar, daß z. B. bei $s > 0,5$, die gegenlaufende Erregung, auf den Ständer bezogen, in negativer Richtung umläuft, in diesem Falle wirkt auf den bezüglich der gegenlaufenden Ströme kurzgeschlossenen (genauer über das Speisetzetz kurzgeschlossenen) Ständer ein Moment von gleicher Richtung, wogegen auf den Läufer ein entgegengesetztes, positives Triebmoment wirkt, so daß sich die mitlaufenden und gegenlaufenden Momente addieren. Im Falle $s < 0,5$ ist die Lage umgekehrt, was physikalisch in ähnlicher Weise zu bewerten ist.

Die beschriebene Erscheinung ist daher offenbar die Folge der Läuferasymmetrie. Bei den Synchronmaschinen, deren Läufer sowohl in Längs- als auch in Querrichtung vollkommen symmetrisch ist, tritt diese Erscheinung nicht auf. Die unmittelbar oberhalb der halben Synchrondrehzahl stattfindende Momentenabnahme kann von der Läufersymmetrie abhängig kleiner oder größer sein. Dieses Moment nimmt z. B. bei Maschinen mit lamelliertem Zylinderläufer und einphasiger Erregerwicklung auch negative Werte an, d. h. diese Maschinen können als Asynchronmotor über die halbe Drehzahl nicht ohne besondere Kunstgriffe hochgefahren werden. Hinsichtlich des Anlassens als Asynchronmotor ist es also wichtig zu bestimmen, welches Ausmaß die über der halben Drehzahl zu erwartende Momentenabnahme aufweisen wird. Nachstehend soll eine einfache graphische Ermittlung dieser Momentenabweichung gezeigt werden.

Das Ausmaß der im Bereich der halben Synchrondrehzahl auftretenden Momentenabweichung (Δm) läßt sich aus dem Stromvektordiagramm des mitlaufenden Ständerstromes der Maschine in der Nähe des Schlupfes $s = 0,5$ bestimmen. Das Stromvektordiagramm ist in diesem Bereich mit sehr guter Näherung ein Kreis (Abb. 8. 12), der am einfachsten mit Hilfe seiner beiden Punkte, bei Schlüpfen $s = 0,5$ und $s = \infty$ (Punkte *A* und *B*) und seiner Tangente, im Punkt $s = 0,5$ konstruiert werden kann.

Der Strom, der zum Punkt $s = 0,5$ im Kreisdiagramm gehört, beträgt:

$$\mathbf{I}_1(0,5) = \mathbf{U}_s \frac{2}{\mathbf{Z}_d + \mathbf{Z}_q},$$

der dem Punkt $s = \infty$ zugeordnete Strom beläuft sich auf:

$$\mathbf{I}_1(\infty) = \mathbf{U}_s \frac{\mathbf{Y}_d + \mathbf{Y}_q}{2},$$

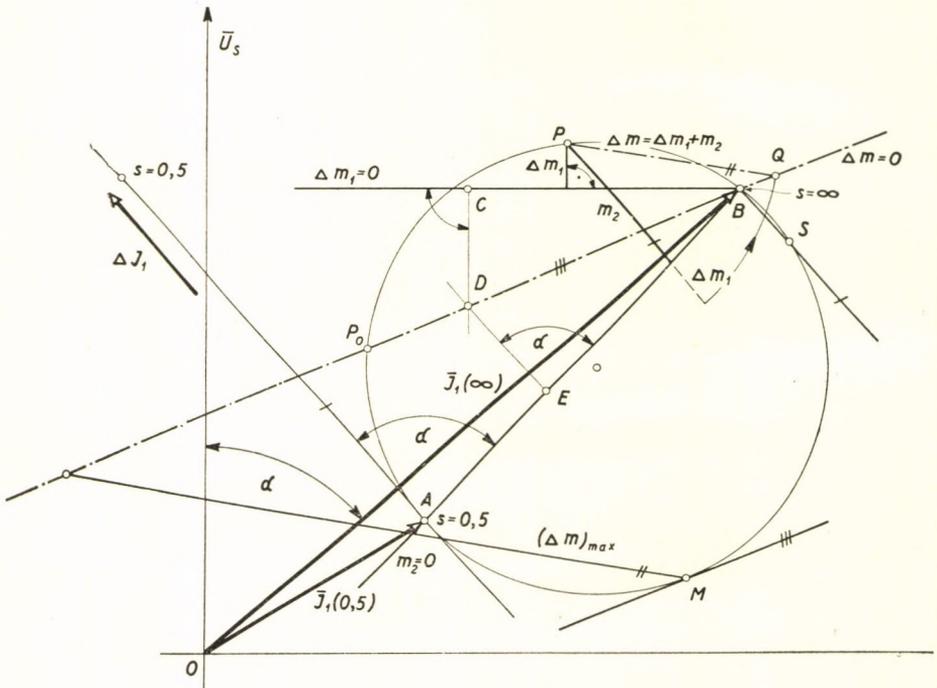


Abb. 8.12. Die Bestimmung der Momentenabweichung. Konstruktion der Nulllinie der resultierenden Momentenabweichung

wobei \mathbf{Z}_d und \mathbf{Z}_q bzw. \mathbf{Y}_d und \mathbf{Y}_q die Eingangsimpedanzen bzw. Admittanzen der in Abb. 8.13 gezeigten Ersatzschaltungen sind, wenn der Schlupfwert durch den konstanten Wert $s = 0,5$ ersetzt wird. Mit Hilfe von \mathbf{Z}_d und \mathbf{Z}_q kann man nämlich für die symmetrischen Komponenten die Ersatzschaltung in Abb. 8.14 eintragen. Zur Ableitung dieser Ersatzschaltung wird, ähnlich wie bisher, ein an den Läufer gebundenes Koordinatensystem gewählt, in welchem die Ständergrößen auf ihre Komponenten in Richtung d und q zer-

legt werden. Die Spannungsgleichung des Ständers kann laut (2.65) mit Komponenten d und q in folgender Weise aufgeschrieben werden:

$$u_d = i_d R_s + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega\psi_q,$$

$$u_q = i_q R_s + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega\psi_d.$$

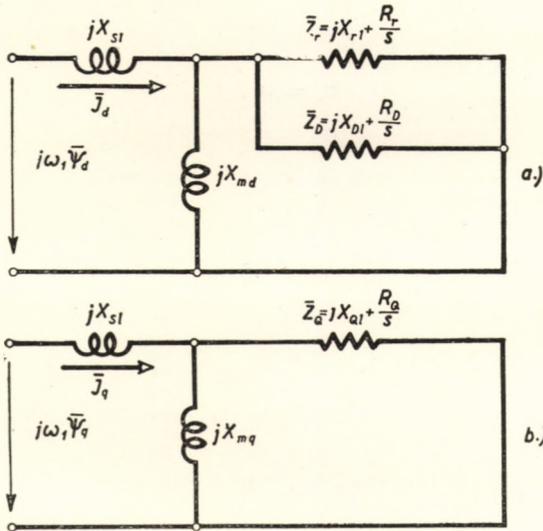


Abb. 8.13. Ersatzschaltungen in Längs- und Querrichtung

Das an den Läufer gebundene Koordinatensystem läuft mit der Geschwindigkeit $\omega = (1 - s)\omega_1$ um; wird dies in beide obigen Gleichungen eingesetzt, erhalten wir:

$$u_d = i_d R_s + \frac{d\psi_d}{dt} - (1 - s)\omega_1\psi_q.$$

$$u_q = i_q R_s + \frac{d\psi_q}{dt} + (1 - s)\omega_1\psi_d.$$

Im Abschnitt 8.101.1 wurde gezeigt, daß die Komponenten d und q der in umlaufendes Koordinatensystem umgesetzten Ständergrößen sich zeitlich mit der Kreisfrequenz $s\omega_1$ sinusförmig ändern, somit können sie als die Realteile der mit Winkelgeschwindigkeit $s\omega_1$ umlaufenden komplexen Zeitvektoren

ausgedrückt werden. Geht man nun von den realen Momentanwerten auf die komplexen Momentanwerte über, können folgende Gleichungen aufgeschrieben werden:

$$\frac{d\psi_d}{dt} = js\omega_1 \psi_d,$$

$$\frac{d\psi_q}{dt} = js\omega_1 \psi_q.$$

Desgleichen wurde gezeigt, daß die Komponenten d und q der symmetrischen Dreiphasen-Ständerspannung in umlaufendem Koordinatensystem laut (8.4) zu

$$\mathbf{u}_d = \mathbf{u}_s,$$

$$\mathbf{u}_q = -j\mathbf{u}_s$$

ergeben.

Mit Berücksichtigung des obigen kann die Spannungsgleichung des Ständers mit den komplexen Momentanwerten der Komponenten d und q in folgender Form aufgeschrieben werden:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_s &= \mathbf{i}_d R_s + js\omega_1 \psi_d - (1-s)\omega_1 \psi_q, \\ -j\mathbf{u}_s &= \mathbf{i}_q R_s + js\omega_1 \psi_q + (1-s)\omega_1 \psi_d. \end{aligned}$$

$j\omega_1 \psi_d$ und $j\omega_1 \psi_q$ stellen die im Ständer in Richtung d bzw. q induzierten Spannungen dar, die auf Grund der Ersatzschaltungen für Richtung d bzw. q laut Abb. 8.13 auch mit den Strömen und Impedanzen der Richtung d bzw. q ausgedrückt werden können:

$$j\omega_1 \psi_d = \mathbf{i}_d \mathbf{Z}_d,$$

$$j\omega_1 \psi_q = \mathbf{i}_q \mathbf{Z}_q.$$

Hier bedeutet daher \mathbf{Z}_d und \mathbf{Z}_q die im Ersatzschaltbild laut Abb. 8.13 zwischen den Eingangsklemmen meßbare resultierende Impedanz. Werden diese Werte in die Spannungsgleichungen eingesetzt, erhält man:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_s &= \mathbf{i}_d R_s + \mathbf{i}_d s \mathbf{Z}_d + j(1-s) \mathbf{i}_q \mathbf{Z}_q, \\ -j\mathbf{u}_s &= \mathbf{i}_q R_s + \mathbf{i}_q s \mathbf{Z}_q - j(1-s) \mathbf{i}_d \mathbf{Z}_d. \end{aligned}$$

Wird die zweite Gleichung mit j multipliziert und zur ersten addiert bzw. daraus subtrahiert, gelangt man zu:

$$2\mathbf{u}_s = \mathbf{i}_d (R_s + \mathbf{Z}_d) + j\mathbf{i}_q (R_s + \mathbf{Z}_q),$$

$$0 = \mathbf{i}_d [R_s + (2s-1)\mathbf{Z}_d] - j\mathbf{i}_q [R_s + (2s-1)\mathbf{Z}_q].$$

\mathbf{i}_d und \mathbf{i}_q können laut (2.34) auf symmetrische Komponenten zerlegt werden:

$$\begin{aligned}\mathbf{i}_d &= \mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2, \\ \mathbf{i}_q &= -j(\mathbf{i}_1 - \mathbf{i}_2).\end{aligned}$$

Werden diese in die obigen Gleichungen eingesetzt, erhält man:

$$\begin{aligned}2\mathbf{u}_s &= (\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2)(R_s + \mathbf{Z}_d) + (\mathbf{i}_1 - \mathbf{i}_2)(R_s + \mathbf{Z}_q), \\ 0 &= (\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2)[R_s + (2s - 1)\mathbf{Z}_d] - (\mathbf{i}_1 - \mathbf{i}_2)[R_s + (2s - 1)\mathbf{Z}_q],\end{aligned}$$

woraus sich nach einfachen mathematischen Umänderungen das folgende Resultat ergibt:

$$\begin{aligned}\mathbf{u}_s &= \mathbf{i}_1(R_s + \mathbf{Z}_q) + (\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2)\frac{\mathbf{Z}_d - \mathbf{Z}_q}{2}, \\ 0 &= \mathbf{i}_2\left[\frac{R_s}{2s - 1} + \mathbf{Z}_q\right] + (\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2)\frac{\mathbf{Z}_d - \mathbf{Z}_q}{2}.\end{aligned}$$

Auf Grund dieser beiden letzten Gleichungen kann die in Abb. 8.14 dargestellte Ersatzschaltung aufgezeichnet werden. Da im Laufe der Ableitung nur die Voraussetzung gestellt wurde, daß der Ständer der Maschine an eine mitlaufende symmetrische Spannung gelegt ist, ist diese Ersatzschaltung für die von einem symmetrischen Dreiphasennetz gespeiste, mit Schlupf s umlaufende Maschine mit beliebig asymmetrischem Läufer im allgemeinen gültig. Nachdem jetzt die Momentverhältnisse der Maschine bei den in den kleinen Bereich von $s = 0,5$ fallenden Schlupfwerten untersucht werden, kann in den Ersatzschaltungen der Abb. 8.13 mit konstantem Wert $s = 0,5$ gerechnet werden, da bei den kleinen Änderungen in der Nähe von $s = 0,5$ des Schlupfes die äquivalenten Wirkwiderstände des Läufers sich nur in geringem Maße ändern, so daß dessen Wirkung auf die Werte von \mathbf{Z}_d und \mathbf{Z}_q vernachlässigt werden kann. Somit können in diesem Fall \mathbf{Z}_d und \mathbf{Z}_q mit dem Schlupf $s = 0,5$ zugeordneten konstanten Werten ersetzt werden, in welchem Falle der Endpunkt des Vektors des mitlaufenden Ständerstromes bei Änderung des Schlupfes lediglich einen Kreis beschreibt, wie dies aus der Ersatzschaltung in Abb. 8.14 ersichtlich ist. Die vorstehenden Werte $\mathbf{I}_1(0,5)$ und $\mathbf{I}_1(\infty)$ wurden unter Zugrundelegung dieser Ersatzschaltung unter Vernachlässigung des auf der linken Seite der Schaltung vorkommenden Widerstandes R_s angeschrieben. Wurden diese beiden Stromvektoren auf der komplexen Zahlenebene bereits aufgezeichnet, so erhält man im Punkt $s = 0,5$ die Richtung der Kreistangente, indem im Punkt $s = 0,5$ der Winkel α des Vektors $\mathbf{I}_1(\infty)$ von der Verbindungsgeraden der Endpunkte der Vektoren $\mathbf{I}_1(0,5)$ und $\mathbf{I}_1(\infty)$ (die Sehne \overline{AB}) gemessen aufgetragen wird. Davon kann man sich überzeugen, indem man bei Vernachlässigung des Widerstandes R_s an der rechten Seite in der Ersatz-

schaltung laut Abb. 8.14 den Wert des Stromes I_1 aufschreibt und in den Differentialquotienten nach Schlupf des in dieser Weise erhaltenen Ausdruckes den Wert von $s = 0,5$ einsetzt. Sodann kann auf Grund der im Punkt A eingezeichneten Tangente und der beiden schon ermittelten Punkte der Kreis konstruiert werden. Es muß noch die Schlupfskala dieses Kreises gefunden werden. Man geht am allereinfachsten in der Weise vor, daß die Tangente selbst als Schlupfskala dient. In diesem Fall wird den Bezugspunkt der Schlupfskala (Punkt S) jene Gerade aus dem Kreis herauschneiden, die durch den Punkt $s = \infty$ (Punkt B) mit der genannten Tangente parallel gezeichnet wurde. Für die Skalenteilung der Schlupfskala gilt — worüber man sich eben-

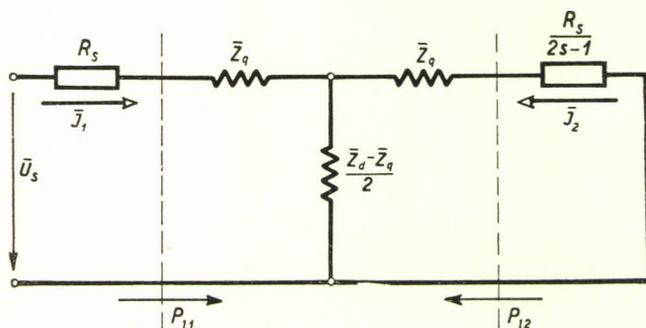


Abb. 8.14. Ersatzschaltung für die symmetrischen Komponenten mit Berücksichtigung des Ständerwirkwiderstandes

falls durch Bildung des Differentialquotienten nach Schlupf des Stromes I_1 überzeugen kann — für beliebige Werte Δs nachstehende Formel:

$$\Delta I_1 = \frac{2\Delta s}{R_s} \frac{\overline{AB}}{\overline{OB}} U_s.$$

Will man z. B. die zum Schlupf $s = 0,55$ gehörige Skalenteilung auf der Schlupfskala bezeichnen, so ist $\Delta s = s - 0,5 = 0,05$ und:

$$\Delta I_1 = \frac{0,1}{R_s} \frac{\overline{AB}}{\overline{OB}} U_s.$$

Der sich ergebene Abstand ΔI_1 ist von Punkt A (Skalenpunkt $s = 0,5$) im Strommaßstab auf die Tangente, die als Schlupfgerade gewählt wurde, aufzutragen und man erhält die Skalenteilung $s = 0,55$. Nun sind die übrigen Skalenteilungen — nachdem die Skala linear ist — schon bestimmbar, wodurch sich auf dem Kreis die zu beliebigen Schlupfen gehörigen Punkte bezeichnen lassen. Schließlich wird durch den Kreispunkt $s = \infty$ eine der Abszissenachse

parallele Gerade gezogen, die nichts anderes ist als die Nulllinie der Abweichung des mitlaufenden Momentes ($\Delta m_1 = 0$).

Die zu einem beliebigen Schlupf s gehörige Momentenabweichung läßt sich nunmehr wie folgt bestimmen: Mit Hilfe der Schlupfskala wird der zum fraglichen Schlupf gehörige Kreispunkt angegeben (in Abb. 8.12 der Punkt P). Die Momentenabweichung des mitlaufenden Systems (Δm_1) ist dem in Ordinateurichtung gemessenen Abstand zwischen dem Punkt P und der Geraden $\Delta m_1 = 0$ verhältnismäßig. Das Maß des gegenlaufenden Momentes (m_2) wird durch den in Richtung der Tangente in Punkt A gemessenen Abstand geliefert, der sich vom Punkt P bis zur Sehne \overline{AB} erstreckt (die Gerade $m_2 = 0$). Die Summe dieser beiden Schnitte ergibt im fraglichen Kreispunkt die resultierende Momentenabweichung im Strommaßstab:

$$\Delta m = \Delta m_1 + m_2.$$

Aus dem Kreisdiagramm kann man auch die resultierende Momentenabweichung mit einem einzigen Abschnitt bestimmen, wenn man die Nulllinie der resultierenden Momentenabweichung einträgt ($\Delta m = 0$). Da längs dieser Nulllinie die Beziehung $\Delta m_1 + m_2 = 0$ gilt, ist eine Gerade zu zeichnen, bei der in ihren sämtlichen Punkten der Zusammenhang $\Delta m_1 = -m_2$ besteht, d. h. bei der alle Punkte von den Geraden $\Delta m_1 = 0$ und $m_2 = 0$ im gleichen Abstand liegen. Der eine Punkt der Geraden $\Delta m = 0$ ist also in der Weise zu bestimmen, daß unter Anwendung der Bezeichnungen von Abb. 8.12 die Gleichheit $\overline{CD} = \overline{DE}$ bestehen soll. Der Abstand \overline{CD} wurde in Richtung der Ordinate gemessen, der Abstand \overline{DE} parallel zur Tangente in Punkt A . Der andere Punkt der Geraden $\Delta m = 0$ ist der Punkt $s = \infty$. Ist die Gerade $\Delta m = 0$ bekannt, so kann man den Momentenschnitt z. B. im Kreispunkt P auf die Art gewinnen, daß zum Schnitt m_2 unten der Abstand Δm_1 gezeichnet wird. Aus Punkt P wird mit dem Halbmesser $m_2 + \Delta m_1 = \Delta m$ ein Kreisbogen gezeichnet, der die Gerade $\Delta m = 0$ im Punkt Q schneidet. Der gesuchte Momentenabschnitt, der am Strommaßstab abzulesen ist, wird der Abstand \overline{PQ} sein. Der Momentenabschnitt ist bei allen anderen Kreispunkten dem in dieser Richtung gemessenen Abstand zwischen dem Kreispunkt und der Geraden $\Delta m = 0$ gleich. Die größtmögliche Momentenabweichung in negativer Richtung (Generatorrichtung) wird die Momentenabweichung $[(\Delta m)_{\max}]$ sein, die zum Berührungspunkt (M) der zu der Geraden $\Delta m = 0$ parallelen Kreistangente gehört. Diese Abweichung ist gleichzeitig die gefährlichste, weil durch sie das kleinste Moment während der Beschleunigung bestimmt wird. Durch den Schnittpunkt der Geraden $\Delta m = 0$ mit dem Kreis (P_0) wird jener Schlupf geliefert, bei dem keine Momentenabweichung von der durchschnittlichen Momentenkurve, die bei einem vollkommen symmetrischen Läufer gültig wäre, zu verzeichnen ist. Wie ersichtlich, weicht diese vom Schlupf $s = 0,5$ in sehr geringem Maße in positiver Richtung ab.

Schließlich soll noch bemerkt werden, daß es sich bei kleinen Abweichungen der Längs- und Querimpedanzen nicht lohnt, den Kreis aufzuzeichnen, weil die Momentenabweichung klein und daher uninteressant ist. In diesem Fall kann man zwecks Kontrolle die im Tiefpunkt der Momentenkurve mög-

liche Höchstabweichung berechnen. Mit Berechnung des Extremwertes kann bewiesen werden, daß

$$(\Delta m)_{\max} \leq k \overline{AB}$$

bzw. wenn man die Sehne \overline{AB} mit den Längs- und Queradmittanzen ausdrückt:

$$(\Delta m)_{\max} \leq k \frac{3U_s^2}{\omega_1} \frac{|\mathbf{Y}_d - \mathbf{Y}_q|^2}{2|\mathbf{Y}_d + \mathbf{Y}_q|}$$

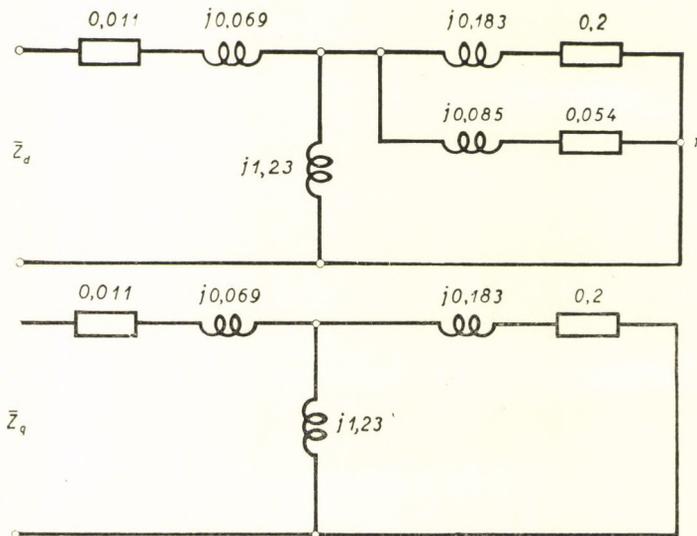


Abb. 8.15. Ersatzschaltungen in Längs- und Querrichtung für Zahlenbeispiel

Die Werte von k wurden in nachstehender Tabelle zusammengefaßt:

α	90°	80°	70°	60°	50°
k	1,3	1,5	1,7	2,1	2,7

Zur Erklärung der vorstehenden Ausführungen soll nachstehendes Zahlenbeispiel dienen:

Die Nennscheinleistung eines Synchronmotors von 6000 V, Frequenz 50 Hz, 8 Polen, 1060 kW sei 1270 kVA. Die Impedanzangaben des Motors wurden in Abb. 8.15 angeführt, und zwar in relativen Einheiten, die auf die 1270 kVA bezogen sind. Das obere Schema ist die Ersatzschaltung für Richtung d , die auch die Angaben des Erregerkreises enthält, das untere die Ersatzschaltung in Richtung q . Die Wirkwiderstände der Läuferkreise wurden dem Wert $s = 0,5$ entsprechend mit zweifachem Wert eingesetzt. Beim Erreger-

kreis wurde auch der zum Anlassen verwendete etwa 5fache äußere Widerstand berücksichtigt. Gemäß Abb. 8.15 werden die für $s = 0,5$ gültigen resultierenden Längs- und Querimpedanzen bzw. Admittanzen berechnet:

$$\mathbf{Z}_d = 0,04 + j0,127; \quad \mathbf{Y}_d = 2,26 - j7,16,$$

$$\mathbf{Z}_q = 0,148 + j0,249; \quad \mathbf{Y}_q = 1,76 - j2,96.$$

Man berechnet die beiden, den Schlüpfen $s = 0,5$ und $s = \infty$ zugeordneten Punkte des Kreisdiagramms:

$$\mathbf{I}_1(0,5) = 1 \frac{2}{0,04 + j0,127 + 0,148 + j0,249} = 2,13 - j4,25,$$

$$\mathbf{I}_1(\infty) = 1 \frac{2,26 - j7,16 + 1,76 - j2,96}{2} = 2,01 - j5,06 = 5,44 e^{-j68^\circ 20'}.$$

Der erstere ist Punkt A des Kreisdiagramms, der letztere Punkt B . Der Vektor der diese beiden verbindenden Sehne ist:

$$\mathbf{I}_1(\infty) - \mathbf{I}_1(0,5) = -0,12 - j0,81,$$

seine Länge beträgt:

$$\overline{AB} = \sqrt{0,12^2 + 0,81^2} = 0,82.$$

Aus dem Zahlenwert von $\mathbf{I}_1(\infty)$ folgt:

$$\overline{OB} = 5,44 \quad \text{und} \quad \alpha = 68^\circ 20'.$$

Zur Bestimmung der Schlupfskala wird der zur Schlupfänderung $\Delta s = 0,05$ gehörige Wert von ΔI_1 ermittelt:

$$\Delta I_1 = \frac{0,1}{0,011} \frac{0,82}{5,44} \cdot 1 = 1,37.$$

Die Sehne \overline{AB} (Abb. 8.16) wird um den Punkt A in positiver Richtung um den Winkel $\alpha = 68^\circ 20'$ gedreht, die die Kreistangente im Punkt A ergibt, sodann trägt man auf der Tangente vom Punkt A gemessen den Abstand $\Delta I_1 = 1,37$ auf, wodurch man Punkt $s = 0,55$ der Schlupfskala gewinnt. Damit kann der Kreis schon konstruiert werden. Zieht man aus Punkt B eine Parallele zur Schlupfskala, so ist der Bezugspunkt S der Schlupfskala erhältlich und man kann am Kreis die den einzelnen Schlüpfen zugeordneten Punkte bestimmen.

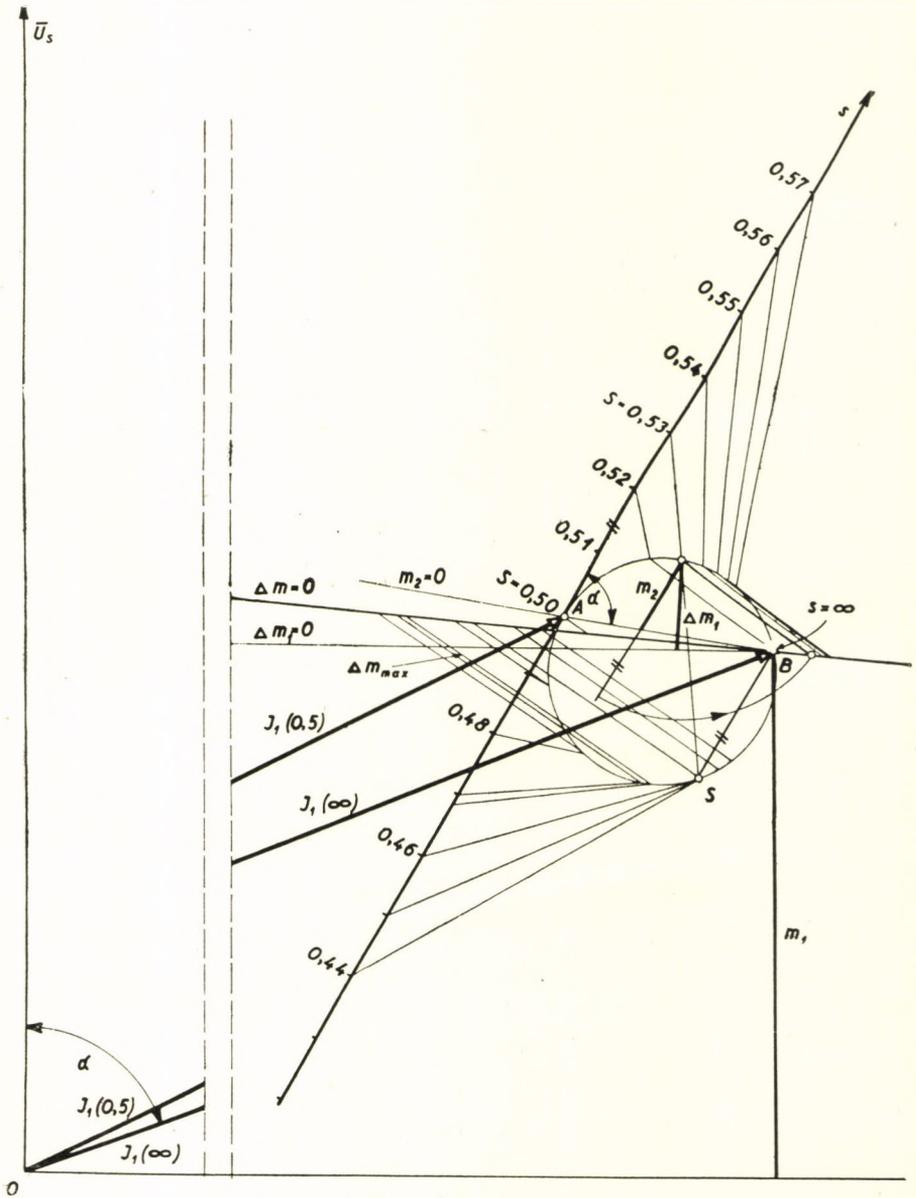


Abb. 8.16. Kreisdiagramm für Zahlenbeispiel

Nunmehr kann man zur Bestimmung der Momente übergehen. Hätten wir in Abb. 8.14 für die gegenlaufende Schaltung den Widerstand R_s vernachlässigt ($\frac{R_s}{2s-1} = 0$), was genügend weit von $s = 0,5$ zulässig ist, so wäre der Wert des Momentes bei $s = 0,5$ dem Punkt B entsprechend gleich:

$$m'_1 = \operatorname{Re} [I_1(\infty)] = 2,01.$$

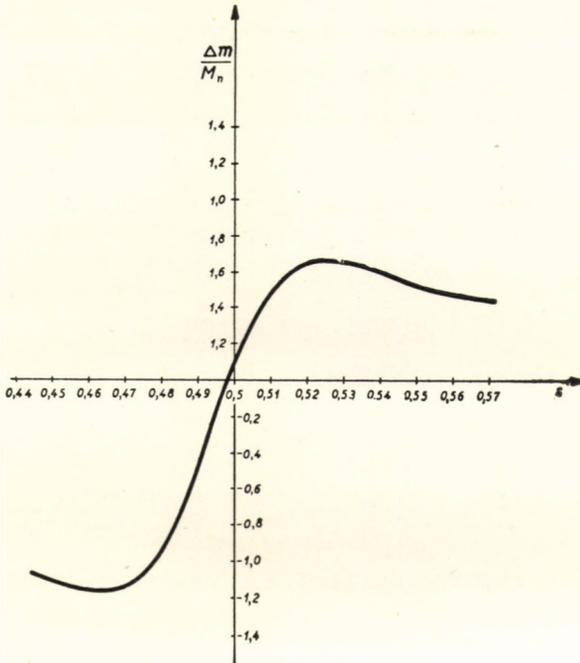


Abb. 8.17. Kennlinie der resultierenden Momentenabweichung für Zahlenbeispiel

Im Bereich des Punktes $s = 0,5$ ist dies aber auf Grund des Kreisdiagramms zu korrigieren. In Abb. 8.16 wurde für Punkt $s = 0,53$ die Ablesemethode der Schnitte Δm_1 und m_2 gezeigt:

$$\Delta m_1 = 0,34 \quad \text{und} \quad m_2 = 0,29,$$

das Moment beläuft sich also bei $s = 0,53$ auf:

$$m = 2,01 + 0,34 + 0,29 = 2,64,$$

die Abweichung von m'_1 macht $\Delta m = \Delta m_1 + m_2 = 0,63$ aus. In der Abbildung wurde auch die Linie $\Delta m = 0$ der resultierenden Abweichung eingetragen. Die höchste Abweichung tritt dort auf, wo die Kreistangente und die

Gerade $\Delta m = 0$ parallel sind. Dies findet in negativer Richtung beim Schlupf $s = 0,468$ statt, hier ist $\Delta m = -1,17$, das Moment ist also im Tiefpunkt der Momentenkurve:

$$m'_1 + \Delta m = 2,01 - 1,17 = 0,84.$$

Obige Momentenwerte beziehen sich auf die Scheinleistung von 1270 kVA. Wollen wir die Angaben auf die Nennwellenleistung von 1120 kW beziehen, so sind die vorstehenden Werte um das Verhältnis 1270/1120 zu erhöhen. In Abb. 8.17 wurde die Momentenabweichung Δm über dem Schlupf im Bereich $s = 0,05$ angegeben.

Man kann nachträglich auch den auf der linken Seite der Abb. 8.14 vorkommenden Wirkwiderstand R_s berücksichtigen. Zu diesem Zweck muß der Wert der hinter dem Widerstand R_s befindlichen Spannung bestimmt, der durch den Strom in R_s erzeugte Spannungsabfall also abgezogen werden. Da die Spannungsabnahme praktisch durch die Wattkomponente des Stromes \mathbf{I}_1 hervorgerufen wird, mißt man diese in Abb. 8.16 am Tiefpunkt der Momentenkurve: $Re [\mathbf{I}_1] = 1,48$. Mithin beträgt die Spannung hinter R_s : $1 - 1,48 \cdot 0,011 = 0,984$. Das Moment ist also im Tiefpunkt der Kurve

$$0,984^2 \cdot 0,84 = 0,81$$

in auf 1270 kVA bezogenen relativen Einheiten bzw.

$$\frac{1270}{1120} 0,81 = 0,915$$

auf 1120 kW bezogen.

8.20. DER ASYNCHRONE BETRIEB DER MASSIVLÄUFERMASCHINEN

Im asynchronen Betrieb der Elektromaschinen mit massivem Läufer — z. B. der Turbogeneratoren — werden im Läufer Wirbelströme induziert. Da die Verteilung dieser Wirbelströme außer den Materialkonstanten auch von der Frequenz abhängig ist, sind der Läuferwiderstand solcher Maschinen sowie die Streureaktanz des Läufers genau so frequenzabhängig wie z. B. die der Tiefnutläuferasynchronmotoren.

Die Berechnung der Wirbelstromverteilung ist eine sehr verwickelte Aufgabe, die analytisch bisher nur in den allereinfachsten Fällen gelöst werden konnte. Nachstehend werden wir das für den asynchronen Betrieb gültige Impedanz- bzw. Stromvektordiagramm der Maschine mit Massivläufer für einen stark vereinfachten Fall bestimmen. Bei unseren Berechnungen soll eine idealisierte Maschine untersucht werden, durch die folgende Bedingungen erfüllt werden: die dreiphasige Ständerwicklung ist längs des Umfanges in einer unendlich dünnen Schicht derart konstant verteilt, daß sich der Strombelag längs des Umfanges sinusförmig ändert. Ebenso sind auch die magnetische Feldstärke und die Induktion sinusförmig verteilt. Der Läufer ist ein massiver, glatter Stahlzylinder, auf welchem weder Nuten noch Erregerwicklungen vorgesehen wurden, und dessen axiale Abmessung gegenüber

dem Durchmesser so groß ist, daß man dieselbe bei Berechnung der Wirbelstromverteilung als unendlich lang betrachten kann. Der Eisenkörper des Ständers ist lamelliert, in dem keine Wirbelströme entstehen. Die auf den Ständer entfallende magnetische Spannung sowie der Einfluß der Ständernuten wird mit der richtigen Wahl des Luftspaltes berücksichtigt. Somit kann angenommen werden, daß die Permeabilität des Ständerisenkörpers unendlich groß ist, wobei seine Feldstärke von der Induktion unabhängig gleich Null sein wird. Permeabilität und spezifische Leitfähigkeit des Läufers werden als konstant erachtet.

Zur Ableitung soll das Läuferkoordinatensystem benutzt werden (Abb. 8.18).

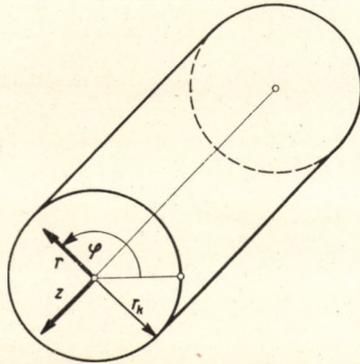


Abb. 8.18. Das Läuferkoordinatensystem zur Untersuchung der Massivläufermaschine im Asynchronbetrieb

Wird die auf die Welle senkrecht stehende Ebene als eine komplexe Zahlenebene betrachtet, so läßt sich der Strombelag des Ständers im Läuferkoordinatensystem wie folgt anschreiben:

$$\mathbf{a}_s = \mathbf{A}_s e^{j(s\omega_1 t - p\varphi)}, \quad (8.34)$$

wobei s den Schlupf, ω_1 die synchrone Kreisfrequenz, p die Polpaarzahl der Maschine bedeutet.

Die Verteilung der Wirbelströme kann mit Hilfe der Maxwell'schen Gleichungen bestimmt werden. Die beiden Maxwell'schen Gleichungen lauten

$$\text{rot } \mathbf{h} = \sigma \mathbf{e}, \quad (8.35a)$$

$$\text{rot } \mathbf{e} = -\mu \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t}. \quad (8.35b)$$

Ist die axiale Länge der Maschine gegenüber der Polteilung groß, so kann vorausgesetzt werden, daß die Feldstärke in axialer Richtung homogen ist, die elektrische Feldstärke wird nur eine axiale Komponente (\mathbf{e}_z), die magnetische Feldstärke nur radiale und tangential (\mathbf{h}_r und \mathbf{h}_φ) Kompo-

nennten besitzen. Werden unter diesen Voraussetzungen die Gleichungen (8.35) in den Zylinderkoordinaten der Abb. 8.18 angeschrieben, so ergibt sich, daß

$$\sigma \mathbf{e}_z = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r \mathbf{h}_\varphi) - \frac{\partial \mathbf{h}_r}{\partial \varphi} \right], \quad (8.36a)$$

$$- \mu \frac{\partial \mathbf{h}_r}{dt} = \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{e}_z}{\partial \varphi}, \quad (8.36b)$$

$$\mu \frac{\partial \mathbf{h}_\varphi}{dt} = \frac{\partial \mathbf{e}_z}{\partial r}. \quad (8.36c)$$

Wir suchen eine zeitlich und längs des Umfanges periodische Lösung gemäß nachstehender Form:

$$\mathbf{e}_z = \mathbf{E}_z(r, \varphi) e^{j\omega_1 t} = \mathbf{E}_z(r) e^{j(\omega_1 t - p\varphi)}, \quad (8.37a)$$

$$\mathbf{h}_r = \mathbf{H}_r(r, \varphi) e^{j\omega_1 t} = \mathbf{H}_r(r) e^{j(\omega_1 t - p\varphi)}, \quad (8.37b)$$

$$\mathbf{h}_\varphi = \mathbf{H}_\varphi(r, \varphi) e^{j\omega_1 t} = \mathbf{H}_\varphi(r) e^{j(\omega_1 t - p\varphi)}. \quad (8.37c)$$

Werden diese Gleichungen in die mit (8.36) bezeichneten eingesetzt, so folgt, daß

$$\sigma \mathbf{E}_z(r) = \frac{1}{r} \left\{ \frac{d}{dr} [r \mathbf{H}_\varphi(r)] + j p \mathbf{H}_r(r) \right\}, \quad (8.38a)$$

$$\mathbf{H}_r(r) = \frac{p \mathbf{E}_z(r)}{s \omega_1 \mu r}, \quad (8.38b)$$

$$\mathbf{H}_\varphi(r) = \frac{1}{j s \omega_1 \mu} \frac{d \mathbf{E}_z(r)}{dr}. \quad (8.38c)$$

Substituiert man die Gleichungen (8.38b) und (8.38c) in (8.38a), so gilt, daß

$$\frac{d^2 \mathbf{E}_z(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d \mathbf{E}_z(r)}{dr} - \left[j s \omega_1 \mu \sigma + \frac{p^2}{r^2} \right] \mathbf{E}_z(r) = 0. \quad (8.39)$$

Die Gleichung kann mit Einsetzen von

$$v = \sqrt{-j s \omega_1 \mu \sigma r^2} \quad (8.40)$$

in die Besselsche Differentialgleichung überführt werden, deren Lösung

$$\mathbf{E}_z(r) = K_1 J_p(v) + K_2 N_p(v) \quad (8.41)$$

ist. $J_p(v)$ und $N_p(v)$ sind die Besselschen bzw. Neumannschen Funktionen p -ter Ordnung, mit Argument v . An Stelle $r = 0$ muß $\mathbf{E}_z(r)$ einen endlichen Wert besitzen, was nur dann möglich ist, wenn $K_2 = 0$. Mithin wird die Lösung

$$\mathbf{E}_z(r) = K_1 J_p(v), \tag{8.42a}$$

$$\mathbf{H}_r(r) = \frac{P}{s\omega_1 \mu r} K_1 J_p(v), \tag{8.42b}$$

$$\mathbf{H}_\varphi(r) = \frac{K_1 \sqrt{-js\omega_1 \mu \sigma}}{js\omega_1 \mu} J'_p(v) \tag{8.42c}$$

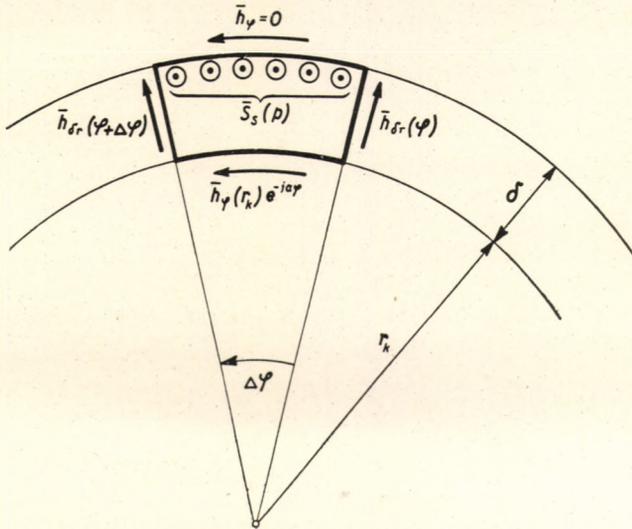


Abb. 8.19. Erklärungsbild zum Anschreiben des Durchflutungsgesetzes

sein, wobei die Funktion $J'_p(v)$ die nach v gebildete Ableitung von $J_p(v)$ ist. Die Konstante K_1 läßt sich aus den Randbedingungen bestimmen. Da der Luftspalt im Vergleich zum Durchmesser klein ist, kann angenommen werden, daß der aus dem Ständereisenkörper in den Luftspalt tretende Fluß gleich dem Fluß ist, der aus dem Luftspalt in den Läufer tritt, d. h. man beachtet die Luftspaltstreuung nicht. In diesem Fall wird die radiale Komponente des Luftspaltfeldes

$$\mathbf{h}_{\delta r} = \frac{\mu r_k}{\mu_0 r} \mathbf{h}_r(r_k) = \frac{P}{s\omega_1 \mu_0 r} K_1 J_p(v_k) \tag{8.43a}$$

sein, wobei

$$v_k = \sqrt{-js\omega_1 \mu \sigma r_k^2}. \tag{8.43b}$$

Wird das Durchflutungsgesetz für den geschlossenen Weg gemäß Abb. 8.19 angeschrieben, so folgt, daß

$$\mathbf{h}_\varphi(r_k) + \frac{1}{r_k} \frac{d}{d\varphi} \int_{r_k}^{r_k+\delta} \mathbf{h}_{\delta r} dr = -\mathbf{a}_s \left[1 + \frac{\delta}{r_k} \right]. \quad (8.44)$$

Setzt man aus Gleichung (8.43a) den Wert $\mathbf{h}_{\delta r}$, aus (8.42c) $\mathbf{h}_\varphi(r_k)$ und aus (8.34) \mathbf{a}_s ein, so ergibt sich nach durchgeführter Integration, daß

$$\frac{K_1 \sqrt{-js\omega_1 \mu \sigma}}{js\omega_1 \mu} J'_p(v_k) - \frac{jp^2 \ln \left[1 + \frac{\delta}{r_k} \right]}{s\omega_1 \mu_0 r_k} K_1 J_p(v_k) = -\mathbf{A}_s \left[1 + \frac{\delta}{r_k} \right]. \quad (8.45)$$

Ist $\frac{\delta}{r_k} \ll 1$, so wird $\ln \left[1 + \frac{\delta}{r_k} \right] \approx \frac{\delta}{r_k}$ sein, damit ist

$$K_1 = \frac{-\mathbf{A}_s \left[1 + \frac{\delta}{r_k} \right]}{\frac{\sqrt{-js\omega_1 \mu \sigma}}{js\omega_1 \mu} J'_p(v_k) \left[1 + \frac{p^2 \mu \delta}{\mu_0 r_k} \frac{J_p(v_k)}{v_k J'_p(v_k)} \right]}. \quad (8.46)$$

Wird dies in Gleichung (8.42b) eingesetzt, dann bekommt man:

$$\mathbf{H}_r(r) = -\frac{-jp \mathbf{A}_s \left[1 + \frac{\delta}{r_k} \right]}{1 + p^2 \frac{\mu \delta}{\mu_0 r_k} \frac{J_p(v_k)}{v_k J'_p(v_k)}} \frac{J_p(v)}{v J'_p(v)}. \quad (8.47)$$

Der Vektor des in den Läufer durch eine Polteilung eintretenden Flusses ist

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{2}{\pi} \mu l \tau \mathbf{H}_r(r_k) = \\ &= -2j \mu l \tau r_k \frac{1 + \delta/r_k}{v_k \frac{J'_p(v_k)}{J_p(v_k)} + p^2 \frac{\mu \delta}{\mu_0 r_k}} \mathbf{A}_s, \end{aligned} \quad (8.48)$$

wobei τ die Polteilung, l die Maschinenlänge ist. Der Strombelag des Ständers ist, wenn man diesen mit dem Vektor des in den Wicklungen fließenden symmetrischen Wechselstromes (\mathbf{I}_s) ausdrückt (vgl. Abschnitt 2.501):

$$\mathbf{A}_s = \frac{3jw_s \xi_s \mathbf{I}_s}{(r_k + \delta) \pi}, \quad (8.49)$$

dabei ist ξ_s der Ständerwicklungsfaktor, w_s die Windungszahl pro Phase. Die resultierende komplexe Induktivität von Läufer und Luftspalt ist

$$L_{r\delta} = \frac{\Psi_s}{I_s} = \frac{w_s \xi_s \Phi_s}{I_s}. \quad (8.50)$$

Mit Einsetzen der Gleichungen (8.48) und (8.49) erhält man:

$$L_{r\delta} = \frac{K}{\frac{p^2 \mu \delta}{\mu_0 r_k} + \frac{v_k J'_p(v_k)}{J_p(v_k)}}, \quad (8.51)$$

wobei

$$K = 6w_s^2 \xi_s^2 \frac{\mu l}{\pi}, \quad (8.52)$$

$$J'_p(v_k) = J_{p-1}(v_k) - \frac{p}{v_k} J_p(v_k). \quad (8.53)$$

Damit wurde die Resultierende der Hauptfeldinduktivität und der Sekundärinduktivität bestimmt. Die resultierende Impedanz der Maschine ist, wenn der Ständerwiderstand mit R_s , die Ständerstreuinduktivität mit L_{sl} bezeichnet wird:

$$Z_s = R_s + j\omega_1 (L_{sl} + L_{r\delta}).$$

Ist $s = 0$, so wird aus Gleichung (8.51) die Hauptfeldinduktivität erhältlich sein:

$$L_m = \frac{K}{p^2 \frac{\mu \delta}{\mu_0 r_k} + p}. \quad (8.54)$$

Im Bereich von $s = 0$ ist nämlich v_k klein, daher können die Besselschen Funktionen durch die ersten Glieder ihrer Potenzreihen ersetzt werden:

$$J_p(v_k) = \frac{1}{p!} \left[\frac{v_k}{2} \right]^p, \quad (8.55a)$$

$$v_k J'_p(v_k) = \frac{p}{p!} \left[\frac{v_k}{2} \right]^p, \quad (8.55b)$$

also

$$\frac{J_p(v_k)}{v_k J'_p(v_k)} \approx p. \quad (8.55c)$$

Die Impedanz $j\omega_1 L_{r\delta}$ kann als die Resultierende der Parallelschaltung von Hauptfeld und Läuferimpedanz aufgefaßt werden (Abb. 8.20).

Auf dieser Grundlage besteht der Zusammenhang daß

$$\frac{1}{Z_r(s)} = \frac{1}{Z_{r\delta}} - \frac{1}{jX_m} = \frac{v_k J_{p-1}(v_k) - 2p}{J_p(v_k) j\omega_1 K} \quad (8.56)$$

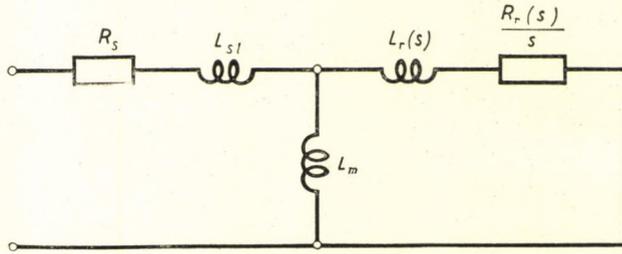


Abb. 8.20. Ersatzschaltung zur Erläuterung der sekundären Impedanz

Die Sekundärimpedanz beläuft sich auf

$$Z_r(s) = \frac{R_r(s)}{s} + jX_r(s) = \frac{j\omega_1 K}{v_k \frac{J_{p-1}(v_k)}{J_p(v_k)} - 2p} \quad (8.57)$$

Unter Zugrundelegung der Gleichung (8.57) kann die Läuferimpedanz bei beliebigen Schlüpfen berechnet werden und somit läßt sich das Stromvektordiagramm der Maschine mit dem Verfahren bestimmen, das bei den Doppelkäfig- oder Tiefnutasynchronmotoren üblich ist. Es ist zweckmäßig, die Läuferimpedanz bei kleinen und großen Schlupfwerten zu untersuchen.

Bei kleinen Schlüpfen kann man die Besselschen Funktionen mit den ersten Gliedern der Potenzreihen ersetzen. Multipliziert man Zähler und Nenner von Gleichung (8.57) mit $J_p(v_k)$, so gilt, daß

$$Z_r(s) = j\omega_1 K \frac{J_p(v_k)}{v_k J_{p-1}(v_k) - 2p J_p(v_k)}$$

Die Potenzreihe der in der Gleichung stehenden Besselschen Funktionen ist:

$$J_p(v_k) = \frac{1}{p!} \left[\frac{v_k}{2} \right]^p - \frac{1}{(p+1)!} \left[\frac{v_k}{2} \right]^{p+2} + \frac{1}{2!(p+2)!} \left[\frac{v_k}{2} \right]^{p+4} - \dots$$

$$J_{p-1}(v_k) = \frac{1}{(p-1)!} \left[\frac{v_k}{2} \right]^{p-1} - \frac{1}{p!} \left[\frac{v_k}{2} \right]^{p+1} + \frac{1}{2!(p+1)!} \left[\frac{v_k}{2} \right]^{p+3} - \dots$$

Setzt man diese in vorstehende Gleichung ein und werden die Operationen durchgeführt, so folgt, daß

$$\mathbf{Z}_r(s) = \frac{2\omega_1 K(p+1)}{s\omega_1 \mu \sigma r_k^2} + \frac{j\omega_1 K}{2(p+2)}. \quad (8.58)$$

Bei Gleichsetzen der Zusammenhänge (8.57) und (8.58) ergibt sich für kleine Schlüpfе oder richtiger: bei kleinen Werten von v_k , daß

$$R_r = \frac{12 w_s^2 \xi_s^2 l(p+1)}{\pi \sigma r_k^2}, \quad (8.59)$$

$$X_r = \frac{3w_s^2 \xi_s^2 \mu \omega_1}{\pi(p+2)}. \quad (8.60)$$

Aus der Gleichung geht hervor, daß R_r und X_r bei kleinen Schlüpfen schlupfunabhängig sind. Dabei ist es interessant, daß im Ausdruck für R_r die Permeabilität nicht vorkommt. Durch die Näherung wird im Fall $|v_k| \leq 2$ eine ausreichende Genauigkeit erzielt.

Bei großen Werten von v_k folgt in erster Näherung, daß

$$\frac{J_{p-1}(v_k)}{J_p(v_k)} \approx j. \quad (8.61)$$

Damit nimmt Gleichung (8.57), wenn im Nenner $2p$ vernachlässigt wird, nachstehende Form an:

$$\mathbf{Z}_r(s) = \frac{j\omega_1 K}{jv_k} = (1+j)6w_s^2 \xi_s^2 \frac{l}{r_k \pi} \sqrt{\frac{\omega_1 \mu}{2s\sigma}}. \quad (8.62)$$

Die Sekundärimpedanz ist ein Vektor mit einem Phasenwinkel von 45° , reeller und imaginärer Teil sind also untereinander gleich.

Die Gleichung des Primärstromvektordiagramms ist

$$\mathbf{I}_s = \frac{U_s}{R_s + j\omega_1(L_{sl} + L_{r\delta})} = \frac{U_s}{R_s + j\omega_1 L_{sl} + \frac{j\omega_1 K}{\frac{p^2 \mu \delta}{\mu_0 r_k} + \frac{v_k J'_p(v_k)}{J_p(v_k)}}}. \quad (8.63)$$

Wie oben gesehen, kann man bei kleinen Schlüpfen den Läufer durch konstanten Widerstand und konstante Reaktanz ersetzen. In diesem Fall ist das Stromvektordiagramm ein Kreis, wobei es mit dem Kreisdiagramm eines solchen Einkäfigläufer- oder Schleifringläuferasynchronmotors gleich ist, dessen Sekundärwiderstand und Streureaktanz den Gleichungen (8.59) und (8.60) entsprechen.

Bei großen Schlüpfen kann Zusammenhang (8.61) Anwendung finden, dann erhält man unter Berücksichtigung von Gl. (8.53), daß

$$\mathbf{I}_s = \frac{U_s}{R_s + jX_{sl} + \frac{j\omega_1 K}{\frac{p^2 \mu \delta}{\mu_0 r_k} + jv_k - p}} \quad (8.64)$$

Im Nenner kann der im Bruch vorkommende Wert der Polpaarzahl p vernachlässigt werden und nach durchgeführten Operationen ergibt sich

$$v_k = (1 + j) \frac{|v_k|}{\sqrt{2}}$$

oder unter Einsetzen:

$$\mathbf{I}_s = \frac{U_s \left[\frac{p^2 \mu \delta}{\mu_0 r_k} + \frac{1 + j}{\sqrt{2}} |v_k| \right]}{(R_s + jX_{sl}) \left[\frac{(1 + j) |v_k|}{\sqrt{2}} + \frac{p^2 \mu \delta}{\mu_0 r_k} \right] + j\omega_1 K} \quad (8.64a)$$

Wird statt des Schlupfes $|v_k|$ als Parameter betrachtet, so ist sofort verständlich, daß (8.64) die Gleichung eines Kreises ist.

Wir erwähnen, daß $\frac{|v_k|}{\sqrt{2}}$ eigentlich das Verhältnis des Läuferhalbmessers zur sogenannten Eindringungstiefe ist, die Größe $\sqrt{\frac{2}{\omega_1 \mu \sigma}}$ kann

nämlich in der bei der Behandlung der Wirbelstromerscheinungen üblichen Weise Eindringungstiefe genannt werden. Es ist bekannt, daß die Amplitude der durch die Oberfläche in den Leiter eindringenden magnetischen Welle bei einem den Halbraum ausfüllenden Leiter in der Eindringungstiefe auf das $1/e$ -fache ihres Oberflächenwertes abnehmen wird, während die Energie auf das $1/e^2$ -fache sinkt, d. h. also, daß sich die Wirbelstromerscheinungen wesentlich in einer Schicht abspielen, welche sich bis zur Eindringungstiefe erstreckt. Die Eindringungstiefe beträgt — wie bekannt — bei $f = 50 \text{ Hz}$ für Kupfer etwa 1 cm, für Eisen, von der Permeabilität abhängig, von einigen Zehntelmillimetern bis zur Zentimetergrößenordnung. Ist $|v_k|$ groß, so ist der Läuferhalbmesser gegenüber der Eindringungstiefe groß, er verhält sich also wie ein Leiter, der den unendlichen Halbraum ausfüllt. Die Näherung gemäß Gleichung (8.64) ist stets zulässig, wenn sich der Läuferhalbmesser auf mehr als das 4—5fache der Eindringungstiefe beläuft.

Das Näherungskreisdiagramm kann am leichtesten mit Hilfe von drei oder zwei Punkten und von den diesen zugeordneten Tangenten konstruiert werden. Der Ständerwiderstand soll vernachlässigt werden ($R_s = 0$). Dann

ergibt sich bei $s = 0$ aus Gleichung (8.64), daß

$$\mathbf{I}_{s0} = \frac{U_s}{j \left[X_{sl} + \frac{j\omega_1 K}{\frac{p^2 \mu \delta}{\mu_0 r_k} - p} \right]} \approx \frac{U_s}{j \left[X_{sl} + \frac{6\omega_1 w_s^2 \xi_s^2 l r_k \mu_0}{p^2 \delta \pi} \right]} \quad (8.65)$$

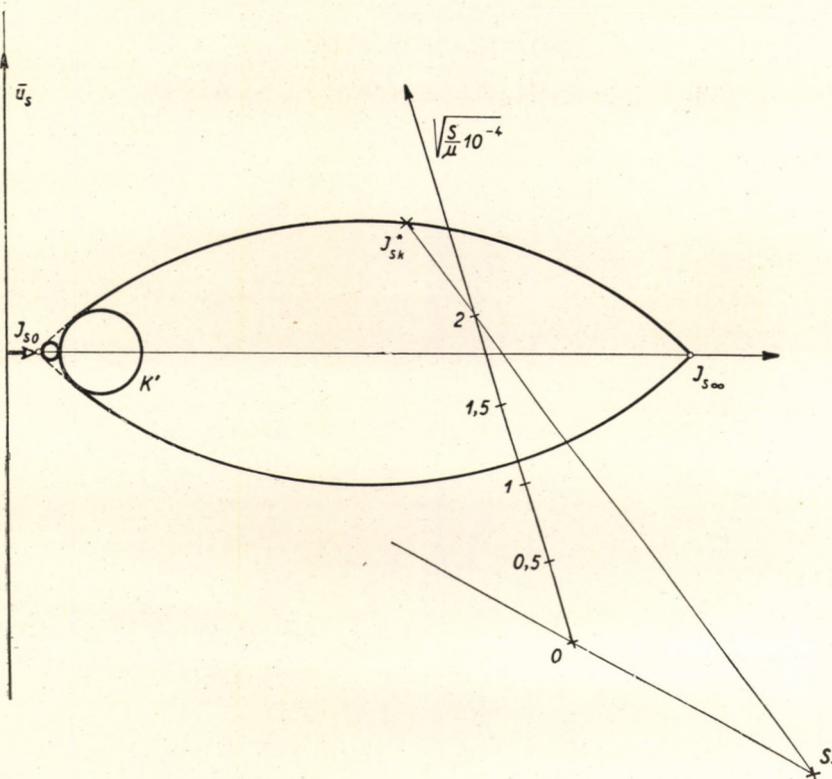


Abb. 8.21. Stromvektordiagramm einer Massivstahlläufermaschine

Der Strom \mathbf{I}_{s0} , der den zu $s = 0$ gehörigen Strom des Näherungskreises darstellt, weicht nicht beträchtlich vom tatsächlichen Leerlaufstrom der Maschine ab, nachdem durch den im Nenner vorkommenden Ausdruck die Summe $X_{sl} + X_m$ sehr stark angenähert wird. Für den Punkt $s = \infty$ gilt:

$$\mathbf{I}_{s\infty} = \frac{U_s}{jX_{sl}} \quad (8.66)$$

Der Stromvektor, der zum unendlichen Schlupf, also zur unendlichen Läuferfrequenz gehört, wird ausschließlich durch die Primärreaktanz beeinflusst, weil der Läufer durch das magnetische Feld nicht durchflutet werden kann.

Wenn man die Gleichung (8.64) nach v_k differenziert, kann leicht bewiesen werden, daß die Neigungswinkel der Tangenten in den Diagrammpunkten $s = 0$ und $s = \infty -45^\circ$ bzw. $+45^\circ$ betragen. Auf diese Weise kann das für große $|v_k|$ -Werte gültige Kreisdiagramm mit Hilfe der zwei Punkte und der dazugehörigen Tangenten konstruiert werden, das bei kleinen Schlüpfen in den vorher erwähnten anderen Näherungskreis übergeht. Die Kurve für den zwischen den beiden Kreisen liegenden Übergangsabschnitt läßt sich auf Grund der Gleichung (8.63) Punkt für Punkt berechnen. Das auf diese Art erhaltene Stromvektordiagramm kann der Abb. 8.21 entnommen werden. Der mit K' bezeichnete Kreis gilt für die kleinen v_k -Werte, während sich der große Kreis auf die großen v_k -Werte bezieht.

Der Wert s ist im Generatorbetrieb negativ, in diesen Fällen kommt an Stelle des Wertes v_k der konjugierte Wert in Gl. (8.64) in Betracht. Diesem Abschnitt entspricht in Abb. 8.21 der untere große Kreisbogen. Beide Kreisbogen schneiden sich im Punkt $|v_k| = \infty$ unter 90° .

Zum Kreis, der für kleine Schlüpfen gilt, läßt sich auf die bei Asynchronmotoren übliche Weise eine Schlupfskala zeichnen. Man kann auch zum Kreis, der zu den großen Schlüpfen gehört, für $|v_k|$, also im Wesen zu \sqrt{s} , eine Parameterskala aufstellen.

Untersuchen wir noch, inwiefern das annähernde Kreisdiagramm der Gleichung (8.64b) von der Permeabilität abhängig ist. Es sei $R_s = 0$ und Zähler und Nenner von Gleichung (8.64b) sollen durch μ geteilt werden, indem man aber auch Gleichungen (8.52) und (8.43b) mitberücksichtigt:

$$\mathbf{I}_s = U_s \frac{\frac{p^2 \delta}{\mu_0 r_k} + \frac{1+j}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{s\omega_1 \sigma}{\mu}} r_k}{\left[\frac{p^2 \delta}{\mu_0 r_k} + \frac{1+j}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{s\omega_1 \sigma}{\mu}} r_k \right] jX_{sl} + \frac{j\omega_1 6w_s^2 \xi_s^2 l}{\pi}} \quad (8.67)$$

Wie ersichtlich, hängt die Gleichung (8.67) nur vom Parameter $\frac{s}{\mu}$ ab, die Änderung von μ beeinflußt lediglich den Wert des Parameters s , der den einzelnen Punkten zugeordnet ist. Das Diagramm bleibt jedoch unverändert. Deshalb ist es günstig, wenn man die Parameterskala für den Wert $\sqrt{\frac{s}{\mu}}$ ansetzt.

Bisher wurde stets vorausgesetzt, daß die Permeabilität von der Feldstärke unabhängig konstant ist. In Wirklichkeit ist aber die Permeabilität des Eisens in großem Maße von der Feldstärke abhängig und ändert sich allgemein von Punkt zu Punkt. Die Berücksichtigung der veränderlichen Permeabilität bereitet bei der Auflösung der Differentialgleichung sehr große mathematische Schwierigkeiten und eine genaue Lösung ist nicht bekannt. Die eingehenden Untersuchungen haben bewiesen (Literatur 53), daß unter Voraussetzung einer konstanten Permeabilität die abgeleiteten Ergebnisse als erste Näherung angewendet werden können, falls in der Magnetisierungskurve μ durch das Verhältnis $\frac{B}{H}$ ersetzt wird, das der Amplitude der tangen-

tialen Feldstärke des Läufers entspricht. Auf der Mantelfläche des Läufers ist die tangentielle Feldstärke der Verdrängungsstromdichte des Läufers verhältnismäßig, wobei sich diese mit Hilfe des Sekundärstromes berechnen läßt, den man aus der Sehne bestimmt, die den untersuchten Punkt des Stromvektordiagramms mit dem synchronen Punkt ($s = 0$) verbindet. Derart kann für sämtliche Punkte des Näherungskreisdiagramms gemäß Gleichung (8.67) die Permeabilität ermittelt werden und bei gegebenem Parameter $\frac{s}{\mu}$ auch der Schlupf.

Beim Hochlaufen nimmt der Sekundärstrom ab, während die Permeabilität zunimmt. Demzufolge verschiebt sich die Gültigkeitsgrenze des Näherungsdiagramms gemäß Gleichung (8.67) gegen die kleineren Schlüpfe, beim gleichzeitigen Zusammenschrumpfen des Kreises für die kleinen Schlüpfe, da in Gleichung (8.60) X_r steigt. Bei Maschinen mit größeren Durchmessern genügt es daher, wenn man das Diagramm laut Gleichung (8.67) für den gesamten Schlupfbereich benutzt.

Schließlich soll bemerkt werden, daß die Läuferimpedanz bei kürzeren Maschinen infolge der Wirkung der an der Stirnseite schließenden Wirbelströme beträchtlich beeinflußt wird. Die diesbezüglichen Untersuchungen (Literatur 53) haben gezeigt, daß die Wirkung der Enden bei zweipoligen Maschinen in erster Näherung so berücksichtigt werden kann, daß man die Läuferimpedanz gemäß Gleichung (8.57) mit dem Faktor $\left(1 + \frac{D}{l}\right)$ multipliziert, wobei D den Läuferdurchmesser bedeutet.

INHALT

Vorwort	1
Die im Buch benutzten Bezeichnungen	5
Einleitung	9

I.

Die zur Behandlung der transienten Vorgänge notwendigen Grundbegriffe

1. <i>Übergangsvorgänge in einfachen Stromkreisen</i>	15
1.10. Anwendung der Laplaceschen Transformation und der Operatorrechnung	15
1.101. Einleitung	15
1.102. Die Anwendung der Laplaceschen Transformation	16
1.102.1. Schaltvorgänge in R-, L-, C-Stromkreisen beim plötzlichen Einschalten auf Gleichstrom	16
1.102.2. Operatoren. Einheitsfunktion	22
1.102.3. Operatorimpedanz	25
1.103. Der Entwicklungssatz	27
1.103.1. Gleichung eines Schwingungskreises	30
1.103.2. Das Einschalten des Transformators an eine Gleichspannung	32
1.104. Verallgemeinerung des Begriffes der Zeitkonstante	37
1.104.1. Die resultierende Zeitkonstante	37
1.104.2. Die resultierende Zeitkonstante von Transformatoren	40
1.105. Anwendung des Entwicklungssatzes auf das Einschalten von Wechselspannung	46
1.105.1. Das Einschalten eines aus Induktivität und Ohmschem Widerstand bestehenden Stromkreises an Wechselspannung	48
1.105.2. Plötzliches Einschalten des an der Sekundärseite kurzgeschlossenen Transformators an sinusförmig wechselnde Spannung	51
1.106. Einschalten von Wicklungen mit massivem Eisenkern	53
2. <i>Strom, Induktivität und Moment der Dreiphasenmaschinen</i>	61
2.10. Resultierende Ströme, Spannungen und Flüsse bei beliebigen Phasenströmen ..	61
2.101. Drehfeld, Dreherregung	61
2.102. Der resultierende Stromvektor bei Erregung durch ein asymmetrisches Stromsystem	63
2.103. α , β und 0 Komponenten	67
2.104. Umlaufendes Koordinatensystem	70
2.105. d , q , 0 Komponenten	72
2.106. Spannungs- und Flußvektoren	75
2.20. Induktivitäten	76
2.201. Gegeninduktivität	76
2.202. Nullinduktivität	78

2.203. Die Induktivität von zwei in Reihe geschalteten Phasenwicklungen.....	78
2.204. Der durch Ständer- und Läuferströme gemeinsam erregte Fluß	79
2.30. Die Vektorform der Spannungsgleichungen	82
2.40. Der allgemeine Ausdruck für die elektrische Leistung	88
2.50. Der allgemeine Ausdruck des Momentes	91
2.501. Die Berechnung des Momentes.....	91
2.502. Die magnetische Energie	94
2.503. Die Berechnung des Momentes aus der magnetischen Energie	96
2.504. Der Ausdruck für das Moment mit symmetrischen Komponenten	100
2.505. Das mit d und q Komponenten ausgedrückte Moment	102

II.

Synchronmaschinen

3. <i>Synchronmaschinen unter stationären Betriebsverhältnissen</i>	105
3.10. Charakteristische Typen der Synchronmaschinen	105
3.101. Einleitung	105
3.102. Bauarten des Läufers	106
3.102.1. Synchronmaschinen mit zylindrischem Läufer	106
3.102.2. Synchronmaschinen mit ausgeprägten Polen	109
3.20. Die an das Netz geschaltete Synchronmaschine	110
3.201. Maschine mit zylindrischem Läufer	110
3.201.1. Lastwinkel	112
3.201.2. Ersatzschaltung	112
3.201.3. Polspannung	114
3.201.4. Das Vektordiagramm	115
3.201.5. Kurzschlußzustand	116
3.201.6. Leistungen, Momente	119
3.201.7. Kreisdiagramm der Synchronmaschine mit zylindrischem Läufer....	122
3.201.71. Berücksichtigung des Ohmschen Ständerwiderstandes	124
3.202. Die Maschinen mit ausgeprägten Polen	126
3.202.1. Vektordiagramm der Synchronmaschine mit ausgeprägten Polen ...	126
3.202.2. Leistung und Synchronisierungsmoment der Maschinen mit ausgeprägten Polen	134
3.202.3. Stromvektordiagramm der Maschine mit ausgeprägten Polen.....	136
3.30. Die Bestimmung des Erregerstromes der Synchronmaschinen	140
3.301. Der Erregerstrom der Maschinen mit Zylinderläufer	140
3.302. Der Erregerstrom der Maschine mit ausgeprägten Polen.....	143
4. <i>Kurzschlußvorgänge bei Synchronmaschinen</i>	148
4.10. Dreiphasiger plötzlicher Kurzschluß der Synchronmaschinen	148
4.101. Das Prinzip der Konstanz des Flusses	148
4.102. Ständer- und Läufererregungen (Ströme) bei plötzlichem Kurzschluß...	151
4.103. Die Darstellung der Kurzschlußerregungen (Ströme) durch Vektoren ..	153
4.103.1. Dämpfung	155
4.104. Messung des dreiphasigen plötzlichen Kurzschlusses	156
4.104.1. Auswertung der Messung. Transiente Reaktanz	160
4.105. Die Berechnung der plötzlichen Kurzschlußströme auf Grundlage des Prinzips der Konstanz des Flusses	164
4.105.1. Der Wert der transienten Reaktanz	167
4.105.2. Bestimmung der Zeitkonstanten	169
4.105.3. Die allgemeine Gleichung des plötzlichen Kurzschlußstromes	172
4.106. Operatorinduktivität der Synchronmaschine	174
4.107. Die Bestimmung von plötzlichen Kurzschlußströmen mit Operatorrechnung	177

4.107.1. Der plötzliche Kurzschluß bei belasteter Maschine	182
4.108. Dreiphasiger plötzlicher Kurzschluß der Synchronmaschine mit asymmetrischem Läufer	185
4.108.1. Kurzschluß der Maschine mit ausgeprägten Polen	191
4.109. Messung der rückkehrenden Spannung	192
4.110. Subtransiente Reaktanz	198
4.111. Die qualitative Erklärung der Entstehung des subtransienten Stromes ...	202
4.112. Die Erklärung des Entstehens des subtransienten Stromes auf Grund des Prinzips der Flußkonstanz	203
4.112.1. Der im Läufererregerkreis bei plötzlichem Kurzschluß entstehende Gleichstrom	213
4.113. Die Operatorinduktivität der Maschine mit Dämpferwicklung	214
4.114. Plötzlicher dreiphasiger Kurzschluß einer Maschine mit Dämpferwicklung unter Last	227
4.115. Synchronisierungsvorgang. Bestimmung der Ströme	231
4.116. Die Messung der rückkehrenden Spannung bei Maschinen mit Dämpferwicklung am Läufer oder mit Massivläufer.....	233
4.117. Messung im Stillstand	236
4.20. Asymmetrische Kurzschlüsse	243
4.201. Der zweipolige Kurzschluß	243
4.202. Die Berechnung der einphasigen, zweipoligen Kurzschlußströme.....	248
4.203. Einphasiger zweipoliger Kurzschluß bei asymmetrischem Läufer.....	254
4.204. Die Berechnung des einphasigen zweipoligen Kurzschlusses bei asymmetrischer Läuferwicklung	257
4.204.1. Die Zeitkonstanten	263
4.205. Die Spannung an der offenen Phase.....	265
4.206. Das Berechnen der einphasigen Kurzschlußströme mit Hilfe der Methode der symmetrischen Komponenten	275
4.206.1. Das Verhalten der Synchronmaschine mitlaufenden Strömen gegenüber	275
4.206.2. Das Verhalten der Synchronmaschine gegenlaufenden Strömen gegenüber	276
4.206.3. Der einphasige zweipolige Kurzschluß	278
4.206.4. Der einphasige Sternpunkt-kurzschluß	284
4.207. Die allgemeine Anwendung der Methode der symmetrischen Komponenten zur Bestimmung der Kurzschlußströme	288
4.207.1. Die Grundgleichungen.....	288
4.207.2. Die einzelnen Ersatzschaltungen und deren Zusammenschluß bei einphasigen zweipoligen Kurzschlüssen	292
4.207.3. Der vollständige Ausdruck der ungeraden Oberwellen des Ständers beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß	298
4.207.4. Die geraden Oberwellen beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß ..	299
4.207.41. Die Ersatzschaltung für die geraden Oberwellen beim zweipoligen Kurzschluß	301
4.207.42. Dreiphasiger Kurzschluß bei Maschinen mit asymmetrischem Läufer ..	305
4.207.5. Die gegenlaufende Reaktanz der Synchronmaschine bei rein sinusförmiger gegenlaufender Ständerspannung	306
4.207.6. Die gegenlaufende Reaktanz bei rein sinusförmigen Ständerströmen ..	307
4.207.7. Die Spannung der offenen Phase.....	308
4.207.8. Messung der gegenlaufenden Impedanz	313
4.207.9. Messung der Nullreaktanz	321
4.208. Das transiente Drehmoment beim Kurzschluß von Synchronmaschinen ..	322
4.208.1. Das Drehmoment beim plötzlichen dreiphasigen Kurzschluß.....	323
4.208.2. Das Moment der Synchronmaschine beim einphasigen zweipoligen Kurzschluß	328
5. Die Stabilität der Synchronmaschinen.....	334
5.101. Die Bewegungsgleichungen.....	344
5.102. Die Lösung der Pendelgleichung mit der rechnerischen Methode: »Schritt für Schritte«	349

5.102.1. Die Stabilitätsbedingung bei pendelnden Maschinen	353
5.103. Die Regel der gleichen Flächen	358
5.103.1. Ein weiteres Verfahren zur Beurteilung der dynamischen Stabilität...	362
5.104. Das aus zwei endlichen Maschinen (Kraftanlagen) bestehende System....	365
5.105. Die dimensionslose Pendelgleichung. Im voraus berechnete Pendelkurven	372
5.106. Unsymmetrische Fehler	374
5.107. Die Reihenschlußfehler	384
6. Die ständigen Pendelungen der Synchronmaschinen	391
6.10. Die Untersuchung der Pendelungen kleiner Amplituden unter Vernachlässigung der Ständerwirkwiderstände	395
6.101. Die Bestimmung der Ständerstromänderung (Δi_s)	397
6.102. Die Pendelimpedanzen von Synchronmaschinen	401
6.103. Der zeitliche Verlauf der Ständerströme während der ständigen Pende- lungen	408
6.104. Beispiel	411
6.105. Einige Bemerkungen	415
6.106. Die Momentenänderung während der Pendelungen	416
6.20. Der Einfluß des Ständerwirkwiderstandes auf das Dämpfungsmoment	427
6.30. Bestimmung der Größe des Pendelwinkels bei Zwangspendelungen	437
7. Der Einfluß der Änderung der Erregerspannung auf die transienten Vorgänge der Synchron- maschinen	441
7.10. Die Synchronmaschine mit zylindrischem Läufer; der Läufer ist in Längs- und Querrichtung symmetrisch bewickelt	442
7.20. Maschinen mit ausgeprägten Polen	453
7.30. Die Erregermaschinen der Synchronmaschinen	457
8. Der asynchrone Betrieb von Synchronmaschinen	463
8.10. Der asynchrone Betrieb der Synchronmaschine mit lamelliertem Läufer.....	464
8.101. Anlassen als Asynchronmotor (Selbstanlauf)	464
8.101.1. Das Stromvektordiagramm	464
8.101.2. Die Berechnung der asynchronen Momente	471
8.102. Der Vorgang beim In-Tritt-Fallen	473
8.102.1. Die Berücksichtigung des unsymmetrischen Läufers bei der Bestim- mung des asynchronen Momentes	481
8.103. Das asynchrone Moment im Bereich der halben Drehzahl	486
8.20. Der asynchrone Betrieb der Massivläufermaschinen	498

Für die Ausgabe verantwortlich
Direktor des Verlages der Ungarischen Akademie der Wissenschaften

✕

Verantwortlicher Redakteur
Tilda Alpári

✕

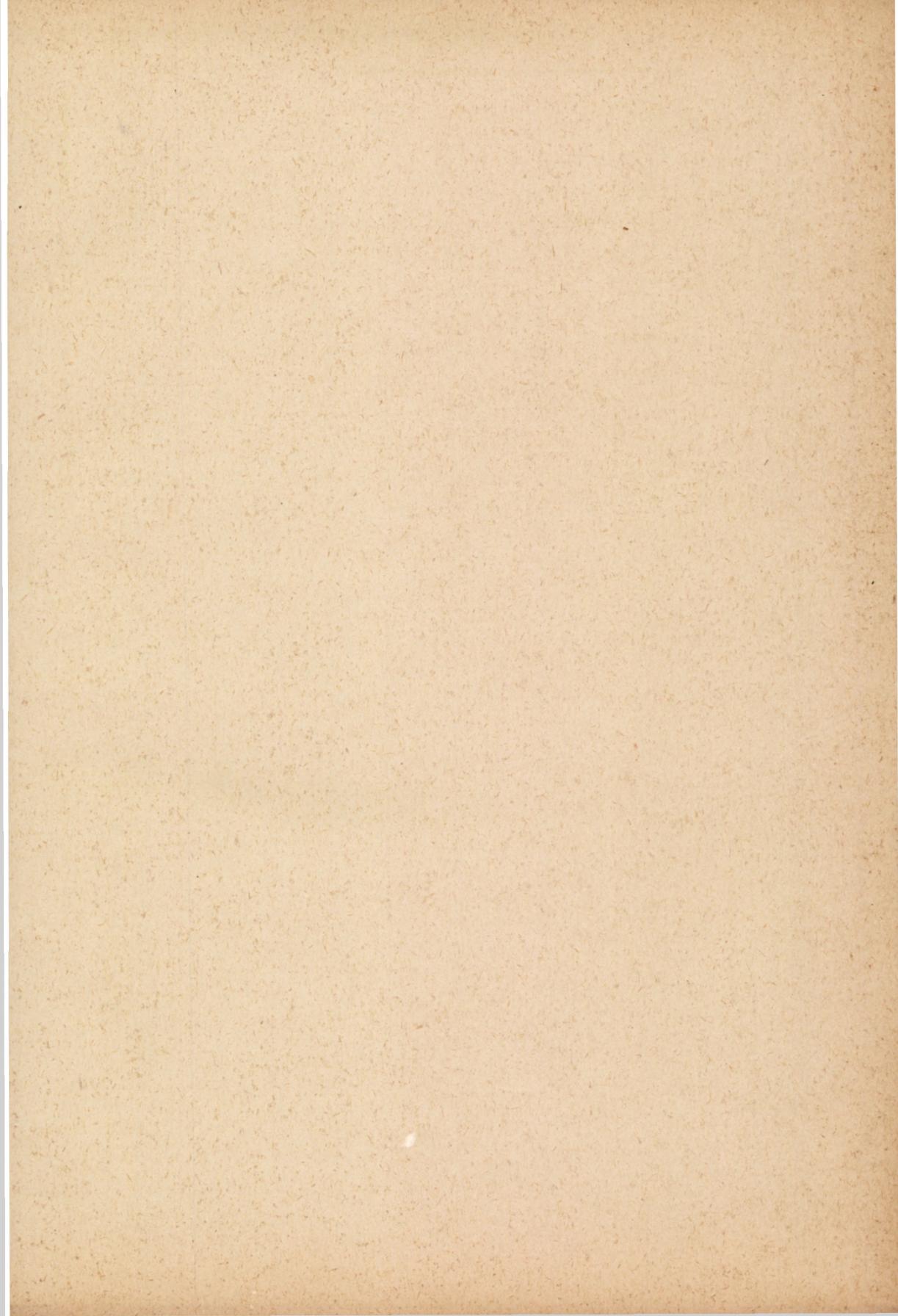
Technischer Redakteur
Antal Fülöp

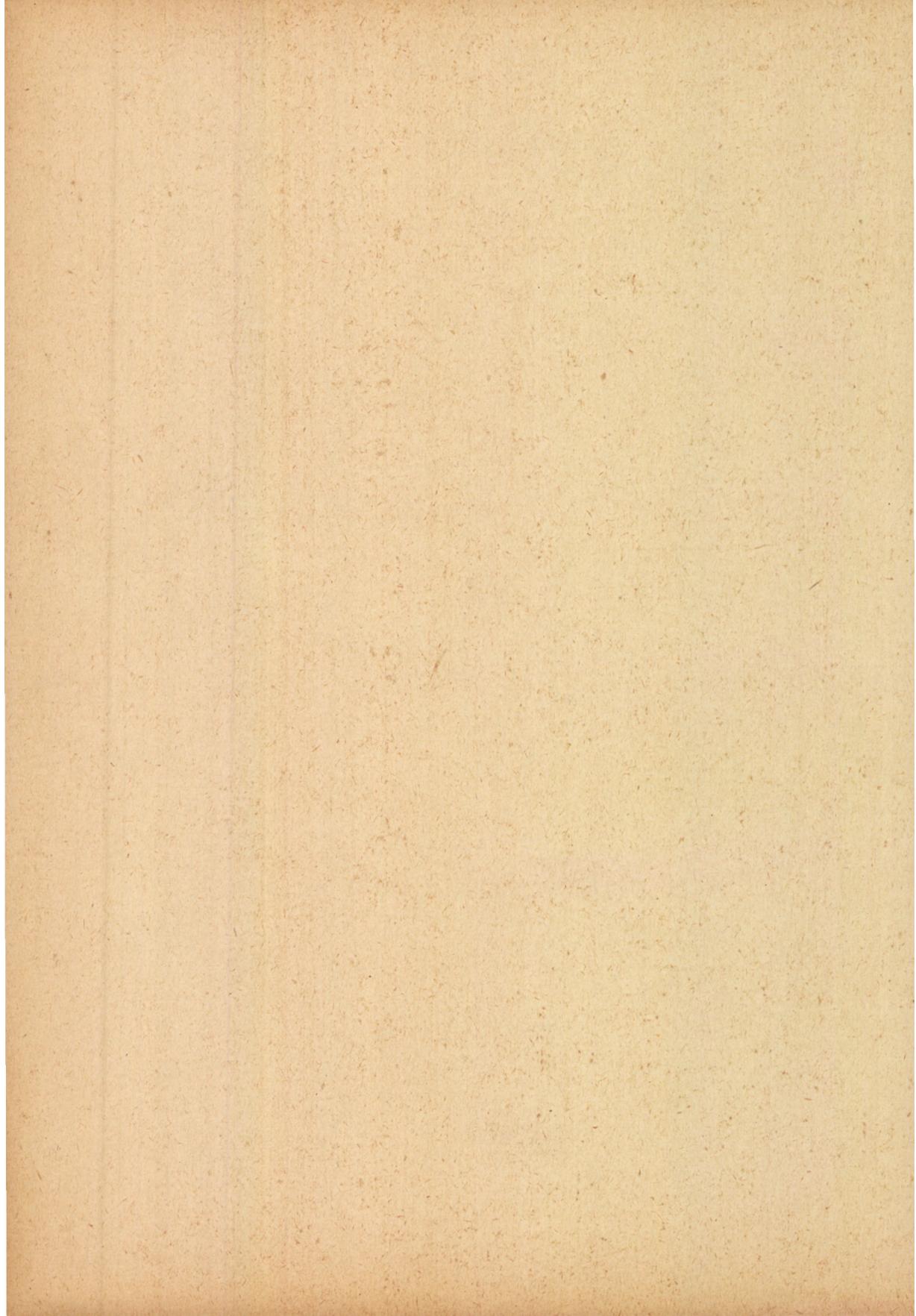
✕

Manuskript eingegangen am: 16. XII. 1958. Umfang 45.5 (A/5) Bogen, 235 Abbildungen

✕

Akademie-Druckerei, Budapest V, Gerlőczy-u. 2. — Verantwortlicher Leiter
György Bernát





*Ferner empfehlen wir aus unserem
Verlag:*

DIE NEUE ELEKTRISCHE MASCHINE „AUTODYNE“

Von O. BENEDIKT

In deutscher Sprache — Budapest
1957 — 172 Seiten — 130 Abbildungen
— Format 17×24 cm — Ganzleinen
\$ 4.00

(Lizenzausgabe für Deutschland:
Akademie-Verlag Berlin)

WASSERKRAFTWERKE

Von E. MOSONYI

In deutscher Sprache — Budapest
1956 — Band I: 872 Seiten — 598
Abbildungen — 6 Beilagen — Format
17×24 cm — Ganzleinen \$ 10.00
Erschien auch in englischer Sprache
Band II erscheint 1959

PRINCIPIKON

*Populäre Elektrotechnik
(Durch Drehbilder veranschaulicht)*

Von I. HALÁSZ

Deutsche und in englische Ausgabe
— Budapest 1959 — 54 Seiten — 12
Drehbilder — 28 Textabbildungen
Format 21×29 cm — Ganzleinen
\$ 8.80

Vertrieb: „KULTURA“
Budapest 62, Postfach 149



