

KOOPERATÍV TANULÁS EGY LINK A MATEMATIKA TANULÁSÁBAN

KÁNTOR SÁNDORNÉ VARGA TÜNDE PhD,
Nyugdíjas, DE Matematikai Intézet
E-mail: tkantor@science.unideb.hu

DOI 10.23716/TT0.24.2020.22

Absztrakt

Nem tudjuk, és nem látjuk a jövőt. Bizonytalanok vagyunk, hogy mit és hogyan kell a 21. században felnövő nemzedék számára matematikából tanítani? Milyen ismeretekre lesz szüksége a jövő évszázad emberének? Hogyan és mire készítsük fel az új generációt? Mi lesz a fontos: az Internet, az okos telefon, vagy valami teljesen más kütyü, IKT eszközök, illetve a hálózat használata. A ma használatos és divatos tanulási módszerek közül — párbeszéd, irányított felfedezettő tanulás, kooperatív tanulás, csoportmunka — mit válasszunk? A középiskolai tanítási kísérleteink tapasztalatai alapján bemutatok egy linket, a kooperatív tanulás módszerét, mint egy olyan módszert, ami véleményem szerint jól alkalmazható a mai matematikaoktatásban, és felkészíti a diákokat a jövő kihívásaira. Beszámolok az IKT eszközöknek (GeoGebra) egy, a tanításban, matematikatörténeti alapon való, alkalmazásáról.

Kulcsszavak: új utak a matematika tanításában, új elvek és módszerek, kooperatív tanulás, hálózatok, IKT eszközök, GeoGebra

Bevezetés

„Tanárként elsődleges feladatunk az, hogy a diákjainkban a boldogulásukhoz leginkább szükséges készségeket fejlesszük. Ezért gondosan szemügyre kell vennünk társadalmunk gazdasági és szociális viszonyait, hogy a jelenlegi szocializációs és nevelési gyakorlat alapján megítélhessük, növendékeinknek várhatólag milyen készségekre lesz szükségük, illetve, hogy melyek azok, amelyekkel még nem rendelkeznek.”¹

¹ KAGAN, S. (1994): Kooperatív tanulás, Bp, Ökonet Kft.2:1.

A PISA felmérések tapasztalatai² ráirányították a figyelmet arra, hogy a csak hagyományos tanítási módszerekkel oktató országok diákjainak az iskolai felkészítése nem felel meg a modern társadalmak által elvárt követelményeknek. A negatív eredmények hatására Magyarországon is elindult a tantárgyi kompetenciák vizsgálata. A jelenlegi tantervi követelményrendszer már kissé elmozdult az alkalmazható, kompetenciaalapú tanítás és számonkérés irányába. Viszont még mindig nem vesszük figyelembe azt a tényt, hogy az osztálykeretben vagy egyénileg tanuló diákok az iskolai tanulmányaik befejezése után a munkahelyeken nem biztos, hogy egyénileg fognak dolgozni. A képzésre kijelölt kompetenciák közül még napjainkban is kihagyjuk a szociális kompetenciákat. Ez azt eredményezi, hogy a való életre való felkészítés féloldalassá válik.

Elhatároztuk, hogy a problémamegoldás kooperatív tanulásának vizsgálatára kísérletsorozatot szervezünk. A megfigyelések tapasztalatairól szeretnék beszámolni, figyelembe véve a hálózatok új tudományát, azt, hogy hogyan kapcsolódik minden egymáshoz, és mit jelent ez a mindennapi életben, az iskolai tanulási- tanítási folyamatban.³

A tanulási módszerekről

A matematikának, mint iskolai tantárgynak többféle tanítási módszere ismert. Magyarországon az egyik legerőteljesebb módszer volt a frontális osztálymunka. Ez egy olyan oktatásszervezési módszer, amelyben a tanár és a tanulók tanítási-tanulási tevékenysége egy időben és azonos ütemben folyik. Ennek a munkaformának vannak előnyei és hátrányai. Egyik hátránya, hogy nem minden diák vesz részt aktívan a tanítási órán, vannak olyanok, akik csak passzív befogadók. A tanár szerepe a meghatározó, kérdéseivel ő irányítja az osztályfoglalkoztatást. Helyette ma a munkafüzet kitöltésén alapuló osztályfoglalkozás, illetve az irányított felfedeztető tanulás került előtérbe. Az iskolákra a 21. században új szerep hárul. Feladatukká vált, hogy a tanulókat ne csak az alapvető ismeretekkel és készségekkel lássák el, hanem felkészítsék őket a gyors ütemű gazdasági, technikai fejlődés kihívásaira, ezért magas szintű gondolkodást, fejlett kommunikációs készséget és társas viselkedést is ki kell alakítanunk a diákokban. A tanítási módszernek a megváltoztatására többféle törekvés is irányul. A mindennapi iskolai gyakorlatban egy jól alkalmazható módszert fejlesztettek ki, a kooperatív tanulást.

² VÁRI, P. (2003): *PISA-vizsgálat 2000*. Műszaki Könyvkiadó. Budapest

³ BARABÁSI, A-L. (2018): *A képlet. A siker egyetemes törvényei*, Libri, ISBN 978-963-433-1919

A kooperatív tanulásról

Hogyan kapcsolódik a kooperatív tanulási módszer a hálózatokhoz?⁴ Tapasztalataink szerint a tanulók igénylik és szeretik a társas kapcsolatokat, szeretnek bandában lenni. Fontos a számukra a siker, azaz az együtt cselekvés és nemcsak az okos telefon nyomkodása. Véleményünket, hipotéziseinket öt középiskolában, kb.150 diák részvételével, különböző évfolyamokon végzett megfigyeléseink, tanítási kísérleteink, is alátámasztják, illetve árnyalják.

A kooperatív tanulás egy alternatív tanítási-tanulási módszer. A tanulók a tanítási órákon kis csoportokban együttműködve dolgoznak. A csoport minden tagja felelős az egyéni, illetve a csoporttársak tanulásaért. Ha az egyik csoporttárs segítséget igényel, akkor számára azt a többieknek meg kell adni. Pozitív függőség alakul ki közöttük. A verseny itt is megjelenik, de ez elsősorban a különböző csoportok között zajlik.

A tanulók a kooperatív csoportokban, együtt szereznek ismereteket, oldanak meg feladatokat, és együtt alakítják ki stratégiájukat. Az elért eredményeiket egyénileg kell bemutatniuk. Így együttesen tanulnak, és önállóan adnak erről számot.

A kooperatív tanulásnak *Kagan* három megközelítését tartja számon:

1. Módszerközpontú megközelítés
2. Együtt tanulás
3. Tananyagtól függő megközelítés.

A matematika tananyagtól függő, problémamegoldó (irányított felfedezettő) kooperatív tanulással fogunk foglalkozni, problémamegoldó kooperatív órákat vizsgálunk.

A csoportok kialakításáról

Az első kérdés az, hogy hogyan válasszuk ki a csoportokat? A kooperatív tanulási módszer alkalmazásánál az előkészítő munka első fázisa a csoportok kialakítása. A szakirodalom szerint a négy főből álló csoportokra történő beosztás a legideálisabb, senki sem marad ki a csoportban az egymással történő kommunikációból, sőt lehetőség van a páros munkára is. A csoportok lehetnek heterogének, homogének, véletlenszerűen vagy érdeklődés alapján szervezettek. A véletlen kiválasztás sorshúzás útján történhet. A hálózatok elmélete szerint ez azért jó, mert több kapcsolat csatlakozik hozzá, viszont a

⁴ BARABÁSI, A-L. (2017): Behálózva. A hálózatok új tudománya, Libri, ISBN 978-633109-717

csoporthoz tagjai nem különállóak a benne levő egyének viselkedése azonos. Az önkéntes csoportosulás esetén kialakul a csoportnak egy középpontja, a főnök. Jobban tudnak alkalmazkodni egymáshoz, mert ismerik egymást, és nagyobb a tűrőképességük. A verseny a különböző csoportok között jön létre. A csoporton belül intenzívebb az egymás segítése, a munkamegosztás, a főnök vagy a tanár irányítómunkája. A kooperatív tanulás elve szerint a pedagógusnak vigyázni kell arra, hogy ne mindig ugyanazokkal a csoportokkal dolgozzon, mert akkor a csoport tagjainak a szerepe megmerevedhet. Hosszabb távon felváltva kell létrehozni homogén és heterogén csoportokat, mert a jó képességű tanulók számára nem biztos, hogy eléggé motiváló, ha mindig csak magyarázniuk kell, és nem szerezhettek új ismereteket. A kooperatív tanulás alkalmazása nemcsak a szaktárgyi tudás fejlesztésére, hanem a szociális készségek fejlődésére is hat. A diákok megtanulják, hogyan segítsenek egymásnak, miközben a kommunikációs készségeik is jobbakká lesznek. Mindenki gazdagabb lesz.

A kooperatív tanítási óra szerkezete

A tanítási óra elején a tanár kiosztja a megoldandó feladatot, majd ezután a háttérbe húzódik. Az egyes csoportoknak saját maguknak kell megoldaniuk a kitézött problémákat. A csoport tagjai egymással kommunikálhatnak, egymásnak magyarázhatnak, egymást taníthatják. A tanárhoz akkor fordulhatnak, ha valami kérdésük van, és segítséget igényelnek. A tanár szerepe elsősorban a megfigyelés és a tanácsadás. A kooperatív szabály szerint egy csoport a tanár segítségét csak akkor kérheti, ha a csoportban senki sem tudja egy adott kérdésre a választ.

Burns szerint⁵ egy problémamegoldó kooperatív óra három részből áll:

1. Bevezetés; 2. Vizsgálódás; 3. Összegzés.

1. A *bevezető rész* még nem csoportmunkában zajlik, a tanár az egész osztályra összpontosít. A cél az, hogy a diákok megértsék a megoldandó problémát, és pontosan tudják, mit kell majd tenniük.

Az óra bevezető részének lépései:

- A megoldáshoz szükséges ismeretek felelevenítése.
- Hasonló problémának a megbeszélése.
- A megoldandó probléma bemutatása.
- A tanárnak meg kell győződnie arról, hogy a tanulók megértették-e a feladatot.

⁵ BURNS, M. (1990) The Math solution: using groups of four. In DAVIDSON N.(ed.): *Cooperative Learning in Mathematics – A Handbook for Teachers*, Addison-Wesley Publishing Company

2. *A vizsgálódás* részben folyik a tényleges problémamegoldás. Ez alatt a tanárnak a következőket kell tennie:

- Meg kell figyelnie, milyen interakciók mennek végbe a csoportokon belül.
- Meg kell vizsgálnia, hogy a csoportok hogyan dolgoznak.
- Válaszolnia kell a csoportok kérdéseire.
- Ha egy csoport nem dolgozik, segíteni kell az elindulást, ha rossz nyomon járnak, akkor rá kell döbenteni őket a hibájukra.
- További feladatot kell adni azoknak a csoportoknak, akik megoldották a problémát.

3. *Az összegzés* újból az egész osztály előtt zajlik.

- Mindegyik csoport bemutatja a munkáját és az elért eredményeket.
- A csoportok megosztják egymással azt, hogy hogyan dolgoztak, hogyan szervezték meg a munkát és milyen megoldási stratégiákat használtak.
- Ha lehetséges, akkor az eredményeket általánosítják.
- A matematikai rész megvitatása után következik a csoportmunkára vonatkozó megbeszélés és az értékelés.

A kooperatív tanulás első lépései az iskolákban ⁶

A kitűzött szélsőérték feladat

„Egy farmer a földjén egy téglalap alakú füves területet szeretne bekeríteni. Mekkora az a legnagyobb terület, amit egy 120 méter hosszú elektromos kerítéssel be tud keríteni?” ⁷

Ez a feladat egy olyan alkalmazott matematikai probléma, amelyet különböző ismeretszinteken tudunk megoldani. Sokféle megoldásmódja van, amelyek különböző és változatos stratégiákat igényelnek. Véleményünk szerint ugyanannak a problémának a különböző megoldásai fontos szerepet tölthetnek be a tanításban. Ez egy nagyon jó lehetőség a különböző matematikai területek közötti kapcsolatok bemutatására. Megvizsgáltuk,

⁶KÁNTOR, T.–KOVÁCS, A. (2008): First steps in cooperative learning. In: *Matematik a v škole dnes a zajtra, Zbornik 8. rocnika konferencie s medzinárodnou úcast'ou, Rusemberok*, Pedagogical Faculty of the Catholic University (Ed.: GUNCAGA, J.) ISBN 978-80-8084-262-8, 31–38.

⁷KÁNTOR, T. (2007): One problem- more solutions. An experiment for application of cooperative learning. In: *ProMath 2006, Problem Solving in Mathematics Education, Komarno*, ISSN 1336-135x, 79–93.

hogyan találják meg a diákok ennek a szélsőérték-számítási problémának a megoldásait a kooperatív tanulás körülményei között.

A tanterv szerint:

- A 9. évfolyamon a diákok heti 3 órában tanulták matematikát. Ennek tananyaga a másodfokú függvények fogalma, a másodfokú függvények néhány transzformációja, és a másodfokú kifejezések teljes négyzetté kiegészítése.
- A 10. évfolyamon a diákok szintén heti 3 órában tanulták a matematikát. Ennek tananyaga a másodfokú egyenletek megoldása, a megoldó képlet, valamint a számtani és a mértani közép közötti összefüggés ismerete.
- A 11. osztályban matematikát vagy heti 3 (normál), vagy 3+2 órában tanulták (emelt szint). Mindkét szinten tananyag a koordináta-geometria. Az emelt szint tananyaga volt a szélsőérték-számítási problémák megoldása deriválás segítségével.

A szélsőérték probléma várt megoldásai

Korábban megmutattuk a tanároknak az adott probléma 12 különböző megoldását, de mi a diákoktól a tanítási órán 5–6 megoldást vártunk. Feltételeztük, hogy a tehetséges diákok közül lesz olyan, aki a mienktől különböző megoldást is fog találni. A várt megoldások:

1. Tervszerű próbálkozások

- Tervszerű próbálkozás értéktáblázat segítségével. (9–10. évfolyamok)
- Először tervszerű próba, majd a sejtés megfogalmazása és az indoklás. (10–11. évfolyamok)

2. A másodfokú függvények jellemzése

I. Algebrai módszerek

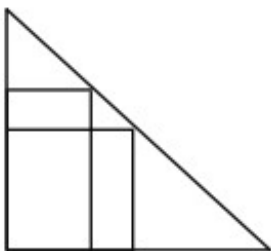
- Teljes négyzetté kiegészítés:
 $f(x) = -(a - 30)^2 + 900$ (9–11. évfolyamok)
- A másodfokú függvény zérus helyeinek felhasználása: (9–11. évfolyamok)
 $f(x) = a(60 - a)$, $a_1 = 0$, $a_2 = 60$
- $f(x) = (30 - x)(30 + x) = 900 - x^2$ átalakítás használata: (9–11. évfolyamok)

II. Grafikus módszerek

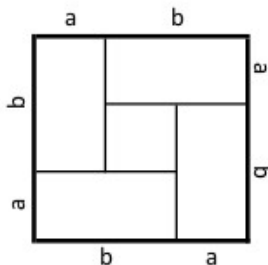
- A másodfokú függvény grafikonjának értéktáblázat segítségével történő megrajzolása. (9–11. évfolyamok)
- Transzformációs lépések alkalmazása a másodfokú függvényekre. (9–11. évfolyamok)
- A számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenség alkalmazása. (9–11. évfolyamok)

III. Geometriai módszerek

- Geometriai modellek (1. és 2. kép) használata. Feladatuk az volt, hogy kitalálják a kapcsolatot az ábrák és a kitűzött probléma között.
- Problémamegoldás geometriai alapon, de koordináta-geometria segítségével. (11. évfolyam)



1. kép



2. kép

IV. Kalkulus alkalmazása

- A szélsőérték-probléma megoldása deriválás segítségével. (emelt szintű 11. évfolyam)

A kooperatív tanulás iskolai megvalósítása

Vizsgálatainkat az alábbi négy középiskolában, különböző felkészültségű diákok között végeztük:

- 9. évfolyam (Debreceni Fazekas Gimnázium, biológia tagozat)
- 10. évfolyam (Debreceni Református Kollégium Gimnáziuma, reálosztály)

- 11. évfolyam (Hajdúszoboszlói Högyes Endre Gimnázium, emelt szint)
- 11. évfolyam (DE Kossuth Gyakorló Gimnázium, emelt szint).

Nem foglalkoztunk 12. osztályos diákokkal, ugyanis ennek az évfolyamnak a diákjai már nem tanulnak a kitűzött problémánk megoldásához felhasználható új módszereket.

A kísérletben a kiscsoportos (3–6 fős) tanulás módszerét választottuk. Mi csak annyit tanácsoltuk a tanároknak, hogy a matematika tudás szempontjából inhomogén csoportokat alkossanak. Így a tanulói csoportok a tanulók szabad döntése alapján jöttek létre. A tanulók határozták meg, hogy az osztályból kikkel akartak és tudtak együtt működni, és hogyan képzeltek el a szerepmegosztást a csoportokban. Szeretnénk megindokolni, miért választottuk a tanulók szabad akaratából történő csoportbontást. Úgy gondoltuk, hogy az a megközelítés, hogy a pedagógiai gyakorlatban a tanár tökéletesen ismeri diákjai mentális és szociális képességeit, nem felel meg teljesen a valóságnak. Több évtizedes tanári pályánk alatt meggyőződhattünk arról, hogy leginkább maga a diák van tisztában saját szándékaival és lehetőségeivel. Minden diák egy tanulóközösségbe kerülve az első adandó alkalommal elhelyezi magát a csoport struktúrájába. Pontosan ismeri saját és társai csoportbeli helyét. Erre csak a legkiválóbb tanárok képesek. Ha mi az átlagos tanárok számára szeretnénk egy iskolai körülmények között alkalmazható módszert kidolgozni, akkor ezt a tényt figyelembe kell venni.

Igaznak tartjuk viszont a hálózatoknak azt a szabályát, hogy a csoportoknak nem szabad mindig állandónak lenniük. Úgy látjuk azonban, hogy a csoportváltoztatások szabályainak kialakításába és ennek konkrét megvalósításába érdemes bevonni ismét a tanulókat. Általános, minden esetben alkalmazható, szabályszerűségeket az egyes osztályok nagyfokú különbözősége miatt vélhetően nehéz lesz találni.

A tanítási órák bemutatása és tanulságai, esettanulmányok

Hipotéziseink a következők voltak:

- Ha kis csoportok számára tűzzük ki a szélsőérték feladatot, akkor az együttműködés elősegíti a különböző megoldások megtalálását. A megoldási stratégiák elsősorban az egyes iskolák matematikatanítási gyakorlatától függenek.
- A szabad csoportválasztás nem okoz problémát sem szakmai, sem együttműködési szempontból.

Fazekas Gimnázium Debrecen (9. évfolyam)

Ez az osztály biológia tagozatos volt, és nem volt igazán jó matematikából. Az óra céljainak és lefolyásának ismertetése után a tanár minden csoportnak papírlapon adta oda a feladatot. A tanár figyelte a csoportmunkát és az igények alapján magyarázott, vagy segített a csoportoknak. A csoportok tagjai együtt próbálták megbeszélni, átgondolni és megoldani a problémát. Pozitív kapcsolat volt a tanulók célja és képessége között. A diákok észrevették, hogy a tanulás célját pontosan akkor érhetik el, ha a csoportjuk minden tagja teljesíti a saját célját. Tudták azt is, hogy a csoportmunka befejezése után a csoport egyik tagjának be kell mutatnia a táblánál a megoldásukat. A várt megoldások közül, kb. 25 perces csoportmunka után, a csoportok négy megoldást találtak meg, vagyis a szisztematikus próbálkozást, a teljes négyzettel kiegészítést, a zérus helyek felhasználását és a szimmetrikus formát. Füzeteikben felvázolták a másodfokú függvény grafikonját. Amikor az első két csoport készen volt a fenti megoldásokkal, akkor a tanár kiegészítő feladatként odaadta nekik a két, papírból kivágott geometriai modellt. Problémaként tűzte ki, hogy állapítsák meg, hogy milyen kapcsolat van a két modell és a kitűzött szélsőérték feladat között. A csoportok izgatottan kezdtek hozzá a megfejtéshez, néhányan meg is találták, és elmondták társaiknak. (3. kép) A füzetbeli munkánál, illetve a táblai elmondásnál, azt figyeltük meg, hogy diákjaink főképpen a matematikai formulákat írtak fel. A táblai elmondásnál a saját füzetükben leírt szövegre támaszkodtak (4. kép).



3. kép



4. kép

Református Kollégium Gimnáziuma (10. évfolyam)

Jó képességű, reálosztályban, a legjobb csoportbontásban (4 fő) került megoldásra a kitűzött feladat. A tanár azzal kezdte a probléma ismertetését, hogy felolvasta a feladat szövegét, és csak azután adta oda a feladatlapot a csoportoknak. Felhívta a figyelmüket a többféle megoldás megkeresésére. Azt javasolta az osztály diákjainak, hogy néhány percig egyedül dolgozzanak, ismerkedjenek a feladattal, és utána vitassák meg közösen a csoportban. Igen sikeres volt a munkájuk. A kitűzött probléma megoldásai közül 6 megoldást találtak meg. Ők is megkapták az 1. és a 2. ábrát, és megtalálták a megoldást. A tanár az óra után elmondta, hogy tapasztalata szerint a fiatalabb és nem annyira jó diákok könnyebben érthetnek meg egy problémát, ha az olvasás mellett hallhatják is a szöveget. Úgy gondolta, hogy az előkészítés nélküli kooperatív tanulás első alkalommal túlságosan kockázatos lenne. Szerinte a diákok csak az után tudnak együtt tanulni, hogy ha már van elképzelésük a probléma megoldására.

Hőgyes Endre Gimnázium (11. évfolyam, emelt szintű matematika)

A kooperatív tanulási kísérlet megvalósítására egy kis létszámú fakultációs csoportban volt lehetőségünk. Három csoportba voltak a tanulók beosztva. Érdekes volt megfigyelni, hogy a háromfős, lány-fiú- lány beosztású csoport az óra folyamán változtatta az ülésrendet, mind a kétféle változat előfordult, aszerint, hogy a középső helyen ülő Tibornak melyik lány (Zsuzsi vagy Sári) magyarázott. A tanári bevezetés és a feladatlap kiosztása után kezdődött meg a csoportmunka. A csoporttagok sokat beszéltek egymással és tanárral is, aki végig figyelte a munkájukat, nézte füzeteiket. Mindenki előnyben részesítette a deriválás segítségével történő megoldást. Mindenképp jó volt a megoldás, ezért ezt a tanár elfogadta és nem került fel a táblára. Ezen kívül még háromféle megoldást találtak a csoportok. Zsuzsi volt az, aki bizonyos időnként a másik két társától függetlenül, egyénileg dolgozott és volt olyan megoldás, t. i. a számtani és a mértani közép alkalmazása, ami csak az ő füzetében volt meg. Kiegészítő feladatként megkapták a csoportok a geometriai ábrákat.

Kossuth Gimnázium (11. évfolyam, emelt szintű matematika)

Az osztály tanulói matematikából fakultációs órákra járnak. Így ők a matematikából a tehetségesebb, a matematikát szerető tanulók közé tartoznak. A tanár figyelembe vette ezt a tényt. Nem olvasta fel a feladatszövegét, hanem a munka megszervezése után csak kiosztotta a feladatot egy papírlapon. A diákoknak egyedül kellett elolvasni a feladatot. Az öt csoport összeállítása

különböző volt. Volt csak fiúkból, csak lányokból álló csoport és volt vegyes eloszlású fiú-lány csoport. Érdekes volt, hogy mindnyájan egyénileg kezdtek hozzá a problémamegoldáshoz. Sikerült is nekik rögtön egy-egy megoldást megtalálni, és ezután indult meg a csoporton belüli, illetve a tanárral való kommunikáció.

Mi azt láttuk, hogy a diákok szívesen beszélnek a megoldásukról mind társaikkal, mind a tanárral. Hamar, kb. fél óra alatt, készen lettek hat megoldással és annak elmondásával. Így még maradt idejük az általánosításra is. Innentől kezdve igen ügyesen a tanár vette át az irányítást, és módosította a szélsőérték probléma szövegét. Feltette, hogy bizonyos körülmények miatt a farmernek csak a téglalap alakú füves terület három oldalát kell körülkerítenie. A rendelkezésére álló kerítés hossza itt is 120 méter maradt. A diákoknak ilyen feltételek mellett kellett megtalálni a maximális területet. A diákok egy része azonnal jól megsejtette a terület változásának arányát. Azután a tanár tovább módosította a problémát. Eszerint a farmernek már csak a téglalap két oldalát kellett bekerítenie. Míg a diákok területváltozásra vonatkozó sejtése az első esetben jó volt, addig második esetben már nem volt azonnali jó eredmény. Közben az idő is elrepült, így ez az utolsó probléma házi feladattá lett. A tanár elmondta nekünk, hogy a jó diákok a tanulásban nagyon szeretik a versengést. Úgy gondolja, illetve azt gondolják a diákok is, hogy a kooperatív tanulás nem valami hasznos a számukra. Az órán megfigyeltek alapján világos volt a számunkra, hogy ezek a jó képességű tanulók jó hatásokkal tanulhatnának kooperatív módon is. Ez nincs ellentmondásban az egyéni tanulásukkal, mert a hétköznapi élet vonatkozásában jól működik ez a kapcsolatuk.

Tapasztalatok

A kísérlet lebonyolítása igazolta az előzetes elképzeléseinket. Fő eredmény a sikeresség volt, mert minden csoport többféleképpen meg tudta oldani a szélsőérték feladatot. A kutatás világosan megmutatta, hogy a kooperatív tanulás, a kompetitív és az egyéni tanulással összehasonlítva pozitív hatásokat eredményez. Az eredmény: jobb teljesítmény, jobb eredmény, több gondoskodás, segítőkészség és elkötelezett kapcsolat, jobb mentális, szociális kompetencia és realisabb önértékelés. Az együttműködés pozitív hatásainak sok fontos következménye van, így a kooperatív tanulás a tanulási folyamatban az egyik legértékesebb eszköz. Láttuk, hogy a tanároknak teljesen különböző elképzeléseik voltak. Némelyikük teljesen meglepődött, de megtetszett neki a módszer. A másik tanár már hozzászólt a magyar iskolák tanítási módszeréhez, de azért megpróbálta alkalmazni ezt az új módszert. Az

órák után nem csak a tanárok, hanem a diákok véleményét is megkérdeztük. A diákok 90%-a úgy gondolta, hogy a kooperatív tanulás sokkal jobb mint a porosz mintát követő tradicionális magyar oktatás. A tanulók 10%-ának véleménye szerint ezek az órák a többiekhez képest érdekesebbek, de kevésbé hatékonyabbak.

IKT eszközök alkalmazása a matematika oktatásában⁸

Az elmúlt években változott a matematika iskolai oktatásának módszere. Egyrésztől felértékelődött a tanulóknak a tanteremben végzett munkája (csoportmunka, kooperatív tanulás, irányított önálló felfedezés), másrésztől figyelembe kell vennünk a technika fejlődését. A geometria a középiskolai matematikának nem eléggé kedvelt területe. Nem szeretik eléggé sem a diákok, sem a tanárok, ezért célszerű új megközelítéseket keresni. Ilyen pl. a GeoGebra program alkalmazása. Az új matematikai tanterv (NAT) hangsúlyozza a történetiség fontos szerepét. Így választásunk a Viviani tételre esett.

A középiskolai oktatásban nagyon fontos szerepet játszhat egy matematikai tételhez kapcsolódó probléma feldolgozása. A mai matematikaoktatásban motiválni kell a tanulókat, érdekessé, moderné kell tenni számukra a matematika tananyagot. Egy-egy ókori vagy középkori probléma, és annak megoldása, nehézség nélkül beilleszthető a középiskolai matematikaórák keretébe. A matematika-tantárgypedagógiai kutatások azt mutatják, hogy nagyon hatékony módszerré is válhatnak, különösen akkor, ha ötvözni tudjuk a mai élet elvárásaival és korszerű eszközeinek felhasználásával. Az általunk kiválasztott probléma a háromszög geometriájából való. Több iskolában, köztük a debreceni Svetits Katolikus Gimnáziumban, Tóth Anna tanárnő segítségével, a 9. évfolyamon végeztünk el egy erre vonatkozó tanítási kísérletet. Tapasztalataink azt mutatták, hogy a tanulók sikeresen vették az akadályokat, és élvezettel dolgozták fel két- fős csoportmunkában, a GeoGebra alkalmazásával, a Viviani tételt és a hozzá kapcsolódó problémákat.

Szélesebb tanulói réteget szólítottunk meg ezzel a módszerrel, és nemcsak a matematika iránt érdeklődőket, de a feldolgozás üteme lassúbb lett a szokásos tanítási módszerekhez képest.

⁸ KÁNTOR, T. –TÓTH, A.: Teaching of old historical problems with ICT tools, Teaching of Mathematics and Computer Science, 2016. 14/1, 13–24.

Cooperative learning – a link in the learning of mathematics

We don't know and don't see the future. We are uncertain about what to teach and how to teach in the 21st century. What kind of knowledge will be necessary for the man of the next century? How do we prepare the new generation? What's important: using the Internet, smart phone, or anything else, using ICT tools or networking? Based on our secondary school and university teaching experiments I present the method of cooperative learning as a method that I think is well suited to today's math education and prepares students for the challenges of the future. In another teaching experiment we were solving an old historical problem, Viviani's problem, with ICT tools (GeoGebra).

Keywords: a new link in the learning of mathematics, new principles and methods, cooperative learning, networks, ICT tools, GeoGebra.

Irodalom

- [1.] BARABÁSI, A-L.: *Behálózva. A hálózatok új tudománya*, Libri, 2017.
- [2.] BARABÁSI, A-L.: *A képlet. A siker egyetemes törvényei*, Libri, 2018.
- [3.] KAGAN, S.: *Kooperatív tanulás*, Budapest, Ökonet Kft, 1994.
- [4.] KÁNTOR, T.: One problem- more solutions. An experiment for application of cooperative learning. In: *ProMath 2006, Problem Solving in Mathematics Education*, Komarno, (2007) 79–93.
- [5.] KÁNTOR, T. – KOVÁCS, A.: First steps in cooperative learning. In: Ed, GUNCAGA, J.: *Matematik a v škole dnes a zajtra, Zbornik 8. rocnika konferencie s medzinárodnou úcast'ou*, Rusemberok, Pedagogical Faculty of the Catholic University, 2007. 31–38.
- [6.] KÁNTOR, T.: Historical aspects in teaching mathematics. In: Eds.: AMBRUS, A. – VÁSÁRHELYI, É.: *Problem Solving in Mathematics Education*, ELTE & Eszterházy College, 2013. 80–94.
- [7.] KÁNTOR, T.– TÓTH, A.: Teaching of old historical problems with ICT tools, *Teaching of Mathematics and Computer Science*, (2016) 14/1. 13–24.
- [8.] VÁRI, P.: *PISA-vizsgálat 2000*, Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 2003.