

127916

A MAGY. KIR. KONKOLY-ALAPITVÁNYÚ
ASTROPHYSIKAI OBSERVATORIUM

KISEBB KIADVÁNYAI.

13.

3

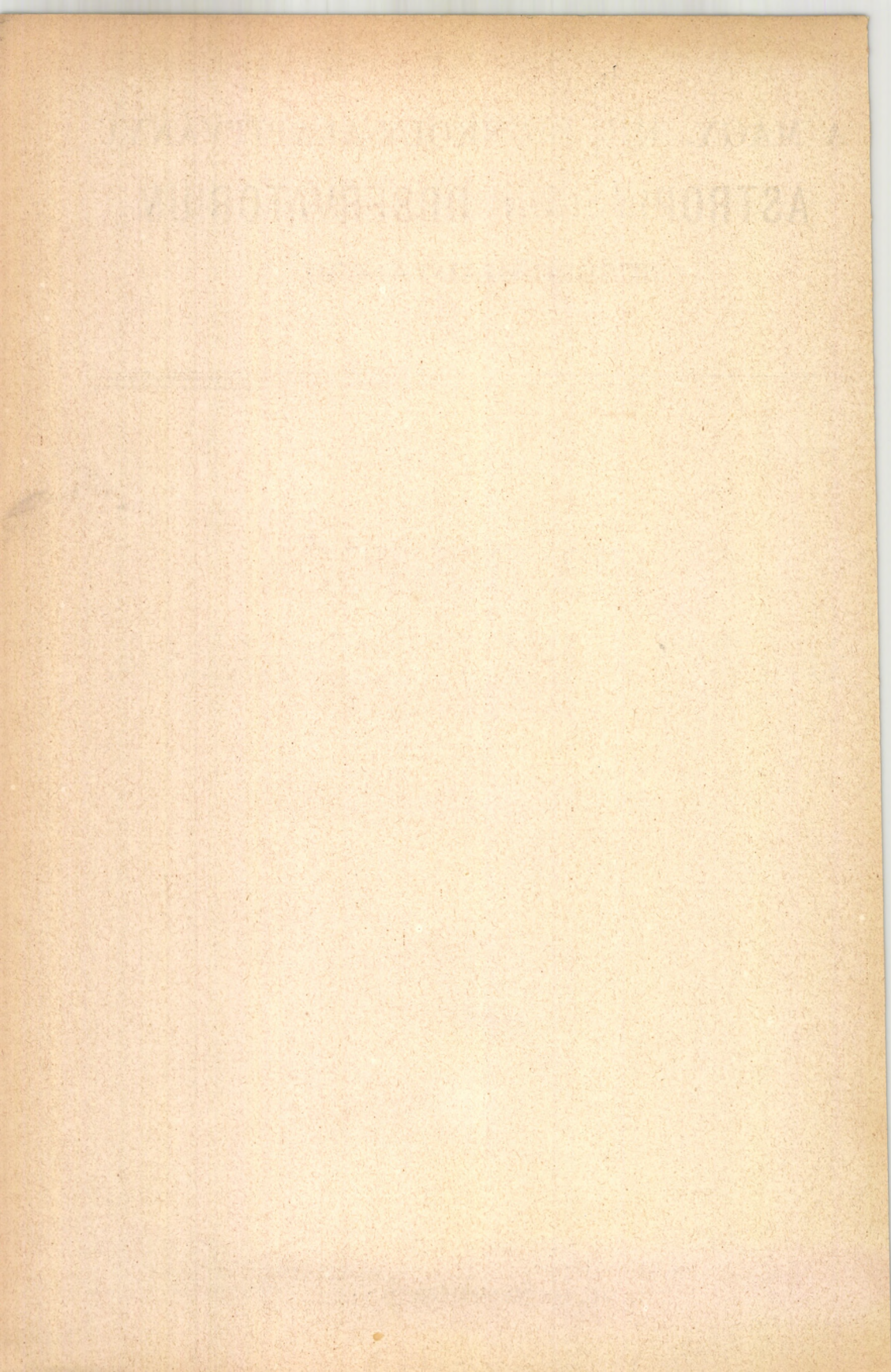
A KIS BOLYGÓK
SAECULARIS HÁBORGÁSA.

Dr. TERKÁN LAJOS.



BUDAPEST, 1907.

Nyomatott HEISLER J. kő- és könyvnyomdájában
II. ker., Várkert-rakpart 1. sz.



A MAGY. KIR. KONKOLY-ALAPITVÁNYÚ
ASTROPHYSIKAI OBSERVATORIUM
KISEBB KIADVÁNYAI.

13.

A KIS BOLYGÓK
SAECULARIS HÁBORGÁSA.

Dr. TERKÁN LAJOS.



BUDAPEST, 1907.
Nyomatott HEISLER J. kő- és könyvnyomdájában
II. ker., Várkert-rakpart 1. sz.

127916



MAGYAKADEMIA
KÖNYVTÁRA



A kis bolygók saecularis háborgása.

Charlier „Die Mechanik des Himmels“ kézi könyvének I. kötetében több oly kis bolygót említ, melyek perihelijének középmozgását — „wenn überhaupt eine existirt“ — ismeretlennek tünteti fel. E sorok írója a kérdést behatóbb vizsgálat tárgyává tette és sikerült kimutatnia, hogy a fentemlített kis bolygóknak van középmozgásuk a perihelioszban. Ezen érdekes eredmény ösztönzésül szolgált az eddig közzétett kis bolygók elemeinek megvizsgálására. Az 1909-re érvényes Berliner Astronomisches Jahrbuch 605 kis bolygó pályaelemeit adja. E 605 kis bolygó úgy a periheliosz, mint a csomóhossz saecularis háborgására nézve három-három csoportra osztható, a mint ez az elmélet¹⁾ alkalmazásából kitűnik.

Ha a

$$\begin{aligned}
 A &= \sqrt{a} \\
 \lambda &= 1 + \pi = \text{középhossz} \\
 \xi &= \sqrt{2A(1-\sqrt{1-e^2})} \cos \pi \\
 \eta &= -\sqrt{2A(1-\sqrt{1-e^2})} \sin \pi \\
 p &= \sqrt{2A\sqrt{1-e^2}(1-\cos i)} \cos \Omega \\
 q &= \sqrt{2A\sqrt{1-e^2}(1-\cos i)} \sin \Omega
 \end{aligned} \tag{1}$$

Poincaréféle elemeket használjuk, akkor ezekben

$$\begin{aligned}
 \frac{d\xi}{dt} &= \frac{\partial[F]}{\partial \eta} & \frac{d\eta}{dt} &= -\frac{\partial[F]}{\partial \xi} \\
 \frac{dp}{dt} &= \frac{\partial[F]}{\partial q} & \frac{dq}{dt} &= -\frac{\partial[F]}{\partial p}
 \end{aligned} \tag{2}$$

1) Charlier „Die Mechanik des Himmels“ pag. 410.

differentialegyenletek adják a saecularis háborgások értékét. Itt

$$\begin{aligned}
 [F] = & \frac{\beta}{\mu \mathcal{A}^2} + \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{i=1}^n km_i \left\{ \frac{1}{2} A_0(a, a_i) + \frac{1}{8} B_1(a, a_i) \left(\frac{\xi^2 + \eta^2}{\mathcal{A}} + \frac{+\xi_i^2 \eta_i^2}{\mathcal{A}_i} \right) \right. \\
 & - \frac{1}{4} B_2(a, a_i) \frac{\xi \xi_i + \eta \eta_i}{\sqrt{\mathcal{A} \mathcal{A}_i}} \\
 & - \frac{1}{8} B_1(a, a_i) \left(\frac{p^2 + q^2}{\mathcal{A}} + \frac{p_i^2 + q_i^2}{\mathcal{A}_i} \right) \\
 & \left. - \frac{1}{4} B_1(a, a_i) \frac{p p_i + q q_i}{\sqrt{\mathcal{A} \mathcal{A}_i}} \right\} \quad (3)
 \end{aligned}$$

A (3)-ban M a Nap tömege, m_i pedig a nagy bolygók tömegének általános jelzése, a β és a μ mennyiségek a koordinatarendszer kezdőpontjának megválasztásától függenek.

Tekintettel arra, hogy az excentricitas kis mennyiség, a következő egyszerű jelzéseket használhatjuk:

$$\begin{aligned}
 [\xi_r] &= \frac{\xi_r}{\sqrt{\mathcal{A}_r}} = e_r \cos \pi_r & [p_r] &= \frac{p_r}{\sqrt{\mathcal{A}_r}} = \sin i_r \cos \Omega_r \\
 [\eta_r] &= \frac{\eta_r}{\sqrt{\mathcal{A}_r}} = e_r \sin \pi_r & [q_r] &= \frac{q_r}{\sqrt{\mathcal{A}_r}} = \sin i_r \sin \Omega_r
 \end{aligned} \quad (4)$$

$$r = (0, 1, \dots, n).$$

Itt $\mathcal{A}_0 = \mathcal{A}$, $\xi_0 = \xi$, $\mu_0 = \mu$, $p_0 = p$, $q_0 = q$ értelemben veendők.

Ekkor differentialegyenleteink alakja:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d[\xi]}{dt} &= [\eta] \sum_{i=1}^n (0, i) - \sum_{i=1}^n [0, i] [\eta_i] \\ \frac{d[\eta]}{dt} &= -[\xi] \sum_{i=1}^n (0, i) + \sum_{i=1}^n [0, i] [\xi_i] \end{aligned} \right. \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d[p]}{dt} &= -[q] \sum_{i=1}^n (0, i) + \sum_{i=1}^n (0, i) [q_i] \\ \frac{d[q]}{dt} &= [p] \sum_{i=1}^n (0, i) - \sum_{i=1}^n (0, i) [p_i], \end{aligned} \right. \quad (5^*)$$

melyekben :

$$(0 \ i) = \frac{km_i}{4\sqrt{M}A} B_1(a, a_i)$$

$$[0, i] = \frac{km_i}{4\sqrt{M}A} B_2(a, a_i) \quad (6)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$$B_i = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{a a_i \cos i \varphi d\varphi}{(a^2 + a_i^2 - 2a a_i \cos \varphi)^{\frac{3}{2}}}$$

Az (5) és (5*) alatti egyenletek pontos integrációjá folytán bármely időpontra érvényes elemeket kapjuk. Ezen egyenleteknek az integrálásra alkalmasabb formát adhatunk. A nagy bolygók saecularis háborgása ugyanis

$$\left\{ \begin{aligned} [\xi_i] &= M_1^{(i)} \cos(s_1 t + \beta_1) + \dots + M_n^{(i)} \cos(s_n t + \beta_n) \\ [\eta_i] &= M_1^{(i)} \sin(s_1 t + \beta_1) + \dots + M_n^{(i)} \sin(s_n t + \beta_n) \end{aligned} \right. \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{aligned} [p_i] &= N_1^{(i)} \cos(\sigma_1 t + \delta_1) + \dots + N_n^{(i)} \cos(\sigma_n t + \delta_n) \\ [q_i] &= N_1^{(i)} \sin(\sigma_1 t + \delta_1) + \dots + N_n^{(i)} \sin(\sigma_n t + \delta_n) \end{aligned} \right. \quad (7^*)$$

kifejezésekkel adott, melyekben szereplő $M_r^{(i)}$, $N_r^{(i)}$, s_r , σ_r , β_r , δ_r mennyiségeket Stockwell 1850-re megállapította.

Ezzel differentialegyenleteink

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d[\xi]}{dt} &= b[\eta] + \sum_{r=1}^n E_r \sin(s_r t + \beta_r) \\ \frac{d[\eta]}{dt} &= -b[\xi] + \sum_{r=1}^n E_r \cos(s_r t + \beta_r) \end{aligned} \right. \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d[p]}{dt} &= -b[q] + \sum_{r=1}^n F_r \sin(\sigma_r t + \delta_r) \\ \frac{d[q]}{dt} &= b[p] - \sum_{r=1}^n F_r \cos(\sigma_r t + \delta_r) \end{aligned} \right. \quad (8^*)$$

alakokba mennek át, melyekben

$$\begin{aligned} b &= \sum_{i=1}^n (0, i) \\ E_r &= \sum_{i=1}^n [0, i] M_r^{(i)} \\ F_r &= \sum_{i=1}^n (0, i) N_r^{(i)}. \end{aligned} \quad (9)$$

Ezen egyenletek integraljai :

$$\left\{ \begin{aligned} [\xi] &= A \cos (bt + B) + \sum_{r=1}^n G_r \cos (s_r t + \beta_r) \\ [\eta] &= A \sin (bt + B) + \sum_{r=1}^n G_r \sin (s_r t + \beta_r) \end{aligned} \right. \quad (10)$$

$$\left\{ \begin{aligned} [p] &= C \cos (-bt + D) + \sum_{r=1}^n H_r \cos (\sigma_r t + \delta_r) \\ [q] &= C \sin (-bt + D) + \sum_{r=1}^n H_r \sin (\sigma_r t + \delta_r) \end{aligned} \right. \quad (10^*)$$

Ezekben :

$$\begin{aligned} G_r &= \frac{E_r}{b - s_r} \\ H_r &= \frac{F_r}{b + \sigma_r} \end{aligned} \quad (11)$$

A A, B, C, D integrációs állandók, melyeknek meghatározására

$$\left\{ \begin{aligned} A \cos B &= e_0 \cos \pi_0 - \sum_{r=1}^n G_r \cos \beta_r \\ A \sin B &= e_0 \sin \pi_0 - \sum_{r=1}^n G_r \sin \beta_r \end{aligned} \right. \quad (12)$$

$$\left\{ \begin{aligned} C \cos D &= \sin i_0 \cos \Omega_0 - \sum_{r=1}^n H_r \cos \delta_r \\ C \sin D &= \sin i_0 \sin \Omega_0 - \sum_{r=1}^n H_r \sin \delta_r \end{aligned} \right. \quad (12^*)$$

egyenletek szolgálnak. A 0 indexszel ellátott mennyiségek $t = 0$ -ra, azaz 1850-re érvényes pályaelemek.

A G_r és H_r mennyiségek nagyságrendje egyezik a nagy bolygók excentricitásának és hajlásának nagyságrendjével; ennél fogva (12) és (12*) alatti egyenletek szerint A és C a kis bolygók excentricitásának és hajlásának nagyságrendjével egyező mennyiségek. Mivel a kis bolygók ez utóbbi elemei nagyobbak, mint a nagy bolygóké, azért A és C mennyiségek általában G_r és H_r mennyiségeknél nagyobbak. Az eddig közzétett 605 kis bolygó pályaelemeit megvizsgáltuk s azt találtuk, hogy a legtöbb kis bolygóra

$$|A| > \Sigma |G_r| \quad (13)$$

$$|C| > \Sigma |H_r| \quad (13^*)$$

egyenlőtlenségek teljesülnek.

A (13) és (13*) alatti egyenlőtlenségek teljesülése esetén kimutatható, hogy a periheliosz középmozgása b , a csomóhosszá pedig $-b$. A (10) alapján

$$\begin{aligned} e \cos \pi &= A \cos(bt+B) + \Sigma G_r \cos(s_r t + \beta_r) \left| \cos(bt+B) \right| - \sin(bt+B) \\ e \sin \pi &= A \sin(bt+B) + \Sigma G_r \sin(s_r t + \beta_r) \left| \sin(bt+B) \right| \cos(bt+B) \end{aligned} \quad (14)$$

Ha a jelzett szorzásokat végrehajtjuk és a nyert szorzatokat összeadjuk, akkor

$$\begin{aligned} e \cos [\pi - (bt+B)] &= A + \Sigma G_r \cos [(s_r - b)t + \beta_r - B] \\ e \sin [\pi - (bt+B)] &= \Sigma G_r \sin [(s_r - b)t + \beta_r - B] \end{aligned} \quad (15)$$

egyenleteket kapjuk, melyekből:

$$\operatorname{tg} [\pi - (bt+B)] = \frac{\Sigma G_r \sin [(s_r - b)t + \beta_r - B]}{A + \Sigma G_r \cos [(s_r - b)t + \beta_r - B]} \quad (16)$$

A (13) alatti egyenlőtlenség miatt a nevező sohasem lehet zérus, A meg pozitívnek választható, ennél fogva

$$\pi = bt + B + P_1. \quad (17)$$

Hasonlóképp

$$\Omega = -bt + B + P_2. \quad (18)$$

A P_1 és P_2 periodikus mennyiségek és abszolút értékre kisebbek, mint 90° .

A (17) és (18) szerint a legtöbb kis bolygó perihelijének középmozgása b , a csomójának pedig $-b$.

A 605 kis bolygó közül 5 van olyan, melynél

$$|G_7| > A + \sum_{r=1, 2, \dots, 6, 8} |G_r| \quad (19)$$

Ezen 5 kis bolygónál az előbbi megfontolás alapján

$$\pi = s_7 t + \beta_7 + P_3 \quad (20)$$

A (20)-ban P_3 ismét kisebb abszolút értékre, mint 90° .

A Jupiter perihelje, mint ismeretes

$$\pi_4 = s_7 t + \beta_7 + P_4, \quad (21)$$

hol P_4 numerice ismét kisebb 90° -nál. Öt kis bolygó perihelje a Jupiter perihelijével libratióban van és a kis bolygó perihelje nem térhet el 90° -ra a Jupiter perihelijétől.

A 605 kis bolygó közül egy oly kis bolygó van, melynél

$$|H_7| > C + \sum_r H_r \quad (22)$$

$r = 1, 2, \dots, 6, 8.$

E kis bolygónál e szerint

$$\Omega = \sigma_7 t + \delta_7 + P_5 \quad (23)$$

A Jupiter, illetőleg Saturnus csomója is ily egyenlettel fejezhető ki.

Ennélfogva e kis bolygó csomója libratióban van Jupiterrel, illetőleg Saturnus-sal és a kis bolygó csomója nem tér el 90° -ra a Jupiterétől, illetőleg Saturnusétól.

A harmadik csoportba tartoznak azon kis bolygók, melyeknél a (10) és (10*) alatti egyenletekben nincs oly együttható, melynek abszolút értéke nagyobb volna a többi együttható abszolút értékének összegénél. Ez azon csoport, melynek középmozgását úgy a perihelben, mint a csomóban Charlier szerint ismeretlennek kell tekin-

tenünk. Azonban, mint már a bevezetésben is jeleztük, ezen csoportnak is van középmozgása, csak hogy e középmozgás összetett mozgás: a perihelben $\frac{1}{2}(b+s_7)$, vagy $\frac{1}{2}(b+s_8)$; a csomóban pedig $\frac{1}{2}(-b+\sigma_6)$, vagy $\frac{1}{2}(-b+\sigma_7)$.

E csoportnál ugyanis

$$A + |G_8| \geq \sum_{j=1, 2, \dots, 6, 7} |G_j| \quad (24)$$

Megjegyezzük e helyen, hogy G_r együtthatók közül csak G_6 , G_7 , G_8 jöhet számításba, mert a többi ezekhez képest igen kis mennyiség.

E megjegyzés után

$$\begin{aligned} e \cos \pi &= A \cos(bt+B) + G_8 \cos(s_8 t + \beta_8) + G_6 \cos(s_6 t + \beta_6) + G_7 \cos(s_7 t + \beta_7) \\ e \sin \pi &= A \sin(bt+B) + G_8 \sin(s_8 t + \beta_8) + G_6 \sin(s_6 t + \beta_6) + G_7 \sin(s_7 t + \beta_7) \end{aligned} \quad (25)$$

egyenleteket írhatjuk fel.

Ha az elsőt $\cos(bt+B)$ -vel, a másodikat $\sin(bt+B)$ -vel szorozzuk, azután az elsőt $-\sin(bt+B)$ -vel, a másodikat pedig $\cos(bt+B)$ -vel és a nyert szorzatokat külön-külön összeadjuk, akkor

$$\begin{aligned} e \cos[\pi - (bt+B)] &= A + G_8 \cos[s_8 t + \beta_8 - (bt+B)] + \\ &+ G_6 \cos[s_6 t + \beta_6 - (bt+B)] + G_7 \cos[s_7 t + \beta_7 - (bt+B)] \\ e \sin[\pi - (bt+B)] &= G_8 \sin[s_8 t + \beta_8 - (bt+B)] + \\ &+ G_6 \sin[s_6 t + \beta_6 - (bt+B)] + G_7 \sin[s_7 t + \beta_7 - (bt+B)] \end{aligned} \quad (26)$$

Ha a (25) alatti egyenletek közül az elsőt $\cos(s_8 t + \beta_8)$ -al, a másodikat $\sin(s_8 t + \beta_8)$ -al, azután az elsőt $-\sin(s_8 t + \beta_8)$ -al, a másodikat $\cos(s_8 t + \beta_8)$ -al szorozzuk, e szorzatokat külön-külön összeadjuk, akkor

$$\begin{aligned} e \cos[\pi - (s_8 t + \beta_8)] &= G_8 + A \cos[bt+B - (s_8 t + \beta_8)] + \\ &+ G_6 \cos[s_6 t + \beta_6 - (s_8 t + \beta_8)] + G_7 \cos[s_7 t + \beta_7 - (s_8 t + \beta_8)] \\ e \sin[\pi - (s_8 t + \beta_8)] &= A \sin[bt+B - (s_8 t + \beta_8)] + \\ &+ G_6 \sin[s_6 t + \beta_6 - (s_8 t + \beta_8)] + G_7 \sin[s_7 t + \beta_7 - (s_8 t + \beta_8)] \end{aligned} \quad (27)$$

Ha a (26) és (27) első egyenletét, azután pedig a második egyenletét adjuk össze, akkor

$$\begin{aligned}
 2 e \cos \left(\pi - \frac{bt+B+s_s t+\beta_s}{2} \right) \cdot \cos \frac{s_s t+\beta_s-(bt+B)}{2} &= (A+G_3) \cdot \left(1 + \cos [bt+B-(s_s t+\beta_s)] \right) + \\
 + 2 G_6 \cos \left(s_6 t+\beta_6 - \frac{bt+B+s_s t+\beta_s}{2} \right) \cdot \cos \frac{s_s t+\beta_s-(bt+B)}{2} &+ \\
 + 2 G_7 \cos \left(s_7 t+\beta_7 - \frac{bt+B+s_s t+\beta_s}{2} \right) \cdot \cos \frac{s_s t+\beta_s-(bt+B)}{2} &
 \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned}
 2 e \sin \left(\pi - \frac{bt+B+s_s t+\beta_s}{2} \right) \cdot \cos \frac{s_s t+\beta_s-(bt+B)}{2} &= (A-G_3) \cdot \sin [bt+B-(s_s t+\beta_s)] + \\
 2 G_6 \sin \left(s_6 t+\beta_6 - \frac{bt+B+s_s t+\beta_s}{2} \right) \cdot \cos \frac{s_s t+\beta_s-(bt+B)}{2} &+ \\
 + 2 G_7 \sin \left(s_7 t+\beta_7 - \frac{bt+B+s_s t+\beta_s}{2} \right) \cdot \cos \frac{s_s t+\beta_s-(bt+B)}{2} &
 \end{aligned}$$

egyenletekhez jutunk, melyekből

$$\begin{aligned}
 \operatorname{tg} \left(\pi - \frac{bt+B+s_s t+\beta_s}{2} \right) &= \frac{(A-G_3) \sin \frac{bt+B-(s_s t+\beta_s)}{2} + \sum_{i=6}^7 G_i \sin \left(s_i t+\beta_i - \frac{bt+B+s_s t+\beta_s}{2} \right)}{(A+G_3) \cos \frac{bt+B-(s_s t+\beta_s)}{2} + \sum_{i=6}^7 G_i \cos \left(s_i t+\beta_i - \frac{bt+B+s_s t+\beta_s}{2} \right)} \quad (29)
 \end{aligned}$$

A (29)-ről a (24) alapján kimutatható, hogy 3 kis bolygónál: Chicogo-, Seppina- és Rezianál évezredekken át nem lehet végtelen.

Nevezetesen a G_i -vel szorzott tagokban a sinus és cosinus argumentumához adjunk $(bt+B)$ -t és vonjuk le, azután a (29) számlálóját és nevezőjét osszuk el $\cos \frac{bt+B-(s_8t+\beta_8)}{2}$ -vel. Ekkor:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \left(\pi - \frac{bt+B+s_8t+\beta_8}{2} \right) &= \frac{(A-G_8) \operatorname{tg} \frac{bt+B-(s_8t+\beta_8)}{2} + \sum_{i=6}^7 G_i \sin[(s_i t + \beta_i) - (bt+B)]}{A+G_8 + \sum_{i=6}^7 G_i \cos [s_i t + \beta_i - (bt+B)] -} \\ &\quad - (bt+B)] + \sum_{i=6}^7 G_i \cos [s_i t + \beta_i - (bt+B)] \operatorname{tg} \frac{bt+B-(s_8t+\beta_8)}{2} \\ &\quad - \sum_{i=6}^7 G_i \sin [s_i t + \beta_i - (bt+B)] \operatorname{tg} \frac{bt+B-(s_8t+\beta_8)}{2} \end{aligned} \quad (30)$$

A (30) értéke fölött a $\operatorname{tg} \frac{bt+B-(s_8t+\beta_8)}{2}$ értéke dönt a mellette levő faktorial. A B kellő megválasztása mellett¹⁾ a (30) nevezője e tg ens bármely értékénél a zérustól különböző az alább jelzett időtartamra; s pedig a zérustól feltétlenül különböző és pozitív a (30) nevezője akkor, a mikor

$$\frac{(b-s_8)t+B-\beta_8}{2} \begin{aligned} &\geq 0^\circ \\ &\leq 45^\circ \end{aligned} \quad (31)$$

vagy

$$\begin{aligned} &\geq \frac{\beta_8 - B}{b - s_8} \\ &\leq \frac{90^\circ + \beta_8 - B}{b - s_8} \end{aligned} \quad (31^*)$$

Azonban akkor sem lesz zérus, a mikor

$$\begin{aligned} &\geq \frac{90^\circ + \beta_8 - B}{b - s_8} \\ &< \frac{180^\circ + \beta_8 - B}{b - s_8} \end{aligned} \quad (32)$$

Ha

$$\frac{(b-s_8)t+B-\beta_8}{2} = 90^\circ, \quad (33)$$

akkor

¹⁾ Úgy választottuk meg, hogy az alább jelzett időtartamra a (30) nevezője mindig pozitív legyen és a (12) is ki legyen elégítve.

$$\lim_{t=\tau} \operatorname{tg} \left(\pi - \frac{bt + B + s_8 t + \beta_8}{2} \right) = - \frac{A - G_8 + \sum_{i=6}^7 G_i \cos [s_i \tau + \beta_i - (b\tau + B)]}{\sum_{i=6}^7 G_i \sin [s_i \tau + \beta_i - (b\tau + B)]}, \quad (34)$$

a hol

$$\tau = \frac{180^\circ + \beta_8 - B}{b - s_8} \quad (35)$$

A (34) szintén véges érték. Mivel a számláló felváltva pozitív és negatív, a nevező pedig mindig pozitív, azért a fentemlített 3 kis bolygónak is van középmozgása s ez: $\frac{b+s_8}{2}$ a perihelioszban. A (30) szerint a fenti 3 kis bolygónál

$$\pi = \frac{b+s_8}{2} t + \frac{B+\beta_8}{2} + P_6, \quad (36)$$

a hol P_6 oly periodikus mennyiség, melynek abszolút értéke 90° -nál kisebb. A harmadik csoport többi 14 tagjánál teljesen azonos módon bizonyítható be, hogy évezredekben át

$$\pi = \frac{b+s_7}{2} t + \frac{B+\beta_7}{2} + P_7, \quad (37)$$

a hol P_7 ismét periodikus mennyiség és kisebb 90° -nál. A harmadik csoport középmozgása tehát összetett mennyiség: $\frac{1}{2} b$ és a Saturnus középmozgásának fele; vagy $\frac{1}{2} b$ és a Jupiter középmozgásának fele.

Hasonlóképp mutathatjuk ki — később meg is tesszük — hogy a C és H₁ együtthatók által meghatározott harmadik csoportnak középmozgása a csomóhosszban szintén összetett mennyiség, nevezetesen $-\frac{1}{2} b + \frac{1}{2} \sigma_6$ vagy $-\frac{1}{2} b + \sigma_7$ úgy hogy

$$\Omega = \frac{-b+\sigma_6}{2} t + \frac{D+\delta_6}{2} + P_8 \quad (37^*)$$

$$\text{ill. } \Omega = \frac{-b+\sigma_7}{2} t + \frac{D+\delta_7}{2} + P_9$$

a hol P_8 és P_9 periodikus mennyiségek és abszolút értékre 90° -nál kisebbek évezredekig tartó időközre.

A most tárgyaltak helyessége az I., II., III. táblázatok adataiból tüstént kiténik. Az I. táblázatba foglaltuk Stockwell által számított s_i , β_i , σ_j , δ_j ($i = 6, 7, 8$) ($j = 5, 6, 7$) mennyiségeket.

I. Táblázat.

	6	7	8		5	6	7
s_i	2°7'27659	3°7'16607	22°460848	σ_j	-0°661666	-2°9'16082	-25°9'34567
β_i	105°3'53''	28°8'46''	307°56'50''	δ_j	20°31'24''6	133°56'10''8	306°19'21''2

A II. táblázatba foglaltuk azon kis bolygókat, melyeknek vagy a Jupiterrel van libratiójuk a perihelben vagy pedig libratiójuk oly természetű, hogy a harmadik csoportba kell őket soroznunk. A G_i mennyiségeket Newcombféle tábla segélyével számítottuk ki; ezek közül csak a G_6 , G_7 , G_8 értékeit adjuk, mert — mint már említettük is — a többiek ezekhez képest elenyésző kis mennyiségek. A b mennyiségeket Norén és Raab táblázatából vettük. A B mennyiséget csak a harmadik csoportba tartozó kis bolygóknál kellett felvennünk a táblázatba.

Az első 11 kis bolygót *-gal jelöltük meg, mert ezek adatait nem mi számítottuk, hanem Charlier; ezeknél csupán B kellő értéket kellett megállapítanunk.

Meg kell még jegyeznünk, hogy a kis bolygók pályaelemeit 1850-re kellett átszámítanunk, mert a Stockwellféle mennyiségek erre érvényesek. Az átszámítás a praecessioelmélet alapján

$$\left. \begin{aligned} \Omega_0 &= \Omega - \left[\frac{d\psi}{dt} + \cot i \sin (\Omega - \Pi) \frac{d(\pi)}{dt} \right] t \\ i_0 &= i + \cos (\Omega - \Pi) \frac{d(\pi)}{dt} t \\ \omega_0 &= \omega + \sin (\Omega - \Pi) \operatorname{cosec} i \frac{d(\pi)}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

képletekkel történt, melyekben Ω_0 , i_0 , ω_0 1850-re; Ω , i , ω pedig $1850 + \frac{1}{2}t$ -re érvényes mennyiségek a \cos és \sin műveletjel alatt.

II. Táblázat.

A kis bolygó		G ₆	G ₇	G ₈	π ₀	φ ₀	A	B	b	a
száma	neve									
40	Harmonia*	+0·00172	+0·02470	+0·02083	0°·90	2°·67	+0·01292	17°10'45''	37''·08	2·267
117	Lomia*	+0·00215	+0·03030	+0·01412	38·19	1·53	+0·01729	-219° 8'16''	74·93	2·993
147	Protogeneia*	+0·00223	+0·03137	+0·01389	13·98	2·04	+0·00380	—	88·10	3·136
189	Phthia*	+0·00183	+0·02615	+0·01730	9·40	2·07	+0·00650	—	42·27	2·452
196	Philomela*	+0·00221	+0·03123	+0·01392	-48·78	1·18	+0·02477	-495°45'27''	86·11	3·116
205	Martha*	+0·00203	+0·02868	+0·01477	24·58	1·92	+0·01151	—	59·44	2·780
215	Oenone*	+0·00202	+0·02858	+0·01483	-20·70	2·02	+0·01545	-267° 5'40''	58·56	2·766
286	Iclea*	+0·00226	+0·03182	+0·01383	26·60	0·71	+0·02548	-538° 9'45''	94·50	3·196
292	Ludovica*	+0·00188	+0·02676	+0·01643	-29·13	1·61	+0·01702	-120°14'16''	45·78	2·530
300	Geraldina*	+0·00227	+0·03193	+0·01382	-34·73	2·44	+0·02971	-451°53'13''	95·94	3·209
338	Budrosa*	+0·00210	+0·02570	+0·01431	35·04	1·21	+0·01943	-202°52'27''	68·61	2·913
334	Chicago	+0·00168	+0·03740	+0·01493	13·98	0·95	+0·02573	+187°41'45''	252''·02	3·912
357	Ninina	+0·00225	+0·03160	+0·01387	9·50	1·50	+0·00979	—	90·39	3·116
362	Havnia	+0·00191	+0·02712	+0·01602	55·75	2·50	+0·03537	-256° 1'30''	48·21	2·578
447	Valentine	+0·00215	+0·03028	+0·01413	28·10	2·67	+0·01789	-290°40'50''	74·85	2·990
480	Hansa	+0·00194	+0·02762	+0·01555	73·00	2·50	+0·04334	-241° 0'32''	51·47	2·641
483	Seppina	+0·00239	+0·03352	+0·01392	-48·13	2·95	+0·04563	+266° 5'48''	125·50	3·426
491	Carina	+0·00226	+0·03185	+0·01383	40·20	3·70	+0·03700	-290°59'56''	95·06	3·198
514	Armida	+0·00218	+0·03075	+0·01402	17·50	2·70	+0·01285	—	80·23	3·052
528	Rezia	+0·00238	+0·03333	+0·01389	28·70	1·13	+0·02010	172°58'43''	121·36	3·398
581	Tauntonia	+0·00227	+0·03195	+0·01383	62·70	2·50	+0·03285	-240°56'40''	96·63	3·213
589	[1906. TM]	+0·00223	+0·03133	+0·01290	28·48	2·90	+0·02057	-295°49'34''	87·70	3·130

Ezekben :

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi}{dt} &= 50''2453 + 0''0002218 t \\ \Pi &= 173^{\circ}29'68 + 0'5477 t \\ \frac{d(\pi)}{dt} &= 0''47141 - 0.00000679 t \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

A III. táblázat nyújt tüzetes áttekintést a harmadik csoportba tartozó (a periheliosz középmozgása szempontjából) 17 kis bolygóról. Az első rovat a kis bolygó nevét tartalmazza, az ezután következő 8 rovat sinus és cosinus argumentumainak nagyságát és a sinus és cosinus előjelét (31*), illetőleg s_8, β_8 helyett s_7, β_7 mellett, az ezek után következő 8 rovat pedig (32), illetőleg s_8, β_8 helyett s_7, β_7 mellett, az utolsó előtti 4 rovat (35)-nél a (34) nevezőjét tünteti fel nemcsak (s_8, β_8) mennyiségeknél, hanem a kellő helyen veendő (s_7, β_7) mennyiségeknél is, az utolsó rovat adja azon mennyiséget, melynek felét $\frac{1}{2}$ b-hez adva a kis bolygó középmozgását kapjuk. Egyébkint a III. táblázat rovatainak fejrovatai világosan értelmek az egyes rovatokban foglalt mennyiségeket.

E táblázatból látjuk, hogy 17 kis bolygónak feltétlenül van középmozgása a perihelioszban, — mert a kérdéses tangens számlálója felváltva pozitív és negatív — és e középmozgás van meg azon évezredek tartalmazó időközre is, melyben a (30) nevezője mindig negatív, számlálója pedig pozitív ill. negatív, csakhogy ezen időközre a fellépő periodikus mennyiség $180^{\circ} + P$ lesz.

A kis bolygók saecularis háborgása a csomóban. A csomóhossz saecularis háborgásának természetét is megvizsgáltuk s a 605 kis bolygó közül 600-at az első csoportba kellett soroznunk, egy kis bolygót a Garumnát a Jupiterrel és Saturnussal libratióban levő csoportba, végre négy kis bolygót névszerint: Angelina, Koronis, Ortrud és Misa kis bolygókat pedig a harmadik csoportba.

Emez utóbbi, az égi mechanika szempontjából érdekes 5 kis bolygónak jellemző adatait a IV. táblázatba foglaltuk.

A H_r mennyiségeket magunk számítottuk, mivel oly táblázat, mely e mennyiségeket tartalmazza, nem állott rendelkezésünkre. Ép ezért nem lesz értéktelen dolog, ha H_r értékeit a $= 2.2$ -től a $= 3.3$ -ig e helyen közöljük. Az V. táblázatba foglaltuk e mennyiségeket.

III. Táblázat.

A kis bolygó neve	$t \begin{cases} \geq \frac{\beta_7 - B}{b - s_7} \\ \leq \frac{90^\circ + \beta_7 - B}{b - s_7} \end{cases}$		ill.	$\begin{cases} \geq \frac{\beta_8 - B}{b - s_8} \\ \leq \frac{90^\circ + \beta_8 - B}{b - s_8} \end{cases}$								
	$\cos[(s_6 - b)t + \beta_6 - B]$	Előjel		$\sin[(s_6 - b)t + \beta_6 - B]$	Előjel	$\cos\left[\frac{(s_8 - b)t + \beta_8 - B}{s_7 \beta_7}\right]$	Előjel	$\sin\left[\frac{(s_8 - b)t + \beta_8 - B}{s_7 \beta_7}\right]$	Előjel			
Harmonia	(77°)	(-12°)	+	(77°)	(-12°)	+ -	(286°)	(241°)	+ -	(236°)	(241°)	-
Lomia	(77)	(-13)	+	(77)	(-13)	+ -	(342)	(274)	+	(342)	(274)	-
Philomela	(77)	(-13)	+	(77)	(-13)	+ -	(383)	(318)	+	(383)	(318)	+ -
Oenone	(77)	(-13)	+	(77)	(-13)	+ -	(378)	(318)	+	(378)	(318)	+ -
Iclea	(77)	(-13)	+	(77)	(-13)	+ -	(393)	(321)	+	(393)	(321)	+ -
Ludovica	(77)	(-13)	+	(77)	(-13)	+ -	(354)	(310)	+	(354)	(310)	-
Geraldina	(77)	(-13)	+	(77)	(-13)	+ -	(376)	(304)	+	(376)	(304)	+ -
Budrosa	(77)	(-13)	+	(77)	(-13)	+ -	(338)	(271)	+	(338)	(271)	-
Chicago	(-203)	(-293)	- +	(-203)	(-293)	+	(-280)	(-370)	+	(-280)	(-370)	+ -
Havnia	(77)	(-13)	+	(77)	(-13)	+ -	(393)	(310)	+	(393)	(310)	+ -
Valentine	(77)	(-13)	+	(77)	(-13)	+ -	(375)	(308)	+	(375)	(308)	+ -
Hansa	(77)	(-13)	+	(77)	(-13)	+ -	(329)	(262)	+ -	(329)	(262)	-
Seppina	(-203)	(-293)	- +	(-203)	(-293)	+	(-276)	(-359)	+	(-276)	(-359)	+
Carina	(77)	(-13)	+	(77)	(-13)	+ -	(339)	(272)	+	(339)	(272)	-
Rezia	(-203)	(-293)	- +	(-203)	(-293)	+	(-292)	(-392)	+	(-292)	(-392)	+ -
Tauntonia	(77)	(-13)	+	(77)	(-13)	+ -	(334)	(262)	+ -	(334)	(262)	-
[1906 T M]	(77)	(-13)	+	(77)	(-13)	+ -	(365)	(283)	+	(365)	(283)	+ -

A kis bolygó neve	$\begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} \frac{90^\circ + \beta_7 - B}{b - s_7}$		ill.	$\begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} \frac{90^\circ + \beta_8 - B}{b - s_8}$									
	$\begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} \frac{180^\circ + \beta_7 - B}{b - s_7}$			$\begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} \frac{180^\circ + \beta_8 - B}{b - s_8}$		$\cos\left[\frac{(s_8 - b)t + \beta_8 - B}{\beta_7}\right]$		$\sin\left[\frac{(s_8 - b)t + \beta_8 - B}{\beta_7}\right]$		$\cos[(s_6 - b)t + \beta_6 - B]$		$\sin[(s_6 - b)t + \beta_6 - B]$	
		Előjel			Előjel		Előjel		Előjel		Előjel		Előjel
Harmonia	(-12°) (-102°)	+ -	(-12°) (-102°)	-	(241°) (196°)	-	(241°) (196°)	-	(241°) (196°)	-			-
Lomia	(-13) (-102)	+ -	(-12) (-102)	-	(274) (206)	+ -	(274) (296)	-	(274) (296)	-			-
Philomela	(-13) (-102)	+ -	(-12) (-102)	-	(318) (251)	+ -	(318) (251)	-	(318) (251)	-			-
Oenone	(-13) (-102)	+ -	(-12) (-102)	-	(318) (258)	+ -	(318) (258)	-	(318) (258)	-			-
Iclea	(-13) (-102)	+ -	(-12) (-102)	-	(321) (249)	+ -	(321) (249)	-	(321) (249)	-			-
Ludovica	(-13) (-102)	+ -	(-12) (-102)	-	(310) (265)	+ -	(310) (265)	-	(310) (265)	-			-
Geraldina	(-13) (-102)	+ -	(-12) (-102)	-	(304) (232)	+ -	(304) (232)	-	(304) (232)	-			-
Budrosa	(-13) (-102)	+ -	(-12) (-102)	-	(271) (203)	+ -	(271) (203)	-	(271) (203)	-			-
Chicago	(-293) (-383)	+	(-293) (-383)	+ -	(-370) (-460)	+ -	(-370) (-460)	-	(-370) (-460)	-			-
Havnia	(-13) (-102)	+ -	(-12) (-102)	-	(+340) (287)	+	(340) (287)	-	(340) (287)	-			-
Valentine	(-13) (-102)	+ -	(-12) (-102)	-	(308) (241)	+ -	(308) (241)	-	(308) (241)	-			-
Hansa	(-13) (-102)	+ -	(-12) (-102)	-	(+262) (195)	-	(262) (195)	-	(262) (195)	-			-
Seppina	(-293) (-383)	+	(-293) (-383)	+ -	(-359) (-436)	+	(-359) (-436)	-	(-359) (-436)	-			-
Carina	(-13) (-102)	+ -	(-12) (-102)	-	(272) (205)	+ -	(272) (205)	-	(272) (205)	-			-
Rezia	(-293) (-383)	+	(-293) (-383)	+ -	(-392) (-492)	+ -	(-392) (-492)	-	(-392) (-492)	-			-
Tauntonia	(-13) (-102)	+ -	(-12) (-102)	-	(262) (190)	-	(262) (190)	-	(262) (190)	-			-
[1906 T M]	(-13) (-102)	+ -	(-12) (-102)	-	(283) (211)	+ -	(283) (211)	-	(283) (211)	-			-

A kis bolygó neve	$t = \frac{180^\circ + \beta_7 - B}{b s_7}$ ill. $\frac{180^\circ + \beta_8 - B}{b - s_8}$		Közép mozgás		
	$\sin[(s_6 - b) + \beta_6 - B]$	Előjel	$\sin[(s_8 - b)t + \beta_8 - B]$	Előjel	$\frac{1}{2} b +$
Harmonia	(-102°)	—	(-196°)	—	$\frac{1}{2} s_7$
Lomia	(-102)	—	(206)	—	$\frac{1}{2} s_7$
Philomela	(-102)	—	(251)	—	$\frac{1}{2} s_7$
Oenone	(-102)	—	(258)	—	$\frac{1}{2} s_7$
Iclea	(-102)	—	(249)	—	$\frac{1}{2} s_7$
Ludovica	(-102)	—	(265)	—	$\frac{1}{2} s_7$
Geraldina	(-102)	—	(232)	—	$\frac{1}{2} s_7$
Budrosa	(-102)	—	(203)	—	$\frac{1}{2} s_7$
Chicago	(-383)	—	(-460)	—	$\frac{1}{2} s_8$
Havnia	(-102)	—	(287)	—	$\frac{1}{2} s_7$
Valentine	(-102)	—	(241)	—	$\frac{1}{2} s_7$
Hansa	(-102)	—	(105)	—	$\frac{1}{2} s_7$
Seppina	(-383)	—	(-436)	—	$\frac{1}{2} s_8$
Carina	(-102)	—	(205)	—	$\frac{1}{2} s_7$
Rezia	(-383)	—	(-492)	—	$\frac{1}{2} s_8$
Tautonia	(-120)	—	(190)	—	$\frac{1}{2} s_7$
[1906 T M]	(-102)	—	(211)	—	$\frac{1}{2} s_7$

IV. Táblázat.

A kis bolygó		H ₃	H ₅	H ₆	H ₇	π ₀	i ₀	C	D	b	a
száma	neve										
64	Angelina	0·000073	0 001035	0·000922	0·010844	—49°·80	1°19'17"	0 012747	309°29'22"	53''·66	2 681
158	Koronis	0 000046	0·001032	0·000920	0·009388	—79°·63	0°59'41"	0 010896	254°26'32"	65''·41	2·868
180	Garumna	0·000074	0·001035	0 000922	0·010500	—46°·00	0°53'20"	0·005569	—	55''·97	2·721
551	Ortrud	—	0·001031	0·000918	0·008833	8°·95	0°25'59"	0 007514	435°22' 7"	72''·98	2 967
569	Misa	0 000097	0·001036	0·000922	0 011136	—57°·70	1°17'10"	0·011938	474°38' 5"	51''·95	2·650

V. Táblázat.

a	H ₁	H ₂	H ₃	H ₄	H ₅	H ₆	H ₇
2·2	+0 000152	—0·000094	+0 000606	—0·000073	+0·001053	+0·000960	+0·025738
2 3	+0·000105	—0·000065	+0·000374	—0·000024	+0·001044	+0·000946	+0·019146
2 4	+0·000069	—0·000045	+0·000242	—0·000003	+0·001041	+0·000937	+0·015620
2 5	+0·000045	—0·000031	+0·000162	+0·000004	+0·001039	+0·000929	+0·013297
2·6	+0·000018	—0·000023	+0·000113	+0·000006	+0·001037	+0·000922	+0·011763
2·7	+0·000010	—0·000010	+0·000078	+0·000006	+0·001035	+0·000922	+0·010658
2·8	+0·000002	—0 000018	+0·000058	+0·000006	+0·001033	+0·000921	+0 009826
2·9	—0·000002	—0·000004	+0·000043	+0 000005	+0·001032	+0·000919	+0 009182
3·0	—0·000006	—0·000002	+0·000033	+0·000005	+0 001031	+0·000916	+0 008686
3·1	—0·000010	+0 000001	+0·000026	+0 000004	+0·001030	+0·000908	+0·008259
3·2	—0·000015	+0·000004	+0·000020	+0·000003	+0·001029	+0·000897	+0 007933
3 3	—0·000021	+0·000007	+0·000016	+0·000002	+0·001028	+0·000799	+0·007641

A harmadik csoport csomóhosszának középmozgásáról felvilágosítást nyújt a VI-ik táblázat. Külön megjegyzésre szükségünk e helyen nincsen, mivel a perihel saecularis háborgásának taglalásánál tett észrevételeinket per analogiam kell csak alkalmaznunk.

E vizsgálatainknak érdekes eredménye tehát az, hogy kimutattuk a középmozgás létezését úgy a perihel, mint a csomó saecularis háborgása szempontjából harmadik-harmadik csoportba sorolt kis bolygóknál. A perihelben vagy a Jupiter, vagy a Saturnus érvényesíti befolyását; a csomóban pedig vagy a Jupiter, illetőleg Saturnus, vagy az Uranus.

Jóllehet (36), (37), (37*) alatti egyenleteink jogosultsága csak a III. és VI. táblázat tartalmazta időtartamra áll fenn, azért a leszármasztott középmozgások létezéséhez kétség nem fér. Megfontolásaink alapján ugyanis módunkban áll bármely időközre az (30) és (34) egyenletek által nyerhető periodikus mennyiség értékét megállapítani úgy, hogy e periodikus mennyiséggel és a levezetett középmozgással mind a perihel, mind a csomó változásait az első két csoport kis bolygó saecularis háborgását kifejező, egyszerű formulához hasonló képlettel tudjuk kifejezni a kérdéses időközökre. Míg tehát az első két csoport képletei minden időre érvényesek, addig a harmadik csoportnál a

$$\pi = \frac{b + s_s}{2} t + \frac{\beta_s + B}{2} + P_i$$

$$\pi = \frac{b + s_s}{2} t + \frac{\beta_s + B}{2} + 180^\circ + P_i$$

képletek felváltva érvényesek évezredekig tartó időközökre. Itt a t folyó idő a megfelelő, számos évezredet magába foglaló időköz tartamára érvényes, a P_i periodikus mennyiség, absolutértékre kisebb, vagy legfeljebb egyenlő 90° -al. Megállapíthattuk volna e képletek érvényességi körét, időtartamát is, de nem ez volt célunk, hanem az, hogy kimutassuk oly középmozgás létezését, mellyel a saecularis háborgás a szokásos egyszerű formulával fejezhető ki. A kis bolygók nevezett harmadik csoportjainál tehát igen lassu saecularis háborgás észlelhető.

Hasonló természetű saecularis háborgásuk van a Venus, Föld és Mars bolygóknak a csomóban, a Venusnak és Földnek pedig

VI. Táblázat.

A kis bolygó neve	$t \geq \frac{\delta_6 - D}{-b - \sigma_6} \quad \text{ill.} \quad \frac{\delta_7 - D}{-b - \sigma_7}$		$t \leq \frac{-90^\circ + \delta_6 - D}{-b - \sigma_6} \quad \text{ill.} \quad \frac{90^\circ + \delta_7 - D}{-b - \sigma_7}$									
	cos[($\sigma_5 + b$)t + $\delta_5 - D$]		Előjel	sin[($\sigma_5 + b$)t + $\delta_5 - D$]		Előjel	cos[($\sigma_7 + b$)t + $\delta_7 - D$]		Előjel	sin[($\sigma_7 + b$)t + $\delta_7 - D$]		Előjel
	σ_6	δ_6		σ_6	δ_6		σ_6	δ_6		σ_6	δ_6	
Angelina	(-114°)	(-24°)	- +	(-114°)	(-24°)	-	(84°)	(129°)	+ -	(84°)	(129°)	+
Koronis	(-336)	(-156)	+ -	(-336)	(-156)	+ -	(-223)	(-43)	- +	(-223)	(-43)	+ -
Ortrud	(-114)	(-24)	- +	(-114)	(-24)	-	(21)	(66)	+	(21)	(66)	+
Misa	(-114)	(-24)	- +	(-114)	(-24)	-	(1)	(46)	+	(10)	(46)	+

A kis bolygó neve	$t \geq \frac{-90^\circ + \delta_6 - D}{-b - \sigma_6} \quad \text{ill.} \quad \frac{-90^\circ + \delta_7 - D}{-b - \sigma_7}$		$t < \frac{-180^\circ + \delta_6 - D}{-b - \sigma_6} \quad \text{ill.} \quad \frac{-180^\circ + \delta_7 - D}{-b - \sigma_7 - D}$									
	cos[($\sigma_5 + b$)t + $\delta_5 - D$]		Előjel	sin[($\sigma_5 + b$)t + $\delta_5 - D$]		Előjel	cos[($\sigma_7 + b$)t + $\delta_7 - D$]		Előjel	sin[($\sigma_7 + b$)t + $\delta_7 - D$]		Előjel
	σ_6	δ_6		σ_6	δ_6		σ_6	δ_6		σ_6	δ_6	
Angelina	(-24)	(66°)	+	(-24°)	(66°)	- +	(129°)	(71°)		(129°)	(174°)	+
Koronis	(-155)	(24)	- +	(-156)	(24)	- +	(-43)	(157)	+ -	(-43)	(157)	- +
Ortrud	(-24)	(66)	+	(-24)	(66)	- +	(66)	(111)	+ -	(66)	(111)	+
Misa	(-24)	(66)	+	(-24)	(66)	- +	(46)	(91)	+ -	(46)	(91)	+

A kis bolygó neve	$t = \frac{-180^\circ + \delta_6 - D}{-b - \sigma_6}$		ill. $\frac{-180^\circ + \delta_7 - D}{-b - \sigma_7}$		Közép mozgás	
	$\sin[(\sigma_6 + b)t + \delta_6 - D]$	Előjel	$\frac{\sin[(\sigma_7 + b)t + \delta_7 - D]}{\sigma_6}$	$\frac{\delta_6}{\delta_7}$	Előjel	$-\frac{1}{2} b +$
Angelina	(66°)	+	(174°)		+	$\frac{1}{2} \sigma_6$
Koronis	(24)	+	(157)		+	$\frac{1}{2} \sigma_7$
Ortrud	(66)	+	(111)		+	$\frac{1}{2} \sigma_6$
Misa	(66)	+	(91)		+	$\frac{1}{2} \sigma_6$

a perihelioszban. E mozgások létezését Stockwell kétségbe vonta, Charlier pedig inkább nyílt kérdésnek tekintette újabban.

A kis bolygóknál alkalmazott eljárással sikerült kimutatnunk, hogy a Venus perihelijének középmozgása: $\frac{s_2 + s_3}{2}$; a Földé pedig: $\frac{s_3 + s_7}{2}$; a Venus és Föld csomóhosszának középmozgása: $\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$; a Marsé pedig: $\frac{\sigma_1 + \sigma_4}{2}$.

Ógyalla, 1907.

Dr. TERKÁN LAJOS.

5112

