

Encyel. 0.

52.

45.

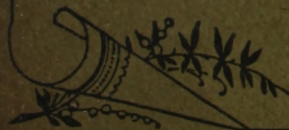
STAMPFEL-FÉLE
LÁNYOS ZSEB-KÖNYVTÁR.

115.

Dr. Lévy Ede

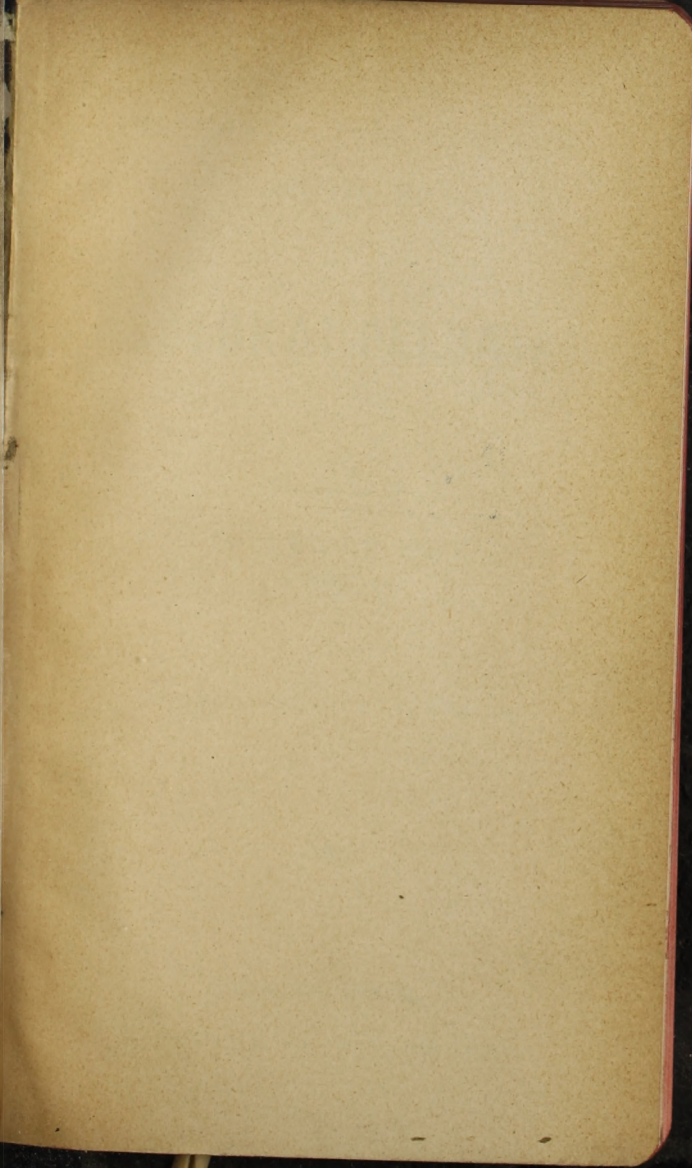
Algebrai példatár

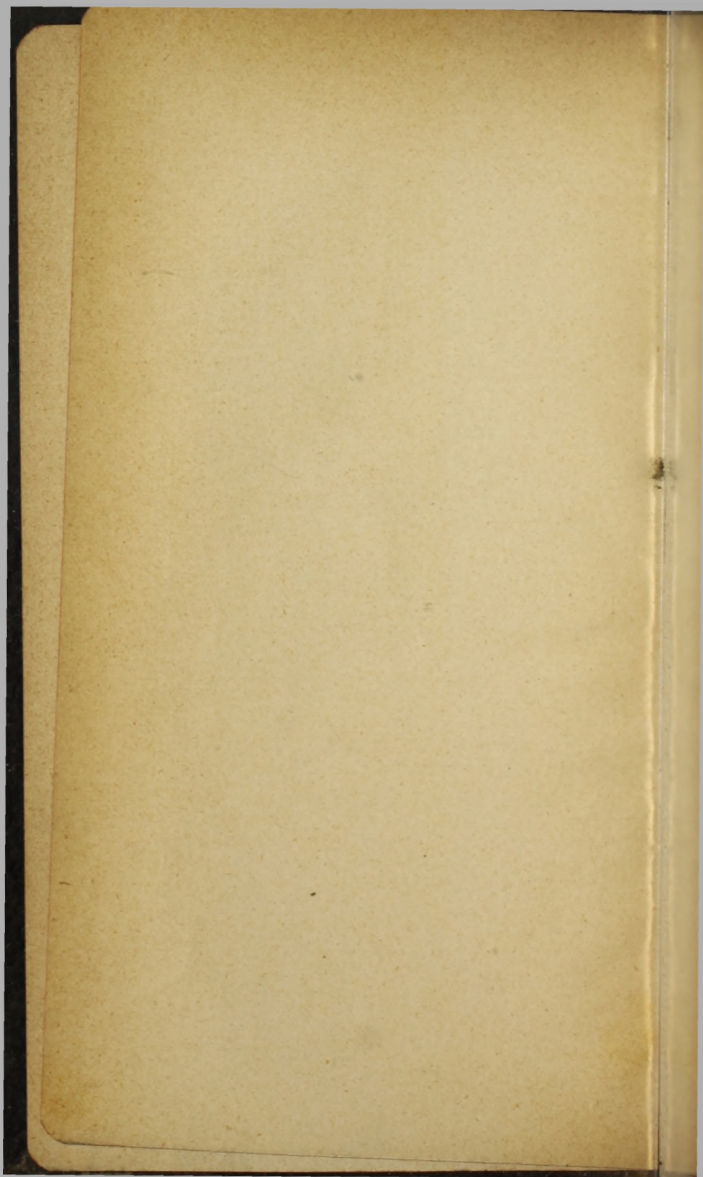
Ára 60 fill. 30 kr.



POZSONY-BUDAPEST
KIADJA
STAMPFEL K.

MAGY. AKADEMLA
KÖNYVTÁRA





STAMPFEL-FÉLE
TUDOMÁNYOS ZSEB-KÖNYVTÁR.

— 115. —

ALGEBRAI PÉLDATÁR.

ÖSSZEÁLLITOTTA

DR. LÉVAY EDE

ÁLL. FŐGIMN. TANÁR.

MÁSODIK BŐVITETT KIADÁS.



POZSONY, 1903. BUDAPEST.

STAMPFEL KÁROLY KIADÁSA.

MAGY. AKADEMLA
KÖNYVTÁRA

ELSŐ RÉSZ.

1. §. Bevezetés az algebrába. Az algebra jelei.

1. Kijelölés után végezzük el a következő műveleteket, mennyi: 17 és 9 összege; 27 és 15 különbsége; 8 és 9 szorzata; 36 és 9 hányadosa; 7-nek négyzete; 3-nak köbe.
2. Jelöljük ki: a és b összegét; x és y különbségét; m és n szorzatát; p és q hányadosát; a és b összegének négyzetét; c és d különbségének köbét.
3. Jelöljük ki p és q összegének, különbségének, szorzatának, hányadosának, négyzetének, köbének 2, 3, 4, 5, m , $6n$, $3x^2y$ -szorosát.
4. Jelöljük ki a és b összegének c és d különbségével való szorzatát, hányadosát.
5. Jelöljük ki azt, hogy a -hoz hozzáadandó b és c összege; hogy a -ból levonandó m és n különbsége; hogy a és b összegéből levonandó x és y különbsége.
6. Fejezzük ki 57-et, mint 6-nak valamely számmal való szorzatából s egy más számból alkotott összeget.
7. Fejezzük ki 62-öt, mint 9-nek valamely számmal való szorzatából s egy más számból alkotott különbséget.
8. Mennyi: $29 + (3 + 7)$; $36 - (5 + 8)$; $(42 + 27) - (56 - 12)$?
9. Mennyi: $(5 + 8)(12 - 10)$; $(3 + 5)^2$; $(1 + 3)^3$; $[56 - (12 + 8)] : 9$?

Jegyzet. Az eredeti példák kiegészítésére *Hartl, Bardey, Salomon, Reidt, Schubert, Bourget, Vacquant, André, Neven, Beke-Reif* gyűjteményei és a különböző intézetekben, különböző években kitűzött érettségi feladatok szolgáltak.

10. Milyen számot nyerünk, ha 15-ből 18-at, vagy 25-ből 42-öt levonunk? Jelöljük ki a műveletet és az eredményt.

Mivel egyenlő:

11. $[57 + (42 - 36) - (2 + 7) 5 - 12]$;
 12. $[54 - (7 + 13) - 2] : 8$; 13. $(5 + 8) \cdot 12$;
 14. $[136 - (57 + 72)] (7 - 5)$;
 16. $\{35 - [56 - (27 + 9)] - 3\} : 4$;
 17. $6^3 - 2 \cdot 3^3 + (10 - 22)$; 18. $17 - (3 + 4)^2$;
 19. $5 \cdot \{84 - [6 \cdot 5 + (7 - 2 + 1)] - 44\}$;
 20. $\{48 - [26 + (24 - 18)]\} : (15 - 11)$;
 21. $[4 \cdot 5 - 3(7 - 2)] : [8 - (11 - 8)]$;
 22. $\{572 - [426 + (58 - 40)] - 2\} : \{75 - [10 \cdot 3 + (4 \cdot 5 - 5)] - 16\}$;
 23. $[(26 + 7) \cdot 3 + 6] : 35$;
 24. $\{[(8 + 7)(9 - 6) + 4] : 7 + 9\} : 8$;
 25. $\{[(9 + 15) \cdot 6 - 44] + 21\} : \{[(3 + 9 - 5) + 7] - 3\}$.

Keressük a következő kifejezések számértékét, ha $a = 45$:

26. $3a - (a + 19) + (a + 7)$; 27. $(a + 5)(a - 31) + a : 15$;
 28. $[(2a - 50)(3a - 75) - (a - 33)^2] : [(a + 5) - 3]$;
 29. $9a - (36 - a + 72) + (a - 36)^2 - (2a - 85)^2 + (a + 16)$;
 30. $(a + 3)(a - 3) - 40 \cdot (a - 16) + (5a - 216) - a^2$.

Keressük a következő kifejezések számértékét, feltéve, hogy $x = 10$, $y = 5$, $z = 2$, $u = 1$:

31. $x(y - z + u)$; $xy - z + u$; $x[y - (z + u)]$;
 32. $(x + y)(z - u)$; $x + y(z - u)$; $(x + y)z - u$;
 33. $x - yz + u$; $(x - y)(z + u)$; $x - y(z + u)$.

Tudva a kamatszámítás képleteit, minő értékeket nyerünk az ismeretlenek számára, ha:

34. $t = 500$ K, $p = 3\frac{1}{2}\%$, $n = 72$ nap;
 35. $k = 18$ K, $p = 4\%$, $h = 5$ hó;
 36. $t = 370$ K, $k = 27$ K, $p = 5\%$.
 37. $t = 1000$ K, $p = 6\%$, $k = 43$ K?

Mennyi tér esik két négyzet közé, ha e négyzetek egy-egy oldala:

38. $A = 45$ cm, $a = 40$ cm; $A = 17.5$ cm, $a = 15.7$ cm.

39. $A = 32.5$ m, $a = 28.5$ m; $A = 57.6$ m, $a = 52.5$ m?

A körgyűrű területe: $t = \pi(R^2 - r^2)$, mennyi az, ha:

40. $R = 25.5$ cm, $r = 20.5$ cm; $R = 62.5$ m, $r = 57.5$ m?

41. $R = 36$ mm, $r = 28$ mm; $R = 19$ mm, $r = 16.5$ mm?

A henger térfogata: $T = r^2\pi m$; mennyi az, ha:

42. $r = 2.5$ dm, $m = 8$ dm; $r = 5$ mm, $m = 3$ cm?

43. $r = 6$ m, $m = 12$ m; $r = 0.5$ dm, $m = 5$ dm?

Kiszámítandók a következő kifejezések, ha $a = 10$, $b = 8$, $c = 5$:

44. $(ab - c) : c$; $(a + b + 2c) : [(b - 1) - (c - 2)]$.

45. $a[b - (b - c)]$; $(a + b + c)(a + b - c) + c^2$.

46. $a^2 - b^2 + c^2$; $a^3 - b^3 - c^3$; $2a^3 - 5b^2 + 3c^3$.

Legyen: $x = 30$, $y = 20$, $z = 12$; mennyi akkor:

47. $(3xz + yz) : z$; $(xz + yz + x + y) : (x + 1)$?

48. $(x^2 - y^2 + 2yz - z^2) : (x + y - z)$; $(x + 8)(y + 2) : (z + 7)$?

Legyen $x = 2$; mennyi akkor:

49. $(4x^3 - 5x^2 + 3x + 1)(x^2 + x + 1)$?

50. $[(x + 5)^2 - (x + 3)^2 - (x + 2)^2]^2$?

51. $(3x + 2)^3 - (3x - 1)^3 + 2(x - 1)^3$?

52. $[(4x^6 - 3x^4 + 4x - 12) : (x^2 - 2x + 2)] : (x^2 + 2x + 11)$?

Ha $a = 3$, mennyi akkor:

53. $\frac{a^2 + 2a - 12}{a^2 - 2a + 3} \cdot \frac{a^3 + 5a^2 - 18a + 2}{9a^2 - 32a + 25}$?

54. $(a^2 + 4a + 3) : \frac{a^2 + 7a + 12}{a^2 + 5a + 4}$?

55. $\frac{14 - 3a}{3} - \frac{3a - 3}{3} + \frac{4}{3(2a - 1)} - \frac{1.5a}{a - 0.5} + \frac{a - 1}{5}$?

56. $a = 5$, $b = 2$; mennyi: $[(3a)^2b^3 - 3a^2b^3] : [(3ab)^2 - 3ab^2] : (5a^2b^4 + 8)$?

57. $m = 4$, $n = 3$, $a = 2$, $x = 5$; mennyi: $4ma^n - (2m - n)a^{n-2} \cdot x^2 - (2m - n)ax^n + m(x^m - x^n) - (m + n)a^2$?

58. $x = 4, y = 3, z = 2$; mennyi: $(3x^2y^2 - 5xyz^2 + 2y^2z^3) : (2xy - 2z^2)$?
59. Tüntessük fel, hogy a és b összege annyi mint c ; hogy m nagyobb, mint n ; hogy $a - b$ kisebb, mint d ; hogy p végtelen nagygyal egyenlő; hogy mit nyerünk, ha a -ból a -t kivonjuk?
60. Olvassuk visszafelé, hogy: $56 = y$; $m > n$; $p < q$; $a + b < \infty$; $0 < r + s$; $0 > -7$.

2. §. Algebrai mennyiségek összeadása és kivonása.

Végezzük el a következő összeadásokat:

- $8x + 13x$; $7x + (-3x)$; $8x + (9x - 5x)$.
- $3a + (-4a) + 5a$; $m + [m + (m + n + p)]$.
- $6x + 4y - 5x + 3y + 2x - 8y + x$; $3x^2y + (5xy^2 - 3xy^2) + x^2y$.
- $3a^2b + 5a^2b - 6a^2b$; $(4 - 3m + 4n) + (5 + 2m - 3n)$.
- $5x + 3y + (4x + 2y)$; $3a + 8a + (5a - 2a) + 6a$.
- $8x - 5y + 9z - 6u$ 7. $7a - 5b + 4c - d$
 $- 3x + 7y - 6z + 5u$ $- 5a + 8b - 2c + 9d$
 $x - y + z - u$ $3a - 2b - 6c - 3d$
- $3 \cdot 8x + 4 \cdot 7y + 7 \cdot 2z$ 9. $8ax - 3bx - 12abx$
 $5 \cdot 9x + 6 \cdot 8y + 3 \cdot 1z$ $5ax - 4bx - 6abx$
 $0 \cdot 3x + 3 \cdot 5y + 9 \cdot 7z$ $3ax + 6bx + 10abx$
- $2a^2b + 8a^2b^2 + 18ab - bc$
 $- 4a^2b + 2a^2b^2 - 8ab + 16bc$
- $3x^2y - 5xy^2 + 4xy$
 $- 2x^2y + 8xy^2 - 3xy$
 $7x^2y + 2xy^2 + xy$
- $5x^m y^n - 3x^m y^n + 2x^m y^n - 3x^m y^n$.
- $(15ab - 13mn + 3pq) + (-8ab + 8mn - 8pq)$.
- $(3a^2b + 5a^2b^2 - 7a^2b^2 - 9ab^4 + 2b^6) + (5ab^4 - 2b^6 - 2a^2b - 3a^2b^2) + (2a^2b^2 + 5b^6 - 5a^2b^3 - 3ab^4)$.
- $(3 - 2x^2) + \} - 3x^2 + 5 + [4x + (x^2 - 8)] +$
 $+ (5x^2 + 11x) \}$.

Ha $A = 5x - 2y + 3z$; $B = -3x + 7y - 8z$;
 $C = 2x + 4y + 6z$; $D = 6x - 6y - 2z$; mennyi
akkor:

16. $A + B + C$; 17. $A + B + D$; 18. $B + C + D$;
 19. $A + C + D$; 20. $A + B + C + D$?

Végezzük el a következő kivonásokat:

21. $8a - 3a$; $13y - (2y + 7y)$; $(2x + 8) - (x + 7)$.
 22. $(a^2b^2c - 5cd) - (-2a^2b^2c - 7cd)$; $7x^2y^2 - 12x^2y^2$.
 23. $5x - (-5x)$; $(7a + 12b + 3c) - (5a + 10b + 2c)$.
 24. $(5x + 14y - 6z) - [3x - (8x - 9y + 7z)]$.
 25. $4x - [(a - 4x) + (3y + 17a) - (15x + 2y)]$.
 26. $(25a - 18b) - \{3b - [4a - (5b - 6c)] - 8c\}$.
 27. $8x^2 - \{5x^2 + [3x^2 - (6x^2 + 12x^2)] + 9x^2\}$.
 28. $(25m - 10n) - \{10m - [4m - (2m - 6n)] + 4n - 16m\}$.

29. $x - \{y - [(x + u) + y - (x - u)] + x + 2u\}$.
 30. $M = 5a^6b^2 - 2a^5b^3 - 7a^4b^4 + 3a^3b^5 - 4a^2b^6$;
 $N = -2a^5b^3 + a^4b^4 - 3a^6b^2 + 7a^3b^5 - 3a^2b^6$;
mennyi $M - N$? Helyettesítsük az eredménybe
az $a = 5$, $b = 2$ értékpárt.
 31. Az apa 52 éves, fia 18; mennyi volt köztük a
korkülönbség x év előtt?
 32. Bizonyos munkás a koronát keres naponként s
azt a szükségleteit fedező b koronán kívül meg-
takarítja; mennyi pénze lesz egy hét, egy hó,
egy év múlva?
 33. $2 \cdot 87965 - (0 \cdot 98767 - 2) = ?$
 34. $(0 \cdot 73254 - 1) - (0 \cdot 98765 - 3) = ?$

Ha: $A = 0 \cdot 38572 - 2$; $B = 0 \cdot 96504 - 3$;
 $C = 0 \cdot 18779 - 1$; mennyi akkor:

35. $A + B - C$; 36. $A - B + C$; 37. $-A + B + C$;
 38. $-(A + B + C)$?

Ha: $A = -7x - 4y + 5z$; $B = 9x - 5y + z$;
 $C = 3x + 8y - 2z$; mennyi akkor:

39. $A - (B + C)$; 40. $A - B + C$?
 41. Melyik az a szám, mely $(-7x + 5y - 3z)$ -vel
kisebb, mint: $8y + 3y - 6z$?

$$42. x^5 - 3x^4 - 7x^3 + 5x^2 + 3x - 8 - [8x^4 - 3x^2 - 13 - (x^5 - 3x^3 + 7x - 8)] = ?$$

$$43. 9x^3 + 7x^2 - 5x + 3 - (1 + 2x + x^2) - (2 - 7x + 10x^2 + 8x^3) = ?$$

$$44. \begin{cases} 6a - 5b + 9c \\ -3a + 2b - 4c \\ 7a - 5b - 2c \end{cases} - \begin{cases} 8a - 6b - 7c \\ -5a + 2b - 8c \\ 2a - 3b + 15c \end{cases} = ?$$

$$45. \begin{cases} 16x^2 - 12x + 8 \\ -7x^2 + 9x - 15 \\ 19x^2 - 36x + 45 \end{cases} - \begin{cases} 4x^2 - 13x + 64 \\ 11x^2 - 13x - 42 \\ 13x^2 - 13x + 16 \end{cases} = ?$$

Végezzük el a következő összevonásokat:

$$46. 18x^2y^2 - [5x^2y^2 - (22x^2y^2 + 5x^2y^2)] + 8x^2y^2.$$

$$47. x^3 - (-5x^2 - 3x^3) + (-4x^2 - 5x^3).$$

$$48. 10x - [3x - 5y - (-x + 7y) + (2x + 11y) + (3x - 8y) - (-2x - 9y)].$$

$$49. (3a + 5b) - [(7a - 3b) - (5a - 7b)] + (a - b).$$

$$50. (3x + 5y - 7z) + (4x - 9y - 5z) - (x - 3y - 4z) - (-7x + y - 8z) - (12x - 2y - z).$$

$$51. (15x - 32y - 25z) - [6y + 4z - (7x + 33y - 24z)] + (15x - 7z) - [6z - (11y + 9x) - (56z - 10y + 8x)] - (3x - 7y).$$

$$52. (2x - 2y) - (x - y - 2z) + (6x - 5y) - [7y - (3y - 4x + 8z)].$$

$$53. \text{Melyik kifejezés nagyobb } (5y - 8x)\text{-el, mint } (2x - 3y) \text{ és } (7x - 8y) \text{ különbsége?}$$

$$54. \text{Melyik kifejezés kisebb } (3m + 5n - 7p)\text{-vel, mint } (8m + 6n - 3p) \text{ és } (5m - n - 4p) \text{ összege?}$$

$$55. (13a + b - 5) - \{4a - 7b + 3 + [a + 5b - 2 - (3a - b + 5) - (8a + 2b + 2)]\}.$$

$$56. 4x^3 + 6ax^2 + 7a^2b + 3c^2 + (-6a^2b + 8x^3 - 9c^2 + 15ax^2) - (7c^2 + 3a^2b + 8x^3 - 9ax^2) + (12c^2 - 9ax^2 + 3a^2b - 5x^3).$$

Ha $A = 8x - 4y$; $B = 4x + y$; $C = 5x - 2y$;
 $D = 3x + 6y$; $E = -2x + 4y$; $F = -5x - 3y$;
 mennyi akkor:

$$57. A + B - (C - D) + (E - F);$$

$$58. A + [B - (C - D) + (E - F)];$$

59. $B - \{A - [D + C - (E - F)]\}$;
 60. $F - \{E - [A + (B - C) - (D - A)] + B\}$?
 61. $[(8a - 3b) - 5b + 6] - [(5a - 7b) - (3a - 6) - (6a - b)]$.
 62. $(32 - 2a) - \{14a - [16a - (20a - 10)]\} + \{16 + 2a - [34a + 10 - (12 - 2a)] - (10a + 20)\}$.
 63. $[6m^5n^2 - (8n^3p^4 - 18m^4p^3)] + [(8n^3p^4 - 24m^4p^3) - (4m^5n^2 - 6m^4p^3)]$.
 64. $(3a^5x - 7a^4x^2 + 5a^3x^3 + 2a^2x^4 - 9ax^5) + (5a^4x^2 - 2a^5x + 3a^2x^4 + 4ax^5 - 9a^3x^3) - [(2a^3x^3 + 7a^5x + a^2x^4 - 3a^4x^2) - (a^4x^2 - 6a^5x - 7a^3x^3 - 5ax^5 + 4a^2x^4)]$
 65. $(6x^2 - 14x + 2) - [10x^2 + 16x - (6x^2 + 4x - 18) + (4x^2 - 2x + 2) - (2x^2 + 26x + 22)]$.
 66. $a - [5b + (c - 3a) - 4b] + [6a - (3b + 2c)]$.
 67. $(3a - 4b + 2c) + (5a + 2b - c) - (a - 3b + 2c) - (-a + 2b - 5c)$.
 68. $(6 \cdot 5x + 2 \cdot 8y) - [3 \cdot 5x + 5 \cdot 2y + (2x - 7 \cdot 4y) - (4x - 3y)]$.

Ha $A = 2x^2 - 3xy + 5y^2$; $B = -5x^2 + xy - 4y^2$; $C = -2x^2 - 4xy + 2y^2$; $D = 5x^2 + 5xy - 4y^2$, mennyi akkor:

69. $B - (C + D) + A$; 70. $D - (A - B) - C$;
 71. $A + (B + C) - D$; 72. $-(A - B) - (C - D)$;
 73. $-A + B - C + D$; 74. $A + D - (C - D)$?
 75. Mi a számértéke a nyert eredményeknek, ha $x = 3$, $y = 2$, $z = 1$?

3. §. Algebrai mennyiségek szorzása.

Végezzük el a következő szorzásokat:

- $(-3) \cdot 5$; $a \cdot (-b)$; $a \cdot a \cdot a \cdot a$; $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$; $a^3 \cdot a^5$.
- $(-a) \cdot (-b)$; $(-3)^5 \cdot (-4)$; $3x^2y \cdot 5xy^2$; $5a^3b \cdot (-15ab)$.
- $(-9x^5y^3z) \cdot 3xy^2z^3$; $4x \cdot 5x \cdot 9x$; $7a^3 \cdot 5a^4 \cdot 3a^5$.
- $a^{m+4} \cdot a^{m-3}$; $3a^2x^3 \cdot 5a^3x^4 \cdot 7a^4x^5$; $x^{m+p} \cdot x^{m-p}$.
- $8x^{a-3} \cdot 5x^{7-a}$; $-3x^{2a+4}$; $-x^{7-a} \cdot 9x^{1-a}$.

6. $-9a^3b^4c^5 - 7a^2b^5c$; $-12m^{x+3} - 2m^{x-4} \cdot 5m^{6-2x}$.
7. $0 \cdot 5xy^2 - 0 \cdot 5x^2y - 0 \cdot 5x^2y^2$; $3 \cdot 6a^m \cdot 4 \cdot 2a^{m+1} \cdot 2 \cdot 5a^{m+2}$.
8. $(a + b) \cdot m$; $(x - y) \cdot n$; $(3x^2y + 5x^3y^2 + x^4y^3) \cdot 2xy$.
9. $5 \cdot (x^2 - 2x + 7)$; $4x(ax^2 + bx + c)$; $[2m - (m + 2)] \cdot 9m$.
10. $8(x^2 + 3x + 1) + 12(2x^2 - 6x + 7) - 15(-x^2 + 9x + 3)$.
11. $(xz + xy + yz) \cdot 2xyz$; $(x + y)(x + y)$; $(x - y)(x - y)$.
12. $(a + b)(a - b)$; $(x + 5)(x + 9)$; $(a - 3)(a + 6)$.
13. $(m + 2n)(2m + n)$; $(m - 5)(m - 7)$; $(6x + 3y)(2x - 5y)$.
14. $(2x - 4z)(2x - 4z)$; $(x + y - z)(x + y - z)$.
15. $(3x^2 + 2y)(3x^2 - 2y)$; $(3m + 5n - p)(2m - 2n + 3p)$.
16. $(5a^2b - 2ab + 5ab^2) \cdot (a - b)$; $(a^m + b^n)(a^m - b^n)$.
17. $(x^2 - 2x + 4)(x^2 + 5x + 1)$; $(5x^2 - y)(5x^2 + y)$.
18. $(x^2 + 4x + 4)(5x^2 - 4x + 5)$; $(2x - 3)(2x - 3)$.
19. $(a^3 - a^2b + ab^2 - b^3)(a + b)$; $(x - 7)(x + 7)$.
20. $(0 \cdot 6x - 3 \cdot 5y + 0 \cdot 5z)(3 \cdot 2x + 2 \cdot 8y - 0 \cdot 8z)$.
21. $\left(\frac{4}{7}x + \frac{2}{3}y\right)\left(\frac{4}{7}x - \frac{2}{3}y\right)$; $(a^{2m} - b^n)(a^{2m} + b^n)$.
22. $(32x^2 - 26xy + 10y^2)(5x - y)$.
23. $(4a^4 + 5a^3 + 8a^2 - 25)(3a^5 - 4a^3 - 5a + 8)$.
24. $3(a - b)(a + b)(a - b)(a - b)$.
25. $[3(x - y) + 4z] \cdot [2(x - z) + 4y]$.
26. $(a + b - c)(a - b + c)(b + c - a)$.
27. $(2x^2y - 3x^2y^2 + 5xy^2)(x - y)$.
28. $(x^2 + x - 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$.
29. $(1 + x)(1 + x^3)(1 + x^5)$.
30. $[(x - y)(x + y)] \cdot [(x - y)(x - y)]$.
31. $(ax^m + bx^n)(ax^{m+1} + bx^{n-1})$.
32. $(2x^m + y^n - z^r)(x + y + z)$.
33. $[(4x - 3y + 2)(x - y + 1) + (3x - y + 1)] \cdot [(x + y + 2)(x + y - 1) - (2x + y + 1)]$.
34. $(2x^3 - 1)(2x^3 + 1)(2x + 1)$.
35. $(x^{2a+6} + x^{2a+3} + x^{2a}) \cdot (x^{a+1} - x^{a-2})$.
36. $(a^5 - 2a^6 + a^4 - 2a^2)(a^8 + 2a^6 - a^4 + 2a^2)$.
37. $(4 + 3x - 2x^2 + x^3 - 5x^4)(2 - x - 3x^2)$.
38. $(x^2 + 2x - 1)(2x^2 - 3x + 1)(x - 5)$.
39. $(6 - 10x + 5x^2 - x^3)(3 - 7x + 5x^2)$.

40. $(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)(1 + x - x^5 - x^6)$.
41. $(3x^4 + 2x^3 - 6x^2 + 5x - 4)(8x^2 - 9x + 5)$.
42. $(a^2x - 2ax + 2x)(a^3 + 2a^2 + 2a)$.
43. $(px - 2p^2x^2 + 4p^3x^3)(px - 3p^2x^2 + 5p^3x^3)$.
44. $(x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 7x^2 + 8x + 3)(x^3 - 2x^2 + 3x - 2)$.
45. $[(x^3 + x) + (x^2 - 1)] \cdot [(x^3 + x) - (x^2 - 1)]$.
46. Valamely derékszögű négyszög egyik oldala a ; az evvel szomszédos oldal pedig b -vel rövidebb mint a . Mennyi a derékszögű négyszög területe?
47. Mennyi \approx négyzet területe, ha egy oldala $x^4y - 2$ méter hosszú?
48. A henger alapkörének sugara r ; a magasság 3 méterrel hosszabb, mint a sugár. Mennyi a henger köbtartalma?
49. Valamely könyv lapjainak száma 15-tel kevesebb, mint p ; a sorok száma egy-egy lapon q -val kevesebb, mint a könyv lapjainak száma, minden sorban x magán és y mássalhangzó van. Hány betű van a könyvben?
50. Mennyivel növekszik a derékszögű négyszögalakú kert területe, ha a 85 m hosszú oldalát a , a 12 méter hosszú oldalát b m-rel növelik?
51. Valamely kertben m sor fa van, melyek mindegyikében n -nel kevesebb a fák száma, mint az összes fasorok száma. Hány fa van a kertben?
52. $(2a^2b - 3ab^2 + b^3) \cdot (5a^2b - 2ab^2)$.
53. $(2ax^3 + 4a^2x^2 - 5a^3x)(2x^4 - 4ax^3 + 13a^2x^2)$.
54. $(6a^4b^3 - 3a^3b^4 - 2a^2b^5 - 7ab^6)(3a^2b^3 - 4ab^4 + 2b^5)$.
55. $(a + b + c - 2d)(c + d + a - 2b) - (b + c + d - 2a)(d + a + b - 2c)$.
56. $(x^3 - y^2 + z)(x + y + z) - (xy^2 + x^3y + x^3z)$.
57. $(p^{2x-5} + 2p^{2x-3} - 3p^{2x-1})(p^{6-x} + 2p^{4-x} - 3p^{2-x})$.
58. $(3x + 7)(x - 5) + (4x + 9)(x - 2) - (6x + 3)(5x - 4)$.
59. $[(3a^2 + 2a + 5)(2a - 3) - (a^2 - 5a + 9)(3a + 4)] \cdot [(a^2 - 5)(a^2 + 5) - (a^2 - 2)(a^2 + 2)]$.
60. $(x-1)(x-2)(x-4)(x+1)(x+2)(x+3)(2x-1)$.
61. $(1 - 3m^2 + 5m^4 - 7m^6 + 9m^8 - 11m^{10})(2 + 4m^2 - 6m^4 - 8m^6)$.

62. $(a + 12)(a + 13)(a - 12)(a - 13) - (a + 12)(a + 13)$.
 63. $(6 - a + 2a^2 - 5a^3 + 7a^4)(2 + 3a - 4a^2 + 5a^3)$.
 64. $(y^4 + 7y^3 - 9y^2 + 11y + 13)(y^2 - 2xy + 4)$.
 65. $(p^{x+3} + 8p^{x-1} - 5p^{9-x})(p^{x-5} - p^{7-x})$.

4. §. Algebrai mennyiségek osztása.

Végezzük el a következő osztásokat:

- $5by : 5by$; $8(x+y) : 8(x+y)$; $6(a-5b)^3 : 6(a-5b)^3$.
- $(x+y)a : a$; $(am+bm) : m$; $x^8 : x^5$.
- $6a^5b^3 : 2a^3b^2$; $a^m : a^m$; $8x^4y^2 : (-2x^2y)$.
- $(a+b)^{10} : (a+b)^7$; $(-16a^4b^3) : (-4a^2b)$.
- $x^m : x^5$; $x^{n+5} : x^{n-3}$; $x^{m+n-p} : x^{m+2n-2p}$.
- $36m^3n^2p^5 : 9m^2np^3$; $88m^8n^7 : 22m^5n^6p$.
- $16(a-b)^6c^4d^7 : 4(a-b)^3c^5d^4$.
- $52(a^x - x^a)^5a^3x^3 : -13(a^x - x^a)^3 \cdot a^2x^2$.
- $[-144x^3y^5(z-u)^8] : [-12x^2y^3(z-u)^6]$.
- $8m^{a+b}n^{a-b} : 4m^{a-b}n^{a+b}$; $a^{2x+5} : a^{x+4}$.
- $(66x^{a-5}y^{a-b+3}z^4 : 6x^{a-11}y^{3-b}z^2) : 11x^4y^a$.
- $135a^{2m}b^4x^n : 45a^m b^6x^2$; $x^m x^{-n} : x^{-5} x^{-7}$.
- $-726a^{m-n}b^{n-2} \cdot c^{m+n} : 6a^{m-3n}b^{n-3}c^{m+n-3}$.
- $x^{-m} : x^{-n}$; $(m^5 - m^3n) : m^{-3}$; $(x^7 - x^8y) : x^7$.
- $(a^2 - b^3) : (a+b)$; $(a^2 - b^2) : (a-b)$; $(a^2 - 9b^4c^2) : (a - 3b^2c)$.
- $(12x^3y^4 - 4x^3y^3 - 8x^5y^2) : 4x^2y^2$.
- $(24a^3b^5 - 16a^4b^6 + 8a^5b^7) : (-8a^3b^5)$.
- $(40a^4x + 32a^3x^2 - 4a^2x^3 - 16ax^4) : 8ax$.
- $(50a^m x^p - 45a^n x^{2p} - 30a^4 x^{3p}) : 5a^m x^p$.
- $(18x^3 - 12x^2y + 18xy^2) : 6x + (8x^3y - 4x^2y^2 - 4xy^3) : (-4xy)$.
- $-(-140a^6b^5 - 200a^5b^4 - 140a^4b^3) : (-20a^2b^2)$.

Emeljük ki a közös tényezőket a következő kifejezésekből:

- $-16x^2y^5 + 8x^3y^4 - 12x^2y^3 + 32x^6y^6$.
- $77m^8n^7 - 99m^5n^6 + 121m^3n^5$.

$$24. 9x^{m+n+3} - 6x^{m+2n+5} + 3x^{2m+n+2}.$$

$$25. 49a^{x+1} + 63a^{x-2} - 84a^{x+5} - 7a^{x+3}.$$

Végezzük el a következő osztásokat:

$$26. (a^2 + 2ab + b^2) : (a + b); (a^2 - 2ab + b^2) : (a - b).$$

$$27. (x^4 - 16) : (x + 2); (a^5 + b^5) : (a + b).$$

$$28. (a^6 - b^6) : (a + b); (a^6 - b^6) : (a^3 - b^3).$$

$$29. (158^2 - 117^2) : (158 - 117); (384^3 - 362^3) : (384 + 362).$$

$$30. (3x^4 + x^3 - 23x^2 + 29x - 10) : (x^2 + 2x - 5).$$

$$31. (6x^3 - 18x^2 + 27x - 30) : (2x^2 - 2x + 5).$$

$$32. (x^2 - 7x + 12) : (x - 3); (x^6 - 1) : (x - 1).$$

$$33. (9a^4 - 81b^2) : (3a^2 - 9b); (x^4 - 4x^2 + 4x - 1) : (x^2 - 2x + 1).$$

$$34. (2a^7 - 4a^4b^2 - 3a^4 - 3a^3b + 2a^3 + 6b^3 - 4b^2 + 9b - 6) : (2a^4 - 3b + 2).$$

$$35. (x^{10} - x^2 - 2x - 1) : (x^5 + x + 1).$$

$$36. (16x^6 + 7x^4 - 2x^2 - 1) : (4x^3 + 3x^2 + 2x + 1).$$

$$37. (4x^5 - 12x^4y + 13x^3y^2 - 18x^2y^3 + 13xy^4 - 3y^5) : (x^3 - 2x^2y + xy^2 - 3y^3).$$

$$38. (x^6 - 3x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 7x + 6) : (x^3 - 2y + 3).$$

$$39. (6m^4 - 5m^3 - 11m^2 + 40m - 50) : (3m^2 + 2m - 10).$$

$$40. (8x^3 - 12x^2y - 36xy^2) : (2x + 3y).$$

$$41. (a^5 - 5a^4b + 10a^3b^2 - 10a^2b^3 + 5ab^4 - b^5) : (a^3 - 2ab + b^2).$$

$$42. (15a^5 - 19a^4 + 42a^3 - 32a^2 + 27a - 9) : (5a^3 - 3a^2 + 7a - 3).$$

$$43. (0.06m^2 + 0.01mn - 0.18mp - 18.2n^2 + 13.57np - 4.2xp^2) : (0.3m - 5.2n + 1.5p).$$

$$44. (mx - nx - my + ny) : (m - n); (a^{12} - b^{12}) : (a^3 - b^3).$$

$$45. (x^8 + x^7 + x^6 - x^2 - x - 1) : (x^2 + x + 1).$$

$$46. (x^4 - xy^2 + xz + x^3y - y^3 + yz + x^3z - y^2z + z^2) : (x^3 - y^2 + z).$$

$$47. (6x^{a+4} - 8x^{a+3} - 53x^{a+2} - x^{a+1} + 20x^a) : (3x^{a+2} + 5x^{a+1} - 4x^a).$$

$$48. (15a^9 - 4a^7 - 3a^6 - 24a^5 - 3a^3 - 8a^2 + 3a - 2) : (5a^4 + 7a^2 - a + 2).$$

49. $(4 - 8x - 17x^2 + 26x^3 + x^4 - 32x^5 + 7x^6 + 24x^7 - 30x^8) : (4 - 5x^2 + 6x^4)$.
50. $(3a^{x+6} - 13a^{x+3} - 9a^x - 5a^{x-3}) : (a^3 - 5)$.
51. $(18a^4b^8 - 32a^2b^{10} + 18a^6b^6 - 33a^5b^7 + 23a^3b^9 + 14ab^{11}) : (6a^4b^3 + 7ab^6 - 2a^2b^5 - 3a^3b^4)$.
52. $(a^5x^5 - 243b^5y^5) : (ax - 3by)$.
53. $(x^5 - 4x^4 + 7x^3 - 7x^2 + 4x - 1) : (x^2 - x + 1)$.
54. $(ad + bd - cd - ae - be + ce) : (d - e)$.
55. $(12a^{2m} + a^mb - 6b^2) : (4a^m + 3b)$.
56. $[x^3 - (a - b + c)x^2 + (ac - ab - bc)x + abc] : (x - a)$.
57. $[(a^8 + a^6 + 9a^4 + 4a^2 + 20) : (a^4 + a^2 + 5)] : (a^2 + 2a + 2)$.
58. $(x^7 - y^7) : (x - y)$; $(x^7 + y^7) : (x + y)$.
59. $a^{m-4}x^{m-2} + a^{m+2}x^m - a^mx^{m+2} - a^{m-2}x^{m+4} : (a^mx - a^{m-1}x^2 + a^{m-2}x - a^{m-3}x^4)$.
60. $(8x^5 + 10x^4 - 31x^3 + 22x^2 - 29x + 12) : (4x^3 - 5x^2 + 3x - 4)$.
61. $(6 - 15x + 13x^2 + 54x^3 - 67x^4 + 38^5 - 9x^6 - 56x^7) : (3 - 4x^2 + 5x^3 - 7x^4)$.
62. $(x^9 - 5x^7 - 11x^5 - x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 2x - 1) : (x^4 + 2x^3 + 1)$.
63. $(15a^6 + 11a^4 - 21a^3 + 11a^2 - 14a + 6) : (5a^3 - 3a^2 + 2a - 2)$.
64. $(9a^4b^2 - 4a^2b^4 + 8ab^2 - 4) : (3a^2b + 2ab^2 - 2)$.
65. $(x^5 - 3x^4 - 8x^3 - 3x^2 + x) : (x^2 + x + 1)$.
66. $(48a^7b^6 - 12a^6b^5 - 92a^5b^4 + 131a^4b^3 - 62a^3b^2 + 15a^2b) : (6a^3b^3 - 9a^2b^2 + 5ab)$.
67. $(20x^5 - 57x^4y + 34x^3y^2 - 73x^2y^3 - 4xy^4 + 20y^5) : (4x^2 - 4xy - 5y^2)$.
68. $(2a^4 - 13a^3b + 31a^2b^2 - 38ab^3 + 24b^4) : (2a^2 - 3ab + 4b^2)$.
69. Bizonyítsuk be, hogy: $x^5 - 15x^4 + 85x^3 - 225x^2 + 274x - 120 = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)$.
70. $[(a^5 - a^3b^2 - a^2b^3 + b^5)x^5 - (2a^4 + a^3b - ab^3 - 2b^4)x^4 + 2ab(a + b)x^3 + (a^2 - b^2)x^2] : [(a^2 - b^2)x^2 - (a + b)x]$.

71. $1:(1+x)$; $1:(1-x)$.
 72. $1:(1-x+x^2)$; $1:(1+2x+x^2)$.
 73. $a:(1-x)$; $a:(1+x)$. 74. $1:(1+3x+3x^2+x^3)$.
 75. $1:(1-3x+3x^2-x^3)$.

5. §. Tényezőkrebontás. Közös osztó, közös többszörös.

Törzstényezőkre bontandók a következő kifejezések:

1. 72, 564, 6742, 12375, a^3b , $6x^3y^4z^2$.
2. $ax+bx$; $ax+x$; ax^2+b^2x ; ax^2+x^2 .
3. a^3b+bc ; $5a^2+15ab$; a^2-x^2 ; a^2-16 .
4. x^4-1 ; $64-144$; $4x^2-9y^4$; $16x^4-81y^4$.
5. 532^2-428^2 ; $x^{2m}-y^{2n}$; $(x+y)^2-(x-y)^2$.
6. $(a+b)^2-c^2$; $144x^2y^4-16x^4y^2$; $25a^4-(a^2-2b)^2$.
7. $x^2+2xy+y^2$; $x^4-2x^2y+y^2$; x^2-6x+9 .
8. $81a^4-36a^2b+4b^2$; $x^2+24x+144$.
9. $x^2-8x+15$; $x^2-2x-35$; a^2+a-12 .
10. x^2-5x+6 ; $6x^2-x-7$; $4x^2-12xy^2+9y^4$.
11. $6x^2+13x+7$; $5a^2+19a+12$; $2x^2+12x+35$.
12. $4x^2-2xy-12y^2$; $x^2-10x+24$; $6-5x-x^2$.
13. $12-4x-3x^2+x^3$; $4a^3-28a^2-2a+14$.
14. $2x^3y+4x^2y+3xy^2+y^3$; $x^3-13x^2+54x-72$.
15. $12x^3+10x^2-8x$; $a^2+10a-4b^2+25$.

Rövidítsük a következő törteket:

16. $\frac{a^2-b^2}{ax-bx}$; $\frac{x^2+5x}{x^2+6x+5}$; $\frac{x^2+3x+2}{x^2+6x+5}$.
17. $\frac{9x^2-12x+4}{3x^2+13x-10}$; $\frac{x^4-1}{2x^4-x^2-1}$; $\frac{(x^2+3)^2}{x^4-9}$.
18. $\frac{36-12x+x^2}{18-3x-6y+xy}$; $\frac{x^2+7x+10}{x^2+9x+20}$.
19. $\frac{am+bm-cm}{an+bn-cn}$; $\frac{xy+x-y-1}{xy-x-y+1}$.
20. $\frac{x^2-7x+12}{x^3-8x+15}$; $\frac{9a^2-b^4}{3ax-b^2x+3ay-b^2y}$.

Keressük meg a következő kifejezések legnagyobb közös osztóit:

21. $12a^3$ és $15a^2$; $8x^3y^2$ és $14x^2y^3$; 195 és 345.
22. $36x^2y^3z^4$, $16x^2y^2z$ és $20xyz^2$; $ax - a$ és $x - 1$.
23. $35a^2b^2 (x^2 - y^2)$ és $7ab (x + y)$.
24. $a(a + b)$ és $2(a^2 - b^2)$; $a^4 - b^4$ és $a^2 + b^2$.
25. $x^2 + 2x + 1$ és $x^2 - 1$; $x^2 - 2x + 1$ és $x^2 + 2x - 3$.
26. $2a^3 - 9a^2 + 19a - 15$ és $6a^2 - 11a + 3$.
27. $2x^3 - 13x^2 + 23x - 12$ és $2x^2 - 5x + 3$.
28. $3a^5x + 8a^4x^2 + 8a^3x^3 + 4a^2x^4 + ax^5$ és $a^6x + a^5x^2 - a^2x^5 - ax^6$.
29. $ax^4 - (2a - b)x^3 + (3a - 2b - 2)x^2 + (3b + 4)x - 6$ és $a^2x^4 - b^2x^2 + 4bx - 4$.
30. $3x^4 - 8x^3 + 15x^2 - 20x - 25$ és $x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 8x - 10$.
31. $a^7 + a^5x^2 + a^4x^3 + a^3x^4 + a^2x^5 + x^7$ és $a^7 + a^6x - ax^6 - x^7$.
32. $m^5 - 4m^4 + m^3 + 10m^2 - 4m - 8$ és $5m^4 - 16m^3 + 3m^2 + 20m - 4$.
33. $14a^5 - 45a^3 + 6a^2 + 25a - 15$ és $6a^4 - 10a^3 - 3a^2 + 25a - 30$.
34. $6x^4 - 9x^3 - 2x^2 - x + 6$ és $2x^3 - x^2 - x - 3$.
35. $ab^3 + ab - a + b^3 + b - 1$ és $ab^2 - ab + a + b^2 - b + 1$.
36. $x^2y + xy^2 + y^3 + 2x^3 + 2xy + 2y^2$ és $x^2y - 2xy^2 - y^3 + 2x^2 - 4xy - 2y^2$.
37. $x^6 - 1$ és $x^5 + x^4 - 2x^3 + x^2 + x - 2$.
38. $abx^2 + (a^2 - b^2)xy + aby^2$ és $abx^2 - (a^2 - b^2)xy - aby^2$.
39. $x^2 - (a + b)x + ab$ és $x^3 - (2a + b)x^2 + a(2b - a)x - a^2b$.
40. $x^6 - x^5y - x + y$ és $x^7 + x^5y^2 - x^2 - y^2$.

Keressük meg a következő kifejezések legkisebb közös többszörőseit:

41. 38, 48, 65, 84, 91, 105, 192; $7a^2b^2c^2$ és $21a^3bc$.
42. $3x^2yz$, $5x^3y^5z^3$ és $12x^4y^3z^2$.
43. $51m^2n^3p^4$, $17m^3n^2p^3$ és $34mnp$.

44. $5x^3$, $7x^2y$, $9y^2z$ és $11xyz^2$.
 45. $72a^m x^{n+2} y^{m+n}$ és $18a^{m-3} x^{n+5} y^{m-3}$.
 46. $3(x-y)$, $9(x^2-y^2)$ és $27(x^2+2xy+y^2)$.
 47. a^2-b^2 , $2(a+b)$ és $4(a+b)^2$.
 48. $8(x^2-y^2)$, $4(x-y)$ és $2(x+y)$.
 49. a^2-2a+3 és a^2+2a+3 .
 50. a^2-16 és x^2+x-20 .
 51. y^2+y-6 és $xy+3x-7y-21$.
 52. $3a^2+a-2$, $3a^2+5a+2$ és $9a^3+9a^2-4a-4$.
 53. $x^4-4x^3+3x^2-2x$ és $3x^3-12x^2+9x-6$.
 54. x^2-2x+1 , x^2-1 , x^2+2x+1 és x^2+2x-3 .
 55. $x^3-3x^2-4x+12$ és x^2-5x+6 .
 56. $2x^3-13x^2+23x-12$ és $2x^2-5x+3$.
 57. $6x^4-9x^3-2x^2-x+6$ és $2x^3-x^2-x-3$.
 58. $a^5+2a^4+a^3+a+2$ és a^4-a^2-2a-1 .
 59. $x^7+x^5y^2-x^2-y^2$ és x^6-x^5y-x+y .
 60. x^4-4x^2-4x-1 és x^4-2x^2+1 .

6. §. Műveletek algebrai törtekkel.

Végezzük el a következő összeadásokat és kivonásokat:

- $\frac{a}{x} + \frac{b}{mx}; \frac{1}{m} - \frac{1}{n}; \frac{2x}{3} + \frac{3x}{6} - \frac{4x}{9}$.
- $\frac{m}{12ab^2} + \frac{n}{6a^2b} + \frac{p}{9a^2b^2}; \frac{x}{x-1} + \frac{y}{x+1} + \frac{x+y}{x^2-1}$.
- $\frac{3}{x+y} + \frac{2}{x-y} - \frac{1}{x^2-y^2}; 3a - \frac{2a-b}{2}$.
- $\frac{a-b}{a^2-b^2} + \frac{a+b}{a^2+2ab+b^2} + \frac{a}{a+b}$.
- $\frac{3x}{x^2y} + \frac{4}{xy^2} - \frac{6x}{7xy}; \frac{a}{a+b} - \frac{ab}{a^2-b^2}$.
- $5x - 2y + 2a - \frac{3x+2y-2a-2}{3}$.
- $5a - 2b + \frac{3a-2b}{4}; \frac{x-y}{x^2-2xy+y^2} - \frac{x+y}{x^2-y^2}$.

8. $\frac{a-b}{9} + \frac{b}{4} - \frac{3a-4b}{6} + \frac{3a-b}{16} - \frac{2a-b}{12}$.
9. $\frac{3x-2}{5} - \frac{5x-3}{2}; \frac{a-2b}{8b} - \frac{2a-b}{12b}$.
10. $a-x + \frac{x^2}{a+x}; \frac{1+x}{1-x} + \frac{1-x}{1+x}$.
11. $\frac{a^2-ab+b^2}{2b(a-b)} - \frac{a^2+ab+b^2}{2b(a+b)};$
 $\frac{1}{a-b} + \frac{a-b}{x} - \frac{a+b}{x}$.
12. $r + \frac{2Rr}{R+r} + \frac{Rr-r^2}{R+r}; \frac{b^2x^2}{a^2} - \frac{b^2}{a^2} (x^2 - a^2)$.
13. $\frac{2a+b-c}{4} - \frac{a-b+c}{8}; \frac{3a+1}{a+1} - \frac{2a-1}{a-1} +$
 $\frac{a(a-3)}{a^2-1}$.
14. $\frac{3x-2}{x+1} - \frac{3y+3}{y+1} - \frac{x-5}{x-1} + \frac{2y+10}{y-1}$.
15. $\frac{a}{x^n} + \frac{b}{x^{n-1}} + \frac{c}{x^{n-2}} + \frac{d}{x^{n-3}} + \frac{e}{x^{n-4}} + \frac{f}{x^{n-5}}$.
16. $\frac{a}{b^n} + \frac{2c}{b^{n-1}} + \frac{ac}{b^{n-2}}; \frac{a^2}{a-b} + \frac{b^2}{b-a}$.
17. $\frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-a)(b-c)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$.
18. $\frac{a(a-b)(a-c)}{a^2-b^2} - \frac{a(a+b)(a+c)}{a-b}; \frac{x+y}{x-y} - 1$.
19. $\frac{a^2b-ab^2}{a^2-b^2} + \frac{a^2+a^2b}{(a+b)^2} - \frac{a^2-2ab}{a+b}$.
20. $\frac{20x}{4x^2-1} + \frac{4}{2x-1} - \frac{7}{2x+1}$.
21. $\frac{a-25}{a^2-81} - \frac{5}{a+9}; \frac{x}{a} - \frac{x^2}{a(a-1)} - \frac{x^3}{a(a-1)(a-2)}$.
22. $\left(\frac{4a^2}{3} - \frac{a}{6} + \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{2a^2}{3} + \frac{a}{4} - \frac{2}{3}\right); \frac{x^2+1}{x} - x$.
23. $1 + \frac{x+16}{x^2-4} - \frac{x-4}{x+2}; \frac{x}{a+x} + \frac{x}{a-x} - \frac{2x^2}{a^2+x^2}$.

$$24. \frac{3}{4x} - \frac{2}{3y} - \frac{4x+5}{8x^2} + \frac{2}{3x^2} + \frac{5x-4y}{8xy}.$$

$$25. \frac{6x+5}{x-3} - \frac{4x-3}{x-5} - \frac{x^2-3x-20}{x^2-8x+15}.$$

Végezzük el a következő szorzásokat:

$$26. \frac{3x}{5} \cdot \frac{4y}{7}; \frac{a^m}{b^n} \cdot \frac{a^{-3}}{b^{-2}}; -\frac{3x}{2y} \cdot -\frac{5x^2}{9y^3}.$$

$$27. \frac{3a}{b} \cdot 4; \frac{5a}{7x^2} \cdot 3x; \frac{x+y}{a} \cdot (x-y).$$

$$28. \frac{5}{9} \cdot \frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{b^3}{a^3}; \left(\frac{5}{a^3} - \frac{4}{a^3}\right) \cdot a^2; \frac{3}{x^2-25} \cdot (x-5).$$

$$29. \left(\frac{3a}{5} - \frac{4b}{4}\right) \cdot -\frac{b}{a^2}; \left(\frac{x}{a+b} - \frac{x}{a-b}\right) (a^2 - b^2).$$

$$30. \left(\frac{6x^2}{y} - \frac{6y^2}{7x}\right) \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right); \left(\frac{5}{a} - \frac{b}{8}\right) \left(\frac{5}{a} - \frac{b}{8}\right).$$

$$31. \left(3x + \frac{6x}{x-1}\right) \left(1 + \frac{3x}{1+\frac{1}{x}}\right); \frac{1}{x} \cdot \frac{1+x}{x^2} \cdot \frac{1+x^2}{x^3}.$$

$$32. \left(\frac{3a}{5x} - \frac{4b}{7y} + \frac{5c}{8z}\right) \cdot \left(\frac{2a}{3x} - \frac{3b}{4y} + \frac{5c}{6z}\right).$$

$$33. \left(\frac{5x}{2y} - \frac{4y}{3x} + \frac{4}{5}\right) \cdot \left(\frac{3x}{xy} - \frac{4y}{5x} - \frac{2}{5}\right).$$

$$34. \left(\frac{3m}{n} + 2 + \frac{2n}{3m}\right) \cdot \left(\frac{2m}{n} - 2 + \frac{2n}{3m}\right).$$

$$35. \left(\frac{2a^2}{2} - \frac{2ab}{3} + \frac{3b^2}{4}\right) \cdot \left(\frac{4a}{5} + \frac{5b}{6}\right).$$

$$36. \left(\frac{1 \cdot 25x}{y} - \frac{3 \cdot 2y}{x}\right) \cdot \left(\frac{2 \cdot 8x}{y} + \frac{5 \cdot 6y}{x}\right); \left(a - \frac{a+1}{2}\right)$$

$$\left(\frac{a+1}{a^2-4a+4} + 3\right).$$

$$37. \left(\frac{2c^2}{3d^2} - \frac{3cd}{4pq} + \frac{4d^2}{3q^2}\right) \cdot \left(\frac{3c^2}{4d^2} + \frac{4cd}{5pq} - \frac{2d^2}{3q^2}\right).$$

$$38. \left(\frac{5x}{7y} - \frac{2y}{3x}\right) \left(\frac{5x}{7y} - \frac{2y}{3x}\right) - \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{5x}\right) \left(\frac{x}{5y} - \frac{y}{x}\right).$$

$$39. \left(\frac{4x^3}{y^3} + \frac{2y}{x} + \frac{x}{3y} \right) \left(\frac{5x^3}{y^3} - \frac{3y}{x} - \frac{2x}{3y} \right).$$

$$40. \left(a^5 - \frac{3a^4}{b^2} + \frac{a^3}{b^3} - \frac{2a^2}{b^4} + \frac{a}{b^5} \right) \left(\frac{2a}{b} + a^2 - \frac{5}{b^2} \right).$$

Végezzük el a következő osztásokat:

$$41. \frac{12x^4}{7} : 4x; \quad 7x : \frac{y}{5}; \quad \frac{2x^2y}{3ab^2} : \frac{3x^2}{2ab}.$$

$$42. -\frac{3yz}{a} : -\frac{6y^2z^2}{b}; \quad \frac{72a^5b^{x+3}}{5c} : 8a^3b^xc.$$

$$43. \frac{25x^3 - 36x^2 + 5x}{y} : x; \quad \frac{8a^4 - 12a^3 - 20a^2}{2a - 5} : 4a^2.$$

$$44. \frac{b}{a} \left(\frac{a+b}{2a} + \frac{a-b}{2b} \right) : 3ab; \quad \frac{16 - x^2}{p^2 - q^2} : \frac{4 - x}{p + q}.$$

$$45. \left(\frac{x^2}{3} + \frac{5xy}{12} + \frac{2x}{5} - \frac{y^2}{2} + \frac{4y}{5} \right) : \left(\frac{x}{3} - \frac{y}{4} + \frac{2}{5} \right).$$

$$46. \left(\frac{x^6}{y^6} - \frac{z^6}{u^6} \right) : \left(\frac{x^2}{y^2} - \frac{xz}{yu} + \frac{y^2}{u^2} \right).$$

$$47. \left(\frac{6}{x^3} + \frac{1}{x^2} - \frac{4}{x} + 1 \right) : \left(-\frac{3}{x^3} - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} \right).$$

$$48. \left(\frac{15m^3}{p^4} - \frac{5m}{p^2} + \frac{5}{m} \right) : \left(\frac{3m^3}{p^3} - \frac{1}{p} + \frac{p}{m^2} \right).$$

$$49. \left(\frac{x^3}{10} + \frac{19x^2}{60} + \frac{x}{12} - \frac{1}{4} \right) : \left(\frac{x^2}{5} + \frac{x}{3} - \frac{1}{3} \right).$$

$$50. \left(\frac{a^3}{3} + \frac{4a^2}{5} + \frac{a}{15} + 2 \right) : \left(\frac{a^2}{3} - \frac{a}{5} + \frac{2}{3} \right).$$

$$51. \left(\frac{27m^3}{64} + \frac{n^3}{125} \right) : \left(\frac{3m}{4} - \frac{n}{5} \right);$$

52. Mennyi $m + n$ felének $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{a}{b}$ -ed része?

53. Valaki p koronából kiad $32 K$ -t; mennyivel több a maradék $\frac{8}{9}$ -de $\frac{3}{4}$ -dénél?

54. Mennyire nő x korona $p\%$ -kal: a) y ; b) 8 hó alatt?

55. Mi több $\frac{x+7}{2} + \frac{x-7}{5}$, vagy $\frac{x+7}{2} - \frac{x+7}{4}$?

Egyszerűsítendőök a következő törtek:

$$56. \frac{7x - \frac{17}{2}}{14(x-1)} \quad 57. \frac{2 + \frac{1}{x+3}}{1 - \frac{1}{x+3}} \quad 58. \frac{\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}}{\frac{2}{x+y} - \frac{2}{x-y}}$$

$$59. \frac{\frac{x}{2} - 3}{\frac{x+3}{3} - \frac{2x-9}{13}} - 3 \quad 60. \frac{\frac{a+1}{a-1} - \frac{a-1}{a+1}}{\frac{a+1}{a-1} + \frac{a-1}{a+1}}$$

$$61. \frac{3 - \frac{9}{x} + \frac{6}{x^2}}{3 - \frac{3}{x} - \frac{6}{x^2}} \quad 62. \frac{\frac{1}{x}}{1 - 1 - \frac{x-1}{x}}$$

$$63. \frac{\frac{3x+2}{4x^2-9} + \frac{3x-2}{2x+3} - \frac{2}{2x-5}}{\frac{2x+3}{9x^2-4} - \frac{2x-3}{3x+2} + \frac{2}{3x-2}} \quad 64. \frac{5 - \frac{18}{y} + \frac{9}{y^2}}{1 - \frac{6}{y} + \frac{5}{y^2}}$$

$$65. \text{Mutassuk meg, hogy: } \frac{ab(x^2 + y^2) + xy(a^2 + b^2)}{ab(x^2 - y^2) + xy(a^2 - b^2)} = \frac{ax + by}{ax - by}$$

7. §. Négyzet és köb.

1. 7^2 ; 8^3 ; $(-3)^3$; $(-4)^3$; $(3a)^2$; $(5a^2b^3)^2$; $\left(\frac{3x}{4}\right)^2$.

2. $5(2a^2b)^3$; $\left(-\frac{3m}{5n}\right)^2$; $(0.1x)^3$; $(3x^2)^3$; $(5x^7)^2$.

3. $(-12ab^2)^2$; $(0.2a^2)^3$; $(a^7)^3$; $(-18x^3)^3$.

4. $\frac{5}{6} a^2b^3c$; $\left(\frac{3a^2}{b^2} \cdot \frac{5a}{4b}\right)^3$; $\left(-\frac{3}{4}x\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}y\right)^3$.

5. $(2x+1)^2$; $(x-a)^2$; $(p+q)^3$; $(r-s)^3$.

6. $\left(a - \frac{b}{4}\right)^2$; $\left(\frac{3x}{5} - \frac{3y}{7}\right)^2$; $(x-5)^2$.

7. $(3x^5 - 2y^3)^2$; $(x-11)^3 - (x+6)^2$.

8. $(a+b)^3 + (a-b)^3$; $(0.5a^2 - 0.7b^2)^3$.

9. $(3a^5 - 4b^3)^3$; $(x^m + y^n)^2$; $(5 \cdot 9x^3 - 7 \cdot 8x^2)^2$.
 10. $(3x + 5)^2 - (5x + 3)^2 + (8x - 2)^2$.
 11. $(a + b + c)^2$; $(x + y + z)^3$; $(a + b - c)^2$.
 12. $(1 - 2x - 3x^2)^2$; $(x + 2y - 3z)^2$; $(6x - 7y - y^2)^2$.
 13. $(a^2 + b^2 + c^2)^2$; $(2x^2 + 5x - 7)^3$; $(a^4 - 3a^2 - 1)^3$.
 14. $(2x - 3y + z)^3 - (x - 2y - z)^2 + (1 - y - x^2)^2$.
 15. $(3x^3 - 2x^2 + x + 1)^2 - (2x^3 - 3x^2 - 2x + 2)^2$.
 16. $(5x - 7)^3 - (3x^2 - 2x + 4)(x - 2) - (2x - 3)^2$.
 17. $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{5}\right)^3 - \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{5}\right)$.
 18. $\left(\frac{3}{x} - \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^3}\right)^2$; $\left(\frac{x}{a} - \frac{x^2}{a^2} + \frac{x^3}{a^3}\right)^3$.
 19. $(x^m + y^n + z^p)^2$; $(3^m - a^n - a^{2p})^3$.
 20. $(x^3 - 12x^2 + 4)^2 - (x - 3)^3 - (x^2 - 2x + 5)^2$.
 21. $[(a^3 - 3a + 1)^2 - (a^2 + 2a - 3)^2 + (5a^2 + a - 1)(2a - 3)]^2$.

Emeljük négyzetre a következő számokat:

22. 36, 58, 97. 23. 128, 239, 567.
 24. 5138, 2973, 3965. 25. $5169^2 - 5165^2, 1865^2 - 1860^2$.
 26. 0.7, 0.03, 2.9. 27. $4.75 - 3.85, 31.8^2 - 31.5^2$.
 28. 28.55, 17.69. 29. 0.075, 0.0134.

Emeljük köbre a következő számokat:

30. 23, 47, 59. 31. 7.8, 0.72, 2.14.
 32. 875, 2418, 982. 33. 5.36, 2.75, 0.812.
 34. 0.0132, 7.8135. 35. 0.30103, 1.2345.

8. §. Elsőfokú egyenletek egy ismeretlennel.

1. $5x + 36 = 51$. 2. $3x - 7 = 14$.
 3. $4x - 5 = 45 - 6x$. 4. $5x + 18 = 72 - x$.
 5. $(x - 1)(x - 2) = (x - 4)(x + 4)$.
 6. $6(3x - 1) = 7(2x + 2)$.
 7. $12x - 26 = \frac{5x - 6}{3} + 7$. 8. $\frac{5x}{4} - \frac{3x}{6} + \frac{x}{8} = 3 + \frac{1}{2}$.
 9. $\frac{5x}{2} - \frac{4x}{3} - 13 - \frac{5}{8} = \frac{x}{32}$. 10. $\frac{x}{4} + \frac{x}{3} = 350$.

11. $\frac{2x}{5} + \frac{7x}{8} + 4 = \frac{5x}{4} + 5$. 12. $\frac{4x-7}{5} + 10 = \frac{2x+114}{2}$.
13. $\frac{15(x-6)}{2(x+18)} = 3$. 14. $\frac{x}{2} - \frac{x}{4} = x - \left(\frac{x}{4} - 5\right) - 7$.
15. $(3x+6)(2x-1) = x(6x+1)$.
16. $\frac{26}{x+1} - \frac{11}{2(x+1)} = 7$. 17. $\frac{3x-4}{2} - \frac{6x-5}{8} = \frac{5x-1}{16}$.
18. $\frac{x-5}{2x-9} = \frac{x-4}{2x-6}$. 19. $\frac{x+3}{2} - \frac{x-2}{3} = \frac{3x-5}{12} + \frac{1}{4}$.
20. $\frac{(x-1)^2}{2} + \frac{4}{5} = \frac{(x+1)^2}{2}$. 21. $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{12}{x^2-1}$.
22. $\frac{3x+5}{7} - \frac{2x+7}{3} + 10 - \frac{3x}{5} = 0$.
23. $\frac{4x-1}{x-1} - \frac{x}{x+1} = 3$. 24. $\frac{x+5}{5} - \frac{x-5}{5} = \frac{40}{x}$.
25. $\frac{8}{5-x} + \frac{12}{x+3} = 0$. 26. $5 - \frac{3+x}{7} = 6 - \frac{12-x}{4}$.
27. $\frac{5}{6}\left(x - \frac{1}{3}\right) + \frac{7}{6}\left(\frac{x}{5} - \frac{1}{7}\right) = 4 + \frac{8}{9}$.
28. $\frac{3(x-7)}{4} + 13(x+2) = \frac{5(x-3)}{8} + 10x + 57$.
29. $\frac{x-1}{x-2} - \frac{x-2}{x-3} = \frac{x-4}{x-5} - \frac{x-5}{x-6}$.
30. $\frac{x-2}{x-5} - \frac{x-4}{x-7} = \frac{x+2}{x-6} - \frac{x+6}{x-6}$.
31. $\frac{x+5}{3} - \frac{x+3}{5} = \frac{x-3}{2}$. 32. $\frac{2x-3}{4} + \frac{3x-7}{8} = 1$.
33. $\frac{x-10}{5} - \frac{12-x}{10} = \frac{x-2}{10}$.
34. $\frac{(6+x)(5-x)}{2} + 3x = \frac{15x}{4} - \frac{x^2}{2}$.
35. $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x+7} = \frac{1}{7(x-1)}$.
36. $\frac{2x}{3} + \frac{3x}{5} - 4 = x + 12$.

$$37. \frac{5}{x+3} - \frac{1}{x-1} - \frac{3}{x-2} = \frac{1}{x+22}$$

$$38. \frac{7x+55}{2x+5} - \frac{3x}{2} = 9 - \frac{3x^2+8}{2x-4}$$

$$39. \frac{\frac{x}{2} - 3}{x+3} - \frac{2x-9}{2x-9} = 3. \quad 40. \frac{\frac{\frac{x}{5} + 3}{5} + 6}{7} = 24.$$

$$41. \frac{\frac{x-3}{2} - \frac{x-3}{4}}{x - \frac{1}{3 - \frac{3x-1}{x+1}}} = \frac{1}{11}$$

$$42. \frac{5 - \frac{1}{x}}{5 + \frac{1}{x}} - \frac{1}{x} = \frac{x - \frac{1}{5}}{x + \frac{1}{5}} - \frac{1}{5}$$

$$43. \frac{2 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} + \frac{1 + \frac{1}{x+2}}{1 - \frac{1}{x+2}} = 3.$$

$$44. \frac{3x^2 + x - 3}{5x - 4} = \frac{7x^2 - 3x - 9}{7x - 10}$$

$$45. \frac{4x - 16}{10} + \frac{3x - 22}{5} = 2.$$

$$46. \frac{x}{2} + \frac{2x}{5} - 5 = \frac{x}{4} + 60.$$

$$47. \frac{1}{x^2 - 2x + 6} - \frac{1}{x^2 + 5x - 15} = 0.$$

$$48. \frac{x+4}{x-8} - \frac{x+12}{x-6} = 0. \quad 49. 10 - \frac{2x}{5} + \frac{1}{4} = 4x - \frac{5x}{4}$$

$$50. \frac{x+4}{3} - \frac{3x-18}{5} + 5 \cdot 6 = 3x + 4.$$

$$51. 4mx + 18 = 3mx + \frac{m}{6}. \quad 52. \frac{x}{a} + \frac{x}{b} = c.$$

$$53. a + b = \frac{a^2 - b^2}{x}. \quad 54. 2ax - 3bx = \frac{3}{5}ab + c.$$

$$55. \frac{a}{5x} + b = \frac{b}{7x} + a. \quad 56. x(m + n) = m^2 - n^2.$$

$$57. a \cdot \frac{x-a}{b} + b \cdot \frac{x-b}{b} = x.$$

$$58. \frac{x}{ab} + \frac{x}{bc} + \frac{x}{ac} + 1 = abc - (a + b + c).$$

$$59. \frac{x+2a}{b} - \frac{x-b}{b-a} + \frac{x-3b}{2a} = 0.$$

$$60. x - \frac{x+a}{1-a} + \frac{1+x}{1+a} = 0. \quad 61. \frac{x+4a}{b+4a} + \frac{x-3c}{b-3c} = 2.$$

$$62. \frac{x-2}{m-1} - \frac{x-(m+1)}{m} = \frac{x-(m^2-3)}{2}.$$

$$63. \frac{3(x-a)}{b} - \frac{2(x-b)}{a} = 1. \quad 64. \frac{ax-bx}{a+b} = a-b.$$

$$65. \frac{p + \frac{x}{p-q}}{p - \frac{x}{p+q}} - 1 = \frac{2p}{q}.$$

$$66. (2x-a)^2 + (2x-b)^2 + (2x-c)^2 = 12x^2 + 1 + a^2 + b^2 + c^2.$$

$$67. \frac{x}{ab} + ab = \frac{1}{a+b} + (a+b)x.$$

$$68. \frac{\frac{x+2b}{a-b} - \frac{x}{a+b}}{(a+b)x - (a-b)^2} = \frac{2a}{a-b}.$$

$$69. 6(x+2a) - 2(3x+a)^2 = 2(3x+a)(3x-a) + 12.$$

$$70. \frac{2(x-2a)}{x-a} - \frac{x-a}{x+\frac{a}{2}} = \frac{x-2a}{x-(a+2)}.$$

$$71. \frac{x+2}{p+1} + \frac{x-4}{p-1} = 6. \quad 72. \frac{x}{a} + \frac{x}{b} - 4 = 6 + \frac{ax}{b}.$$

$$73. \frac{a}{x} - \frac{2m}{3} + 4 = \frac{3m}{2} - \frac{6}{x}.$$

$$74. (x + a)(x + b) - b(a + b) = x^2 + \frac{2bc}{a}.$$

$$75. (x + a)(x - a) - \frac{2x(b - c)}{a} = \frac{b^2c}{a} + x^2.$$

76. Melyik szám az, melynek 25-tel nagyobbított kétszerese 51-et ad?

77. Ha valamely szám 5-szörösét 43-ból levonom, 7-tel nagyobb maradékhoz jutok, mint maga a szám. Melyik ez a szám?

78. Egy fiú kora felől kérdeztetvén így szólt: 7 év múlva 3-szor oly idős leszek, mint 5 évvel ezelőtt voltam. Milyen idős?

79. Melyik az a szám, melynek hatoda akkora, mint 3-mal kisebbített ötöde?

80. Hány fiú van az osztályban, ha számuk fele 10-zel nagyobb mint a hatod és nyolczadrész összege?

81. Melyik szám az, melynek feléhez 15-öt adva $\frac{1}{3}$ -ánál 29-czel nagyobb számot nyerünk?

82. Melyik szám az, melynek 8-ad, 16-od és 32-ed része együtt 140?

83. *A*, *B* és *C* vagyona együtt 39375 *K*, de *B* vagyona kétakkora, mint az *A*-é és a *C* vagyona kétannyi, mint *B*-é. Mennyije van mindegyiknek?

84. Pál így szólt: 3-szor oly idős vagyok, mint öcsém s az én éveim felét öcsém éveinek $\frac{1}{3}$ -hoz adva 11 év jön ki, mily idős vagyok?

85. 525 két részre osztandó úgy, hogy az egyik részt 25-tel, a másikat 30-czal osztva, a hányadosok összege 20 legyen.

86. A 63 tagú társaságban 3-szor annyi gyermek volt, mint nő, és 2-szer annyi nő, mint férfi. Hány férfi, nő és gyermek volt együtt?

87. 25 éves anyának 3 éves fia van. Mikor lesz az anya 3-szor oly idős, mint fia.

88. 100 oly két részre osztandó, hogy az egyik rész 8-da annyi legyen, mint a másik 12-de.

89. Melyik az a két egymás után következő szám, melyek közül az első 7-de 1-gyel nagyobb a 2-ik 9-dénél?

90. Mikor áll az óra két mutatója pontosan egymás fölött 7 és 8 óra közt?

91. Két kocsi közül az első 6 km.-t tesz óránként, a másik 10-et. Ugyanazon irányban haladva mikor éri el a második a 2 órával előre induló első kocsit.
92. Két szám különbsége 7, négyzeteik különbsége 91. Melyek e számok?
93. Mely két egymásra következő szám négyzetének különbsége 25?
94. Valaki pénze $\frac{1}{5}$ -ét 5% -ra, a többit 4% -ra adja ki. Az utóbbi évi kamatja 1760 K-val több, mint az előbbié. Mily nagy az egész tőke?
95. Valaki vagyona felét iskolaépítésre, $\frac{1}{15}$ -ét templomra, $\frac{1}{20}$ -át a szegényeknek adja. Mennyi vagyona volt, ha neki még 23000 K-ja maradt?
96. Egy tábornok az ütközetben elvesztette csapatja $\frac{2}{15}$ -ét, $\frac{1}{10}$ megsebesült, $\frac{1}{24}$ fogságba került. Hány embere volt, ha a csapatban még 2349 ember maradt?
97. Egy víztartóba 2 csövön át folyik a víz. Ha csak az egyiket nyitják meg 5, ha csak a másodikat 7 óra alatt telik meg a tartó. Mennyi idő alatt telik meg, ha mind a két csövet megnyitják?
98. Ha a vízzel telt edény tartalmának $\frac{1}{3}$ -át kibocsátjuk s azután 10 litert az edénybe öntünk, akkor az edényben eredeti tartalmának $\frac{7}{9}$ -de lesz. Mennyi víz volt az edényben?
99. Mekkora a háromszög oldalai, ha az egyik 15 m, a másik egyharmada, a harmadik egynegyede az egész területnek?
100. Bizonyos vár helyőrsége 3520 ember. Ezek közt a tüzérek száma 3-szor akkora, mint a huszároké, s a gyalogosok száma 4-szer oly nagy, mint a tüzéreké. Hogy oszlott meg a helyőrség fegyvernemek szerint?
101. Ha a kétjegyű számban, melyben a tizeseket jelentő szám kétakkora, mint az egyeseket feltüntető, felcseréljük a két jegyet, 36-tal kisebb számot kapunk. Melyik ez a szám?
102. Egy küldöncz 8 órakor elindulván A-ból, 9-kor B-be ér. Egy másik 8-kor elindulván B-ből, 9 óra 20 perczkor érkezik A-ba. Mikor találkoztak?
103. Mily nagy oly négyzet egyik oldala, melynek területe 17 m²-rel növekszik, ha az oldal 1 m-rel nagyobbodik?
104. Két hordóban 1179 l. bor van; ha az elsőből

- $\frac{1}{4}$, a másodikból $\frac{2}{5}$ részt elveszünk, a két hor-
dóban egyenlő mennyiség marad. Mennyi volt
mindegyikben?
105. Az agár üldözi a rókát. A róka 90 ugrással
előnyben van; amíg az agár 7 ugrást tesz, a
róka 10-et, ámde az agár 2 ugrása a róka 5
ugrásával ér fel. Hány szökés után éri utól az
agár a rókát?
106. Valaki bizonyos összeget 8 ember közt akar
kiosztani. Ha mindegyiknek 8 K -t akarna adni,
annyi K hiányoznék, a mennyi marad, ha
mindegyiknek 7 K -t ad. Mennyi pénze volt?
107. A kávé Kg.-ja 5-ször drágább, mint a cukoré.
Mennyi 1 Kg. kávé ára, ha 3 Kg. cukorért és
7 Kg. kávéért 31.92 K -t fizettünk?
108. A 7 K -t nyer B -től s akkor mindakettőnek
egyenlő mennyiségű pénze van. De azután B
visszanyeri pénzét és még 7 K -t s akkor 3 szor
annyi pénze lesz, mint A -nak. Mennyi pénzük
volt a játék kezdetén?
109. Egy cseléd évi bére 210 K és egy öltöny ruha.
Mennyibe számították a ruhát, ha a szolgálatot
 $7\frac{1}{3}$ hó múlva, mikor a ruhát már megkapta,
elhagyván 120 K -t kap kézhez?
110. Két játékos egyenlő mennyiségű pénzzel fog a
játékhoz. Az első $\frac{3}{5}$, a 2-ik $\frac{1}{10}$ részét vesztí el
pénzének s ily formán az elsőnek 3 K -val többje
marad, mint a másodiknak. Mennyi pénzük volt
a játék kezdetén?
111. Hány tojást vitt a vásárra az az asszony, ki
kosarának tartalmáról így adott számot: A tojás-
sok számának kétharmada 5 tel több, mint fele.
112. A tört számlálója 2-vel nagyobb, mint a 2-szeres
nevező. Ha úgy a számlálót, mint a nevezőt
1-gyel kisebbítjük, a tört értéke 3. Melyik ez
a tört?
113. Hányan utaztak a vonaton, ha az utasok $\frac{2}{3}$ -da
az első, 12 utas a második, a megmaradt utasok
 $\frac{1}{3}$ -da a harmadik, az ujabbi maradék $\frac{1}{4}$ -de a
4-ik állomáson kiszállt és még 42 utas a vonaton
maradt?
114. A -ból 2 óra 15 p.-kor elindul egy gyalogos, ki
p.-ként 76 m-t halad. Ezt 2 ó. 40 p.-kor egy
lovass követi, ki 3 órakor utól is éri őt. Hány
m-t tett p.-ként a lovas?

115. Ha egy könyvben 236 oldallal több lenne, mint amennyi van, úgy éppen annyival több oldala lenne 400-nál, mint amennyivel most annál kevesebb az oldalszáma. Hány oldala van?
116. A gyalogos 85 m-t hagy maga után percenként. Utána $1\frac{1}{3}$ óra múlva egy oly kocsí indul, mely percenként 165 m-nyire halad. Mikor éri utól a gyalogost. Hány oldala van?
117. *A*-nak 1 *K*-val többje van, mint *B*-nek. Ha *B* még 7 *K*-t ad *A*-nak, úgy *A* pénze *B* pénzének felével több, mint emezé. Mennyi pénzük volt?
118. Egy asszony almákat és körtéket árult. Összesen 100 darabot adott el és 1 *K*-t vett be. Hány volt az alma és hány a körte, tudván, hogy 7 körtét 8 *f*-ért és 11 almát 9 *f*-ért adott?
119. Három család 15000 *K*-t örökölt, mégpedig a családtagok arányában felosztva. Mennyit kap mindegyik család, ha a szülők még élnek s az első családban 3, a másodikban 5, a harmadikban 6 gyermek van?
120. A 170 cm hosszú vonal oly két részre osztandó, hogy a fölējük szerkeszthető négyzetek területeinek különbsége 51 dm² legyen.

MÁSODIK RÉSZ.

9. §. Elsőfokú egyenletrendszerek.

- | | |
|-----------------------------|--------------------------------------|
| 1. $x + y = 13.$ | 2. $39x + 2y = 80.$ |
| $x - y = 3.$ | $115x - 4y = 226.$ |
| 3. $3x - 7y = 9.$ | 4. $6x + 9y = 102.$ |
| $5x - 12y = 14.$ | $2x - 3y = -14.$ |
| 5. $8x - 7y + 5 = 0.$ | 6. $15x - 14y = 17.$ |
| $5x + 3y - 19 = 0.$ | $24x + 7y = 86.$ |
| 7. $7x - 3y + 1 = 0.$ | 8. $7x + 3y = 78.$ |
| $x + y - 17 = 0.$ | $7x - 6y = 33.$ |
| 9. $5x - \frac{y}{2} = 52.$ | 10. $\frac{x}{2} + \frac{y}{5} = 3.$ |

$$6y - \frac{x}{3} = 92.$$

$$\frac{5x}{4} - \frac{3y}{5} = 2.$$

$$11. \frac{2x}{3} - \frac{3y}{5} = 0.$$

$$12. \frac{x}{4} - \frac{y}{5} = 4.$$

$$\frac{x}{3} + \frac{2y}{5} = 7.$$

$$\frac{2x}{15} - \frac{2}{3} = \frac{2y}{5}.$$

$$13. \frac{7x}{8} - \frac{9y}{10} + 2 = 0.$$

$$14. 3(x + 2) = 7(y - 3).$$

$$x - \frac{y}{2} - 3 = 0.$$

$$5(x + 5) = 2(4y + 1).$$

$$15. \frac{2x}{3} + \frac{3y}{4} = 8.$$

$$16. x + 2y = 1.87652.$$

$$5x - \frac{y}{4} = 13.$$

$$x - 2y = 0.12348.$$

$$17. 1.3x + 2.5y = 63. \quad 18. \frac{1}{x} - \frac{1}{2y} = \frac{7}{15}.$$

$$3.6x - 1.6y = 4.$$

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{2y} = \frac{29}{30}.$$

$$19. \frac{8}{x} + \frac{7}{y} = 11.$$

$$20. 17x - \frac{0.3}{y} = 3.$$

$$\frac{14}{x} - \frac{5}{y} = 2.$$

$$16x - \frac{0.4}{y} = 2.$$

$$21. \frac{x+2}{3} + \frac{y+5}{5} = 4$$

$$22. (x-1)(5y-3) = 3(3x+1).$$

$$\frac{x-2}{2} - \frac{y-2}{3} = 0.$$

$$(x-1)(4y+3) = 3(7y-1).$$

$$23. \frac{x-y}{7} + \frac{x+y+1}{3} = \frac{5(x+3y)}{2}.$$

$$\frac{x-y-2}{4} + \frac{2x+9y}{5} = \frac{x+y+2}{5}.$$

$$24. \frac{2x-y+8}{4} + \frac{x-2y+20}{2} = \frac{5(x+y-12)}{8}.$$

$$\frac{10x-7y+5}{2} + \frac{7x-5y+8}{8} = 1.$$

25. $\frac{16}{x+y} - \frac{4}{x-y} = 1.$ 26. $2x + y = a.$
 $\frac{2}{x+y} + \frac{3}{x-y} = 1.$ $\frac{x}{y} = b.$
27. $x + ay = b.$ 28. $ax + by = 50.$
 $x - by = c.$ $4ax - 5y = 25.$
29. $5x - 7y = 9b - 2a.$
 $7x - 5y = 2a + 9b.$
30. $\frac{x}{a+b} + \frac{y}{a-b} = \frac{1}{a^2 - b^2}.$ 31. $\frac{x+2}{y} - a = 0.$
 $\frac{x}{a-b} - \frac{y}{a+b} = \frac{2}{a^2 - b^2}.$ $\frac{y+2}{x} - b = 0.$
32. $bcx + 2b = cy.$
 $b^2y - \frac{2b^5}{c} = c^3x - \frac{a}{bc}(c^3 - b^3).$
33. $\frac{5x+6}{y} = 1.$ 34. $\frac{x+y}{27} - \frac{x-y}{6} = \frac{1}{2}.$
 $\frac{2x}{75-2y} = 4.$ $\frac{2x-y}{x-y} = 6.$
35. $ax - by = a^2 + b^2.$
 $(a-b)x + (a+b)y = 2(a^2 - b^2).$
36. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2a}{a^2 - b^2}.$ 37. $\frac{5}{x+y} + \frac{3}{x-y} = 4.$
 $bx - ay = \frac{2ab^2}{b^2 - a^2}.$ $\frac{25}{x+y} - \frac{4}{x-y} = 1.$
38. $\frac{x-2y}{3} + \frac{2x-y}{6} = \frac{5}{6}.$ 39. $x + 2y + 3z = 10.$
 $\frac{3}{5}(x-y) - \frac{x+y}{10} = \frac{2}{5}.$ $2x - 3y + 5z = 5.$
 $5x + 6y - 7z = 20.$
40. $x + y + z = 27.$ 41. $x + y + z = 19.$
 $x - y + z = 9.$ $\frac{x}{6} - \frac{3y}{4} + \frac{3z}{9} = 3.$
 $x + y - z = 5.$ $\frac{x+y}{5} - \frac{z-x}{3} = 1.$

$$42. \begin{aligned} 3x - z &= 10. \\ 5y - 3z &= 12. \\ 4y - 5x &= 1. \end{aligned} \quad 43. \frac{5x - 5y}{2} = 5. \quad 44. \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 16.$$

$$\frac{16}{x + z} = 1. \quad \frac{x}{8} + \frac{z}{16} = 4.$$

$$\frac{2y - z}{5} = 2. \quad \frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 10.$$

$$45. \frac{x + 1}{y + 1} = 2$$

$$\frac{y + 6}{z + 2} = 3.$$

$$\frac{z + 5}{x - 1} = 1.$$

$$46. \begin{aligned} ax + by + cz &= abc. \\ x - 5y + 2c &= ab. \\ 3x + y - az &= bc. \end{aligned}$$

$$47. \frac{3x}{8} + \frac{7y}{15} = 46.$$

$$2x - \frac{3z}{5} = 72.$$

$$\frac{y}{2} - \frac{3z}{8} = 15.$$

$$48. \frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{2z}{7} = 58.$$

$$\frac{5x}{4} + \frac{y}{6} + \frac{z}{3} = 76.$$

$$\frac{x}{2} - \frac{y}{5} + \frac{7z}{40} = \frac{147}{5}.$$

$$49. \begin{aligned} x + y + 2u + 3z &= 18. \\ x + 2y + u + z &= 17. \\ y + 3u - 4z &= 9. \\ u - z &= 2. \end{aligned} \quad 50. \begin{aligned} 3x + 5y - z + u &= 14. \\ 2x - 3y + 2z + 3u &= 14. \\ x + 7y - 3z + 5u &= 26. \\ 5x - y - z + u &= 4. \end{aligned}$$

51. Keressük a tört számlálóját és nevezőjét, ha azok összege 132, a tört értéke pedig $\frac{1}{3}$.

52. Két szám összege 132, különbségük 66. Melyik e két szám?

53. Ha Pálnak még 5 K-t adok, négyszer annyi pénze lesz, mint Péternek, ha pedig Péter kap 1 K-t, éppen annyi pénze lesz, mint a Pálé. Mennyi pénze van mindegyiknek?

54. 10 év előtt A 6-szor idősebb volt B-nél. 18 év múlva B kora $\frac{3}{4}$ része lesz az A korának. Mily idős mindakettő?

55. Melyik az a kétjegyű szám, mely 9-czel kisebb lesz, ha a számjegyek sorrendjét megfordítom és 99 lesz, ha ez utóbbi számot hozzáadom?

56. Két munkás közül A 15, B 18 napig dolgozik s a kettő együtt 120 K-t keres. Más alkalommal A 18, B 10 napig dolgozik és 74 K-t keresnek. Mennyi az A és mennyi a B napibére?

57. Két szám összege 16, négyzeteik különbsége 32. Melyek e számok?
58. Melyik az a tört, melynek számlálóját és nevezőjét 1-gyel nagyítva $\frac{1}{3}$ -hoz; 5-tel nagyítva $\frac{1}{2}$ -hez jutunk?
59. 700 két részre osztandó 4 és 3 négyzetének arányában.
60. István így szól Jánoshoz: Kétszer oly idős vagyok, mint a mennyi te akkor voltál, mikor én a te mai korodban voltam s mikor te oly idős fogsz lenni, mint én ma, a kettőnk kora 81 év lesz. Találd ki hány éves vagyok?
61. Valaki pénzt oszt ki a szegények közt. Ha mind-egyiknek 2 *K*-t adna, 1 *K*-ja hiányoznék. Ha mindegyiknek 1·5 *K*-t ad, marad 1 *K*-ja. Hány szegény volt s mennyi pénzt akart elosztani?
62. Ha a kiránduló társaságban 10-zel többen lettek volna s mindegyik 1 *K*-val többet fizetett volna, 190 *K*-val lett volna több a költség; ha pedig 15-tel kevesebben lettek volna s egy személy költsége 3 *K*-val több lett volna, a költség 45 *K*-val tett volna kevesebbet. Hányan voltak s mennyi volt az összes költség?
63. Melyik az a 3 szám, melyek közül, ha az elsőt a 2-ikkal, majd a 3-ikkal, végre a 2-ikat a 3-ikkal összeadjuk, az összeg 6, 8, illetőleg 10 lesz?
64. Melyik az a 3-jegyű szám, melynél a középső szám a másik kettő félösszegével és a számnak a számjegyek összegével való osztási hányadosa 15-tel egyenlő s a jegyek megfordítása által nyert szám 596-tal nagyobb az eredeti számnál?
65. Melyik az a 2 szám, melyek különbsége 1, négyzeteik különbsége 11?
66. Két pénzösszeg együttes évi kamatja 1410 *K*. Az egyik 5%-ra, a másik 4·5%-ra van kiadva. A 2 összeg nagyságának aránya 2:3. Mennyi a két tőke?
67. Melyik két szám az, melyek összegének negyede 5-öt, különbségük 6-oda 2-t ad?
68. Melyik az a kétjegyű szám, melynél a számjegyek összege 15; s a számjegyek megfordítása által nyert szám 27-tel kevesebb, mint az eredeti?
69. Melyik az a két szám, melyek összege *a*, különbségük *b*?

70. Melyik az a két szám, melyek különbsége m , négyzeteik különbsége n ?
71. Két utas indul A -ból el. A B -be menő percenként 15 m-rel többet tesz, mint a C -be menő. Mindegyik annyi perc alatt végzi be útját, ahány m-t percenként halad. Mennyire jutnak percenként, ha az első utas útja 2025 m-rel több, mint a másodiké?
72. Ha egy hordóból 12 l bort átöntünk a másodikba, úgy mindakettőben egyenlő bormennyiség lesz. Ha az első tartalmának 7-szeresét elosztjuk a másodikban foglalt literek számával, 9 a hányados. Mennyi bor van mindegyik hordóban?
73. Két derékszögű négyszög közül az első hossza 5 m, a másodiké 3 m. Az első 8 m-rel magasabb, mint a második, melynek átlója 8 m-rel rövidebb, mint az elsőé. Mily magasak ez idomok s mekkorák átlóik?
74. Két szám összege 1000; az első 2-vel, a másodikat 3-mal szorozván, a szorzatok összege 2222. Melyek e számok?
75. Két számot gondoltam. Ha az első feléhez hozzáadom a második 2-szeresét, az összeg 40; viszont az első 3-szorosából levonván a második 4-szeresét, a különbség 32. Melyik e két szám?
76. Három játékosnál úgy fordult a dolog, hogy az aki elvesztette a játszmát, megkészszerzte a másik kettő pénzét. Mindegyik vesztett egy-egy játszmát s akkor egyenlően 104 K-juk volt. Mennyi pénzzel fogott a játékhöz mindegyik?
77. Ha 2 cső közül az elsőből 3, a 2-ikből 4 órán át folyik a víz, 3960 l víz folyik ki összesen. Ha ellenben az első csövet 5, a 2-ikat 2 órán át nyitjuk, 3800 l víz folyik ki. Mennyi vizet ad mindegyik cső óránként?
78. Ha egy derékszögű-négyszög hosszát 3 m-rel apasztjuk, de egyidejűleg magasságát ugyanannyival növeljük, területe nem változik meg. Ellenben ha hosszát 5 m-rel növelvén, magasságát 3 m-rel csökkentjük, területe 16 m²-rel szaporodik. Mekkora a hosszúság és a magasság?
79. Számítsuk ki azon derékszögű négyszög oldalait, melynek területe, ha egyik oldalát 6, a másikat 15 m-rel szaporítjuk, 128 m²-rel nagyobbodik; ellenben az első 2, a másodikat 5 m-rel apasztva 25 m²-rel kisebbedik.

80. Három kerékpáros reggel 9 órakor A -ból B -be indul. A 2-ik minden perczen 50 m-rel többet tesz, mint az első, ám 20 m-rel kevesebbet, mint a 3-ik. Az első 8, a második 2 percczel ér később B -be, mint a 3-ik. Mikor érkeztek meg B -be, hány m-t tett mindegyik perczenként és mennyi az AB távolság?

10. §. Gyökvonás. Irrationális-, imaginárius- és complex-számok.

Végezzük el a következő gyökvonásokat:

1. $\sqrt{(a+b)^2}$; $\sqrt{(a-b)^2}$; $\sqrt[3]{a^3}$. 2. $\sqrt[3]{a^{3n}}$; $\sqrt{25}$; $\sqrt{144}$.
3. $\sqrt[3]{\frac{27a^9}{125x^6}}$; $\sqrt{x^6(a+b)^4}$. 4. $\sqrt{x^{2n+4}}$; $\sqrt[3]{\frac{x^4}{x}}$.
5. $\sqrt{\frac{25}{(x+y)^2}}$; $\sqrt[3]{a^{3n+9}}$. 6. $\sqrt[m]{a^{mn}}$; $\sqrt[3]{\frac{3^3 \cdot x^6 \cdot y^9}{3^{12}}}$.
7. $\sqrt[n]{a^{nz+\beta}}$; $\sqrt{\frac{x^6y^3}{xy}}$. 8. $\sqrt{25a^{-6}b^4}$; $\sqrt[3]{a^{-9}}$.
9. $\sqrt[3]{8x^3y^2z^6}$; $\sqrt{-27}$.
10. $-2\sqrt{100}$; $\sqrt{144+25}$; $\sqrt{144+\sqrt{25}}$.
11. $\sqrt{16+9}$; $\sqrt{16}+\sqrt{9}$; $\sqrt{\frac{1}{16}+\frac{1}{9}}$.
12. $\sqrt[5]{a^{15}}$; $\sqrt[n]{\frac{a^{2mn}}{x^{3n}}}$; $\sqrt[3]{\frac{1}{(1-x)^3}}$.

Melyik racionális, melyik irrationális, melyik imaginárius ezek közül:

13. $\sqrt{81}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{7}$, $\sqrt{x^2+2x+1}$.
14. $\sqrt[3]{-27}$, $\sqrt[4]{-16}$, $\sqrt{\frac{1}{16}}$.
15. $\sqrt[5]{-32}$, $\sqrt{-49}$, $\sqrt[3]{-a^3b^6}$. 16. $\sqrt{x^2+1}$, $\sqrt[3]{216}$, $\sqrt{25.4}$.

Vonjunk négyzetgyököt a következő számokból:

17. 9, 16, 144, 169, $\frac{361}{1681}$. 18. 34225, 5410276.

19. 29376400. 20. 185761. 21. 546121. 22. 877969.
 23. 209764; $\sqrt{\sqrt{810000}}$. 24. 659344. 25. 5358240000.
 26. 27920656. 27. 43125489. 28. 8101080036.
 29. 9054081. 30. 57289761; $\sqrt{\sqrt{22667121}}$. 31. 48841.
 32. 0822649. 33. 16459249. 34. 43125489.
 35. 1560001. 36. 10647169. 37. 6092270809.
 38. 000762129. 39. 1420913025. 40. 0009765625.

Vonjunk négyzetgyököt a következő összetett algebrai kifejezésekből:

41. $x^2 + \frac{2xy}{z} + \frac{y^2}{z^2}$. 42. $9 - 6x + x^2$.
 43. $9x^2 - 3xy + \frac{y^2}{4}$. 44. $25 - \frac{10}{3}x + \frac{x^2}{9}$.
 45. $\frac{a^2}{16} - \frac{3ab}{8} + \frac{9b^2}{16}$. 46. $36 + 6x + \frac{x^2}{4}$.
 47. $\frac{x^2}{y^2} - 2 + \frac{y^2}{x^2}$. 48. $x^4 - 10x^3 + 31x^2 - 30x + 9$.
 49. $9 + 12x + 34x^2 + 20x^3 + 25x^4$.
 50. $x^8 - 6x^7 + 9x^6 - 14x^5 + 44x^4 - 6x^3 + 49x^2 - 14x + 1$.
 51. $4a^6 - 20a^4 + 28a^3 + 25a^2 - 70a + 49$.
 52. $36a^4 - 12a^3b + 145a^2b^2 - 24ab^3 + 144b^4$.
 53. $25x^4 - 30x^3 + 29x^2 - 12x + 4$.
 54. $\frac{x^2}{4} - 6x + \frac{x}{y} - \frac{6}{y} + \frac{2}{y^2} + 9$.
 55. $a^6 - 4a^4 + 4a^2 + 10a - \frac{20}{a} + \frac{25}{a^4}$.
 56. $49 + 70x - 17x^2 - 58x^3 + 45x^4 + 52x^5 - 20x^6 - 16x^7 + 16x^8$.
 57. $x^2 + 2x + 3 + 2x^{-1} + x^{-2}$.
 58. $x^6 - x^5 - \frac{11x^4}{4} + \frac{27x^3}{2} - \frac{15x^2}{4} - 18x + 36$.
 59. $1 - 2x^{-1} - x^{-2} + 2x^{-3} + x^{-4}$.
 60. $4x^3 - 2x + 4 - x^4 + \frac{x^2}{4} + x^6$.

Vonjunk köbgyököt a következő számokból :

61. 343, 1000, 6859. 62. 15069223.
 63. 531441. 64. 33076161.
 65. 2803221. 66. 338608873.
 67. 2449456192. 68. 389816897625.
 69. 1560896. 70. 6331625.
 71. 513345176343. 72. 34328125.
 73. 128100283921. 74. 592492345199.
 75. 952·763904. 76. 20910·518871.
 77. 0·082312875. 78. 758·301032159.
 79. 125·600960512. 80. 523·606616.

81. 725123750·650140808. 82. $\sqrt[6]{\frac{64}{729}}$
 83. $\sqrt[3]{46656}$ 84. $\sqrt[3]{\frac{1}{729 \times 216}}$ 85. $\sqrt[3]{(56 \cdot 625104)^2}$.

Vonjunk köbgyököt a következő összetett algebrai kifejezésekből.

86. $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$. 87. $a^3 - 9a^2 + 27a - 27$.
 88. $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$. 89. $x^6 + 6x^4 + 12x^2 + 8$.
 90. $x^6 - 6x^5 + 12x^4 - 8x^3$.
 91. $a^6 - 6a^5 + 15a^4 - 20a^3 + 15a^2 - 6a + 1$.
 92. $x^{12} + 9x^{10} + 12x^8 - 63x^6 - 60x^4 + 225x^2 - 125$.
 93. $64 - 576a + 2160a^2 - 4320a^3 + 4860a^4 - 2916a^5 + 729a^6$.
 94. $x^6 - 3x^5y + 6x^4y^2 - 7x^3y^3 + 6x^2y^4 - 3xy^5 + y^6$.
 95. $125x^6 - 225x^5 + 285x^4 - 207x^3 + 114x^2 - 36x + 8$.
 96. $x^3 - 6x^2 + 12x - 11 + 12x^{-1} - 12x^{-2} + 3x^{-3} - 6x^{-4} - x^{-6}$.
 97. $1 - 9x + 39x^2 - 99x^3 + 156x^4 - 144x^5 + 64x^6$.
 98. $\frac{x^3}{y^3} - \frac{9x^2}{y^2} + \frac{33x}{y} - 63 + \frac{66y}{x} - \frac{36y^2}{x^2} + \frac{8y^3}{x^3}$.
 99. $x^{6n} - 3x^{5n} + 8x^{3n} - 6x^{2n} - 6x^n + 8 - \frac{3}{x^{2n}} + \frac{1}{x^{3n}}$.
 100. $8x^{-3} + 24x^{-2} + 12x^{-1} - 16 - 6x + 6x^2 - x^3$.

Számítsuk ki 3 (4) tizedesig a következő értékeket:

101. $\sqrt{3} + \sqrt{17}$. 102. $\sqrt{39} + \sqrt{124}$. 103. $8 - \sqrt{7}$.

104. $\sqrt{0.75} + \sqrt{0.35}$. 105. $\sqrt{11} - \sqrt{5}$. 106. $\sqrt{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}}$.

107. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{8}$. 108. $\sqrt{9.7} - \sqrt{5.3}$.

109. $\sqrt{0.795}$. 110. $\sqrt{\sqrt{10}} - \sqrt{\sqrt{5}}$.

Mennyi a négyzet egy oldala, ha területe:

111. 56.8749 m^2 . 112. 17.528 m^2 . 113. 5.76892 m^2 .

114. 0.769 m^2 .

Mennyi a kör sugara, ha területe:

115. 397.6078 m^2 . 116. 153.93 m^2 . 117. 113.097 m^2 .

118. 78.5416 m^2 .

Mi a mértani középátlós 2 tizedesig, a következő számok közt:

119. 7 és 9. 120. 3 és 5. 121. 17 és 19.

122. 5 és 14. 123. 27 és 35. 124. 12 és 17.

Számítsuk ki 3 tizedesig ez értékeket:

125. $\sqrt{\sqrt{6}}$. 126. $\sqrt{7 - 3\sqrt{3}}$. 127. $\sqrt{5 - 2\sqrt{2} + \sqrt{3}}$.

128. $\sqrt{\frac{32 - 2\sqrt{8}}{\sqrt{10}}}$. 129. $\sqrt{\frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{4} - 1}}$. 130. $\sqrt{\sqrt{\sqrt{1.69}}}$.

Számítsuk ki 2 (3) tizedesig ez értékeket:

131. $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{9}$. 132. $\sqrt[3]{53.5} + \sqrt[3]{75}$. 133. $\sqrt[3]{552} - \sqrt[3]{310}$.

134. $\sqrt[3]{36.937}$. 135. $\sqrt[3]{0.00000059}$. 136. $\sqrt[3]{3\sqrt{16}} - 2\sqrt{4}$.

137. $\sqrt[3]{387 - \frac{47}{8}}$. 138. $\sqrt[3]{21 - 2\sqrt{25} + 3\sqrt{36}}$.

139. $\sqrt[3]{\sqrt{46}}$. 140. $\sqrt[3]{\sqrt[3]{331}}$.

Fejtsük ki néhány tagját e kifejezéseknek:

141. $\sqrt{a^2 + x}$. 142. $\sqrt{a^2 - x}$. 143. $\sqrt{1 + x}$. 144. $\sqrt{1 - x}$.

145. $\sqrt{a^3 + x}$. 146. $\sqrt{a^3 - x}$. 147. $\sqrt[3]{1 + x}$. 148. $\sqrt[3]{1 - x}$.

149. Mennyi a 72 fajsúlyú 37·101 Kg. súlyú vasgömb sugara?

150. Mennyi a 252436 m³ térfogatú koczka egyik éle?

Milyen x érték mellett imagináriusok e kifejezések:

151. $\sqrt{1-x}$. 152. $\sqrt{3-2x}$. 153. $\sqrt{1+7x}$. 154. $\sqrt{1+x\sqrt{3}}$.

155. $\sqrt{x\sqrt{x}-3}$. 156. $\sqrt{a^2-x^2}$. 157. $\sqrt{a^2+x^2}$.

158. Alkossuk $\sqrt{-1}$ hatványait a 17-iktől a 20-ikig.

Szerkeszszük meg a síkon a következő complex számoknak megfelelő pontokat:

159. $2+3i$; $-4+5i$. 160. $2-i\sqrt{3}$; $4-i\sqrt{5}$.

11. §. Számolás gyökmennyiségekkel.

a) Összeadás és kivonás.

1. $7\sqrt{3}+5\sqrt{3}$; $m\sqrt{a}+n\sqrt{a}$. 2. $5\sqrt{3}-2\sqrt{12}+\sqrt{27}$.

3. $3\sqrt{m}-5\sqrt{n}+7\sqrt{m}+9\sqrt{n}-8\sqrt{m}-4\sqrt{n}$.

4. $\sqrt{18}+\sqrt{50}$; $7\sqrt{5}-5\sqrt{\frac{16}{5}}+\sqrt{\frac{4}{5}}$.

5. $5\sqrt{x-1}+7\sqrt{x+1}-3\sqrt{x-1}-5\sqrt{x+1}$.

6. $2\sqrt{12}-3\sqrt{75}+7\sqrt{108}-10\sqrt{27}-\sqrt{48}$.

7. $5\sqrt{7}+3\sqrt{5}-(6\sqrt{7}-5\sqrt{5})-(5\sqrt{7}+\sqrt{5})-(4\sqrt{5}-8\sqrt{7})$.

8. $\sqrt{63}-6\sqrt{24}+2\sqrt{75}+2\sqrt{98}-3\sqrt{108}+2\sqrt{54}-3\sqrt{28}+\sqrt{2}$.

9. $5\sqrt{50}-3\sqrt{98}+7\sqrt{72}+\sqrt{2}+11\sqrt{8}-8\sqrt{128}$.

10. $5\sqrt{36x}-3\sqrt{24x}+2\sqrt{81x}-4\sqrt{100x}+2\sqrt{54x}$.

11. $3\sqrt[3]{7}+5\sqrt[3]{7}-12\sqrt[3]{7}+8\sqrt[3]{7}$.

12. $5\sqrt[3]{2}-3\sqrt[3]{16}+2\sqrt[3]{54}$; $a\sqrt[3]{x^2}-b\sqrt[3]{x^2}+c\sqrt[3]{x^2}$.

13. $3\sqrt[3]{1029}-18\sqrt[3]{24}+5\sqrt[3]{81}$; $6\sqrt[3]{a}-5\sqrt[3]{a^4}+\sqrt[3]{a}$.

14. $8\sqrt[3]{16}+7\sqrt[3]{54}-5\sqrt[3]{150}+9\sqrt[3]{128}-16\sqrt{2}$.

15. $5\sqrt[3]{8a}-2\sqrt[3]{27a}+7\sqrt[3]{343a}-11\sqrt[3]{64a}$.

16. $8\sqrt{-12} + 5\sqrt[4]{-80} - 6\sqrt{-3} + 3\sqrt[4]{-405}$.
 17. $7\sqrt{-18} + 3\sqrt{-36} - 2\sqrt{-28} + 3\sqrt{-9} - 2\sqrt{-8} -$
 $-\sqrt{-63} + 7\sqrt[4]{-\frac{1}{7}}$.
 18. $\sqrt{-24} + 3\sqrt{-54} - 2\sqrt{-96}$; $\sqrt[3]{-32} + \sqrt[3]{-2048} +$
 $+\sqrt[3]{-864}$.
 19. $\sqrt{-169} - \sqrt{-625} + \sqrt{-49} + \sqrt{-25} + \sqrt{-81}$.
 20. $3\sqrt{-64} + 9\sqrt{-4} - 2\sqrt{-100} + \sqrt{-9} - 4\sqrt{-36}$.

b) Szorzás.

21. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{50}$; $\sqrt{a} \cdot \sqrt{5x}$. 22. $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9}$; $\sqrt[3]{2a} \cdot \sqrt[3]{4a^2}$.
 23. $\sqrt{3x} \cdot \sqrt{12x}$; $\sqrt{72} \cdot \sqrt{2}$. 24. $\sqrt[4]{27a} \cdot \sqrt[4]{3a^2} \cdot \sqrt[4]{a}$.
 25. $\sqrt[5]{8a^3} \cdot \sqrt[5]{4a^2}$. 25/a. $\sqrt[m]{a^{3m-4}} \cdot \sqrt[m]{a^{2-2m}} \cdot \sqrt[m]{a^2}$.
 26. $-2\sqrt[3]{5} \cdot -3\sqrt[3]{5} \cdot -4\sqrt[3]{5}$. 27. $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{5}$.
 28. $-\sqrt{5} \cdot -3\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{4}$. 29. $(3-3\sqrt{5}) \cdot \sqrt{3}$.
 30. $(\sqrt{8} - \sqrt{18} + \sqrt{128}) \cdot \sqrt{2}$. 31. $(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{6}+\sqrt{5})$.
 32. $(4\sqrt{12} - 2\sqrt{27} + \sqrt{48} - \sqrt{75}) \cdot \sqrt{3}$.
 33. $(3 + \sqrt{7})(3 - \sqrt{7})$.
 34. $\left(\sqrt{x} + \sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt{x}}\right) \left(\frac{x}{\sqrt{y}} - \sqrt{x} + \sqrt{y}\right)$.
 35. $\left(\sqrt{x^n} - \frac{1}{\sqrt{x^n}}\right) \left(\sqrt{x^n} + \frac{1}{\sqrt{x^n}}\right)$.
 36. $(2\sqrt{8} + 3\sqrt{5} - 7\sqrt{2})(\sqrt{72} - 5\sqrt{10} - 2\sqrt{2})$.
 37. $(\sqrt{a} - \sqrt{b-c})(\sqrt{a} + \sqrt{b-c})$.
 38. $\sqrt[4]{(\sqrt{14}-\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{6})} \cdot \sqrt[4]{(\sqrt{14}-\sqrt{3}-\sqrt{7}+\sqrt{6})}$.
 39. $(3\sqrt{12} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{6})(6\sqrt{3} + \sqrt{8} - \sqrt{54})$.
 40. $\left(5\sqrt{\frac{1}{2}} + 3\sqrt{\frac{1}{3}} - 2\sqrt{\frac{1}{6}}\right) (2\sqrt{2} - 3\sqrt{3} + \sqrt{6})$.
 41. $(3 + \sqrt{5} - 2\sqrt{7})(3 + \sqrt{5} + 2\sqrt{7})$.
 42. $\sqrt{-3x} \cdot \sqrt{-12x}$. 43. $\sqrt{a + \sqrt{a^2 - x^2}} \cdot \sqrt{a - \sqrt{a^2 - x^2}}$.

44. $(2 - \sqrt{5}) \cdot \sqrt{3 + 5\sqrt{5}} \cdot \sqrt[4]{4 + 2\sqrt{5}}$.
 45. $\sqrt{-2a^2} \cdot \sqrt[3]{-4a^2}$. 46. $(\sqrt{-5} + \sqrt{-2}) \cdot \sqrt{-7}$.
 47. $(\sqrt{-3} + \sqrt{-7})(\sqrt{-3} - \sqrt{-7})$.
 48. $(7 + 3\sqrt{-8})(5 - 4\sqrt{-2})$.
 49. $(2\sqrt{-6} + 3\sqrt{-4})(3\sqrt{-3} - 2\sqrt{-2})$.
 50. $(\sqrt{-10} - \sqrt{-5} + \sqrt{-2})(\sqrt{-10} + \sqrt{-5} - \sqrt{-2})$.
 51. $\sqrt[5]{\sqrt{a+16} + \sqrt{a-16}} \cdot \sqrt[5]{\sqrt{a+16} - \sqrt{a-16}}$.
 52. $(\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b})(\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b})$.
 53. $\sqrt{x - \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}} \cdot \sqrt{x - \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}$
 $\cdot \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$.
 54. $\sqrt{5 + 4\sqrt{-1}} \cdot \sqrt{5 - 4\sqrt{-1}}$.
 55. $(1 + \sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{7})(1 + \sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{7})$.

c) Osztás :

56. $x : \sqrt[5]{x^2}$. 57. $\sqrt{16} : 2$. 58. $\sqrt[9]{128} : 2$.
 59. $\sqrt[3]{\frac{a^2}{b}} : \sqrt[3]{\frac{b^2}{a}}$. 60. $\sqrt{x} \sqrt{\frac{x}{y}}$. 61. $2 : 3\sqrt{2}$.
 62. $\sqrt[5]{x^{n-1}} : \sqrt[5]{x^{n-6}}$. 63. $\frac{x}{y} : \sqrt{\frac{x}{y}}$.
 64. $\sqrt{\frac{27a^9 b^5}{5c^4}} : \sqrt{\frac{15a^7 b^3}{c^2}}$. 65. $\sqrt{x+y} : \sqrt{x^2+y^2}$.
 66. $(a+b) : (\sqrt{a} - \sqrt{b})$. 67. $m\sqrt[2n]{-x} : n\sqrt[2n]{-x}$.
 68. $\sqrt[2n]{-a} : \sqrt[2n]{-b}$. 69. $(\sqrt{24} - \sqrt{18} + \sqrt{12}) : \sqrt{3}$.
 70. $(\sqrt{-10} + \sqrt{-70}) : \sqrt{-10}$.
 71. $(\sqrt[3]{x^2 - 25} - \sqrt[3]{x + 5}) : (\sqrt[3]{x^2 - 6x + 5} - \sqrt[3]{x - 5})$.
 72. $\left(\sqrt{\frac{a}{b}} - b\sqrt{\frac{b}{a}}\right) : (\sqrt{a} - \sqrt{b})$.
 72/a. $(35 - 10\sqrt{-3} - 21\sqrt{-7} + 6\sqrt{21}) : (5 - 3\sqrt{-7})$.

73. $(3a + 5\sqrt{ab} + \sqrt{b}) : (\sqrt{a} + \sqrt{b})$.
 74. $(3\sqrt{3} + \sqrt{15} - \sqrt{21} - 3\sqrt{5} - 5 + \sqrt{35}) : (3 + \sqrt{5} - \sqrt{7})$.
 75. $(2\sqrt{6} - 4) : (1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})$.
 76. $\sqrt{\frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 3x + 2}} : \sqrt{\frac{x^2 + 8x + 15}{x^2 - 4}}$.
 77. $[\sqrt{x}(1+x) + x - \sqrt{y}(1+x+\sqrt{x})] : (\sqrt{x} - \sqrt{y})$.
 78. $(5 + 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} - \sqrt{15}) : (3 - \sqrt{5})$.
 79. $\sqrt{\frac{a^2 - 3a - 4}{a^2 - 5a - 14}} : \sqrt{\frac{a^2 + 10a + 9}{a^2 - 2a - 8}}$.
 80. $(5\sqrt{-7} - 7\sqrt{-5}) : (5\sqrt{-7} - 7\sqrt{-5})$.
 81. $\sqrt{-72x^4} : \sqrt{-2x^5}$.
 82. $(2\sqrt{15} - 7) : (1 + \sqrt{-3} - \sqrt{-5})$.
 83. $(6 + \sqrt{10} - \sqrt{2a} + 3\sqrt{a} + \sqrt{5a} - a) : (3 + \sqrt{5} - \sqrt{a})$.
 84. $1 : (3 - \sqrt{5})$. 85. $\sqrt[3]{8} : (2 + \sqrt[3]{8})$.

d) Hatványozás.

86. $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2$. 87. $(\sqrt{a})^3$. 88. $(\sqrt[4]{x})^2$. 89. $(\sqrt[6]{a})$.
 90. $(\sqrt[5]{5125})^3$. 91. $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$. 92. $(a - \sqrt{b})^2$.
 93. $(2x - 3\sqrt{y})^2$. 94. $(3 - 2\sqrt{-5})^2$.
 95. $(5\sqrt{x} - 4\sqrt{y})^2$. 96. $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$.
 97. $(3 - \sqrt{x} + \sqrt{y})^2$. 98. $(5 - 2\sqrt{3} - 3\sqrt{-7})^2$.
 99. $(\sqrt{a} + \sqrt{b} - 4)^2 - (\sqrt{a} + \sqrt{b} + 4)^2$.
 100. $(7\sqrt{x} + 5\sqrt{y})^2 - (7\sqrt{x} - 5\sqrt{y})^2$.
 101. $(1 + \sqrt{x})^3$. 102. $(1 - \sqrt{a})^3$. 103. $(5 - \sqrt{7})^3$.
 104. $(1 + \sqrt{5} - \sqrt{2})^3$. 105. $(a + \sqrt{-b})^3$.
 106. $(1 - 2i)^3$. 107. $(\sqrt{-3} + \sqrt{-5})^3$.
 108. $(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y})^3$. 109. $(\sqrt{a + \sqrt{x}} - \sqrt{a - \sqrt{x}})^3$.
 110. $\left(\frac{x}{a} + \frac{\sqrt{x}}{a^2} + \frac{\sqrt[3]{x}}{a^3}\right)^3$.

e) Gyökvonás.

111. $\sqrt[3]{a}$. 112. $\sqrt[4]{x}$. 113. $\sqrt[5]{a^{10}}$. 114. $\sqrt[5]{a^{10}b^{15}}$.

115. $\sqrt[3]{\sqrt[4]{a}}$. 116. $\sqrt{x\sqrt{x}\sqrt{x}}$.

117. $\sqrt[4]{8a^3x^{-3}\sqrt[3]{4a^{-1}x^2\sqrt{4a^6x^{-10}}}}$.

118. $\sqrt[3]{\sqrt{x^6+6ax^5+15a^2x^4+20a^3x^3+15a^4x^2+6a^5x+a^6}}$.

119. $x\sqrt{x^{-1}}\sqrt{x^{-1}}$. 120. $\sqrt{2x\sqrt[3]{4x}\sqrt[4]{16x^8}}$.

f) Az osztó racionálisá tétele.

121. $\frac{a}{\sqrt[6]{a^5}}$. 122. $\frac{4}{\sqrt[3]{6}}$. 123. $\frac{5}{\sqrt{7}}$. 124. $\frac{3\sqrt{5}}{5\sqrt{10}}$.

125. $\frac{5+\sqrt{7}}{5-\sqrt{7}}$. 126. $\frac{1}{1+\sqrt{x}}$. 127. $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{11}}{\sqrt{8}-\sqrt{11}}$.

128. $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{x}}{\sqrt{a}-\sqrt{x}}$. 129. $\frac{a\sqrt{x}+b\sqrt{y}}{b\sqrt{x}-a\sqrt{y}}$. 130. $\frac{1}{2-\sqrt{8}}$.

131. $\frac{-2\sqrt{-1}}{1-\sqrt{-1}}$. 132. $\frac{a}{\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b}}$.

133. $\frac{\sqrt{x+5}-\sqrt{x-5}}{\sqrt{x+5}+\sqrt{x-5}}$. 134. $\frac{\sqrt{5}+3\sqrt{11}}{3\sqrt{5}-\sqrt{11}}$.

135. $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{7}}$. 136. $\frac{x-\sqrt{y}}{\sqrt{2x}+\sqrt{y}-\sqrt{z}}$.

137. $\frac{1-\sqrt{a}-\sqrt{b}}{1-\sqrt{a}+\sqrt{b}}$. 138. $\frac{4+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{3-\sqrt{2}+\sqrt{3}}$.

139. $\frac{5+2\sqrt{-18}-\sqrt{-2}}{2-\sqrt{-8}}$. 140. $\frac{4-\sqrt{-7}-\sqrt{-63}}{3-\sqrt{-5}}$.

12. §. Irrationális egyenletek.

1. $\sqrt{5+x}-1=\sqrt{x}$. 2. $\sqrt{1+x\sqrt{x^2+12}}=1+x$.

3. $\sqrt[3]{25+x}-2=10-3\sqrt[3]{25+x}$. 4. $\sqrt[3]{x+15}=3$.

5. $\sqrt{\frac{x+5}{x-7}}=2$. 6. $x-1=\sqrt{x^2-\frac{7}{4}x+\frac{1}{4}}$.

7. $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = \sqrt{4x+5}$.
 8. $\sqrt{6+\sqrt{x-1}} = \sqrt{5+\sqrt{x+6}}$.
 9. $\sqrt{x-6} + \sqrt{x+6} = 2\sqrt{x-1}$.
 10. $x+3 - \sqrt{x^2+8x-1} = 0$.
 11. $\sqrt{2x} + \sqrt{3x} = 4 - \sqrt{x}$. 12. $8 + \sqrt{(x-10)(x-5)} = x$.
 13. $\sqrt{(x-4)(x+2)} + 2 = x$.
 14. $3x-6 = \sqrt{9x^2-25x-30}$.
 15. $\sqrt{x-5} = \frac{x-1}{\sqrt{x+7}}$.
 16. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 7$. 17. $x - y = 7$
 $3\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = 6$. $\sqrt{x+1} - \sqrt{y+1} = 1$.
 18. $\sqrt{2x-a^2} + a = 2$. 19. $4\sqrt[3]{5x-8} = 3\sqrt[3]{9x+1}$.
 20. $\sqrt{\frac{x^3-a^3}{x-a}} + a\sqrt{x^2+x+a} = x+a$.

13. §. A másodfokú egyenlet.

Oldjuk meg a következő egyenleteket:

1. $x^2 = 49$. 2. $x^2 - 25 = 0$. 3. $\frac{x}{8} = \frac{8}{x}$.
 4. $5x^2 = 180$. 5. $x^2 = (a+b)^2$.
 6. $\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 0$. 7. $\left(x - \frac{a}{b}\right)\left(x + \frac{a}{b}\right) = 0$.
 8. $ax^2 = b^2 - cx^2$. 9. $\sqrt{2x+5} = x+1$.
 10. $\frac{\sqrt{3\sqrt{2x^2+16}}}{4} = 3$.
 11. $(1+x)(2+x)(3+x) + (1-x)(2-x)(3-x) = 120$
 12. $2x-5 = \sqrt{11x^2-20x-38}$.
 13. $(5x+1)^2 + (5x-1)^2 = 202$.
 14. $x = \frac{531441}{x}$. 15. $(x+\sqrt{7})(x-\sqrt{7}) = 0$.
 16. $x^2 - 2x = 3$. 17. $2x^2 - 3x = 9$.
 18. $3x^2 - \frac{x}{2} = 105$. 19. $5x^2 - 20x = 585$.

$$20. (x+2)^2 + (x-2)^2 = (x+3)^2 - 6.$$

$$21. x^2 + \frac{6}{7}x - \frac{1}{7} = 0. \quad 22. x^2 + \frac{x}{12} = \frac{1}{2}.$$

$$23. x - \frac{x^2}{50} = 8.$$

$$23/a. \frac{5}{x+11} + \frac{3}{x+2} = \frac{11}{x+3} - \frac{3}{x+4}.$$

$$24. x^2 - 20x + 91 = 0. \quad 25. \sqrt{5x+1} - \sqrt{3x-5} = 2.$$

$$26. 3x - 5 - \sqrt{x^2 - 2x + 8} = 0.$$

$$27. \frac{16}{7-x} - \frac{25}{10-x} = \frac{9}{8-x}.$$

$$28. \frac{x}{5} \left[3 - \frac{x}{2} - (4-x) \right] = 8.$$

$$29. \frac{2x^2}{5} + \frac{4x}{3} - \frac{1}{6} = \frac{12x}{5} + x - \frac{1}{2}.$$

$$30. \frac{7x+10}{x-2} = \frac{5x}{12} + \frac{23}{6}.$$

$$31. \frac{x}{x-6} - \frac{1}{2} = \frac{x}{6} + \frac{x+6}{6-x}. \quad 32. \frac{4}{x} - \frac{22-x}{4-x} = -3.$$

$$33. \frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1} = \frac{13}{6}. \quad 34. \frac{x+1}{x-1} - \frac{2x-3}{2x} = 1.5.$$

$$35. \frac{x-a}{b} - 1 = \frac{b+x}{x}. \quad 36. \frac{x-a}{2a} = \frac{2b}{2x+a}.$$

$$37. \frac{a-b}{4(x-a)} + \frac{x+2b}{a+b} = 2.$$

$$38. x^2 - 4ax - bx\sqrt{3} + 4ab\sqrt{3} = 0.$$

$$39. \frac{x}{2} [7 + 4(x-1)] = 81.$$

$$40. \frac{1}{a} - \frac{2}{ax} - \frac{a-4}{x^2} - \frac{3}{ax^2} = 0.$$

$$41. \frac{a}{x} + \frac{a}{x+3} = \frac{a}{2}. \quad 42. \sqrt{2x+1} + \sqrt{3(x-1)} = 6.$$

$$43. x^2 + x = 5(1 + \sqrt{-1}).$$

$$44. 3x - 2\sqrt{x^2 - 3x + 6} = 7.$$

$$45. \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-2} = \frac{5}{x+1}.$$

$$46. 3x - 17 = \sqrt{7x^2 - 50x + 79}.$$

$$47. \sqrt{2x+3} + \sqrt{5x+1} = \sqrt{12x+13}.$$

$$48. \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{x-3}.$$

$$49. \sqrt{x+3} + 3\sqrt{4x+1} = 3\sqrt{6x}.$$

$$50. \frac{4}{3(x^2-1)} + \frac{5}{9} = \frac{5}{x+1} - \frac{2}{3}.$$

$$51. \frac{a(b-x)(2b+x)}{b+x} = 3x.$$

$$52. \frac{5x-1}{6} + \frac{3x-1}{7} = \frac{5}{x} + x.$$

$$53. \frac{5x-8}{8} + \frac{38}{3x-5} = x-2.$$

$$54. \frac{5}{7-x} + \frac{2}{4-x} = \frac{4}{6-x} + \frac{3}{5-x}.$$

$$55. \frac{5x-3}{x+1} = \frac{8x-3}{2x+1}.$$

$$56. \frac{x+2}{x-2} + \frac{x-2}{x+2} = \frac{13}{6}. \quad 57. \frac{x+2}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} = \frac{13}{6}.$$

$$58. \sqrt{x+1} + \sqrt{x+6} = 3. \quad 59. \frac{7x+10}{x-2} = \frac{5x}{12} + \frac{35}{6}.$$

$$60. \frac{1}{x} + \frac{1}{x+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a+b}. \quad 61. \frac{8}{x^2} + 2 = \frac{16}{x}.$$

$$62. \frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} = \frac{1}{x-c}. \quad 63. \frac{x+2}{2}(49-4x) = 54.$$

$$64. \frac{2x+1}{x+1} + \frac{3x-2}{3x+2} = \frac{11}{2}.$$

$$65. \frac{(3x-2)^2}{(x+1)(x+3)} = \frac{x+13}{x+3} - \frac{3}{x+1}.$$

$$66. \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{24}. \quad 67. \sqrt{x+2} + \sqrt{2x+2} = \sqrt{7x}.$$

$$68. x^2 + 4 \cdot 3x = 27 \cdot 3. \quad 69. \frac{x}{5} - \frac{64-3x}{2} = 2.$$

$$70. \frac{x^2 - x + 3}{x^2 - 4x + 3} = \frac{x + 3}{x - 1} \quad 71. \frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}} = \sqrt{b}.$$

$$72. \frac{x^2 + 2x + 6}{x^2 + 2x - 12} = \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 3x - 16}.$$

$$73. \frac{18}{x} - \frac{10}{x-1} - \frac{4}{x-2} = 0.$$

$$74. \frac{2x^3 - 2x^2 + 1}{x^2 - 3x + 5} = 2x - 1.$$

$$75. \sqrt{2x+1} - 4\sqrt{3x-5} = 1.$$

76. Melyik szám az, melynek négyzete és 5-szöröse együtt 66?

77. 25 oly két részre bontandó, hogy a részek szorzata 126 legyen.

78. Mely 2 szám összege 12, szorzata 20?

79. Mely 2 szám összege 20, négyzeteik különbsége 40?

80. Egy mulatság költsége 120 K volt. Ha 5-tel kevesebb résztvevő lett volna, mindenkinek 2 K-val többet kellett volna fizetni. Hányan voltak s mennyit fizetett egy-egy?

81. Egy társaság utiköltsége 90 K-t tett, de ketten nem fizettek s így a többinek $1\frac{1}{2}$ K-val többet kellett adni. Hányan voltak?

82. Pál születésekor bátyja Péter 5 éves volt. Ma kettőjük korának szorzata 265-tel több, mint összege. Hány éves Pál?

83. Két szám szorzata 54, hányadosa $\frac{2}{3}$. Melyek e számok?

84. A derékszögű négyszög oldalainak különbsége 7 m, területe 30 m². Mily nagyok az oldalak?

85. Melyik 3 egymásután következő szám négyzetének összege 110?

86. Két vándor ugyanazon időben indul el bizonyos községből; az egyik észak, a másik kelet felé halad, az egyik naponta 21, a másik 28 Km utat tesz. Mikor lesz kettőjük közt 245 Km a távolság?

87. Három szám aránya 2:3:4. Négyzeteik összege 725. Melyek e számok?

88. Bizonyos számú munkás 432 m hosszú árok elkészítését vállalja magára; a munka megkezdésénél 4 kilép közülök s így a többire egyenként 9 m-rel hosszabb rész jut. Hányan voltak?

89. Hány gyermek között kellett felosztani a 30000 K örökséget, ha egy örökös halála után, minden élő része 1000 K -val emelkedett?
90. Melyik az a két egymásra következő páratlan szám, melyek szorzata 195?
91. Keressünk két számot, melyek különbsége 4, köbeik különbsége 604.
92. Bontsuk 11-et két oly részre, hogy azok köbeinek összege 341 legyen.
93. A négyzet átlója és oldala közt 6 m a különbség. Mennyi a négyzet területe?
94. Egy derékszögű háromszögben a hosszabbik befogó 2 m-rel rövidebb, mint az átfogó és 7 m-rel hosszabb, mint a második befogó. Mily hosszúk az oldalak?
95. Egy derékszögű háromszögben a két befogó hosszúság-különbsége 47 m. A befogók összege 14 m-rel nagyobb az átfogónál. Mekkora hosszú a 3 oldal?
96. Ha a tört számlálója 18-czal nagyobb, nevezője 16-tal kisebb lenne, a tört értéke kétszeresére növekednék. Melyik ez a tört, tudván, hogy számlálójának és nevezőjének összege 100?
97. A trapéz területe 285 m^2 . Hosszabb parallel oldala 20 m, magassága pedig a rövidebb parallel oldal $\frac{5}{6}$ -da. Mekkora a 2 utóbbi hosszúság?
98. Egy trapéz magassága 10 m; területe oly derékszögű négyszöggel egyenlő, mely két parallel oldalából szerkeszthető. A rövidebb oldal 2-szerese és a hosszabb 3-szorosa a magasság 8-szorosával egyenlő. Mekkora a két parallel oldal?
99. 108 K -ért posztót vettünk. Ha ugyanez összegért 3 m-rel többet kaptunk volna, 1 m 3 K -val kevesebbe került volna. Mennyibe került 1 m?
100. A 96 m^2 területű körgyűrűben a sugarak aránya 7:5. Mekkora a sugarak?
101. A víztartó 2 csövön át tölthető meg. Az egyikkel 3 órával tovább tart a töltés, mint a másikkal. Ha mindkettő nyitva van, a töltés 2 óráig tart. Hány óráig tart a megtöltés egy-egy csövön?
102. Két kőműves együtt dolgozva 20 nap alatt épít fel egy falat. Meddig tartott volna a munka egynek-egynek, tudván, hogy az egyiknek 9 nappal tovább tartott volna?

103. 590 oly két részre osztandó, melyek szorzata 80464.
104. A derékszögű négyszög területe 6400 m^2 , kerülete 400 m. Mekkora az oldalai?
105. A derékszögű négyszög területe 3888 m^2 , kerülete 252 m. Mekkora az oldalai?
106. Az egyenlőszárú háromszög szára 3 m-rel rövidebb, mint alapja. Magassága 12 m; mekkora az oldalai?
107. A gyalogosnak a 6300 m-es út megtételére 45 percczel több időre volt szüksége, mint ahány m-t percenként megtett. Hány m-re jutott p-ként?
108. Egy koczka köbtartalma 127 m^3 -rel gyarapszik, ha egy-egy éle 1 m-rel hosszabb lesz. Mennyi egy éle?
109. Egy tört számlálója 2-vel nagyobb, mint nevezője. A számlálót 1-gyel növelve, a nevezőt 3-mal apasztva, a tört $\frac{5}{3}$ -dal nagyobbá lesz. Melyik e tört?
110. A kétjegyű szám egyes jegye négyzete a tizesnek. A szám 3-szor akkora, mint jegyeinek szorzata. Melyik a szám?
111. Két szám összege 60. A 2 szám hányadosa a hányados reciproc értékénél 4·8-del nagyobb. Melyik e 2 szám?
112. Két koczka együttes köbtartalma $72\cdot82 \text{ m}^3$. Éleik összege 6 m. Mekkora e koczkák élei, felszínei, köbtartalmai?
113. Egy hordóba 50 l-rel több bort öntenek, mint vizet. E keverékből 10 l-t kivéve, azt vízzel pótolják. Ekkor a bor aránya a vízhez, olyan, mint 27 : 13. Mennyi bort és mennyi vizet öntöttek eredetileg a hordóba?
114. Mennyi a kör sugara, ha az 23 cm-rel rövidebb a centrumtól 7 cm távolban található húrnál?
115. 384 oly két tényezőre bontandó, melyek különbsége 8.
116. Egy asszony 30 K értékű vaját visz a piacra. Ha 5 Kg-mal kevesebb lett volna a vaj, Kg-ját 20 f-rel drágábban kellett volna adnia, hogy ugyanannyit vegyen be. Hány Kg vaját adott el?
117. Két szám közül az egyik 12-vel nagyobb, mint a másik. A két szám négyzetének összege 1130. Melyek e számok?

118. Két hely távolsága 7·2 Km. A két helyről szembe két kocsis indul el. Az első 6 percczel később indul el, ám percenként 20 m-rel többet tesz meg, mint a második, melylyel éppen az út felénél találkozik. Hány m-t tesznek a kocsik percenként?
119. Két utas a 45 Km-es úton szembe halad egymással. Az egyik 3 percczel kevesebb idő alatt tesz 1 Km-t, mint a másik. Mennyire jut óránként mindegyik, ha 5 óra múlva találkoznak?
120. Két szám közül az egyik annyival több 5-nél, amennyivel a másik annál kevesebb. E két szám négyzetgyökének összege 16 négyzetgyökével egyenlő. Melyek e számok?

HARMADIK RÉSZ.

14. §. Negatív- és törtexponenzek. Számrendszerek.

1. Mit jelent: a^{-5} ; a^{-x} ; $\left(\frac{x}{a}\right)^{-3}$; $\frac{1}{a^{-4}}$; a^0 ?

Összevonandók:

2. $3x^{-2} + 5x^{-2} - 7x^{-2} + 9x^{-2} - 6x^{-2}$.
 3. $8a^{-3} + 7a^{-3} - 12a^{-3} - 2a^{-3}$.
 4. $7a^{-2}x^{-3} + 12a^{-3}x^{-2} + 9a^{-2}x^{-3} -$
 $- 15a^{-2}x^{-3} - 11a^{-3}x^{-2}$.

Tüntessük el az eredményben a negatív kitevőket a következőkben:

5. $6a^{-4}$. 6. $7a^3b^{-3}$. 7. $9x^2y^{-4}z$. 8. $5m^3n^{-5}p^{-7}$.
 9. $(x + y)^{-3}$. 10. $(3x + 5y)^{-2}$. 11. $(x - y)^{-3}$.
 12. $(a + x)(a - x)^{-1}$. 13. $(a^2 - b^2) \cdot (a + b)^{-2}$.
 14. $5 \cdot 3^{-2} + 9 \cdot 3^{-1}$. 15. $a^{-2}b - a^2b^{-1}$.
 16. $\frac{2}{3} \left(\frac{a}{b}\right)^{-1}$. $\frac{3}{4} \left(\frac{b}{a}\right)^{-2}$. 17. $\frac{5x^{-2}}{3x^{-3}} \cdot \frac{2y^{-1}}{4y^{-2}}$.
 18. $\frac{x}{a^{-4}}$. 19. $(a + b)^{-1} \cdot (a + b)^2$.

20. $\frac{a^{2m-n}}{a^{-n}} \cdot \frac{b^{2m-p}}{b^{-p}}$. 21. $\frac{a+b}{(a-b)^{-1}}$.
22. $(x^{-3} - y^{-3}) \left(\frac{1}{x^{-1}} - \frac{1}{y^{-1}} \right)$. 23. $\left(\frac{a-b}{a+b} \right)^{-2}$
24. $a^7 \cdot a^{-5}$. 25. $5x^2 \cdot -6x^{-5}$.
26. $3(x-y)^{r-1} \cdot -5(x-y)^{-2}$.
27. $\frac{5x^3(a-b)^{-1}}{7y^{-2}(a+b)}$. 28. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{-2}$. 29. $\left(1 + \frac{1}{a}\right)^{-3}$.
30. $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)^{-4}$. 31. $(2x^{-2} - 3y^{-3})$.
32. $\left(\frac{x}{y^{-1}} \mid \frac{y}{x^{-1}}\right)^3$. 33. $\left(\frac{1}{a+x} - \frac{1}{a-x}\right)^{-1}$.
34. $(2x^2 - 3x + x^{-1} + x^{-2})(2x + 6 + x^{-1} - x^{-2})$.
35. $(a^2 - a + a^{-1} + a^{-2})(5 + 4a^{-1} - 3a^{-2})$.
36. $(x^3 - 2x^2 + 3x - 5 + 6x^{-1} + 7x^{-2})$
 $(3 - x^{-1} - 2x^{-2})$. 37. $a^{-3} : a^{-5}$.
38. $72a^{-4} : 24a^{-6}$. 39. $44a^{-1} : 11a^{-3}$.
40. $65x^2y^{-3}z^{-2} : 13x^3y^{-4}z^{-5}$.
41. $(4a^{-2}b^2 - 8a^{-1}b + 10ab^{-1}) : 2a^{-1}b^{-1}$.
42. $(4x^{-1} + 4x^{-2} + x^{-3} + 10x^{-4} - 3x^{-5}) :$
 $(2 - x^{-1} + 3x^{-2})$.
43. $(6x^{-1} + x^{-2} - 3x^{-3} - 12x^{-4} - 7x^{-5} - 3x^{-6}) :$
 $(6 - 5x^{-1} - 4x^{-2} - 3x^{-3})$.
44. $(5 - 2x - x^2 - 6x^{-1} - 5x^{-2}) : (1 - x^{-1} - x^{-2})$
45. $\sqrt{4 + 4a^{-1} + a^{-2}}$.
46. $\sqrt{x^2 + 2 + 2x^{-1} + x^{-2} + 4x^{-3} + 4x^{-4}}$.
47. $\sqrt{4 - 4x^{-1} - 3x^{-2} + 2x^{-3} + x^{-4}}$.
48. $\sqrt[3]{1 - 3x^{-1} + 3x^{-2} - x^{-3}}$.
49. $\sqrt[3]{8x^3 - 12x^2 + 30x - 25 + 30x^{-1} - 12x^{-2} + 8x^{-3}}$.
50. $\sqrt[3]{-64x^{-3} + 240x^{-2} - 252x^{-1} + 5 + 63x + 15x^2 + x^3}$.

Oldjuk meg a következő egyenleteket:

$$51. 3x + 16x^{-1} = 16. \quad 52. 5x - \frac{x^{-1}}{4^{-2}} = 2.$$

$$53. \frac{1}{(2x - 3)^{-2}} = \frac{1}{(12x - 11)^{-1}}.$$

$$54. (3 + x^{-1})(4 + x^{-1}) = 14 + 4x^{-2}.$$

$$55. 2x^{-2} + x^{-1} = 3.$$

Tüntessük el a negatív kitevőket ezekben a törtekben:

$$56. \frac{3 + 4x^{-1} + 5x^{-2}}{2 - 3x^{-1} - 4x^{-2}} \quad 57. \frac{a^{-3} - 7a^{-2} + 15a^{-1}}{a^{-3} + 9a^{-2} - 12a^{-1}}.$$

$$58. \left(\frac{2 - x^{-1}}{4 - x^{-1} - 5x^{-2}} \right)^{-2}$$

$$59. \left(\frac{(x + 2)^{-2} - (x - 2)^{-2}}{(x + 2)^{-2} + (x - 2)^{-2}} \right)^{-1}$$

$$60. \left[\frac{(x + 1)^{-1} - x^{-1}}{(x + 1)^{-1} + x^{-1}} \right]^{-2}$$

Írjuk fel tizedestört alakban, mennyi:

$$61. 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 5 + 2 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2} + 10^{-3}.$$

$$62. 0 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3}.$$

$$63. 3 \cdot 10 + 9 + 10^{-4} \quad 63/a. 27 + \frac{1}{10^5}.$$

$$64. 538 : 10^5. \quad 65. 187 : 10^{-4}.$$

Írjuk fel 10 fogyó hatványai szerint rendezett többszámúként:

$$66. 0 \cdot 128. \quad 67. 2 \cdot 3184. \quad 68. 0 \cdot 505. \quad 69. 3 \cdot 387.$$

$$70. 0 \cdot 57305.$$

Fejezzük ki a 2-es, 5-ös, 6-os, 7-es számrendszerben a következő tízes számrendszerbeli számokat:

$$71. 98; \quad 72. 327; \quad 73. 23875; \quad 74. 832728; \quad 75. 3078016.$$

Fejezzük ki 10-es rendszerben a következő 2-es rendszerbeli számokat:

$$76. 1001; \quad 77. 111110; \quad 78. 10101; \quad 79. 1111111;$$

$$80. 10101010.$$

Fejezzük ki a következő 5-ös rendszerbeli számokat a 7-es számrendszerben:

81. 13024; 82. 24031; 83. 1230234; 84. 24341404;
85. 3334444.

Fejezzük ki 2, 3, 4 helyre pontosan a 2-es, 3-as, 5-ös rendszerben a következő 10-es rendszerbeli törteket:

86. $\frac{32}{45}$; 87. $\frac{75}{76}$; 88. $\frac{128}{139}$; 89. $\frac{208}{213}$; 90. $\frac{1056}{1289}$.
91. Mi azon rendszer alapja, melyben 602, mint 738 jelenik meg?
92. Mi azon rendszer alapja, melyben 33, mint $x^2 + x + 3$ jelenik meg?
93. Mely rendszerben jelenik meg 12551, mint 30407?
94. Mely rendszerben jelenik meg 125, mint $x^2 + 7x + 5$?
95. Mely rendszerben jelenik meg 99, mint 243?
96. Egy számot a 8-as rendszerben 15226 jelöl. Mely rendszerben jelenik meg e szám mint 10302?
97. 421 és 241 ismeretlen alapú rendszerben felírt számok különbsége a 9-es számrendszerben 103 egység. Milyen rendszerben vannak felírva a számok?
98. Mily számrendszerben írható $\frac{39}{81}$, a $4x^{-1} + 3x^{-2}$ alakban?
99. Mely rendszerben jelenik meg $\frac{27}{35}$, mint $\frac{33}{43}$?
100. Mely számrendszerben jelenik meg $\frac{17}{49}$, mint $2x^{-1} + 3x^{-2}$.

Gyökmenyiségekül irandók :

101. $37^{4/3}$. 102. $a^{3/2}$. 103. $x^{3/4}$. 104. $2 \cdot 5^0 \cdot 7$. 105. $x^{-0.2}$.
106. $\left(\frac{27}{64}\right)^{-2/3}$. 107. $(243x^3)^{-2/3}$. 108. $\left(\frac{64x^2}{121y^4}\right)^{-3/2}$.
109. $8^{11/3}$. 110. $16^{21/2}$. 111. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{m}{n}}$. 112. $a^{-\frac{p}{q}}$.
113. $125^0 \cdot 75$. 114. $2^{\frac{4}{x}}$. 115. $\left(\frac{81}{16}\right)^{-3/4}$.

Hatványmenyiségekül felírandó gyökmennyiségek :

116. $\sqrt[3]{x^2}$. 117. $\sqrt[5]{x}$. 118. $\sqrt[1/2]{a}$. 119. $\sqrt[1/3]{m^2}$.
 120. $x+4\sqrt{a^{x+2}}$. 121. $\sqrt[2/3]{\frac{25}{16}}$. 122. $\sqrt[3/4]{-5}$.
 123. $\sqrt[4/5]{625}$ 124. $\sqrt[11/3]{\frac{81}{121}}$. 125. $\sqrt[2]{\frac{x}{y}}$. 126. $\sqrt[3]{0.343}$.
 127. $\sqrt[3]{144x^6}$. 128. $\sqrt[5]{\frac{10000}{a^{10}}}$. 129. $\sqrt[11/4]{3125}$.
 130. $\sqrt[8]{x^{-12}}$.

Végezzük el a következő számításokat :

131. $36^{1/2}$. 132. $(a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3)^{1/3}$. 133. $128^{1/7}$.
 134. $\sqrt[3]{1\frac{1}{4}}$. $\sqrt[3]{12\frac{1}{2}}$. 135. $49^{1/2} + 125^{2/3}$.
 136. $512^{2/3} - 243^{2/5}$. 137. $(xy)^{-1/4} \cdot x^{1/6} \cdot y^{1/4}$.
 138. $32^{-2/5} : 64^{1/2}$. 139. $x^{2/3} \cdot \sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt[3]{x}$.
 140. $a^{1/2} : \sqrt[3]{a^2}$. 141. $(x^{2/3})^{4/5}$. 142. $(x^{1/2} \cdot y^{3/4})^0 2$.
 143. $(\sqrt[3]{a^2} \cdot a^{5/6})^{-4/7}$. 144. $\sqrt[1/2]{5} \cdot \sqrt[2]{3} \cdot \sqrt[4]{2}$.
 145. $\frac{a}{b} : \sqrt[4]{\frac{a}{b}}$. 146. $\frac{3}{4} \sqrt[3]{\frac{x^2 y^{-2}}{z^{-2}}} : \frac{1}{4} \sqrt{\frac{x^3 y^{-2}}{z}}$.
 147. $\sqrt[2]{\sqrt[3]{729}}$. 148. $\sqrt[2r]{\sqrt[5]{a^{-20r^2}}}$.
 149. $(x^{1/2} + x^{1/3} + 2) \cdot (x^{-1/2} - x^{-1/3} - 3)$.
 150. $(a^{2/3} - 1 + a^{-2/3})(a^{1/3} - a^{-1/3})$.
 151. $\sqrt[4]{2a^{n-2} x^6} \cdot \sqrt[4]{4a^{2n+1} x^{n-3}} \cdot \sqrt[4]{2a^{n+1} x^{1-n}}$.
 152. $(a^{4/3} - 2a^{2/3} - a^{1/3} + 2a^{-1/3})(a^{1/3} - 2a^{-1/3})$.
 153. $(x^3 - 3x^2 + 3x + x^{1/2} - 1 - 2x^{-1/2} + x^{-3/2}) :$
 $(x^2 - x + x^{-1/2})$.

154. $(2a^{1/2} - a^{1/3} + a - a^{3/2} + a^{4/3} - a^2 + 1 - a^{-1/6}) : (a^{1/2} - a^{1/3} + a)$.
155. $(2x^3 - 3x^2 + x^{2.5} - x^{0.2} + x^{0.7}) : (2x^2 - x + x^{1/5})$.
156. $\sqrt[m+n]{\sqrt[m-n]{a^{m^2-2mn+n^2}}}$.
157. $(x - y) : (x^{1/2} + y^{1/2})$. 158. $(x - y) : (x^{1/2} - y^{1/2})$.
159. $(5a^{3/4} b^{2/3})^{1/2}$. 160. $(x^{1/2} - 1 + x^{1/3})^2$.

15. §. A logaritmus és az exponentiális egyenlet.

Mennyi:

- $\log_4 16; \log_3 \frac{1}{64}; \log_5 625$.
- $\log_7 \frac{1}{19}; \log_8 \frac{1}{8}; \log_7 2401$.
- $\log_{12} 144; \log_{15} \frac{1}{225}; \log_{0.7} 0.343; \log_5 \frac{1}{125}?$

Mennyi x , ha:

- $\log_5 x = 5; \log_8 x = 3; \log_{32} x = 0.2?$
- $\log_7 x = 2; \log_6 x = -2; \log_{0.6} x = -5?$

Mennyi az alap, ha:

- $\log 128 = 7; \log 243 = 5; \log 10000 = 4?$
- $\log 0.25 = -1; \log 3125 = 5; \log \frac{81}{256} = 4?$

Hogy írhatjuk fel „log.”-sal a következő kifejezéseket:

- $4^8 = 4096$.
- $\left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{625}{1296}$.
- $\left(\frac{16}{25}\right)^{1/2} = \frac{4}{5}$.
- $9^{-1/2} = \frac{1}{3}$.
- $\left(\frac{a^2}{b^2}\right)^{1/2} = \frac{a}{b}$.

Írjuk fel hatványalakban, mit jelent:

- $\log_2 8 = 3$.
- $\log_3 81 = 4$.
- $\log_5 625 = 4$.
- $\log_{0.5}^{0.0625} = 4$.
- $\log_{0.01}^{1000} = -2$.
- $\log_8 2 = \frac{1}{3}$.

Mi a következő számok logaritmususa 5 alapra :

19. 1. 20. 25. 21. 125. 22. $\frac{1}{5}$. 23. $\sqrt[5]{5}$.

24. $\frac{1}{625}$. 25. 10. 26. $\frac{1}{10}$?

Logarithmáljuk a következő egyenlőségeket :

27. $x = 3ab$. 28. $x = \frac{5m}{n}$. 29. $x = a(p - q)$.

30. $x = \frac{pq}{mn}$. 31. $x = 625ab$. 32. $x = \frac{ab}{2c}$.

33. $x = \frac{a(x + y)}{b(x - y)}$. 34. $x = a^m \cdot b^n$. 35. $x = 562^e$.

36. $x = \frac{y^4 z^6}{n^2}$. 37. $x = (0.3a)^3$. 38. $x = \left(\frac{m}{n}\right)^p$.

39. $x = \sqrt[3]{a}$. 40. $x = \sqrt[5]{40b}$. 41. $x = \sqrt[m+n]{a^m b^n}$.

42. $x = 5a^2 \sqrt[6]{b}$. 43. $x = \frac{9a^2 \sqrt[2]{b^2}}{3 \sqrt[3]{b}}$.

44. $x = \frac{18a(z - y)}{27b(z + y)}$. 45. $x = \left(\frac{1}{yz}\right)^{1/2}$.

46. $x = \sqrt{a^3 \sqrt[2]{a^4 \sqrt[3]{a^3}}}$. 47. $a^{x+n} = b^{x-n}$.

48. $pq = \frac{m}{n}$. 49. $\sqrt[x]{a} = b^n$.

50. $x = \frac{m(a^2 + b^2)^3 (\sqrt[3]{a + b})^{-4}}{n(a - b)^2 (\sqrt[4]{a - b})^{-2}}$.

Mely egyenlőségek logaritmálásából keletkeztek ezek :

51. $\log a - \log b = \log m - \log n$.

52. $m \log x = n \log y$. 53. $5 \log x + 4 \log y = 3 \log z$.

54. $\log x = \frac{1}{3} \log(a + b) + \frac{4}{5} \log(a - b)$.

55. $\log y = \frac{a \log x}{b}$.

56. $\log x = \frac{4}{5} \log a + \frac{3}{4} \log b - \frac{5}{6} \log d$.

$$57. \log(x+y) + \log(x-y) - \frac{1}{2} \log(x^2 - y^2) = \log u.$$

$$58. \log x = \log m + \frac{\log m}{a} - \frac{\log m + \log n}{b}.$$

$$59. \log z = -\log x + \log \frac{1}{x+y}.$$

$$60. \log x = \frac{1}{2} \left(3 \log 3 + \frac{1}{2} \log 8 - \frac{1}{2} \log 36 \right).$$

Írjuk fel a következő számok *Briggs*-féle logaritmusait:

$$61. 10, 100, 1000, 10000; 1, 0.1, 0.01, 0.001, 0.0001.$$

$$62. \sqrt{10}, \sqrt[3]{10}, \sqrt[4]{10}, \sqrt[5]{10}; \sqrt[3]{100}, \sqrt[4]{100000}, \sqrt{0.01}, \sqrt[3]{0.001}.$$

$$63. a = 10^{2.71829}; b = 10^{1.32456} \cdot 10^{2.13594}; c = 10^5 : 10^{2.31527}.$$

$$64. x = (10^{0.18279})^4; y = \sqrt[6]{10^{2.71836}}; z = \sqrt[3]{10^{1.827} \cdot 10^{0.321}}.$$

$$65. 43, 378, 6257. \quad 66. 57816, 0.369, 0.7326.$$

$$67. 32.8678, 0.00365. \quad 68. 0.0006789, 118.17.$$

$$69. \frac{3}{8}, \frac{15}{22}, \frac{22}{7}. \quad 70. \frac{2125}{8967}, 0.2042$$

$$71. 1.873, 29872. \quad 72. 100.75, 18.567.$$

$$73. 10001, 8.0808. \quad 74. 0.050505, 5.0008.$$

$$75. 9899.1, 0.7689. \quad 76. 56565, 5.6565.$$

Keresendő:

numerus log.	numerus log.	numerus log.
77. 2.85038 1.31725	78. 0.91211 1.05354	79. 2.38714 4.68506
80. 0.87701 0.00512—1	81. 3.63299 0.95435 - 3	82. 0.58592 0.48900—2
83. 0.78341—1 5.08038	84. 0.11654—1 2.00689	85. 0.72839—2 4.32145
86. 2.81756 0.81756—1	87. 1.81756 0.81756—2	88. 0.81756 0.81756—3
89. —2.98600 —1.88000	90. —1.04101 —2.64711	91. —0.12789 —3.02156

Logarithmálással kiszámítandók:

$$92. a = 872.56 \times 79.856. \quad 93. b = 56821 \times 87932$$

$$94. c = 0.8796 \times 3.14159.$$

95. $d = 19.871 \times 27.37 \times 10.56.$
 96. $e = 67.99 \times 287.6 \times 0.0579.$
 97. $f = \frac{86.77 \times 18.26}{738.5}.$ 98. $g = \frac{728 \times 5.975}{374 \times 8.27}.$
 99. $h = (5698.5 : 875.2) : 3.716.$
 100. $g = \frac{31.756 \times 5.8703 \times 0.3756}{0.037 \times 0.3615 \times 0.0029}.$
 101. $\frac{412 \times 828 \times 3249}{1083 \times 103 \times 92}.$
 102. $\frac{31\,071 \times 21.372 \times 7.259}{0.515 \times 0.719 \times 0.021}.$ 103. $5.817^2.$
 104. $1.786^5.$ 105. $2.716^9.$ 106. $0.8976^5.$
 107. $56.85^{2.1}.$ 108. $2.884^{1.72}.$ 109. $5.072^{-3}.$
 110. $0.8956^{2/3}.$ 111. $100^{1.57943}.$ 112. $\left(\frac{1}{3.567}\right)^4.$
 113. $\left(\frac{36.85}{7.15}\right)^4.$ 114. $\left(\frac{8.7826}{0.5792}\right)^3.$
 115. $(4.738 \times 0.2475)^{14}.$ 116. $\sqrt[4]{\frac{128}{9657}}.$
 117. $\sqrt{48.9656}.$ 118. $\sqrt[3]{633800}.$ 119. $\frac{\sqrt{654.045}}{0.0052^2}.$
 120. $\sqrt[10]{6984000000}.$ 121. $5.072 \sqrt[4]{85.49}.$
 122. $\sqrt[3]{\frac{23}{75.586}}.$ 123. $\sqrt[3]{0.09} \sqrt[3]{\frac{29}{71}}.$
 124. $(0.7385 \sqrt[7]{215.8})^5.$ 125. $\frac{1}{0.3925} + \sqrt[4]{\frac{786.5}{819.75}}.$
 126. $\frac{4 \sqrt[3]{573.892} - 3 \sqrt[3]{678.92}}{45 \sqrt{63.454} - 5 \sqrt[3]{6.789}}.$ 127. $(\sqrt{5} + \sqrt[3]{9})^{1/4}.$
 128. $\sqrt[4]{\sqrt{3} + \sqrt{2} + 15}.$ 129. $\sqrt[7]{5.398} - \frac{1.953}{0.01563}.$
 130. $5.073 \sqrt[8]{\frac{1}{0.02751}} + \sqrt[3]{72355}.$

131. Adva van 2 és 3 log. — a. A tábla használata nélkül állapítsuk meg, mennyi log 8; log 12; log 150?

Ha a háromszög oldalai a, b és c és $a + b + c = 2s$, akkor annak területe: $t = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$.

Mennyi a háromszög területe, ha:

132. $a = 3.726, b = 5.375, c = 7.9305?$
 133. $a = 18.3052, b = 23.1018, c = 28.9057?$

134. Mennyi x , ha $\left(1\frac{2}{3}\right)^x = 10?$

135. Mennyi $\log^2 a$ és $\log \log a$, ha $a = 89.75?$

Megoldandó egyenletek:

136. $\log_{x-1} x - \log_{x-1} 6 = 2.$
 137. $\log \sqrt{4 + 3x + 4x^2} - \log \sqrt{1 - x + 3x^2} = \frac{1}{2}.$
 138. $\sqrt[3]{\log x} = 1.49.$ 139. $\log(7x-9)^2 + \log(3x-4)^2 = 2.$
 140. $\log x + \log y = 2; x - y = 15.$
 141. $\log \sqrt{x} - \log \sqrt{y} = 0.12494;$
 $3 \log x - 2 \log y = 1.70387.$
 142. $\log x + \log y = 2; x^2 + y^2 = 641.$
 143. $\log \sqrt{7x+5} + \log \sqrt{2x+3} = 1 + \log 4.5.$
 144. $\sqrt[3]{\log x + \sqrt{\log^2 x + 802.56}} = 2.$
 145. $x + y = 94; \log x + \log y = 2.64836.$
 146. $21^x = 9261.$ 147. $\frac{2^{3x-10} \cdot 3^{x+2}}{8^{x-4} \cdot 6^{7-x}} = \frac{1}{3} \cdot 9^{x-2}.$
 148. $x+2 \sqrt{7776} = \frac{2^x \cdot 3^{x-2}}{4}.$ 149. $5^x \cdot 3^{2x} = \sqrt{x} \sqrt{91125}.$
 150. $\left(\frac{123}{134}\right)^{x+2} = \frac{345}{456}.$ 151. $3^{x^2+3} = 81^{2x-3}.$
 152. $3^{2x} + 4 \cdot 3^{2x-2} - 4 \cdot 3^{2x-1} = 27.$
 153. $5^{2x+1} - 7^{x+1} = 5^{2x} + 7^x.$
 154. $3^x + 4^y = 73; 3^x \cdot 4^y = 576.$

155. $7x^{\log x} = 90 \cdot 808.$ 156. $3^x - 5 \cdot 3^{x-2} = 4.$

157. $52^x = 390625.$ 158. $5^{x^2-5x+10} = 625.$

159. $x^{5-\log x} = 1000000.$ 160. $10^{x^2-3x+4} = 100.$

161. $2^{x+y} = 128; xy = 12.$

162. $\log(3x^2 - 17x + 2) - \log(x^2 - 6x - 1) = \log 2$

163. $\log x - \log y = 3; 3x - 2y = 609.$

164. $x^{-1}\sqrt{a^{x^2}} = \sqrt{a^{x^2+2x-2}}.$

165. $5^{\log x} = \frac{10^{4-\log x}}{4}.$ 166. $4^{\sqrt{x+1}} = 64 \cdot 2^{\sqrt{x+1}}.$

167. $10^{1+\log x} = 8 \cdot 5^{2\log x-1}.$

168. $\log(x^2 - 1) - \log(x^2 - 7x + 12) = \log 4.$

169. $\sqrt{3^x + 7} + \sqrt{4 \cdot 3^{x+1} + 13} = 15.$

170. $\left(\frac{x}{10}\right)^{1+\log x} = 10000.$

16. §. A számtani haladvány.

Mennyi u és s , ha:

1. $a = 3, d = 2, n = 7.$ 2. $a = 5, d = 1.5, n = 8.$

3. $a = 25, d = -7, n = 10.$

4. $a = 7\frac{5}{6}, d = 2\frac{1}{3}, n = 18.$

5. $a = \frac{5}{6}, d = -1, n = 8.$

6. $a = -38, d = 13, n = 12.$

Mennyi \bar{a} és d , ha:

7. $u = 20, s = 75, n = 6$ 8. $u = 20, s = 77, n = 7.$

9. $u = -12, s = 0, n = 7.$ 10. $u = 3, s = 18.75, n = 10.$

11. $u = -8, s = -4, n = 8.$

12. $u = -\frac{1}{2}, s = 0, n = 5.$

Mennyi a és s , ha:

13. $u = 26, n = 9, d = 3.$ 14. $u = 0, n = 8, d = -5.$

15. $u = -1, n = 6, d = -\frac{1}{2}.$

$$16. u=3, n=9, d=\frac{1}{3}. \quad 17. u=36, n=14, d=4.$$

$$18. u=5, n=9, d=-2\frac{1}{2}.$$

Mennyi s és n , ha:

$$19. a=4, d=5, u=49. \quad 20. a=63, d=-7, u=6.$$

$$21. a=\frac{1}{4}, d=\frac{1}{4}, u=3. \quad 22. a=5, d=-\frac{1}{2}, u=0.$$

$$23. a=12\frac{1}{4}, d=-\frac{1}{4}, u=6.$$

$$24. a=242, d=-11, u=0.$$

Mennyi a és d , ha:

$$25. a_3 + a_7 = -2; a_2 + a_4 = 6.$$

$$26. a_3 + a_6 = -5; a_2 - a_{10} = 40.$$

$$27. a_7 - 2a_2 = 3; 2a_5 - a_{10} = 6.$$

$$28. a_1 + a_3 + a_5 = 45; a_7 + a_{12} = 69.$$

$$29. a_6 = 10; \sqrt{a_1} - a_4 + 11 = 0.$$

$$30. a_3 \cdot a_6 = 55; a_8 = 15.$$

31. 1 és 207 közt mennyi az 5-tel osztható számok összege?

32. Mennyi az összes 8-csal osztható 3-jegyű számok összege?

33. Hány 5-jegyű szám osztható 11-gyel?

34. A szabadon eső test az első mp.-ben 4.9 m., minden következőben 9.8 m.-rel több utat ír le, mint a megelőzőben. Mily mélyre esik az ily test 8 mp. alatt? Mily magasról jut a földre 11 mp. alatt?

35. Hány ütést tesz az óra egy nap alatt, ha csak az órákat üti?

36. Egy szolga kezdő-fizetése 400 K, amely évenként 40 K-val emelkedik. Hány évig szolgált, ha összesen 13320 K-t kapott?

37. Mennyi a haladvány tagjainak száma és utolsó tagja, ha első tagja 17, különbsége 8, a tagok összege 4785?

38. Elosztandó 1000 K 16 egyén között, úgy, hogy minden következő 5 K-val többet kapjon. Mennyit kap egy-egy?

39. $u=97, d=3, s=1612$; mennyi a és n ?

40. Mennyire jutott az utas 5 óra 51 percz alatt, ha az első Km-t 11 percz alatt, minden következőt $\frac{1}{5}$ perczcel több idő alatt tette meg, mint a megelőzőt?
41. Igtassunk 5 és 9 közé 9 új tagot.
42. Igtassunk 15 és 249 közé 12 új tagot.
43. Igtassunk 24 és 156 közé 40 új tagot.
44. A 2, 14, 26 haladvány 2-2 tagja közé 7-7 új tag igtatandó.
45. Egy számtani haladvány 3. és 5. tagjának összege 32, a 4. és 10. tagé 50. Mennyi a 25. tag és a 25 első tag összege?
46. Három szám ($a - d$, a , $a + d$) számtani haladványt képez. Összegük 33, szorzatuk 1287. Melyek e számok?
47. A haladvány 3. és 7. tagjának összege 46; a 2. és 6. tag aránya 2:7. E sor hány tagjának összege 1575?
48. Meghatározandó a 4 számból álló haladvány, ha a 4 szám összege 68, a számok négyzeteinek összege 1476.
49. A négy számból álló haladvány középső tagjainak szorzata 493, a két szélső tag szorzata 205. Melyik e haladvány?
50. 3 szám számtani haladványt alkot. Az 1. és 2. négyzetének összege 25, a 2. és 3. négyzetéé 41. Melyek e számok?

17. § A véges mértani haladvány.

Ha a geometriai haladványban:

1. $a = 5$, $q = 3$; mennyi a_7 és s_7 ?
2. $a = 3$, $q = \frac{1}{2}$; mennyi a_8 és s_8 ?
3. $a = 25$, $q = -5$; mennyi a_{10} és s_{10} ?
4. $a_3 = 4$, $a_4 = 2$; mennyi a_{12} és s_{12} ?
5. $a_6 = 24$, $a_8 = 12$; mennyi a_{12} és s_{12} ?
6. $a = 3$, $q = \frac{2}{3}$; mennyi a_8 és s_8 ?
7. $a = \frac{1}{4}$, $q = -2$; mennyi a_{15} és s_{15} ?
8. $a = 390625$, $q = \frac{3}{5}$; mennyi a_8 és s_8 ?

9. Mennyi a 12, 36 stb. haladvány 5. tagja és 5 első tagjának összege?
10. $a = 0.008$, $a_8 = 625$; mennyi q és s_8 ?
11. $a = 500$, $q = \frac{3}{5}$, $n = 17$; mennyi u és s ?
12. $a = 7$, $q = 5$, $u = 4375$: mennyi s és n ?
13. Mennyi 9 tag összege az $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ stb. haladványban?
14. 11000 K . négy oly részletben törlesztendő, hogy minden részlet 3-szorosa legyen a megelőzőnek. Mekkora a részletek?
15. 775 oly 3 részre osztandó, hogy mindegyik 5-szöröse legyen az előzőnek.
16. Mennyi q és n , ha $a = 13$, $u = 8125$, $s = 10153$?
17. Mennyi q és a_5 , ha $s_3 = 8295$, $a = 15$?
18. Három szám, melyek elseje 7, összege 511, mért. haladványt alkot. Melyek e számok?
19. Mennyi n és u , ha $a = 5$, $q = 2$, $s = 2555$?
20. Mennyi q és a , ha $n = 6$, $s = 2912$, $u = 1944$?
21. Három szám közül az utolsó 8256, a 3 szám összege 10836. Melyek ezek?
22. Melyik az a haladvány, melynek első tagja 10935, utolsó tagja 5, összege 16400?
23. Mennyi a és u , ha: $n = 10$, $s = -2046$, $q = -2$?
24. A haladvány kezdő tagjai 9, 3; összege $13\frac{13}{27}$. Mennyi n és u ?
25. A 6 tagú haladvány első tagja 1875, összege 2656. Mennyi u és q ?
26. 7 és 9 közé 9 számot igtassunk úgy, hogy 11 tagú mértani haladványt nyerjünk.
27. Igtassunk 2 és 10 közé 3 új tagot.
28. Igtassunk 3 és 80 közé 5 új tagot.
29. Melyik az a mért. haladvány, melyben $a + a_3 = 5$; $a_3 + a_4 = 10$?
30. Melyik az a haladvány, melyben a 3 tag összege 26, szorzata 216.
31. A 2, 4, 8 haladvány tagjai közé 1—1 tag igtandó úgy, hogy ismét mért. haladványt nyerjünk.
32. Igtassunk 1 és 4 közé ezekkel mértani sort alkotó 10 tagot.
33. Három mértani sort alkotó szám összege 26. A középső számhoz 4-et adva, számtani sort nyerünk. Melyek e számok?

34. A mértani haladvány 3. és 4. tagjának összege 180, a 8. és 9. tagoké 43740. Melyik haladvány ez?
35. Az 5 tagú mértani haladvány páratlan tagjainak összege 63, a párosoké 30. Melyik e haladvány?
36. Mi a quotiense a 4-gyel kezdődő mértani haladványnak, ha hetedik tagja 2916?
37. Melyik az a mértani haladvány, melynek 3. tagja 225, 6. tagja 28125?
38. Mennyi ama sor 10 első tagjának összege, melyben $a_6 = 9$, $a_2 + a_3 = \frac{10}{9}$?
39. A haladvány 4 tagjából alkotott négyzetek összege 21.25. Az 1. tag $\frac{1}{2}$ -del kisebb, mint a 2-ik; a 3-ik 2-vel, mint a 4-ik. Melyik e haladvány?
40. Egy aránylat 4 tagja mértani haladványt alkot. A külső tagok összege 140, a belsőké 60. Melyik ez aránylat?

NEGYEDIK RÉSZ.

18. §. A kamatoskamatszámítás.

Mennyire nő egész évi kamatosítás mellett kamatoskamatokkal:

1. 5125 *K* 5^o/₁₀₀ mellett 10 év alatt;
2. 6000 *K* 4^o/₁₀₀ mellett 25 év alatt;
3. 2580 *K* 4¹/₄^o/₁₀₀ mellett 15 év alatt;
4. 800 *K* 3¹/₃^o/₁₀₀ mellett 18 év alatt.
5. Végezzük el az 1.—4. példában adott feladatokat arra az esetre, ha félévi (harmadévi, negyedévi) a kamatosítás.

Mily nagy tőke nő fel egész (fél) évi kamatosítással:

6. 15 év alatt 4¹/₂^o/₁₀₀ mellett 22820 *K*-ra.
7. 20 év alatt 4^o/₁₀₀ mellett 10000 *K*-ra.
8. 22 év alatt 4^o/₁₀₀ mellett 17000 *K*-ra.
9. 30 év alatt 4¹/₂^o/₁₀₀ mellett 30000 *K*-ra.
10. 12 év alatt 6¹/₄^o/₁₀₀ mellett 50000 *K*-ra?
11. Hány év alatt lesz 3-szorossá a tőke 5^o/₁₀₀, 4^o/₁₀₀ mellett?

12. Hány év alatt nő 7000 K 9580 K -ra 4% mellett?
13. Hány év alatt nő 20000 K 37038·9 K -ra? ($4\frac{1}{2}\%$, $\frac{1}{4}$ évi kamat.)
14. Mennyi a 12 év múlva esedékes 10000 K mai értéke (4%, félévi kamat)?
15. 4825 K 8 év alatt hány % mellett nő 10000 K -ra?
16. Mely tőke nő $4\frac{1}{2}\%$ mellett 10 év alatt annyira, amennyire 8549 K 5% mellett, 7 év alatt?
17. Hány % mellett nő 4800 K 19 év alatt 9228 K -ra?
18. Egy erdő faállománya 1902-ben 149550 m^3 -re becsültetett, a növekedés tapasztalat szerint $2\frac{3}{8}\%$. Mikor lesz a faállomány 200000 m^3 ?
19. Mennyi idő alatt nő félévi kamatosítással 5200 K , 4% mellett, 7427 K -ra?
20. Hány % mellett nő 100 K 15 év alatt 200 K -ra, ha félévi a kamatosítás?
21. Mennyi pénze lesz a 20-ik év végén annak, ki minden év elején 300 K -t helyez el félévi kamatosítás mellett 4%-ra?
22. Valaki 1875-től kezdve minden január elsején 500 K -t helyezett el 3·5%-os félévi kamatosítás mellett. 1902. január 5.-én meghalt. Mennyi pénzt kaptak az örökösök?
23. Mennyit kellett 12 évig minden év elején 4%-ra elhelyeznünk, (félévi kamat) hogy ma 15000 K -t kaphassunk?
24. Mily nagy összeg törleszhető 8 év alatt 5% mellett 12000 K -s évi részletekkel?
25. Év végén esedékes 4500 K -s részletekkel hány év alatt lehet 20302·75 K -t letörleszteni (5%)?
26. Bizonyos házra 25000 K -t vesznek fel 5%-ra. Milyen évi részletekkel törleszhető le a kölcsön 20 év alatt?
27. Hány év alatt nő 14000 K $4\frac{1}{2}\%$ mellett annyira, mint 18000 K 8 év alatt 4% mellett?
28. Mily 10 utólagos részletben lehet 18000 K -t törleszteni (5%)?
29. Valaki 14720 K -val tartozik. Minden év végén 2000 K -t fizet. Hány év alatt fizeti ki adósságát (6%)?
30. Hány év alatt lesz kétszeres azon ország lakossága, ahol az évi szaporodás a népesség 1:256 része?
31. Valamely város lakossága 10 év alatt 72000-ről 85200-ra szaporodott. Hány év múlva várható, hogy e városnak 100000 lakosa lesz?

32. Valaki 1915. január 1-én 12500 K -t akar kapni. Mennyit kell évente elhelyeznie 1902. január 1-étől ($3\frac{1}{2}\%$)?
33. Valamely házért 5000 K -t azonnal és 2500 K -t 25 évig, minden év végén kell fizetni. Mennyi volt a vételár (5%)?
34. Valaki elhelyez 50000 K -t 5% -ra. Mennyi pénze lesz a 13-ik év végén, ha minden év kezdetén kivesz 2000 K -t?
35. 9500 K -hoz minden év elején 450 K -t teszünk. Mennyi pénzünk lesz 15 év múlva (4%)?
36. Mennyit kell évenként 20 éven át megtakarítanunk, hogy $4\frac{1}{2}\%$ -os féleves kamatosítás esetén 15 évig 1500 K évjáradékhoz legyen jogunk?
37. Mennyit kap nagykorúságakor az a fiú, kinek 8 éves korában 15000 K -t helyeznek el (5%), ha évi tartásdíja 800 K ?
38. Mennyit ér a még 13 évig esedékes évi 400 K járadék (4%)?
39. Hány év alatt lesz valamely erdő kiirtva, ha a fakészlet 18000 öl, az évi fogyasztás 1250 öl s a szaporodás 1.75% ?
40. A fakészlet 118700 m^3 , a növekedés $2\frac{1}{2}\%$; mennyi lehet az évi fogyasztás, ha a fát 11 év alatt kiirtják?
41. A 12000 K -s ház vételára 15 év alatt féleves előleges részletekben törlesztendő. Mennyi egy-egy részlet ($5\frac{1}{2}\%$)?
42. Valaki 25 évig minden 5-ik évben 2400 K járadékot élvez; mennyi ennek végértéke (4%)?
43. Veszít-e a biztosító-társaság, ha valaki 25 éves korában 10000 K -ra biztosítja életét, évente 240 K -t fizet és 55 éves korában meghal?
44. Mennyi pénzünk lesz a 15. év végén, ha az első év elején 350 K -t, minden következő év elején 50 K -val többet fizettünk be (4%)?
45. Az 1300 K -s még 13 évig, év végén esedékes járadékot 10 évig az év elején esedékessé akarjuk átváltoztatni. Mennyi az új járadék ($5\frac{1}{4}\%$)?
46. Mennyit kell minden év elején kamatos-kamatra elhelyezni, hogy 18 év elteltével 4473 K -ra szaporodjék ($3\frac{1}{2}\%$, féleves kamat)?
47. Törlesztési-terv készítendő 35 évre 60000 K kölcsön 3% -os féleves visszafizetésére.
48. 35 év alatt (5%) mily nagy kölcsönt törleszt-hetünk évi 375 K -s részletekkel?

49. Egy részvény-társaság 5 millió koronát 24 év alatt kíván törleszteni (4%), mennyi az évi részlet?
50. 350000 K 30 év alatt törlesztendő (4%). Mennyi az évi részlet? Mennyi a 10-ik év végén a törlesztésre szánt összeg?
51. Hogy alakul az előbbi feladat megoldása, ha az annuitás félévi?
52. Mekkora kölcsön törleszthető 5% mellett 35 év alatt évi 600 K-val?
53. Mennyire nő 5400 K 12 év alatt (félévi kamatosítás és 3.5% mellett), ha a kamatokon kívül évenként még 200 K-val szaporítják a tőkét?
54. Valaki 25 év alatt 40000 K-t akar gyűjteni oly módon, hogy bizonyos tőkét elhelyez s még azt évenként 300 K-val szaporítja. Mennyi az előre elhelyezett tőke (4.5%)?
55. Mennyi az 1910. január 1-étől 20 éven át előre esedékes 800 K-s járadék értéke 1903. január 1-én (3.5%)?
56. Mennyire nő 3740 K 4% mellett 8 év alatt, ha még 450 K-val szaporítjuk évenként a tőkét?
57. Vesztett-e az a társulat, mely a 34 éves férfiút 30000 K-ra biztosítván, 800 K évidíjat szed, ha az illető 54 éves korában meghal (4%)?
58. Valaki 20 éven át évenként 3600 K-t tőkésít (3.5%). A 20-ik év után megszünteti a befizetést s minden évben 8 éven át 2000 K-t kivesz pénzből. Mennyi pénze maradt még akkor?
59. Mennyit kell 35 évre ($4\frac{1}{4}\%$) egyszerre elhelyezni, hogy azután 15 évi 750 K-s előleges évjáradékhoz legyen jogunk?
60. A 20 évig esedékes 2400 K-s évjáradék hány évi 2000 K-s járadékra változtatható át (4%)?

19. §. A végtelen mértani haladvány.

Képezzük a következő végtelen geometriai haladványok összegét:

1. $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$ 2. $5 + \frac{16}{4} + \frac{48}{16} + \dots$
3. $\frac{8}{3} + \frac{4}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$. 4. $3 - 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \dots$
5. $1 + 0.1 + 0.01 + \dots$ 6. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$
7. $1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \dots$ 8. $49 + 7 + 1 + \frac{1}{7} + \dots$
9. $1 + \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha + \dots$ ha $\alpha = 30^\circ$.

$$10. 6 - 1 + \frac{1}{6} - \frac{1}{36} + \dots \quad 11. 5 + \frac{5}{3} + \frac{5}{9} + \dots$$

$$12. x = \frac{x}{7} + \frac{x}{49} + \dots$$

Változtassuk közönséges törtekké a következő tiszta és vegyes szakaszos tizedes törteket:

$$13. 0.\dot{3}; \quad 14. 0.\dot{5}\dot{7}; \quad 15. 0.\dot{2}12\dot{8}; \quad 16. 0.\dot{3}4\dot{8} \quad 17. 0.\dot{3}4\dot{5};$$

$$18. 0.27\dot{3}7\dot{1}; \quad 19. 2.\dot{6}\dot{3}; \quad 20. 1.\dot{5}\dot{8}\dot{1}.$$

21. Mennyi a quotiense annak a végtelen geometriai haladványnak, melynek első tagja 3 összege 7?

22. Mennyi akkor, ha az első tag 6, az összeg 9?

23. Mennyi az első tagja annak a végtelen geometriai haladványnak, melynek quotiense 0.3 összege 30?

24. Mennyi akkor, ha a quotiens $\frac{1}{6}$, az összeg 9?

20. §. Másod- és felsőbbfokú egyenletek.

a) A gyökök és a coefficiensok összefüggése.

A discrimináns segítségével állapítsuk meg valóságos-e, vagy képzetesek a következő egyenletek gyökei:

$$1. x^2 - 2x - 3 = 0. \quad 2. x^2 - 8x + 16 = 0.$$

$$3. 3x^2 - 8x + 4 = 0. \quad 4. 2x^2 - 5x + 7 = 0.$$

$$5. x^2 - 12x + 20 = 0. \quad 6. x^2 + 9x + 15 = 0.$$

$$7. 6x^2 - 8x + 3 = 0. \quad 8. 2x^2 - 5x + 7 = 0.$$

$$9. 9x^2 - 30x + 29 = 0. \quad 10. x^2 - 8x + 15 = 0.$$

$$11. x^2 - 11x + 10 = 0. \quad 12. x^2 - 6x + 9 = 0.$$

Bontsuk elsőfokú tényezőkre a következő másodfokú függvényeket:

$$13. x^2 - 6x + 216. \quad 14. x^2 + 2x - 35.$$

$$15. x^2 - 15x + 54. \quad 16. 2x^2 - 3x - 5.$$

$$17. x^2 - 4x - 45. \quad 18. 4x^2 - 4ax + (a^2 - b^2).$$

$$19. x^2 - 7ax + 6a^2. \quad 20. x^2 - 2(a-1)x + (a^2 - 2a - 3).$$

Melyik azon másodfokú egyenlet, melynek gyökei:

$$21. 3 \text{ és } -2. \quad 22. 1 \text{ és } -3. \quad 23. 0.5 \text{ és } -3.$$

$$24. -3 \text{ és } -7. \quad 25. m + n \text{ és } m - n.$$

26. $1 + \sqrt{6}$ és $1 - \sqrt{6}$. 27. $3 + 4i$ és $3 - 4i$.
 28. $2\sqrt{3}$ és $-2\sqrt{3}$. 29. $2 + 5\sqrt{-1}$ és $2 - 5\sqrt{-1}$.
 30. $2 + \sqrt{-1}$ és $2 - \sqrt{-1}$?

Az egyenletek megoldása nélkül határozzuk meg a gyökök előjelét a következőkben:

31. $x^2 - 6x + 5 = 0$. 32. $x^2 + 3x - 10 = 0$.
 33. $2x^2 - 5x + 7 = 0$. 34. $3x^2 - 17x + 10 = 0$
 35. $9x^2 - 12x + 4 = 0$. 36. $3x^2 - 4x - 4 = 0$.
 37. $x^2 + 12x + 27 = 0$. 38. $6x^2 - 13x + 6 = 0$.
 39. Melyik azon másodfokú egyenlet, melyben a gyökök összege 19, szorzata 70?
 40. Melyik, a melyben a gyökök összege 3, szorzata -84 ?

Mily értékű az $x^2 + px + q = 0$ egyenletre nézve:

41. $x_1 - x_2$. 42. $x_1^2 - x_2^2$. 43. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.
 44. $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$. 45. $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3}$.
 46. Kifejtendők a 41.—45. példában felírt alakok $p = 2$, $q = -15$ esetére.
 47. Milyen az összefüggés p és q között, ha $x_1 = 3x_2$. Alkalmazzuk ezt $q = 5$ esetre.
 48. Mivel egyenlő q az $x^2 - 4x + q = 0$ egyenletben, ha $x_1 = 3x_2$?
 49. Mivel egyenlő p az $x^2 + px + 10 = 0$ egyenletben, ha $x_1^2 + x_2^2 = 29$?
 50. Mivel egyenlő p az $4x^2 - 5px + p^2 = 0$ egyenletben, ha $x_1 - x_2 = \frac{3}{8}$?

b) Két egyenlet közös gyöke.

Van-e és ha igen, melyik a közös gyöke a következő egyenleteknek:

51. $2x^2 - 3x - 14 = 0$ és $5x + 12 = 2$.
 52. $3x^2 - 15x + 18 = 0$ és $x^2 - 7x + 10 = 0$.
 53. $3x^2 - 5x - 8 = 0$ és $x^2 + 5x + 4 = 0$.
 54. $2x^2 - 10x + 8 = 0$ és $x^2 - 7x + 6 = 0$.
 55. $x^2 - (a + 3)x + 3a = 0$ és $x^2 - (a + 1)x + a = 0$.

Határozzuk meg m értékét úgy, hogy a két egyenletnek közös gyöke legyen:

56. $9x^2 - 15x + m = 0$ és $5x - 10 = 0$.

57. $2x^2 - 4x - 6 = 0$ és $2x + m = 0$.

58. $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$ és $2x^2 - mx + 4 = 0$.

59. $x^2 + mx - 1 = 0$ és $x^2 + x + m = 0$.

60. $mx^2 - 5x - 21 = 0$ és $x^2 - x + m = 0$.

c) Másodfokúra redukálható felsőbbfokú egyenletek.

61. $x^4 - 8x^2 + 16 = 0$. 62. $x^4 - 2x^2 - 63 = 0$.

63. $4x^4 - 7x^2 - 261 = 0$. 64. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$.

65. $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$. 66. $x^6 - 35x^3 + 216 = 0$.

67. $x + 3\sqrt{x} = 18$. 68. $4\sqrt[3]{x} + \sqrt[6]{x} = 39$.

69. $\sqrt[3]{1+x} + 3\sqrt[6]{1+x} = 10$.

70. $x^6 - 17x^3 = 270$. 71. $3^{2x} - 9 \cdot 3^x = 486$.

72. $3\sqrt[3]{64} - 7\sqrt[2x]{64} + 2 = 0$.

73. $\sqrt[3]{x+12} + 3\sqrt[6]{x+12} - 10 = 0$.

74. $3x^2 - x + \sqrt{3x^2 - x + 2} = 0$.

75. $\sqrt{x^2+17} - \sqrt[3]{x^2+17} = 6$.

76. $x^4 - 61x^2 + 900 = 0$.

77. $\sqrt[3]{8x^2+30x+379} + 2\sqrt[6]{8x^2+30x+379} = 75$.

78. $x^8 - 97x^4 + 1296 = 0$.

79. $x - 9\sqrt{x} + 14 = 0$. 80. $\sqrt[3]{x} - 2\sqrt[6]{x} = 3$.

81. $2^{2x} - 25 \cdot 2^x + 144 = 0$.

82. $x^2 + \sqrt{\frac{9}{4}x + x^2} = 30 - \frac{9}{4}x$.

83. $8x^{-6} + 999x^{-3} = 125$.

84. $3\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 40$.

85. $x^2 - 6x + \sqrt{x^2 - 6x} = 12$.

d) Másodfokú egyenletrendszerek.

86. $x + y = 7.5$; $xy = 14$. 87. $x - y = 2$; $xy = 63$.
 88. $x + y = 8$; $x^2 + y^2 = 34$.
 89. $x - y = 3$; $x^2 - 2y^2 = 17$.
 90. $xy = 45$; $\frac{x}{y} = 5$. 91. $2x + 3y = 22$; $xy = 20$.
 92. $\frac{4}{x} + \frac{5}{y} = 2$; $\frac{6}{xy} = \frac{1}{4}$.
 93. $x - y = \frac{5}{6}$; $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{13}{6}$.
 94. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 5$; $xy = 36$.
 95. $5x^2 + y = 3xy$; $2x - y = 0$.
 96. $x^2 - y^2 = 2a + 3$; $x^2 - xy = a + 2$.
 97. $x^2 - y\sqrt{xy} = 14$; $y^2 - x\sqrt{xy} = -7$.
 98. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$; $x^2 + y^2 = 160$.
 99. $x - y = 3$; $x^3 - y^3 = 9(x^2 + y^2) - 16$.
 100. $\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y} = 13$; $x + y = 289841$.
 101. Két szám összege 17, szorzatuk 72, melyik e két szám?
 102. Két szám négyzetének összege 85, a két szám szorzata 18. Melyek e számok?
 103. Két szám négyzetének összegéhez az első számot adva 276, a másodikat adva 277 jön ki. Melyik e két szám?
 104. A derékszögű négyszög területe 15 m^2 , kerülete 16 m. Hány m egy-egy oldal?
 105. Két szám négyzetének összege 289; ha az első egygyel, a másodikat 3-mal növeljük, a négyzetek összege 377 lesz. Melyek e számok?
 106. Négy szám számtani haladványt alkot, a 2 szélső tag szorzata 55, a 2 középsőé 63. Melyek e számok?
 107. A számtani haladvány 1. és 3. tagjának négyzete 20, a 2. és 4. tag négyzetének összege 34. Melyik e haladvány?
 108. A számtani haladványban az 1. és 2. tag négyzetének összege 100, a 2. és 3. tag négyzetének összege 164. Melyik e sor?

109. Egy kétjegyű szám háromszor akkora, mint jegyeinek szorzata és négyakkora, mint jegyeinek összege. Melyik e szám?
110. Két koczka oldalainak különbsége 5 m, térfogataik különbsége 7625 m³. Mekkora az éleik?

e) Binom egyenletek.

111. $x^2 - 1 = 0$. 112. $x^3 - 125 = 0$. 113. $x^4 - 1 = 0$.
 114. $x^6 - 1 = 0$. 115. $x^6 - 1 = 0$. 116. $x^3 + 8 = 0$.
 117. $x^3 = 343$. 118. $x^4 = 81$. 119. $0.15x^6 = 153.6$.
 120. $x^6 = \frac{4976}{2.55}$. 121. $x^6 + 64 = 0$.
 122. $x^7 = -10 + 21\sqrt{7}$. 123. $x^6 = -\frac{1}{2} - \frac{i}{2}\sqrt{3}$.
 124. $x^{10} = \sqrt{23 - 3i}$. 125. $x^4 - \frac{81}{256} = 0$.

f) Reciprok egyenletek.

126. $2x^3 + 7x^2 + 7x + 2 = 0$.
 127. $x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 3x + 1 = 0$.
 128. $90x^4 - 399x^3 + 622x^2 - 399x + 90 = 0$.
 129. $x^4 - 3x^3 + \frac{13}{4}x^2 - 3x + 1 = 0$.
 130. $3x^4 + 7x^3 - 30\frac{1}{4}x^2 + 7x + 3 = 0$.
 131. $6x^3 + 7x^2 - 7x - 6 = 0$
 132. $15x^6 - 49x^4 + 34x^3 + 34x^2 - 49x + 15 = 0$.
 133. $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$.
 134. $3ax^4 - (9a^2 + 1)x^3 + (9a^2 + 1)x - 3a = 0$.
 135. $\text{tg}^4x + \frac{5}{6}\text{tg}^3x - 2\text{tg}^2x + \frac{5}{6}\text{tg}x + 1 = 0$.
 136. $5x^2 + \frac{5}{x^2} - 16x - \frac{16}{x} = 42$.
 137. $3x^5 - 4x^4 + x^3 + x^2 - 4x + 3 = 0$.
 138. $8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 54\left(x + \frac{1}{x}\right) + 85 = 0$.
 139. $4x^4 + 3x^3 - 24.5x^2 + 3x + 4 = 0$.

140. $x^5 + x^4 + x^3 - x^2 - x - 1 = 0$.
 141. $30x^4 - 101x^3 + 138x^2 - 101x + 30 = 0$.
 142. $5x^4 - 12x^3 + 30x^2 - 12x + 5 = 0$.
 143. $12x^3 - 37x^2 + 37x - 12 = 0$
 144. $6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6 = 0$.
 145. $x^5 + 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1 = 0$.

21. §. A másodfokú függvény maximuma és minimuma.

Határozzuk meg a következő függvények maximum v. minimum értékét:

1. $-2x^2 + 5x - 2$. 2. $8 + 2x - x^2$.
 3. $2x + 3(4-x)^2$. 4. $x^2 + 13x - 5$. 5. $8 - 10x + x^2$.
 6. $\frac{3x}{x^2 + x + 1}$. 7. $\frac{x^2 - x - 4}{x - 1}$. 8. $\frac{x - 4}{x^2 - 3x - 3}$.
 9. $\frac{-x^2 + 2x - 3}{3x^2 - x + 2}$. 10. $7 - 11x - 3x^2$.
 11. $\frac{4}{x - 3} - \frac{16}{x - 7}$. 12. $3x + \sqrt{24x - 54 - x^2}$.
 13. $4x - x^2 - 7$. 14. $\frac{2x - 3 + \sqrt{13 - 4x}}{2}$.
 15. $\sqrt{3 - x} + \sqrt{5x - 4}$.
 16. 100 két összeadandóra bontandó: a) melyek szorzata maximum, b) melyek négyzeteinek összege minimum.
 17. 85 két részre bontandó, melyek négyzetgyökeinek összege maximum.
 18. Négyzetbe derékszögű négyszög irandó, melynek területe maximum.
 19. Melyik a körbe írható legnagyobb derékszögű négyszög?
 20. Melyik a körbe írható legnagyobb egyenlőszárú háromszög?
 21. Adott kerületű derékszögű négyszögek közül határozzuk meg előbb a legnagyobb területűt, majd a legrövidebb átlójút.
 22. Az egyenlő területű derékszögű négyszögek közül melyiknek minimum a kerülete?
 23. Az egyenlő térfogatú derékszögű paralelepipedonok közül melyiknek legkisebb a felülete?

24. Adott egyenes kúpba hengert írjunk, melynek oldalfelülete maximum.
25. Írjunk adott gömbbe egyenes kúpot, melynek térfogata maximum.
26. **AB** egyenes két részre bontandó úgy, hogy a részek fölé írt négyzetek területe maximum legyen.
27. Gömbbe egyenes hengert írjunk, melynek térfogata maximum.
28. Gömb köré írjunk egyenes kúpot, melynek felszíne maximum.
29. Adott felszín mellett melyik a legnagyobb térfogatú egyenes kúp?
30. Adott kör köré egyenlőszárú háromszög irandó, melynek kerülete minimum.

22. §. Elsőfokú határozatlan egyenletek.

Egész számokban megfejtendők:

1. $7x + 5y = 72$. 2. $2x + 3y = 17$.
3. $15x + 21y = 93$. 4. $8x + 3y = 53$. 5. $3x + y = 20$.
6. $7x + 2y = 71$. 7. $3x + 8y = 128$.
8. $2x + 17y = 70$. 9. $10x - 3y = 5$. 10. $5x - 4y = 2$.
11. $6x - 7y = 15$. 12. $17x - 12y = 25$.
13. $7x - 4y = 5$. 14. $9x - 5y = 16$. 15. $13x - y = 1$.

Pozitív egész számokban megfejtendők:

16. $5x + 7y = 170$. 17. $3x + 8y = 100$.
18. $11x + 2y = 84$. 19. $101x - 375y = 1053$.
20. $8x + 13y = 207$. 21. $5x + 7y = 170$.
22. $4x + 3y = 1920$. 23. $8x - 3y = 10$.
24. $3x + 6y = 33$. 25. $12x + 21y = 297$.
26. $5x - 3y = 1$. 27. $8x + 5y = 76$.
28. $x + y + z = 50$; $2x + 13y + 17z = 500$.
29. $x + y - z = 8$; $2x - y - 2z = 1$.
30. $x - y = 2$; $3y + 5z = 30$.
31. $12x - 16y + 11z = 57$; $3x + 17y - 10z = 23$.
32. $3x - 4y + 5z = 20$.
 $7x + 8y - 3z = 28$.
33. Bontsuk 27-tet 5-tel és 4-gyel osztható két részre.

34. Bizonyos gabona-kereskedő a búza q-ét 16, a rozsét 12 *K*-ért vette és 4468 *K*-t adott ki. Hány q búzát és hány q rozsot vett?
35. Ha valamely szám 18-szorosából egy másik 15-szörösét elveszem, még 7 megmarad. Melyik e két szám?
36. Bontsuk 100-at 7 és 9-czel osztható két részre.
37. Egy borkereskedőnek bizonyos fajta bora csak 147 l-es, egy másiknak ugyanolyan csak 35 l-es hordókban van. Hány hordót ad és hányat kap az első, hogy a másodikkal szemben fennálló 526 l. tartozását kiegyenlítse?
38. Két szám közül az elsőt 17-tel osztva 1-et, a másodikat 19-czel osztva 10-et nyerek maradékul, Melyek e számok?
39. Valaki 1 *K*-ért 10, 14 és 18 fill-es szivart akar venni. Hányféleképen teheti?
40. 229 *K*-ért 22 m. $5\frac{1}{2}$, 10 és 15 *K*-s posztót vettem, Hány m-t adtak mindenikből?
41. Bizonyos társaság 71 *K*-t költött, melyből egy férfinak 6, egy nőre 4 s egy gyermekre 1 *K* esett. Hány férfi, nő és gyermek volt a társaságban?
42. Valaki 1898-ban annyi idős, hogy éveinek száma születési éve számjegyeinek összegével egyenlő. Hány éves?
43. Egy méter 2 részre osztatott; az egyik cm-ekben kifejezve 3-mal osztható, a másik 12-vel osztva 7-et ad maradékul. Melyek e részek?
44. Az ebéd $38\frac{1}{4}$ *K*-ba került. A férfiak $1\frac{3}{4}$, a nők $1\frac{1}{5}$ *K*-t fizettek fejenként. Hány férfi és hány nő volt jelen?
45. A borkereskedőtől 39 *K* értékben bort rendeltünk. A fehér bor palaczkja $1\frac{1}{2}$ *K*, a vöröse $1\frac{4}{5}$ *K*. Hány palaczk volt mindegyikből?
46. A vadászaton 19 vadat ejtettek el, 200 *K* értékben. Hány szarvas (drbja 50 *K*), őz (à 24 *K*) és nyúl (à 2 *K*) esett el?
47. Két szám különbsége 11. A nagyobbik 13-mal, a kisebbik 3-mal osztható. Melyek e számok?
48. B-nek 704 drb. szarvasmarhája van, vagyis 19-szer annyi ökre és 23-szor annyi tehene, mint A-nak. Mennyi ökre és tehene van A-nak?
49. Egy műhelyben 30 munkás dolgozik 30, 24 és 14 *K* hetibér mellett. Hány van mindegyik csoportban, ha az összes hetibér 700 *K*?

50. A társaságban férfiak, nők és gyermekek vannak. Minden férfi 3, minden nő 2 és minden gyermek 0,5 K értéket fogyaszt. Hány férfi, nő és gyermek volt, ha összesen 20 K -t költöttek?

23. §. Moivre képlete.

Allítsuk elő a következő complex-számok normál-alakját:

1. $3 + 4i$ 2. $3 + 2i$. 3. $7 + 2\sqrt{-5}$. 4. $1 + i\sqrt{2}$.
5. $5 - 3i$.

Ha $M = \cos a + i \sin a$; $N = \cos b + i \sin b$;
 $P = \cos c - i \sin c$; $Q = \cos d - i \sin d$, alkossuk a következő szorzatokat:

6. MN, MP, PQ . 7. MNP, MNQ . 8. $MNPQ$.

Elvégzendő műveletek:

9. $3(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ) \cdot 5(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)$.
10. $5(\cos 72^\circ + i \sin 72^\circ) \cdot 8(\cos 18^\circ + i \sin 18^\circ)$.
11. $42(\cos 63^\circ + i \sin 63^\circ) : 6(\cos 33^\circ + i \sin 33^\circ)$.
12. $-16(\cos 80^\circ + i \sin 80^\circ) : -4(\cos 20^\circ + i \sin 20^\circ)$.
13. $[5(\cos 5^\circ + i \sin 5^\circ)]^6$. 14. $[4(\cos 12^\circ + i \sin 12^\circ)]^6$.
15. $\sqrt[5]{32(\cos 25^\circ + i \sin 25^\circ)}$.
16. $\sqrt[4]{81(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)}$.

Moivre-képletével kifejtendő:

17. $\cos 3x$. 18. $\sin 4x$. 19. $\operatorname{tg} 5x$. 20. $\operatorname{cotg} 6x$.

Fejtsük ki a következő gyökmennyiségek összes gyökeit:

21. $\sqrt[3]{1}$. 22. $\sqrt[5]{1}$. 23. $\sqrt[4]{28561}$. 24. $\sqrt[5]{-1}$. 25. $\sqrt[3]{-27}$.

Oldjuk meg a következő egyenleteket:

26. $3x^5 + 7 = 0$. 27. $\frac{16}{5x^4} = 5\frac{2}{5}$.
28. $5x^4 = 4x^4 + 625$. 29. $3x^3 - 42 = x^3 + 208$
30. $\frac{x^4 - 12}{3} = \frac{x^4 + 34}{5}$.

FÜGGELEK.

24. §. A kapcsolástan elemei.

1. Hány permutáció képezhető 5, 6, 8, 10, 12 elemből?
2. Hányféleképpen változtathatja a helyét egy asztal körül 7 (9) egyén?
3. Hány különböző 6-jegyű szám alkotható az 1, 2, 3, 4, 5, 6, számokból?
4. Melyik az $abcdef$ elemekből alkotható 517 permutáció?
5. Hányadik permutációja $abcdef$ -nek $ceafdb$?
6. Hányadik permutációja a *veréb* szónak a *véreb* szó?
7. 3 vörös és 7 különböző színű golyó hány egymástól eltérő sorrendben állítható egymás mellé?
8. Hány különböző 7-jegyű szám állítható elő az 6345321; 2322141 számokból?
9. Hány különböző színű golyó állítható 5040 különböző sorrendbe?
10. Hányadik permutációja *atlasz* az *asztal* szónak?
11. Hányadik permutációja *kereséd* az *érdekes* szónak?
12. Alkossuk meg a *Balaton* szó 2457-ik permutációját.
13. Képezzük az ismétlés nélküli kettős és hármas variációkat abc , $abcd$, $abcde$ elemekből.
14. Képezzük a jelzett variációkat ismétléssel.
15. Hány ismétlés nélkül való 4-es variáció képezhető 6 (8) elemből?
16. Ismétléssel hány variáció alkotható 5 elemből?
17. Hány 3 jegyű szám alkotható 1, 2, 3 . . . 9-ből?
18. 4 elemből hányadrendű ismétléssel való variációt alkothatunk 1024-et?
19. A 75 tagból álló testület 9 tagú különböző címmel bíró hivatalnoki kart választ; hányféleképpen írhatják meg a szavazólapokat?
20. Hány 5 jegyű szám alkotható a 2, 3, 5 számjegyekből?
21. Állítsuk elő a *munkás* szó 65. (87), (156) ismétlés nélkül való variációját.
22. Az *lagpké* betük hányadik ismétlés nélkül való 3 as variációi a: *gép*, *pék*, *kap*, *lép* szók?
23. Hány 3 jegyű szám alkotható összesen?
24. A 0 1 2 jegyekből hány ötjegyű szám alkotható?

25. Mennyi az összes lehetséges ambo, ternó, quaternó 8 (56) elemből?
26. Mennyi az *abcdef* elemekből? Mennyi 90 elemből?
27. Hányféleképpen lehet a 32 kártyát 4 játékosnak kiosztani?
28. Hány különböző vetést tehetünk 3 koczkával?
29. 10 szinből 2—2 keverésével hány színvegyülék állítható elő?
30. Hány elemből állítható elő 1365 quaternó?
31. Hány elemből alkotható 13-szor annyi quaternó, mint ambo?
32. Hány elemből alkotható 3024 ismétléssel való 4-ed osztályú combinatio?
33. Hány elemből nyerünk ismétlés nélkül annyi combinatiót, mint 12-ből ismétléssel?
34. Hány elemből nyerhető 35 harmadosztályú combinatio ismétléssel (a nélkül)?
35. Hányféleképpen vehet részt az 5 fiú és 8 leányból álló társaság oly játékban, melyben egyszerre 3 fiú és 5 leány foglalkozik?
36. Mennyi az elemek száma, ha azokból ismétléssel való hármas combinatiót 121-gyel többet alkotunk, mint ismétlés nélkül valót?

25. §. A kéttaguak szorzatai és hatványai.

Állítsuk elő a következő szorzatokat:

1. $(x + 3)(x + 5)(x + 7)(x + 9)$.
2. $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4)$.
3. $(x - 1)(x - 3)(x - 5)(x - 7)$.
4. $(x + 1)(x - 3)(x - 4)(x + 8)$.
5. $(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)(x - 6)$.
6. $(x - 1)(x + 2)(x + 3)(x - 4)$.

Kifejtendők:

7. $(a + x)^5$.
8. $(1 + x)^4$.
9. $(x - 1)^6$.
10. $(3x - 2)^5$.
11. $\left(1 - \frac{x}{2}\right)^6$.
12. $(x + iy)^8$.
13. $(x^{-2} - 2y)^5$.
14. $(1 + \sqrt{x})^6$.
15. $(x + 2)^5 + (x - 2)^5$.
16. $(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y})^5$.
17. $(x + 2)^4 - (x - 1)^4$.
18. $(x + 1)^8 + (x - 1)^8$.

19. $(1+x)^6 - (1-x)^6$. 20. $(1-i)^6$; $\left(x + \frac{1}{x}\right)^5$.

21. $(2+i\sqrt{5})^6 + (2-i\sqrt{5})^6$; $(2x+4y+1)^5$.

Kifejtendő 5 tizedesig:

22. $2\cdot 005^4$. 23. $1\cdot 012^6$. 24. $(0\cdot 572)^8$. 25. $1\cdot 017^5$.

Megállapítandó az:

26. $\left(\frac{x}{3} - \frac{1}{2}\right)^5$ hatvány 3. tagja.

27. $\left(\frac{x}{5} + 2\right)^7$ hatvány 6. tagja.

28. $\left(4 - \frac{x}{3}\right)^{18}$ hatvány 7. és 12. tagja.

29. $\left(\frac{3x^2}{4} + \frac{5}{6}\right)^{10}$ hatvány középső tagja.

30. $(a^2 - 5b^2)^{15}$ hatvány 8. tagja.

Sajtóhibák.

13. lap. 38. példa. Az osztó: $x^3 - 2x + 3$.

13. " 43. " ; 2. sor: $-4\cdot 2np^2$.

14. " 59. " ; 2. sor: $a^{m-2}x^3$.

14. " 61. " : $38x^5$.

18. " 16. " : $-\frac{2c}{b^{n-1}}$.

19. " 32. " : $\frac{5c}{8z}$.

25. " 43. " : $= 2\cdot 5$.

25. " 44. " : $3x^2$ helyett $5x^2$.

25. " 57. " : $+ b \cdot \frac{x-b}{a}$.

39. " 14. " végén: $-16\sqrt[3]{2}$.

41. " 60. " : $\sqrt{x} : \sqrt{\frac{x}{y}}$.

42. " 80. " : az osztóban $+$ jel irandó.

42. " 89. " : $(\sqrt[6]{a})^9$.

44. " 12. " : $8 + \sqrt{(x-10)(x-5)} = x$.

TARTALOM.

	Lap
Első rész.	
1. §. Bevezetés az algebraba. Az algebra jelei - -	3
2. §. Algebrai mennyiségek összeadása és kivonása - -	6
3. §. Algebrai mennyiségek szorzása - - -	9
4. §. Algebrai mennyiségek osztása - - -	12
5. §. Közös osztó és közös többszörös - - -	15
6. §. Műveletek algebrai törtekkel - - -	17
7. §. Négyzet és köb - - -	21
8. §. Elsőfokú egyenletek egy ismeretlennel - -	22
Második rész.	
9. §. Elsőfokú egyenletrendszerek - - -	29
10. §. Gyökvonás, irracionális, imaginárius és komplex-számok - - -	35
11. §. Számolás gyökmenntényiségekkel - - -	39
12. §. Irracionális egyenletek - - -	43
13. §. A másodfokú egyenlet - - -	44
Harmadik rész.	
14. §. Negatív és törtexponensek. Számrendszerek - -	50
15. §. A logaritmus és az exponentiális egyenlet - -	55
16. §. A számtani haladvány - - -	60
17. §. A véges mértani haladvány - - -	62
Negyedik rész.	
18. §. A kamatos-kamat számítás - - -	64
19. §. A végtelen mértani haladvány - - -	67
20. §. Másod- és felsőbbfokú egyenletek - - -	68
a) A gyökök és coefficiensek összefüggése - - -	68
b) Két egyenlet közös gyöke - - -	69
c) Másodfokúra redukálható felsőbbfokú egyenletek - - -	70
d) Binom egyenletek - - -	71
e) Reciprok egyenletek - - -	72
f) Másodfokú egyenletrendszerek - - -	72
21. §. A másodfokú függvény maximuma és minimuma -	73
22. §. Elsőfokú határozatlan egyenletek - - -	74
23. §. Moivre képlet - - -	76
Függelék.	
24. §. A kapcsolóstan elemei - - -	77
25. §. A kéttagúak szorzatai és hatványai - - -	78

