

FIZIKAI PÉLDATÁR

ELSŐ SOROZAT

FELADATOK A MECHÁNIKA, AKUSZTIKA ÉS
OPTIKA KÖRÉBŐL

ÖSSZEÁLLITOTTA

D^R. LÉVAY EDE

ÁLL. FŐGIMN. TANÁR

1058
BUDAPEST

STAMPFEL-FÉLE KÖNYVKIADÓHIVATAL

(RÉVAI TESTVÉREK IROD. INT. RÉSZV.-TÁRS.)

VIII., ÜLLŐI-ÚT 18.

MAGY. AKADEMIA
KÖNYVTÁRA

Révai és Salamon könyvnyomdája Budapest, VIII., Üllői-út 18.

ELŐSZÓ.

Fizikai példatár önálló munkaképen eddigelé még nem jelent meg irodalmunkban. Ezt a hiányt óhajtották pótolni a Tudományos Zsebkönyvtár érdemes kiadói, amikor elhatározták, hogy két füzetben a fizikai példának e tudományszak különböző részei szerint csoportosított gyűjteményét bocsájtják közre, még pedig az első füzetben a mechanika, akusztika és optika; a második füzetben a hőtan, mágnesség- és elektromosságban köréből vett feladatokat.

Remélhető, hogy ezen széles körben elterjedt vállalat barátai ezeket a füzeteket is szívesen fogják fogadni, annyival inkább, mert a feladatok igen alkalmasak arra, hogy megoldásuk közben egyrészt a már megszerzett matematikai készség gyakorolható, ébren tartható, másrészt, hogy egyszersmind a fizikai törvények ismerete is, különösen a gyakorlati vonatkozásokban, kellő mértékben érvényesíthető legyen.

Igaz, hogy a Tudományos Zsebkönyvtár füzetei első sorban a művelt nagyközönség tudományos igényeit óhajtják kielégíteni, azonban sok esetben — így talán a jelen esetben is — e szükséglettel egybeesik az iskola követelménye is. Úgy vélem, hogy a most közreadott füzeteket — mint segédkönyveket —

a művelt nagyközönség mellett a magasabb tanintézetek ifjúsága szintén haszonnal értékesítheti fizikai ismereteinek megszilárdítására és bővítésére. Az iskolában nem lehet mindent elvégezni, de fel lehet és kell ébreszteni a tanulóknban a kedvet arra, hogy saját munkásságukkal is hozzájáruljanak az egyes tudományszakokban való tökéletesedésükhöz. És vajjon mi érdekelhetné jobban ifjúságunkat napjainkban, mint a természettudományoknak talán éppen a legszebben fejlődő ága, a fizika? Az ennek terén elért nagy eredmények megismerése mindenesetre buzdítólag hat az ifjúra önmunkásságában is s ezt a buzdóságot támogatni óhajtják ezek a füzetek is.

A példák összeválogatásánál a tudományos követelmények mellett a feladatok érdekessége sem maradt figyelmen kívül.

A felhasznált nagyszámú jeles munka közül megemlítem e helyen *dr. W. Müller—Erzbach*, *dr. Wilhelm Budde* és *Banet—Rivet* gyűjteményeit, mint olyanokat, amelyekre munkám megszerkesztésekor legerősebben támaszkodtam. Az eredeti példák tömegét ezekből egészítettem ki. *Banet—Rivet: Problèmes de Physik et de Chimie* című gyűjteményéből több nagyon érdekes és tanulságos feladatot jóformán szó szerint vettem át.

A fizika iránt érdeklődők szíves figyelmét kéri munkájára

Fonyód, 1908. évi július hóban

a példatár összeállítója.

ELSŐ RÉSZ.

Példák a mechanika köréből.

1. §. Mértékrendszer. Egyszerű mozgások. Erő.

1. A *kg-m-sec*-rendszerben valamely derékszögű négyszög területe 0.8 m^2 ; fejezzük ezt ki a *cm-gr-sec*-rendszerben.

2. Egy henger a *cm-gr-sec*-rendszerben 5896 egységet foglal magában; fejezzük ezt ki a *m-kg-sec*-rendszerben.

3. Hányadrésze a *din* a *kg*-nak?

4. Egy postagalamb 3 óra alatt 416 km-nyire jut. Hány *kin* a sebessége?

5. Mekkora utat tesz a vasút 4 óra alatt, ha sebessége 18 m?

6. Mennyi idő alatt jutna el az 500 m sebességgel kilőtt ágyúgolyó a Holdba, melynek távolsága Földünkötől 60.27 földszugár (384400 km)?

7. Mennyi idő alatt jut el a fény a Holdból Földünkig, ha terjedési sebessége 300000 km ? Mennyi idő kellene erre a hangnak (terjedési sebessége 333 m), ha a két égi test között lenne hangvezető közeg?

8. Két vasúti állomásról, amelyeknek egymástól mért távolsága 60 km , egyidejűleg indul egymással

szembe két vonat. Mikor találkoznak, ha az egyiknek 12 m, a másiknak 15 m a sebessége?

9. Két kocsi közül az első 6, a másik 10 km-t tesz óránként. Ugyanazon irányban haladva mikor éri el a második a 2 órával korábban elinduló első kocsit?

10. Valamely községből egy gyalogos 2 óra 15 perckor indult útnak és percenként 76 m-t haladt. Öt 2 óra 40 perckor egy lovas követi és 3 óraker utól is éri. Mennyi volt a lovas haladásának sebessége percenként?

11. Mennyi idő alatt tenné meg a Föld-körül utat a 18 m sebességgel haladó vonat, tudván, hogy a Föld sugara 6378 km?

12. Fejezzük ki *cm-gr-sec* és *gr-dm-min* egységekben a gyalogosnak (1·6 m), a vasúti vonatnak (18 m), a Holdnak a Földkörül való útjában (1 km), a Földnek a Napkörül való útjában (30 km) a sebességét.

13. Számítsuk ki az egyenlítőn és a 47° szélességi körön lévő valamely pontnak a forgási sebességét.

14. Egy gyalogos *A* helyiségből *B*-n át *C*-be iparkodik és percenként 75 m-nyivel jut előbbre. Ugyancsak vele egyidőben *B*-ből *C*-be indul egy másik gyalogos, aki percenként 62 m-t teszen. A két gyalogos egyszerre érkezik meg *C*-be. Mikor érkeznek meg és mekkora a *BC* távolság, ha $AB = 2\cdot6$ km?

15. Két pont (*A* és *B*) ugyanazon derékszögű háromszög két befogóján van, még pedig *A* a szögponttól 80, *B* 60 m-nyire. Mindkét pont 1 m sebességgel mozog a maga befogóján *A* a csúcstól, *B* a csúcs felé. *A* pont 2 másodperccel későbbben kezd mozogni. Mikor lesz 102 m a két pont távolsága?

16. *A* és *B* pont egyidejűleg két merőleges egyenes találkozási pontja felé mozog olykép, hogy

A sebessége $1\frac{1}{2}$ m-rel kisebb, mint B pont sebessége. Negyven másodperc múlva A még 30, B 40 m-nyire van a metszési ponttól. Mennyi a mozgó pontok sebessége, tudván, hogy köztük kezdetben 130 m volt a távolság?

17. A nehézségi gyorsulást másodpercenként 9·81 m-nek vesszük; fejezzük ezt ki *cm-gr-sec* és *m-kg-min* egységekben.

18. Valamely testnek viszonylagos súlya Budapesten p kg. Mennyi annak a) a tömege, b) az abszolút súlya az egyenlítőn, budapesti kg-okban kifejezve? A nehézségi gyorsulás Budapesten $980\cdot88$ cm sec⁻², az egyenlítőn $978\cdot07$ cm sec⁻². (Vegyük tömegegységül azt a tömeget, amely Budapesten $9\cdot8088$ kg-ot

nyom, akkor a keresett tömeg $m = \frac{P}{9\cdot8088}$ és a test abszolút súlya az egyenlítőn budapesti kg-okban:

$$P = m \times 9\cdot7807 \text{ kg} = p \times \frac{9\cdot7807}{9\cdot8088}.$$

19. Mennyi a tömege a 60 kg súlyú testnek?

20. Mekkora utakat tesz meg a nyugalmi állapotból egyenletesen változó mozgásba jutó test, ha gyorsulása $a = 1$ cm sec⁻²?

21. Mekkora végsebességgel érkeznek a földre (a közegellenállás figyelmen kívül hagyása mellett) a 960 m magas felhőből lehulló esőcseppek?

22. Mennyi idő alatt jut a földre a 2500 m magas felhőből lehulló jégeső?

23. A szabadon eső test az első másodpercben 4·9, minden következőben 9·8 m-rel több utat tesz meg. Milyen mélyre esik az ilyen test 9 másodperc alatt? Milyen magasból esett, ha útja 12 másodpercig tartott?

24. Valamely test nyugalmi állapotából kimozdulván n másodperc alatt egyenletesen gyorsuló moz-

gással l utat tett meg. Mennyi utat tesz meg a test a következő p -edik másodpercben, ha a mozgás természete változatlan marad? [Legyen x a keresett út, γ a gyorsulás, akkor a $p - 1$ másodperc alatt megtett út $l_{p-1} = \frac{1}{2} \gamma (p - 1)^2$ és p másodperc alatt $l_p = \frac{1}{2} \gamma p^2$, miből $x = l_p - l_{p-1} = \frac{1}{2} \gamma (2p - 1)$. Másfelől $l = \frac{1}{2} \gamma n^2$. E két egyenletből γ kiküszöbölése után:

$$x = \frac{l}{n^2} (2p - 1)].$$

25. Hány másodperc múlva halljuk leesni a 200 m mély üregbe dobott követ, tudván, hogy a hang terjedési sebessége 333 m?

26. Valamely A pontból függőlegesen lefelé esni hagyunk egy testet és mikor az már s méternyi utat megtett, ugyanazon pontból egy másik testet. Mikor lesz d a két pont között a távolság? (Legyen x az első test megindulásának pillanatától számítva a keresett idő és t azon idő, mely alatt az első test s m-nyire jutott, akkor $x - t$ a második test esésének az ideje és $\frac{1}{2} gx^2 - \frac{1}{2} g(x - t)^2 = d$ és mert $s = \frac{1}{2} gt^2$, azért $x = \frac{s - d}{\sqrt{2gh}}$. Minthogy itt x -nek t -nél nagyobbnak

kell lennie, azért a feladat csakis akkor oldható meg, ha $d > s$).

27. Egy test szabadon esik valamely pontból. $T = 4$ másodperccel később egy $d = 196$ m-rel mélyebben fekvő második testet hagyunk szabadon esni. Mind a két test egyszerre érkezik a földre. Mennyi ideig estek a testek és milyen magasról esett a földre az első test? (A keresett időre nézve: $t = \frac{d}{gT} + \frac{1}{2} T$ és a kiindulási magasságra nézve $M = \frac{1}{2} gt^2$).

28. Mennyi azon testnek a gyorsulása, mely 8 másodperc alatt 400 m-nyi utat fut meg?

29. Egy vasúti mozdony 50 másodperc alatt 625 m utat tett meg. Mekkora volt a gyorsulása és a végsebessége?

30. Mennyi idő szükséges arra, hogy valamely szabadon eső test két egymásután következő másodpercben 500 m-nyi utat tegyen? ($g = 9.81 \text{ m.}$)

31. Két ugyanazon függélyes vonalon elhelyezett kő d m-nyire van egymástól. Azután mindkettőt esni hagyjuk, még pedig a magasabban fekvőt t másodperccel korábban. Mikor találkoznak egymással? (Legyen $d = 200 \text{ m}$, $t = 4$ másodperc.)

32. Egy Atwood-féle ejtőgépen 10 gr-nyi túlsúly alkalmazása esetében az 5 első másodpercben 5 m-nyi az esés. Mennyi az egész mozgatott tömeg?

33. Ha az Atwood-gépen alkalmazott súlyok mindegyike p gr, mekkora túlsúlyt kell alkalmaznunk, hogy t másodperc múlva a végsebesség v m-nyi legyen?

34. Az Atwood-féle gépen 5 másodperc alatt 122.5, 6 másodperc alatt 176 cm-nyire jut alá a túlsúly, mennyi volt a gyorsulás?

35. Ugyanezen gépnél mennyire jut a súly a 3-ik (4-ik) másodperc eltelte után és hol találjuk a súlyt a 7-ik másodperc végén, ha a túlsúlyt a 3-ik (4-ik) másodperc elteltével visszatartjuk?

36. Hogy aránylik egymáshoz két erő, melyek az 5, illetőleg 9 kg-nyi testeknek 8, illetőleg 6 m-nyi végsebességet kölcsönöznek? (Az egyenlő ideig ható erők úgy aránylanak egymáshoz, mint a tömegekből és végsebességekből alkotott szorzatok).

37. Bizonyos meghatározott erő a 40 kg súlyú testben 16 m-nyi végsebességet létesít. Mekkora végsebességet nyer az 55 kg-nyi test egy az előbbinél 3/4-szerre nagyobb erőből?

38. Mennyi idő után létesít a p kg-nyi erő a P kg tömegre hatván v sebességet másodpercenként? (Legyen t a keresett idő, γ a P tömegben létesített és g a nehézségi gyorsulás, akkor $\gamma : g = p : P$ és mert $v = \gamma t$, azért $t = vP : gp$.)

39. Mennyi idő alatt hoz létre 1 mg-nyi erő 10 kg-nyi tömegben 10 m végsebességet, ha g értékét 9·8 m-nek vesszük?

40. Mekkora abszolút sűrűsége van annak a 3 dm³-nyi golyónak, mellyel a 420 kilodin állandó erő 18 cm sec⁻² gyorsulást közöl?

41. Valamely 500 kg nagyságú kődarab 1500 m-nyi magasságból szabadon esik. Mennyire mozdul el a Föld a kő irányában annak esése alatt, tudván, hogy a Föld tömege 603·10²⁵ gr és ha az egész idő alatt állandónak tekintjük a gyorsulást?

2. §. Mozgások és erők összetétele. A hajtás.

42. A 45 cm sec⁻¹ sebességű folyón egy csónakot 65 cm sec⁻¹ sebességgel hajtanak a folyás irányával 56° 20'-nyi szöget alkotó irányban. Milyen az eredő sebesség nagysága és iránya?

43. Mennyire kellene a 12 m sebességgel haladó vasúti mozdony kéményét előre hajlítani, hogy a 15 m sebességgel leeső esőcseppek a kémény közepére hulljanak? (38° 40'.)

44. Mekkora sebességgel halad ama 12 m szélességű hajó, melyet a 480 m sec⁻¹ sebességű ágyúgolyó oldalára merőleges irányban kétszer egymásután talál, ha a golyó másodízben 15 cm-nyivel hátrább csapódik le?

45. Valamely pont egy síkban az eredeti irányával α_1 , α_2 és α_3 nagyságú szögeket alkotó v_1 , v_2 , v_3

sebességeket kapja. Mily nagy az eredő és milyen annak az iránya?

46. Egy hajó az 5 m sebességű délkeleti szél mellett 3·2 m sebességgel észak-északnyugati irányban halad. Milyen irányt fog mutatni a főárbc lobogója?

47. Egy pontra egymásra merőleges irányban $p_1 = 187$ kg és $p_2 = 84$ kg nagyságú erők hatnak. Határozzuk meg az eredő nagyságát és irányát.

48. A $p_1 = 215$ kg és $p_2 = 545$ kg nagyságú erők $\gamma = 64^\circ 30'$ nagyságú szög alatt hatnak egy anyagi pontra. Számítsuk ki az eredő nagyságát és irányát.

49. A $p_1 = 373$ kg, $p_2 = 269$ kg és $p_3 = 211$ kg nagyságú erők egy pontra hatva egyensúlyt létesítenek. Mekkora szögeket fognak be egymással ezek az erők?

50. Két A és B pontban megerősített csigán vékony szál függ, melynek egyik végén $p_1 = 15$ kg és a másikon $p_2 = 18$ kg nagyságú erő hat. Mekkora (x kg) súlyt kell a két csiga közé eső C pontban a szálra felfüggeszteni, hogy egyensúly jöjjön létre, feltéve, hogy AC vonal a vízszintessel 45° -nyi, BC vonal pedig 65° -nyi szöget zár be?

51. Valamely anyagi pontra három erő hat, melyeknek a nagysága rendre $p_1 = 28$ din, $p_2 = 16\cdot5$ din, $p_3 = 33$ din; p_1 és p_2 $\alpha = 124^\circ$, p_2 és p_3 pedig $\beta = 148^\circ$ nagyságú szögeket fognak be. Számítsuk ki az eredő-erő nagyságát.

52. Egy anyagi pont a síkban három irányban kap lökést, amelyek következtében 8 m sec $^{-1}$, 10 m sec $^{-1}$ és 12 m sec $^{-1}$ sebességet nyer. Az első és második lökés irányai 35° -nyi, a második és harmadik lökés irányai pedig 45° -nyi szöget alkotnak egymással. Számítsuk ki az eredő mozgás nagyságát és irányát.

53. Bontsuk két egymásra merőleges p_1 és p_2 összetevőre az $E = 15$ kg erőt oly módon, hogy p_2 E \sphericalangle $68^\circ 18' 5''$ legyen.

54. Bontsuk fel az $E = 208$ kg nagyságú erőt két (p_1 és p_2) összetevőre olyképp, hogy $p_1 = 185$ kg legyen. Mi lesz p_2 nagysága és iránya?

55. Bontsuk fel az $E = 64$ kg erőt két (p_1 és p_2) oly összetevőre, melyek irányát a p_1 E \sphericalangle $= 59^\circ 20'$ és p_2 E $= 78^\circ 16'$ értékek határozzák meg.

56. Milyen szög alatt kell egymáshoz hajolnia ama két egyenlő erőnek, amelyek eredője $\frac{1}{4}$ -szer akkora, mint az összetevő erők bármelyike?

57. Milyen szögeket alkot három egy pontra ható és egyensúlyt létesítő erő, ha azok nagysága: $p_1 = 35$ kg, $p_2 = 48$ kg, $p_3 = 64$ kg?

58. Egy 6 m hosszú vízszintesen kifeszített zsineg közepére 45 kg-os súlyt akasztanak, miáltal a zsineg 28 cm-nyire lefelé húzódik. Mennyivel növekedett a zsineg feszültsége a két oldalon?

59. Határozzuk meg az ugyanazon síkban egyazon pontra ható $p_1 = 5$ kg, $p_2 = 8$ kg, $p_3 = 3$ kg és $p_4 = 12$ kg erők eredőjének nagyságát és irányát, tudván, hogy ezen erők a velük egy síkban adott valamely szilárd egyenessel rendre $\alpha_1 = 28^\circ$, $\alpha_2 = 96^\circ$, $\alpha_3 = 214^\circ$ és $\alpha_4 = 312^\circ$ nagyságú szögeket zárnak be.

60. Az $E = 260$ kg-nyi erőt két olyan összetevőre kell bontani, amelyek közül az egyik 310 kg, a másik pedig E irányával a p_2 E \sphericalangle $= 105^\circ$ nagyságú szöget zárja be.

61. Egy golyót $c = 40$ m sebességgel függőlegesen felfelé hajtának. Ha g értékét kerekszámokban 10-nek vesszük, mikor lesz a golyó 140 m magasságban?

62. Egy ágyúgolyót 500 m kezdősebességgel függőlegesen felfelé lönek. Mikor éri az el leg-

nagyobb magasságát és mennyi lesz ezen legnagyobb magasság értéke?

63. Valamely testet $c=6$ m kezdősebességgel dobnak el függőlegesen lefelé. Mennyi idő alatt teszi meg az 520 m-es utat és milyen végsebességgel érkezik a földre?

64. Mikor éri el a 12 m kezdősebességgel függőlegesen fölfelé hajtott test a legnagyobb magasságát és mennyi ezen legnagyobb magasság?

65. Két anyagi pont ugyanazon függőleges vonalon van elhelyezve, egymástól d távolságnyra. A felső pontot kezdősebesség nélkül esni hagyjuk és ugyanazon pillanatban az alsó testet v_0 kezdősebességgel fölfelé hajtjuk. Mely pontban és mennyi idő múlva találkoznak az anyagi pontok? (Tegyen meg az eső test a találkozásig x utat és legyen t a keresett idő, akkor $x = \frac{1}{2}gt^2$ és $d - x = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ stb.)

66. Egy függőlegesen fölfelé hajtott kő 18 másodperc múlva érkezik a földre. Számítsuk ki mekkora utat tesz az emelkedés és mekkora utat az esés 4-ik másodpercében?

67. Egy követ 20 m kezdősebességgel fölfelé hajtunk, majd 5 másodperc eltelte után 25 m kezdősebességgel egy másodikat. Kérdés mily távolságban a kiindulástól és mikor találkoznak, továbbá mi lesz a sebességük a találkozás pillanatában?

68. Egyik vulkán kitörésekor a fölfelé kidobott világító tömeg a tengerről még $d = 164$ km távolságban is látható volt. Mennyi az eleven ereje a 15 kg-os ilyen tömegnek, amikor a krátert elhagyja? A föld-sugár $r = 6378$ km.

69. Valamely anyagi pontot 80 m kezdősebességgel függőlegesen fölfelé dobunk. Mily magasra emelkedik; mennyi idő alatt éri el ezt a magasságot;

mennyi idő alatt érkezik vissza a kiindulási ponthoz és mi lesz ezen pontban a végsebessége?

70. Két súlyos testet egymásután függőlegesen fölfelé dobunk ugyanazon v kezdősebességgel. Kérdés mennyi időnek kell eltelni a két test feldobása között, ha azt akarjuk elérni, hogy a találkozás az első test által elért maximális magasság fele útján következék be?

71. A 40 m magas pontból egy golyót vízszintes irányban lönek ki s az 350 m távolságban esik le. Mennyi a golyó sebessége a 3-ik másodperc végén és mekkora szöget alkot haladásának iránya e pillanatban a vízszintessel?

72. Valamely edény oldalán 7 m sebességgel folyik ki a vízszög. Milyen mélységig esik alá az 21 m-nyi távolságban?

73. A vízszintes sík fölött 400 m magasságban egy ágyúgolyót vízszintes irányban $c = 550$ m kezdősebességgel lönek ki. Kérdés mennyi idő múlva, milyen távolságban és mekkora végsebességgel éri el a golyó a vízszintes síkot?

74. Egy ágyúgolyót 180° -nyi emelkedési szög alatt 480 cm sec^{-1} sebességgel lönek ki; mekkora lesz a lövőtávolság és milyen legnagyobb magasságot ér el a golyó? (A közeg ellenállását figyelmen kívül hagyjuk.)

75. Egy világító golyót $c = 350$ m sebességgel lönek ki $\alpha = 70^\circ$ emelkedési szög alatt. Milyen messzire és magasra repül és mennyi ideig látható a golyó?

76. Milyen szög alatt kell beállítani az ágyúcsövet, hogy a 350 m sebességgel kilőtt golyókkal cstromolni lehessen a 2,5 km távolságban és $60^\circ 30'$ -nyi emelkedésű magaslaton lévő várat?

77. Az ágyúgolyót 30° -nyi szög alatt lövik ki a 3 km távolságban lévő erősségre. Mekkora kell

venni a golyó kezdősebességét, hogy az a kívánt ponton csapódjék le?

78. Mekkora szög alatt kell valamely testet c adott kezdősebességgel elhajítani, hogy: 1. a hajítási távolság; 2. a magasság a lehető legnagyobb legyen?

79. Egy vízpuska csövet előbb 35° -nyi, majd 48° -nyi emelkedési szögre irányítják. Milyen lesz az arány e két esetben a kilőtt vízsugarak távolságai és magasságai között?

80. Egy víztartó oldalán két nyílás van, az egyik 5 dm, a másik 8 dm mélyen a felszín alatt. Hol metszik egymást a kiröpülő vízsugarak?

81. Egy pontból ugyanazon c kezdősebességgel különböző szögek alatt hajítunk el testeket. Milyen vonal lesz a legmagasabb pontok mértani helye?

82. Mi a legmagasabb pontok mértani helye akkor, ha az emelkedési szög α állandó, azonban különbözők az elhajított testek kezdősebességei?

83. Az ágyúgolyót $\alpha = 21^\circ$ emelkedési szög alatt $c = 450$ kezdősebességgel lövik ki. Mennyi lesz a golyó sebessége 3 másodperccel a vízszintes síkon való lecsapódása előtt?

84. Valamely súlyos testet $\alpha = 25^\circ$ -nyi emelkedési szög alatt hajítanak el. A legnagyobb magasság, amit elér 65 m. Mennyi idő alatt éri el ezt a magasságot? Mekkora távolságnyira jutna el kiindulási pontjától akkor, ha kezdősebessége 8 m-rel növekednék?

85. Valamely 1.6 km-nyi távolságban lévő erősséget egy 100 m-rel alacsonyabban fekvő pontból lövöldöznek olyan golyókkal, amelyeknek 200 cm sec^{-1} a kezdősebességük. Mennyi idő alatt jutnak el a golyók a célpontba; milyen végsebességgel érkeznek oda és mekkora emelkedési szög alatt kell beállítani az ágyú csövet?

3. §. Esés a lejtőn.

86. Mennyi idő szükséges ahhoz, hogy (a súrlódást figyelmen kívül hagyva) egy golyó, melynek kezdősebessége nincs, a 16^0 -nyi hajlásszögű lejtőn 15 m-nyire jusson lefelé?

87. Mily nagy a lejtő hajlásszöge, ha a rajta leguruló golyó 2-szer annyi idő alatt jut a földre, mint a lejtő magasságán szabadon eső másik golyó?

88. Két anyagi pont ugyanazon pillanatban indul mozgásnak ugyanazon helyről. Az egyik függőleges irányban szabadon esik, a másik v_0 kezdősebességgel az α hajlású lejtőn gurul alá. Mekkora kell lenni a hajlásszögnek, hogy amikor a szabadon eső test a d utat megteszi, mindkét anyagi pont ugyanazon vízszintes vonalba essék? [Legyen t a d út megtételére szükséges idő, akkor $d = \frac{1}{2}gt^2$; a lejtőn eső test útja ama derékszögű háromszög átfogója, melyben d az α -val szemben fekvő befogó; úgy, hogy $x = \frac{d}{\sin\alpha}$ és $\frac{d}{\sin\alpha} = v_0t + \frac{1}{2}g\sin\alpha t^2$ stb.]

89. Mennyi a végsebessége a 25^0 hajlású lejtőn kezdősebesség nélkül lefelé guruló golyónak a 6-ik másodperc végén és mennyi a 6 mperc alatt megtett út? (A súrlódást figyelmen kívül hagyjuk).

90. Milyen magasra emelkedik az 50 m sec^{-1} kezdősebességű golyó a 30^0 -nyi hajlásszögű lejtőn és mennyi idő szükséges arra, hogy az elért legmagasabb pontból ismét a lejtő aljához érkezék?

91. A 30^0 hajlásszögű lejtőn, melynek 20 m a hossza, a leguruló golyó oly végsebességet nyer, hogy még a vízszintes síkon is 70 m-nyire halad. Mekkora utat tesz meg s milyen végsebességre tesz szert

ugyanannyi idő alatt valamely szabadon eső test?

$$\left[s = \frac{(70 + 2.20)^2}{4.20 \cdot \sin 30^\circ}; v = (70 + 2.20) \sqrt{\frac{9.81}{2.20 \cdot \sin 30^\circ}} \right]$$

92. Az 1800 kg súlyú kocsit, valamely lejtőn az 500 kg-nyi erő tartja egyensúlyban. Mily nagy a lejtő hajlásszöge?

93. Mily nagy erő szükséges ahhoz, hogy $90^\circ 18'$ hajlású lejtőn az 1600 kg súlyú kocsit egyensúlyban tartsa?

94. Valamely vasúti kocsit 5 m sebességgel magára hagynak s az a tökéletesen vízszintes uton még 24 másodpercig halad. Mekkora utat tett meg ez alatt és mily nagy volt a súrlódási koeficiens?

[Legyen a a gyorsulás, P a hatóerő és a $\frac{P}{g}$ tömeg $= m$,

akkor $P = a \cdot m = a \cdot \frac{P}{g}$ és $a = \frac{Pg}{P}$; tehát $v = c + \frac{Pg}{P} \cdot t$

és ha ε a súrlódási koeficiens, akkor $P = \varepsilon \cdot p$, vagyis

$v = c - \varepsilon \cdot g \cdot t$. Ha $v = 0$, akkor $\varepsilon = \frac{c}{gt}$ és $s = \frac{c}{2} \cdot t$.

A jelen esetben tehát: $\varepsilon = \frac{5}{10.24} = 1 : 48 = 0.02$ és

$s = 2.5 \cdot 24 = 60$ m.]

95. A lejtő milyen hajlása mellett indul útnak a kocsi, ha a súrlódási koeficiens $\varepsilon = 0.05$?

96. Valamely lejtőn az eső test 4 másodperc alatt 20 m-nyire gurult. A súrlódási koeficiens $\varepsilon = 0.6$. Mekkora a lejtő hajlásszöge?

97. Mekkora erő képes a 800 kg-nyira megterhelt kocsit az 5° hajlású lejtőn felhúzni, ha a súrlódási koeficiens $\varepsilon = 0.09$?

98. A hasított fa lejuttatására olyan 15° hajlású lejtő szolgál, melynek hosszúsága 11 km. A lebecsátott fatömbök négy és fél perc alatt teszik meg ezt az utat. Mekkora a súrlódási koeficiens értéke?

99. Valamely lejtőn a súrlódási koefficiens $\varepsilon = 0.06$. Mily nagy a lejtő hajlásszöge, ha az 5 másodpercig guruló golyó 26 m-nyi utat tesz meg ezen idő alatt?

100. A budai várhegy magassága 67 m, az oda felvezető gözsikló pályájának hosszúsága 102 m. Mekkora ennek a pályának a hajlásszöge? Mekkora az ezen lejtőn leeső test gyorsulása? Mennyi a végsebessége? Mennyi idő szükséges a 102 m-es út megtételére? (A súrlódást a megoldásnál figyelmen kívül hagyjuk.)

101. Valamely 6 m széles ház, házfedelének legmagasabb pontjáról egy kő esik alá. Milyen messzire esik le a háztól a földre, ha a fedél aljáig 8 m, a fedél tetejéig 11 m a magasság?

102. Az 50° hajlásszögű 12 m magas lejtőn 25 m kezdősebességgel egy golyót gurítanak felfelé. Milyen magasra ugrik fel a golyó a földszintől; mekkora sebességgel hagyja el a lejtő legmagasabb pontját; milyen messzire esik le a lejtő talppontjától?

103. Ha valamely test súrlódás nélkül az α hajlású lejtőn d m-nyire jut le t másodperc alatt, mennyire jut le ugyanazon lejtőn, ugyanannyi idő alatt, ha a súrlódási koefficiens értéke ε ?

104. Valamely lejtőn súrlódás nélkül másodpercenként 1.6 m-t tesz a test lefelé; mennyire jut le akkor, ha olyan súrlódást kell számításba vennünk, melynél a súrlódási koefficiens $\varepsilon = 0.08$?

105. A 981 m hosszú lejtőn valamely golyó 20 másodperc alatt gurul le. Milyen magasra jut ugyanazon lejtőn a 60 cm sec^{-1} kezdősebességgel felhajtott golyó, ha a súrlódás koefficiens $\varepsilon = 0.04$?

4. §. Az egyszerű gépekről.

106. Valamely 1,5 m hosszú kétkarú emelő egyik végén 30 kg, másik végén 55 kg súly függ. Ha a karok súlyát figyelmen kívül hagyjuk, hol kell alátámasztanunk az emelőrudat, hogy egyensúly álljon fenn?

107. A kétkarú emelőrúd hossza 184 cm. Egyik végén 60 kg-os súly függ és ennek felfüggesztési pontjától 72 cm-nyire van a rúd forgási pontja. Mekkora súlyt kell a rúd másik végére függeszteni, hogy az vízszintes helyzetet foglaljon el?

108. Mekkora a diónak az ellenállása, ha a két egykarú emelőből álló diótörő egyes ágai 15 cm hosszúak, a 0,4 cm átmérőjű dió közvetlen a csuklónál van s mindegyik ágon 8 kg-nyi erő hat?

109. A kétkarú emelő karjainak hosszai 5:8 arányban állanak egymáshoz. Mekkora az egyensúlyt tartó súlyok mindegyike, ha azok összege 169 kg?

110. A kétkarú 70 cm hosszú emelő forgási pontja az 50°-nyi szög alatt ható 12 kg-os erőtől 30 cm nyire van. A másik, az egyensúlyt létesítő erő 60°-nyi szög alatt hat. Mekkora kell ennek lennie? Mily nagy a forgási pontra gyakorolt nyomás?

111. A 70 cm hosszú 6 kg súlyú kétkarú emelő egyik végén 7 kg, a másik végén 14 kg erő hat. Egyensúly esetén milyen távolságban kell lennie a forgási pontnak a második erő támadási pontjától?

112. Valamely szögemelő karjai 40 és 60 cm hosszúak és derékszöveget alkotnak egymással. A rövidebb kar végpontján egy 30 kg-os erő hat. Mekkora kell lennie az ezzel egyensúlyt tartó második erőnek, ha a két erő mindegyike 45°-nyi szög alatt hajlik a vízszinteshez?

113. Mekkora erő szükséges arra, hogy az egyenletesen elosztott tömegű 580 kg súlyú és 19 m hosszú vasrudat egyik végén felemelhessük?

114. A 15 kg-os 2·8 m hosszú rézrúd egyik végétől 0·7 m távolságban meg van támasztva. Mekkora erőt kell alkalmazni a rövidebb karon, hogy a rúd vízszintesen helyezkedjék el.

115. A kalmármérleg mindkét karjának a hosszúsága l cm. A forgási pont a serpenyők felfüggesztési pontjait összekötő egyenes vonal középpontjába esik. A serpenyők mindegyikének a súlya q gr. Ha az egyik serpenyőbe p cgr túlsúlyt teszünk, a mérlegrúd eredeti vízszintes helyzetéből α szög alatt tér ki. Mennyire esik a mérlegrúd súlypontja a forgási ponttól? [Legyen d a keresett távolság, akkor $\operatorname{tg}\alpha = \frac{pl}{qd}$

és mert 1 cgr = 0·01 gr, azért $d = \frac{0\ 01\ p \cdot l}{q\ \operatorname{tg}\alpha}$].

116. Valamely kalmármérleg egyes karjainak a hosszúsága 35 cm. A súlypontnak és a mérleg forgási pontjának egymástól mért távolsága 1·8 cm. A mérlegrúdnak és a serpenyőknek együttes súlya 220 gr. Mekkora súlyocskát kell az egyik serpenyőbe tennünk, hogy a mérlegrúd elhajlása a vízszintes iránytól 10° -nyi legyen?

117. Mennyi a kalmármérleg serpenyőinek a súlya, ha az egyes karok hosszúsága 50 cm, a súlypontnak és a forgási pontnak egymástól való távolsága 2 cm, az 5 cgr túlsúly által létesített kitérés szöge pedig 20° ?

118. Bizonyítsuk be, hogy egyenlőtlen hosszúságú karokkal ellátott mérlegen a test igazi súlyát úgy nyerjük, hogy mindkét serpenyőben lemérjük a

testnek a súlyát és ezeknek a súlyoknak a geometriai középarányosát vesszük.

119. Lavoisier iratai között az olvasható, hogy ő a mérlegrudak hosszúságának egyenlőtlenségéből keletkező hibát úgy vélte elkerülhetőnek a mérésnél, hogy a testet mindkét serpenyőn lemérte és azután a talált súlyok számtani középarányosát vette. Mint-hogy a valódi súly (az előbbi példa szerint) a két mérés eredményének a geometriai középarányosával egyenlő és mert ez mindig kisebb, mint ugyanazon két érték számtani középarányosa, nyilvánvaló, hogy Lavoisier eljárása szerint hibás eredményt nyerünk. Határozzuk meg, mekkora az ezen téves eljárás követeése utján előálló hiba? (Banet-Rivet)

120. Valamely tizedes mérlegnél a súlynak megfelelő mérlegkar hossza 28 cm; a távolabb eső összekötő rúd távolsága a forgási ponttól 8 cm. Milyen távolságban kell a forgási ponttól felfüggeszteni a forgási ponthoz közelebb eső összekötő rudat és miként kell két részre osztani a híd alatt lévő emelőt?

121. Valamely százados hidmérlegnél a súlynak megfelelő mérlegkar 30 cm hosszú; a távolabb eső összekötő rúd távolsága a forgási ponttól 10 cm. Milyen távolságban kell a forgási ponttól az ahhoz közelebb eső összekötő rudat felfüggeszteni és milyen két részre kell osztani a híd alatt lévő emelőt?

122. Valamely rúd, amelynek egyenletes a tömegelosztása, méterenként 3 kg súlyú. A rudat egyik végére felfüggesztett 32 kg súly tartja egyensúlyban. A forgási pont a rúd másik végétől 8 m-nyire van. Mennyi a rúd hosszúsága?

123. Valamely hengerkeréknél a hengernek a sugara 2 dm, a keréké 11 dm. Mekkora erőt kell

alkalmaznunk, hogy a hengerre erősített 500 kg-nyi terhet egyensúlyban tarthassuk?

124. A 300 kg súllyal megterhelt mozgó csigából a kötelek 60°-nyi kerületet fognak be. Mekkora súlyt kell alkalmaznunk, hogy egyensúlyt létesíthessünk?

125. A 4 csigából álló közönséges csigasornál a teher 1000 kgr. Mekkora erőt kell alkalmaznunk, hogy egyensúly jöjjön létre?

126. Hány mozgó csigát kell alkalmaznunk a hatvány csigasornál, ha minden csiga 5 kg-ot nyom, hogy 36 kg erővel 501 kg terhet tarthassunk egyensúlyban? $\left[2^x = \frac{501 - 5}{36 - 5} \right]$

127. Valamely hatványcsigasornál 4 mozgócsigával 600 kg súlyt kell egyensúlyban tartani. Mekkora súly kell erre?

128. Mekkora erő szükséges ahhoz, hogy 35°-nyi hajlású lejtőn a 250 kg-nyi terhet egyensúlyban tartsa: 1. ha az erő iránya párhuzamos a lejtő hosszával, 2. ha párhuzamos a lejtő alapjával, 3. a lejtő hosszával 30°-nyi szöget zár be? Számítsuk még ki azt is, hogy mindezen esetekben mekkora nyomást gyakorol a teher a lejtőre?

129. Az előbbi példában a surlódást figyelmen kívül hagytuk. Állapítsuk most meg, mekkora erő kell a két első esetben alkalmaznunk a teher legurulásának a meggátolására, tudván, hogy a súrlódás koefficiensének értéke $\epsilon = 0.25$?

130. Mekkora erő szükséges ahhoz, hogy a 600 kg teher felemelhető legyen olyan csigával, amelynek egy-egy csavarmenet magassága 10 mm és az orsónak a sugara 68 mm? $[P = Qh : 2r\pi.]$

131. Mekkora terhet lehet felemelni 25 kg erővel olyan csavarral, amelynél egy csavarmentet magassága 1·2 cm és a csavarorsó sugara 8 cm ?

132. Mekkora terhet lehet felemelni 40 kg-nyi erővel olyan 2 cm sugarú csavaron, melynél az erő egy 1·5 m-es karú emelő végpontján hat, ha a csavarment emelkedése $8^{\circ} 30'$ és a surlódási koefficiens $\varepsilon = 0\cdot2$?

5. §. A súlypontról.

133. Keressük a 8 m sugarú körhöz tartozó 75° -nyi körív súlypontját.

134. Adva van valamely háromszögnek mind a három oldala (a , b , c) továbbá adva van a c oldalhoz tartozó m_c magasság. Határozzuk meg a háromszög súlypontjának c oldaltól való távolságát.

135. Kovácsolt vasból készítenek egy 25 cm hosszú körív alakú drótot; a körív sugara 18 cm, a kovácsolt vas fajsúlya 7·8. E körív húrja ugyanolyan vastagságú ölomdrót, melynek fajsúlya 11·35. Hol van a súlypontja ennek a dróttrendszernek ?

136. Határozzuk meg valamely háromszög kerítésének a súlypontját.

137. Határozzuk meg a különböző négyszögek súlypontjait.

138. Határozzuk meg a súlypontnak a távolságát a leghosszabb oldaltól abban a háromszögben, melynek oldalai rendre 8, 11, 14 m hosszúságúak.

139. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög súlypontjának távolsága valamely a háromszög síkjában fekvő egyenestől akkora, mint a háromszög három szögpontjának az illető egyenestől mért távolságaik összegének a harmadrésze.

140. Egy 120 kg-os háromszögalakú vaslapot három ember szállít tova a szögpontoknál fogva. Mennyi jut a teherből mindegyikre?

141. Egy köralakú 4 kg súlyú kőlapot szélein olyan három pontban támasztunk alá, amelyek egy egyenlőszárú háromszögnek a szögpontjai. A háromszög alapjával $\alpha = 40^\circ$ nagyságú szög fekszik átellenben. Mekkora teher jut az egyes támasztó-pálcákra?

142. Hol van a súlypontja annak a 45° -os középponti szögű egyenletesen elosztott tömegű kör-cikknek, melyet a 10 cm sugárú körből vágtak ki.

143. Milyen távolságban van az alaplaptól a kúp palástjának a súlypontja?

144. Határozzuk meg a piramis súlypontjának a helyzetét.

145. A négyzetalapú 15 dm magasságú piramist a csúcsától 3 dm távolságban alapjával párhuzamos síkkal átmetszik. Határozzuk meg a csonkpiramis súlypontját, tudván, hogy az alaplap egy-egy oldalának a hosszúsága 6 dm.

146. Határozzuk meg valamely csonkakúp súlypontjának az alaplaptól mért távolságát.

147. Hol van a súlypontja a 18 m. magasságú végig mindenütt 3 m nyílású toronynak, ha falvastagsága aljától tetejéig fokozatosan vékonyodik, még pedig 1.4 m-től 1 m-ig?

148. A Napnak távolsága a Földtől 148.8 millió kilométer. Tömegeik aránya 1:350,000. Határozzuk meg közös súlypontjuk helyzetét.

149. Egy 36 cm hosszú és 320 g súlyú vaspálca egyik végére 7.2 fajsúlyú 3.6 cm sugarú vasgolyó van erősítve. Határozzuk meg a súlypontnak a pálca szabad végétől mért távolságát.

150. A 10 m magasságú és 3 m sugarú hengerre ugyanazon anyagból egy kúp van helyezve, amelynek magassága úgy aránylik az oldalvonalához, mint 10:11. Határozzuk meg a közös súlypont helyzetét.

6. §. A testek biztos állásáról.

151. Határozzuk meg az 5 m hosszú, 3 m széles és 8 m magas 4250 kg súlyú derékszögű paralelepipedon alakú testnek a biztos állását az egyes élekre, mint forgási tengelyekre vonatkozólag.

152. A négyzet alapú egyenes piramis olyan anyagból van készítve, amelynek fajsúlya 9·8. Az alaplap egy egy oldala 12 cm hosszú; a piramis magassága 45 cm. Mekkora, a csúcsnál vízszintes irányban ható erőt kell alkalmazni, hogy a piramist egyik alapéle körül elforgassuk? Mekkora az elfordulás szögének nagysága abban a pillanatban, amikor a test esni kezd?

153. Egy négyoldalú, 36 kg súlyú asztal lábai 75 cm-nyire állanak egymástól. Az asztalon 85 kg-nyi súly van. Mekkora az asztal állásának a biztossága.

154. Ugyanazon anyagból ugyanakkora alapú és súlyú hengert, kúpot és félgömböt készítünk. Mekkora — súlypontjaikban vízszintesen ható — erők képesek az így előállított testeket biztos állásukból kimozdítani?

155. Valamely $r = 8$ cm sugarú egyenes henger tetejére ugyanazon anyagból félgömb van helyezve s a henger alapja egy 16° hajlású lejtőre van állítva. Milyen magas lehet a henger a feldülés veszedelme nélkül?

7. §. A középponti mozgásról.

156. Valamely $l = 1.4$ m hosszúságú zsinegen 0.4 kg súlyú vasgolyót forgatunk körül a függőleges síkban olyképen, hogy az percenkint 80 fordulatot tesz. Határozzuk meg, mekkora a zsineg feszültsége a vasgolyó legmélyebb állásakor?

157. Mekkora a centrifugális ereje annak a testnek, amely a 2 m sugarú körpályát 5 másodperc alatt futja meg?

158. Határozzuk meg, hányszor nagyobb a centrifugális ereje a súlyánál annak a testnek, mely az 1.5 m sugarú körpályát egyenletes mozgással egy harmad másodperc alatt teszi meg?

159. Az 1 kg súlyú test az 1 m sugarú körpályát 1 másodperc alatt teszi meg. Mennyi a gyorsulás és a zsineg feszültsége?

160. Mekkora a Holdnak a Föld körül való keringésében a centripetális gyorsulása, ha keringési ideje 27 nap, 7 óra, 43 első és 11.5 másodperc és a Földtől való középtávolsága $60\ 27$ földszugár $= 384\ 400$ kilométer?

161. Mekkora a lineáris sebessége annak a testnek, mely a 2 m sugarú körben forog, ha centrifugális ereje éppen a súlyával egyenlő?

162. Mennyinek kellene valamely test horizontális sebességének lenni az egyenlítőn, hogy a centrifugális erő egyenlő legyen a nehézségi erővel és hányszor kellene ehhez a Földnek tengelye körül sebesebben forognia, mint a valóságban?

163. Ha a gyorsulás, melyet a Föld az egyenlítőn létesít (9.78 m \div 34 mm) a Newton-féle törvény szerint csökken, mekkora annak értéke a Hold középtávolságára vonatkoztatva?

164. A Földet a Holddal összekötő képelt egyenesen a Földtől mekkora távolságban kellene lennie valamely testnek, hogy egyenlő vonzást nyerjen a Földtől és az ennél 81-szerre kisebb tömegű Holdtól?

165. Mekkora magasságra ugorhatna izomerejénél fogva a Hold felületén az, aki a Föld felületén 1 m magasra tud ugrani?

166. A levegő ellenállását figyelmen kívül hagyván, mekkora sebességgel kellene egy golyót kilőni, hogy az ne térjen többé vissza a Földre, hanem keringjen a körül? Határozzuk meg a golyónak sziderikus és szinodikus keringési idejét.

167. Tudván, hogy a Föld Nap-körüli pályáját 365 26 nap alatt végzi el és hogy a Napnak Földünk-től való távolsága 23,340 földszugár; határozzuk meg — g értékét 9·8145 m-nek véve és körpályát tételezve fel — mekkora a két égitest által kölcsönösen létesített gyorsulás és ebből, hogy hányszorosa nagyobb a Nap tömege a Föld tömegénél?

168. Melyik lenne azon szélességi fok, melyen a nehézségi erő és a Föld forgásából származó centrifugális erő egyenlő lenne, ha a Föld 20-szorosa gyorsabban végezné tengelye körül való forgását, mint a valóságban?

169. Mekkora a Nap felületén a nehézségi gyorsulás? A Nap átmérője 109-szer, tömege pedig 350,000-szer akkora, mint a Földé.

170. Mekkora centrifugális erő mutatkozik a 15 m sebességgel haladó 110 tonna súlyú vonatnál, amikor az olyan görbületű sínen mozog, melynél a görbületi sugár $r = 1$ km?

171. Mekkora a vonzás és a gyorsulás két egymástól 1 m távolságban lévő, egyenkint 5 kg súlyú vasgolyó között; mily nagyok a keresett értékek, ha

a két golyó érintkezik egymással, ha a golyók (súrlódás nélkül) közeledhetnének egymáshoz; mekkora utakat tennének meg a nehézség következtében; mennyi időre lenne szükségük 1 cm nagyságú út megtételére?

172. Számítsuk ki, mennyi idő alatt végezné el földkörüli útját a Hold, ha távolsága valamely véletlen folytán felényire csökkenne?

173. Mekkora a szabadesés gyorsulása a Jupiter bolygón. Tömege 350 szer, sugara pedig 11·3 szer nagyobb, mint a Földé?

174. Valamely vékony pálca rajta átmenő függőleges tengely körül forog. Egyik végére $P = 6$ kg, másik végére $Q = 1\cdot5$ kg nagyságú súly van függesztve olyképen, hogy az elsőnek a súlypontja a forgási tengelytől $d_1 = 30$ cm, a másodiké $d_2 = 110$ cm távolságban van. A forgási idő $t = 0\cdot5$ másodperc. Mekkora huzást szenved a tengely ezen forgási idő alatt?

175. Határozzuk meg a Jupiter és a Nap tömegének az arányát a következő adatok alapján. A Jupiter távolsága a Naptól 778 millió km, vagyis 1845-szörte nagyobb, mint első holdjának a Jupitertől mért távolsága. A Jupiter keringési ideje kerek számban 12 év (pontosabban 4333 nap); említett holdjának a Jupiter körül való keringési ideje pedig 1 nap, 16 óra, 18 perc.

176. A negyedik Jupiter holdnak a Jupitertől való távolsága 4·5-szer akkora, mint az első holdé, keringési ideje pedig 16 nap, 8 óra és 47 perc. Ugyanezen adatok alapján végezzük az előbbi feladatban kívánt számítást és állapítsuk meg az eredmények helyességét.

177. Milyen sebességgel haladhat valamely 7500 kg súlyú vasúti kocsia a felborulás veszedelme nélkül

olyan görbe pályán, melynek görbületi sugara 250 m, ha a kocsi súlypontja a földszintől 14 m-nyire van, a sinek szélessége pedig a normális 1.44 m?

178. Számítsuk ki még, hogy az előbbi példa adatainak megtartása mellett, miként fokozható a vasúti kocsi gyorsaságának maximális értéke, ha a külső sín magasságát oly módon emelik, hogy a sín-tartó gerendák (talpfák) síkja a vízszintessel $2 \cdot 5^0$ nyi szöveget alkot?

179. Határozzuk meg, mekkora értékkel csökkenti a centrifugális erő a Föld vonzóerejét az egyenlítőn?

180. Mekkora sebességet kell az $a = 4$ m gyorsulást létesítő vonzóerőtől 120 cm távolságban forgó testnek nyernie, hogy az említett távolság állandó maradjon?

8. §. Az ingáról.

181. Állapítsuk meg a 0.6 és 1.5 m hosszú ingák lengésszámainak az arányát.

182. A másodperc-inga hosszúsága a sarkoknál 0.99618 m, Budapesten 0.993,796 m, az egyenlítőn 0.99,093 m; határozzuk meg, mennyi ezeken a helyeken a nehézségi gyorsulás értéke?

183. Valamely helyen a másodperc-inga hosszúsága 0.940 m egy test 20 m magasról esik a földre. Mekkora a végsebessége?

184. Mennyivel kell Budapesten a másodperc-inga hosszúságát növelni, hogy naponként egy lengéssel többet végezzen, mint most és mennyi lesz akkor a napi lengések száma

185. Mennyi idő alatt végez Budapesten, ahol $g = 9.8088$ m az 1 m hosszúságú inga 600 lengést?

Mekkora azon ingának a hosszúsága, amely ugyan-
csak annyi idő alatt 1500 lengést végez?

186. Valamely helyen az 1 m hosszúságú inga
5 perc alatt 298 lengést végez; mennyi azon a helyen
a másodperc-inga hosszúsága?

187. Valamely 1·8 m hosszúságú inga a meleg
emelkedése következtében eredeti hosszúságának egy
hatszázad részével megnövekszik. Mennyivel módosul
ezáltal a lengési szám? Ha az valamely ingaórának
lenne az ingája, mekkora késést mutatna az óra a
kiterjedés következtében?

188. Mennyivel sietne az az ingaóra, melyet az
egyenlítőről az északi sarkra vinnének?

189. A nehézségi gyorsulás a Napon 275 m sec^{-2} , a Holdon $1\cdot63 \text{ m sec}^{-2}$. Mennyi ezeken a
helyeken a másodperc inga hosszúsága?

190. Az l és l_1 hosszúságú ingák lengési idői
között az l hosszúságú inga lengési idejének abszolút
értékéhez viszonyítva $\frac{1}{n}$ különbség mutatkozik. Ha-
tározzuk meg l függvényeként az l_1 hosszúságú inga
hosszúságának az értékét.

191. Mennyivel késnék az az ingaóra, melyet Buda-
pestről az egyenlítőre vinnének? Milyen változtatást
kellene tenni az órán, hogy a pontos időt mu'assa?

192. Valamely helyen Foucault ingakisérletét
elvégezvén, azt tapasztalták, hogy azon a helyen
26 óra 50 perc lenne szükséges az inga síkjának
egy teljes körülfordulására. Mennyi annak a helynek
a földrajzi szélessége? Mennyi idő kellene a teljes
körülforgásra Budapesten?

193. A Föld valamely helyén a másodperc-inga
hosszúsága $0\cdot997 \text{ m}$. Mennyi azon a helyen a nehéz-
ségi gyorsulás? Mennyi a légüres térben egy köb-

deciméter 4^0 -ú víz súlya, tudván, hogy Párisban, amely helyre nézve a mértékrendszert vonatkoztatjuk, a nehézségi gyorsulás értéke $9\cdot8099$ m és egy köbdeciméter 4^0 -ú víz súlya 1 kg?

194. Állapítsuk meg a nehézségi gyorsulások viszonyát ama két helyen, melyeken az 1 m, illetőleg $1\cdot012$ m hosszúságú ingák lengési idői egyenlők.

195. Valamely helyen az Atwood-féle esőgép két súlya egyenként P gr. A túlsúly p gr. Az esés útja a túlsúly következtében az n -edik másodpercben l cm. Határozzuk meg, mennyi azon a helyen a másodperc-inga hosszúsága és mennyi a g értéke?

196. Mennyi a hosszúság-különbsége a másodperc-ingáknak ama két helyre vonatkozólag, melyeken a nehézségi gyorsulás értéke $9\cdot812$ m, illetőleg $0\cdot798$ m?

197. Egy másodperc-inga úgy van szabályozva, hogy egy teljes kilengése 6^0 . Mennyivel változik a lengések napi száma, ha a kilengés értéke 7^0 -ra emelkedik?

198. Az az idő, amely alatt a test a 131 m hosszúságú lejtőn esik 3 másodperccel több, mint az 5 m hosszúságú inga két lengésének az ideje. Mennyi idő alatt végezné az útját a test a lejtő hosszán, ha a lejtő hajlásszögét 5^0 -kal növeljük?

199. Ismervén a Föld sugarát (6378 km) határozzuk meg, hogy milyen l' hosszúságot vesz fel a másodperc inga hosszúsága 1250 m-nyi magasságban a tengerszín fölött.

200. Valamely ingarúdra forgási tengelyétől 220 mm-nyire 200 g-nyi súlyt alkalmazunk. Milyen nagyságú súlyt kell alkalmazni a forgási tengely fölött, hogy az lengéseit egy másodperc alatt végezze?

9. §. Mechanikai munka és elevenerő.

201. Mekkora az 1 kg súlynak 1 dm magasságból történő esésekor létesített munka?

202. Mekkora munkakifejtéssel jár 1 q-nak 3 m magasra emelése?

203. Hány cm magasságból kell esnie a kg tömegnek Budapesten, hogy a kifejtett munka 980·88 megaerg legyen?

204. Hány erg foglaltatik a kilogramméterben?

205. Valamely 75 kg súlyú túrista az 1920 m magas hegyre három és félóra alatt jut fel. Mennyi az átlagos munka végzése másodpercenként?

206. Mi a munkaképessége (effektusa) annak a vízesésnek, melynél másodpercenként 630 kg víz esik le 5 m magasságból?

207. Számítsuk ki, hogy mekkora tömeget képes a 15 kg-nyi erő úgy mozgatni, hogy az 8 másodperc alatt 1 km-nyi utat tegyen meg?

208. Valamely 50 gr nagyságú tömegre 9000 din-nyi állandó erő hat s e hatás következtében a test 20 cm-nyi elmozdulást szenved. Mennyi az elmozdulás végpontjában a test sebessége?

209. Valamely 30 kg-nyi erő 10 másodpercig hat a 30 kg súlyú testre. Mekkora uton képes az a nyert eleven ereje következtében 1200 kg ellenállást egyőzni?

310. A 0·8 kg súlyú kalapáccsal szöget verünk egy fába. Ha a kalapács sebessége 1500 kin és a szög az ütés következtében 3 cm-nyire hatol a fába, mennyi kilogrammokban kifejezve a fa által kifejtett ellenállás?

211. Számítsuk ki, hogy mekkora sebességgel hagyja el az ágyúgolyó az ágyúcsövet, ha a golyónak

a súlya 22 kg, az ágyú súlya 3800 kg és az ágyú a golyóéval ellenkező irányban a reakció következtében 1·2 m nyi sebességet nyer?

212. Egy golyó keresztmetszetén másodpercenként 5500 kg víz folyik át 1·6 m-nyi átlagos sebességgel. Számítsuk ki ennek a folyóvíznek az eleven erejét.

213. Mennyi ideig fog futni a gőz elzárása után a vízszintes síneken az a 9000 kg súlyú vasúti kocsí, mely a gőz elzárása előtt 14 m-nyi sebességgel haladt, ha a legyőzendő ellenállás értéke 30 kg? Mekkora a vasúti kocsí által a gőz elzárása után megtett út?

214. Mennyi a 20 kg súlyú 550 m sebességgel kilőtt ágyúgolyónak az eleven ereje?

215. Tudván, hogy egy hőegység (kalória) 424 kgm-nyi munkát képes végezni, számítsuk ki, hogy a 15 m sebességgel haladó 6000 kg súlyú vasúti vonat, amely a fékezés után még 1·2 km nyi utat tesz meg, mekkora ellenállást győz le és mily nagy a súrlódás következtében keletkezett melegmenyiség?

216. Mily nagy annak a 210000 kg súlyú vasúti vonatnak az eleven ereje, amely 10 m-nyi sebességgel teszi az útját?

217. Valamely test a vízszintes síma felületen 15 m sebességgel mozog. Mekkora utat fog megtenni, ha a súrlódási koefficiens $\epsilon = 0\cdot05$?

218. A 15 m sebességgel haladó 350 kg súlyú test 500 kgm-nyi munkával egyenlő értékű ellenállást kénytelen útjában legyőzni. Milyen változást szenved ennek következtében a sebessége?

219. A 180 20'-nyi esésű folyó az 1·6 km-nyi uton minden órában 80000 tonna vizet szállít 6 dm átlagos sebességgel tova. Mekkora a folyóvíz által létesített mechanikai munka értéke naponként és

milyen sebességgel érkezik a víz a jelzett pálya végére, ha a súrlódási koefficiens $\varepsilon = 8 \cdot 18$?

220. Mekkora utat tesz meg a 12 m sebességgel haladó vasúti vonat a gőz elzárása után, ha a súrlódásból eredő ellenállás a vonat súlyának 300-ad részével egyenlő?

221. Mennyi a súrlódási koefficiens, ha a 63 tonna súlyú, 15 m sebességgel haladó vonat a gőz elzárása után még 1.2 kilométernyi utat tesz meg?

222. Mekkora erő szükséges arra, hogy a vízszintes pályán haladó a súlyú és v_1 sebességű vonatnak a sebességét t percen belül $v_2 > v_1$ -re emelje?

223. A Q súlyú és v sebességű vonatnak a gőz teljes elzárása után még olyan ellenállást kell legyőznie, mely a q súlyú test nyomásával egyenlő értékű. Mekkora l utat tesz még meg a vonat, a megállás pillanatáig?

224. Mennyi az effektusa annak a lónak, amely a 12 q súlyú kocsit egy óra alatt 10 km-nyire képes elszállítani, ha az ellenállás a kocsi súlyának 45-öd részével egyenlő?

225. Valamely Q kg súlyú test olyan vízszintes pályán mozog, melyen a súrlódási koefficiens értéke ε . Ha a testnek a sebessége valamely pillanatban v , számítsuk ki, mennyi idő múlva száll le a sebesség a felére; mennyi mindkét pillanatban a mozgó test eleven ereje; mennyi a két időpillanat között megtett út; milyen távolságban és mikor jön a test nyugalomba?

10. §. Szilárdság és rugalmasság.

226. Mekkora megterhelést bír meg az eltörés veszedelme nélkül a 25 mm² keresztmetszetű kovácsolt vasból készített rúd?

227. Mekkora megterhelést kell alkalmazni, hogy a 20 mm^2 keresztmetszetű kovácsolt vasból készített rúd eltörjön?

228. Végezzük a két előbbi példában kívánt számításokat arra az esetre vonatkozólag, ha a rúd sárgarézből van és keresztmetszete 4 cm^2 .

229. Mekkora nagyságú lehet az a súly, melyet a 10 cm^2 keresztmetszetű fagerenda még az eltörés veszedelme nélkül hordozhat, ha hordási modulusának az értéke 1.8 ?

230. Mennyivel hosszabbodik meg az előbbi példában adott keresztmetszetű 1.5 m hosszúságú gerenda 20 q megterhelésnél?

231. Mekkora a rugalmassági modulusa az arany-nak, ha a 6 dm hosszú 3 mm^2 keresztmetszetű arany-drót 6.3 q megterhelésnél 2.1 mm -rel nyúlik meg.

232. Az ezüst rugalmassági modulusa 7274 kg (vagyis ez ama súly, mely az 1 mm^2 keresztmetszetű pálcát a saját hosszával megnyujtaná, ha a pálca szilárdsága (erőssége) ezt a megterhelést megbirná), számítsuk ki az ezüst rugalmassági koefficiensét.

233. Az öntött acél rugalmassági koefficiense 0.000051 . Számítsuk ki, mennyi az öntött acél rugalmassági modulusa?

234. Mekkora megterhelés mellett lehet összezúzni a 25 cm hosszú, 12.5 cm széles és 6.25 cm magas téglát, ha azt legnagyobb keresztmetszetével a földre helyezük, tudván, hogy a téglának visszaható szilárdsága (erőssége) 1.25 ?

235. Hány ilyen téglá rakható legfeljebb egymásra, ha 1 m^3 téglá súlya 1.7 q ?

11. Az ütközésről.

236. Két rugalmatlan golyó, melyeknek 5, illetőleg 7 kg a súlyuk és 8, illetőleg 6 m a sebességük, egy irányban mozog. Miután a nagyobb sebességgel mozgó golyó utolérte a másikat, összeütköznek. Mennyi lesz ütközés után a közös sebesség nagysága?

237. Két rugalmatlan golyó 95 m, illetőleg 50 m sebességgel egymással szemben halad. Ütközés után a közös sebességük, mellyel a nagyobb sebességű golyó irányában mozognak 40 m. A két golyó együttes súlya 22 kg volt. Számítsuk ki, mekkora volt a golyók súlya külön-külön és mekkora a veszteség az eleven erőben az ütközés után?

238. Mekkora lesz két ellentétes irányban jövő rugalmatlan golyó közös sebessége az ütközés után, ha az egyiknek súlya 3 kg, eredeti sebessége 4 m, a másiknak súlya 5 kg, eredeti sebessége 6 m volt?

239. Valamely 5 kg súlyú rugalmatlan golyó 8 m sebességgel ütközik az ugyancsak rugalmatlan 14 kg súlyú nyugvó golyóba. Milyen lesz a két golyó közös sebessége ütközés után?

240. Valamely síma lapon, ahol a surlódási koefficiens $\epsilon = 0.02$ nyugalmi helyzetben van egy 4 kg súlyú rugalmatlan golyó. Ehhez egy 7 kg súlyú szintén teljesen rugalmatlan golyó ütközik s az ütközés következtében az első golyó 80 m nyire tovább gurult a síma lapon. Mekkora volt a mozgó golyó sebessége az ütközés pillanatában?

241. Két együttvéve 50 kg súlyú tökéletesen rugalmatlan golyó ellenkező irányból jöve, összeütközik egymással és 10 m közös sebességgel mozog tovább ütközés után az eredetileg nagyobb sebességű golyó irányában. Mekkora volt az egyes golyók súlya, ha

eredeti sebességeik 14, illetőleg 17 m, nagyságúak voltak.

242. Két 5 kg és 7 kg súlyú rugalmas golyó 5 m, illetőleg 7 m sebességgel halad egymás után. Miután a nagyobb sebességű golyó utólérte a másikat, bekövetkezik az ütközés. Mekkora lesz ütközés után az egyes golyók sebessége?

243. Két rugalmas golyó közül az egyik 1 kg, a másik 2 kg súlyú, az elsőnek ütközés előtt 25 cm a sebessége. Mekkora kell lenni a másik golyó sebességének, hogy az első az ütközés után nyugalmi helyzetbe jusson? Mennyi lesz a második golyó sebessége az ütközés megtörténte után? Lesz-e veszteség ütközés után eleven erőben?

244. Két ugyanazon irányban haladó rugalmas golyó közül az elsőnek súlya 18 dg, eredeti sebessége 4 m, a másodiknak a súlya 3 dg, eredeti sebessége 18 m. Mennyi lesz ütközés után a golyók sebessége?

245. Két ellenkező irányban haladó rugalmas golyó közül az egyiknek a súlya 10 kg, sebessége 2 m, a másiknak a súlya 2 kg, sebessége 3 m; mennyi lesz a golyók sebessége ütközés után?

246. Két adott (különböző) tömegű és adott (különböző) sebességű rugalmatlan golyó ferdén ütközik össze egymással, még pedig az egyik a közös érintősíkkal α , a másik β nagyságú szöget alkot. Milyen lesz a golyók sebessége és a közös érintő síkhoz képest az iránya ütközés után?

247. Két m_1 és m_2 tömegű rugalmas golyó v és v_2 sebességgel az érintősíkhöz α_1 és α_2 szög alatt hajolván, összeütközik. Számítsuk ki a golyók sebességét és irányát ütközés után.

248. Két tökéletesen rugalmatlan golyó közül az egyiknek a súlya 2 kg, sebessége 6 m, a másik

nyugalomban lévő golyónak pedig a súlya 8 kg volt. Az ütközés 60° -ú szög alatt következik be. Mekkora sebességgel és milyen szög alatt válik el ütközés után egymástól a két golyó?

249. Végezzük el a számítást abban az esetben, ha az előbbi példában közölt adatokat megtartjuk, azonban a két golyót tökéletesen rugalmasnak vesszük.

250. Négy tökéletesen rugalmas golyó úgy van egymás mellé felfüggesztve, hogy egymással érintkezik; középpontjaik pedig ugyanazon egyenes vonalban vannak. Az első golyónak a tömege m , a második fele az elsőének, a harmadik fele a másodikénak, a negyedik golyó tömege pedig fele a harmadik golyó tömegének. Mekkora sebességet nyer a negyedik golyó, ha az első 2 cm sebességgel ütközik a második golyóba?

12. §. A folyadéknymásról.

251. Mily nagy a víz nyomása 5600 m mélységben a tenger színe alatt?

252. Valamely vízszajtó köpüi r , illetőleg R sugarú hengerek. Mekkora súlyt lehet felemelni ezen szajtóval, ha a kisebbik köpű dugattyújára p erő hat? Ha a kisebbik köpűben a dugattyú l cm utat tesz, mennyivel mozdul el minden nyomásnál a nagyobbik dugattyú? Mekkora a végzett munka mindkét oldalon? [Ha P a felemelhető súly A az egyik, a a másik alapterület, akkor $P : p = A : a = R^2 : r^2$ és így $P = p R^2 : r^2$. Ha x a második dugattyú útja, akkor $R^2 \pi x = r^2 \pi l$ és $x = l r^2 : R^2$. A végzett munkákra nézve a kis dugattyúban $M = pl$, a nagyban $M^1 = P \cdot x$. Ha ide P és x talált értékeit helyettesítjük, lesz $M = M^1$.]

253. Milyen magasra kell a vizet önteni valamely csőben, hogy a fenékre gyakorolt nyomás 4 kg legyen minden négyzet centiméternyi területre nézve, Mennyi a nyomás akkor 8 m-rel és mennyi 4 m-rel a folyadék felszín alatt?

254. Mekkora kell valamely vízszajtonál a nyomódugattyú felületének lennie, ha a másik dugattyú sugara 15 cm és ha a szajtóval (a forgató karok hatását nem tekintve) 500 szoros hatást akarunk elérni?

255. Valamely szivattyú két ága közlekedik egymással. Az ágakban a víz egyenlő magasan áll. Az egyik ág átmetszetének területe 3 dm², a másiké 4 dm². A kisebbik ágban 3411 kg megterheléssel dugattyút helyezünk a folyadék felszínére, éppen úgy a másik ágban is 4964 kg. megterheléssel. A dugattyúk közül (a súrlódásból eredő ellenállástól eltekintünk) melyik és mennyivel fog emelkedni?

256. Egy négyzetes alapú csonkagúla alakú edény alsó alapjának egy-egy éle 4 cm, a fedőlapjának egy-egy éle 3 cm. A csonkagúla magassága 15 cm. Az edényt színültig megtöltjük vízzel. Mennyi a fenéknomás? Milyen a fenéknomás nagyságának aránya az edényben foglalt víz súlyához képest?

257. Számítsuk ki, mennyi lenne a felületegységre gyakorolt és az előbbi példában meghatározott nyomás akkor, ha azt magasságának csupán kétharmad részéig töltlenők meg vízzel. Mennyi lenne az említett nyomás akkor, ha víz helyett higanyt (fajsúlya 13·6), majd borszeszt (fajsúlya 0·79) töltlenénk az edénybe?

258. Valamely vízszajtó két ágában higany van (fajsúlya 13·6). Az 1 dm² átmetszetű szűkebb ágba dugattyút alkalmazunk. Mekkora a dugattyúra gyakorolt nyomás, ha a két ágban lévő higany felszín

állása között olyan a különbség, hogy az 5 dm^2 átmetszetű nagyobbik ágban a higany felszín 3 dm -rel áll magasabban, mint a szűkebb ágban?

259. Mennyi a 6 dm élű kocka oldalaira és fenekére gyakorolt nyomása a kockába öntött víznek?

260. Számítsuk ki mennyi a 16 dm átmérőjű, 12 dm magasságú színültig vízzel megtöltött edényben az oldal- és fenéknymás nagysága és milyen arányban állanak ezek egymáshoz?

261. A víz elzárására szolgáló zsilipnél a víz-állás magassága 1 m . A zsilip deszkájának a súlya 65 kg . Mennyi erőt kell alkalmazni (a súrlódást nem tekintve) a zsilipdeszka felhúzására?

262. Mekkora súlynak felel meg légüres térben az az erő, melyet a 2.4 fajsúlyú 160 kg súlyú kő felemelésére fordítanak?

13. §. Archimedes elve.

263. Mennyi vízben az 5.2 fajsúlyú 12 kg súlyú testnek a súlyvesztése?

264. Egy 7.2 fajsúlyú vasból készített 20 kg súlyú üres golyót félig akarunk a vízbe elmeríteni. Mennyire kell a golyó falvastagságát venni?

265. Egy $a = 25 \text{ cm}$ élű 15 kg súlyú golyót vízbe meritünk. Mennyi a mutatkozó súlyvesztés?

266. Egy egyenlő falvastagságú üres fémgolyó a d sűrűségű folyadékban úszik úgy, hogy középpontja éppen a folyadék szabad felszínére esik. A gömb belső üregének térfogata v , a fém fajsúlya d^1 . Mennyi a gömb súlya?

267. Mekkora erő szükséges ahhoz, hogy a 416 kg . súlyú 104 dm^3 térfogatú vízbe esett testet a víz színéig kiemeljük?

268. A tengervíz fajsúlya 1.03 . Valamely hajó a folyó vízben annyira süpped le, hogy térfogatából 2680 m^3 kerül a víz felszine alá. Mennyi lesz a víz alá merülő térfogat akkor, mikor a hajó a tengerre érkezik?

269. Egy aranyból és ezüsből ötvözött rúd súlya a levegőben p gr. Vízben a súlyvesztesége p_1 gr. Milyen az ötvény összetétele, ha az arany fajsúlya f ; az ezüsté $f_1 < f$? [Ha az arany mennyisége x , az ezüsté y , akkor $x + y = p$ és $\frac{x}{f} + \frac{y}{f_1} = p_1$. Ezen elsőfokú egyenletrendszerből x és y értéke meghatározható]

270. Mennyire sülyed alá higanyban az a test, amely vízben 6.75 dm -nyire sülyed alá?

271. A 0.6 cm vastagságú és 8 fajsúlyú rézbádogból olyan üres gömböt kell készíteni, amely félig merül a víz alá. Mekkora kell venni a belső gömb sugarát?

272. Valamely aranypénz súlya a levegőben p gr. Az arany fajsúlya f . Mennyi a pénzdarabnak a súlyvesztesége a vízben? Alkalmazzuk a nyert eredményt a 20 koronás pénzdarabra.

273. A 8.4 fajsúlyú test éppen a 13.6 és 5.8 fajsúlyú folyadékok érintkezési felületénél úszik. Térfogatának hányadrésze merül az egyik és hányadrésze a másik folyadékba?

274. Valamely x fajsúlyú hengeralakú és m magasságú test az f és f_1 fajsúlyú egymás fölött lévő folyadékok közül a felsőben alámerül olyképen, hogy m_1 magasságú része még az alsó folyadékba is besüpped. Mekkora az x érték?

275. Valamely felül nyílt üveg pohár higanyal megterhelve $p \text{ kg}$ -ot nyom és függőlegesen alámerítve

magasságának n -ed részével süpped a vízbe. Mennyi higanyt kell még a pohárba önteni, hogy az egészen a nyílásáig a vízbe merüljön?

276. Két fém közül az elsőnek a súlya P_1 , súlyvesztése a vízben q_1 ; a másodiknak a súlya P_2 , súlyvesztése a vízben q_2 . A két fémből olyan P súlyú ötvényt készítünk, melynek a vízben szenvedett súlyvesztése q . Mennyit kellett az ötvényhez venni az egyes fémekből?

277. Egy q súlyú és r sugarú platinakorongból kúppalástot kell készíteni. E célból α középponti szögű körszeletet vágunk ki abból s azután összehajlítva a széleket összeforrasztjuk. Csúcsával vízre állítva az így elkészített kúppalástot azt vesszük észre, hogy az magasságának n -ed részéig alámerülve úszik a vízen. Ha a platina fajsúlya f , milyen nagyra kell venni az α szöveget?

278. Valamely 12 cm magasságú 7.2 fajsúlyú vasból készített üres henger egyik végére 4 cm magasságú kúppalást van forrasztva ugyanazon anyagból. Milyen mélyre sülyed alá ez a test a 13.6 fajsúlyú higanyban, melynek felszínére a magasságok merőlegesen állanak?

279. A parafából, melynek fajsúlya 0.25 egy $r = 3$ cm sugarú gömböt készítünk s azt egy 7.2 fajsúlyú vasgömböcskével kötjük össze. Mekkora nagyságúra kell venni a vasgömb sugarát, hogy vízbe mártva a két golyó egyensúlyban maradjon? Mennyi a kért sugár értéke akkor, ha a gömböket 0.79 fajsúlyú borszeszbe mártjuk?

280. Egy vasból készített hasáb, melynek keresztmetszete a alapú és m magasságú egyenlőszárú háromszög oly módon úszik a higanyban, hogy legnagyobb lapja vízszintesen helyezkedik el. Magassá-

gának hányadrészeig merül a hasáb a higanyba, ha a vas fajsúlya f , a higanyé F ?

281. A 8·8 fajsúlyú rézből egy hengert, a 22 fajsúlyú platinából egy gömböt készítenek. Úgy a hengernek, mint a gömbnek egyenlő és pedig 3 cm a sugara. Az így elkészített két testet valamely közönséges kalmármérleg két serpenyőjére akasztják s azután a platinagömböt 13·6 fajsúlyú higanyba, a rézhengert 1 fajsúlyú vízbe merítik alá. Mekkora kell venni a rézhenger magasságát, hogy a mérleg mikor a két test teljesen bemerült a folyadékokba, egyensúlyt mutasson?

282. A 7·2 fajsúlyú vasból és a 11·4 fajsúlyú ólomból 7·5 kg súlyú ötvényt állítanak elő. Mennyit kell az ötvénynek az egyes fémekből tartalmaznia, hogy a testnek a vízben szenvedett súlyvesztése éppen 1 kg legyen?

283. Valamely f fajsúlyú l hosszúságú fahenger alsó részére ugyanolyan keresztmetszetű l' hosszúságú és f' fajsúlyú vashengert erősítenek s az egészet vízzel telt edénybe mártják. Határozzuk meg milyen mélyen merül alá a két hengerből álló rendszer és mekkora a metacentrumnak a hengerek közös súlypontjától számított távolsága?

284. Egy közlekedő edény két ágának keresztmetszetei a^2 és A^2 területűek. Mindkét ágban higany van, melynek fajsúlya f . Most az első ágba n cm³ olyan folyadékot öntünk, mely az eredetivel nem keveredik s a fajsúlya $f' < f$ s ebbe p grammnyi úszó tömeget teszünk. Mennyire emelkedik a higany a másik ágban? [$x = (nf' + p) : (a^2 + A^2) f$]

285. Milyen arányban kell, hogy egy platina és egy vasgömb súlyai egymáshoz álljanak, ha azt akar-

jük elérni, hogy összekötve a két golyót és higanyba merítve őket, egyensúlyt tartsanak? A higany faj-súlyát 13·6-nek, a platináét 21-nek, a vasét pedig 7·8-nek vesszük.

14. §. Sűrűségmeghatározások.

286. Egy homokkő darab a levegőben 18 kg-ot, vízben 10·5 kg-ot nyom. Mennyi a homokkőnek a sűrűsége?

287. Mennyi egy kg ólomnak a térfogata? Az ólom sűrűsége 11·4.

288. Valamely 1·2 kg súlyú és $d = 7$ fajsúlyú testet összekeverünk egy másik testtel, amelynek súlya 0·6 kg, sűrűsége pedig $f' = 5$. Mennyi lesz a keveréknek a sűrűsége?

289. Valamely üres üveg súlya p . Ha azt vízzel töltjük meg súlya P -re emelkedik. Ha a víz helyett ólomreszeléket öntünk belé P_1 lesz az ólomreszeléssel telt üveg súlya. Ha most végül a reszelék által üresen hagyott tér betöltésére vizet öntünk az üvegbe a súlya P_2 -re emelkedik. Mennyi az üreg térfogata? Mennyi gr-okban kifejezve az itt említett anyagok súlya? Végül mennyi az ólom sűrűsége?

290. Zinkből és ólomból olyan 55 gr súlyú golyót állítunk elő, melynek sűrűsége 10. Mennyit kellett venni a zinkből és mennyit az ólomból, tudván, hogy az előbbinek 7·2, az utóbbinak 11·4 a sűrűsége?

291 Mennyi rézet kell 500 gr ezüsthöz ötvözni, hogy az ötvény sűrűsége 10 legyen? A réznek 8·9, az ezüstnek 10·5 a sűrűsége?

292. A p súlyú parafadarabhoz egy p' súlyú ólomdarab van hozzákötve. Együttes súlyuk a vízben p'' . Mennyi a parafa sűrűsége, tudván, hogy az ólomé d ?

293. Koronaüvegéből, amelynek a fajsúlya 2·6 és aranyból, amelynek a fajsúlya 19·3 egyenlő sugarú gömböket állítunk elő. Az egyik gömböt — a különben súlytalannak vett — olyan rúd egyik végére erősítjük, amelynek a hosszúsága 80 cm. A másik gömböt a rúd másik végére akasztjuk. Milyen távolságban kell az aranygömbtől számítva a rudat alátámasztani, hogy a két gömb teljesen víz alá merítve egyensúlyban legyen egymással?

294. A Beaumé-féle areométernél a 15^o jelzésére használt sóoldat sűrűsége 1·116 volt. Tiszta tejben az areométer 50·ot mutat. Hány fokot fog mutatni olyan tejben, melynek minden literét 300 gr vízzel hígították?

295. Valamely nemes fémből készített dísz tárgy súlya 6 kg. Mennyi ennek a vízben szenvedett súlyvesztesége, ha tiszta aranyból van és mennyi akkor, ha tiszta ezüsből van? Ha az illető dísz tárgynak vízben 5·625 kg a súlya, kérdés, mennyi aranyat és mennyi ezüstöt tartalmaz? Az aranyaknak a fajsúlyát 19·25-nek, az ezüstét 10·5-nek vesszük.

296. Egy üvegbe vizet, alkoholt és étert öntünk. Vízrel telve az üveg 250 gr-ot, alkohollal telve 210 gr-ot és éterral megtöltve 200 gr-ot nyom. Mennyi az üres üveg súlya és mennyi az éter sűrűsége, ha az alkoholé 0·8?

297. Az 1·1 sűrűségű folyadékból 2 térfogatrészt összekeverünk az 1·2 sűrűségű folyadékból vett 5 térfogatrésszel. A keveredésnél a térfogatban 1 : 136 összehúzódás mutatkozik. A keverékbe függőlegesen belemerítünk egy 1·2 m hosszú hengert és akkor azt tapasztaljuk, hogy a hengerből 6 cm magasságú rész kiáll a folyadékból. Mennyi a henger anyagának a sűrűsége?

298. A d_1 és d_2 sűrűségű cukoroldatokból $d_1 < d_3 < d_2$ sűrűségű oldatot akarunk előállítani. Milyen arányban kell az adott oldatokat e célból összekeverni?

299. Valamely cukoroldatban a Beaumé-féle aréométer a^0 -ot mutat. Milyen arányban kell vizet keverni a cukoroldathoz, hogy az a_1^0 -ot mutasson? Tudjuk, hogy az aréométer készítésekor használt sóoldat sűrűsége 15^0 -nál 1.116 volt.

300. Egy ezüsből (fajsúlya 10.5) és egy ébenfából (fajsúlya 1.2) készített golyó légüres térben teljesen egyenlő súlyú volt. A két golyót egy mérleg két serpenyőjére akasztván vízbe (fajsúlya 1) merítjük. Az ezüst golyó teljesen bemerül a vízbe, az ébenfagolyó azonban csak annyira, hogy megint egyensúly létesüljön. Mekkora rész marad kint a levegőben (fajsúlya 0.001293) az ébenfagolyóból?

301. Egy a nyakán lévő jegyig 100 gr vízzel megtölthető üveg pontos súlya 28.5 gr. Mennyit fog nyomni az üveg, ha azt 0.79 fajsúlyú borszesszel és mennyit akkor, ha 2.47 fajsúlyú klórral töltjük meg?

302. Egy állandó súlyú és egyenlő fokokra osztott aréométer 0^0 -a nyelének a közepetáján van. Ebből lefelé számítjuk a negatív, felfelé a pozitív fokokat. Az aréométer az 1.45 sűrűségű folyadékban -50^0 ig, a 0.79 sűrűségű alkoholban $+25^0$ -ig süpped be. Mennyi annak a folyadéknak a sűrűsége, melyben 0^0 -ig száll le az aréométer? Mennyire száll alá a 0.87 fajsúlyú terpentinolajban?

303. Parafából, amelynek 0.24 a sűrűsége 20 gr súlyú tetraedert készítenek. Mennyi a tetraeder egy-egy éle?

304. Milyen mélyen süllyed alá vízben a 15 cm sugarú köralapú henger, melynek hosszátmetszete négyzet, ha a henger anyagának fajsúlya 0·92?

305. Fenyőfából (ajsúlya 0·58) és öntött vasból (fajsúlya 7·5) annyit kell összekötni, hogy a közös fajsúly 1 legyen. Milyen súlyú darabokat kell venni az egyes említett anyagokból?

15. §. A folyadékok mozgása.

306. Milyen sebességgel ömlik ki a víz egy a felszín alatt 5 m mélységben lévő nyíláson?

307. Milyen sebességgel ömlik ki a víz a 6 m magasságig megtöltött víztartó alján készített nyíláson?

308. Mekkora nyomást kell alkalmaznunk, ha azt akarjuk elérni, hogy valamely víztartóból a víz tükre alatt 6 m-nyire fekvő nyíláson 15 m sebességgel folyjon ki a víz?

309. Valamely a földfelszíntől 12 m magasságban lévő nyíláson úgy folyik ki a víz, hogy a vízszintes síkot a nyílástól 1·3 m-nyi távolságban éri el. Mennyi a kiömlő folyadék sebessége és milyen magas a nyomást létesítő vízoszlop?

310. Mennyi víz ömlik ki óránként a vízfelszíntől állandóan 6 m-nyi mélységben maradó 8 cm² nagyságú nyíláson?

311. Valamely víztartóban a víz állandóan 2 m magasságban marad. A víztartó alján egy $r = 1$ cm sugarú köralakú nyílás van. Mennyi víznek kellene kifolyni a nyíláson 10 perc alatt, ha kontrakció nem lenne és mennyi a valóban kiömlő víz mennyisége, ha az összeszorulási koefficiens értéke 0·6?

312. Mennyi víznek kell óránként a 10 cm^2 nagyságú alsó nyílással ellátott víztartóba jutni, ha a nyíláson állandóan ömlik ki a víz és ha a nyomásmagasság 2 m ?

16. §. A légnyomásról.

313. Mily nagy a légnyomás egy 2 m^2 nagyságú felületre nézve, ha 1 cm^2 -re annak értéke 1.03 kg ?

314. Hány atmoszférányi a nyomás 2 km mélyen a tenger felszíne alatt?

315. A Föld felszíne kerekében 510 millió négyzetkilométer. Mennyi az egész légkör súlya, ha a légkör egy 76 cm magas higanyoszloppal helyettesíthető?

316. Az $a \text{ cm}^2$ területű nyílást egy $p \text{ kg}$ súlyú szelep zárja el. Mennyire kell a szelepet megterhelni, ha azt akarjuk elérni, hogy az csak m atmoszférányi nyomáskülönbséggel legyen felnyitható?

317. Az 5 dm^2 felületű magdeburgi féltétekre belülről 6 mm nagyságú higanyoszlop súlyával egyenlő légnyomás nehezedik. Mekkora erőt kell alkalmazni a két félgömb szétválasztására?

318. Mennyi a térfogata a 0° -nál 3 gr levegőt tartalmazó edénynek, hogy a levegő 0.5 kg nyomást gyakoroljon minden négyzetcentiméternyi területre? Egy liter levegő súlya 1.3 gr .

319. Egy buvárharang 25 m -nyire száll alá a tenger vizében. Eredeti térfogatának hányadrészére szorul össze a benne foglalt levegő? Milyen mélységben lesz a levegő térfogata éppen a felényi?

320. Egy barométert, melyben a higanyoszlop m magasságban áll, d sűrűségű folyadékba mártunk, Mekkora lesz a higanyoszlop magassága x a baro-

métercsőben, ha a folyadék nivó és a barométer csészéjében lévő higany nivó között a magasságkülönbség m ? A higany sűrűsége D . Hogyan kell értelmeznünk a nyert eredményt: 1. ha $d > D$, 2. ha $d < D$?

321. Valamely helyen a barométerállás 731·6 mm. Ugyanakkor az illető hely fölött emelkedő hegyen 725·4 mm. Milyen nagy a két hely között a magasságkülönbség?

322. Mekkora 0° -nyi hőmérsékletnél 2460 m magasságban a tengerszín fölött a barométerállás, ha ugyanakkor annak állása a tengerszínén 760 mm?

323. Milyen magasra kell vinni a barométert a tenger színe fölé, hogy (egyenlő hőmérsékletet tételezve fel) abban a higanyoszlop magassága felényire szálljon alá?

324. Magasságmérésnél az alacsonyabb fekvésű helyen a hőmérséklet $16^{\circ}50$ C, a barométer higanyoszlopának a magassága 804·8 mm. Ugyanakkor a magasabban fekvő ponton a hőmérséklet $3^{\circ}50$ C, a barométerállás 594·3 mm. Mennyi a két hely között a magasságkülönbség?

325. Mennyi a levegő sűrűsége 12 km magasságban, ha a levegő temperaturája -4° C?

326. Mennyi a 3 dm^3 térfogatú testnek a levegőben szenvedett súlyvesztesége?

327. Mennyi a súlyvesztesége levegőben egy 5 kg súlyú ébenfa golyónak, a melynek fajsúlya $1^{\circ}2$?

328. Milyen magasra emelkedik a $0^{\circ}48$ fajsúlyú világítógázzal megtöltött 700 m^3 űrtartalmú léggömb, ha az összes megterhelés 36 kg?

329. Valamely x térfogatú léggömböt $0^{\circ}07$ fajsúlyú hidrogénnal töltenek meg. A léggömbnek 1200 m magasra kell szállania és összesen 280 kg súlyt a

magasba emelnie. Legalább is mekkora értékűnek kell x -nek lennie?

330. Valamely üveggömb levegőben 125 gr-ot, szénsavban 122 gr-ot nyom. Mekkora lenne a súlya hidrogénban? A szénsav sűrűsége 1.53, a hidrogéné 0.069.

331. A 10.4 és az 1.5 sűrűségű anyagokból gömböket készítenek, még pedig olyan módon, hogy a két gömb egy hidrosztatikai mérleg serpenyőjére akasztva légüres térben éppen egyensúlyban legyen. Az első gömböt azután teljesen vízbe merítik, a második gömb pedig annyira merül a vízbe, hogy az egyensúly továbbra is fennálljon. Milyen arányban áll a második gömbnek vízbe merülő térfogata annak egész térfogatához?

332. Mennyi a hordképessége a 0.0695 fajsúlyú hidrogénnel töltött léggömbnek, ha boritékának súlya 65 kg? A boriték minden négyzetmétere 0.2 kg-ot nyom.

333. Számítsuk ki annak a léggömbnek a sugarát, melynek hordképessége 600 kg. A megtöltésére használt hidrogén köbméterének súlya 80 gr. Magának a gömbnek a súlya pedig 100 kg.

334. Valamely légszivattyú köpűjének a dugattyútól eltekintve 240 cm^3 a térfogata. Az üvegharangnak a térfogata 3000 cm^3 . Mekkora lesz a levegő sűrűsége az üvegharangban a 10-ik dugattyúhúzás után?

335. Valamely légszivattyúban 10 dugattyúhúzás után 42 mm a barométer állása. A légszivattyú köpűjének a térfogata 1500 cm^3 , az üvegharangé pedig éppen háromszor akkora. Mennyi a barométer higanyoszlopának magassága a szabad levegőn?

336. Valamely légsűrítő köpűjének a térfogata v . A recipiensé V . Mekkora lesz a levegő sűrűsége a recipiensben n dugattyúhúzás után?

337. Egy szivornya (a higanynak egyik edényből a másikba eresztésére szolgál) két vége a higanyba merül és az egész egy működésben levő ritkító légszivattyú burája alá van helyezve. Mennyi a belső levegő nyomása abban a pillanatban, amikor a higany megszűnik folyni?

338. Valamely sűrítő légszivattyú recipiensének a sugara 1 dm. A köpű 2 cm átmérőjű és 50 cm magasságú henger. Hány dugattyúhúzás után fog a recipiensben a levegő nyomása öt atmoszférányi lenni, ha a barométerállás 748 mm.

339. A magdeburgi féltekéket közvetlenül a ritkító légszivattyú köpűjére erősítjük. A féltekék sugara 5 cm. A szivattyú köpűjének térfogata (a dugattyút figyelmen kívül hagyva) 240 cm^3 . Mennyi lesz a féltekékben foglalt levegő feszültsége a 10-ik dugattyúhúzás után és mekkora erőt kell a két oldalon alkalmazni, hogy a tekék szétválaszthatók legyenek?

340. Legalább is mekkorának kell lenni ama 1 mm vastagságú rézlemezről készített teljesen üres gömb sugarának, amely a 0^0 -ú levegőben a normális 760 mm nagyságú légnyomásnak alávetve még fenn képes magát tartani? A réznek a sűrűsége 0^0 -nál 8·85, a levegő fajsúlya pedig 0·001293. (Ezt a feladatot 1773-ban, 10 évvel a léghajózás feltalálása előtt Meusnier tábornok, Lavoisier munkatársa ajánlotta megoldásra. A megoldás menete a következő. Ha V jelenti az egész gömb, v a belső üreg térfogatát, akkor 8·85 $(V - v) = 0\cdot001293 \cdot V$. Innen $v : V$ meghatározható. Ámde $v : V = r^3 : R^3$, ahol $r = R - 1$ stb.)

17. §. Boyle-Marlotte törvénye.

341. Egy U alakban meghajlított manométercső csukott ágában a higanyoszlop magassága 10 cm, a higanyoszlopé alatta 18 cm, ugyanakkor a nyitott ágban 40 cm a higanyoszlop magassága. Mennyire emelkedik a higanyfelszín a csukott ágban, ha a nyitott ágban annak magasságát 70 cm-re emeljük? (A beszorított levegő hőmérsékletváltozását figyelmen kívül hagyjuk.)

342. Egy m magasságú hengeralakú épruvettában egy atmoszférányi nyomású levegő van. Mennyire kell az épruvettát nyílásával lefelé higanyba meríteni, hogy a bennfoglalt levegő térfogata a felé nyire csökkenjen?

343. Egy U alakban meghajlított k keresztmetszetű cső rövidebb végére v térfogatú üveggömb van forrasztva. A meghajlított cső két ágában higany van, amely a gömbbe és a gömbtől lefelé h magasságban a rövidebb csőbe is normális feszültségű levegőt zár el. Mekkora magasságú d (a higanyénál kisebb) sűrűségű folyadékot kell a nyitott ágba önteni, hogy a higany a csukott ágban egészen a gömb nyílásáig emelkedjék.

344. Az egyik végén nyitott 50 cm hosszú üvegcsövet 748 mm barométerállásnál nyílásával lefelé 30 cm-nyire egy higanyal telt edénybe mártjuk. Mekkora lesz akkor a bezárt légoszlop magassága?

345. Az előbbi adatokat megtartván, mennyire kell lemeríteni a higanyba az üvegcsövet, hogy a beszorított levegő magassága 45 cm legyen?

346. Egy szivornyaalakúlag meghajlított 1 cm^2 keresztmetszetű üvegcső rövidebb, csukott ágában 10 cm magasságú légoszlop van higanyal elzárva

olykép, hogy a bezárt levegő nyomása akkora, mint a külsőé, tehát az elzáró higanyoszlop nivójának a magassága a két ágban teljesen egyenlő. Milyen magasan kell a nyitott ágba higanyt beönteni, ha azt akarjuk, hogy az elzárt légoszlop sűrűsége az ötszörösre emelkedjék? Mennyi lesz akkor a levegő oszlop-magassága a csukott ágban?

347. Megtartván az előbbi feladat adatait és feltételezván, hogy a cső hajlásában csap van, mennyi higanyt kell ezen a csapon kiengedni, hogy a bezárt levegő nyomása egy ötödrésznyi legyen?

348. Valamely 56 cm hosszú üvegsövet, amely egyik végén zárt volt, függőlegesen nyílásával lefelé lebecsátottak a vízbe egészen a fenekéig. A víz 500 mm magasságig hatolt be a csőbe. Számítsuk ki e helyen a víznek a mélységét és határozzuk meg a hidrosztatikai nyomás nagyságát.

349. Egy 500 cm³ térfogatú üveggömbnek hengeralakú 2 cm átmérőjű és 80 cm hosszúságú nyaka van. A gömbben 0^o-ú és 760 mm nyomású levegő foglaltatik. Az üvegsövet nyílásával lefelé 70 cm-nyire 0^o-ú higanyal telt edénybe merítjük. Mennyire hatol be a higany a csőbe?

350. Egy hengeralakú a^2 belső keresztmetszetű és l hosszúságú felső végén csukott üvegső alsó nyílását kívülről befelé nyíló szelep zárja el. A cső vízben oldhatatlan egy légköri nyomású gázzal van tökéletesen megtöltve. A csövet alsó nyílásával lefelé függőleges irányban bizonyos mélységig a tengerbe merítjük. Visszahúzáván a csövet, azt vesszük észre, hogy abban p gr súlyú tengervíz foglaltatik. Milyen mélységig volt a cső lemerítve? A hőmérsékletet 0^o-únak, a tengervíz sűrűségét d -nek vesszük.

MÁSODIK RÉSZ.

Példák az akusztika köréből.

18. §. Rezgési számok. A hang terjedési sebessége.

351. Az énekhang alsó és felső határa 24 illetőleg 1500 rezgési szám másodpercenként. Az orchesztrumok hangjainak rezgésszáma 41 és 4752 között fekszik. A még észrevehető legmélyebb hang másodpercenként 14, a legmagasabb másodpercenként 40960 rezgést tesz. Hány oktáva van ezen határok között?

352. Hány kvint van az énekhang és hány az orchesztrumok hangjainak a határai között?

353. A kamarahang a_1 másodpercenként 435 rezgést végez. Hány rezgésből áll a d_2 és a g_2 a tiszta és hányból az egyenletesen mérsékelt hangolás szerint?

354. Egy követ kútba ejtünk s az esés hangját t másodperc múlva halljuk az esés kezdetétől. Határozzuk meg 1. a hang terjedési sebességét (ismertnek tételezve fel a kút mélységét), 2. a kút mélységét (ismertnek tételezve fel a hang terjedési sebességét levegőben).

355. A hang terjedési sebességét levegőben 340 m-nek vesszük másodpercenként. Az emberi fül

egy másodperc alatt 10 hangot képes felfogni. Milyen távolságban kell valamely visszhangot adó falnak tőlünk állania, hogy egy másodperc alatt négy hangot adhasson vissza?

356. Mennyi a hullámhosszúsága a 435 rezgésből keletkező hangnak?

357. Milyen sebességgel távolodik az a lokomotív, melynél a jelzősíp hangja 522 rezgésről 502 rezgésre száll alá?

358. Mennyi a legkisebb hosszúsága valamely villámnak, ha a dörgést visszhang nélkül 4 másodpercig halljuk?

359. Valamely vasúti vonat 15 *m* sebességgel közeledik az 520 rezgésszámú hangot adó harang felé. Mennyivel emelkedik a vonaton lévő észlelőre nézve a hang magassága?

360. Két pont *A* és *B* ugyanazon egyenes mentén *x* méternyire van egymástól. A két pontot összekötő egyenessel párhuzamosan *d* távolságban egy visszaverő fal van. Az *A* pontban gerjesztett hangot a *B* pontban lévő észlelő kedvező körülmények között kétszer hallja. Először közvetlenül az összekötő egyenes irányában, másodszer a faltól visszaverődött. Mekkora *x*-nek lennie, hogy ez bekövetkezzék? Tudjuk, hogy a második hangnak egy tized másodperc múlva kell követnie az elsőt. A hang terjedési sebességét levegőben jelölje *c*.

361. Egy sziréna mindegyik lapján 15 lyuk van. A sziréna két perc alatt 800 fordulatot tesz. Mennyi a keletkezett hangnak a rezgési száma, hangjegye és hullámhosszúsága? Az a_1 rezgési száma 435. A hang terjedési sebessége 340 *m*.

362. Annak a szirénának a hangja, melynek korongján *n* nyílás van megegyezik azon hangvilla

hangjával, amely N rezgést végez másodpercenként. Mialatt egy inga egy lengést végez, a sziréna korongja m fordulatot tesz. Számítsuk ki a szóban forgó inga hosszúságát.

19. §. Húrok. Pálcák. Sípok.

363. Valamely acélból készített húr bizonyos hangot ad. Egy ugyanolyan anyagból készített második húrt, melynek keresztmetszete csupán négy-ötöde az előbbiének ugyanúgy feszítünk ki, mint az első húrt. Milyen arányt kell a két húr hosszúsága között megállapítanunk, hogy a második magasabb és az első hang között az intervallum $4:3$ legyen?

364. Két ugyanolyan vastag, ugyanazon anyagból készített húr közül az első 60 cm hosszú és 15 kg súllyal van kifeszítve; a másiknak hosszúsága 35 cm, feszítő súlya 10 kg. Milyen lesz az arány a két húr hangjának a magassága között?

365. Valamely húr anyagának sűrűsége 7 , a húr hosszúsága 1 m, keresztmetszete 0.2 mm. Mekkora súllyal kell a húrt kifeszítenünk, hogy az a 256 rezgésű hangnak az oktávját adja?

366. Két húr közül az egyiknek 0.5 m, a másiknak 1 m a hosszúsága. A húrok anyaga és keresztmetszete teljesen azonos. Az első húr 1 kg-nyi súllyal van kifeszítve. Mekkora kell venni a második húrt kifeszítő súlyt, hogy hangja megegyező legyen az előbbinek a hangjával, vagy annak magasabb oktávjával?

367. Egy monochordra két ugyanolyan keresztmetszetű, hengeralakú húrt feszítenek ki egyenlő súlyokkal. Az egyik húr 7.8 fajsúlyú vasból van és hosszúsága 1 m. A másik húrnek 21.5 fajsúlyú platina

az anyaga. Milyen hosszúra kell venni a második húrt, hogy a két húr hangja egyenlő legyen?

368. A hang a fában 12-szerte gyorsabban terjed, mint a levegőben. Milyen lesz az 1·2 m hosszú fapálca hosszrezgéseiből keletkező hang?

369. Valamely hangvillának és a 867 mm hosszúságú húrnak egyenlő a hangja. Ha a húr hosszúságát 870 mm-nyire vesszük a hangvilla hangja és a húr hangja három hangerősbödést (lökést) hoz létre két másodperc alatt. Számítsuk ki ezen adatokból a hangvilla hangjának a rezgési számát.

370. Mekkora a hullámhosszúsága a 75 cm hosszú ajaksíp alaphangjának és három első fölhangjának?

371. Milyennek kell az a_1 (435 rezgésű) kamarahangot adó nyílt ajaksípnak lennie; milyennek az ugyanolyan hangot adó fődött ajaksípnak.

372. Legyen két hang között az intervallum i , az egyes másodpercekben keletkező hanglökések száma n . A magasabb hang egy nyitott ajaksíp első fölhangja, a mélyebb hang egy méterenként g (981) gr súlyú p kg megterhelésű húr második fölhangja. Jelölje a hang terjedési sebességét levegőben c . Számítsuk ki a sípnak és a húrnak a hosszúságát?

HARMADIK RÉSZ.

Példák az optika köréből.

20. §. A fény erőssége.

373. Két fényforrás közül az egyiknek 220, a másiknak 480 normálgyertya a fényerőssége. A kettő között 75 m a távolság. Hová kell a két fényforrás között az ernyőt állítanunk, ha azt akarjuk elérni, hogy annak megvilágítása mindkét oldalon egyenlő legyen?

374. Egy papírlap síkjára merőleges síkban ugyanazon oldalon két viaszgyertyát égetünk, az egyiket 0.5 m, a másikat 1 m távolságban. Az első gyertyát x távolságyira a papírtól más pontba helyezzük. Mekkora y távolságra kell vinni a másik gyertyát, hogy a papírlap megvilágítása ugyanolyan legyen, mint előbb volt?

375. Valamely 25 m² nagyságú faltól 5 m-nyi távolságban van egy fényforrás. A fényforrástól számítva, melyik az a legnagyobb távolság, ahová a 10 dm² nagyságú ernyőt fel kell állítani, hogy a falra egy fénysugár se essék?

376. Hányszorta világítja meg erősebben a Nap a Földnél a Vénust, ha annak távolsága a Naptól 0.7 Nap-Földtávolság? Milyen a Mars és a Jupiter meg-

világításának aránya, ha azoknak a távolságát ugyanolyan egységekben 1·5, illetőleg 5·2 fejezi ki?

377. A Rumford-féle fényerősség mérőnél azt találjuk, hogy egy lámpa az ernyőtől 4·5 m-nyire és egy viaszgyertya 1·82 m-nyire egyenlően megvilágított árnyékot adnak. Mennyi a viaszgyertya fényerőssége, ha egységül a használt lámpa fényének erősségét tekintjük?

378. Valamely fényforrás két igen kicsiny síklaptól 4·2 m, illetőleg 5·5 m távolságnyra van. Az egyik lapot 30° -kal elfordítjuk. Milyen szög alatt kell elfordítani a második síklapot, hogy megvilágításának ereje az elsőével egyenlő legyen?

21. §. A fény visszaverődése.

379. A homorú gömbtükör görbületi sugara 15 cm. Mekkora távolságban kell a tárgynak a tükörtől állania, hogy egy 5-szörte nagyobb reális (virtuális) képet nyerjünk?

380. Valamely homorú tükörnek a gyújtótávolsága 11 cm. Hányszoros a tükör vonalozásának nagyítása egy 12 cm-nyire elhelyezett tárgyra nézve?

381. Egy homorú gömbtükör az előtte d távolságban elhelyezett tárgyról olyan képet ad, mely a tükör előtt d' távolságban jön létre. Hogyan és mennyire kell változtatni a tárgy helyzetét, hogy ugyancsak a tükör előtt n -szerte nagyobb távolságban jöjjön létre a kép és hányszorosa lesz eme kép a tárgynak?

382. Határozzuk meg valamely homorú gömbtükör gyújtótávolságát, ha abban a tárgynál 3-szorta nagyobb fordított kép a tárgytól 40 cm-nyire esik. Mennyi ebben az esetben a tárgy- és a képtávolság?

383. Egyenlő f gyújtótávolságú, közös tengelyű homorú és domború gömbtükör d távolságban áll egymástól. A közös tengely, mely pontjában kell a világító testet felállítani, hogy annak képe mindkét tükörben ugyanolyan nagyságú legyen?

384. Két homorú f és f' gyújtótávolságú, közös tengelyű homorú gömbtüköröt állítunk egymástól d távolságban egymással szembe. Határozzuk meg azt a pontját a közös tengelynek, amelybe egy világító pontot helyezve, annak a két tükörben létrejövő képei a tengely ugyanazon pontjába esnek.

385. A homorú, f gyújtótávolságú gömbtükör előtt A pontban van a tárgy. Azt akarjuk elérni, hogy annak képe A -tól d távolságban jöjjön létre. Mennyire kell A pontnak lennie a tükör előtt?

386. Két R görbületi sugarú gömbtüköröt, melyek közül az egyik domború, a másik homorú, szembeállítunk egymással. A közös tengely egy pontjában, még pedig a homorú gömbtükörtől $\frac{3}{4}R$ távolságban egy világító pont van, melyről a fénysugarak a homorú gömbtükörré s onnan visszaverődve a domború gömbtükörré esnek. Hol keletkezik a pont képe, ha a két tükörnek egymástól d a távolsága?

387. Valamely Newton-féle távcsővel, melynél az objektív gyújtótávolsága $3 \cdot 2$ m, az okuláré 2 cm olyan bolygót figyelünk meg, melynek szabad szemmel $1'$ -nyi a látási szöge. Milyen szög alatt jelenik meg a bolygó a teleszkópban?

388. Egy 10 cm gyújtótávolságú homorú gömbtüköröt és egy 8 cm gyújtótávolságú domború gömbtüköröt tükrözölappjaikkal egymástól 6 dm-nyire szembeállítunk úgy, hogy a tengelyük közös legyen. A két tükör között úgy kell egy testet elhelyezni, hogy a

homorú tükörben keletkező virtuális kép 15-szörte nagyobb legyen a domború tükörben keletkezőnél. Milyen távolságba kell állítani a tárgyat a homorú tükörtől?

22. §. A fény törése.

389. Egy $2r$ alapátmérőjű és magasságú hengeralakú edény fenekének közepére pénzdarab van helyezve. A pénzdarab közepéről az edény szélét érintve érkeznek a fénysugarak az észlelő szemébe. Mily magasságra kell vizet önteni az edénybe, hogy az észlelő az egész pénzdarabot láthassa, anélkül, hogy előrehajoljon? A levegő és víz törésmutatója $4 : 3$.

390. Határozzuk meg, hogy milyen eltolódást szenved a fénysugár a 80 mm vastagságú planparallel üveglapból kilépve 65° -nyi beesési szög esetében? A törésmutató $3 : 2$.

391. Milyen vastag azon tükörlap, amelynél a 60° alatt beeső fénysugár 4 mm-nyi eltolódást szenved?

392. A 40° nyi törőszögű üveghasáb törésmutatója $3 : 2$. A hasábra a törőélre merőlegesen fekvő síkban fénysugár érkezik, melynek beesési szöge 25° . Mekkora lesz a kilépés szöge és mennyi lesz az összes eltérés?

393. Határozzuk meg a hegyijegec törésmutatóját tudván, hogy a 64° -ú törőszögű ilyen anyagból készített háromoldalú hasábnál az eltérés minimuma $47 \cdot 5^\circ$.

394. Valamely átlátszó anyagból készített $\sqrt{2}$ törésmutatójú hasábra a törőélre merőleges síkban fénysugár esik az egyik oldalra. Mekkora a törőszög maximális értéke, amely mellett a megtört sugár még kiléphet a hasáb másik lapján?

395. Az 1·65 törésmutatójú 45° -nyi törőszögű háromoldalú átlátszó hasábon fénysugár halad át olymódon, hogy eltérése a legkisebb. Mekkora ezen legkisebb eltérés?

396. A koronaüveg törésmutatója 1·524. Egy ilyen anyagból készített hasáb egyik oldalára merőlegesen esik egy fénysugár, amely a hasábot 20° -nyi szög alatt hagyja el. Számítsuk ki a hasáb törőszögének a nagyságát.

397. Valamely hasáb átmetszete ABC egyenlőoldalú háromszög. A hasáb a *BC* oldalt tartalmazó lapon nyugszik. A beeső fénysugár olyan szög alatt érkezzék a hasáb egyik oldalához, hogy a megtört sugár *AB* és *AC* oldalakkal egyenlő nagyságú szögeket zárjon be. Az *AC* oldal ezüsttel van bevonva. Rajzoljuk meg a fénysugár pályáját és határozzuk meg a beesés szögét.

398. Milyen szög alatt éri a fénysugár az 1·524 törésmutatójú koronaüveg első lapját, ha a fénysugár a második lapon teljes visszaverődést szenved? A törőszög nagysága 40° .

399. Mennyi a fénytörés határszöge az alkoholra nézve?

400. Valamely egyenlőszárú hasábnak a törőszöge 45° , a törésmutatója 1·524. A hasádba érkező fénysugár a második lapon teljes visszaverődést szenved olyképp, hogy a visszavert sugár iránya merőleges az alapra. Mekkora a fénysugár beesési szöge?

23. §. Az optikai lencséről.

401. Valamely lencse gyújtótávolsága 30 cm. Az üvegnek, amelyből készült a törésmutatója 1·524. Mekkora a görbületi sugarai, 1. ha a lencse szimmetrikusan kétszerdomború, 2. ha síkdomború, 3. ha egyik görbületi sugara kétszerese a másiknak, 4. ha homorú-domború oly módon, hogy a homorú felület görbületi sugara kétszer akkora, mint a domborúé?

402. Valamely kétszer domború lencse egyik görbületi sugara 10 cm, gyújtótávolsága 6·5 cm, törésmutatója 1·5. Számítsuk ki a másik gömblap görbületi sugarát.

403. Mennyire kell valamely 4 dm gyújtótávolságú lencsétől egy lángot állítani, hogy annak képe magától a lángtól 2 m-nyire jöjjön létre?

404. Egy világító pont van a domború lencse tengelyében. Mekkora távolságban kell eme pontnak a lencsétől lennie, hogy a pont reális képének a ponttól való távolsága minimum legyen?

405. Mennyi a gyújtótávolsága a két lencséből álló kombinációnak, ha az egyiknek gyújtótávolsága 7 dm, a másiké 3 dm és a két lencsének egymástól való távolsága 1 dm?

406. Valamely kétszer domború lencse előtt, melynek az egyik görbületi sugara 12 cm, a törésmutatója 1·5, egy 12 m magas tárgy áll 200 m-nyi távolságban, milyen nagy lesz a tárgy képe és hol jön az létre?

407. Valamely r és $2r$ sugarú kétszer homorú lencse a tárgynak n -szerte kisebbített képét adja. Mi a tárgy- és a képtávolság, ha a törésmutató n ?

408. Valamely 10 cm-es gyújtótávolságú kétszerdomború lencse elé 1 cm magas egyenest kell állítani úgy, hogy a kép 10 cm legyen. Mennyi lesz a képnek a tárgytól mért távolsága?

409. Egy közös tengelyű gyűjtő- és szórólencse ugyanakkora gyűjtő távolsága 20 cm. Távolságuk egymástól 10 cm. A tengelynek melyik pontjába kell egy tárgyat állítani, hogy a lencsekombináció által létesített kép a végtelenben jöjjön létre?

410. Közös tengelyű homorú tükör és gyűjtőlencse közé egy l hosszúságú világító tárgyat állítunk. Mekkora lehet a két optikai készülék távolsága, hogy a világító testből érkező, a tükréről visszavert és a lencsében megtört sugarak révén létrejövő képe a testnek reális legyen és állapítsuk meg a nyert képek nagyítását.

24. §. A színszóródásról.

411. Valamely gömbalakú vízcsőpbe 360° -nyi szög alatt lép be a fehér fénysugár s egyszerű visszaverődés után újból kilép abból. Ha a vörös és ibolyafény törésmutatói 1,331, illetőleg 1,344, mekkora lesz a kilépő vörös- és ibolyaszínű sugarak által befogott szög?

412. Milyen nagy (ismerve a vörös és ibolya sugarak törésmutatóit) a főszivárvány szélessége, ha a Nap átmérője $31'$?

413. Valamely fénytörő anyaggal megtöltött hasáb egyik lapjára merőlegesen esik a fehér fénysugár. Törés után az ibolyafény a második lapon teljes visszaverődést szenved. Mekkora a hasáb törőszöge? Milyen eltérítést szenved a kilépő vörös fénysugár?

414. Valamely koronaüvegből készített hasáb törőszöge 45° . Milyen szög alatt lép be a fehér fény-

sugár, ha a kilépő vörös fénysugár a legkisebb eltérést mutatja? A megfelelő törésmutatók 1.53 és 1.55. Mekkora szöget zár be a kilépő vörös sugár az ibolyaszínűvel?

415. Valamely üveghasáb főmetszete egyenlő-oldalú háromszög. Egyik oldalára i beesési szög alatt fehér sugárnyalábot bocsátunk, amely törés után az átellenes oldalon teljes visszaverődést szenved s azután az alapúl szolgáló lapon, a beesési merőlegessel r szöget alkotván, kilép. Határozzuk meg i és r arányát és a kilépő sugárnyaláb természetét.

25. §. Optikai műszerek.

416. Határozzuk meg a 6 cm gyújtótávolságú lupa nagyítását a normális látástávolságú (25 cm) szemre, továbbá a 15 cm látástávolságú rövidlátó, végül a 60 cm látástávolságú messzelátó szemre nézve.

417. Milyen távolságra kell elhelyezni a 3 cm gyújtótávolságú lupa alá a tárgyat, hogy annak képe a tiszta látástávolságban tűnjék fel?

418. Milyen gyújtótávolságú szemüveget kell használnia annak a rövidlátónak, akinek tiszta látástávolsága 12 cm.

419. Egy messzelátó csak 40 cm távolságban látja tisztán a tárgyakat. Olyan szemüveget vesz, amellyel már a 30 cm távolságban lévő testeket is tisztán látja. Hány dioptriás üveg lesz az? (A gyújtólencse gyújtótávolsága 1.2 m és a dioptriák száma $1 : 1.2 = 0.8$.)

420. Valamely összetett nagyító objektívjének 0.5 cm, okulárjának 3 cm a gyújtótávolsága. Ha a tisztalátás távolságát 25 cm-nek vesszük, határozzuk meg, hányszoros az összetett mikroszkop nagyítása

az objektívtől 0·5 cm távolságban elhelyezett tárgyra nézve?

421. Valamely mikroszkop 10-szerre nagyobb fordított reális képet ad a tárgyról. Okulárjának gyújtótávolsága 1 cm. Mennyi a mikroszkop teljes nagyítása olyan szemre beállítva, melynek legkisebb látástávolsága 30 cm.

422. Egy csillagászati távcső objektívjének gyújtótávolsága 1·5 m, okulárjáé 6 cm. Mekkora távolságban kell egymástól a két lencsét beállítani, hogy egy 2·25 m-nyire az okulártól felállított ernyőn megkapjuk a Napnak a reális képét? A Napnak a látszólagos átmérője a földről 31'.

423. Egy csillagászati távcsővel olyan tárgyat akarunk vizsgálni, mely tőlünk 0·6 km-nyire van. Az objektív gyújtótávolsága 1·2 m, az okuláré 6 cm. Milyen távolságra kell egymástól a két lencsét beállítani olyan szemre nézve, melynek tiszta látástávolsága 22 cm? Mekkora kell venni a távcső hosszúságát, ha ezzel valamely végtelen távolságban lévő testet akarunk észlelni?

424. Valamely hollandi távcső objektívjének gyújtótávolsága 20 cm, az okuláré 2 cm. Határozzuk meg a távcső hosszúságát és nagyításának mérvét.

425. Egy Galilei-féle távcsővel egy az objektívtől 2·25 m távolságban lévő tárgyat akarunk vizsgálni. Az objektív gyújtótávolsága 2 cm. Mekkora kell lenni a távolságnak a két lencse optikai középpontja között és mekkora a nagyítás?

TARTALOMJEGYZÉK.

Előszó	Lap 3
------------------	----------

ELSŐ RÉSZ.

Példák a mechanika köréből.

1. §. Mértékrendszer. Egyszerű mozgások. Erő	5
2. §. Mozgások és erők összetétele. Hajítás . .	10
3. §. Esés a lejtőn	16
4. §. Az egyszerű gépekről	19
5. §. A súlypontról	23
6. §. A testek biztos állásáról	25
7. §. A középponti mozgásról	26
8. §. Az ingáról	29
9. §. Mechanikai munka és elevenerő	32
10. §. Szilárdság és rugalmasság	34
11. §. Az ütközésről	36
12. §. A folyadéknyomásról	38
13. §. Archimedes elve	40
14. §. Sűrűségmeghatározások	44
15. §. A folyadékok mozgása	47
16. §. A légnyomásról	48
17. §. Boyle-Mariotte törvénye	52

MÁSODIK RÉSZ.

Példák az akusztika köréből.

	Lap
18. §. Rezgési számok. A hang terjedési sebessége	54
19. §. Húrok. Pálcák. Sípok	56

HARMADIK RÉSZ.

Példák az optika köréből.

20. §. A fény erőssége	58
21. §. A fény visszaverődése	59
22. §. A fény törése	61
23. §. Az optikai lencséről	63
24. §. A színszóródásról	64
25. §. Optikai műszerek	65