

Bélyácz Iván

A KOCKÁZAT VÁLTOZÓ SZEREPE  
AZ ÉRTÉKSZÁMÍTÁSBAN

SZÉKFOGLALÓK  
A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIAÁN

A 2004. május 3-án megválasztott  
akadémikusok székfoglalói

Bélyácz Iván

A KOCKÁZAT VÁLTOZÓ  
SZEREPE  
AZ ÉRTÉKSZÁMÍTÁSBAN



Magyar Tudományos Akadémia • 2013

Az előadás elhangzott 2004. november 22-én

Sorozatszerkesztő: Bertók Krisztina

Olvasószerkesztő: Laczkó Krisztina

Borító és tipográfia: Auri Grafika

ISSN 1419-8959

ISBN 978-963-508-671-9

© Bélyácz Iván

Kiadja a Magyar Tudományos Akadémia  
Kiadásért felel: Pálinkás József, az MTA elnöke  
Felelős szerkesztő: Kindert Judit  
Nyomdai munkálatok: Kódex Könyvgyártó Kft.

## Bevezető gondolatok

A kockázat és a bizonytalanság egyike a közgazdaságtan legvitatottabb jelenségeinek. Az sohasem képezte vita tárgyát, hogy mindkettő hatással van a gazdasági döntésekre, de a hatás előjelét illetően érezhető változás ment végbe az utóbbi néhány évtizedben. A 20. század húszas éveitől egészen a hatvanas-hetvenes évekig olyan kategóriaként tartották számon mindkettőt, amely mérséklő hatást gyakorol a számított-becsült értékre. Ennek legfőbb okát a jövőre vonatkozó döntéshozói tudás korlátozottságában látták. Hosszú évtizedeken keresztül meg-megújuló kísérletek történtek a pénzáram kockázat szerinti korrekciójának adekvát realizálására, eme erőfeszítések azonban nem jártak eredménnyel.

A kockázat és bizonytalanság szerepét vizsgálók előtt olyan megoldás képe lebegett, amely hasonlatos lett volna a kamatmeghatározódás univerzális jellegéhez. A kockázatérzékelés és benne a hasznossági percepció egyéni meghatározottsága, a kockázat időbeli változékonysága, a bizonytalanság sajátos megoldódása, a kockázat és az idő együttes beépülése a korrekciós modellekbe oda vezetett, hogy a kockázati prémium meghatározására nem sikerült minden esetre egyformán ható korrekciós megoldást találni. Mivel a kockázat és az idő, mint két egymástól független hatótényező, összefonódva vesz részt a korrekciós folyamatban, a kockázati prémium kamatos kamatozódása lehetetlenné teszi a kamat univerzalitáshoz hasonló számítási mód meghatározását.

A pénzügyi és reálopciók árazására-értékelésére a teória megjelenése óta úgy tekintenek, mint a kockázat elleni védekezés igen hatásos módjára, és kevesebb figyelmet kap az a tény, hogy az opciós teória alapján sikerült először hatásos meg-

oldást találni a kockázati korrekció problémájára. E tanulmány azt a 180 fokok fordulatot mutatja be, amely ennek révén a kockázat szerepének kezelésében bekövetkezett. A közgazdasági irodalomban egyáltalán nem tekinthető magától értetődőnek, hogy a kockázati prémium mérési problémái nagyban hozzájárultak az opciós elmélet tételeinek megfogalmazásához. Ez egyben olyan következménnyel is járt, hogy a kockázat befektetésértékelésbeli szerepe gyökeresen átértékelődött. A becsült értéket apasztó kockázatból alig túlbecsülhető erejű értékforrás lett a függő befektetések értékalkulásában. A kockázat e következménye különösen érzékletes a dologi tőkebefektetésekre vonatkozó reáopciókban.

A közgazdaságtanban példa nélkül álló e kulcsfontosságú kategória hatásának előjelváltása. A hasznosság és a kockázati prémium mérési nehézségei úgy oldódtak meg az opcióárazás alapvető modelljében, hogy a kockázattal korrigált diszkontráta teljesen elvesztette jelentőségét a jövőbeli bizonytalan pénzáramok kiigazításában. A modellben a kockázattal helyesbített ráta helyét a kockázatmentes diszkontráta foglalta el. Miután elméleti igazolást nyert a befektetés jövőbeli hozamainak, pénzáramainak – a múltbeli értékek által nem befolyásolt – véletlenszerű ingadozása, így a megoldást az összes lehetséges jövőbeli kimeneti érték együttes figyelembevétele adhatja meg. Az opciós alapmodell eme összes lehetséges kimenet alapulvételét szolgálja. A modell alapját képező kumulált standard normál változó olyan aggregátumnak tekinthető, amely maradéktalanul alkalmas a bizonytalanság számszerűsítésére.

A kockázat kezelésének e gyökeres fordulata, a korrekció elméleti megoldhatatlanságában rejlett. Ezen éles előjelváltás kimutatásához arra volt szükség, hogy a kockázat és bizonytalanság közgazdaságtani szerepét hosszú időtávra vonatkozóan tekintsük át. Ez a magyarázata annak, hogy az első részben elmélettörténeti áttekintés szerepel a kockázat és bizonytalanság tartalmi megkülönböztetéséről, az objektív és a szubjektív valószínűségre alapozott előrelátás koncepcionális különbségeiről, a korlátozott tudás és a hiányos információ meghatározó szerepéről. E rész legfőbb következtetése az, hogy a döntéshozó hiányos tudása a jövőről

kezelést igénylő probléma. A reálopcióban éppen a tudás kiegészítésének esélye és szükségessége nyilvánul meg. Ha a döntéshozónak van esélye a tudás kiegészítésére és az informáltság finomítására, akkor ez a döntési folyamat dinamizálásán túl új értékforrás létrejöttét is jelenti.

A második rész a piac szerepének tisztázását tartalmazza. Azon túlmenően, hogy a piaci mozgások kiszámíthatatlansága az elméleti törvény rangjára emelkedett, a kockázat mérésében is döntő szerepe lett. A tőkepiaci értékelés egyensúlyi modelljének megjelenése előtt nem volt elméletileg megalapozott mérési mód a kockázati prémium számszerűsítésére. Az egyensúlyi értékelés modelljének igazi jelentősége abban állt, hogy a befektetések értékelését a piac ítéletétől tette függővé. Ez előtt az összekapcsolás előtt nem volt olyan – univerzálisnak tekinthető – etalon, amely minden befektetésre vonatkoztatható lett volna. Egyik oldalról a piaci értékítélet bebocsáttatása objektív kockázatomérést alapozott meg, másik oldalról azonban – éppen a modell eredendően egyperiódusú jellege miatt – alkalmatlan volt a többperiódusú befektetések kockázatának az értékelésére.

A harmadik rész a kockázati prémium mérési problémáival foglalkozik. E rész mondanivalójának középpontjában az a felismerés áll, hogy a diszkontált pénzáramelemzés hagyományos keretei között nem található megoldás a jövőben változó kockázat hatásának a jelenbe vetítésére. A közgazdaságtan művelői sokáig keresték a korrekciós prémium számításának olyan módját, amely a piaci kamatmeghatározódáshoz mérhetően univerzális megoldást ad a kockázat szerinti helyesbítésre. Ahogy kiderült ennek elérhetetlensége, az útkeresés hamar eredményt hozott, de a múltbeli alapvetéssel gyökeresen szakító vonatkoztatási rendszerben. Az opciós elmélet ébresztett rá igazán arra, hogy a nettó jelenérték-számítás alapját képező diszkontálási művelet kulcsváltozója, a pénz tiszta időértékét kifejező kamatláb önmagában nem képes a befektetési művelet dinamizálására. A kamat maradéktalanul kifejezi a fogyasztás, megtakarítás, beruházás intertemporális összemérésének átváltási arányait, de ugyanez nem tehető meg a befektetés kockázatosságával. A döntés igazi dinamizálása csak úgy történhet meg, ha általános

formulát találnak a változó kockázat hatásainak kifejezésére. Mindebből jól látható, hogy az opciós teória a befektetéssel kapcsolatos tudás bővítését-javítását teszi lehetővé, tehát pontosan ott nyújt javítási lehetőséget, ahol a kockázat és bizonytalanság legmélyebb gyökerét keresték e két jelenség legkorábbi elemzői.

A negyedik rész azért állítja a középpontba a reálopciót, mert ez a konstrukció jeleníti meg a legsokoldalúbban a döntési flexibilitás, az informáltság javításának a jelentőségét. A reálopció felfogás nem hordozza annak ígérését, hogy kivétel nélkül minden reáleszköz-befektetésben felismerhető az opciós esély; jelentősége abban áll, hogy a döntés idődimenzióját a többletérték képződésének a forrásaként láttatja. A döntés halasztásának az a következménye, hogy korrekció hajtható végre az informáltság javítására alapozva. Ha opcióval mérsékelhető a döntés miatt elszenvedett veszteség, és nagymértékben javítható az értéknövelési potenciál, akkor ez a kockázat – korábban ismeretlen – jellegzetességét engedi láttatni. Az opciós teória reálberuházási alkalmazhatóságát proponáló képviselői sohasem gondolták azt, hogy minden vállalati beruházás felruházható a stratégiai befektetés rangjával. Éppen ellenkezőleg, azt állították, hogy a diszkontált pénzáramelemzés módszerével veszteségesnek mutató beruházás nem törvényszerűen hordoz reálopciót, ez a teória nem tekinthető a reménytelenül gyenge befektetési projektek apologetikus védelmezőjének. A reálopció elmélet megalkotóit az a cél vezérelte, hogy a jövőbeli kondíciók változásának kitétt beruházások ismeretlen jövőjében ne az utólag korrigálhatatlan veszteségek okozóját, hanem a pótlólagosan kreált érték forrását lássák.

Az utolsó rész a bizonytalanság megoldódását analizálja. A döntéshozó szemében az adott befektetéshez kötődő kockázat és bizonytalanság foka az idő múlásával folyamatosan újraértékelődik. Mindaddig, amíg fennáll a befektetéshez bármilyen módon kötődő opció, addig van tere a flexibilis korrekciónak. A befektetésről meghozott és azonnal realizált döntés egyben az opció lehetőségének az elvesztését is jelenti. Ha abból indulunk ki, hogy a végrehajtott beruházási projekt visszafordíthatatlansága az esetleges veszteség fő forrása, akkor az egyértel-



művé teszi azt, hogy reálberuházások tömegét fenyegeti a veszteség értékemésztő hatása. A döntéssel és annak realizálásával kapcsolatos kivárás a bizonytalanságot csökkentő idő- és információs dimenziót adja a döntésnek, és javíthatja annak minőségét.

E tanulmány fő gondolati üzenete az, hogy a kockázat értékelésbeli szerepváltozása immanens mozgások eredménye, és nem extern befolyás hatására jött létre. A közgazdaságtanban nem nagyon van példa arra, hogy bizonyos kategóriák karaktere gyökeres változáson menne keresztül. A döntéshozó természetes törekvéseként régóta elismerik a kockázat elleni védekezés, a lefedezés jogosságát. Arra azonban alig van precedens, hogy az attribútum változását a mérésbeli kiúttalanságból vezetik le. A nem azonos vonatkoztatási mező természetesen kételkedés és kifogás alapja lehet. Sokan gondolhatják azt, hogy az egész reálopciók teória csak a függő befektetésekre vonatkozatható, tehát nincs értelme a kockázat szerepváltásáról értekezni. Védekezésként csak annyi mondható, hogy a maga nemében minden egyes reáleszköz-beruházásnak lehet „függő befektetés karaktere”. Hogy ezt felismerik-e a döntéshozók, vagy minden reálberuházási projektet „vagy most, vagy soha máskor” megvalósítandó közteremtésnek tartanak, az nagyban befolyásolja a reálopció felismerését és akceptálását.

A tanulmánynak meg kell küzdenie azzal a problémával is, hogy a vizsgált jelenség különböző aspektusai eltérő súllyal jelennek meg a közgazdaságtan elméleti vonulataiban, a pénzügyi elméletben és a döntési praxeológiában. Ehelyütt kísérlet történik az erősen szegmentált elméleti irodalom gondolati síkjainak a feszültségmentes egymáshoz illesztésére. A szerző annak a hipotézisnek az igazolására vállalkozik, amely szerint a kockázat szerepének változása megismerési probléma; az új szerep feltárása szorosan kötődött a kockázat inherens funkcióinak a megismeréséhez. A tanulmány annak bizonyítására törekszik, hogy a kockázat szerepének „ellenkezőjére fordulása” nem e fontos kategória degenerációját jelenti, hanem azt, hogy a befektetési döntés hatékonyabbá tételének szándéka vezetett el a „minél kockázatosabb, annál értékesebb” elvének a megfogalmazásához.

A közgazdasági elméletben a minél bizonytalanabb, annál kevésbé értékes elve úgy váltott át annak ellenkezőjére, hogy a váltás jelentősége tudatosodott volna a kockázat szerepét tagláló irodalomban. Az ebben a tanulmányban végrehajtott összekapcsolással annak hangsúlyozása az alapvető szándék, hogy a befektetési döntés dinamizálásának kísérlete, az idő- és kockázati dimenzió a megszokottól eltérően is láttatható. Míg az idő szerinti korrekció könnyen elvégezhető a kamatlábon alapuló diszkontráta segítségével, ugyanez nem tehető meg ugyanilyen egyszerűen a kockázat szerinti korrekció esetén. E dolgot a kettő különbségének sokoldalú megvalósítására vállalkozik.

## Kockázat és bizonytalanság – elmélettörténeti áttekintés

A legkorábbi gondolat a kockázat és bizonytalanság közgazdasági fontosságát illetően, Knight (1921) nagy jelentőségű értekezésében jelent meg. Knight *Risk, Uncertainty and Profit* címen kiadott könyve volt az első az ökonómiai irodalomban, amely közgazdasági jelentőséget tulajdonított a kockázatnak és bizonytalanságnak. Ő volt az első, aki összekapcsolta a profitot, a vállalkozást és a szabad piac létét a kockázattal és a bizonytalansággal. Knight megkülönbözteti a kockázatot a bizonytalanságtól. Úgy vélte, hogy kockázatos az, ami ellen lehet védekezni biztosítással, tehát ismertnek tételezhető a lehetséges kimenetek valószínűségi eloszlása. A bizonytalanság ellen – véleménye szerint – nem lehet védekezni, mert a kimenetek valószínűségi eloszlása nem ismert. A knighti bizonytalanság fogalmát strukturális bizonytalanságnak is szokás nevezni, ami azt jelenti, hogy a döntéshozó nem tud ex ante specifikálni minden lehetséges kimenetet vagy alternatívát. A bizonytalanság gyengébb formája a parametrikus bizonytalanság, amely akkor áll fenn, ha a döntéshozó ex ante képes meghatározni minden lehetséges kimenetet, de azt nem tudja, hogy ezek közül melyik fog bekövetkezni.

Knight nyomán Hicks (1931), Marschak (1938) és Stigler (1939) munkájában figyelembe vette a kockázatot és a bizonytalanságot a profit, a beruházási döntések, a likvid eszközök iránti szükséglet, a finanszírozás, a vállalatok mérete és

struktúrája, a termelési rugalmasság vagy a készlettartás magyarázatához. *E korai munkák többségét annak tisztázatlansága nyomasztotta, hogy nem határozták meg pontosan a bizonytalanság vagy kockázat szerepét a gazdasági döntések alakításában.* Ebben az időben lényeges kérdések maradtak válasz nélkül. Miként értékelik a gazdasági szereplők azt a vállalkozást, amelynek pénzáramai bizonytalanok? Milyen magatartásbeli változásokhoz vezet a növekvő vagy csökkenő bizonytalanság? E kérdések lényegesek voltak, mivel alapvető fogalmak maradtak definiálatlanok, ezért a kockázatra és bizonytalanságra hivatkozás inkább heurisztikus volt és nem rendszerszerű a közgazdasági elméletben. *A legfőbb hiányzó láncszem a kockázatos vagy bizonytalan környezetben történő „választás” fogalmának formalizálása maradt.*

Már Hicks (1931) és Marschak (1938) is megfogalmazta, hogy az egyénnek szüksége van preferenciákra az eloszlás kimeneteire vonatkozóan, azt azonban nem tisztázták, hogy miként lehetne elkülöníteni egymástól a kockázattal vagy a bizonytalansággal szembeni attitűd elemeit és a kimenetekre vonatkozó tiszta preferenciákat. A korabeli közgazdászok szinte egyáltalán nem folyamadtak Daniel Bernoulli (1738) várhatóhasznosság-fogalmához. A problémát részben az okozta, hogy a racionális szereplők számára nem volt értelme a várható hasznosság maximalizálásának. Bernoulli „csökkenő marginális hasznosság” feltevése burkoltan azt jelentette, hogy egy játékban a nyereség kisebb mértékben növelné a gazdagságot, mint amennyire a veszteség csökkentené azt. Következésképpen sokan arra jutottak, *hogy a kockázat vállalásának hajlandósága valami „irracionális” dolog, ezért a kockázat vagy a bizonytalanság melletti választást tartózkodással illették, de a legjobb esetben is a közgazdasági elméleten kívül esőnek tekintették, mivel az ökonomiáról azt feltételezték, hogy az a racionális szereplők cselekedeteinek a tudománya.*

Knight híres megkülönböztetése a kockázat és bizonytalanság tekintetében vitathatósága ellenére is nagy jelentőségű volt. Knight interpretációjában a különbség a valószínűség kimenetekhez rendelhetősége értelmében állt fenn. Mint kiindulásul említettük, a knighti gondolatmenetben a kockázat olyan helyzetre utal, amelyben a döntéshozó képes valószínűséget kapcsolni a vizsgált véletlen

eseményhez, szemben a bizonytalansággal, amelyben a véletlen kimenethez nem képes hozzárendelni specifikus valószínűséget. Tanulságos figyelembe venni azt, amit erről Keynes (1937) írt valamivel később: „A »bizonytalan« ismeretével kapcsolatban megjegyezhető, hogy nem tennék különbséget a bizonyosan ismert és a csupán valószínű között. A rulettjáték eredménye ebben az értelemben nincs kitéve bizonytalanságnak. A kifejezést abban az értelemben használom, hogy az európai háború kilátása bizonytalan, avagy a réz ára és a kamatláb húsz év múlva milyen lesz. Ilyen esetekben nincs tudományos alap bármilyen valószínűség számításához. Egyszerűen nem tudjuk.”

Keynes véleménye szerint, az ismeret hiányának vagy részleges birtoklásának döntő szerepe van a bizonytalanság definiálásában. A fentebb vázolt indulást követően sok közgazdász vitatta a kockázat és bizonytalanság knighti megkülönböztetését, mert úgy vélték, hogy Knight elméletében a kockázat és a bizonytalanság egy és ugyanaz. Érvként azt említik, hogy Knight bizonytalanságfogalma alapján a szereplő az eseményhez nem rendel hozzá valószínűséget, és nem az a lényeg, hogy nem tud hozzárendelni. Így a bizonytalanság valójában episztemológiai és nem ontológiai probléma, azaz a releváns valószínűségek ismeretének és nem azok létezésének problémája. Már ebben az időben megjelennek az objektív és szubjektív valószínűség elhatárolásának a csírái. Voltak közgazdászok, akik úgy vélték, hogy az objektív valószínűséget nem tételezhetjük „ismert dolognak”, mivel az valójában hit és érzület. Más szóval: a valószínűség csupán szubjektíven hozzárendelt kifejeződése az érzületnek, és nincs szükségszerű kapcsolódása a valóságban meglévő véletlenszerűséghez.

Postkeynesianus közgazdászok – Schakle (1949) és Davidson (1982) – szerint Knight döntő megkülönböztetést tett. Szerintük Knight bizonytalanságfogalma lehet a véletlenszerűség egyetlen releváns kifejeződése a közgazdasági elméletben, különösen, ha az kötődik az időhöz és az információhoz. Ez arra utal, hogy a bizonytalanság közvetlen kapcsolatban van a döntéshozó korlátozott tudásával, ismereteinek a részlegességével. Másik oldalról, Knight kockázatfogal-

mát csak akkor tekintik működőképesnek, ha a szcenárió szigorúan ellenőrizhető és irányítható, az alternatívák egyértelműek és világosak, és a kísérlet korlátlanul befolyásolható. Ezzel szemben Knight kockázatfogalma szerintük azonos a „valóságos világ” kiszámíthatatlan véletlenszerűségével, amellyel a döntéshozó szembeesül; döntési helyzetben az esetek egyediek és előzmény nélküliek; az alternatívák nem ismerhetők tökéletesen, és a valószínűségek hozzárendelése is elérhetetlen.

A valószínűség objektív vagy szubjektív meghatározottságát a döntéshozó tudása (vagy annak hiánya) egyértelműen befolyásolja. Ez magyarázza azt, hogy a Knight-féle megkülönböztetés a döntésbeli alkalmazhatóság miatt problematikus. Az ismétlődő döntések esetében, ahol a döntéshozót befolyásolhatják a hasonló múltbeli akciók kimenetei, a valószínűség csak akkor alkalmazható, ha a döntéshozó tudja: a döntés kimenetét befolyásoló jelenlegi és jövőbeli körülmények ugyanolyanok, mint a múltban végrehajtott hasonló döntések esetén érvényesülők. Ebben az esetben a valószínűség objektívnek tételezhető. Amennyiben ez a tudás egyáltalán nem áll rendelkezésre, akkor az ilyen gyakorisági eloszlásra alapozott döntésekhez kapcsolt kimeneti valószínűségek maguk is olyan ítékezés vagy szubjektív becslés függvényei lesznek, amelyek arra mutatnak, hogy az összes releváns esemény bekövetkezésének az esélye a jövőben ugyanolyan lesz, mint a múltban volt. A knighti megkülönböztetés kritikusai a fő problémát abban látják, hogy az objektív valószínűségi eloszlás nem alkalmazható a szokásos gazdasági döntésekben.

*A „kockázat versus bizonytalanság” vita nagyon régóta tart, és ma még messze van attól, hogy megoldásról lehetne beszélni. Ugyanez mondható el a valószínűség objektív vagy szubjektív jellegének tételezéséről is. Az ma már kevésbé vitatott, hogy Knight megkülönböztetése bizonyos értelemben használható, hiszen lehetővé teszi az elméleti közelítések kategorizálását aszerint, hogy rendelkeznek-e valószínűséget, vagy sem, a véletlen eseményekhez. Hosszadalmasnak látszik a vita a valószínűség objektív vagy szubjektív jellegét illetően. A múlt század harmincas éveitől a kockázat és bizonytalanság problematikáját a bizonytalanság melletti döntés/választás kérdésével össze-*

*függésben, abba ágyazottan vizsgálták, törekedve az érzületek és preferenciák világos szétválasztására.* Ramsey (1926) húszas években írott cikke jelentős hozzájárulás volt, mert úgy származtatott konzisztens teóriát a bizonytalanság körülményei közötti választásra, hogy szubjektív valószínűségekkel izolálta egymástól az érzületeket és preferenciákat. Ily módon Ramsey tette meg az első lépést a bizonytalanság melletti választás axiomatikus rendszerének megalapozásához, és ez csaknem két évtizeddel megelőzte Neumann és Morgenstern (1944) elméletének a megjelenését. Ramsey mellett de Finetti (1931, 1937) – tőle függetlenül – hasonlóképpen származtatta a szubjektív valószínűséget. A Ramsey–de Finetti-teória alap gondolata, hogy az egyének választásainak megfigyelésével kapcsolatban feltételezhető az egyéni érzület tükröződése. Így Ramsey és de Finetti egyaránt azt mondja, hogy a szubjektív valószínűségek kikövetkeztethetők az egyének cselekedeteinek a megfigyeléséből.

A Ramsey által megfogalmazott szubjektív valószínűség-felfogással Fisher (1930) is egyetértett. A szubjektivista nézőponttal kapcsolatban mindamellet fennállt az a nehézség, hogy az egyéni érzületekből nem lehet levezetni a valószínűség számszerű kifejezését. *A legfőbb megválaszolatlan kérdés a következő volt: ha az eseményhez rendelt valószínűség szubjektív, ami egyben azt is tételezi, hogy a véletlenszerűség maga is szubjektív jelenség, akkor miként konstruálható konzisztens és prediktív erejű teória a bizonytalanság melletti választáshoz.* Neumann és Morgenstern (1944) nagy feladata abban állt, hogy racionális megalapozást adjon a kockázat melletti döntéshozatalhoz, a várható hasznosság szabályával összhangban. A Neumann–Morgenstern-elméletben a valószínűséget „objektívnek” feltételezik. Ők abban az értelemben követték a klasszikus hagyományt, hogy a véletlen és a valószínűség inherens módon létezik a természetben. Az objektivista álláspontok közül a legrégebbi a klasszikus felfogás, amelyet a legteljesebben Laplace (1795) fejtett ki. A lényegyet tekintve, a klasszikus nézőpont azt jelenti, hogy egy esemény valószínűsége – adott véletlenszerű kísérletben – az eseményhez kapcsolódó, azonos esélyű kimenetek számának és az azonos valószínűségű összes kimenet számának

a hányadosa. E tétel megalapozására szolgál az „elégéses alap törvénye” (ha nem tudjuk, hogy melyik kimenet a valószínűbb, akkor mindegyikhez azonos valószínűséget kell rendelnünk).

A klasszikus felfogás hiányosságai a szimmetria jelentéséhez kapcsolódtak, és ugyancsak megfogalmazódtak az elégtelen alap törvényének nem intuitív konzekvenciái kapcsán is. Végeredményben ez az oka annak, hogy a 20. században versengő koncepciók különféle változatai jelentek meg kihívóként. Az objektivista szemlélet legjelentősebb követő eszméje volt a Mises (1928) és Reichenbach (1949) által képviselt „relatív gyakoriság” nézete. Eszerint adott esemény valószínűsége valamely kísérletben az esemény bekövetkezésének relatív előfordulása, hasonló kísérletek végtelen láncolatában. Bizonyos értelemben a relatív gyakoriság gondolata kapcsolódik Jacob Bernoulli (1713) „nagy számok törvényéhez”. Ez azt jelenti, hogy ha egy esemény  $k$  alkalommal megtörténik  $n$  azonos és független kísérlet során, akkor ha a kísérletek számát önkényesen nagyra választjuk, a  $k/n$  arány elvileg egészen közel lehet ezen esemény „objektív” valószínűségéhez. A relatív gyakoriság koncepciójának hirdetői egy esemény „objektív” valószínűsége független létezésének tételezése helyett olyan valószínűséget definiáltak, amely pontosan egy ilyen kísérlet határoló kimenete.

Az objektív valószínűség „hajlandósági” fogalma azt mondja, hogy a valószínűség a természet hajlandósága vagy tendenciája, amely egy bizonyos eseményt egyszer jellemez anélkül, hogy szükségképpen kapcsolódna hosszabb távú gyakorisághoz. Fontos megjegyezni, hogy ezeket a hajlandóságokat objektív létezésüknek tételezik, még ha csak a metafizika világában is. *Ebben a felfogásban a valószínűség valójában a kondíciókra vonatkozó tudás hiányának a mértéke, amely befolyásolhatja a pénzfeldobást, és így csupán reprezentálja a kísérlettel kapcsolatos érzületeket.* Knight (1921) ezt a következőként fejezte ki: „...ha a valódi valószínűségi okság saját konklúziójából vezethető le, akkor valójában nem is valószínűségről van szó, hanem bizonyosságról, amennyiben a tudás teljes”.

A knighti megkülönböztetés alapján Neumann és Morgenstern (1944) teóriája objektív valószínűségekre alapozva a „kockázat” megnyilvánulása, ugyanakkor Arrow (1953) és Debreu (1959) állapotpreferencia-megközelítése, amelyben nem rendelnek valószínűséget az eseményekhez, a „bizonytalanság” egy változatának tekinthető.

*A bizonytalanság melletti döntés problémájának megoldása később mégis szubjektivista szemléletben ment végbe.* A legjelentősebb változás Savage (1954) nevéhez fűződik, aki szubjektivista módosítást hajtott végre a várható hasznosság hipotézisén. Savage, inspirálva Ramsey (1926) és de Finetti (1931, 1937) munkája által, a várható hasznosság hipotézisét objektív valószínűségek helyett szubjektív valószínűségekkel származtatta. Savage „közbülső” teóriája nem sorolható egyik változatba sem: egyik oldalról a valószínűségek pusztá hozzárendelése – még akkor is, ha szubjektív – azt tételezi, hogy kockázat melletti választást reprezentál; másik oldalról e valószínűségek annak kifejeződése, hogy az érzület mennyire amorf, és mennyire bizonytalannak tűnik.

Az Arrow (1953) és Debreu (1959) nevéhez fűződő állapotpreferencia-megközelítés szubjektivista változásnak tekinthető, amely fordulatot hozott a bizonytalanság vizsgálatában. E megközelítés nem vetette el a várható hasznosság hipotézisét, mindazonáltal az állapotpreferencia tétele nem támaszkodik sem objektív, sem szubjektív valószínűségi értékekre. Az állapotpreferencia-megközelítés struktúrája olyan rendszerre emlékeztet, ahol a kimenetekhez nem kapcsolódik pénzbeli kifizetés, a kimenet inkább javak kombinációjaként tekinthető. A pénzbeli kimenet feltételezésével a kockázati tartózkodás fogalmát Friedman és Savage (1948) alapozta meg, ezt Markowitz (1952) gazdagította, továbbá Pratt (1964) és Arrow (1965) mérőszámot fejlesztett ki a kockázati tartózkodásra, majd ezt később Ross (1981) finomította.

A szubjektív valószínűség elméletének másik vonulatát képviseli Koopman (1940) és Good (1950, 1962), akik *intuíción alapuló felfogást képviselnek a szubjektív valószínűség-*



gel kapcsolatban. Nézetük szerint a Ramsey–de Finetti-féle „kinyilvánított érzület” megközelítés nem gyakorlatias, és ez az ő empirikus felfogásuk alapján azt tételezi, hogy az érzület annyiban fontos, amennyiben a választás során kinyilvánítják. Az intuitív tézis szerint a valószínűség közvetlenül az intuícióból származik, és megelőzi az objektív tapasztalatot. Eszerint a szubjektív valószínűségi hozzárendelés nem szükségképpen nyilvánítja ki magát választáson keresztül, inkább nagyobb vagy kisebb valószínűségek intervallumán és nem egyedi számértékeken keresztül. Ez a nézet kiindulását képezte Arrow és Debreu „állapotpreferencia” megközelítésének, amely szintén intuíciós alapon nyugodott. Végül érdemes megemlíteni Keynes (1921) tételének egyik aspektusát, amely újra felbukkan az ún. Harsányi-doktrínában (1968), amelyet „közös előd” feltevésnek is neveznek. Ez lényegében azt mondja, hogy *ha a szereplők mindegyike ugyanazokkal az ismeretekkel rendelkezik, akkor mindegyikük ugyanolyan szubjektív valószínűséget rendel az eseményhez.*

A kockázat és a bizonytalanság választási döntésében játszott szerepe Neumann és Morgenstern axiomatizált várható hasznosság elméletében csúcsondott ki, bár a gazdagság függvényében tételezett hasznosság relációjában a kockázat csak implicite foglaltatott benne. *E téoria korszakalkotó jelentősége abban állt, hogy a kimenetekre vonatkozó egyéni preferenciáktól elkülönítetten tételezte magára a kockázatos játékokra vonatkozó preferenciákat.* A kockázati tartózkodás koncepciójával a választás nem csupán a kimenet értékétől függött, hanem az egyénnek a kockázatos játékkal szembeni szubjektív viszonyulásától is. A hasznosság mérési gondjai miatt a befektetési változatok közötti választás kockázat általi meghatározottságát új utakon kezdték el keresni, és ez a pénzügyi piacok működési szabályosságai felé fordította a figyelmet.

## A bizonytalanság szerepe a pénzügyi piacok működésében

A kockázat szerepének megértéséhez nagy segítséget nyújt a pénzügyi piacok működésének a tanulmányozása. A pénzügyi piacokra vonatkozó ideák kezdetben inkább intuitívek voltak, és azokat gyakorlati szakemberek fogalmazták meg.

A fordulatot Bacheliernek (1900) spekuláció teóriájáról írott – áttörést eredményező – esszéje hozta meg, amelyben módszert írt le az értékpapírok jövőbeli áralakulásának a modellezésére. Ezt a művet mind az elmélet, mind a gyakorlat kezdetben elutasította. Ez természetesen nem jelentette azt, hogy a korabeli közgazdászok mind elutasították volna a pénzügyi piacok gondolatát. Például Fisher (1906, 1907, 1930) tisztázta a hitelpiacok alapvető funkcióit, különös hangsúllyal említve az erőforrások időbeli elosztásában játszott szerepüket, és ugyanúgy felismerte a kockázat fontosságát is ebben a folyamatban. Érdekességként tartják számon, hogy Bachelier modelljének egyik komponense az a Brown-mozgás volt, amelyet később Einstein is használt a részecskék folyadékbeli véletlenszerű mozgásának a megfigyelésére. Bachelier formulája pénzügyileg irreális feltevést is tartalmazott, mint a negatív részvényár, mindazonáltal e modell tekinthető a jövőbeli ismeretlen ármozgások első leírásának.

A portfólióelmélet csírái és a kockázati kompenzáció gondolata már a 30-as években született elméleti megközelítésekben megjelenik. Ezt olvashatjuk ki Keynes (1930, 1936), Hicks (1934, 1935, 1939), Kaldor (1939) és Marschak (1939) műveiből, amelyekben nagy szerepe van a bizonytalanságnak. *Mindazonáltal e korai időszakban a közgazdászok a pénzügyi piacokra inkább úgy tekintettek, mint valami szerencsejátékra, és igazán nem piacként kezelték őket.* Nézetük szerint az eszközök árát a tőkenyereségre vonatkozó, egymásnak feszülő várakozások határozzák meg. Ebben az időben igen nagy figyelmet fordítottak a spekuláció bemutatására. Például Keynes (1923, 1930) és Hicks (1939) úttörő munkájában utal arra, hogy a kiszállított áruk jövőbeni szerződéses ára általában alatta van az áru várható árának, és ez Keynes és Hicks szerint annak tulajdonítható, hogy a lefedező műveletet végzők árkockázatukat a spekulánsokra hárítják, kockázati prémium ellenében.

Williams (1938) volt az első, aki megkérdőjelezte a pénzügyi piacok „szerencsejátékként” tétélezését az eszközárak alakulásával összefüggésben. Ő azt állította, hogy a pénzügyi eszközök ára tükrözi azok benső értékét (intrinsic value), amely az eszközből várható jövőbeli osztalék diszkontált áramával mérhető. Cik-

kében a vállalati befektetés értékét a jövőbeli pénzáramok pozitív jelenértékével azonosítja a bizonytalanság adott foka mellett, függetlenül a befektetett összeg nagyságától. Megfogalmazása szerint, *amennyiben egy vállalat értéke megegyezik a jövőbeli hozamok jelenértékével, akkor ez az érték nem függ a beruházási áldozat nagyságától.* Ez a feltevés egyébként jól illeszkedett Fisher (1907, 1930) elméletéhez is. Markowitz (1952, 1959) felismerte, hogy ha a benső érték e felfogása a jövőbeli várakozásokon alapul, akkor a kockázatot feltétlenül figyelembe kell venni, és a Neumann–Morgenstern-féle várható hasznosság elmélet is eredményesen alkalmazható. Markowitz megalkotta az optimális portfólióválasztás elméletét, amely a kockázatmegtérülés átváltási kapcsolatára épült. Ez lett a kockázatsökkentési célú portfóliódiverzifikáció alapja. Az optimális portfólióallokáció gondolata már megjelent Keynes, Hicks és Kaldor pénzelméleti műveiben, és ezért is volt logikus *Tobin (1958) hozzájárulása, amellyel a pénzt egybekapcsolta Markowitz teóriájával, és felállította a kettős szeparáció elméletét.* Tobin a beruházási és finanszírozási lépés finom elválasztásával azt feltételezte, hogy a befektető pénzalapjait megosztja a kockázatmentes eszköz és a kockázatos befektetések (piaci) portfóliója között (ez minden befektető számára ugyanaz). A szeparáció másik síkja a hasznossági mérlegelés kiiktatása a portfólióválasztás műveletéből. *Tobin szerint a kockázattal szembeni különböző attitűdök szerepe csupán annyi, hogy a kockázatmentes eszköz és a kockázatos (piaci) portfólió eltérő kombinációit eredményezik. A hasznossági mérlegelés részét képező kockázati viszonyulásnak tehát semmi hatása nem volt a beruházási (portfólióválasztási) döntésre, csupán a finanszírozási döntésre hatott, a kockázati tartózkodás mértékén keresztül.*

Az eszközárak empirikus alakulása, a 20. század első felében született magyarázatok alapján úgy tekinthető, hogy az árak a véletlen bolyongás pályáját írják le. Bachelier (1900), Working (1934), Cowles (1933, 1937) és Kendall (1956) áruk és értékpapírok áralakulását vizsgálva kimutatta, hogy lényegében nincs korreláció az egymást követő periódusok árai között. *A véletlen bolyongás tételét – a maga korában – értetlenség és elutasítás fogadta. Nagyon sokan vélték úgy, hogy ha az árakat a kereslet és kínálat erői határozzák meg, akkor az árváltozásoknak a piactisztítás irányába kell*

*mutatni és nem véletlenszerűen alakulni.* Voltak olyanok, akiket ez az eredmény nem lepett meg, sőt kifejezetten örültek ennek. Annak bizonyítékát látták ebben, hogy a pénzügyi elmélet alapjai hibásak, és a pénzügyi piacok valóban szerencsejátékra hasonlítanak, valamint a pénzügy nem tekinthető a közgazdasági megfontolás jogosult tárgyának.

A nagy áttörés Samuelson (1965) és Mandelbrot (1966) műve eredményeként következett be. Samuelson nem gondolta azt, hogy a pénzügyi piacok nem működnek a közgazdaságtan törvényei szerint, sőt inkább arra jutott a Working–Cowles–Kendall-tétel interpretálásával, hogy túl jól működnek. Az alapgondolat egyszerű volt: *amennyiben az árváltozások nem véletlenszerűek (és így előrejelezhetőek), akkor a profitéhes arbitrázsör könnyen végrehajthat célirányos vásárlást, és a vásárolt eszközök eladásával kihasználhatja az arbitrázs lehetőséget.* Samuelson és Mandelbrot ezzel megalapozta a hatékony piac hipotézisét. Eszerint, ha a piacok megfelelően működnek, akkor az összes nyilvános információ (bizonyos verziók szerint a privát információk is) adott eszközre vonatkozóan azonnal bekebeleződik az eszközök árába. (A hatékony ebben a kontextusban csupán annyit jelent, hogy a befektetők hasznosítják az összes rendelkezésükre álló információt; ez a hatékonyság nem utal a gazdasági hatékonyság egyéb kifejeződési formáira.) Ha az árváltozások véletlenszerűnek látszanak, és így előrejelezhetetlenek, akkor ez amiatt van, mert a befektetők teszik a dolgukat, azaz az összes jelentkező arbitrázslehetőséget azonnal kihasználják.

*A pénzügyi piacokon végbemenő kiszámíthatatlan ár- és hozamalakulás arra mutatott, hogy a jövőbeli pénzáramok kockázata időben változhat, és ennek nyomán a kockázati kompenzáció mértéke is változó kell, hogy legyen.* A 60-as évek elejéig az a felfogás uralkodott, hogy a kockázatos pénzáramok diszkontálásához alkalmazott ráta egyedi korrekciók hatására változik. A kockázat szerinti diszkontálás abból áll, hogy megnöveljük a diszkontálási számításban alkalmazott kamatlábat. A  $\delta$  kockázati tényező csökkenti a diszkontfaktor értékét, mert az a kockázati tényező bevezetése következtében

$$D = \frac{1}{1+i+\delta} < \frac{1}{1+i}$$

értékre változik. Más szavakkal, minél nagyobb a kockázat, annál kevesebbre értékeljük a feltételezett hozamot, mert ekkor kisebb értékű törttel szorozzuk a hozamot. Mivel a diszkontálási eljárásban az időben távolabbi hozamokat a diszkonttényező magasabb hatványával szorozzuk, ez az eljárás automatikusan nagyobb súlyt ad a távolabbi jövő kockázati tényezőjének, hacsak nem használunk különböző nagyságú kockázati tényezőket a különböző időpontokban. Baumol (1968) szerint a kockázati tényező bizonyos fokig figyelembe veszi az időben közelebbi hozamokkal kapcsolatos kockázatot is, és nem zárja ki teljesen a számításból a legtávolabbi jövőben várható hozamokat sem.

*A kockázaton alapuló diszkontálás módszerének az a fő nehézsége, hogy nem ad kifejezett útmutatást, amely alapján kiszámíthatjuk a  $\delta$  diszkontráta-növekmény megfelelő értékét, így ezt általában megítélés vagy intuíció alapján kell becsülnünk.* Mivel semmiképpen sem hagyható figyelmen kívül, hogy a döntéshozó óvakodik a kockázattól, ezért a  $\delta$  becslése a legtöbb esetben szubjektív marad. Ha egyetlen és egységes kockázati prémiumot választunk minden jövőbeli hozam diszkontálásához, akkor ezzel hallgatólagosan azt feltételezzük, hogy a beruházás kockázatosságát sohasem befolyásolja az idő múlása, és ez nem feltétlenül igaz minden esetben.

## A kockázati prémium mérési problémái

Hirshleifer (1961) – másokkal együtt – arra a kérdésre kereste a választ, hogy mi okozhatja a különböző kockázati osztályba tartozó befektetési változatok hozamdivergenciáját. Elvileg okozhatta a piac tökéletlensége is, de ő inkább azt feltételezte, hogy a kockázatvállalásért járó piaci prémium különbözősége okozza. Erre alapozva kimunkálta a kockázat piaci elméletének alapjait, amely követte Fisher időpreferencia- és kamatkoncepciójának logikáját, de eljárása nem alapozódott Fisher kockázati koncepciójára. *Hirshleifer a kockázat fogalmát nem a várható értékre, hanem a kimenetek valószínűségi eloszlásának variabilitására alapozta, és a szórásról gondolta azt, hogy a variabilitás leghitelesebb mértéke lehet. Elvi alapvetése szerint, a kockázati prémium olyan interakció eredménye, amely az egyének kockázatréselő képessége (hajlandósá-*

ga) és a kockázat produktivitása között létrejön. A kockázati prémium determinánsai a kamatmeghatározás elméleti alapjaira emlékeztetnek, ahol is Böhm-Bawerk és Fisher szerint a kamat valójában időprémium. A kockázatviselés rendszerint produktív, és a kockázatos hozam mindig magasabb kell, hogy legyen, mint a biztonságos hozam.

A kockázati prémium meghatározásának módjában Hirshleifer homlokegyenest szemben áll a Fisher által képviselt tradicionális felfogással. Fisher szerint a befektetőnek először specifikálni kell a várható hozamértéket és utána diszkontálni azt egy „óvatossági koefficienssel”, amely kifejezi az egyén kockázatviselési preferenciáját. *Ez az elmélet azt javasolja, hogy inkább egyéni diszkontrátákat alkalmazzanak, és ne piaci rátát a jövőbeli hozamok diszkontálásához.* Ezzel szemben Hirshleifer normatív alapon azt állította, hogy minden befektető olyan diszkontrátával kell, hogy kezelje a pénzáramokat, amelyek a biztonságos és kockázatos kilátás közötti átváltáson alapszanak, és amelyet a piac állapít meg egy adott kockázati osztályra. Hirshleifer azt megelőzően ír a kockázati prémium piaci általi meghatározódásáról, hogy az irodalomban megjelentek volna a tőkepiaci egyensúlyi értékelés modelljének első nyomai.

A Markowitz–Tobin-elmélet gyakorlati alkalmazása nehézkes. Ahhoz, hogy becsülni lehessen a diverzifikáció hasznát, szükség volt az eszközök megtérülése közötti, páronkénti korreláció előállítására. A tőkepiaci értékelés egyensúlyi modelljének alapjait Sharpe (1964) tanulmánya vetette meg. Ebben vizsgálta az eszközárak és a kockázati komponensek közötti kapcsolatot, és először szolgáltatott modellt a befektetői viselkedés kockázatos körülmények közötti bemutatására. Már Hirshleifer (1961) cikkében megjelenik az egyéni korrekciós ráták piacial történő felváltásának igénye; *ő valamivel korábban fogalmazott meg a kockázatot figyelembe vevő optimalizációs szabályt, a bizonyos és bizonytalan hozamok közötti átváltást kifejező piaci rátával. Ugyanő hívta fel a figyelmet arra, hogy a piaci kockázati prémium segítségével történhet meg az egyéni kockázati preferenciák kiigazítása a biztonságos és kockázatos befektetések közötti elmozdulással.* Sharpe (1964) tanulmánya mégis tovább ment, hiszen

először ő foglalta szisztematikus rendszerbe a tőkepiaci értékelés egyensúlyi feltételeit, és származtatta a tőkepiaci egyenest. Lintner (1965) cikke tovább finomította a tőkepiaci értékelési modell alapjait. A CAPM modellként széles körben ismertté vált tőkepiaci értékelési eszközt Mossin (1966) foglalja általános egyensúlyi rendszerbe.

Mossin (1966, 1969) munkásságával vált teljessé az értékelés piaci modellje, amikor a kockázatos eszközöket forgalmazó piac tulajdonságait vizsgálta, a piaci átváltás általános egyensúlyi modelljére alapozva. Olyan kritériumokat vizsgált, amelyeket az egyedi befektetők maximalizálni igyekeznek a preferenciafüggvény alapulvételével, a portfóliók várható hozamára és e hozam varianciájára tekintettel. Döntő érdeme van a piaci kockázati prémium elméleti megalapozásában. *Ő igazolta először, hogy az általános egyensúly magában foglalja olyan piaci egyenes létezését, amely összekapcsolja a várható hozamot a megtérülés szórásával.* A kockázat árának koncepcióját az egyenes alakjából vezette le.

A legátfogóbb cél a vállalati részvénytőke piaci értékének maximalizálása – vallotta Mossin. Cselekedetein keresztül a vállalati menedzsment befolyásolhatja a piaci értéket, de annak kizárólagos meghatározására nyilvánvalóan nem lehet képes. *A piaci értéket a tőkepiaci kereslet és kínálat szimultán interakciói határozzák meg, ahol is más vállalatok szintén jelen vannak értékpapírok kínálóiként, és ahol különböző befektetők eme értékpapírok keresleteként vannak jelen.* A pénzügyi elmélet – véli Mossin – csak akkor ad kielégítő magyarázatot az eszközök értékelésére vagy a beruházási magatartásra, ha nem hagyja figyelmen kívül az egyedi befektetők portfóliódöntései között létező kapcsolatokat. Mossin (1966) a tőkepiaci egyensúly modelljét megalapozó cikkében arra utalt, hogy *az értékpapír ára kizárólag a hozamok sztochasztikus természetétől függ, nem pedig a piacon lévő értékpapírok számától.* Mossin nagyon fontos utalást tesz a kockázat árával összefüggésben is. A kockázat piaci árát a

$$\lambda = \frac{E(R_M) - R_F}{\sigma_M}$$

kifejezés tartalmával jelölik, amely a tőkepiaci egyenes meredeksége. Mossin úgy véli, hogy a „kockázat ára” mindazonáltal nem a legszerencsésebb kifejezés a lényeg kimutatására. *Szerinte a „kockázatsökkentés ára” jobb elnevezés volna, mivel az a kockázat hangsúlyozása lenne, annak a feltevésnek a tekintetében, hogy az egyének mennyit volnának hajlandóak fizetni a csökkentésért.* A kockázatsökkentés ára mindazonáltal nem csupán kapcsolódik a várható hozam és a kockázat közötti helyettesítési ráta-hoz, hanem annak direkt azonosítására kell, hogy alkalmas legyen. Ez azt jelenti, hogy a kockázatsökkentés ára a várható hozam azon mennyisége, amelyről le kell mondani a kockázat csökkentése érdekében.

A tőkepiaci értékelés általános egyensúlyi modellbe illesztésének jelentőségét azzal hangsúlyozta Mossin (1966) egy később írt cikkében, hogy megelőző korok irodalmában alig tükröződött a tőkepiac vállalati döntésekre gyakorolt hatása. Mossin szerint számos hipotézist fogalmaztak meg azzal összefüggésben, hogy a piac miként értékeli és reagál – például az idő és a bizonytalanság szerinti diszkontálás tekintetében –, e hipotézisek azonban teljességgel ad hoc jellegűek és tetszőlegesek voltak, mivel azokat nem a piaci egyensúly alapvető feltevéseiből származtatták. A tőkepiaci értékelés egyensúlyi modellje azon túl, hogy szoros kapcsolatot teremtett az egyedi befektetés vagy portfólió várható (megkövetelt) megtérülése és a piaci megtérülés között, és ezáltal univerzális etalont teremtett a piacon forgalmazott minden egyes befektetés (vagy befektetési portfólió) értékeléséhez, egyben modellt adott a kockázat számszerűsítéséhez. A Sharpe–Lintner–Mossin által kimunkált CAPM modell megjelenése előtt nem volt olyan elméleti konstrukció, amely alkalmas lett volna a mérlegelt kockázat kvantifikálására. Rubinstein (1973) hívta fel először a figyelmet arra az éles kontrasztra, amely a tradicionális kockázati korrekció és a CAPM-megközelítés között feszült. Lábjegyzetben utalt arra, hogy *a tradicionális kockázattal korrigált diszkontráta-egyenletben és a biztonsági egyenértékes osztalékátokésítési formulában az egyes periódusok kockázati prémiuma vagy biztonsági egyenértékes tényezője és az osztalékáram kockázati jellemzői közötti kapcsolat nem specifikált.* Amennyiben nem posztulálunk egyenlet alakjában függ-



vényszerű relációt, akkor a kockázati prémium vagy a biztonsági egyenértékes tényezőjének kifejezése csupán definíció marad. Ebben az összefüggésben a várható értékvariancia értékpapír-értékelési elmélete szolgáltatja a kockázati prémium és a biztonsági egyenértékes tényező szükséges specifikációját. Meghatározott feltételek mellett, a várható érték-variancia-értékelési elmélet bármely értékpapír várható megtérülését a következő modellel határozza meg:

$$E(R_j) = R_F + \lambda \cdot COV(R_j, R_M)$$

Az eredetileg értékpapírokra kifejlesztett tőkeértékelési egyensúlyi modellt a 60-as évek végétől, a 70-es évek elejétől kezdték alkalmazni beruházási projektek vizsgálatára. Myers (1968), valamint Tuttle–Litzenberger (1968) cikkében történik először kísérlet racionális és objektív bázis létrehozására tőke-költségvetési döntéshozatalhoz, olyan körülmények között, ahol a jövőre vonatkozó tudás elmarad a tőkéletestől. Később Hamada (1971), Rubinstein (1973) és Weston (1973) elemzése finomította a CAPM modellt beruházási projektre való alkalmazhatóságát. A CAPM modellt tőke-költségvetésbeli adaptációjának legteljesebb kibontása Fama és Miller (1972) művében történt. Weston (1973) az

$$E(R_j) = R_F + E(R_M - R_F)\beta_j$$

modellel összefüggésben azt emelte ki, hogy a várható megtérülés, a kockázatmentes ráta és a kockázati prémium összegeként határozható meg. Utalva Logue és Merville (1972) munkájára azt hangsúlyozta, hogy a korábbi irodalom nem szolgáltatott elméleti magyarázatot a kockázati prémium meghatározására. A tőkepiaci egyensúlyi elmélet mutatta ki először, hogy a kockázati prémium azonos a piaci kockázati prémium és a beruházás szisztematikus kockázati mutatójának a szorzatával. *A fenti egyenlet fő előnye abban áll, hogy a benne foglalt tényezők a  $\beta$  egy részének kivételével a piac egészére jellemző változók.* A jelzett reláció felírható úgy is, hogy alkalmas legyen tőke-költségvetési döntési kritériumként is. Az egyedi projekt  $E(R_j^0)$  várható megtérülése, feltételezett  $\beta_j^0$  projekt volatilitási mérték mellett így írható fel:

$$E(R_j)R_F + [E(R_M) - R_F]\beta_j^o,$$

amely szintén piac által meghatározott tényezőkön alapul.


Bogue és Roll (1974), valamint Rubinstein (1973) a Sharpe–Lintner–Mossin-modellre alapozva olyan értékelési formulát adott, amely egyenértékűnek mutatta a kockázati korrekció két változatát, a kockázattal korrigált diszkontrátán alapuló eljárást és a biztonsági egyenértékes megközelítést:

$$P_j = \frac{E(\tilde{P}_j)}{R_F + \lambda \text{COV}(R_j; R_M)} = \frac{E(\tilde{P}_j) - \lambda \text{COV}(\tilde{P}_j; R_M)}{R_F},$$

amelyben az első kifejezés a kockázattal korrigált diszkontráta-formulát, a második a biztonsági egyenértékes képletét adja. A két formulában a kockázati prémium nagyságát a  $\lambda \cdot \text{COV}(R_P, R_M)$  szorzat jelöli, amelyben  $\lambda$  a kockázat (csökkentés) (piaci) árát adja meg, a  $\text{COV}(R_P, R_M)$  tag pedig a projekt és a piac megtérülése közötti kapcsolat előjelét és szorosságát mutatja. A kockázat számszerű mértéke egyszerre függött a piaci kockázat egységére jutó piaci megtérülési többlettől, valamint az egyedi projektmegtérülés és a piaci profitabilitás közötti együttmozgás szorosságától. *Amilyen nagy jelentőségű volt a kockázat számszerű kifejezése a CAPM modell segítségével, olyannyira aggodályokat ébresztett a modell egyperiódusú jellege. A kockázatos befektetések többperiódusú változatának ezeket értékelése megoldhatatlannak látszott.*

Robichek és Myers (1966) elsőként kérdőjelezte meg az egyetlen diszkontráta kockázatkövető képességét. Az egyetlen diszkontráta alkalmazhatóságának két feltétele van. Az első az, hogy adott jövőbeli pénzárammal kapcsolatos bizonytalanság konstans ütemben oldódik meg. Más szavakkal: az n-edik év pénzáramára vonatkozó információk szabályosan jelentkeznek, azaz nincsenek olyan periódusok, amelyekben több bizonytalanság oldódik meg, mint más periódusokban. Mivel a bizonytalanság megoldódása összetett folyamat, a nulladik periódusból kiindulva azt mondhatjuk, hogy az n-edik pénzáramtétellel kapcsolatos bizonytalanság konstans rátával változik egyik periódusról a másikra. Mivel adott

periódus diszkontrátájának célja kifejezni a periódus hozzájárulását a pénzáram kockázatához, ilyen körülmények között logikus n-szer venni az egyetlen diszkontrátát. *Hamar bebizonyosodott, hogy a hagyományos diszkontált pénzáram modellje nem alkalmas az időben változó kockázattal jellemezhető projektek vizsgálatára.* Egy projekt különböző fázisában realizálódó pénzáramok eltérő kockázatúak lehetnek, ezért nincs értelme az n-edik pénzáramtétel ugyanolyan rátával történő diszkontálásának. Ennek alapján különböző kockázatú periódusokra különböző rátákat kellene használni. Robichek és Myers hozzájárulása nem váltott ki nagy visszhangot, ellenben Fama (1977) egy évtizeddel később kimutatta, hogy az egyperiódusú CAPM modell több periódusra történő kiterjesztésekor, általánosított diszkontált pénzárammodellt kaphatunk, amelynek egyenlete a következő:

$$V_0 = \sum_{t=1}^T E_0(\tilde{F}_t) \prod_{\tau=1}^t \left[ \frac{1}{1 + E(\tilde{R}_{t\tau})} \right]$$


$$E(\tilde{R}_t) = R_F + (R_M - R_F)\beta_t.$$

Az egyenlet vizsgálata világossá teszi, hogy adott pénzáramtétel bizonytalansága időben változhat, tehát az ugyanarra a pénzáramra vonatkozó diszkontráták az idők folyamán változhatnak. Fama szerint minden periódus kockázata az átértékelt várakozások eredménye, és ez alól csak az utolsó periódus képez kivételt, mert az a kockázat realizálódása.

A 60-as és 70-es évek fordulóján lezajlott vita abban a tekintetben eredményteljes volt, hogy a kockázati korrekció hagyományos változataival szembeállították a CAPM modellen alapuló értékelés célszerűségét. A tőkepiaci értékelés egyensúlyi modelljének tőke-költségvetésbeli alkalmazásáig az irodalomban a bizonyossági egyenértékes módszer elméleti magasabbrendűségét hangsúlyozó vélemény volt az uralkodó. Eserint az egy periódusnál hosszabb időhorizont esetén a beruhá-

zási pénzáramok jelenérték-számítása nem alapozható egyetlen, kockázattal korrigált diszkontrátára. *A diszkontráta korrekcióján alapuló eljárásban egyszerre jut kifejezésre a pénz időértéke és a relatív kockázatosság kifejezésére alkalmas megtérülési prémium. Más szavakkal ezt úgy is kifejezhetjük, hogy egynél több perióduson keresztül működő projekt esetében az idő és a kockázat egyazon korrekciós folyamatban foglaltatik benne.*

Tekintettel arra, hogy az idő és a kockázat a valóságban két elkülönülő változó, így azoknak a korrekciós eljárásban megjelenő helyesbítése elméleti aggályokat vet fel, illetve a kombinált értékpár kifogástalan megválasztását igényli. A tőke-költségvetési irodalomban csaknem kétkedés nélkül elfogadott az a vélemény, hogy a biztonsági egyenértékes módszer nem kombinálja a kockázatot és az időt, sőt inkább elkülönítetten kezeli azokat. Ilyen véleményen van többek között Fama (1977), Myers (1968) és Hertz (1964). *A kockázattal korrigált diszkontrátát ért kritika középpontjában az a kifogás áll, hogy a többperiódusú projekt működés esetén a kamatos kamatozás hatására halmozódik a kockázati prémium, és ennek nyomán a relatív kockázatosság alapján az indokoltnál jobban leértékeljük a projekt által generált pénzáramot.*

Ami a kockázat és az idő kapcsolatát illeti, az elvileg többféle is lehet. Elképzelhető az, hogy a kockázat az idő növekvő függvénye, azaz minél később jelentkezik adott pénzáramtétel, annál kockázatosabbnak kell tekintenünk. Amennyiben mind a kockázatmentes ráta, mind a kockázati prémium időben változatlan, akkor a várható hozamáram konstans kockázattal korrigált ráta melletti diszkontálása burkoltan feltételezi, hogy az egymást követő jövőbeli hozamtételek vélt kockázata konstans ráta mellett növekvő lesz. Ha viszont a burkolt feltevés nem áll fenn (hiszen ez nem logikai szükségszerűség), és ha fontosnak tartjuk a jövőbeli pénzáramok korrekt értékelését, akkor a konstans kockázattal korrigált ráta használata hibás döntésekhez vezetne. Ha a kockázat nem kötődik elválaszthatatlanul az időhöz, akkor az is előfordulhat, hogy a kockázat időben változatlan marad, sőt az sem kizárt, hogy egy későbbi időszak pénzáramának kockázata kisebb egy korábbi periódus hozamának a kockázatánál. Ebben az esetben a kockázat változatlansága vagy csökkenése csak úgy fejezhető ki, ha feladjuk a kockázattal

korrigált diszkontráta konstans jellegére vonatkozó feltevésünket. Látnunk kell, hogy a kockázati prémium halmozódása az idő-kockázat viszony és a kamatos kamatozódás együttes hatására következik be, így az nem tulajdonítható csak az egyik vagy csak a másik befolyásoló tényezőnek. Ha a kockázat nem növekszik az idő múlásával (vagy változatlan marad), akkor a kamatos kamatozás halmozó hatásának ellensúlyozására a kockázattal korrigált diszkontrátának időben csökkenni kell. *A csökkenő vagy negatív kockázati prémium olyan feltevés, amely ellentmond a várható megtérülés-kockázat vonatkoztatási rendszer logikájának, és feloldhatatlan ellentmondásként nehezedik az értékszámítás egész műveletére.* Az idő és a kockázat szerepét elválasztó kamatráta-megoldást az elkerülhetetlen halmozódás miatt sohasem kaphatunk. Az idő és a kockázat hatása kideríthetetlenül egybeolvad, és ez az akadálya a csak a kockázatot kifejező kamatráta-meghatározásnak. Az idő kockázati prémiumot halmozó hatása akkor okoz kevesebb gondot, ha a kockázat az idő pozitív függvénye, mindazonáltal egzakt formulát akkor sem kaphatunk a kockázatot pontosan tükröző diszkontráta meghatározásához.

A leírtakból kitűnik, hogy a kockázati korrekcióban a fő gondot a kockázat időbeli alakulásának kezelése okozza. A projekt konstans vagy csökkenő kockázatoságának feltételezése mellett, a tőkepiaci értékelés egyensúlyi modellje alkalmas a kockázat halmozódásának a kiszűrésére. Ekkor a bizonytalan pénzáram kockázati korrekciója meghatározott összegű kockázati prémium levonásával történik  $[\lambda COV(CF_p, R_M)]$ . A CAPM modell kiemelkedően fontos jellemzője, hogy a segítségével elvégzett kockázati korrekció során nem kell tartani a kockázati prémium indokolatlan halmozódásától. E képesség értékét csak az csökkentheti, hogy a CAPM modell valójában egyperiódusú kockázati korrekcióra alkalmas.

A CAPM modellre alapozott kockázati korrekció jól láthatóan nem oldja meg az időben változó kockázati prémium problémáját, mégis lépést jelent előre, a kockázati korrekció dinamizálása útján. Ahhoz, hogy a modellt többperiódusú környezetben alkalmazhassuk, azt kell feltételezni, hogy a releváns béta tényező állandó, vagy pedig meg kell kísérelni a periódusonként változó béták becslését.

A CAPM modell többperiódusú változatának tőke-költségvetésbeli alkalmazása Myers és Turnbull (1977) nevéhez fűződik. Az általuk kifejlesztett értékelési módszerből kitűnik, hogy a beruházási projektek értékelésében két különböző kockázati forrás létezik. Az egyik a mindenkor következő időszak pénzáramának valós nagyságához kapcsolódik; a másik kockázati forrás a várakozások korrigálásához. Ők a béta instabilitásának vizsgálata helyett a pénzáram korrekciójára helyezték a hangsúlyt, a folyamatos kiigazítást az adaptív várakozások módszerére alapozva. Modelljükben a rekurzív módon korrigált pénzáramok és a komplex diszkonttényező formulája egyaránt kockázatmentes rátán alapszik. *Amennyiben a CAPM modellre alapozzuk a kockázati korrekciót, akkor mentesülünk a kockázati prémium halmozódásának veszélyétől, ugyanakkor a modell egyperiódusú jellegéből adódóan, újabb gondok elé kerülünk.* Feltételeznünk kell a modell változóinak ( $\beta$ ,  $\lambda$ ,  $r_p$ ) időbeli változatlanságát, és válaszolnunk kell a várakozások újraértékelése által keltett kihívásokra is. A tőke-költségvetési számításokban alkalmazott korrekció hagyományos (a CAPM modell megjelenése előtti) gondolatmenetéből mind ez ideig nem sikerült megoldást találni az időben változó kockázati prémium pontos lefutására, bár reménykeltő kísérletek voltak: Bohren (1983), Dyson–Berry (1983).

## Egy lehetséges alternatíva: a reálopció

Beruházási lehetőségei értékeléséhez a döntéshozó a diszkontált pénzárambecslés módszerét alkalmazza. Függő beruházási döntések értékelésekor a diszkontált pénzáram-megközelítés dilemmát okoz; nincs ugyanis olyan diszkontráta, amely a jövőbeli változó kockázatú pénzáramokat megfelelően vetítené a jelenbe. Az alkalmas diszkontráta megválasztásának dilemmája sokakat próba elé állított. Samuelson (1965) is kísérletet tett a jövőbeli árak-hozamok diszkontálásához alkalmazott kamatráta és ennek részeként a kockázati prémium kiszámítására, ez azonban nem járt eredménnyel. *A bizonytalan piaci mozgásokat ellentételező kockázati prémium meghatározhatatlannak bizonyult, mivel e problémának a hagyományos diszkontált pénzárambecslés keretei között nincs megoldása.*

Samuelson felismerte, hogy a függő befektetések kifizetési grafikonja megtörik, és ugyancsak hangsúlyozta a kockázatos kifizetések jelenbe vetítésének szükségességét, nagy jelentőségű műve azonban nem oldotta meg a diszkontráta-dilemmát. A Black (1972), Scholes (1972) és Merton (1977) által kidolgozott megoldás radikális eltávolodást jelentett a diszkontált pénzáram-megközelítéstől. Ők azokra a tényezőkre összpontosították figyelmüket, amelyek időben változtatják egy függő befektetés értékét. Két kérdés feltevése indokolt az érték változásával összefüggésben. Mennyi a függő befektetés értéke megszerzése időpontjában? Mennyi egy kevésel később, ha az alapul szolgáló eszköz ára közötti dinamikus kapcsolatot parciális differenciaegyenlet írja le, amely több változó egyidejű módosulását tükrözi. Black jött rá arra, hogy az opció értéke nem függ az alapul szolgáló értékpapír megtérülési rátájától vagy a megtérülés bármely indikátorától. 1969 végén Black leírta a parciális differenciálegyenletet, és Scholesszal együtt felírta az opció értékének egyegyenletes megoldását, amelyet ma Black–Scholes-formulaként ismerünk.

$$C = S[N(d_1)] - K \cdot e^{-r_f} \cdot [N(d_2)]$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + [r_f + (\sigma^2/2)] \cdot t}{\sigma\sqrt{t}}$$

(Az  $N(d)$  a standard normál véletlen változó kumulált valószínűség-eloszlási függvénye.)

1970-ben Merton felismerte, hogy a létrehozott opció nem sértheti meg az „egy ár” törvényét, azaz arbitrázsmentes kell, hogy legyen. Black, Scholes és Merton áttöréssel megközelítéssel kezelte a diszkontráta problémáját. *Éleslátásuk lehetővé tette annak felismerését, hogy a kockázati prémium becsült értékének meghatározására nincs is szükség, mert az kritikus inputként benne foglaltatik a részvényárban, amely az opciós formula egyik fő komponense.* A piac a kockázatosabb értékpapír árat tartósan annak jövőbeli értéke alá szorítja a kereskedés során, szemben a stabilabb értékpapírok árával, és ez a különbség szolgál benne foglalt kockázatoság pré-

miumaként. Black, Scholes és Merton opcióárazási formulát alkotott, amely egy hipotetikus portfólió konstruálására alapult. Ebben az utánzó-másoló portfólióban az alapul szolgáló részvény árváltozását pontosan ellentételezte a részvényre kiírt opció értékváltozása, egyfajta lefedezési stratégia (hedging) keretében. A részvényárak kockázatának lefedezésére a befektető két opciót vásárolhat az általa birtokolt részvények minden egysége mellé, és ekkor a profit éppen ellensúlyozza a veszteséget. Ez a lefedezési ügylet olyan kockázatmentes portfóliót hoz létre, amelynek megtérülése éppen azonos a kockázatmentes kincstárjegyekével. A részvényárfolyam változásának hatására a befektető a portfólió összetételének állandó kiigazítására kényszerül, mert csak így biztosítható a portfólió kockázatmentessége. A Black–Scholes-formula parciális differenciálegyenletekkel származtatott modell, annak az opciónak a méltányos ára, amely kockázatos megtérülést biztosít a lefedezési portfólió segítségével. Az egyenlet megoldható volt, ha ismerték a részvényárat, a kockázatmentes kamatrátát és az opció lejáratát. Az egyetlen változó, amely nem állt készen, az a piaci volatilitás volt, ezt az értéket azonban becsülni lehetett a múltbeli ármozgásokból. Az opciókat vásárló befektetők gyakorlatilag volatilitást vásárolnak függetlenül attól, hogy a piaci turbulencián akarnak spekulálni, vagy azok ellen akarnak védekezni. Minél nagyobb a piaci árak igazodása, annál többet ér az opció. Egy befektető, aki vételi opcióval spekulál, csak a prémiumnak nevezett vételi költséget veszítheti el, ha a részvény nem éri el azt az árfolyamot, amelynél a vásárló élne a vételi jogával. Ezzel ellentétben, ha a részvény ára túlfut a kötési áron, akkor a profitpotenciál korlátlanul nagy lesz.

*Az opcióértékelési modell megalkotásával gyökeresen megváltozott a kockázat szerepének kezelése az értékelési folyamatban. A jövőbeli kockázatos pénzáramokat kisebbítő-leértékelő korrekció helyére olyan számítási eljárás került, amelyben a kockázat többletérték forrása, azaz a kockázatosság növekedése emeli a bizonytalan pénzáram értékét. A kérdés az, hogy az opcióértékelési modell adaptálható-e a dologi tőkeberuházási projektekre is. Először Myers (1977) érzett rá arra, hogy a vállalatokat a rendelkezésre álló eszközök portfóliójaként és reáleszközökre vonatkozó opciókként (vagy be-*



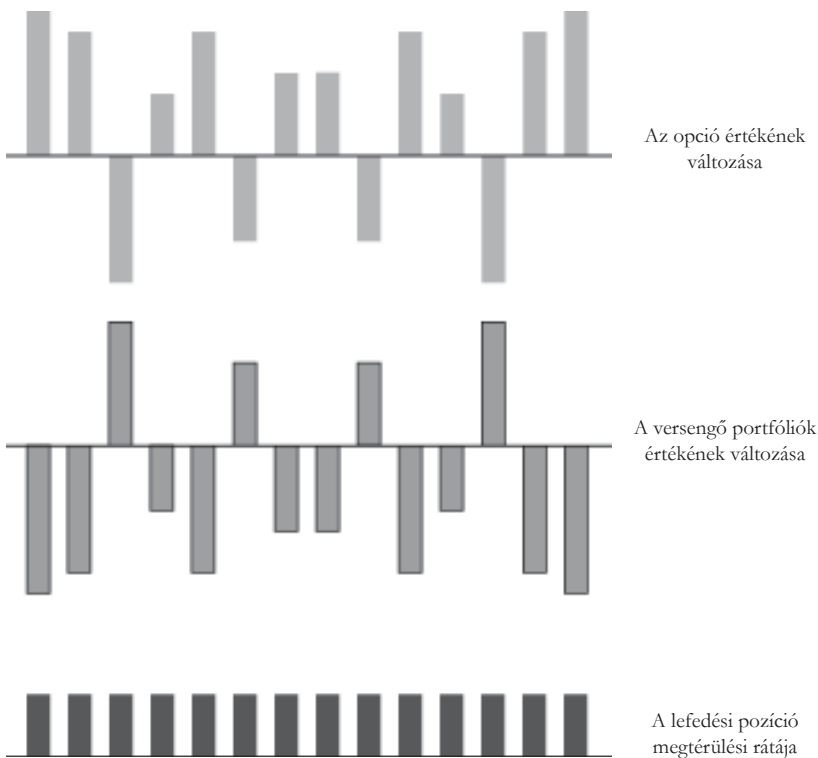
ruházási lehetőségekként) is fel lehet fogni. A reálopció-értékelés alapjait Mason és Merton (1985), valamint Kulatilaka és Marcus (1988) írta le. Robichek és Van Horne (1969) cikke óta tudott volt, hogy a hagyományos pénzáram-diszkontálási modellel nem magyarázható meg a projekt időközi leállításának (elvetési) opciója. Brennan és Schwarz (1985) megerősítette, hogy a klasszikus szemlélet nem nyújt módot a kockázat hatásának figyelembevételére, kivéve a diszkontráta ad hoc korrekcióját. *A reálopció értékelési módszer az utolsó kísérlet annak felismerésére, hogy az idő múlásával az új információ és a döntéshozói alkalmazkodóképesség képes megerősíteni egy vállalat növekedési potenciálját és csökkenteni a veszteségeket.*

A reálopciók bemutatásának legegyszerűbb módszere a reálopciók és a részvényopciók összehasonlítása. A részvényopció jogot ad egy részvénycsomag előre meghatározott áron történő megvásárlására. A reálopció egy elkészült projekt „megvásárlására” ad jogot, a megvalósítási költségekkel azonos áron. A részvényopciók esetében az alapul szolgáló részvényt forgalmazzák, ennek piaci árát folyamatosan figyelni lehet. A még el nem készült projektet nyilvánvalóan nem forgalmazzák, és piaci értéke is ismeretlen (esetleg becsülhető). Az opcióértékelés módszerének legfontosabb feltevéseit ki kellett terjeszteni a reálopciók világára; ezek a következők:

- létezik egy azonos kockázatú, forgalmazott értékpapír vagy a forgalmazott értékpapírok követő-utánzó portfóliója (Black–Scholes 1973);
- a befejezett projekt piaci értéke annak ellenére becsülhető a várható pénzáramok alapján, hogy a piaci adásvétel hiánya miatt értéke nem figyelhető meg (Majol–Pyndick 1987);
- a befejezett projekt piaci értéke geometrikus Brown-mozgásnak megfelelő pályát ír le (Sick 1989).

Ahogy a részvényopció értéke a lejáratú idő és az alapul szolgáló részvény piaci értékének a függvénye, így a reálopció is a lejáratú idő és a befejezett projekt piaci értékének a függvénye.

Black, Scholes és Merton az opció értékét az opcióval azonos pénzáramú utánzó-másoló portfólió felépítésére alapozta. Az „egy ár törvénye” értelmében, ha két eszköznek azonos jövőbeni pénzárama van, akkor jelenértéküknek is azonosnak kell lennie. A modell felhasználja ezt az arbitrázmentes helyzetet annak dinamikus érvényesítésére, hogy az opció értéke kiegyenlíti a portfólió értékét a részvényárak változásakor. E dinamikus versengésnek nevezett folyamatot az 1. ábra írja le (Amram–Kulatilaka 1992).

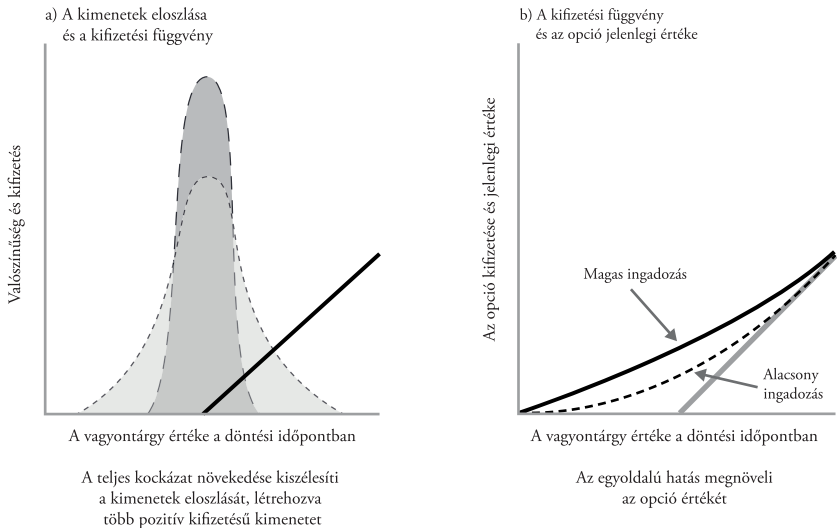


1. ábra. A dinamikus versengés ábrája

Minden rövid időintervallumban egy opció értékének változása pontos el-  
lentételezése az utánzó-másoló portfólió értékváltozásának, amely a lefedési  
pozícióban konstans kockázatmentes megtérülést eredményez. A dinamikus ver-  
sengés, folyamatosan felrészítve az utánzó-másoló portfólió összetételét, fenntartja a kockázatmentes megtérülést. Feltételezzük, hogy az opció pénzárama ismert, és az utánzó-másoló portfóliót úgy építették fel, hogy tökéletesen tükörözze az opció értékének változását, rövid időintervallumon belül. Az opció és az utánzó-másoló portfólió lefedési pozícióban egymás ellentételeként jelenik meg. Feltételezve, hogy az eszköz értéke megváltozik, az opció értékében bekövetkezett változást kiegyenlíti az utánzó-másoló portfólió értékében bekövetkező változás. *Ennek következményeként a lefedési pozíció független lesz az alapul szolgáló eszköz árfluktuációjától. A lefedési pozíciónak nincs más bizonytalanság forrása, így kockázatmentes megtérülés biztosítható.* A dinamikus versengés által meghatározott opció értéke garantálja, hogy az opció és az utánzó-másoló portfólió között ne alakulhasson ki arbitrázslehetőség.

Egy opció értéke egyenesen arányos a függő döntés pénzáramával, a döntési idő hosszúságával és a volatilitással. A 2. ábra azt szemlélteti, hogy a teljes kockázat növekedése megnöveli az opció értékét, ha minden egyéb tényező változatlan.

Az ábra (a) részében a kimenetek kétféle eloszlása mellett megjelenik a kifizetési függvény is. Ha a volatilitás magas, akkor a kimenetek szóródása szélesebb sávra terjed ki. A magasabb volatilitás magasabb opcióértéket biztosít, és ezt az ábra (b) része szemlélteti. A tört grafikonnal illusztrált kifizetési függvény egyoldali hatást vált ki a volatilitásban. A magasabb változékonyság nagyobb rossz kimenetesélyhez vezet, de a veszteségek korlátozottak. A magasabb volatilitás nagyobb jó kimenetesélyhez is vezet, és ezáltal értéket teremt. Látható, hogy az áringadozás változékonysága vagy egyértelműen a teljes kockázat az opció értékének kulcsfontosságú determinánusa.



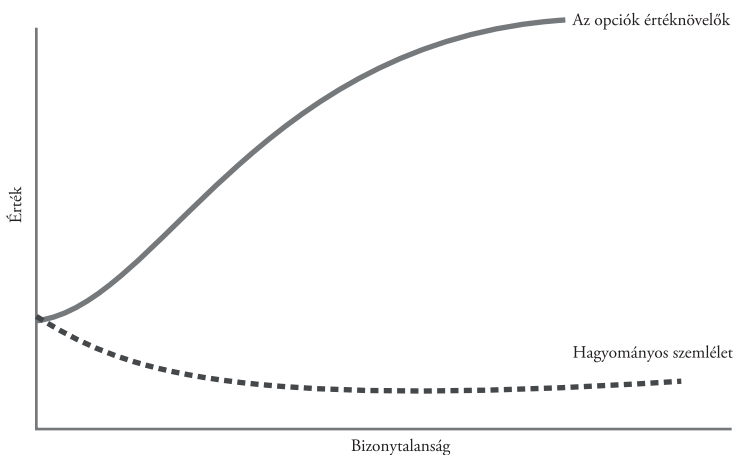
2. ábra. A teljes kockázat és az opció-érték kapcsolata

Copeland és Antikarov (2001) azzal a feltevéssel él, hogy az eszköz jövőbeni pénzárama geometrikus Brown-mozgást követ. Érvelésüket Samuelson (1965) azon bizonyítására építik, hogy az eszköz előre jelzett árai véletlenszerűen ingadoznak, és ezért az eszköz értékében bekövetkező változás véletlenszerű utat követ akkor is, ha a mögöttes folyamatokat befolyásoló pénzáramok nem véletlenszerűek. Copeland és Antikarov azt mondja, hogy „még a reálopciók projektek pénzáramait befolyásoló legkomplexebb bizonytalanságsorozatok is egyetlen bizonytalanságra vezethetők vissza, a projekt értékének időbeli változékonyságára...”

Samuelson bebizonyítja, hogy a helyesen előre jelzett árak véletlenszerű ingadozása, függetlenül a jövőbeli pénzáramok véletlenszerű lefutásának rendhagyó jellegétől, véletlenszerű utat követ, konstans volatilitással.

## A bizonytalanság feloldása

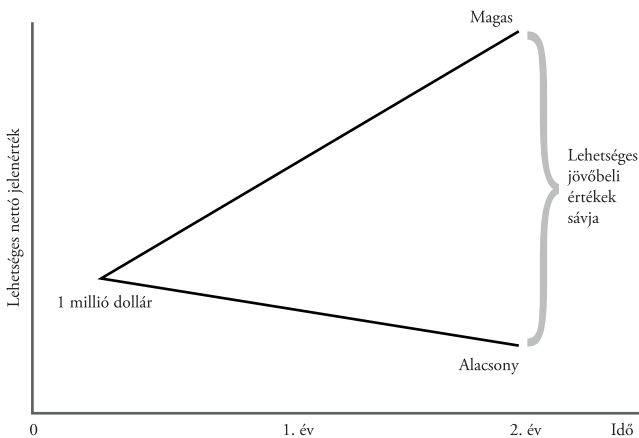
Ha egy jövőbeli döntés bizonytalan, akkor a döntéshozókat azok a lehetséges kimenetek érdeklik, amelyeket a döntés elérézésekor a kockázatos változók felvehetnek. Ebben az összefüggésben kulcsfontosságú az idő és a bizonytalanság közötti kapcsolat. A 3. ábra az egyik legfontosabb gondolkodásbeli váltást szemlélteti a reálopciók megközelítéssel összefüggésben. A bizonytalanság lehetőséget teremt, ezért a döntéshozóknak nem félniük, hanem üdvözölniük kellene a bizonytalanságot.



3. ábra. A bizonytalanság megnöveli a vagyónértéket

A hagyományos szemléletben a bizonytalanság magasabb szintje csökkentette az eszköz értékét. A reálopciók megközelítés azt mutatja, hogy magasabb bizonytalanság magasabb eszközértékhez vezethet, ha a döntéshozók a kibontakozó lehetőségekre – flexibilis válaszként – azonosítják és érvényesítik az opciókat.

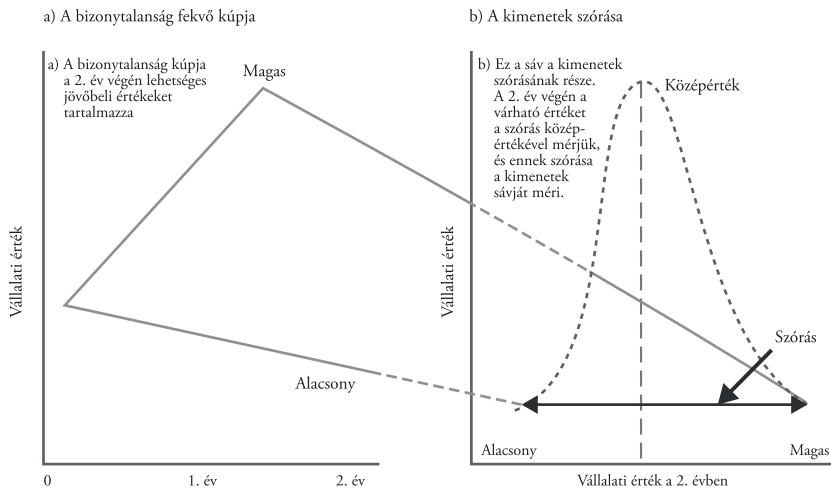
Az alábbi 4. ábra a bizonytalanság kúpját jeleníti meg. Az ábra azt szemlélteti, hogy miként válaszolható meg egy értékkel kapcsolatos kérdés, opció hiányában. Feltételezzük, hogy a vállalat jelenlegi értéke 1 millió dollár. Mekkora érték lehetséges két év múlva? A kúp bal oldali pontja a vállalat jelenlegi értékét mutatja, és ahogy a jövőbe nézünk, a lehetséges kimenetek sávja kiszélesedik. A kimenetek sávjának szélessége az időtáv hosszától függ. A fekvő kúp felfelé tartó szára azt a várakozást szemlélteti, hogy a vállalat értéke nőni fog két év alatt. A bizonytalanság kúpja az érték időbeli alakulásának rajza. A példában a bizonytalanság az idők folyamán növekvő és a következő két év során várható pozitív megtérülési ráta a kúpnak pozitív meredekséget kölcsönöz.



4. ábra. A bizonytalanság kúpja

Ahogy a vállalat értéke fejlődik, vagy időben változik, a kúp által jelölt legmagasabb vagy legalacsonyabb értékek nagyon valószínűtlenek. Az alábbi 5. ábra azt szemlélteti, hogy bizonytalan változó időbeni fejlődése milyen kapcsolatban van a kimenetek eloszlásával az időtáv végén.

Ahogy az 5 (b) ábra mutatja, két év elteltével a vállalat értéke valószínűleg a sáv közepe körül lesz. Sok stratégiai beruházás egy opcióorozattal együtt jelenik

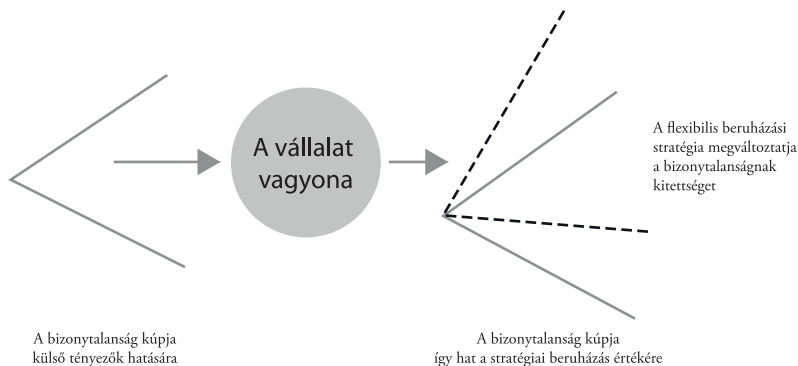


5. ábra. A bizonytalanság feloldása két nézetből

meg, amelyek döntési pontjai a bizonytalansági kúp belsejébe esnek, mielőtt a vég-ső opció döntési időpontjában a kúp véget érne. Minden belső döntési pontnál a kimenetek eloszlását arra az időpontra a kúp „elszelésével” kapjuk meg.

A két év során a vállalat értéke várhatóan bizonyos rátával növekedik. Minden év növekedési rátája alapvetően bizonytalan, ezt a volatilitással mérjük, azaz a várható megtérülés szórásával. *A reálopciók megközelítés az értékelésben és a döntéshozatalban összekapcsolja az idő hatását és a bizonytalanságot, így természetesen fókuszál a volatilitásra, azaz a növekedési ráták bizonytalanságának a sávjára.*

A 6. ábra azt mutatja, hogy miként hat a külső bizonytalanság a vállalat vagyona. A vagyon bizonytalanságnak kitettsége vagy érzékenysége meghatározza a bizonytalanság nagyságát és formáját a stratégiai beruházás értékére. Ahogy egy beruházás reálopcióit azonosítják és menedzselik, a vállalat vagyona által generált bizonytalanság kúpja tovább emelkedik felfelé, megnövelve a stratégiai beruházás várható értékét.



6. ábra. A reálopciók jelenléte megváltoztatja a külső bizonytalansággal szembeni kitettséget

Egy beruházási projekt befejezésének eldöntése feltételes beruházási döntés, amely a bizonytalan kimenettől függ. Jövőbeli feltételes döntéseket tartalmazó beruházási lehetőségek értékelése nehéz, de az értékelés reálopciók megközelítéssel elérhető. Az opciók mindig megtörik a projekt kifizetési görbéjét. A nem lineáris forma a bizonytalanság értékalkotó képességét illusztrálja.

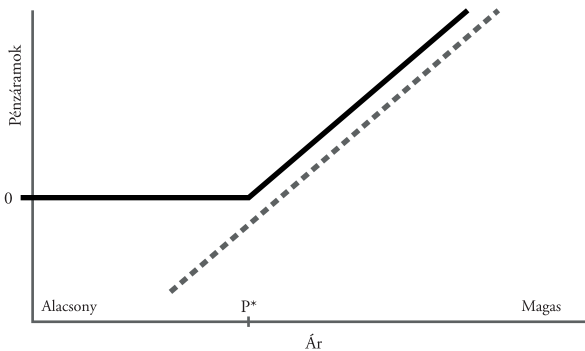
A szaggatott vonal az ártól függetlenül megvalósuló döntés kifizetését szemlélteti, amely a hagyományos eszközben benne foglaltatik. Ha élünk a reálopcióval, akkor a magas volatilitásszintek a döntési időpontban széles sávú kimenetekre változnak. *A kifizetési görbe törése egyoldalú hatás létrehozója: az értékpotenciál növekedést mutat, egy nagy összegű kimenet esélyét, a potenciális veszteségeknél azonban nincs növekedés.* A megtört kimeneti görbével jellemezhető beruházások nyernek a bizonytalanságból.

A hagyományos értékelési eszközök alábecsülik a növekedési opciókat tartalmazó beruházásokat, és azok a vállalatok, amelyek ezekre az eszközökre támaszkodnak, kevesebb beruházással korlátozhatják növekedésüket. Melyek a növekedési opciók értékforrásai? A bizonytalanság és a vállalat képessége a feltétele annak, hogy megfeleljen ezeknek. A növekedés gyakran magas bizonytalansá-



gú környezetben megy végbe, és a stratégiai beruházások akkor a legértékesebbek, amikor opciókkal társulnak. Például a veszteségek elkerülhetők, ha halasztási vagy elvetési opciót érvényesítünk. Az ilyen védelem sértetlenül hagyja az értékes potenciált, és úgy pozicionálja a vállalatot, hogy növekedésének értéke legyen.

A hagyományos értékelési eszközök akkor használhatók, ha a jövőbeli változások előre láthatók. Reálopció elemzésre jelentős mérvű bizonytalanság esetén lehet szükség. Reálopció elemzésben a trendre különböző inputokat használnak, és a trend bizonytalan ingadozásait veszik figyelembe. A reálopció megközelítés nem mindig szükséges. Egyes döntések nem kívánnak különösebb gondolkodást – a beruházás vagy hihetetlenül értékes, vagy teljesen értéktelen, és a reálopció elemzés nem változtatna az eredményen. Sok döntés azonban a szürke zónába esik, megerőltető gondolkodást igényel, és itt segíthet a reálopció megközelítés. A hagyományos eszközök akkor működnek jól, ha egyáltalán nincs opció, vagy van, de nagyon kicsi a bizonytalanság. Annak ellenére, hogy mindenhol van bizonytalanság, néhány projekt bizonytalanságának a következménye elég kicsi ahhoz, hogy elhanyagolható legyen.



7. ábra. Vállalati kifizetési diagram hagyományos esetben és reálopcióval

*A visszafordíthatatlan beruházások pontos, előretekintő elemzést követelnek, mert ha az eszközök már megvannak, akkor a beruházást nem lehet visszafordítani anélkül, hogy ne veszítene sokat az értékéből. A visszafordíthatatlan beruházásokat gyakran a projekt késleltetésével menedzselik mindaddig, amíg a jelentős mértékű bizonytalanság megoldódik, vagy fázisokra bontják a beruházást. Egy visszafordíthatatlan beruházás értéke a vele járó opcióval nagyobb, mint amelyet hagyományos eszközökkel fel lehet ismerni, mert az opciók ellensúlyozzák a veszteségeket.*

*A kockázat és az idő ugyanannak az éremnek két oldala, ha nem lenne jövő, akkor nem lenne kockázat sem. Az idő átalakítja a kockázatot, és a kockázat természetét az idő alakítja: a jövő a döntéshozók számára lehetőséget adó játéktér. Az idő jobban számít, ha a döntések visszafordíthatatlanok, a visszafordíthatatlanság a döntések fő alakítója.*

## Záró gondolatok

A kockázat és bizonytalanság szerepváltozása az ellenkező látszattal szemben ugyanabban a vonatkoztatási mezőben ment végbe. Eszerint nem gondolhatjuk azt, hogy a kockázat értékforrásként tételezése csak az opciók világában történhet. Egész pontosan az opció értéke legszorosabb kapcsolatban az alapul szolgáló eszköz értékével van. Amiért a döntéshozó jutalmat kaphat a reáltoke-beruházás halasztásáért (késleltetéséért, elvetéséért stb.), az az a flexibilitás, amely lehetővé teszi az ismeretek és az informáltság javítását. *A kockázat és a bizonytalanság mindig is a döntéssel kapcsolatos tudás korlátozottságához kapcsolódott, amely a „most vagy semmi-kor máskor” típusú beruházási döntéseknél a balaszthatatlanság miatt vált az értékerőző forrásává. A reálopció idődimenziót ad az informálódáshoz, és ezáltal csökkenthető-elkerülhetővé teszi a jövőbeli veszteséget, ugyanakkor jelentősen megnöveli az értékalkotó potenciált.* Talán tévednénk, ha azt gondolnánk, hogy a kockázat értékelésbeli pálfordulása kizárólag annak tulajdonítható, hogy megoldást kellett keresni a kockázat számszerűsítési problémáira. Az opciós elmélet belső logikájából olyan megoldás következik, amelyben az idő és a kockázat konfúzus kombinálódása nem fenyeget. A Black–Scholes–Merton-modell megjelenése előtt (és azt követően sem)

egyetlen értékelési konstrukció sem volt mentes az idő és a kockázat összekeveredésétől. E modell nem törekszik a jövőbeli ismeretlen hozam becslésére, és azt a diszkontált és a kockázatmentes rátára alapozza. A dolgozatban nem vizsgált Kahneman–Tversky-féle (1982) kilátáselmélet a kockázatsemlegesség feltételezésével még tovább megy a tradicionális kockázati szerepfelfogással való szakításban.

Ha a kockázat és bizonytalanság szerepének tradicionális felfogásában a befektetés jövőjével kapcsolatos korlátozott tudás az értéket lefelé korrigálta, akkor indokoltnak kell tekintenünk a tanulási folyamat eredményeinek a jutalmazását. A reálopció sohasem az elhibázott beruházási döntés apológiáját szolgálja, hanem a döntés minőségének a javítását. *A jövőbeli változó kockázat hatásainak, jelenbe vetítése olyan modellel volt elérhető, amely tökéletesen elválasztja egymástól az időt és a kockázatot. Az opciós elmélet alapmodellje elvileg képes a beruházás jövőbeli eredményei összes lehetséges kimenetének egyidejű számításba vételére és ennek révén a bizonytalanság számszerűsítésére. Igazán értékként a bizonytalanság megoldódása vált, és ebben az idő egyértelműen pozitív szerepet játszik. A „most vagy semmikor máskor” döntésnek nincs önkorrektív potenciálja, ott a döntéshozó elszívja a korlátozott tudás okozta hátrányokat.* Az idő azonban egy másik irányban is hat, és ez a bizonytalanság megoldódásának az esélye. Egyik oldalról tehát az ismeretlen jövő a becsült értéket lefelé korrigálja, másik oldalról azonban játékeret nyit a döntési korrekcióhoz.

A „minél kockázatosabb, annál értékesebb” kitétel a beruházási döntés halasztásának (késleltetésének, időzítésének vagy elvetésének) lehetőségéhez és annak kihasználásához kötődik. Ez a többletérték a beruházási döntés felismert (vagy fel nem ismert) inherens sajátossága, és a jövőbeli kimenetek „konstruktív kezelésének” a jutalma. Míg a kockázat tradicionális felfogása alapján a jövőbeli bizonytalanság ellen védekezni akarnak, azt lefedezni szándékoznak, addig az opciók világában a kockázatot és bizonytalanságot az értékgyarapodás szolgálatába állítják. A leírak alapján arra következtethetünk, hogy a kockázat szerepváltozása többet jelent a „jelenleg nem profitábilis, de a jövőben ígéretes” stratégiai felfogás elfogadásánál. Az érték reális becsléséhez-mérlegeléséhez a kockázat hiteles

kezelésére van szükség. A reálopciók elmélettel a kockázati korrekció tartalma és módja változott meg gyökeresen. Amíg a tradicionális elvű korrekció az egyes kimenetek, kockázatok ad hoc megragadására volt képes, addig a standard normális kumulatív valószínűség indikátorával a kimenetek teljes lehetséges köre megragadható. A korrekció tartalmi és módszerbeli átalakulása nyitott utat a kockázat gyökeres szerepváltásához. Az érték idő szerinti korrekciója a kamat révén zavar nélkül megoldódik, a kockázati prémium segítségével végbevitt helyesbítés azonban csak úgy volt lehetséges, hogy a kockázat szerepe is átértékelődött, a tradicionális felfogással szembe fordulást eredményezve.

## Irodalom

- Amram, M.–  
Kulatilaka, N. 1999 *Real Options: Managing Strategic Investment in an Uncertain World*. Harvard Business School Press, Boston.
- Arrow, K. 1953 The Role of Securities in the Optimal Allocation of Risk-Bearing. Reprinted in 1964. *Review of Economic Studies* 31, 91–96.
- Bachelier, L. 1900 Theory of Speculation. In: Cootner, P. H. (ed.): *The Random Character of Stock Market Prices*. MIT Press, Cambridge, 1964, 17–78.
- Baumol, W. 1968 *Közgazdaságtan és operációanalízis*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
- Bernoulli, D. 1738 Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk. *Econometrica* 1954, 23–36.
- Bernoulli, I. 1713 *Ars Conjectandi*. Basel.
- Black, F. 1972 Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing. *Journal of Business*, July, 444–454.
- Black, F.–  
Scholes, M. 1973 The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, May–June, 637–654.
- Bogue, M. C.–Roll, R. 1974 Capital Budgeting of risky projects with „Imperfect” markets of physical capital. *Journal of Finance*, May, 601–613.
- Bohren, O. 1983 Bounding certainty equivalent factors and risk adjusted discount rates. *Journal of Business Finance and Accounting* 10, 139–155.
- Borison, A. 2003 *Real Options Analysis: Where are the Emperor's Clothes?* Stanford University.
- Brennan, M. I.–  
Schwarz, E. S. 1985 Evaluating Natural Resource Investments. *Journal of Business* 2, 135–157.
- Copeland, T.–  
Antikarov, V. 2001 *Real Options: A Practitioner's Guide*. New York.
- Cowles, A. 1933 Can Stock Market Forecasters Forecast. *Econometrica*, July, 309–324.

- Cowles, A. 1937 Some Posterior Probabilities in Stock Market Action. *Econometrica*, July, 280–294.
- Davidson, P. 1982 Expectations: A fallacious foundation crucial decision-making processes. *Journal of Post Keynesian Economics* 5, 182–197.
- de Finetti, B. 1931 Sul significato della probabilità. *Fundamenta Mathematicae* 17, 298–329.
- de Finetti, B. 1937 *Foresight: its logical laws, its subjective sources. Studies in Subjective Probability.* Wiley, New York.
- Debreu, G. 1959 *Theory of Value: An axiomatic analysis of economic equilibrium.* Yale University Press, New Haven.
- Dyson, R. G.– Berry, R. H. 1983 On the negative risk premium for risk adjusted discount rates: a replay. *Journal of Business Finance and Accounting* 10, 157–159.
- Fama, E. 1977 Risk Adjusted Discount Rates and Capital Budgeting under Uncertainty. *Journal of Financial Economics*, August, 1–24.
- Fisher, I. 1906 *The Nature of Capital and Income.* Macmillan, New York.
- Fisher, I. 1930 *The Theory of Interest.* 1954 reprint Valley and MacMillan, New York.
- Friedman, M.– Savage, L. I. 1954 The Utility Analysis of Choices Involving Risk. *Journal of Political Economy* 62, 279–304.
- Good, L. I. 1950 *Probability and the Weighing of Evidence.* Charles Griffin, London.
- Good, L. I. 1962 *Good Thinking: The foundations of probability and its applications.* University of Minnesota Press.
- Hamada, R. S. 1971 Investment Decisions with a Mean-Variance Approach. *Quarterly Journal of Economics*, November, 667–683.
- Harsányi, J. 1968 Games with Incomplete Information Played by “Bayesian” Players I–II–III. *Management Science* 14 (3) 159–182.
- Hertz, D. B. 1964 Risk analysis in capital investment. *Harvard Business Review*, January-February, 95–106.
- Hicks, I. 1931 The Theory of Uncertainty and Profit. *Economica* 11, 170–189.
- Hicks, I. 1934 A Reconsideration of the Theory of Value. *Economica*, 52–75.
- Hicks, I. 1935 A Suggestion for Simplifying the Theory of Money. *Economica*, 1–19.
- Hicks, I. 1936 Distribution and Economic Progress: a revised version. *Review of Economic Studies* 4 (1) 1–12.
- Hicks, I. 1939 *Value and Capital: An inquiry into some fundamental principles of Economic Theory.* Oxford Clarendon Press.
- Hirshleifer, I. 1961 Risk, the Discount Rate and Investment Decisions. *American Economic Review*, May, 112–120.
- Hirshleifer, I. 1965 Investment Decision under Uncertainty: Choice-theoretic approaches. *Quarterly Journal of Economics* 79, 509–536.
- Kahneman, D.– Tversky, A. 1979 Prospect Theory: an Analysis of Decision under Risk. *Econometrica* 47 (2) 263–291.
- Kaldor, N. 1939 Speculation and Economic Stability. *Review of Economic Studies* 7, 1–27.

- Kendall, M. G. 1956 The beginnings of a Probability. *Calculus Biometrica* 43, 1–14.
- Keynes, I. M. 1921 *A Treatise on Probability*. 1973 ed., Collected Writings, St Martins, New York.
- Keynes, I. M. 1930 *A Treatise of Money*. Mac Millan, London.
- Keynes, I. M. 1936 *The General Theory of Employment, Interest and Money*. 1964, reprint, Harcourt Brace, New York.
- Keynes, I. M. 1937 The General Theory of Employment. *Quarterly Journal of Economics* 51 209–223.
- Knight, F. H. 1921 *Risk, Uncertainty and Profit*. 1933, reprint, School of Economics, London.
- Koopman, B. O. 1940 The Axioms and Algebra of Intuitive Probability. *Annals of Mathematics* 41, 269–292.
- Kulatilaka, N.– Marcus, A. 1988 General Formulation of Corporate Real Options. *Research in Finance* 7, 183–199.
- Laplace, P. S. 1795 *A Philosophical Essay on Probabilities*. 1951, translation, Dover, New York.
- Lintner, I. 1965 Security Prices, Risk and Maximal Gains from Diversification. *Journal of Finance*, December, 587–615.
- Litzenberger, R. H.– Budd, A. P. 1970 Corporate Investment Criteria and the Valuation of Risky Assets. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, December, 395–419.
- Logue–Merville 1972 Financial Policy and Market Expectations. *Financial Management*, Summer.
- Majd, S.–Pyndick, R. 1987 Time to build option value, and investment decisions. *Journal of Financial Economics* 1, 7–27.
- Mandelbrot, B. 1966 Forecasts of Future Prices, Unbiased Markets and Martingale Models. *Journal of Business*, January, 242–255.
- Mandron, A. 2000 A Project Evaluation: Theory and Practice. *The Current State of Business Disciplines*, 3, 997–1017.
- Markowitz, H. 1952 Portfolio Selection. *Journal of Finance* 7, 77–91.
- Markowitz, H. 1959 *Portfolio Selection: Efficient diversification of investment*. Yale University Press, New Haven Co.
- Marschak, I. 1938 Money and Theory of Assets. *Econometrica* 6, 311–325.
- Marschak, I. 1939 Rational Behavior, Uncertain Prospects and Measurable Utility. *Econometrica* 18, 111–141.
- Mason-Merton, M. 1985 The rule of contingent claims analysis in corporate finance. In: Home-wood, I. L. (eds): *Recent Advances in Corporate Finance*. Richard D. Irvin, 7–54.
- Merton, M. 1977 On the Pricing of Contingent Claims and the Modigliani-Miller Theorem. *Journal of Financial Economics*, November, 241–249.
- Mises, L. 1928 *Probability, Statistics and Truth*. 1954 translation, Macmillan, New York.
- Mossin, J. 1966 Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica*, October, 768–783.
- Mossin, J. 1969 Security Pricing and Investment Criteria in Competitive Markets. *American Economic Review*, December, 749–756.

- Myers, S. C. 1968 Procedures for Capital Budgeting under Uncertainty. *Industrial Management Review*, Spring, 1–20.
- Myers, S. C.– Turnbull 1977 Capital Budgeting and the Capital Asset Pricing Model: Good News and Bad News. *Journal of Finance*, May, 321–332.
- Neumann, I.– Morgenstern, O. 1944 *Theory of Games and Economics Behavior*. 1953 edition, Princeton University Press, Princeton, NJ,
- Pixit, A.–Pyndick, R. 1994 *Investment under Uncertainty*. Princeton University Press.
- Pratt, I. W. 1964 Risk Aversion in the Small and in the Large. *Econometrica* 32, 122–136.
- Pyndick, R. 1988 Inversible investment, capacity choice, and value of the firms. *American Economic Review*, May, 969–985.
- Ramsey, F. P. 1926 *Truth and Probability. The Foundations of Mathematics and other Logical Essays*. Routledge, London.
- Reichenbach, H. 1949 *The Theory of Probability*. University of California Press, Berkeley.
- Robichek, A. A.– Myers, S. C. 1966 Conceptual problems in the use of risk-adjusted discount rates. *Journal of Finance*, December, 727–730.
- Robichek, A. A.– Van Horne 1967 Abandonment value and capital budgeting. *Journal of Finance*, December, 577–590.
- Rubinstein, M. E. 1973 A Synthesis of Corporate Financial Theory. *Journal of Finance*, March, 167–181.
- Samuelson, P. A. 1965 Proof that Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly. *Industrial Management Review*, 41–49.
- Savage, L. I. 1954 *The Foundations of Statistics*. 1972 edition, Dover, New York.
- Schakle, G. L. S. 1949 *Expectations in Economics*. 1952 edition, University Cambridge Press.
- Scholes, M. 1972 The Market for Securities: Substitution Versus Price Pressure and the Effects of Information on Share Prices. *Journal of Business*, April, 179–211.
- Sharpe, W. 1964 Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *Journal of Finance*, September, 425–442.
- Sich, G. 1989 *Capital Budgeting with real Options*. Stern School of Business, New York.
- Stigler, G. I. 1938 Production and Distribution in the Short Run. *Journal of Political Economy* 47, 305–328.
- Tobin, I. 1958 Liquidity Preference as a Behavior toward Risk. *Review of Economic Studies* 25, 65–86.
- Tuttle, D. L.– Litzenberger, R. H. 1968 Leverage, Diversification and Capital Market Effects on a Risk Adjusted Capital Budgeting Framework. *Journal of Finance*, June, 23 (3) 427–443.
- Weston, F. 1973 Investment Decisions Using the Capital Asset Pricing Model. *Financial Management*, Spring, 25–33.
- Williams, J. B. 1938 *The Theory of Investment Values*. Harvard University Press.
- Working, H. 1934 Demand Studies during times of Rapid Economic Change. *Econometrica*, 377–408.

