STAMPFEL-FÉLE
MÁNYOS ZSEB-KÖNYVTÁR.
158.

Dr. Lévay Ede

Geometriai példatár

Ára 60 fill. • 30 kr.

POZSONY - BUDAPEST
KIADJA
STAMPFEL K.

STAMPFEL-FÉLE
TUDOMÁNYOS ZSEB-KÖNYVTÁR.

158.

GEOMETRIAI PÉLDATÁR.

ÖSSZEÁLLITOTTA

DR. LÉVAY EDE,
ÁLL. FŐGIMN. TANÁR.

POZSONY. — BUDAPEST.

STAMPFEL KÁROLY KIADÁSA.

1904

A „**Tudományos Zsebkönyvtár**"-ban

ugyanazon szerzőtől megjelent:

2. sz. **Számtani példatár.** 2. kiadás.
14. » **A sík trigonometriája.**
23. » **Planimetria.**
35. » **Számtan.**
44. » **Algebra.** 2. kiadás.
50. » **Stereometria.**
78. » **Mechanika.**
81. » **Akustika. Optika. Hőtan.**
85. » **Elektromosság és mágnesség.**
95. » **Analitikai síkmértan.**
115. » **Algebrai példatár.** 2. kiadás.
158. » **Geometriai példatár.**

Legközelebb megjelenik a

Matematikai formulák gyűjteménye.

1904. Eder István könyvnyomdája Pozsonyban.

ELSŐ RÉSZ.

Feladatok a planimetriához.

I. A vonal és a szög.

1. Mennyi $a+b$, ha $a = 8{\cdot}635\ m$, $b = 5{\cdot}718\ m$?
2. Mennyi $a+b+c$, ha : $a = 86{\cdot}5\ m$, $b = a+9{\cdot}86\ m$, $c = a+b+6{\cdot}01\ m$?
3. Ha 562·8 *Km*-nyire utazunk s abból 296·84 *Km*-t már megtettünk, mennyi van még hátra?
4. $c = 2a-b$; $a = 3b$; $b = 3{\cdot}56\ m$; mennyi c?
5. Mennyi $a = 5b-6c$, ha : $b = 16{\cdot}85\ m$, $c = 3{\cdot}6\ m$?
6. Ha a 7-szerese b-nek és b 3-szorosa a $c = 8{\cdot}36$ m-nek, mennyi a és b?
7. Rajzoljuk fel az $a = 32\ cm$-nyi egyenes $\frac{3}{8}$-át.
8. Adott $a = 816\ mm$-es vonal $\frac{5}{6}$-át, $\frac{8}{9}$-ét rajzoljuk fel.
9. $a = 2\ m$, $b = 5\ m$, mekkora c, ha annak nagyságát a $c = 5a+9b$ egyenlet szabja meg?
10. Hány másodperc az $\alpha = 2^0\,19'\,25''$-nyi szög?
11. Mennyi $x = 5R-7\alpha$, ha $\alpha = 53^0\,16'\,20''$?
12. Hány fok, perc és másodperc 2816''?
13. $\alpha = 48^0\,36'\,10''$, $\beta = 26^0\,42'\,56''$, mennyi $\alpha+\beta$; $\alpha-\beta$; $\frac{\alpha+\beta}{2} - \frac{\alpha-\beta}{2}$?
14. Mennyivel nagyobb 270^0, mint $\alpha = 69^0\,42'\,56''$ és $\beta = 75^0\,36'\,35''$ szögek összege; mennyivel több azok $2R$-rel növesztett különbségénél?
15. Mennyi α, ha $2R+\alpha = 3R-\alpha$-val?
16. Mennyi 5α, 9α, $9\alpha-2R$, $\frac{\alpha+R}{9}$, ha $\frac{\alpha}{8} = 12^0 20' 16''$?
17. $\alpha+\beta = 84^0\,16'\,20''$; $\alpha-\beta = 6^0\,42'\,56''$; mennyi α és β?
18. Mennyi $\alpha = 56^0\,16'\,8''$ pótló és mennyi annak mellékszöge?
19. Két pótlószög különbsége $3^0\,10'\,56''$; mekkorák e szögek?

20. Két mellékszög különbsége $36^\circ 20' 40''$; mekkorák e szögek?
21. Bizonyítsuk be, hogy a mellékszögek felező egyenesei merőlegesek egymásra.
22. Valamely szög felező egyenese annak csúcsszögét is felezi.
23. Három egymást egy pontban metsző egyenesnél a nem szomszédos bármely három szög öszszege 180°.
24. A párhuzamos szárú szögek felezői párhuzamos, vagy egymásra merőlegesen álló egyenesek.
25. Bizonyítsuk be ugyanezt a merőleges szárú szögek felező egyeneseiről is.
26. Két párhuzamos egyenest átszel egy harmadik. Az e réven keletkező egyik szög $39^\circ 56' 8''$. Mekkora a többi 7 szög?
27. Az így származott szögeknél a társszögek felező egyenesei merőlegesek egymásra; ellenben a váltó- és megfelelő szögek felezői egymással párhuzamosak.
28. Mekkora szöget zár be a két óramutató 8 órakor, 11 órakor?
29. Mekkora szöget ír le a kis mutató 3 óra 50 perc alatt?
30. Mekkora szöget ír le az óra nagy mutatója 26 perc alatt?

II. A síkidomok alkotórészeinek összefüggése
Egybevágó síkidomok.

31. Az egyenlőszárú háromszögben az alappal átellenes szög $102^\circ 26' 18''$; mekkora az alapon fekvő szögek mindegyike?
32. A ferdeszögű háromszögben $\alpha = \frac{\beta}{4}$, $\gamma = 32^\circ 20' 18''$; mekkora α és β?
33. Valamely ferdeszögű háromszögben $\alpha = \frac{6}{5} R$, $\beta = 16^\circ 24' 10''$; mekkora γ?
34. Valamely háromszögben $\frac{1}{2}(\alpha + \beta) = 52^\circ 26' 18''$, $\frac{1}{2}(\alpha - \beta) = 8^\circ 16' 10''$; mekkorák a háromszög szögei?
35. Bizonyos háromszögben a szögek aránya 2:5:11; mekkorák a szögek?
36. A derékszögű háromszög egyik hegyes szöge $47^\circ 5' 19''$; mekkora a másik?

37. Mily nagyok a derékszögű háromszög hegyes szögei, ha az átfogónál fekvő egyik külsö szög $156^0\ 28'\ 12''$?

38. Az egyenlőszárú háromszög alapján fekvő egyik szög $\alpha = 48^0\ 16'\ 24''$; mekkorák a többi szögek?

39. Az egyenlőszárú háromszög egyik szárának meghosszabbítása utján $132^0\ 56'\ 58''$-nyi külsőszög keletkezik. Mekkorák a háromszög szögei?

40. A háromszögben $\alpha + \beta = 89^0\ 14'\ 26''$. Mekkora a γ mellé eső külsőszög?

41. Az egyenlőszámú háromszög kerülete 84 *m*, az egyik szár 26 *m*; mily nagy a háromszög többi oldala?

42. A háromszög külső szögeinek egyike $136^0\ 24'\ 18''$, az ezzel szemben fekvő egyik belsőszög $69^0 26' 48''$. Mekkorák a háromszög szögei?

43. A négyszögben $\alpha + \beta = 216^0\ 24'\ 8''$, $\alpha - \beta = 12^0\ 10'\ 32''$, $\gamma = \delta$; mekkorák a négyszög szögei?

44. A parallelogramma egyik külső szöge $84^0\ 21'\ 17''$; mekkorák az idom belső szögei?

45. A trapéz egyik párhuzamos oldalán $\alpha = 64^0\ 20'\ 10''$, $\beta = 59^0\ 45'\ 46''$; mekkora a másik két szög?

46. A négyszög szögeinek aránya: 2·5:3·6:7·1:13:8; mekkorák a szögek?

47. Valamely négyszögben minden szög $2^0\ 10'$-cel nagyobb, mint az előtte lévő; mekkorák a szögek?

48. Mekkorák ama négyszög szögei, melyben három szög egyenlő és mindegyik ötszöröse a negyediknek?

49. Hány átlót húzhatunk a 12-, 17-, 24-szögben?

50. Melyik sokszögben húzhatunk 275 átlót?

51. Mennyi a szögek összege a 16-, 19-, 25-szögben?

52. Melyik az a sokszög, melyben a szögek összege 1980^0 vagy 2700^0?

53. Mennyi egy szög a szabályos 7-, 9-, 18-, 32-szögben?

54. Melyik az a szabályos sokszög, melyben egy-egy szög: 120^0, 144^0, $147{\cdot}27^0$, $154\frac{2^0}{3}$, $157{\cdot}5^0$; $1\frac{5}{7}\ R$?

55. Melyik az a szabályos sokszög, melyben a szögek összege 26 *R*?

56. Melyik az a szabályos sokszög, melyben egy-egy szög $\frac{5}{3}\ R$?

57. Ha egy szabályos sokszög oldalainak számát 9-cel szaporítjuk, minden szöge 9^{0}-kal nő; melyik ez az idom?
58. Két sokszög oldalainak száma 24, átlóik száma 109; hány oldalú ez a két sokszög?
59. Bizonyítsuk be, hogy az egyenlőszárú háromszögben két magasság egyenlő.
60. Az egyenlőoldalú háromszög magasságai egyenlők.
61. Ha a derékszögű háromszögben egyik hegyes szög kétszerese a másiknak, akkor az átfogó kétszerese a rövidebb befogónak.
62. Az egyenlőszárú háromszögnél az alappal átellenes szögpontnál alakítható külsőszög felező egyenese párhuzamos az alappal.
63. A derékszögű háromszögben az átfogóra húzott magasság és az átfogóhoz húzott középvonal oly szöget zár be, mely a háromszög két hegyes szögének a különbségével egyenlő.
64. Bármely háromszögben a középvonal rövidebb a szomszédos oldalak fél összegénél.
65. A három középvonal összege kisebb a háromszög egész kerületénél, azonban nagyobb annak felénél.
66. A háromszög oldalainak felezőpontjait páronként összekötve négy kis egybevágó háromszöget nyerünk?
67. A háromszög középvonalára a másik két szögpontból merőlegeseket állítván, ezek hosszai egyenlők.
68. A háromszög bármely oldalának a felezőpontjából egy másik oldalhoz párhuzamost huzván, ennek hossza a párhuzamos oldal felével egyenlő.
69. Valamely háromszög szögpontjain át az átellenes oldalakhoz húzott párhuzamosak oly háromszöget határolnak, melynek oldalait az eredeti háromszög szögpontjai felezik.
70. Ez az új háromszög négyszerese az eredetinek.
71. Valamely háromszögben az egyik oldal tetszőleges pontjából párhuzamos egyeneseket húzván a másik két oldalhoz oly két kis háromszöget nyerünk, melyek együttes kerülete akkora, mint a nagy háromszög kerülete.
72. Bármely négyszög oldalainak felezőpontjait páronként sorban összekötve parallelogrammát nyerünk.
73. A négyszög átlóinak összege kisebb a négyszög egész kerületénél, de nagyobb ennek felénél.

74. Ha ABCD parallelogramma oldalaira AE = BF = = CG = DH egyenlő darabokat mérünk fel és E, F, G, H pontokat páronként összekötjük, parallelogrammát nyerünk.
75. A derékszögű négyszög oldalainak felezőpontjait páronként összekötve rombust nyerünk.
76. A romboid oldalfelező pontjait összekötve derékszögű-négyszöget alakítunk.
77. A rombus átlóinak metszőpontjából az oldalalakra húzott merőlegesek talppontjai egy derékszögű-négyszög szögpontjai.
78. A háromszög β és γ szögének felezői $R + \frac{\alpha}{2}$ nagyságú szöget fognak be.
79. Az egyenlőszárú trapéz átlói egyenlők.
80. Szerkesszünk egyenlőoldalú háromszöget ha a alapja, vagy m magassága ismeretes.
81. Szerkesszünk egyenlőszárú háromszöget, ha ismeretes az alap és egy rajta fekvő szög; az alap és az ahhoz tartozó magasság; az alap és az egyik szárhoz tartozó magasság; az alaphoz tartozó magasság és az alappal átellenes szög.
82. Szerkesszünk derékszögű háromszöget, ha ismeretes: az átfogó és az egyik hegyes szög; az egyik befogó és az ezzel átellenes hegyes szög; a befogó és átfogóhoz tartozó magasság.
83. Szerkesszünk háromszöget a következő alkotórészekből: a, b, m_a; $a + b, m_c, \beta$; $a + b + c, \alpha, \beta$; $a + b, \alpha, \gamma$; $a + b, c, \alpha$; $a + b, c, \alpha - \beta$.
84. Szerkesszünk négyzetet annak kerületéből, vagy egyik átlójából.
85. Szerkesszünk derékszögű négyszöget, ha ismeretes: egy oldal és egy átló; egy átló és a két átló által bezárt szög; egy átló és az átló és a hosszabbik oldal által befogott szög.
86. Szerkesszünk rombust egyik oldalából és ismert szögéből; egyik oldalából és átlójából; a két átlóból; az egyik átlóból és ama szögből, melyet az átló az egyik oldallal befog.
87. Szerkesszünk romboidot, ha ismeretes két szomszédos oldal s az ezektől befogott szög; egy oldal, egy átló s e kettőtől befogott szög; a két átló s azoktól bezárt szög; egy oldal, egy átló és egy szög.
88. Szerkesszünk egyenlőszárú trapézt, ha ismeretes két szomszédos oldal és egy átló; két párhuza-

mos és egy nem párhuzamos oldal; az egyik parallel oldal, az egyik nem parallel oldal és egy átló; az egyik átló, az alap és ezen átló által bezárt szög és a két átlótól bezárt szög.

89. Trapézt kell szerkesztenünk: három oldalból és a magasságból; a két átlóból, az egyik parallel oldalból és a magasságból.

90. Szerkesszünk trapezoidot, ha ismeretes a, b oldal és α, β, γ szög; a, b, c oldal és α, γ szög.

III. A síkidomok hasonlósága.

91. Hosszabbítsuk meg AB egyenest C pontig úgy, hogy az AC : BC = 16 : 3 aránypár helyes legyen.

92. Keressünk AB egyenesben olyan C pontot, melyre nézve helyes a következő aránypár: AC : BC = 7 : 12.

93. Adott egyenes 15, 17, 29 egyeulő részre osztandó.

94. Három adott egyenes mértékszámai a, b, c. Oly x egyenest keresünk, melyre nézve: $a : b = c : x$ aránypár helyes legyen.

95. Keressük a következő egyenesek geometriai középarányosát: $a = 5\ m$; $b = 7\ m$; $c = 2{\cdot}8\ m$; $d = 4{\cdot}2\ m$.

96. Valamely háromszög oldalainak mértékszámai: $a = 17{\cdot}2\ m$, $b = 21\ m$, $c = 27{\cdot}6\ m$. Ha az ehhez hasonló háromszögben $a_1 = 10\ m$, mekkora b_1 és c_1?

97. Valamely háromszög két szögpontjából oly egyeneseket húzunk, amelyek az átellenes oldalakat 3 : 4 arányban osztják; milyen arányú részekre osztják egymást ezek az egyenesek?

98. Ha még a két egyenes metszőpontján át egyenest húzunk a háromszög harmadik szögpontjából az átellenes oldalig, milyen arányú részekre osztja a metszőpont ezt az egyenest?

99. Milyen arányú részekre osztja γ szögfelezője a háromszög átellenes oldalát?

100. Mily nagy szeletekre bontják a szögfelezők az átellenes oldalakat, ha $a = 9\ m$, $b = 12\ m$, $c = 19\ m$?

101. Mily magas a falú tornya, ha annak árnyéka $32{\cdot}8\ m$ akkor, amikor a $4\ m$ hosszú függélyesen leszúrt rúd árnyéka $6{\cdot}8\ m$?

102. Mekkora a derékszögű háromszög átfogójához tartozó magasság, ha az átfogó szeletei 2·6 *m* és 3·8 *m* hosszúak?

103. A derékszögű háromszög átfogója 56 *m* hosszú. Mily nagyok a befogók és a magasság, ha az egyik befogó projekciója az átfogón 9·2 *m*?

104. Mekkora a derékszögű háromszög átfogója, ha a befogók hossza: 5 *m* és 12 *m*; 12 *m* és 35 *m*; 1·3 *m* és 8·4 *m*; 0·12 *m* és 1·12 *m*; 51 *m* és 140 *m*?

105. Mekkora a derékszögű háromszög ismeretlen befogója, ha az átfogó és a másik befogó: 17 *m* és 15 *m*; 61 *m* és 11 *m*; 8·8 *m* és 7·7 *m*; 1·45 *m* és 0·17 *m*?

106. Mily hosszú a derékszögű háromszög két befogója, ha azok összege 73 *m*, az átfogó 53 *m*?

107. A derékszögű háromszög egyik befogója 15 *m*; mekkora a másik, ha az 3 *m*-rel rövidebb az átfogónál?

108. A derékszögű háromszög kerülete 182 *m*, egyik befogója 84 *m*, mekkora a két ismeretlen oldal?

109. A derékszögű háromszög átfogója nem változik, ha a befogók egyikét 11 *m*-rel növeljük, másikát 9 *m*-rel apasztjuk. Mekkorák az oldalak?

110. Az átfogó szeletei a derékszögű háromszögben 9 és 16; mekkorák a befogók?

111. A derékszögű háromszög befogói 7 *m* és 9 *m*; mekkorák a szögfelezők?

112. A derékszögű háromszögben az átfogóra húzott magasság 12 *m*, az átfogó két szelete közt a különbség 7 *m*; mekkorák a szeletek?

113. Ugyanazon magasság 12 *m*-rel nagyobb az átfogó egyik szeleténél és 16 *m*-rel kisebb a másiknál. Mekkora ez a magasság?

114. Mennyi az egyenlőoldalú háromszög magassága, ha egyik oldala 14 *m*?

115. Mennyi az egyenlőszárú háromszög magassága, ha alapja 12 *m*, egyik szára pedig 7 *m*-rel hosszabb, mint a keresett magasság?

116 Mennyi a négyzet átlója, ha egyik oldala 5·7 *m*?

117. A derékszögű háromszög egyik befogója 6·4 *m*, magassága az átfogón 5 *m*; mekkora a két ismeretlen oldal?

118. A rombus átlóinak hossza 7 *m* és 11 *m*; mekkora az idom egy oldala?

119. Az egyenlőszárú háromszög kerülete 135 *m*, a szára 12 *m*-rel hosszabb, mint az alapja. Mekkorák a háromszög oldalai?

120. Az egyenlőszárú háromszög kétféle magasságának aránya 10 : 13; kerülete 468 *m*; mekkorák az oldalai?

121. Mekkorák a derékszögű négyszög átlói, ha oldalainak hossza: 28 *m* és 45 *m*; 10 *m* és 3 *m*; 8·8 *m* és 10·5 *m*?

122. Milyen az összefüggés valamely háromszög és az ennek magasságaiból alakitott másik háromszög között?

123. Az ABC △ BC oldalával párhuzamos egyenes AC-t 3:4 arányban osztja; mily nagyok AB oldal szeletei, ha AB = 12 *m*?

124. Az egyenlőszárú háromszög kerülete 130 *m*. Mekkora az alapja és egyik szára, ha ezek aránya 3 : 4?

125. Az egyenlőszárú háromszög szára 11, az alaphoz tartozó magassága 19 *m*-rel rövidebb, mint az alap. Mekkorák az oldalak?

126. A háromszög oldalai rendre 17-, 19-, 23-szor hosszabbak, mint az ahhoz hasonló 236 *m* kerületű kisebb háromszög oldalai. Mekkorák az oldalak?

127. Két hasonló háromszög oldalainak aránya 4 : 7. A kisebb háromszög oldalai rendre 27-, 39-, 51-szer kisebbek, a nagyobb megfelelő oldalainál. Mekkorák a kisebb háromszög oldalai?

128. Rajzoljunk adott háromszöghöz hasonló adott magasságú háromszöget.

129. Szerkesszünk egyenlőszárú háromszöget, ismerve annak magasságát s alapjának az egyik szárhoz való arányát.

130. Rajzoljunk derékszögű háromszöget, ismerve az átfogót és a két befogó arányát.

131. Szerkesszünk háromszöget, ismerve a szögeket és a kerületet.

132. Szerkesszünk háromszöget a három magasságból.

133. Szerkesszünk háromszöget, ha ismerjük az alapot és annak az oldalokhoz való arányát.

134. *K* kerületű adott *n*-szöghöz, melynek egyik oldala *AB*, hasonló sokszög szerkesztendő.

135. Szerkesszünk háromszöget, ha ismerjük annak alapját, az alapon fekvő egyik szöget és a másik két oldal arányát.

Bizonyítsuk be a következő tételeket:

136. A háromszög két oldala fordítva arányos az azokhoz tartozó magasságokkal.

137. A háromszögben a magasságokat a közös metszőpont két-két szeletre osztja. Ha az egyes magasságok szeleteit szorozzuk egymással, a három magasságra nézve három egyenlő szorzatot nyerünk.

138. Két egyenes geometriai középarányosa kisebb az aritmetikainál.

139. A derékszögű háromszög egyik befogója geometriai középarányos az átfogó és a másik befogó összege és különbsége között.

140. A szabályos ötszög két egymást metsző átlóját meghúzván minden átlónál a hosszabb szelet geometríai középarányos az egész átló és a rövidebb szelet között s egyszersmind a szabályos ötszög egy oldalával egyenlő.

141. Mily hosszúak a szabályos ötszög két nem szomszédos oldalának a metszési pontig terjedő meghosszabbításai?

142. Háromszögek, melyeknek megfelelő oldalaik egymással párhuzamosak, vagy egymásra merőlegesek, hasonlók egymáshoz.

143. Két derékszögű háromszög hasonló, ha egyik hegyesszögük egyenlő.

144. Két egyenlőszárú háromszög hasonló, ha egyik megfelelő szögük megegyező.

145. Emeljünk merőlegeseket a derékszögű háromszög átfogójának végpontjaira és nyujtsuk meg ezeket, amíg a befogók meghosszabbításait metszik; akkor az átfogó négyzete egyenlő a befogóknak a meghosszabbításaikkal alkotott szorzataik összegével, egyszersmind a befogók szorzata egyenlő így nyert meghosszabbításaik szorzatával.

146. Bármely négyszögben az oldalak felezőpontjait páronként összekötve parallelogrammát nyerünk.

147. A háromszögek középvonalai egy pontban, a súlypontban metszik egymást. Ez a pont minden középvonalnak az átellenes oldaltól számítva a harmadrészébe esik.

148. A parallelogrammában az átlók négyzeteinek összege az oldalak négyzeteinek összegével egyenlő.
149. A háromszög magasságainak talppontjait összekötvén, az eredeti háromszög szögpontjai felé három kis háromszöget nyerünk, melyek mindegyike hasonló az eredetihez.
150. A háromszög magasságai a talpponti háromszög szögfelezői.

IV. A síkidomok területe.

151. A négyzet átlója 5 *m*; mennyi a területe?
152. Mennyi a négyzet területe, ha átlója: 3·6 *m*; 9·12 *m*; 0·12 *m*?
153. A derékszögű háromszög befogói: 5 *m* és 7 *m*; 1·8 *m* és 2·12 *m*; 9·96 *m* és 6·75 *m*; mekkora a területe?
154. A derékszögű háromszög átfogója 697 *m*, egyik befogója 528 *m*; mennyi a területe?
155. A derékszögű háromszög átfogója 291 *m*, az ehhez tartozó magasság 32 *m*; mennyi a háromszög területe?
156. A négyzet átlójának és oldalának a különbsége 6 *m*; mennyi a területe?
157. A derékszögü háromszög befogóinak összege 18 *m*, területe 45 m^2; mekkorák a befógók?
158. Egy derékszögü háromszög átfogója 61 *m*, területe 330 m^2; mekkorák a befogók?
159. Mennyi a derékszögű háromszög területe, ha az átfogóra húzott magasság az átfogót 30 és 75 *m* hosszú darabokra osztja?
160. A derékszögű háromszög kerülete 70 *m*, területe 210 m^2; mekkorák az oldalai?
161. Mily hosszúnak kell lenni a 64 tanuló befogadására szolgáló tanteremnek, ha szélessége 6 *m* és egy tanulóra 0·75 m^2 területet számitanak?
162. Az egyenlőoldalú háromszög oldalának és magasságának az összege ismeretes; mekkora a területe ($a+m = 72$ *m*)?
163. A négyzet oldalának és átlójának az összege 17 *m*; mekkora a területe?
164. Két háromszög megfelelő oldalainak az aránya 9 : 16, az egyik területe 26 m^2; mekkora a másik területe?

165. Mily nagy az egyenlőszárú háromszög alapja, ha szára 51 *m*, területe 1080 m^2?

166. Egy egyenlőszárú háromszög szára 13, az alapra húzott magassága 22 *m*-rel rövidebb, mint alapja; mekkora emez?

167. Két háromszög területeinek aránya 8 : 11, egyenlő alapok mellett megfelelő magasságaik összege 68·4 *m*. Mekkorák a magasságok?

168. A háromszög 72 m^2-nyi területe 48 m^2-rel nő, ha alapját 2, magasságát 4 *m*-rel növeljük; mekkora az eredeti háromszög alapja és magassága?

169. Két négyzet kerületének összege 240 *m*, területeik összege 2522 m^2; mekkorák az oldalaik?

170. Egy oblongum területe 149 m^2-rel nő, ha egyik oldala 5, a másik 7 *m*-rel nő; mekkorák az eredeti idom oldalai?

171. A rombus magassága 12·4 *m*, területe 473·68 m^2; mekkora egy oldala?

172. A rombus átlóinak különbsége 9 *m*, ha mindegyiket 4 *m*-rel növeljük, az idom területe 90 m^2-rel nő; mekkorák az átlók?

173. Három romboid területeinek aránya 5 : 7 : 9; mily hosszúak az alapvonalak, ha azok összege 62 *m*, a magasságok pedig egyenlők?

174. Mennyi az egyenlőszárú trapéz területe, ha az egyik parallel oldal 5 *m*, az egyik nem párhuzamos oldal 5·2 *m*, a magasság pedig 4·2 *m*?

175. Az egyenlőszárú trapéz területe 936 m^2, szára 39 *m*, magassága 36 *m*; mekkorák az alapvonalak?

176. Mily nagy azon háromszög területe, melyet az egyenlőszárú trapéz szárainak megnyújtása révén nyerünk, feltéve, hogy a szárak hossza 6 *m*, az alapvonalaké 5·5 és 7 *m*?

177. A trapéz párhuzamos oldalai 17·32 *m* és 27·65 *m* hosszúságúak, magassága 3·24 *m*; mekkora a területe?

178. A trapéz alapjainak hossza 612 és 417 *m*, az egyik oldalé 376 *m* az alap és az utóbbi oldaltól bezárt szög 45°; mennyi a trapéz területe?

179. Egy trapéz területe 18·81 m^2, alapjainak hossza 5·5 és 4·4 *m*; mekkora a magassága?

180. Egyenlő (45·24 *m*) alapú és (8·2 *m*) magasságú háromszög, romboid és trapéz (ez utóbbi másik alapja 40·5 *m*) területei keresendők.

181. Mily nagy az előbbi példában említett idomokkal egyenlő területű négyzetek egy-egy oldala?

182 Mekkora azon trapéz területe, melynek középvonala 5 *m*, egyik nem párhuzamos oldala 3·8 *m*, a középvonal és az adott oldaltól bezárt szög 60°?

183. Szerkesszünk adott oblongummal, háromszöggel és trapézzel egyenlő területű négyzeteket.

184. Adott négyzet területének $^5/_6$-dával egyenlő területű négyzetet alakítsunk.

185. Alakítsunk adott alapú és adott négyzettel egyenlő területű oblongumot.

186. Egyenlőszárú háromszöget alakítsunk egyenlő területű oblongummá.

187 Alakítsuk át az egyenlőtlen oldalú háromszöget ugyanakkora területű egyenlő oldalú háromszöggé.

188. Osszuk fel az adott háromszög területét egyik szögpontjából kiinduló egyenesekkel 3 : 5 : 7 arányú részekre.

189. Osszuk fel az adott háromszög területét egyik oldalával párhuzamos egyenesekkel 4 egyenlő részre.

190. Osszuk fel adott trapéz területét 3 : 5 : 7 arány szerint.

191. Trapézt osszunk alapjával párhuzamos egyenesekkel 5 egyenlő részre.

192. Négyszög egyik szögpontjából kiinduló egyenessel két egyenlő részre osztandó.

193. Szerkesszünk négyzetet, mely két adott négyzet összegével egyenlő.

194. Szerkesszünk négyzetet, mely két adott négyzet különbségével egyenlő.

195. Adott háromszög belsejében keressünk oly pontot, melyet a szögpontokkal összekötve, a háromszöget három egyenlő részre bontjuk.

196. Alakítsunk át adott parallelogrammát egyenlő területű *a* oldalú rombussá.

197. Bontsuk fel az adott parallelogrammát egyik szögpontjából kiinduló egyenesekkel 4 egyenlő részre.

198. Adottnál háromszorta nagyobb területű háromszög alakítandó.

199. Bontsuk fel a háromszöget belsejében adott pontból 4 egyenlő részre.

200. Alakítsunk oblongumot ismervén a területét és oldalainak arányát.

Bizonyítsuk be a következő tételeket:

201. Az egyenlő oldalú háromszög belsejében választott pontból az oldalakra húzott merőlegesek összege a magassággal egyenló.

202. A háromszög középvonalainak az oldalakkal való metszéspontjait páronként összekötvén, három egyenlő területű kis háromszöget nyerünk.

203. Ha két háromszögben egy egyenlő szög van, akkor a háromszögek területeinek aránya azon oldalak szorzatainak arányával egyenlő, melyek az egyenlő szögeket bezárják.

204. Az oly négyszög területe, melyben az átlók egymásra merőlegesek, az átlók félszorzatával egyenlő.

205. Ha valamely négyszögben az átlók egymásra merőlegesek s a négyszög oldalai rendre a, b, c, d; akkor $a^2+c^2 = b^2+d^2$.

206. A parallelogramma átlóinak metszéspontján átmenő minden egyenes felezi a parallelogrammát.

207. A parallelogramma átlójának egyik pontján át párhuzamosakat húzva az oldalakhoz, a származó négy parallelogramma közül azok, melyeket az átló nem szel át, egyenlők.

208. A parallelogramma belsejében felvett pontot a négy szögponttal összekötvén oly négy háromszöget nyerünk, melyek közül két átellenes területének összege a másik kettőével egyenlő.

209. A trapéz területe egyenlő az egyik nem párhuzamos oldalnak és azon távolságnak a szorzatával, melyben a másik nem párhuzamos oldal felezőpontja az említett oldaltól van.

210. Bármely négyszög oldalainak felezőpontjai oly parallelogramma szögpontjai, melynek területe az adott négyszög területének felével egyenlő.

V. A kör.

211. A kör középponti szöge $39^{\circ}\,56'\,10''$, vagy $103^{\circ}\,6'\,38''$; mily nagy az ugyanakkora íven nyugvó kerületi szög?

212. A kerületi szög $18^{\circ}\,24'$, vagy 3·8 *R*; mekkora az ugyanazon íven nyugvó középponti szög?

213. Mily messze esik a középponttól a 6·4 *m* hosszú húr az 5 *m* sugarú körben?

214. Mennyi a 7 *m* sugarú körben a centrumtól 3·5 *m*-nyire eső húr hossza?

215. Mily nagy a kör sugara, ha a 4 *m*-es húr a centrumtól 1·5 *m*-nyire esik?

216. Két excentrikus kör centrálisa 8·4 *m*; az egyik kör sugara 2·4 *m*, a másiké 0·75 *m*; mily messze esnek a centrumoktól a hasonlósági pontok?

217. A derékszögű háromszögbe írt kör sugara 15 *m*, az átfogó 73 *m*; mekkora a két befogó?

218. A derékszögű háromszög kerülete 84 *m*, beírt körének sugara 5 *m*; mekkorák az idom oldalai?

219. Az egyenlőszárú háromszögbe írt kör sugara $13\frac{1}{8}$ *m*, az idom kerülete 30 *m*; mekkorák az oldalak?

220. A háromszögbe írt kör sugara 21 *m*, az egyik oldal 394 *m*, a másik kettő különbsége 194 *m*; mekkorák ezek az oldalak?

221. Mekkora az a oldalú egyenlőoldalú háromszögbe és a köré írható kör sugara?

222. A háromszög oldalai: $a = 13$, $b = 14$, $c = 15$; mekkora a beírt kör sugara? (Heron feladata.)

223. Mekkorák a húrnégyszög szögei, ha azok egyike a szomszédos szögekkel 123°, illetőleg 199° összeget alkot?

224. A húrnégyszög két átellenes oldala 13 *m*, illetőleg 75 *m*, átlóinak aránya 5 : 3, azok szorzata 4335. Mekkora a másik két oldal?

225. Mekkora a 3 *m* sugarú körben a szabályos négy- és nyolcszög egy-egy oldala?

226. Mekkora a 4 *m* sugarú körben a szabályos tízszög egy oldala?

227. Mily nagy a 0·312 *m* sugarú körbe írt négyzet egy oldala?

228. A szabályos hatszög oldalainak felezőpontjait páronként sorban összekötvén, számítsuk ki az ujonnan keletkezett hatszög egy oldalát.

229. Az *a* oldalú négyzet négy szögpontja táján oly darabokat vágunk le, hogy a megmaradó idom szabályos nyolcszög legyen. Mekkora ennek egy oldala?

230. Melyik az a szabályos sokszög, melyben a meghatározó háromszög középponti szöge 18-cal kevesebb fokú, mint az oldalak száma?

231. Mennyi az egységsugarú körben a szabályos 20-szög egy oldala?

232. Számítsuk ki az *a* oldalú szabályos nyolcszög szomszédos oldalainak megnyújtása útján alakított négyzet területét.

233. Mennyi a 2·5 *m* sugarú körbe és köréje irható 12-szög területe?

234. Mennyi a beirt szabályos nyolcszög és tizenkétszög területe, ha a beirt négyzeté 125 m^2?

235. Mennyi a beirt és körülirt kör sugara, ha a beirt szabályos nyolcszög területe 1200 m^2?

236. Mennyi a kör kerülete, ha sugara: 7 *m*; 5·2 *m*; 0·62 *m*?

237. Mennyi ugyanezen körök területe?

238. Mily nagy a 36·56 *m* kerületű kör területe?

239. Mennyi a kör sugara, ha területe 86·54 m^2?

240. A kör kerülete 72 *m*-rel hosszabb, mint átmérője; mennyi a területe?

241. Adott kör területét két koncentrikus körrel osszuk három egyenlő részre.

242. Végezzük ez osztást 7 : 11 arányban.

243. A beirt négyzet területe 6400 m^2; mennyi a beírt és körülírt köré?

244. Mennyi a kör sugara, ha a beléje írt szabályos háromszöggel az együttes területe 936 m^2?

245. Mennyi a kör sugara, ha az 18 *m*-rel rövidebb, mint a centrumtól 60 *m*-nyire eső húr fele?

246. Mekkora a sugara annak a körnek, melynek területe a 3·3 és 5·6 *cm* sugarú körök területeinek összegével egyenlő?

247. Mekkora ama kör sugara, melynek területe 16 $r = 5{\cdot}2$ *m* sugarú kör területével egyenlő?

248. Állapítsuk meg az egyenlő kerületű négyzet és kör terület-arányát.

249. Állapítsuk meg az egyenlő területű négyzet és kör kerület-arányát.
250. Mennyi két $r = 5$ *m* sugarú kör közös részének kerülete és területe, ha mindegyiknek a centruma n másik kerületén van?
251. Mily nagy a körgyűrű területe, ha a belső kör sugara 5·6 *m*, a külsőé 7·2 *m*?
252. Mily széles az 5·1 *m* sugarú belső körnél 5-szörte nagyobb területű körgyűrű?
253. Mily hosszú a 27 *m* sugarú körben a 150°-nyi középponti szöghöz tartozó körív?
254. Mily nagy a 8 *m* sugarú körben a 3 *m*-nyi ívvel szemben fekvő középponti szög?
255. Mily nagy a sugárral egyenlő ívhez tartozó középponti szög?
256. Mekkora a 75·2 m^2 területű körben a 72°-os középponti szöggel átellenes ív hossza?
257. Mily nagy a 4 *m* sugarú körben az 5·2 *m*-nyi ívvel határolt szektor területe?
258. Mily nagy a 36°-os középponti szögű körszektor területe a 2 *m* sugarú körben?
259. Mekkora a szabályos hatszög egy oldalától meghatározott körszektor területe?
260. Mekkora az ugyanettől, vagy a szabályos nyolcszög egy oldalától meghatározott körszegmentum területe?
261. Három 5·6 *m* sugarú kör kölcsönösen érinti egymást, mekkora az általuk bezárt idom kerülete és területe?
262. Mennyi az *r* sugarú negyedkörbe írt kör területe?
263. A 4 *m* széles körgyűrű területe kétszer akkora, mint ama teljes köré, melynek sugara 1 *m*-rel rövidebb a kisebb kör sugaránál. Mekkorák e körök sugarai?
264. Mennyi ama kör sugara melynek területe a 16 *m* sugarú $202^{\circ}\,30'$ középponti szögű szektor teıületével egyenlő?
265. Két kör sugarának különbsége 9 *m*, centrumaik távolsága 126 *m* hasonlósági pontjaik távolsága 560 *m*; mekkorák e körök sugarai?
266. Szerkesszünk olyan kört, mely adott egyenest és adott kört érint.
267. Szerkesszünk olyan kört, mely adott ponton átmenve, adott kört és egyenest érint.
268. Szerkesszünk két adott kört érintő kört.

269. Szerkesszünk három adott egyenest érintő kört.
270. Rajzoljunk három adott szabályos háromszöggel egyenlő területű, egyenlőoldalú háromszöget.
271. Rajzoljunk adott szabályos nyolcszöggel egyenlő területű egyenlőoldalú háromszöget.
722. Rajzoljunk az a oldalú szabályos háromszöggel egyenlő területű szabályos hatszöget.
273. Szerkesszünk adott tízszöghöz hasonló oly tízszöget, melynek területe az előbbinek négy-hetede.
274. Szerkesszünk adott szabályos nyolcszöggel egyenlő területű szabályos tizenkétszöget.

Bizonyítsuk be a következő tételeket:

275. A páros oldalszámú szabályos sokszögek átellenes oldalai párhuzamosak.
276. Két egymást metsző húr oly szögeket zár be, melyeket a két átellenes ív félösszegével mérünk.
277. Bármely négyszög szögfelezői húrnégyszöget zárnak be.
278. A négyszög átlói azt négy háromszögre bontják, amelyek körülírt köreinek centrumai egy parallelogramma szögpontjai.
279. A beírt szabályos $2n$-szög kerülete geometriai középarányos a beírt n-szög és körülírt $2n$-szög kerületei között.
280. Ugyanannak területe geometriai középarányos a beírt és körülírt szabályos n-szög területei között.
281. Egymást metsző egyenlő sugarú körök egyenlő íveket metszenek le egymásból.
282. A szabályos n-szög belsejében felvett P pontnak az oldalaktól mért távolságai együttvéve a beírt kör sugarának n-szeresével egyenlők.
283. A szabályos hatszög átlói 1 : 2 arányban metszik egymást.
284. A beírt szabályos hatszög területe kétszerese a beírt szabályos háromszög területének.
285. Ugyanaz fele a körülírt szabályos háromszög területének.
286. A beírt szabályos tizenkétszög háromszorosa a körsugár négyzetének.

Oldjuk meg a következő feladatokat:

287. Mekkorák a húrnégyszög szögei, ha azok közül egynek a szomszédos szögekkel alkotott összegei 23 : 26 arányban állanak?

288. Mekkorák a húrnégyszög szögei, ha az átellenes szögek különbségeinek aránya 1 : 4?

289. A húrnégyszögben, melynek egyik átlója a kör átmérője, az oldalak összege 52, a terület 120, az átlók szorzata 267. Számítsuk ki a négy oldal hosszát.

290. Két szabályos sokszög oldalainak száma összesen 33, meghatározó háromszögeikben a középpontnál lévő szögek összege 44°; hány oldalú mindegyik sokszög?

291. A kör két húrjának különbsége 16 *m*, középponttól mért távolságaik különbsége 10 *m*; mekkorák a húrok?

292. A 22·5 *m* sugarú körhöz külső pontból két érintőt húzunk, számítsuk ki ezek hosszúságát, ha az érintési pontok távolsága 36 *m*.

293. Egy érintő 2 *m*-rel rövidebb, mint a végpontjából húzott szelő és 1·5 *m*-rel hosszabb, mint ennek külső szelete; mily hosszú az érintő?

294. A 4·8 *m*-nyi húr felezőpontján át 5 *m* hosszú másik húrt húzunk; mekkora szeletekre bontja ezt az említett felezőpont?

295. A körbe olyan oblongumot szerkesztünk, amelynek területe $\frac{48}{25\pi}$-ed része a kör területének; mekkorák ez idom oldalai?

296. A körbe oly egyenlőszárú háromszöget rajzolunk, melynek az alappal átellenes szögpontja a kör középpontjába esik és területe a kör területének $\frac{12}{25\pi}$-ed része; mekkora e háromszög alapja és magassága?

297. Mekkora azon körszegmentum területe, amelyet a körbeírt négyzet oldala és az ahhoz tartozó iv határol, ha a kör területe 15·408 m^2?

298. A kör átmérője két részre van osztva s a részek fölé kör szerkesztve; mekkora ezek kerületeinek összege?

299. Mekkora a 7 részre osztott átmérő egyes részei fölött szerkesztett körök kerületeinek az összege?

300. Mily nagy azon körszektor sugara, melynek középponti szöge 135°, ha íve oly teljes kör kerületével egyenlő, amelynek a sugara $5\frac{5}{8}$ *m*?

MÁSODIK RÉSZ.

Feladatok a trigonometriához.

I. Goniometria.

1. Ha c jelenti a derékszögű háromszög átfogójának, a és b a két befogójának a mértékszámát; mily nagyok α és β szögfüggvényei feltéve, hogy:
$c = 17$; 233; 505; $65{\cdot}5$; $3{\cdot}794$.
$a = 15$; 308; 236; $39{\cdot}6$; $2{\cdot}083$.
$b = 8$; 105; 377; $40{\cdot}3$; $3{\cdot}171$.
2. Valamely derékszögű háromszög egyik befogója 9 *m*, átfogója 26 *m*; mekkorák hegyes szögeinek goniometriai függvényei?
3. Mekkorák akkor, ha az egyik befogó két-harmada az átfogónak?
4. Mekkorák, ha az egyik befogó kétszerese a másiknak?
5. A derékszögű háromszög területe 12 m^2, egyik hegyes szögének tangense $1{\cdot}5$; mekkorák a háromszög oldalai?
6. Mily nagy az átfogó, ha $\sin\alpha = 0{\cdot}6$; az α szöggel szemben fekvő befogó $20{\cdot}5$ *m*?
7. Mekkorák a derékszögű háromszög oldalai és területe, ha $c = 5{\cdot}6$ *m*; $tg\,\alpha = 1{\cdot}96$?
8. Szerkesszük meg α szöget, ha: *a)* $\sin\alpha = 0{\cdot}8$; *b)* $\cos\alpha = \frac{5}{6}$; *c)* $\mathrm{tg}\,\alpha = 3$; *d)* $\mathrm{cotg}\,\alpha = 5$.
9. Szerkesszük a szöget, ha: *a)* $\sin\alpha = 0{\cdot}6$; $\cos\alpha = 0{\cdot}7$; $\mathrm{tg}\,\alpha = 3$; $\mathrm{cotg}\,\alpha = \frac{2}{3}$.
10. Egyenlőszárú derékszögű háromszög átfogója c; mekkorák a hegyes szögek goniometriai függvényei?

Számítsuk ki α többbi függvényét, ha:

11. $\sin\alpha = 0{\cdot}75$.
12. $\sin\alpha = 0{\cdot}5314$.
13. $\sin\alpha = \frac{2}{3}$.
14. $\sin\alpha = 0{\cdot}85$.
15. $\cos\alpha = \frac{1}{2}$.
16. $\cos\alpha = 0{\cdot}28$.

17. $\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$. 18. $\cos\alpha = \frac{1}{2}\sqrt{3}$.

19. $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{4}$. 20. $\operatorname{tg}\alpha = 2{\cdot}4$.

21. $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{3}\sqrt{3}$. 22. $\operatorname{tg}\alpha = 2-\sqrt{3}$.

23. $\operatorname{cotg}\alpha = \sqrt{3}$. 24. $\operatorname{cotg}\alpha = 0{\cdot}5$.

25. $\operatorname{cotg}\alpha = \frac{5}{7}$. 26. $\operatorname{cotg}\alpha = 1+\sqrt{2}$.

27. $\sec\alpha = 3$. 28. $\sec\alpha = \frac{32}{19}$.

29. $\sec\alpha = \sqrt{2}$. 30. $\sec\alpha = 1$.

31. $\operatorname{coser}\alpha = \frac{13}{7}$. 32. $\operatorname{coser}\alpha = 1{\cdot}125$.

33. $\operatorname{cosec}\alpha = \sqrt{5}$. 34. $\operatorname{cosec}\alpha = 2$.

Alakítsuk át a következő kifejezéseket úgy, hogy csupán egy fajta függvényt foglaljanak magukban:

35. $\operatorname{cotg}\alpha - \frac{\sin\alpha}{\operatorname{tg}\alpha}$; csak *cos* α-t foglaljon magában.

36. $\sec\alpha - \frac{1}{\sin\alpha} + \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\sin\alpha}$; csak *sin* α-t foglaljon magában.

37. $1+\operatorname{tg}\alpha - \sqrt{\sec^2\alpha-1}$; csak *cotg* α-t foglaljon magában.

Bizonyítsuk be, hogy:

38. $\sqrt{(1+\cos\alpha)\,(1-\cos\alpha)} = \sin\alpha$;

39. $(1-\sin\alpha) : \cos\alpha = \cos\alpha : (1+\sin\alpha)$;

40. $\sqrt{\frac{1-\cos^2\alpha}{1-\sin^2\alpha}} = \operatorname{tg}\alpha$;

41. $\operatorname{tg}^2\alpha-\sin^2\alpha = \operatorname{tg}^2\alpha.\ \sin^2\alpha$;

42. $\frac{\sin^3\alpha}{\cos\alpha-\cos^3\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$.

43. Állítsuk elő 45^0-nál kisebb szögek függvényeiként a következőket: *sin* $73^0\,56'\,10''$; *cos* $69^0\,50'$; *tg* $58^0\,46'\,20''$; *cotg* $83^0\,50'16''$; *sec* $85^0\,30'$; *cosec* $88^0\,36'\,14''$.

44. Állítsuk elő 45^0-nál nagyobb szögek függvényeiként a következőket: *sin* $1^0 20'$; *cos* $43^0 56' 30''$; *tg* 32^0; *cotg* $18^0 37' 56''$; *sec* $3^0 20' 18''$; *cosec* $0^0 32' 16''$.

Mivel egyenlő:

45. $\dfrac{3-\operatorname{tg}\alpha}{\sin\alpha.\ \cos\alpha}$, ha $\alpha = 45^0$;

46. $\dfrac{2-\sec\alpha}{3-\sin\dfrac{\alpha}{2}}$, ha $\alpha = 60^0$;

47. $\dfrac{\sec\alpha-\cos\alpha}{\sin\alpha}$, ha $\alpha = 0^0$.

48. Számítsuk ki a 75^0-os szög *sin*-át és *cos*-át a 30^0 és 45^0-os szög megfelelő függvényeiből.

49. Számítsuk ki a 15^0-os szög *sin* és *cos* függvényét *cos* 30^0-ból.

50. A 75^0 os szög függvényeiből (48. példa) számítsuk ki a $37^0 30'$ szög sinusát és cosinusát.

51. Számítsuk ki *sin* $7^0 30'$ és *cos* $7^0 30'$ értékét.

Bizonyítsuk be, hogy:

52. $\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{\dfrac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}}$;

53. $\cos 2\alpha = (\cos\alpha-\sin\alpha)(\cos\alpha+\sin\alpha)$;

54. $\sin 2\alpha = (\sin\alpha+\cos\alpha)^2-1$;

55. $\sin\alpha+\cos\alpha = \sqrt{2}\ \sin(45^0+\alpha)$;

56. $\operatorname{tg} 2\alpha = \dfrac{\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}\alpha} + \dfrac{\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}\alpha}$;

57. $\cos\alpha-\sin\alpha = \sqrt{2}.\ \cos(45^0+\alpha)$;

58. $\sin 3\alpha = 3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$;

59. $\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha-3\cos\alpha$;

60. $\dfrac{\sin\alpha}{1-\sin\alpha} = \operatorname{tg}\left(45^0 + \dfrac{\alpha}{2}\right).\ \operatorname{tg}\alpha$;

61. $\cos(\alpha+\beta) = \dfrac{\sec\alpha\ .\ \sec\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\ .\ \operatorname{tg}\beta}$;

62. $\operatorname{tg}^2\alpha-\operatorname{tg}^2\beta = \dfrac{\sin(\alpha+\beta)\ \sin(\alpha-\beta)}{\cos^2\alpha\ .\ \cos^2\beta}$;

63. $\operatorname{tg}\alpha+\sin\alpha = 2\operatorname{tg}\alpha\cos^2\dfrac{\alpha}{2}$;

64. $\operatorname{tg}\alpha - \sin\alpha = 2 \operatorname{tg}\alpha \sin^2 \frac{\alpha}{2}$;

65. $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{1-\cos 2\alpha}$.

66. Tudván, hogy $15^0 = 45^0 - 30^0$; mennyi *cos* 15^0?

67. Tudván, hogy $75^0 = 45^0 + 30^0$; mennyi *sin* 75^0?

68. Mennyi *tg* 165^0? 69. Mennyi *cotg* 120^0?

70. Mennyi *cotg* 135^0?

Logaritmálással határozzuk meg, mennyi:

71. sin $57^0\,20'\,18''$; cos $67^0\,56'\,48''$; tg $32^0\,5'\,16''$; cotg $27^0\,18'\,42''$?

72. sin $72^0\,48'\,36''$; cos $5^0\,10'\,10''$; tg $83^0\,5'\,7''$; cotg $16^0\,16'\,16''$?

73. sin $172^0\,18'\,24''$; cos $132^0\,56'\,8''$; tg $215^0\,20'\,21''$; cotg $189^0\,7'\,6''$?

74. sin $316^0\,5'\,17''$; cos $532^0\,18'\,10''$; tg $245^0\,30'\,35''$; cotg $307^0\,14'\,10''$?

Mennyi α, ha:

75. $\sin\alpha = 0{\cdot}87$; $\cos\alpha = 0{\cdot}564$; $\operatorname{tg}\alpha = 2{\cdot}8$; $\operatorname{cotg}\alpha = 4$?

76. $\sin\alpha = \frac{5}{7}$; $\cos\alpha = \frac{13}{18}$; $\operatorname{tg}\alpha = 2$; $\operatorname{cotg}\alpha = 1{\cdot}11$?

Mennyi α, ha:

77. $\log\sin\alpha = 9{\cdot}67832 - 10$; $\log\operatorname{tg}\alpha = 0{\cdot}73682$?

78. $\log\sin\alpha = -0{\cdot}73241$; $\log\cos\alpha = -0{\cdot}24316$?

79. $\log\operatorname{tg}\alpha = 1{\cdot}08851$; $\log\operatorname{cotg}\alpha = -0{\cdot}13142$?

Számítsuk ki x értékét, ha:

80. $x = 18{\cdot}65.\ \sin 32^0\,20'\,16''.\ \operatorname{tg} 43^0\,5'\,16''$.

81. $x = 168{\cdot}4.\ \operatorname{tg} 76^0\,14'\,10''.\ \operatorname{cotg} 16^0\,10'\,12''$.

82. $x = \frac{8{\cdot}6.\ \sin 18^0\,16'\,22''}{\sin 45^0\,7'\,21''}$.

83. $x = \frac{36{\cdot}45\ \operatorname{tg} 32^0\,26'\,32''}{\operatorname{cotg} 3^0\,5'\,8''}$.

Mennyi α, ha:

84. $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{2}\operatorname{cotg}\alpha$; $\cos\alpha = \sin\left(45^0 + \frac{\alpha}{2}\right)$.

85. $\operatorname{cotg}\alpha = \operatorname{tg}(45^0 + \alpha)$; $\sin\alpha + \cos 2\alpha = 0$.

86. $\operatorname{cotg}\frac{\alpha}{2} = \operatorname{tg}\alpha$; $\sin\alpha = \cos 4\alpha$.

Fejezzük ki pozitiv hegyesszögek függvényeivel a következőket:

87. $\sin(-32^0 28')$; $\sin(-238^0 16')$.
88. $\cos(-63^0 24')$; $\cos(-132^0 36')$.
89. $\mathrm{tg}(-32^0 10')$; $\mathrm{tg}(-118^0 40')$.
90. $\mathrm{cotg}(-49^0 48')$; $\mathrm{cotg}(-357^0 10')$.

Mennyi α, ha:

91. $\mathrm{tg}(-\alpha) + \mathrm{cotg}\, 2\alpha = 0$.
92. $\sin(-\alpha) + \mathrm{cosec}(-2\alpha) = 0$.

Egyszerűsítsük a kövotkező kifejezéseket:

93. $a\cos(90^0-\alpha) + b\cos(90^0+\alpha)$.
94. $(a+b)\,\mathrm{cotg}(90^0+\alpha) + (a-b)\,\mathrm{tg}(90^0-\alpha)$.
95. $\mathrm{tg}\,\alpha + \mathrm{tg}(-\beta) - \mathrm{tg}(180^0+\beta)$.
96. $\sin(90^0+\alpha)\cos(180-\beta) + \cos(90^0+\alpha)\sin(180^0-\beta)$.
97. $\dfrac{\mathrm{tg}(90^0+\alpha)\cos(270^0-\alpha).\cos(-\alpha)}{\mathrm{cotg}(180^0+\alpha)\sin(270^0+\alpha)}$.
98. $\dfrac{\mathrm{tg}(180^0+\alpha)\cos(270^0-\alpha)\,\mathrm{cotg}\,\alpha}{\sin(90^0-\alpha)\,\mathrm{cotg}(270^0+\alpha\ \mathrm{tg}(180^0-\alpha)}$.
99. $\cos 2\alpha = -\sqrt{\dfrac{1}{2}}$; mennyi $\mathrm{tg}\,\alpha$?
100. $\mathrm{cotg}\,\alpha = \sqrt{7}$; mennyi $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$, $\mathrm{tg}\, 2\alpha$?
101. $\cos\alpha = 0{\cdot}8$; mennyi $\sin\dfrac{\alpha}{2}$, $\cos\dfrac{\alpha}{2}$, $\mathrm{tg}\dfrac{\alpha}{2}$, $\mathrm{cotg}\dfrac{\alpha}{2}$?
102. Mennyi $\dfrac{\alpha}{2}$ sinusa és cosinusa, ha a 3-dik negyedben fekvő α szög sinusa $-\dfrac{120}{169}$?
103. $\mathrm{tg}\, 2\alpha = \sqrt{3}$; mennyi $\mathrm{tg}\, 3\alpha$?
104. Mennyi 2α függvényeiben kifejezve: $\sin\alpha + \cos\alpha$; $\dfrac{1}{\sin\alpha} + \dfrac{1}{\cos\alpha}$; $\dfrac{1}{\sin^2\alpha} + \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$?
105. Milyen értékek felelnek meg a két első körnegyedben α-nak, ha $\sin\alpha = \dfrac{5}{7}$; $\cos\alpha = \dfrac{1}{3}$; $\cos\alpha = -\dfrac{4}{5}$; $\mathrm{tg}\,\alpha = \dfrac{2}{3}$; $\mathrm{cotg}\,\alpha = -7$?

Feltéve, hogy $\alpha+\beta+\gamma=180^0$, bizonyítsuk be, hogy:

106. $\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma=4.\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}$.

107. $\sin\alpha+\sin\beta-\sin\gamma=4.\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}$.

108. $\sin 2\alpha+\sin 2\beta+\sin 2\gamma=4.\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma$.

109. $\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta+\operatorname{tg}\gamma=\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta\operatorname{tg}\gamma$.

110. $\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\gamma+\operatorname{tg}\beta\operatorname{tg}\gamma=1$.

Változtassuk szorzatokká a következő kifejezéseket:

111. $\sin 105^0+\sin 75^0$; $\cos 75^0+\cos 15^0$.

112. $\cos 135^0-\cos 45^0$; $\sin 240^0-\sin 120^0$.

113. $\sec\alpha\pm\sec\beta$; $\operatorname{cosec}\alpha\pm\operatorname{cosec}\beta$.

114. $1\pm\cos\alpha$; $1\pm\sin\alpha$; $1\pm\operatorname{tg}\alpha$; $\frac{1+\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}\alpha}$.

115. $\operatorname{tg}\alpha\pm\sin\alpha$; $\operatorname{cotg}\alpha-\operatorname{tg}\alpha$.

Számítsuk ki segédszögek bevezetése útján, logaritmusokkal, mennyi az értéke a következő kifejezéseknek:

116. $\frac{a+b}{a-b}$; $\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b}$; $\sqrt{a^2\sin^2\alpha+b^2\cos^2\alpha}$;

117. $3{\cdot}47\cos 20^0\,35'\,17''-7{\cdot}81\sin 20^0\,35'\,17''$;

118. $\cos 18\cos 85^0-\sin 18^0\sin 85^0\cos 63^0$;

119. $\sqrt{1-a^2}$, ha $a=0{\cdot}342$, vagy $0{\cdot}788$.

120. $\sqrt{1+a^2}$, ha $a=0{\cdot}625$, vagy $3{\cdot}27$.

Bizonyítsuk be a következő képletek helyességét:

121. $\frac{\sin\alpha+\sin\beta}{\cos\alpha+\cos\beta}=\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta}{2}$.

122. $\frac{\sin\alpha-\sin\beta}{\cos\alpha-\cos\beta}=-\operatorname{cotg}\frac{\alpha+\beta}{2}$.

123. $\frac{\sin\alpha+\cos\alpha}{\sec\alpha+\operatorname{cosec}\alpha}=\sin\alpha\cos\alpha$.

124. $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2-(\sin\alpha-\cos\alpha)^2=2\sin 2\alpha$.

Fejtsük meg a következő goniometriai egyenleteket:

125. $\cos x=\operatorname{tg}x$.   126. $\sin x+2\cos x=2$.

127. $\cos x=\sin^2 x$.   128. $\operatorname{tg}^2 x+\frac{1}{\cos^2 x}=3$.

129. $\sin x = 2\sin 2x.$ **130.** $\cos 2x = \sin x.$

131. $\operatorname{cotg} x + \operatorname{cotg} 2x - \operatorname{tg} x = 4.$

132. $\operatorname{tg} x = -3 \operatorname{cotg} 2x.$ **133.** $\sin^2 x - 2\cos^2 x = \frac{1}{2}.$

134. $\operatorname{cotg} x - \frac{1}{2} \operatorname{cotg} x = 3.$

135. $\operatorname{cotg} x \operatorname{tg} 2x = 2 + \operatorname{tg} x \operatorname{cotg} 2x.$

136. $\operatorname{cotg} \frac{x}{2} - \operatorname{tg} \frac{x}{2} = 2 \operatorname{cotg} x.$

137. $\sin x + \cos 2x = 1.$ **138.** $\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x = 4.$

139. $\sin x - \cos x = \sqrt{6} \,.\, \sin \frac{x}{2} - 1.$

140. $35 \sin^2 x + 8 \cos^2 x - 19 \sin 2x = 0.$

141. $\sin^2 x - 2\cos^2 x + \frac{1}{2} \sin 2x = 0.$

142. $\begin{array}{l} \sin (x+y) = 3 \sin (x-y), \\ 3 \cos (x+y) = \cos (x-y). \end{array}$

143. $\begin{array}{l} \operatorname{cotg} x + \operatorname{tg} y = 2, \\ \sin x \cos y = \frac{1}{4}. \end{array}$ **144.** $\begin{array}{l} \sin x + \sin y = 1{\cdot}4783, \\ \cos x - \cos y = 0{\cdot}1937. \end{array}$

II. Derékszögű és egyenlőszárú háromszögek megfejtése.

Jelöljük c-vel a derékszögű háromszög átfogójának a- és b-vel két befogójának a mértékszámát, α- és β-val a megfelelő hegyesszöget számítsuk ki a hiányzó alkotórészeket és a területet, ha:

145. $a = 627\ m,$ $\alpha = 39^0\,56'\,20''.$
146. $c = 2080\ m,$ $\alpha = 48^0\,16'\,12''.$
147. $c = 30\ cm,$ $\beta = 61^0\,15'.$
148. $c = 3{\cdot}794\ m,$ $\beta = 31^0\,18'\,2''.$
149. $a = 21{\cdot}927\ m,$ $\alpha = 38^0\,21'\,30''.$
150. $a = 5739\ m,$ $\beta = 12^0\,54'\,36''.$
151. $b = 425{\cdot}8\ m,$ $\alpha = 53^0\,23'\,16''.$
152. $b = 0{\cdot}1705$ m, $\beta = 32^0\,20'12''.$
153. $c = 210{\cdot}112\ m,$ $a = 156{\cdot}2\ m.$
154. $c = 86{\cdot}53\ m,$ $a = 71{\cdot}78\ m.$
155. $c = 617{\cdot}4\ m,$ $b = 342{\cdot}5\ m.$
156. $c = 28{\cdot}34\ m,$ $b = 16{\cdot}5\ m.$
157. $a = 62{\cdot}3\ m,$ $b = 35{\cdot}6\ m.$

158. $a = 192\cdot5$ *m*, $b = 180$ *m*.
159. $a = 0\cdot65$ *m*, $b = 1\cdot24$ *m*.
160. $a = 0\cdot72$ *m*, $b = 0\cdot64$ m.
161. Fejtsük meg a derékszögű háromszöget, ha átfogója 13 m, az arra húzott magasság 6 *m*.
162. A derékszögű háromszög befogóinak az átfogón való projekciói 32·4 *m* és 57·6 *m* hosszúk. Fejtsük meg a háromszöget.
163. Az egyik projekció 56 *m*, $\beta = 72^0\,26'\,10''$. Fejtsük meg a háromszöget.
164. *AB* torony hegye *C* pontból $\gamma = 22^0\,14'$ eleváció-szög alatt látszik. $BC = 57$ *m*. Mily magas a torony?
165. Az országút emelkedése 2·735 *Km* úton $1\cdot5^0$. Mennyivel áll az út egyik vége magasabban, mint a másik?
166. Mennyi a Nap magassága, ha a 80 *m* magas torony árnyéka a vízszintes síkban 113 *m*?
167. A 400 *m* magasban lebegő léggömbről egy árok $13^0\,26'$ depresszió-szög alatt látszik. Mennyire esik az a vízszintes síkban a léggömbből húzható merőleges talppontjától?
168. Mekkora a derékszögű négyszög átlóinak az oldalakhoz való hajlássöge, ha a két oldal 4937 *m* és 3874 *m* hosszú?
169. Valamely hegyi út emelkedése $1\cdot2^0/_{00}$; mennyi emelkedésének szöge?
170. Mekkora a rombus oldala és hegyes szöge, ha átlóinak hossza 7·9 *m* és 11·6 *m*?

Fejtsük meg a derékszögű háromszöget, ha:

171. befogója 100 *m*, területe 3750 m^2;
172. kerülete 7640·07 *m*, egyik hegyes szöge $50^0\,46'\,45''$;
173. kerülete 644 *m*, területe 14490 m^2;
174. átfogója 85 *m*, területe 546 m^2;
175. egyik hegyes szöge $36^0\,42'\,38''$, területe 8232·886 m^2;
176. átfogója 164 *m*, befogóinak különbsége 124 *m*;
177. egyik hegyes szöge $24^0\,4'\,40''$, befogóinak öszszege 184 *m*;
178. befogóinak aránya 8 : 5, átfogója 5849 *m*;
179. hegyes szögeinek különbsége $14^0\,19'\,38\cdot2''$, átfogója 596·842 *m*;
180. egyik hegyes szöge $60^0\,19'\,43\cdot2''$, kerülete 5960 *m*.

Jelöljük az egyenlőszárú háromszög alapját a-val, szárát b-vel, az ezekkel átellenes szögeket α- illetőleg β-val, magasságát m-mel; fejtsük meg a háromszöget és határozzuk meg annak t területét, ha:

181. $a = 88\ m,\ b = 125\ m;$
182. $a = 672\ m,\ \alpha = 83^0\,25'\,4''$;
183. $a = 3{\cdot}12\ m,\ \beta = 40^0\,27'$;
184. $b = 505\ m,\ \beta = 48^0\,17'\,28''$;
185. $b = 2{\cdot}3995\ m,\ \alpha = 139^0\,20'$;
186. $m = 117\ m,\ \alpha = 41^0\,13'\,6''$;
187. $a = 147\ m,\ m = 90\ m;$
188. $b = 2{\cdot}05\ m,\ m = 1{\cdot}33\ m;$
189. $m = 377\ m,\ \alpha = 83^0\,25{\cdot}4',$;
190. $a + 2b = 24{\cdot}8\ m,\ \beta = 36^0\,12'$.

Fejtsük meg az egyenlőszárú háromszöget, ha:

191. $t = 218{\cdot}4\ m^2,\ a = 23{\cdot}3\ m;$
192. $t = 159{\cdot}6\ m^2,\ m = 16{\cdot}8\ m;$
193. $a+b = 47\ m,\ m = 33\ n;$
194. $a = 72\ m,\ {}^{m}b = 43{\cdot}2\ m;$
195. $t = 2260\ m^2,\ \alpha = 158^0\,38'\,20''$;
196. $a+2b = 36\ m,\ m = 16\ m;$
197. $a+m = 89\ m,\ \alpha = 154^0\,34'\,20''$;
198. $a-m = 125\ m,\ t = 7500\ m^2;$
199. ${}^{m}b = 62{\cdot}02\ m,\ \alpha = 28^0\,30'\,2''$;
200. $a+2b = 144\ m,\ \beta = 67^0\,22'\,49''$.
201. Milyen arányban osztja a hegyesszöget felező egyenes az egyenlőszárú derékszögű háromszög területét?
202. Mekkora a Hold látszólagos átmérője, ha valóságos középátmérője 3484 *Km*, a Földtől való távolsága középértékben 384400 *Km*?
203. A szimmetrikus trapéz területe $34{\cdot}7715\ m^2$, párhuzamos oldalai 5 és 8 m hosszúak; számítsuk ki hiányzó alkotórészeit.
204. Az egyenlőszárú háromszög köré írt kör sugara $39{\cdot}144\ m$ az alappal átellenes szöge $37^0\,50'\,58''$. Fejtsük meg a háromszöget.
205. Mily nagy azon csillag átmérője, melynek látszólagos nagysága 32′, távolsága a Földtől 149 millió *Km*?
206. Mennyi az egyenlőszárú háromszög beírt körének sugara, ha ismeretes alapja és szára?

207. Az alapból és a beírt kör sugarából fejezzük ki az egyenlőszárú háromszög területét.
208. Fejtsük meg az egyenlőszárú háromszöget, ha beírt körének sugara 56·25 *m*, magassága 72 *m*.
209. A 8 *m* széles országútat két oldalról bizonyos távolságig párhuzamos fasor szegélyezi. Mennyire esik a két utolsó fa, ha azokat az útközepén álló szemlélő 28′-nyi látásszög alatt látja?
210. Mily magasan áll a 10 *m* átmérőjű léggömb, ha az 40′-nyi látásszög és 50° 10′-nyi elevációszög alatt mutatkozik a szemlélő előtt?

III. Ferdeszögű háromszögek megfejtése.

A háromszög oldalainak mértékszámai a, b, c, az átellenes szögek α, β, γ, a terület t. Fejtsük meg a háromszöget, ha:

211. $a = 10\ m$, $\beta = 37^\circ$, $\gamma = 41^\circ$;
212. $a = 12 m$, $\beta = 44^\circ 20'$, $\gamma = 77^\circ 10'$;
213. $a = 389\ m$, $\beta = 75^\circ 10' 52''$, $\gamma = 29^\circ 9' 8''$;
214. $a = 2{\cdot}5\ m$, $\beta = 98^\circ 63' 8''$, $\gamma = 56^\circ 29' 8''$;
215. $a = 7\ m$, $b = 8\ m$, $\gamma = 73^\circ 24'$;
216. $a = 7\ m$, $b = 15\ m$, $\gamma = 126^\circ 48' 4{\cdot}2''$;
217. $b = 5\ m$, $c = 6\ m$, $\alpha = 20^\circ 36' 0{\cdot}6''$;
218. $b = 9\ m$, $c = 41\ m$, $\alpha = 77^\circ 18' 1{\cdot}2''$;
219. $a = 4{\cdot}32\ m$, $b = 7{\cdot}61\ m$, $\beta = 59^\circ 14'$;
220. $a = 134{\cdot}16\ m$, $c = 84{\cdot}54\ m$, $\alpha = 22^\circ 9' 11''$;
221. $a = 4527\ m$, $b = 3465\ m$, $\alpha = 66^6 6' 27''$;
222. $b = 229\ m$; $c = 232\ m$, $\gamma = 15^\circ 11' 21{\cdot}4''$;
223. $a = 330{\cdot}1\ m$, $b = 412{\cdot}2\ m$, $c = 371{\cdot}3\ m$;
224. $a = 10\ m$, $b = 11\ m$, $c = 5\ m$;
225. $a = 62\ m$, $b = 122\ m$, $c = 182\ m$;
226. $a = 0{\cdot}099\ m$, $b = 0{\cdot}101\ m$, $c = 0{\cdot}158\ m$.

Fejtsük meg a ferdeszögű háromszöget, ha:

227. $t = 36\ m^2$, $b = 9\ m$, $\alpha = 126^\circ 52' 26''$;
228. $c = 200\ m$, $\gamma = 76^\circ 10' 8''$, $a : b = 5 : 4$;
229. $t = 715\ m^2$, $a = 53{\cdot}4\ m$, $\beta = 38^\circ 47' 30''$;
230. $t = 154\ m^2$, $\alpha = 72^\circ 26' 10''$, $\beta = 42^\circ 30' 16''$;
231. $a+b = 2{\cdot}94\ m$, $c = 2{\cdot}351\ m$, $\gamma = 93^\circ 41' 43''$;
232. $a+b+c = 5948\ m$, $\alpha = 58^\circ 30'$, $\beta = 66^\circ 18'$;
233. $a+b = 793\ m$, $c = 773\ m$, $m = 195\ m$;
234. $a = 8347\ m$, $b+c = 11286\ m$, $\beta = 79^\circ 18' 42''$;
235. $t = 108{\cdot}132\ m$, $\alpha+\beta = 105^\circ 12' 14''$, $\alpha-\beta = 5^\circ 14' 32''$.

236. Ha $a^2 = b^2+c^2+bc$, akkor $\alpha = 120^0$.
237. Bármely háromszögben $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma+2\cos\alpha \,.\, \cos\beta \,.\, \cos\gamma = 1$.
238. Ha r jelenti a háromszög köré irt kör sugarát, fejtsük meg a háromszöget, amikor $r = 25\ m$, $\alpha = 50^0\, 12'\, 25''$, $\beta = 74^0\, 4'\, 40''$.
239. $r = 21{\cdot}56\ m$, $a+b = 569{\cdot}52\ m$, $c = 47{\cdot}46\ m$.
240. $r = 14\ m$, $a = 24\ m$, $b = 20\ m$.
241. $r = 497{\cdot}087\ m$, $a+b+c = 2537\ m$, $\alpha = 47^0\, 29'\, 11{\cdot}3''$.
242. Fejtsük meg a háromszöget két magasság és egy szög alapján.
243. Mi a megfejtés, ha két oldalt és egy magasságot ismerünk?
244. Határozzuk meg a romboid átlóit és terűletét, ha $a = 25\ m$, $b = 17\ m$, a kettő által bezárt szög $25^0\, 3'\, 27''$.
245. Fejtsük meg a romboidot a oldala és d_1 és d_2 átlói alapján.
246. Keressük a trapéz területét a két párhuzamos oldala és az alapon fekvő két szöge ismerete mellett.
247. A húrnégyszögben $a = 56\ m$, $b = 33\ m$, $c = 16\ m$, $r = 32{\cdot}5\ m$. Mekkorák az ismeretlen alkotórészek?
248. Ismeretes a háromszög egy oldala és két szöge; keressük a szögfelező egyenesek hosszát.
249. Egy oldal és két szög alapján határozzuk meg a háromszög három magasságát.
250. Határozzuk meg ugyanezen adatokból a talpponti háromszög oldalait és területét.

IV. A szabályos sokszögek és a kör.

251. A szabályos ötszög egy oldala $9\ m$; mekkora a területe, beírt és körülírt körének sugara?
252. A szabályos nyolcszög egy oldala $10\ m$; mennyi a területe, beírt és körülírt körének sugara?
253. Mekkora az $5\ m^2$ területű szabályos tizenkétszög egy oldala?
254. Mekkora a $816{\cdot}24\ m^2$ területű szabályos tizenötszög beírt és körülírt körének a sugara?
255. A szabályos hétszögbe írt kör sugara $3\ m$; mekkora a területe?
256. A szabályos húszszög egy oldala $2\ m$; mekkora a területe, beírt és körülírt körének a sugara?

257. Melyik szabályos sokszögre nézve kétszer akkora a körülírt kör sugara, mint a beírt köré?

258. Mennyi a beírt tizenkétszög területe azon körben, melyben a beírt hétszög területe 26·518 m^2?

259. Mily nagy az 56 m-es oldalú négyzettel egyenlő területű szabályos kilencszögbe írható kör sugara?

260. Keressük a szabályos tizennégyszög területét és oldalát, ha beírt körének sugara 0·237 m?

261. Mily nagy az 542·35 m sugarú körben a 37° 43′ 28″ ívnek megfelelő húr hossza?

262. Mily nagy azon kör sugara, melyben a 37°43′28″ ívnek 1476 m hosszú húr felel meg?

263. Mily nagy azon kör sugara, melyben a beírt és körülírt szabályos tizenötszög területei között 248 m^2 a különbség?

264. Mily nagy a 8 m sugarú körben a 12 m-es húrral szemben fekvő szög?

265. Mily nagy ama körszektor területe, melyet a 8 m sugarú körben 56° 24′ nagyságú ív határol?

266. Mekkora az 564 m sugarú körben a 47° 19′ 27″ és 76° 47′ 42″ nagyságú ivektől meghatározott párhuzamos húrok közé eső terület?

267. Számítsuk ki az 1 cm oldalú szabályos 24-szögbe és köré írt kör sugarát és területét.

268. Mily nagy az 1 m sugarú körben az 1·5 m hosszú húrtól határolt körszegmentum területe?

269. Mily nagy azon kör sugara, melyben a 16 m hosszú húr 42° 20′ 16″ nagyságú ívet fog be?

270. Mily nagy a kör két párhuzamos húrja közé eső terület, ha a sugár 45 m, a húroknak a centrumtól egy irányban mért távolságaik 16 m és 25 m?

271. Mekkorák az említett huroktól meghatározott körszegmentumok?

272. Mutassuk meg, hogy a szabályos $2n$-szőg területe mértani középarányos a beírt és körülírt szabályos n-szögek területei között.

273. A kör területe 4213·8 m^2; mekkora a 125°26′15″ nagyságú ívhez tartozó körszektor területe?

274. Hány oldalú azon szabályos sokszög, melynél a beírt kör sugara 2·3777 n, a körülírté 2·5 m?

275. A szabályos tizenötszög egy oldala 2 m. Mekkora a beírt és körülírt köre közé eső gyűrű területe?

276. Mily nagy azon kör sugara, melyben a 120^0-os ívtől határolt szektor területe 462 m^2?

277. A 10 *m* sugarú kör két átmérője $38^0 56' 18''$ nagyságú szög alatt metszi egymást. Mekkora az átmérők végpontjait összekötő húroktól bezárt négyszög területe?

278. Mily szögben metszi egymást a két átmérő, ha a kör sugara 5 *m*, az átmérőktől meghatározott négyszög területe 16 m^2?

279. A szabályos kilencszögbe írt kör sugara 3 *m*; mennyi a területe?

280. Mennyi a szabályos tizenkétszög területe, ha a beírt kör sugara 7 *m*?

V. Magasság- és távolságmérés.

281. Egy 10 *cm* hosszú vonalra egyik végpontjában merőlegest állítunk s arra 2, 4, 8, 12, 20 *cm*-t felmérünk és a nyert pontokat a másik végponttal összekapcsoljuk. Mekkorák a származott szögek?

282. Egy 10 *cm* sugarú negyedkörre 20^0, 40^0, 60^0, 80^0 nagyságú szögeket mérünk fel és a körív átmetszési ponjaiból az egyik sugárra merőlegeseket húzunk. Számítsuk ki ezek hosszát.

283. Mekkora szög alatt látjuk a 62 *m* magas épület csúcsát 15, 25, 100 *m* távolságból. Hogy változnak e szögek, ha a szem magasságát 1·5 *m*-nyire vesszük?

284. Mily magas az a torony, melyet 275 *m* távolból α, 140 *m* távolból 2α szög alatt látunk?

285. Mekkora az 50 *m*-es épület árnyéka, mikor a Nap sugarai $56^0 27' 18''$ nagyságú szög alatt érik?

286. A hegyre vezető út emelkedése $1·6\%_0$. Mekkora szög alatt hajlik az a vizszinteshez?

287. Mekkora távolságból mutatkozik a 10 *m* átmérőjű léggömb akkora szög alatt, mint a Hold ($^1/_2{}^0$)?

288. Ugyanazt számitsuk ki 36 *cm*-es elektromos ívlámpára nézve.

289. A torony csúcsát talpától 36 *m* távolból $39^0 24' 16''$-nyi szög alatt, 78 *m* távolból $15^0 20' 26''$-nyi szög alatt látjuk. Mekkora annak magassága?

290. *A* hegycsúcshoz nem juthatunk, azért bizonyos távolban $BC = 57·7$ *m* hosszú vonalat mérünk le, $ABC \measuredangle = 58^0 23'$, $ACB \measuredangle = 38^0 38'$. Mekkora a csúcs magassága?

291. Egy toronyból a folyó partja $36^0 6' 2''$ szög alatt látszik. Mily messze van a toronytól (légvonalban és a vizszintes sikban) a folyó, ha a torony magassága 56·74 *m*?
292. Mily nagy szög alatt hajlik a 125 *m* magas hegyre vezető 2120 *m* hosszú út a vizszintes sikhoz?
293. Egy magános sziklacsúcs *A* pontból $43^0 15' 26'$-nyi szög alatt látszik, a 63·5 *m*-rel messzebb fekvő *B*-ből pedig $32^0 47' 19''$ alatt. Mily magas e csúcs és mennyire fekszik *A*-tól?
294. Közvetlen a folyó partról $55^0 20'$-nyi szög alatt látjuk a túlsó parton álló fát. 15 *m*-rel tovább menve, az $20^0 56'$-nyi szög alatt tünik fel. Mily széles a folyó és mily magas a fa?
295. Egy 12 *m* magas ablakból a folyó két partját $17^6 2'$, illetőleg $45^0 12' 3''$-nyi depresszió szög alatt látjuk. Mily széles a folyó?
296. Határozzuk meg *A* felhő *m* magasságát, ha annak *B* képét látjuk a tó tükrében, amelynek partján a víztükörtől m_1 magasságban állunk és a képet α depresszió szög alatt, a felhőt β elevációszög alatt látjuk.
297. Végezzük e számítást, ha $m_1 = 3$ *m*, $\alpha = 62^0 20' 16''$, $\beta = 38^0 27' 12''$.
298. Végezzük akkor, ha $m_1 = 0{\cdot}3$ *m*, $\alpha = 80^0 18' 32''$, $\beta = 26^0 5' 7''$.
299. *A* és *B* pont távolát kell meghatároznunk. A két pont között azonban a mérés akadályozva van. Ekkor felvesszük *BC* hosszúságot és megmérjük, mekkora szögek alatt látszik *A* a *B*, illetőleg *C* pontból. Ez úton kiszámítható a két pont távolsága. Végezzük a számitást, ha $BC = 144$ *m*, $ABC \measuredangle = 60^0 6' 12''$, $ACB \measuredangle = 43^0 24'$.
300. Végezzük akkor, ha $BC = 135$ *m*, $B \measuredangle = 82^0 53' 10''$, $C \measuredangle = 42^0 21' 20''$.
301. Ha *A* és *B* pontok távolát keressük s a jelzett pontok egyikéhez sem juthatunk, *CD* tetszőleges távolságot vesszük fel és meghatározzuk a szögeket, melyek alatt a felvett egyenes végpontjaiból *A* és *B* látszik. Ez úton e két pont távolsága már meghatározható. Végezzük a számítást, ha $CD = 260$ *m*, $ACD \measuredangle = 104^0 25'$, $BCD \measuredangle = 64^0 25'$, $ADC \measuredangle = 56^0 15'$, $BDC \measuredangle = 86^0 26'$.

302. Végezzük a számítást, ha az előbbi példában említett alkotórészek sorban: 475 m, $84^0\,22'\,10''$, $52^0\,8'\,16''$, $32^0\,24'\,28''$, $74^0\,18'\,12''$.

303. Egy folyó partján 440 *m*-t mérünk le. E vonal *A* és *B* végpontjaiból a túlsó parton kijelölt *C* pontot $61^0\,51'\,34''$ és $22^0\,37'\,12''$ szög alatt látjuk. Mennyi a folyó szélessége?

304. A *C* és *D* pontban lévő hajók távolságát keressük. E célból a parton lemérjük $AB = 670\ m$, $BAD \sphericalangle = 40^0$, $BAC \sphericalangle = 96^0$, $ABC \sphericalangle = 44^0$ és $ABD \sphericalangle = 113^0$ mennyiségeket. Végezzük el a számítást.

305. *A*, *B*, *C* három nem egy egyenesben fekvő pont. *D* pont az előbbi három ponttól meghatározott síkban $ABC \sphericalangle$ szárai közt fekszik. Mennyire fekszik a pont az előbbi háromtól, ha $AB = 347\ m$, $BC = 865\ m$, $B \sphericalangle = 135^0 30'$, $ADB \sphericalangle = 65^0 42'$, $BDC \sphericalangle = 44^0\,28'$?

306. Végezzük ugyane számítást, ha az adatok rendre: 287 *m*, 256 *m*, $108^0\,26'$, $52^0\,8'\,29''$, $55^0\,44'\,18''$

VI. Vegyes feladatok.

307. Egy háromszög oldalait a $\sqrt{x^2 - 540} + 42 = 2x$ egyenlet gyökei adják. A nagyobb oldallal szemben fekvő szög $73^0\,45'\,20''$. Fejtsük meg a háromszöget.

308. Hasonlóképen $x^2 - 10x + 21 = 0$ és $52^0\,40'\,20''$.

309. A háromszög oldalai 285·2 *m*, 226 *m*, 198 *m*; mekkora a beírt és körülírt körök közé foglalt terület?

310. Hasonlóképen, ha az oldalak 8 *m*, 12 *m*, 15 *m*.

311. Egy háromszög oldalai számtani sort alkotnak, melynek különbsége 1, a legkisebb szög fele a legnagyobbnak. Fejtsük meg a háromszöget.

312. A háromszög oldalai mértani sort alkotnak, melynek hányadosa 2, fejtsük meg a háromszöget, tudván, hogy területe 327·95 m^2.

313. Egy háromszögből ismerntes *a* oldal, az ezzel szemben fekvő α szög és az adott oldalhoz húzható *m* magasság. Állítsuk fel azt a másodfokú egyenletet, mely a másik két oldalt meghatározza és állapítsuk meg *a*, *m* és α olyan összefüggését, mely mellett a háromszög derékszögű.

314. Bármely háromszögben: $\sin\frac{\beta-\gamma}{2} = \frac{b-c}{a}\cos\frac{\alpha}{2}$ és $\cos\frac{\beta-\gamma}{2} = \frac{b+c}{a}\sin\frac{\alpha}{2}$.

315. A trapézalakú 3600 m^2 területű telket átlója egy egyenlőoldalú és egy ferdeszögü háromszögre bontja. A részek területeinek aránya $\frac{5}{4}$. Mekkorák az oldalak?

316. A háromszögben $a+c = 450\ m$, $\alpha = 56^0 18' 24''$, $\beta = 47^0 8' 26''$. Fejtsük meg a háromszöget.

317. A ferdeszögű háromszögben $\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2} < \frac{1}{4}$.

318. Fejtsük meg a háromszöget, ha $a = 31864\ m$, $b-c = 12854$, $\alpha = 69^0 41' 37''$.

319. $72^0 28' 39''$ oly két x és y részre bontandó, melyek mellett $\sin x : \sin y = \frac{5}{3}$.

Fejtsük meg a következő egyenleteket:

320. $5\sin^2 x - 2\cos^2 x - 3\sin x\cos x = 0$.

321. $3\operatorname{cotg} x + 2\operatorname{tg} x = 5$

322. $\frac{1-\sin x}{1+\sin x} = 0{\cdot}784$.

323. $3\cos^2 x + 2\sin^2 x = 2{\cdot}75$.

324. Oly háromszög, melyben $\sin 2\beta = \frac{\sin 4\gamma}{4\cos^2\gamma - 2}$ derékszögű, vagy egyenlőszárú.

325. A rombus területe 2125 m^2, egyik szöge $51^0 33' 30''$. Mekkora az oldala?

326. Oldjuk meg a háromszöget, ha oldalai sorban 1-gyel nagyobbak az előbbinél. Területének mértékszáma kétszerese a kerületének.

327. Megfejtendő a rombus, melynek területe 7776 m, kerülete 500 m.

328. Fejtsük meg a háromszöget, ka $a+b = 1045{\cdot}7\ m$, $ab = 271700$, $t = 18940\ m^2$.

329. Mekkorák ama háromszög szögei, melyben a magasságok aránya 2 : 3 : 4.

330. A trapéz oldalai rendre 52, 12, 20 és 9 m hosszúk, mekkorák a szögei?

331. Egy háromszögben $b = a+1$, $c = a+2$, $\cos\alpha = \frac{3}{5}$. Mekkora a, $\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}$ és $\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}$?

332. $\frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{cotg}^2 x}} + \sin^2 x = a.$

333. Mekkorák a körbeírt szabályos háromszögtől meghatározott körszegmentumok területei?

334. A háromszög oldalai 3, 4, 5 *m*. Mekkorák a körülírt körben az egyes oldalakhoz tartozó szegmentumok területei?

335. Milyen részekre bontja a beírt kör az előbb adott háromszöget?

336. Bármely háromszögben $\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}+\gamma\right)=\frac{b+c}{b-c}\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$.

337. Bármely háromszögben $4t=b^2\sin^2\gamma+c^2\sin^2\beta$.

338. Megfejtendő: $x+y=63^0$, $\sin x . \sin y = 0{\cdot}2185$.

339. Mekkora a romboid ismeretlen oldala, ha területe $742{\cdot}12$ m^2, egyik szöge $28^0\,31'\,15''$, egyik oldala $15{\cdot}4$ *m*?

340. A romboid oldalai 8 *m* és $9{\cdot}5$ *m*, területe $320{\cdot}5$ m^2. Mekkorák a szögei?

341. Fejtsük meg a háromszöget, ha $a+b=41$ *m*, $\alpha-\beta=30^0\,29'\,12''$, $r=10{\cdot}833$ *m*.

342. Fejtsük meg a háromszöget, ha $ab=90$, $c=17$ *m*, $r=10{\cdot}625$ *m*.

343. Oldjuk meg a háromszöget, ha ismerjük egyik magasságát, az alappal átellenes szöget és ennek felező egyenesét.

344. Egy trapéz területe 204 m^2, párhuzamos oldalainak különbsége 14, a nem párhuzamosaké 2 *m*, két átellenes szög különbsége pedig $59^0\,29'\,23''$. Keressük az oldalakat.

345. A húrnégyszög négy oldalából számítsuk ki a négy szöget.

346. Egy hegyen emlékmű áll, melynek felső részét a hegytől 156 *m* távolból $27^0\,50'$, alsó részét $21^0\,16'$ nagyságú szög alatt látjuk. Mily magas az emlékmű?

347. Bizonyos távolból egy hegy $4^0\,4'$ nagyságú szög alatt látszik, 2640 *m*-rel közeledve $5^0\,17'$-re, még 2542 *m*-rel közeledve $7^0\,25'$-re nő a szög. Mily magas a hegy?

348. Bizonyítsuk be, hogy: $2\sin^2 a . \sin^2 b + 2\cos^2 a . \cos^2 b = 1 + \cos^2 a . \cos^2 b$.

349. Mily messze esik a súlypont a háromszög *c* oldalától, ha ismeretes *a*, *b* és γ?

350. Mennyi a szabályos tizenötszög területe az *r* sugarú körben?

351. Oldjuk meg a háromszöget, ha abban $b^2 - a^2 = 1400 \cdot 25$, $c = 75\ m$, $\gamma = 82^0 40' 9 \cdot 2''$.

352. A háromszögben két oldal aránya 8 : 13, az ezekkel átellenes szögeké 1 : 2. Mekkorák a szögek s milyen a harmadik oldal aránya a két elsőhöz?

HARMADIK RÉSZ.

Feladatok a sztereometriához.

I. A téridomokról általában. A testszög.

1. Hány egyenest húzhatunk a térben fekvő 5 ponton át úgy, hogy mindegyiknek a fekvése meg legyen határozva?

2. A térben fekvő 3 egyenesen és 5 ponton át hány síkot fektethetünk úgy, hogy mindegyik egy egyenesen és egy ponton menjen át.

3. Egy pontból 7 egyenes indul ki; hány síkot határoznak meg ezek?

4. Hány egyenesben metszheti egymást 5 adott sík?

5. Mily messze van egy pont a síktól, ha a térbeli pont a sík egy pontjától 7 *m*-nyire és a síkban fekvő pont a térbeli pontból a síkra merőlegesen húzott egyenes talppontjától 5 *m*-nyire esik?

6. A 15 *m* hosszú rúd hajlásszöge a síkhoz $52^0 18' 20''$; mekkora a rúd projekciója?

7. Az egyenes projekciója a síkon 42 *m*, hajlásszöge $64^0 20' 45''$; mekkora a térbeli egyenes hosszúsága?

8. Mily nagy szög alatt hajlik a 107 *m* hosszú egyenes a síkhoz, ha projekciójának hosszúsága 72·6 *m*?

9. Ha $AO = 17\ m$ hosszú egyenes merőlegesen áll az O centromú $r = 5\ m$ sugarú kör síkjára; mennyire esik A pont a kör kerületének egyes pontjaitól?

10. Két térbeli pont távolsága a siktól 7·6 és 4·4 *m*; a pontokból a síkra húzott merőlegesek talppontjainak távolsága 3·9 *m*; mennyi a térbeli pontok távolsága?

11. *ABC* háromszög hajlásszöge a síkhoz 45^0; mily nagy projekciójának területe, ha $a = 27$ *m*, $b = 43$ *m*, $\beta = 58^0 26' 10''$?

12. Valamely háromszög projekciója oly egyenlőoldalú háromszög, melynek területe $\sqrt{50}$; mily nagy a térbeli háromszög területe, ha a síkhoz 45^0 alatt hajlik?

13. A háromszög projekciójának területe 5-öde a térbeli háromszög területének; mekkora ez utóbbi hajlásszöge a síkhoz?

14. Mily nagy a 116 m^2 területű háromszög hajlása a síkhoz, ha projekciója 12 *m* hosszú oldalú egyenlőoldalú háromszög?

15. Mily nagy a 14 *m* hosszú, a képsíkhoz párhuzamos alapú s ahhoz $30^0 40' 50''$ szög alatt hajló egyenlőszárú háromszög egyik szára, ha projekciójának területe 360 m^2?

16. Milyen szög alatt hajlik a sokszög a síkhoz; ha projekciójának területe a sokszög területének felével egyenlő?

17. A négyzet egy oldala 25 *m*, projekciója 20 *m* hosszú oldalakkal bíró rombus, melynek egyik hegyes szöge $58^0 16' 20''$. Mily szög alatt hajlik a négyzet a síkhoz?

18. A 18 *m* sugarú kör projekciója oly ellipszis, melynek kis tengelye 30 *m*. Mily szög alatt hajlik a kör a képsíkhoz?

19. Ha a háromoldalú testszög lapszögeit felezzük, a felező síkok közös metsző egyenesének pontjai a három oldallaptól egyenlő messzire esnek.

20. Ha a háromoldalú testszög élszögeit felezzük, és a felező egyenesekben az oldalakra merőleges síkokat állítunk, ezek oly egyenesben metszik egymást, melynek pontjai a három éltől egyenlő távolságra esnek.

II. A hasáb.

21. A kocka éle 16 *m*; mekkora a felszine és térfogata?

22. A kocka egyik 30 *m* hosszú alapélén átmenő és az alaphoz $36^0 18'$ alatt hajló sík a kockát két részre bontja; mennyi egy-egy rész térfogata?

23. Ha a kocka éleit 3 *m*-rel növeljük, térfogata 819 m^3-rel nő. Mekkora az él?

24. A kocka térbeli átlója 10·4 *cm*; mekkora az éle és a térfogata?
25. A kocka térfogata 0·64 liter; mekkora az éle és a felszine?
26. Ha a kocka élét 2 *m*-rel növeljük, felszine 240 m^2-rel nő; mekkora az éle?
27. Mennyivel kell a 11 *m* élű kocka éleit növelnünk, hogy felszine 966 m^2-rel növekedjék?
28. Két kocka éleinek összege 7·6 *m*, felszineik összege 40·56 m^2; mekkorák az élek és a térfogatok?
29. Mily nagy a 32 *Kg* súlyú ólomkocka (fajsúlya 11·35 *g*) éle, felszine és térfogata?
30. A kocka térfogata 76·45 m^3; mennyi a tèrbeli átlója?
31. Egy cm^3 vasból oly négyzetalapú pálca készítendő, melynek éle 2 *cm* (1·75 *cm*) mennyi lesz a pálca hossza?
32. Mennyi lesz a vastagsága a négyzetes átmetszetű, egy köbméter vasból készített rúdnak, ha hosszát 380 (550) *m*-nyire vesszük?
33. Mily hossúra kell a 40 tanulóra szánt tantermet építeni, ha magassága 3·8 *m*, szélessége 4·6 *m* s egy tanulóra 2·75 köbmétert számítanak?
34. A parallelepipedon 12 és 8 *m* hosszú oldalai 60^0-os szöget zárnak be, magassága 16 *m*; mennyi a felszine és térfogata?
35. A négyoldalú oszlop térfogata 2500 m^2, magassága 15 *m*, mennyi az alapéle és felszine?
36. A 444 m^3 térfogatú derékszögű parallelepipedon három éle rendre 9 *m*-rel különbözik egymástól. Mekkorák az élek?
37. A 628 m^2 felszínű parallelepipedon élei rendre 7 *m*-rel különböznek egymástól; mekkorák az élek?
38. A derékszögű parallelepipedon egy pontban összefutó élei 5, 9, 12 *m*; mekkora az átlós-metszet területe?
39. Keressük az egyenes parallelepipedon felszinét és térfogatát, tudván, hogy annak átlós-metszete 16 m^2 területű négyzet, alapéleinek aránya 3 : 4.
40. Az egyenes parallelepipedon éleinek együttes hossza 196 *m*, térbeli átlóinak hossza 29 *m*, térfogata 4032 m^3. Mekkorák az élei?
41. Az egyenes parallelepipedon éleinek aránya 3 : 5 : 7; térfogata 2835 m^3; mily nagyok az élek és a felszin?

42. Mennyire sülyed legnagyobb lapjára helyezve a vízbe 2·4 *Kg* megterhelés mellett a 0·6 *g* fajsúlyú fából készűlt egyenes parallelepipedon, melynek élei 40, 30 és 10 *cm* hosszúk?

43. Az egyenes parallelepipedon két kisebb élének aránya 5 : 12; a legnagyobb él 3-mal kevesebb, a térbeli átló 22-vel több, mint a legrövidebb él 3-szorosa; mekkora ez utobbi?

44. Az egyenes parallelepipedon élei 5, 7, 9 *m* hosszúk; az első és harmadik élt ugyanannyival hosszabbítván, a térfogat 357 m^3-rel nő; mennyi az élek meghosszabbítása?

45. Ha a tégla éleinek méretei 25, 12, 6·5 *cm*, mennyi agyagot kell egy millió téglához felhasználni, ha a száradásra 10% apadást számítanak?

46. A négyzetalapú egyenes parallelepipedon térfogata 160 m^3, éleinek együttes hossza 72 *m*. Mekkorák az alap- és az oldalélek?

47. Mily nagyok a derékszögű parallelepipedon mértani haladványt alkotó mértekszámai, ha térfogata 216 m^3, felszine 252 m^2?

48. Mily nagyok a négyzetalapú egyenes parallelepipedon élei, ha térfogata 720 m^3, egyik oldalának átlója 13 *m*?

49. A háromoldalú ferde hasáb alapélei: $AB = 25$, $AC = 48$, $BC = 55$; az egyik oldalél $CD = 187·76$; $DCA \sphericalangle = DCB \sphericalangle = 38^0 20' 37·5''$. Mekkora az A, B, D pontokon átmenő síkmetszet területe?

50. A szabályos tizenkétszögalapú egyenes prizma alapéle 15·2 *m*, oldaléle 28·6 *m*; mekkora a felszine és térfogata?

51. Hány m^3 főld kerűl ki a 2·5 *Km* hosszú, 0·8 *m* mély, fent 1·8 *m*, lent 0·4 *m* széles árokból?

52. Hány m^3 földet ástak ki a 170 *Km* hosszú, fent 67 *m*, lent 34·5 *m* széles és 9 *m* mély szuezi csatornából?

53. Az r sugarú körre szabályos háromoldalú m magasságú prizmát állítunk. Mennyi annak térfogata? (A nyert képletben legyen: $r = 10$, $m = 15$.)

54. A négyoldalú egyenes prizma éleinek aránya 1 : 2 : 3. Mekkorák az élek, ha a prizma felszine 680325 m^2?

55. A rombus-alapú egyenes prizma alapterülete 84 m^2, az oldallapok átlója 45; mennyi az alap két átlója, ha a priyma magassága 44 *m*?
56. Keressük az egyenes hasáb felszinét és térfogatát, tudván, hogy egyenlőszárú háromszög alapjának szárai 8·6 *dm* hosszúk, ennek egy-egy alapon fekvő szöge $43^0 40' 15''$, a prizma magassága 20 *dm*.
57. A 0·75 *m* mély 110 *m*-es oldalú szabályos nyolcszög alapú medence ürtartalmát számítsuk ki.
58. Számítsuk ki a derékszögű háromszög alapú egyenes prizma összes éleit, ha a két legkisebb oldallap felszine 72 és 96 m^2 és a legnagyobb oldallap átlója 17 *m*.
59. Számítsuk ki a négyzetalapú víztartó mélységét, ha alapéle 80 *cm* ürtartalma 768 *l*.
60. A négyzetalapú torony alapéle 6 *m*, magassága 32 m, falvastagsága 1·5 *m*. Mennyi a térfogata és hány tégla kellett az épitéshez, ha 1 m^3-hez 400 drb szükséges?
61. A szabályos hatszög átmetszetű vas tartó-oszlop alapéle 36 *mm*, hossza 24 *dm*. Mennyi a súlya, ha a vas fajsúlya 7·3 *g*?
62. A prizma alapja 6 m^2 területű oly egyenlőszárú háromszög, melynek magassága akkora, mint alapjának fele; mily nagy a test térfogata, ha összes felszine 24 m^2?
63. Számítsuk ki a derékszögű háromszög alapú egyenes prizma különböző éleinek hosszát, ha alapjának területe 630 m^2, átfogója 53 *m*, a prizma térfogata 7200 m^3.
64. Keressük az egyenes parallelepipedon mértani haladványt alkotó éleit, ha felszine 103·2 m^2, térfogata 64 m^3.
65. A szabályos hatszög alapú egyenes prizma oldaléle 12 *m*-rel hosszabb, mint alapéle. A térbeli kisebb átló 28 *m* hosszú. Mekkorák az élek?

III. A henger.

66. Számítsuk ki a henger térfogatát és palástjának területét, ha vastagsága 1·6 *m*, hossza 16 *m*.
67. Mily hosszú a 9 *m* vastagságú 582 m^3 térfogatú henger?
68. Mily vastag a 48 *m* hosszú, 625 m^3 térfogatú henger?

69. Az üres henger átmérője 36 *cm*, magassága 4·2 *m*, falvastagsága 3·5 *cm*, fajsúlya 7·3 *g*; mekkora a súlya, belső és külső köpenye?

70. Keressük a henger fajsúlyát, ha átmérője 56 *cm*, magassága 1·2 *m* és 45 *Kg* megterheléssel 0·9 *m* mélységig sülyed a vízbe.

71. Mekkora réztömb szükséges az 1 *mm* vastagságú Európát Amerikával összekötő drót (6000 *Km*) elkészítéséhez?

72. Mennyi a tengeralatti 6000 *Km*-es kábelek térfogata, tudván, hogy vastagságuk 3 *cm*?

73. Mily nagy bádog kellett a 0·16 *m* átmérőjű 1·15 *m* hosszú üres cső elkészítéséhez?

74. Mennyi az öntött vashenger súlya, ha magassága 3·5 *m*, kerülete 432 *mm*, fajsúlya 7·2 *g*?

75. Az egyenes henger magassága 7 *m*-rel több, mint alapkörének sugara. Mekkora ez utóbbi, ha a henger összes felszinének a palást területéhez való aránya 25 : 16?

76. A 0·7 *m* átmérőjű 3·8 *m* hosszúságú fa hengerből lehető nagy négyzetes gerendát kell készíteni. Mennyi a gerenda és a hulladék térfogata?

77. Mennyi az egyenes henger felszine, ha alapköre sugarának és magasságának aránya 3 : 8, térfogata 318 m^3?

78. Mennyi az üres cső térfogata, ha hossza 4·1 *m*, külső átmérője 16 *cm*, falvastagsága 3 *cm*?

79. A henger palástjának és felszinének aránya 7 : 11, egy másik 3 *cm*-rel nagyobb sugarú és 4 *cm*-rel nagyobb magasságú hengernél ez arány 5 : 8. Mennyi a kisebb henger sugara és magasságs?

80. Mily nagyok az 1 *l* űrtartalmú henger méretei, ha magassága kétakkora, mint átmérője?

81. A hengeralakú edény súlya üresen 10·36 *g*, higannyal (fajs. 13·6 *g*) telve 112·7 *g*. Mennyi az űrtartalma?

82. Mily magasra emelkedik 1 *Kg* higany az 5 *cm* átmérőjű edényben?

83. Hány *Kg* ólom szükséges ahhoz, hogy az 1 *cm* átmérőjű 15 *Km* hosszú kábelt 1 *mm* vastagságú ólomfallal övezzük körül?

84. A henger palástja 50 m^2; mennyi a térfogata, ha magassága akkora, mint átmérője?

85. Az egyenes hengert tengelyével párhuzamos sík metszi, a sík metszet átlója 17 *cm*, területe 120 cm^2, távolsága a tengelytől 3 *cm*; mily nagy az alap kör sugara és a henger magassága?

86. Az egyenlőoldalú henger térfogata 79·91 m^3; mily nagy a felszine és alapkörének sugara?

87. Az egyenes üres henger falvastagsága 12 *cm*, térfogatának aránya a kiegészítő teljes hengeréhez 16 : 9. Mekkorák alapköreik sugarai?

88. Mennyi az egyenes henger alapkörének sugara, ha felszine 152π m^2, magassága 15 m^2.

89. Az 5 *cm* sugarú ferde henger 30 *cm*-es tengelye 56^0 28′ 40″ nagyságú szög alatt hajlik az alaphoz; mily nagy a henger térfogata?

90. Az öntött vasból készült (fajsúly 7·3 *g*) hajtókerék hajtógyűrűjének belső sugara 1·4 *m*, külső sugara 1·5 *m*, vastagsága 20 *cm*; mennyi a súlya?

91. Az egyenes henger magassága 15 *dm*, az alapkör 4·5 *dm* hosszú húrjával átellenes középponti szög 32^0 26′ 10″; mennyi a henger felszine és és térfogata?

92. Számítsuk ki a ferde henger térfogatát, ha 36 *dm*-es tengelye az alappal 32^0 47′ 49″ szöget alkot és a merőleges tengelymetszet területe 354·5 dm^2.

93. Melyik azon egyenes henger, melynek térfogata változatlan marad, ha alapkörének sugarát 2 *m*-rel növeljük, magasságát 5·25 *m*-rel csökkentjük?

94. Állapítsuk meg az egyenes henger magasságának és alapköre sugarának arányát, ha a tengelymetszet és alapkör területe egyenlő egymással.

95. Mily nagy a ferde henger térfogata, ha tengelyének hossza 49 *m*, ennek hajlásszöge az alaphoz 32^0 44′ 50″, a merőleges tengelymetszet területe az alapkör négyszerese?

96. Mennyi a folyadék fajsúlya, ha az abba mártott 0·05 *m* sugarú, 0·2 *m* magasságú 7·778 *g* fajsúlyú vashenger 9 *Kg*-ot nyom?

97. Számítsuk ki az egyenes henger felszinét és térfogatát, ha a tengelymetszet 7·8 *dm*-es átlója az alappal 50^0 30′ 20′ szöget zár be.

98. Mekkora a 785 cm^2 térfogatú egyenlőoldalú hengerből kifaragható szabályos nyolcszög alapú prizma alapéle?

99. Keressük a 4213·8 m^2 területű körből 125° 20′ 15″ középponti szöggel kivágott szektor területével egyenlő palástú egyenlőoldalú henger térfogatát.

100. Keressük a 3436 m^3 térfogatú egyenes henger alapköre fölé emelhető szabályos 15-szög alapú prizma térfogatát.

101. Az egyenes hengerbe két szabályos sokszög alapú prizmát irunk, az egyik négy, a másik hat oldalú. Az előbbi térfogata 7942 m^3, az utóbbi egy oldallapjának területe 209 m^2. Mekkora a henger alapkörének sugara és magassága?

102. A henger 15 *m* hosszú tengelye 67° 18′ 50″ alatt hajlik az alaphoz, a magasság és az alapkör kerülete egyenlők. Számítsuk ki az ezen testtel egyenlő térfogatú kocka egy élét.

103. Vágjunk ki lehetőleg kevés anyagveszteséggel nyolcszög alapú prizmát a 4·6 *dm* átmérőjű, 5 *dm* magasságú, 7·2 *g* fajsúlyú hengerből.

104. A 35 *cm* sugarú hengeralakú edénybe 30 *Kg* higanyt (fajs. 13·6 *g*) és 490 *g* borszeszt (fajs. 0·79 *g*) öntünk. Milyen magas a folyadékoszlop?

105. Az egyenes henger felszine oly másik palástjával egyenlő, melynek sugara 2 *m*-rel nagyobb, magassága 2 *m*-rel kisebb. Mekkora az első henger sugara és magassága, ha tengelymetszetének kerülete 76 *m*?

IV. A gúla.

106. Mennyi a négyzetalapú piramis felszine és térfogata, ha alapéle 5 *m*, oldaléle 7·896 *m*?

107. A tetraeder éle 11·37 *m*; mennyi a magassága?

108. A szabályos nyolcszög alapú piramis alapélei 1·5, oldalélei 6 *m* hosszúk; mennyi a piramis felszine és térfogata?

109. A 10 *m* sugarú körbe egyenlőoldalú háromszöget írunk s a fölé 12 *m* magas piramist emelünk. Mennyi annak felszine és térfogata?

110. Mennyi a négyzetes piramis felszine, ha térfogata 79·967 m^3, magassága 3·4 *m*?

111. Mennyi a szabályos nyolcszög alapú piramis felszine és térfogata, ha egy-egy alapél 18 *dm*, az oldallapok hajlása az alaphoz 68°.

112. A gúla alapja 54 *cm*-es oldalú rombus, melynek egy szöge 43° 25′. A gúla csúcsa az átlók

metszési pontjában emelt merőlegesen 82 *cm* magasan van. Mennyi a gúla felszine és térfogata?

113. Számítsuk ki a szabályos nyolcszög alapú öntött vas (fajsúlya 7.3 *g*) piramis súlyát, ha a magasság az alap köré írható kör átmérőjvel egyenlő.

114. A szabályos tízszög alapú piramis alapéle 2·5 *m*, magassága 10 *m*; mennyi az oldaléle és a térfogata?

115. Mennyi bádog kell a szabályos hatszög alapú piramis alakú torony befedésére, ha az alapél 6·18 *m*, az oldalél 14 *m*?

116. Az egyenes piramis alapja derékszögű négyszög 80 m^2 területtel, a kétféle oldallag 25 m^2 és 52 m^2 területű. Mekkora a piramis alapéle és magassága?

117. A piramis alapja egyenlőoldalú háromszög 7 *m*-es oldalakkal. Az oldalélek merőlegesek egymásra. Mennyi a piramis felszine és térfogata?

118. A szabályos hatszög alapú 45 *cm*-es alapélű piramis oldallapjai 60^0 alatt hajlanak az alaphoz; mennyi a test súlya, ha anyagának fajsúlya 2·3?

119. A négyzetes egyenes piramis oldaléle 19 *m*, térfogata 816 m^3. Mennyi az alapéle és magassága?

120. Számítsuk ki a derékszögű háromszög alapú piramis térfogatát, ha az alap átfogója 36 *m*, egyik hegyes szöge $28^0\,44'\,49''$, az oldalél 55 *m*, ennek hajlása az alaphoz $58^0\,23'\,29''$.

121. A háromoldalú piramis alapjának egyik oldala 32·65 *m*, az ezen fekvő szögek $40^0 15'$ és $50^0 10' 30''$, a magasság háromszorosa az alapba írt kör sugarának; mennyi a test térfogata?

122. A 7 *m* magas piramis alapja oly derékszögű háromszög, melyben a befogók összege 35 *m*. Mekkorák az alapélek, ha a piramis térfogata 273 m^3?

123. A háromoldalú piramis alapéleinek hossza 100, 78, 29 *cm*, egyik 22·64 *cm* hosszú éle az alappal $69^0\,17'\,20''$ szöget alkot. Mennyi a test felszine és térfogata?

124. Egyenlő magasságú és térfogatú négyzetes piramis és rombus-alapú prizma esetében a rombus egyik átlója 9 *m*-rel kisebb, a másik

10 m-rel nagyobb, mint a piramis alapéle. Mekkora ez utóbbi?

125. Számítsuk ki az oblongum-alapú egyenes piramis alapéleit, ha a test oldaléle 101 m, ennek hajlása az alaphoz $78^0\,34'\,43''$, a piramis térfogata 25344 m^3?

126. A szabályos nyolcszög-alapú piramis egyik alapéle 6·4359 m; mily nagy az alappal párhuzamos és a magasság felező pontján átmenő sík metszet területe?

127. A szabályos ötoldalú csonkapiramis alapélei 105 és 72·6 m hosszúk, magassága 52·3 m; mennyi a felszine és térfogata?

128. A csonkapiramis alsó alapjának területe 1·44 m^2, a felsőé 0·81 m^2, térfogata 5·13 m^3; mennyi a kiegészítő piramis térfogata?

129. Milyen arányú részekre bontja a szabályos ötszög alapokkal bíró csonkapiramis térfogatát a magasság felező pontján átmenő s az alapokkal párhuzamos sík? Alkalmazzuk az eredményt a 127. példára.

130. A csúcstól milyen távolságban kell metszenünk a szabályos négyszögalapú piramist, hogy a részek aránya 27 : 37 legyen, feltéve, hogy a magasság az alap átlójával egyenlő?

131. A négyzetalapú egyenes csonkapiramis alapéleinek aránya 4 : 9, magassága 9 m, térfogata 3591 m^3. Mekkorák az alapélek?

132. Mily magasságban lesz az alappal parallel síkmetszet területe az alapok számtani középarányosa, feltéve, hogy az alapok területei 10·24 m^2 és 5·76 m^2, a magasság 13·566 m?

133. Mikor lesz a metszet az alapok geometriai középarányosával egyenlő, ha az adatok: 28·09 m^2, 7·29 m^2, a magasság $2\frac{8}{9}$ m?

134. Egyptom legnagyobb piramisa 146 m magas, alapja 237 m oldalú négyzet, oldallapjai egyenlőszárú háromszögek; mennyi ennek felszine, térfogata és súlya, ha 1 dm^3 kő súlya 2·64 Kg?

135. Az a oldalú szabályos háromszög fölé emeljünk m magasságú egyenes prizmát és piramist. Milyen m érték mellett egyenlő a két test oldalfelszine?

136. A rombusalapú egyenes csonkapiramis térfogata

5236 m^3, az alapok egyike négyszerese a másiknak. A párhuzamos alapátlóktól meghatározott trapézek területei 612 m^2 és 280·5 m^2. Mekkora a piramis magassága?

137. A csúcstól milyen távolban kell metszenünk a szabályos hatszög alapú piramist, hogy a két piramis-rész térfogatának aránya 3 : 5 legyen?

138. A csonkapiramis alapjának területe 12 m^2, magassága 8 *m*, térfogata 56 m^3; mekkora a felső alap területe?

139. Mekkorák a csonkapiramisban az alapok területei, ha a térfogal 560 m^3, a magasság 8 *m*, az alapterületek összege 150 m^2?

140. Mekkorák az alapok területei a csonkapiramisban, ha azok különbsége 45 m^2, a magasság 7 *m*, a térfogat 245 m^3?

V. A kúp.

141. Az egyenes kúp alapkörének sugara 1·3 *m*, magassága 3·6 *m*; mennyi a felszine és a térfogata?

142. Mennyi akkor, ha a sugár 5 *dm*, a magasság 12 *dm*?

143. Az egyenlőoldalú kúp térfogata 6·84 m^3; mennyi alapkörének sugara?

144. Az egyenes kúp alapkörének sugara 6 *cm*, alkatója 15 *cm*, mennyi a felszine és térfogata?

145. Az egyenes körkúp feiszine 9·85 dm^2, magassága 7 *dm*; mennyi alapkörének a sugara?

146. Az egyenes körkúp térfogata 10·6 *cm*, magassága 4·2 *cm*; mennyi alapkörének a sugara?

147. A derékszögű háromszög befogói 9 *dm* és 7 *dm*; mennyi az átfogó körül történt forgásból származó kúp térfogata?

148. A kúp térfogata 6·25 m^3, magassága az alapkör sugarának 2·5-szerese, mennyi az alapkör sugara, a palást területe és a kúp térfogata?

149. Mily magasságban kell az alaptól számítva párhuzamos síkkal átmetszeni a kúpot, hogy a palást részeinek aránya 4 : 5 legyen?

150. A kúpba oly hengert írunk, melynek sugara félakkora, mint a kúp alapkörének a sugara. Mily részekre osztja a palástot a henger felső köre?

151. Az egyenlőoldalú r sugarú alapkörrel bíró kúpot csúcsán átmenő oly síkkal metszük, amely az alaphoz 75^0 alatt hajlik. Mekkora részt vág le a palástból ez a sík?

152. Adott kúpot az alappal párhuzamos síkkal oly két részre kell osztani, melyek térfogatainak aránya 8 : 19, Mily magasságban halad a metszősík, ha a sugár r, a magasság m?

153. Az egyenes kúp palástja 678·51 m^2, alapjának területe 542·4 m^2; mekkora szöget fog be az alkotó az alappal?

154. A kúp alkotója 12 *dm*, ennek hajlása az alaphoz $56^0 20' 19''$; mennyi a kúp felszine és térfogata?

155. Az egyenes kúp alapkörének sugara 1·7 *dm*, a tengelymetszetnek a csúcsnál lévő szöge $62^0 16' 10''$; mennyi a kúp palástja, alkotója és térfogata?

156. Az egyenes kúp palástja lefejtve oly körszektor, melynek sugara 8 *dm*-rel nagyobb, mint az alapköré, középponti szöge 240^0; mennyi a kúp alapkörének a sugara?

157. Az egyenes kúp nlapkörének és palástjának aránya 5 : 13, a magasság, alkotó és radius összege 120 *dm*; mekkorák ez utóbbi mennyiségek?

158. Számítsuk ki a kúp térfogatát, tudván, hogy 7·5 *dm*-es alkotója az alaphoz $59^0 20' 16''$ alatt hajlik.

159. Az egyenes kúp alapkörének területe 56 cm^2, alkotója 21 *cm*; mekkora a felszine és a térfogata?

160. Az egyenes kúpba írható szabályos hatoldalú piramis összes éleinek hossza 768 *cm*, a kúp magassága 80 *cm*; mekkora a kúp sugara és alkotója?

161. A kúp palástja a 3·18 m^2 területű kör $54^0 14'$ középponti szögéhez tartozó körszektor; mekkora az alapkör sugara és a magasság?

162. Az egyenes kúp alapkörének sugara r, magassága m; ha azt csúcsával lefelé fordítván a magasságig vízzel megtöltjük, mennyire emelkedik fel a víz, ha abba b élű tetraedert merítünk?

163. Az 51 *cm* alkotójú kúpba írt négyzetalapú piramis térfogata 17280 m^3; mekkora a kúp alapkörének sugara és a kúp magassága?

164. A 234 *m* magasságú kúp tengelymetszetei egyenlőoldalú háromszögek; mekkora a kúp felszine és térfogata?

165. A ferde kúp alapjának sugara 2·55 *m*, tengelye 3·57 *m*, ennek hajlása az alaphoz $59^{0}41'52''$; mekkora a kúp magassága, legnagyobb és legkisebb oldalvonala?

166. Mekkora az egyenes kúp magassága és alapkörének a sugara, ha alkotója 12·5 *m*, az alapkör centrumából az alkotóra bocsátott merőleges hossza 6 *m*?

167. A palást és az alapkör aránya az egyenes kúpban 25 : 32, a magasság 9·6 *cm*; mekkora az alapkör sugara és az alkotó?

168. Az egyenes kúp alapjának területe 3216·9984 m^2, magassága 126 *m*; mekkora a tengelymetszet szöge a kúp csúcsánál?

169. A ferde kúp alapkörének sugara 6 *cm*, tengelye 41 *m*, ennek hajlása az alaphoz $77^{0}19'10''$; számítsuk ki a kúp térfogatát.

170. Mennyi a 7 *m* sugarú egyenlő oldalú kúpba írt négyzetalapú piramis felszine és térfogata?

171. Mekkora szög alatt hajlik az egyenes kúp alkotója az alaphoz, ha az alkotó hossza 89 *cm*, magasságának és alapköre sugarának különbsége 41 *cm*?

172. Számítsuk ki a csonkakúp térfogatát, ha palástjának területe 278·394 m^2, magassága 7·85 *m*, alkotója 6·94 *m*.

173. A kúp magassága 10 *m*, alapjának sugara 5 *m*; az alaptól mily magasságban kell párhuzamos síkmetszést alkalmazni, hogy a nyert csonkakúp térfogata 20 m^3 legyen?

174. Az egyenes csankakúp normál-metszete 336 m^2, magassága 12 *m*, a kiegészítő kúp magassága 15 *m*; számítsuk ki az alapkörök sugarait.

175. Hány *Hl*-es a csonkakúp alakú edény, ha alsó átmérője 2 *m*, a felső 1·5 *m*, a magasság 1 *m*?

176. A csonkakúp alakú edény ürtartalma 1250 *l*, felső átmérője 1·2 *m*; mekkora az alsó átmérője?

177. Az egyenes csonkakúp alapjainak sugarai r és ρ, palástja a két alapkör területével egyenlő; mekkora az alkotója és a magassága?

178. Az egyenes csonkakúp magassága 30 *m*, a kiegészítű kúpé 12 *m*; mekkorák az alapkörök sugarai, ha a beirt négyzetes csonkapiramis térfogata 5360 m^2?
179. A ferde csonkakúp alapköreinek sugarai 42·3 és 12·6 *cm*, a legnagyobb és a legkisebb alkotók hajlásszögei 36° 15′ és 47° 20′; mekkora a test térfogata?
180. Valamely üres testnek, mely úgy keletkezett, hogy egy egyenes csonkapiramisból kisebb körével egyenlő alapú hengert vágtunk ki, a térfogata úgy aránylik a csonkapiramis térfogatához, mint 7 a 19-hez. Mekkorák az alapkörök sugarai, ha azok összege 35 *m*?
181. A csonkakúp alakú edény alsó sugara 0·9335 *m*, a felső 0·7895 *m*, az alkotó 0·986 *m*; hány *Hl*-es az edény?
182. Az egyenes csonkapiramis palástjának a két alapkörhöz való aránya 143 : 64, a magasság 24 *m*; mekkorák a körsugarak és az alkotó?
183. Az egyenes körkúp térfogata 86256 dm^3, az alkotó és a sugár által bezárt szög 80° 25′ 22″; mily párhuzamos metszés mellett lesz a származó csonkakúp felszine az adott kúp felszinének a felével egyenlő?
184. Az egyenes csonkakúp térfogata 5145·3 dm^3, az alkotó és az alapkör sugara által bezárt szög 75° 14′ 26″, az alapok sugarainak a különbsége 4·25 *dm*; mekkorák a sugarak?
185. Az egyenes kúp sugara 20 *m*, térfogata 387 m^3, alapjával párhuzamos metszéssel 95 m^3 térfogatú kúpot kell abból lemetszenünk; mekkorák ennek méretei?

VI. A gömb és a szabályos testek.

186. Mekkora a 0·856 *m* átmérőjű gömb felszine és térfogata?
187. Számítsuk ki a 6 *m* élű kockába írt gömb felszinét és térfogatát.
188. A gömb térfogata 0·586 cm^3; mekkora a sugara?
189. A gömb felszine 0·794 m^2; mekkora a sugara?
190. Mennyi a 3·69 *m* sugarú és 8 *m* magasságú egyenes kúpba írt gömb sugara, felszine és térfogata?

191. Áltapítsuk meg a közös alapon álló félgömb felszine és az egyenes kúp palástja közt fennálló arányt, ha a kúp magassága akkora, mint az alapkör átmérője.

192. Mennyi a 0·27 *dm* átmérőjű vasgömb (fajs. 7·5 *g*) súlya?

193. Az ágyúcső átmérője 8·75 *cm*; mekkora az éppen beléillő ólomgolyó súlya (fajs. 11·3 *g*)?

194. Mennyi a gömb térfogata, ha a centrumától 7 *dm* távolságú síkmetszet területe 150·8 m^2?

195. Számítsuk ki az *a* élű tetraedronba írt gömb felszinét és térfogatát.

196. Az üres vasgömb súlya 500 *g*, külső átmérője 5 *cm*; mekkora a falvastagsága?

197. Az arany fajsúlya 19·3 *g*. Mennyi arany szükséges ahhoz, hogy a 10 *Kg*-os 7·2 *g* fajsúlyú vasgolyót 0·6 *mm* vastag réteggel vonjuk be?

198. A 8·5 *g* fajsúlyú 15 *cm* átmérőjű üres sárgarézgömb 10 *cm*-re sülyed a vízbe; mekkora a falvastagsága?

199. Hogy változik az *r* sugarú gömb felszine, ha azt 1000 egyenlő kisebb gömbre osztjuk fel?

200. Mekkora a 7·6 *dm* sugarú gömbben a centrumtól 3·5 *dm* távolságban nyert síkmetszet területe?

201. Mennyire van a centrumtól a 4·2 *m* sugarú gömbben a 3·1 *m* sugarú síkmetszet?

202. A gömb felszine 2·25-szor nagyobb, mint ama kör területe, melynek sugara 5-tel nagyobb, mint a gömb sugara. Mekkora a gömb sugara?

203. Mekkora a gömbbe írt egyenes benger sugara, ha annak magassága 1 *m*-rel, alapkörének sugara 2 *m*-rel kisebb, mint a gömb sugara?

204. Két gömb felszinének összege 785 m^2, sugaraik különbsége 5 *m*; mekkorák a sugarak?

205. Mekkora a felszine az egyenlő térfogatú gömbnek és kockának?

206. Mekkora a térfogata az egyenlő felszinű gömbnek és kockának?

207. Hány 4 *cm* sugarú golyó önthető a 11·18 *g* fajsúlyú 20 *Kg* ólomból?

208. A gömbbe egyenes kúpot írunk, melynek alkotója 32 *cm*, magassága 5·6 *cm*-rel nagyobb, mint a gömbsugár. Mekkora emez?

209. A gömbbe négyzetes egyenes prizmát irunk, melynek magassága 28 *cm*, alapéle 2 *cm*-rel kisebb, mint a gömbsugár. Mekkora az utóbbi?

210. A gömbbe egyenes kúpot írunk, melynél az alkotó 3 *cm*-rel nagyobb, a magasság pedig 4·2 *cm*-rel kisebb, mint a gömbsugár; mekkora ez utóbbinak az értéke?

211. Az a élű kocka köré gömböt írunk; mekkorák az egyes oldallapok fölé eső gömbsüvegek?

212. Számítsuk ki a 4·2 *m* magasságú gömbszegmentum térfogatát, ha alapkörének sugara 6 *m*.

213. A 4 *dm* átmérőjű henger alakú edényben 12 *dm* magasságban víz van; mennyire emelkedik fel a vízoszlop, ha az edénybe 3 *dm* átmérőjű gömböt merítünk?

214. A vizen fagolyó úszik, melynek 10 *cm* a sugara. A vízből kiálló szegmentum alaykörének sugara 6 *cm*; számítsuk ki a fagolyó fajsúlyát.

215. Határozzuk meg azt a gömbszegmentumot, melynek összes felszíne a legnagyobb gömbkör 1·75-szörosa.

216. A 7·2 fajsúlyú 20 *cm* sugarú üres vasgolyó félig merűl le a vízben; mekkora a falvastagsága?

217. A hengeralakú edény kerülete 25·12 *cm*. Abban 18·85 *cm* kerületű 0·9 fajsúlyú jéggömböt olvasztunk meg. Mennyire emelkedik abban a víz, ha ennek előbb 12 *cm* volt a magassága?

218. A 182 *cm* átmérőjű gömbbe szabályos hatoldalú alapú egyenes prizmát írunk, melynek egy-egy oldallapja 5880 cm^2; mekkorák a prizma alap- és oldalélei?

219. Mily magas a 42 *cm* átmérőjű gömbbel egyenlő térfogatú 100 *cm* átmérőjű henger?

220. A gömb felszine 1000 cm^2; számítsuk ki az abba szerkesztett egyenes érintő kúp térfogatát, tudván, hogy tengelymetszetének szöge a csúcsnál 45°.

221. A ferde henger magassága akkora, mint alapjának fél kerülete, 25 *cm*-es tengelye az alappal 85° 20′ 16″ szöget zár be; mennyi a hengerrel egyenlő térfogatú gömb sugara?

222. Számítsuk ki a 7·2 g fajsúlyú 37·5 *Kg* súlyú 4 *cm* falvastagságú üres vasgolyó átmérőjét.

223. Számítsuk ki a hideg földöv magasságát, térfogatát és felszinét ($\varepsilon = 23{\cdot}45^0$, a Földet teljes gömbnek vesszük, melynek átmérője 12741·988 *Km*).

224. Végezzük e számítást a mérsékelt földövekre és a forró földövre nézve is.

225. Mily nagy a 25 *cm* sugarú gömbön a centrumtól 3 és 15 *cm* távolban ugyanazon félgömbön fekvő köröktől határolt öv felszine és térfogata?

226. A 13 *m* sugarú gömbben a gömböv egyik köre 1 *m* távolságban van a centrumtól, az öv területe 100 cm^2; mekkora a másik határoló kör sugara?

227. Egy gömbszektornál a kúp és a szegmentum térfogata egyenlő; mekkora a kúp magassága és tengelymetszetének hajlásszöge a csúcsnál?

228. A gömböv alsó alapköre a gömb legnagyobb köre, a felső kör suga 5 *m*. Irjunk ebbe csonkakúpot, melynek alapkörei közösek a gömbövvel és számítsuk ki a gömb sugarát, tudván, hogy az előbb említett két test térfogatának aránya 259 : 363.

229. Mily arányban osztja a gömb sugarát az a kör, melynek területe a hozzátartozó süveg felszinének 0·75-szorosával egyenlő?

230. Számítsuk ki azon gömbszektor térfogatát, mely a 3 *m* sugarú 64° középponti szögű körszektornak a szögfelező körűl történő forgatásából keletkezik.

231. Határozzuk meg ama gömbszektor méreteit, melynek összes felszine a gömb legnagyobb körének kétszerese. A gömbsugár $r = 6$ *cm*.

232. A 4 *cm* sugarú gömbből oly szektort kell kivágnunk, amelynél a kúppalást és a gömbsüveg felszinei egyenlők. Mekkora a kúp magassága, térfogata és tengelymetszetének szöge a csúcsnál?

233. Mily nagy a szferikus kétszög területe, ha szöge 18° 20′ a gömb sugara 6 *cm*?

234. Mekkora a gömbék térfogata, ha a gömb sugara 9 *m*, az ékhez tartozó szferikus kétszög szöge 43° 26′ 10″?

235. Keressük azon gömb sugarát, melyben a 6·5 *cm* magasságú süveg felszine 36 cm^2?

236. A gömbszektor palástja 13·5387 cm^2, középponti szöge 123° 51′ 20″; mennyi a szektor összes felszine és térfogata?

237. Mennyit kell lefaragni a 150 cm^2 felszínű kockából, hogy a lehető legnagyobb gömböt nyerjük?

238. Mily nagy az 50 *cm* sugarú gömbben az 60^0, 80^0 és 100^0 oldalú gömbháromszög területe?
239. Számítsuk ki az r sugarú gömb köré szerkeszthető tetraedron és oktaedron felszinének az arányát.
240. Adva van a kocka a éle. Számítsuk ki az ezzel egyenlő felszínű többi szabályos test egy-egy élét.
241. Mennyi a 4·2 *cm* magasságú tetraedron térfogata?
242. Mennyi az 56·75 m^3 térfogatú oktaedron felszine?
243. A szabályos test f felszinéből számítsuk ki t térfogatát.
244. A kockába gömböt írunk, abba megint kockát, ebbe megint gömböt és így tovább. Számítsuk ki valamennyi kocka térfogatát.
245. A derékszögű négyszög oldalai a és b; forgassuk ezt b-vel párhuzamos, c távolban fekvő tengely körül és számítsuk ki a forgási test felszinét és térfogatát.
246. Végezzük ugyanezt a számítást akkor, ha egyenlőoldalú háromszöget forgatunk egyik szögpontján átmenő s a magassággal párhuzamos tengely körül.
247. Ugyanezt, ha kört egyik érintője körül forgatunk.
248. Mily nagy a gömbkúp térfogata, ha a gömb sugara 21 *cm*, tengelymetszetének középponti szöge $68^0 36' 40''$?
249. Állapítsuk meg az arányt azon forgási testek felszinei között, melyeket az egyenlő területű négyzet és rombus egy-egy oldal körül történő forgásából nyerünk.
250. Bizonyítsuk be, hogy a gömb köré írt henger térfogata geometriai középarányos a gömb és a köréje írható kúp térfogatai között.
251. Bizonyítsuk be, hogy ha a parallelogrammát egymásután két szomszédos oldala körül forgatjuk, a nyert testek térfogatai úgy aránylanak egymáshoz, mint fordítva a jelzett oldalak.
252. Ha valamely henger alapjai fölé félgömböket írunk, a nyert test térfogata a hengerének kétszerese; mekkora az alapkör sugara, ha az 5-tel kisebb, mint a henger magassága?
253. Ha az egyenes kúp alapköre fölé félgömböt írunk és tudjuk, hogy a kúp magassága 5-tel nagyobb, mint a gömbsugár és hogy a kúp és félgömb térfagatainak aránya 4 : 7; kérdés mekkora a gömbsugár?

254. Mily nagy az egyenlőszárú háromszögnek 10 *cm*-es szára körül történő körülforgásából származó test térfogata, ha az alapon fekvő szög $53^{0}\,7'\,49''$?

255. Mily nagy a 0·25 *m* sugarú 561·731 *Kg* súlyú gömb anyagának a fajsúlya.

256. Egy gömbsüveg magassága 7 *m*-rel kisebb, mint a gömb sugara, görbe felülete úgy aránylik a 3 *m*-rel rövidebb sugarú félgömb felszinéhez, mint 5 a 6-hoz. Mennyi a gömbsüveg sugara?

257. Számítsuk ki a 2 *m*-es oldalú egyenlőoldalú háromszögnek egyik szögpontján átmenő s az átellenes oldallal párhuzamos tengely körűl való forgásából származó test térfogatát.

258. Egy kockába két egyenlő nagyságú gömböt írunk, melyek egymással érintkeznek és mindegyik három kockalappal is érintkezik. Mekkora azon gömbök sugara?

259. A 0·546 *m* élű kockába gömböt és ebbe kockát írunk; mekkora ennek egy-egy éle?

260. Az egyenes parallelepipedon két egyenlő éle 3·536 *cm*, a harmadik 12 *cm*; mekkora a köréje írható gömb sugara?

261. A gömbbe csonkakúp van írva, amelybe a gömb centruma is beléesik. Alapjainak távolsága a középponttól 7 és 20 *m*, a csonkakúp tengelymetszeteinek területe 1053 m^2; mekkorák alapköreinek a sugarai?

VII. Gömbháromszögmértan.

262. Fejtsük meg a derékszögű gömbháromszöget, ha $\gamma = 90^{0}$, $c = 65^{0}\,1'\,30''$, $a = 30^{0}\,48'\,9''$.

263. Fejtsük meg a derékszögű gömbháromszöget, ha $\gamma = 90$, $a = 28^{0}\,26'\,56''$, $b = 29^{0}\,37'\,36''$.

264. $\gamma = 90^{0}$, $c = 52^{0}\,5'\,54''$, $\alpha = 42^{0}\,44'\,12''$.

265. Az átfogó $63^{0}\,30'$, az egyik befogó $132^{0}\,15'$. Mekkorák az ismeretlen alkotó részek?

266. Az egyik befogó $b = 131^{0}\,34'\,33''$, $\beta = 123^{0}\,17'\,28''$.

267. $\alpha = 47^{0}\,37'\,21''$, $\beta = 58^{0}\,48'\,13''$; mekkorák az oldalak?

268. Fejtsük meg az egyenlőoldalú gömbháromszöget, ha egyik oldala ($a = 60^{0}$) ismeretes.

269. Számítsuk ki az egyenlőoldalú gömbháromszög szögeit és felszinét, ha egyik oldala $a = 45^{0}$.

270. A derékszögű háromszögben: $\cot\alpha \cdot \cot\beta = \cos a \cdot \cos b$.

271. Mily nagy a szferikus fölösleg, ha a derékszögű gömbháromszög befogói: $a = 65^0 24'$, $b = 64^0 16'$?

Fejtsük meg a ferdeszögű gömbháromszöget, ha abban:

272. $\alpha = 154^0\, 56'\, 48''$, $\beta = 26^0\, 58'\, 46''$, $\gamma = 39^0 45'\, 10''$.
273. $b = 88^0\, 12'\, 20''$, $c = 124^0\, 7'\, 17''$, $\alpha = 50^0\, 2'\, 1''$.
274. $b = 70^0\, 20'\, 50''$, $c = 51^0\, 41'\, 14''$, $\gamma = 52^0\, 30'\, 2''$.
275. $\beta = 98^0 30' 28''$, $\gamma = 100^0 2' 11{\cdot}3''$, $c = 95^0 20' 35{\cdot}7''$.
276. $a = 58^0\, 40'\, 13''$, $b = 61^0\, 33'\, 2''$, $c = 84^0\, 53'\, 48''$.
277. $\alpha = 128^0\, 11'\, 15''$, $\beta = 80^0\, 14'\, 41''$, $\gamma = 68^0 12'\, 58''$.
278. Számítsuk ki az egyenlőoldalú gömbháromszög területét, ha mindegyik szöge 80^0.
279. Számísuk ki a gömbháromszög területét az 5 *m* ságarú gömbön, ha $a = 112^0\, 20'$, $b = 98^0\, 38'$, $\gamma = 142^0\, 29'$.
280. Fejtsük meg a gömbháromszöget, ha abban $c = 104^0\, 16'\, 20''$, $a + b = 218^0\, 54'$, $\gamma = 90^0$.
281. Mily nagy a, ha $a + b = 262^0\; 20'\; 18''$, $c = 42^0\, 48'\, 10''$, $\gamma = 75^0\, 45'\, 45''$?
282. A ferdeszögű háromszögben: $\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin(c - b)}{\sin(c + b)}$.
283. Hasonlóképen: $\operatorname{tg}^2 \frac{c}{2} = - \frac{\cos(\alpha + \beta}{\cos(\alpha - \beta}$.
284. $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = \frac{\sin(a + b - c)}{\sin(a + b + c)}$.
285. $\operatorname{tg} \frac{\alpha - a}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\beta + b}{2} = \operatorname{tg} \frac{\beta - b}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha + a}{2}$.
286. Számítsuk ki a háromoldalú piramis térfogatát, ha alapéleinek hossza 9, 10, 11 *cm*, oldaléleinek hossza 12, 13, 14 *cm*.
287. Számítsuk ki a tetraeder térfogatát, ha alapélei közűl $b = 30$ *cm*, $c = 40$ *cm*, AS oldalélе $= 50$ *cm*, a b és c által bezárt szög $= 60^0$, a b és AS élektől bezárt szög $= 70^0$, az AS és c-től bezárt szög $= 80^0$.
288. Határozzuk meg ama prizma térfogatát, melynek az előbbi példában meghatározott tetraederrel négy közös csúcsa van.
289. Számítsuk ki a háromoldalú piramis három oldalélből és az ezeken nyugvó három lapszögből a piramis még ismeretlen éleit és lapszögeit, továbbá a felszinét és a térfogatát.

290. Budapest földrajzi hosszúsága és szélessége $47^0 29' 12''$, illetőleg $36^0 42' 27''$, Kairó földrajzi hosszúsága és szélessége $30^0 2' 4''$, illetőleg $48^0 55' 12''$. Mennyi a távolság Budagest és Kairó között?

291. Mennyi Budapest és London távolsága, ha az utóbbi hosszúsága és szélessége $17^0 34' 15''$, illetőleg $51^0 30' 4{\cdot}9'$?

Számítsuk ki Budapest távolságát a következő helyektől:

		Szélesség	Hosszúság
292.	Altona	$53^0 32' 45''$	$27^0 36' 16''$
	Amsterdam	$52^0 22' 17''$	$22^0 32' 30''$
293.	Berlin	$52^0 30' 16''$	$31^0 3' 27''$
	Brüssel	$50^0 51' 11''$	$22^0 1' 31''$
294.	Christiania	$59^0 54' 5''$	$28^0 23' 6''$
	Debrecen	$47^0 31' 40''$	$39^0 16' 55''$
295.	Greenwich	$51^0 28' 39''$	$17^0 39' 37{\cdot}5''$
	Moszkva	$15^0 45' 45''$	$45^0 12' 45''$
296.	Nápoly	$40^0 51' 47''$	$31^0 54' 42''$
	Páris	$48^0 50' 13''$	$20^0 0' 0''$
297.	Pétervár	$59^0 56' 30''$	$47^0 57' 57''$
	Pozsony	$48^0 8' 34''$	$34^0 45' 9''$
298.	Sztambul	$31^0 1' 27''$	$46^0 35' 15''$
	Róma	$41^0 53' 54''$	$38^0 8' 18''$
299.	Turin	$45^0 4' 6''$	$25^0 21' 43''$
	Velence	$45^0 25' 53''$	$30^0 0' 46''$
300.	Washington	$38^0 53' 34''$	$300^0 38' 8''$
	Wien	$48^0 12' 35''$	$34^0 2' 49''$

301. Páris és Moszkva távolsága 2485 *Km*, ismerve a két hely szélességét, számítsuk ki, mennyi a helyi idejük közt mutatkozó különbség?

NEGYEDIK RÉSZ.

Feladatok az analitikai síkmértanhoz.

I. Algebrai kifejezések grafikus szerkesztése.

1. Szerkesszük a derékszögű tengelyrendszerre nézve az $y = x + 2$ kifejezést, ha $x = 0, 1, 2, 3, -1, -2, -3, \frac{1}{2}, 1\frac{1}{4}, -1{\cdot}4, -{\cdot}4, -2{\cdot}8$.

Ábrázoljuk a következő egyenleteket:

2. $y = 3x + 4$; 3. $y = 3x - 4$;
4. $y = -5x + 2$; 5. $y = -5x - 2$.
6. $y = \frac{1}{4}x + 5$; 7. $y = \frac{1}{4}x + 7$;
8. $y = -\frac{1}{8}x + 1$; 9. $y = -6x + 1$.

10. Alakítsuk át a következő egyenleteket úgy, hogy $y = f(x)$ legyen: $3x + 5y = 16$; $3x - 4y = 12$; $8x + 5y = -4$; $6x - 3y = -4$.

11. Szerkesszük a következő egyenleteket: $y = x^2 + 3x$; $y = x^2 - 3x + 2$; $y = x^2 + 3x - 2$; $y = (x+2)(x-3)$; $y = x^2 - 7x + 10$; $y = -x^2 - 6x - 5$; $y = x^2 - x - 6$; $y = (0{\cdot}5x - 1)(x - 4)$.

12. Milyen esetben metszik az előbbi egyenletek által adott görbék az x-tengelyt?

13. Szerkesszük a következő egyenleteket:

$$y = -3 + \frac{1}{x+2}; \quad y = \frac{x^2}{2x+3};$$

$$y = \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x + 3}; \quad y = \frac{4x^2 + 5x - 9}{3x + 6};$$

$$y = \frac{2x^2 + x - 3}{x + 2}; \quad y = \frac{x^2 + x - 12}{4x + 16}.$$

14. Mikor metszik az előbbi egyenletekkel adott görbék az x-tengelyt?

15. Szerkesszük azt a derékszögű négyszöget, melynek területe a^2, két szomszédos oldalának különbsége d.

16. Szerkesszük az $x = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2b}$ kifejezést.

17. Szerkesszük az a^2 négyzetet, ha ismeretes az átló és az oldal s összege.

18. Szerkesszük a derékszögű háromszöget, ha b befogója és átfogójának és másik befogójának s összege ismeretes.

19. Irjunk az r sugarú kör negyedébe a két sugarat és a körívet érintő kört.

20. Szerkesszünk derékszögű háromszöget, ha ismeretes a két befogó s összege és az átfogóra húzott m magasság.

II. A pont és az egyenes.

21. Szerkesszük a koordinátáik által adott következő pontokat: $x = 6$, $y = 9$; $x = -3$, $y = 5$; $x = 2$, $y = -7$; $x = -4$, $y = -12$.

Jelöljük ki ama pontokat, melyeknek koordinátait a következő egyenletrendszerek gyökei szolgáltatják:

22. $x + 4y = 13$, $3x - 5y = 5$.
23. $3x + 2y = 2$, $5x + 4y = 8$.
24. $13x - 2y = 44$, $7x + 3y = -13$.
25. $5x - 4y = 2$, $7x - 3y = 2$.
26. Mik az előbbi egyenletekben adott pontok koordinátái oly rendszerben, melynek tengelyei az előbbi derékszögű rendszeréihez párhuzamosak, kezdőpontjának koordinátái pedig a régi rendszerre nézve $m = 6$, $n = 14$?
27. P pont koordinátái egy derékszögű rendszerre az $5x - 6y = 22$ és $\frac{3x + 5y}{-3} = 29 - \frac{x + y}{2}$ egyenletek gyökei. Mily értéket vesznek fel P koordinátái oly derékszögű tengelyrendszerben, amelynek kezdőpontja összeesik a régivel s x-tengelye $15^0 30'$-nyi szög alatt hajlik a régi x-tengelyhez?
28. Állapítsuk meg a pont helyzetét, ha a sarkkoordinátai: $\rho = 14$, $\varphi = 45^0$; $\rho = 10$, $\varphi = 62^0$; $\rho = 4$, $\varphi = -55^0$.
29. Állapítsuk meg a következő két pont távolságát: *a)* $P(36, 41)$, $P_1(12, 15)$; *b)* $P(3, -4)$, $P_1(-2, 7)$.
30. Számítsuk ki két pont távolságát, ha koordinátáik: $\rho_1 = 9$, $\rho_2 = 7$, $\varphi_1 = 48^0 30'$, $\varphi_2 = 118^0$.
31. Számítsuk ki a $P(4, 5)$ és $P_1(6, 7)$ pontoktól egyenlő távolban fekvő $P_2(x, y)$ pont koordinátáit.
32. Két pont távolsága 25 *cm*, az egyik koordinátái 9 és 32; mekkora a másik pont ordinátája, ha abscisszája -18?
33. Mily szög alatt kell elforgatni a koordinátarendszert, hogy az x-tengely a 3, 5 pontig jusson?
34. Mily szögű elfordítás mellett lesz az 5, 9 pont ordinátája 7?
35. Mennyi a háromszög területe, ha szögpontjainak koordinátái 4, 6; 2, 4; 3, 9?
36. Mennyi akkor, ha a jelzett kordináták 5, -2; 3, -4; -3, 6?

37. A ház végpontjainak koordinátái 7·4, 11·6 és 34·9, 36·8; mily hosszú e ház és milyen szöget alkot az x-tengellyel?

38. $x_1 = 3$, $y_1 = 2$; $x_2 = -1$, $y_2 = -4$. Mekkora a két pont távolsága és mekkora szög alatt hajlik az az x-tengelyhez? Számítsuk ki e távolság felező pontjának a koordinátáit.

---

39. Az egyenes 50^0-nyi szöget zár be az x-tengellyel s az ordináta tengelyről 4 egységet szel le. Mi az egyenlete?

40. Mekkora szöget zár be az x-tengellyel az $y = 2x - 3$ egyenes?

41. Irjuk fel azon egyenes egyenletét, mely az x-tengelyből -3, az y-tengelyből 18 egységet vág le.

42. Szerkesszük az $y = -3x - 7$ és $y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$ egyeneseket.

43. Mekkora szöget zárnak be az előbb adott egyenesek az x-tengellyel?

44. Irjuk fel az $y = -\frac{1}{2}x + 2$ egyenes normális egyenletét.

45. Irjuk fel az $y = 2·5x - 4·5$ egyenes sarkegyenletét.

46. Számítsuk ki az $y = x + 1$ és $y = \frac{1}{2}x + 2$ egyenesek metszési pontjának a koordinátáit.

47. Állítsuk fel a $P(-6, -3)$ és $P_1(2, -1)$ pontokon átmenő egyenes egyenletét.

48. Vezessünk a $P(2, -1)$ ponton át oly egyenest, mely az x-tengellyel 30^0-nyi szöget zár be.

49. A $P_1 P_2 P_3$ háromszög szögpontjainak koordinátái 2, 3; 4, 5; 6, 1. Keressük az oldalak egyenletét, a magasságokat és a háromszög szögeit.

50. Hasonlóképen, ha a szögpontok koordinátái rendre: -6, -3; 2, -1; 1, 3.

51. Az ABC háromszög oldalainak egyenletei rendre: $y = -3x + 4$; $y = 5x + 6$; $y = 2x - 1$. Határozzuk meg a szögpontok koordinátáit; az oldalak felezőpontjainak koordinátáit; a magasságok hosszát és a háromszög területét.

52. Hasonlóképen, ha az oldalak egyenletei rendre: $y = -3x + 6$; $y = \frac{1}{2}x + 1·5$; $y = -\frac{1}{3}x - 1$.

53. Keressük az $x = 3y - 5$ és $y - 3 = 2x$ egyenesek metszéspontjából kiinduló és a $3x - 2y = 7$ egyenesre merőlegesen álló egyenes egyenletét.

54. Határozzuk meg a $P(3, -1)$ pontnak az $y + 2x + 3 = 0$ egyenestől mért távolságát.

55. Milyen szög alatt metszi az előbbi példában adott egyenest a P ponton és a kezdőponton átmenő egyenes?

56. Húzzunk P (2, 1) ponton át párhuzamost az $y = 2x - 3$ egyeneshez.

57. Határozzuk meg az $y + 3x = 7$ és $y + 3x = 16$ egyenesek egymástól mért távolságát.

58. Fejezzük ki derékszögű koordinátákban a $\operatorname{tg} \alpha = 1$ és $r = \dfrac{3}{\cos \alpha}$ egyenesek egyenletét.

59. Mily szög alatt metszik egymást a háromszög súlyvonalai, ha szögpontjainak koordinátái: $-3, -6$; $3, -2$; $5, -7$?

60. Határozzuk meg az x-tengellyel párhuzamos egyenes egyenletét, feltéve, hogy az a 42. példában adott egyenesek metszéspontjából indúl ki.

III. A kör.

61. Irjuk fel a kezdőponton átmenő $r = 2{\cdot}6$, $r = 3{\cdot}5$, $r = 9{\cdot}2$ sugarú körök egyenleteit.

62. Mi az $r = 1{\cdot}5$ sugarú kör egyenlete, ha középpontjának koordinátái $x = 3$, $y = 2$; mi akkor, ha $x = -2$, $y = -3$, $r = 4$?

63. Szerkesszük az $(x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 49$ egyenletnek megfelelő vonalat.

64. Szerkesszük akkor, ha az egyenlet $x^2 - 6x + y^2 = 0$.

65. Határozzuk meg a következő kör sugarát és középpontjának koordinátáit: $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0$.

66. Hasonlóképen, ha a kör egyenlete: $x^2 + y^2 + 8y + 7 = 0$.

67. Szerkesszünk kört a 49. példában adott három ponton át.

68. Irjuk fel az $x^2 + y^2 = 9$ kört érintö és P(6, 14) ponton átmenő érintő egyenletét.

69. Irjuk fel a $P(12, 13)$ ponton átmenő s az $x^2 + y^2 = 5x$ kört érintő egyenes egyenletét.

70. Mily pontokban metszi az $x^2 + y^2 - 3x + 5y - 17 = 0$ kör a koordináta-tengelyeket?

71. Határozzuk meg az $x^2 - 2x + y^2 = 0$ és $x^2 - x + y^2 + 2y = 0$ körök centrális távolságának és közös húrjának az egyenletét.
72. Keressük az $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 30 = 0$ kört $P(5, 1)$ pontjában érintő egyenes egyenletét.
73. Milyen értéket vesz fel r az $x^2 + y^2 = r^2$ egyenletben, feltéve, hogy azt az $y = 2x + 3$ egyenes érinti?
74. Az $x^2 + y^2 = 13^2$ kört a $P(16, 11)$ pontból kiinduló két egyenes érinti; határozzuk meg az érintési pontok koordinátáit.
75. Irjuk fel azon kör egyenletét, melynek középpontja a pozitiv x-tengelyen van, sugara 2 és érinti a $3x - 4y = 12$ egyenest.
76. Határozzuk meg az $x^2 + y^2 = 64$ és $x^2 + y^2 = 256$ körök metszési pontjainak koordinátáit, ha a centrális távolság 20.
77. Mi a területe az $x^2 + y^2 - 10x - 9 = 0$ és $x^2 + y^2 + 12y + 11 = 0$ körök közös részének?
78. Mi ama háromszög területe, melyet az $x^2 + y^2 + 6x - 8y - 21 = 0$ körhöz a kezdőpontból húzott érintők s az érintési pontok közé eső ív határolnak?
79. Irjuk fel ama kör egyenletét, mely a $P(1, 5)$ ponton átmenve érinti a $4y + 3x = 33$ egyenest.
80. Határozzuk meg az $x^2 + y^2 = 16$ kört érintő $P(8, 1)$ pontból kiinduló két egyenes érintési pontjainak koordinátáit s az érintőktől bezárt szög nagyságát.
81. Irjuk fel ama pont koordinátáit, amelyből az $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 36$ és $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$ körökhöz húzott érintők hossza 7.
82. Irjuk fel az előbbi példában adott körök sarkegyenleteit.
83. Irjuk fel a koordinátáikban adott 3 ponton áthaladó kör egyenletét.
84. Milyen pontokban metszi az $x^2 + y^2 = r^2$ kört az $y = 2x + b$ egyenes és milyen b érték mellett érinti az egyenes a kört?
85. Mik a 77. példában adott körök közös érintőinek az egyenletei?
86. Határozzuk meg a két adott ponton átmenő és adott kört érintő kör egyenletét.
87. Határozzuk meg az $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0$ kör középpontjának a koordinátáit és sugarának a hosszát.

88. A kör sugara $\sqrt{2}$, középpontjának derékszögű koordinátái $x = -1{\cdot}2$, $y = 1{\cdot}8$. Irjuk fel a kör sarkegyenletét.

89. Mily messze esik az $y^2 = x(5 - x)$ kör középpontjától az $y = 2x + 3$ egyenes?

90. Ismeretesek a körkerület egy pontjának és a középpontnak a koordinátái. Irjuk fel a kör egyenletét. ($P = 162$, $y = 25$ és $a = 116$, $b = 81$.)

91. Mily pontokban metszi a kör az x- és y-tengelyt, ha sugara $r = 4$, középpontjának koordinátái $x = -2$, $y = -3$?

92. Számítsuk ki az $x^2 + y^2 = 16$ és $x^2 + y^2 - 10x + 6y - 30 = 0$ körök két hasonlósági pontjának a koordinátáit.

93. Irjuk fel az $x^2 + y^2 + 2x + 2\sqrt{3}y = 5$ kör $P(5, 4)$ pontjához tartozó érintő, és normális egyenletét.

94. Határozzuk meg az érintési vonalakat az $x^2 + y^2 = 13^2$ körre nézve, ha az érintési pont abscisszája 9.

95. Hasonlóképen az $x^2 + y^2 = 7^2$ kör esetében, ha a szóban forgó abscissza 4.

96. Határozzuk meg az $x^2 + y^2 - 6x - 10y = -18$ és $x^2 + y^2 + 2x + 4y = 0$ körök centrális távolságát.

97. Számitsuk ki ama húr hosszúságát, melyet az $r = 2$ sugarú kör az $x - 2y + 2 = 0$ egyenesből levág, feltéve, hogy a kör középpontjának koordinátái $x = 3$, $y = 1$.

98. Mi a sarkegyenlete a $2x^2 + 2y^2 - 2x + 3y = 6$ körnek?

99. Két adott kör hasonlósági pontjain oly kör megy keresztűl, melynek sugara akkora, mint a centrális távolság. Irjuk fel eme kör egyenletét.

100. Két kör külső hasonlósági pontjának koordinátái $x = 4$ és $y = 7$, a belső hasonlósági pont abscisszája $x_1 = -5$, az egyik kör egyenlete $x^2 + y^2 = 1$; írjuk fel a másik kör egyenletét.

IV. A parabola.

101. Keressük az $y^2 = 4x$ parabolán fekvő P pont ordinátáját, ha abscisszája $x_1 = 4$.

102. Szerkesszük az $y^2 + 6y = 4x + 11$ parabolát, tudván, hogy az ordináta mértani középarányos a paraméter és az abscissza között.

103. Az $y^2 = 4x$ parabolát metszi a $2y - 4x = 1$ egyenes; írjuk fel a metszési pontok koordinátáit.

104. Irjuk fel ama parabola egyenletét, melynél a csúcspont koordinátái $x = 7$, $y = -5$, $2p = 8$ és tengelye párhuzamos az x-tengellyel.

105. Az $y^2 = 4x$ parabola egyik pontjának abscisszája 5; írjuk fel ezen pont radius vektorának egyenletét és számítsuk ki a hosszúságát.

106. Határozzuk meg az $y^2 + 2y - 3x - 4 = 0$ parabola azon pontjának az ordinátáját, melynek abscisszája 4.

107. Irjuk fel az $y^2 = 2x$ parabola egyenletét, feltéve, hogy a tengelyrendszert 3 egységgel balra párhuzamosan eltoljuk.

108. Hogy változik az $y^2 = 3x$ parabola egyenlete, ha a kezdőpontot $2\frac{1}{2}$ *cm*-rel jobbra és 1 *cm*-rel felfelé elmozdítjuk úgy, hogy a tengelyek párhuzamosak maradjanak?

109. Irjuk fel az $y^2 + 6y + 3x + 3 = 0$ parabola csúcsponti egyenletét, és határozzuk meg csúcspontjának koordinátáit.

110. P_1 és P_2 a parabola két pontja, melyeknek koordinátáik $x_1 = 5$; $y_1 = 6{\cdot}24$, $x_2 = 3$, $y_2 = 3{\cdot}5$. Számítsuk ki a paramétert.

111. Irjuk fel az $y^2 = 5x$ parabola P (20, 10) pontjához húzható érintőnek az egyenletét.

112. Irjuk fel az $y^2 = 6x - 4$ parabola sarkegyenletét.

113. Számítsuk ki az $y^2 = 8x$ parabola $x = 7$, $y > o$ pontjához tartozó érintési egyeneseket.

114. Mily görbén feküsznek az $y^2 = 6x$ parabola radius vektorait felező pontok?

115. Fektessünk az x-tengely egyik pontjából kiinduló érintőt a parabolához, amelynek p a hosszúsága és határozzuk meg, milyen szöget zár az be a pozitiv x-tengellyel?

116. Határozzuk meg azon parabola-szelet területét, melyet a paraméter az $y^2 = 12x$ parabolából levág.

117. Végezzünk hasonló meghatározást az $y^2 + 4y = 4x$ parabolára nézve.

118. Két érintő és az érintési pontokat összekötő húr egyenlőoldalú háromszöget alkotnak, hol fekszik az érintési pont.

119. Két parabolának közös gyújtópontja van, főtengelyeik iránya azonban ellentétes. Határozzuk meg közös részük területét.

120. Számítsuk ki a parubola azon szeletének területét, melynek ordinátája 3·7, feltéve, hogy a görbe egyenlete $y^2 = 5x$.

121. Határozzuk meg az $y^2 = 7x$ ama érintőjének egyenletét, mely a pozitiv x-tengellyel 45^0-nyi szöget zár be.

122. Számítsuk ki az $y^2 = 5x$ parabola P(9, 6·7) pontjához tartozó négy érintési egyenes hosszát.

123. Mekkora területet vág le az $y^2 - 4y = 5x - 3$ parabolából a csúcsából 50^0-nyi szög alatt kiinduló húr.

124. Egy négyzet két szögpontja a parabola kerületén, a harmadik annak gyújtópontjában van; mekkora a négyzet egy oldala?

125. Milyen pontokban metszi egymást az $y^2 = 2px$ és $x^2 = 2py$ két porabola?

126. A kocka egyik oldala a; határozzuk meg (két parabolával) a kétszer akkora kocka egy oldalát (Deloszi probléma).

127. Számítsuk ki ama terület nagyságát, melyet az $y^2 = 4x$ parabola íve és $x = 15$ abscisszájú pontjának koordinátái határolnak.

128. Szerkesszünk parabolát, ha ismerjük két pontját és gyújtópontját.

129. Végezzük a szerkesztést, ha a két ponton kívül a direktrix ismeretes.

130. Hasonlóképen, ha a direktrix helyett a tengely van adva.

131. Irjuk fel az $y^2 = 16x$ és $2x - y = 2$ vonalak metszési pontjainak a koordinátáit.

132. Milyen hosszú azon egyenlőoldalú háromszög egy oldala, melynek két szögpontja a parabola kerületén, a harmadik annak gyújtóponjában van?

133. A parabola két érintője derékszögben metszi egymást; mekkora a metszési pont abscisszája?

Milyen görbéket jelentenek a következő egyenletek:

134. $x^2 - 4x + 10y = 6$; 135. $2y^2 + 3y - 4x = 1$;
136. $3y^2 + 8x - 24y + 24 = 0$;
137. $4y^2 + x^2 + 4x + 16y + 16 = 0$?

138. Mi a mértani helye a c közös alapú és m közös magasságú háromszögekben a magasságok metszési pontjainak?

139. Milyen szög alatt kell beállitani az ágyút, melynél a kilőtt golyó kezdő sebessége 350 m, hogy még találja a 2·5 Km távolságban lévő 6·5° magas erődöt?

140. Milyen szög alatt kell elhajitani a testet, hogy a hajitási távolság 4-szerese legyen a magasságnak?

V. Az ellipszis.

141. Irjuk fel az ellipszis középponti egyenletét, ha tengelyeinek hosszúsága $2a = 18$, $2b = 14$.

142. Irjuk fel akkor, ha féltengelyeinek összege 27, excentricitása 9.

143. Szerkesszük a $9x^2 + 25y^2 = 225$ ellipszist.

144. Végezzük a szerkesztést, ha a görbe egyenlete $18x^2 - 216x + 32y^2 - 512y + 1544 = 0$ s egyszersmind határozzuk meg a görbe lineáris excentricitását, paraméterét és területét.

145. Ismeretes a közös középpontú ellipszis és kör egyenlete; határozzuk meg azok metszési pontjait.

146. Ismeretes az ellipszis nagy tengelye és excentricitása; határozzuk meg a kis tengelyt és a gyújtópontnak távolságát a középponttól.

147. Határozzuk meg az adott ellipszisbe rajzolható négyzet egy oldalát.

148. Szerkesszük az ellipszist, ha excentricitása 5, paramétere 4.

149. Mekkora a $2x^2 + 4y^2 = 6x$ ellipszis excentricitása?

150. Az ellipszisbe egyenlőoldalú háromszöget írunk, amelynek egyik szögpontja az egyik gyújtópontba esik; határozzuk meg a másik két szögpont koordinátáit s a háromszög területét.

151. Mekkora a radius vektorok hajlószöge a $9x^2 + 25y^2 = 175$ ellipszis $P(2, 1{\cdot}8)$ pontjában?

152. Keressük az $\left(\frac{x-5}{8}\right)^2 + \left(\frac{y-6}{4}\right)^2 = 1$ és $x^2 + y^2 = 36$ vonalak metszési pontjaihoz tartozó érintőket.

153. Irjunk oly ellipszist az a oldalú négyzet köré, melyben a tengelyek aránya 2 : 1.

154. Határozzuk meg a $36x^2 + 25y^2 = 900$ és $x = 22y + 1$ vonalak metszési pontjainak a koordinátáit.

155. Határozzuk meg a $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ és $y^2 = 2px$ vonalak metszési pontjait s vonatkoztassuk az eredményt arra az esetre, amikor a görbék gyújtópontjai egybeesnek.

156. Határozzuk meg, mily pontokban metszi az $y^2 + 12x^2 - 4xy = 0$ ellipszis a tengelyeket?

157. Határozzuk meg a $4x^2 + 25y^2 = 100$ ellipszist $P(4, 1\cdot2)$ pontjában érintő egyenes egyenletét.

158. Az ellipszis gyújtópontjában merőlegest állítunk a tengelyre s annak a kerületen fekvő végpontjában a görbéhez érintőt húzunk. Határozzuk meg ennek az egyenletét.

159. Határozzuk meg a $9x^2 + 4y^2 - 8y + 54x + 49 = 0$ ellipszis excentricitását, paraméterét és területét.

160. Irjuk fel a $16x^2 + 25y^2 = 400$ ellipszis $P(3, 3\cdot2)$ pontjához húzható érintő egyenletét.

161. Az ellipszis tengelyeinek hossza 12 és 10. Feltéve, hogy x-tengelyül a nagy tengely, kezdőpontúl ennek egyik végpontja szolgál; határozzuk meg az $y = 4$ pont abscisszáját.

162. Határozzuk meg a $4x^2 + 25y^2 = 100$ ellipszis $x=4$, $y>o$ pontjához tartozó érintési vonalakat.

163. Milyen pontokban metszi egymást a közös középpontú adott ellipszis és kör.

164. Határozzuk meg a $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ és $a^2x^2 + b^2y^2 = a^2b^2$ ellipszisek közös érintőjének az egyenletét.

165. Szerkesszünk ellipszist, ha adva van a nagy tengely és a kerület egy pontja.

166. Az ellipszis érintőjére merőlegest húzunk az egyik gyújtópontból. Határozzuk meg ennek hosszúságát; talppontjának koordinátáit és állapitsuk meg a két gyújtópontból az érintőre húzott merőlegesek szorzatát; ez utóbbi eredményt még geometriai uton is keressük fel.

167. Határozzuk meg két egyenlő hosszúságú társátmérő végpontjainak a koordinátáit.

168. Határozzuk meg ama parallelogramma területét, melyet két társátmérő végpontjainak összekötése révén nyerünk.

169. Mekkora szöget zárnak be a kis tengelyhez húzott radius vektorok a nagy tengellyel, ha a

tengelyek négyzeteinek összege 160, azok összege pedig szorzatuk harmadrészével egyenlő?

170. Az $x^2 + y^2 = 144$ kör egyes pontjainak ordinátáit felezzük. Mi a felező-pontok geometriai helye?

VI. A hiperbola.

171. Hány közös pontja van a $3y - 2x = 2$, az $y = 2x - 6$ és az $y - x + 3 = 0$ egyeneseknek a $9y^2 - 4y^2 = 36$ hiperbolával?

172. A $9x^2 - 25y^2 = 225$ hiperbola $x = 13$, $y > o$ pontjához húzzuk meg a radius vektorokat és határozzuk meg az azok által bezárt szöget.

173. A $16x^2 - 7y^2 = 112$ hiperbola egyik érintője 65^0-nyi szöget zár be az x-tengellyel; határozzuk meg az érintési pont koordinátáit.

174. Határozzuk meg az $a = 2$ tengelyű hiperbola és a vele közös gyújtópontokat mutató $25y^2 + 9x^2 = 225$ ellipszis metszési pontjainak koordinátáit.

175. Határozzuk meg az előbbi példában adott görbék közös pontjaiban húzható érintőinek egyenletét és egymással alkotott hajlási szögét.

176. Szerkesszük meg az $x^2 - y^2 + 2x + 2y = 4$ hiperbolát.

177. Végezzük a szerkesztést, ha a görbe egyenlete $4x^2 - y^2 - 24x - 4y + 28 = 0$.

178. Határozzuk meg az $x - 2y + 5 = 0$ egyenes és $16x^2 - 2y^2 - 32x + 150y = 248$ hiperbola metszési pontjai közé eső távolság, mint átmérő fölé szerkeszthető kör egyenletét.

179 Határozzuk meg a $25x^2 - 9y^2 = 225$ hiperbola $P\ (6, \sqrt{75})$ pontjához tartozó érintési vonalak hosszát.

180. A hiperbola $P(x, y)$ pontjából párhuzamosakat húzunk a végérintőkhöz. Határozzuk meg ezeknek és a végérintőknek a metszési pontjait, a párhuzamosak hosszát és ama parallelogramma nagyságát, melyet a végérintők és a párhuzamosak határolnak.

181. Mekkora szöget fognak be a $9x^2 - 7y^2 = 63$ hiperbola végérintői?

182. Határozzuk meg a $4x^2 - 25y^2 = 100$ görbe $P(3, -1{\cdot}6)$ pontjához húzható érintő egyenletét.

183. Szerkesszünk hiperbolát, ha ismeretes a két csúcsa és kerületének egy pontja.

184. Végezzük a hiperbola szerkesztését, ha adva vannak a végérintők és a kerület egy pontja.

185. Határozzuk meg a hiperbola ama pontját, melyre nézve a subtangens akkora, mint a subnormális.

186. Határozzuk meg ama háromszög területét, melyet a $9x^2 + 25y^2 = 225$ és $9x^2 - 7y^2 = 63$ görbék egyik metszési pontjából húzott radius vektorok az x-tengellyel befognak.

187. Mely pontokban metszi az $x^2 - 4y^2 = 4$ hiperbola a tengelyeket?

188. Állítsuk fel a hiperbola középponti egyenletét, ha két pontjának koordinátái $x_1 = 5$, $y_1 = 3$; $x_2 = 8$, $y_2 = -10$.

189. Keressük az $y - 4x = 1$ egyenessel párhuzamos érintő egyenletét, ha az adott görbe egyenlete $9x^2 - 7y^2 = 63$.

190. Állítsuk elő a $3x^2 - 4y^2 = 12$ görbe sarkegyenletét.

191. Vannak-e közös pontjaik a $4x^2 - 9y^2 = 24x$ és $y = 2x - 4$ vonalaknak?

192. Írjuk fel a hiperbola középponti egyenletét, ha $c = 3$, $p = 6$.

193. Milyen görbe vonalat határoz meg a $16x^2 - 25y^2 - 128x - 150y + 31 = 0$ egyenlet?

Milyen görbéket jelentenek a következő egyenletek:

194. $y^2 - 3x^2 + 8y = 19$;

195. $y^2 + 6x^2 - 6xy - 20x + 8y + 11 = 0$?

196. Írjuk fel a hiperbola középponti egyenletének megváltozott alakját, ha y-tengelyűl a P pontjához húzott érintőt, x-tengelyűl az ugyanazon ponton áthaladó s az előbbi x-tengellyel párhuzamos egyenest választjuk.

197. Szerkesszünk hiperbolát, ha ismerjük a két csúcsát és érintőjét.

198. Keressük a $9y^2 - 4x^2 = 36$ görbe sarkegyenletét.

199. Keressük az előbb adott hiperbola ama pontjának koordinátáit, amelyhez húzott érintő az x-tengellyel 60^0-nyi szöget zár be.

200. Oldjuk meg a 126. példát egy parabola és egy hiperbolával.

VII. Vegyes feladatok.

Mi az analitikai jelentése a következő egyenleteknek:

201. $9x^2 + y^2 + 12y = 0$; **202.** $x^2 - 4y^2 = 0$;

203. $x^2 - 6x - 6{\cdot}25y^2 - 12{\cdot}5y = 3{\cdot}5$;

204. $x^2 + 4y^2 - 25 = 0$;

205. $x^2 + y^2 - 2xy - 4x + 2y = 1$;

206. $9x^2 - y^2 - 8y - 16 = 0$;

207. $56x^2 + y^2 - 14xy + 79x - 10y + 31 = 0$;

208. $x^2 + y^2 + 8y + 7 = 0$;

209. $\rho . \cos 2\varphi = a$; **210.** $\dfrac{\rho}{\sin 2\varphi} = a$?

Állítsuk elő a következő görbék egyenleteit derékszögű koordinátákban:

211. $\rho . \sin \varphi = a$; **212.** $\rho . \cos 2\varphi = a$;

213. $\dfrac{\rho}{\cos 2\varphi} = a$; **214.** $\rho = a(1 + \cos \varphi)$;

215. $\rho = a\sqrt{\cos 2\varphi}$.

216. Határozzuk meg, milyen szöget zár be az $y-x=8$ és $2y + x = 6$ két egyenes a) egymással, b) a pozitiv x-tengellyel?

217. Határozzuk meg a háromszög oldalait és szögeit, ha alapjának egyenlete $18x+55y+250 = 0$; az alap végpontjának abscisszái 2 és 7·5; a háromszög súlypontjának koordinátái 5 és 6.

218. Határozzuk meg $x + 2 = y$ egyenes ama pontjának koordinátáit, mely $P(0{\cdot}5, 5)$ ponttól és $x + 2 = 2y$ egyenestől egyenlő távol esik.

219. Egy háromszög oldalainak egyenletei $x + y = 11$, $2x + 18 = 3y$, $x + 19 = 4y$; határozzuk meg azon háromszög súlypontjának koordinátáit, melynek szögpontjai az adott háromszög oldalainak felező-pontjai.

220. Milyen arányban áll egymáshoz az előbbi példában adott két háromszög területe?

221. Határozzuk meg a 219. példában adott háromszögek szögeit.

222. Mily távol van $P(2, -6)$ pont a $P_1(7, 3)$ és $P_2(5, 4)$ pontokon áthaladó egyenestől?

223. Szerkesszük az $x^2 + y^2 = 225$ és $x^2 - 30x + y^2 - 180 = 0$ görbéket.

224. Irjuk fel ezek közös érintőinek egyenletét s az érintési pontok koordlnátáit.

225. A $2r$ oldalú egyenlőoldalú kúpot oly síkkal metszők, amely az egyik oldalél felező-pontján átmenve, arra merőlegesen áll. Mily nagy a metszet nagy és kis tengelye és gyújtópontjának a középponttól való távolsága?

226. Irjuk fel az előbbi példában nyert kúpszelet egyenletét.

227. Végezzünk a két előbbi példában kivánthoz hasonló számításokat, feltéve, hogy a metsző sík az oldal felezőpontján áthaladva merőlegesen áll az alapra.

228. Egy pontból ugyanazon α szög alatt különböző kezdő sebességgel testeket dobnak el; mi a pályák legmagasabb pontjainak a mértani helye?

229. Mi akkor, ha a c kezdő sebesség egyenlő, ellenben a szög más és más?

230. Milyen szög alatt történt a ferde hajítás, ha a hajítási-távolság 4-szer akkora, mint a magasság?

231. Határozzuk meg a $3y + 6 = 4x$ egyenesnek $x^2 + y^2 - 4y + 6x - 3 = 0$ görbe közé eső részét.

232. Határozzuk meg ama háromszög területét, melynek szögpontjai az előbbi példában meghatározott egyenes végpontjai és a koordináta-rendszer kezdőpontja.

233. Mi a geometriai helye az $x^2 - 12x + y^2 = 28$ kört belűlről érintő $P(2, 0)$ ponton átmenő körök középpontjának.

234. Irjuk fel a $P(1, 5)$ ponton átmenő, $3x + 4y = 13$ egyenest és az x-tengelyt érintő kör egyenletét.

235. Irjuk fel a $3x - 4y = 10$ egyenest érintő 5 *cm* sugarú kör egyenletét.

236. Mily szög alatt metszik egymást az $x^2 + y^2 = 25$ és $y^2 = 8x$ görbék?

237. Mily szög alatt metszik egymást a $7x^2 + 16y^2 = 112$ és $5x^2 + 4y^2 = 20$ görbék?

238. Mi azon háromszögek szögpontjainak mértani helye, melyeknek közös alapja c és $\operatorname{tg}\alpha . \operatorname{tg}\beta = \frac{1}{4}$?

239. Hasonlóképen, ha c adva van és $\alpha = 2\beta$.

240. Irjuk fel a $3x^2 - 4y^2 = 12$ görbét $P(2, 1)$ pontban érintő egyenes egyenletét.

241. Rajzoljunk érintőt a $16x^2 + 25y^2 = 400$ görbe $y > o$, $x = 4$ pontjához; ez a csúcson áthaladó érintőket P és Q pontokban metszi; keressük a PQ fölé rajzolt kör egyenletét.

242. Mily pontokban metszi e kör az x-tengelyt?

243. Az ellipszishez P külső pontból két érintőt húzunk. Ha P-t összekötjük F gyújtóponttal, a nyert egyenes felezi azt a szöget, amit az érintési pontoktól a gyújtóponthoz húzott egyenesek bezárnak.

244. Irjuk fel a kör projekciójának az egyenletét.

245. Milyen irányban kell az egyenes elliptikus hengert síkkal úgy metszeni, hogy a síkmetszet kör legyen? Az alap tengelyei a és b.

246. Mivé alakúl az $xy = a^2$, $x^2 - y^2 = b^2$ egyenlet, ha a koordinátarendszert $\alpha = 45^0$ alatt elforditjuk.

247. Az a alap- és b oldalélű négyzetes egyenes gúla alapjába kört írunk s erre egyenes hengert állítunk; milyen görbében metszi a henger az oldallapokat?

248. Adva van $2a$ távolság; mi azon pontok mértani helye, amelyeknek az egyenes felező pontjától mért távolsága mértani középarányos a felvett egyenes két végpontjától vett távolságaik közt?

249. Mi a mértani helye a parabolában azon húrok felező pontjainak, amelyek párhuzamosak az $y = ax$ egyeneshez?

250. A parabola főtengelyén felveszünk A_0, A_1 két pontot, amelyek a csúcsponttól t távolságban vannak; továbbá felveszünk egy $P_0 P_1$ húrt, a főtengelyre merőlegesen; mi a mértani helye A_0P_0 és A_1P_1 metszési pontjainak, feltéve, hogy P_0P_1 változtatja a helyzetét?

Tartalomjegyzék.

Első rész.

Feladatok a planimetriához.

I. A vonal és a szög 3
II. Egybevágó síkidomok 4
III. A síkidomok hasonlósága 8
IV. A síkidomok területe 12
V. A kör 16

Második rész.

Feladatok a trigonometriához.

I. Goniometria 21
II. A derékszögű és egyenlőszárú háromszögek megfejtése 27
III. A ferdeszögű háromszögek megfejtése . . 30
IV. Szabályos sokszögek és a kör 31
V. Magasság- és távolságmérés 33

Harmadik rész.

Feladatok a stereometriához.

I. A térmennyiségekről általában. A testszög . 38
II. A hasáb 39
III. A henger 42
IV. A gúla 45
V. A kúp 48
VI. A gömb és a szabályos testek 51
VII. Gömbháromszögmértan 56

Negyedik rész.

Feladatok az analitikai síkmértanhoz.

I. Algebrai kifejezések grafikus szerkesztése . 58
II. A pont és az egyenes 60
III. A kör 62
IV. A parabola 64
V. Az ellipszis 67
VI. A hiperbola 69
VII. Vegyes feladatok 71

12. **Magyar stilisztika.** Irta Gaal Mózes.
13. **Magyar rhetorika.** Irta Gaal Mózes.
14. **A sík trigonometriája.** Irta Dr. Lévay Ede.
15. **Római régiségek.** 2. kiad. Irta Dr. Schmidt M.
16. **Magyarország oknyomozó története.** 2. kiadás. Irta Cseh L.
17. **Kereskedelem története.** Irta Dr. Stirling S.
18—20. **Egyetemes irodalomtörténet.** Irta Hamvas J.
21. **Nemzetközi jog.** Irta Dr. Gratz Gusztáv.
22. **Magyar poetika.** Irta Gaal Mózes.
23. **Planimetria** példatárral. Irta Dr. Lévay Ede.
24. **A római nemzet irodalomtört.** Irta Márton J.
25. **Német nyelvtan.** 2. kiad. Irta Albrecht János.
26. **Oszmán-török nyelvtan.** Irta Dr. PröhleVilmos.
27—30. **Áruisme-Lexikon.** Irta Dr. Koós Gábor.
31—34. **Magyar magánjog.** Irta Dr. Katona Mór.
35. **Számtan.** Irta Dr. Lévay Ede.
36. **Logarithmustáblák.** Összeállította Polikeit K.
37—38. **Magyarország őskora.** Irta Darnay Kálmán.
39—40. **Magyar büntetőjog.** Irta Dr. Atzél Béla.
41—42. **Bűnvádi perrendtartás.** Irta Dr. Atzél Béla.
43. **Kis növénygyűjtő.** Összeállította Dr. Cserey A.
44. **Algebra.** 2. kiadás. Irta Dr. Lévay Ede.
45. **A magyar helyesirás törvényei.** Irta Gaal M.
46. **Ábrázolástan.** I. füzet. Irta Kolbai Arnold.
47. **Ábrázolástan.** II.f. Rajzok az ábrázolástanhoz. Irta Kolbai Arnold.
48—49. **Növényhatározó.** Irta Dr. Cserey Adolf.
50. **Stereometria.** Irta Dr. Lévay Ede.
51. **Világtörténet.** I. rész. Irta Cseh Lajos.
52—53. **Stilisme.** Irta Boros Rudolf.
54. **Levelező gyorsirás.** Irta Bódogh János.
55. **Magyar közigazgatási jog.** Irta Dr. Falcsik D.
56. **Alkotmányi politika.** Irta Dr. Gratz Gusztáv.
57/57a. **Magyar pénzügyi jog vázlata.** Irta Dr. Bartha B.
58. **Általános földrajz.** Irta Hegedűs István.
59. **Ethika.** Irta Dr. Somló Bódog.

60 **Ásványhatározó.** Irta Dr. Cserey Adolf.
61. **Zeneműszótár.** Összeállitotta Goll János.
62. **A görög irodalom története.** Irta Márton Jenő.
63—64. **A zománcz.** Irta Mihalik József.
65. **Vita-gyorsirás.** Irta Bódogh János.
66. **A magyar váltójog.** Irta Dr. Berényi Pál
67. **Világtörténelem.** II. rész. Irta Cseh Lajos.
68—69. **A rajzolás vezérfonala.** Irta és rajzolta Boros R.
70—72. **Mythologia.** Irta Dr. Losonczy Lajos.
73. **Általános zenetan.** Irta Goll János.
74. **Államszámviteltan.** Irta Dr. Berényi Pál
75. **Jogbölcselet.** Irta Dr. Somló Bódog.
76. **Rovargyűjtő.** Irta Dr. Cserey Adolf.
77. **Szervetlen chemia.** Irta Schwicker Alfréd.
78. **Mechanika.** Irta Dr. Lévay Ede.
79. **Sociológia.** Irta Dr. Somló Bódog.
80. **Logika.** Irta Dr. Schmidt Márton.
81. **Akustika. Optika. Hőtan.** Irta Dr. Lévay Ede.
82. **Áruüzleti szokások.** Irta Dr. Matavovszky Béla.
83. **A német irodalom vázlata.** Irta Albrecht János.
84. **Kereskedelmi jog.** Irta Dr. Berényi Pál.
85. **Elektromosság és mágnesség.** Irta Dr. Lévay E.
86. **Kosmografia.** Irta Dr. Bozóky Endre.
87—89. **Lepkehatározó.** Irta Dr. Cserey Adolf.
90—91. **A testgyakorlás alapelemei.** Irta Dr. Ottó Józs.
92. **Kis physikai földrajz.** Irta Dr. Bozóky Endre.
93. **Szerves chemia.** Irta Schwicker Alfréd.
94. **Világtörténet.** III. rész. Irta Cseh Lajos.
95. **Analytikai síkmértan.** Irta Dr. Lévay Ede.
96—98. **Bogárhatározó.** Irta Dr. Cserey Adolf.
99. **Meteorologia.** Irta Dr. Bozóky Endre.
100. **A magyar művelődés története.** Irta Dr. Bartha J.
101 **Astronomia.** Irta Dr. Wonaszek A. Antal.
102. **Bevezetés a jog- és államtudományokba.** Irta Dr. Kun B.
103. **Banktechnika.** Irta Juhász Kálmán.

104. **Kereskedelem-isme.** Irta Dr. Berényi Pál.
105. **Gyakorlati olasz nyelvtan.** Irta Dr. Cs. Papp J.
106. **Fotografálás.** Irta Sajóhelyi Béla.
107. **Dramaturgia.** Irta Rakodczay Pál.
108. **Anthropologia** (Embertan). Összeállit. Lósy J.
109. **Lélektan.** Irta Dr. Schmidt Márton.
110. **Physikai zsebkönyv.** Irta Dr. Bozóky Endre.
111. **Német helyesirás.** Irta Albrecht János.
112. **Mathematikai szünórák.** I. füz. Irta Mikola S.
113. **Aesthetika.** Irta Dr. Bartha József.
114. **Mathematikai szünórák.** 2. füz. Irta Mikola S.
115. **Algebrai példatár.** 2. kiad. Irta Dr. Lévay E.
116. **Görög régiségek.** Irta Dr. Schmidt Márton.
117—118. **Az állatok fejlődése.** I. r. Irta id. Dr. Perényi J.
119—120. **Protestáns egyházjog.** Irta Hörk József.
121—123. **Gombaisme.** Irta Dr. Cserey Adolf.
124. **Az állatok fejlődése.** II. Irta id. Dr. Perényi J.
125. **Épitési enciklopedia.** I. füz. Irta Lechner J.
126. **Az állatok fejlődése.** III. rész. Irta id. Dr. Perényi J.
127. **Építési enciklopedia.** II. füz. Irta Lechner J.
128. **Kis ásványtan.** Irta Dr. Cserey Adolf.
129. **Építési enciklopedia.** III. füz. Irta Lechner J.
130. **Epitési enciklopedia.** IV. füz. Irta Lechner J.
131—132. **Növénytan.** Irta Dr. Cserey Adolf.
133. **Magyar közjog.** Irta Dr. Balogh Arthur.
134—135. **Állattan.** Irta Dr. Cserey Adolf.
136. **Magyar bányajog.** Irta Dr. Katona Mór.
137. **Kereskedelmi földrajz.** Irta Pataki Simon.
138. **Alkotmánytan.** Irta Dr. Balogh Arthur.
139. **Latin stilisztika.** Irta Dr. Cserép József.
140—141. **Polgári perrendtartás.** Irta Dr. Pajor Ernő.
142—143. **Az elektrotechnika.** Irta Dr. Bozóky Endre.
144. **Kereskedelmi számtan.** Irta Derszib Béla.
145—146. **A statisztika elmélete.** Irta Dr. Kenéz Béla.
147—148. **A magyar jelmez és fejlődése dióhéjban.** Irta Nemes Mihály.

149. **Társadalmi gazdaságtan.** I. (elméleti) rész. Irta Dr. Wildner Ödön.

150. **Társadalmi gazdaságtan.** II. rész. (Társadalmi gazdasági politika.) Irta Dr. Wildner Ö.

151. **Közigazgatástan.** Irta Dr. Balogh Arthur.

152—153. **Geológia.** I. Irta Sajóhelyi Frigyes.

154—155. **Geológia.** II. Irta Sajóhelyi Frigyes.

156—157. **A filozófia története.** Irta Dr. Serédi Lajos.

158. **Geometriai példatár.** Összeállította Dr. Lévay Ede.

159—160. **Könyvvitel.** Irta Trautmann Henrik.

A vállalat folytattatik.