

Encycl. 0.

52.

63

STAMPFEL-FÉLE  
ÁNYOS ZSEB-KÖNYVTÁR.

78.

Dr. Lévy Ede

Physikai Repetitorium

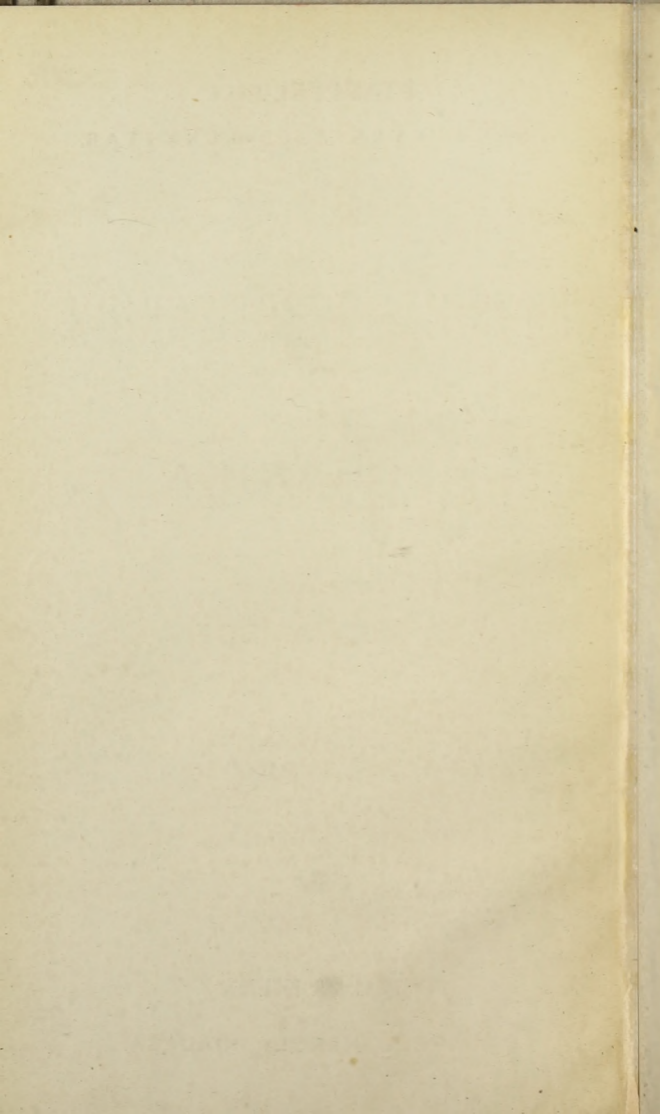
I.

MECHANIKA.



Ára 60 fill. • 30 kr.



POZSONY - BUDAPEST  
KIADJA  
STAMPFEL K.



**STAMPFEL-FÉLE**  
**TUDOMÁNYOS ZSEB-KÖNYVTÁR.**

—  78.  —

# PHYSIKAI REPETITORIUM.

I.

## **MECHANIKA.**

ÖSSZEÁLLITOTTA

**DR. LÉVAY EDE**

ÁLL. FÖGYMN. TANÁR.

45 ÁBRÁVAL.



POZSONY, 1901. BUDAPEST.

STAMPFEL KAROLY KIADÁSA.

A „TUDOMÁNYOS ZSEB-KÖNYVTÁR“-ban

ugyanazon szerzőtől megjelent:

- 2. sz. **Arithmetikai és algebrai példatár.**
- 14. „ **A sík trigonometriája.**
- 23. „ **Planimetria.**
- 35. „ **Számтан.**
- 44. „ **Algebra.**
- 50. „ **Stereometria és sphaerikus trigonometria.**
- 78. „ **Physikai repetitorium : I. Mechanika.**

Legközelebb pedig meg fognak jelenni:

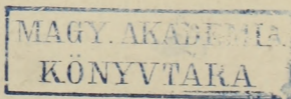
**Physikai repetitorium :**

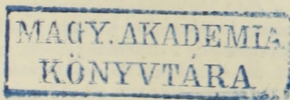
II. Akustika. Optika. Hőtan.

III. Elektromosság és mágnesség.

**Analytica geometria.**

*Egy füzet ára 30 kr. = 60 fillér.*





## Bevezetés.

### 1. §. A physika feladata és ismeretforrásai.

A bennünket környező testek *anyagból* állanak, e testek összeségét a rajtuk észre-  
vehető változásokkal együtt *természetnek* hívjuk. Az ember érzékei útján vesz tudomást a természetről s ezek segítségével figyeli meg a létezőkön végbemenő változásokat is. Ezek a változások a *tünemények*. Az ok, mely ugyanazt a tüneményt, ugyanazon körülmények közt mindenkor létrehozza: *az erő*.

Természet és  
természet-  
tudomány.

A természetet és tüneményeit a *természettudomány* ismerteti. Ez lehet *leíró*, ha megelégszik azzal, hogy a testeket tekintet nélkül keletkezésükre és fejlődésükre úgy mutatja be, amint azok a természetben előfordulnak; azokat csupán közös, vagy eltérő saját-ságaik alapján csoportosítja és ismerteti, ilyen a *természettudomány* *physikai* is, azaz olyan, mely a testeknek esetleges alakjuktól független, általános tulajdonságaikat kutatja, megismerteti a testeken végbemenő változásokat, megállapítja a feltételeket, melyek mellett valamely tüneménynek be kell következnie s egyszersmind a tünemények okainak kifürkészésére is törekszik; ilyenek: a szoros értelemben vett *physika* és a *chemia*; előbbi inkább a testek nagyobb csoportjaira (szilárd-, folyékony-, légneműtestek) vonatkozó ama tulajdonságokat és tüneményeket fejtegeti, melyek mellett a testek anyaga változatlan marad; utóbbi az egyes testek, pl. az egyes gázok saját-ságaival s azon tünemények tanulmányozásával foglalkozik, melyek mellett a test anyaga is megváltozik. Különben e két tudomány-ág között szigorú határt vonni lehetetlen. A physikai

természet-tudományokhoz tartozik még: a *physiologia*, ez a physika és chemia alkalmazása az élő lényekre; a *meteorologia* a föld légkörének physikája; a *geologia*, mely a földkéreg keletkezését kutatja; az *astronomia*, mely a csillagos ég tűneményeinek megfejtésén munkálkodik. Mi jelen alkalommal csakis az összes természettudományok alapját alkotó szigorúbb értelemben vett *physikával* fogunk foglalkozni.

A physika feladata és ismeretforrásai.

A physika feladata a szervesen testekre vonatkozó természeti tűnemények törvényeinek kutatása és megismerése. Ez a megismerés képesíti az embert arra, hogy bizonyos fenforgó körülmények figyelembe vételével a bekövetkezendő tűneményt előre tudhassa, vagy hogy valamely tűneményt a szükséges feltételek teljesítése útján előállhasson s így a természetten mintegy uralkodják.

A természet megismerésének *egyik* forrása a *tapasztalás*, még pedig vagy oly módon, hogy megfigyeljük a tűneményeket úgy, amint azok a természetben előfordulnak, vagy alkalmas eszközökkel magunk idézzük elő azokat. Az első eljárást *észlelésnek*, az utóbbit *kísérletezésnek* nevezzük. Mindkét eljárás közös célja, hogy megtudjuk különböztetni a tűneményeknél a lényegest a mellékestől, az állandót a változótól, hogy így megállapíthassuk a *törvényt*, melynek a tűnemények alá vannak rendelve. Ezt az eljárást, melylyel egyes esetekről az általánosra következtetünk, *inductiv módszernek*, *inductio*-nak hívjuk. Minél kevesebb törvényből tudjuk az összes természeti tűneményeket megfejtani, annál inkább megközelítjük a physika célját. Csakhogy nem sikerül mindig valamely tűneménynek, vagy tűneménycsoportnak a valódi okát egész biztonsággal megállapítani; ilyenkor a biztos ok helyett a tűnemények megfejtésére *valószínű okokat* — hypothesiseket — vesz fel a természetbúvár. A hypothesiseknek csak akkor van értékük, ha segítségükkel könnyen és úgy fejtjük meg a tűneményeket, hogy a tapasztalással nem jövünk ellenkezésbe.

A physikai megismerés *második* forrása a *deductiv-módszer*, vagy *deductio*, melylyel valamely tűnemény csoportra vonatkozó általános törvényből a matematika segítségével egészen új igazságokat vagyunk képesek megállapítani.

## 2. §. Anyag, tömeg, mozgás. Abszolút mértékegységek.

A testek *anyagból* állanak. Az anyag különbözőségéből erednek a testek eltérő sajátságai. Az anyag tért foglal el, ez a tér a testek *térfogata*. A testben foglalt anyag mennyiségét a test *tömegének* nevezzük. A testek térfogata és ezzel együtt alakja is változó, anyaga azonban a térfogat megváltozása mellett is állandó marad, valamint változatlan az erő is, mely a tüneményeket létrehozza. A test anyaga s az erő változatlan lévén a tüneményeknél csakis a test helyzete változhatik az idő szerint. Ezt a változást *mozgásnak* nevezzük. Így állván a dolog, az összes physikai tünemények mozgásból fejthetők meg s minden erő, mint mozgató-erő fogható fel. A physiká czélja ez alapon nem lehet más, mint a tüneményeket az anyagnak a mozgató-erők okozta mozgásából megfejteni. Ezt a czélt a legtöbb esetben sikerült is elérni, miért is a legtöbb physikai kutatás mozgások mérésére redukálható. A mozgás fogalma más három fogalmat rejt magában, az *út*, a *tömeg* és az *idő* fogalmát. A physikai kutatásoknál tehát — az elmondottakból kitetszőleg — különösen ezen három mennyiség megmérése válik szükségessé. Minthogy *mérni* annyit jelent, mint az ismeretlen mennyiséget az ismerttel — az úgynevezett *egységgel* — összehasonlítani, azért mindenekelőtt eme három mennyiség számára kell egységről gondoskodnunk.

Az *út* mérésénél *hosszúság-egységre* van szükségünk. Ez a francia nemzetgyűlés 1791. évi márczius hó 26-án (*Borda, Condorcet, Lagrange* és *Laplace* ajánlatára) hozott határozata óta a *méter*, azaz a *Párison* áthaladó délkör negyedének 10 milliomod része. A méter hosszúságának meghatározására lehetőleg pontos fokmérést végeztek. (*Delambre* és *Méchain* 1792—1799). Mégpedig megmérték a *Düńkirchen* és *Formentera* közt fekvő *a* meridian-ívet, melynek  $\alpha = 12^{\circ}22'13''$  középponti szög felel meg s a számítást, ha *x* jelenti a délkörnegyed hosszúságát az  $x : a = 90^{\circ} : \alpha^{\circ}$  egyenlet alapján végezték el. Az így nyert érték 10 milliomod részének megfelelő mértéket platinából elkészítették (*mètres des archives*) s miután arról — legutóbb 1889-ben — pontosan

megegyező — x alakú — platin-iridium utánzatokat készítettek, megőrzés végett a párisi állami levéltárban elhelyezték.

*Jegyzet.* Bessel kimutatta, hogy a normál-méter nem felel meg pontosan adott definitiójának, mert az valójában a délkörnegyed 10,000.856-od része.

Hosszúság mérésekre tehát a métert (*m.*), vagy annak 10 valamely hatványával való szorzatát lehet egységül felhasználni.

Pontos hosszúságmérésekre a következő készülékek szolgálnak: a *nonius*, a *mikrométer-csavar*, a *kathetóméter*.

*Tömeg-egységül* az 1l. 4<sup>o</sup> C hőmérsékletű, desztillált víz tömege — a *kilogramm-tömeg* — vagy annak 10 valamely hatványával való szorzata szolgál. A kilogramm-tömeget platinából Borda mérnök készítette el s azt a párisi állami levéltárban őrzik (kilogrammes des archives).

*Idő-egység* a középnap 86.400-ad része, a *másodperc* (*sec.*).

Abszolút  
mérték-egy-  
ségek.

A hosszúság, tömeg és idő egységeiben meghatározott physikai mennyiségek *abszolutmértékrendszert* alkotnak. A tudomány elméletében a centiméter—gramm—secunda (C. G. S.)-rendszer használatos.

### 3. §. A testek általános tulajdonságai.

Általános tulajdonságoknak azokat hívjuk, melyekkel minden természeti test bir, ilyenek:

1) *A terjedtség*, melynél fogva a test végtelen sok, de háromra visszavezethető irányban, t. i. a hosszúság, szélesség és magasság irányában tölti be a tért. Ezt a tért geometriai testeknél annál pontosabban meghatározhatjuk, minél pontosabbak a fő méretekre vonatkozó adataink. Ez adatokat hosszúság-mérésekből nyerhetjük. Az igen kis anyag-részt *anyagi-pontnak* nevezzük. A természeti testek nagysága igen különböző, a láthatatlan kicsinytől a végtelen nagyig. A legkisebb állócsillagok egyikének a napnak négyszázezerszer nagyobb a térfogata, mint a 40 millió méter kerületű földé. Ezzel szemben a monadok 0 001 mm. hosszúk, úgy hogy azokból egy vizcseppben több millió élhet.



2) *Az áthatlanság* azon általános tulajdonsága a testeknek, melynél fogva a testek úgy töltik be a tért, hogy ugyanazon időben, ugyanazon helyen más test nem létezhetik. A víz és a levegő helyébe is csak úgy nyomúlhatnak be más testek, ha előbb azok az utóbbiak elől kitérnek. Nyilásával vízbe fordított pohárba nem hatol be a víz. Palaczkba csakis akkor tölthetjük be a folyadékot, ha abból a levegő eltávozhatik. A levegő áthatlanságán alapszik a víz alatti építkezéseknél, hajó sülyedéseknél stb. használt *buvár-harang*.

3) *Az oszthatóság*. A testek mechanikai uton apróbb, egynemű részekre bonthatók. Ha képzeletben a mechanikai osztást addig folytatjuk, míg végre ily uton többé nem osztható részecskékhez jutunk, ezeket *molekuláknak* hívjuk, ezek a testnek önállóan létezhető legkisebb részei, melyek még egymással és a felosztott testtel egyneműek. Chemiai uton még a molekulák is feloszthatók mégpedig anyagilag különböző részekre, ezeket a mechanikailag és kémiaiilag egyaránt oszthatatlan legkisebb részeit az anyagnak *atomoknak* nevezzük. A molekulák kölcsönös magatartásával a physika, az atomokéval a chemia foglalkozik. — Különösen oszthatók a festő-anyagok és illatszerek. A legfinomabb műosztást *Fraunhofer* végezte, amennyiben ő a *mm.*-t 2000 egyenlő részre osztotta fel.

4) *A likacsosság*. Az anyag nem tölti be a tért folytonosan. Némely testnél már szabad szemmel, másnál nagyítóval azt látjuk, hogy a részecskék közt hézagok vannak, ezek a *likacsok*, melyeket sokszor víz, vagy levegő tölt be. A testek térfogata a külső nyomás, vagy a hőállapot megváltoztatásával módosítható részecskéik egyszerre, vagy egymásután mozgásba hozhatók. — Legkevésbé likacsosnak az üveg mutatkozik, melyen a legerősebb nyomással sem lehet vizet, vagy levegőt átsajtolni.

5) *Az általános tömegvonzás* (gravitatio), melynek értelmében a testek tömegei kölcsönösen vonzzák egymást. A föld vonzását *nehézségi-erőnek* hívjuk, ez a föld középpontja felé irányul s hatása abban nyilvánul, hogy a testek a földre törekszenek esni. Eredménye az, hogy a magukra hagyott testek szabadon esnek, még pedig légüres térben egyenlő gyorsasággal; az alátámasztott és felfüggesztett, tehát

esésükben akadályozott testek pedig nyomást gyakorolnak az alzatra, illetőleg húzást a zsinegre. Ez a nyomás, illetőleg húzás a test *súlya*. A térfogat-egység ( $1 \text{ cm}^3$ ) súlya jellemző az illető anyagra nézve s annak *fajsúlyát* adja. Ha  $p$  a test súlya,  $v$  a térfogata,  $f$  a fajsúly, akkor:  $f = \frac{p}{v}$ ;  $p = vf$ ;  $v = \frac{p}{f}$ .

6) *A tehetetlenség* a testek azon általános tulajdonsága, melynek értelmében a nyugvó, vagy mozgó test állapotát külső erő behatása nélkül önmagától nem képes megváltoztatni. Ezt a törvényt *Galilei* (1564—1642) ismerte fel legelőször. A régiek csakis a nyugvó testek tehetetlenségéről tudtak. A tehetetlenséget mozgó testeknél a mozgás két fő akadály a *súrlódás* és a *közeg* (levegő, víz) *ellenállása* szünteti meg.

#### 4. § A molekulák közt működő erőkről.

Atom-  
elmélet.

Az anyag szerkezetét az oszthatóság és likacsosság alapján úgy képzeljük, hogy a test molekulái és atomjai nem érintkeznek egymással, hanem azokat aránylag jelentős távolság választja szét. Ámde akkor az atomok molekulákat s ezek testeket csak úgy alkothatnak, ha azokat valamely erő összetartja. A molekulák közt tehát kétféle erő hat. Az egyik *taszító*, ez a molekulák összefolyását akadályozza meg, a másik *vonzó*, ez a molekulák széthullása ellen működik.

Az ugyanazon test molekuláit együtt-tartó erőt *cohaesionak* nevezzük.

A három  
halmazállá-  
pot.

A cohaesio különböző nagysága szerint a testeknek három *halmaz-állapotát* különböztetjük meg.

*Szilárd* testeknél a nehézségi erő nem képes legyőzni a cohaesiot; az ilyen test részecskéit csak nagyobb erővel lehet szétválasztani, vagy egymáshoz közelíteni; a szétválasztott részek összerakás útján nem egyesíthetők. A szilárd testek önálló alakkal és térfogattal bírnak. A testek *szilárdságát* azon erő méri, mely a részecskéknél *húzás*, *törés*, *nyomás* és *csavarás* útján való szétválasztásához szükséges. Ilyformán *absolut*-, *relativ*-, *visszaható*- és *sodrásiszilárdságot* különböztetünk meg. A test *kemény*, vagy *lággy*, a szerint, amint felületének megkarczolása ellen

nagyobb, vagy kisebb ellenállást fejt ki. *Mohs* 10 ásványból keménységi skálát állított össze. *Törékenyek* az olyan testek, melyeknél a részecskék összefüggése már azok csekély eltolásánál megszűnik, (bolognai üvegeseppek). Ha a test-részecskék az eltolás után is szilárdan összetartanak, akkor a test vagy *nyújtható*, vagy *ruganyos*. Előbbinél az eltolt részek új helyzetükben megmaradnak, utóbbinál az eltolás okának megszűntével eredeti helyzetükbe visszatérnek. Kisebb-nagyobb mértékben minden test ruganyos, közbeszédben azonban csakis azokat emlegetjük ilyenekül, melyek e tulajdonsággal nagy mértékben bírnak. Nagy mértékben ruganyosak a gázok, csekély mértékben a folyékony testek. A testek mindenfajta deformációjánál a következő rugalmassági alaptörvény érvényes: A deformatio nagysága arányos az azt előidéző erő nagyságával. A *rugalmassági modulus*  $E$  az a kg.-okban kifejezett súly, mely az  $1 \text{ mm}^2$  keresztmetszetű drótot képes lenne saját hosszával

megnyújtani. A csavarási modulus  $T = \frac{E}{2(1 + \mu)}$ ,

ahol  $\mu$  a *Poisson-féle* arányt, vagyis azt az arányt jelenti, melyben a húzási rugalmasságnál a keresztmetszetben való összehúzódás a megnyúláshoz áll.

*Folyékony testeknél* a nehézségi erő felülmúlja a cohaesiot; az ilyen testeket tehát alul és oldalt el kell zárni, hogy szét ne essenek. A folyékony testek önálló térfogattal bírnak, de önálló alakjuk nincsen s részecskéik oly közel vannak egymáshoz, hogy jelentékeny erővel is csak kis mértékben nyomhatók össze.

*Légnemű testeknél* cohaesio helyett oly erő (expansio) működik a részecskék között, mely azokat egymástól eltaszítani iparkodik. Az ilyen testeket tehát minden oldalról el kell zárni; önálló alakjuk és térfogatuk nincsen, tetszésszerű mértékben összenyomhatók és kiterjeszthetők.

Azt az erőt, melylyel különböző testek egymáshoz felette közel hozott részecskéi egymást vonzzák, *tapadásnak* (adhaesio) nevezzük. Ez annál nagyobb, minél nagyobbak és simábbak az érintkező felületek s minél kevésbé gátolják idegen testek az érintkezést. A pácizát csak akkor nedvesíti meg a folyadék, ha az adhaesio nagyobb, mint a folyadék-részek közt

működő cohaesio. A tapadáson alapszik a krétával és tintával való írás. Ha a szilárd és folyékony test részei közt nagyobb a tapadás, mint a szilárd test részeinek összetartása, akkor a szilárd test feloldódik; a folyékony test annak *oldószer*e; ilyenekül legnevezetesebbek: a víz, borszesz, aether, szénkéneg s a savak.

*Vegyrokonságnak* (affinitas) azt az erőt hívjuk, mely az egymáshoz nagy közelségbe hozott atomokat úgy köti össze, hogy azok teljesen új tulajdonságokkal bíró új testeket alkotnak. Így egyesül H és Cl sósavvá (HCl).

A molekulák közt működő erőkön alapszanak még: a folyadékok keveredése, a folyékony és szilárd testek gáz elnyelése, a kristályosodás.

## 5. §. A physika felosztása.

A physika  
részei.

A physikát két fő részre osztjuk. Az első a *mechanika*; ez azokat az ismereteket közli, melyek a testeknek, mint egészeknek egyensúlyára (statika) és mozgására (dynamyka) vonatkoznak. A második a *test- és aethermolekulák mozgásának tana*.

A mechanikában ismét három szakaszt különböztetünk meg: a szilárd-, folyékony- és légneműtestek mechanikáját (geomechanika, hydromechanika és aeromechanika, vagy pneumatika).

A physika második részének tárgyai: az *akustika*, *optika*, *hőtan* s az *elektromosság és mágnesség tana*.

## Mechanika.

### a) A szilárd testek mechanikája.

#### 6. §. Az erő és annak hatásai.

Az erő  
felosztása és  
jelölése.

*Mozog* a test, ha helyét változtatja. A mozgás közben leírt utat a mozgó test *pályájának* hívjuk. Ez lehet *egyenes*, ha a mozgás iránya mindig ugyanaz marad és *görbe*, ha a mozgás iránya folyton változik. Utóbbi esetben a mozgás irányát a görbe pályához húzott érintő adja. A mozgás oka az *erő*, mely vagy mint *mozgató erő*, vagy mint *ellenállás* jelentkezik. A mozgató erőkhöz

számíthatjuk a nehézségi erőt, az általános tömegvonzást, a víz- és szélnyomást, a gázok és gőzök feszítő-erejét stb. Ellenállások: a surlódás és közeg ellenállása, a testek szilárdsága és tehetetlensége stb. E kétféle erő közt szigorú határt vonni nem lehet, mert a mozgató erők néha ellenállásokul, ezek pedig mozgató erőkül hatnak.

Az erőknél azok *támadáspontja, iránya és hatályossága*, vagy *intenzitása* jön számításba. Az erőket rajzban egyenes vonalakkal jelöljük, mégpedig úgy, hogy a vonal egyik végpontja a támadási pontot, iránya és hosszúsága az erő irányát és nagyságát tünteti fel.

Az erő hatása a következőkben nyilvánul: a nyugvó testet mozgásba hozza; a mozgó test irányát megváltoztatja; annak az időegység alatt megtett útját (sebességét) növeli, vagy csökkenti; a mozgó testet nyugalomba téríti. Az elmondottakból kitetszőleg *mechanikai értelemben az erő nem más, mint a sebesség-változások oka.*

Az erők nagyságát csakis hatásaik nagyságából ítéldhetjük meg.

Két erő egyenlő, ha ugyanazon pontra ellenkező irányban hatva, a pont nyugalmi helyzetét változtatlanul hagyja. (Az erők statikai mérése.) Az erők ily mérésének egysége a *kilogramm*. A készülék, melylyel valamely húzás, vagy nyomás nagyságát súlyokban fejezhetjük ki, a *dynamométer*.

Másfelől két erő egyenlő, ha ugyanazon körülmények közt, ugyanazon tömeg mozgás-állapotában ugyanazt a változást hozza létre. (Az erők dinamikai mérése.) Ily méréseknél erőegységül a *dyna*, vagyis azon erő szolgál, melynek következtében a *gramm* tömeg *1 mp.* alatt *1 cm.* hosszú utat ír le.

## 7. §. A mozgásról.

Már láttuk, hogy pálya tekintetében a mozgások *egyenes- és görbevonalúak* lehetnek.

Ha valamely testnek minden részecskéje egyenlő idő alatt egyenlő utakat ír le, akkor a test *haladó* mozgásban van; hogyha azonban a test, mint egész, változtatlanul egy helyben marad, részecskéi azonban különböző nagyságú párhuzamos köröket írnak le, akkor a test *forgó-mozgást* végez. A haladó és forgó

mozgás összetételéből származik a *keringés*. Ha pedig a test nyugalmi helyzete körül oly módon mozog ide-oda, hogy különböző időkben, nyugalmi helyzetétől egyenlő távolságban, ugyanolyan sebességgel, ugyanazon irány felé halad, akkor a mozgást *lengő-mozgásnak* nevezzük.

Idő-viszonyok tekintetében *egyenletes- és változó-mozgásról* beszélünk. *Egyenletes* a mozgás, ha a mozgó test egyenlő időközökben, egyenlő nagyságú utakat fut meg. Az idő egysége (1 mp.) alatt leírt utat *sebességnek* hívjuk. Forgó-mozgásnál a *szögsebesség* ( $\omega$ ) jön számításba. Ez alatt a távolság egységében levő pont sebességét értjük. Ennek mértéke az egységnyi sugárral az idő-egységben leírt ív hossza. A forgás egyenletes, ha a szögsebesség állandó. A forgástengelytől  $r$  távolságban lévő pont sebessége  $r \cdot \omega$ .

Egyenletes mozgás. Ha  $c$  (celeritas) jelenti az egyenletes mozgásban levő test sebességét, akkor a  $t$  (tempus) idő alatt megtett  $s$  (spatium) út értéke a sebesség definitiója alapján:

$$s = ct \text{ és } c = \frac{s}{t}; t = \frac{s}{c}.$$

Ez a három egyenlet az egyenletes mozgást teljesen meghatározza.

Egyenletes mozgásnál a mozgás tartama alatt nem hat mozgató erő; itt a test csupán tehetetlenségénél fogva mozog. A valóságban azonban a mozgási akadályok legyőzésére mégis szükséges bizonyos állandó mozgató erőt alkalmaznunk.

Változó mozgás. Ha a mozgó test egyenlő időközökben különböző nagyságú utakat ír le, akkor *változó-mozgást* végez. Ez lehet *egyenletesen-*, vagy *egyenlőtlenül-változó* a szerint, a mint a sebesség-változások egyenlők, vagy különbözők. A változó-mozgás *gyorsuló*, vagy *lassuló*, amint sebessége folyton növekszik, vagy csökken. Az egyenletesen-gyorsuló mozgásnál a sebesség növekedése mindig egyenlő. A sebesség növekedését az idő egysége alatt *gyorsulásnak* (acceleratio) hívjuk. A *lassulás* (retardatio) negatív gyorsulásul tekinthető. Forgó mozgásnál a szögsebesség növekedését az időegysége alatt *szöggyorsulásnak* nevezzük.

Változó mozgásnál gyakorlati czélokra néha elég a *közép-sebességet* ismernünk; ez alatt a  $t$  idő alatt

megtett útnak  $t$ -hez való arányát értjük, figyelmen kívül hagyván a sebesség ingadozását.

Ha  $a$  jelenti az egyenletesen gyorsuló mozgásban lévő test gyorsulását,  $v$  (velocitas) pedig a bizonyos  $t$  idő múlva bírt sebességét, azaz *végsebességét*, akkor:  $v = at$ . Ha a testnek az egyenletesen gyorsuló mozgás megkezdése előtt már  $c$  sebessége volt, akkor:  $v = c + at$ . Egyenletesen gyorsuló mozgás.

Hogy az ily mozgásban lévő testnek  $t$  idő alatt megtett  $s$  útját nyerjük, gondoljuk meg, hogy a változó mozgást mindig helyettesíthetjük egyenletes mozgással, ha sebességül a közép-sebességet hozzuk be. Minthogy a pont sebessége a mozgás kezdetén  $0$ ,  $t$  idő múlva a végsebessége pedig:  $at$ , azért a közép-sebesség:  $\frac{0 + at}{2} = \frac{a}{2} \cdot t$ . Ez ama sebesség, melylyel

a pont egyenletesen haladva ugyanakkora utat írt volna le  $t$  idő alatt, mint  $a$  gyorsulással bíró egyenletesen gyorsuló mozgása közben. Minthogy egyenletes mozgásnál  $s = c \cdot t$ ; azért:  $s = \frac{a}{2} \cdot t \cdot t = \frac{at^2}{2}$ .

*Az út tehát az idő négyzetének arányában nő.*

A  $v = at$  és  $s = \frac{at^2}{2}$  egyenletekből  $t$  kiküszöbölése útján a következő nevezetes mozgás-egyenleteket nyerjük:

$$s = v^2 : 2a; v = \sqrt{2as}; t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$$

Ha a pontnak az egyenletesen gyorsuló mozgás megkezdése előtt már  $c$  sebessége volt, akkor a  $t$  idő alatt megtett út:  $s = ct + \frac{at^2}{2}$ .

Egyenletesen lassuló mozgásnál a nyert képletekbe  $a$  helyére —  $a$  irandó.

Az egyenletesen gyorsuló mozgásnál a mozgó testre *állandó* mozgató-erő hat.

Az egyenletesen gyorsuló mozgás szép példája a *szabad esés* légüres térben. Ennek természetéről a 16. század végéig *Aristoteles* nyomán azt hitték, hogy sebessége az úttal arányosan növekszik. *Galilei* (1589.) mutatta ki, hogy a sebesség az idővel nő arányosan, azaz, hogy ez egyenletesen gyorsuló mozgás. Itt a gyorsulást *nehézségi gyorsulás*. A szabad esés.

nak nevezzük és  $g$ -vel jelöljük; ez minden testre nézve egyenlő, de a föld különböző pontjain változik. Így a sarkoknál  $g = 9.83$  m.,  $45^\circ$  geogr. szélességnél  $g = 9.81$  m., az egyenlítőn  $g = 9.78$  m. A szabad esés egyenleteit a fentebb ismertetett mozgás-egyenletekből  $a$ -nak  $g$ -vel való helyettesítése útján nyerjük s így:

$$v = gt; s = \frac{1}{2} gt^2.$$

Ezen egyenletekből kitetszőleg: a szabadon eső test útja az első mp.-ben  $s = \frac{g}{2} = 4.9$  m.; az egyes mp.-ekben az utak úgy nőnek, mint a páratlan számok; végre az 1, 2, 3 . . . n másodperczben leírt összes utak úgy aránylanak egymáshoz; mint

$$1^2 : 2^2 : 3^2 : 4^2 \dots : n^2.$$

A szabad esés törvényeit *Galilei* lejtővel igazolta. Ujabban e törvények igazolására *Atwood* eső-gépe szolgál.

### 8. §. Az erő, tömeg és gyorsulás viszonya.

Tömeg-egység.

A gyorsulás  $a$ , melyet  $m$  tömeg  $p$  állandó erőttől nyer, nemcsak az erő, hanem a tömeg nagyságától is függ. Egyszerű megfontolás s a tapasztalat is arra utal, hogy  $a$  gyorsulás az erővel egyenes,  $a$  mozgatott tömeggel ellenben fordított arányban áll s így:  $a = p : m$ ; honnan:  $p = m \cdot a$  és  $m = p : a$ .

Ezen egyenletek pontos meghatározását adják a tömegnek s a mozgástanban szükségelt tömeg-egységnek. Mert ha az  $m$  tömegű  $q$  kg. abszolutsúlylyal bíró test szabadon esik, akkor  $g$  a nyert gyorsulás

és  $q = mg$ , honnan:  $m = \frac{q}{g}$ ; azaz a tömeg a test

súlya és a szabad-esés gyorsulása közt fenálló hányadossal egyenlő; a tömeg-egység tehát azon tömeg, mely éppen annyi kg.-ot nyom, mint a mennyi a szabad-esés gyorsulása az illető helyen. A  $45$ -ik szélességi fokon tehát a tömeg-egység súlya  $9.81$  kg.

A  $q = mg$  egyenletből közvetlenül következik, hogy légüres térben a föld középpontjától egyenlő távolba hozott testek egyenlő gyorsan esnek, mert ha ez az egyenlet egy testre érvényes, érvényes az  $n$ -szer nehezebb testre is s feltéve, hogy  $n \cdot q = n \cdot m \cdot g'$ ,

akkor:  $g' = \frac{n \cdot q}{n \cdot m} = g$ .



A  $p$  erőtől mozgatott  $m$  tömegű és  $a$  gyorsulással bíró test végsebessége  $t$  mp. A mozgás mennyisége.  
 múlva  $v = at = pt : m$ , ebből:  $mv = pt$ . Az  $mv$  szorzatot *mozgás-mennyiségnek* hívjuk s így mondhatjuk, hogy az erőnek idő szerint mért hatása a mozgás-mennyiséggel egyenlő.

Az erő munkát fejt ki, ha valamely tömeget  $s^m$  magasra emel, vagy valamely ellenállást  $s^m$  hosszú úton legyőz. Mindkét esetben a végzett munka egyenes arányban áll az erővel és a leirt úttal, azaz a munka:  $M = p^{kg} \cdot s^m$ , ahol a munkát *kilogramm-méterekben* mérjük. A kilogramm-méter az 1 kg.-nak 1 m. magasra emelésénél végzett munka. Az erő munkája. Eleven erő.

Ha  $m$  tömeg  $s^m$  úton szabadon esik, munkaképességgel bír; ha ellenállásra akad munkát végez, miközben elveszti  $v$  sebességét. Azaz a:

$p = mg$ ;  $s = \frac{1}{2} gt^2$  és  $v = gt$  egyenletek alapján:

$p \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot g^2 \cdot t^2 = \frac{1}{2} mv^2$ . Ezen  $p^{kg} \cdot s^m = \frac{1}{2} mv^2$

egyenlet azt fejezi ki, hogy a mozgó test munkaképessége  $\frac{1}{2} mv^2$  s azt *eleven erőnek*, vagy a *mozgó*

*test energiájának* nevezzük, megkülönböztetésül a *helyzeti energiá-tól*, mely  $m$  tömegnek  $s^m$  magasságban bírt munkaképességét jelenti. De a most megismert egyenlet még azt kifejezi, hogy az erő munkája nem veszett el, hanem az  $m$  tömegű testben mozgási-erélylyé alakult át. Ezt a nagy fontosságú általános természeti törvényt *Clausius* után *az energia-megmaradása* elvének hívjuk s úgy fogalmazhatjuk, hogy *a világegyetemben lévő energiák összege állandó*. E törvénynek a fizikában ugyanolyan fontos szerepe van, mint a chemiában *az anyagmennyiség állandósága* elvének.

Mozgási erélylyel nemcsak az érzékeink utján észrevehető mozgó anyag, hanem a fény-, hő- és elektromos tüneményeknél fellépő aether-rezgések is bírnak. Helyzeti erélylyel bír a föld felszine fölé emelt test, a kihúzott aczélrúgó stb. Az energia-fajták egymásba átalakíthatók. *Mayer* Róbert felismerte és *Helmholtz* formulázta a törvényt, mely szerint: 1) a *különböző energia-fajok közös mértékkel*

mérhető; 2) a világegyetemben lévő energiák összege változatlan.

Az erő hatás-  
képessége.

A munka nagysága csakis az erőtől és az úttól függ, arra az időnek nincs befolyása. Gyakorlati szempontból azonban nagyon is fontos, hogy pl. valamely gép mennyi idő alatt végez el valamely munkát. Az erőnek 1 mp. alatt kifejtett munkáját az erő *hatásképességének* (effectus) nevezzük, értvén alatta azt a munkát, melyet a kg. erő az időegységben kifejt, ha támadáspontja az erő irányában 1 m.-nyire haladt. A gépek hatásképességének egysége a *lóerő*, mely mp.-ként 75 kgm. munkának felel meg. Ha  $H$  jelenti a hatásképességet, akkor:  $H = \frac{1 \text{ p}^{\text{kg}} \text{ s}^{\text{m}}}{t} = \frac{1}{75} \cdot \frac{\text{mv}^2}{2t}$ , ahol  $t$  a munka-végzésre felhasznált mp.-ekben kifejezett időt jelenti. Egy munkás-ember hatás-képességét  $\frac{1}{6}$  lóerőre becsülik.

### 9. §. Az erők összetétele és szétbontása.

Az  
eredő-erő.

Ha egy anyagi pontra, vagy testre egyidejűleg több erő hat, mindig létezik egyetlen erő, mely önmagában ugyanazt a hatást képes előidézni, mint a többi együttvéve. Ez az *eredő-erő*, vagy *resultans*; a működő-erők az *összetevők*, vagy *componensek*. Azt az eljárást, melylyel az eredőt meghatározzuk, az *erők összetételének* mondjuk.

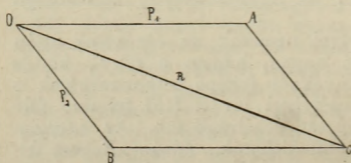
Az erők  
összetétele.

Az erők összetétele azon a mozgásitörvényen alapul, hogy az együtt-működő erők hatása éppen akkora, mintha azok egymásután külön-külön működnének. Az eredő nagyságát szerkesztés és számítás útján lehet meghatározni.

Ha  $O$  (1. ábra) az erők támadáspontja,  $OA = p_1$  és  $OB = p_2$  az összetevők, akkor az  $OA$ -val párhuzamos  $BC$  és  $OB$ -vel párhuzamos  $AC$  egyeneseket huz-

ván,  $OACB$  paralelogrammát nyerjük s ennek  $OC = R$  átlója lesz az eredő. (Az erő-parallelogramma tétele.)

A megismert eljárás helyes-



1. ábra.

ségét kísérletileg is lehet igazolni, ha a parallelogrammát és annak átlóját öt faléczből alkalmas módon összeállítjuk s az erőket csigákra alkalmazott, megfelelő súlyokkal helyettesítjük.

Az eredőt a két összetevőből s a közbezárt  $\alpha$  szögből számítás útján következőképen nyerjük.  $OBC$  háromszögre Carnot-tételét alkalmazva lesz:

$$R^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2 p_1 p_2 \cos OBC \sphericalangle;$$

$OBC \sphericalangle = 180^\circ - \alpha$  és  $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ ;  
tehát:

$$R^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2 p_1 p_2 \cos \alpha.$$

Ha most: 1)  $\alpha = 0^\circ$ , akkor  $\cos \alpha = 1$  és:

$$R^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2 p_1 p_2; R = p_1 + p_2$$

2)  $\alpha = 90^\circ$ ;  $\cos \alpha = 0$  és  $R = \sqrt{p_1^2 + p_2^2}$ ;

3)  $\alpha = 180^\circ$ ;  $\cos \alpha = -1$  és  $R = p_1 - p_2$ .

Ha ugyanazon támadási-pontra kettőnél több erő hat, akkor meghatározzuk előbb két erőnek az eredőjét, azután ez utóbbi és a harmadik erő eredőjét és így tovább. Az utoljára nyert lesz az összes erők eredője. Az ezen eljárás útján nyert idomot *erősokszögnek* (erőpolygon) nevezzük.

Közös támadási-ponttal bíró erők *egyensúlyban* tartják egymást, ha eredőjük zérussal egyenlő.

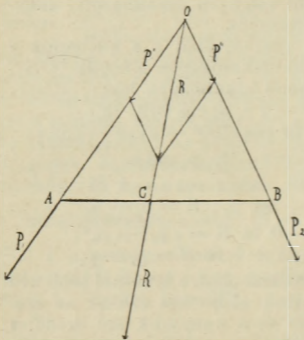
Az erők nem csupán összetehetők, hanem szét is bonthatók; így az  $O$  pontra ható  $OC$  erő oly két  $OA$  és  $OB$  erőre bontható szét, melyek nagysága és iránya az  $OC$  átlóhoz tartozó parallelogramma által van meghatározva. Minthogy  $OC$  átlóval bíró parallelogramma végtelen sok lehetséges; azért hogy határozott legyen a feladat az összetevőkre nézve szigorúbb feltételeknek kell adva lenniök; így ha ki van jelölve azok iránya, akkor ez által nagyságukra nézve is biztosan tájékoztatva vagyunk.

A  $p_1$  és  $p_2$  szög alatt működő erők (2. ábra) irányainak meghosszabbításai  $O$  pontban metszik egymást. Az erők  $A$  és  $B$  támadáspontjai  $O$ -ba tehetők át, anélkül, hogy ez által az erőknek a szilárd testre gyakorolt hatásaik megváltoznának. Ha most  $p_1$  és  $p_2$  erőket  $O$  ponttól számítva lemérjük s megszerkesztjük az erő-parallelogrammát, akkor megkapjuk irány és nagyság szerint az  $R$  eredőt, melynek támadási pontját az eredő irányának tetszésszerűen, tehát  $C$  pontjába is áthelyezhetjük.

Az erők szétbontása.

Különböző támadási ponttal bíró erők össze-tétele.

Ha  $p_1$  és  $p_2$  erők (3. ábra) párhuzamosak és egyenlő-irányúak, akkor az eredő megszerkesztésére



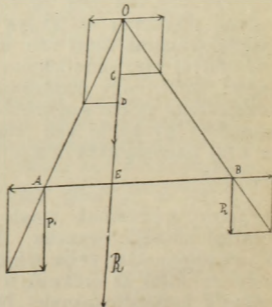
2. ábra.

A-tól balra éppen akkora segéderőt veszünk fel, mint B-től jobbra menő irányban. Ha azután  $p_1$  és a hozzá tartozó segéderő, majd  $p_2$  és a hozzá tartozó segéderő eredőjét megszerkesztjük, egymáshoz szög alatt hajló erőket nyerünk, melyeknek támadási pontjait a meghosszabbításuk által nyert  $O$  metszési pontba tehetjük át. Itt lemérjük az eredőket s összetevőikre bontjuk. Ezek közül az

$O$ -tól jobbra és balra menők ellensúlyozzák egymást s így csak  $OC$  és  $OD$  marad hátra, azaz  $p_1$  és  $p_2$ , melyek egy irányban működve  $R = p_1 + p_2$  eredővel bírnak. Most még ennek támadási pontját tesszük át  $E$ -be s akkor megkapjuk irány és nagyság szerint a két párhuzamos, egyirányú erő eredőjét.

A végzett szerkesztésből a következő — kísérletileg is igazolható — eredményeket nyerjük: 1. Az eredő az összetevők közül, a nagyobb erőhöz közelebb fekszik. 2. Az eredő a két összetevő összegével egyenlő. 3. Az eredő támadási pontja az erők támadási pontjait összekötő egyenesen oly helyen fekszik, melyre:

$$p_1 \cdot AE = p_2 \cdot BE.$$



3. ábra

Két párhuzamos de nem egy irányban ható  $p_1$  és  $p_2$  erő esetében, a segéd-erők felvételével végzett szerkesztés után az tűnik ki, hogy: 1. az eredő *kivül* fekszik az összetevőkön, mégpedig a nagyobbik erő irányában; 2. az eredő a két összetevő *különbségével* egyenlő; 3. az eredő  $E$  támadási pontja úgy fekszik az erők  $A$  és  $B$  támadási pontjait összekötő egyenesen, hogy:  $p_1 \cdot AE = p_2 \cdot BE$ .

Különböző támadási-pontokkal bíró, párhuzamos, de ellentett irányu két erő *erőpárt* alkot. Ezek eredője 0 lévén, haladó mozgást nem hozhatnak létre, hanem csakis forgást.

Ha valamely testnek két ( $A$  és  $B$ ) támadási-pontjában párhuzamos erők  $p_1$  és  $p_2$  hatnak, akkor az eredő ( $R$ ) megtartja ( $E$ ) támadási-pontjának helyét még abban az esetben is, ha a két erő irányát megváltoztatjuk ugyan, de oly módon, hogy azok azután is párhuzamosak maradjanak. Az eredő támadási pontját ezen tulajdonsága miatt a *párhuzamos erők középpontjának* hívjuk.

Ha valamely test  $O$  pontjában alkalmazott tengely körül foroghat, akkor az  $O$  ponton átmenő erő nem képes a testet forgó mozgásba hozni. Más pontban ható erők forgató képessége pedig annál nagyobb, minél nagyobb az erő s minél távolabb van a támadási-pontja  $O$ -tól. Az erőnek a forgásponttól mért merőleges távolságát az erő *karjának*, az erő és a kar szorzatát *forgató nyomatéknak* nevezzük. Ez utóbbi fejezi ki az erő forgató képességét. Több erő esetében a forgató képességet az *eredő forgató-nyomatéka* adja meg, ez pedig az *egyes erők forgató nyomatékainak algebrai összegével egyenlő*. A most kimondott tétel akkor is érvényes, ha azt egy síkban működő párhuzamos erőkre vonatkoztatjuk. Az erőpár esetében a forgató-nyomaték egyenlő a ható-erők egyikének és a két erő egymástól mért távolságának szorzatával.

## 10. §. A tömegközéppont vagy súlypont.

A párhuzamos erők hatásának legfontosabbja a természetben a nehézségi erőnek valamely testre gyakorolt vonzása. Amint láttuk (8. §.) a nehézségi erő az  $m$  tömegű testet  $mg$  erővel a föld középpontja felé vonzza. A testnek tehát egyes  $m_1, m_2, m_3, \dots$  tömegű részecskéire  $m_1g, m_2g, m_3g, \dots$  (a föld-

centrum nagy távolsága miatt) párhuzamosaknak vehető erők hatnak. E párhuzamos erők eredője  $\Sigma$  (mg) a test *súlya*; annak támadási pontja pedig a test *tömegközéppontja*, vagy *súlypontja*. A földnek a testekre gyakorolt hatása — az elmondottakból kitetszőleg — olyan, mintha a testek összes tömege a tömegközéppontban lenne egyesítve s a vonzó erő csakis ezt az egy pontot vonzaná. A tömeg-középponton átmenő egyeneseket *nehézségi-vonalaknak* hívjuk. A súlypontra ható erő a testet haladó mozgásra készíti. Az olyan erő mely nem megy át a súlyponton a testet a súlypont körül való forgásba s egyszersmind haladó mozgásba hozza.

A tömegközéppont meghatározása.

Valamely test tömeg-középpontját kísérleti uton olyképen határozhatjuk meg, hogy azt egymásután két nem átellenes pontban felfüggesztjük. Az e célra használt fonalak meghosszabbításai (nehézségi vonalak) a keresett ponton mennek át s így a súlypont csakis a két vonal metszési pontja lehet. Meghatározott geometriai alakkal bíró, egyenlő sűrűségű (homogen) testek tömeg-középpontját geometriai szerkesztés és számítás útján nyerhetjük. Így az ilyen egyenes vonalé a felező pontban; a köré, vagy gömbé a centrumban; a háromszögé a szögpontokat az átellenes oldal felező-pontjaival összekötő egyenesek találkozási pontjában, a paralelogrammáé az átlók metszési pontjában van stb.

Az egyensúly esetei.

A föld a testeket úgy vonzza, mintha csak tömegközéppontjaikat vonzaná s így ezek mindig a legmélyebb helyzetet iparkodnak elfoglalni. (Hegynek futó kúp, lépcsőn ugráló chinai stb.) Ha tehát a testeket a nehézségi erő hatásával szemben egyensúlyban akarjuk tartani, súlypontjaik esését kell meggátolnunk, amit a test alátámasztása, vagy felfüggesztése által érhetünk el. Ilyenkor az egyensúly háromféle lehet és pedig: *biztos* (stabil), *ingagatag* (labil) és *közömbös* (indifferens) a szerint, a mint a test egyensúly-helyzetéből kiforgatva ismét visszatér előbbi állásába, vagy leesik, vagy pedig bármely új helyzetben megmarad. Biztos egyensúlyban vannak a felfüggesztett testek, közömbösben a tengelyen levő kerék, vagy a síklapra helyezett golyó. Az úgynevezett *Cardan-féle* felfüggesztési-mód biztos egyensúlyban tartja a testeket még akkor is, ha azok

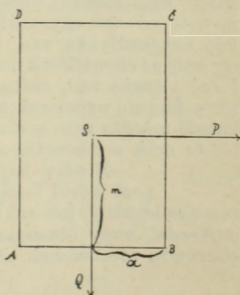
támaszlapja, vagy felfüggesztési pontja mozog. Ezt alkalmazzák hajókon a lámpák, chronométerek, barométerek és compassok felfüggesztésére. Ingotag egyensúlyban lévő testeket esésükben az által lehet megakadályozni, ha arra törekszünk, hogy támasztó-pontjuk függőleges irányban maradjon a súlypont alatt. Ebben áll az *egyensúlyozás*. Az emberi test tömegközéppontja a második ágyék-csigolya táján van, csekély támasztó-lapja pedig a két talp közé eső terület.

Azt a képességet, melylyel a testek helyzetüket a nehézségi erő hatása ellenében megtartják a testek erős állása.

ben megtartják a testek erős állásának (stabilitásának) nevezzük. Ezt azon erő ( $p$ ) méri, mely a súlypontra vízszintes irányban hatva a testet labil egyensúlyba képes hozni. Ha  $m$  (4. ábra) a súlypont magassága a támaszlap fölött,  $Q$  a test súlya és  $a$  a mérőleges súlyvonal távolsága az éltől, akkor a test stabilitása addig tart, míg  $p \cdot m < Q \cdot a$ . A test egyensúlya labillá lesz, amint

$$pm = Q \cdot a, \text{ azaz: } p = \frac{Q \cdot a}{m}.$$

Ezen egyenlet szerint a test erős állása annál nagyobb, minél nagyobb a súlya, és támaszlapja  $s$  minél kisebb súlypontjának a támaszlaptól mért távolsága. Innen van, hogy a pyramisoknak nagy a stabilitása. Hajókba, kocsikba alul rakják a súlyosabb testeket. Magas tárgyak alapzatát szélesre készítik, lámpáknál ólommal öntik be, hogy a súlypont a lehető legmélyebbre kerüljön. Az ember stabilitása csekély támaszlapjánál fogva kisebb, mint a négylábú állatoké.



4. ábra.

## 11. §. A gépekről.

A mechanikában számbavett mozgatóerőket bizonyos készülékek — gépek — közvetítésével használják fel az ellenállások és akadályok legyőzésére. A gépek a mellett, hogy kényelmet bizto-

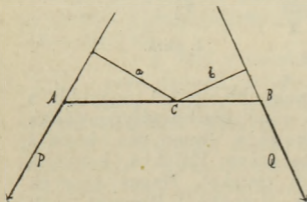
Egyszerű és összetett gépek.

sitanak, lehetővé teszik, hogy az erő valamely irányán kívül eső pontra is hatást gyakorolhasson, hogy kis erővel nagy ellenállást lehessen legyőzni (erő-gépek), vagy hogy valamely lassú mozgást gyorsabbá lehessen átalakítani. Megkülönböztetünk *egyszerű- és összetett-gépeket*. Az egyszerűek részei nem gépek; az összetettek egyszerű gépekből vannak egybeállítva. Az egyszerű gépek kétfélék, vagy *emelő-gépek*, ilyenek: az *emelő*, *csiga* és *hengerkerék*, vagy *lejtők*; ilyenek: a *lejtő*, *ék* és *csavar*. A gépeknél a mozgató erő egyszerűen *erőnek*, az ellenállást *tehernek* hívjuk. Hogy a gépek működés-módját megítélhessük, ismerünk kell azokra nézve ama feltételeket, melyek mellett az erő egyensúlyt tart a teherrel. Valamely gép egyensúlyban van, ha a mozgató erők munkája egyenlő az ellenállások munkájával. Az emelő-gépeknél forgó mozgás van, ezeknél tehát az egyensúly feltételét a forgató-nyomatékok (9. §.) alapján; a lejtőknel haladó mozgás van, azoknál tehát az egyensúly feltételét az erők szétbontása alapján lehet meghatározni.

Az emelő.

Minden hajlíthatlan rudat, mely szilárd pont körül foroghat, *emelőnek* nevezünk. Az emelőre legalább két erő (erő és teher) hat, melyek azt a *forgási*, vagy *támaszpont* körül ellenkező irányban elforgatni törekszenek. A forgás-pontból az erők irányára húzott merőlege-

seket *emelő-karoknak* hívjuk. Az emelő *kétkarú*, ha forgás-pontja az erők támadási-pontjai közé esik, *egykarú*, ha azokon kívül fekszik. *Egyenes* az emelő, ha arra párhuzamos erők hatnak, különben *szögemelő* a neve. Egyensúly akkor van az emelőnél,



5. ábra.

ha a jobbra forgató erők forgató-hatása egyenlő a balra-forgatókéval. Ha *AB* (5. ábra) az emelő, *C* annak forgáspontja, *a* és *b* a karjai, akkor *P* erő és *Q* teher egyensúlyt tartanak, ha eredőjük a forgásponton megy át s akkor:  $0 = Pa - Qb$ , azaz:  $P \cdot a = Q \cdot b$ , miből:  $P : Q = b : a$ . Az emelőnél tehát *egyensúly esetén az erő úgy aránylik a teherhez, mint megfordítva a karok*. E tételből folyólag emelő-

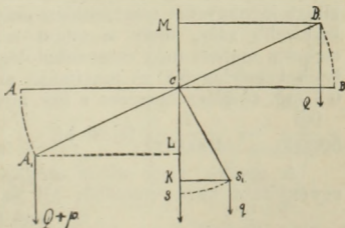


vel kis erő nagy ellenállást tarthat egyensúlyban, ha az erő-karja annyiszor hosszabb a teher karjánál, a hányszor nagyobb a teher, mint az erő.

Kétkarú emelők: az emelő-rúd, a mérleg, olló, ásó, kulcs, fúró, kilincs, evező-lapát Az emelő alkalmazása. stb.; egykarúak: a targonca, diótörő, szecs kavágó, lábdeszka (az esztergánál) stb. Egykarú-emelőknek tekintendők az állati test csontjai is, melyeknél az izom erő igen közel hat a forgási-ponthoz.

A mérlegek a testek tömegeinek súlyaik A mérlegek. útján való meghatározására szolgálnak. A gyakorlati élet és a tudományos vizsgálódások szempontjából egyaránt fontos eszközök ezek. A *közönséges*-, vagy *kalmármérleg*

kétkarú, egyenlőkarú,  $C$  pont körül forgatható emelőből, az úgynevezett *mérleg-rúdból*  $AB$ , (6. ábra), az  $A$  és  $B$  pontokban felfüggesztett egyenlő súlyú két *mérlegserpenyőből* és a  $C$  pontban az u. n. *olló* közt



6. ábra.

alkalmazott *mérlegnyelv*, vagy *billegő*ből áll. A mérleg-rúd  $S$  súlypontja a forgáspont alatt fekszik. Az elmondottak alapján a rúd vízszintes helyzetben van egyensúlyban s abban marad akkor is, ha a serpenyőkbe egyenlő súlyú tömegeket helyezünk, amit a billegő függélyes állása jelez. A jó mérleg kellékei a következők: 1) legyen a mérleg egyensúlya *biztos*, azaz olyan, hogy néhány lengés után visszatérjen eredeti helyzetébe. E célból a mérleg-rúd súlypontjának a forgási tengely alatt kell feküdnie; 2) legyen a mérleg *igaz*, azaz rúdja megterhelés nélkül, vagy egyenlő megterhelés mellett álljon vízszintesen. Ez a mérleg karok és serpenyők teljes egyenlősége mellett következik be; 3) legyen a mérleg *érzékeny*, azaz olyan, hogy egy kis  $p$  túlsúly az egyik serpenyőben már a nyelv jelentékeny ki-billenését vonja maga után. Az érzékenység mértéke ama  $\alpha$  szög, melylyel a rúd a túlsúly következtében,

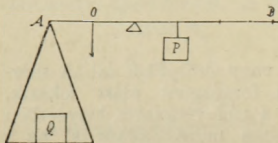
a vízszintes iránytól eltér. Ha  $Q$  a terhek és serpenyők súlya,  $q$  a mérlegrúdé,  $l$  a rúd karja, akkor egyensúly esetében:  $(Q+p) \cdot A_1 L = q \cdot S_1 K + Q \cdot B_1 M$ ;  $A_1 L = B_1 M = A_1 C \cos \alpha = l \cdot \cos \alpha$  és  $S_1 K = C_1 S \sin \alpha = CS \cdot \sin \alpha$ ; s így:  $(Q+p) \cdot l \cdot \cos \alpha = q \cdot CS \sin \alpha + Q \cdot l \cdot \cos \alpha$ ;  $\cos \alpha$ -val való osztás után  $\operatorname{tg} \alpha$ , illetőleg helyette a szög kicsinysege miatt:

$$\alpha = p \cdot \frac{1}{q \cdot CS}$$

Ezen egyenlet alapján kimondhatjuk, hogy valamely mérleg érzékenysége egyenes arányban áll a kar hosszával és fordított arányban a kar súlyával és súlypontjának a forgástengelytől mért távolságával. A mérleg érzékenységét oly valódi törttel fejezik ki, melynek nevezője a mérleg által elbírt legnagyobb megterhelés, számlálójá pedig ama legkisebb súly, mely a rudat a legnagyobb megterhelés mellett még észrevehetőleg kitéríti. Az analitikai mérleg 500 g. maximális megterhelésnél még 0.5 mg. túlsúlyt megérez s így annak érzékenységét

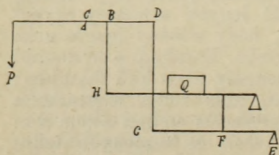
$$\frac{0.5}{500000} = \frac{1}{1000000} \text{ fejezi ki.}$$

A *gyors*-, vagy *római mérleg* (7. ábra) kétkarú egyenlőtlen karú emelőből áll és nagyobb súlyok



7. ábra.

nem annyira túlpontos, mint inkább gyors lemérésére szolgál. Ha  $AB$  a mérleg rúdja  $O$  a forgáspont, akkor  $A$ -nál horog, vagy serpenyő szolgál a teher felvételére, a hosszabb karon pedig az úgy nevezett *körte* vagy *futó-súly* ide-oda mozgatható. A hosszabb kar beosztása a rövidebb kar hosszúsága alapján történik. A test súlya  $Q$  itt egyenlő a körte  $P$  súlyának a hosszabb karon leolvasható fok-számokkal való szorzatával.



8. ábra.

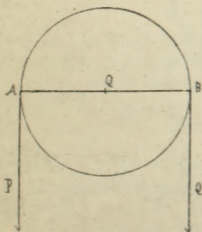
A *tizedes*, vagy *hídmérleg*. (8. ábra). Ez egy kétkarú és két egykarú emelőből áll. A kétkarú emelő

hosszabbik karján működik a  $p$  erő, a rövidebbik karja pedig oly két részre van osztva, hogy  $DC = 10 \cdot BC$ , vagy  $DC = 100 \cdot BC$  (tizedes, százados mérleg). A  $B$  pontból lefüggő pálcza egykarú emelővel van összekötve, melyre a teher felvételére szolgáló hidat alkalmazzák. Itt a teher a súly 10-szeresével, vagy 100-szorosával egyenlő.

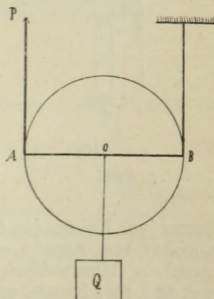
A csiga fából, vagy fémből készült korong, mely centrumán átmenő tengely körül foroghat, kerülete pedig kötél felvételére ki van vájva. A csiga lehet *álló*, ha tengely-körüli forgásán kívül más mozgást nem végez, vagy *mozgó*, ha a jelzett forgáson kívül még haladó mozgásban is vesz részt.

Az *álló csiga* (9. ábra) kétkarú, egyenlő karú emelő gyanánt tekinthető sígy egyen-

A csiga.



9. ábra.

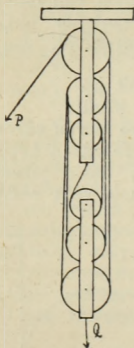


10. ábra.

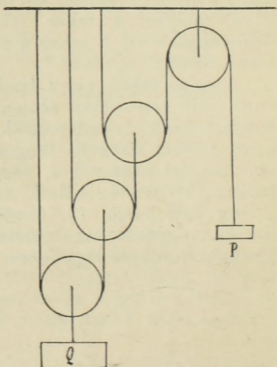
súly akkor áll be e gépnél, ha az erő a teherrel egyenlő. Az ily csigánál tehát erőt nem takaríthatunk meg, csupán alkalmasabb irányt adhatunk annak.

*Mozgó csigánál* (10. ábra) a teher a hüvelyre van alkalmazva, az erő pedig a kötél szabad végén hat. Ez oly egykarú emelőül tekinthető, melynél  $B$  a forgáspont,  $OB$  a teher és  $AB$  az erő karja. Mint-hogy  $AB = 2 \cdot OB$ , azért a kötelek párhuzamos-sága esetén, akkor áll be az egyensúly, ha az erő a teher felével egyenlő. — Az álló és mozgó csigát nem túlságos nagy terhek felemelésére használják, így pl. az építkezéseknél, a darúnál, a függő- és elektromos ívlámpáknál. Nagyobb terhek emelésére a *közönséges-* (11. ábra) és az *Archimedes-féle*, vagy *hatvány-csigasor* (12. ábra) szolgálhat. Az első annyi

álló ( $n$ ), mint mozgó csigából áll. Egyensúly esetén ennél az erő a tehernek  $2n$ -edik része. Az Archimedes-féle csigasor egy álló és több ( $n$ ) mozgó csigából van



11. ábra.

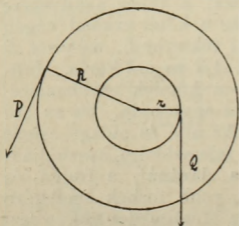


12. ábra.

összetéve. Egyensúly esetén itt:  $P = Q : 2^n$ . A csigasorokat mai napság már ritkábban alkalmazzák, ha azonban felhasználják is az elsőt, akkor a csigák nem egymás alá, hanem egymás mellé helyeztetnek.

A hengerkerék.

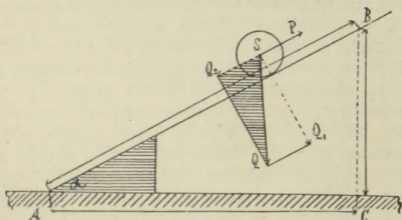
A hengerkerék (13. ábra) hengerből és vele közös, szilárd tengely körül forgó kerékből áll. A kerék helyett néha csak a küllőket készítik el. Itt a teher a henger kerületén hat. Az emelőhöz viszonyítva, kétkarú, egyenlőtlen karú



13 ábra.

emelővel állunk szemben, ahol a henger sugara  $r$  a teher,  $s$  a kerék sugara  $R$  az erő karja. Egyensúly esetén tehát:  $P : Q = r : R$  és  $P = \frac{r}{R} \cdot Q$ . Minél kisebb tehát a henger és minél nagyobb a kerék sugara, annál kisebb erőt kell a teher egyensúlyozására alkalmaznunk. Több henger-

kerék összetétele a *kerékműre* vagy *kerékrendszerre* vezet. Ezen gép széles-körű alkalmazást talál, így: a gerendélynél, a bálványnál, a forgattyúnál, a lokomotív hajtó kerekeinél, a vízikereknél, a turbináknál,

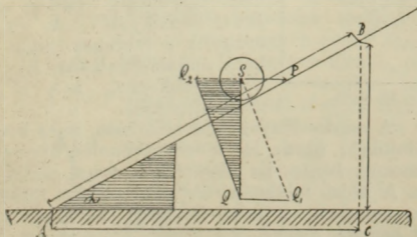


14. ábra.

a szélmalmoknál, az óraműveknél; a szij-, kötél- és fogaskeréktranszmisszióknál stb.

*Lejtő*, vagy *ferde sík* névvel a mechanikában oly szilárd lapot nevezünk, mely a vízszintessel hegyes szöget alkot. *AB* (14. ábra) a lejtő hossza, *AC* az alapja, *BC* a magassága,  $\alpha$  a hajlásszöge. A  $BC:AC$  hányados a lejtő emelkedését fejezi ki. A megfejtendő statikai feladat itt az, hogy mily feltétel

A lejtő.

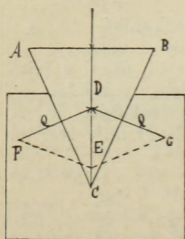


15. ábra.

mellett lesz a lejtőn fekvő test *S* súlypontjára ható *P* erő a test *Q* súlyával egyensúlyban? Hogy a kérdésre megfelelhessünk *Q*-t két összetevőre bontjuk. Ezek egyike  $Q_1$  merőleges a lejtő hosszára s így az a

teher mozgatására nem foly be, a másik  $Q_2$  vagy a lejtő hosszával (14. ábra), vagy annak alapjával (15. ábra) párhuzamos  $ABC \triangle \sim SQ_2 \triangle$ , miből:  $Q_2 QS \sphericalangle = \alpha \sphericalangle$  s így:  $SQ_2 = P = Q \cdot \sin \alpha$ , illetőleg a 15. ábrában  $SQ_2 = P = Q \cdot \operatorname{tg} \alpha$ . Mivel  $\sin \alpha = BC : AB$ ;  $\operatorname{tg} \alpha = BC : AC$ , azért az első esetben:  $P : Q = BC : AB$ , a második esetben:  $P : Q = BC : AC$ . Ha tehát az egyensúlyt tartó erő párhuzamos a lejtő hosszával, akkor egyensúly esetén az erő úgy aránylik a teherhez, mint a lejtő magassága annak hosszához; ha azonban a jelzett erő a lejtő alapjával párhuzamos irányú, akkor egyensúly esetén az erő úgy aránylik a teherhez, mint a lejtő magassága annak alapjához. Lejtőn a surlódás szintén gátolja a testeket esésükben s így valójában a kiszámítottnál még kisebb erő szükséges az egyensúly fentartására. Lejtők: a lajtorák, lépcsők, kocsis- és vasutak, a házfedelek stb.

Az ék. Az ék (16. ábra) kemény anyagból készült három-



16. ábra.

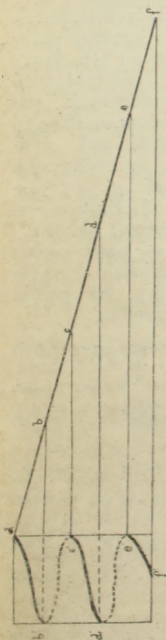
oldalú hasáb, melyet testrészek elválasztására, vagy statikai nyomás létesítésére használunk fel.  $AB$  az ék háta,  $BC$  az oldala. Az ék oly kettőslejtő, melynél az erő a lejtő alapjával párhuzamosan, a teher pedig a lejtőre merőlegesen hat. Egyensúly esetén tehát:  $P : Q = AB : AC$ . Az erő úgy aránylik a teherhez, mint az ék háta, annak oldalához. Ék: a kés, balta, szekercze, ásó, tű, szög, metszőfog stb.

A csavar. A csavar lényegében nem más, mint hengeren futó lejtő (17. ábra). Ha a csavarvonalon háromoldalú lap mozog, hegyes, ha négyoldalú, lapos csavart nyerünk. A külső felületén csavarral ellátott tömör henger csavarorsót, a belső felületén csavarral ellátott üres henger csavartokot, vagy anyacsavart képez. Orsó és tok együtt csavarpárt alkot. Az erő a csavarnál az alappal párhuzamosan, a teher pedig a csavar tengelyével párhuzamosan hat. Egyensúly esetén az erő úgy aránylik a teherhez, mint egy csavar menet magassága az orsó kerületéhez.  $P : Q = ac' : 2\pi r$ . A csavar széleskörű alkalmazással bír. Így: tartós nyomás előidézése a papír, szőlő, olaj és könyvkötő

sajtónál; nehéz terhek emelésére kocsiknál, vagy hajóknál; kis hosszúságok mérésére osztó gépeknél, a mikrométer és sphaerométernél, melyekkel vékony drótok és lapok vastagságát, a lapok valódi sík voltát, és a gömbi-görbületet tükröknél és lencséknél szokták meghatározni; finom mozgások eszközlésére stb. A végnélküli csavart a hajó-kormányánál, lassú mozgásnak gyorsra való átváltoztatásánál stb. alkalmazzák.

Az energia megmaradásának elve a gépeknél.

A munka, melyet valamely teher felemelésénél, vagy akadály (ellenállás) legyőzésénél végzünk ugyanaz, akár gépekkel közvetítjük azt, akár mellőzzük a gépeket. Más szóval *gépekkel munkát nem takaríthatunk meg*, mert ha kisebb is az alkalmazott erő a tehernél, ugyanannyiszor nagyobb az erő útja, mint a teheré s így az erő és a teher munkái mindenkor egyenlők. De sőt a gépek — valóban létesített mozgásnál — még a velük közlött munkát sem adhatják vissza teljesen, mert annak egy részét a géprészek surlódásának és a közeg-ellenállásának legyőzése emészti fel. Ez az oka, hogy a gépek *haszonmunkája* lényegesen kisebb, mint a velük közlött munka, hogy tehát a gépeknél tényleg munkaveszteség mutatkozik, s ez az oka annak is, hogy valamelyes *örökmozdony* (perpetuum mobile) szerkesztése, mint az energia megmaradása elvével ellenkező: merő képtelenség. Ám az elmondottak után is állíthatjuk, hogy a gépek



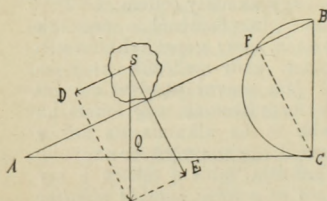
17. ábra.

haszna mégis kiszámíthatatlan, mert segítségükkel kényelemhez jnthatunk, kis erővel nagy ellenállást győzhetünk le, lassú mozgást gyorsabbá változtatunk át és a többi.

## 12. §. Mozgás előírt pályán.

Ha a test, melyre az erő hat nem szabad, akkor nem követheti az erő irányát, hanem *előírt pályán* mozog. Ilyen esettel állunk szemben a lejtőn való esésnél, az inga-mozgásnál és a középponti mozgásnál. Egyelőre a két elsővel fogunk foglalkozni.

*Esés a lejtőn.* A lejtőre helyezett testek súlyuknál fogva egyenletesen gyorsuló mozgással esnek. Így az  $ABC$  lejtőn (18. ábra)



18. ábra.

a  $Q$  súlylyal bíró test súlyának  $SD$  componense állandó mozgató erő gyanánt működik s a testnek  $g_1$  gyorsulást ad. Ha  $m$  a test tömege, akkor:

$SD = mg_1$ ;  $= mg \sin \alpha$ , mivel  $Q = mg$  (8. §.). Az előbbi egyenletből:

$g_1 = g \cdot \frac{BC}{AB}$ . Az egyenletesen gyorsuló mozgás törvényei szerint tehát:  $v = g \cdot \sin \alpha \cdot t$  és  $s = \frac{1}{2} g \cdot \sin \alpha \cdot t^2$ .

*Galilei* ezen az alapon igazolta az egyenletesen gyorsuló mozgás törvényeit.

*Az egyenlő végsebesség törvénye.* A test a lejtő hosszán esve ugyanazon végsebességet éri el, mintha a lejtő magasságán szabadon esett volna. A végsebesség szabad esésnél (7. §.)  $v = \sqrt{2g \cdot BC}$ ; a lejtő hosszán való esésnél  $v_1 = \sqrt{2g \sin \alpha \cdot AB}$ ; ámde

$$\sin \alpha = \frac{BC}{AB} \text{ s így: } v_1 = \sqrt{2g \cdot AB \cdot \frac{BC}{AB}} = \sqrt{2g \cdot BC} = v.$$

Ez a törvény még a görbe vonal mentén való esésnél is érvényes. *Galilei* még azt is bebizonyította, hogy a test valamely kör átmérőjén éppen annyi idő alatt esik le, mint az átmérő egyes végpontjaiból kiinduló húrokon át. Mert ha  $BC$  (18. ábra) fölé a lejtőt  $F$  pontban metsző kört szerkesztünk, akkor

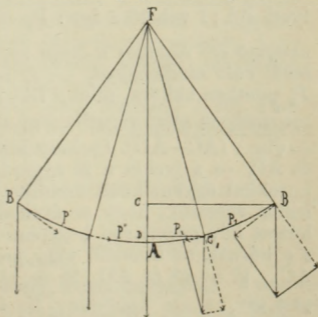


a  $BF$  húron való esés idejének megkeresésére az  $s = \frac{1}{2} g \cdot \sin \alpha \cdot t^2$  képletbe  $s = BF = BC \cdot \sin \alpha - t$  írva, lesz:  $BC \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} g \cdot \sin \alpha \cdot t^2$  s innen  $t = \sqrt{\frac{2 BC}{g}}$ ; ez azonban nem más, mint az átmérőn való esés ideje.

*Az inga mozgása.* Minden súlyos testet, mely súlypontján kívül eső vízszintes tengely körül foroghat, *ingának* nevezzük. Az inga egyensúly helyzetéből kimozdítva *lengő mozgást* végez. Megkülönböztetünk *matematikai* és *physikai ingát*. Az

előbbinél a felfüggesztésre szolgáló fonalat súlytalannak tekintjük, ez utóbbinál annak súlyát is számításba vesszük. Ha  $AF$  (19. ábra) ingát  $FB$  helyzetbe hozzuk és magára hagyjuk, az —  $Q$  — súlyánál fogva esni fog, még pedig nem az egész  $Q$ -erő, hanem annak csakis az érintő irányában haladó  $P_1$  componense hat mozgatólag; a zsinog irányába eső componens csakis a zsinoget feszíti.

A  $P_1$  erő következtében nyert sebességet az inga tehetetlenségénél fogva megtartja, ámde az állandó nehézségi erő következtében további — bár  $P_1$ -nél kisebb —  $P_2$  mozgató erő hat reá. Egyensúly helyzete felé közeledve az inga, mindinkább kisebb gyorsulást nyer, mert a mozgató componens mindinkább kisebb, sőt az egyensúly-helyzetben éppen 0 lesz, de mert tehetetlenségénél fogva az előbb nyert sebességét megtartja, egyenlőtlenül gyorsulva maximális sebességgel érkezik  $A$  egyensúly-helyzetéig. Ezen ponton tehetetlenségénél fogva áthalad s azután egyenlőtlenül lassudva jut el  $B_1$ -ig. Itt nem lévén egyensúlyban, súlyánál fogva visszaesik, még pedig  $B_1$ -től  $A$ -ig egyenlőtlenül gyors-



19. ábra.

sulva,  $A$ -tól  $B$ -ig egyenlőtlenül lassúva. Ezen időszakos (periodikus) mozgásnak folyton kellene tartania, de a surlódás és a közeg ellenállása előbbutóbb nyugalomba térítik az ingát. A  $B$ -tól  $B_1$ -ig való mozgást *lengésnek* (oscillatio), ennek idejét *lengési-időnek*, a nyugalmi állástól az egyensúly állásig mért távolságot *kilengésnek* (amplitudo) hívjuk.

Ha  $l$  az inga hossza s a kilengés  $5^0$ -nál nem nagyobb, akkor a mozgató erő az inga bármely pontján a következő módon nyerhető:  $P_1 = Q \cdot \sin \widehat{BQP}_1 \simeq Q \sin \widehat{BFA} \simeq mg \cdot \sin \widehat{BFA} \simeq$ . Ha  $\widehat{BFA} \simeq$  igen kicsiny, akkor annak sinusa helyett  $BA : l$  vehető s így:  $P_1 = \frac{mg}{l} \cdot BA$ . Tehát a

mozgató erő arányos a lengő pontnak a nyugalmi helyzettől való távolságával. — A sebesség bármely  $P_2$  pontban akkora, mint a  $BC_1$  lejtőn, illetőleg a  $CD$  magasságon elért végsebesség, azaz:  $v = \sqrt{2g \cdot CD} =$

$= \sqrt{2g \cdot (AC - AD)}$ . Csekély kilengésnél az  $AB = a$  és  $AC_1 = x$  íveket a  $2l$  sugarú körben a megfelelő hurokkal egyenlőknek tekinthetjük s ha még figyelembe vesszük, hogy az átmérő egyik végpontjából húzott húr geometriai középarányos az egész átmérő s a húrnak az átmérőn való projectiója közt, azaz:  $AC \cdot 2l = a^2$  és  $AD \cdot 2l = x^2$  akkor:  $AC - AD =$

$\frac{a^2 - x^2}{2l}$  és  $v = \sqrt{\frac{g}{l} (a^2 - x^2)}$ . Az egyensúlyhelyzetben

$x = 0$  s akkor a maximális sebesség:  $v = a \sqrt{\frac{g}{l}}$ .

Hogy az inga lengési-idejét meghatározhassuk ama segédételhez kell folyamodnunk, melynek alapján az ingamozgást (kis kilengésnél) úgy foghatjuk

fel, mint valamely, az inga maximális  $a \sqrt{\frac{g}{l}}$  sebes-

ségével körpályán egyenletesen mozgó pont vetületének az átmérőn való mozgását. (Huyghens). Ezen könnyen be is bizonyítható tétel alapján az egyenletes mozgásnál érvényes  $t = s : c$  képlet alapján,

mivel  $s = a \cdot \pi$  (a félkör kerülete),  $c = a \sqrt{\frac{g}{l}}$ , lesz:

$$t = \frac{a \cdot \pi}{a \sqrt{\frac{g}{l}}} \text{ s innen: } t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

E képlet elemzése a következő törvényekre vezet:

1) Az inga lengési-ideje független a lengő test anyagi minőségétől;

2) A lengési-ideő független — 5<sup>o</sup>-nál nem nagyobb kilengéseknél — az amplitudótól; azaz más szóval: a lengések egyenlő idejűek (isochronok),

3) Két, a földfelület ugyanazon helyén lengő inga, lengési idői egyenes arányban állanak az ingahosszak négyzetgyökével:  $t_1 : t_2 = \sqrt{l_1} : \sqrt{l_2}$ ; ellenben a lengési számok fordítva arányosak ugyanazon négyzetgyökökkel:  $n_1 : n_2 = \sqrt{l_2} : \sqrt{l_1}$ .

4) A nehézségi gyorsulások a földfelület különböző pontjain fordított arányban állanak az egyenlő hosszúságú ingák lengési időinek négyzetével, vagy egyenes arányban ugyanazok lengési számainak négyzetével:  $g_1 : g_2 = t_2^2 : t_1^2 = n_1^2 : n_2^2$ .

5) Az olyan ingát, mely lengéseit 1 mp. alatt végzi *másodpercz-ingának* hívjuk. Ennek hosszúsága különböző. Így az 50<sup>o</sup> alatt:

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{3.1416}{\sqrt{9.8092}} \cdot \sqrt{l} = 1.00306 \cdot \sqrt{l}; \text{ ha } t = 1,$$

$$\text{akkor: } l = \frac{1}{1.00306^2} = 0.994 \text{ m.}$$

Említettük már, hogy forgó mozgásnál (7. §.) a forgás-tengelytől különböző távolságban lévő anyagi pontok különböző nagyságú utakat írnak le. Haladó mozgásnál a test egész tömegét a súlypontban egyesítve gondolhattuk, úgy hogy az egész test eleven ereje helyett a súlypontban egyesített tömeg  $\frac{1}{2} mv^2$

A tehetetlenségi nyomaték.

eleven erejét vehettük számításba. Forgó mozgásnál az eleven erőt úgy kapjuk meg, hogy a különböző sebességgel bíró anyagi pontok eleven erejét összeadjuk. Ha tehát a forgás-tengelyből  $r_1, r_2, r_3 \dots$  távolságban lévő pontok tömegei  $m_1, m_2, m_3 \dots$  sebességeik  $c_1, c_2, c_3 \dots$  akkor az összes  $E$  eleven erő:

$$E = \frac{1}{2} m_1 c_1^2 + \frac{1}{2} m_2 c_2^2 + \frac{1}{2} m_3 c_3^2 + \dots$$

de mert a 7. §. szerint:

$$c_1 = r_1 \cdot \omega, c_2 = r_2 \cdot \omega, c_3 = r_3 \cdot \omega \dots$$

azért:

$$E = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m_2 r_2^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m_3 \cdot r_3^2 \omega^2 + \dots;$$

$$E = (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots) \frac{\omega^2}{2}.$$

Ha a zárójelben foglalt tagokat:  $\Sigma mr^2 = T$  jelöljük, lesz:

$$E = \frac{T \cdot \omega^2}{2}.$$

A  $T = \Sigma mr^2$  értéket a forgó test *tehetetlenségi nyomatékának* nevezzük. Ez az  $E = \frac{T\omega^2}{2}$  képlet alapján — az  $\frac{mv^2}{2}$  kifejezéssel összehasonlítva —  $\omega$  sebességgel bíró tömeget jelent, mely a forgási tengelytől egységnyi távolságban forogva, ugyanolyan eleven erővel bír, mint maga a forgó test. A forgási nyomaték ilyformán nem más, mint a testnek egységnyi távolságú pontba redukált tömege. Könnyű belátni, hogy a tehetetlenségi-nyomaték legkisebb, ha a forgás-tengely a forgó test tömegközéppontján megy át és növekszik a részecskék távolságával. Oly gépeknél melyeknek egyenletesen kell járniok, nagy tehetetlenségi nyomatékkal bíró nagy lendítő-kereket alkalmaznak. Az  $m$  tömegű drótgyűrű tehetetlenségi nyomatéka középpontján átmenő, síkjára merőleges forgástengelyre nézve:  $T = mr^2$ . Súlypontja körül forgó  $m$  tömegű, egyenlő sűrűségű,  $r$  sugarú korong tehetetlenségi nyomatéka  $\frac{1}{2} mr^2$ ;  $m$  tömegű és  $l$  hosszúságú vékony pálczáé:  $\frac{1}{3} ml^2$  stb. A technikai mechanikában, sok esetben igen fontos a tehetetlenségi nyomatékok ismerete, azért azokat a különböző testekre vonatkozólag tabellákba foglalták össze.

Minden test, mely súlypontján kívül <sup>A</sup> physikai inga. fekvő ponton áthaladó vízszintes tengely körül foroghat, *physikai ingát* alkot. Az ilyen végtelen sok, különböző hosszúságú, oly matematikai ingából összetettnek gondolható, melyek közül a rövidebbek — a szilárd kapcsolat folytán — a hosszabbak lengéseit gyorsítják, a hosszabbak pedig amazokéit lassítják. A gyorsított és lassított pontok között mindenestre vannak olyanok is, melyek lengéseiket úgy végzik, mintha önállóan lengenének. Ezek a *lengési pontok*. Ezek közül azt, mely az egész inga súlypontján áthaladó, a forgás

tengelyre merőlegesen álló síkban fekszik, *lengési középpontnak* hívjuk. A lengési középpontnak a súlyponttól mért távolságát a fizikai inga *igazitott* (redukált) *hosszúságának* nevezzük. Ezt kísérletileg úgy határozhatjuk meg, hogy a fizikai inga mellett egy (megközelítőleg) matematikai ingát is lengésbe hozunk s ennek hosszúságát addig változtatjuk, míg a két inga lengési ideje egyenlő lesz.

A fizikai inga redukált hosszúságát és lengési idejét a következő megfontolások alapján nyerjük. A fizikai inga úgy leng, mint az  $l$  hosszúságú matematikai inga. A mozgató erő itt  $Q \cdot \sin \alpha$ , ha  $Q$  az egész test súlya,  $\alpha$  pedig a kilengés szöge. Az egész lengő test eleven ereje annyi, mint oly  $T$  tömegé, mely a forgás-ponttól egységnyi távolságban van. Hogy a fizikai ingát most egy matematikaival helyettesíthessük, a  $T$  tömeget és az erő  $s$  (súlypont) támadási-pontját a  $P$  lengési középpontba kell átvinnünk, mégpedig oly módon, hogy az itt működő erő, az itt található tömeg súlyának  $\sin \alpha$ -val való szorzatával legyen egyenlő. Amde két tömeg, eleven erejükre való tekintettel, akkor helyettesítheti egymást, ha tehetetlenségi nyomatékuk egyenlő. Ha tehát a  $T$  tömeget  $l$  távolból  $l$ -be visszük át, úgy számértéke valamely  $y$  lesz, melyre nézve:

$$y \cdot l^2 = T \cdot l \text{ azaz: } y = \frac{T}{l^2} \text{ s ezen tömeg súlya} = \frac{T}{l^2} \cdot g.$$

Két erő pedig akkor helyettesítheti egymást, ha forgató (statikai) nyomatékuk egyenlő. Ha  $a$  az inga súlypontjának a forgástengelytől való távolsága, akkor az  $Mg \cdot \sin \alpha$  erő legnagyobb forgató-nyomatéka

$$Mga; \text{ a } \frac{T}{l^2} \cdot g \text{ erőé pedig } P \text{ pontban } \frac{T}{l^2} gl. \text{ Es mert:}$$

$$Mga = \frac{T}{l} \cdot g, \text{ azért a fizikai inga redukált hosszúsága: } l = \frac{T}{Ma};$$

szavakban kifejezve: a fizikai inga redukált hosszúságát megtaláljuk, ha tehetetlenségi nyomatékát elosztjuk tömegének legnagyobb forgató-nyomatékával. A fizikai inga lengési idejét pedig

$$a: t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

képlet alapján nyerjük, ha  $l$  helyett a fentebb talált értéket helyettesítjük s így lesz:

$t = \pi \sqrt{\frac{T}{Mga}}$ . Az összetett inga lengés-ideje ugyanaz

marad, ha lengési középpontját forgási ponttá tesszük. Akkor a volt forgáspont lengési középponttá válik. Ezen alapszik a *Kater-féle megfordúható*, vagy *reversionális inga*.

A physikai  
inga alkal-  
mazásai.

Az inga törvényeit *Galilei* (1602.) fedezte fel s azóta az a gyakorlati élet és tudományos buvárlat egyik legfontosabb eszközévé lett.

Legfontosabb alkalmazásainak egyike: *felhasználása az óramű szabályozására*. Az órasúly, mely az inga-óráknál hajtó-erő gyanánt működik, a tartó láncz felvételére szolgáló vízszintes hengert s az azon levő fogas-kereket forgatja. A súly esése folytán a henger egyenletesen gyorsuló mozgásba jönne, azonban a kerék fogai oly kampó horgas végeibe kapaszkodnak, mely az ingával összeköttetésben áll; s minthogy az inga lengései egyenlő-időközűek, úgy szabályozzák a kerék forgását, hogy az minden lengés után egy-egy foggal forduljon tovább. Az ingát azok a lökések tartják folytonos mozgásban, melyeket minden bekapaszkodás után a fogaskeréktől kap. A kerék a horgas kampóval együtt az *akadékmű* (échappement). Az ingás órákat — amint látjuk — a nehézségi erő mozgatja és szabályozza. A legelső ingás-órát *Huyghens* hollandi tudós (1657.) szerkesztette. *Rugós óráknál* hajtó-erő gyanánt finom rugó működik, szabályozóul pedig a *billegő* (balance), mely az ingával azonos törvényeknek hódol. Legrégibb időmérők a *napórák* voltak, mégpedig kétféle alakban. A *gnomonnál* függélyesen áll az árnyékot vető bot, a tulajdonképeni *napóránál* az árnyékot vető pálcza a világtengelylyel párhuzamos irányban haladt. Ezeket a *vízórák* (kleshydra), a *homok- és higanyórák* követték. Az utóbbiakat *Tycho de Brache* (17. század) még használta. A *kerekes-órák* nyomaira a 11. században akadunk. A mű-toronyórák készítése ideje a 14. és 15. század. Az ingák felhasználását az időmérésnél *Galilei* tervezte legerősebben.

Az *ütemmérőnél* (metronom) az ingát a zenében szereplő időközök (ütemek) pontos megmérésére alkalmazzák.

Az ingát tudományos buvárlatokban is gyakorta felhasználják. Így: a *nehézségi gyorsulásnak* s ez által

a *nehézségi erőnek* meghatározására. A  $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$  képletből:  $g = \frac{\pi^2 l}{t^2}$ . A másodpercz ingánál  $t = 1$

s így:  $g = \pi^2 \cdot l$ , a hol  $l$  a másodpercz-inga hosszúságát jelenti. A másodpercz inga hossza Párisra 0.9938 m. (*Borda.*) A nehézségi erő arányos a nehézségi gyorsulással.

Ingával számítható ki a *föld lapultsága* is, mert  $g_1 : g_2 = r_1^2 : r_2^2$ , ahol  $g_1$  a nehézségi gyorsulást jelenti az egyenlítőn,  $g_2$  a sarkoknál,  $r_1$  a föld-sugár hosszát a sarkoknál,  $r_2$  az egyenlítőnél.

Ingával igazolható az *általános tömegvonzás* és számítható ki a *föld sűrűsége*. *Cavendish* két kis fémgolyót fapálca végeire erősített s az így elkészített eszközt finom ezüst-szálla függesztette. Ezen vízszintes ingának a közelébe hozott 3 mázsás ólomgolyók vonzása következtében észlelt lengéseiből kiszámította az alkalmazott tömegek vonzását. *Maskelyne* Skótságban a *Shehallien* hegynél a hegytömegnek a közelében felfüggesztett ingára gyakorolt vonzását állapította meg. *Airy* az ingának a föld felszínén s mintegy 400 m.-re a föld alatt végzett lengéseiből a föld középsűrűségét határozta meg s azt 6.5-nek találta. *Jolly* ugyanazt igen érzékeny készülékkel 5.59-nek találta. Legujabban *König* és *Richarz* határozták meg a föld középsűrűségét s annak értékét 5.51-ban állapították meg. Mindeme meghatározásokból, tekintetbe véve, hogy a föld felső rétegeinek sűrűsége 2 és 3 közt váltakozik, az derül ki, hogy a föld belső rétegeinek jelentékeny nagyságú sűrűsége van.

*Foucault* ingakísérletével, melyet először 1852-ben a párisi Pantheonban 67 m. hosszúságú s 28 kg. súlyú ingával végzett, a *föld tengely-körüli forgását* bizonyította be. A kísérlet alapjául a következő megfontolás szolgál. A szabadon lengő inga tehetetlenségénél fogva megtartja lengési síkját. Ha az északi sarkon lengő ingát gondolunk, akkor ha a föld valóban nyugatról keletre irányuló tengely-körüli forgást végez, az észlelőben, ki állását szilárdnak képzei, az a látszat támad, mintha az inga lengési síkja

kelet-nyugati irányban elfordulna és pedig 24 óra alatt egy teljes fordulattal. A látszatos elfordulás tehát 1 óra alatt  $15^\circ$ . Ha az ingát az egyenlítőn képzeljük lengésbe hozva, akkor az inga lengési síkja s a meridián is haladó mozgást végeznek, elfordulás tehát nem mutatkozik; ellenben a földfelület más pontján annál nagyobb az inga elfordulása, minél közelebb megyünk a sarkok felé. Ha valamely hely földrajzi szélessége  $\varphi$ , akkor az elfordulás nagysága óránként  $15 \cdot \sin \varphi$ . Mindenütt, a hol *Foucault* kísérletét elvégezték az elfordulás nagyságát ezen értékkel megegyezőnek találták.

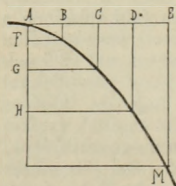
A föld tengely körül való forgásának még két bizonyítéka van; az első a leelő testnek nyugat-keleti irányban való eltérése a függélyes talppontjától, a második a passát-szeleknek az északi, illetőleg déli iránytól való eltérése.

### 13. §. Összetett mozgások.

Az elkajított  
testek moz-  
gása.

Ha valamely test pillanatnyi lökés foly-  
tán bizonyos sebességet nyer, s az ennek  
következtében beálló mozgása közben a ne-  
hézségi erő hatása alá kerül;

akkor, ha a kétféle erő okozta  
egyenletes és egyenletesen gyorsuló  
mozgások irányai nem egy  
egyenesbe esnek, *görbevonalú pá-  
lyával* bíró összetett mozgás jön  
létre. A kétféle egyidejű mozgás  
összetétele a *mozgások parallelo-  
grammájának* szerkesztése útján  
történik, ugyanolyan módon, mint  
az erők összetétele az erők paral-  
lelogrammája segítségével. Ilyen



20. ábra.

mozgásnál a nehézségi erők irányai párhuzamosak. Ha  
tehát a test *AE* irányában (20. ábra) egyenletesen,  
*AH* irányban egyenletesen gyorsulva mozog, az egyes  
másodpercnek megfelelően megszerkesztve a moz-  
gások parallelogrammáit, görbevonalú pályát nyerünk,  
melynek természetét vizsgálva, abban a *parabolát*  
ismerjük fel. A görbe pálya kis részét körnek tekint-  
hetjük s az eme pálya-elemhez tartozó kör sugarát  
*görbületi sugárnak* nevezzük. A pálya bármely pont-  
jához tartozó gyorsulásnak az illető ponthoz vont



érintőre való projectiója a *tangentialis*, a görbületi sugáron való projectiója a *normális-gyorsulást* adja.

A függőlegesen lefelé hajtott test végső sebessége:

$v = c + gt$ ; leírt útja:  $s = ct + \frac{1}{2}gt^2$ . A függőlegesen felfelé hajtott testeknél e két értéket az egyes mozgások különbsége adja s így:  $v = c - gt$ ;

$s = ct - \frac{1}{2}gt^2$ . Az utóbbi mozgásnál az elérhető legnagyobb magasságnál  $v = 0$  s így az emelkedés

ideje:  $t = \frac{c}{g}$ . Ha ezt az értéket  $s$  képletébe helyettesítjük, lesz:  $s = \frac{c^2}{2g}$  a legnagyobb magasság. Innen egyenletesen gyorsulva esik le a test, a milől az

$s = \frac{1}{2}gt^2$  képlet alapján:  $t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \frac{c}{g}$ . Az esés

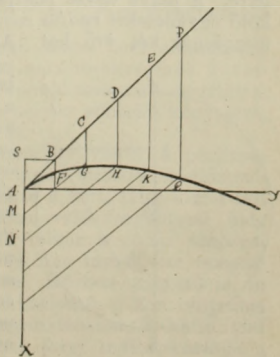
ideje tehát éppen annyi, mint az emelkedésé. A végsebesség, melylyel az eső test a kiindulási ponthoz

érkezik:  $v = g \cdot \frac{c}{g} = c$ , ugyanannyi, mint a fel-

dobott test kezdetbeli sebessége. Ez különben egyszerű következménye a munka megmaradása elvének.

— A vízszintesen elhajított testek parabola-alakú pályáját a levegő ellenállása nagyban módosítja, úgy hogy az ilyen test a pálya végén csaknem függőlegesen esik lefelé (*ballistikus görbe*).

Ferde hajtásnál a pálya megszerkesztése ugyanolyan elvek szerint történik, mint a vízszintes hajtásnál. Ha tehát  $AP$  (21. ábra) a hajtás iránya, mely a vízszintes iránynyal  $\alpha$  emelkedési (elevatio) szöveget zár be; akkor  $AQ$  lesz a parabolikus pálya. A  $c$  hajtási-sebesség ekkor két melléksebességre bont-



21. ábra.

ható, a vízszintes irányú  $c \cdot \cos \alpha$ -ra és a függőleges irányú  $AS = c \cdot \sin \alpha$ -ra. A vízszintes irányban leírt út:  $y = c \cdot \cos \alpha \cdot t$ ; ellenben függőleges irányban a test esése folytán a sebesség minden mp.-ben  $g$ -vel  $t$  idő alatt  $gt$ -vel csökken s így annak értéke  $t$  idő múlva:  $v = c \cdot \sin \alpha - gt$  s a leírt út:

$x = ct \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} gt^2$ . A test akkor szűnik meg emelkedni, ha  $v = 0$ , azaz:  $t = \frac{c \cdot \sin \alpha}{g}$ . Az emelkedés magassága ezen  $t$  érték helyettesítése után:

$x = \frac{c^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}$ . Ez legnagyobb, ha  $\alpha = 90^\circ$ . A test a vízszintes síkba akkor érkezik, ha emelkedése  $x = 0$  s innen  $t = \frac{2 \cdot c \cdot \sin \alpha}{g}$ .

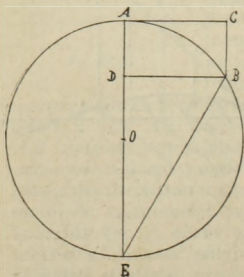
A test a vízszintes síkban  $c \cdot \cos \alpha \cdot t_1$  távolságra jut. Ebbe  $t_1 = \frac{2c \cdot \sin \alpha}{g}$  értéket helyettesítve, a hajtási távolság  $= \frac{c^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$  s ez

legnagyobb, ha  $\alpha = 45^\circ$ . A lapos hajtási-vonalakat a gyalogsági fegyverekkel és táborigényűekkel való lövésnél, a magasabb ívben hajlókát az ostromgényűekkel való lövésnél használják fel.

Ha az erő, mely a görbe pályán mozgó testre hat, állandó pont — az u. n. középpont — felé irányul, középponti mozgás jön létre. A pálya egyes pontjait a középponttal összekötő egyeneseket *radius vectoroknak* hívjuk. Az ilyen mozgásnál két erő hat. Az egyik — a *tangenciális* — a testet egyenes vonalban hajtja, a másik — a *középpontban működő* — azt az egyenes iránytól folyton eltéríti. Ez utóbbit *centripetál erőnek* nevezük. A középponti mozgás a hajtás általánosabb esete gyanánt fogható fel, melynél nagyobb kezdetbeli sebesség mellett a kitérítő erők a hajtásnál fellépő nehézségi erőktől eltérőleg nem párhuzamos irányúak. A centripetál erő, a test

Középponti mozgás.

Ha az erő, mely a görbe pályán mozgó testre hat, állandó pont — az u. n. középpont — felé irányul, középponti mozgás jön létre. A pálya egyes pontjait a középponttal összekötő egyeneseket *radius vectoroknak* hívjuk. Az ilyen mozgásnál két erő hat. Az egyik — a *tangenciális* — a testet egyenes vonalban hajtja, a másik — a *középpontban működő* — azt az egyenes iránytól folyton eltéríti. Ez utóbbit *centripetál erőnek* nevezük. A középponti mozgás a hajtás általánosabb esete gyanánt fogható fel, melynél nagyobb kezdetbeli sebesség mellett a kitérítő erők a hajtásnál fellépő nehézségi erőktől eltérőleg nem párhuzamos irányúak. A centripetál erő, a test



22. ábra.

mozgás-irányát folyton megváltoztatja, ezzel szemben azt az ellenállást, melylyel a test tehetetlenségénél fogva ezen irány-változtatás ellen ellenszegül, *centrifugál erőnek* hívjuk. A testet e két erő tartja meg pályájában. A középponti mozgás legegyszerűbb esete az, mikor a test egyenletes sebességgel körben mozog; ilyenkor az állandó irány-változást előidéző erő maga is állandó. Így ha az  $m$  tömegű test az  $r$  sugarú körben (22. ábra) mozog, mégpedig állandó  $c$  sebességgel, akkor magára hagyva  $t$  idő alatt  $AC = ct$  utat írna le; a centrifugál erő következtében azonban  $B$ -be fog jutni s így az erő irányában  $CB = AD$  utat írta le. Ha az erőt  $P$ -vel az általa létesített gyorsulást  $\gamma$ -val jelöljük, akkor  $P = m\gamma$  és  $AD = \frac{1}{2} \gamma t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{m} \cdot t^2$ . Ha  $t$  értéke kicsiny, akkor  $AB$  ív helyett a húrt és  $AC$  helyett  $AB$ -t helyettesíthetjük és mert:  $c^2 t^2 = AD \cdot AE = \frac{1}{2} P t^2 \cdot 2r : m$ , azért:  $P = \frac{mc^3}{r}$ . A most nyert képlet akkor is érvényes, ha a pálya nem kör, hanem valamely más görbe vonal, csak hogy akkor  $r$  a görbületi kör sugarát jelenti. Ha körmozgásnál  $T$  jelenti a fordulati időt, úgy hogy:  $cT = 2r\pi$ , akkor  $c = \frac{2r\pi}{T}$  és a centrifugál erő nagysága:  $P = \frac{4r\pi^2}{T^2} \cdot m$ . A centrifugál erő nem működik a forgó testre ható állandó erő gyanánt; az csupán a test ama törekvésének következménye, hogy egyenes vonalú mozgását megtartsa. Amint megszűnik a görbe pályán maradás kényszere, eltűnik a centrifugál erő is.

A centrifugál erő hatása nyilvánul a parittyánál, a centrifugál-száritó-, vizszivattyuzó-, szellőztető- és fuvó-készüléknél. Zsinegre kötött, félig vízzel telt pohárból a függélyes síkban való forgatásnál még akkor sem ömlik ki a víz, mikor a pohár szájával lefelé áll. A forgó kocsikerékre tapadt sár tangenciális irányban röpül tova. Körben vágató ló és lovas, kerékpáros vagy korcsolyázó a kör centruma felé hajlik. Vasútak kanyarodásánál a külső sínt magasabbra építik. Gyorsan forgó malomkerékek a széttörés veszélyének vannak kitéve.

Gyors forgások előidézésére a *centrifugális gép* szolgál. Leglényegesebb alkotó-része ennek a függélyes tengely, melyre különböző készülékek erősíthetők s melyet két u. n. végtelen szíjjal összekötött kerék segítségével gyors forgásba hozhatunk. Ha a tengelyre gömb-alakú üvegedényt erősítünk, melybe higanyt, vizet és olajat öntünk, akkor forgatás alkalmával a folyadékok a gömb egyenlítője táján helyezkednek el, mégpedig a külső övet a higany, a középsőt a víz, a belsőt az olaj alkotja, jeléül annak, hogy a centrifugál erő a tömeggel egyenes arányban áll. Vízszintes tengelyre helyezett, zsineggel összekötött, különböző tömegű két golyó a centrifugál-gép forgása közben nyugalomban marad, ha a nagyobb golyó távolsága a centrumtól annyiszor kisebb, mint a hányszor kisebb tömegű a második golyó. Rugalmas lemezekből készített golyóváz forgási-ellypsoiddá lesz a forgatott centrifugális gépen. Így vette fel ellypsoid alakját tengelye körül forgó földünk is, mikor még folyékony állapotban volt. A gőzgépeknél alkalmazott *centrifugál-regulátor* a centrifugál-gépen annál tágabbra nyílik, minél nagyobb a forgási sebesség.

A szabad  
tengely.

Ha a forgó test tengelylyel bír, mely körül tömege szymmetrikusan van elosztva; akkor a részecskék centrifugál-erői a tengelyt minden irányban egyenlően huzzák s így egymást kölcsönösen ellensúlyozzák. Az olyan tengelyt, melyre a centrifugál-erő semmi befolyást nem gyakorol, *szabad-tengelynek* nevezzük; mert ahhoz, hogy eredeti irányát megtarthassa, semmiféle erőt, vagy mechanikai készüléket sem kell alkalmaznunk. Szabad tengelylyel bír: a pörgettyű, a szabadon gördülő kerék, vagy pénzdarab; szabad tengelyek az égi testek tengelyei is. Ha a gyors forgásban lévő test tengelye *állandó* egyoldalú húzásnak van kitéve, a test nem követi annak irányát, hanem forgása mellett még egy mozgást vesz fel — *praecessio* — melynek következtében a forgástengely kúpfelületet ír le. Ha azonban a tengelyt kitérítő vonzás *nem állandó*, akkor a forgás-tengely még bizonyos ingadozást is mutat. Ezt a tűneményt *nutatio*nak nevezzük. A föld tengelye a praecessio-kúpfelületet 25800 év alatt írja le. (*Platonikus év.*) A nutatio a holdvonzások különbözőségének eredménye. A fel-

sorolt mozgás-tüneményeket kísérletileg *Bohnenberger* és *Fessel* forgó készülékével, a pörgettyűvel, *Magnus* polytropjával, vagy *Foucault* gyroskopjával tanulmányozhatjuk.

Ha földünk tengelykörüli forgást nem végező homogen gömb lenne, a nehézségi gyorsulás a földfelület minden pontján egyenlő lenne. Igy azonban a nehézség nem más, mint a föld vonzásának és a centrifugál erőnek az eredője. E két erő az egyenlítőn ellentétes irányú s így ha  $g_n$  az ottani nehézségi gyorsulást,  $G$  a föld vonzásából származó gyorsulást,  $\gamma_n$  a centrifugál-gyorsulást jelenti, akkor:  $g_n = G - \gamma_n$ . Mint-hogy kísérleti meghatározásokból  $g_n = 9.7807$  m.,  $\gamma_n = 0.0339$  m., azért  $G = 9.7807 + 0.0339$ . Az elmondottakból kitünik még az is, hogy az esetben, ha földünk forgási-sebessége 17-szerre nagyobb lenne,  $g_n = 0$  értéket venne fel. A sarkok nem vesznek részt a forgásban, ott tehát a centrifugál-erő zérus, a nehézségi-gyorsulás azért ott a legnagyobb. A föld más helyeire nézve, a föld lapultságát is (1 : 289) figyelembe véve, a nehézségi gyorsulást a következő tapasztalaton alapuló képlet fejezi ki:  $g = 9.7807 + 0.0508 \sin^2 \varphi$ , ahol  $\varphi$  az illető hely földrajzi szélességét jelenti. A föld lapultságát feltüntető 1 : 289 azt az arányt fejezi ki, mely az egyenlítői és sarki föld-sugarak különbsége s az egyenlítői föld-sugár között létezik. A nehézségi gyorsulás módosítására még az a körülmény is befolyással bír, hogy a föld tömegének elosztása nem egyenletes.

A bolygók a nap körül igen kis excentricitással bíró s így köröknek tekinthető ellipsisekben keringnek. Ezen keringés folytán centrifugál-erő jön létre, mely a bolygókat a naptól eltéríteni törekszik. Minthogy azonban attól a bolygók nem térnek el, abból következik, hogy a nap a centrifugal erővel egyenlő nagyságú vonzást gyakorol a bolygókra. Ha tehát  $m$  a bolygó tömege,  $R$  a naptól való közép-távolsága,  $T$  a keringési ideje, akkor az említett vonzó-erő  $P = \frac{m \cdot 4\pi^2 R}{T^2}$ . *Keppler* a *Tycho de Brache* észleletei alapján három nevezetes törvényt állított fel a bolygók mozgására vonatkozólag. Ezek a következők: 1). A bolygók pályái ellipsisek, melyeknek egyik

A nehézségi gyorsulás változásai.

*Keppler* törvényei.

gyűjtő-pontjában van a nap. 2) A radius rectorok által egyenlő időközökben sűrűlt területek egyenlők. Ennek következményeként a bolygók napközben (perihelium) nagyobb sebességgel mozognak, mint nap-távolban (aphelinm). 3) A bolygók keringési időinek négyzetei úgy aránylanak, mint naptól való közép-távolságaik köbei. Ha a különböző bolygók távolságai:  $R_1, R_2, R_3 \dots$ , keringési időik:  $T_1, T_2, T_3 \dots$

akkor:  $\frac{R_1^3}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{T_2^2} = \frac{R_3^3}{T_3^2} = \dots = C$ . A bolygók mozgása a nap tömegétől függ, ha ez más lenne  $R$  és  $T$  is megváltoznának s azért  $C$  helyett  $K \cdot M$  írható, ahol  $M$  a nap tömegét jelenti s akkor:  $\frac{m \cdot 4\pi^2 R^3}{T^2} = \frac{m \cdot 4\pi^2 \cdot K \cdot M}{R^2} = G \cdot \frac{Mm}{R^2}$ . Tehát a nap tömegének

Általános tömegvonzás a bolygó tömegére gyakorolt vonzása a tömegekkel egyenes, a távolság négyzetével fordított arányban áll. A világtér két tömegének vonzását kifejező eme nevezetes törvényt a *gravitatio-törvényének*, a vonzó-erőt *általános tömegvonzásnak* (gravitatio) nevezzük. *Kepler* első és második törvénye olyan középponti mozgásoknál is érvényes, ahol a középpont felé irányuló erők nem állnak fordított arányban a távolság négyzetével. A vonzást földi tömegeknél *nehézségnek* nevezzük, ez abban nyilvánul, hogy a testek a föld középpontja felé törekszenek esni. A nehézségnek az általános tömegvonzással való azonosságát *Newton* igazolta, a következő módon. A föld körül kering a gravitatio-törvénynek megfelelőleg a hold, a mennyiben tömegegysége a földtől  $a = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$  centripetál-

gyorsulást nyer, hol  $R$  a hold távolsága a föld centrumától,  $T$  pedig a hold keringési ideje. A föld felületén lévő tömegegység, mely a centrumtól  $r$  (föld-sugár) távolságban van  $g$  gyorsulást kap. Ha a nehézség azonos a gravitációval, akkor a gyorsulásoknak fordított arányban kell állaniok a föld centrumtól mért távolságaik négyzeteivel, azaz:  $a : g = r^2 : R^2$ . És ez az egyenlet valóban igaz, mert  $R = 60r$ ,  $T = 27$  nap 7 óra 43 percz =  $39343 \times 60$  másodpercz, a föld kerülete:  $2r\pi = 40,000,000$  m. s így:

$$a = \frac{4\pi^2 \cdot R}{T^2} = \frac{2r\pi \cdot 2\pi \cdot 60}{T^2} = \frac{40,000,000 \cdot 2\pi \cdot 60}{39343^2 \cdot 60^3} =$$

= 0.002706 m. A fenti  $a:g = r^2:(60r)^2$  aránylatból következik, hogy  $g = a \cdot 60^2 = 9 \cdot 74$  m., ami  $g$  kísérletileg nyert értékével eléggé megegyezik. A földi tömegek közt működő vonzást *Cavendish* kísérlete igazolja. (12. §.) Tehát általában a nehéz testek vonzása a tömegekkel egyenes, a távolság négyzetével fordított arányban áll. Ezen általános törvénynél fogva a tenger felszine fölé emelkedve csökken a földi nehézség értéke *Newton* bebizonyította még azt is, hogy az olyan égitest, mely bizonyos kezdetbeli sebességgel bír s melyre a távolság négyzetével fordított arányban csökkenő erő hat, kúpszelet pályán mozog. Hogy ez a pálya kör, ellipsis, parabola, vagy hyperbola-e, azt az égitest kezdetben bírt sebessége szabja meg. A holdnak a tengerek víztömegére gyakorolt vonzásán alapszik az *árapály* tüneménye.

A bolygók mozgását *Kopernikus Miklós* a 16. század kezdetén ismerte fel középponti mozgásokul. Azelőtt a *Ptolemaeus*-féle (geocentrikus) rendszer volt elfogadva, melyet ő „*Almagest*“ czímen ismert művében fejt ki. E szerint a föld az éggömb centrumát foglalja el s körülte keringnek keletnyugati irányban az égitestek. *Kopernikus* szerint az éggömb centruma a nap s e körül egyenletesen keringnek köralakú pályákban a bolygók. *Kepler* nem bírta megegyeztetni *Tycho de Brahenak* a Marsra vonatkozó, 35 éven át végzett megfigyeléseit *Kopernikus* elméletével s így azt a már előadott módon megváltoztatta. Végül *Newton* volt az, a ki dinamikai alapra fektette *Kepler* törvényeit, megismertetvén az erőket, melyek a bolygókat pályáikban tovább hajtják.

A bolygók mozgásának elméletével kapcsolatban megemlítjük a naprendszerünk keletkezésére vonatkozó *Kant-Laplace*-féle hypothesis is. E szerint a nap, az összes bolygó-tömegekkel együtt hajdan egységes, magas hőmérsékletű, igen finom gáznemű, nyugat-keleti irányban forgó ködtömeget alkotott, melynek terjedelme jóval nagyobb volt a naprendszer most elfoglalt terjedelménél. E gáztömeg összehuzódásánál az egyenlítőnél fellépő legnagyobb centrifugál-erő gáztömegeket választott el, melyek egyrészt az egész tömeg magja — a nap — körül keringtek, másrészt tengely-körüli forgást végeztek. Az így levált tömegekből képződtek a bolygók s ezek közt

A Kant-Laplace-féle hypothesis.

földünk is. — Naprendszerünkhöz a következő égitestek tartoznak. A *nap*, ennek tömege 800-szorta nagyobb a rendszerhez tartozó egyéb égi testek együttes tömegénél; a 4 belső bolygó, ezek: *Mercur*, *Venus*, *Föld* (1 holddal), *Mars* (2 holddal); a *planetoidák* (asteroidák), melyek közül az elsőt „*Ceres*“-t 1801-ben fedezték fel s azóta 436 ilyen testnek a pályáját ismerték meg; a 4 külső bolygó, ezek: *Jupiter* (5 holddal), *Saturnus* (8 holddal és 1 gyűrűvel), *Uranus* (4 holddal), *Neptun* (1 holddal); az *üstökösök* és *meteorok* ismeretlen nagy száma; az *állatövi fény*, melynek physikai sajátosságait még nem ismerjük; nálunk mint gyengén világító fénykép csak ritkán látható, mégpedig napnyugta után a nyugati, vagy napkelte előtt a keleti szemhatár fölött, az egyenlítő táján pompás fénytüneményül naponta mutatkozik.

#### 14. §. Az ütközésről.

Egyenes  
ütközés.

Az *ütközés* ama kölcsönös hatás, melyet két mozgó, vagy egy mozgó és egy nyugvó test, a találkozás pillanatában egymásra gyakorol. Az érintkező felület-elemekre húzott merőleges iránya az ütközés irányát adja. Ha ez a két test súlypontján megy át, az ütközést *centralisnak*, különben *excentrikusnak* mondjuk. Ha a mozgás iránya az ütközés irányával összeesik, akkor az ütközést *egyenesnek*, ha azonban az említett irányok szöveget zárnak be, *ferdének* nevezzük. Az ütközésnél fellépő erők meghatározására ama physikai axioma szolgál, hogy: *minden hatásnak vele egyenlő ellenhatás felel meg.*

Rugalmatlan  
golyók  
ütközése.

Ha  $M$  és  $m$  a két ütköző teljesen rugalmatlan golyó tömege,  $C$  és  $c$  a sebességeik, akkor a nagyobb sebességű golyó addig nyomja a kisebb sebességűt, míg közös  $u$  sebességet nyernek. Ha  $C > u > c$ , akkor az első test mozgásmennyiségében  $m(u - c)$  nyereség, a másikéban  $M(C - u)$  veszteség mutatkozik és mert:

$$M(C - u) = m(u - c); \text{ azért: } u = \frac{MC + mc}{M + m}. \text{ Ha a}$$

$$\text{mozgó testek ellentétes irányúak, akkor: } u = \frac{MC - mc}{M + m}.$$

Lehetséges most hogy: 1) a két golyó egyenlő tömegű, azaz:  $M = m$ , akkor:  $u = \frac{C + c}{2}$ ; 2) a két golyó



egyenlő tömegű, de az egyik az ütközés előtt nyugalomban van, akkor  $M = m$ ,  $c = 0$  és  $u = \frac{C}{2}$ ; 3) a nyugvó test tömege  $M$  végtelenen nagy az ütköző test  $m$  tömegéhez képest, akkor:  $u = 0$ . Tehát ha teljesen rugalmatlan golyó szilárd falba ütközik, nyugalomba jön az ütközés után. Ha figyelembe vesszük, hogy:

$$M(C - u) = m(u - c) \text{ és } \frac{C + u}{2} > \frac{u + c}{2},$$

$$\text{akkor: } \frac{M}{2}(c^2 - u^2) > \frac{m}{2}(u^2 - c^2),$$

$$\text{vagy: } \frac{Mc^2}{2} + \frac{mc^2}{2} > \frac{u^2}{2}(M + m).$$

Ez azt jelenti, hogy a teljesen rugalmatlan golyók ütközés előtt bírt eleven ereje nagyobb, mint az ütközés utáni. Az eltűnt eleven erő, mint meleg, vagy mint az ütköző testek deformációjának oka jelentkezik.

A tökéletesen rugalmas golyók ütközés után bírt  $u$  közös sebessége ugyanazon értékkel bír, mint fentebb. Azonban a golyók közt az ütközésnél fellépő nyomás megváltoztatja mindkét test alakját és sebességét; az első golyó sebességében  $u - c$  nyereség, a hátulsóiban  $C - u$  veszteség mutatkozik. Amint azonban a két test kölcsönös nyomása megszűnik, fellép a rugalmasság ellenhatása, melynek következtében a két test ugyanazon erővel törekszik előbb bírt alakjának visszanyerésére, mint a mekkora erővel deformációjuk történt. Az első golyó tehát visszanyomja a hátulsót, minek következtében az sebességében ismét  $C - u$  veszteséget szenved; egyidejűleg nyomást gyakorol a hátulsó golyó az elsőre, minek következtében annak sebességében megint  $u - c$  nyereség mutatkozik. Jelölje  $V$  és  $v$  az  $M$  és  $m$  tömegek ütközés után bírt sebességét, akkor:

$$V = C - 2(C - u) = 2u - C;$$

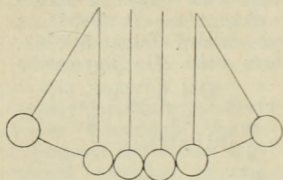
$$v = c + 2(u - c) = 2u - c;$$

$$\text{ahol: } u = \frac{MC + mc}{M + m}.$$

Hlyfajta ütközésnél a következő különös esetek lehetségesek: 1)  $M = m$ , akkor:  $V = c$  és  $v = C$ , egyenlő tömegű, ugyanazon irányban mozgó rugalmas golyók ütközés után megcserélt sebességgel

Rugalmas  
golyók  
ütközése.

haladnak tova; 2)  $M = m$ ,  $c = 0$ , akkor:  $V = 0$  és  $v = C$ , a nyugvó golyó ütközés után felveszi az ütköző sebességét, emez pedig nyugalomba jön. (A



23. ábra.

23. ábrában feltüntetett golyó-sorban csakis az utolsó golyó mozdul ki. *Mariotte* ütközés-gépe); 3)  $C = 0$ ,  $M = \infty$ , akkor:  $v = -c$ ; azaz rugalmas falba merőlegesen ütköző rugalmas golyó ugyanazon sebességgel tér ellenkező irányban vissza; 4) ha a testek ellentétes irányban mo-

zognak, akkor  $c$  negatív és így:  $V = 2n - C$ ;

$v = 2n + c$  és  $n = \frac{MC - mc}{M + m}$ . Ha most  $M = m$ ,

akkor:  $V = -c$  és  $v = C$ . A sebesség mellett a golyók még irányukat is kicserélik az ütközés után.

Az  $m(v - c) = M(C - V)$  és  $\frac{v + c}{2} = \frac{C + V}{2}$  egyenletekből:  $\frac{m}{2}(v^2 - c^2) = \frac{M}{2}(C^2 - V^2)$ , vagy:

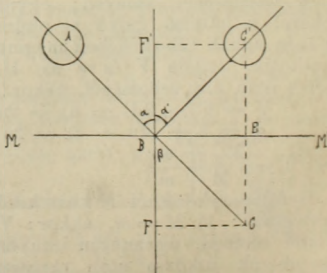
$$\frac{mv^2}{2} + \frac{MV^2}{2} = \frac{MC^2}{2} + \frac{mc^2}{2}.$$

Tökéletesen rugalmas golyók ütközésénél *eleven erőben* nem mutatkozik semmi veszteség sem.

Ferde ütközés.

Ha valamely golyó  $AB$  irányban (24. ábra)  $MM'$  falba ütközik, akkor  $BC$  sebességét  $BE$

és  $BF$  componensekre bonthatjuk. Ha a golyó és a fal rugalmatlan, akkor  $BF$  componenst a fal ellenállása megsemmisíti s a golyó  $BE$  sebességgel halad tova az  $MM'$  síkon. Ha azonban úgy a golyó, mint a fal rugalmasak, ak-



24. ábra.

kor  $BF'$  az ütközés pillanatában megsemmisül ugyan, de a rugalmasság folytán nyomban előtűnik, mégpedig ellentétes irányban. Ha  $BF'' = BF'$  és  $BC''$  a  $BE$  és  $BF''$  resultansa, úgy ez utóbbi adja a golyó mozgásának az ütközés után való sebességét és irányát. A mozgás irányának ilyszerű megváltozását *visszaverődésnek* nevezzük.  $BF''$  egyenest *beesési függélyesnek*  $ABF'' \sphericalangle = \alpha$  szöget a *beesés szögének*,  $F'BC'' = \alpha'$  szöget a *visszaverődés szögének* hívjuk. Minthogy  $BC''F'' \triangle \cong BCF \triangle$ -el azért:  $\alpha = \beta' = \alpha'$ . Tehát ha rugalmas golyó rugalmas falba ütközik, a visszaverődés szöge egyenlő a beesési szöggel s egyszersmind az ezen szögek által meghatározott síkok egybeesnek.

### 15. §. A mozgás akadályai.

A mozgás akadályai gyanánt főként a *súrlódás*, a *közeg ellenállása* és a *kötelek merevsége* jön számításba.

*Súrlódás* akkor áll elő, ha valamely Súrlódás.  
testnek egy másik felületén kell mozognia; alapját a súrlódó felületek egyenetlenségeiben találja s úgy tekintendő, mint a mozgást gátló ellenállás. *Csusztatási* és *gördülési súrlódást* különböztetünk meg. A súrlódásra vonatkozólag *Coulomb* és *Morin* a következő törvényeket állították fel: 1) A súrlódás arányosan nő az érintkező felületekre gyakorolt nyomással; a súrlódás és a nyomás hányadosát *súrlódási coefficiensnek* hívjuk, 2) a súrlódás nagyobb a mozgás megindultakor, mint mozgás közben; 3) független a súrlódó felületek nagyságától; 4) nem nagy sebesség mellett független a sebességtől is; 5) egynemű anyagok közt nagyobb, mint nem egyneműek közt, feltéve, hogy az utóbbiak keménysége nem nagyon eltérő; 6) a gördülő súrlódás kisebb, mint a csusztatási, azért emezt gyakorta helyettesítik az elsővel. A súrlódást alkalmas kenőcsökkel, így fémeknél olajjal, fánál fagyaggal, szappannal és graphittal csökkentik. A súrlódás növelése gyakran előnyös is lehet, így: a kerék-kötésnél, járásnál, bejegesedett síeknél stb.

A mozgás levegőben, vagy vízben történik. *A közeg ellenállásának oka* ama A közeg  
ellenállása. sebesség, melyet a közeg részecskéi a mozgó testtől nyernek. Nagysága függ: 1) a közeg sűrűségétől,

tehát vízben tetemesebb, mint levegőben; 2) a mozgó test sebességétől, sok esetben annak négyzetével arányos; 3) a mozgó test alakjától és a test súlyának az ellenálló felülethez való arányától. Tollak csak lassan esnek a levegőben, a vízgőzök lebegve maradnak ott, a hajók, madarak alakja ékhez hasonló; a közeg ellenállását felhasználják a vitorláknál, ejtőernyőnél, az evezésnél, úszásnál stb.

A kötelek merevsége.

A kötelek merevsége szintén mint mozgási akadály működik; ennek oka azon ellenállásban rejlik, melyet a kötelek meghajlításuk, vagy megnyújtásuk ellenében kifejtenek. Ezen ellenállás egyenes arányban áll a megterheléssel és a kötél keresztmetszetével, ellenben fordított arányban azon csiga, vagy henger sugarával, melyre a kötelet csavarják. Új kötelek általában merevebbek, mint a régiek.

## b) A folyékony testek mechanikája.

### 16. §. Alaptulajdonságok.

Alaptulajdonságok.

A folyadékok oly *súlyos testek*, melyeknél a molekulák közt működő *vonzó* erők csak csekély mértékben múlják felül a *taszító*-erőket. A folyékony testek kis tömegekben mindig, nagyobb tömegekben pedig, ha külső-erők a molekuláris erők hatását nem befolyásolják, *gömbalakot* vesznek fel. (*Plateau* kísérletei.) A folyékony testek részecskéi felette *gördülékenyek*, azaz egymástól könnyen, úgyszólván erő felhasználása nélkül eltolhatók. Minthogy a molekulák közt lévő távolságok igen kicsinyek, azért *a folyadékok csak csekély mértékben nyomhatók össze*. Régen azt hitték, hogy azok térfogata egyáltalában nem csökkenthető. *Canton* (1763) mutatta meg a víz összenyomhatóságát, majd később *Oersted* *piezométerével* pontosabb eredményekhez jutottak: *Regnault*, *Colladon* és *Sturm*; ujabban pedig igen nagy nyomások alkalmazásával *Cailletet*. A nyomás megszűntével a folyadékok teljesen visszanyerik eredeti térfogatukat és sűrűségüket. (*Térfogati ruganyosság*.)

A folyadék szabad felszíne.

Ezen tulajdonságokból következik, hogy *a folyadékok a tartó-edény alakját veszik fel* s ha ezen edények elég tágasak, akkor a

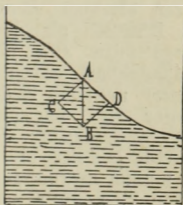
folyadék szabad felszine csak úgy lehet egyensúlyban, ha merőlegesen áll az egyes részecskékre ható erők eredőjére. Legyen  $AB$  (25. ábra)

az  $A$  részecskére ható erők eredője, akkor ezt két componensre bonthatjuk fel, melyek közül  $AC$  merőleges a felületre,  $AD$  pedig azzal párhuzamos,  $AC$  a folyadék ellennyomása folytán megsemmisül,  $AD$  pedig továbbítja a könnyen gördülő folyadék-részecskét s ez mindaddig tart, míg a folyadék szabad felszine (niveau), vagy tükre az eredőre nem áll merőlegesen. Kisebb

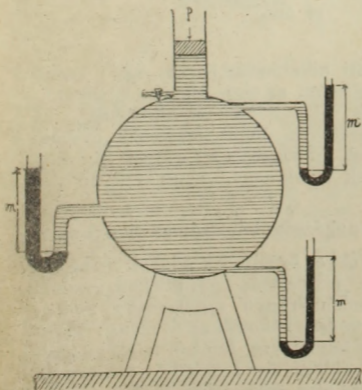
tömegeknél tehát *vízszintes* a nyugvó folyadék felülete; tengereknél az eredő-erők (nehézségi erők) már nem tekinthetők párhuzamosoknak s így a tengerek felszine olyan gömbfelület, melynek centruma a föld középpontjába esik.

Míg a mechanika első részében a szilárd testekre ható erőket egyes pontokra ható erőkkel helyettesíthettük, addig folyadékoknál egyes *felületekre* ható erőket kell számításba

A nyomás egyenletes elterjedése.



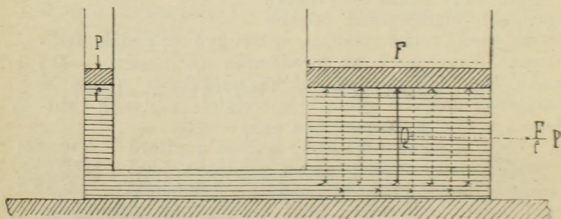
25. ábra.



26. ábra.

vennünk; ezeket *nyomó-erőknek*, vagy egyszerűen *nyomásoknak* nevezük s a felület-egységre merőlegesen ható erővel mérjük. A nyomás, melyet a minden oldalról zárt folyadéktömeg felületére gyakorolunk, a részecské szabad mozgása folytán minden irányban egyenletesen terjed tova (26. ábr.). Ennek követke-

tében az egyenlő területekre gyakorolt nyomások egyenlők, a különböző nagyságú területekre ható nyomások a területekkel arányosak. (*Pascal*). Ezen alapszik *Bramah hydraulikus sajtója* (1795). A készülék alapelve a következő: Az  $f$  felületű dugattyúra (27. ábra) gyakorolt  $P$  nyomás a folyadékban egyenletesen terjed tova s így az  $n$ -szer nagyobb  $F$  dugattyúra ható folyadék-nyomás  $n$ -szer lesz nagyobb, azaz:  $Q = n \cdot P$ . Pascal törvénye szerint:  $P : Q = f : F = d^2 : D^2$ , ha  $d$  a kisebb,  $D$  a nagyobb henger-alakú dugattyú átmérője. A munka megmaradása elvéből azonban könnyű belátnunk, hogy a nagyobb dugattyú mozgása igen lassú lesz a kisebbéhez viszonyítva. *Bramah sajtója*



27. ábra.

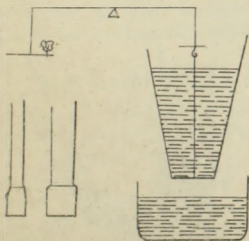
széleskörű gyakorlati alkalmazást nyer. Így: széna és gyapju összesajtolására, az olaj-, stearin- és gummyártásnál, ón- és ólomcsövek előállításánál, az elektromos kábelvezetékek ólomköpenyének gyártásánál, gőzszekrények és vízvezetéki csövek kipróbálásánál, nagy terhek emelésénél, gépgyárakban stb.

### 17. §. A folyadék nehézségéből származó nyomás.

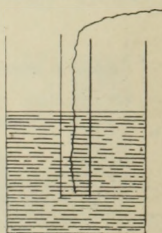
Edényekbe öntött folyadékok nehézségüknél és részecskéik gördülékenységénél fogva minden irányú ugynevezett *hydrostatikai nyomást* gyakorolnak és pedig: *fenéknymomást* a vízszintes felületekre, felülről lefelé; *oldalnymomást* az edény oldalfalaira; *felfelható nyomást*, vagy *felhajtást*, vízszintes felületekre alulról fölfelé.

A hydrostatikai nyomás.

A hydrostatikai nyomás nagysága —  $P$  — függ: 1) a nyomott felület nagyságától —  $a$  —; 2) a nyomott felület súlypontjának a folyadék-tükörtől mért távolságától —  $m$  — amit *nyomás-magasságnak* is nevezünk és 3) a folyadék fajsúlyától —  $f$  —. A hydrostatikai nyomás nagyságát tehát a  $P = a \cdot m \cdot f$  képlet fejezi ki. A megismert törvényből kitetszőleg a nyomás nagysága független a folyadék-mennyiségtől és az edény alakjától, azaz kevés folyadékkal a körülmények kellő megválasztása mellett ugyanakkora nyomást lehet kifejteni, mint valamely nagyobb folyadék-tömeggel. Ezen, *Pascal* által kísérletileg igazolt tényt *hydrostatikai paradoxonnak* nevezzük s igazolására *Pascal mérlegét* használjuk



28. ábra.



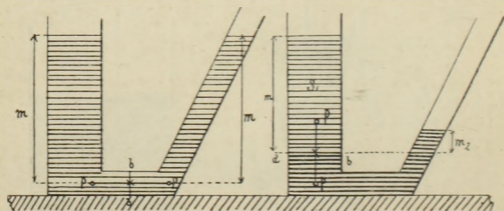
29. ábra.

fel, melynél a különböző alakú edények (28. ábra) egyenlő nagyságú, alsó nyílásait a mérleg egyik karján lefüggő rézkorong zárja el. Ha az egymásután felhelyezett edényekben, egyenlő magasan áll a folyadék, akkor a fenéknomás ellensúlyozására mindig egyenlő súlyt kell a mérlegserpenyőn alkalmazni, tekintet nélkül arra, hogy az edények alakjának különbözősége folytán egyszer nagyobb, másszor kisebb a nyomást kifejtő folyadék-mennyiség.

*Oldalnyomásnál* a nyomó-erő támadás-pontját a *nyomás középpontjának* hívjuk s ez mindig mélyebben fekszik, mint az oldallap-súlypontja. Az oldalnyomás a mélységgel arányosan nő, de az oldalak átellenes egyenlő magasságú részei egyenlő nyomásoknak vannak kitéve. Ha tehát a folyadék az egyik oldalon

nyílásra talál, ott megszűnik az oldalnyomás, ellenben a szemközt lévő oldalon mint *visszahatás* (reactio) működik. Ezt észleljük a *Segner-féle keréknél*, melynek elve a *Whitelaw-féle*, vagy *skót-túrbináknál* talál alkalmazást.

A *felhajtó-erőt* oly üveg-hengerrel (29. ábra) mutat-hatjuk meg, melynek fenéke gyanánt vele össze nem függő, de szorosan hozzá-nyomható rézkorong szolgál. A rézkorong középpontjára erősített zsinegen lóg. Folyadékba mártva elengedhetjük a zsineget, mert a folyadék felhajtó ereje odaszorítja a rézkorongot az üvegcső aljához, úgy hogy a csőbe nem jut be a folyadék. Ha most a csőbe felülről ugyanolyan folya-dékot öntünk, a korong mindaddig megtartja azt, a míg a belső oszlop felszine el nem éri a külső niveau-



30. ábra.

magasságot. Ekkor azonban a korong saját súlyánál fogva leesik. A *felhajtó-erő* tehát *egyenlő a korongon nyugvó folyadék-oszlop fenék-nyomásával*.

Közlekedő  
edények.

*Közlekedő edényeknek* azokat nevezzük, melyeknek ágait közös cső köti össze. Ezek-ben a folyadék csakis akkor lehet egyen-súlyban, ha a közös csőben bármely folyadék-rétegre mindkét oldalról egyenlő nyomás hat. Ha tehát a a két-ágú közlekedő cső (30. ábra) ágaiban ugyan-azon folyadék van, akkor egyensúly csak akkor lehetséges, ha az egyes ágakban egyenlő a folyadék-oszlopok magassága. Ha ugyanis a nyomott réteg felülete  $a$ , a folyadék fajsúlya  $f$ , az egyes ágakban lévő folyadék-magasságok  $m$  és  $m'$ , akkor az egyen-súly feltétele:  $amf = am'f$ , azaz:  $m = m'$ .



Ha azonban az egyes ágakba nem keveredő, különböző fajsúlyú folyadékokat, pl. vizet és higanyt öntünk, akkor egyensúly esetén az egyes ágakban a folyadék magasságok fordított arányban állanak a fajsúlyokkal, mert akkor az egyensúly feltétele:  $am'f' = amf$ , azaz:  $mf = m'f'$ , honnan:  $m:m' = f':f$ .

A közlekedő edények törvényén alapszanak: a nivellálásnál alkalmazott *csatornamérlegek*, a vivezetékek, az artézi- és szökőkutak, a források stb. A margitszigeti artézi kútnál 118 5 m mélységből 43·8° C. hőmérsékletű víz 9·5 m magasságra szökik. Vízbősége naponként 56·800 hl. A városligetinél a víz 970 5 m mélységből 13·5 m. magasra tör, hőmérséklete 73·8° C, bősége 7370 hl. naponként.

A hydrostatikai nyomást felhasználják, mint hajtó-erőt a vízi motoroknál, növény kivonatok készítésére a *Real*-féle sajtonál stb.

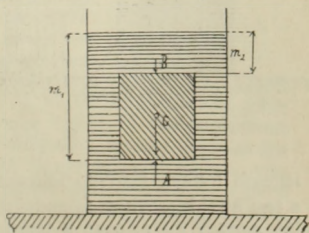
### 18. §. Archimedes elve. A testek uszása.

Ha a folyadékban oldhatatlan szilárd testet folyadékba mártjuk, arra minden irány-

Archimedes  
elve.

ból hydrostatikai nyomások hatnak, melyek közül az el-

lenkező irányú, egyenlő nagyságú oldalnyomások ellensúlyozzák egymást, ellenben a fenék- és felfelé ható függőleges irányú nyomások felfelé irányuló eredőre — a *felhajtásra* — vezetnek. Ennek nagy-



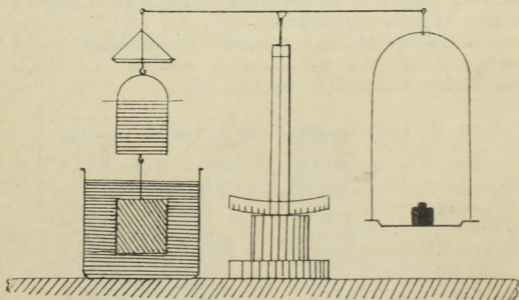
31. ábra.

ságát a 31. ábra alapján, ha  $f$  a folyadék fajsúlya és  $a$  a nyomott lap területe:  $A-B$  jelenti, és:  $A-B = f(m_1 - m_2) \cdot a = G_f$ . Ez azonban nem más, mint a test által kiszorított folyadékmennyiség súlya s mivel ezen eredő felfelé irányul, ennyivel mutatkozik könnyebbnek a folyadékba mártott szilárd test. Ennek alapján kimondhatjuk, hogy: *A folyadékba mártott test abban annyival mutatkozik könnyebbnek, a mennyi az általa kiszorított folyadéktömeg súlya.* Ezen

törvényt *Archimedes* ismerte fel legelőször s azért ő róla nevezték azt el. Kísérleti igazolására a *hydrostatikai mérleg* (32. ábra) szolgál, mely annyiban tér el a közönséges mérlegtől, hogy az egyik serpenyő helyett oly tömör rézhenger függ le a mérlegkaron, mely a föléje akasztott üres hengerbe éppen beleillik. Ha a tömör hengert vízbe merítjük, megbomlik a mérleg egyensúlya, de ismét helyreáll, mikor az üres hengert vízzel megtöltöttük.

A testek úszása.

Láthatjuk tehát, hogy a folyadékba merült testekre két erő hat: a testek függőlegesen lefelé irányuló súlya  $G$  s a függő-

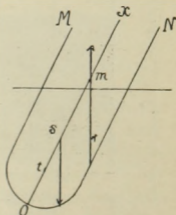


32. ábra.

legesen felfelé irányuló felhajtás  $G_f$ , a mely utóbbi a test által kiszorított folyadéktömeg súlyával egyenlő. Ha most  $G > G_f$ , azaz a test fajsúlya nagyobb, mint a folyadéké, akkor a test *lemerül* a folyadékban; ha  $G = G_f$ , akkor a test a felszín alatt *lebeg* a folyadékban, ha pedig  $G < G_f$  akkor a test mindaddig emelkedik a folyadékban, amig súlya egyenlő lesz az általa kiszorított test súlyával, azaz a test *úszik* a folyadékon. (*Cartesi* buvár.) Az úszó testnek a folyadékból kiálló része annál kisebb lesz, minél kisebb a folyadék fajsúlya. Ha a test térfogatát súlyához képest oly nagyra választjuk, hogy a kiszorított folyadéktömeg súlya nagyobb legyen, mint a testé, akkor a folyadéknál nagyobb fajsúlyú test

is úszhatik azon; így pl. ezt látjuk a vizen úszó vas-hajóknál. A nehezebb test úszhatik a vizen még akkor is, ha a víznél jelentékenyen csekélyebb fajsúlyú testtel van összekötve; ezt látjuk a jegen úszó kőnél, fán úszó fémnél, úszó hólyaggal ellátott embernél stb.

Az úszó test egyensúlyban van, ha súlypontja és az általa kiszorított folyadék súlypontja ugyanazon függélyes vonalba esik. Ezt a vonalat *úszási tengelynek* nevezzük. Ha az úszó testet kimozdítjuk egyensúlyhelyzetéből (33. ábra) akkor az úszási tengely ferde helyzetbe jut; a test súlypontja eredeti helyzetében megmarad; ellenben a felhajtó erő támadási pontja  $r$  pontba kerül. Az ezen pontban húzott merőlegesnek az úszási tengellyel való átmetszési pontját ( $m$ ) *metacentrum*nak nevezzük. Ha ez magasabban fekszik, mint az úszó test súlypontja, akkor a test egyensúlya *biztos*, ha a metacentrum a súlypont alá kerül, akkor az úszó test egyensúlya *ingató*; ellenben ha a két pont egybeesik, akkor az egyensúly *közömbös*. Az úszó test



33. ábra.

annál biztosabb egyensúlyban van minél mélyebben fekszik a súlypontja. Az elmondottakat különösen a hajók építésénél és megterhelésénél kell figyelembe venni. A testek úszásán alapszik a *libella* (vizszinmutató), a mely a vízszintes síkok kijelölésére szolgál. Sárgaréztokba foglalt, vizzel, vagy borszeszszel megtöltött üvegcső ez, mely akkor áll vízszintesen, ha a benne hagyott légbuborék a cső közepén foglal helyet.

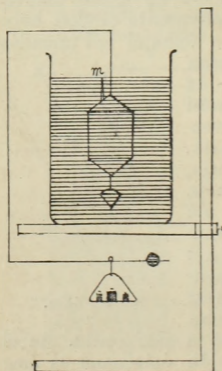
### 19. §. A szilárd és folyékony testek sűrűsége.

A testek *abszolút sűrűsége* alatt tömegük és térfogatuk hányadosát értjük. A *relatív sűrűséget* pedig úgy kapjuk meg, ha a test súlyát elosztjuk az egyenlő térfogatú víz súlyával. A testtel egyenlő térfogatú víz súlyának meghatározását *Archimedes-törvénye* alapján végezhetjük, mert ez a testnek vízben szenvedett súlyvesztésével egyenlő. A szilárd testek relatív sűrűsége meghatározható: 1) *A hydrostatikai mérleggel*. E célból a

Szilárd testek sűrűsége.

mérleg kis serpenyőjére, finom szálra felfüggesztjük az illető testet s meghatározzuk a levegőben bírt súlyát ( $Q$ ). Ezután vízbe mártjuk s a megbomlott egyensúlyt a serpenyőbe helyezett  $q$  súlyllyal helyreállítjuk.  $q$  lesz a testtel egyenlő térfogatú víz súlya s így a test viszonylagos sűrűsége:  $d = Q : q$ .

2) Ha a testből csak kis darab áll rendelkezésünkre, — a *pyknométert* — ezt a vékony falú kis üveget használjuk fel a viszonylagos sűrűség meghatározására; a pyknométert vízzel megtöltve a testtel együtt a mérlegre helyezük s a mérleget egyensúlyba hozzuk. Most a testet a kis üvegbe teszszük, a kiszorított vizet gondosan letöröljük s az ismételt lemérésnél az egyensúly létesítésére szolgáló  $q$  túlsúlyban megkapjuk a kiszorított víz súlyát.



34. ábra

3) Egy harmadik módszer a relatív sűrűség meghatározására az úszáson alapszik s ennél mérleg helyett *Nicholson* areométerét (34. ábra) használjuk fel. Ez teljesen zárt pléh- vagy üvegedény, mely alul meg van terhelve, hogy biztosan úszszék. A súlyok

felvételére szolgáló csészébe bizonyos kis  $q$  súlyt kell helyezni, hogy a készülék vízben  $m$  állandó jegyig lemerüljön. Ha a testet is a csészébe teszszük, ezt a célt már  $q_1$  súly alkalmazásával elérjük; így tehát  $q - q_1$  a test súlya. Most a testet a henger alján lévő kis kosárába teszszük s ez által az  $q_2$  súlyvesztéset mutat, tehát  $q_2$  súly teendő a külső csészébe, hogy a készülék ismét  $m$ -ig süppedjen a víz alá. A test relatív sűrűsége ilyformán:  $d = \frac{q - q_1}{q_2}$ .

Vízben olvadó testnél oly folyadékot használunk, melyben a test nem olvad. Az eme folyadékra vonatkozó sűrűséget a folyadék sűrűségével szorozva, a test vízre vonatkoztatott sűrűségét nyerjük.

A folyadékok sűrűségét ugyanazon módszerekkel határozhatjuk meg. A *hydrostatikai mérlegre* üveghengert akasztunk s meghatározzuk annak súlyvesztését az illető folyadékban, majd vízben. E kettő hányadosa a keresett sűrűség. *Pyknométerrel* úgy járunk el, hogy azt előbb az illető folyadékkal, majd vízzel töltjük meg s lemérjük a folyadékok súlyát. Ezek hányadosában nyerjük a keresett sűrűséget. Ha a *Nicholson-féle* mérleget, melynek  $Q$  a súlya a vízben  $q$ , más folyadékban  $q_1$  meríti le a jegyig, akkor a folyadék sűrűsége:

$$d = \frac{Q + q_1}{Q + q}$$

A folyadékok sűrűségének meghatározására szolgálnak még a *skálás-areométerek* is. A *voluméterek* fokai azt mutatják, milyen mélyre merülnek alá a készülékek a különböző folyadékokban. Üvegcsövek ezek, melyek alul, a biztos úzás céljából, biganynyal vannak megterhelve s melyeknek azon pontja, a meddig vízben alámerülnek 100-zal van megjelölve s az ez alá eső darab 100 egyenlő részre van beosztva. A folyadék sűrűségét a  $d:1 = 100:n$  aránylat adja, a hol  $n$  azon fokot jelenti, a meddig a készülék az illető folyadékban alámerül. A *densiméterek* közvetlenül a folyadékok keresett sűrűségét mutatják. Ezek skáláját úgy készítik, hogy a készüléket egymás után, ismert sűrűségű folyadékokba mártják s reájegyzik az illető sűrűséget. A *perezentes areométerek* azt a térfogat-százalékot mutatják a mennyit valamely oldat, vagy keverék egy bizonyos anyagból tartalmaz. Így a *Tralles-féle* alkoholométer megadja, hány térfogat-százalék tiszta alkohol van a kereskedésben használt borszesz és vízkeverékben. *Balling* saccharométere súlyokban adja a cukor-oldatban foglalt cukor százalékát 0–28%-ig. Végre vannak még egészen önkényesen választott skálával bíró areométerek; így a *Beaumé-félék*, ezeket sűrűségek összehasonlítására használhatjuk.

## 20. §. A molekuláris erők hatása a folyadékoknál.

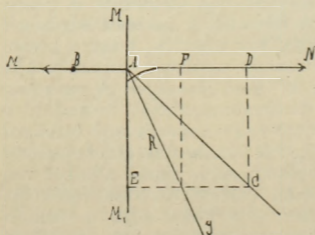
Valamely folyadék csak akkor lehet nyugalomban, ha a molekuláris erők, melyek valamely a folyadék belsejében foglalt molekulára hatnak, egymás hatását kölcsönösen megsemmisítik. Az egyes molekulák vonzásai bizonyos kis r

A felszín  
feszültsége.

sugarú gömbökre, a *hatás-gömbökre* terjednek ki. Ha most valamely molekula közel a folyadék szabad felszine alatt fekszik, akkor hatás-gömbjének egy része kívül esik a felszinen s a vonzásokból oly eredő marad fenn, a mely a molekulát a folyadék belseje felé húzza. Ezen eredő hatása abban nyilvánul, hogy a felszinen, vagy annak közelében fekvő molekulák nyomást gyakorolnak az alantabb fekvőkre. Ezt a nyomást *felzínfeszültségnek* nevezzük. Olyanforma hatás ez, mintha a folyadék szabad felülete kifeszített *ruganyos hártáival* lenne bevonva, melyen oly testek is fenmaradhatnak, melyeknek súlyuknál fogva le kellene merülniök. (Zsirral bekent varrótü megmarad a folyadék felszínén.) A felzínfeszültség függ a folyadékok anyagi minőségétől és a felzín alakjától. Domború felzín mellett nagyobb, mintha a felzín vízszintes, s legkisebb, ha a felzín homorú. Minél domborúbb a felzín, annál nagyobb s minél homorúbb, annál kisebb a felzínfeszültség. (Szappanbuborék.)

Az edényfalak befolyása a felzín alakjára.

Az adhaesio következtében a folyadék felzine az edény-falak mellett nem lesz vízszintes. Ha az adhaesio az edény fala és a



35. ábra.

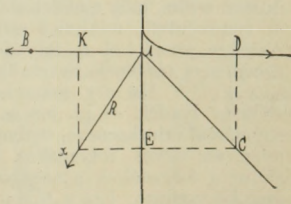
folyadék molekulái közt nagyobb, mint a folyadék részecskék cohaesioja, akkor a folyadék megnedvesíti az edény falát, az adhaesio pozitív munkát végez, a felzín homorú lesz. Ha ellenben a folyadék-molekulák cohaesioja túlnyomó, akkor a folyadék

nem nedvesíti meg az edény falát, az adhaesio negatív munkát végez s a felzín domború alakot nyer az edény fala mellett. Így ha az  $A$  molekulát vesszük figyelembe (35. ábra), arra a szögfelező  $AC$  irányban hat. Az adhaesio következtében az  $MM'$  fal  $AB$  erővel vonzza a részecskét. A kettő eredője  $R$  szabja meg a fal mellett a folyadék felzínalakját, mert a felzín arra merőlegesen helyezkedik el. Ha tehát az

$AC$  erőt két  $AE$  és  $AD$  componensra bontjuk, akkor: ha  $AD = AB$  a felszín vízszintes marad, mert reá csak a nehézségi erő irányába eső  $AE$  componens hat. — Ha  $AD > AB$ , akkor az erők különbsége  $AD - AB = AF$  az  $AE$  componenssel az  $Ay$  irányú eredőre vezet, tehát a felszín domború lesz. — Ha végre  $AD < AB$ , úgy  $AB - AD = AK$ , a mely  $AE$ -vel (36. ábra) az  $Ax$  irányú eredőt adja s a felszín homorú alakot vesz fel.

Ha vízzel telt edénybe mindkét oldalán nyitott szűk üvegcsővet merítünk, akkor a közlekedő edények törvénye szerint a belső

Haj-  
csővesség.



36. ábra.

folyadék-niveaunak síknak és olyan magasnak kellene lennie, mint a külső edényben. Azonban azt találjuk, hogy a belső folyadék-oszlop magasabb lesz, mint a külső s homorú felszínnel bír. Ezt a tüneményt *hajcsővességnek* (capillaritas) nevezzük s magyarázatát abban találjuk, hogy a tapadás nagyobb a víz és üveg közt, mint a vírzecskék cohaesiója s így a víz megnedvesíti az üveget s homorú felszint mutat; ámde homorú felszín mellett kisebb a felszín-nyomás, mint a külső edényben, a hol sík-alakú a felület; egyensúly tehát csakis akkor állhat be, ha a cső belsejében addig emelkedik a folyadék, amíg annak súlya a felület csekélyebb feszültségét helyreállítja. Minél szűkebb a cső, annál homorúbb a belső felület s annál nagyobb a *capillaris elevatio*, a mely utóbbi a hajcső átmérőjével fordított arányban áll. Ha víz helyett higanyba mártjuk a hajcsövet, akkor a higany és üveg tapadása kisebb lévén a higany molekulák közt működő cohaesiónál, a felszín domború lesz s minthogy az ilyen felszín feszültsége nagyobb, mint a külső sík felületé, azért egyensúly csak akkor állhat be, ha a higany addig süllyed a belső csőben, míg a domborúságából eredő feszültséget a külső folyadék nyomása ellensúlyozni bírja. Ezen *capillaris depressio* szintén fordított arányban áll a hajcső átmérőjével. A testek likacsai mind haj-

csövek, melyeken a testet megnedvesítő folyadékok felszívódnak. Ezt látjuk a falaknál, itatós papírnál, czukornál, a lámpabélnél, növényeknél stb. Kúpalakú szűk csőben az üvegcsövet megnedvesítő folyadék-csepp a szűkebb, az azt meg nem nedvesítő a tágabb vég felé folyik. — Kis szög alatt egymásfelé hajlított falak közt a falakat megnedvesítő folyadék hyperbola alakban helyezkedik el, mert a falak egymás mellé helyezett folyton táguló hajcsövekül működnek.

Oldás. Nem ritkán a szilárd és folyékony test molekulái közt oly erős a tapadás, hogy a folyadék a mellett, hogy megnedvesíti a szilárd testet, még a molekulái közt működő cohesiót is megszünteti, miáltal a szilárd test apró egynemű részekre oszlik el a folyadékban, ezt a physikai tüneményt *oldás*nak nevezzük.

Diffusio és endosmosis. Ha oly két chemiailag indifferens folyadék — pl. víz és festett borszesz — jön egymással érintkezésbe, melyeknél nagyobb a tapadás mint az egyes folyadékok részeinek összetartása, akkor a folyadékok a nehézség ellenére egyenletesen összekeverednek. Ezt a tüneményt *diffusio*nak nevezük. A diffusio rendszeren térfogat-kisebbedéssel (*contractio*) van egybekötve. Így pl. 50 l. víz és 50 l. absolut borszesz benső keveredés után 96 l. keveréket ad. A folyadékok diffuziója még akkor is bekövetkezik, ha azokat likacsos fal, pl. állati hólyag, agyaglemez, pergamentpapír választja el egymástól. Ezt a tüneményt *diosmosis*nak (endosmosis, exosmosis) hívjuk. Megjegyzendő, hogy általában a különböző folyadékok eltérő sebességgel hatolnak át a válaszfalon, miáltal a térfogat az egyik oldalon növekszik, a másikon kisebbedik. Ezt különben a válaszfal milyensége, az oldatok telítésfoka és a hőmérséklet nagyban módosítja. Feltűnően kisebb a diffundáló-képesség a kolloid-anyagoknál (enyv, kovasav, timföldhydrat), mint a krystalloid-anyagoknál (só- és czukoroldat). A diffusio-tüneményeknek a hajcsövességekkel kapcsolatban felette fontos szerepük van a természet-háztartásában; így az esővíz behatol a gyümölcsökbe és levelekbe, a gyökerek nagy felszívó képességgel bírnak, a nedvek kicserélése a szerves organismusoknál diosmosis útján történik.



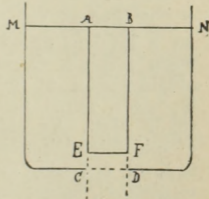
## 21. §. A folyékony testek mozgása.

Az edény fenék- vagy oldalnyílásán kiömlő folyadékánál meghatározandó: 1) a kifolyási sebesség; 2) a megadott időben kiömlő folyadék-mennyiség; 3) a folyadék-sugar pályája.

*Toricelli* szerint az edény fenékén lévő nyíláson, ha a mozgás akadályait figyelmen

*Toricelli*  
tétéle.

kívül hagyjuk, akkora sebességgel ömlik ki a folyadék, mint a mekkorával bírna, ha a felszíntől a nyílásig szabadon esnék. Ha  $MN$  (37. ábra) a folyadék tükör  $CD$  a fenék nyílása, akkor a legelőbb kiömlő  $CDEF$  rétegre nézve azt látjuk, hogy annak gyorsulása, ha szabadon esnék  $g$  lenne, minthogy azonbanarra az  $m = AC$  magasságú oszlop nyomása is hat, gyorsulása  $g_1$  lesz s így sebessége:  $v = \sqrt{2g_1 \cdot EC}$ .



37. ábra.

Minthogy az ugyanazon tömegben létesített gyorsulások úgy aránylanak, mint a mozgató erők, azért itt:  $g_1 : g = ACDB : ECDF$ , vagy utóbbiak helyett a megfelelő magasságokat véve:  $g_1 : g = AC : EC$ , honnan:  $g_1 = g \cdot AC : EC$  és  $v = \sqrt{2g \cdot AC} = \sqrt{2gm}$ . *Toricelli* tételéből kitetszőleg a kifolyás sebessége csakis a folyadékoszlop magasságától függ, ellenben a folyadék fajsúlyától független s így pl. vízre és higanyra nézve ugyanazon magasság mellett egyenlő.

Az egy másodperc alatt kiömlő folyadék mennyisége oly térfogattal bír, melynek nagyságát a nyílás területének a kifolyás sebességével való szorzata adja. Ha tehát  $a$  a nyílás területe, akkor a  $t$  idő alatt kiömlő folyadék térfogata:  $V = a \cdot t \cdot \sqrt{2gm}$ .

A most végzett számításból nyert folyadéktömeg nagyobb, mint a mennyi  $t$  idő alatt valóban elhagyja az edény nyílását. Ennek magyarázatát abban találjuk, hogy a kifolyási-sebességre vonatkozó elméleti számításnál feltettük, hogy csakis a nyílás fölött lévő függélyes folyadékoszlop ömlik ki. Ennek kifolyását azonban a valóságban az oldalt lévő folyadéktömeg, mely rézsút tör a nyílás felé, akadályozza s így ezen

nyomás a kifolyás sebességét csökkenti. A kiömlő folyadék-tömeg közvetlenül a nyílás alatt összeszorul — *contractio* — s ennek folytán a valóban kiömlő folyadék-mennyiség meghatározására az elméleti eredményt az u. n. *kifolyási coefficienssel* kell még megszorozni. Így tehát:  $V' = C \cdot a \cdot \sqrt{2mg}$ , ahol vékony falú edényre  $C = 0.62$ , ez azonban a nyílás alakja és nagysága, az edény falának vastagsága s a nyomás magassága szerint változik.

A kiömlő folyadék-sugar *egyenes vonalat* ír le, ha a kifolyás az edény vízszintes fenekén levő nyíláson történik és *parabolát*, ha a kifolyás az edény oldalnyílásán át megy végbe. A parabola annál laposabb, minél mélyebben fekszik a nyílás a víztükör alatt. Az oldalnyíláson egy másodperc alatt kiömlő folyadék-mennyiség térfogata oly prizmatikus testével egyenlő, melynek alapterülete a parabola területével, magassága a nyílás szélességével egyenlő.

Csatornákban és csövekben csak akkor

A víz mozgása csatornákban és csövekben.

folyik a víz, ha arra a mozgás irányában elegendő nyomás hat; ennek előidézésére vízszintes csöveknél nagyobb magasságú víztömeg (kifolyás a reservoirból), vagy vala-

mely alkalmas nyomógép szolgál. Eséssel bíró csatornákban, vagy csövekben a víz folyásának oka — éppen úgy mint a lejtőnél — a nehézségnek a pályával párhuzamos componense. A folyás sebességét itt is lényegesen módosítja a folyadék sűrűlődése a falakhoz, nemkülönbén a folyadék részecskéknél egymáshoz való sűrűlődése.

Azt a nyomást, melyet a mozgó folyadék az edény falára gyakorol *hydrodynamikai oldalnyomásnak* nevezzük.

A víz mozgási és helyzeti erélyét gépkerekek hajtására használják fel. A függélyes kerekek *felül-, középén-,* vagy *alulcsapók* lehetnek, ama hely szerint, ahol azokat a hajtásukra szolgáló víztömeg ütése éri. Az ilyen kerekek kerületén lapátok vannak elhelyezve. A vízszintes kerekeket *turbináknak* nevezik s leginkább hegyi vidékeken használják fel, ahol csak kis vízmennyiség áll rendelkezésre, amelynek azonban jelentékeny esése van.

## c) A légnemű testek mechanikája.

### 22. §. A légnemű testek szerkezete.

Légnemű testeknél a taszító molekuláris erők jelentékenyen felülmulják a cohaesiót. Alaptulaj-  
donságok.

A légnemű testek részecskéi magukra hagyva minden irányban szétterjedni s a tért teljesen betölteni törek-szenek; az ilyen testek nagy mértékben összenyom-hatók, önálló alakkal és térfogattal nem bírnak és a legnagyobb fokban ruganyosak. A részecskék úgy, mint a folyékony testekéi, gördülékenyek, egymástól erő felhasználása nélkül eltolhatók; ebből folyólag mindazok a törvények, melyeket a folyadékoknál a nyomás változatlan elterjedésére, a fenéknomásra és felhajtásra vonatkozólag megismertünk, a légnemű testekre nézve is érvényesek.

A gáznemű testek terjengősségüknél fogva minden akadályra, mely szétterjedésüket gátolja, nyomást gyakorolnak. Ezt a nyomást *feszítő-erőnek* nevezzük s ez a gázmolekuláknak a falakra való folytonos ütéséből áll s így annál nagyobb, minél nagyobb a gáz sűrűsége; azaz minél több molekula esik a felület-egységre. Dugattyúval elzárt térben a gáz térfogata addig csökken, míg feszítő ereje akkora lesz, mint a külső nyomás.

Az elmondottakból az tűnik ki, mintha légnemű testeknél a cohaesiónak semmi hatása sem lenne. Ez azonban csakis az u. n. *ideális gázoknál* vehető így fel s mi ezentúl csakis az ilyeneknek tekintett gázok mechanikai hatásaival foglalkozunk.

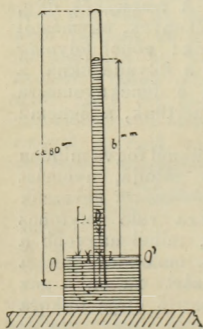
A gázok szintén alá vannak vetve a nehézségi erő hatásának, ennél fogva súlyosak. Fajsúlyuk azon-ban csekély s függ a hőmérséklettől és a feszültség-től, így pl. 1 liter levegő 0° C. hőmérséklet 760 mm. nyomás mellett 1.293 gr.-ot nyom, azaz, mintegy 773-szor könnyebb a víznél.

A gázok közül a tizenhétedik századig csakis a levegőt ismerték. *Black* (1755) a szénsav, *Cavendish* (1766) a hydrogen felfedezésével általános feltűnést keltett.

### 23. §. A légkör nyomása.

Földünket levegőburok (légkör, atmos- Légnyomás.  
phaera) veszi körül, melynek magasságát

70—80 km.-re tehetjük. A légköri levegő súlya folytán a vele közvetlenül érintkező testek bizonyos nyomásnak, az u. n. *légnyomásnak* vannak alávetve. A légnyomás nagysága a hydrostatikaihoz hasonlóan a nyomott felület nagyságától, a levegő-oszlopnak a nyomott lap felszínétől mért magasságától és a levegő-oszlop súlyától függ. A levegőt hosszú ideig súlytalanának gondolták, mert nyomását addig, amig minden oldalról egyenlően hat, nem érezhették. A légnyomás nagyságát *Toricelli* (1643) határozta meg legelőbb.



38. ábra.

*Toricelli* kísérlete a mondott czéla a következő. Veszünk mintegy 80—85 cm. hosszú, egyik oldalán csappal elzárt üvegcsövet (38. ábra), azt higanynyal megtöltjük s nyílását egyik újjunkkal befogván, higanynyal telt csészébe merítjük és újjunkat a nyílástól elveszszük. Ekkor a csőben a higany csekély mértékben esni fog, mintegy 76 cm. magasságban azonban állva marad. A higanyoszlopot a levegő egyoldalú nyomása tartja egyensúlyban, amiről meggyőződhetünk, ha a csapot megnyitjuk. A sziszegéssel betóduló levegő nyomása ekkor a külső niveauig sülyeszi le a

csőben lévő higanyoszlopot. A 76 cm. fölötti légtüres tért (vacuum) *Toricelli-féle ürnék* hívjuk. A levegőnek 1 m<sup>2</sup>-re gyakorolt nyomását 1 *légköri nyomásnak* nevezzük s ennek értéke a:  $Q = a \cdot m \cdot f$  képlet nyomán, minthogy  $a = 1$  m<sup>2</sup>,  $m = 0.76$  m.,  $f = 1000$  kg.  $\times 13.596$ ,  $Q = 10330$  kg. A felnőtt ember felülete átlag 1.5 m<sup>2</sup>, a reá gyakorolt légköri nyomás tehát mintegy 16.000 kg. Ezt a roppant nagy nyomást csakis úgy viselhetjük el, hogy az minden oldalról hatván, a részlet-nyomások ellensúlyozzák egymást, de különben is igen kis területű, finom szövetekre nem oly nagy, ez a nyomás, hogy azoktól elviselhető ne lenne. Érezhető lesz azonban a légkör kifelé ható nyomása nagyobb magasságokban, ahol a külső-nyomás kisebb, mint a tenger színe körül s így a véredényekben előbb visszatartott vér különösen a finomabb edényekből

(orrból, szájból) kifelé tódul. Az embert karjainak, lábainak emelésében a légnyomás segíti, mert e tagok csontjainak fejeit úgyszólván csak a csekély vastagságú, légüresen záró bőr tartja együtt. Csekély nyomású levegőben, pl. magas hegyeken, éppen e miatt, lankadtan emeljük tagjainkat.

A *Toricelli*-féle csőben foglalt higanyoszlopot hosszabb időn át megfigyelve, annak magasságában ingadozást észlelünk.

A barométerekről.

A légkör nyomása tehát változó. A fentebb kiszámított 0<sup>o</sup>-nak és 760 mm. magas higany-oszlopnak megfelelő értéket *normal* légköri nyomásnak hívjuk. *Toricelli* készülékét ilyformán a légnyomás változásainak kimutatására is felhasználhatjuk. A skálával ellátott *Toricelli* cső már egy e célra szolgáló készülék, egy *barométer* (légnyomás-mérő). A barométereknek azonban ennél czélszerűbb berendezést szokás adni. A higany-barométereken kívül, melyek *körte-alakúak*, *szivornyások* és *edényesek* lehetnek, még a *fémbarométereket* (aneroid) is megemlítjük; annál is inkább, mert ez utóbbiak csekélyebb törékenyséjük, könnyebb szállíthatóságuk és megfigyelhetőségük folytán, mindinkább kiszorítják a higany-barométereket, noha adataik korántsem oly megbízhatók, mint emezekéi.

A *körte-alakú* barométer meghajtott üvegcső, melynek nyílt, rövidebb ága körte alakúra van készítve. Ennek adatai nem pontosak, mert a leolvasás kezdőpontja, azaz a nyílt edény higany-felületének magassága, a légnyomással változik. A *szivornyás* barométer u-alakú egyenlő tágasságú cső, melynek nyílt vége rövidebb. Ennél a fokoztatás feljebb és lejjebb tolható oly módon, hogy annak 0 pontja mindig a nyílt ág higany-felületének síkjába essék. Az *edényes* barométernél az egyenes zárt cső higanyval telt edénybe merül. Az edény fenekét bőrzacska alkotja, melyet a *Fortin*-féle csavarral feljebb vagy lejjebb tolhatunk, addig, míg a higany felszíne érinti a fokoztatás kezdőpontját. Az elmondottakból kitetszőleg a két utóbbi barométerfajta már pontos leolvasásokra is alkalmas. Némileg módosított alakkal bír *Gay-Lussac* utazási-barométere.

Az aneroid-barométereknél (holosteric) a légnyomást valamely szilárd test rugalmassága tartja egyensúlyban. *Bourdon* száraz barométere szelenczéből áll, melynek belsejében rézből készült, zárt, lég-

üres, ívalakban meggörbített cső van alkalmazva. E gyűrűt közepén megerősítik, szabad végeit pedig szögemelő és kerékrendszer közvetítésével mutatóval kötik össze, mely a szelencze körlapjára készített skála fölött mozog. Ha a légnyomás nő, akkor a gyűrű domború felszine, nagyobb lévén a belső homorúnál, nagyobb nyomást visel s így a cső szabad végei egymás felé közelednek s a mutatót egyik irányban eltolják; a légnyomás csökkenése pedig a cső szabad végeinek közeledését és a mutató ellenkező irányú forgását vonja maga után. A skála elkészítése valamely higany-barométerrel való összehasonlítás alapján történik. Hasonló elven alapszik *Vidi aneroidje* is.

A barométer alkalmazásai. A barométereket felhasználják a kémiai laboratoriumokban a gázok térfogatának és súlyának meghatározásánál; a mindennapi életben és a meteorologiai megfigyelő állomásokon pedig *időjárásra*, illetőleg a légnyomás-viszonyoknak a tudományos meteorologia szempontjából való tanulmányozására. Az időjárásra a barométer-állás változásaiból *Dove* nyomán azért következtethetünk, mert a meleg szél tetemes, a hideg ellenben csekély vízpára mennyiséget hordoz. A vízpára azonban kisebb sűrűséggel bír, mint a levegő, azért a légnyomás csökkenni fog a meleg szél idején s ebből csapadékra lehet következtetni, ellenben hideg szél mellett a barométer higanyoszlopa emelkedik, ami száraz időjárásra nyújt kilátást. Az időjárás azonban a fellemlítetten kívül még sok más tényezőtől is függ, azért kizárólagosan a barométer-állás változásaiból annak miként alakulására nem szabad következtetést vonnunk. A barométert magasságmérésekre is felhasználják (24. §). *Megkurtított barométereket* akkor használhatunk, ha a megméréendő gáznyomás kisebb, mint a légkör nyomása. Így pl. ha valamely csaknem légüres térben akarjuk a nyomást megismerni, akkor e célra elég egészen rövid szivornyás barométert használunk; természetesen az ilyennél csak bizonyos alacsony nyomástól lefelé jön létre a vacuum a zárt csőben. A *manométerek* légnyomás-különbségek megmérésére szolgálnak. Így pl. ha azt kell meghatározunk, mennyivel nagyobb a világító-gáz nyomása a gázvezetékben, mint a szabad légköré, úgy e célra manométerül u-alakban meggörbített, mindkét végén

nyitott, félig higanynyal, vagy vízzel megtöltött csövet alkalmazunk. Az egyik ágat kaucsuk-csővel összekötjük a nyitott gáz-csappal, a másikat nyitva hagyjuk s leolvassuk a két ág közt mutatkozó niveaukülönbséget, mely higanynál körülbelül 13·6-szer kisebb lesz, mint víznél. Ily czélokra az aneroidok elvén alapuló készülékek is felhasználhatók olyformán, hogy a gyűrű belső térfogatát összeköttetésbe hozzuk azon térrel, melyre nézve a légnyomáshoz képest mutatkozó nyomás-különbséget megmérni óhajtjuk. Így pl. a gözszekrényre nézve gözgépeknél.

#### 24. §. Boyle-Mariotte törvénye.

Zárt térben a gáztömeg *feszítő-ereje* megváltozik, ha a gázt *melegítjük*, vagy *hűtjük*; vagy ha térfogatát *csökkentjük*, vagy *növeljük*. (Megváltozik a feszítő-erő még a gáztömeg változtatásával is.) Ha  $V$  a gáz térfogata,  $p$  a feszítőereje akkor Boyle (1662) és később Mariotte (1679) szerint: *állandó hőmérséklet mellett ugyanazon gáztömeg térfogatai fordított arányban állanak a megfelelő feszítő-erőkkel* (azaz a gáztömegre ható nyomásokkal); vagy más fogalmazásban: *a gáz térfogatának s a hozzá tartozó feszítő-erőnek szorzata  $Vp$  állandó érték*. Mivel végre ugyanazon tömeg különböző térfogatai fordított arányban állanak a tömeg sűrűségeivel, azért a Boyle-Mariotte-féle törvényt harmadik alakjában úgy fejezhetjük ki, hogy: *a gáz sűrűsége egyenes arányban áll feszítő-erejével*. Mariotte a következő kísérleti-eljárás alapján jutott a most megismert törvényhez. Mintegy 2 m. hosszú, alul párhuzamosan felgömbített üvegcsővet függőlegesen felállított s annak rövidebb szárát beforrasztotta. A csővel párhuzamosan *cm.*-mérték haladt. — A rövid szárban óvatosan beöntött higanynyal elzárta a levegőt, oly módon, hogy annak nyomása a külső levegőével azonos, s a higany-oszlop magassága a két ágban egyenlő legyen. Ha most több higanyt öntünk a hosszabb ágba, a higany-oszlopok magasságai emelkednek, de nem egyenlően, mert a rövidebb ágba zárt levegő feszítő-ereje növekszik. Ahhoz, hogy az elzárt levegőt térfogatának felére szorítsuk össze, annyi higanyt kell beönteni, hogy a két higany-oszlop különbsége éppen a barométer-állással legyen egyenlő. Ekkor tehát éppen 2 légkör-

Boyle-  
Mariotte  
törvénye.

nyomás hat a zárt levegőre. Ha a levegőt eredeti térfogatának harmadára akarjuk szorítani, 3 légkör nyomást kell reá alkalmazni. *Mariotte* bebizonyította hogy a törvény 1 légköri nyomásnál kisebb nyomásokra is érvényes. E célból egy *Toricelli*-féle csőbe higanyt öntött, oly módon hogy 4—5 cm.-nyire megtöltetlen maradjon. A nyílt véget ekkor újjával befogván, higanynyal megtöltött mély edénybe mártotta, oly mélyen, hogy a higany-niveau a két edényben egyenlő magas legyen. A csőbe zárt levegő ilyen formán 1 légköri nyomással bírt. Ha most a *Toricelli*-csövet kijebb húzta, nagyobbodott az elzárt levegő térfogata, de egyszersmind emelkedett a csőben a higany-oszlop is. Ha az elzárt levegő térfogata megkétszereződött, a higany-oszlop magassága a fél-barométer-állással volt egyenlő.

Ezen elméletre és gyakorlatra egyaránt fontos törvény, amint *Regnault* pontos mérések alapján kimutatta, csak bizonyos határok között érvényes. Minél nagyobb a gázra ható nyomás, annál inkább közeledik az a folyékony állapotba való átmenethez s annál kevésbbé követi a *Boyle-Mariotte*-féle törvényt. A levegő, oxygen, nitrogen és szénsav felényi térfogatra szorítására nem kell éppen kétszeres nyomás, ezek a gázok tehát összenyomhatóbbak, mint a hogy a megismert törvény állítja, ellenben a hydrogen kevésbbé nyomható össze, annál tehát a fél-térfogatra szorításhoz a kétszeresnél nagyobb nyomás kívántatik. Az eltérés a *Boyle-Mariotte*-féle törvénytől annál nagyobb, minél könnyebben folyósítható valamely gáz s a törvény teljesen érvényét veszti ott, ahol a gáz-állapot megszűnik s a folyós-állapot kezdődik. Az eltérés kis nyomásoknál oly csekély, hogy attól a gyakorlati alkalmazásnál eltekinthetünk.

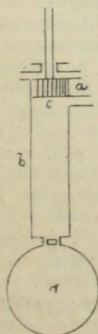
Magasság-  
mérés baro-  
méterrel.

*Pascal* a légnyomás felismerése alapján arra a gondolatra jutott, hogy a tenger szintétől számított különböző magasságú helyeken különböző a barométer higanyoszlopának a magassága és hogy ily formán a barométer magasságok mérésére is felhasználhatjuk. Két hely magasság-különbsége a két helyen észlelt barométer-állás megfigyeléséből legegyszerűbben a *hypso-metrikus táblák* segítségével határozható meg. A magasság-méréseknél figyelembe veendő még az is, hogy a levegő hőmérséklete a magassággal változik, már pedig a

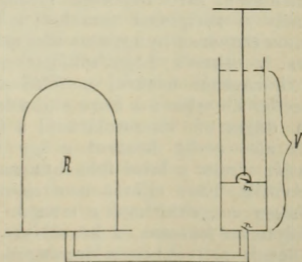


hőmérséklet nagy befolyással bír a levegő sűrűségére, sőt módosítja ezt a levegő nedvesség-foka is. Nem nagy magasságoknál a higany-oszlopnak 1 mm.-rel való esése körülbelül 11 m. emelkedésnek felel meg. Ez a szám azonban a magassággal növekszik, mert már pl. 500 mm. barométer-állásnál további 1 mm. esésnek 17 m. magasság felel meg. Pontos magasságmérésekre oly képletek szolgálnak, melyek minden itt számbavehető körülményt figyelemre méltatnak.

Kis magasságkülönbségeknél, ha csupán a levegő temperaturájának a két helyen való eltérését figyeljük



39. ábra.



40. ábra.

meg, a következő képletet használhatjuk; a magasság:

$$M = 15981^m \cdot \frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2} \cdot \left(1 + 0.003665 \cdot \frac{t_1 + t_2}{2}\right),$$

a hol  $b_1$  és  $b_2$  a barométer-állásokat,  $t_1$  és  $t_2$  az észlelt hőmérsékleteket jelentik.

## 25. §. A légszivattyú.

A légszivattyú a levegőnek valamely térben való megsűrítésére, vagy megritkítására szolgál.

A *sűrítő légszivattyú* (39. ábra) erős üveg- vagy sárgarézcső, melyben a dugattyút le-tolván, az ily módon megsűrített levegő a befelé nyíló szelepet megnyitja s az edény aljára csavart edénybe nyomul. Ha most a dugattyút fel-húzzuk az edényben lévő sűrűbb levegő elzárja a szelepet, úgy hogy a levegő kifelé nem távozhatik.

Sűrítő  
légszivattyú.

A dugattyú teljes felhúzása után az oldal-nyíláson friss levegő tódul be, s ezt az előbb követett eljárás ismétlésével megint az alsó edénybe szoritjuk.

A ritkító légszivattyút *Guerricke* Ottó Magdeburg város polgármestere találta fel.

légszivattyú.

(1650.) Az ilyen légszivattyú *csapos*, vagy *szelepes* lehet a szerint, amint a nyílás, a melyen a levegő távozik, csappal, vagy szeleppel van elzárva. Lényeges részei (40. ábra) az *R* üvegharang, *üvegbura* (*recipiens*), a melyben a levegőt megritkitjük, a *V* üveghenger, vagy *köpü*, melyben a bőrlemezektől összeállított, közepén átfúrt és szeleppel ellátott, légmentesen záró *dugattyú* mozog; végre a *szívócső*, mely a recipienst összeköti a köpüvel. A recipiens sima tányéron nyugszik s alsó szélét még lágy faggyúval is bekenik, hogy tökéletesen zárjon. A dugattyú felhúzásánál bezárul a felső *m* szelep, ellenben *n* szelep kinyilik s a bura alól a levegő a köpübe tódul. A dugattyú visszatolásánál a felső szelep nyilik ki, az alsó pedig bezárul s így a levegő nem veheti útját vissza a bura felé, hanem a dugattyú szelepén távozik. Ezen eljárás ismétlésével a bura alatt tetemesen megritkítható a levegő. Hogy a szivattyuzás folytonos lehessen, a készüléket két köpüvel szokták ellátni, melyekben a dugattyúk egyszerre, de ellenkező irányban mozognak, tehát felváltva szivattyúznak. Teljesen légüressé nem tehetjük a bura alatti tért, mert az egyes dugattyúhúzások után marad egy kevés, bár felette ritka levegő abban, ami onnan ered, hogy a dugattyú-szelep alatt foglalt térben, melyet *káros térnek* szokás nevezni, még akkor is marad — a külső légkörrel egyenlő sűrűségű — levegő, mikor a dugattyú a köpü fenekére ér. Ez a levegő eloszlik a dugattyú felhúzásakor a köpüben, ott bizonyos *s* sűrűséget nyer s a bura levegőjét csakis addig bocsátja a köpübe, amíg annak *s*-nél nagyobb a sűrűsége. E sűrűségen túl tehát a ritkítás fokozása lehetetlen. A ritkítás fokát *manométer* jelzi s annak határa legjobb gépeknél 2 mm. nyomás amit pl. a *Babinet*-féle csappal is legfeljebb 1 mm.-re lehet leszállítani. Légsűrítőkkal erős aczélszifonokban annyira sűrithetők a gázok, hogy nyomásuk az ezer atmosphaerát is meghaladja. Ily nagy nyomások mérésére fém-manométer szolgál. — A légritkítás a jelzett határon túl is folytatható még az u. n. *higany-*

*légszivattyúkkal (Geiszler, Grossmann)*, melyeknél a burát nem dugattyúhúzások által ritkított térrel, hanem ismét és ismét előállított *Toricelli-ürrel* hozzuk összeköttetésbe. Ezeknél tehát káros tér nincsen. Itt ritkítás után a levegő jelenlétét a bura alatt még a legérzékenyebb készülékekkel sem mutathatjuk ki. Hátrányuk ezeknek, hogy felette lassan dolgoznak. Ilyen légszivattyúkat használnak a *Geiszler-féle* csövek, elektromos izzólámpák stb. kiszivattyúzására.

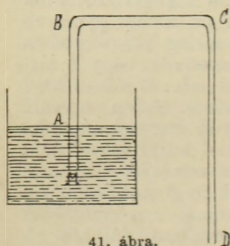
A légszivattyúkkal igen érdekes kísérletek végezhetők. Felemlítjük itt a *magdeburgi-féltékeket*; az üvegcső felső nyílására alkalmazott állati hólyag megrepesztését; a higany-csőt, mely a cső felső nyílására alkalmazott, légmentesen záró faedény likaicsain tör át; a bekötött, ránczos állati hólyag felpuffadását a bura alatt; a forrás-pont alatti hőmérséklettel bíró viznek a bura alatt forrásba jövetelét; lég- és szénsavbuborékok kiszabadulását a vízből, sörből; az aether gyors elpárolgását s az e célra elvont meleg következtében a víz megfagyását; annak bemutatását, hogy a légüres tér a hangot nem vezeti stb. E készülékkel igazolható, hogy a testek légüres térben egyenlő sebességgel esnek. A légszivattyúk nagyszámú tudományos és technikai alkalmazásai közül felemlítjük, hogy a ritkító légszivattyút felhasználják a cukor- és kivonatkészítőgyárakban, fák impregnálásánál, a mesterséges jég gyári előállításánál, a pneumatikus levél- és csomagszállításnál, ventilációknál stb. A sűrítő légszivattyút alkalmazzák a gázok ( $\text{CO}_2$ , O) gyári megsűrítésénél, az automata waggon-féknél, a levegő-szükséglet beszerzésére föld- és tengeralatti munkálatoknál, a gépeknek gőz helyett sűrített levegővel való hajtására, pl. tunnelekben és bányákban stb.

A légszivattyúk alkalmazásai.

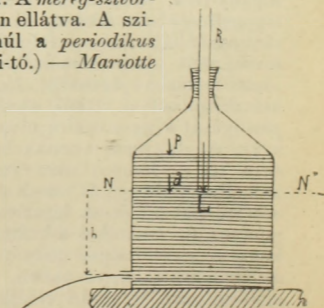
## 26. §. A légnyomáson alapuló készülékek.

A légnyomáson és a gázok feszítő-erején a különböző készülékek egész sorozata alapszik. A következőkben csakis a legfontosabbak rövid leírására szorítkozunk. A *közönséges lopó* folyadékok felszívására szolgál. Ha a lopó felső végén kiszívjuk a levegőt, a belső légtömeg feszítő-ereje csökken, ellenben a külső folyadékra ható légnyomás a csőbe feltolja a folyadékot. Ha a lopó felső végét újjunkkal

elzárjuk, a lopóban lévő folyadékot kiemelhetjük, az nem ömlik szét. Ilyen elven alapszik a kémiai analysisnál felhasznált *pipetta* és az orvosok használta *csepegtető-cső*. — A *szivornya* (41. ábra.) görbített, többnyire egyenlőtlen szárakból álló cső, melylyel a folyadék a légnyomás segélyével egyik edényből a másikba fejthető le. Ha *D* pontnál felszívjuk az *M* edényben foglalt folyadékot, az szakadatlanul fog folyni, mert *M* edényre a *P* légnyomás és az *AB* folyadék-oszlop ellenkező irányú nyomása, azaz összesen  $P - AB$  hat; a *D*-nél lévő folyadékra pedig *P* és ellenkező értelemben *CD*, tehát összesen  $P - CD$  hat. Mivel:  $P - AB > P - CD$ , azért a folyadék az *M* edényből *D* felé folyik. A *méreg-szivornya* külön szivócsővel van ellátva. A szivornyák hatása nyilvánul a *periodikus forrásoknál* is. (Zirknitzi-tó.) — *Mariotte*



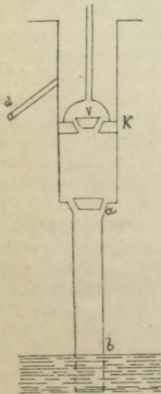
41. ábra.



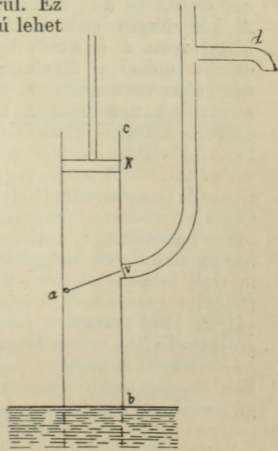
42. ábra.

*palaczkja* (42. ábra.) arra szolgál, hogy a folyadék valamely edényből, a leszálló niveau daczára, egyenlő sebességgel folyhasson ki. Az *R* cső légmentesen van a palaczkba illesztve. A víz niveauja a csőben és a palaczkban mindaddig egyenlő, míg az oldalesapot meg nem nyitjuk. Ekkor azonban a niveau mindkét helyen apad, ámde *NN'* fölött a palaczkban ritkább lesz a levegő, nyomása tehát csökken, a csőben foglalt folyadékoszlop ilyformán csakhamar leszáll *L*-ig s így a csövön át légbuborékok nyomódnak be *NN'* fölé. E pillanattól kezdve a folyadék a *h* nyomásmagasságnak megfelelő sebességgel ömlik ki. Ez a készülék a *Toricelli-féle* kifolyási elmélet tanulmányozására szolgálhat. — *Heron labdája* henger-, vagy gömbalakú edény, melybe fenékgig érő cső nyúlik be,

melynek csavarja az edény nyakát légmentesen zárja. Ha az edényt félig megtöltjük vízzel és a sűrítő légszivattyúval levegőt sajtolunk belé, akkor a csap megnyitása után a bent lévő, tetemesen sűrített levegő nyomása folytán felszökik a víz. Ilyenféle a chemiai laboratoriumokban használt *fecskendező palaczk* is. *Heron kútjánál* a levegő sűrítését vizoszlop nyomása eszközli. — *Vízszivattyú* kétféle van. Az *emelő szivattyú* (43. ábra.) lényeges része nyeles-dugattyúval ellátott cső, melynek meghosszabbítása *ab szívócső* vízbe merül. Ez a cső legfeljebb 10 m. hosszú lehet



43. ábra.



44. ábra.

s felül szeleppel bír, valamint szeleppel van ellátva a dugattyú is. A dugattyú felhúzásánál annak szelepe bezáródik a szívócső szelepét pedig kinyitja a fel-tóduló víz, mely betölti a dugattyú alatti tért. A dugattyú lenyomásánál a víznyomás elzárja a szívócső szelepét s ugyancsak a víztömeg kinyitván a dugattyú szelepét a dugattyú fölé tódul és a csövön kifolyik. A *nyomó szivattyú* (44. ábra.) dugattyújának nincs szelepe, hanem az oldalcsőnél van a második szelep, mely a dugattyú felhúzásánál záródik, ellenben a szívócső szelepe kinyilik. Az ellenkező történik a

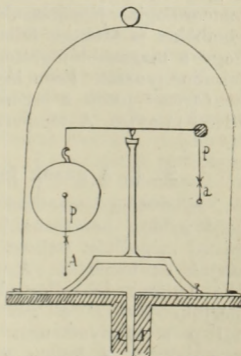
dugattyú lenyomásánál. A betóduló víz az oldalcsövön nagy magasságra nyomható fel. — A *vízipuska* a szélkazanból — amely nem más, mint erős *Heron* labda — és két nyomó-szivattyúból áll; ez utóbbiak segítségével vizet szorítunk a szélkazanba, miáltal az ott lévő levegő jelentékeny sűrűsége s így nagy feszítő-erőre tesz szert s a vizet a szélkazanból ki-vezető csövön nagy magasságra szökteti fel. — A *fújtatók* légáramok előidézésére szolgálnak. Egyszerű és kettős-fújtatókat ismerünk. Az egyszerű-fújtató két deszkából áll; ezeket bőrrel légtartóvá egyesítik. A két deszka széthúzásánál megritkul a levegő a légtartóban s a külső levegő megnyitja az egyik deszka oldalára alkalmazott szelepet. Ha most a deszkákat összenyomjuk, a megsűrített levegő elzárja a szelepet s kitódul a fújtató végére alkalmazott csövön. A kettős fújtató onnan nyerte nevét, hogy két légtartóval bír. Folytonos légáramot csakis ez utóbbi szolgáltat. — A *gasométer* gázmennyiségek összegyűjtésére és tetszésszerinti helyre való elvezetésére szolgál. Chemiai laboratoriumokban legfeljebb 50 l-es gáztartókat használnak; a világító-gáz tartására szolgálók harangalakú, vasbádogból összeolvasztott edények, melyek ürtartalma néha a 30.000 m.<sup>3</sup>-t is meghaladja (teleskop-gasométer). A gázgyárakban használt tartók, súlyok által fentartott bádog-hengerek, melyek alsó szélükkel vízbe érnek. Megtöltésnél a gyárból kiáramló gáz felemeli a hengert, ha pedig a városi gázvezetékek csapját megnyitják, a harang az elfogyasztott gáz mennyiségének megfelelően sülyed.

## 27. §. A levegő felhajtó ereje.

Archimedes  
elve.

Ama megegyező sajátságok alapján, melyeket a gázok és folyékony testek közt megismertünk, kimondhatjuk, hogy *Archimedes-elve* a gázokra s így különösen a levegőre is érvényes, azaz: *a testek levegőben a felhajtó erő következtében annyit veszítenek súlyukból, a mennyi az általuk kiszorított levegő súlya.* A törvény igazolására a *dasyméter*, vagy *baroscop* (45. ábra.) szolgál. Egyenlőkarú emelő ez, amelyen a meglehetősen nagy *G* absolut súlyú üres üveggömböt a *G'* súlyú tömör testecske tartja egyensúlyban. Ha a levegő valóban bír felhajtó erővel, úgy annak hatása *A* nagyobb az üveggömbre,

mint a fém súlyocskára. Ha ez utóbbit  $a'$  jelenti akkor az egyensúly feltétele:  $G - A = G' - a'$ . Ha a kis mérleget a légszivattyú burája alá visszük s ebből a levegőt kiszivattyúzzuk, akkor megszűnik az  $A$  és  $a'$  felhajtó erő s marad  $G > G'$ ; az üveggömbnek tehát sülyednie kell s az a kísérlet végrehajtásánál tényleg meg is történik. (Ha a bura alá szén-savat vezetünk, az ellenkező történik.) Pontos méréseknél e körülményt figyelembe kell venni, mert a megmért test súlya  $G = G' + (A - a')$  lévén, a valóságtól annál inkább eltérünk, minél nagyobb az



45. ábra.

$A - a'$  különbség, azaz minél nagyobb a megméréendő test s a használt súlyok térfogata közti különbség.

A légköri levegő felhajtó erején alapszanak a *léghajók*, melyeknél lehetőleg áthatlan anyagból (selyem, perkal, cretonne) álló gömbalaku (szivar-alaku) hüvelyt valamely, a levegőnél könnyebb gázzal (hydrogén, világító-gáz) töltenek meg s ez uton oly nagy felhajtás előidézére törek-szenek, mely felülmúlja a léggömbnek összes meg-terhelésével együtt vett súlyát s így annak emel-kedését vonja maga után. Ha  $V$  a léggömb térfogata,  $F$  a levegő,  $F'$  a gáz fajsúlya, akkor a léggömb sóslya  $VF' + p$ ; ha  $p$  a hüvely és megterhelés súlyát jelenti,  $VF$  pedig a levegő felhajtó ereje; a kettő ere-dője, azaz a *léggömb emelkedő ereje*:  $E = V(F - F') - p$ , tehát növekedik a térfogattal s a fajsúlyok külön-b-ségével. — Az első léghajót (melegített levegővel töltve) a *Mongolfier*-testvérek készítették 1782-ben; *Charles* (1783) léggömbjét hydrogénnel töltötte meg, *Green* óta e czélra a világító-gázt használják fel. Léghajóval eddig *Berson* meteorologus (1894) jutott legmagasabbra, még pedig 9156 m-nyire; ott  $-47.9^{\circ}C$  volt a hőfok s a levegő már oly kevés oxygent tar-talmazott, hogy a lélegzést nem táplálhatta eléggé,

A léghajó.

hanem a léghajós kénytelen volt, élete fentartására a magával vitt tartókból oxygént belehelni. Ujabban meteorologiai jelzőkészülékekkel ellátott kisebb lég-gömböket is szoktak felbocsátani, azzal a czélzattal, hogy a magasabb légrétegek meteorologiai viszonyait tanulmányozzák. Ezen léghajós nélküli gömbök közül a „*Cirrus*“ jutott a legmagasabbra (1894), mégpedig 18450 m-nyire. A temperatura ott  $-67^{\circ}$  C. volt.

## 28. §. A gázok fajsúlya és sűrűsége.

Közvetlen leméréssel a gázok fajsúlya a következő módon határozható meg. A megvizsgálandó gázzal megtöltött ballont olvadozó jégbe állítjuk, elzárjuk és lemérjük. Azután az ugyancsak jégben álló ballont lehetőleg kiszivattyúzzuk s újra lemérjük. Ha  $P$  a gáz nyomása az első mérésnél  $p$  a kiszivattyuzás után még benmaradt gáz nyomása,  $Q$  a ballon súlya az első, és  $q$  a második mérésnél; akkor  $Q-q$  a gáz súlya  $0^{\circ}$ -nál és  $P-p$  nyomásnál s ezt *Boyle-Mariotte* törvénye alapján  $0^{\circ}$ -ra és 760 mn. nyomásra redukálhatjuk, mert a gáz súlya eme feltételek mellett a :

$$G : (Q-q) = 760 : (P-p)$$

$$\text{aránylatból : } G = \frac{760 \cdot (Q-q)}{P-p}$$

A gáznak vizre vonatkoztatott fajsúlyát —  $f$  — nyerjük, ha a ballont  $4^{\circ}$  C vízzel megtöltjük s  $G_1$  súlyát lemérjük; akkor

$$f = \frac{G}{G_1} = \frac{Q-q}{G_1} \cdot \frac{760}{P-p}$$

Megjegyzendő, hogy az ilyszerű meghatározásoknál a levegő felhajtó-erejéből származó mérési-különbséget nem szabad figyelmen kívül hagyni s e czélből a mérési eredményeket, a felhajtás kiszámítása után, légüres térre kell vonatkoztatni.

Valamely gáz *viszonylagos sűrűsége* azon szám, mely megmutatja hányszor nagyobb a gáz súlya, a vele egyenlő térfogatu levegő súlyánál, egyenlő hőmérséklet és nyomás mellett.

A sűrűség meghatározása *Bunsennek* a gázok kifolyásán alapuló módszerével (30. §.) sokkal gyorsabban végezhető el, mint a most megismert mérési eljárás utján.



## 29. §. A molekuláris erők hatása légnemű testeknél.

Ha két chemiailag indifferens, gáznemű testet pl. szénsavat és hydrogént egymástól csappal elzárható edénybe hozunk s a csapot megnyitjuk, akkor bizonyos idő múlva a gázok teljesen összekeverednek, még akkor is, ha a nehezebb szénsav van alul. Ezt a tüneményt *diffusionnak* nevezzük. A keverék feszítőereje mindenütt olyan lesz, mint ama feszültségek összege, melyekkel az egyes gázok birtak volna, ha az egész tért egymagukban töltötték volna be. (*Dalton törvénye.*) A diffusio következtében az atmosphaera egyes rétegeiben a keveredés aránya a nehezebb oxygen (21 térfogat %) és a könnyebb nitrogen (70 térfogat %) között állandó. Sőt a diffusio törvénye érvényes egyéb a légköri levegőben foglalt gázok, mint szénsav, vízgőz stb. keveredésére nézve is. Ha mégis némely helyt (nápolyi kutya-barlang, jávai halálvölgy) nagyobb szénsav mennyiség gyülik össze, ez csak azt bizonyítja, hogy a szénsav kiömlése a földből gyorsabban történik, mint annak diffuziója a környező levegőbe.

A gázok likacsos válaszfalakon át is diffundálnak s ilyenkor a sebességek, melyekkel az egyes gázok a választófalon ellenkező irányban áthatnak, úgy aránylanak egymáshoz, mint a gázok sűrűségeinek négyzetgyökei. (*Graham törvénye.*) Ha vastag üvegcső egyik végét gipszdugóval elzárjuk, másik végéhez pedig kacsuk-csővet kötünk, mely két végén nyílt, meghajtott, festett vizet tartalmazó manométert zár, és ha még a gipszdugó fölé hydrogennel, vagy világító gázzal telt poharat borítunk: akkor a manométer felhajtott ágában gyorsan emelkedik a víz, jelölve annak, hogy a hydrogen, vagy világító gáz sokkal nagyobb sebességgel diffundált a gipszdugón át, mint a milyennel a levegő ugyanazon át a külső térbe hatolt. Ezen alapszik *Ansell indicatora*, mely bányákban az ártalmas gázok (bányalég) jelenlétének jelzésére szolgál. A levegő száraz téglán át könnyen diffundál, nedvesen nehezen. (*Pettenkofer.*) Innen van a nedves lakás egészségtelensége.

Likacsos szilárd testek (pl. fa- és csontszén) nagymennyiségű gázt képesek elnyelni Absorptio. s likacsaik közt visszatartani. Az absorciónál néha oly jelentékeny hő fejlődik, mely egész az izzásig fokozódhatik. A vas, nikel, kobalt finom részecskéi néha oly mohón absorbeolják a levegő élenyét, hogy

az ez uton végbemenő oxydatió folytán izzásba jönnek. Platinatapló oly gyorsan nyeli el a hydrogent, hogy a megsűrűsödés folytán beálló hő meggyújtja a hydrogent. (*Döbereiner* gyújtó-készüléke.) A platina és palladium magukba veszik s magukban tartják a gázokat. A palladium körülbelül ezerszeres térfogatú hydrogent absorbeál s azzal sajátzerű ötvényt alkot, melyben a hydrogen olyan módon viselkedik, mint a higany. Altalában kisebb-nagyobb mértékben minden gáz képes felületén gázokat megsűríteni. (*Moser* légképei.) Vannak testek, melyek a vizgőzt könnyen nyelik el. Ezek a *hygroscopikus testek*. (Chlorcalcium, kősó, szóda, haj, halsont, növényi rostok.)

A folyadékoknak is van gázelnyelő képességük. Az elnyelt gáz mennyisége a folyadék és gáz anyagi minőségétől, a hőmérséklettől (fordított arányban) s a gáznak a folyadék felszínére gyakorolt nyomásától függ. (*Henry* törvénye.) Így 1 liter víz 15° C-nál és tetszőleges nyomásnál 1 : 70 l. nitrogent, 1 : 34 l. oxygent, 1 l. szénsavat, 3·2 l. kénhydrogent 44 l. kéndyoxidot, 450 l. sósavgázt, 727 l. ammoniakot absorbeál. Ha az elnyelt gáz *térfogata* bármely nyomásnál ugyanannyi is, nem ugyanannyi az elnyelt gáz *mennyisége*, mert *Boyle-Mariotte* törvénye szerint a hányszoros a nyomás, annyiszoros az ugyanazon térben foglalt gáztömeg. A folyadékok gázelnyelése számos gyakorlati alkalmazásra talál és nagyszámu tünetny okául mutatkozik. *Mallet* oxygent állított elő a viz különböző nitrogen és oxygen-elnyelő képessége alapján, amennyiben a levegőt többször átsajtolta a vizen. Az absorptión alapszik a pezsgő-italok készítése, a gázok szárítása kénsavval, a megáztatott petyhüdt hólyag felpuffadása szénsavban stb.

### 30. §. A gázok mozgása.

Ahhoz, hogy valamely gáztömeg valamely térből a kivezető nyíláson kiömlhessen szükséges, hogy a kifelé irányuló belső nyomás nagyobb legyen az ellenkező értelemben működő külsőnél. Azon *sebesség* meghatározására, melylyel a gáz valamely térből a légüres térbe ömlik, vegyük fel, hogy *m* az ugyanazon gázból képzelt oszlop magassága, mely az elzárt gáz feszítő erejét ellensúlyozni képes; akkor *Toricelli* törvénye szerint a kiömlés sebessége  $v = \sqrt{2g \cdot m}$ .

Ezen érték változatlan marad addig, amíg az elzárt gáz feszítő ereje nem változik. Az itt számbavett  $m$  helyett jelentse  $M$  azon higanyoszlop magasságát, mely a feszítő erőt (valamely manométer utján) valóban méri, a közlekedő edények törvénye alapján, ha  $f$  a gáz fajsúlya:  $m : M = 13.6 : f$  és  $m = \frac{13.6 \cdot M}{f}$ ,

tehát:  $v = \sqrt{2g \cdot \frac{13.6 M}{f}}$ . Ha különböző gázok ugyan-

olyan nyomás alatt ömlenek ki, akkor a kiömlési sebességek fordított arányban állanak a gázok fajsúlyainak négyzet-gyökeivel. Mert ha  $f_1$  a másik gáz fajsúlya, akkor:

$$v_1 = \sqrt{2g \cdot \frac{13.6 M}{f_1}} \text{ és } v : v_1 = \sqrt{f_1} : \sqrt{f}.$$

(*Graham* törvénye). Ezt a törvényt *Bunsen* kis mennyiségű gázok fajsúlyának a meghatározására használta fel. A kifolyt gáz mennyiségét megkapjuk, ha a sebességet megszorozzuk a nyílás területével és mert összehúzódas itt is van, éppen úgy, mint a kiömlő folyadékoknál, azért megszorozzuk még az összehúzódas coefficiensével is. Ez utóbbi érték felette változó.

Szűkebb csőből tágasabba áramló gáz a tágasabb cső gázcsepscskéit magával ragadja s ezért a tágasabb térben csökken a nyomás. Ezen alapszanak a virág- és parfümfecskendők, inhaláló-apparátusok, a *Bunsen*-égő, az *injectorok* stb. Kiáramló gázok és gőzök *visszahatást* gyakorolnak s ez uton mozgásokat létesítenek. Ezt látjuk a rakétáknál, forgó tűzijátéknapoknál, a kisütött ágyú visszanyomásánál stb. A mozgó légtömegek eleven erejét mechanikai munka végzésére a szélmotoroknál használják fel. Hogy a szélnyomás munkaképességét megítélhessük, *d'Aubuisson* után felteszszük, hogy a másodpercenként 1, 6, 12, 20, 36 m. sebességgel haladó szél nyomása minden négyzetméterre 0.13, 4.87, 19.50, 54.16, 176.96 kg. Ez alapon pl. a 3.6 m. átmérőjű szélkerék munkája a másodpercenként 4, 5, 6, 7, 8 m. sebességgel bíró szél-áram hatása alatt: 0.3, 0.6, 1.0, 1.5, 2.3 lóerő. E számok azonban bizonyos technikai fogásokkal s azonkívül a kerék átmérőjének emelésével fokozhatók. A szélkerekek jelentékeny gyakorlati alkalmazással bírnak.

# TARTALOM.

## *Bevezetés.*

1. §. A physika feladata és ismeretforrásai . . . . .	3
2. §. Anyag, tömeg, mozgás. Absolut mértékegységek . . . . .	5
3. §. A testek általános tulajdonságai . . . . .	6
4. §. A molekulák közt működő erőkről . . . . .	8
5. §. A physika felosztása . . . . .	10

## *Mechanika.*

### a) A szilárd testek mechanikája.

6. §. Az erő és annak hatásai . . . . .	10
7. §. A mozgásról . . . . .	11
8. §. Az erő, tömeg és gyorsulás viszonya . . . . .	14
9. §. Az erők összetétele és szétbontása . . . . .	16
10. §. A tömegközéppont, vagy súlypont . . . . .	19
11. §. A gépekről . . . . .	21
12. §. Mozgás előirt pályán . . . . .	30
13. §. Összetett mozgások . . . . .	38
14. §. Az ütközésről . . . . .	46
15. §. A mozgás akadályai . . . . .	49

### b) A folyékony testek mechanikája.

16. §. Alaptulajdonságok . . . . .	50
17. §. A folyadékok nehézségéből származó nyomás . . . . .	52
18. §. Archimedes elve. A testek úszása . . . . .	55
19. §. A szilárd és folyékony testek sűrűsége . . . . .	57
20. §. A molekuláris erők hatása a folyadékoknál . . . . .	59
21. §. A folyékony testek mozgása . . . . .	63

### c) A légnemű testek mechanikája.

22. §. A légnemű testek szerkezete . . . . .	65
23. §. A légkör nyomása . . . . .	65
24. §. Boyle-Mariotte törvénye . . . . .	69
25. §. A légszivattyú . . . . .	71
26. §. A légnyomáson alapuló készülékek . . . . .	73
27. §. A levegő felhajtó ereje . . . . .	76
28. §. A gázok fajsúlya és sűrűsége . . . . .	78
29. §. A molekuláris erők hatása légnemű testeknél . . . . .	79
30. §. A gázok mozgása . . . . .	80

# Stampfel Károly kiadásában Pozsonyban

megjelent és tőle, valamint minden hazai könyvárustól megszerezhető:

## Tudományos zseb-könyvtár.

Minden egyes füzet 30 kr. = 60 fillér.

A „*Tudományos zseb-könyvtár*“ időhöz nem kötötten, 60 filléres kis füzetekben jelenik meg s a tudományok minden ágára kiterjeszkedik.

A „*Tudományos zseb-könyvtár*“ idővel mindazt felöleli, ami az általános műveltség körébe tartozik. A csinos külsejű füzeteket, rendkívüli olcsóságukra való tekintettel, bárki könnyen megszerezheti, aki pedig a hasznos tudnivalók ismeretét a legkényelmesebb módon akarja elsajátítani, az föltétlenül vegye meg a „*Tudományos zseb-könyvtárt*“. A jó magyarsággal és eleven stílussal megírt füzetek főbb vonásokban világos képet adnak az illető tudományról és megismertetik az olvasót mindazzal, amit az illető szakmából okvetlenül tudnia kell.

Eddigelé a következő füzetek jelentek meg:

1. *Földrajzi és statisztika<sup>1</sup> tabellák.* Összeállította Hickmann A. és Péter J.
2. *Arith. és algebrai példatár.* Irta Dr. Léway Ede.
3. *Kis latin nyelvtan.* Irta Dr. Schmidt Márton.
4. *Magyar irodalomtörténet.* Irta Gaal Mózes.
5. *Görög nyelvtan.* Irta Dr. Schmidt Márton.
6. *Francia nyelvtan.* Irta Dr. Pröhle Vilmos.
7. *Angol nyelvtan.* Irta Dr. Pröhle Vilmos.
8. *Római jog. I. Institutiók.* Irta Dr. Bozóky Alajos.
9. *Római jog. II. Pandekták.* Irta Dr. Bozóky A.
10. *Egyházjog. (Kathol.)* Irta Dr. Bozóky Alajos.
11. *Magyar nyelvtan.* Irta Gaal Mózes.
12. *Magyar stilisztika.* Irta Gaal Mózes.
13. *Magyar rethorika.* Irta Gaal Mózes.
14. *A sík trigonometriája.* Irta Dr. Léway Ede.
15. *Római régiségek.* Irta Dr. Schmidt Márton.
16. *Magyarok oknyomozó története.* Irta Cseh Laj.
17. *Kereskedelem története.* Irta Dr. Stirling Sándor.
- 18–20. *Egyetemes irodalomtörténet.* Irta Hamvas J.
21. *Nemzetközi jog.* Irta Dr. Gratz Gusztáv.
22. *Magyar poétika.* Irta Gaal Mózes.
23. *Planimétria példatárral.* Irta Dr. Léway Ede.
24. *A római nemz. irod. tört.* Irta Márton Jenő.
25. *Német nyelvtan.* Irta Albrecht János.
26. *Oszmán-török nyelvtan.* Irta Dr. Pröhle Vilmos.
- 27–30. *Árutsime-lexikon.* Irta Dr. Koós Gábor.
- 31–34. *Magyar magánjog.* Irta Dr. Katona Mór.
35. *Számítan.* Irta Dr. Léway Ede.
36. *Logarithmustáblák.* Összeállította Pölikeit Károly.

- 37—38. *Magyarország úskora.* Irta Darnay Kálmán.  
 39—40. *Magyar büntetőjog.* Irta Dr. Atzél Béla.  
 41—42. *Bűnvádi perrendtartás.* Irta Dr. Atzél Béla.  
 43. *Kis növénygyűjtő.* Összeállította Dr. Cserey Adolf.  
 44. *Algebra.* Irta Dr. Lévy Ede.  
 45. *A magyar helyesírás törvényei.* Irta Gaal M.  
 46. *Ábrázolástan.* I. füzet Irta Dr. Kolbai Arnold.  
 47. *Ábrázolástan.* II. füz. Rajzok az ábrázolástanhoz.  
 48—49. *Növényhatározó.* Irta Dr. Cserey Adolf.  
 50. *Stereometria.* Irta Dr. Lévy Ede.  
 51. *Világtörténet.* I. rész. Irta Cseh Lajos.  
 52—53. *Stilisme.* Irta Boros Rudolf.  
 54. *Levelező gyorsírás.* Irta Bódogh János.  
 55. *Magyar közigazgatási jog.* Irta Dr. Falcsik D.  
 56. *Alkotmányi politika.* Irta Dr. Gratz Gusztáv.  
 57./57a *Magyar pénzügyi jog vázlat.* Irta Dr. Bartha  
 58. *Általános földrajz.* Irta Hegedüs István. [Béla.  
 59. *Ethika.* Irta Dr. Somló Bódog.  
 60. *Ásványhatározó.* Irta Dr. Cserey Adolf.  
 61. *Zeneműszótár.* Összeállította Goll János.  
 62. *A görög. irod. tört.* Irta Márton Jenő.  
 63—64. *A zománcz.* Irta Mihalik József.  
 65. *Vita-gyorstrás.* Irta Bódogh János.  
 66. *A magyar váltójog.* Irta Dr. Berényi Pál.  
 67. *Világtörténelem.* II. rész. Irta Cseh Lajos.  
 68—69. *A rajzolás vezérfonala.* Irta és rajz. Boros R.  
 70—72. *Mythologia.* Irta Dr. Losonczy Lajos.  
 73. *Általános zenetan.* Irta Goll János.  
 74. *Államszámviteltan.* Irta Dr. Berényi Pál.  
 75. *Jogbölcselet.* Irta Dr. Somló Bódog.  
 76. *Rovargyűjtő.* Irta Dr. Cserey Adolf.  
 77. *Szervetlen kémia.* Irta Schwicker Alfréd.  
 78. *Mechanika.* Irta Dr. Lévy Ede.

A 'Tudományos zseb-könyvtárban' legközelebb, de időhöz nem kötöttek,  
 a következő kötetek megjelenése van tervbe véve:

<b>Aesthetika</b>	<b>Kereskedelem-isme</b>	<b>Paedagógia</b>
<b>Anthropologia.</b>	<b>Keresk. földrajz</b>	<b>Pénzügytan</b>
<b>Áruisme és vegytan</b>	<b>Kereskedelmi jog</b>	<b>Polg. perrendtartás</b>
<b>Astronomia</b>	<b>Keresk. szokások</b>	<b>Phys. repetitorium:</b>
<b>Chémia (szerves)</b>	<b>Közjog (ism.)</b>	Optika és hőtán [ség
<b>Dramaturgia</b>	<b>Lélektan</b>	Elektromosság, mágnés-
<b>Egyházjog (Prot.)</b>	<b>Logika</b>	A kosmograph. elemei
<b>Egyháztörténet</b>	<b>Művelődéstörténet</b>	<b>Statisztika</b>
<b>Észjog</b>	<b>Német helyesírás</b>	<b>Szótárak:</b> Latin-Magy
<b>Fejlődéstan</b>	<b>Német irodal. tört.</b>	Német-Magy. Francia-
<b>Fogalmazványok</b>	<b>Nemzetgazdaságt.</b>	Magyar. Angol-Magyar.
<b>Földrajz (politikai)</b>	<b>Népisme</b>	Olasz-Magyar.
<b>Földtan — Geológia</b>	<b>Oktat. módszertan</b>	<b>Természetrájz:</b>
<b>Geometria (analytica)</b>	<b>Olasz nyelvtan</b>	Állattan   Növénytan
<b>Görög régiségek</b>	<b>Orosz nyelvtan</b>	Bogárgyűjtő, Gombaisme
<b>Jogtörténet</b>	<b>Ötvösség</b>	Lepkegyűjtő   Ásványtan
		<b>Tornatanítás</b>

