ÚJ MÓDSZER

AZ ADOTT SZÁMBÓL ANNAK TERMÉSZETES LOGARITHMUSÁT, ÉS VISZONT, LOGARITHMUSI TÁBLÁK NÉLKÜL KISZÁMÍTANI.

A MAGYAR AKADEMIA ELIBE

TERJESZTETTE

SPIEGLER GYULA.

PEST, **1858**.

EMICH GUSZTÁV KÖNYVNYOMDÁJA.

Sokkal fontosabbnak látszik előttem e jelen értekezés tagja, melynek feladata kimutatni bizonyos módszert, mely szerint n jegyből álló szám természetes logarithmusát akárhány tizedes jegyig, valamint megfordítva, adott logarithmusból is megfelelő számját kiszámíthatni, mintsemhogy világ elibe ne bocsássam. Azért is megérdemli ez továbbá figyelmünket, mert a benne előadott módszer különösen használható a logarithmica tabellák pontossága kipuhatolására az által, hogy az llető tabella utolsó logarithmusait öszvehasonlítjuk az én módszerem által kiszámított hasonló logarithmusokkal; a mennyiben az utolsó logarithmusok pontosságától függ főképen az egész tabella pontossága, mi is azon táblák szerkesztése módjából világos. Ezen értekezésben arra szorítkoztam, hogy I. tabellámban a 30 első prim szám (2—127-ig) logarithmusait csak 16 tizedes jegyig, s a második tábla logarithmusait pedig 15 tizedes jegyig számítottam ki; mi által csupán 12 jegyből álló szám logarithmusát lehet kiszámítani 13 tizedes jegyig, az adott 13 tizedes jegyű logarithmusból pedig a számját; de minden gondolkodó át fogja látni értekezésem figyelmes átlapozása után, hogy a logarithmusok kiszámításának itt előadott módszere segítségével, bizonyos n jegyű szám logarithmusát $n+1$ tizedesig s ebből ismét a számját pontosan ki lehet számítani, hogyha a segéd logarithmusok is $n+x+2$ tizedes jegyig vannak pontosan kiszámítva, hol x az n jegyek számával egyenlő.

A mi a képleteket illeti, melyekre módszerem alapítva van, azokat nagyobbára, mint p. o. I, II, III, IV, VI, VII. számuakat, a mathematikai kézikönyvekből kölcsönöztem, az V. képletet az előbbiek kapcsolatából hoztam ki, a VIII, IX, X, XI, XII. képleteket pedig magam találtam. Még csak azt kell megjegyeznem, hogy ezen munkácskában csak természetes logarithmusokról van szó, azaz olyanokról, melyeknek alapjok 2,718281828..... mely szertelen számot e-nek nevezneк a mathematicusok.

Előre bocsátva ezeket, világ elé bocsátom értekezésemet azon reménynyel, hogy megtermendi gyümölcsét a mathesis mezején fáradságom.

I. Rész.

Módszer, miként kelljen kiszámítani az adott szám logarithmusát logarithmicus kézikönyvek segítsége nélkül.

I. Szakasz. *Képletek.*

I. $\log. ax = \log. a + \log. x$ a)

II. $\log. \frac{x}{a} = \log. x - \log. a$ b)

III $\log. x^n = n \log. x$ c)

IV. $\log. \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \log. x$ d)

V. $\log. x = \log. \frac{xa10^n}{a10^n} = \log. \frac{ax}{10^n} + n \log. 10 - \log. a$ e)

VI. $\log. x = -[1-x + \frac{(1-x)^2}{2} + \frac{(1-x)^3}{3} + \frac{(1-x)^4}{4} + \frac{(1-x)^5}{5} \ldots\ldots]$ f)

VII. $\log. x = x - 1 - \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3} - \frac{(x-1)^4}{4} + \frac{(1-x)^5}{5} - + \ldots - + \ldots$ g)

a) A sorzat logarithmusa annyi mint tényezői logarithmusainak öszvege.

b) A törtszám logarithmusa annyi mint a számláló logarithmusa, kivonván belőle a nevező logarithmusát.

c) Az *n*-dik hatvány logarithmusa annyi, mint n-szer véve a gyök logarithmusát.

d) Az *n*-dik gyök log. annyi mint *n*-ed része a hatvány logarithmusának.

e) Ez a képlet a fentebbiekből következik.

f. g) Ezen sorképleteket különösen lehetne alkalmazni akármely felvett szám logarithmusának kiszámítására, ha t. i. minden esetben összetartók volnának; s épen az tárgya értekezésemnek, miként lehessen őket minden esetben összetartókká tenni.

II. Szakasz. *Módszer.*

1. §. Felteszszük, hogy a 30 első primszám logarithmusai ismeretesek, s egyszersmind alapjául teszszük a logarithmusok kiszámításának.

Jegyz. Ezen munkácskában a 30 első primszám logarithmusai 16 tizedesig kiszámítva fel vannak jegyezve. (Lásd a bevezetést).

2. §. Szorozd az x-t, azaz számot, melynek legarithmusát keresed, egy tényezővel a; a-t azonban úgy válaszd, hogy az vagy valamelyik legyen a 30 első primszám közöl, vagy legyen olyan szorzat, melynek tényezői azok közől valók, továbbá olyan legyen, hogy ha azt x-el szorzod, 99.......... vagy 100......... alakú szorzatot adjon, azaz olyan szorzatot, melynek első jegyei 99-t vagy 100-at tegyenek, azaz annyira, a mennyire lehet, közelítsenek 10-nek valamelyik egész hatványához.

3. §. A-t megtalálod, ha x-nek 3—4 első jegyét 10^4-el, s ha kell, nullákat rakván az osztandó után, mindaddig folytatod az osztást, míg épen jó hányadost nem kapsz, azaz olyat, mely vagy valamelyik legyen a 30 első primszám közöl, vagy olyan szorzat, melynek tényezői azok közöl valók.

Az így megkapott hányados az a, nem ügyelvén a maradékra; sőt ha szükséges magát a lelt hányadost is szaporíthatni vagy apaszthatni egygyel, hogy t. i. 3—4 jegyű alkalmas számot kapjunk.

Jegyz. a) Kelljen p. o. kiszámítni, log. 56789456789; a-t megtaláljuk, ha ezen szám három első jegyét azaz 367 100000-rel osztjuk, midőn a kellő hányados azaz $a = 176$, minthogy $176 = 4^2 . 11$ tehát egy olyan szorzat, melynek tényezői a 30 első primszámok közöl valók. Maradékunk is vala, az igaz, de erre nem ügyeltünk.

b) Ezen (a) szorzót logarithmikus tényezőnek szeretném nevezni.

4. §. A szorzat $(a x)$ osztandó 10^n-vel, hol n-nek egyenlőnek kell lenni $a x$ jegyei számával, ha $a x$ alakja : 99...... és egygyel kevesebbnek, ha $a x$ alakja : 100.........

úgy hogy mindig következő relatio álljon elő $0 9 < \frac{a x}{10} < 1.1$

Jegyz. A fentebbi példában, hol a x = 9994944794864 s hol annak alakja olyan mint az elébb kivánt 99........

és 13jegyből áll: $n=13$ és $\frac{ax}{10^n}=\frac{9994944794864}{10000000000000}=0.9994944794864.$

5. §. Most már kiszámítjuk az ax ogarithmusát a VI. képlet szerint, ha ennek alakja 0. 99. . . . . . . s a VII. képlet szerint, ha alakja 1. 00. . . . . .

Jegyz. Mind két esetben könnyü a kiszámitás a rövidített szorzás segítségével, minthogy a sorok erősen öszvetartók.

6. §. Ha már ezen az úton log. $\frac{ax}{10^n}$ ki van számítva, csak az n-szeres log. 10 adjuk meg hozzá, levonjuk belőle az a logarithmusát, s e szerint az V-ik képlet nyomán kiszámitottuk log. x-et, mely logarithmus azonban csak az utolsó $\alpha+1$ jegyig pontos, a hol α az n számjegyei számát jelenti. A felvett példában $n=13$; tehát $\alpha=2$.

7. §. A megkapott logarithmus azért csak az utolsó $\alpha+1$ jegyig pontos; mert a hozzá adott n log. 10 az utolsó α jegyig nem egészen pontos, s e miatt a hiba legfeljebb az utolsó $\alpha+1$ jegyig terjed.

III. *Szakasz.*

A mondottak felvilágositására szolgáljon a segéd logarithmusoknak módszerem szerinti kiszámításának utját és módját itt kimutatni.

Log. 7 = ½ [log 0.98+2 log. 10 — log. 2]	mert	a = 10 : 7 = 14 = 2.7
log. 11 = log. 0.99 + 2 log. 10 — 2 log. 3.	„	a = 100 : 11 = 9 = 3^2
log. 13 = log. 1001 + 3 log. 10 — log. 7 — log. 11	„	a = 1000 : 13 = 77 = 7.11
log. 17 = log. 0.9996 + 4 log. 10 — 2 log. 7 — 2 log. 2 — log. 3	„	a = 1000 : 17 = 588 = 3.4.49 = $3.2^2.7^2$
log. 19 = log. 100035 + 5 log. 10 — 4 log. 3 — log. 13 — 5 log.	„	a = 100000 : 19 = 5265 = 5.13.81 = $5.13.3^4$
log. 23 = ½ [log. 0.00081 + 5 log. 10 — log. 7 — 3 log. 3]	„	a = 10000 : 23 = 4347 = 23.27.7 = $23.7.3^3$
log. 29 = log. 10005 + 4 log. 10 — log. 3 — log. 5 — log. 23	„	a = 1000 : 29 = 345 = 23.15 = 3.5.23

log. 31 = log. 0.992 + 3 log. 10 — 5 log. 2	mert	a = 1000 : 31 = 32 = 2^5
log. 37 = log. 0.999 + 3 log. 10 — 3 log. 3	„	a = 1000 : 37 = 37 = 27 = 3^3
log. 41 = log. 0.9963 + 4 log. 10 — 5 log. 3	„	a = 10000 : 41 = 243 = 3^5
log. 43 = log. 0.99975 + 5 log. 10 — log. 3 — 2 log. 5 — log. 31	„	a = 100000 : 43 = 2325 = 3.25.21 = $3.5^2.31$
log. 47 = log. 0.99875 + 5 log. 10 — log. 17 — 3 log. 5	„	a = 100000 : 47 = 2125 = 17.125 = 17.5^3
log. 53 = log. 1007 + 3 log. 10 — log. 19	„	a = 1000 : 53 = 19
log. 59 = log. 1003 + 3 log 10 — log. 17	„	a = 1000 : 89 = 17
log. 61 = log. 1.0004 + 4 log. 10 — 2 log. 2 — log. 41	„	a = 10000 : 61 = 164 = $2^2.41$
log. 67 = log. 1.005 + 3 log 10 — log. 3 — log. 5	„	a = 10001:67 = 15 = 3. 5
log. 71 = log. 0.9928 + 4 log. 10 — 7 log. 2	„	a = 10000 : 71 = 128 = 2^7
log. 79 = log. 0.99835+5 log. 10 — log. 5 — log. 11 — log. 23	„	a =100000 : 79 — 1265 = 5.11.23
log. 83 = log. 0.996 + 3 log. 10 — 2 log. 2 — log. 3	„	a = 1000 : 83 = 12 = $2^2.3$
log. 89 = log. 100125 + log. 10 — 2 log. 3 — 3 log. 5	„	a = 100000 : 89 = 1125 = 9.125 = $3^2.5^3$
log. 97 = log. 0.97 + 2 log. 10	„	a = 100 : 97 = 1
log. 101 = log. 1.01 + 2 log. 10	„	a = 100 : 101 = 1
log. 71 = log. 1.0011 + 4 log. 10 — log. 3 — log. 47	„	a = 1.0000 : 71 = 141 = 3.47
log. 103 = log. 1.03 + 2 log. 10	„	a = 100 : 103 = 1
log. 107 = log. 1.00045 + 5 l. 10 — log. 5 — log. 11 — log. 17	„	a = 100000 : 935 = 5.11.17
log. 109 = log. 1.00062 + 5 l. 10	„	a =100000 : 109 = 918 = 2.17.27 = $2.3^3.17$
log. 113 = log. 1.00005 + 5 l. 10 — log. 3 — log. 5 — log. 59	„	a = 1000000 : 1113 = 885 = 3.5.89

Mint a feljebbiekből láthatni, módszeremhez, mely lényegesen csak abban áll, mikép tehessük a VI. és VII. képletünket minden számra nézve használhatóvá — semmit egyebet nem kell előre tudni, mint ezeket : log. 2 és log. 10; mert minden számot 2-vel vagy 2-nek valamelyik hatványával szorozva vagy osztva s aztán 10^n-nel osztva azon képletek szerint való számításra alkalmas 0,9........ vagy 1,0....... alakra vihetni. De ha azt akarjuk, hogy módszerünk könnyen fogható és végrehajtható legyen, úgy hogy bizonyos esetekben a tabellák használatát is javalmasan pótolhassa, azon esetre a 2-től 100-ig vagy 126-ig való egyszerű számok logarithmusai tudása is szükséges. Hogy hányat válaszszunk, az önkényünktől függ, mert az ezen módszer lényegére nézve közönös. Én a 2-től 113-ig való számok logarithmusait választottam, mivel épen 30-an vannak, mi kerekszám, és aztán könynyen is lefériek egy lapra.

A 30 első primszám s a log. 10-nek segéd logarithmusai pontosan kiszámítva 16 tizedes jegyig.

Log. 2 = 0.6931471805599453	log. 53 = 3.9702919135521218
log. 3 = 1.0986122886681097	log. 59 = 4.0775374439057195
log. 5 = 1.6094379124341004	log. 61 = 4.1108708641733112
log. 7 = 1.9459101490553133	log. 67 = 4.2046926193909661
log. 11 = 2.3978952727983705	log. 71 = 4.2626798770413154
log. 13 = 2.5649473574615367	log. 73 = 4.2904594411483911
log. 17 = 2.8332133440562161	log. 79 = 4.3694478524670215
log. 19 = 2.9444389791664046	log. 83 = 4.4188406077965979
log. 23 = 3.1354942159291497	log. 89 = 4.4886363697321398
log. 29 = 3.3672958299864740	log. 97 = 4.5747109785053828
log. 31 = 3.4339872044851462	log. 101 = 4.6151205168412595
log. 37 = 3.6109179126442244	log. 103 = 4.6347289882296357
log. 41 = 3.7135720667043078	log. 107 = 4.6728288344619062
log. 43 = 3.7612001156935624	log. 109 = 4.6913478822291437
log. 47 = 3.8501476017100586	log. 113 = 4.7273878187123406

log. 10. = 2.3025850929940457	6 log. 10=13.8155105579642741
2 log. 10 = 4.6051701859880914	7 log. 10=16.1180956509583198
3 log. 10 = 6.9077552789821371	8 log. 10=18.4206807439523655
4 log. 10 = 9.2103403719761827	9 log. 10=20.7232658369464112
5 log. 10=11.5129254649702284	10 l. 10 = 23.0258509299404568

II. Rész.

Adott logarithmus számának kiszámítása módja.

I. Szakasz. *Képletek.*

1. Feltéve hogy num. $_e$ $a = a'$ — azaz hogy azon hatvány, melynek természetes e=2718281828. . . . . a alapu logarithmusa, annyi mint a' — következő egyenlet áll : VIII num. $_e$ $[\alpha\, a] = a'^{\alpha}$. — Szóval : bizonyos szám, melynek logarithmusa valamely szorzat, annyi mint egy oly hatvány , melynek gyöke a szorzat egyik tényezője, exponense pedig a másik.

Megmutatás. Log. $a'^{\alpha} = \alpha$ log. $a' = \alpha$ log. num. $_e$ $a = \alpha\, a$; ebből következik num. $_e$ $[\alpha\, a]$ = num. $_e$ log. $_e$ $a'^{\alpha} = a'^{\alpha}$.

2. Feltéve hogy log. $x = y = \alpha a + b + c + d \ldots\ldots r + s + t + u$ továbbá num. $_e$ $a = a'$; num. $_e$ $b = b'$; num. ^{e} $c = c,'$. . num ^{e} $s = s'$ num. ^{e} $l = l'$; num. $_e$ $u = u'$ következik : IX. $x = a'^{\alpha}. b'. c'. c'. d' \ldots\ldots r'. s'. l'. u'$.

Bármely hatvány , melynek logsa — több oly öszvezendő logarithmusokból áll, melyeknek illető számjaik adva vannak, annyi mint ezen hatványok szorzata.

Megmutatás. Log. $x = \alpha\, a + b + c + d + + \ldots\ldots + r + s + t + u$

$= $ Log. num. $_e$ $\alpha\, a +$ log. num. $_e$ $b +$ log. num. $c + + + \ldots +$ log. num. ^{e} s

$+$ Log. num. $_e$ $t +$ log. num. $_e$ u

$= $ Log. $a'^{\alpha} +$ log. $b' +$ log. $c' +$ log. $d' + + \ldots +$ log. $r' +$ log. $s' +$ log. $t +$ log. u

$= $ Log. $[a'^{\alpha}. b'. c'. d' \ldots\ldots r'. s'. t'. u'$ innen $x = a'^{\alpha}. b'. c'. d' \ldots\ldots r'. s'. l'. u'$.

3. Feltéve hogy $m = \frac{1}{2} n + 1$, innen $n = 2m - 2$; továbba n tegye a keresett log. kifejtendő tizedes jegyek szá-

mát, és pedig olyan számot, melynek csak *nn*-dik tizedese legyen jelentő jegye, következik:

X. $\text{Log.}\left[1+\frac{Z}{10m}\right]=\frac{Z}{10m}$ azaz: a logarithmusa valamely számnak, mely egygyel nagyobb mint egy másik szám, melynek m-dik tizedes helyén van jelentő jegy, egyenlő ezen számmal, úgy hogy ennek logarithmusa csak 2—m—2 tizedes jegyig számítandó ki.

Megmutatás $\left[\text{Log. } 1+\right]\frac{Z}{10^m}=\frac{Z}{10^m}-\frac{Z^2}{2.\,10^{2m}}+\frac{Z^3}{3.\,10^{3m}}$
$-+\ldots\ldots$

$$=\frac{Z}{10^m}-\frac{Z}{2.\,10^2}\cdot\frac{1}{10^{2m-2}}+\frac{Z^3}{3.\,10^3}\cdot\frac{1}{10^{3m-3}}-+\ldots\ldots$$

$$=\frac{Z}{10^m}-\frac{Z^2}{200}\,\frac{1}{10^n}+\frac{Z^3}{3000}\,\frac{1}{10^{1\frac{1}{2}.n}}-+\ldots\ldots$$

de midőn a legnagyobb értéke van is Z-nek nevezetesen $Z=9.999\ldots\ldots$

már a második tag $\frac{Z^2}{200}<\frac{1}{2}$ s épen azért $\frac{Z}{200}\cdot\frac{1}{10^n}<\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{10^n}$

Tehát már a második tag (n+1) tizedesénél nincs 5-tel felérő számjegy s a logarithmus csak n tizedesig keresendő, s ezért ezt a tagot el lehet hagyni, annál inkább el lehet a következő tagokat, minthogy az erős összetartása miatt a sorzatnak mindnyájan jóval kisebbek a második tagnál.

4. Feltéve hogy a, b, c, d, e.... egymásután következő számok, következik:

XI. (Log. b — log. a) > (log. c — log. b) > .... > azaz a két egymásután következő természetes szám logarithmusai közötti különbség annál nagyobb, mennél kisebbek ezen számok.

Megmutatás. Log. b — log. a = log. $\frac{b}{a}$; azaz a két egymásután következő számok logarithmusai közötti különbség annyi mint azon törtszám logarithmusa, melynek számlálója és nevezője ezen számok, minthogy pedig azon törtszám, melynek számlálója és nevezője két egymásután következő természetes szám, annál kisebb, minél nagyobbak ezen számok: következik, hogy bármely törtnek logarithmusa, melynek számlálója és nevezője két egymásután következő szám, s ennélfogva a különbség is két egymásután következő szám logarithmusa között annál nagyobb lesz, minél kisebbek ezen számok.

5. Feltéve, hogy a és b két egymásután következő szám, s hogy azon hatvány jegyeinek száma, melynek logarithmusát keressük $=$ n, s végre hogy z olyan szám, mely kisebb 10-nél, következik

XII. Log. a — log. b $= \frac{z}{10^n}$ azaz n jegyből álló szám logarithmusa az n-dik tizedes jegynél fog különbözni a megelőzőtől, a miből következik, hogy n jegyből álló hatvány kiszámítására adva kell lenni annak az n-dik tizedesig kiszámított logarithmusának.

Megmut. Log. 99—log. 98=log. 0,99—log. 0.98=0, 01....

log. 11—log. 10=log. 1.1—log. 1.0=0. 09. . . .

Ennélfogva két egymásután következő 2 jegyű szám logarithmusai közötti különbségnél csak második tizedesénél lesz jelentő jegye, s ez a XI. képlet szerint annál nagyobb, minél kevesebbek a számok.

Log. 999 — log. 998 = log. 0.999 = log. 0.998 = 0.001.

Log. 1.01 — log. 100 = log. 1.01 — log. 1.00 = 0.009.

Log. 9999 — log. 9998 = log. 0.9999 — log. 0.9998 = 0.0001.

Log. 1001 — log. 1000 = log. 1.001 — log. 1.000 = 0.0009.

. . . .

. . . .

$$\text{végre: log. } \underset{1,2,3,4,5}{9999}9\ldots\underset{m,n}{99} - \text{log. } \underset{1,2\,3,4,5}{99999}\ldots\underset{m,n}{99}.$$

$$= \text{log. } 0.99999\ldots\underset{m\,n}{99} - \text{log. } 0.99999\ldots\underset{m\,n}{98}$$

$$= 0.\underset{1\,2,3,4,5}{00000}\ldots\underset{m,n}{01}$$

$$\text{Log. } \underset{m\,n}{10000\ldots01} - \text{log. } \underset{m\,n}{10000\ldots00} = \text{log. } \underset{m\,n}{1.0000\ldots01} = \underset{mn}{0.0000\ldots09}$$

Következőképen n jegyből álló szám logarithmusa ezen n-dik tizedes jegynél tér el a megelőzőtől.

Jegyz. Ezent mindenik tagnál vehetjük észre.

II. Szakasz. *Módszer.*

1. § Ha az adott log. x annyi mint y nagyobb 10-nél, akkor elosztjuk log. 10-el, a hányados $=$ q lesz a IX. formula α-ja, következőleg 10^q megfelel ezen formula a$'^{\alpha}$-jának.

2. §. A maradékból, vagy azon esetben, ha log. x kisebb mint log. 10, magából log. x-ból, a második táblabeli, értékére nézve hozzá legközelebb álló logarithmust kivonjuk, és a hozzá tartozó szám megfelel a IX. formula b'-jének, a maradék pedig balfelé egy tizedes jegygyel kevesebb.

3 §. A második maradékból ismét levonjuk a második táblabeli értékére nézve hozzája lehető legközelebb álló logarithmust, és az ehhez tartozó szám a IX. form. c'-je, mi által a maradék ismét egy tizedessel lesz kisebb balfelé.

4. §. Ezen eljárás, melynek segélyével a IX. formula a'^{α} b', c', d', ... tagjait kapjuk meg, mind addig folytatandó, míg az utólsó maradék tizedeseinek fele mind = o, mikor aztán rövidített eljáráshoz fogunk; az utólsó maradék többi jegyeit, helybeli rangukat megtartva, annyi öszvezendőre bontjuk, mint a hány jelentő jegye van, mindegyikhez egyet adunk, és az ez úton kapott számok adják a még hiányzó tagokat, melyek a IX formula r', s', t', u'-janak felelnek meg, melyek aztán egymással s a már előbb megkapottakkal szorozva kiadják a keresett számot azaz az x-et.

$$x = 10^q\, b'.\, c'.\, d' \ldots\ldots r'.\, s'.\, t'.\, u'.$$

5. §. Az ez úton megtalált szám a' q log. 10 és a többszöri kivonás miatt csak az utolsó $\alpha+1$ jegyig pontos, hol az α az n jegyei számát teszi.

Jegyz. a) Azonban hogyha a második tábla logarithmusai és a log. 10, α tizedes jegygyel tovább fejtve ment a keresendő szám logarithmusa; mielőtt a rövidített eljáráshoz fognánk, 9 log. 10-et és azon logarithmust, melyet log. x-ből ki kellene vonni, hozzá adjuk, az öszveget x-ből kivonjuk, s a megkapott maradékkal a rövidített eljárás szerint bánunk el: ezen esetben aztán a megtalált hatvány az utolsó jegyig pontos.

b) A rövidített eljárás magyarázatát a X. képlet magyarázza ki.

6. §. A második táblabeli logarithmusai az 1.01-nek és következőknek a VII. formula szerint (1-sö Rész) vannak kiszámítva.

III. Szakasz. *Példa.*

1. §. Ki kell számítani log. 1763369 tizedes jegyig az én módszerem szerint.

Keresni kell először is az *a* t (§. 2. 2) az által hogy 1000-et 1763-al osztjuk; lesz a hányados = 5671 = 107.53, ennélfogva

$$\log. 176336 = \log. \frac{176336 . 53 . 107 . 10^9}{53 . 107 . \quad 10^9}$$

$= \log. 1.000001456 + 9 \log. 10 - \log. 53 - \log. 107 = 0.0000014560 + 20.7232658369 + [6.0297080864 - 10] + [5.32.71711655 - 10] =$
$12..080146545.$

Jegyz. Log. 1.000001456 = 0.000001456 a VII. formula szerint, úgy hogy e szerint a logarithmust csak 9 tizedes jegyig kell számítani.

2. §. Ha már az adott logarithmusból a számot kellene kiszámítani, következőleg kell eljárni az 5 §-ban előadott módszer szerint.

Eljárás.

12.080146545	
11.512925465	5 log. 10
0.567221080,	1-ő maradék
530628251	log. 1.7
0.036592829,	2-dik marad.
0.029558802,	log. 1.03
0.007034027,	3-dik marad.
006975614,	log. 1.007.
0.00005841,	4-dik marad.

1.00005,1.000008,1.0000004,1.00000001

Kiszámítás.

$10^5$1.7.1.03.1007.1.00005.1000008
1.0000004. 1 . 00000001 =

1.7_{51}	[1 . 03]
1.7^{51}	[1.007]
12257	
1.763257	[1 . 00005]
8816	
1.76334516	[1.000008]
1411	
1.76335927	[1.0000004]
7_1	
1.76335998	[1.00000001]

$1.7633600 . 10^5 = 176336.00$

3. §. *Magyarázat.* Először is osztjuk az adott logarithmust, e jelen esetben 12.080146545-öt log. 10-el, a hányados lesz 5. [a 10^5-re megfelel a IX. formula a'^{α}-jának]. A maradékból = 0.567221080 azonnal levonjuk a hozzá értékére nézve legközelebb álló logarithmust azaz 0.530628251 v. a 1.7

logarithmusát. [1.7 megfelel a IX. form. b'-jének]. Ezen uton oly maradékra jövünk 0.036592829, melynek már 1-sö tizedesében nincs jelentő jegye. Ezen maradékból a II. táblának értékére nézve hozzá legközelebb álló logarithmusát azaz 0.029558802 vagy is a log. 1.03-at kivonjuk, s ez által ismét oly maradékunk lesz, melynek 2 elsö tizedes jegye 0.[1.03 megfelel a IX. formula c'-jének]. A harmadik maradékból a hozzá ismét értékére nézve legközelebb álló logarithmust azaz 0.006975614 azaz log. 1.007 kivonjuk s lesz a maradék 0.000058413. [1.007 megfelel a IX. formula f'-jének]. Minthogy a számot csak 8 jegyig kell kibontani, ezért a 9-ik jegy a logarithmusra nézve nem eldöntő. És minthogy a döntő tizedes jegyek elsö fele mind null, most már átmehetünk a rövidített eljárásra.

Nevezetesen pedig az utolsó maradékot 0.00005841-et (az 5. § 4. § értelmében) részeire 0.00005,0.000008 0.0000004, 0.00000001 bontjuk, mindegyikhez adunk 1 et s lesznek: 1.00005, 1.000008, 1.0000004, 1 00000001, melyek aztán a IX. formula r' s' t' u-jának felelnek meg.

Végezetre 10^5 (mely a keresett számnak mintegy mantissája) 1.7, 1.03, 1.007, 1.00005, 1.000008, 1.0000004 1.00000001,-el szorozzuk s megkapjuk a 176336-ot azaz a keresett számot.

Jegyz. Ezen tényezők szorzása, mint az adott példából kitünik, a rövidített methodus szerint könnyü s egyszerü.

4. §. A példából egyszersmind kitünik hogy a IX. formulabeli a'^{a}-nak megfelelö 10^qban a q a keresett szám tizedes jegyei számát jelöli, melyeket aztán a 10^q-val való szorzat egészszé tesz.

Toldalék.

A mint módszerem algebrai elöterjesztéséből kitűnik, egy n jegyü szám logarithmusát n tizedesjegyig pontosan kifejthetni; valamint megfordítva n tizedes jegyü logarithmusnak megfelelö n jegyü számot is, hogyha a táblabeli segédlogarithmusok $n+\alpha+1$ tizedesjegyig fejtvék.

De mivel az I. táblabeli logarithmusok kiszámítása nem kerül felette nagy bajba, holott a II. táblabelieké épen könnyen megy az én módszerem szerint; tehát az első tábla logarithmusainak 104 tizedes jegyre szaporítása, s a második tábla $\frac{10^{51}+9}{10^{51}}$-ig felosztása által lehetővé lesz 100 számjegyű szám logarithmusát 101 tizedesjegyig, és megfordítva ugyan ilyen logarithmushoz tartozó számot pontosan kiszámítni. Megjegyezzük, hogy a II. táblába csak ily forma: $\frac{10^n+r}{10^n}$ számok logarithmusai iktatandók, hol az r ezen számok: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, valamelyikét jelenti.

II. Tábla.

Log. 10 = 2.302585092994046	log. 1.9 = 0.641853886172395
log. 9.5 — 2.251291798606495	log. 1.8 = 0.587786664902119
log. 9 = 2.197224577336219	log. 1.7 = 0.530628251062170
log. 8.5 = 2.140066163496271	log. 1.6 = 0.4700036292457355
log. 8 = 2.079441541679836	log. 1.5 = 0.405465108108164
log. 7.5 = 2.014903020542265	log. 1.4 = 0.336472236621213
log. 7 = 1.945910149055313	log. 1.3 = 0.262364264467491
log. 6.5 = 1.871802176901591	log. 1.2 = 0.182321556793955
log. 6 = 1.791759469228055	log. 1.1 = 0.095310179804325
log. 5.5 = 1.704748092238425	log. 1.09 = 0.086177696241052
log. 5 = 1.609437912434100	log. 1.08 = 0.076961041136128
log. 4.5 = 1.504077396776274	log. 1.07 — 0.067658648473815
log. 4 = 1.386294361119891	log. 1.06 = 0.058268908123976
log. 3.5 = 1.252762968495368	log. 1.05 = 0.048790264169432
log. 3 = 1.0186122886681097	log. 1.04 = 0.039220713093281
log. 2.5 = 0.916290731874155	log. 1.03 = 0.029558802241544
log, 2.25 = 0.810930216216329	log. 1.02 = 0.019802627296180
log. 2 = 0.693147180559945	log. 1.01 = 0.009950330853168

<table>
<tr><td>log. 1.009 = 0.008959741371472</td><td>l. 1.000009=0.000008999959500</td></tr>
<tr><td>log. 1·008 = 0.007968169649177</td><td>l. 1.000008=0.000007999968000</td></tr>
<tr><td>log. 1.007 = 0.006975613736425</td><td>l. 1.000007=0.000006999975500</td></tr>
<tr><td>log. 1.006 = 0.005982071677547</td><td>l. 1000006=0.000005999982000</td></tr>
<tr><td>log. 1.005 = 0.004987541511039</td><td>l.1.000005=0.000004999987500</td></tr>
<tr><td>log. 1.003 = 0.003992021269537</td><td>l. 1.000004 = 0.00003999992000</td></tr>
<tr><td>log. 1.002 = 0.002995508979798</td><td>l.1.000003=0.000002999995500</td></tr>
<tr><td>log. 1.002 = 0.001998002662673</td><td>l. 1.000002=0.000001999998000</td></tr>
<tr><td>log. 1.001 =0.000999500333084</td><td>l. 1.00001 = 0.000000999999500</td></tr>
<tr><td>log.1.0009=0.000899595242836</td><td>l. 1.000009=0.000000899999595</td></tr>
<tr><td>log. 1.0008=0.000799680170564</td><td>l.1.0000008=0.000000799999680</td></tr>
<tr><td>log.1.0007=0.000699755511427</td><td>l.1.0000007=0.000000699999755</td></tr>
<tr><td>log.1.0006=0.000599820071968</td><td>l.1.0000006=0.000000599999820</td></tr>
<tr><td>log.1.0005=0.000499875041651</td><td>l.1.0000005=0.000000499999875</td></tr>
<tr><td>log.1.0004=0.000399920021327</td><td>l. 10000004=0.000000399999920</td></tr>
<tr><td>log.1.0003=0.000299955008998</td><td>l. 10000003=0.000000299999955</td></tr>
<tr><td>log.1.0002=0.000199980002667</td><td>l.1.0000002=0.000000199999980</td></tr>
<tr><td>log.1.0001=0.000099990003333</td><td>l.1.0000001=0.000000099999995</td></tr>
<tr><td>l. 1.00009 = 0.000089995950243</td><td>l.1.00000009||0.000000089999996</td></tr>
<tr><td>l. 1.00008 = 0.000079996800171</td><td>l.1.00000008||0.000000079999997</td></tr>
<tr><td>l. 1.00007=0.0000699975501143</td><td>l.1.00000007||0.000000069999998</td></tr>
<tr><td>l. 1.00006 = 0.000059998200072</td><td>l.1.00000006||0.000000059999998</td></tr>
<tr><td>l. 100005 = 0.000049998750042</td><td>l.1.00000005||0.000000049999999</td></tr>
<tr><td>l. 1.00004 = 0.000039999200021</td><td>log. 1.00000004 = 0.00000004</td></tr>
<tr><td>l. 1.00003 = 0.000029999550009</td><td>log. 1.00000003 = 0.00000003</td></tr>
<tr><td>l. 1.00002 = 0.000019999800003</td><td>log. 1.00000002 = 0.00000002</td></tr>
<tr><td>l. 100001 = 0.000009999950000</td><td>log. 1.00000001 = 0.00000001</td></tr>
</table>