KISÉRLETI FIZIKA

NAGYMÉLTÓSÁGU

DR. EÖTVÖS LÓRÁND BÁRÓ

EGYETEMI ELŐADÁSAI NYOMÁN

IRTA:

DOMÁN JENŐ.

I. RÉSZ.

KIADJA A BUDAPESTI KIR. MAGY. TUDOMÁNYEGYETEM
TERMÉSZETTUDOMÁNYI SZÖVETSÉGE

BUDAPEST, 1910
„THÁLIA" KŐ- ÉS KÖNYVNYOMDAI MŰINTÉZET
V., Csáky-utcza 12.

BEVEZETÉS.

A fizika feladata és módszerei. A fizikának, mint a természettudományok egyik ágának, feladata a természet jelenségeinek megfigyelése és lehetőleg egyszerü, könnyen érthető módon való leirása. A jelenségek megfigyelésében a fizikus mindig a tér- és időbeli viszonyokra forditja figyelmét, *időben előállott térbeli változásokat vizsgál;* de nem elégszik meg e változások minőleges sajátságainak megfigyelésével, hanem azok mennyileges sajátságait is megismerni törekszik az által, hogy a rájuk nézve jellemző tér- és időbeli viszonyokat *mérésnek* veti alá. Minthogy a fizikus időben előállott térbeli változásokat vizsgál, segédeszközeinek typusa a *mérőléc* és az óra.

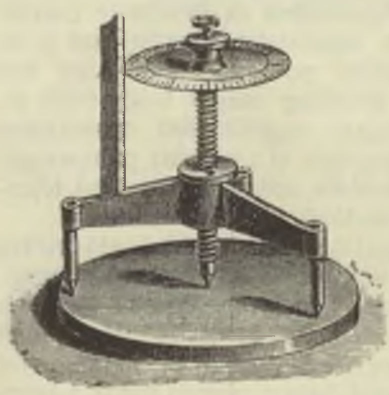
Az egyes megfigyelések a leirások roppant sokaságához vezetnek, amelyeket rendeznünk kell (közös sajátságaik alapján). Igy pl. az esés jelenségeit, az eső testek közös sajátságai folytán, közös csoportba foglaljuk. Az eső testek közös sajátsága, hogy az esés az időnek négyzetével arányos. Az ilyen állandó összefüggést, amelyet megfigyeléseink egyes tételeinek összefoglalása által nyerünk, *tapasztalati törvénynek* nevezzük. Általuk meg van adva az egyes jelenségcsoportok leirása. Az ilyen tapasztalati törvénynek először is *helyesnek, igaznak* kell lennie, ugy, hogy alóla egy kivétel se legyen, továbbá lehetőleg *tökéletesnek,* vagy mint mondják, *pontosnak.* Minthogy azonban érzékszerveink felfogóképessége korlátolt és egyénenként változó, minden megfigyelésünk és mérésünk csupán *közelitő* pontosságu. Ennélfogva a tapasztalati törvényeket is az jellemzi, hogy mindig csak közelitő pontosságuak. Arra kell törekednünk, hogy a közelitésnek lehetőleg magas fokát érjük el. Mindazonáltal a kisebb pontossággal megállapitott tapasztalati törvények is értékesek, ha nem mulasztjuk el a törvény pontosságát megadni. A pontosságot leghelyesebben azon viszony által fejezhetjük ki,amelyben a hiba a lemérendőhöz áll.

A jelenségeknek számos tapasztalati törvény által való leirása még mindig igen bonyolult. Arra kell törekednünk, hogy a megállapitott tapasztalati törvényeket minél kevesebb tételbe foglaljuk össze. Ha a jelenségek okszerü összefüggését keressük, ugy minden esetben azt fogjuk tapasztalni, hogy egy bizonyos határon tul már nem fedezhetünk fel látható okokat, hanem csupán annak a keresésére szoritkozhatunk, hogy hogyan *lehetne* a kérdéses jelenségeket magyarázni. Azon lehetséges okokat, amelyeket bizonyos jelenségcsoportok egységes magyarázatára felállithatunk, *elveknek*, vagy helyesebben *feltevéseknek* nevezzük. A feltevésnek nem kell *igaznak*, csupán *jónak* lennie, vagyis egyetlen tapasztalati ténynyel sem szabad ellenkeznie. Egyazon jelenségcsoport magyarázatára eszerint különböző feltevéseket is gondolhatunk ki. Minden feltevés jogosult, amig a belőle vont következtetések a tapasztalati tények egyikével sem ellenkeznek. A hasznavehető feltevéseket a belőlük vonható és a tapasztalat által megerősitett következtetésekkel egyetemben *elméleteknek* nevezzük. A tudomány haladása történhetik ugy tapasztalati, mint elméleti uton, tudatával kell azonban birnunk mindkét leirási mód jelentőségének: *amig a tapasztalati törvényektől igazságot kivánunk, az elméletektől csak azt kivánjuk, hogy a belőlük vont következtetések a tapasztalati tényekkel összhangzásban álljanak.*

A mérés és segédeszközei. Mértékegységek. Az időben előállott térbeli változások mennyiségi meghatározására e változásokat *mérésnek* kell alávetnünk, vagyis meg kell határoznunk, hogy bizonyos egységül elfogadott mennyiségek milyen viszonyban állanak a vizsgálandó változás mennyiségéhez.

Hosszuságmérés alkalmával azt kell megállapitanunk, hogy hányszor foglaltatik az egységül elfogadott hosszuság a megmérendőben. A mérés feladata azon *viszonyszám* megállapitása, amely a mérendő és a mérő között fennáll. A hosszuságmérés legegyszerübben mérőléccel végezhető és pontossága az osztályzatoknak egymástól való távolságától függ. A mérés pontosságát bizonyos segédeszközökkel fokozhatjuk. Ilyen segédeszközök az osztályzat pontosabb leolvasására szolgáló *nóniuson* kivül: a *csavar* és az *érzékeny mutató.*

A *csavar* igen kis hosszak, lapok, vékony drótok stb. mérésére szolgál. Ha ismerjük a csavarmenet magasságát és a körülforgatások számát, a keresett hosszat e két mennyiség egyszerü szorzása által nyerjük. A csavar nyer alkalmazást a sphaerométernél, a kathetométernél és az osztógépeknél is.



1. ábra.

A *sphaerométer* (1. ábra) igen finom csavarból áll, amely három vékony acéllábbal ellátott csavartokban mozog. A csavar felső részén 100, vagy még több osztályzattal ellátott korong van, amely az elforgatás fokának pontos, észlelésére szolgál.

A *kathetométer* kis magasságkülönbségek pontos mérésére való. Főrésze egy függélyes állásu erős fémrud, a melyen finommenetü csavar által fonálkeresztes távcsövet mozgathatunk fel és alá.

Az *osztógép* leglényegesebb alkotórészét hasonlóképpen csavar (mikrométercsavar) képezi, melynek segélyével szánra erősitett jelzőeszközt (tűt gyémántszilánkot) mozdithatunk el a beosztandó tárgy mentén.

Az *érzékeny mutató* még kisebb hosszuságok felismerésére és lemérésére szolgál. Nem egyéb, mint egy vizszintes tengely körül forgatható szilárd, egyenes rud. Ha ezen rud egy pontját elmozditjuk, a többi részei is elmozdulást szenvednek, amely elmozdulások a forgástengelytől való távolságokkal arányosak. Mivel igen nagy mutató készitése gyakorlati nehézséggel jár, kisebb hosszuságok mérésére *optikai mutatót* használunk. Az optikai mutató nem más, mint egy vizszintes tengelyre erősitett tükörről visszavert fénysugár. Mihelyt a tükör iránya megváltozik, megváltozik a visszavert sugár iránya is, sőt a visszavert sugár szögelmozdulása kétszerese a tükör elmozdulásának. Ezen segédeszközzel igen kényelmesen és egyszerüen tehetünk igen kicsiny hosszakat is mindenki által már távolról megfigyelhetővé.

Méréseink, mint már emlitettük, csak közelitő pontosságuak. A hibákat nagymértékben kiküszöbölhetjük ismételt mérések által, amelyek révén egyszersmind a mérés pontosságát is megállapithatjuk. A pontosság fokára nemcsak az eszköz, hanem az észlelő jártassága is befolyással bir. A hosszmérésben elérhető pontosság, vagyis a legkisebb lemérhetőnek az egészhez való viszonya kb. $^1/_{10.000.000}$.

A *hosszuság egységére* nézve ma nemzetközi megállapodással állunk szemben: *a hosszuság elfogadott egysége a méter, azon 2 vonás közötti távolság, amely a párisi levéltárban őrzött „méter"-nek nevezett platinarudon (étalonon) van meg akkor, amikor a jég olvad (0°) és a rud egy bizonyos meghatározott fekvésben van.* Ha nagyon szigoruak akarnánk lenni, akkor még azt is meg kellene adni, hogy milyen légnyomás mellett határoztuk meg a hosszat. (A méter eredetileg Földünk egyik délkörnegyedének jóhiszeműleg, de tévesen megállapitott tizmilliomod része.)

A mérés mindig annak a megállapitásában áll, hogy valamely nagyságban hányszor foglaltatik egy másik, vele egynemü, egységül választott nagyság. Az egységeket a különböző mennyiségfajokra nézve egymástól függetlenül választhatnók meg. Kényelmesebbnek bizonyult azonban a különböző egységeket egymástól függővé tenni.

A *területmérést* egyszerü geometriai összefüggés alapján hosszmérésre vezethetjük vissza. Derékszögü egyenközények felületei ugy aránylanak egymáshoz, mint a hosszuságok és szélességek szorzatai: $\frac{F}{f} = \frac{H.\ S}{h.\ s}$, vagyis: $F = \frac{f}{h.\ s}.\ H.\ S.$ Más alakban: $F = c.\ H.\ S$, vagyis: a felület arányos a hosszusággal és a szélességgel. Ezen kifejezést még egyszerüsithetjük: $F = H.\ S$, ha $\frac{f}{h.\ s} = 1$, amely esetben $f = 1$, ha $h = 1$ és $s = 1$.

Felületegységül azon négyzet felületét választjuk, amelynek oldala a hosszegység.

Teljesen analog módon járunk el a *térfogatmérés* egységének megállapitásánál: $\frac{V}{v} = \frac{H.\ S.\ M.}{h.\ s.\ m}$; $V = \frac{v}{h.\ s.\ m}.\ H.\ S.\ M.$ Legyen $\frac{v}{h.\ s.\ m} = 1$, akkor $v = 1$, ha $h = 1$, $s = 1$ és $m = 1$.

Térfogategységül azon kockát választjuk, amelynek oldala a hosszegység.

A fizikában hosszegységül a centimétert, felületegységül a négyzetcentimétert, térfogategységül a köbcentimétert használjuk.

A szögmérést hasonlóképpen hosszuságmérésre vezetjük vissza, amennyiben az ivnek a sugárhoz való viszonyát állapitjuk meg.

Az idő mérése azon feltevés alapján válik lehetségessé, amely szerint ugyanazon körülmények között változatlanul ismétlődő jelenségek idő tekintetében is egyezők. Ezen feltételnek csak durva közelitéssel tesz eleget a *homok-óra* és a *viz-óra.* Az *inga* mozgása már jobban kielégiti ezen követelményt. Hasonlóképpen megfelelő eszköz egyenlő időtartamu jelenségek előidézésre a *rugó* is. Az időmérés csupán abból áll, hogy a merendő idő alatt megolvassuk (illetve az inga vagy rugó által szabályozott, *órának* nevezett, olvasószerkezetekkel megolvastatjuk) a lengések számát. A rugó kellő méretezése által elérhetjük, hogy annak mozgása igen kicsiny időközökben történjék. Nagymértékben találjuk megvalósitva ezt a *chronoskópoknál,* melyekkel még a másodperc ezredrészeit is megmérhetjük.

Aránytalanul kisebb időtartamokat is mérhetünk, ha feltételezzük, hogy létesithető egyenletes forgó mozgás, ami különben tapasztalatainkkal is teljes összhangzásban áll. Amenyiben ugyanis a szögelfordulás arányos az idővel és megmérhető, az idő is meghatározható. A mérés pontosságát a másodperc százmilliomod részéig fokozhatjuk, ha óramutató gyanánt gyorsan forgó tükörről visszavert fénysugarat alkalmazunk.

Időegységül azon időt választjuk, amely alatt a Föld egyszer tengelye körül megfordul. Azon időt, amely valamely állócsillagnak két egymásután következő felső delelése közt telik el, *csillagászati* napnak, a Nap két egymásután következő felső delelése közt eltelt időt pedig a Nap által adott időnek, vagy *napidőnek* nevezzük. A napidő évszakok szerint változó, azért egységül a napok középértékét, az u. n. *középnapot* fogadjuk el. A fizikus ezen középnapnak a 86,400-adrészét, a *középmásodpercet* használja egységül.

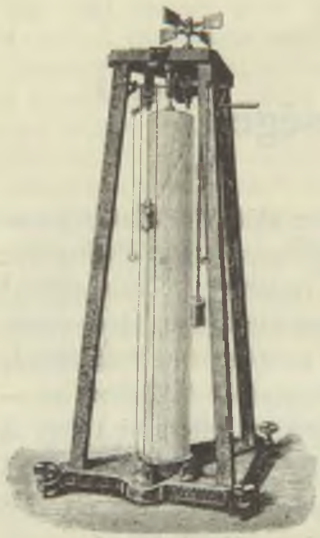
I. Mozgásjelenségek.

A mindennapi életben leggyakrabban előforduló fizikai jelenség, amelyre minden más ilyen jelenséget visszavezetni törekszünk: a *mozgás* jelensége. *Mozgás alatt a testeknek időben történő helyzetváltozását értjük.* A testek mozgását mindenkor visszavezethetjük azok legapróbb részeinek, *anyagi pontjainak* helyzetváltozására. A következőkben — ha testek mozgásáról beszélünk is — egyenlőre csak anyagi pontokra gondolunk és feltesszük, hogy a test valamennyi pontja a megfigyelt ponttal azonos módon mozog.

A mozgásjelenségek között a legszembetünőbb s egyszersmind a legegyszerübb jelenség az **esés**. Az esés jelensége akkor áll elő, ha valamely felfüggesztett vagy alátamasztott testet támaszától megfosztunk. E jelenségnek már első, durva megfigyelése is azon tapasztalatra vezet, hogy az eső testek mindannyian egy közös irányban mozognak, mely irány a nyugvó viz felszinére merőleges, v. i. *függélyes*. Az esés időtartamára nézve azonban a durva megfigyelés a különböző testek esetén már eltéréseket mutat. A valóságban ezen eltérések csupán látszólagosak és onnan erednek, hogy figyelmünkön kivül hagytuk a levegő mozgását, amely az eső testekkel helyet cserélve, azokat mozgásukban akadályozza. Ha olyan térben vizsgáljuk az esést, amelyből a levegőt (szivattyuzás által) lehetőleg eltávolitottuk, ugy azt nem csupán irány-, hanem időtartam tekintetében is valamennyi testre nézve megegyezőnek fogjuk találni.

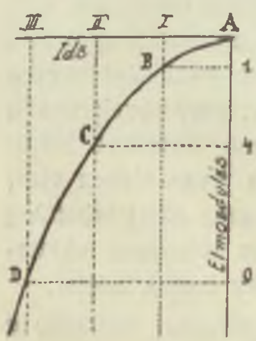
Légüres térben minden test esése egyformán történik: a függélyesnek nevezett egyenes mentén, lefelé és egyazon idő alatt. (Sulyos és nem nagy felületü testek esetén e tétel a levegőre nézve is elég jó közelitéssel érvényes.)

Ezzel azonban az esést még nem irtuk le teljesen. Hogy valamely mozgást teljesen ismerjünk, meg kell tudnunk állapitani, hogy a mozgó test bármely időpillanatban hol lesz, vagyis ismernünk kell a mozgás *menetrendjét.* Minthogy azonban az esés igen gyors lefolyásu jelenség, annak mikéntjét közvetlen észleléssel csak igen tökéletlenül sikerülne megállapitanunk. Az ilyen gyors lefolyásu jelenségek leirására általában a *graphikai szemléltetést* szokás használni. Ezen eljárás abban áll, hogy a mozgást magával a mozgó testtel iratjuk le egy olyan lapra, amelyet annak mozgási irányára merőlegesen tolunk tova. Ha a lap mozgása egyenletes, ugy a kiindulási ponttól mért vizszintes eltávolodás arányos az idővel.



2. ábra.

Sik lap helyett, amelynek mozgását nem tudnók egyenletessé tenni, az eső testtel forgó hengerre iratunk. E célra felhasználhatjuk a *Morín-féle ejtőgépet* (2. ábra), amelynek aláeső suly által fogaskerék-átvitellel hajtott és szélkerékkel egyenletes forgásuvá tett hengere előtt (függélyesen kifeszitett fémdrótok között) rugós irónnal ellátott nehéz testet ejthetünk alá, amely a hengerre erősitett rajzlapon az esés törvényét előtüntető görbe vonalat irja le (3. ábra). Ha megállapitjuk, hogy a tetszőleges, de egyenlő időközöket feltüntető vizszintes elmozdulásoknak mekkora függélyes elmozdulás, v. i. esés felel meg, ugy a következő menetrendet nyerjük:



3. ábra.

Idő:	Esés
0	$0 = e_1 . 0.0$
1	$e_1 = e_1 . 1.1$
2	$4e_1 = e_1 . 2.2$
3	$9e_1 = e_1 . 3.3$

E menetrendből azt látjuk, hogy az esést mindenkor az időegység alatti esésnek az esési idő négyzetével való szorzata szolgáltatja, vagyis: *az esés nagysága az idő mértékszámának a négyzetével arányos.*

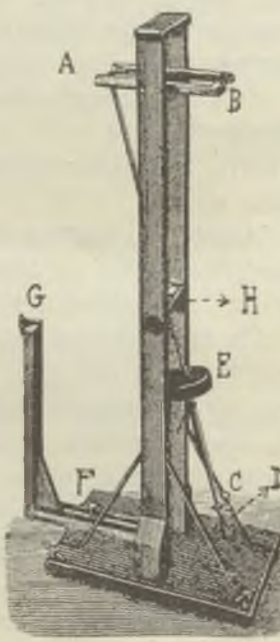
Ha az esés nagyságát mindig e-vel, az időegység (mp) alatti esést e_1-el, az időt pedig t-vel akarjuk jelölni, ugy az esésnek az imént megállapitott tapasztalati törvényét a következő képlet által fejezhetjük ki:

$$e = e_1 t^2.$$

e_1, vagyis az első másodperc alatti esés nagysága, *állandó.* Hogy a testek esését leirhassuk, csupán ezen egyetlen — és éppen ezért rendkivül fontos — számadatra van szükségünk. Ezen számadatnak pontos meghatározását csak közvetve eszközölhetjük az eséssel összefüggő egyéb (később tárgyalandó) jelenségek alapján, közelitő meghatározására azonban közvetlen és igen szemléltető módot nyujt az *Eötvös-féle ejtőinga* (4. ábra).

A H éken forogható AC inga lengési idejét az E suly alkalmas eltolása által $1/2$ mp-el tesszük egyenlővé, az inga alsó végén levő kis kosarat (D) pedig ugy toljuk el, hogy az ingát FB helyzetében G-hez kötő fonál elégetése után (amely müvelet az ingának rázkódtatás nélkül való eltocsátását célozza) a B-ből aláeső golyó, melyet az inga FB helyzetében részben annak felső vége támasztott alá, az $1/2$ másodperc mulva C-be jutó (s a golyóval azonos méretü) kosárba essék. Ha ezután a BD eséstávolságot meghatározzuk, azt 122·5 cm-nek fogjuk találni. Minthogy pedig $e = e_1 t^2$, a keresett állandó $e_1 = \frac{122 \cdot 5 \text{ cm}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = 490$ cm. Vagyis — szemünk előtt tartva, hogy fejtegetésünk szigoruan csupán a légüres térre nézve érvényes — azt mondhatjuk, hogy

az eső testek (anyagi minőségüktől függetlenül) az első másodperc alatt közelitőleg 490 cm-t esnek.



4. ábra.

Ezzel az esést teljesen leirtuk, mivel az első másodperc alatti esés (e_1) számértékét (4. ábra) az esés tapasztalati törvényét kifejező $e = e_1 t^2$ egyenletbe behelyettesitve, az esés nagyságát tetszésszerinti időre nézve megállapithatjuk.

A sebesség és gyorsulás fogalma. Hogy az elmozdulás és az idő közötti viszonyt a különböző mozgások esetén közös módon fejezhessük ki, bizonyos segédfogalmakat alkotunk magunknak. Ilyen segédfogalmak a *sebesség* és a *gyorsulás* fogalmai.

A *sebesség* fogalmának bevezetésére egy mozgás képzetét alkotjuk meg, amely mozgással a természetben sehol sem találkozunk és amelyet mesterségesen is alig tudunk létesiteni, az *egyenesvonalu, egyenletes mozgás* fogalmát. Ha egy pont mozgása oly módon történik, hogy az akármilyen, de egyenlő időszakaszokban egyenlő nagyságu és irányu elmozdulásokat végez, ugy mozgását *egyenes vonalu, egyenletes mozgásnak* mondjuk. *A sebesség az egyenes vonalu, egyenletes mozgásnak azon mértéke, amelyet az időegység alatti elmozdulás szolgáltat.* Ha v sebesség esetén az időegység alatti elmozdulást σ-val, v' sebesség esetén σ'-val jelöljük, ugy $v/v' = \sigma/\sigma'$, vagyis *a sebesség az időegység alatti elmozdulással arányos.*

A sebesség nem valami létező, megfigyelhető mennyiség, mérése csupán közvetve, az elmozdulások mérése által lehetséges. Az egységet, hogy népszerüen fejezzük ki magunkat, mindig ugy választjuk meg, hogy képletünk a lehető legegyszerübb legyen. $v/v' = \sigma/\sigma'$ összefüggés alapján $v = v'/\sigma'.\sigma$. A képlet akkor lesz a legegyszerübb, ha v'/σ' arányossági tényező az egységgel lesz egyenlővé, ami akkor következik be, ha $v' = 1$ esetén $\sigma' = 1$; ez esetben $v = \sigma$.

A sebesség egysége azon egyenletes egyenes vonalu mozgás sebessége, amelynél az időegység alatti elmozdulás a hosszegység (v. i. az 1 másodperc alatti elmozdulás 1 centiméter).

Ha tudni akarjuk, hogy egy bizonyos sebességgel hova jutunk el egy bizonyos idő alatt, ugy az időegység alatti elmozdulást kell csupán az időegységek számával szoroznunk: $s = \sigma t$. Az egyenletes, egyenes vonalu mozgásra nézve $\sigma = v$ lévén, $s = vt$ és igy $v = s/t$, ami utat és módot nyujt arra, hogy ezt a közvetlenül nem mérhető mennyiséget mérésnek vethessük alá.

Ha az egyenlő időközökben végzett elmozdulások nem egyenlők, ugy a mozgást *változónak* mondjuk. Változó mozgás esetén csupán *középsebességről* beszélhetünk. Ha valamely mozgás egy részének időtartama τ és ezen τ idő alatti elmozdulás σ, ugy a τ idő alatti középsebesség $v = \sigma/\tau$. A mozgást tehát ugy fogjuk fel, mintha a mozgópont τ idő alatt közepes sebességgel, de egyenletesen mozgott volna. Minél kisebb időtartamokat veszünk tekintetbe, annál inkább engedhető meg ezen feltevés, mivel annál jobban közeliti meg ezen középsebesség az egyes időszakaszokban felvett valódi sebességet. Ha τ időt minden képzelhetőnél kisebbnek választjuk, ugy a középsebesség egyenlővé lesz az egye. τ időszakaszok alatti sebességgel.

A változó mozgás sebességének az időegységre vonatkoztatott elmozdulást nevezzük, akkor, ha az idő minden képzelhetőnél kisebb, vagyis végtelen kicsiny.

Ilyen értelemben beszélhetünk az esés sebességéről is. Ha valamely t idő alatti elmozdulás $s = e_1 t^2$, t' idő alatti elmozdulás pedig $s' = e_1 t'^2$, ugy a $t' - t = \tau$ idő alatti elmozdulás $\sigma = s' - s$. t' helyébe $t + \tau$ értéket helyettesitve: $s' = e_1 (t + \tau)^2 = e_1 t^2 + 2e_1 t \tau + e_1 \tau^2$ és igy $\sigma = s' - s = e_1 t^2 + 2e_1 t \tau + e_1 t^2 = 2e_1 t \tau + e_1 \tau^2$. Ha $2 e_1 t \tau$-t kiemeljük, ugy $\sigma = 2 e_1 t \tau (1 + \tau/2 t)$ és $\tau/\sigma = 2 e_1 t . (1 + \tau/2 t)$. Ha τ minden képzelhetőnél kisebb, akkor $\tau/2t = 0$, az esés sebessége pedig $v = 2 e_1 t$.

v végtelen kicsiny idő alatt jelenti a sebességet. Ha ezen sebességből véges elmozdulásokat akarunk meghatározni, ugy a végtelen kicsiny elmozdulásokat összegeznünk kell. Legyen $t/n = \tau$ ilyen végtelen kicsiny időtartam és állapitsuk meg a sebesség segédfogalmával ezen végtelen kicsiny τ idők alatti elmozdulások összegét. Ha $t = 0$, akkor a sebesség is 0; $t = \tau$ esetén $v = 2_1 . \tau$; 2τ esetén $v = 2e_1 . 2 \tau$; 3τ esetén $v = 2 e_1 . 3 \tau$ ... stb. és igy az egyes időszakaszokban megtett ut $2 e_1 \tau^2, 2 e_1 . 2 \tau^2, 2 e_1 . 3 \tau^2$ ... stb. lesz. Az $n \tau = t$ idő alatti véges elmozdulás az egyes végtelen kicsiny elmozdulások összege: $s = 2 e_1 . \tau + 2 e_1 . 2 \tau + 2 e_1 . 3 \tau + \ldots . + 2 e_1 . (n - 1) \tau = 2 e_1 \tau^2 [1 + 2 + 3 + \ldots . + (n - 1)]$. $1 + 2 + 3 \ldots . (n - 1)$ kifejezés számtani haladványt alkot, amelynek összege $\frac{n \cdot (n - 1)}{2}$ és igy $s = 2 e_1 \tau^2 \cdot \frac{n (n - 1)}{2} = e_1 \tau^2 (n^2 - n) = e_1 n^2 \tau^2 . \left(1 - \frac{1}{n}\right)$. Ha $\frac{t}{n} \tau =$ végtelen kicsiny, akkor *n* végtelen nagy, $\frac{1}{n} = 0$, $s = e_1 t^2$. A $v = 2 e_1 t$ egyenlet tehát ugyanazt fejezi ki, amit az $s = e_1 t^2$ egyenlet, csakhogy az előbbi nem az észlelés alapján irja le az esést, hanem a sebesség fogalmával.

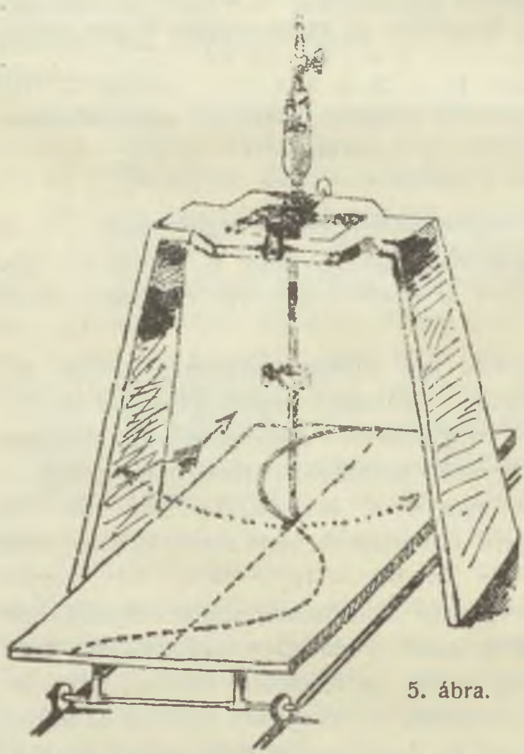
A mozgások leirásának egy másik kényelmes módja az, amelyik a mozgás jelenségeit a *gyorsulás* segédfogalmával irja le. A gyorsulás fogalmának a megismerésére hasonlóképpen alkalmas kiindulópontot szolgáltat az esés jelensége. Láttuk, hogy az egyes időszakaszok végéig való esés 0, e, $4e_1$, $9e_1$ ... stb. volt. Az egyes egymásután következő időtartamok alatti elmozdulások tehát $e_1 - 0 = e_1$, $4e_1 - e_1 = 3e_1$, $9e_1 - 4e_1 = 5e_1$ ... stb., vagyis *az egymásutáni következő egyenlő időtartamok alatti elmozdulások ugy aránylanak egymáshoz, mint a páratlan számok.* Az esés tehát változó mozgás, még pedig egyenletesen változó, mivel az elmozdulásokkal együtt a sebesség is arányosan változik az idővel (állandóan $2e_1$-el nő). Hogy az ilyen *egyenletesen változó* mozgásokat mérésnek vethessük alá, egy uj fogalmat hozunk be, a *gyorsulás* fogalmát. *A gyorsulás az egyenletesen változó mozgás-*

nak azon mértéke, amelyet a meglevő sebességhez az időegység alatt hozzájáruló sebesség szolgáltat. Az esés gyorsulás eszerint $g = 2e_1$.

Ha a $t' - t = \tau$ idő alatt a meglevőhöz hozzájáruló sebesség $v' - v = \omega$, ugy az időegység alatt hozzájáruló sebesség, vagyis a gyorsulás $g = \frac{v' - v}{t' - t} = \frac{\omega}{\tau}$. Az esésre vonatkozólag $v' = 2e_1 t'$, $v = 2e_1 t$ és igy az esés gyorsulása $g = \frac{2e_1(t^1 - t)}{t^1 - t} = 2e_1$.

Ha a hozzájáruló sebesség az egymást követő egyenlő időtartamok alatt különböző, akkor a mozgás mérésére a hozzájáruló sebesség és az időtartalom viszonyának, vagyis a gyorsulásnak azt az értékét használjuk fel, amelyhez akkor jutunk, ha az időtartalom végtelen kicsinnyé lesz. Tulajdonképen *középgyorsulást* állapitunk meg végtelen kicsiny időtartalomra.

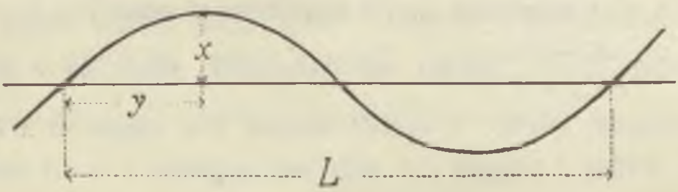
A gyorsulás csupán a meglevőhöz hozzájáruló sebességet fejezi ki. Hogy tehát valamely mozgást a gyorsulás segitségével leirhassunk, ismernünk kell a mozgás kezdet pillanatának megfelelő sebességet is. Ha a gyorsulást g-vel, a kezdeti sebességet c-vel jelöljük, ugy a mozgás sebessége τ idő mulva $v = c + g\tau$ lesz. Ha $c = 0$, akkor $v = g\tau$.



5. ábra.

Az esés gyorsulása $g = 2e_1$, vagyis kb. 980 cm.

Inga- vagy rezgő mozgás. Ha megfigyeljük az egyensulyi helyzetéből kimozditott inga vagy a megütött hangvilla mozgását, — először is azt fogjuk észrevenni, hogy ide-oda mozgással van dolgunk, amely egy egyensulyi helyzet körül történik, még pedig rövid időközökben. Rövid idők alatt történő mozgások leirására általában a graphikai ábrázolást alkalmazzuk. E végből a lengő ingával, vagy rezgő hangvillával egy előttük (ezek mozgására merőlegesen) elmozduló lapra iratunk oly módon, hogy szines folyadékkal telt inga alatt, amelynek mozgását a lecsurgó szines folyadék jelzi, rajzlappal elátott kocsit tolunk tova, az inga mozgására merőleges irányban (5. ábra), vagy kormozott üveglapot huzunk el tűben végződő, rezgő hangvilla előtt. Ha a nyugalmi helyzetben levő inga alatt toljuk el a kocsit, illetőleg a nyugalomban levő hangvilla előtt huzzuk el a kormozott üveglapot, ugy a kapott egyenes a nyugalmi helyzetet, az előbb kapott görbe vonal pedig magát a mozgást fogja ábrázolni. (6. ábra) A mozgás jellemzésére



6. ábra.

legjobban azon (x) kitéréseket használhatjuk fel, amelyeket az inga a különböző időpontokban szenvedett. Ha az inga alatt eltolt kocsi, illetőleg a hangvilla előtt elhuzott üveglap egyenletes c sebességét ismerjük, ugy bármely $y = ct$ értéknek megfelelő x távolságot meghatározhatjuk. A kitérések hol pozitiv, hol negativ előjelüek aszerint, amint a kilengések az egyensúlyi helyzet egyik vagy másik oldalára történtek. A mozgást egy olyan görbe irja le, amely egyenlő részekből van összetéve. Az ilyen görbét *hullámvonalnak,* azon (L) hosszuságokat pedig, amelyeknek egymásután rakásából az egész görbét összetehetjük, *hullámhosszaknak* nevezzük. A hullámhosszak egyenlőségéből következik, hogy *az ingamozgás egyenlő időszakaszokban ismétlődő mozgás.* Ha a hullámhosszat L-lel, azon időt pedig, amely alatt a kocsi, illetőleg az üveglap ezen L hullámhosszat c egyenletes sebességgel megfutja, vagyis a *rezgési időt,* T-vel jelöljük, akkor $L = c\,T$.

A görbének x és y összrendezői azon egyszerü összefüggésben állanak egymással, amelyet a háromszögtanbeli *sinus függvény* fejez ki $x = a \sin \frac{y}{L} 2\pi$, *ahol* L a görbe hullámhosszát jelenti, „a“ pedig az inga vagy hangvilla legnagyobb kitérését, amelyet *amplitudónak* szokás nevezni.

Ha $y = o$, akkor $x = o$; ha $y = L/4$, $x = a \sin \pi 2 = a \sin 90^0 = a$; ha $y = 2\,L/4$, akkor $x = a \sin 3\,\pi/2 = a \sin 270^0 = -a$.

Ha $x = a \sin y/L\,2\pi$ egyenletben $y = c\,t$ és $L = c\,T$ értékeket helyetesitjük be, akkor $x = a \sin t/T.\,2\,\pi$ egyenlethez jutunk, amelyben a a legnagyobb kitérést jelenti, x az egyes kitérések nagyságát $+a$ és $-a$ határokon belül, t az ezen kitéréseknek megfelelő időt, T pedig az egész rezgés idejét.

Ezen egyenlet az inga, hangvilla, vagy hur közös mozgásának, a *rezgő mozgásnak* tapasztalati törvényét fejezi ki.

A rezgő mozgást leirhatjuk még a sebesség és gyorsulás fogalmával is. Ha a sebességet akarjuk megállapitani, akkor $v = \sigma/\tau$, vagyis ez esetben $\frac{x' - x}{t' - t}$ értékét kell keresnünk, akkor ha τ minden képzelhetőnél kisebb. E végből felirjuk x'-t, vagyis az x értékét akkor, amikor t helyébe t'-t, vagy ami ugyanaz, $t + \tau$-t teszünk: $x' = a.\sin\left(\frac{t+\tau}{T}\right).\,2\,\pi$. Összeg sinusára nézve a következő tételt ismerjük: $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha . \cos \beta + \cos \alpha . \sin \beta$, amely szerint $x' = a.\sin \frac{t}{T}\,2\,\pi.\cos \frac{\tau}{T}\,2\,\pi + a.\cos \frac{t}{T}\,2\,\pi.\sin \frac{\tau}{T}\,2\pi.$

Ha τ minden elképzelhetőnél kisebb, akkor $\frac{\tau}{T} = 0$ és ez esetben $\cos \frac{\tau}{T}\,2\,\pi = \cos 0 = 1$, $\sin \frac{\tau}{T}\,2\,\pi = \frac{\tau}{T}$ Eszerint $x' = a \sin \frac{t}{T}.\,2\,\pi + a\,\frac{\tau}{T}\,2\,\pi.\cos \frac{t}{T}\,2\,\pi$ és $x' - x = a\,\frac{\tau}{T}\,2\,\pi.\cos \frac{t}{T}\,2\,\pi.$

A rezgő mozgás középsebessége $v = \frac{\sigma}{\tau} = \frac{x' - x}{t' - t} = a\,\frac{2\,\pi}{T}.\cos \frac{t}{T}\,\pi$. Ha $x = o$, akkor $\sin \frac{t}{T}\,2\,\pi = 0$, de ugyanakkor $\cos \frac{t}{T}\,2\,\pi = 1$, vagyis, ha a sebesség a legnagyobb, a kitérés a legkisebb és megforditva. A sebesség tehát az egyensulyi helyzetig folyton nő, ott, ahol a kitérés 0, maximális értékét veszi fel, majd folyton kisebbedik egészen 0-ig, ahol a kitérés a legnagyobb; innen kezdve ellenkező irányuvá válik és az előbbeni oldalra megy át, de ellenkező jellel vett értelemben.

Ha a rezgő mozgás gyorsulását akarjuk meghatározni, ugy az időegyezség alatti sebesség növekedést $v'-v/\tau$-t keressük akkor, amikor τ minden elképzelhetőnél kisebb lesz. Evégből felirjuk v'-t, vagyis v értékét akkor, amikor a t τ-val megnövekszik: $v' = a \frac{2\pi}{T} \cos\left(\frac{t}{T} 2\pi + \frac{\tau}{T} 2\pi\right)$. Összeg consinusára nézve a következő összefüggést ismerjük: $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha . \cos\beta - \sin\alpha . \sin\beta$, amely szerint $v' = a \frac{2\pi}{T} \cos \frac{t}{T} \cdot 2\pi . \cos \frac{\tau}{T} 2\pi - a \frac{2\pi}{T} . \sin \frac{t}{T} 2\pi . \sin \frac{t}{T} 2\pi$. A hozzájáruló sebesség $v' - v = - a \frac{4\pi^2}{T^2} \tau . \sin \frac{t}{T} 2\pi$ és azon viszony, amely $v' - v$ és τ között fennáll akkor, mikor τ minden képzelhetőnél kisebb, vagyis a *gyorsulás,* amely a rezgő mozgást kifejezi: $g = - a \frac{4\pi^2}{T^2} . \sin \frac{t}{T} 2\pi$. $a \sin \frac{t}{T} 2\pi$ helyébe x-t téve:

$$g = - \frac{4\pi^2}{T^2} x, \text{ vagyis}$$

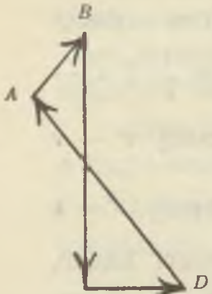
a gyorsulás arányos a kitéréssel, de velle ellentett irányu.

Minél nagyobb a kitérés, annál nagyobb a gyorsulás. Fenti egyenletet még könnyebben megjegyezhetővé tehetjük az által, hogy $\frac{4\pi^2}{T^2}$ helyébe C-t irunk : $g = - C x$. *Ha a gyorsulás egy pont felé irányitott és a kitéréssel arányos, akkor rezgőmozgásról van szó.* A regzési idő helyett gyakran a regzési idő fele, a *lengési* idő, vagy félregzési idő szerepel (pl. az ingaóránál).

Összetett mozgások. Az eddig tárgyalt mozgások egy vonalban folytak le és igy jellemzésükre egy hosszuság elégséges volt. A következőkben olyan mozgásokról fogunk szólni, amelyek egy sikban folynak le. Ha csak annyit tudunk, hogy valamely mozgás egy sikban történik, ugy jellemzésére már két hosszuság szükséges. Az ilyen mozgások leirásánál legegyszerübben ugy járunk el, hogy azoknak geometriai képét tüntetjük elő rajzban, jól meghatározott fogalmak segitségével, *sebességek, elmozdulások* és *gyorsulások* által. Hogy ezt megtehessük, mindenek előtt azzal kell tisztában lennünk, hogy a következőkben mit fogunk *elmozdulás* alatt érteni.

Elmozdulás alatt valamely mozgás közben a mozgó pont által elfoglalt 2 pontot összekötő egyenest értjük, amely egyenes az előbb elfoglalt pontból az utóbb elfoglalt pont felé van irányitva.

Az elmozdulás tehát egy irányitott egyenes, amely a mozgás időbeli lefolyására nézve semmit sem mond, csupán arra ad feleletet, hogy honnét hova mentünk. Az elmozdulásra nézve teljesen közömbös, A-ból (7. ábra) közvetlenül mentünk-e D-be, avagy előbb A-ból B-be, B-ből C-be és C-ből D-be mentünk-e.

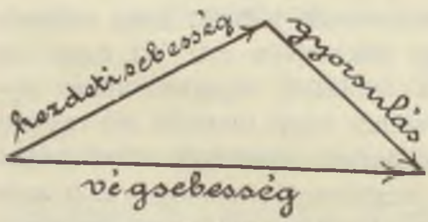


7. ábra.

Az egyes elmozdulásokat e szerint más elmozdulásokból tehetjük össze, amely *összetevő* elmozdulások ugyanazt fejezik ki, mint az *eredő* elmozdulás. Az egyes (AB, BC, CD) elmozdulásoknak nagyság és irány szerinti egymásután rakása által az eredő (AD) elmozdulást kapjuk, ha az elmozdulások kezdet és végpontjait (A-t és D-t) összekötjük. Ha viszont az eredő elmozdulást akarjuk összetevőire bontani, akkor legcélszerübben ugy járunk el, hogy az eredőt egy sokszöggé, legegyszerübben háromszöggé alakitjuk, amelynek oldalai az eredő összetevői lesznek.

Az összetevésnek kevésbbé kényelmes, de még manapság is igen elterjedten használt módja az, amelyet az *egyenközények tétele* szerinti összetevésnek nevezünk és amely abban áll, hogy a közös kezdőpontból megrajzolt két-két összetevőt egyenközénnyé egészitjük ki, amelynek átlója szolgáltatja az eredő elmozdulást.

Mivel a sebesség az elmozdulással arányos, hasonlóképen egy egyenessel ábrázolhatjuk. Ha az elmozdulás mindig ugyanazon egyenesbe esik, akkor a sebesség és elmozdulás ugyanazon irányu, csak nagyságra nézve lesz különbség. Ha azonban a mozgás görbe pályán történik, akkor a sebesség egy végtelen kicsiny idő alatt történő elmozdulás által lesz adva, amelynek irányát a görbe illető pontjához huzott érintő szolgáltatja.

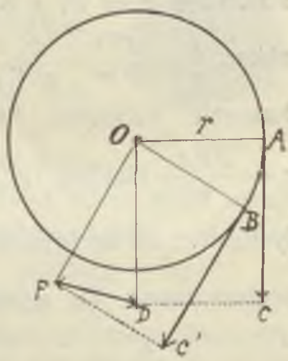


8. ábra.

Amit az elmozdulások összetételére nézve elmondottunk, az a sebességek összetételére nézve is áll. Ami végül a gyorsulást illeti, irányra és nagyságra nézve azon összetevő sebességgelábr ázolhatjuk, amely a meglevő sebességhez járulván, a későbbi, vagy *vég sebességet* mint eredőt, szolgáltatja (8. ábra).

Egyenletes körmozgás. Az egy sikban történő mozgások egyszerü esete a körpályán való mozgás. *Egyenletes körmozgás* *alatt olyan mozgást értünk, amelynél egy pont adott középpont körül mozog akként, hogy egyenlő időtartamok alatt egyenlő utakat fut be.*

Tegyük fel, hogy a mozgópont A-ból τ idő alatt B-be jut (9. ábra), miközben AB utat irja le. Az elmozdulás A és B pontok között AB egyenes által van adva, a sebességet pedig az A és B pontban olyan egyenesek által állithatjuk elő, amelyek hosszuságra nézve egyenlők, irányra nézve azonban különbözők. Irányukat az illető pontokhoz szerkesztett érintő adja. Hogy a gyorsulást meghatározhassuk, keresnünk kell azon sebességet, amely τ idő alatt a c sebességhez járulva, a c sebeséggel egyenlő nagyságú, de irányra nézve tőle különböző c_1 sebességet adja. Ha a τ időalatti elmozdulást az idő egységre vonatkoztatjuk, akkor, amikor τ minden képzelhetőnél kisebb, a körmozgás gyorsulásához jutunk. Evégből O középpontból c és c' sebességekkel párhuzamos egyeneseket rajzolunk és feltüntetjük rajtuk a sebességeket nagyságra nézve. Ha D és F pontokat összekötjük, a kapott DF egyenes a c sebességhez τ idő alatt hozzájáruló sebességet fogja ábrázolni. AOB és FOD háromszögek hasonlók, mivel egyenlő száruak és két-két száruk egymásra merőleges. Ezen hasonlóságból következik, hogy $DF/OD = AB/r$. Ha τ idő alatt a hozzájáruló sebességet ω-val jelöljük, akkor $\omega/c = AB/r$ és igy $\omega = c/r$. AB. A gyorsulást megkapjuk, ha a hozzájáruló sebességet, ω-t, az időtartalommal, τ-val, elosztjuk : $\omega/\tau = c/r \,.\, AB/\tau$. Ez lesz a gyorsulás kifejezésének az értéke akkor, amikor τ minden képzelhetőnél kisebb. Ez esetben az iv hossza egyenlő lesz a neki megfelelő hur hosszával és igy $\omega/\tau = c/r.\ c\tau/\tau$. Vagyis a gyorsulás: $g = c^2/r = const.$



9. ábra.

Az egyenletes körmozgás tehát olyan mozgás, amelynek gyorsulása állandó és egy pont felé, a középpont felé van irányitva.

Az egyenletes körmozgás leirás igen alkalmas segédfogalom a *szögsebesség* fogalma is. Az iv hosszát ugyanis kifejezhethetjük a szög és a sugár által: $c = r\alpha$, ahol α az időegység alatti szögelfordulást jelenti, tehát szögsebesség jellegével bir. Ha az egyenletes körmozgást a szögsebességgel akarjuk kifejezni, ugy a $g = c^2/r$ egyletben c helyébe $r\alpha$-t helyettesitjük: $g = r^2\alpha^2/r = r\alpha^2$, vagyis *az egyenletes körmozgás gyorsulása a szögsebesség négyzetével arányos.*

Lássunk ezekután egy példát arranézve, hogy milyen haszonnal jár a mozgásoknak a gyorsulás fogalmával való leirása. *Kepplernek,* hogy a bolygók mozgását leirhassa, a következő 3 tételre volt szüksége:

1. *Minden bolygó vezető sugarai egyenlő időtartamok alatt egyenlő felületeket futnak be.*

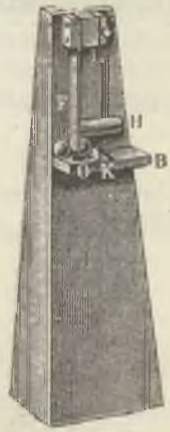
2. *A bolygók pályái kis lapultságu ellipszisek, amelyek egyik gyujtó pontjában a Nap áll.*

3. *A bolygók keringési idejének négyzetei ugy aránylanak egymáshoz, mint a Naptól való középtávolságaik köbei.*

Newton, aki már *Galilei* iskoláján ment át, sokkal egyszerübben irhatta le a bolygók mozgását a gyorsulás segédfogalma által. Ha ugyanis valamely bolygónak a Nap felé irányitott gyorsulása g, egy másik bolygóé g', ezen bolygók középsebességei c és c', a Naptól való középtávolságaik pedig r és r', akkor $\frac{g}{g'}=\frac{c^2/r}{c^2/r'}=\frac{c^2}{c'^2}\cdot\frac{r'}{r}$. Fejezzük ezt ki a *Keppler* által használt keringési idő kifejezésével. A keringési sebesség $c=\frac{2\pi r}{T}$, illetőleg $c_1=\frac{2\pi r'}{T'}$, amit az előbbi egyenletbe belyettesitve és az egyenletet egyszerüsitve $\frac{g}{g'}=\frac{r}{r'}\cdot\frac{T'^2}{T^2}$ egyenlőséghez jutunk. De minthogy *Keppler* harmadik törvénye alapján $\frac{T'^2}{T^2}=\frac{r'^3}{r^3}$, $\frac{g}{g'}=\frac{r}{r'}\cdot\frac{r'^3}{r^3}=\frac{r'^2}{r^2}$, vagyis *a bolygók gyorsulása a Naptól való középtávolságaik négyzetével forditva arányos.*

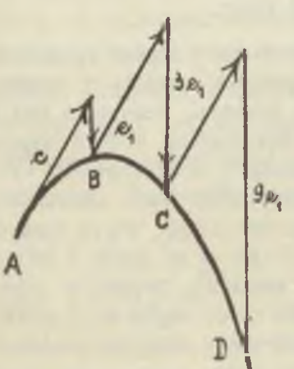
Ezen egyetlen tételben benne van minden, ami a bolygóknak a Nap körül való mozgására vonatkozik és azt a gyorsulás segitségével teljesen leirja.

Hajitott testek mozgása. Az elhajitott test mozgása alatt olyan mozgást értünk, amelyet a test végez akkor, amikor hatást gyakorolván rá, vele egy bizonyos sebességet közlünk, majd a hatást megszüntetjük. A hajitott testek mozgására nézve jellemző, hogy mozgásuk kezdetpillanatában már egy bizonyos sebességük van. A hajitott testek mozgása, mint már a felületes megfigyelés is mutatja, görbe pályán, még pedig a különböző módon való hajitások esetén különböző görbe pályán történik. Ezen mozgásnak közvetlen leirása egy elmozdulás által igen nehéz felada volna, mivel minden egyes pillanatban meg kellene állapitani az elmozdulásokat irányra és nagyságra nézve. Ezen bonyolult esetet azonban *Galilei* szerencsés gondolata alapján két egyszerübb esetre vezethetjük vissza, oly módon, hogy az elmozdulást két egyenes vonalu elmozdulásra bontjuk, amelyek közül az egyik a kezdeti sebesség irányába esik, a másik pedig függélyes irányu. Ha a összetevő elmozdulásokat ismerjük, ugy a hajitásnak megfelető elmozdulást meghatározhatjuk. Ha például vizszintes irányban hajitunk el egy testet, akkor az egyik összetevő a vizszintes irányba fog esni, a másik összetevő pedig a függélyesbe. Ezen eset megvizsgálása azon eredményhez vezet, hogy a vizszintes és általában *bármilyen hajitás esetén az elmozdulás függélyes összetevője az esés.* Hogy a vizszintesen elhajitott testek ugyanazon magasságból ugyanolyan gyorsan esnek le, azt kisérletileg 10. ábrabeli készülékkel igazolhatjuk. Ha a *H* kalapácsát *F* lemezre ejtjük, ugy ez ugyanakkor hajitja el az előte levő golyót, amikor az általa fogva tartott másik golyót az *O* nyiláson keresztül esni hagyja. A két golyó koppanását egyszerre halljuk ugyanazon vizszintes sikon, jeléül annak, hogy egyszerre értek le ugyanazon magasságból.



10. ábra.

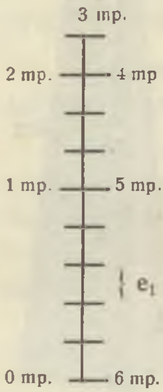
Vizszintes hajitás esetén a kezdeti sebesség irányába eső mozgás egyenletes mozgás. Erről kisérletileg ugy győződhetünk meg, hogy a feltételezett törvények alapján szerkesztett görbe kezdőpontjából (amely görbe a 3. ábrabeli esésgörbével azonos) irányitócsatorna segélyével vizszintes irányban egy kis golyót hajitunkel, amely a görbét meghatározó *(B, C és D)* metszőpontokban elhelyezett papirernyőket átüti. A hajitott testek mozgásának a vizszintes irányba eső összetevője tehát magával az idővel, a függélyes irányba eső összetevője pedig az idő négyzetével arányos. A hajitott test is esik, csakhogy nem csupán esik, kezdeti sebessége is van. Ha a kezdeti sebességet és az esést ismerjük, akkor meghatározhatjuk, hogy hajitott test az egyes másodpercek alatt hova jut (11. ábra). Ha a kapott (*A*, *B*, *C* ... stb.) pontokat



11. ábra.

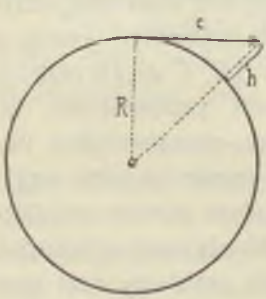
összekötjük, egy vonalat fogunk kapni, amely jellemző ezen mozgásra nézve és amelyet *parabola* néven ismerünk. (Az esésgörbe hasonlóképen parabola).

Felfelé való hajitásnál a két összetevő ugyanazon egyenesbe esik. Ha ugyanazon irányu mozgásokat adunk össze, akkor az eredő is ugyanazon irányu lesz. Hajitsunk felfelé egy testet p. o. $6e_1$ kezdő sebességgel (12. ábra). Az első másodperc alatt a test $6e_1$-el jut felfelé és e_1-el esik. A felfelé való elmozdulás tehát az első másodperc alatt $5e_1$; 2 mp alatt a test $6e_1$ kezdő sebesség esetén $12e_1$-el jutna felfelé, mivel azonban 2 mp alatt $4e_1$-el esik a felfelé való elmozdulás csak $8e_1$ lesz; 3 mp alatt az emelkedés $18e_1 - 9e_1 = 9e_1$, tehát az esés ugyanakkora, mind az emelkedés. $6e_1$ kezdő sebesség esetén tehát a hajitott test legnagyobb magassága $9e_1$. Innét kezdve e hajitott test lefelé esik 4 mp alatt az elmozdulás $24e_1 - 16e_1 = 8e_1$ a test tehát a 4-ik mp végén ugyanoda jut, ahol az első másodperc végén volt, mivel $30e_1 - 25e_1 = 5e_1$ a 6-ik mp végén $36e_1 - 36e_1 = 0$ egyenlet értelmében visszajut oda, ahonnét elhajitottuk. A mozgás egyik fele tehát felfelé, a másik fele pedig lefelé történik, még pedig ugyanazon idő alatt. Az egyes másodpercek alatti elmozdulások ugyanakkorák mindkét esetben, csupán forditott sorrendüek. A sebességek tehát, amikor a test ugyanazon a ponton halad át, ugyanazok. Más szóval: *a sebesség a helyzettől függ.*



12 ábra.

Viszonyitsuk ezek után a vizszintesen elhajitott test mozgását egy golyóhoz, például a földgolyónkhoz (13. ábra). A vizszintes elhajitás ez esetben olyan mozgást fog jelenteni, amelyet a test a középponttól való eltávolodása közben végez. Ha a kezdeti sebesség *c*, a középponttól való távolság R, a középpontból való eltávolodás pedig *h*, ugy $(R + h)^2 = R^2 + c^2$, vagyis $R^2 + 2\,Rh + h^2 = R^2 + c^2$, tehát $2\,Rh + h^2 = c^2$. Földünk sugarához képest h^2 elhanyagolható lévén, $2\,Rh = c^2$, vagyis $h = c^2/2\,R$. Ha a kezdeti sebesség nagy, mint pl. puskából vagy éppen ágyuból kilőtt golyó esetén, ugy a távolodás már centimétereket tesz ki, amit a löveg irányitásánál már tekintetbe kell venni.

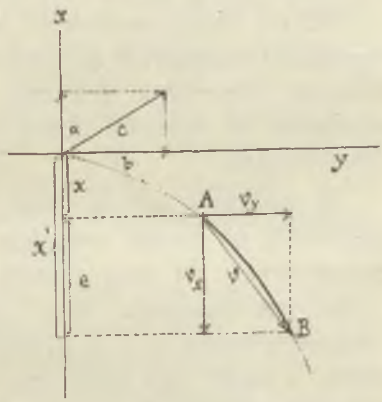


13. ábra.

A hajitásnak ezen 2 mozgásból való összetevése azon eredményhez vezetne, hogy a hajitott test megfelelő sebességgel vizszintesen elhajitva, elhagyhatná a földet. Ha a hajtás következtében való távolodás kisebb, mint az esés következtében való közeledés, akkor a test visszaesik a földre. Ha a távolodás ugyanakkora, mint a közeledés, ekkor a hajitott test a földtő mindig ugyanazon távolságban marad, vagyis a hajitás egyenletes körmozgásba megy át. Ezen eset akkor következik be, ha h az időegység alatti eséssel (e_1) lesz egyenlővé. Ha földünk sugarát 6,400.000 méternek, $e_1 = h$-t pedig 5 méternek vesszük, akkor $c^2 = 2\ hR = 64{,}000.000$ méter és igy $c = 8000$ méter, ami annyit jelent, hogy ha sikerülne egy golyót 8000 méter kezdősebességgel kilőnünk, ugy az mint bolygó keringene a föld körül. Csupán egy baj van: számitásunk a légüres térre vonatkozik Ha addig megyünk felfelé, amig légüres tért nem érünk, akkor csakugyan megtaláljuk ezen golyót a mi Holdunkban. A bolygók mozgását tehát a hajitott testek mozgásának speciális eseteként tekinthetjük és hasonlóképpen bizonyos sebességü, egyenletes mozgásból és az esésből tehetjük össze.

A hajitott testek mozgását még más módon is leirhatjuk. Tudjuk, hogy minden hajitott testnek van egy bizonyos kezdetsebessége. Ha ezen kezdetsebességet X függélyes és Y vizszintes irányokra akarjuk vonatkoztatni, fel kell bontanunk összetevőire. (14. ábra.)

Jelöljük c kezdetsebességnek x iránybeli összetevőjet a-val, y iránybeli összetevőjét pedig b-vel, akkor az y iránybeli sebesség $v_y = b$ lesz, az x iránybeli pedig $v_x = a + gt$, mivel az esés következtében az ezen iránybeli a egyenletes sebességhez még $gt = 2\ e_1\ t$, változó sebesség járul. A vizszintes iránybeli elmozdulás maga $y = b\ t$, a függélyes iránybeli elmozdulás pedig $x = at + g/2t^2$. A vizszintes és függélyes irányu összetevő sebességek egy olyan derékszögü háromszög befogóiként tekinthetők, amelynek átfogója az eredő sebesség. Az eredő sebesség tehát $v^2 = v_x{}^2 + v_y{}^2$, $v_x{}^2 = a^2 + 2\ g\,a\,t + g^2t^2$, $v_x{}^2 - a^2 = 2\ g\,a\,t + g^2t^2$, amit igy is irhatunk: $v_x{}^2 - a^2 = 2\ g\ (a\,t + g/^2\ t^2) = 2gx$. Mivel $v_x{}^2 - a^2 = 2gx$, $v_x{}^2 = 2gx + a^2$ és igy $v^2 = v_x{}^2 + v_y{}^2 = 2gx + a^2 + b^2$.



14. ábra.

Vizsgáljuk meg ezek után, hogy minő változást szenved a sebesség azalatt, mig a hajitott test a pálya A pontjából annak B pontjába jut, ha a függélyes elmozdulás A pontban x, B pontban pedig x'. A sebességek négyzeteinek különbsége az előbbiek szerint $v'^2 - v^2 = (2\ gx' + a^2 + b^2) - (2\ gx + a^2 + b^2) = 2\ g\ (x' - x)$. $x' - x$ azonban nem egyéb, mint a két helyzetnek egymástól való távolsága, vagyis az esés nagysága (e). A sebesség négyzetének a változása tehát $v'^2 - v^2 = 2ge$. Ha semmi mást nem tudunk a mozgásra nézve, azt az egyet tudni fogjuk, hogy mennyi a sebesség négyzetének változása akkor, ha a test egy bizonyos magasságig mozdult el.

A sebesség négyzetének a megváltozása csakis a helyzettől, sőt csakis a helyzetet meghatározó egyetlen adattól, a magasságtó függ, amelyen keresztül a mozgó test halad. Ezen tétel képezi a fizika legfontosabb tételének, az energia megmaradása elvének az alapját.

A hajitott testek mozgását a gyorsulás segitségével is leirhatjuk. A hajitott test gyorsulása nem egyéb, mint az esés gyorsulása, mivel a mozgás egyik összetevőjének nincs gyorsulása, másik összetevője pedig az esés. A hajitott test gyorsulása tehát szintén $g = 980$ cm. másodpercenként. Mivel a gyorsulás csupán a meglevő sebességhez hozzájáruló sebességet adja meg, hogy általa a mozgást leirhassuk, ismernünk kell még a kezdeti sebességet is, amelyet nagyságára és irányára nézve rajzban, számadatok által egyaránt feltüntethetünk.

A mozgások leirása, mint az eddigiekben láthattuk, sokkal egyszerübb, ha azokat nem közvetlenül elmozdulásokkal, hanem sebességekkel, sőt még inkább, ha gyorsulásokkal eszközöljük. A gyorsulás nagysága, mint láttuk, a térbeli helyzettől függ. A naprendszerben p. o. a gyorsulás a Naptól való távolság négyzetével, a lengő inga vagy rezgő hangvilla esetében az egyensulyi helyzettől való eltávolodással arányos. Ha tehát ismerjük valamely mozgó test helyzetét, az abban meglévő sebességével együtt, ugy — mivel a gyorsulás csupán a térbeli helyzettől függ — ismerjük a bekövetkező változásokat, vagyis ismerjük a mozgást az egész térben. Feladatunk ezért mindvégig abban fog állani, hogy megállapitsuk a különböző helyeken és különböző körülmények között szereplő gyorsulásokat.

A mozgásjelenségek elmélete. A tudományos okoskodásnak — mint már emlitettük — kétféle módja van: tapasztalati és elméleti. Előbbihez a jelenségek közvetlen megfigyelése és lemérése vezet, utóbbihoz azok végső okainak keresése közben juthatunk el. Az egyes jelenségek összefoglaló leirására több különböző elméletet állithatunk fel, amelyek egymás mellett is megállhatnak. A mozgásjelenségeknek csupán egy elméletük van: az általunk már annyira megszokott *mechanika.*

A mozgás elméletével már a régi görögök is foglalkoztak, de igyekzetük, minthogy csupán a saját magukon észlelt mozgásjelenségekből indultak ki, leküzdhetetlen nehézségekbe ütközött. Önmagukon ugyanis azt tapasztalták, hogy minden mozgás létrehozására *erőt* kell kifejteniök. E tapasztatot azután általánositották és kimondották, hogy a mozgás oka az *erő*, amely magában a testben van és a létesitett mozgással arányos és mértéke a létesitett sebesség; magának a mozgó test anyagának a mozgásban szerepe nincs.

Ezen kezdetleges felfogás azonban már a görögöket sem elégitette ki, mivel azt tapasztalták, hogy mozgás lehetséges akkor is, amikor az erő már megszünt, pl. amikor valamely testet elhajitottak. E jelenség megyarázatára fel kellett tételezniök, hogy amikor valamely testet elhajitanak, vele bizonyos nagyságu erőt közölnek, amelyet a test utközben elszórván, megáll. A felfelé való hajitásnál azonban azt tapasztalták, hogy a mind lassabban mozgó és végre nyugalomba jutó test ujból sebességre tesz szert. Ezen jelenségnek egyedüli lehetséges magyarázata már csupán az a nagyon is kalandos feltevés lehetett, hogy amikor a felfelé hajitott test visszafelé esik, az előzőleg elszórt sebességet ismét összeszedi! Aristotelestől egészen Galileiig, a jelenlegi mechanikánk megalapitójáig semmi haladás nem történt.

Galilei volt az első aki belátta, hogy a mozgásjelenségek magyarázatára két okot kell feltételeznünk, melyek közül az egyik a mozgás, a másik a gyorsulás, v. i. a mozgásváltozás oka. Egy test, ha arra külső erők nem hatnak, mozgását nem változtathatja meg: ha nyugalomban volt, nyugalomban marad, ha pedig mozgásban, ugy mozgását megtartja. Magára hagyott testet azonban sehol sem találunk a természetben, mindenütt alá van vetve külső hatásoknak. Ha egy golyót elguritunk és a pálya elég sima, ugy a golyó messzire elgurul, de végre is egy bizonyos idő mulva megáll. Minél simábbá lesz a pálya, annál tovább fog gurulni a golyó és ha mind simább és simább érintkezési felületeket veszünk tekintetbe, ugy legalább gondolatban eljutunk oda, hogy a mozgó test mindig egy irányban és egyenletes sebességgel halad tovább tova, vagyis az a mozgás áll elő, amelyet egyenes vonalu egyenletes mozgásnak neveztünk. Feltételezzük ezek alapján, — és ez az első alapfeltevésünk — hogy ha a testeket magukra hagyjuk mozgásukat nem képesek megváltoztatni. Ezt a tulajdonságot, amelyet feltevésünk alapján minden test bir, *tehetetlenségnek* nevezzük. A mozgásoknak ezen ok következtében egyenleteseknek és egyenes vonaluaknak kellene lenniök. Ha nem egyenletesek és egyenes vonaluak, ugy kell még egy oknak lenni, amely mozgásukat megváltoztatja és ez az, amit *erőnek* nevezünk.

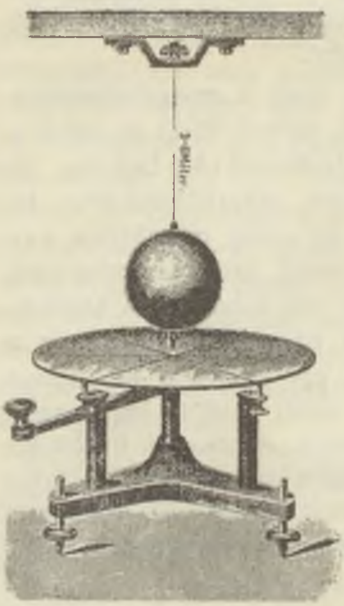
Két ok feltevése által fogjuk tehát leirni a mozgásjelenségeket: az egyik ok a mozgás megmaradásának az oka, a *tehetetlenség*, a másik ok a mozgásváltozásnak az oka, az *erő*. A mozgásjelenségek ezen alapfeltevéseit *Newton* a következő 3 tételben foglalta össze:

1. *Minden test nyugszik, vagy egyenletesen mozog, ha rá erő nem hat, amely mozgási állapotát megváltoztassa.*

2. *A mozgásváltozás arányos az erővel, amely ezt okozza és ennek irányában történik.*

3. *A hatás egyenlő a visszahatással.* (Azon erő, amellyel *A* test hatást gyakorol *B*-re, egyenlő és ellentett irányu azon erővel, amellyel *B* gyakorol hatást *A*-ra.)

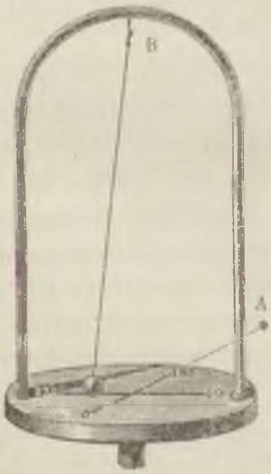
A természetben megfigyelhetünk és kisérletileg is létesithetünk olyan jelenségeket, amelyek a fenti alapfeltevéseinket valószinüekké teszik (bizonyitásról nem lehet szó!). Vannak például jelenségek, amelyekben szembetünő módon nyilvánul meg a testek tehetetlensége, vagyis a mozgás megmaradása. A hirtelen elinduló kocsiban az utas hátra esik, mivel meg akarja tartani nyugalmi helyzetét, hirtelen megálló kocsiban pedig előre, mivel haladó mozgását igyekszik megtartani. Hasonló jelenségekkel találkozunk a forgómozgások esetében is, ahol a mozgás megmaradása az egyenletes sebességnek és a mozgás síkjának megmaradásában áll. Ha a pörgettyüt, melyet nyugalom esetén nem sikerül megállitanunk, gyors forgásba hozzuk, ugy az még erős ütésnek is ellenáll, sőt, tengelyének egyik végén alátámasztva, vizszintes helyzetben is megmarad. A forgási, illetve lengési sík megmaradásának legszebb megnyilvánulását a *Foucault-féle inga kisérletben* látjuk (15a ábra).



15a ábra.

A kisérlet alapjául a tehetetlenség azon megnyilvánulása szolgál, amelynél fogva a szabadon felfüggesztett inga lengési sikját állandóan megtartja. Ha hosszu, vékony drótra erősitett nagy tömegü golyót ugy hozunk lengésbe, hogy külső kényszerek hatásának alávetve ne legyen, olyannak sem, amely lengési sikjának állandósitására törekszik, ugy azt fogjuk tapasztalni, hogy a lengési sik, a lengő inga alá helyezett, beosztott papirlaphoz képest látszólag elfordul. A valóságban azonban nem a lengési sik, hanem a papiroslap fordul el a Föld forgása következtében; mi, akik a Földdel együtt forgunk, ezen kölcsönös elmozdulásban a lengési sik elmozdulását látjuk. A lengési sik elmozdulása Földünk tengelyforgásával ellentett irányu, ami nézetünk helyességét megerősiti.

A kisérletet ugy is eszközölhetjük, hogy a 15. ábrabeli készüléket függélyes tengelye körül forgatjuk: a keret elfordul, az inga lengéssikja azonban változatlan marad. Ha ezen forgó szerkezet helyébe Földünket képzeljük, amelynek egyik sarkán Foucault-féle ingát függesztettünk fel, ugy az ingalengés sikja 24 óra alatt egy teljes körülforgást végez. Ezzel ellentétben az egyenlitőn felfüggesztett inga lengési sikját egyáltalában nem látnók elfordulni, mivel az inga alá tett papirlap csupán haladó mozgást végez. Minél közelebb megyünk a sarkokhoz, annál nagyobb lesz az inga lengési sikjának látszólagos elfordulása; mint a számitás mutatja, az elfordulás szöge a földrajzi szélesség sinusával arányos.



15. ábra.

A Foucault-féle ingakisérlet, (amelyet Foucault 1852-ben, a párisi Pantheonban, 67 méter hosszu acéldrótra erősitett 28 kg. sulyu golyóval végzett) Földünk tengelyforgásának (a tehetetlenségen alapuló) közvetlen fizikai bizonyitéka.

Tehetetlenség alatt azon okot értjük, amelynél fogva a testek nyugalmi helyzetüket, vagy mozgási állapotukat megtartják, (vagy megtartani törekszenek), **erő** alatt pedig azon okot, amely a testek nyugalmi, vagy mozgási állapotát megváltoztatja, vagy megváltoztatni törekszik.

Tehetetlenségénél fogva minden test nyugalmi, vagy egyenletes, egyenes vonalu mozgási állapotában marad meg mindaddig, amig rá erő nem hat. Minthogy pedig a természetben egyetlen jelenséget sem tudunk megfigyelni, amely egyenletes, egyenes vonalu mozgásban nyilvánulna, fel kell tennünk, hogy *a természetben mindenütt erők működnek.*

Az egyes erők különbözőképpen változtatják meg a testek mozgását és a létesített mozgásváltozások alapján névleg is megkülönböztetjük az erőket egymástól. Azon erőt, amely a hajított és eső testek mozgását légüres térben akként változtatja meg, hogy a gyorsulás kb. 980 cm. legyen, *nehézségnek* nevezzük; ha a hajított, vagy eső testek mozgásváltozása bármely más közegben történik, ugy az ezt előidéző erő kifejezésére a *suly* szót használjuk. A suly szónak csak akkor van értelme, ha megmondjuk, hogy *miben,* sőt a közeg állapotát is megnevezzük, amennyiben annak állapota (igy p. o. a levegőnek hőmérséklete, nyomása, nedvesség és széndioxyd tartalma) változó. Ha a közeget nem nevezzük meg, ugy a „suly“ szó a levegőre vonatkozik.

Második alapfeltevésünk szerint *az erő arányos a mozgásváltozással.* Ha csupán *egy* testről van szó, ugy mozgásváltozás alatt a sebesség változását értjük. Ha azonban *több* egyforma test egyenlő sebességgel mozog, ugy a mozgás mennyisége, ha a mozgásról általában, mint mennyiségről beszélünk, nagyobb lesz mint *egy* ilyen test mozgásmennyisége, még pedig annyiszorta nagyobb, ahány ilyen test mozog. A mozgás mennyisége tehát nem csupán a *sebességtől,* hanem még a mozgó test *mennyiségétől* is függ. Mindenekelőtt tehát azt kell megállapitanunk, hogy mit értünk a mozgó test mennyisége alatt?

Mindazt, ami a testek térfogatát kitölti, **agyagnak** nevezzük. Ha testek mozgásáról beszélünk, ugy mindig bizonyos mennyiségü anyagok mozgását értjük alatta. A testek anyagának a mennyiségét, függetlenül azok minőségétől, **tömegnek** nevezzük. A mozgó test mennyisége alatt tehát annak *tömegét* értjük.

A **mozgásmennyiség** *mértékéül azon mv sorozatot fogadhatjuk el, amelyet a test tömege* (*m*) *és sebessége* (*v*) *szolgáltat.*

Ha a mozgás mennyisége megváltozik, ugy ezen változást csupán a sebesség változása idézheti elő, mivel a tömeg állandó. Ezért a **mozgásváltozás** *mértékéül azon mg sorozatot fogadhatjuk el, amelyet a tömeg* (*m*) *és a meglevőhöz az időegység alatt hozzájáruló sebesség, vagyis a tömeg és a gyorsulás* (*g*) *szolgáltat.*

Ha az *mg* mozgásváltozást létesitő erőt *P*-vel, az *m'g'* mozgásváltozást létesitő erőt pedig *P'*-el jelöljük, ugy Newton második tétele értelmében az erő, tömeg és gyorsulás között a következő okszerü összefüggést állapithatjuk meg:

$$\frac{P'}{P} = \frac{mg}{m'g'}; \text{ maga az erő: } P = \frac{P'}{m'g'} \cdot mg.$$

Az erőt tehát kifejezhetjük a *m.g* szorzat által, amelyet még egy állandóval kell szoroznunk. Ha *erőegységül azon erőt választjuk, amely a tömegegységben a gyorsulás egységét hozza létre* vagyis P' = 1 tesszük akkor, amikor m' = 1 és g' = 1, ugy ezen állandó érték az egységgel lesz egyenlővé s igy P = mg lesz, vagyis *az erő* ezen egységben kifejezve *a tömeg és gyorsulás szorzatával egyenlő.*

Az erő egységének ezen meghatározása feltételezi a tömegegység ismeretét. Minthogy a testeket alkotó anyagok igen különbözők, a tömeget közvetlenül nem vethetjük mérés alá. Van azonban minden testnek egy közös tulajdonsága: valamennyi mozgásra képes. Azon szerencsés körülmény folytán, hogy a nehézség (ugyanazon a helyen) minden testben egyforma gyorsulást létesit, a nehézségek viszonya a tömegek viszonyát szolgáltatja:

$$\frac{P \text{ (mérendő test nehézsége)}}{P' \text{ (mintatest nehézsége)}} = \frac{m \text{ (mérendő test tömege)} \times g \text{ (kb. 980)}}{m' \text{ (mintatest tömege)} \times g \text{ (kb. 980)}}$$

Tömegegységül nemzetközi megállapodás alapján *azon „kilogramm“-nak nevezett platina tömeget fogadjuk el,* amelyet a párisi állami levéltárban gondosan őriznek és *amely közel 1 dm^3 4 C^0-u lepárolt viznek a tömegével egyenlő.* A fizikában rendesen ezen egységnek ezredrészét, a *grammot* szoktuk tömegységül használni.

A centiméter (cm), *gramm* (g) és *secundum* (se) önkényesen megválasztott *alapegységeink,* amelyekből valamennyi többi egység *leszármaztatható.* A fizika ezen mértékrendszerét, amelyben a *cm, g* és *sec* közvetlenül lemérhetők, ezen alapegységek kezdőbetüiről, C. G. S. rendszernek szokás nevezni.

Amig a C. G. S. rendszerben az *erő egysége azon erő, amely 1 g tömeggel, 1 mp alatt, 1 cm sebességet közöl,* addig *a gyakorlati erőegység 1 g tömegnek a nehezsége, vagyis azon erő, amely 1 g tömeggel mp-ként 980 cm sebességet közöl* (tehát kb. 980

C. G. S. egységgel egyenlő.) Mivel a nehézség a Föld különböző helyein különböző, a gyakorlati erőegység sem állandó, hanem a Föld különböző helyein más és más. Ez okból a gyakorlati egységekkel ellentétben a C. G. S. rendszerbeli egységeket, amelyek önkényesen megválasztott alapegységeinken kivül minden más mennyiségtől függetlenek, *absolut* mértékegységeknek is szokás nevezni.

A tömeggel kapcsolatos segédfogalom a **sürüség** fogalma. A különböző anyagok különböző módon töltik ki a rendelkezésükre álló teret; egyik anyagnak nagyobb mennyisége foglaltatik ugyanazon térben, mint a másiknak. Ezen az alapon, mérhető különbséget nyerünk a különböző anyagokra nézve. *Az anyageloszlásnak azon mértékét, amelyet a térfogategység tömege szolgáltat, sürüségnek nevezzük.*

Ha valamely test 1 cm^2-ének tömege m_1, egy másiké m'_1, a megfelelő sürüségek pedig s illetve s', ugy $s/s' = m_1/m'_1$, vagyis: *a sürüségek viszonya a térfogategységben foglalt tömegek viszonyával egyenlő.*

Sürüségről csak olyan anyagok esetében beszélhetünk, amelyekben a tömegeloszlás legalább közelitőleg egyenletes. Az ilyen testeket *homogén* testeknek nevezzük. Teljesen homogén test nem létezik. Mindazonáltal tételezzünk fel két ilyen homogén testet, amelyek egyikének térfogategységében m_1, másikának térfogategységében m'_1 tömeg foglaltatik és jelöljük a térfogategységek számát egyik esetben v-vel, másik esetben v'-el, ugy az egyik homogén test tömegét $m = m_1 v$, másikét pedig $m' = m'_1 v$ szorzat szolgáltatja. Ha ezen egyenletekből m_1 illetve m'_1 értékét a fenti egyenletbe helyettesitjük, ugy:

$$\frac{s}{s'} = \frac{\frac{m}{v}}{\frac{m'}{v'}}, \text{ . Maga a sürüség pedig: } s = \frac{s'}{\frac{m'}{v'}} \cdot \frac{m}{v} . \quad \text{Legyen } s' = 1.$$

$$\text{ha } m' = 1 \text{ és } v' = 1, \text{ ugy } s = \frac{m}{v}.$$

Ha tehát *azon anyag sürüségét választjuk egységül, amelynek térfogat egységében* (1 cm^3-ében) *a tömegegység* (1 g) *foglaltatik,* ugy ezen egységben kifejezve *a sürüség a tömeg és térfogat hányadosa.* Ezen sürüséget *absolut* sürüségnek nevezzük, melynek ismerete révén meghatározhatják a tömeget: $m = s. v.$

A sürüség ezen meghatározása feltételezi a tömeg és térfogat ismeretét, előbbit nagy pontossággal meg tudjuk határozni, utóbbinak megállapitása azonban igen nagy nehézségekbe ütközik. Ezért a fizikával rokon, vele egy cél felé törekvő tudományok, igyekeztek ezen nehézségeket elháritani és a sürüség egységének más mértékét előállitani, amely a térfogattól független legyen. A fizikusnak az absolut sürüségre van szüksége, mivel végső elemzésben a tömeget kell megállapitania, hogy belőle a gyorsulásra vonjon következtetést. A kémikust pl. már nem érdekli a *tömeg*, csupán a *tömegek viszonya*, ami, mint láttuk, a sürüségek viszonyával egyenlő. Ha tényleg megfigyelhető testek tömegét választja egységül, pl. a vizre nézve felveszi, hogy s'/ m'/v' = 1, akkor eredményül azt találja, hogy a vizsgált test tömege hányszor nagyobb ugyanazon térfogatu viz tömegénél. Ezen sürüséget *relativ* sürüségnek nevezzük.

A vizre vonatkoztatott relativ sürüség számértéke közel egyenlő az absolut sürüség számértékével, mivel a viz absolut sürüsége közel 1-el egyenlő. Ezért kisebb pontosságu mérések esetén mi is a vizre vonatkoztatott relativ sürüséget fogadjuk el az absolut sürüség helyett és csupán ha nagyobb pontosságot akarunk elérni, térünk vissza az absolut sürüség egységére, melynek pontos megállapitásán már több mint 100 éve dolgoznak a fizikusok.

Második alapfeltételünk szerint *a mozgásváltozás arányos az erővel, amely ezt okozza és ennek irányában történik.* Semmi megjegyzés sincs hozzátéve, ami annyit jelent, hogy mindig arányosan történik, tekintet nélkül arra, hogy hány erő idézi elő a mozgásváltozást. Akár nyugalomban, akár pedig mozgásban van a test a hatás kezdetén, az erők egymástól függetlenül idézik elő a megfelelő mozgásváltozásokat.

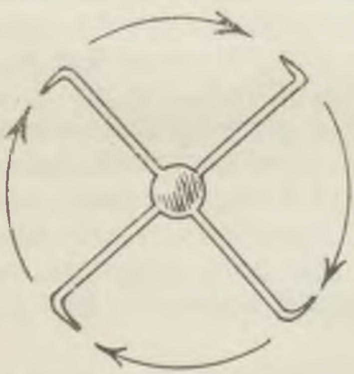
Feltevésünkben tehát benne foglaltatik azon tétel, amelyet az *erők egyenközénye tételének* neveznek, amely szerint: *az egy ponton támadó két erő eredőjét azon parallelogramm átszögelője tünteti elő, amely az összetevőket ábrázoló egyenesekből szerkeszthető.* Több erő esetében kényelmesebben határozhatjuk meg az eredőt az *egymásutánrakás konstrukciója* által, egészen ugy, mint azt az előmozdulások összetételénél láttuk (16. old.).

Ellentett irányu és egyenlő nagyságu erők esetében az eredő zérussal egyenlő, vagyis ez esetben az erők nem létesitenek sebesség változást. Ha egy test nyugalomban van, azt nem ugy kell felfogni, mintha arra erő nem hatna, hanem ugy, hogy egyenlő nagyságu és ellentett irányu erők hatnak rá. A kezünkben tartott test nyugalomban van, daczára annak, hogy egyrészt izomerőnk, másrészt a nehézség hat rá. Ha izomerőnk hatását mngszüntetjük, a nehézség hatása azonnal érvényesül.

Harmadik alapfeltevésünk szerint *minden hatásnak vele egyenlő nagyságu és ellentett irányu visszahatás felel meg.*

Ezen tétel lényegében véve ugyanazt fejezi ki, amit a tehetetlenség tétele, csakhogy nem egy, hanem két erő esetében. Amilyen erővel a ló a kocsit huzza, ugyanolyan erővel huzza vissza — tehetetlensége következtében — a kocsi a lovat; az elhajitott test ugyanakkora mozgásváltozást létesit bennünk, mint amekkora mozgásváltozást mi létesitettünk benne; a kilőtt golyó a fegyver rugását, illetve az ágyu visszafutását eredményezi; esés alkalmával nemcsak a testek esnek a Föld felé, de egyidejüleg a Föld is feléjük; mivel azonban e kölcsönhatás következtében létesülő gyorsulások forditva arányosak a tömegekkel, a Földnek aránytalanul nagyobb tömegében létrejött gyorsulás elenyészően csekély.

A hatások kölcsönösségének kisérleti igazolására szolgál a a *Segner*-féle kerék (16. ábra), melyet az oldalcsövein kiömlő viznek e csövek másik oldalára gyakorolt reaktiója kiömlési irányával ellentett irányu forgásnak indit. Még szemléltetőbb a kisérlet, ha nem a viz, hanem az oldalcsöveken kiömlő és meggyujtott gáz reaktiója hozza kiömlési irányával ellentett irányu mozgásba a megfelelő módon szerkesztett kereket. Ezen elven alapszik a legrégibb gőzgép is, amelyet a alexandriai Heron szerkesztett kb. 100 évvel Kr. sz. e., valamint az elterjedt gyakorlati alkalmazásu *reakciós turbinák.*



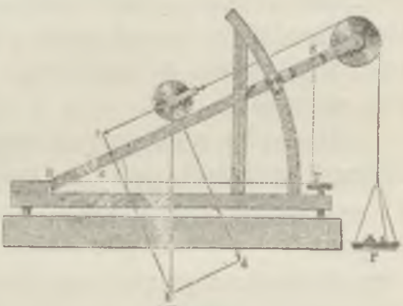
16. ábra.

A mechanika ezen 3 alapfeltevése teljesen elégséges arra, hogy általa a mozgásjelenségeket a maguk teljességében leirjuk. A leirások egyszerüsitése végett czélszerü bizonyos segédfogalmakat alkalmazni. Ezen segédfogalmak közül mindenekelőtt két, sajátságos felfogást visszatükröztető fogalommal fogunk megismerkedni: egyik a *mechanikai kényszer*, másik a *középpontfutó erő* forgalma.

Mechanikai kényszerek. A természetben gyakran találkozunk olyan mozgásokkal, amelyek csak bizonyos, meghatározott irányban történhetnek. Igy pl. a lejtőn eső test nem mozoghat a lejtőn befelé, csak annak mentében, mivel a lejtő szilárdsága csak ezen utat engedi meg. A lejtő tehát olyan szerkezet, amelylyel kényszeritjük a testet, hogy bizonyos előirt pályán mozogjon.

A kényszerek nem ideálisak, mivel a mozgás folyamata alatt maga a pálya is változásokat szenved. Egyelőre azonban ezen változásoktól eltekintünk és *rideg* (azaz erők hatása alatt változásokat nem szenvedő és igy a valóságban nem létező) testek által megvalósitott eszményi kényszereket tételezünk fel, amelyek más testeket bizonyos geometriailag előirt pályán, vagy felületen való mozgásra késztetnek. Az ilyen állandóan megmaradó kényszert, amelyet egész szigoruságában nem tudunk megvalósitani, *mechanikai kényszernek* is szokás nevezni.

Képzeljünk R S T lejtő által lineális mechanikai kényszert megvalósitva (17. ábra), amely kényszer esetében csupán egy egyenes (R S) mentén történhessék mozgás és bontsuk fel a test nehézségét (ab) 2 olyan derékszögü összetevőre, amelyek egyike (ac) a pálya irányába essék, másika (ad) erre merőleges legyen. A kényszer ez esetben abban fog nyilvánulni, hogy a test *ab* nehézségének csupán a lejtő mentébe eső *ac* összetevője érvényesül; a lejtőre merőleges *ad* összetevő nyomást gyakorol a lejtőre, amely nyomás folytán, a lejtő rugalmas visszahatása következtében, kényszererő lép fel, amely kényszererő, a visszahatás tétele értelmében, a nehézségnek a lejtőre merőleges összetevőjével egyenlő nagyságu és ellentett irányu lévén, vele együtt zérus eredőt eredményez. *A kényszer tehát oly erő, amely a kényszerpályára merőleges erők ellenében hat és ezek hatását ellensulyozza.*



17. ábra.

Kényszerek esetében a mozgás mindig ugy történik, mintha a mozgást létesitő erőnek csakis a lehető elmozdulás irányában eső összetevője működne. Ha a lejtőn eső test nehézségét (ab) *mg*-vel, ezen nehézségnek a lejtő mentébe eső derékszögü összetevőjét (ac), $m'g'$-el az általuk bezár szöget pedig α-val jelöljük, ugy a kényszer folytán létesülő eredő erő és a test nehézsége között a következő összefüggést találjuk: $mg' = mg \cos \alpha$

Ezen összefüggést R S T és abc háromszögek hasonlósága alapján szokottabb alakban is kifejezhetjük:

$\frac{ac}{ab} = \frac{ST}{RS}$, vagyis a *lejtőn működő erő ugy aránylik a nehézséghez, mint a lejtő magassága a lejtő hosszához.*

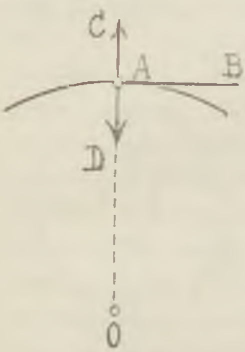
Ha a lejtő *ST* magasságát *e*-vel, *RS* hosszát pedig *s*-el jelöljük, ugy $\frac{mg}{mg'} = \frac{e}{s}$ összefüggés alapján a lejtőn való gyorsulás értékét $g' = g\,\frac{e}{s}$ egyenlet szolgáltatja. Minthogy *g'* is, *e* is, *s* is állandó, *g'* is állandó; mivel pedig a lejtő magassága, (e) kisebb annak hosszánál (s), a lejtőn mozgó test gyorsulását (*g'*) is kisebb az eső test gyorsulásánál. Lejtő által megvalósitott kényszer esetén tehát olyan mozgások állanak elő, amelyek gyorsulása állandó, de az eső testek gyorsulásánál kisebb értékü. (Ezért használunk lejtőt, a surlódástól eltekintve, ha mozgásokat lassitani akarunk.)

Ha lejtőn való mozgás esetében keressük a sebesség négyzetének változását, ugy az esésjelenségekre nézve megállapitott $v'^2 - v^2 = 2ge$ egyenletben *g*-t *g'*-el, *e*-t pedig *s*-el kell helyettesitenünk: $v'^2 - v^2 = 2g's$. Mivel azonban $g's = ge$, a lejtő által megvalósitott kényszerek esetében is érvényes azon nagy fontosságu tétel, amelyet az eső és hajitott testek mozgására nézve már megállapitottunk; sőt, mivel bármely görbe pályát a lejtők bizonyos sorából összetettnek tekinthetünk, egész általánosságban kimondhatjuk, (mint látni fogjuk, nem csupán a nehézségre nézve), hogy *a sebesség négyzetének változása csupán az erő irányába eső elmozdulástól függ, de független az uttól, amelyen ezen változás történt, ugyszintén az időtől is, amelyen végbe ment.*

Ezen tétel alapján, ha az erő irányába eső elmozditáson kivül semmi egyebet nem tudunk a mozgásról, azt az egyet mindig tudni fogjuk, hogy mekkora a sebesség négyzetének a változása. Előre megmondhatjuk pl., hogy a lengő inga sebessége ugyanazon magasságban mindig ugyanaz lesz, mivel a nehézségi erő irányába eső elmozdulás (e) zérussal egyenlő. Ha $e = 0$, ugy $v'^2 - v^2 = 2\,ge = 0$, $v'^2 = v^2$, $v' = \pm v$.

A középpontfutó erő fogalma. Midőn a mozgásjelenségekkel foglalkoztunk, figyelmen kivül hagytuk a Föld forgását és az elmozdulásokat a Földhöz, mint állóhoz viszonyitottuk. Ha a vizsgált mozgásokat a Napban állva figyelhetnők meg, ugy ezen mozgások már sokkal bonyolultabbaknak bizonyulnának s csupán az erő és tehetetlenség fogalmával való tárgyalásuk igen nehéz feladat volna. Ezen megfigyelésünk már a Földön is arra vezet, hogy a mozgásokat bizonyos, állóknak feltételezett testekre való vonatkozásukban tárgyaljuk.

Ha egy test valamely állónak feltételezett (*O*) körül forog, p. o. körpályán (18. ábra), ugy tehetetlensége következtében a pálya (*AB*) érintője mentén törekszik mozogni, ami a középponttól való távolodásnak, még pedig nem egyenletes távolodásnak felel meg. A tehetetlenség forgó mozgások esetében tehát ugyanazt a hatást létesiti, mint valamely erő. Gondolatban ezért ugy járhatunk el, hogy a forgó testet megállitjuk és forgása következtében érvényre jutó tehetetlenségét helyettesitjük egy képzelt erővel (*AC*), a mely magában a középpontban van és a testet a középponttól eltávolitani törekszik.



18. ábra.

Ezen képzelt erőt, amellyel a forgás következtében kifejlődött tehetetlenséget helyettesithetjük, *középpontfutó* vagy *centrifugális erő*nek nevezzük

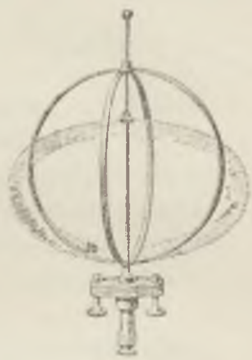
Egyenletes körmozgás esetén a test se nem közeledik a középponthoz, se nem távolodik tőle; a középpontfutó erő (*AC*) ez esetben éppen akkora, mint a körmozgást létesitő erő (*AD*), amelyet *középpont felé tartó,* vagy *centripetális erő*nek is szokás nevezni s amelynek nagyságát az egyenletes körmozgás megállapitott gyorsulásából meghatározhatjuk:

$$C = P = mg = \frac{m\,c^2}{r} = .\, m\, r\, \omega^2.$$

A középpontfutó erő (*C*), *tehát ugyanazon* (ω) *szögsebesség mellett, egyrészt a tömeggel* (*m*), *másrészt a körpálya sugarával* (*r*) *arányos.*

Világos, hogy a centripetális és centrifugális erő nem hat egyszerre a forgó testre, ennek tehetetlenségén kivül; csak ha a forgó testet gondolatban megállitjuk, lép a tehetetlenség helyébe a centrifugális erő. *A centrifugális erő tehát azon képzelt erő, amely az állónak feltételezett forgási középponthoz viszonyitva ugyanazon hatásokat létesiti, mint forgás közben a tehetetlenség.*

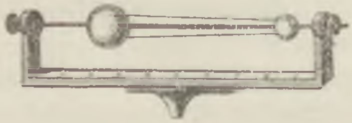
Ha a 19. ábrabeli készüléket a centrifugális erő hatásainak kisérleti tanulmányozására szolgáló *centrifugális gép* gyorsan forgatható tengelyére erősitjük, a készülék rugalmas fémabroncsai a gép forgatása közben ell psisekké lapulnak, mintha valamely erő hatna rájuk a középponttól kifelé. Ha a forgó szerkezetet megállitjuk, a rugók alakváltozásának fenntartására ezeket bizonyos erővel széjjel kell huznunk, a forgás következtében kifejlődött tehetetlenséget egy *erővel* kell pótolnunk, mely a középpontból elirányitott és hatására nézve ezen álló rendszer esetében ugyanakkora, mint a rendszer forgása esetében a tehetetlenség volt. Gondolatban minden forgó rendszerrel, igy Földünkkel is, hasonló módon járhatunk el. Ahelyett hogy azt mondanók: a Földünkön levő testekre nehézségük és Földünk forgása következtében kifejlődött tehetetlenségük hat, azt mondhatjuk, hogy a nehézségi erőn kivül hat rájuk még egy, Földünk középpontjától elirányitott (s igy a nehézséget csökkentő) erő is, amely ugyanazon hatásokat létesiti, mint Földünk forgása esetében a tehetetlenség. Ez csupán sajátos felfogása e jelenségeknek s feladatunk egyszerübb megoldását teszi lehetövé.



19. ábra.

A centrifugális erő, arányos lévén a forgássugárral, Földünk különböző helyén, különböző értékü; nevezetesen a sarkokon zérus, az egyenlitő mentén pedig a legnagyobb. Ez az oka annak, hogy Földünk, tengelyforgása következtében, forgási ellipsoid alakját vette fel, amit a 19. ábrabeli készülékkel szemlélhetővé tehetünk.

A 20. ábrabeli készülék azon tétel igazolására szolgál, mely szerint adott szögsebesség esetén a centrifugális erő a forgó tömegekkel egyenes, a forgássugarakkal pedig forditott viszonyban van. A készülék vizszintesen kifeszitett fémdrótja mentén két, különböző tömegü, egymással összekötött, átfurt golyó mozoghat. Ha a golyók egyenlő távol vannak a forgási tengelytől, ugy a készülék forgatása alkalmával a nagyobb golyó nagyobb centrifugális erejénél fogva, magával rántja a kisebbet; ha a golyóknak a forgástengelytől való távolsága tömegeikkel forditottan arányos, ugy egyik golyó sem rántja



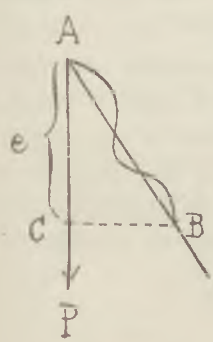
20. ábra,

magával a másikat; ha pedig a kisebb golyónak a tengelytól való távolsága még ezen aránynál is nagyobb mértékben nő, ugy a kisebb tömegü golyó tesz szert nagyobb centrifugális erőre s igy ez fogja a nagyobbat magával rántani.

A tömegen és a forgási sugáron kivül a centrifugális erő még az időegység alatt befutott szöglettől, vagy *szögsebességtől* is függ, még pedig négyzetes arányban. Zsinegre kötött, vizzel telt edényből még akkor sem folyik ki a viz, amikor ez forgás közben szájával lefelé van irányitva, mivel a centrifugális erő már nagyobbra nőtt, mint amekkora a viz nehézsége. Gyorsan forgó lenditőkerekek, malomkerekek, stb. esetében a centrifugális erő annyira megnövekedhetik, hogy a szerkezet ellenállását legyőzi s részei, a kerék érintője mentén tovarepülve, nagy szerencsétlenségeket okozhatnak. Ezen körülményt a tudományos gyakorlat felhasználja olyan anyagok (vérsejtek stb.) leüllepitésének siettetésére, amelyek különben hosszu ideig lebegve maradnának a folyadékban, valamint értékesiti a technikai gyakorlat is a *centrifugálás* legkülönbözőbb eseteiben.

Ezen segédfogalmak bevezetése után két olyan segédfogalommal kell megismerkednünk, amelyek segélyével $v'^2 - v^2 = 2ge$ egyenletünket, a fizika legfontosabb tételét, szokottabb alakban fejezhetjük: a *munka* és az *eleven erő* fogalmával.

Munka *alatt az erő hatásának azon mértékét értjük, amelyet az erő és az elmozdulásnak az erő irányába eső derékszögü összetevője szolgáltat.*



21. ábra.

Ha valamely test P erő hatása folytán (21. ábra) A pontból B pontba jut, ugy hatásának mértékét, a végzett munkát, azon szorzat fejezi ki, amelyet az erő (P) és az elmozdulásnak (AB) ezen erő irányába eső derékszögü összetevője (AC) alkot, tekintet nélkül arra, hogy milyen uton és mennyi idő alatt jutott a test A-ból B-be. A munka tehát független az uttól, amelyen keresztül a mozgó test haladt, valamint az időtől is, amelyen át a mozgás történt, csupán az erőtől és az elmozdulásnak ezen erő irányába eső összetevőjétől függ.

Jelöljük a P erő által létesitett elmozdulást magát s-sel, az erő irányába eső derékszögü összetevőjét e-vel, azon szöget pedig, amelyet az elmozdulás az erő irányával képez φ-vel, ugy a munkát egyszerüség kedvéért A-val jelölve, $A = Pe = Ps \cos\varphi$.

Ha $\varphi > 90^0$, ugy cosinusa, s vele együtt a munka is, mint menynyiség, *negativ* értékü lesz. Több erő munkája ezen erők eredőjének a munkájával egyenlő.

A munka gyakorlati egysége a kilogramm-méter (azon erő, amelyet a nehézség ellenében végzünk 1 kg tömegnek 1 m magasra való emelése közben). A munka *C. G. S.* rendszerbeli egységét, rendkivül kicsiny voltánál fogva, ritkán használjuk.

Eleven erő *alatt a mozgásnak azon mértékét értjük, amelyet a tömeg felének a sebesség négyzetével való szorzata szolgáltat.* Ezen elnevezés indokolását a régi mechanikai feltevésekben találjuk, amelyek szerint minden helyzetváltozás oka erő, amely erő lehet a test elevensége is, melyet neki, munkavégzés közben, kölcsönöztünk. Ha az eleven erőt egyszerüség kedvéért L-lel jelöljük, ugy $L = {}^1/_2 mv^2$.

Szorozzuk meg $v'^2 - v^2 = 2ge$ egyenletünket ${}^1/_2$m-mel, ugy ez a következő alakot ölti: ${}^1/_2\, m v'^2 - {}^1/_2\, m v^2 = m g e = Pe$, vagy az imént használt jelekkel élve: $L' - L = A$, ami annyit mond, hogy *az eleven erő változása egyenlő a végzett munkával.* Ezen rendkivül fontos tételt, amelynek a későbbiekben kiváló hasznát fogjuk venni, az *eleven erő tételé*nek is szokás nevezni.

Ha mozgás közben a mozgó test sebessége *csökken*, ugy az eleven erő változása *positiv*, ha *növekszik*, ugy az eleven erő változása *negativ* értékü. Az eleven erő tétele több erőre nézve is érvényes, valamint érvényes akkor is, ha nem állandó, hanem változó erők hatása alatt áll is a test. Az eleven erő tétele segitségével tehát megállapithatjuk az *egyensuly* feltételeit is.

Egyensuly *alatt a testek azon helyzetét értjük, amelybe zérus sebességgel jutva, sebességük zérus is marad, dacára annak, hogy a testre erők hatnak.* Egyensuly alatt nem a nyugalmat magát, hanem a nyugalomban való megmaradást értjük. Az egyensuly feltétele az, hogy a testre ható erők benne sebességváltozást ne létesitsenek. Ha nincs sebességváltozás, nincs eleven erőváltozás sem, munka tehát nem létesül:

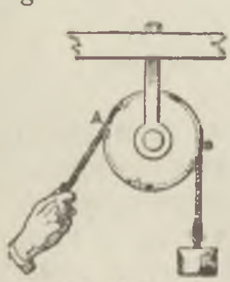
$$L - L = A = 0.$$

Valamely test nyugalmának szükséges és elegendő feltétele tehát az, hogy a testre ható erők munkát ne végezzenek.

A görögök, akiknek egész mechanikája az erők egyensulyával foglalkozott, bonyolult okoskodások alapján állapithatták csak meg az egyensuly feltételeit. A különféle szerkezeteket néhány főbb typusra vezették vissza, amelyeket *egyszerü gépeknek* neveztek s ezen egyszerü szerkezetek egyensulyi viszonyaiból állapitották meg az összetettebb szerkezetek egyensulyi viszonyait. Ezen főbb typusokat fogjuk mi is felhasználni az egyensulyi viszonyok tanulmányozásánál.

Gép*nek nevezünk minden szerkezetet, amelynek segitségével a rendelkezésünkre álló erőt más irányban tehetjük hatékonnyá, avagy amely szerkezet révén kisebb erővel nagyobb erőt győzhetünk le.* Az *egyszerü gépek* egyszerüsége abban áll, hogy nem bonthatók szét olyan részekre, amely részek maguk is gépekül volnának használhatók, mig az összetettebb szerkezetek egyszerü gépekre bonthatók. A gépekre rendszerint csak két erő hat, amelyek közül a legyőzendőt *tehernek*, a legyőzésére forditottat pedig ellenerőnek, vagy egyszerüen *erőnek* nevezzük. Egyensuly esetén az erő és teher munkájának összege zérussal egyenlő: $Pe - Q\varepsilon = 0$, vagyis az erő munkája (Pe) egyenlő a teher munkájával: $Pe = Q\varepsilon$. Ezen egyenlőségből következik, hogy *az erők forditva arányosak utjaikkal:* $P/Q = \varepsilon/e$. Hogy tehát az erők egyensulyát a gépeken megállapithassuk, csupán az erő és a teher utja közötti viszonyt kell keresnünk. Egyszerü gépek: a csiga, hengerkerék, ék stb.

A *csiga* fából vagy fémből készült korong, amely középpontján keresztül menő, villára erősitett tengely körül foroghat, kerülete pedig kötél felvételére van kivájva. A csigát *álló*-nak nevezzük, ha tengelyét tartó villa szilárd felfüggesztésü, ellenben *mozgó*-nak, ha villája szabad s igy tengelye haladó mozgást végezhet.



22. ábra.

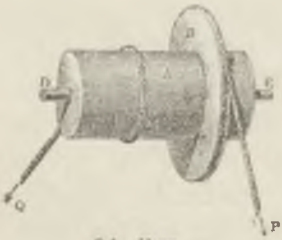
Álló csiga esetében (22. ábra) a teher a kötél egyik végére, az erő pedig a másikra hat; az erő utja és a teher utja egyenlő lévén, az álló csigán az egyensuly feltétele az, hogy az erő egyenlő legyen a teherrel.

Mozgó csiga esetében (23. ábra) a teher a villára, az erő pedig a kötél egyik végére hat; az erő utja kétszer akkora lévén, mint a teher utja, a teher ellensulyozására felényi erő elegendő. Ha teher helyett a mozgó csiga villájára egy másik, erre egy harmadik stb. mozgó

23. ábra.

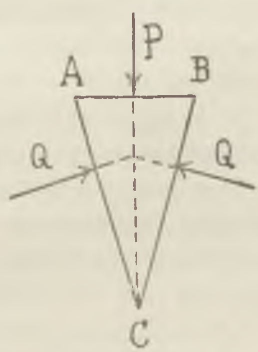
csiga kötelének szabad végét, az n-edik csiga villájára pedig a terhet erősitjük, ugy a teher ellensulyozására, ezen *csigasor* révén, nálánál n-szerte kisebb erő lesz szükséges.

A hengerkerék két különböző átmérőjü (A és B) hengerből álló szerkezet, amely közös (DE) tengely körül foroghat; a hengerre kötél van vetve, amelynek egyik végén az erő (P), másik végén a teher (Q) hat. A nagyobb henger helyett gyakrabban kerék, vagy csak ennek küllői vannak alkalmazva, mely esetben a kötél, vagy lánc egyik vége a hengerhez van erősitve és az erő a kerék kerületén, illetőleg annak küllőin hat. Egyensuly esetén az erő ugy aránylik a teherhez, mint a henger kerülete a kerék kerületéhez, illetőleg mint a henger sugara (r) a kerék sugarához (R): $P/Q = r/R$.



24. ábra.

Az *ék* (25. ábra) kemény anyagból készült háromoldalu hasáb, amelyet az összetartó testek részeinek szétválasztására használunk. Az ék esetében a legyőzendő teher a szétválasztandó részek ellenállása s igy utja ezen részek elmozdulásával, illetve az ék vastagságával egyenlő. Erő gyanánt azon nyomás szerepel, amelyet az ék (AB) hátára gyakorolunk, az erő utja pedig az ék letolódásával egyenlő. Ha feltesszük, hogy az ellenállás (Q) merőleges az ék élére, ugy a lejtőhöz hasonlóan azt fogjuk találni, hogy egyensuly esetében $P/Q = AB/AC$, vagyis az erő ugy aránylik a teherhez, mint az ék háta annak oldalához. Minél keskenyebb tehát az ék háta annak oldalához képest, annál kisebb erő szükséges a szétválasztandó részek ellenállásának legyőzésére. Vágó szerszámaink (gyalu, véső, kés stb.) az éknek megannyi példáját szolgáltatják. Hasonló módon állapithatjuk meg a többi gépen is az egyensuly feltételeit: *az erő mindenkor ugy viszonylik a teherhez, mint a teher utja az erő utjához.*

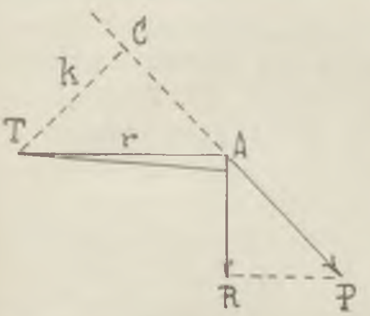


25. ábra.

A gépek közvetitésével alkalmas módon változtathatjuk meg az erő irányát, avagy kis erővel nagy ellenállást győzhetünk le, de munkát ezen szerkezetek egyike által sem takarithatunk meg, mert *amit erőben nyerünk, elveszithetjük utban*, vagy egyenletes mozgást tételezve fel, *amit erőben nyerünk, elveszitjük időben.*

Ellenkező eset áll fenn akkor, amidőn a gépek segélyével *gyorsitani* akarjuk a mozgást (pl. evezés alkalmával). Ez esetben erőben veszitjük el, amit sebességben nyerünk (az erőt az evező rövidebb végén alkalmazzuk).

Mechanikai okoskodásunknak egyéb rendeltetése alig van, mint megállapitani a mechanikáját két olyan segédeszköznek, amelyet vizsgálódásaink közben használunk: a *mérlegnek* és az *ingának*. Mindkettő, a mérleg is, az inga is, bizonyos tengelykörüli *forgást* végezhet s hogy velük foglalkozhassunk, mindenekelőtt a *forgó mozgások* sajátságaival kell megismerkednünk.



26. ábra.

Forgó mozgás esetében mechanikai kényszerrel van dolgunk, amelyet tengelykörüli forgás létesit s amelynek következtében a rideg test minden egyes pontja, ugyanazon szögsebességgel, körpályán kénytelen mozogni.

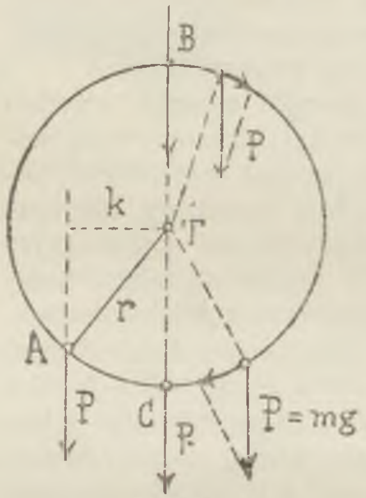
Tegyük fel, hogy *A* pont (26. ábra) *P* erő hatása folytán, az ábra sikjára merőleges *T* tengely körül elmozdul, miközben a forgássugár (r) valamely kicsiny ω szöggel fordul el. Az elmozdulás, mint a kerületnek egy része, $r\,\omega$-val egyenlő, azon munka pedig, amely ezen elmozdulásnak megfelel, az $r\,\omega$ elmozdulásnak és a *P* erő derékszögü összetevőjének a szorzata: $A = R\,r\,\omega$.

A forgássugár (r) és az erő derékszögü összetevőjének (R) a szorzatát (Rr), egyszerüség kedvéért, az erő *forgató képességének* vagy *forgás momentumának* fogjuk nevezni és *F*-fel fogjuk jelölni: $A = F\,\omega$. A munkát tehát forgó mozgások esetében, kifejezhetjük a szögelfordulás és a forgatóképesség szorzatával is. Ha a *P* erőt feltüntető egyenest hátrafelé meghosszabbitjuk és *T*-ből *TC* merőlegeset bocsátjuk rá, ugy ezen (TC) merőleges *P* erőnek a forgástengelytől való távolságát méri, amelyet az *erő karjának* nevezünk és *k* betüvel jelölünk. Mivel ACT $\triangle \backsim$ ART $\triangle$, P/R = r/k s igy Rr = Pk = F. *A forgatóképességet kifejezhetjük ugy is, hogy mint az erőnek (P) és az erő karjának szorzatát.*

Ha több erő esetében kell meghatározni a munka értékét, ugy célszerü megállapodnunk a forgás irányára nézve: ha a forgás az óramutató irányában történik, *positiv*-nak, ellenkező esetben *negativ*-nak vesszük. A rideg testek minden pontja ugyanazon szögsebességgel birván, több erő esetében a munkát ($R\,r +$

$R' r' + R'' r'' + \ldots$) ω kifejezés szolgáltatja, amely kifejezésnek egyensulykor zérussal kell egyenlőnek lennie. Minthogy pedig a szögsebesség nem lehet zérus, kell, hogy a forgatóképességek összege zérus legyen: $(R\,r + R'\,r' + R''\,r'' + \ldots) = 0$.

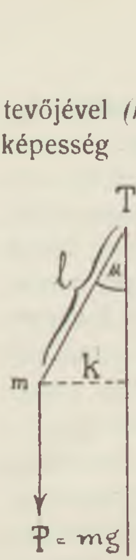
Forgó rendszerek esetében tehát az egyensuly feltételét ugy is kifejezhetjük, hogy a forgatóképességek összegének zérussal kell egyenlőnek lennie.



27. ábra.

Vizsgáljuk mindenek előtt azt az esetet, amikor a forgó test végtelen kicsiny, elannyira, hogy méreteitől eltekinthetünk (amit azonban csak rajzban lehetséges megvalósitani) (27. ábra). Ezen ideális nehéz pont, amelyre a forgás által megvalósitott kényszeren kivül a nehézségerő hat, akkor lesz egyensulyban, amikor $F = Pk = 0$, vagyis, amikor az erőnek a forgástengelytől való távola (k) zérus. Ezen eset akkor fog bekövetkezni, ha a pont forgási tengellyel egy függélyesben lesz. Ilyen helyzet kettő van: egyik a forgástengely felett, B-ben, másik a forgástengely alatt, C-ben. Ha azonban ingával, kisérletileg akarjuk ezen állitásunkat igazolni, ugy csak az alsó egyensulyi helyzetet sikerül megvalósitanunk. A kisérlet sikertelenségének az oka nem az, hogy a felső egyensulyi helyzet egyáltalában nem lehetséges, hanem az, hogy nem tudjuk a testet zérus sebességgel juttatni B pontba. Hibát követünk ugyan akkor is el, amikor az alsó egyensulyi helyzetet akarjuk megvalósitani, de ez esetben a nehézségi erőnek működő összetevője az egyensulyi helyzet felé irányulván, a beállitási hibát megszünteti, mig a felsőben, attól elirányitott lévén, fokozza azt. Az alsó egyensulyi helyzetet ez okból *valós, reális* vagy *stabilis*, a felsőt pedig *képzelt, theoretikus,* vagy *labilis* egyensulyi helyzetnek szokás nevezni. Ideig-óráig a labilis egyensulyi helyzet is megvalósitható, ha a beállitási hibákat *egyensulyozás* által folytonosan javitjuk.

Valamely ideális nehéz (m) pont forgatóképességét megkapjuk, ha a forgástengelytől (T) mért távolságát (l) a forgást létesitő (mg) erőnek a forgás irányába eső derékszögű összetevőjével *(mlg. sin u)* szorozzuk. — A 28. ábra esetében a forgató képesség negativ előjelü, mivel a forgás az óramutató járásával ellenkező irányban történik: $F = - mlg.\, sin\, u.$



28. ábra.

Ha már most valamely rideg test forgató képességét keressük, a rideg testet végtelen kicsiny részekre, ideális nehéz pontokra osztva képzeljük és az ezen pontokra nézve megállapitott forgató képességeket összegezzük.

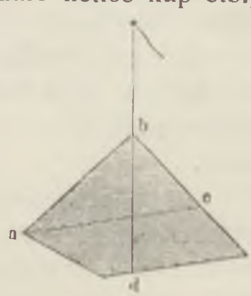
Ezen folyton ismétlődő gondolatmenet bizonyos speciális számolási eljárásokat vont maga után, a *differenciál* és *integrál számitást*. Azonban minden számitás mellőzésével is lehetségessé válik a feladat megoldása azon meggondolás alapján, mely szerint minden rideg test forgató képességét helyettesithetjük egy olyan pont forgató képessége által, amely pontban a rideg test egész tömegét egyesitve képzeljük. Ezen pontot, melynek számitás vagy kisérletezés által megállapitható helyzete a rideg test méreteitől és anyageloszlásától függ, **tömeg-középpont**nak, vagy, speciálisan a nehézség esetében, **sulypont**nak nevezzük.

A sulypont segédfogalom, mely bonyolult feladatok megoldására mintegy középmüveletet szolgáltat, *képzelt pont, melynek forgató képessége ugyanaz, mint az egész rideg testé.*

Homogén és geometriailag szabályos alakú testek sulypontját számitás által is meghatározhatjuk. Az ilyen testek sulypontja, a különböző szimetria viszonyoknak megfelelőleg, a szimetria tengelyben, a szimetria sikban, illetve a szimetria középpontban van.

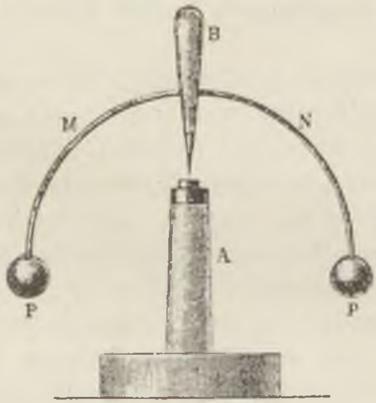
A sulypont kisérleti meghatározására ennek azon tulajdonsága szolgál, melynélfogva mindig a legalsóbb helyzetet igyekszik elfoglalni. Bizonyos játékszerek (lejtőn felfelé gördülő kettős kúp stb.) ezen tényt megcáfolni látszanak, a valóságban azonban éppen ezen alapulnak.

Függesszünk fel egy testet valamely (*a*) pontjában (29. ábra). A test akkor marad nyugalomban, ha forgató képessége zérus· Ugyanekkor azonban sulypontjának is zérus forgatóképességgel kell birnia, ami akkor következik be, ha a felfüggesztési ponttal egyazon függélyesbe (*ac*) esik. Ha ezután egy másik (*b*) pontjában függesztjük fel a testet, nyugalomban maradása esetén a felfüggesztési pontból vont (*bd*) függélyesnek


29. ábra.

ismét a sulyponton kell keresztül mennie, következésképpen a sulypont e két (*ac* és *bd*) egyenes metszéspontjában fekszik.

A sulypont nem a test valamely pontja, hanem a tömegeloszlás által meghatározott pont. Ha megváltozik a tömegeloszlás, megváltozik a sulypont is. Sulypontról ezért csakis rideg testek esetében beszélhetünk, ameddig a tömegeloszlás változatlan marad.



30. ábra.

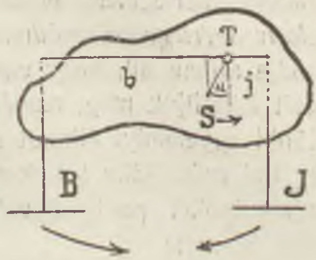
A 30. ábrabeli (*A*) állványra helyezett (*B*) pálcának stabilitást kölcsönözhetünk az által, hogy két végén ólom golyóval (*pp*) ellátott, lefelé hajlitott drótot (*MN*) huzunk rajta keresztül, mivel igy a közös sulypont a forgási tengely alá kerül. Ha ezután (a tömeget változatlanul meghagyva) a drótnak felfelé hajitása által megváltoztatjuk a tömegeloszlást, a sulypont a forgási pont fölé kerül és az egyensuly labilissá válván, a pálca leesik.

A forgó mozgások sajátságaival megismerkedvén, áttérhetünk a fizikus két legfontosabb eszközének, a *mérleg*nek és az *ingá*nak az ismertetésére.

A mérleg *a testek tömegének sulyaik alapján való összehasonlitására szolgál; tengely körül forogható, tetszőleges alaku rideg test, amely az összehasonlitandó tömegek felvételére csészékkel van ellátva.*

A tömegmérést, mint már emlitettük, a nehézségnek azon sajátsága teszi lehetővé, mely szerint ez egyazon helyen, ugyanazon tömegben, ugyanakkora gyorsulást létesit. Mivel azonban méréseinket nem a légüres térben, hanem a levegőben végezzük, nem a testek nehézségének, hanem a testek sulyának a viszonya az, amit a mérlegen meghatározunk. A sulyok viszonyából a nehézségek, illetve a tömegek viszonyára vonhatunk következtetést.

Az összehasonlitás alapjául a párizsi mintakilogramm, illetve annak hányadrészei szolgálnak. Ezek a mérő „suly"-ok. Mérés alkalmával a lemérendő testet az egyik, a mérősulyokat pedig a másik csészébe tesszük és az általuk létesitett egyensulyi helyzetből, amelynek biztosabb megitélése végett a mérleget *érzékeny mutató*val látjuk el, megállapitjuk e testek sulyának a viszonyát.



30a. ábra.

Jelöljük a mérleg jobb és bal oldalán levő csészék sulyát J-vel és B-vel (30a. ábra), ezeknek T tengelytől való merőleges távolságát pedig j-vel és b-vel, ugy az általuk létesitett, ellenkező irányu forgató képességet Jj illetve Bb szorzat fejezi ki. Ezen két szorzaton kivül tekintetbe kell még venni magának a mérleg rudjának a forgató képességét is, amelyet — a mérleg rudját ridegnek tételezve fel — sulypontjának (S) forgató képességével helyettesithetünk. Ha a mérlegrud sulyát S-sel, sulypontjának a forgástengelytől való merőleges távolságát y-nal jelöljük, ugy a (fenti ábra esetében a baloldali) forgató képességhez még Sy forgató képesség járul. A mérleg egyensulyi helyzetét tehát a következőképpen fejezhetjük ki:

$$Yj = Sy + Bb$$

$y = sin\ u$; b és j a mérleg különböző helyzetében hasonlóképpen változó értéküek.

A mérés egyik módja abban áll, hogy a lemérendő testet a mérleg egyik csészéjébe tesszük, a mérleg másik csészéjébe pedig serétet vagy homokot öntünk, általában ismeretlen sulyu *tárát* helyezünk, amig valamely egyensulyi helyzet elő nem áll. Az előállott egyensulyi helyzetet megjelölve, a lemérendő testet a mérlegről levesszük s helyébe ismert mérősulyokat téve, az előbb megjelölt egyensulyi helyzetet ujból előállitjuk. Ilyetén módon a mérleg alakjától (s a nehézségi gyorsulás később tárgyalandó változásaitól) függetlenül állapithatjuk meg az összehasonlitott sulyok egyenlőségét. A mérlegelés ezen módját *absolut mérlegelési mód*nak nevezzük, mivel általa a sulyok absolut egyenlőségét állapitjuk meg. A fizikus, vagy igy, vagy átvitt értelemben, csak ezen mérlegelést használja, mivel általa közvetlenül a tömeg ismeretéhez jut.

A mérlegelés lényege ugyanazon egyensulyi helyzetnek egymásután két izben való megállapitása; amely sulyok ugyanott, ugyanazon egyensulyi helyzetet létesitik: egyenlők.

Az absolut mérlegelési módot nevezhetjük még *egy csészében*, vagy *tárával való mérlegelés*nek is, mivel a lemérendő és ismert tömegü testet ugyanazon csészébe tesszük, illetve mivel tára közvetitésével mérlegelünk.

A mérlegelés másik módja a *kalmár mérlegelés*, amelyet a kereskedésben használnak s amelyet az egy csészében való, vagy absolut mérlegelési móddal szemben *két csészében való*, vagy *relativ mérlegelési mód*nak lehetne nevezni. A mérlegelés ezen módja abban áll, hogy első sorban az üres mérleg nyugalmi helyzetét állapitjuk meg, azután pedig azon sulymennyiséget, amely az előbbi egyensulyi állapot ujbóli előállitására szükséges. Ha a mérleg bal csészéjébe tett testnek a sulyát Q-val, a jobb csészébe tett mérősulyokét pedig P-vel jelöljük, ugy a megterhelt mérleg egyensulyi helyzete

$$Jj + Pj = Sy + Bb + Qb$$

egyenlet által fejezhető ki.

Ezen egyenletből az üres mérleg nyugalmi helyzetére vonatkozó fentebbi egyenletet kivonva

$$Pj = Qb$$

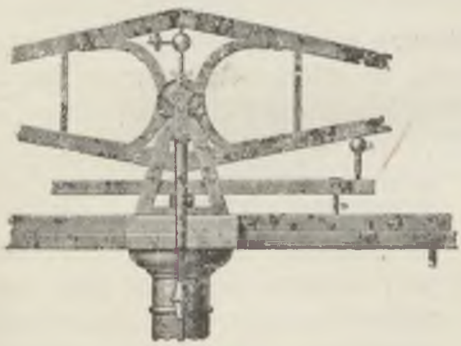
egyenlőséghez jutunk, amely csak az esetben fejezné ki az összehasonlitott sulyok egyenlőségét, ha a mérlegkarok teljesen egyenlők volnának, továbbá ha az erő (P) és a teher (Q) támadáspontja a forgásponttal egyazon egyenesbe esne. Minthogy azonban ezen feltételeknek nem tehetünk eleget, két csészében való mérlegelés esetében csupán azt mondhatjuk, hogy *azon sulyok, melyek a mérleget előbbi nyugalmi helyzetébe visszavezetik, forgató képességeikre nézve egyenlők.*

Egyenlőkaru mérleg nincs. Ha mérleget, mint egyenlőkarut, kereskedelmi használatra engedélyeznek, csak azt bizonyitják, hogy a hiba, amely ezen feltevésből származik, a kereskedelmi forgalomra nézve megengedhető.

Ha a sulyok egyenlőségét nem is, azok viszonyát nagy pontossággal állapithatjuk meg egyenlőtlenkaru mérlegen is, ha a lemérendő testet mindig ugyanazon (pl. a bal) csészébe tesszük. Ezért a kémikus, aki nem a tömeget magát, hanem csupán a tömegek viszonyát keresi, legnagyobb pontosságu mérései esetében is ezen gyorsabb mérlegelési módot használja. A fizikus csak azon esetben használhatja az egyenlőtlenkaru mérleget, ha az üres mérleg egyensulyi helyzetének megállapitása után, a lemérendő testet előbb az egyik, majd a másik csészében méri le és az ily módon talált értékek mértani középarányosát veszi. Ha ugyanis a lemérendő test sulya a bal csészében $P = b/j$. Q a jobb csészében pedig $P = j/BQ'$, ugy $P^2 = QQ'$. Azon esetben, ha a mérlegkarok közelitőleg egyenlők, amely követelés rendszerint teljesitve is van, a mértani középarányos helyett nagy megközelitéssel a számtani középarányost vehetjük. Ez esetben azonban körülményesebb volta dacára sem vetekedhetik ezen mérlegelési mód az absolut mérlegelési módszerrel.

A mérlegre vonatkozó eddigi fejtegetéseinkben eszményi állapotot tartottunk szem előtt, amennyiben a mérlegrudat teljesen ridegnek tételeztük fel, valamint feltételeztük azt is, hogy a mérleg egyensulyára csakis a mérlegre helyezett testek sulya bir befolyással, vagyis hogy a tengely körüli forgás surlódástól mentes. A mérleg *jósága* attól függ, hogy mennyire tudjuk ezen eszményt megközeliteni.

Teljesen rideg, vagyis olyan test, amely erők behatása alatt változást nem szenved, nincsen. Arra kell tehát törekednünk, hogy a mérlegrud alakváltozása a lehető legkisebb legyen. Adott suly mellett a legnagyobb szilárdsággal a 31. ábrabeli áttört alak bir.



31. ábra.

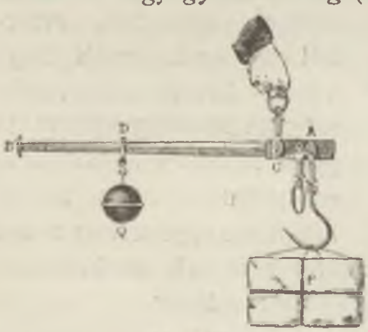
A forgás közben fellépő surlódást az által tehetjük lehetőleg kicsinynyé, hogy forgástengelyül éket választunk, még pedig lehetőleg kemény anyagból, kvarcból vagy acélból valót, hogy a forgás következtébeni alakváltozás lehetőleg kicsiny legyen. Mivel azon geometriai eszménynek, hogy az ék két oldala egyenesben messe egymást, sohasem tehetünk eleget, inkább arra kell törekednünk, hogy az éknek lehetőleg szabályos görbületet adjunk.

A jó mérlegtől a mondottakon kivül még azt is megkivánjuk, hogy *érzékeny* legyen, vagyis a terhelés lehetőleg kicsiny különbségére egyensulyi helyzetéből kibillenjen. Hogy p. o. 1/10.000.000-mod résznyi pontossággal mérhessünk, szükséges, hogy a mérendő test sulyának 1/10.000,000-mod része még látható kitérést eredményezzen. Optikai mutató alkalmazásával a mérleg érzékenységét jelentékenyen fokozhatjuk. Az érzékenység mértékéül azon szögelfordulás szolgálhat, amelyet bizonyos egyoldalu megterhelés (pl. 1 mgr.) létesit. Ugyanazon tulsuly hosszabb karon nagyobb forgatóképességgel bir s igy a mérlegrud hosszának növelése által a mérleg érzékenységét nagyobbithatjuk. Mivel továbbá a mérlegrud forgatóképessége a tulsuly forgatóképességével ellentett irányu, a mérleg érzékenységét még azáltal is növelhetjük, hogy a mérlegrudat lehetőleg könnyüvé tesszük, valamint azáltal, hogy a sulypontnak a forgásteng lytől való távolságát csökkentjük. Legcélszerübben ezen utóbbi módot használhatjuk fel a mérleg érzékenységének változtatására, oly módon, hogy a mérlegrudon (31. ábra) elmozditható tömeget (q) alkalmazunk.

Minél érzékenyebb a mérleg, annál hosszabb idő alatt végzi lengéseit. Tulságos érzékenység gyors mérés szempontjából hátrányos, viszont nagy pontosságu mérések esetében hosszu ideig tartó lengések kivánatosak (20—30 mp-ig is fokozható a lengési idő).

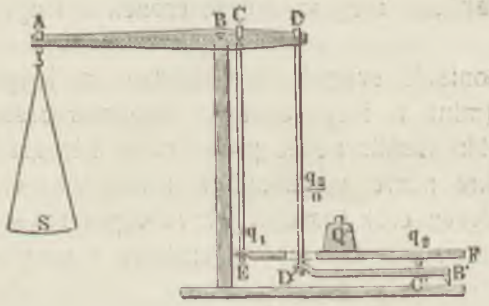
A mérleg állandóan leng. Ha helyesen akarunk mérni, ugy lengés közben kell az észlelést megtenni. Ha a lengések hamar csillapodnak, rossz a mérleg, mivel nagy a surlódás. A lengések csillapitására bizonyos alátámasztó (arretáló) szerkezet szolgál.

Gyors mérést eszközölhetünk oly módon, hogy csak egy sulyt használunk a mérlegelésnél, de különböző hosszuságu karon alkalmazva azt, forgató képességét változtatjuk. E célt szolgálja a *római* vagy *gyors mérleg* (32. ábra), mely bár durva, de a kereskedelmi forgalomra nézve még mindig elegendő pontosságu eredményeket szolgáltat. A mérleg rövidebb (AC) karja, a lemérendő test felvételére horoggal vagy csészével van ellátva, hosszabbik (*BC*) karja mentén pedig, melyet tapasztalati osztályzattal látunk el, futósuly (*Q*) tolható ide s tova. A lemérendő test sulyát közvetlenül leolvashatjuk az osztályzat azon (*D*) helyén, melyre a futósulyt, az üres mérleg nyugalmi helyzetének ujbóli előállitására, tolnunk kellett.



32. ábra.

Gyakorlati szempontból nagy fontossággal bir, hogy nagy sulyu testeket aránylag kis mérősulylyal mérhessünk le. A módját már láttuk ennek a gyors mérlegnél, ahol a kisebb sulyt nagyobb karon alkalmaztuk. Azonban tulságosan hosszu kar esetében gyakorlatilag nem valósithatnók meg a mérést s ezért egy kar helyett több kart alkalmazunk. Ezen elvet valósitják meg a *hidmérlegek.* (Tizedes és százados mérleg.)



33. ábra.

A 33. ábra a hidmérlegek egyik faját, a tizedes mérleget ábrázolja. Mivel ezen mérleg esetében a teher utja tizszerte kisebb az erő utjánál, az erő (mérőtömeg sulya) tizszer akkora teherrel (mérendő test sulya) tart egyensulyt.

Ha $AB = 10\,BC$, továbbá $BD:BC = B'D':B'C' = n$, könnyen kimutathatjuk, hogy az S csészébe tett mérőtömeg sulya 10 szer akkora Q sulylyal tart egyensulyt, az EF hid bármely részén alkalmazva is azt. Q sulyt ugyanis felbonthatjuk q_1- és q_2-re, melyek egyike közvetlenül E-ben, másika C-ben hat és ha $B'D' = n.\,B'C'$, ugy D-ben q_2/n-nel helyettesithető. Ha CD is $n.BC$-vel egyenlő, ugy a D-ben ható q_2/n-t C-ben az n-szer akkora q_2-vel helyettesithetjük és igy a hid bármely részén elhelyezett $Q = q_1 + q_2$ tömeg sulya ugy hat, mintha ezen tömeget közvetlenül C-ben felfüggesztettük volna. Ha $AB = 100.BC$, ugy az S csészébe helyezett mérősuly az EF hidra helyezett százakkora sulylyal tarthat egyensulyt.

Ujabban csak közelitőleg tizedes, illetőleg százados mérleget készitenek és a mérősulyok kellő megválasztásával érik el, hogy a csészébe tett sulyok a hidra helyezettek tized-, illetőleg századrészeivel tartsanak egyensulyt. Természetes, hogy az ilyen mérleg sulyait más mérlegen nem használhatjuk.

Az erő egyik tényezőjét, a tömeget megállapitva, annak másik tényezőjét a gyorsulást kell még megállapitanunk. A gyorsulás meghatározására, ugy a nehézség, mint más erők esetében az *inga* szolgál. Felhasználhatjuk ugyan e célra, legalább a nehézség esetében, a haladó mozgásokat is (l. 9. old.), de csak nagyon durván, mivel a kezdet- és a végpillanat megállapitásakor mindig igen jelentékeny hibát követünk el. A meghatározás ezen módjával szemben az ingával való meghatározás azon előnynyel bir, hogy általa, tetszőleges számu lengés középértékét véve, a kezdet- és végpillanat megállapitásakor elkövetett hibát tetszőlegesen kicsinynyé tehetjük.

Inga *alatt tetszőleges alaku, rideg testet értünk, amely valamely tengely körül foroghat.* Ridegnek tételezve fel az ingát, feltételezzük, hogy annak minden egyes pontja egymástól és forgástengelytől ugyanazon távolságban, egyazon szögsebességgel végzi lengéseit. Hogy a lengési idő és a lengést előidéző erő által létesitett gyorsulás viszonyát meghatározhassuk, állapitsuk meg azon munkát, amelyet a forgó szerkezet lengése közben végez, vagy ami ezzel egyenértékü, állapitsuk meg az eleven erőnek a lengés közben történt változását.

34. ábra.

Bontsuk evégből gondolatban a lengő testet (mint a forgóképesség meghatározásánál tettük) ideális nehéz pontokra és képezzük az ezekre nézve megállapitott (különböző értékü) eleven erők összegét. Ha az egyes anyagi pontokat m_1, m_2, m_3, stb-vel, ezeknek a forgástengelytől mért távolságait pedig r_1, r_2, r_3 stb-vel jelöljük, (34. ábra), ugy az ezen pontokra nézve megállapitott eleven erők összegét, vagyis a rideg test egész eleven erejét következő képlettel fejezhetjük ki:

$$\Sigma \frac{1}{2} mv^2 = \Sigma \frac{1}{2} m r^2 \alpha^2 = \frac{1}{2} \alpha^2 (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \ldots)$$

α^2 függ az időtől, a zárójelben foglalt kifejezés azonban a mozgásra vonatkozó egyetlen adatot sem tartalmaz, csupán a tömegnek a forgástengelyhez viszonyitott elosztását fejezi ki. A forgó testek ezen állandóját (mivel a tehetetlen tömeg szerepel benne) **tehetetlenségi nyomaték**nak nevezzük.

A tehetetlenségi nyomaték csupán rövid elnevezése egy végtelen sok tagból álló összegnek; segédfogalom, amely a forgó mozgásokra vonatkozó fejtegetéseinket felette egyszerüvé teszi. Ha a tehetetlenségi nyomatékot K-val jelöljük, ugy a forgó test eleven ereje

$$L = {}^1/_2\, K\, \alpha^2.$$

A tehetetlenségi nyomaték olyan eszményi tömeget fejez ki, amely a forgástengelytől egységi távolságban ugyanakkora eleven erőre tenne szert, mint amilyenre a rideg test, a működő erő hatása alatt, tényleg szert tesz. Valamely forgó test tehetetlenségi nyomatéka és vele együtt eleven ereje annál nagyobb, mennél távolabb vannak részecskéi a forgástengelytől. Ez okból készitik a *lenditő kerekeket* a forgástengelylyel vékonyabb küllők által összekötött vastag gyürü alakura.

A tehetetlenségi nyomaték, melyet kisérletileg is megállapithatunk, bizonyos egyszerübb esetekben integrálszámitás által is meghatározható. Igy, sulypontja körül forgatható, m tömegü és l hosszuságu rud tehetetlenségi nyomatéka, ha keresztmetszete hosszához képest elhanyagolható: ${}^1/_3\, ml^2$; középpontja körül forgó, m tömegü és r sugaru homogén korong tehetetlenségi nyomatéka ${}^1/_2$ mr^2; r sugaru gömb tehetetlenségi nyomatéka ${}^2/_5$ mr^2.

Valamely forgószerkezetnek forgás közben végzett munkája a forgóképesség (F) és a szögelfordulás (ω) szorzatával egyenlő:

$A = F\omega$. Ha a szögsebességet α-val, a forgás időtartamát pedig τ-val jelöljük, ugy a forgás közben végzett munkát $A = F \alpha \tau$ egyenlet által fejezhetjük ki. De kifejezhetjük a munkát az eleven erő változásával is:

$$A = L' - L = {}^1/_2\, K\, (\alpha + \gamma\, \tau)^2 - {}^1/_2\, K\, \alpha^2\, \gamma$$

γ alatt a szögsebességnek az időegység alatti változását v. i. a szöggyorsulást, τ alatt pedig a forgás időtartamát értve. Ha a forgószerkezet munkájának ily módon talált értékét annak fentebbi értékével tesszük egyenlővé

$$F\, \alpha\, \tau = {}^1/_2\, K\, (\alpha + \gamma\, \tau)^2 - {}^1/_2\, K \alpha^2\, \gamma$$

egyenlőséghez jutunk, melynek egyszerüsitése révén

$$F\, \alpha\, \tau = K\, \alpha\, \gamma\, \tau + {}^1/_2\, K\, \gamma^2\, \tau^2$$

egyenletet nyerjük. τ végtelen kicsiny értéke mellett az egyenlet utolsó tagja zérussá válván

$$F\, \alpha\, \tau = K\, \alpha\, \gamma\, t \text{ s igy } \gamma = \frac{F}{K}$$

vagyis *forgómozgás esetében a gyorsulás a forgatóképesség és a tehetetlenségi nyomaték viszonyával egyenlő.* Ezen fontos képlet ugyanazt fejezi ki a forgó mozgások esetében, mint amit a haladó mozgásokra nézve $g = P/m$ képlet, csakhogy az erő helyébe a forgatóképesség, a tömeg helyébe pedig a tehetetlenségi nyomaték lép.

Ha a nehézségi inga tömegét M-mel, sulypontjának a forgástengelytől való távolságát s-sel jelöljük, ugy forgató képességét, mint tudjuk,

$$F = Mgs.\ sin\ u$$

képlet fejezi, melyet fenti egyenletbe helyettesitve, a nehézségi inga gyorsulásához jutunk:

$$\gamma = -\frac{Mgs}{K}\ sin\ u.$$

Ha a kitérés szöge igen kicsiny, ugy sinusa helyett magát a szöveget vehetjük:

$$\gamma = -\frac{Mgs}{K}\ u.$$

Ez esetben azonban csak bizonyos közelitéssel vizsgáljuk a mozgást, amely közelités annál nagyobb foku, mennél kisebb kilengéseket figyelünk meg.

Mgs/K az inga méreteitől függő állandó, mig u, a kitérés szöge, periodikusan változik. Ha Mgs/K állandó helyébe C-t irunk, ugy

$$\gamma = -\text{C.u.}$$

Ezen egyenlet azonban a *rezgő mozgás*nak előttünk már ismert egyenlete, mely szerint *a gyorsulás arányos a kitéréssel, de vele ellentett irányu:*

$$\gamma = -\frac{4\pi}{T^2}u. = C.\, u.$$

Az inga lengése alkalmával tehát olyan periodikus mozgás jön létre, amelyre nézve

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{Mgs}{K.}$$

Ezen egyenlet az ingára vonatkozó adatok, a rezgési idő és a nehézség gyorsulása közötti viszonyt fejezi, belőle tehát ugy a nehézségi gyorsulást

$$g = \frac{\pi^2 K}{MsT^2},$$

mint az inga *rezgési* idejét

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{K}{Mgs}}$$

kiszámithatjuk.

A rezgési idő helyett legtöbbször ennek fele, a *lengési idő* szerepel:

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{Mgs.}}$$

Ezen egyenletből kiolvashatjuk egyuttal azt is, hogy a lengési idő a gyorsulás valamely adott mértéke mellett az inga méreteitől függ, nevezetesen pedig nő a tehetetlenségi nyomaték nagyobbodásával, valamint nagyobb lesz akkor is, ha a sulypontnak a forgástengelytől mért távolsága csökken.

Ezen *tényleges, fizikai ingával* szemben megkülönböztethetjük a *mathematikai ingát*, mely alatt sulytalan fonálra függesztett anyagi pontot értünk. Amennyiben csak egyetlen, ideális, nehéz (m) pontról van szó: $K = m\, l^2$ és $l = s$. A mathematikai inga lengési ideje ennélfogva

$$t' = \pi \sqrt{m\, l^2/mgl} = \pi \sqrt{l/g}.$$

$$t = t' \text{ esetén } \pi \sqrt{K/Mgs} = \pi \sqrt{l/g},$$

amely egyenletből kiszámithatjuk azon mathematikai inga hosszát, mely adott tényleges ingával egyenlő idő alatt végzi lengéseit:

$$l = \frac{K}{Ms.}$$

A tényleges ingát számtalan mathematikai ingából összetettnek képzelhetjük, melyeknek lengési ideje, ha szabadon lengenének, igen különböző volna. Mivel azonban az egyes anyagi pontok rideg összeköttetésben vannak, a forgási tengelyhez közelebb fekvők gyorsitani fogják az attól távolabb fekvő részecskék mozgását, viszont ezek lassitani fogják amazokét. Mindenesetre lesznek olyan közbenső pontok, amelyek a rideg összeköttetés dacára is teljesen ugy fognak lengeni, mintha egészen szabadon lengenének. Ezek az inga *lengéspont*jai. Azon lengéspontot, amely sulyponton átmenő függélyesben fekszik, a *lengés középpontjá*nak, a forgástengelynek ugyanezen függélyesben fekvő pontját a *felfüggesztés középpontjá*nak, e két pont távolságát pedig a *tényleges inga redukált hosszá*nak nevezzük. A lengéspontok azon sajátsága, mely szerint forgási pontokká tehetők, anélkül, hogy az inga lengési ideje ezáltal megváltozna, módot nyujt a tényleges inga redukált hosszának a kiszámitására. Ha ugyanis a tényleges ingát egy második, eltolható éllel látva el, *megfordítható ingát* készitünk és a mozgatható él helyzetét addig változtatjuk, amig ezen él körül is ugyanannyi idő alatt végzi az inga lengéseit, mint a másik él körül, a két él távolsága az inga redukált hosszát szolgáltatja. Ha $t' = 1\ mp$ (másodperc inga), ugy a nehézség gyorsulásának meghatározására tényleges ingának ilyen módon meghatározott hosszát kell csupán π^2-tel szoroznunk: $g = \pi^2\ l$.

Az inga lengési idejéből a nehézségi gyorsulás értékét egész értékének mintegy 1/100.000-ed részéig terjedő pontossággal határozhatjuk meg. Ha az esésből határozzuk meg a nehézség gyorsulását, semmiféle változását nem észletjük, mig ha az inga segitségével eszközöljük a meghatározást, amely a pontosságnak aránytalanul nagyobb fokát engedi meg, azt fogjuk tapasztalni, hogy a nehézségi gyorsulás értéke a Föld különböző helyein más és más. Ha a sarkok felé megyünk, az inga gyorsabban leng, jeléül annak, hogy a nehézség gyorsulása a sarkok felé nagyobbodik, mig az egyenlitő felé menve lassabban végzi lengéseit, ami a nehézségi gyorsulás csökkenését jelzi. A legkisebb négyzetek módszere alapján (mely szerint az egyenlő pontosságu, vagy egyenlő pontosságra átszámitott mérési eredményeken, a megoldás kedvéért elkerülhetetlenül eszközlendő javitások négyzeteinek az összege a legkisebb) a nehézségi gyorsulásra vonatkozó adatok tapasztalati képletbe foglalhatók össze Legujabban *Helmert* (német geodéta) által számitott képletet használhatjuk, mely szerint:

$$g = 978\ (1 + 0{,}00531\ \sin^2 \varphi),$$

ahol φ a geografiai szélességet jelenti. $\varphi = 0$ esetén (vagyis az egyenlitőnél) $g = 978$. Az eltérés legnagyobb értéke a nehézségi gyorsulás egész értékének mintegy $^1/_{200}$-ad része.

A gravitáció elmélete. Ha megfigyeljük a bolygók mozgását a térben, a szabadon eső, valamint a kényszereknek alávetett testek mozgását Földünkön, ugy ezen mozgások gyorsulását igen különbözőnek fogjuk találni. *Newton*, 1687-ben megjelent (Philosophiae naturalis principia mathematica c.) korszakot alkotó müvében, a legnagyobbszerü műben, amelyet emberi elme valaha alkotott, kimutatja valamennyi mozgás összetartozandóságát, amennyiben felismeri, hogy a *gyorsulás a tömegek térbeli helyzetétől függ*. *Keppler*nek az égitestek mozgására vonatkozó törvényeit, (1. 18. old.), Newton azon egyetlen tételben fejezi ki, mely szerint *a bolygók gyorsulása a Naptól való középtávolságaik négyzetével forditva arányos*. A gyorsulás az égitestek esetében a Nap, az eső testek esetében a Föld, minden esetben pedig a testek felé irányulván, *Newton* feltételezi, hogy ezen kölcsönhatás az anyag általános tulajdonsága, amely abban nyilvánul, hogy *egymástól r távolságban levő bármely m és m' tömeg egymásra nagyságukkal egyenes, kölcsönös távolságuk négyzetével pedig forditott arányu vonzást gyakorol:*

$$P = f. \frac{m. m'}{r^2}$$

Azon erőt, amely az egymást vonzó tömegek között fellép, *általános tömegvonzás*nak, vagy *gravitáció*nak, *f* arányosság szorzót *a gravitáció állandó*jának, vagy *Newton-féle állandó*nak, mig *Newton* ezen elméletét magát a *gravitáció elméleté*nek nevezzük. Vajjon a testek ezen vonzása légüres téren keresztül történik-e, vagy valamely közvetitő közegen át, arra nézve *Newton* semmit sem mond és elfogadható elméletet felállitani erre nézve ezideig még nem sikerült.

Naprendszerünk igen egyszerü geometriai eszményt közelit meg, amennyiben egyes tagjai, távolságukhoz képest, anyagi pontoknak tekinthetők. Ezen eszményi viszonyok jogositották fel *Newton*t a természettudományok történetében korszakot alkotó tételének kimondására. Ha naprendszerünk egyes bolygóit csupán a Nap vonzaná, ugy ezen vonzás a Nap és az illető bolygó kölcsönös távolságának a négyzetével forditott arányban állana. Ámde *Newton* feltevése értelmében nemcsak a Nap, hanem valamennyi többi égi test is befolyást gyakorol a bolygók mozgására, hogy *Keppler*, ezen körülmény dacára is, felállithatta (közelitő) törvényeit, abban leli magyarázatát, hogy az álló csillagoknak naprendszerünk egyes tagjaira gyakorolt hatása, ezek roppant távolságánál fogva, elenyészően csekély, a Nap tömege pedig, a bolygókéhoz képest, tulnyomóan nagy. Ha a bolygók mozgásának pontos leirását akarjuk eszközölni, ugy a többi égi test vonzására is figyelemmel kell lennünk. Ezen feladat teljes megoldása eddig még nem sikerült, közelitő számitások révén mindazonáltal számot adhatunk az egyes csillagok jelenléte által okozott zavarokról (perturbatiók).

Az égi testek mozgása és az esés közötti kapcsolatot *Newton* a Hold mozgása alapján mutathatta ki. A Hold mozgását ugyanis, mint már emlitettük (l. 21. old.), a hajitott testek mozgásának speciális eseteként tekinthetjük, melynek Földünk felé irányitott gyorsulása (γ), mint csillagászati megfigyelésekből ismeretes, 0,27 cm mp-ként. Ha ezen gyorsulást a nehézség okozza, mely az egyenlitőn az eső testekben mp-ként 978 cm gyorsulást létesit, ugy, ha a Föld sugarát r-rel, a Holdtól való távolságát pedig $R = 60$ r-rel jelöljük, a fentiek értelmében

$$\gamma{:}g = r{:}(60\ r)^2$$

egyenlőségnek kell fennállania, melyből

$$\gamma = 978 : 3600 = 0{,}271 \text{ cm mp-ként.}$$

Ezen érték a csillagászati uton talált értékkel teljesen megegyezik, jeléül annak, hogy *az esés nem egyéb, mint az égi testek nehézkedésének speciális esete.*

Amit kisebb testekre nézve *Newton* csak feltételezett az *Cavendish* kisérletében közvetlen bizonyitást nyer. *Cavendish* finom fémdróton függő vizszintes fapálca végeire két egyenlően kicsiny fémgolyót erősitett s ezen vizszintes ingának a közelébe hozott sulyos ólomgolyók vonzása következtében észlelt lengéseiből $P = f.\ m.\ m'|r$ képlet alapján kiszámitotta a gravitáció állandóját, vagyis azon f erőt, amelylyel a tömegegységgel egyenlő és egymástól a távolság egységére levő két tömeg egymást vonzza és azt találta, hogy az általános tömegvonzás ezen állandója, $f = 65.10^{-9}$ *C.G.S* rendszerbeli egységgel egyenlő, ami annyit jelent, hogy 1 gr. tömeg 1 cm távolságból, ugyanakkora tömegre, olyan véletlenül kicsiny erővel hat, mint a mekkora erőt kb. $65{:}981.10^9 = 66.10^{-12}$ $=$ 66 billiomod gramm tömeg sulya képvisel.

Ha a gravitáció állandóját ismerjük, (közelitőleg) meghatározhatjuk a *Föld tömegét.* A vonzó erő ugyanis, amelyet a (gömbnek feltételezett) M tömegü és R sugaru Föld a felületén levő valamely m tömegü testre gyakorol, ezen test sulyával egyenlő

$$f.\ Mm'r^2 = mg$$

s igy a Föld tömege

$$M = g\ r^2/f$$

Ha $g = 981$, $R = 6371.10^5$, $f = 65.10^{-7}$ C. G. S. egység

ugy $M = 6126.\ 10^{24}$,

vagyis kb 6 quadrillio kg. Ha Földünknek ilyetén módon meghatározott tömegét annak térfogatával ($V = 4/3 . \pi R^3 = 10832.10^{-3}$ elosztjuk, Földünk középsürüségéhez jutunk

$$d = M/V = 5{\cdot}66.$$

A tömegvonzás csupán pontok esetében arányos ezek kölcsönös távolságának a négyzetével. Ha testek vonzását akarjuk megállapitani, ugy ezen vonzást a test legkisebb anyagi részeinek vonzására vezetjük vissza. Homogén gömbnek valamely kivüle fekvő pontra gyakorolt vonzása, mint a számitás mutatja, helyettesithető a gömb középpontjának vonzása által, amelyben ennek egész tömegét egyesitve képzeljük. Ugyanez áll homogén, koncentrikus gömbhéjakra nézve is. Az ilyen testeket *varicentrikus* testeknek nevezzük. Varicentrikus testek belsejében levő pontokra a kivüle fekvő részek nem gyakorolnak vonzó hatást, mivel a szembenfekvő részek egymás vonzását lerontják. Ennélfogva, ha földünk egynemü anyagból állana, belseje felé haladva, a nehézségi gyorsulás csökkenését kellene észlelnünk. Ezzel szemben *Airy* ingakisérletei, melyeket a nevezett angol csillagász egyrészt a Föld felszinén, másrészt egy csaknem 400 méteres skót akna mélyén végzett, ennek ellenkezőjéről tettek tanuságot, jeléül annak, hogy az alsóbb rétegek sürüsége a felső rétegek sürüségénél jelentékenyen nagyobb. Ugyancsak erre az eredményre jutunk, ha a Föld fentebb megállapitott középsürüségét (5·66) a felsőbb rétegek átlagos sürüségével (2·5) hasonlitjuk össze, valamint azon egyszerü megfontolás alapján is, miszerint a nemes ércek a Föld alsóbb rétegeibe vannak zárva.

Az embernek fontos célja, hogy a Föld belsejének egyenlőtlenségeiről tudomást szerezzen, amit legpontosabban a nehézségi erő változásainak vizsgálata alapján eszközölhet. Ez inditotta *br. Eötvös Lorándot* arra, hogy a nehézségi erő mérésére pontosabb módszert dolgozzon ki. Az általa szerkesztett *variométer* nem magát a nehézséget, hanem csupán annak változásait méri az ingalengésnél mintegy milliószor nagyobb pontosságot megengedő torzio méréssel és nemcsak a nagyságbeli, hanem az iránybeli változásokra nézve is felvilágositással szolgál, miáltal, ha egyes pontok körül több helyen észleljük a vonzásbeli változásokat, meghatározhatjuk a zavaró tömeg (nemes érc) helyét. Ilyen módon, egyszerüen a Föld felületén tett észlelések által, kikutathatjuk annak belsejét, amiért is e módszernek előreláthatólag nagy jövője van.

Hogy a térbeli erőviszonyokról képet alkothassunk magunknak, vizsgáljuk általánosabb szempontból a jelenségeket. Ha mindenütt, ahol erő hat, felületet állitunk elő, amely az erő irányára merőleges, geometriai alakhoz jutunk, amely legalább irányát illetőleg, a térbeli erőviszonyok képét tünteti elő. Az ilyen felületet **nivófelület**-nek nevezzük.

Minthogy a nivófelületek az erő irányára mindenütt merőlegesek, *a nivófelületekben történő elmozdulásoknál végzett munka zérussal egyenlő,* u. i. az elmozdulásoknak az erő irányába eső összetevője zérus. A nivófelületek által nemcsak az erők irányát, hanem azok nagyságát is feltüntethetjük, ha szerkesztésükre nézve megállapodunk abban, hogy az egyik nivófelületből a másikba való átmenet alkalmával végzett munka mindenkor ugyanaz legyen. Ez esetben a szomszédos nivófelületek egymástól való távolságai forditott arányban állanak a megfelelő erőkkel. Ha a térbeli erőviszonyokat nivófelületek által akarjuk ábrázolni, ugy a nivófelületek bizonyos sorát, avagy azon szabályok összességét kell megadnunk, amelyek szerint a nivófelületek helyzete változni fog.

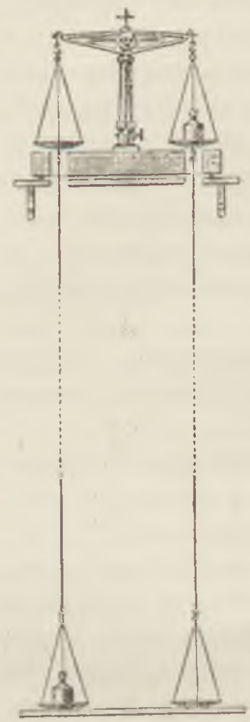
Hogy a nehézség változásait a Föld tömegvonzása alapján meghatározhassuk, ismernünk kell Földünk tömegén kivül annak alakját és méreteit.

Földünk alakja alatt azon nivófelületet értjük, amely a nyugvó tenger szintjén megy át. Ez azonban csak részben van megvalósitva. Földünk tényleges alakja igen bonyolult, *geoid*nak nevezett felület, melynek megállapitása a *geodézia* feladata. A geodézia ezen nehéz, de igen sok érdekes dolgot magába záró feladattal bizonyos közelitéssel foglalkozik. Feltételezi ugyanis, hogy Földünk alakja forgási ellipsoid, amelynek forgástengelye Földünk forgástengelyével esik össze és amelyhez a Föld tényleges alakja lehetőleg hozzásimul és a *geoid* alaknak ezen forgási felülettől való eltérését igyekszik meghatározni.

Besselnek, az ujkor legkiválóbb csillagászának számitása szerint Földünk egyenlitői sugara 6.37,7397 m, sarki sugara pedig 6377397 m. E kettő különbségének a nagyobbikhoz való viszonya *Földünk lapultsága,* mintegy 1/300.

A nehézségi gyorsulás változásait részben Földünk ezen lapultsága idézi elő. A változások másik, közelebb fekvő oka a Földünk forgása következtében fellépő és vonzásával ellentett irányban ható *centrifugális erő,* amely a Föld tömegvonzásának nemcsak nagyságát, hanem irányát is megváltoztatja. Az egyenlitőnel, ahol a vonzás a legkisebb, a centrifugális erő a legnagyobb, viszont a sarkoknál, ahol a vonzás legnagyobb értékét éri el, a centrifugális erő zérus.

A nehézséget a Föld tömege által gyakorolt vonzó erő és forgása következtében fellépő centrifugális erő eredőjének kell tekintenünk. Téves tehát azon megszokott felfogás, mely szerint a nehézség általában a Föld középpontja felé irányul. Még a vonzás sem, mivel Földünk nem varicentrikus test, annál kevésbé a vonzás és centrifugális erő eredője. A nehézség mindenütt merőleges a Föld felületére, de csupán a sarkokon és az egyenlitőnél irányul annak középpontja felé.



33. ábra.

Ha a Föld középpontjától távolodunk, a nehézségi gyorsulásnak csökkennie kell. A nivófelület változásának a vonzás csökkenésével való ezen összefüggését közvetlen mérés által is megállapithatjuk, ha a mérleget kellő óvatossággal használjuk.

Jolly, a 33. ábrában feltüntetett, igen érzékeny mérlegével megállapitotta, hogy 1 kg tömegsulya az alsó csészében 1·5 mg-mal nagyobb, mint az 5·3 m-rel magasabb felső csészében, jeléül annak, hogy a Föld vonzása a középpontjától való távolodás alkalmával méterenként kb. 0·3 mg-mal csökken.

Ugyancsak könnyen számot adhatunk ezen változásokról, ha földünket, első közelitésben, varicentrikus testnek gondoljuk, melynek felületén, középpontjától *R* távolságban levő pont gyorsulása $g_0 = f. M/R^2$. Ha ugyanis a Földtől való eltávolodást h-val jelöljük, ugy a nehézségi gyorsulás értéke

$$g_h = f \frac{M}{(R+h)^2} = f. \frac{M}{R^2} \frac{1}{(1+h/R)^2} = g. \frac{1}{1+2\,h/R+h^2/R^2}$$

h^2/R^2, nem tulságosan nagy magasságok esetén elhanyagolható lévén, az osztásra nézve $1:1+x = 1-x$ szabályt követhetjük

$$g_h = g_0\ (1-2h/R)$$

Ha Földünk sugarát középértékben 6366 km-nek vesszük, ugy a nehézségi gyorsulásnak a magasság növekedésével való méterenkénti ($h = 1$ m) változását kb. 0.000.0003 m-nek fogjuk találni.

Az energia megmaradásának elve. Ha feltételezzük, hogy a természetben működő erők mind olyanok, amelyeknek munkája az uttól független, ugy azt mondhatjuk, hogy minden erőnek, amely valamely pontra hat, azon pont helyzetétől függő munkaképessége van. Ezen feltevés értelmében a munkaképesség változása egyenlő a végzett munkával. Ha a munkaképesség helyett a hangzatosabb *energia* nevet fogadjuk el s ennek a kezdet-, illetve véghelyzetbeli értékét E', illetve E-vel jelöljük, ugy az eközben végzett munka

$$A = E - E'.$$

Ha ezen tételt az elevenerő tételével összefoglaljuk, ugy

$$E - E' = L' - L, \text{ illetve } E + L = E' + L'$$

egyenlőséghez jutunk, amely egyenlet értelmében *az elevenerő és az energia összege állandó.*

Ezen tételt szokottabb alakban is kifejezhetjük, ha az elevenerőt hasonlóképen energiának nevezzük. Előbbi a test helyzete, utóbbi pedig annak mozgása által lévén meghatározva, amazt *helyzeti*, emezt pedig *mozgási energiá*nak mondjuk. Ha a helyzeti energiát E_h-val, a mozgási energiát pedig E_m-mel jelöljük, ugy

$$E_h + E_m = E'_h + E'_m = \text{const.},$$

vagyis: *a helyzeti és mozgási energia összege — a mechanikai energia — állandó.* Ezen elvet, amelyre a *konzervativ*, vagyis azon erők feltételezése vezetett, amelyek munkája az uttól független, az *energia megmaradása* elvének nevezzük.

Bármilyen fontos is azonban az energia megmaradásának elve, értékkel csupán akkor bir, hogyha a meghatározására használt fogalmak értelme tisztán áll előttünk. Ha figyelmünket p. o. az esés jelenségeire forditjuk, ugy azt fogjuk találni, hogy az eső test sebessége s vele együtt mozgási energiája folyton nő, helyzeti energiája mindinkább csökken. A felfelé hajitott test esetében a mozgási energia lesz végre zérus, a helyzeti energia folyton nő. Az inga mozgási energiája a kilengéssel csökken, de helyzeti energiája ugyanekkor nagyobbodik. Hasonló viszonyokkal találkozunk bolygóinknak a Nap körül való mozgása alkalmával: az *afélium*ban (v. i. a Naptól legtávolabb) a helyzeti, a *perihelium*ban pedig (v. i. a Naphoz legközelebb) a mozgási energiájuk a legnagyobb és megforditva. Általánosságban: *a helyzeti energia csökkenésével a mozgási energia megfelelő növekedése jár és viszont.* A számitás legalább azt mutatja. Ha azonban közvetlenül figyeljük meg a jelenségeket, ugy azt fogjuk tapasztalni, hogy Naprendszerünk az egyetlen rendszer, amelynél ezen tétel helyességét elegendő pontossággal igazolva találjuk. Az esés jelenségeinek vizsgálata már ellentmondásra vezet. Amikor ugyanis az eső test valamely nyugvó lapot ér, mozgási energiája látszólag megsemmisül. Ezen ellentmondás vagy arra késztet, hogy elméletünket hasznavehetetlennek nyilvánitsuk, vagy arra, hogy a mechanikai energia csökkenésének okát a megfigyelt jelenséget kisérő változásokban keressük.

Ha csak a látható, általunk megfigyelhető mozgásokat vesszük tekintetbe, ugy a mechanikai energia látszólagos csökkenését nem tudjuk megmagyarázni. Ha azonban a jelenségeket figyelmesebben szemléljük, ugy más változásokat is tapasztalunk. Midőn ugyanis az eső test valamely lapot ér, ahol mozgási energiája megsemmisülni látszik, koppanást, hangot hallunk, valamint észrevesszük azt is, hogy az ütköző felületek felmelegszenek. Ezek mind olyan változások, amelyek, mint mozgások, nem figyelhetők meg ugyan, de amelyeket azért mégis mozgásoknak (molekuláris mozgásoknak) tulajdonithatunk. Ha tehát — és ez az igazi értéke az elméletnek — a mechanikai energiában hiányt találunk, keresnünk kell még egyéb változásokat. Annyit mindjárt megállapithatunk, hogy a megfigyelt jelenségen kivül történt még valami, sőt azt, ami történt, le is tudjuk mérni, még pedig a legkülönbözőbb alakban. Az energia megmaradásának az elve teszi lehetővé, hogy a hő-, fény-, hang-, elektromosság- és mágnességbeli változásokat egyazon mértékkel mérhetjük és korszakot alkotó jelentősége éppen abban áll, hogy *közös mértéket állapit meg a különböző energiafajok mérésére.*

II. Szilárd testek.

Eddig a testek mozgásáról beszéltünk, de nem vettük tekintetbe azok térfogati és alaki viszonyait. A következőkben, a tényleges állapotokról szólva, vizsgálat tárgyává tesszük e viszonyokat, valamint azon okokat is, amelyek következtében e viszonyok előállanak.

A testek alaki és térfogati különbözősége alapján azokat már a mindennapi életben 3 nagy csoportra: szilárd, cseppfolyós és légnemü testekre szoktuk osztani. A szilárd testek határozott alakkal és térfogattal birnak, egyik részükön megfogva egészükben tovavihetők és éppen alakjuknál fogva használhatók a legkülönbözőbb tárgyak készitésére. A cseppfolyós testeknél az alak megtartására irányuló törekvést már nem találjuk meg, egyik edényből a más kba önthetők, de alakjuk megváltozásának még igen nagy erővel szegülnek ellen. A légnemű testeknek alakja is, térfogata is változó, a rendelkezésükre álló teret egészen betöltik s csupán minden oldalról elzárt edényben tarthatók el.

Ha a testek alaki és térfogati viszonyait az általános nehézség szempontjából vizsgáljuk, akkor bizonyos *belső erők*et kell feltételeznünk, amelyek a testek részei között (a távolsággal rohamosan csökkenő mértékben) hatnak és amelyek megakadályozzák, hogy a testek minden egyes része egymástól függetlenül végezze mozgását a reá ható *külső erők* következtében. Ezen belső erők azok, amelyek a testre ható külső erőkkel egyetemben a testek alaki és testi térfogati viszonyait meghatározzák. Azon módot, amely szerint a testek részei egymáshoz vannak füzve, *halmazállapotnak*nak nevezzük.

*Szilárd*nak azon halmazállapotot mondjuk, amelynek esetében a test egyes részeit csak jelentékeny külerő által választhatjuk el, amelynél tehát ugy az alak, mint a térfogat változtató külső erőkkel szemben jelentékeny belső erők müködnek.

Cseppfolyós halmazállapot esetében hiányoznak az alak megtartását célzó belső erők, de a térfogat változtató külső erőkkel szemben jelentékeny belső erők müködnek.

Légnemü halmazállapot esetében ugy az alak, mint a térfogatváltozásnak csak csekély belső erők szegülnek ellen.

A „szilárd," „cseppfolyós" és „légnemü" elnevezés nemaz anyag különbözőségére, hanem csupán különböző viszonyok között való előfordulására vonatkozik. Ugyanazon anyag, mint pl. a viz, a külső körülmények különbözősége szerint majd szilárd, majd cseppfolyós, majd pedig légnemü állapotban lép fel. Nem beszélhetünk tehát szilárd, cseppfolyós, illetve légnemü anyagról, csupán az anyagnak szilárd, cseppfolyós illetve légnemü állapotáról.

Ezek után áttérhetünk a szilárd testek alakváltozásának a vizsgálatára. Mint mondottuk, a testek részei között müködnek belső erők, de hatnak a testre külső erők is; ezen erők együttes hatása következtében a test bizonyos *alak*ot vesz fel, azaz minden része elfoglalja azt a helyet, amely a külső és belső erők együttes hatásának megfelel. Ha megváltoztatjuk a testre ható külső erőket, megváltozik a test alakja is, a belső és külső erők között uj egyensulyi helyzet jön létre. Az egyensulyi állapot feltétele tehát mindennemü alakváltozás esetében az lesz, hogy a belső és külső erők egymással egyenlők, de ellentett irányuak legyenek.

Rugalmas alakváltozások. Ha vizszintesen kifeszitett drótot (36. ábra) középen megterhelünk, azt fogjuk tapasztalni, hogy a drót alakakja megváltozik. A szenvedett alakváltozást azon lehajlás (*ab*) által jellemezhetjük, amely a megterhelés következtében létesült. Ha megszüntetjük a külső erő hatását: megszünik az alakváltozás is. *Az olyan alakváltozást, amely megszünik akkor, amikor az alakváltozást okozó erő megszünt, rugalmas alakváltozásnak nevezzük.*

36. ábra.

Ha a drótot kétakkora sulylyal terheljük meg: kétakkora lesz az alakváltozás is. Háromakkora suly esetén az alakváltozás is háromakkora lesz. Ha megszüntetjük az alakváltozást létesitő erőt: megszünik ujból az alakváltozás is. Tovább folytatva azonban a megterhelést, a drót már nem tér többé vissza eredeti helyzetébe, hanem *maradandó alakváltozás*t szenved. Az alakváltozás tehát csak egy bizonyos határig rugalmas (ideiglenes) és ezen határt a *rugalmasság határának* mondju': *A rugalmasság határán belül az alakváltvzás arányos az alakváltozást létesitő erővel.* (Hooke törvénye.)

Ha a megterhelést a rugalmasság határán tul folytatjuk, ugy a maradandó alakváltozás mind nagyobb és nagyobb lesz, mig végre egy bizonyos határon megszünik az összetartás a test részei között: a test elszakad vagy eltörik. Azon erőnek a nagyságát; amely a test elszakitására szükséges, az illető test *absolut erősségé*nek nevezzük. A rugalmasság és absolut erősség határán belül a testek *nyujthatók*. Minthogy a rugalmasság határa, valamint az absolut erősség is, anyagról-anyagra változó, ezen adatok alapján jellemezhetjük az egyes szilárd tes eket.

A rugalmas alakváltozások lehető legegyszerübb esete akkor köve kezik be, ha az alakváltozást létesitő erő valamely lineális test (drót, fonal) hosszában hat, azt meghosszabbitani törekszik. A létesitett alakváltozás itt a drót meghosszabbodásában nyilvánul, amely meghosszabbodás, a rugalmasság határán belül, annál nagyobb, mennél nagyobb a drót mentén működő feszitő erő (P), minél nagyobb a drót hossza (L) és mennél kisebb a drót keresztmetszete (q):

$$\lambda = PL/q \,.\, \varepsilon,$$

ahol ε a drót anyagi minőségétől függő *rugalmassági tényező*. Ha a keresztmetszet egységére eső feszitő erőt *feszültség*nek, a hosszegységre eső meghosszabbodást pedig *megnyulás*nak nevezzük, ugy azt mondhatjuk, hogy *a megnyulás* (α) *a feszültséggel (f) arányos*:

$$\alpha = \varepsilon f, \text{ ahol } \alpha = \lambda/L, \ f = P/q, \ \varepsilon = \text{const.}$$

Valamely anyag rugalmassági tényezője (ε) alatt azon számot értjük, amely megmutatja, hogy az illető anyagból készitett 1 mm² keresztmetszetű drót eredeti hosszának hányadrészével nyulik meg, ha azt 1 kg sulylyal megterheljük. Az ezüst esetében p. o. $\varepsilon = 1/7300$, ami azt jelenti, hogy 1 mm² keresztmetszetü ezüst drót 1 kg-nyi megterhelés mellett méterenként 0·137 milliméterrel nyulik meg. A rugalmassági tényező értéke csak akkor lenne egyenlővé az egységgel, ha az illető drótot a kétszeresére tudnók nyujtani, ami pedig a legtöbb anyagra nézve nem sikerül. Ezért rendesen nem is ezt, hanem ennek a reciprok értékét szokás megadni, azon sulyt, amely szüséges volna a drót hosszának a megkétszerezésére, ha ez a rugalmasság határain belül lehetséges volna. Igy az ezüst esetében E = 7300, holott az 1 mm² keresztmetszetü ezüstdrót legnagyobb rugalmas megnyulása (méterenként kb. 1·4 mm) már 10 kg-nyi terhelésre bekövetkezik, 29 kg-nyi megterhelésnél pedig a drót már elszakad.

A testek rugalmasságára, a rugalmasság határára, valamint az abszolut erősségre vonatkozó adatok az anyagi minőségen kivül még számos egyéb körülménytől is függenek. Más lesz p. o. ugyanazon anyagból készült drót rugalmassága, valamint abszolu' erőssége, ha készitése után lassan, ismét más, ha hirtelen hütötték le; más akkor, ha előzőleg már szenvedett alakváltozást és más, ha anyagát a legcsekélyebb tisztátlanság szennyezi. Ne várjunk tehát ezen adatok meghatározásakor nagy pontossággal egyező eredményeket, mivel azok értéke a drót egész előéletétől függ.

Tájékoztatásul közöljük néhány anyag állandóit, hogy lássuk, miképen kell jellemeznünk a szilárd testek viselkedését az alakváltoztató erők ellenében:

Egység: kg/mm²	Rugalmasság határa				Abszolut erősség
	λ/L	f	ε	E	
Ólom	1/7200	1/4	1/1800	1800	2
Réz	1/1000	12	1/12000	12000	30
Vas	1/600	30	1/18000	18000	50
Acél	1/500	50	1/25000	25000	60

Mint látjuk, bizonyos határon belül az ólom is rugalmas, csakhogy azon határ, amelyen belül benne rugalmas alakváltozást létesithetünk, igen kicsiny. Igy 1 mm² keresztmetszetü és 1 m hosszu ólomdrótot csupán $^1/_7$ mm-el hosszabbithatunk meg anélkül, hogy maradandó alakváltozást szenvedjen, amig ugyanilyen méretü acéldrótot már 2 mm-el hosszabbithatunk meg ugy, hogy alakváltozása még mindig csak ideiglenes legyen. Látjuk továbbá azt is, hogy az 1 mm² keresztmetszetü ólomdrótban $^1/_4$ kg-nyi megterhelés már maradandó alakváltozást létesit, de szakadás csak nyolcakkora suly alkalmazása mellett következik be, az ólom tehát könnyen nyujtható. A lágy vasban sem lesz még nehéz maradandó alakváltozást létesiteni, mivel az abszolut erőssége még jóval nagyobb, mint azon legkisebb suly, amely már maradandó alakváltozást létesit benne. Az acélnál ellenben e két határ már oly közel van egymáshoz, hogy, ha csak $^1/_6$-al nagyobb erőt alkalmazok is, mint amekkora éppen maradandó alakváltozást idézne benne elő, eltörik.

A rugalmas alakváltozásokat, minthogy arányosak a müködő erővel, az erők mérésére is felhasználhatjuk. E célt szolgálják az *erőmérők* vagy *dynamométerek*, amelyekben egy acélrugó megnyulása (37. ábra) avagy megrövidülése (38. ábra) következtében mutatót mozgat tapasztalati osztályzat előtt. Az ilyen rugós mérlegek tömegmérésre csupán ott használhatók, ahol az osztályzatuk készült, mivel ugyanazon tömeg sulya, a nehézségi erőváltozásainak megfelelőleg, a Föld különböző helyén más és más.

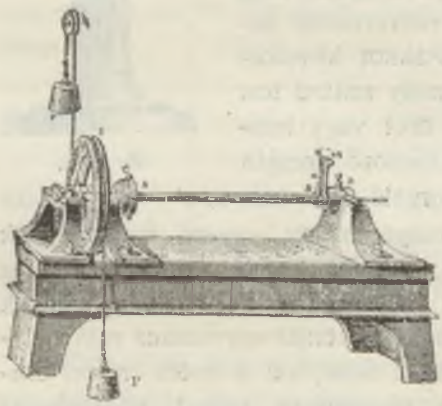
37. ábra

38. ábra.

A sok lehető alakváltozás közül, amelyet az erők létesíthetnek, csupán arról akarunk még szólani, amelyet *csavarás*nak nevezünk. Csavarás akkor következik be, ha valamely szilárd test (legegyszerübben drót vagy hengeres rud) két különböző pontján ellentett irányu forgató erők hatnak avagy az irányra nézve egyező forgató erők nagyságra nézve különbözők. Ha a test hengeres alaku, ugy alakja csavarás alkalmával nem változik meg, de részei megváltoztatják egymáshoz való helyzetüket. Azon szöget, amelylyel a testek részei csavarás alkalmával egymáshoz képest elfordulnak: *csavarási szög*nek nevezzük.

A csavarás kisérleti tanulmányozására a 39. ábrabeli készülék szolgálhat. A rudat (*A B*), amelynek a csavarással szemben való viselkedését tanulmányozni akarjuk, egyik végével *D*-ben, másikkal *C*-ben erősitjük meg, amely utóbbi tartó a hozzáerősitett *S* kerékkel együtt foroghat. A keréken átvetett kötélre sulyt akaszthatunk és az ez által létesitett csavarás szögét azon mutató segélyével állapithatjuk meg, amely előtt az *S* kerék mozog. Ha különböző terhelésekre nézve meghatározzuk a csavarási szöget, ugy ismét azt fogjuk találni, hogy az alakváltozás egy bizonyos határig arányos az alakváltozást (csavarást) létesitő erővel, de egyszersmind rugalmas is, amennyiben a csavarás megszüntével a csavarodás is megszünik. Ha a rugalmasság határán tullépünk, ugy itt is maradandó alakváltozás, majd pedig törés következik be.

A csavarás folytán előálló rugalmas alakváltozásokat rendkivül fontos eszközök, az u. n. *csavarási mérlegek* készitésére használhatjuk fel. Ha ugyanis függélyes forgási tengelyt alkalmazunk, ugy a forgások a nehézségi erőtől, amelynek vizszintes irányu összetevője nincs, mentekké lesznek és igy a vizszintes sikban ható nagyon kis erők is még felismerhető változást fognak létesiteni. Ilyen csavarási mérleg volt az is, amelyről a *Cavendish*-féle kisérletben (53. old.) már emlitést tettünk, valamint ilyen a *Coulomb*-féle mérleg is, amelyről majd a mágnesség és elektromosság tárgyalása közben fogunk szólani. Ha a csavarási mérlegnek a drót hosszától, keresztmetszetétől és csavarási együtthatójától függő *csavarási állandó*ját t-val, a csavarási szöget φ-vel, a csavarást létesitő erő forgató képességét pedig F-el jelöljük, ugy a mérleg egyensulya esetén:



39. ábra.

$F = -t\varphi$, vagyis: *a csavarást létesitő erő forgató képessége egyenlő nagyságu, de ellentett irányu a rugalmassági erő forgató képességével.* Ezen képletből is láthatjuk, hogy a kis forgató képesség is létesithet nagy szögelfordulást, hogyha a mérleg csavarási állandója elég kicsiny.

A szilárd testekben működő rugalmas erők egyensulyi viszonyaival megismerkedvén, lássuk, miféle mozgások állanak elő a rugalmas alakváltozások következtében? Tudjuk, hogy a rugalmas erők a kitéréssel (x) arányosak:

$$P = -c\,x.$$

A rugalmas erőknek ennélfogva olyan alakváltozásokat kell létrehozniok, amelyek gyorsulása arányos a kitéréssel, de vele ellentett irányu, vagyis: *rugalmas alakváltozások periodikus mozgást hoznak létre.*

Ha a testre ható alakváltoztató erőt hirtelen megszüntetjük (kifeszitett rugót elbocsájtunk), ugy az lengéseket fog végezni, de amig az inga lengései csak kicsiny kitérések esetén egyidejüek, addig a rugalmas erők által előidézett lengések egyidejüsége bármekkora kitérésre nézve is fennáll. Valamint a nehézségi erőt, ugy a rugalmassági erőt is meghatározhatjuk azon lengésekből, amelyeket a hatásuk alatt levő test végez. A csavarási mérleg használata közben sem kell egyebet tennünk a lengési idő észlelésénél.

Minthogy minden rugalmas erő periodikus mozgást és minden periodikus mozgás zenei hangot létesit: zenei hang létesitésére rugalmas alakváltozások szükségesek; az olyan anyagok tehát, amelyek nem szenvednek rugalmas alakváltozást, hangszerek készitésére nem alkalmasak.

Az alakváltozás ellenében müködő belső kényszerekről szólva, szólani akarunk még azon külső kényszerekről is, amelyek a szilárd testek mozgása ellenében lépnek fel. Ha a valóságban is olyan eszményi kényszerek szerepelnének, mint amilyenekről a mechanikai kényszerek tárgyalása alkalmával szólottunk, akkor már a legcsekélyebb erő is elégséges volna arra, hogy a vizszintes felületeken nyugvó testeket tova mozditsuk, amennyiben a nehézségi erőnek a lehető elmozdulás irányába eső összetevője ez esetben zérus. Ezzel szemben azt tapasztaljuk, hogy a vizszintes felületen nyugvó testek eltolására is gyakran igen jelentékeny erő szükséges. A valóságban tehát az emlitett mechanikai kényszerekhez még egy tényleges kényszer is járul, amely kényszer a mozgás akadályozásában nyilvánul. *Azon látszó agos erőt, amely a testek egymáson való tovamozditásakor lép fel és a testet visszatartani törekszik,* **surlódás**-*nak nevezzük.*

A surlódás, mint a tapasztalat mutatja, arányos a nyomóerővel, amely alatt a felületre ható erőnek a felületre merőleges összetevőjét értjük, valamint függ az érintkező felületek anyagi és fizikai minőségétől, független azonban a surlódó felület nagyságától (hacsak az csucsossá vagy élessé nem válik). Ha a surlódást S-el, a nyomóerőt φ-val jelöljük, ugy

$S = \varrho \varphi$, ahol ϱ a felület minőségétől függő *surlódási állandó*, azon szám, amely kifejezi, hogy a surlódás legyőzésére szükséges erő hányadrésze a nyomóerőnek.

A surlódási tényező meghatározását legegyszerübben olyan lejtővel eszközölhetjük, amelynek hajlásszögét módunkban áll változtatni (17. ábra). Ha ugyanis a lejtő hajlásszögét (α) növeljük, ugy a lejlőre helyezett test sulyának a lejtőre merőleges összetevője ($P \cos \alpha$), vagyis a nyomó erő és vele együtt a surlódás is, amely a nehézségnek a lejtő mentébe eső összetevője ($P \sin \alpha$) ellenében hat, mindinkább növekedik, mig végre a lejtő egy bizonyos hajlásszögénél (α_s), *a surlódási szöglet*nél, a surlódás ($\varrho P \cos \alpha_s$) már nem képes legyőzni a mozgató erőt. Midőn a test éppen csuszni kezd a lejtőn

$$\varrho P \cos \alpha_s = P \sin \alpha_s \text{ és igy } \varrho = tg\, \alpha_s$$

vagyis *a surlódási tényező a surlódási szög tg-ével egyenlő.*

A surlódás egyik okául azokat az alakváltozásokat kell tekintenünk, amelyeket a testek a tényleges kényszert létesitő felületben a rájuk ható erők (pl. a nehézség) következtében előidéznek. Ezen alakváltozások lehetnek rugalmasak és maradandók. Rugalmas alakváltozást létesitünk pl., ha kövezeten, maradandót ellenben, ha sáros uton járunk. Mindkét esetben bizonyos erő lesz szükséges arra, hogy a testet az igy keletkező mélyedésből kivonjuk, még pedig annál nagyobb erő, miné nagyobb a mélyedés, ami viszont a nyomóerő nagyságától függ. A surlódás másik oka a testek érdessége, amiről gyakran már szabad szemmel is meggyőződhetünk. Ezen érdességek surlódás alkalmával fogak módjára egymásba kapaszkodnak és hogy a testeket egymáson tovamozdithassuk, ezen érdességeket le kell törnünk, vagyis le kell győznünk a rögök abszolut erősségét. Ehez pedig hasonlóképen erő szükséges. Minthogy a különnemü anyagok érdességei kevésbé illenek egymásba, mint ugyanazon anyag egyenlőtlenségei, különnemü anyagok között a surlódás kisebb, mint egynemüek között. Ezért készitjük a csapágyat és a tengelyt különböző anyagból.

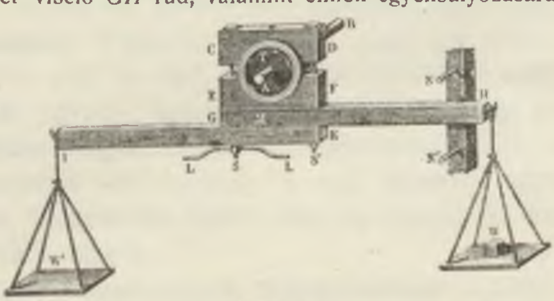
A tényleg müködő erőkről feltételeztük, hogy munkájuk az uttól független. Hogy a surlódás nem tényleg müködő erő, csupán azt a látszatot kelti, bizonyitja az is, hogy ha egy testet mozgatunk a surlódás ellenében, a végzett munka függ az uttól, sőt, ha a surlódási állandó és a nyomóerő nem változott, az uttal egyenesen arányos. A munka, amelyet csusztatás alkalmával végzünk, részint az eközben fellépő alakváltozások előidézésére, részint a felületi részek abszolut erősségének a legyőzésére fordittatik.

Ha surlódás nem volna, ugy bármily csekély lejtésü felületen semmi meg nem állhatna. Mi sem változtathatnók önkényesen helyünket, mivel járásunk csak a surlódás révén lehetséges. Ha hátrányos is tehát sok esetben a surlódás, sok esetben nélkülözhetetlen. Nélküle az esőcseppek is veszedelmesekké válhatnának. A surlódás teszi lehetővé a mozgások átvitelét, valamint azok megszüntetését is. Növelhetjük a surlódást azzal, hogy növeljük a surlódó felületek érdességét, de sokkal hatásosabb mértékben tehetjük ezt az által, hogy a nyomóerőt nagyobbitjuk. Ha a surlódást csökkenteni akarjuk, ugy arra kell törekednünk, hogy a felületi egyenlőtlenségeket minél kisebbekké tegyük, amit egyrészt csiszolással, másrészt azáltal érhetünk el, hogy az egyenlőtlenségeket kenőcsökkel betöltjük. Leghatalmasabb eszköze azonban a surlódás csökkentésének abban áll, hogy a haladó mozgást forgó mozgássá alakitjuk át, mert a mig a *csuszó sur-*

*lódás*nál a felületi részek abszolut erősségét le kell győznünk, addig a *gördülő surlódás*nál az egymásba illeszkedő rögök, mint a kerékfogak, egymásból ismét kiemelkednek. Ez az oka annak, hogy 2—3 munkás egy megterhelt vasuti kocsit eltolhat. Vontatásnál általában arra kell törekednünk, hogy a vontató (mozdony) surlód sa lehetőleg nagy, a vontatottak (kocsik) surlódása pedig kicsiny legyen. Ha a gyorsvonat mozdonyát csupán erős gőzgéppel szereljük fel, de nem gondoskodunk egyuttal arról, hogy a mozdony kocsija elég sulyos is legyen, ugy gyorsan fognak bár forogni a kerekei, de egy helyben. Sok időbe tellett, amig erre rájöttek. Ma már a gyorsvonat-mozdonyok valóságos vasszörnyetegek. Meredek pályán azonban még ez sem elég. Ott a mozdony fogakba kapaszkodik amig a kocsik sima sineken járnak.

A surlódást felhasználhatjuk még arra is, hogy általa a gépek *hatásképességét* megállapitsuk, vagyis meghatározzuk, hogy mennyi munkát képes végezni valamely gép bizonyos meghatározott idő alatt. A hatásképesség egységéül azon gép hatásképességét fogadjuk el, amely 1 mp alatt 75 kgm munkát képes végezni. Ez az egység a *lóerő*. Ha tehát valamely gépnek lóerőkben kifejezett hatásképességét keressük, azt kell megállapitanunk, hogy a gép 1 mp alatt hányszor 75 kgm munkát képes végezni. Evégből a géppel legcélszerübben surlódást létesitünk, amelynek nagyságát megállapithatjuk. Ha sebességváltozás e közben nem áll elő, ugy a surlódás a gép hatásképességével egyenlő. Az e célra szolgáló *dynamométeres* fékezők egyik leggyakrabban használt alakja a 40. ábrabeli *Prony*-féle fék.

A gép *AB* munkatengelyére egy jól esztergályozott *T* vasdob van erősitve, amelyet *S* és *S'* csavarok segélyével *CD* és *EF* keretbe szorithatunk. *EF*-hez a *W* mérlegcsészét viselő *GH* rud, valamint ennek egyensulyozására a *W'* csészét viselő *KJ* rud van erősitve. Ha az egyensuly nem volna teljes, ugy a mérlegcsészék egyikének vagy más kának megterhelése által helyreállitjuk azt. Azután a gépet meg nditjuk és a csavarokat kellőképen megszoritva, meghatározzuk azon *P* suly nagyságát, amelye: a *W* csészébe kell tennünk, hogy a gép a féket a forgás irányában tova ne vigye, hanem az a rendes forgásszám mellett az *N* és *N'* gát között lehetőleg vizszintesen lebegjen. Ha a surlódást, amely e köz-



40. ábra.

ben fellép, S el, a surlódó dob sugarát r-el, az 1 mp alatt végzett körülforgások számát ped'g n-el jelöljük, ugy az 1 mp alatt végzett munka

$$A = S \,.\, 2 \pi \, r \,.\, n.$$

Minthogy a fék egyensulyban van, az r karon ható surlódás forgatóképessége ugyanakkora, mint a W serpenyőbe helyezett $MH = l$ karon ható P sulyé:

$$Sr = Pl, \text{ honnan } S = Pl/r,$$

amit a fenti egyenletbe helyettesitve, azt találjuk, hogy az 1 mp alatt végzett munka, vagyis a gép hatásképessége (effektusa)

$$E = A = Pl \, 2 \, \pi \, r.$$

Ha P-t kilogrammokban, l-et pedig méterekben fejezzük ki, ugy

$$E = Pl \, 2 \, \pi \, n \ kgm,$$

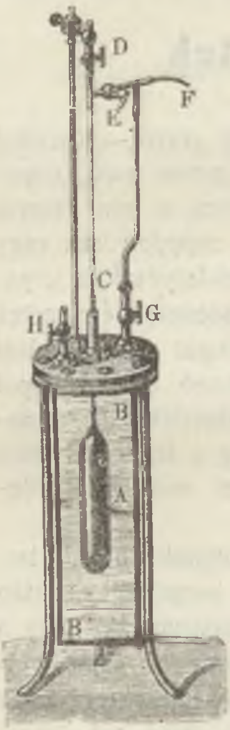
amit még 75-el osztva, a gépnek lóerőkben kifejezett munkaképességéhez jutunk.

III. Cseppfolyós testek.

A testek azon nagy csoportját, amelyeknek részei — a szilárd testekkel ellentétben — könnyen elmozdulnak egymás felett, *folyadékok*nak nevezzük. A folyadékok ismét, aszerint, a mint részeik között az összetartás kisebb vagy nagyobb: *cseppfolyós*ak vagy *légnemü*ek. Cseppfolyósak (helyesebben: cseppel-folyósak) a folyadékok akkor, ha cseppekké tömörülni igyekszenek, légnemüek pedig akkor, ha a bennük működő erők a térfogat nagyobbitását célozzák. Sarkalatos különbség e két különböző halmazállapot között az is, hogy mig a cseppfolyós testek (kismértékbeni) összenyomhatósága az anyagi minőségtől függ, addig a légnemü testek (nagymértékbeni) összenyomhatósága az anyagi minőségtől független.

A cseppfolyós testeket sokáig összenyomhatatlanoknak tartották. A firenzei akadémikusok 1661-ben vizzel megtöltött s azután beforrasztott ezüst gömböt megkalapálva, azt tapasztalták, hogy a viz minden kalapácsütésnél keresztülgyöngyözött az ezüst burkolaton, azt harmattal vonva be, amiből arra következtettek, hogy a vizet könnyebb valamely fémfalon átsajtolni, mint azt összenyomni. *Canton* (1761) volt az első, aki a kisérleteihez használt edény mindkét oldalát egyenlő nyomásnak téve ki — s igy az edény térfogatának állandóságát biztositva — kimutatta, hogy a folyadékok (amely elnevezés alatt ezentul, ha csak légnemü voltát nem jelezzük, csupán cseppfolyós testet akarunk érteni), ha kis mértékben is, de összenyomhatók.

A folyadékok összenyomhatóságának meghatározására a *piezometerek* szolgálnak, amelyek közül a 40-ik ábra *Regnault* piezométerét mutatja be. A folyadékot, amelynek összenyomhatóságát meg akarjuk állapitani, az igen szük nyaku (piezometrikus) *A* edénybe zárjuk, a melyet a *C*-vel egyenlő átmérőjü *G* csővel ellátott és vizzel megtöltött *BB* fémtartó vesz körül. Ha az *A* edényben levő folyadékot a keskeny *C* csövön keresztül p. o. süritett levegővel összenyomjuk, ugy ezen csőben a folyadék lejebb száll, de mivel a folyadékkal együtt maga az *A* edény is kitágul, ugyanekkor a viz a *G* csőben felemelkedik. Ha a folyadék összenyomhatatlan volna, ugy e két elmozdulást egyenlő nagynak kellene találnunk. A kisérlet tanusága szerint azonban a folyadéknak a *C* csőben való sülyedése nagyobb foku, mint a viznek a *G* csőben való emelkedése, jeléül annak, hogy a folyadék térfogata a reá ható erő folytán kisebb lett. De a kisérlet még mást is mutat. Ha ugyanis kétakkora nyomást alkalmazunk, kétakkora lesz a térfogatcsökkenés is és a térfogatváltoztató erő megszüntével a térfogatváltozás is megszünik. A folyadékok is rugalmasak tehát, csakhogy ezek nem alaki, hanem *térfogati rugalmasság*ot mutatnak. Azon számot, amely megmutatja, hogy 1 légköri nyomástöbbletre eredeti térfogatának hányadrészével csökken valamely folyadék térfogata, az illető folyadék *összenyomhatósági állandó*jának nevezzük. A vizre nézve p. o. ezen állandó értéke $^1/_{20000}$, ami annyit jelent, hogy 1 liter viz 1 légköri nyomásnak alávetve $^1/_{50}$ mm^3-el nyomódik össze. A külső erő változásán és a folyadék minőségén kivül az összenyomhatósági állandó értéke függ még a hőmérséklettől is, nevezetesen nő annak emelkedésével, mindenkor azonban oly kicsinyrendü, hogy lényeges hibát nem követünk el, ha a továbbiakban a folyadékokat összenyomhatatlanoknak tekintjük.



41. ábra.

A nyomóerő és nyomás fogalma. Ha valamely felületre tetszés szerinti irányban erő hat, ugy az mindenkor két összetevőre bontható, amelyek közül egyik a felületre merőleges, a másik pedig annak mentében hat. A felületre ható erőnek azon összetevőjét, amely a felületre merőleges, *nyomóerő*nek nevezzük. Ha térfogatváltozást akarunk létesiteni, ugy mindenkor nyomóerőket kell alkalmaznunk.

Ha a nyomóerők egyenletesen oszlanak el az egész felületen, vagyis egyenlő felületrészekre egyenlő nyomóerők hatnak, Igy a nyomóerőt (Q) kifejezhetjük, mint a felület (f) és a felületegységre ható nyomóerő (p) szorzatát:

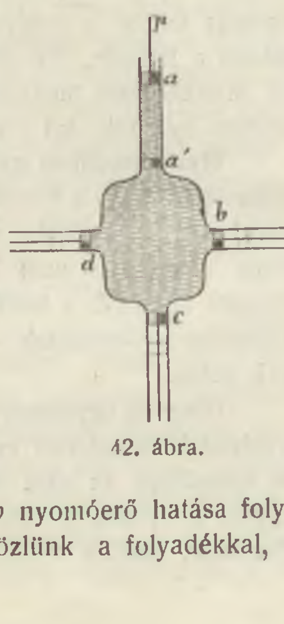
$$Q = fp.$$

A felületegységre ható nyomóerőt *nyomás*nak nevezzük. *A nyomás a nyomóerő eloszlásának azon mértéke, amelyet a felületegységre gyakorolt (egyenletes) nyomóerő szolgáltat.*

Ha a nyomóerő nem egyenletes, akkor a nyomás fogalmához ugy jutunk, mint változó mozgások esetén a sebesség fogalmához: egyenlőtlen nyomóerő esetén nyomás alatt a felületegységre eső nyomóerőt értjük akkor, amikor a felület minden képzelhetőnél kisebb, vagyis végtelen kicsiny.

A nyomóerőt és a nyomást hasonló hangzásuk miatt igen könnyen összetéveszthetjük, pedig a kettő egészen mást jelent. Ha a folyadék alakját megváltoztatjuk, a nyomóerő nem változik, de változik a nyomás, mert ezáltal ugyanazon nyomóerő mellett más lesz a nyomott felület. Zsebkésünk lapjával csak kicsiny, élével rendkivül nagy, hegyével pedig még sokkalta nagyobb, sok ezer légkörnyi nyomást gyakorolhatunk az asztal lapjára, megszüntethetjük részei között az összefüggést, noha a nyomóerő változatlan maradt.

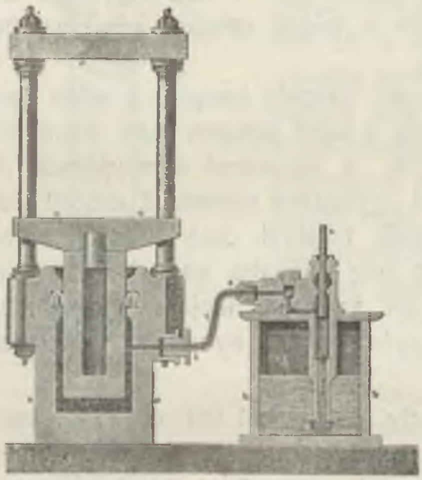
Pascal tétele. Ha valamely folyadékkal telt edényt teljesen elzáró dugattyura nyomást gyakorolunk, ugy a folyadék — mint emlitettük — rugalmas alakváltozást szenved s mivel térfogatát minden irányban helyreállitani törekszik: a nyomás a folyadékban egyenletesen terjed tova. Ugyanezen eredményhez jutunk, ha tekintetbe vesszük, hogy minden térfogat-változás sürüségváltozással jár; a sürüség fogalmában pedig az *irány* nem szerepel. Azon fontos tételt, amely szerint *a nyomás a folyadékok belsejében az iránytól függetlenül terjed tova*, megállapitójáról, *Pascal tételé*nek nevezzük. Lássuk, hogy kell e tételt értelmezni:



42. ábra.

Képzeljünk evégből egy folyadékkal telt, teljesen elzárt edényt (42. ábra), a melynek négy egyenlő méretü hengeres csövében egy-egy jól záró dugattyu mozoghat. Miközben az a dugattyut a-ból p nyomóerő hatása folytán a'-be toljuk, $p\,.\,a\,a'$ értékü munkát közlünk a folyadékkal, a mely viszont az *a*, *b* és *d* dugattyúkat tolja kifelé. Az *aa'* között levő folyadék eközben a másik három cső mentén egyenletesen oszlik el és mindegyik dugattyut 1/3 *a a'*-el kifelé mozdítja. Ha azon ismeretlen értékü nyomást, amellyel ez történik, *x*-el jelöljük, ugy e három dugattyu által végzett munka $3x \,.\, a a'/3$-al lesz egyenlő. Az energia megmaradása elvének értelmében ezen munkának egyenlőnek kell lenni a *p* erő által végzett munkával:

$$3x \,.\, a a'/3 = p\, a a', \text{ tehát } x \,.\, a a' = p a a', \text{ vagyis } p = x.$$



43. ábra.

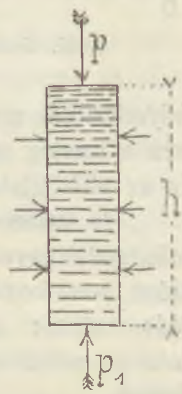
A Pascal-féle elv közvetlen, gyakorlati alkalmazását látjuk a *Brahmah*-féle vizsajtóban (43. ábra).

Lényegében véve egy tágasabb (*cc*) és egy keskenyebb hengerből áll ez, a melyek vizzel vannak megtöltve és egy közbenső (*tt*) csővel közlekednek egymással. Ha a kisebbik dugatytyura nyomást gyakorolunk, ugy ez a vizen keresztül minden irányban tovaterjed és arányos lévén a felülettel, annyiszorta nagyobb erővel nyomja felfelé a nagyobb (*pp*) dugattyut, ahányszorta nagyobb annak a felülete. Ily módon kis erővel nagy hatást létesithetünk, de munkát nem takarithatunk meg ezen gép által sem, mert amit erőben nyerünk, azt elveszitjük sebességben.

Hydrostatikai nyomások. Ha a Pascal-féle elvből kifolyólag vizsgáljuk, hogy a folyadékban a nehézségerő hatása alatt egyenlő-e mindenütt a nyomás vagy nem, ugy azon eredményre jutunk, hogy a nyomás nem lesz mindenütt ugyanaz, mert a különböző rétegek nemcsak a kivülről ható nyomásnak, hanem a felettük levő vizoszlop nyomásának — hydrostatikai nyomásnak — is alá vannak vetve.

Hogy az egyensulyi viszonyokat megállapithassuk, képzeljünk a folyadék belsejében egy *h* magasságu folyadékoszlopot (44. ábra) és vizsgáljuk az arra ható erőket. A folyadékoszlopra ható erők egyike a nehézségi erő, amely a folyadékoszlopot lefelé mozgatni törekszik, másika azon nyomóerő, amelyet a folyadék feletti viz-és levegőoszlop nyomása eredményez. Jelöljük a h magasságu folyadékoszlop merőleges keresztmetszetét q-val, a folyadék sürüségét s-el, a nehézség gyorsulását pedig g-vel, ugy ezen hq térfogatu és hqs tömegü folyadékoszlop nehézségét a $hqsg$ szorzat fejezi ki; jelöljük továbbá a folyadékoszlop felső lapjára gyakorolt nyomást, amely az efelett levő folyadék illetőleg légoszlop nehézsége folytán létesül, p-vel, ugy $hqsg+pq$ lesz azon egész erő nagysága, amely a folyadékoszlopot függélyes irányban lefelé mozgatni törekszik. Ha a folyadék nyugalomban van, ugy ezen erőkkel egyensulyt kell tartania azon felhajtó erőnek $(p_1 q)$, amely az alsó folyadékrétegeknek ezen erők által létesitett rugalmas alakváltozása folytán előáll:

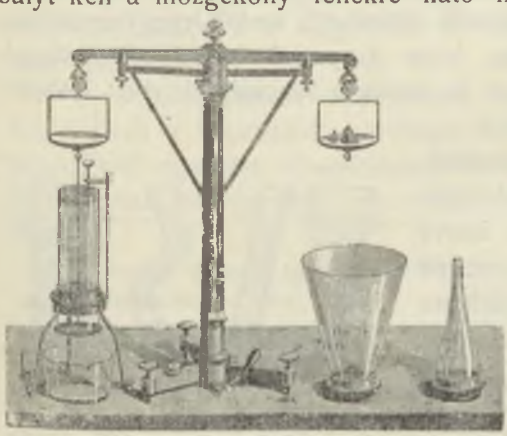
$$hqsg+pq=p_1 q, \text{ vagyis } p_1-p=hsg.$$



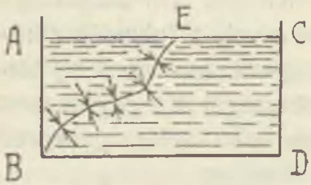
44. ábra.

A nyugvó folyadék belsejében tehát a nehézség hatása folytán nyomásváltozás lép fel, amely nyomásváltozás arányos a folyadékoszlop magasságával, a folyadék sürüségével és a nehézség gyorsulásával.

Valamely adott sürüségü folyadékoszlop nyomása ennélfogva, a Földnek egyazon helyén, csupán ezen folyadékoszlop magasságától függ, amit kisérletileg is igazolhatunk. Ha ugyanis valamely állványra egymásután különböző alaku, de egyenlő alapu edényeket erősitünk, amelyek mozgékony fenekéül valamely mérleg egyik karjára függesztett sima fémkorong szolgál (45. ábra), ugy egyenlő vizállás mellett a legkülömbözőbb alaku edények esetén is akkora sulyt kell a mozgékony fenékre ható nyomás ellensulyozására a mérleg másik karján levő csészébe helyezni, amenynyit az egyenes hengerben levő folyadékoszlop sulya nyom. (Hydrostatikai paradoxon.)


45. ábra.

Ugyanezen eredményre jutunk akkor is, ha valamely vizszintes fenekü és függélyes oldalfalu edényben bárhol tetszőleges (BE) határfelületet gondolunk (46. ábra). Ezáltal ugyanis a meglevő



46. ábra.

nyomásviszonyok nem változnak meg, mivel a folyadék részeire nézve teljesen mindegy, akár valamely szilárd falra, akár a szomszédos folyadékrészekre gyakorolnak nyomást.

Ha a fentebb emlitett egyenlő alapu, de különböző alaku edények feneke szilárd, ugy egyensulyozásukra egyenlő folyadékállás mellett különböző suly lesz szükséges, mivel ez esetben a mérleg nem a fenékre ható nyomást magát, hanem a fenékre és az oldalfalakra ható nyomások eredőjét adja.

Ha valamely szintfelületen vizsgáljuk a nyomást, ugy azt mindenütt egyenlőnek fogjuk találni, mivel a hydrostatikai nyomásokra vonatkozó fentebbi képlet értelmében $h = o$ esetén $p = p_1$. Más szóval: *az egy nivóra ható nyomás mindenütt ugyanaz, tekintet nélkül arra, hogy milyen az edény alakja és összefüggő-e a felület.*

Ha tehát valamely folyadék, amelyre csupán a nehézség hat, egyensulyban van, ugy *szabad felület*-ének (amely felület alatt a folyadéknak a levegővel vagy bármely más gázzal érintkező határfelületét értjük) a nehézségi erő irányára mindenütt merőlegesen kell állania, mivel ellenkező esetben a nehézség függélyes összetevője a magasabban fekvő részeket az alacsonyabban fekvők felé görditené mindaddig, amig csak az irányára merőleges szintfelület elő nem állott. Egyensuly esetén tehát a folyadékok szabad felületének minden egyes része merőleges a hozzátartozó földsugárra. Ha a folyadékok terjedelme kicsiny, ugy felszinük a függélyesre merőleges siknak *vizszintes*-nek tekinthető, amiről legegyszerübben azáltal győződhetünk meg, hogy a nyugvó folyadék fölé függő ónt akasztunk: a függő ón és annak a folyadéktükörben előálló képe egyazon vonalba esnek.

Arról is meggyőződhetünk, hogy az egy nivóra ható nyomás mindenütt ugyanaz, illetve hogy ugyanazon nyomás mellett a folyadék az edény alakjára és a felület összefüggő voltára való tekintet nélkül egyazon nivón áll. Ha ugyanis két vagy több tetszőleges alaku edényt alul csővel kötünk össze (47. ábra), ugy az ezekbe öntött homogén folyadék egyazon külső nyomás

47. ábra.

mellett csak akkor lehet egyensulyban, ha nivója az egymással közlekedő edények mindegyikében ugyanaz (*mn*). A közlekedő edényekben észlelt ezen törvényszerüségen alapul a vizállásmutató, csatornamérleg, ezen elv képezi alapját a városi vizvezetékeknek, valamint ez magyarázza a források, kutak és szökőkutak tüneményét is.

Ha valamely kétágu közlekedő edénybe két különböző sürüségü, egymással nem elegyedő folyadékot, pl. higanyt és vizet öntünk (48. ábra), ugy az egymással egyensulyt tartó folyadékoszlopok magassága már nem lesz többé ugyanaz. Képzeljünk a két folyadék érintkezési felületén keresztül nivó felületet (*BA*) fektetve, ugy ezen felület tulajdonságánál fogva a felette levő h magasságu és s sürüségü vizoszlopnak (*BF*), valamint a h_1 magasságu és s_1 sürüségü higanyoszlopnak (*AE*) egyensuly esetén ugyanakkora nyomással kell e felületre nehezednie:

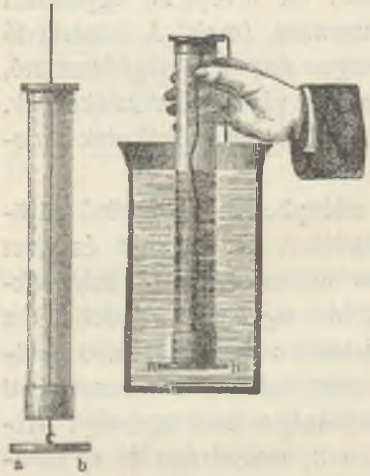
48. ábra.

$$hsg = h_1 s_1 g, \text{ vagyis } h/h_1 = s_1/s.$$

Ha tehát valamely közlekedő edényben két különböző, egymással nem elegyedő és nem vegyülő folyadék egyensulyban van, ugy *az egymással egyensulyt tartó folyadékoszlopoknak a válaszfelülettől számitott magasságai forditott arányban vannak e folyadékok sürüségével.* A közlekedő edényekben egyensulyt tartó folyadékok emelkedési magasságaiból meghatározhatjuk tehát e folyadékok egymásra vonatkoztatott sürüségét. Ha p. o. tudjuk, hogy 7 cm magasságu higanyoszlop 95·2 cm magasságu vizoszloppal tart egyensulyt, ugy e két számadat viszonya a higanynak a vizre vonatkoztatott (relativ) sürüségét adja: 95·2/7 = 13·6.

A sürüségmérés e módszerének nagy előnye abban rejlik, hogy általa a folyadékok sürüségét az edény alakjától teljesen függetlenül, egyszerü hosszmérés által határozhatjuk meg, amiért is szigoruságával egyetlen más sürüségmérési módszer sem vetekedhetik.

Ezen elv alapján az egymással keveredő folyadékok sürüségét is meghatározhatjuk, ha felül közlekedő edényt használunk e czélra, amelynek alsó, nyitott szárai a kérdéses folyadékokba merülnek. Ha e közlekedő edény felső részén alkalmazott elzárható nyiláson át abban szivással ritkitást eszközlünk, ugy az előállott nyomáskülömbség következtében a folyadékok az edény száraiban felemelkednek s amennyiben a reájuk ható nyomás belül is, kivül is külön-külön ugyanakkora: az emelkedési magasságok a megfelelő sürüségekkel forditott viszonyban fognak állani.



49. ábra.

A nehézség hatása folytán létesülő hydrostatikai nyomások a *Pascal*-féle elv értelmében az iránytól függetlenül terjednek a folyadékok belsejében tova, tehát nem csak lefelé és oldalt, hanem felfelé is egyazon mértékben hatnak. Ezen állitásunkat kisérletileg is igazolhatjuk, ha kétoldalt nyitott üvegcsövet (49. ábra) alsó végén fonálra erősitett fémlappal (*a b*) elzárva vizzel telt edénybe tartunk. A fémlap a felfelé irányitott nyomás folytán az üvegcsőhöz szorul és csak akkor esik le, ha az üvegcsövet csaknem a külső felszin magasságáig töltöttük vizzel, ha ugyanis a fémlap és a reánehezedő vizoszlop együttes sulya nagyobbá válik azon *felhajtóerő*-nél, amely a viz hydrostatikai nyomása folytán létesül.

Archimedes tétele. Ha valamely függélyes oldalfalu és vizszintes véglapokkal biró szilárd testet folyadékba mártunk (50. ábra), ugy a folyadék e (benne oldhatatlan és vele nem vegyülő) szilárd test felületének minden részére nyomásokat gyakorol, amely nyomások a folyadéknak a felszinétől számitott mélységével arányosan növekednek. E nyomások közül azok, amelyek a függélyes oldalfalakra hatnak, a testet csupán összenyomni törekszenek, a vizszintes véglapokra nehezedők ellenben, — minthogy a nyomás lefelé nagyobbodik, — egy felfelé irányitott eredőt eredményeznek. A hydrostatikai nyomások ezen eredőjét *felhajtóerő*-nek nevezzük.

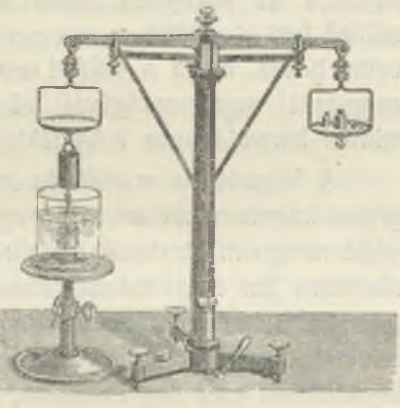
50. ábra.

Jelöljük a folyadék sürüségét s-el, az egymással egyenlő nagyságu véglapok felületét f-el, a felső, illetve alsó véglapnak a folyadéktükörtől mért távolságát h-val, illetve h_1-el, ugy az alsó véglapra ható, alulról felfelé irányitott nyomóerő annyival lesz nagyobb a felső véglapra ható, felülről lefelé irányitott nyomóerőnél, amennyivel nagyobb a h_1 magasságu és f keresztmetszetü folyadékoszlop nehézsége ($h_1 fsg$) a vele egyenlő keresztmetszetü, de csak h magasságu folyadékoszlop nehézségénél ($hfsg$):

$$h_1 fsg - hfsg = (h_1 - h) fsg.$$

De $(h_1 - h) fsg$ nem egyéb, mint a szilárd testtel egyenlő térfogatu folyadékoszlop nehézsége; minthogy pedig bármely tetszőleges alaku testet számtalan ilyen oszlopalaku testből összetettnek tekinthetünk, egész általánosságban kimondhatjuk, hogy *azon felhajtóerő, amely a folyadékba mártott szilárd testre ható hydrostatikai nyomások eredőjeként fellép, nagyságra nézve ugyanakkora, mint a szilárd testtel egyenlő térfogatu folyadéktömeg sulya.*

Amennyiben pedig ezen felhajtóerő a folyadékba merülő szilárd test nehézsége ellenében hat, e testnek a folyadékban való sulya kisebb lesz, mint a levegőbeni sulya, még pedig annyival, amennyi a térfogatával egyenlő tömegü folyadék nehézsége. A fenti tételt tehát, amelyet első észlelőjéről, *Archimedes tételé*-nek neveznek, hangzatosság kedvéért ugy is kifejezhetjük, hogy *a folyadékba mártott test látszólagos sulyvesztesége egyenlő a test által kiszoritott folyadéktömeg sulyával.* Ez esetben azonban a „suly" szó alatt nehézséget, a „sulyveszteség" alatt pedig a test nehézségének azon részét kell értenünk, amelylyel a folyadék felhajtóereje egyensulyt tart. Mivel a folyadékba mártott bármely szilárd test az őt környező folyadékot ugyanolyan mértékben gátolja a tér kitölkitöltésében, mint azt a vele egyenlő térfogatu folyadéktömeg tenné, a felhajtóerő az anyagi minőségtől független.



51. ábra.

Az *Archimedes*-féle tétel kisérleti igazolására az 51. ábrabeli *hydrostatikai mérleg*-et szokás használni, amelynek egyik csészéjéből egy üres és egy ez alá erősitett tömör fémhenger lóg alá, a másik csészéjébe pedig a mérleg egyensulyozására szükséges sulyok vannak helyezve. Ha a mérlegrud sülyesztése által az alsó tömör hengert az alája tett vizzel telt edénybe meritjük, ugy a hengereket tartó mérlegkar felemelkedik és az egyensuly csak akkor áll ismét helyre, ha a felső üres hengert vizzel töltjük meg, jeléül annak, hogy a folyadék felhajtóereje akkora, mint a beléje merülő szilárd testtel egyenlő térfogatu folyadéktömeg nehézsége.

Tegyünk ezek után valamely vizzel telt edényt a közönséges kalmármérleg egyik csészéjére, helyezzük a fenti üres hengert a másikra és tegyünk melléje annyi tárát, hogy a mérleg egyensulya helyreálljon. Meritsük ezután a fenti, valamely szilárd állványra függesztett tömör hengert, az ily módon egyensulyozott vizzel telt edénybe, ugy azt fogjuk tapasztalni, hogy a folyadékba merülő henger, jóllehet szilárd tartón függ, lebillenti a mérleget és az egyensuly csak akkor áll helyre, ha az üres hengert szinültig töljük vizzel. A folyadékba meritett szilárd test tehát ugyanolyan mértékben nyomja le a folyadékot, mint amilyen mértékben a folyadék felhajtja a szilárd testet; a hatás tehát ez esetben is egyenlő a visszahatással. *Archimedes* tételét ennélfogva meg is fordithatjuk: *a folyadék, ha beléje szilárd testet mártunk, látszólag annyit nyer sulyban, mint amennyit az általa kiszoritott folyadéktömeg nyom.* Ha ugyanis valamely folyadékba szilárd testet mártunk, ugy a folyadék az edényben olyan magasra fog emelkedni, mintha a szilárd test távollétében vele egyenlő térfogatu folyadékot öntöttünk volna hozzá, maga a szilárd test pedig, — az őt környező folyadék nyomását rugalmasságával ellensulyozván, — ugy viselkedik, mintha hasonlóképen folyadékból volna.

A folyadékba merülő és magára hagyott szilárd testre függélyes irányban két erő hat: egyik a nehézség, amely a testet lefelé mozgatni törekszik, másik a felhajtóerő, amely a nehézség ellenében hat és a test által kiszoritott folyadéktömeg nehézségével egyenlő. *A nehézség és a felhajtóerő eredője a suly.* Ha a testnehézség nagyobb, mint a felhajtóerő, ugy a suly *positiv*, a folyadékban esés fog előállani; kisebb lévén azonban ugyanazon mozgatott tömeg mellett a mozgatóerő, kisebb lesz a gyorsulás is. Ha a test nehézsége ugyanakkora, mint a felhajtóerő, akkor a suly *zérus*, a test a folyadékban bárhol is nyugalomban marad, lebeg. Végül, ha a test nehézsége a felhajtóerőnél kisebb, akkor a suly *negativ*, s mint ilyen, a testet nem is lefelé, hanem felfelé mozgatja mindaddig, amig a folyadékból kiemelkedni kezdő testre mind kisebb mértékben ható felhajtóerő egyenlővé nem válik a test nehézségével. Ha a felhajtóerő, vagy ami ezzel egyenlő értékü, a test bemerülő része által kiszoritott folyadéktömeg nehézsége ugyanakkora, mint a test nehézsége, akkor az *uszás* jelensége áll elő.

Az uszás egyensulyi állapot, amelynél a testnek a folyadékba merülő része az egész test nehézségével azonos nehézségü folyadéktömeget szorit ki helyéből. Hogy az uszás feltétele tényleg ez, azt kisérletileg is igazolhatjuk. Ha ugyanis valamely oldalcsővel ellátott és e cső belső nyilásáig vizzel telt edénybe óvatosan belehelyezzük az uszó testet és valamely, mérlegen kiegyensulyozott edényben felfogjuk az általa kiszoritott vizet, ugy ezen utóbbi edényt a mérleg egyik, a megtörült uszót pedig annak másik csészéjére helyezve azt fogjuk tapasztalni, hogy a mérleg egyensulya változatlan maradt, jeléül annak, hogy az uszó test által kiszoritott folyadéktömeg nehézsége, valamint az uszó test nehézsége egyenlők.

Sürüségmérés. Az *Archimedes*-féle elv, valamint az uszás törvényszerüsége kényelmes módot nyujt a testek relativ sürüségének meghatározására. A (vizre vonatkoztatott) relativ sürüség ugyanis a test tömegének a vele egyenlő térfogatu viz tömegéhez, illetve — mivel Földünk egyazon helyén a tömeg a sulylyal arányos — a test sulyának a vele egyenlő térfogatu viz sulyához való viszonyával, a testtel egyenlő térfogatu viz sulya pedig a test vizben szenvedett látszólagos sulyveszteségével egyenlő. Az uszó testek alámerülésének nagyságából hasonlóképen következtethetünk a testek sürüségére.

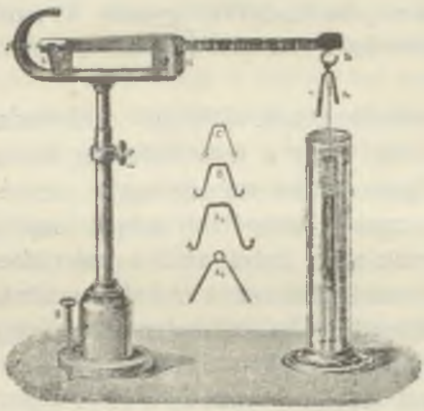
Szilárd testeknek a vizre vonatkoztatott sürüségét *Archimedes* elve alapján ugy határozhatjuk meg, hogy a testet lehetőleg finom drót vagy fonál segitségével a hydrostatikai mérleg egyik csészéjére függesztve, meghatározzuk annak a levegőbeni sulyát, majd a testet vizbe meritve, meghatározzuk azt a sulyt, amit a test vizbemerülése következtében lebillent mérlegcsészéből el kell vennünk, illetve az ez okból felbillent mérlegcsészébe kell helyeznünk, hogy ismét az előbbeni egyensulyi állapot létesüljön. Ha a test vizbeni sulyából a levegőben talált sulyát kivonjuk és az ily módon kapott különbséggel a levegőbeni sulyt elosztjuk, ugy a keresett relativ sürüség számértékéhez jutunk.

A hydrostatikai mérleg segitségével folyadékok sürüségét is meghatározhatjuk. E célból valamely tetszőleges és a mérlegen kiegyensulyozott testnek kell csupán előbb a kérdéses folyadékban, majd a vizben szenvedett látszólagos sulyveszteségét meghatározni. Ezzel ugyanis a két folyadék egyenlő térfogatainak a sulyát állapitottuk meg s igy az első mérés eredményének a második mérés eredményéhez való viszonya a kérdéses folyadék relativ sürüségét adja.

A sürüségmérés különösen a folyadékok esetében bir nagy fontossággal. A szilárd testek sürüsége ugyanis meglehetős mértékben ingadozó, mig a folyadékok sürüsége, egyes kisebb változásoktól eltekintve, állandónak tekinthető. A szilárd testek felismerésére ezenkivül sok olyan tulajdonság is szolgál, amelyekkel a folyadékok nem birnak. Ilyen p. o. a kristályalak, keménység, törés, hasadás, karc, amely ismertetőjelekkel szemben a sürüség ismeretének a szüksége háttérbe szorul. A folyadékoknál azonban éppen a sürüség az, ami a kereskedelmi érték, gyógyérték stb. felett határoz. A folyadékok sürüségének a meghatározása tehát kiváltképen fontos feladat, amelynek gyors elvégzésére sokféle módszert dolgoztak ki.

A folyadékok sürüségmérésének gyorsasága mellett is egyik legpontosabb módja a *Mohr*-féle mérleggel való meghatározás, amely mérlegnek *Westphal* mechanikus által célszerüen módositott alakját az 53. ábra tünteti elénk.

A mérleg egyik karjáról, amely a római mérleghez hasonlóan 10 egyenlő részre van beosztva, finom platina-dróton hőmérő csüng alá, amelynek egyensulyozására a mérleg másik karján alkalmazott *K* ellensuly szolgál. A — *lovas*-oknak nevezett — hajlitott fémdrótokból álló suly rendszer egységei (A_1 és A_2) a mérlegről lecsüngő hőmérőnek a vizben (adott hőfok mellett) szenvedett látszólagos sulyveszteségével egyenlők, mig a sulysorozat többi tagja (*B* és *C*) ezen egység $^1/_{10}$, illetőleg $^1/_{100}$ részét teszi és az osztályzott mérlegkaron való helyzete által meghatározott forgatóképességgel bir. Mérés alkalmával a kérdéses folyadékot tartalmazó edényt a hőmérő alá helyezzük és oly módon, illetve annyi sulyt aggatunk az osztályzott mélegkarra, hogy a hőmérő teljes alámerülése mellett a *K* ellensuly hegye — mint a mérés kezdetén — a *J* hegygyel szemben álljon.



53. ábra.

Ily módon a folyadékok sürüségének a meghatározását egyetlen mérésre vezettük vissza, amelynek eredménye közvetlenül, minden számitás mellőzésével juttat bennünket a relativ sürüség számértékéhez.

Ha nem törekszünk nagy pontosságra, ugy a folyadékok sürüségét legegyszerübben az *areometerek*-nek nevezett uszó eszközökkel határozhatjuk meg. Az areometernek tulajdonképen nem a sürüség mérésére, hanem csupán annak a jelzésére szolgálnak és használatuk azon az elven alapszik, hogy egy és ugyanazon test különböző sürüségü folyadékokban különböző mélységig merül alá, addig ugyanis, amig az általa (uszó helyzetében) kiszoritott folyadék sulya a saját sulyával egyenlővé nem válik.

Az areometer rendszerint alul kiszélesedő, egyenletesen hengeres üvegcső (54. ábra), amelyet — függélyes uszása biztositására — alsó végén egy kevés ólommal vagy higannyal terhelünk meg. Az areometer osztályzatát legegyszerübben ugy készithetjük el, hogy azon (x) pontot, ameddig az areometer a vizbe merül (vizpont) 100-al jelöljük és a bemerült részt 100 egyenlő részre osztjuk (volumenometer). Minthogy az areometernek — s igy az uszása közben kiszoritott folyadéknak is — mindig ugyanaz a sulya, az ilyen osztályzat esetén a kérdéses folyadéknak az areometer által kiszoritott és rajta leolvasható térfogata ugyanannyit nyom, mint 100 térfogat viz. A relativ sürüség számértékéhez tehát ez esetben ugy jutunk, hogy 100-at elosztjuk a kérdéses folyadékokban alámerülő s az areometeren leolvasható tértérfogatok számával. De készithetjük az osztályzatot (akár az előbbiből számitás utján, akár tapasztalati uton) ugy is, hogy az közvetlenül a relativ sürüséget jelezze (densimeter). Ez esetben persze az egyenlő sürüség különbségeknek megfelelő osztáspontok különböző távolra kerülnek egymástól. Az 54-ik ábrabeli osztályzatok baloldala a volumenometeres, jobboldala pedig a densimeteres beosztást ábrázolja a viznél sürübb és az annál ritkább folyadékok esetében.

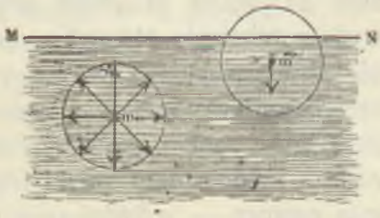
54. ábra.

Ha a folyadékok keverési arányát vagy a bennük oldott anyagok mennyiségét akarjuk meghatározni, ugy a *százalékos-areometerek*-hez fordulunk. A százalékos areometerek tapasztalati uton készült osztályzata nem magát a sürüséget, hanem a vele összefüggésben álló keverési arányt, illetve százalékos összetételt adja meg. Ilyen különleges célokat szolgáló areometerek az alkoholmérők (alkoholmeter), a cukormérők (saccharometer), a tejmérők (galaktometer), stb. Ezeken kivül még egész sorozata van elterjedve azon, tudományos értékkel egyáltalában nem biró areometereknek, amelyek osztályzata teljesen önkényes, s amelyek adatai csupán a hozzájuk készitet táblázat segitségével használhatók fel akár a sürüség, akár a százalékos összetétel megállapitására. Ilyenek p. o. az igen elterjedt *Beaumé*-féle areometerek.

A folyadékok alakja. A folyadékok egyensulyi viszonyainak tárgyalása alkalmával a folyadék-részecskék között csupán olyan erőket tételeztünk fel, amelyek a folyadékok térfogatváltoztatása ellenében hatnak, de figyelmünkön kivül hagytuk azon erőket, amelyek hatása folytán a folyadékok alakot ölteni, illetve meglevő alakjukat állandósitani törekszenek. A jelenségek pontosabb vizsgálata, sőt egyes esetekben — különösen ha kisebb folyadéktömegekről van szó — már a durva megfigyelés is azon eredményre vezet, hogy mindaz, amit fenti, egyedüli feltevésünk alapján a folyadékok nyomásviszonyaira megállapitottunk, csupán a folyadék belsejére nézve áll, felszinére nem. Azok a törvények, amelyeket a folyadékokra nézve eddig helyeseknek tudtunk, a valóságban csak közelitőleg érvényesek. Igy pl. a közlekedő csövek száraiban, ha azok különböző vastagok, a folyadék különböző magasan áll, az uszó testek sulya különbözik az általuk kiszoritott viz sulyától, a folyadék felszine az edényfalak közelében feltünő görbültséget mutat, sőt kisebb folyadéktömegek a nehézségi erő dacára is jellemző alakot öltenek: cseppekké alakulnak. Törvényeinktől való ezen eltérést legelőször az igen kis átmérőjü, u. n. kapillaris (hajszálvékony) csövekben észlelték, amelyekben a nivókülönbség és a folyadékfelület görbültsége különösen szembetünő módon nyilvánul és az ezen csövekben észlelt jelenségről az egész jelenségcsoportot — amelyet a folyadéknak bizonyos alak felvételére irányuló törekvése jellemez — *kapillaritás*-nak (hajcsövesség) nevezték el.

A kapillaritás jelenségeinek a magyarázatára fel kell tennünk, hogy a folyadékok részecskéi között a térfogatváltoztatás ellenében ható erőkön kivül még más, aránylag kis erők is működnek, amelyek a külső erőkkel egyetemben a folyadékok alakját meghatározzák. Minthogy a folyadékok belsejében nyomásváltozás nem áll elő, a kapilláris tüneményeket előidéző erőket olyan tulajdonságokkal kell felruháznunk, amelyek következtében azok csupán a folyadékok felületén létesitsenek észrevehető hatásokat, a folyadékok belsejében eredőjük zérus legyen. Evégből feltételezzük, hogy az emlitett belső, mondjuk vonzóerők, igen kicsiny távolságban hatnak, a távolsággal rohamosan csökkennek és már felette kis távolságban elenyésző kicsinyek. Ha azon legnagyobb távolsággal, amelyen belül a folyadékrészek egymásra még hatással vannak, a *hatástávolság*-gal, mint sugárral, egy a folyadék belsejében levő *(m)* pont körül gömböt alkotunk (55. ábra), ugy könnyen beláthatjuk, hogy az ezen gömbön, az u. n. *hatásgömb*-ön belüli, a szóban forgó folyadékpontra még egyáltalában ható, egyenletes eloszlásu folyadékrészecskék egymás (mozgató) hatását párosával lerontják, a kérdéses folyadékpont tehát ugy viselkedik, mintha ezen feltevéses erők nem is léteznének.

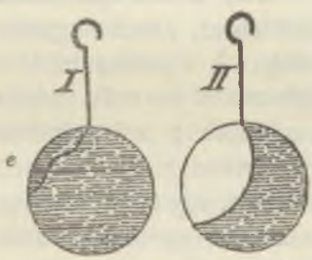
Ez azonban csupán addig áll, amig a hatásgömb egészen a folyadékban fekszik. Mihelyt olyan (*m'*) pontot veszünk, amelynek a folyadék *(MN)* felszinétől mért távolsága a hatástávolságnál kisebb, ugy a hatásgömb egy része már a folyadékon kivül esik



55. ábra.

(levegővel van kitöltve, amelynek vonzóereje elenyészően csekély) s ezért a jelzett pont feletti részek az ezen pont alattiak vonzó hatását már nem ellensulyozhatják; lesz tehát egy eredő erő, amely — vonzóerők feltételezése esetében — a folyadék belseje felé irányul és a kérdéses folyadékpontot befelé huzni iparkodik. Minél közelebb fekszik a folyadékpont a felülethez, annál nagyobb lesz a reá egyoldalulag ható erők eredője. A nyomás tehát a felülettől befelé egy bizonyos rétegig folytonosan — noha mindinkább csökkenő mértékben — nő, mig végre a már emlitett hatástávolságban (tehát a felülethez még mindig igen közel) állandóvá válik. A folyadék felületén ennélfogva egy sajátos réteg, az u. n. *felületi réteg* képződik, amely a reá ható egyoldalu vonzás folytán nyomást gyakorol az alatta fekvő folyadékrészekre. Ezen nyomásnak, az u. n. *belső* vagy *felületi nyomás*-nak az eredménye az lesz, hogy a felületi réteg alatti folyadékrészek egymáshoz közelebb jutnak, a folyadék belsejének a sürüsége nagyobb lesz mint a felületi rétegé. A folyadék részei között működő vonzóerők, hogy a felületi réteg sürüségét a folyadék belsejének a sürüségével egyenlővé tegyék, vagyis a felületi réteg részecskéit egymáshoz közelebb hozzák, a felületet kisebbiteni törekszenek. amely törekvés következményeképen a *folyadék felületirétegében feszültség lép fel.* Ha tehát a folyadék felületét nagyobbitani akarjuk, vagyis a felületre akarunk vinni olyan részeket, amelyek a folyadék belsejében voltak, ugy a belső erők ellenében munkát kell végeznünk, amit más szóval ugy is mondhatunk, hogy *a felület nagyobbitásakor a belső erők negativ munkát végeznek. Azt a munkát, amely a felület megalakitására szükséges* — vagyis, amelyet a belső erők végeznek akkor, amikor a folyadék felülete 1 cm^2-rel növekszik — *felületi munkának nevezzük.*

Ha a felület nagyobbodása negativ munkával jár, ugy a *felület kisebbitésekor a belső erők pozitiv munkát végeznek.* Ennélfogva *a folyadékban mindig meg van az a törekvés, hogy a belső erők a felületet kisebbitsék.* Amig a folyadék a nehézségi erő hatása alatt áll, addig az ehhez képest igen kicsiny belső erők nem érvényesülhetnek. Mihelyt azonban kivonjuk a folyadékot a nehézségi erő hatása alól, p. o. egy kevés jóddal ibolyaszinüre festett széndiszulfidot öntünk a vele nem elegyedő, pontosan egyazon sürüségüvé tett szintelen zinkszulfát-oldatba, amelynek felhajtóereje a széndiszulfid sulyát teljesen lerontja, ugy — mint minden más esetben — *a külső erők hatásától ment folyadék a reá ható belső erők folytán gömbalakot ölt, amely alak adott térfogat mellett a lehető legkisebb felülettel bir.* Ha a nehézségnek csak kis befolyása van a folyadékra (a folyadék tömege kicsiny), ugy közelitőleg szintén gömböt kapunk: a cseppek annál jobban közelitik meg a gömbalakot, minél kevésbé sulyosak. Egymással érintkező cseppek is azért egyesülnek, mivel ezáltal felületüket kisebbitik.

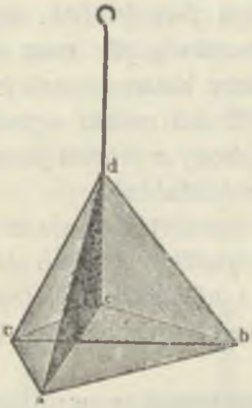


56. ábra.

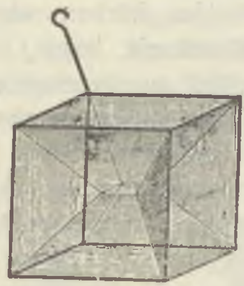
A felület csökkentésére irányuló törekvésnek szép példáit mutatják a *folyadékhártyák*, amelyekre (csekély tömegük miatt) a nehézségi erő csupán elenyésző mértékben hat. Ha p. o. drótból készült gyürüt, melynek két pontjához fonalat erősitettünk, szappanoldatba mártunk és az ily módon létesitett folyadékhártyát (56. I. ábra) *e*-ben átszurjuk, ugy az épen maradt rész a fonál által megengedett legnagyobb mértékben összehuzódik és a szálat köriv alakban feszíti ki (56. II. ábra). Ha zárt fonalat helyezünk valamely folyadékhártyára, ugy ennek a fonálon belül való átszurásakor teljes környilást kapunk.

A legkisebb felületre való törekvés létesiti azokat a tetszetős folyadékhártya-rendszereket is, amelyeket szabályos soklapu testek éleit ábrázoló dróthálozatoknak szappanoldatba mártása és óvatos kivétele által nyerünk (Plateau-féle alakok). Tetraeder-váz esetében p. o. az 57. ábrabeli, hexaeder-váz esetében pedig az 58. ábrabeli *egyensulyi alak* bir az illető szilárd váznak megfelelő legkisebb térfogattal; általában olyan alak létesül, amelynél minden élben három lap és minden csucsban négy él találkozik.

A folyadékhártyáknak a felület kisebbitésére irányuló törekvése legszembetünőbb módon a szappanbuboréknál nyilvánul. E folyékony burok ugyanis, ha felfujva magára hagyjuk, mind kisebb és kisebb térfogatra szorul, mig végre a fuvócső szájánál sik lesz, miközben a beléje zárt levegőt (a külső és belső felületi rétege között fellépő feszültségkülönbségnél fogva) oly hevesen szoritja ki, hogy ez kisebb gyertya lángját el is olthatja.



57. ábra.

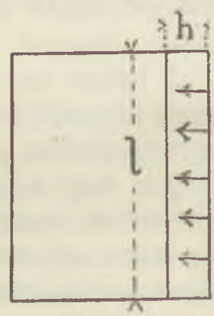


58. ábra.

A folyadék felületén fellépő feszültséget és az ez által előidézett jelenségeket a felületi nyomáson kivül még azon erővel is magyarázhatjuk, amely magában a felületben, illetve (görbe felületek esetén) a felület érintőinek irányában, a határvonal mentén működik, arra merőleges és azt — ha hasonlóképen vonzó erőket tételezünk fel — a felület belsejébe vonni iparkodik. Ezen erő tehát a felületet szintén kisebbiteni törekszik és hatása folytán a felület ugy viselkedik, mint valami kifeszitett gumihártya; a különbség csak az, hogy mig a gumihártya rugalmassága az alakváltozással együtt nő, addig a folyadékfelület összehuzódási ereje alakváltozás közben nem módosul.

Azon erőt, amelyet a folyadék felülete a határvonal egysége mentén gyakorol — vagyis amelylyel a folyadék felülete 1 cm-nyi vonal hosszában összehuzódni törekszik — *felületi feszültségnek nevezzük.*

A felületi munka és a felületi feszültség közötti összefüggés megállapitása végett képzeljünk egy téglalapu folyadékfelületet (59. ábra), amelynek *l* határvonala az alakváltoztató erők hatására elmozdulhat. Ha



59. ábra.

a felületi munkát, amely negativ mennyiség, α-val jelöljük és feltesszük, hogy az l határvonal a felületi nyomás folytán a nyilak irányában h távolságnyira tolódott el, vagyis az egész folyadékfelület lh felülettel kisebbedett, ugy azon pozitiv munkát, amelyet eközben a belső- vagy felületinyomás végzett, $-\alpha lh$ szorzat fejezi ki. De a felület ezen kisebbedését előidézheti a felületben fellépő feszültség is. Ha a határvonal egysége mentén működő feszültséget, a felületi feszültséget f-el jelöljük, ugy az egész l határvonal mentében működő feszültség fl, azon munka pedig, amelyet ezen feszültség, a mozgékony határvonalnak h uton való eltolása közben végez, flh lesz. E két munka egyenlőségéből következik, hogy $f = -\alpha$, vagyis, hogy *a felületi feszültség és a felületi munka csupán előjelre nézve különbözők.*

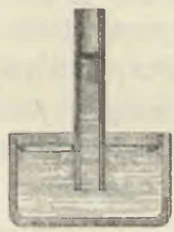
Ugy a felületi munka, mint a vele számértékre nézve megegyező felületi feszültség folyadékról-folyadékra változó; értéke — az anyagi minőségen kivül — függ a hőmérséklettől (nevezetesen csökken annak emelkedésével), de befolyással van rá a felület legcsekélyebb szennyezése is.

Ha a folyadék felülete homogén, ugy a rajta uszó testek a felület mentén működő feszültség dacára nyugalomban maradnak, mivel a rájuk minden oldalról ható feszitőerők egymás hatását lerontják. Vizre helyezett papirlap vagy higanyon uszó üveglap p. o. a reá ható feszitőerőkkel szemben ugy viselkedik, mintha ezek nem is léteznének. Feszültséget nem észlelhetünk, csupán feszültség-különbségeket. Ha azonban a felület egyik oldalán megváltoztatjuk a feszültséget, p. o. a vizre alkoholt vagy étert cseppentünk, a higanyfelület egy részét krómsavval oxidáljuk, ugy a folyadékra helyezett uszó a felület nagyobb feszültségü helye felé mozdul el. Ugyanezen oknál fogva terül szét az olaj a vizen, ezért piszkolódnak be könnyebben a nagyobb feszültséggel biró felületek (mint p. o. a higany), ezen alapszik a zsirfoltok eltávolitása illó olajak segitségével stb. *A felületi feszültség megváltozása mozgást létesit.*

A felületi feszültség változik meg akkor is, amikor a vizszintes folyadékfelület homoruvá vagy domboruvá válik. Ezen feszültségváltozást a felületi nyomás elmélete alapján ugy magyarázhatjuk, hogy egyazon folyadékpontot környező hatásgömbnek homorufelület esetén nagyobb, domborufelület esetén pedig kisebb része esik a folyadékba, mint sikfelület esetében. Az ily módon előállott feszültségkülönbség idézi elő a folyadéknak a nivósik fölé emelkedését, illetve az ez alá szállását. Ezen tünemény — mint már emlitettük — legszembetünőbb módon a kapilláris-csövekben mutatkozik, de előáll mindig, valahányszor a folyadék valamely szilárd testtel jut érintkezésbe. A folyadék és szilárd test érintkezési felületén ugyanis mindenkor egyoldalu erők lépnek fel, amelyek a felület nagyobbitását vagy a felület kisebbitését igyekeznek létrehozni. Ha azon erők nagyobbak, amelyek a szilárd fal részéről gyakoroltatnak, ugy ennek mentében a folyadék sürüsödése fog előállani; a folyadék a szilárd test falához simul, *megnedvesiti* azt és ezen befelé irányuló, positiv munkával járó erőhatás következtében a folyadék felülete — amely egyrészt a szabad felület, másrészt a közös határfelület által van adva — megnagyobbodik, a folyadék felszine homoruvá lesz (60. ábra). Igy viselkedik a legtöbb folyadék. Ha ellenben a folyadékrészek közötti vonzás nagyobb, mint a folyadék és a szilárd test részei között fellépő erőhatás, ugy a folyadék együtt marad, nedvesités nem történik.

60. ábra.

61. ábra.

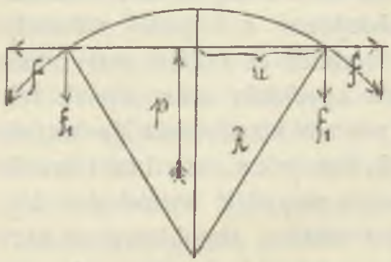


62. ábra.

63. ábra.

A folyadék felszine ez esetben domboru lesz, mivel a felület kisebbitésére törekvő belső erők hatása itt már — legalább részben — érvényesülhet. Ilyen magaviseletet tanusit (a legtöbb szilárd testtel szemben) a higany (61. ábra). A fentebb emlitett elméleti okoskodás alapján tehát előre megmondhatjuk, hogy a folyadék által megnedvesitett csőben, p. o. üvegcsőben az azt megnedvesitő folyadék a felszin homoruvá válása folytán a nivósik fölé fog emelkedni (62. ábra), a hozzá nem tapadó folyadék (higany) ellenben a nivósik alá sülyed (63. ábra).

Vizsgáljuk meg ezek után azon nyomásviszonyokat, amelyek a felületi alakváltozások folytán fellépnek. Képzeljünk e végből valamely gömbalaku folyadékfelületet (64. ábra), messük ezt át egy (az ábra sikjára merőleges) vizszintes sikkal és állapitsuk meg azon erők nagyságát, amelyek az ily módon nyert gömbszeletre hatnak. Ilyen erő egyfelől a gömbszelet felületén fellépő feszültség, a mely e felület érintőinek irányában, annak határvonala mentén



64. ábra.

(az u sugaru kör kerületén) működik, másfelől a folyadék felhajtó ereje, amely egyensuly esetén a feszültség egyedül érvényesülő függélyes derékszögü összetevőjének a folyadék belseje felé irányitott vonzását ellensulyozza. Ha a felületi feszültséget f-el, ennek függélyes irányu derékszögü összetevőjét f_1-el jelöljük, ugy azon egész feszitő-erő, amely a gömbszelet annak $2\pi u$ nagyságu határvonala mentén a folyadék belseje felé iparkodik huzni, $2\pi u f_1$ lesz. Ezzel tart egyensulyt a folyadék felhajtóereje, amelynek nagysága, ha magának a gömbszeletnek a sulyát elhanyagoljuk, $u^2 \pi p$-vel egyenlő (azon erővel ugyanis, amelylyel a p hydrostatikai nyomás az $u^2 \pi$ területü körfelületet felfelé nyomni igyekszik.)

Egyensuly esetén tehát

$$u^2 \pi p = 2 \pi u f_1, \text{ vagyis } p = 2 f_1 / u.$$

Minthogy pedig $f_1 : f = u : R$, a nyomás értékét még a következő alakban is kifejezhetjük:

$$p = \frac{2f}{R}$$

Ezen nyomást — a domboru és sik felületek nyomásának a különbségét — *kapilláris nyomás*-nak nevezzük. *A kapilláris nyomás* tehát *a felületi feszültséggel egyenesen, a gömbfelület (meniscus) sugarával pedig forditottan arányos.* Ha nem gömb, hanem más folytonos görbe felületet veszünk tekintetbe, ugy a fenti egyenletben $2/R$ ($= 1/R + 1/R$) helyébe $1/R_1 + 1/R_2$-t irunk, ahol R_1 és R_2 a két (egymásra merőleges) főmetszet görbületi sugarait jelentik. Ennélfogva

$$p = f\,(1/R_1 + 1/R_2).$$

Ezen egyenlet a kapillaritás elméletének az alapegyenlete, amelyből a fellépő nyomásviszonyokat mindenkor meghatározhatjuk.

Homoru folyadékfelület esetén a különbség mindössze az, hogy a folyadékfelület nyomása ez esetben negativ értékü. *Domboru felület esetén* ennélfogva *nyomásnagyobbodás, homoru felület esetén pedig nyomáscsökkenés létesül* és ezen nyomásváltozás következtében *a közlekedő edények száraiban (különösen a kapilláris csövekben) a nedvesitő folyadék magasabban, a nem nedvesitő folyadék pedig alacsonyabban áll, mint azt a közlekedő-csövek törvénye megengedné.* A keletkező felületek alakjára vonatkozólag tájékoztatóul szolgálhat, hogy *a nagyobb nyomások helyén (a nivósík alatt) domboru, a kisebb nyomások helyén pedig (a nivósík felett) homoru felületek állnak elő.*

Hogy a közlekedő-csövek száraiban milyen magasra emelkedhetik a folyadék, arról könnyen számot adhatunk, ha megfontoljuk, hogy a nivósík fölé emelkedő folyadéktömeget azon feszültség tartja egyensúlyban, amelyet a cső falát megnedvesitő folyadékréteg összehuzódása eredményez. A folyadék ennélfogva csupán addig emelkedhetik a nivósík fölé, amig nehézsége a nedvesitő folyadékréteg feszültségének a nagyságát el nem éri. Ha kis átmérőjü (kapilláris) csőre gondolunk, ugy a nivósik fölé emelkedő folyadékoszlop felületét síknak, magát e folyadékoszlopot pedig hengernek tekinthetjük, amelynek nehézsége — ha a cső sugarát r-rel, a nedvesitő folyadék sűrűségét s-el, a folyadéknak a nivósiktól számitott emelkedési magasságát h-val, végül a nehézségi gyorsulásnak a mérés helyén felvett értéket g-vel jelöljük — $r^2 \pi h s g$ lesz. Egyensúly esetén ezen erő egyenlővé válik a nedvesitő folyadékrétegnek az r sugaru cső $2 \pi r$ nagyságu kerületén működő és hosszegységenként f erővel ható feszültségével:

$$r^2 \pi h s g = 2 \pi r f, \text{ s innen } hr = 2f / sg.$$

Minthogy egyazon folyadékra nézve f is, s is állandó, valamint Földünk egyazon helyén g is az, hr is állandó, amely állandót, két hosszuság szorzata által lévén adva, a^2-el szokás jelölni:

$$hr = a^2.$$

Ez a *Jurin-féle tétel,* amely szerint *az emelkedés magasságának a cső görbületi sugarával való szorzata állandó.* A $2f / sg = a^2$ állandónak, amely a folyadék kapilláris viselkedését jellemzi, *kapilláris állandó* a neve.

A *Jurin*-féle tétel — mivel levezetése alkalmával a folyadékoszlop görbe felületéhez (a meniskushoz) huzható vizszintes érintő sík feletti folyadéktömeg súlyát elhanyagoltuk — csupán közelitőleg érvényes, amely közelités annál nagyobb foku, minél kisebb a cső keresztmetszete. Ha elég kis keresztmetszetü, gondosan megtisztitott csőben (amelynek tökéletes megnedvesitéséről gondoskodtunk) meghatározzuk a folyadék emelkedési magasságát, ugy a *Jurin*-féle tétel alapján kiszámithatjuk a felületi feszültség értékét. A vizre nézve p. o. — ha hosszegységül a *C. G. S.* rendszerbeli *cm* helyett a már megszokottabb *mm*-t, erőegységül pedig a *dyn* helyett a vele közelitőleg megegyező *mg súly*-t fogadjuk el — a felületi feszültség értékét 7·5-nek fogjuk találni, ami annyit jelent, hogy a viz nedvesitő felületi rétege 1 mm hosszu úton 7·5 mg vizet képes felemelni. Az olaj felületi feszültsége ezen egységekben kifejezve 3·5, az alkoholé 2·4, az éteré 1·8 és i. t. A *C. G. S.* rendszerre való átszámitási szorzó kb. 10.

Ismerve a felületi feszültséget, következtetést vonhatunk p. o. a cseppek által meghatározott tömegek nagyságára. Valamely csepp ugyanis — amely a folyadéknak valamely edényből való lassu kiöntése alkalmával képződik — csak akkor szakadhat le az edény széléről, ha nagyságával együtt növekvő nehézsége a felületi feszültség értékét már felülmulja. Ha tehát ismerjük a kiöntő edény (csepegtető cső) kerületét, valamint a folyadék (oldószer) minőségét, ugy a cseppek száma az azokban foglalt anyag mennyiségének pontos mértékéül szolgálhat, amiért is ezen módszer kicsiny folyadéktömegek mérésére kiválóan alkalmas.

A felületi feszültség meghatározására szolgáló sokféle módszer között első hely illeti meg *Eötvös Loránd* báró *reflexiós-módszer*-ét. Hogy a felületi feszültség meghatározása alkalmával mily kis mértékben ügyelhetünk a felület feltétlen tisztaságára, azt legjobban a különböző megfigyelők eredményei között mutatkozó eltérések bizonyitják. *Eötvös* módszerének főelőnye éppen abban áll, hogy általa — teljesen elzárt üvegcsőben foglalt és csupán saját gőzével érintkező folyadékon eszközölvén vizsgálatot — biztositjuk a felület tisztaságát. Előnye e módszernek még az is, hogy igen tág hőmérsékleti körben alkalmazható. *Eötvös* bárónak a felületi feszültséggel kapcsolatos vizsgálatai — egyszerü összefüggést deritvén ki a folyadékok molekulasúlya és felületi feszültsége között (Eötvös-féle törvény) — főképpen az általános kémiát vitték egy nagy lépéssel előbbre, de kiváló fontosságuak fizikai szempontból is, mivel (az Eötvös-féle törvény alóli kivételek magyarázatára felállitott associatió-elmélet révén) világosságát deritenek azokra a rendellenességekre, amelyeket a viz fizikai sajátságainak a hőmérséklettel való változása mutat.

IV. Légnemü testek.

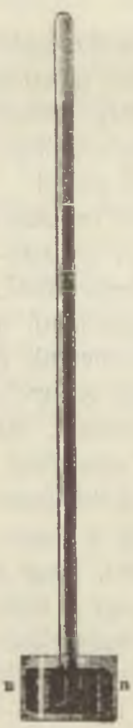
A *légnemü testek* csoportjába azok a testek tartoznak, amelyek sem az alak-, sem a térfogatváltozás ellenében nem fejtenek ki jelentékeny erőt. Nevezhetjük a légnemü testeket *légnemü folyadékok*nak is, mivel részeik a cseppfolyós testek részeihez hasonlóan könnyen elmozdulhatnak egymás felett; amig azonban a cseppfolyós testek (csepegtethető folyadékok) mindig a lehető legkisebb térfogatra törekszenek, addig a légnemü folyadékokat a *terjedékenység* jellemzi, amely tulajdonságuknál fogva ezek a rendelkezésükre álló bármily nagy teret is egészen betöltik.

A légnemü testek vizsgálata nem ment minden nehézségtől, mert amig a szilárd és cseppfolyós testek kivétel nélkül láthatók voltak, addig a légnemü testek legtöbbje láthatatlan. Még jobban megneheziti a légnemü testek vizsgálatát azon körülmény, hogy magunk is, minden eszközünkkel egyetemben, légnemü testtel — levegővel — vagyunk körülvéve. Hogy tehát a légnemü testekkel foglalkozhassunk, mindenekelőtt a bennünket körülvevő és egyszersmind typikus légnemü testtel, a levegővel kell megismerkednünk.

A levegő jelenlétéről legközönségesebben és akaratlanul a szél jelenségei által győződhetünk meg. De meggyőződhetünk a levegő jelenlétéről kisérletileg is p. o. oly módon, hogy valamely hengerbe zárt légtömegre dugattyuval nyomást gyakorolunk. Az összenyomás alkalmával kezdetben alig tapasztalunk ellenállást; minél beljebb nyomjuk azonban a dugattyut, annál inkább észre fogjuk venni, hogy a hengerben van valami. Ha pedig a dugattyura ható nyomást megszüntetjük, azt fogjuk tapasztalni, hogy a dugattyu előbbeni helyzetébe visszatér, jeléül annak, hogy a hengerbe zárt láthatatlan valami — a levegő — nemcsak hogy ellenállást fejt ki a térfogatát kisebbitő külső erőkkel szemben, de *rugalmas* is. A légnemü testek belsejében ennélfogva a nyomás — éppugy mint a cseppfolyós testekben — az iránytól függetlenül terjed tova, vagyis *a Pascal-féle tétel a légnemü folyadékokra nézve is érvényes.* Abból tehát, hogy a levegő (nyugvó állapotában) nem gyakorol semmiféle mozgató hatást a vele érintkező testekre, nem arra kell következtetnünk, hogy a levegőnek nincs nyomása, hanem arra, hogy a levegő nyomása minden oldalról egyenlő mértékben hat. Az ellentett irányu nyomóerők egymás mozgató hatását párosával ellensúlyozzák. Mihelyt gondoskodunk arról, hogy a levegő nyomása valamely oldalról ne hasson: az előálló nyomásváltozás következtében észrevehető hatás létesül. Ha p. o. egy poharat csordultig megtöltünk vizzel és valamely egyszerüen reáhelyezett lap által légmentesen elzárjuk, ugy a pohár megforditásakor a lap nem esik le és a viz nem folyik ki a pohárból, mert ezt az immár csupán alulról felfelé ható légnyomás megakadályozza.

Hogy a levegő súlyos test, azt már *Galilei* megállapitotta, de hogy súlyánál fogva a vele érintkező testekre jelentékeny nyomást gyakorol, azt csak tanitványa — *Torricelli* — ismerte fel. Toricelli idejében a folyadékoknak szivattyúzás közbeni felemelkedését azzal magyarázták, hogy a természet irtózik a légüres tértől (horror vacui). Amidőn azonban egy igen mély szivó-kutat akartak késziteni, azt tapasztalták, hogy a vizet szivócsövekkel nem képesek egy bizonyos magasságnál (kb. 10 méternél) feljebb emelni. Torricelli ezen — kortársai előtt csodálatosnak tetsző — tüneményt helyesen a levegő nyomásával magyarázta, amely kb. 10 m magas vizoszlop nyomásával tart egyensúlyt. Hogy okoskodása helyes volt, azt ama klasszikus kisérlettel igazolhatjuk, amelyet Torricelli ösztönzésére első izben (1643-ban) ennek barátja Viviani végzett:

Töltsünk meg kb. 1 méter hosszu, egyik oldalán zárt üvegcsövet egészen higannyal s a cső nyilt végét ujjunkkal befogva, meritsük ezt valamely hasonlóképen higannyal telt edénybe (65. ábra.) Ha most ujjunkat a cső végéről elvesszük, a higany nem folyik ki belőle egészen, hanem mintegy 76 cm-nyi magasságban megállapodik. Ily módon ugyanis közlekedő edényt valósitunk meg, melynek egyik szárában (a higannyal telt edény felett) levegő, másik szárában (a levegőtől elzárt csőben) higany van. Minthogy a higany 13·6-szer sűrűbb a viznél, ennek 76 cm magasságu oszlopa — a közlekedő csövek

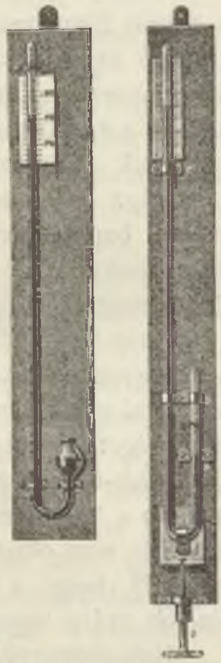


65. ábra.

törvénye értelmében — kb. 10 méter magasságu vizoszlopnak felel meg, ami a *Torricelli*-féle nézetnek feltétlenül helyes voltát bizonyitja.

Ha az emlitett módon nyert és függélyes helyzetüvé tett közlekedő edény mellé mérőlécet állitunk, ugy alkalmas eszközt nyerünk a levegő nyomásának a mérésére. Ezen eszköz a fizikus egyik legfontosabb eszköze: a *barométer.*

A barométer *közlekedő edény, amelynek egyik szára zárt és nincs alávetve a levegő nyomásának, a másik nyilt és a levegővel közlekedik; a zárt szárban valamely folyadék, rendszerint higany van, amelynek a levegővel érintkező határfelületétől számitott s a cső mellé helyezett mm-es osztályzaton leolvasható magassága a légnyomás mértékéül szolgál.*



66. ábra. 67. ábra.

Hogy a barométerekben rendszerint higanyt használunk, annak kettős oka van: az egyik az, hogy általa könnyen kezelhető eszközt nyerünk, mivel a többi folyadékhoz képest a higanynak aránylag csekély magasságu oszlopa tart a levegő nyomásával egyensúlyt (kb. 76 cm magas higanyoszlop, amelylyel szemben p. o. mintegy 10 m magasságu vizoszlopra volna szükségünk), noha ez az érzékenység rovására történik; másik oka pedig az, hogy a folyadék feletti légmentes térben, az u. n. *Torricelli-féle űr*-ben keletkező (telitett)gőzök hatása éppen a higany esetében a legkevésbé zavaró.

Ha a *Torricelli*-féle űrben keletkező higany-gőzök nyomásától eltekintünk (ami nem túl nagy pontosságú mérések esetén megengedhető), úgy a légnyomással egyensúlyt tartó higanyoszlop nyomását egyszerüen annak hydrostatikai nyomása fogja szolgáltatni, melyet a már ismert hsg szorzattal fejezhetünk ki. Ha ezen szorzat tényezői közül s-et, a higany sűrűségét, valamint g-t, a nehézség gyorsulásának a mérés helyén felvett értékét ismerjük, úgy a légnyomás meghatározására csupán h-t, azon higanyoszlop magasságát kell megállapitanunk, amely a levegővel érintkező higany szintje felett emelkedik. E magasság, mint általában minden hosszuság, *két* pont által van jellemezve, melyeket a higanynivók szintjei szolgáltatnak. A barométer leolvasásán e *két pont közötti magasság-különbség* megállapitását értjük. Azon szobadiszül szolgáló barométerek tehát, amelyeknél — a levegővel közlekedő rész kiszélesitése alapján az alsó higanynivó ingadozását elhanyagolva — csupán *egy* leolvasást eszközlünk (66. ábra), nem szolgáltathatnak tudományos szempontból hasznavehető adatokat. *Egy* leolvasással csupán akkor elégedhetünk meg, ha a higanytartó edénynek, vagy — ha a barométer egy darabból van — magának a barométercsőnek eltolása által (67. ábra) az alsó higanynivót az osztályzat zérus pontjára állitjuk be (miáltal tulajdonképpen szintén két leolvasást eszközlünk).

A barométer leolvasása alkalmával ügyelnünk kell arra, hogy az eszköz függélyes helyzetü legyen, mivel ellenkező esetben nem a levegő nyomásával egyensúlyt tartó higanyoszlopnak a magasságát, hanem annak a hosszát észleljük. Hogy a légnyomás nagyságának a megállapitásánál nem a barométercsőben foglalt higanyoszlopnak a hossza, hanem annak a (függélyes irányban mért) magassága mérvadó, arról könnyen meggyőződhetünk, ha a 65. ábrabeli barométercsövet ferditjük: a higany lassanként az egész csövet betölti, de a külső és belső edényben elfoglalt nivója közötti magasságkülönbség változatlan marad.

Ha a barométer csöve nem elég széles, ugy a higany hydrostatikai nyomásához (hsg) annak kapilláris nyomása ($2f/r$) is hozzájárul, ami miatt a barométer leolvasásakor megállapitott magasságkülönbséget még bizonyos javitásnak kell alávetni, u. n. *kapilláritási hibajavitás*-t kell rajta eszközölni. 2—3 cm átmérőjü csöveknél, ahol legalább a higanyfelület közepe vizszintesnek tekinthető, a kapillaritás már nem okoz számbavehető hibát. Elkerülhetjük hibajavitást azáltal is, hogy a barométercső felső részét kiszélesitjük, avagy mindkét szárát egyenlő keresztmetszetüvé tesszük. (67. ábra.)

Hasonlóképpen befolyással van a higanyoszlop magasságára a hőmérséklet is, melynek emelkedésével a higany sűrűsége csökken. Hogy a különböző hőmérsékleteken nyert adatok összehasonlithatók legyenek, a barometerállást bizonyos meghatározott hőmérsékletre, az olvadó jég hőmérsékletére vezetjük vissza: *0^0-ra redukáljuk* (meghatározzuk azon magasságot, amelyet a higanyoszlop ugyanazon nyomás mellett elérne, ha 0^0-u volna).

Ha a légnyomás absolut értékét keressük, úgy tekintettel kell még lennünk a nehézségi gyorsulás értékére is. Ugyanazon magasságu (0^0-ra redukált és kapilláris korrektióval biró) higanyoszlop nyomása — a nehézségi gyorsulás változásainak megfelelőleg — a sarkok felé menve nagyobbodik, az egyenlitő felé menve pedig kisebb lesz. E változások a sarkoktól az egyenlitőig az egész nyomásnak mintegy $^1/_{200}$-ad részét tehetik ki. Rendszerint azonban nem absolut egységekben adjuk meg a légnyomás értéket, hanem a vele egyensúlyt tartó higanyoszlopnak mm-ekben mért magassága által s igy — mivel a nehézségi erő változásainak hatása alatt a barométer feletti légoszlop nyomása a vele egyensúlyt tartó higanyoszlop nyomásával egyenlő mértékben változik — a nehézségi gyorsulás értékére közönségesen nem kell tekintettel lennünk.

Ha ugyanazon a helyen, különböző időben figyeljük meg a barométer állását, úgy azt meglehetősen ingadozónak fogjuk találni. Ezen ingadozások, amelyek mindenkor bizonyos középérték, az illető hely *közép-barométerállás*-a körül történnek, arról tanuskodnak, hogy a barométer feletti levegőoszlop mennyisége változó. Minthogy pedig — mai természeti felfogásunk szerint — a levegőnek Földünk körüli egész mennyiségét változatlannak tekintjük, a mindenfelé egyidejüleg észlelt barométerállásokból megállapithatjuk, hogy fog-e a levegőben áramlás történni és a kiegyenlitődés honnan merre következik be, amiből azután — a helyrajzi viszonyok tekintetbe vételével — következtetést vonhatunk az időjárásra.

A barométer állásának — mint azt Pascal kevéssel Torricelli felfedezése után felismerte — változnia kell akkor is, ha a barométert függélyes irányban felfelé avagy lefelé visszük. E változás azonban nem az emelkedés arányában történik — mint a cseppfolyós testekben történne — hanem annál jóval lassabban, mert a levegő sűrűsége az emelkedéssel mindinkább csökken. A tenger szinétől nem nagy magasságban a higanyoszlopnak 1 mm-el való esése 10·5 m-nyi emelkedésnek felel meg; de már p. o. a Mont-Blanc teteje felé — ahol a középbarométerállás csak 42 cm — mintegy 17 m-t kell emelkednünk, hogy a barométer állása ugyancsak 1 mm-el csökkenjen. Ezen ismeretünk alapján — a barométerállást befolyásoló valamennyi tényező tekintetbe vételével a barométert magasságok mérésére is felhasználhatjuk. (Barometrikus magasságmérés.)

A barométerállás középértékét véve alapul, nyomásegységet állapitottak meg: *a légköri nyomás*-t (atmoszféra). *1 légköri nyomás alatt 76 cm magas 0°-u higanyoszlop nyomását értjük a tenger szinén s a 45-ik szélességi fok alatt.* Ezen egység — mint minden egység — csupán egy adatot fejez ki, nem pedig a levegő nyomását (normális légnyomás). A „légköri“ szó itt csupán azt jelzi, hogy e nyomás közel áll a közönséges légköri nyomáshoz. Minthogy a higany sűrűsége 0°-on 13·596, fenti higanyoszlop nyomása cm^2-enként $76 \times 13{\cdot}596 = 1033{\cdot}296$ g, vagyis cm^2-enként valamivel több mint 1 kg s igy célszerüen használható gyakorlati nyomásegységül. A levegő nyomására nézve hasonlóképpen elég annyit megjegyeznünk, hogy (a tenger szinén) *cm²-enként kb. 1 kg.*

A higanyos barométerek — főleg utazás alkalmával — felette kényelmetlenek: nehezek, hosszuak és törékenyek. Ezért, ha nem törekszünk túl nagy pontosságra, helyettük inkább az *aneroid-* vagy *fém-barométerek*-nek nevezett eszközökhöz fordulunk, amelyekben valamely szilárd test rugalmassága tart a levegő nyomásával egyensúlyt. Ezen eszközök tehát nem mérik közvetlenül a légnyomást, csupán bizonyos változást szenvednek alatta; nem barometerek tehát, hanem csak a légnyomás *jelzésére* szolgáló eszközök, mint amilyenek a cseppfolyós testek sűrűségét jelző areométerek voltak. Lényeges részük egy vékonyfalu fémdoboz vagy köralakban meghajlitott fémcső (68. ábra), melyből a levegőt lehetőleg eltávolitottuk, hogy a légnyomás aránylag kicsiny változása is számottevő alakváltozást idézzen elő benne, melyet azután alkalmas módon (emelő- és fogaskerék-átvitellel) megnagyitva, érzékeny mutatóval közlünk. Az eszköz osztályzata tapasztalati uton készül, valamely higanyos hőmérővel való összehasonlitás utján, de adatai (a rugalmasság változékonysága folytán) csak akkor megbizhatók, ha a higanyos hőmérővel való összehasonlitást minél gyakrabban megismételjük.

68. ábra.

Boyle és Mariotte törvénye. Mig a cseppfolyós testek térfogata e testek felületére ható nyomástól csupán kis mértékben függ, addig a légnemü testek, vagy *gázok* térfogatát (állandó hőmérséklet mellett) teljesen e nyomás szabja meg. Hogy a gázok térfogata és nyomása közötti összefüggést megállapitsuk, nem szükséges ezeket piezzometerekbe zárnunk, mint azt hasonló okból a cseppfolyós testekkel tettük volt, mivel a gázok nyomásokozta térfogatváltozása a gáztartó edény térfogatváltozásához képest oly nagy, hogy ez utóbbira nem kell tekintettel lennünk. Azon egyszerübb kisérleti eljáráshoz fordulunk inkább, amelyet már az angol *Boyle* és a francia *Mariotte* is alkalmaztak, akik első izben foglalkoztak a gázok térfogata és nyomása között fennálló összefüggés pontosabb vizsgálatával: barometrikus térbe visszük a gázt, amely teret egyik oldalán zárt közlekedő edényben, higany felett állitunk elő s a gázra ható nyomást akként változtatjuk, hogy a közlekedő edény hosszabb, nyitott szárába higanyt öntünk. Ha ily módon járunk el, ugy azt fogjuk tapasztalni, amit első izben (1662-ben) *Boyle,* majd később (1679-ben), tőle függetlenül, *Mariotte* észlelt: megkétszerezve, háromszorozva, illetve n-szeresére emelve a nyomást, a gáz térfogata (állandó hőmérséklet mellett) felére, harmadára, illetve n-ed részére csökken, vagyis (*állandó hőmérséklet mellett*) *a gázok térfogata forditott arányban áll a rájuk ható illetve általuk gyakorolt) nyomással.* Ha valamely gáz térfogata p nyomás mellett v, p' nyomás mellett pedig (ugyanazon a hőmérsékleten) v', ugy

$$v/v' = p'/p.$$

Ez a *Boyle-*, illetve *Mariotte-*, igazságosabban *Boyle-Mariotte-féle törvény.* Minthogy adott tömeg mellett a térfogatok és a sűrűségek forditva arányosak egymással, a *Boyle-Mariotte*-féle törvényt ugy is kifejezhetjük, hogy (*állandó hőmérséklet mellett*) *a gázok sűrűsége egyenes arányban áll a rájuk ható* (*illetve általuk gyakorolt*) *nyomással.* Ha valamely gáz sűrűsége p nyomás mellett s, p' nyomás mellett pedig s', ugy

$$s/s' = p/p'.$$

Végül $v/v' = p'/p$ egyenletünk alapján a Boyle-Mariotte-féle törvényt még úgy is kifejezhetjük, hogy

$$vp = p'v' = const.,$$

vagyis *a gázok nyomásából és térfogatából alkotott szorzat állandó* (feltéve, hogy a nyomás-, illetve térfogatváltozás közben a hőmérséklet változatlan marad).

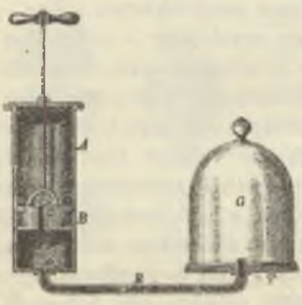
Fenti meghatározások egyikében sem szerepel a gáz anyagi minősége. *A Boyle-Mariotte-féle törvény* tehát *lényegében véve azt fejezi ki, hogy a gázok összenyomhatósága az anyagi minőségtől független.* E törvény ennélfogva lényeges különbséget enged tenni a cseppfolyós és légnemü testek között. Kiváló fontosságu tehát annak a megállapitása, hogy e törvény csupán közelitőleg áll-e, avagy szigoruan érvényes? Az ellenőrző kisérletek kezdetben ez utóbbi mellett bizonyitottak, de *Regnault* későbbi, rendkivül pontos vizsgálataiból kitünt, hogy a hydrogen valamivel kevésbbé, a többi gáz pedig valamivel nagyobb mértékben nyomható össze, mint azt a *Boyle-Mariotte*-féle törvény megkivánja. Ha a gázok térfogatát valamely merőleges tengelyrendszer egyik, nyomását annak másik összrendezőjeként tüntetjük fel, ugy az illető gáz viselkedését jellemző görbéhez jutunk, amely a *Boyle-Mariotte*-féle törvényt ($pv = p'v'$) kifejező egyenszáru hyperbolától többé-kevésbé eltér.

E szerint tehát a gázok is sajátszerü viselkedést mutatnak s igy közöttük és a cseppfolyós testek között éles határvonalat nem vonhatunk. Az olyan gázt, amely a *Boyle-Mariotte*-féle törvénynek teljesen megfelelne, *ideális gáz*-nak szokás nevezni. Amig a gázok elég messze vannak cseppfolyosodástól, addig a *Boyle-Mariotte*-féle törvényt észrevehető hiba nélkül érvényesnek tekinthetjük, vagyis a gázokat ugy tárgyalhatjuk, mintha azok ideális gázok volnának.

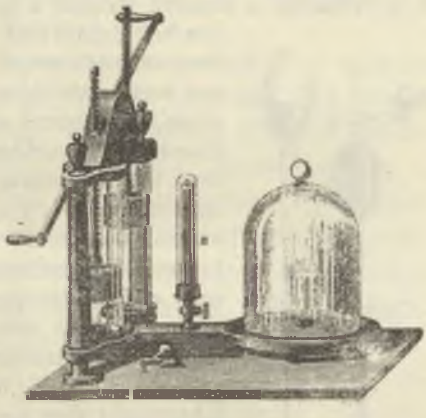
Légritkitó és légsürítő készülékek. Minthogy a gázok térfogata forditva arányos azok sűrűségével, előbbinek nagyobbitása avagy kisebbitése által utóbbit csökkenthetjük avagy növelhetjük. Ezen az elven alapulnak a *szivattyuk*, ama fontos eszközök, amelyek lehetővé teszik a gázoknak egyik térből a másikba vitelét. A szivattyuk azon faját, amelyekkel a gázoknak valamely térből való eltávolitását célozzuk, *ritkitó szivattyuk*-nak, avagy közönségesen *légszivattyuk*-nak, azon faját pedig, amelyekkel az ellenkező cél elérésére törekszünk, *sürítő szivattyuk*-nak vagy — mivel többnyire levegőt süritünk velük — *légsüritők*-nek nevezzük.

A gázok ritkitása alkalmával arra kell törekednünk, hogy a gáztartót a benne levő gáz nyomásához képest aránylag kicsiny nyomásu — lehetőleg üres — térrel hozzuk összeköttetésbe. Minél nagyobb ezen lehetőleg üres tér, annál kisebb lesz a gáz sűrűsége. Ha tehát nagyfoku ritkitást akarunk létesiteni, ugy a gáztartót roppant nagy — lehetőleg üres — térrel kell összeköttetésbe hoznunk. De ugyanezen célt érjük el akkor is, ha túlságosan nagy, lehetőleg üres tér helyett, aránylag kicsiny ilyen térrel, de sok izben hozzuk a gáztartót összeköttetésbe. Ezen gondolatot a XVII. század közepe táján *Guericke Ottó*, Magdeburg tudós polgármestere, a légszivattyu feltalálója, oly módon valósitotta meg, hogy a csappal ellátott légtartót, a *recipiens*-t, hasonlóképpen csappal biró hengeres csővel, a *köpű*-vel, kötötte össze, amelyben jól záró dugattyu mozgott. Ha a dugattyu felhuzása alkalmával a légtartó csapja nyitva, a köpűé pedig zárva volt, ugy a tartóban levő levegő egy része a dugattyu alatt támadt, csaknem légüres térbe tódult, ahonnan a légtartó csapjának elzárása és a köpü alján levő csapnak megnyitása után, a dugattyu letolásakor a készülékből eltávozott. A csapok ellenkező állitása az ellenkező célt eredményezi: a dugattyu minden letolása alkalmával egy bizonyos mennyiségü levegő jut a légtartóba. A csapok folytonos állitása azonban igen kényelmetlen és ezért helyettük ma már olyan szerkezeteket alkalmazunk, amelyek a dugattyu minden helyzetváltozásakor szükségessé váló zárást és nyitást önműködőleg végzik. E szerkezetek a *szelepek*, ajtók, amelyek csupán egyirányban nyilnak. Alakjuk különböző lehet (lemezes-, kúpos-, golyós-, stb. szelep), lényegük azonban mindig az, hogy valamely irányban könnyen nyilnak, ezzel ellenkező irányu erők hatására viszont bezáródnak. A szelepes szivattyukkal tehát, aszerint, amint azok kifelé, avagy befelé nyiló szelepekkel birnak, csak ritkitást, avagy csak süritést létesithetünk.

A szelepes szivattyuk működéséről eddigi ismereteink alapján könnyen számot adhatunk. Vegyünk szemügyre p. o. valamely *ritkitó köpűs-szivattyu*-t (69. ábra), vagyis olyan köpűs-szivattyút, amelynek szelepei kifelé nyilnak. Ha a dugattyut (*B*) felhúznak, ugy a köpüben (*A*) ritkitott tér támad, aminek az lesz a következménye, hogy a légtartóban (*G*) foglalt levegő az alsó szelepet



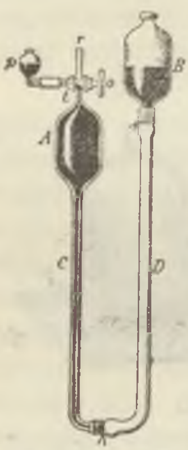
69. ábra.



70. ábra.

(*s*) megnyitva részben a köpübe tódul, miközben a felső szelep (*d*) a nyilási irányával ellenkező irányu nyomás-többlet hatására bezáródik. A dugattyu letolása alkalmával — térfogatának csökkentése arányában növekedvén a köpübe jutott levegő nyomása — az alsó szelep záródik be és a felső nyilik, hogy a levegő ily módon a dugattyu fölé jutva, annak felhuzásakor a köpüből eltávozzon. Könnyebben és gyorsabban eszközölhetjük a ritkitást, ha két köpűt alkalmazunk (70. ábra), amely esetben nem kell leküzdenünk a dugattyu felhuzása alkalmával a levegőnek a dugattyu felső lapjára gyakorolt s a ritkitás fokozódásával mindinkább növekvő egyoldalu hatását. E *javitott köpűs-szivattyuk* készitésénél egyszersmind arra is gondot forditanak, hogy ne a mindinkább ritkuló gáznak kelljen felemelni a szelepet, hanem a fel- és alámozgó dugattyu maga eszközölje azt. De bármily gonddal készitsék is az ilyen darabokból álló szerkezeteket, ritkitást csak addig eszközölhetünk általuk, amig a levegő eltávolitásának és a tömités hiányai miatti visszanyomulásának a gyorsasága között egyensúly nem jön létre, vagyis amig a *dynamikai egyensúly* be nem áll, amit a köpüvel közlekedő, *nyomásmérő*-nek (*mannométer*) nevezett kurtitott barométeren (*H*) megállapithatunk. Ezentul minden mesterkedés, amely a dugattyu és a köpü-fenék között megmaradó u. n. *káros-tér* megszüntetésére irányul, teljesen hiábavaló. Hogy az ilyen részekből összetett szivattyuk működése egyáltalában eredménynyel jár, annak az oka abban rejlik, hogy gyorsabban távolitjuk el általuk a levegőt, mint ahogy az betódul.

Ha nagyfoku ritkitást akarunk létesiteni, ugy a *higanyos ritkitó-szivattyuk*hoz fordulunk, amelyeket egyszerüen *higanyszivattyuk*-nak is szokás nevezni. E szivattyuknál a dugattyu szerepét a higany játsza, amely a leggondosabban készitett dugattyunál is aránytalanul jobb zárást létesit. Ezen legtökéletesebb eszközök használatára — amelyeknek legegyszerübbike maga a barométer — a legutoljára jöttek rá. A firenzei akadémikusok megkisérlették ugyan — *Guericke* felfedezésével csaknem egyidejüleg — a barometrikus térnek lehetőleg üres tér előállitására való felhasználását oly módon, hogy a Torricelli-féle kisérlethez használandó üvegcsőnek zárt végét tágas edénynyé fujva végrehajtották Torricellinek általunk már ismert kisérletét, de ezen eljárást nehézkes és sok esetben kivihetetlen módja miatt a legujabb időkig mellőzték s csak nem régiben — az elektromos izzólámpák gyártása alkalmával szükségessé váló nagyobbfoku ritkitás elérése végett — gondolták ujból a barometer üres terének ritkitás céljából való felhasználására. Az elsők, akik a barometrikus tér felhasználásával (1860 körül) hasznavehető szivattyut szerkesztettek, a német *Geissler* és vele egyidejüleg *Grossmann* hazánkfia voltak. Készülékük (71. ábra) annyiban tér el a firenzei akadémikusok eszközétől, hogy a tágas edényben (*A*) végződő barométercsőhöz (*C*) gummicsővel (*D*) egy még tágasabb, higanynyal telt edény (*B*) van erősitve, amelynek kellő emelése, illetve sülyesztése által a barométercső tágas részében (*A*-ban) üres teret állithattunk elő, illetve e teret ujból higanynyal tölthetjük meg, a szerint, amint ezt egy alkalmas szerkezetü csap (o) révén a kiszivattyuzandó térrel (*r*) kötve össze ritkitást, avagy — az emlitett csap megfelelő állitása után — az üres térbe tódult levegő (*p*-n át való) eltávolitását akarjuk eszközölni. De, bár ily módon — tekintetbe véve, hogy a végül megmaradó higanygőzök nyomása szobahőmérsékleten csak $^1/_{1000}$ mm — összehasonlithatatlanul jobb eredményt érhetünk el, mint akár a legjobb szerkezetü köpüs-szivattyukkal — ha a ritkitás gyorsaságát tartjuk szem előtt, ugy mégis a köpüs-szivattyukhoz fordulunk. Az elektromos izzólámpák készitése alkalmával is ezeket használják kezdetben és csak ha általuk már egy bizonyos foku ritkitásig eljutottak, hozzák működésbe a higanyszivattyukat.



71. ábra.

A sürítő-köpüs-szivattyuk csak annyiban térnek el a ritkitó-köpüs-szivattyuktól, hogy szelepeik befelé nyilnak. E szivattyuknál felhasználhatjuk még azon fogást is, hogy a dugattyun alkalmazandó szelep helyett a köpün egy oldalsó nyilást hagyunk, amelyen át — ha a dugattyu legfelsőbb helyzetébe jutott — a tartóba szoritandó levegő betódulhat. Hogy az efajta készülékek segélyével a levegő valamely zárt térben tényleg megsürithető, igazolhatjuk p. o. a *Heron-féle labdá*-val (72. ábra), melyből a benne összeszoritott levegő magasra szökteti fel a vizet.

72. ábra.

A ritkitó-szivattyukkal eszközölhető számos kisérlet közül — amelyek révén fogalmat alkothatunk a légnyomás nagyságáról — csupán a *magdeburgi féltekék* kisérletét (73. ábra) emlitjük meg: két egymásra illesztett (fémből készült) féltekéből kiszivattyuzva a levegőt, azok rendkivül erősen egymáshoz tapadnak, mivel a belsejükben maradt levegő elenyészően csekély nyomásához képest külső felületük minden cm^2-ére a szabad levegőnek kb. 1 kg-nyi nyomása hat. *Guericke*, kitől ezen hiressé vált kisérlet ered, ezt is, mint kisérleteit rendesen, hatalmas arányokban mutta be a nyilvánosság előtt: féltekéit 16, sőt a későbbieket 24 erős ló sem volt képes szétrántani.

73. ábra.

A ritkitó- és sürítő-köpüs-szivattyukat egyesitve látjuk az *átvivő szivattyuk*-ban (74. ábra). E szivattyuknál a dugattyu nincs átfurva, hanem helyette a köpüfenék két nyilással bir, amelyek egyikén befelé, másikán kifelé nyiló kupos szelep (Z és Z') van alkalmazva. Ha az oldalsó csapok (R és R') nyitva vannak, ugy a szivattyuval ritkithatunk avagy süríthetünk, aszerint, amint a befelé nyiló szelep felőli közlekedő csövet (T) avagy a kifelé nyiló szelep felőlit (T') hozzuk valamely zárt térrel összeköttetésbe.

74. ábra.

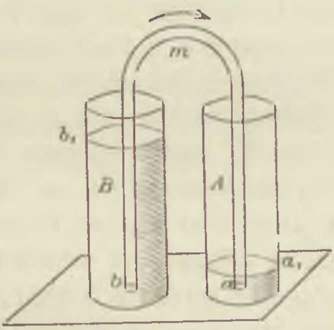
Ha mindkét oldalcsövet zárt térrel kötjük össze, ugy egyidejüleg ritkithatunk is, sürithetünk is, vagyis a gázt az egyik (*T*) oldalon levő edényből a másik (*T'*) oldalon levő edénybe vihetjük át.

A levegő sürüsége és felhajtó ereje. Megismerkedvén azon módszerekkel, amelyek lehetővé teszik a légnemü testeknek valamely zárt térből való eltávolitását, illetve azoknak valamely zárt térbe való bevitelét, a levegő sürüségének a meghatározása nem okoz többé nehézséget. E célból ugyanis nem kell egyebet tennünk, mint lemérnünk valamely ismert térfogatu csappal ellátott üvegedényt előbb egészen a lehetőségig kiszivatytyuzott állapotban, majd — megnyitván a csapot — levegővel telve; e két mérés különbségének az edény térfogatához való viszonya a levegő (absolut) sürüségét szolgáltatja. Minthogy azonban a légnemü testek sürüsége nagymértékben függ a hőmérséklettől, valamint a nyomástól is, meghatározása alkalmával ezekre is tekintettel kell lennünk. A légnemü testek sürüségét rendszerint ezek *normális állapot*-ára szokás vonatkoztatni, amely állapottal e testek akkor birnak, ha hőmérsékletük az olvadó jégével egyenlő, nyomásuk pedig éppen 1 atmoszféra. *Regnault* szerint *1 liter normális állapotu levegő tömege 1293 g* s igy *a levegő normális sürüsége* (vagyis 1 cm^3 normális állapotu levegő tömege) *0.001293 g/cm³*. Ugyanezen állapotu levegőnek a vizre vonatkoztatott sürüsége tehát 0.001293, vagy könnyebben megjegyezhető alakban $^1/_{773}$.

75. ábra.

Minthogy a nehézségi erő hatása folytán a nyomás a légnemü testekben is nő, ha azokban lefelé megyünk, az *Archimedes*-féle tétel ezen testekre nézve is érvényes. Ennélfogva *a levegőben minden test annyival könnyebbnek látszik, mint amennyit a helyébe férő levegőtömeg nyom. Guericke,* aki a higanymannométert még nem ismerte, éppen ezen látszólagos sulyveszteséget használta fel arra, hogy általa a ritkitás fokát meghatározza. *Légsürüség-mérő*-nek (baroskop v. dasymeter) nevezett készüléke (75. ábra) egy kis mérlegből áll, melynek egyik karjáról üres üveggömb, másik karjáról ennél jóval kisebb tömör fémgolyó függ alá. A fémgolyó alkalmas eltolása által a mérlegrudat vizszintes helyzetüvé téve s a készüléket a légszivattyu burája alá helyezve, a nagyobb térfogatu üveggömb a ritkitás arányában alászáll, látszólagos és a tömör fémgolyónál nagyobb mértékben szenvedett sulyveszteségét mintegy visszanyeri. Ha tehát a testek nehézségének, közvetve pedig azok tömegének pontos ismeretéhez akarunk jutni ugy a levegőben lemért sulyhoz még hozzá kell adnunk a levegő felhajtó erejét, mely a test helyébe férő levegőtömeg nehézségével egyenlő. A test helyébe férő levegő tömegének a megállapitásához azonban a test térfogatának az ismeretén kivül a légnyomásnak és a hőmérsékletnek, sőt — ha nagy szigorusággal akarunk eljárni — még a levegő nedvességének az ismerete is szükséges, amiért is pontos tömegmérések alkalmával a mérlegeléssel egyidejüleg a barométert, a hőmérőt, sőt esetleg nedvességmérőt is le kell olvasnunk.

A levegő nyomásán alapuló készülékek. Ha mindkét végén nyilt csőnek egyik végét valamely folyadékba mártjuk, másik végén pedig szivás (térfogatnagyobbitás) által a csőben foglalt levegőnek a nyomását csökkentjük, ugy a külső, szabad levegőnek a nyomástöbblete egy bizonyos (a szivás erősségének megfelelő) mennyiségü folyadékot szorit a csőbe, amelyet azután máshova vihetünk. A folyadékoknak ily módon való elvitelére szolgáló csövet, melyet — hogy lehetőleg sok folyadékot emelhessünk ki általa valamely tartóból — rendszerint kiszélesitünk, *lopó*-nak szokás nevezni. Hogy a már egy izben felszivott folyadék a lopóból vissza ne folyhasson, célszerü ennek alsó végén (kupos) szelepet alkalmazni. Keskeny csövü lopó esetén nincs szükség szelepre, mivel azt a cseppetképző folyadék felületi feszültsége helyettesiti. Az ilyen keskeny csövü, rendszerint tudományos célokra használt lopónak, amelyből (felső végét befogó ujjunk alkalmas emelésével) cseppenként ereszthetjük ki a folyadékot, *pipetta* a neve. Ugyanezen az elven alapulnak a *szivó-kutak* is, csakhogy ezeknél a szivást légszivattyuval eszközöljük. Az ilyen szivó-kutakkal — mint már emlitettük — 10 m-nél nem emelhetjük magasabbra a vizet, sőt az e célt szolgáló szivattyuk tökéletlensége miatt a gyakorlatban rendszerint még ettől is igen távol maradnak. Ideálisan akkor fejeznők be a kisérletet, ha vizbarometert állitanánk elő. Ha nagyobb magasságra akarjuk felemelni a vizet, ugy *nyomó-szivattyu*-t kell alkalmaznunk.



76. ábra.

Ha két, egyazon folyadékkal különböző magasságig telt edénybe (76. ábra) egy, e folyadékkal telt hajlitott csövet *(s)* meritünk, ugy a folyadék a nagyobb magasságig telt edényből (*A*) a kisebb magasságig telt edénybe (B) fog átömleni mindaddig, amig a két edényben különböző magasan áll. E hajlitott cső révén ugyanis, amelyet *szivornyá*-nak szokás nevezni, közlekedő-edényt állitottunk elő, amelynek felül közlekedő csövében a légnyomás a folyadékot a szétszakadástól mindaddig megóvja, amig e cső (a szivornya) hajlásának a magassága (a folyadékról-folyadékra változó) barometrikus magasságot el nem éri.

A cseppfolyós és légnemü testek egyensulyi viszonyaira vonatkozó (hydro-, illetve aërostatikai) fejtegetéseink befejeztével emlitést akarunk még néhány szóval tenni **a cseppfolyós és légnemü testek mozgásá**-ról is. E mozgások — a lefolyásuk közben fellépő surlódások folytán, mihez a légnemü testeknél még ezek nagy mértékbeni összenyomhatósága is hozzájárul — többnyire rendkivül bonyolultak, a vizsgálatukkal foglalkozó *hydro-*, illetve *aërodynamika* csak a legritkább esetekben adhat róluk általánosságban felvilágositást. Ha az emlitett zavaró körülményektől eltekintve, a jelenségeknek csupán minőleges vizsgálatára szoritkozunk és felteszszük, hogy a mozgás *állandó* (*stationer*) (vagyis egyazon helyen mindig ugyanazon mozgás ismétlődik), ugy az dőegység alatt valamely tetszőleges keresztmetszeten átáramló folyadékmennyiségét az illető keresztmetszet és azon sebesség szorzata által fejezhetjük ki, amelyel a folyadék ezen keresztmetszeten áthalad. Ha valamely csőnek q keresztmetszetén u sebességgel, q' keresztmetszetén pedig u' sebességgel halad át a folyadék, ugy, mivel ugyanazon idő alatt bármely keresztmetszeten is ugyanannyi folyadék halad át:

$$qu = q'u' \text{ s innen } q/q' = u'/u,$$

vagyis *a sebesség a keresztmetszettel forditva arányos.* Minthogy pedig a sebesség nagyobbodásának az iránya egyszersmind az erő iránya, azt is mondhatjuk, hogy *a nyomás a keresztmetszettel egyenes arányban áll.* Ennélfogva *a keresztmetszet nagyobbodása a sebesség csökkenését és ezzel egyidejüleg a nyomás nagyobbodását, a keresztmetszet csökkenése pedig a sebességnagyobbodását és vele egyidejüleg a nyomás csökkenését eredményezi.* Ha tehát valamely csőnek megszükitett részén nyilást alkalmazunk, ugy a folyadék nem fog e nyiláson át kifolyni, sőt ellenkezőleg: szivást létesit. (Hydrodynamikai paradoxon.) Ezen elv képezi éppen alapját az annyira elterjedt *folyadéksugaras-szivattyuk*-nak.