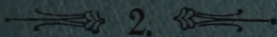


Encyel. 0.

52.

2.

dományok zseb-könyvtára.



math

Math

Dr. Lévaý Ede



Arithmetikai és Algebrai

PÉLDATÁR

Ára 30 Kr. = (60 fill.)



POZSONY - BUDAPEST
KIADJA
STAMPFEL K.

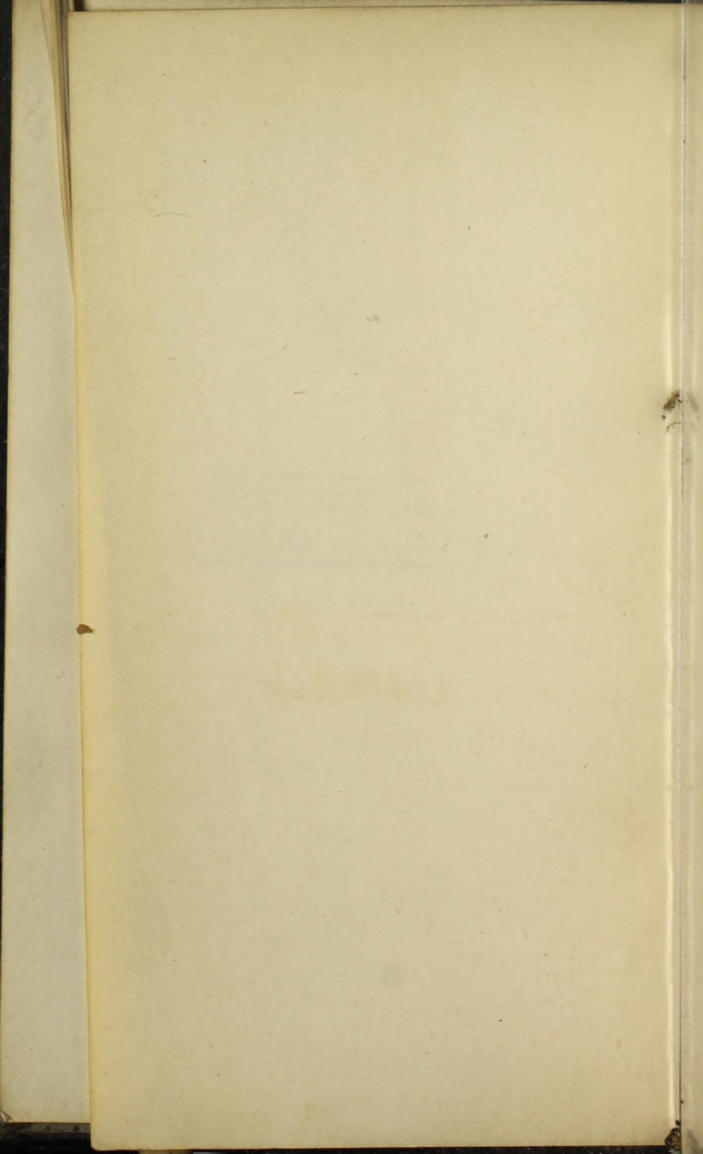
MAGY. AKADEMI
KÖNYVTÁRA

ARITHMETIKA

BERDASAR PADA

PERMULAAN

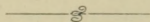
ALGEBRA



A TUDOMÁNYOK ZSEB-KÖNYVTÁRA.

— 2. —

ARITHMETIKAI
ÉS
ALGEBRAI PÉLDATÁR.



ÖSSZEÁLLÍTOTTA

DR. **LÉVAY EDE,**

KIR. FŐGYMN. TANÁR.

2200 FELADAT.

POZSONY, 1899. BUDAPEST.

STAMPFEL KÁROLY KIADÁSA.

MAGY. AKADEMIA
KÖNYVTÁRA

TARTALOMJEGYZÉK.

ELSŐ RÉSZ.

Arithmetikai példák.

1. §.	Számolás egész számokkal	5
	a) A számok olvasása és írása	5
	b) Összeadás	5
	c) Kivonás	6
	d) Szorzás	7
	e) Osztás	7
2. §.	Számolás tizedes törtekkel	8
	a) A tizedes törtek olvasása és írása	8
	b) Összeadás	9
	c) Kivonás	9
	d) Szorzás	10
	e) Osztás	11
3. §.	Az időszámítás	11
4. §.	A számok oszthatósága, közös osztó és közös többes	12
5. §.	Számolás közönséges törtekkel	13
	a) A törtek keletkezése, osztályozása és összehasonlítása	13
	b) Összeadás	14
	c) Kivonás	14
	d) Szorzás	15
	e) Osztás	15
6. §.	A közönséges és tizedes tört kapcsolata	15
7. §.	Számolási rövidítések	16
8. §.	Arányok és aránylatok	18
9. §.	Egyszerű hármasszabály	19
10. §.	Százalékszámítás	22
11. §.	Összetett hármasszabály	25
12. §.	Egyszerű kamatszámítás	27
13. §.	Lerovat. Értékpapírok. Váltók	30
14. §.	Kamatos-kamatszámítás	32
15. §.	Határidőszámítás	32
16. §.	Arányos osztás	33
17. §.	Vegyítés-szabály	34
18. §.	Az ötvények és pénzekre vonatkozó számítások	36
19. §.	Lánczszabály	36

MÁSODIK RÉSZ.

Algebrai példák.

20.	§§.	Bevezetés az algebraába. Az algebra jelei .	37
21.	§.	Algebrai mennyiségek összeadása és kivonása	39
22.	§.	Algebrai mennyiségek szorzása	41
23.	§§.	Algebrai mennyiségek osztása	42
24.	§§.	Közös osztó és közös többes	43
25.	§§.	Műveletek algebrai törtekkel	45
26.	§.	Négyzet, köb és geometriai haladvány	47
27.	§.	Elsőfokú egyenletek egy ismeretlennel	49
28.	§§.	Elsőfokú egyenletrendszerek	53
29.	§.	A kéttaguak magasabb hatványai és a számtani haladvány	56
30.	§.	Gyökvonás; irrationalis, imaginarius és complex számok	57
31.	§.	Számolás gyökmennyiségekkel	61
32.	§§.	A másodfokú egyenlet	64
33.	§.	Negatív és törtexponensek. Számrendszerek	66
34.	§.	A logaritmus és exponentiális egyenlet	69
35.	§§.	Elsőfokú határozatlan egyenletek	72
36.	§§.	Másod- és felsőbbfokú egyenletek	73
	a)	A gyökök és coefficienssek összefüggése	73
	b)	Két egyenlet közös gyöke	74
	c)	Másodfokúra redukálható felsőbbfokú egyenletek	74
	d)	Másodfokú egyenletrendszerek	74
	e)	Binom egyenletek	76
	f)	Reciproc egyenletek	76
	g)	Harmadfokú egyenletek	76
37.	§.	A maximum és minimum érték meghatározása	77
38.	§.	A sorok és a kamatos-kamat számítás	78
39.	§§.	A kapcsolástan elemei	81
40.	§§.	A kéttaguak szorzatai és hatványai	81

ELSŐ RÉSZ.

Arithmetikai példák.

1. §. Számolás egész számokkal.

a) A számok olvasása és írása.

Mondjuk ki a következő számokat:

1. 351, 460, 905, 1020, 2009, 10580, 23008, 49607;
2. 57998, 105004, 208850, 7170509, 3508706, 14575627;
3. 306008, 50768274590, 70354000000, 575827068504.

Írjuk le a következő számokat:

4. Hétszázötvenkilenc, ezerhuszonnyolcz, tizenöt-ezerhét, harmincezerhetvenöt.
5. Százezernyolczvannég, egymillióhuszonhét, ötvenhárommilliónyolczszázezertiz.
6. Írjunk a következőknél 10, 100, 1000-szer nagyobb számokat: 218, 357, 8120, 9050, 3002.
7. Írjunk a következőknél 10, 100, 1000-szer kisebb számokat: 90, 800, 7000, 87000000.
8. Írjuk fel és rendezzük nagyság szerint mindazon három számjegyből álló számokat, melyeknek jegyei: 3, 7, 9; vagy 2, 5, 8.
9. Melyik a 3, 4, 5, 6 számjeggyel felírható legnagyobb és legkisebb szám?
10. Mondjuk ki a következő római számokat: IX, XII, XXV, LXXIV, XCV, CVII, CLXXI, DCLXIV, CDV, MCDLXII, MMCCCLXXVII.
11. Az előbbi római számokat írjuk le arabs számokkal.
12. Írjuk le római számokkal a következő arabs számokat: 7, 14, 32, 145, 429, 738, 956, 1003, 1850, 1872, 2824.

b) Összeadás.

Végezzük a következő összeadásokat:

13. $119 + 58 + 1028 + 785 + 37 + 15872 + 508$;
14. $36 + 875 + 1357 + 869 + 98 + 54107 + 185$;
15. $3 + 30 + 439 + 5228 + 63475 + 745876$.
16. Melyik szám nagyobb 6826-tal a következő összegnél: $386 + 598 + 784 + 2107$?

17. Hány középiskolai tanuló volt Pozsonyban, ha a kir. főgymnasiumba 537, az áll. főreáliskolába 462, az ág. ev. lyceumba 429, a kereskedelmi akadémiába 259 járt?
18. Mennyi az évi szeszes ital fogyasztás Párisban, ha a borból 4585000 hl., a likőrökből 250000 hl. és az almaborból 160000 hl. fogy?
19. Mennyi a háromszög szögeinek összege, ha: $A \sphericalangle = 48^\circ 56' 27''$, $B \sphericalangle = 87^\circ 48' 16''$, $C \sphericalangle = 43^\circ 15' 17''$?
20. Mennyi az ötszög szögeinek összege, ha: $A \sphericalangle = 118^\circ 13' 37''$, $B \sphericalangle = 100^\circ 19' 1''$, $C \sphericalangle = 95^\circ 23' 41''$, $D \sphericalangle = 120^\circ 57' 34''$, $E \sphericalangle = 105^\circ 6' 7''$?
21. Európa területe 9923734 km², Ázsiáé 44275130, Afrikáé 2988696, Amerikáé 39222910, Ausztráliáé 8962584, a sarkvidéké 4228682; hány km² a szárazföldek területe együttvéve?
22. Mennyi a föld lakóinak száma, ha Európában 374419000, Ázsiában 848610000, Afrikában 157734000, Amerikában 133735000 és Ausztráliában 6072000 ember lakik?
23. Melyik azon három szám összege, melyek közül az első: 583, a második ennél 795-tel a harmadik pedig a másodiknál 1027-tel nagyobb?
24. Mennyi idő alatt jut a vonat A állomásról D-be, ha A-ból B-be 5 ó. 28 p., B-ből C-be 2 ó. 24 p. és C-ből D-be 3 ó. 39 p. alatt érkezik?
25. Mennyi azon háromszög kerülete, melynek oldalai 307 m., 356 m. és 829 m.?

c) Kivonás.

Végezzük a következő kivonásokat:

26. 700—516; 27. 1585—997;
 28. 20021—8679; 29. 50806—49995.
30. A munkás 15 ó. 28 percet, B 11 ó. 36 percet dolgozott. Mennyivel dolgozott tovább A, mint B?
31. Mennyit fordít munkára naponta az, ki 7 ó. 30 percet alszik, 8 ó. 20 percet pedig étkezésre és szórakozásra használ fel?
32. Hány tanulója maradt el évközben a pozsonyi kir. főgymnasiumnak, ha 537-ből a vizsgálatra csak 508 jelent meg?
33. Valamely háromszögben $A \sphericalangle = 29^\circ 30' 7''$, $B \sphericalangle = 72^\circ 56' 28''$, mennyi $C \sphericalangle$?
34. Bizonyos áru 2123 k.-ba és 168 k. alkuszdíjba került; ugyanannak eladási ára 2685 k. Mennyi a nyereség?

35. Mennyit veszünk, ha az áru vételára 827 k., eladási ára 789 k.?
36. Mi az eredmény, ha 2084 és 1075 összegéből e két szám különbségét kivonom?
37. Kolumbus 1492-ben fedezte fel Amerikát. Hány év telt el azóta?
38. Mennyivel nagyobb 96020, mint 80525 és 10450 összege?
39. Mennyivel magasabb a Mont-Everest (8840 m.) a Mont-Blancnál (4810 m.)?
40. Hány férfi él az 59928 lakóssal bíró városban, ha a nők száma 27898?

d) Szorzás.

Végezzük a következő szorzásokat:

41. 529×145 ; 42. 1082×579 ; 43. 7094×486 ;
 44. 23889×248 ; 45. 132857×1008 ; 46. 5465×2002 ;
 47. 10805×10303 .
48. A gyorsvonat óránként 62 km.-t tesz. Mily távolra jut 8 óra alatt?
49. A posztó m.-je 9 k. Mennyibe kerül 29 m.?
50. Egy esőből óránként 39 l., egy másiktól 47 l. víz folyik ki. Mennyi folyik ki a kettőből együttvéve 7 óra alatt?
51. Hány első perc 27 óra?
52. Hány perczet élt már a 10 éves fiú.
53. Valaki 1835. jan. 1-én született s meghalt 1898. szept. 1-én a) hány hónapot b) hány napot élt?
54. Mennyibe kerül 587 q. czukor à 38 frt.?
55. Egy munkás heti bére 21 k.; mennyit kap 57 munkás 8 hétre?
56. Mennyibe kerül 875 hl. búza, ha 1 hl. ára 19 k.?
57. A fény sugar 8' 18" alatt jut a napból a földre. Mennyi idő alatt jut a 30-szor távolabb fekvő Neptunra?
58. A derékszögű négyszög alakú rét hossza 1 km. 75 m., szélessége 872 m.; mennyi a területe?
59. Mennyi a térfogata valamely teremnek, ha hossza 12 m., szélessége 8 m. és magassága 6 m.?
60. Valaki vásárol 24 ha. szántóföldet à 1885 k., 9 ha. rétet à 1255 k. és 8 ha. erdőt à 678 k. Mennyit fizet ki összesen?

e) Osztás.

Végezzük a következő osztásokat:

61. $85688 : 8$; 62. $7200 : 800$;

63. 148302 : 231; 64. 27707424 : 6352;
 65. 551624843 : 87241; 66. 367929912 : 7896.
 67. Valamely vonat óránként 39720 m.-t halad.
 Mennyire jut perczenként?
 68. A 6824 k. örökségből mennyit kap a 8 örökös
 mindenike?
 69. Osszszuk el 758796-ot 3433 és 3285 különbségével.
 70. Hány kg. 4000, 75000, 20850000 gr.?
 71. Valaki 5420 k. fizetéséből megtakarít évenként
 1405 k.-t. Mennyit költhet naponta?
 72. Valaki 67 q árún nyert 536 k.-t. Mennyit nyert
 1 kg.-on?
 73. Két vasúti vonat közül az egyik 23 óra alatt
 1035 km., a másik 19 óra alatt 861 km. utat
 tesz. Melyik halad gyorsabban?
 74. Melyik világrészen jut legtöbb ember 1 km²-re?
 (l. 6. l. 21 és 22 p.)
 75. Mennyi idő alatt érkeznek az 500 m. sebességgel
 haladó ágyúgolyó a holdba? A hold távolsága föld-
 düinktől 60 földugár; a földugár hossza 6366 km.
 76. Folyton menve mennyi idő alatt járná körül a
 földet az, ki óránként 5 km.-t halad? A föld
 kerülete 40 millió m.
 77. Egy 192 kg.-ot nyomó láda árú 2160 k.-ba kerül.
 A csomagolás az összes-súly negyedét teszi.
 Mennyit fizet a kereskedő 1 kg. tiszta árúért?
 78. Az egyenlítő hossza 40 millió m. Hány m. jut egy
 fokra?
 79. Hazánk területe 322210 km², lakóinak száma
 18160000. Hány ember lakik átlag 1 km² terü-
 leten?
 80. Mennyibe kerül 1 hl. bor, ha 53 hl. ára 2226 k.?

2. §. Számolás tizedes törtekkel.

a) A tizedes törtek olvasása és írása.

Mondjuk ki a következő tizedes törteket:

- 65·07, 128·575, 0·5, 0·002, 0·0875;
- 36·0876, 587·505, 0·2186, 1856·00012.

Irjuk le a következő tizedes törteket:

- 6 egész 75 ezredrész, 52 egész 8 tizezredrész,
0 egész 1805 százezredrész;
- 826 egész 54 tizezredrész, 9 egész 53 milliomod-
rész.

Írjuk le tizedes tört alakban, hogy:

5. 2 km., 5 m., 7 dm., 8 cm., 3 mm. — hány km.?
 6. 27 m², 507 cm² — hány m²?
 7. 7985 l. hány m³? 8. 5820 m³ hány ha.?
 9. 16 ha. 27 a. hány ha.? 10. 32486 cm³ hány l.?
 11. 1928 g. hány kg.? 12. 58725 g. hány tonna?

Írjuk le egész számokban, hogy:

13. 54·867 m. hány m., dm., cm., mm.?
 14. 3·575 m² hány m², dm², cm², mm²?
 15. 528·786 kg. hány kg., dg., g.?
 16. 125·7 l. hány l. és dl.?
 17. Mennyi a tizedrésznek tized-, század-, ezredrésze?
 18. Mennyi a századrésznek tized-, század-, ezredrésze?

b) Összeadás.

Végezzük a következő összeadásokat:

19. 226·728 + 87·0567 + 1209·005 + 129·25;
 20. 36 + 5·75 + 251·875 + 93·05 + 0·3756;
 21. 0·074 + 0·95 + 32·07 + 453·006 + 7·904.
 22. Valamely számból elvettünk 2325·675-et és még maradt 1296·225. Melyik volt e szám?
 23. Melyik az a szám, mely 3·75-dal nagyobb, mint 5·855?
 24. Bizonyos gazdának van 427·86 ha. szántóföldje, 72·5 ha. rétje, 24·58 ha. erdeje. Hány ha. az összes birtoka?
 25. A magyar szent korona országainak területe km²-ekben: Magyarországé 279749·68, Fiume városé 19·57, Horvát-Szlavon országé 42535·25. Mennyi ez együttvéve?
 26. Mennyi a négyszög kerülete, ha oldalai: 3·75 m., 5·27 m., 7·2 m., 8·06 m.?
 27. Mennyi az évi termése annak a birtokosnak, kinek 856·7 q. búzája, 168·3 q. rozsa, 226·5 q. árpája és 183·6 q. zabja termett?
 28. Mely szám nagyobb 568·72-dal, mint: 372·806 + 87·07?

c) Kivonás.

Végezzük a következő kivonásokat:

29. 856·275 — 567·79; 30. 36·007 — 29·858;
 31. 3542·05032 — 3431·57896.

32. Bizonyos kereskedő a 689·88 k.-ért vett árút 720 k.-ért adta el, mennyi volt a nyeresége?
33. Valamely vonatnak a végállomásig 856·07 km.-t kell tennie. Mennyi van még hátra, ha eddig 587·78 km.-t futott meg?
34. Bizonyos árú eladási ára 8124·88 k., mennyi volt a vételár?
35. A 45·5 m. hosszú vég vászonból előbb 6·75 m.-t, majd 14·25 m.-t, végre 16·09 m.-t adtak el. Mennyi maradt még meg?
36. Három hordó cukor súlya: 215·88 kg., 224·07 kg. és 221·3 kg.; a hordók súlya: 14·35 kg., 13·2 kg. és 12·85 kg. Mennyi a tiszta cukor súlya a 3 hordóban?
37. A tizkoronás arany teljes súlya 3·3875 g., mennyi a réz e pénzdarabban, ha szinarany tartalma 3·0488 g.?
38. Valakinek évi jövedelme 5600 k. Évi kiadásai: házbérre 800 k., háztartásra 2212·5 k., ruházatra s egyéb kiadásainak fedezésére 1283·72 k. Mennyi pénzt takaríthat meg évenként?
39. Két szám összege 5872 275, az egyik szám 3824·586, mennyi a másik?
40. Valakinek birtoka 728 3476 ha., ebből elad 225·5738 ha.-t, mennyije marad még?

d) Szorzás.

Végezzük a következő szorzásokat:

41. $0·8124 \times 100$; 42. $3·14159 \times 4·8$;
 43. $56·098 \times 3·047$; 44. $7·0025 \times 3·005$;
 45. $5822·36 \times 315·09$; 46. $0·5798 \times 0·09857$.
 47. A derékszögű négyszög alakú háztelek hossza 32·78 m., szélessége 38·57 m.; mennyi a területe?
 48. A kör kerülete 3·14159-szer nagyobb, mint átmérője, mennyi azon körök kerülete, melyeknek átmérője rendre: 3·56 m., 0·072 m., 5·625 m.?
 49. A személyvonat óránként 37·85 km. utat tesz meg. Mily utat hagy hátra 4·75 órai menet után?
 50. Az egyenlőoldali 9 szög egy oldala 7·386 m. Mennyi a kerülete?
 51. Egy bécsi font 0·56 kg. Hány kg. 598·27 bécsi font?
 52. Ha 1 hold területen 8·35 q búza terem, mennyit ad 822·6 hold?
 53. A hang mp.-ként 333·56 m. utat tesz, mennyit tesz 35 mp. alatt?

54. A föld egyenlítője 360° ; $1^\circ = 15$ földr. mfd; 1 földr. mfd. = 7·4204 km.; hány km az egyenlítő hossza?
 55. Mennyibe kerül a 7·36 m. hosszú 5·85 m. széles szoba padlózata, ha 1 m^2 9·38 k.-ba kerül?

e) Osztás.

Végezzük a következő osztásokat :

56. $240\cdot5 : 65$; 57. $352\cdot8 : 36$; 58. $1\cdot40045 : 0\cdot37$;
 59. $68\ 685 : 12\cdot05$; 60. $17\cdot22 : 57\cdot4$; 61. $27470\cdot18 : 1008\cdot08$.
 62. Az $1920\cdot28 \text{ m}^3$ tér kövezése 2884·2 k.-ba került. Mennyit fizettek 1 m^2 kövezéséért?
 63. Hányszor lehet a 244·4 l.-es hordóból a 4·7 l.-es korsót megtölteni?
 64. Ha 8·72 hl. búza ára 139·52 k., mennyibe kerül a) 1 hl.; b) 25 hl.?
 65. Egy építő hetenként 3238·5 k.-t fizet ki embereinek. Hány munkása van, ha egy-egy 25·5 k.-t kap?
 66. A föld $963466131\cdot4$ km. hosszú pályáját 365·24 nap alatt futja meg. Hány km -t halad naponta?
 67. Hány m.-t tesz a hang mp.-ként, ha 1833·7 m. távoból 5·5 mp. alatt halljuk meg az ágyúörgést?
 68. A nap távolsága a földtől 148675800 km. A fény-sugár $8' 18''$ alatt jut a napból a földre. Mennyi a fény terjedési sebessége?
 69. A derékszögű négyszög területe $112\cdot125 \text{ m}^2$. Egyik oldala 6·5 m. Mily nagy a másik oldal?
 70. Mennyi a kör átmérője, ha kerülete 28·27431 m. ?

3. §. Az időszámítás.

- Hány év, hó és nap 829 nap?
- Hány óra 2927 elsőpercz?
- Hány óra 321300 mp. ? 4. Hány óra 15 nap 22 óra ?
- Hány percz 2 nap 4 óra ?
- Hány percz 21 óra 55 percz ?
- Hány óra, percz és mp. 14560 mp. ?
- Hány hó, nap és óra 10285 óra ?
- Róma alapítása Kr. e. 753. évi ápr. 21-én történt. Mennyi idő telt el azóta ?
- Szt. István meghalt 1038. aug. 15-én. Mennyi idő telt el azóta ?
- Petőfi 1823. évi jan. 1-én született és meghalt 1849. jul. 31-én. Mennyi ideig élt ?
- Milyen napra esik 1900. jul. 12-ike ?

13. Valaki 1856. évi aug. 27-én született és 41 évig 2 hónapig és 9 napig élt. Mikor halt meg?
14. Valaki reggel 5 ó. 15 p.-kor elindul s célját d. u. 6 ó. 4 p.-kor éri el. Mennyi ideig tartott útja?
15. Mikor érkezik a végállomásra az a vonat, mely reggel 7 ó. 24 p.-kor indul és 8 ó. 17 p.-ig halad?
16. Mikor Budapesten dél van, Párisban 10 ó. 53 p.-et mutat az óra. Mennyi az időkülönség s mily nagy a távolság Páris és Budapest közt?
17. Budapest keleti hosszúsága 37° , Rómáé 30° . Hány óra van Rómában, mikor Budapesten éjfél van s viszont.
18. A személyvonat Pozsonyból 6 ó. 9 p. alatt ér Budapestre. Mikor kell elindulnia, hogy d. u. 5 ó. 34 p.-kor Budapestre érkezzen?
19. Valamely 168 napig tartó munkát aug. 9-én kezdték meg, mikor fejezték be?
20. A szuezi csatorna készítését 1859. évi ápr. 24-én kezdték meg és 10 év 6 hó és 22 nap múlva fejezték be. Mikor volt a befejező nap?

4. §. A számok oszthatósága, közös osztó és közös többes.

1. Irjunk fel 3—3 számot, melyek 2, 4, 6, 8, 10-zel oszthatók.
2. Irjunk fel 3—3 számot, melyek 3, 5, 9, 11-gyel oszthatók.

Irjuk fel az osztás végzése nélkül, hogy mi a maradék a 3, 4, 5, 8-czal való osztásnál a következő osztandókra nézve:

3. 358625; 4. 36824; 5. 5246; 6. 30034.

Mi a maradék, ha az osztó 3 és 9:

7. 2345678; 8. 8901357; 9. 6327801; 10. 5814703.
11. Mely számok oszthatók, 3, 4 és 8-czal a következők közül: 34101, 58724, 632403; 364824, 560001, 335088.
12. Irjunk fel 3—3 számot, melyek 10, 11, 25 és 100-zal oszthatók.

Bontsuk tényezőikre a következő számokat:

13. 20160; 14. 17640; 15. 83520; 16. 54934;
17. 55440; 18. 47520; 19. 22724; 20. 9889;
21. 1914; 22. 1309; 23. 32890; 24. 154440.

Keressük a következő számok legnagyobb közös osztóját:

25. 36 és 48; 26. 56 és 88; 27. 91 és 189;
 28. 224 és 360; 29. 4602 és 8736; 30. 135420 és 619760;
 31. 6786 és 5538; 32. 11466 és 13962.

Keressük a következő számok legkisebb közös többszörösét:

33. 15, 18, 26, 30, 54; 34. 12, 24, 15, 30, 36;
 35. 504, 630, 240, 750; 36. 43, 84, 21, 120;
 37. 184, 188, 200; 38. 1180, 6400, 3600;
 39. 10780 és 9889. 40. 47520 és 9889.

5. §. Számolás közönséges törttekkel.

a) A törttek keletkezése, osztályozása és összehasonlítása.

1. Egy egészben hány fél, hány negyed, hány ötöd és hány tized rész van?
2. Hány hatodrészt 3, 5, 7, 9, 11, 13 egész?
3. Hány 5-öd, 7-ed, 8-ad rész 7, 12, 17, 35, 38 egész?
4. 8, 16, 24, 72, 144 negyed hány egész?
5. Hány dm. $\frac{1}{3}$ m.? 6. Hány l. $\frac{3}{4}$ hl.?
7. Hány percz $\frac{1}{3}$ óra?
8. Hány ötödöröszt: $2\frac{4}{5}$, $5\frac{3}{5}$, $7\frac{6}{5}$, $9\frac{1}{5}$?
9. Mennyi hiányzik a következő törttekből, hogy egy egészet adjanak: $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{15}{19}$, $\frac{23}{34}$?
10. Változtassuk áltörttekké a következő vegyes számokat: $5\frac{2}{3}$, $7\frac{8}{9}$, $12\frac{5}{6}$, $17\frac{2}{3}$, $31\frac{5}{7}$.
11. Hány egészet tartalmaz: $7\frac{4}{5}$, $12\frac{5}{8}$, $35\frac{7}{17}$, $58\frac{5}{20}$, $134\frac{5}{115}$?
12. Hozzuk közös nevezőre a következő törtteket: $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{11}{30}$, $\frac{25}{64}$.
13. Mi a közös nevezőjük a következő törtteknek: $\frac{3}{8}$, $\frac{14}{15}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{73}{96}$?

Fejezzük ki kisebb számokkal a következő törtteket:

14. $\frac{36}{72}$, $\frac{56}{64}$, $\frac{88}{166}$; 15. $\frac{51}{204}$, $\frac{125}{1000}$, $\frac{2340}{5200}$.

Rendezzük nagyság szerint a következő törtteket:

16. $\frac{7}{5}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{3}{4}$; 17. $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{6}{13}$, $\frac{11}{18}$.

A következő törttek közül melyik és mennyivel nagyobb:

18. $\frac{2}{3}$ és $\frac{3}{4}$; 19. $\frac{5}{6}$ és $\frac{8}{9}$; 20. $\frac{14}{17}$ és $\frac{14}{18}$?

b) Összeadás.

Végezzük a következő összeadásokat:

21. $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{16} + \frac{9}{24}$; 22. $\frac{1}{4} + \frac{8}{16} + \frac{7}{32} + \frac{19}{60}$;
 23. $\frac{2}{3} + \frac{5}{7} + \frac{3}{11} + \frac{1}{12}$; 24. $\frac{1}{6} + \frac{2}{5} + \frac{17}{19} + \frac{19}{22}$;
 25. $\frac{5}{14} + \frac{7}{18} + \frac{11}{26} + \frac{12}{32} + \frac{13}{35}$;
 26. $8\frac{2}{3} + 9\frac{3}{4} + 10\frac{4}{5}$;
 27. $7\frac{2}{5} + 5\frac{3}{7} + 3\frac{4}{9}$;
 28. $57\frac{1}{2} + \frac{19}{38} + 3\frac{6}{24}$;
 29. $356\frac{17}{35} + 1218\frac{7}{44} + 2540\frac{5}{56}$;
 30. $101\frac{1}{420} + 103\frac{1}{540} + 3\frac{5}{6}$.
 31. Bizonyos kereskedő 5 láda árút kapott. Az elsőben $38\frac{3}{4}$ kg. és minden következőben $8\frac{6}{7}$ kg.-mal több árú van, mint az előtte valóban. Hány kg. árút kapott összesen?
 32. Hány m. a háromszög kerülete, ha oldalai: $7\frac{5}{8}$; $5\frac{6}{4}$ és $3\frac{4}{5}$ m. hosszú?
 33. Mily messze van egymástól két falú, ha a köztük lévő kereszt az egyiktől $16\frac{17}{19}$, a másiktól $7\frac{3}{20}$ km.-nyire van?
 34. Mennyire van A állomás C-től, ha A-nak távolsága B-től $18\frac{2}{3}$, B-nek távolsága C-től $15\frac{5}{3}$ km?
 35. Valaki egyik helyre $505\frac{4}{5}$ k.-val, a másik helyre $305\frac{7}{10}$ kg.-val tartozik. Mennyi az összes adóssága?

c) Kivonás.

Végezzük a következő kivonásokat:

36. $\frac{8}{9} - \frac{3}{4}$; 37. $\frac{15}{16} - \frac{5}{7}$; 38. $6\frac{3}{5} - 5\frac{4}{7}$;
 39. $35 - 27\frac{9}{17}$; 40. $218 - 217\frac{7}{8}$; 41. $\frac{4}{5} - \frac{2}{3}$;
 42. $47\frac{5}{8} - 29\frac{7}{10}$; 43. $7\frac{6}{15} - 3\frac{6}{12}$; 44. $103\frac{1}{405} - 105\frac{1}{720}$;
 45. $133\frac{1}{216} - 57\frac{1}{56}$.
 46. Valamely háromszögben $\sphericalangle A = 64\frac{3}{5}^\circ$; $\sphericalangle B = 57\frac{7}{8}^\circ$. Hány fok $\sphericalangle C$?
 47. A rhomboid egyik szöge $55^\circ 15'$. Hány fok a többi szög?
 48. Bizonyos test levegőben $58\frac{3}{5}$, vízben pedig csak $47\frac{6}{6}$ kg.-ot nyom. Mennyi a vízben mutatkozó súlyvesztés?
 49. Egy láda árú $378\frac{75}{88}$ kg.-ot nyom; a láda súlya $32\frac{3}{8}$ kg.; mennyi a tiszta árú súlya?
 50. A kereskedő kávékészlete $89\frac{3}{5}$ kg. Ebből első nap elad $85\frac{3}{7}$ kg.-ot, de ugyanakkor kap $74\frac{5}{9}$ kg.-ot; a második nap már csak $38\frac{7}{12}$ kg.-ot ad el. Hány kg. marad még készletben?

d) Szorzás.

Végezzük a következő szorzásokat:

51. $\frac{3}{4} \times 35$; 52. $\frac{5}{8} \times 17$; 53. $\frac{18}{35} \times 4$;
 54. $14\frac{5}{8} \times 7$; 55. $32\frac{15}{17} \times 15$; 56. $3 \times \frac{5}{6}$;
 57. $44\frac{5}{7} \times 62$; 58. $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6}$; 59. $\frac{7}{9} \times \frac{8}{17}$;
 60. $3\frac{5}{6} \times \frac{8}{5}$; 61. $\frac{7}{13} \times 4\frac{3}{10}$; 62. $7\frac{2}{7} \times 8\frac{3}{8}$.
 63. Hány angol mfd. 68 km., ha 1 km. = $2\frac{5}{42}$ ang. mfd?
 64. $\frac{3}{5}$ m. vászon 1 k.-ba kerül. Mennyi vásznat kapunk $\frac{3}{4}$ k.-ért?
 65. Egy cm.³ ólom $11\frac{7}{10}$ kg.-ot nyom. Mennyit nyom:
 a) $17\frac{8}{13}$, a) $25\frac{7}{8}$, c) $35\frac{8}{9}$ cm.³.
 66. $(3\frac{1}{2} + 5\frac{3}{7} - 7\frac{3}{4}) \times (5\frac{8}{11} + 8\frac{1}{4} - 11\frac{4}{5}) = ?$
 67. Mennyibe kerül $27\frac{5}{7}$ hl. búza à $17\frac{2}{3}$ k.?
 68. Mennyi a négyzet területe, melynek oldala $5\frac{3}{8}$ m.?

e) Osztás.

Végezzük a következő osztásokat:

69. $\frac{5}{9} : 15$; 70. $\frac{4}{7} : 3$; 71. $\frac{33}{52} : 21$;
 72. $5\frac{4}{7} : 9$; 73. $29\frac{3}{5} : 12$; 74. $8 : \frac{3}{7}$;
 75. $14 : \frac{5}{9}$; 76. $23 : 3\frac{4}{5}$; 77. $\frac{8}{3} : \frac{9}{13}$;
 78. $\frac{23}{32} : \frac{46}{54}$; 79. $3\frac{4}{5} : 5\frac{6}{7}$; 80. $25\frac{4}{5} : 5\frac{1}{6}$.
 81. Hány szegénynek adhatunk $70\frac{5}{7}$ k.-ból $4\frac{5}{7}$ k.-t?
 82. Ha valaki 253 k. tartozását $11\frac{1}{2}$ k.-át érő cs. és kir. arannyal akarja megfizetni, hány drb.-bal teheti azt?
 83. A derékszögű négyszög területe $187\frac{1}{5}$ cm², egyik oldala $8\frac{2}{3}$ m.; mennyi az adottal szomszédos oldal?
 84. Egy munkás munkájának $\frac{2}{7}$ -ét 3 nap alatt végzi be; meddig kell még a munka befejeztéig dolgoznia?
 85. Egy kút percenként $2\frac{1}{2}$ l. vizet ad; mennyi idő alatt ad $28\frac{1}{3}$ l.-t?

6. §. A közönséges és tizedes tört kapcsolata.

Változtassuk tizedes törtékké a következő közönséges törtéket:

1. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$; 2. $\frac{2}{15}$, $\frac{13}{82}$, $\frac{125}{314}$; 3. $\frac{7}{8}$, $\frac{359}{25}$, $\frac{691}{2007}$;
 4. $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{7}{11}$ (3 tizedesig);
 5. $\frac{5}{6}$, $\frac{38}{15}$, $\frac{7}{12}$ (4 v. 5 tizedesig).

Írjunk fel:

6. három oly közönséges törtet, mely véges tizedes törtté;
7. hármat, mely tiszta szakaszos tizedes törtté;
8. hármat, mely vegyes szakaszos tizedes törtté alakítható át.

Közönséges törtékké alakítandók:

9. 0·5, 0·8, 3·6; 10. 5·2, 0·435, 13·25;
11. 7·45, 15·375, 3·5775; 12. 0·00125, 0·000225;
13. 0·3, 5·7, 0·37; 14. 0·53, 6·705;
15. 9·639, 0·1075, 0·3726; 16. 0·357, 0·928;
17. 6·5286, 0·3218; 18. 7·258637, 0·25678;
19. Mennyivel nagyobb 4·8, mint $\frac{33}{7}$; $\frac{3}{8}$, mint 0·357?
20. Fejezzük ki az eredményt közönséges törtben:
(0·5 + 0·7 - 0·57) \times 3·35.

7. §. Számolási rövidítések.

Fejezzük ki a következő számokat 2, 3 és 4 tizedesnyi pontossággal és határozzuk meg, mikor követünk el nagyobb hibát, ha az elhagyott részekből igazítást veszünk vagy nem:

1. 3·578457; 2. 135·372682; 3. 7·0357524;

Végezzük a következő összeadásokat és kivonásokat 2, 3 és 4 tizedesig vett pontossággal:

4. Hány dm.: 45·456 m. + 238·5 m. + 3725 cm. + 875 dm. + 9989 mm.?
5. 54·71285 + $\frac{7}{3}$; 6. 5·8765 + 3·754 + 8·0726;
7. 75·845795 - 68·859876; 8. 47·40037 - 36·5647;
9. 65·89771 - 57·8798; 10. 27·55 - 18·947789;
11. $\frac{13}{9}$ - $\frac{48}{66}$; 12. $6\frac{5}{6}$ - $4\frac{2}{7}$;

Végezzük a következő szorzásokat:

13. 36528·25 \times 5; 6372854 \times 5;
14. 3685·756 \times 11; 15. 56742·137 \times 111;
16. 378·575 \times 11·111; 17. 3725·4 \times 25;
18. 567·856 \times 2·5; 19. 94325 \times 125;
20. 3149·75 \times 12·5; 21. 36·756 \times 1·25;
22. 3·14159 \times 99; 23. 18885 \times 75;
24. 7826·27 \times 49·9; 25. 42820 \times 998;
26. 827·645 \times 24·875 (2 tizedesig);
27. 0·36872 \times 7·98 (3 tizedesig);
28. 28127·32 \times 2·7593 (2 tizedesig).

29. Hány egész $358\cdot386 \times 29\cdot575$?
 30. Hány millió 587659×7659 ?
 31. Hány k. és fill.-be kerül $485\cdot758$ q. búza, ha 1 q. ára $17\cdot87$ k.?
 32. A levegő nyomása 1 cm^2 -re $1\cdot03357$ kg. Az emberi test felülete $12005\cdot75\text{ cm}^2$. Mennyi a légkörnek az emberi testre gyakorolt nyomása?
 33. A nap távolsága földünkötől 20657700 földr. mfd. $1\text{ f. m.} = 7\cdot42044\text{ km}$. Hány km. a nap távolsága földünkötől?
 34. Hány km. és m. $756\cdot125$ osztr. mfd, ha $1\text{ o. m.} = 7\cdot5859\text{ km.}$?
 35. Hány ha. $817\cdot567$ kat. hold? $1\text{ k. h.} = 0\cdot5755\text{ ha.}$ (2 tizedesig).
 36. Hány kg. és dg. $89\cdot755$ bécsi mázsa? $1\text{ b. m.} = 56\cdot006\text{ kg.}$
 37. Hány hl. és l. $857\cdot86$ bécsi akó? $1\text{ b. a.} = 0\cdot5659\text{ hl.}$
 38. Budapest területe 33678 kat. hold. Hány egész ha. ez?
 39. 1 hold föld $352\cdot68$ k.-ba kerül. Hány egész k.-ba kerül $187\cdot56$ ha?
 40. A föld tengelye 1719 mfd. Mily hosszú egy félkör? (1 tizedesig.)

Végezzük a következő osztásokat:

41. $5798\cdot4 : 25$; 42. $36728\cdot25 : 2\cdot5$; 43. $7856\cdot205 : 125$;
 44. $365\cdot27 : 12\cdot5$; 45. $18885 : 75$; 46. $499\cdot199 : 0\cdot875$;
 47. $728\cdot3056 : 87\cdot5182$ (3 tizedesig);
 48. $5\cdot34576 : 0\cdot31847$ (2 tizedesig);
 49. $1\text{ m.} = 3\cdot16375$ bécsi láb. Hány m. és dm. $5865\cdot876$ b. l.?
 50. $1\text{ hl.} = 1\cdot6264$ bécsi mérő. Hány hl. $328\cdot756$ b. m.? (2 tizedesig.)
 51. Magyarország területe $282806\cdot8\text{ km}^2$, Galicziáé $78496\cdot8\text{ km}^2$. Hányszor nagyobb Magyarország? (1 tizedesig.)
 52. Pozsony vm. területe $4216\cdot17\text{ km}^2$, lakóinak száma 331370 , hány ember jut átlag 1 km^2 -re?
 53. Ausztria területe 300024 km^2 , lakóinak száma 23845261 . Hány lélek jut átlag 1 km^2 -re?
 54. Hány mfd. Europa 220301 km. -t tevő vasutainak hossza? (1 tizedesig.)
 55. Hány m. és dm. $75\cdot825$ yard, ha $1\text{ y.} = 0\cdot914\text{ m.}$?
 56. Számítsuk ki 2 tizedesig, hogy $528\cdot8075$ kg. hány bécsi font?

57. Hány négyzet mfd. Ausztria területe, ha 1 \square -mfd.
= 57·5464 km²?
58. Hány négyzet mfd. egy km²?
59. A föld területe 509950000 km², ebből 136500000 szárazföld. Hányadrésze ez utóbbi az egész földfelületnek? (2 tizedesig.)
60. A föld lakóinak száma 1520170000, hány jut átlag 1 km²-re?
61. A Kaspi-tó 440000 km², a Felső-tó 84000 km², a Viktoria-Nyanza 75000 km², az Aral-tó 68000 km², a Huron és a Michigan tó 62000 km². Hány négyzet mfd. ezek területe? (1 tizedesig.)
62. Fejezzük ki 2 tizedesig, hogy hány bécsi akó 657·876 hl.?
63. Valamely kerék átmérője 1·819 m.; hányszor fordul meg e kerék 1 mp. alatt, ha a kerék útja 1 óra alatt 6 osztr. mfd.?
64. 365·875 tonna 2128·75 koronába kerül. Hány k. és fill.-be kerül 1 tonna?
65. Hány akós a 3·726 hl.-es hordó?

8. §. Arányok és aránylatok.

Keressük a következő arányok exponenseit:

1. 36 : 24; 2. 54 : 27; 3. 300 : 50; 4. 75 : 375; 5. 23 : 138.

Keressük a következő arányok ismeretlen előtagjait:

6. $x : 7 = 5$; 7. $x : 9 = 2\frac{1}{2}$; 8. $x : \frac{3}{4} = 5\frac{1}{4}$;
9. $x : 8 = 3\cdot6$; 10. $x : 3 = 42$.

Keressük a következő arányok ismeretlen utótagjait:

11. $7 : x = \frac{1}{5}$; 12. $2\frac{3}{4} : x = 14$; 13. $\frac{1}{8} : x = \frac{5}{6}$;
14. $85 : x = 5$; 15. $75 : x = \frac{1}{3}$.

Fejezzük ki a következő arányokat egész számokkal:

16. $\frac{1}{4} : \frac{1}{7}$; 17. $4\frac{3}{5} : \frac{5}{8}$; 18. $5 : \frac{3}{8}$; 19. $15\frac{2}{3} : 5\frac{3}{4}$;
20. $13\frac{7}{8} : 10\frac{3}{19}$.

Fejezzük ki a következő arányokat a legkisebb egész számokkal:

21. 15 : 3; 22. 140 : 35; 23. $18 : \frac{36}{39}$; 24. $18\frac{1}{3} : 25\frac{2}{3}$;
25. $\frac{3}{8} : \frac{5}{10}$.
26. Két vonal közül az egyik 3·5 m.; a két vonal aránya olyan, mint 5 : 6. Hány m. hosszú az ismeretlen vonal?

27. A Montblanc 4810 m., a Mount Elias 5520 m. magas. Hogy aránylik egymáshoz e két hegy magassága?
28. Milyen az arány 5 kg. és 150 g. között?
29. A nagy rabszolga tó felülete 21000, a Ladoga tó felülete 18000 km². Hogy aránylik e két felület egymáshoz?
30. Valamely ház hossza $15\frac{1}{5}$ m., szélessége $12\frac{3}{7}$ m. Hogy aránylik a ház hosszúsága szélességéhez?

Melyik helyes és melyik nem a következő aránylatok közül:

31. $3 : 15 = 25 : 125$; 32. $7 : 9 = 8 : 10$;
 33. $5 : 11 = 36 : 72$; 34. $\frac{1}{3} : 3 = 7 : 63$;
 35. $5 \cdot 2 : 15 \cdot 6 = 46 : 138$; 36. $\frac{3}{7} : 5 = 1 : \frac{35}{3}$.

Képezzük a következő szorzatokból az összes lehetséges helyes aránylatokat:

37. $6 \times 9 = 2 \times 27$; 38. $5 \times 8 = 4 \times 10$;
 39. $3 \times 70 = 6 \times 35$; 40. $5 \times 12 = 4 \times 15$.

Ejtsük meg az összes lehetséges változtatásokat a következő aránylatokban:

41. $12 : 3 = 100 : 25$; 42. $8 : 10 = 4 : 5$;
 43. $6 : 5 = 9 : 7\frac{1}{2}$; 44. $\frac{1}{3} : 7 = 4 : 84$.

Tüntessük el a törteket a következő aránylatokból:

45. $\frac{3}{4} : \frac{4}{5} = \frac{5}{6} : \frac{8}{9}$; 46. $\frac{2}{3} : 3 = \frac{3}{4} : 3\frac{3}{8}$;
 47. $2 : \frac{5}{7} = \frac{3}{5} : \frac{25}{42}$; 48. $\frac{1}{3} : \frac{1}{6} = 10 : 5$.

Fejezzük ki kisebb számokkal a következő aránylatokat:

49. $25 : 15 = 9 : x$; 50. $x : 120 = 56 : 84$;
 51. $36 : x = 24 : 48$; 52. $x : \frac{3}{4} = 7 : 28$.

Fejtsük meg a következő aránylatokat:

53. $5 : 49 = x : 15$; 54. $14 : x = 28 : 56$;
 55. $3 \cdot 5 : 7 \cdot 2 = x : 16 \cdot 25$; 56. $\frac{2}{3} : 8 = \frac{3}{7} : x$;
 57. $12\frac{1}{2} : 15\frac{3}{4} = 18\frac{2}{7} : x$; 58. $7 : 28 = \frac{1}{4} : x$;
 59. $8 : 12 = x : 9$; 60. $28 : 35 \cdot 5 = x : 74 \cdot 15$.

9. §. Egyszerű hármasszabály.

1. Valamely árúból 1 kg. 25 fill., mennyit fizetünk 2, 3, 15, 75 kg.-ért?

2. 1 napi munka bére 3 k., mennyit fizetünk 3, 5, 9, 17, 28, 103 napra?
3. Valamely család lisztszükséglete 8 napra 17 kg., mennyi szükséges 17, 81, 126 napra?
4. 1 munkás bizonyos munkát 12 nap alatt végez be, mennyi idő alatt végzi azt 2, 3, 4, 6 munkás?
5. Bizonyos eleség 5 embernek 36 napig elég, meddig elég 10, 15, 20 embernek?
6. 16 öl fa felvágási díja 128 korona; mennyit kap a favágó, ha a munkát egymaga, vagy 2-od, 3-ad, 4-ed, 6-od, 8-ad magával végzi?
7. 5 m. hosszú árkot 2 nap alatt készítenek, meddig tart a 10, 15, 20 m.-es árok készítése?
8. 1 kg. kávé ára 4·6 k., mennyibe kerül 8·5, 3²/₃, 0·5, 0·25 kg.?
9. Bizonyos réten 3 tehén 6 hétig legelhet, meddig tart a legelő 2, 6, 12 tehénnek?
10. Valamely tőke évi kamatja 85·6 k., mennyi a 3¹/₄ évi, a 7⁵/₈ évi, a 4 hónapi kamat?
11. Valamely munkás 5 nap alatt 22 k.-t keres, meddig dolgozik 440 k.-ért?
12. 5 kg. árú 75 k. Mennyibe kerül 9 kg.?
13. Ha 16 m. posztó ára 180 k., mennyit fizetünk 17 m.-ért?
14. Ha 72 l. bor 84 k.-ba kerül, mennyit kapunk 28 k.-ért?
15. A kereskedő 40 kg. árún 5 k.-t nyer, mennyit nyer 100 kg.-on?
16. Egy vándorló legény 4 óra alatt 18 km.-nyi utat tesz, mennyi idő alatt tesz 100 km.-t?
17. Egyik forrás 2 mp. alatt 18 l., a másik 3 mp. alatt 25 l. vizet ad, melyik bővebbvizű?
18. Napi 16 órai munkaidő mellett 5 nap szükséges munkánk befejezésére, hány napig kell dolgoznunk napi 4 órai munkaidő mellett?
19. Mennyire jut a vonat $\frac{4}{15}$ óra alatt, ha óránként 36 km.-t halad?
20. Ha 3650 k. évi kamatja 172¹/₂ k., mennyit kapunk 100 k. után egy évre?
21. Egyenletesen emelkedő út 4³/₄ km.-en 9 m.-rel lesz magasabb. Mennyi az emelkedés 5¹/₂ km.-en?
22. 5·6 m. hosszú rúd árnyéka 12·4 m. ugyanakkor a torony árnyéka 85·8 m. Mily magas a torony?
23. Mily hosszúnak kell lenni a 7·9 m. széles teremnek, hogy területe egyenlő legyen azon szobával, melynek hossza 5·8 m., szélessége 6·3 m.?

24. A kör kerülete 75·4 m. Mily nagy a 45° 15'-nek megfelelő ív?
25. Mennyi idő alatt kamatozik 175 k. éppen annyit, mint 820 k. 2 hónap alatt?
26. Ha 46·4 frt.-ért 100 fr.-ot kapunk, mennyit kapunk 580 k.-ért?
27. Ha 183 q. árún 65 k. a nyereség, mennyit nyerünk 150 q.-nél?
28. 143.242 cs. és kir. arany súlya $\frac{1}{2}$ kg.; mennyi a súlya 55 drb.-nak?
29. 45 m. posztó elkészítésére 18 kg. gyapjú szükséges, mennyi szükséges 100 m.-hez?
30. Bizonyos tőke évi kamatja 625 k., mennyi a $\frac{3}{4}$ évi kamat?
31. 57 ha. föld évi bére 1482 k., mennyi a bére 85 ha.-nak?
32. A szőlőmunkát 36 ember 10 nap alatt végezné el, de csak 25 munkást kapunk. Hány napig tart ezeknek a munka?
33. Mekkora tőke hajt egy évre 550 k.-át, ha a kamat minden 100 k. után $6\frac{1}{2}$ k.?
34. 12 munkás bizonyos munkát 6 nap alatt végez be, hány munkás végzi el ugyanazt 4 nap alatt?
35. Mily nagy tőke hajt 6 hét alatt annyit, mint 678·5 k. 4 hónap alatt?
36. 2825 k. 14 hónap alatt hoz bizonyos kamatot, mennyi idő alatt hajt 5845 $\frac{1}{2}$ k. ugyanannyit?
37. Az aratást 25 munkás 15 nap alatt végezné el, hány munkást kell alkalmazni, hogy a munka 9 nap alatt érjen véget?
38. Valamely gyárban elfogyasztottak 3720 m³ 85 cm. hosszú fát, hány m³ kellett volna a 65 cm. hosszúból?
39. Bizonyos tőke 4 évi kamatja 128·52 k., mennyi a 8 havi kamat?
40. 18 keresztből 24 hl. búzát csépelnek, mennyit várhatunk 589 keresztből?
41. Bizonyos lisztmennyiségből 12 drb 5 kg.-os kenyér süthető, hány drb. 3 kg.-os kenyeret lehetett volna ugyanannyi lisztből nyerni?
42. 3 óra 40 p. alatt 12 $\frac{2}{3}$ km.-t gyalogoltunk, mennyire jutunk 5 óra alatt?
43. 225 m²-es telek vételára 8100 k., mennyiért adható a szomszédos telek, mely 512·3 m²?
44. Ha 36 munkás 48 nap alatt végezné az utca kövezést, meddig készül el a munka, ha a 17-ik nap reggelétől kezdve 8 munkás nem jön dolgozni?

45. A 8 pár kővel dolgozó malom bizonyos mennyiségű búzát 12 nap alatt örölné meg, meddig tart az örlés, ha a 4-ik napon 3 pár kő elromlik?
46. Birtokvételnél a közvetítő minden 100 k. után $\frac{3}{4}$ k.-t kap. Mennyi volt a birtok vételára, ha a közvetítési díj 586 k.-t tett ki?
47. Bizonyos építkezéshez a $1\frac{2}{3}$ öles deszkából 225 drb szükséges; hány 1-öles deszkával lehet azt pótolni?
48. Bizonyos vízmedence 5 csövön át $6\frac{1}{4}$ óra alatt telik meg. Miután már 3 óráig folyt a víz 2 cső megrepedt. Mikor telik meg a medence a 3 csövön át?
49. 24 munkás bizonyos munkát 20 nap alatt végezne be, de a 10-ik napon még 7 munkást alkalmaznak. Mikor készül el a munka?
50. 10 munkás a kőfalat 18 nap alatt építené fel, azonban 4 nap múlva 6 munkást elbocsátanak, majd 11 nap múlva 4 munkást felfogadnak. Mikor lesz készeu a fal?

10. §. Százalékszámítás.

1. Mennyi 775-nek 4% -a?
2. Mennyi 1245 k. után az évi 8% -os jövedelmi adó?
3. Mennyi 8218 k. értékű áru után a $6\frac{3}{4}\%$ -os nyereség?
4. Mennyi a 7% -os nyereség, ha a vételár 5726·48 k.?
5. Mennyi a $6\cdot2\%$ -os veszteség 675 k. vételárnál?
6. 778 k. után 38·9 k. a nyereség, hány % az?
7. 1320 k. után 95·35 k. a nyereség, hány % az?
8. Melyik kereskedő dolgozik nagyobb haszonnal, az-e, ki 875 k. után 52·5 k.-t, vagy a ki 985 k. után 57·13 k.-t nyer?
9. A föld 1520570000 lakója közül 493 millió a keresztény, hány % a ez a föld lakóinak?
10. A keresztények közt van 245 millió kath., 150 millió protestans, 98 millió görög keleti. Hány %-a mindenik a) a föld összes, b) a föld keresztény lakóinak?

Milyen nagy tőke hajt:

11. 7% mellett 67·7 k.-t; 12. $5\frac{3}{4}\%$ mellett 24·5 k.-t;
13. $3\cdot3\%$ mellett 85·6 k.-t; 14. 6% mellett 24·6 k.-t?
15. Mennyi 1846-nak $4\frac{2}{3}\%$ -a?
16. Hány % mellett hajt 5842 k. 350·52 k.-t?
17. A szállítási költség 5285·7 k. értékű árúnál $2\frac{4}{5}\%$. Hány k. az?

18. Hány % mellett hajt 4500 k. évenként 300 k.-t?
19. Mily nagy tőke hajt $5\frac{3}{4}\%$ mellett 3785 k.-t?
20. A búzából $87\cdot6\%$ lisztet nyernek. Mennyi liszt lesz 578·89 q búzából?
21. Valamely üzlet 1200 k.-t jövedelmez s ez a befektetett tőke $8\cdot5\%$ -át teszi. Mily nagy e tőke?
22. A posztó m.-ét 25 k.-ért vettük és $11\frac{2}{3}\%$ nyereséggel adtuk el. Mennyiért adtunk 1 m.-t?
23. Pénzemet $6\cdot5\%$ mellett kívánom kamatoztatni, mennyiért vehetem meg azt a házat, melynek tiszta évi jövedelme 3785 k.?
24. Bizonyos városban egy év alatt 2800 gyermek született s ennek 47% -a fiú. Hány fiú született ott és hány leány?
25. Valaki évi 2960 k. fizetéséből 660 k. lakbért fizet, hány % -a ez az egész jövedelmének?
26. Valaki házat $2\frac{3}{4}\%$ mellett biztosítja és 189·89 k.-t fizet. Mennyit ér a ház?
27. 756 kg. kávé a pörkölés után már csak 652·6 kg.-ot nyom. Hány % veszett el a pörkölés alatt?
28. A bukott kereskedő adóssága 56827 k., vagyona 35417 k. Hány % -ot veszítenek a hitelezők?
29. A cukorrépából 5% nyers cukrot nyernek. Mennyi cukorrépa szükséges ahhoz, hogy 57·8 kg. nyers cukrot nyerjünk?
30. Valaki 150000 k.-ra biztosítja életét, mennyi az évi $5\frac{3}{4}\%$ -os biztosítási díj?
31. Búzatermésünkért az $1\frac{2}{3}\%$ alkuszdíj levonása után 8978·85 k.-t kaptunk; mennyit fizetett a vevő?
32. Valamely árú kg.-ja 90 fill. A kereskedő vett 856·4 kg.-ot. Mennyi a nyeresége, ha a szállítási díj $2\frac{1}{4}\%$, alkuszdíj $1\frac{1}{2}\%$ és az árú kg.-ját 1 k.-ért adja?
33. A tanulók 15% -a egész, vagy féltandíjmentes. Hány tanuló volt ott, hol a tandíjmentesek száma 84?
34. Hány % az arany-agió, ha 800 frt helyett 956-ot kell fizetnünk?
35. 54 hl. borszeszben $51\frac{1}{2}$ hl. a tiszta borszesz. Hány % -os a borszesz?
36. Mennyi az árú vételára ha az $5\frac{2}{3}\%$ -os nyereség $58\frac{1}{2}$ k.?
37. A tanköteles gyermekeknek csakis $86\cdot4\%$ -a azaz 1626069 járt iskolába. Hány tanköteles gyermek van Magyarországon?
38. 1 térfogat levegő 21 rész oxigént és 79 rész nitrogént tartalmaz. Mennyi oxigen van 5256 cm^3 levegőben?

39. A háztulajdonos évi házbérjövödelme a befektetett tőke $5\frac{3}{4}\%$ -a, azaz 5325 k. Mennyi a ház vételára?
40. Mennyit kell fizetnünk az 56827 k. értékű árú $1\frac{2}{5}\%$ -os biztosítási díja fejében?
41. Egy apa a fia részére tett 1200 k.-s biztosításért évente 288 k.-t fizet. Hány $\%$ a biztosítás díja?
42. Az árú bruttó súlya 587·8 kg., a tara $2\cdot25\%$, mennyi a netto?
43. Mennyi a tara 8825·6 kg. bruttónál $5\frac{3}{4}\%$ mellett?
44. A $3\frac{1}{2}\%$ -os tara 56·85 kg. Mennyi a bruttó?

Mennyi a nettó, ha a tara 5% s a bruttó?

45. 5678 kg.; 46. 2859·85 kg.; 47. 1926·72 kg.?

Hány $\%$ a tara, ha:

48. 578·6 kg. bruttóból 536·2 kg. a nettó;
49. 2582·75 kg. bruttóból 2400 kg. a nettó;
50. 5720 kg bruttóból 5434 kg. a nettó;

Mennyi a bruttó, ha:

51. a nettó 1526 kg., a tara $7\cdot5\%$;
52. a nettó 287·3 kg., a tara $\frac{3}{4}\%$;
53. a nettó 860·4 kg., a tara $17\cdot5\%$?
54. A 750 kg. bruttó súlyú kávé-szállítmányért a kereskedő 2880 k.-t fizetett ki. Mennyi 1 kg. kávé ára, ha a tara 4% volt?
55. Valamely árú kg.-ja $5\frac{1}{2}$ k. Mennyit kell fizetnünk 578·6 kg. bruttóért, ha a tara $3\frac{1}{3}\%$?
56. Valamely árú kg.-ja 6 k., az 586 kg. bruttó súlyú szállítmányért 3428·1 k.-t fizettünk. Hány $\%$ volt a tara?
57. Mennyibe kerül valamely árúból 5205·6 bruttó kg., ha a tara 8% és 100 kg. nettó ára 127 k., alkuszdíj pedig $\frac{3}{5}\%$?
58. Mily nagy tőke után kaphatunk $5\frac{1}{2}\%$ mellett 625 k. kamatot?
59. Hány $\%$ mellett kaphatunk 5280 k. után 211·2 k. kamatot?
60. Mennyi a kamat 15830·5 k. után $3\cdot35\%$ mellett?
61. Mennyit fizetünk 578 g. czukorért à 76 k., ha a készfizetésért $2\frac{1}{4}\%$ scontót engedélyeznek?
62. Az 5465·2 k. értékű áruért készpénzben 5301·24 k.-t fizettünk. Hány $\%$ a scontó?
63. Mennyi a vételár, ha a 4% scontó leszámítása után 675 k.-t fizettünk?

64. A 2·85%-os scontó 58 k. Mennyi a vételár?
65. Bizonyos könyv bolti ára 7·5 k. A rabatt 30%. Mennyit kell a könyvért készpénzben kifizetni?
66. A könyvkereskedő 33% rabattot kap a kiadótól. Mennyit kell az 528·6 k. értékű könyvért fizetnie?
67. Magyarország 322285 km.² területének 94 $\frac{1}{2}$ %-a szolgál gazdasági czelokra. Hány km.² az?
68. A pozsonyi kir. főgymnasiumban 508 tanuló közül 20 minden tárgyból jeles, 111 jó, 298 elégséges volt; 79 pedig megbukott. Hány %-a mindenik a tanulók összes számának?
69. 1886-ban Europa vasutainak hossza 201053 km. volt, hány %-át tette ennek a magyarországi 23390 km.-nyi vasutak hossza?
70. 850 kg. árú vételára 3350 k. Mily drágán kell ez árú kg.-ját adni a kereskedőnek, ha 9 $\frac{1}{2}$ %-ot akar nyerni?
71. Valaki 5 hordót vett bizonyos árúból, mindeniknek bruttó súlya 65 kg., a tára 7%, 1 nettó kg. ára 5 $\frac{3}{4}$ k., a kereskedő 12 $\frac{1}{2}$ % nyereséggel adja el az árút; mennyi az összes nyeresége?
72. 1880-ban Szegednek 73675 lakója volt, 1890-ben 85716. Mikorra várható az, hogy Szegednek 150-ezer lakósa lesz?
73. Mily nagy tőke hoz 3 $\frac{1}{2}$ %-kal 8 hó alatt 565 k. kamatot?
74. Hány % volt a scontó, ha 5280 k. helyett 5120 k.-t fizettünk?
75. Valaki 368 km.-nyi útjának 15%-át gyalog, 28%-át kocsin, 32%-át hajón, a többit vasúton tette meg. Mennyit ment gyalog, kocsin, hajón, vasúton?
76. A búza ára 7 $\frac{3}{4}$ %-kal esett s most 1 q. ára 17 $\frac{3}{4}$ k., mi volt 1 q. ára előbb?
77. A házi úr az idén 2125 k.-t, vagyis 7 $\frac{1}{2}$ %-kal kevesebbet kapott házbérül, mint a múlt évben, mennyi volt a múlt évi bérösszeg?
78. 1 $\frac{1}{2}$ % mellett a scontó 56·2 k. Mennyi a beszerzési ár?
79. A föld 509950000 km.² felszínének hány %-a jút hazánkra?
80. A föld felszínének hány %-a jút Európára?

11. §. Összetett hármasszabály.

1. Ha 18 munkás 8 nap alatt 180 m. hosszú árkot ás, mily hosszú árkot lenne képes 24 munkás 10 nap alatt ásni?

2. 10 munkás 15 nap alatt kapálja meg a 225 m. hosszú 112 m. széles földet, mennyi idő alatt végezne hasonló munkát 16 napszámra a 150 m. hosszú 100 m. széles réten?
3. A 75 m. hosszú, 12·75 m. széles telket 4800 k.-ért, a 70 m. hosszú 15½ m. széleset pedig 5100 k.-ért kínálják. Melyik vétel előnyösebb?
4. 115 kg. széna 6 lónak 8 napig elég, hány napig lenne elég 10 lónak 100 kg. széna?
5. 12 kg. fonalból 25 m. hosszú 80 cm. széles vásznat szőnek, 75 cm. szélesség mellett mily hosszú vásznat szőhetnének 20 kg. fonalból?
6. Hogy 36 lámpa 108 óráig égjen, ahhoz 292 kg. olaj szükséges. Hány kg. olaj táplálna 54 lámpát 95 óra hosszáig?
7. Ha a 16 lóerejű gőzgéppel oly malom hajtható, mely 8 nap alatt naponta 16 órát dolgozva 550 q. búzát őröl meg, hány órát kellene dolgoznia a 24 lóerejű gépnek, hogy 14 nap alatt 1000 q. búzát őrölhessen?
8. Valamely szobapadozathoz 56 deszka szükséges, melyek mindenike 35 dm. hosszú és 6 dm. széles, hány deszka volna a 28 dm. hosszú és 5 dm. szélesből szükséges?
9. Ha 12 ekével 8 nap alatt 48 hold föld szántható fel, napi 8 órai munkaidő mellett; hány holdat fognak 8 ekével 10 nap alatt, naponta 12 órát dolgozva felszántani?
10. 280 k. 4 havi kamatja 4·66 k., mennyit kaphatunk 1280 k. után 9 hónapra?
11. Valamely gép 75 mp. alatt 5400 kg.-ot 4 m. magasra emel, mily magasra fog 2 p. alatt 1600 kg.-ot emelni?
12. Ha 527 q. kőszén 8 kályhát 7½ hónapon át fűt, hány q. szükséges arra, hogy 5 kályha 6½ hónapig legyen fűthető?
13. 12 munkás 5 nap alatt naponta 8 órát dolgozva 176 k.-t keres, mennyit fog keresni 20 munkás 6 nap alatt, naponta 10 órát dolgozva?
14. 22 katona 6 nap alatt 80 kg. húst fogyaszt, mennyi lesz 35 katonának 3 napi hússzükséglete?
15. Ha 765 kg. érczből 40000 drb. 2·8 cm. átmérőjű 9 mm. vastag pénzt verhetnek, 3·1 cm. átmérő és 8 mm. vastagság mellett 52000 darab pénz verésére hány kg. ércz szükséges?
16. Ha 36 munkás 24 nap alatt naponta 12 órát

- dolgozva 288 m. hosszú, 3 m. magas, 2 dm. széles falat képes készíteni, hány nap alatt készíti el napi 10 órai munkaidőben 20 munkás a 400 m. hosszú, 2 m. magas és $2\frac{1}{2}$ dm. széles falat?
17. A 450 m. hosszú és 9 m. széles út kövezésére 70000 drb 9 cm. hosszú és 7 cm. széles kő szükséges; hány drb 12 cm. hosszú és 9 cm. széles kő szükséges a 720 m. hosszú és 8 m. széles út kikövezésére?
 18. 5 hold legelő 14 tehénnek 6 hétig lenne elég; a 3-ik hét kezdetén azonban 4 tehenet eladnak és 1 hold földet más célra elvesznek; meddig lesz elég a legelő?
 19. 18 munkás napi 10 munkaóraban dolgozva 18 nap alatt végezne be bizonyos munkát, a 6-ik napon este azonban 4 munkás eltávozik, hány órát kell a többinek dolgozni naponta, hogy a munka ugyanannyi nap alatt befejeztessék?
 20. 120 kg. hús 16 embernek 10 napig elég; meddig lesz elég a hús, ha a 3-ik naptól kezdve még 4 ember jött a többihez?

12. §. Egyszerű kamatszámítás.

1. Mennyi 6000 k.-nak 8 hónapi 5% -os kamatja?
2. Mennyi 800 k.-nak 10 hónapi 6% -os kamatja?
3. Mennyit hajt 945 k. 3 hó 13 nap alatt $5\frac{1}{2}\%$ mellett?
4. Mily nagy tőke hoz 10 hó alatt 6% mellett 95 k. kamatot?
5. Hány k. hoz 1 év 5 hó 15 nap alatt $3\frac{1}{4}\%$ mellett 540 k. kamatot?
6. Hány $\%$ -ra kell elhelyezni 5000 k.-t, hogy 10 hó 12 nap alatt 210 k. kamatot hajtson?

Mennyi kamatot hoz :

7. 1278 k. 5% mellett $1\frac{1}{4}$ év alatt;
8. 3140 k. $3\frac{3}{4}\%$ mellett, 3 év 8 hó alatt;
9. 2385 k. $5\frac{2}{3}\%$ mellett 6 hó 15 nap alatt;
10. 586 k. $7\frac{1}{2}\%$ mellett 5 hó 14 nap alatt?

Milyen nagy tőke hajt :

11. 5% mellett 227·5 k. kamatot 8 hó 15 nap alatt;
12. $4\cdot5\%$ mellett 182·6 k. kamatot 124 nap alatt;
13. $3\cdot5\%$ mellett 27·75 k. kamatot aug. 20-tól okt. 19-ig;
14. $4\cdot75\%$ mellett 2 év alatt éppen annyit, mint 2120 k. $5\frac{1}{2}\%$ mellett 18 hó alatt?

Mily nagy tőke nő fel a kamatokkal:

15. 5% mellett 7 hó alatt 2145·6 k.-ra;
16. $3\frac{2}{3}\%$ mellett 154 nap alatt 1122·4 kr.-ra;
17. $4\frac{1}{3}\%$ mellett ápr. 18-tól nov. 18-ig 2000 k.-ra;
18. 6% mellett 60 nap alatt 10000 k.-ra?

Mennyi idő alatt hajt:

19. 275 k. 5% mellett 42·5 k. kamatot;
20. 8125·75 k. $7\frac{1}{2}\%$ mellett 145·5 k. kamatot;
21. 5120 k. 4% mellett éppen annyit, mint 6250 k. 5% mellett 125 nap alatt;
22. 200 k. 8% mellett 200 k. kamatot?
23. Mennyi idő alatt nő fel 2500 k. $7\frac{5}{10}\%$ mellett 2650 k.-ra?
24. Ha jan. 2-án 515·25 k.-t 4%-ra elhelyeztünk, mikor kaphatunk vissza éppen 550 k.-t?
25. Mennyi idő alatt kétszereződik meg a tőke 6% mellett?

Hány % mellett hoz:

26. 1520 k. 4 hó alatt 15·2 k.-t;
27. 36856 k. 10 hó alatt 2740 k.-t;
28. 2124 k. $3\frac{1}{2}$ év alatt 480 k.-t;
29. 1537·5 k. 15 hó alatt 200 k.-t;
30. 269 k. 20 év alatt 260 k.-t?
31. Valaki 2520 k. tőke után a kamatokkal együtt $2\frac{1}{2}$ év múlva 2800 k.-t kapott vissza. Hány %-ra értékesítette pénzét?
32. Valaki 6% mellett kívánja pénzét kamatoztatni, mily nagy tőkét fektethet oly üzletbe, mely 8 hó múlva 250 k. hasznot ígér?
33. Mily nagy tőke növekszik 4% mellett 2 hó 25 nap alatt 1000 k.-ra?
34. Mennyit kell elhelyeznünk 5%-ra, ha 8 hó múlva 500 k.-t akarunk kapni?
35. Jó üzletet csinált-e az, ki pénzét 5%-ra szokta kamatoztatni s azt a házat, mely évnegyedenként 2120 k. bért hoz 165000 k.-ért vette meg?
36. Mi előnyösebb 25000 k.-t 5%-ra, vagy 10000 k.-t 7% és 15000 k.-t $4\frac{1}{4}\%$ -ra kamatoztatni?
37. Meddig használhatjuk azt az 5218 k. tőkét, mely után $4\frac{5}{10}\%$ mellett 128 k. kamatot fizettünk?
38. Mennyit vettünk kölcsön, ha az 5 hónapra eső $6\frac{1}{2}\%$ -os kamat levonása után 4864·48 k.-t kaptunk kézhez?
39. Hány nap alatt hoz 248 k. 4% mellett annyit, mint 400 k. 150 nap alatt $2\frac{1}{2}\%$ mellett?

40. Mi előnyösebb ha tőkénket (5000 k.) oly üzletbe fektetjük, melyből 3 hó alatt 150 k. hasznot, vagy olyanba, melyből 4 hó alatt 180 k. hasznot kapunk?
41. Mekkora azon tőke, melynek $\frac{2}{3}$ része $5\frac{1}{2}\%$ mellett 92 nap alatt éppen annyit kamatozik, mint 4256 k. $\frac{3}{4}$ része 4% mellett 130 nap alatt?
42. Valaki pénzének felét 5, másik felét 6% mellett kamatoztatja. Mily nagy a tőke, ha összesen 2450 k. kamatot élvez?
43. Mily nagy tőke hajt $4\frac{1}{2}\%$ mellett annyit, mint 8650 k. 4% mellett?
44. 2860 k. tőkénkből 1800 k-t 4% -ra adtunk ki. Hány $\%$ -ra volt a fennmaradó rész kiadva, ha évi kamat fejében 1245 k.-t kaptunk?
45. Valamely ház vételára 50000 k. Az évi házbér 4500 k. Hány $\%$ a tiszta haszon, ha a házbér 38% -a adóra és költségekre megy?
46. Mily nagy tőke hoz 8 hó alatt 6% mellett 25 k.-val több kamatot, mint 5% mellett?
47. Mennyi idő alatt hajtáná 1500 k. 4% mellett azon kamat $\frac{4}{5}$ -ét, melyet 2450 k. $5\frac{5}{10}\%$ mellett 125 napra jövedelmez?
48. Mennyi idő alatt hoz valamely tőke $4\cdot 25\%$ mellett éppen annyi kamatot, mint a mennyit hozna $5\frac{3}{4}\%$ mellett $2\frac{1}{2}$ év alatt?
49. Mekkora tőke az, melynek $\frac{3}{5}$ része 162 nap alatt 128 k. kamatot hoz?
50. 825 k. hány $\%$ mellett nő fel $1\frac{3}{4}$ év alatt 900 k.-ra?
51. Valaki 16000 k.-ért házat vesz s azt $1\frac{1}{2}$ év múlva 17500 k.-ért eladja. Hány $\%$ volt a tőke jövedelme?
52. Bizonyos kereskedő 18550 k.-t fektetett üzletébe $\frac{3}{4}$ év múlva 2156 k. haszon mutatkozik. Hány $\%$ -kal hasznosította tőkét?

Alkalmazzuk a kamatszámítás képleteit a következő feladatok megoldására:

53. Mennyi a kamat $5\cdot 25\%$ mellett 2756·25 k. után 5 hónapra?
54. Mennyi a kamat $3\frac{1}{2}\%$ mellett 13852·35 k. után 87 napra?
55. Mily nagy tőke hajt 4% mellett $3\frac{1}{2}$ hó alatt 124·28 k. kamatot?
56. Mily nagy tőke hajt $7\frac{1}{2}\%$ mellett 112 nap alatt 95·4 k. kamatot?

57. Hány % mellett hoz 4855·52 k. 2½ év alatt 485·26 k. kamatot?
58. Hány % mellett hoz 128·75 k. 218 nap alatt 7·15 k. kamatot?
59. Mennyi idő szükséges arra, hogy 1125 k. 4% mellett 17·5 k.-t kamatozzék?
60. Mennyi idő alatt hoz 5857 k. 5% mellett 216 k. kamatot?

13. §. Lerovat. Értékpapírok. Váltók.

1. 1500 k. 3 hó múlva lenne fizetendő. Ha azonnal kifizetik, 5%-ot vonnak le. Mennyi a lerovat?
2. Mennyi a 6%-os lerovat a 2½ év múlva esedékes 5680 k. tőke után?
3. Mennyi a lerovat 426·6 k. után 45 napra 7%-kal?
4. Egy év múlva esedékes tőke helyett a 6% lerovat levonása után 500·5 k.-t kaptunk. Mily nagy volt az eredeti tőke?
5. A 7 hó múlva esedékes tőkéért az 5½%-os lerovat levonása után 715·75 k.-t kaptunk. Mily nagy volt a tőke?
6. Bizonyos áruért 3 havi hitelre 850 k.-t, készpénzfizetésre eladva 821·1 k.-t kap a gyáros. Hány % a lerovat?
7. Az 5 hó múlva esedékes 2050 k.-ért 2007 k.-t kaptunk. Hány % a lerovat?
8. Mennyit kell 526 kg. áruért, melyet 4 havi hitelre kapnánk, azonnal kifizetni, ha az áru kg.-ja 0·75 k., a lerovat 2½%?
9. Valaki 2½ év múlva esedékes 8756 k.-t örököl. Mennyit kap azonnal kézhez, ha örökségi igényét 5¾% lerovat fejében eladja?
10. Mikor kellett volna 8255 k. tartozásunkat megfizetni, ha 5% lerovatot nyerve 7800 k.-val elégitettük ki hitelezőnket?
11. Hány %-ot hoz azon 212·75 k.-ért vett részvénytárcsá, mely után az első évben 16·25 k. volt az osztalék?
12. A villamos-társaság részvényeit 120 frtért vettük meg s az első évi osztalék 7·8 frt volt. Hány %-ra helyeztük el pénzünket?
13. Valamely részvénytársaság minden részvény után 15·6 k. osztalékot fizetett. Mily árfolyam mellett vehet ily részvényt az, ki pénzét 5½% mellett kívánja kamatoztatni?

14. Mennyit fizetünk 5500 frt névértékű 5⁰/₁₀₀-os papírjára-
járadékért márczius 16-án szelvénynyel (decz. 1.),
ha az árfolyam 101·25 frt?
15. Mennyibe kerül 4200 frt névértékű 4⁰/₁₀₀-os magyar
aranyjáradék szelvénynyel (jan. 1., jul. 1.) április
18-án, ha az árfolyam 106·75 frt?
16. Február 2-án 52 drb. 5⁰/₁₀₀-os papírjáradékot vásá-
roltunk szelvénynyel és fizettünk 5582·75 frtot.
Mennyi volt az árfolyam?
17. Ápril 7-én 18 drb. 5⁰/₁₀₀-os papírjáradékot vettünk,
melyről a júniusi szelvényeket már levágták,
fizettünk 1839·25 frtot. Mennyi volt az árfolyam?
18. Mennyibe kerül május 15-én 27 drb magy. jel-
zálogbank nyeremény. kölcsönkötvény (4⁰/₁₀₀ jun. 1.
és decz. 1.), ha az árfolyam 117·5 frt?
19. Mennyit adnak február 26-án az 5650 k.-ról szóló és
május 20-án lejáráó váltóért, ha a discontláb 4³/₄⁰/₁₀₀?
20. Mennyi a discontó a 4528 k.-ról szóló, ápril 24-én
lejáráó váltó után 5¹/₂⁰/₁₀₀ mellett jan. 31-én?
21. Mennyi az 5³/₄⁰/₁₀₀-os discontó az 5675·6 k.-ról
szóló váltóért 78 napra?
22. Mennyiről van kiállitva az a váltó, melyet az
58 nap múlva bekövetkező lejáratig 4·7⁰/₁₀₀ mellett
58·5 k.-ért discontálnak?
23. Hány k.-ról szól az a váltó, mely aug. 30-án jár
le s melyért 3·8⁰/₁₀₀ mellett jun. 22-én 85·7 k. a
discontó?
24. Mikor jár le a 14500 k.-ról szóló váltó, melyért
ápril 18-án 5⁰/₁₀₀ mellett 2858 k. discontót szá-
mitanak?
25. Mikor jár le az 578·5 k.-ról szóló, 4¹/₃⁰/₁₀₀ mellett
discontált váltó, ha azért jul. 15-én 550·3 k.-t
kapunk?
26. Hány ⁰/₁₀₀ mellett discontálták a 6450 k.-ról szóló
váltót, ha ápril 8-tól, június 18-ig 170 k.-t szá-
mítottak?
27. Hány ⁰/₁₀₀ mellett discontálták a 850 k.-ról szóló
váltót, ha a discontó 90 napra 12·75 k.?
28. Mikor discontálták az 5400 k.-ról szóló, aug. 26-án
lejáráó váltót 5⁰/₁₀₀ mellett, ha 5224 k.-t adtak érte?
29. Mikor történt a 4¹/₂⁰/₁₀₀-os discontálás, ha az
581·75 k.-ról szóló, február 12-én lejáráó váltóért
550 k.-t adtak?
30. Mennyi a discontláb, ha 127 napra a 850 k.-ról
szóló váltó után 20 k. discontót fizettek?

14. §. Kamatos kamatszámítás.

Mennyire növekszik kamatos-kamatokkal:

1. 8756·75 k. 5⁰/₁₀ mellett 12 év alatt;
2. 10000 k. 3 5⁰/₁₀ mellett 25 év alatt;
3. 1525·8 k. 5¹/₂ 0⁰/₁₀ mellett 14 év alatt;
4. 8050 k. 17 év alatt 6⁰/₁₀ mellett;
5. 782·5 k. 7 év alatt 5⁰/₁₀ mellett?
6. Mennyire növekszenek a fenti összegek, ha fél-évi a kamatosítás?
7. Mennyivel több 2500 k. 12 évi 4⁰/₁₀-os kamatos-kamatja az egyszerű kamatoknál?

Milyen nagy tőke növekszik kamatos-kamatokkal, előbb egész, majd félévi kamatosítás mellett:

8. 15 év alatt 5⁰/₁₀ mellett 5850 k.-ra;
9. 12 év alatt 4⁰/₁₀ mellett 7820 k.-ra;
10. 20 év alatt 6⁰/₁₀ mellett 200000 k.-ra?
11. Egy 56820 lakóssal bíró város évi szaporodása 2¹/₄ 0⁰/₁₀. Hány lakóssal fog bírni e város 25 év múlva?
12. Mennyire növekszik az 15627 m³-re becsült erdő 18 év alatt, ha a szaporodás 3⁰/₁₀?
13. 10000 k. 15 év múlva eredékes; mennyit ér ez ma 4¹/₂ 0⁰/₁₀kal számítva?
14. Mennyit kell a 8 éves fiú részére ma takarékpénztárba tenni, hogy 5⁰/₁₀-os kamatos-kamatokkal 24 éves korában 15000 k.-t kapjon?
15. Mennyire növekszik 2000 k. 30 év alatt 5⁰/₁₀-os kamatos-kamataival?

15. §. Határidőszámítás.

1. Valaki tartoznék 500 k.-t 4 hó, 750 k.-t 7 hó és 533 k.-t 9 hó múlva fizetni. Mikor fizetheti ez összegeket egyszerre károsodás nélkül?
2. Házvetelnél 1500 k.-t azonnal, 2500 k.-t 4 hó, 2000 k.-t 6 hó és 2700 k.-t 8 hó múlva kellene fizetni. Mely időpontban fizethető az egész összeg egyszerre?
3. 700 k. márcz. 5-én. 1100 k. szept. 3-án lenne fizetendő. Ha a 700 k.-t az adós csak máj. 8-án fizeti, mikor kell az 1100 k.-t fizetnie?
4. Valaki köteles 8000 k.-t egy év múlva fizetni, ő azonban 300 k.-t 4 hó múlva kifizet. Meddig tarthatja magánál a maradékot?

5. Valamely tartozás $\frac{1}{3}$ -a 4 hó múlva, $\frac{1}{5}$ -e 7 hó múlva, $\frac{1}{8}$ -a 9 hó s a maradék 15 hó múlva lenne fizetendő. Mi a középhatáridő?
6. Valakinek 2840 k.-t 4 részletben 4 havi időközben kellene megfizetni. Mi lesz a középhatáridő?
7. Mikor fizethető 2500 k. egyszerre, ha 800 k. 4 hó múlva, 900 k. 10 hó múlva, a maradék 16 hó múlva lenne esedékes?
8. Ha 300 k. 3 év múlva, 500 k. 5. év múlva esedékes. de a 300 k.-t már egy év múlva megfizetjük; meddig tarthatjuk meg az 500 k.-t?
9. 500 k. után $4\frac{0}{100}$ -ot, 700 k. után $5\frac{1}{2}\frac{0}{100}$ -ot, 900 k. után $8\frac{0}{100}$ -ot fizetünk. Mi lenne a középkamatláb?
10. Mi a középkamatláb, ha 1120 k. után $3\frac{0}{100}$ -ot 2180 k. után $4\frac{0}{100}$ -ot és 587.62 k. után $6\frac{0}{100}$ -ot kell fizetnünk?
11. 1000 k. tartozásunk után 8 hónapra $5\frac{0}{100}$ helyett tévedésből $6\frac{1}{2}\frac{0}{100}$ -ot számítottak. Hány $\frac{0}{100}$ -kal tarthatjuk meg a kölcsönt még 5 hónapig?
12. Tartozásunk $\frac{1}{3}$ -a után $5\frac{0}{100}$ -ot $\frac{1}{4}$ -e után $6\frac{0}{100}$ -ot s a maradék után évenként 35.6 k.-t azaz $7\frac{0}{100}$ -ot fizetünk. Mennyi a tartozás s mi a közép $\frac{0}{100}$?
13. 550 k. után $3\frac{1}{2}\frac{0}{100}$ -ot 800 k. után $5\frac{0}{100}$ -ot fizettünk. Hány $\frac{0}{100}$ -ot kellett az 1000 k.-ás tartozás után fizetni, ha a középkamatláb $4\frac{1}{2}\frac{0}{100}$?
14. Valamely adósság úgy törlesztendő, hogy 800 k. 2 hó és 500 k. 4 hó múlva esedékes, mikor kell az 500 k.-t kifizetni, ha a 800-at azonnal kiegyenlítik?
15. 5000 k. 10 hó múlva esedékes. 1200 k.-t azonnal, 2000 k.-t 7 hó múlva fizetünk. Meddig tartható meg a maradék?

16. §. Arányos osztás.

Oszzszuk fel:

1. 187-et 4 : 7 arányban; 2. 6786-ot 5 : 8 arányban;
3. 375-öt 3 : 5 : 7 arányban;
4. 16448-at 2 : 5 : 9 arányban.
5. A és B üzletet alapít, A ad 3500 k.-t, B 2300-at. Az üzleti haszon 600 k. Mennyit kap mindenik?
6. Az üzlet felosztásakor, melyhez A 7580, B 5260 k.-t adott $25\frac{0}{100}$ veszteség mutatkozik. Mennyit kap vissza a tőkéből mindenik?
7. Bizonyos sorsjegy vételéhez A 55, B 84 és C 122

- k.-val járult. Mennyit kap a 60000 k. nyere-
ményből mindenik, ha a levonás 15%?
8. A 3·64 m. hosszú egyenes 3 részre osztandó úgy,
hogy az első $\frac{2}{3}$ -a legyen a 2-iknek s ez $\frac{4}{5}$ -e a
3-iknek.
 9. A 72, B 108 napig dolgozott. Mennyit kap egy-
egy a 450 k. bérből?
 10. Bizonyos legelő évi bére 255 k. A 22, B 29 te-
henet hajt rá. Hogy osztják meg a bért?
 11. Az 1827 k. örökségből A $\frac{1}{3}$, B $\frac{1}{7}$, C $\frac{1}{9}$ részt kap,
D pedig a maradékot. Mennyit kap mindenik?
 12. Közös vállalatba A 585 k.-t ad 5 óra, B 788 k.-t
4 óra, C 1225 k.-t 3 óra. Hogy osztoznak a
374·6 k. üzleti hasznon?
 13. Bizonyos munkán A 4 napig, naponta 8 órát;
B 5 napig, naponta 6 órát; C 8 napig, naponta
4 órát dolgozik. Hogy osztják el a 620 k.
munkabért?
 14. 1530 k. fuvarbérért A 4 kocsival 7 napig; B
6 kocsival 9 napig; C 8 kocsival 11 napig dol-
gozik. Mennyi pénzt kap A, B és C?
 15. Bizonyos összegből A 120 k.-t, B $\frac{1}{3}$ és C $\frac{1}{5}$
részt kap. Mily nagy az összeg?
 16. 1200 k.-ból A 250 k.-val többet kap, mint B.
Mennyit kap mindenik?
 17. A 6 emberrel 4 napig, B 8 emberrel 3 napig,
C 10 emberrel 2 napig dolgozik. A vállalat 800
k.-t tevő jövedelmét hogy osztják el?
 18. Négy földműves legelőt bérel 300 k.-ért. A küld
8 tehenet 38 napig, B 10 tehenet 25 napig, C
14 teheket 20 napig, D 18 tehenet 15 napig a
legelőre. Hogy fizetik a bért?
 19. Közös vállalathoz A ad 500 k.-t 4 óra, B 600
k.-t 5 óra, C 800 k.-t 6 óra. A haszna 56 k.
volt. Mennyit tett az üzleti jövedelem?
 20. Osszszuk fel 756-ot úgy, hogy a részek aránya
15 : 25 : 35 legyen.

17. §. Vegyítés-szabály.

1. 60 l. 55 fill.-es bort 75 l. 65 fill.-es és 65 l.
80 fill.-es borral kevernek. Mennyiért adható
100% haszonnal a keverékből 1 hl.?
2. Mennyi réz vegyítendő a 920 ezredrész finomságú
aranyhoz, hogy a keverék szinsúlya 780 ezred-
rész legyen?

3. 320 l. 82 fill.-es borhoz mennyi víz keverendő, hogy 56 fill.-es bort nyerjünk?
4. A 35 és 28 fill.-es lisztből mily arányban kell keverni, hogy 6 q. 30 fill.-es lisztet kapjunk?
5. Legjobban fogy a 60 fill.-es bor, mily arányban kell a 36 és 80 fill.-es bort keverni, ha 10 hl. 60 fillérest akarunk nyerni?
6. Mennyit kell a 3·8 k. és mennyit a 4·1 k. értékű kávéból venni, hogy 65 kg. 4 k.-s kávé nyerjünk?
7. A puskaporban 75 rész salétrom, 13 rész szén és 12 rész kén van. Mennyi veendő mindenikből 25·6 kg. puskapor készítésére?
8. 53·4 rész réz, 29·1 rész horgany és 17·5 rész nikkal újezüstöt alkot; mennyit kell venni mindenikből 13·4 kg. újezüst nyerésére?
9. Valaki borterméséből 180 hl.-t à 48 k., 10 hl.-t à 54 k. és 80 hl.-t à 62 k. áron adott el. Mily nagy átlagos árt kapott?
10. A 16·8 és 14·6 k.-ás búzából mennyit kell venni, hogy 584 q. 15·3 k.-ás búzát nyerjünk?
11. Ha valaki 50 hl. 52 k.-ás bort 20 hl. jobb fajtaival kever és a keveréket 58 k.-val à hl. adhatja, mily áru volt a jobb fajta bor hl.-je?
12. Szinaranyhoz mennyi réz adandó, hogy 5 kg. 920 ezredrész finom aranyat nyerjünk?
13. Szinezüsthöz mennyi vörös réz adandó, hogy 7 kg. 580 ezredrész finom ezüstöt nyerjünk?
14. 1 hl. 68 k.-s borhoz 15 l. vizet öntünk. Mennyit ér a keverék l.-je?
15. 25 kg. rézhez 7·5 kg. ónt olvasztunk; a réz kg.-ja 325 k., az óné 1·6 k. Mennyit ér 1 kg. az így nyert ötvényből?
16. Mennyi rezet kell a 820 ezredrészű aranyhoz adnunk, hogy 700 ezredrészű aranyat nyerjünk?
17. Bizonyos áruból 38, 56 és 70 fill.-es áll rendelkezésre. Hány rész veendő mindenikből, hogy 60 fill.-es árút nyerjünk?
18. Mily arányban kell a 3·8, 4·1 és 4·3 k.-ás kávé kevernünk, hogy 2 tonna 4 k.-s kávé nyerjünk?
19. Mily arányban kell 82 és 75 fokos borszeszt vízzel kevernünk, hogy 17^o-os pálinkát nyerjünk?
20. 15 kg. 36 fill.-es liszthez mily mennyiségű 30 és 40 fill.-es veendő, hogy 1 q. 38 fill.-es lisztünk legyen?

18. §. Az ötvények- és pénzekre vonatkozó számítások.

1. Az ezüstitárgy ötvénysúlya 250 g.; színsúlya 210 g. Mennyi a pótsúly és finomság?
2. A 3-as jelzésű ezüstkancalok súlya 360 g. Mennyi a színsúly?
3. Az 45 g. súlyú aranyláncban 12 g. a réz. Mennyi a színsúly és finomság?
4. Hány g. színarany van 30 drb. cs. és kir. dukátban, ha súlyuk egyenként 3·4 g. és finomságuk 23·66 karat?
5. Hány g. színarany van 60 drb. 20 koronásban, ha finomságuk 0·900, 1 drb. súlya 6·775 g.?
6. Mi az ötvény finomsága, ha 12 kg. ezüsthöz 25 kg. 0·780 finomságú ezüstöt és 5 kg. rezet adunk?
7. Hány g. rezet kell 56 g. aranyhoz adnunk, hogy az ötvény finomsága 0·780 legyen?
8. Mennyi veendő a 0·800 és a 0·900 finomságú ezüsből, hogy 10 kg. 0·830-as ezüstöt nyerjünk?
9. Színezüsből és rézből 82 g. 0·800 finomságú ötvény nyerendő. Mennyit veszünk mindenikből?
10. Mennyit kapunk a fémbeváltó hivatalban a 27 g. súlyú 0·900 finomságú ezüst éremért?
11. Mennyit kapunk a 270 g. 13 próbás ezüstitárgyért?
12. Mennyit kapunk a 85 g. súlyú 3-as aranylánczért?
13. Mikor a 20 fr.-os 19·26 k.-ba kerül, hány $\frac{0}{10}$ az agió?
14. Mikor a 20 márkás 22·95 k., hány $\frac{0}{10}$ az agió?
15. 120 g. 2-es aranyhoz mennyi réz olvasztandó, hogy 3-as aranyat nyerjünk?
16. A 20 fr. ára 19·26 k., a 20 márkáé 22·95 k. Melyik olcsóbb?
17. Hány márkát ér 5 sovereign?
18. Mennyi rezet kell adnunk 627 g. ezüsthöz, hogy 2-es ezüstöt nyerjünk!
19. Ha a dukát ára 11·85 k., mennyit ér a svéd 10 koronás?
20. Színaranyból, 0·8 és 0·75 finomságú aranyból mily arányban kell vennünk, hogy az 510 g. súlyú ötvény finomsága 0·84 legyen?

19. §. Láncszabály.

1. 52 yard hány m.? (1 y. = 3 angol láb; 1 a. l. = 0·3048 m.)
2. Ha 15 y. posztó 8·3 font sterlingbe kerül, hány k.-t fizetünk 5·6 m.-ért? (1 f. st. = 20·21 k.)

3. Ha 56 tschetwert búza 906·4 rubelbe kerül, hány k.-t fizetünk 135 hl.-ért? (1 tsch. = 2·099 hl.; 1 r. = 3·22 k.)
4. Mennyit ér 12 kg. búzakenyér, ha 1 hl. búza súlya 82 kg., 100 kg. búzából 78 kg. liszt nyerhető, 1 kg. lisztből $1\frac{1}{5}$ kg. kenyér lesz és 1 hl. búza ára 16 k.?
5. Valamely ezüst rúd súlya 16 kg., minden kg.-ban van 720 g. ezüst, mennyit ér a rúd, ha 1 kg. ezüst értéke 182 k.?
6. Mennyiért adhat a kereskedő 150 kg. árút, ha 30 tonna 55 font sterlingbe került és ha az eladásnál 45 k.-t akar nyerni?
7. Mennyit kell fizetni 15 zsák rizsért à 110 kg., ha 100 kg. rizs ára 23 hollandi forint? (1 h. f. = 1·98 k.)
8. Hány k.-ba kerül 526 m² telek, ha 1 □-öl 12 frtba kerül?
9. A rubel finomsága 125 : 144. Súlya 20·7315 g. Hány g. szinnyüst van 856 rubelben?
10. Hány k.-ba kerül 15 m. selyem, ha 1 bécsi rőfért 12 fr.-ot kell fizetni? (1 b. r. = 0·77 m.; 1 fr. = 90 fill.)
11. Hány ezüst rubel ér fel 2450 drb ezüst k.-val?
12. Hány k.-ért kell valamely árú kg.-ját eladnunk, ha abból 1 q. 75 márkába került és ha az $5\frac{1}{2}\%$ költségen kívül még 12% -ot nyerni is akarunk? (1 m. = 1·19 k.)
13. Hány k.-ba kerül valamely árúból 1 kg., ha 5 német mázsa (1 n. font = 0·5 kg.) 420 márkába került s ha a kereskedő még 15% nyereséget is számít?
14. Hány km. 525 orosz werst?
15. Hány kenyeret sütnék 7 hl. rozsból, ha 1 hl. rozs súlya 65 kg., $6\frac{1}{4}$ kg. rozsból 5 kg. liszt lesz és 7 kg liszt 9 kg. kenyeret ad?

MÁSODIK RÉSZ.

Algebrai példák.

20. §. Bevezetés az algebraiba. Az algebra jelei.

Kijelölés után végezzük a következő műveleteket;
mennyit ad:

1. 17 és 9 összege; 2. 8 és 5 különbsége;
3. 8 és 9 szorzata; 4. 24 és 6 hányadosa;
5. 7-nek négyzete; 6. 3-nak köbe.

Fejezzük ki:

7. 57-et, mint 6-nak valamely számmal való szorzatából s egy más számból álló összeget;
 8. 62-öt, mint 9-nek valamely számmal való szorzatából s egy más számból képezett különbséget?

Mivel egyenlő:

9. $29 + (3 + 7)$; 10. $36 - (5 + 8)$;
 11. Milyen számot nyerünk, ha 15-ből 18-at; vagy 25-ből 42-t kell kivonnunk?

Mivel egyenlő:

12. $[57 + (42 - 36) - (2 + 7) 5 - 12]$;
 13. $[54 - (7 + 13) - 2] : 8$; 14. $(5 + 8) \cdot 12$;
 15. $[136 - (57 + 72)] (7 - 5)$;
 16. $\{35 - [56 - (27 + 9)] - 3\} : 4$;
 17. 5^2 ; 18. $(2 + 3)^3$; 19. $[17 - (3 + 4)]^2$;
 20. $5 \{84 - [6 \cdot 5 + (7 - 2 + 1)] - 44\}$;
 21. $\{48 - [26 + (24 - 18)]\} : (15 - 11)$;
 22. $[4 \cdot 5 - 3(7 - 2)] : [8 - (11 - 8)]$;
 23. $\{582 - [426 + (58 - 40)] - 2\}$;
 $\{75 - [10 \cdot 3 + (4 \cdot 5 - 5)] - 16\}$.

Jelöljük ki a következő műveleteket:

24. **a** és **b** összegét; 25. **c** és **d** különbségét;
 26. **m** és **n** szorzatát; 27. **x** és **y** hányadosát;
 28. **p** és **q** összegének, különbségének, szorzatának, hányadosának, négyzetének, köbének 2, 3, 4, 5, **m**, 6 **n**, $3x^2y$ — szorosát.

Ismerjük a kamatszámítás képleteit; minő értékek jönnek ki az ismeretlen részére, ha:

29. $t = 500$ k., $p = 3\frac{1}{2}\%$, $n = 72$ nap.
 30. $k = 18$ k., $p = 4\%$, $h = 5$ hó;
 31. $t = 370$ k., $k = 27$ k., $p = 5\%$;
 32. $t = 1000$ k., $p = 6\%$, $k = 43$ k.?
 33. A henger köbtartalma $k = r^2\pi \cdot m$; mennyi lesz **k**, ha: $r = 25$ m.; $m = 7$ méter?

Mily értéket vesznek fel a következő kifejezések, ha $a = 2$; $b = 4$; $c = 1$:

34. $\frac{4a^2b + 3ab^2}{c}$; 35. $5a^3b - 3a^2b^2 + ab^2c$;
 36. $\frac{1}{4}a^2b + 2ab^2 - c$?

Számítsuk ki a következő kifejezéseket, feltéve, hogy
 $x = 10$; $y = 5$; $z = 2$; $u = 1$:

37. $x(y - z + u)$; 38. $xy - z + u$; 39. $x[y - (z + u)]$;
 40. $(x + y)(z - u)$; 41. $x + y(z - u)$; 42. $(x + y)z - u$.
 43. Mivel egyenlő a következő kifejezés, feltéve, hogy
 $x = 3$ és $y = \frac{1}{2}$?

$$\frac{8x^3 + 10x^2y - 2xy + \frac{v}{z}}{4x^2y^2 - x + y + 20.}$$

Legyen $a = 3$; $b = 2$, mennyi akkor:

44. $(a + b^2) - (a + b^2)$; 45. $a + b^2 - a + b^2$; $a^3 + 3a$.
 46. Mit ad a , ha belőle a egységet elveszünk?
 47. Irjuk fel, hogy a és b összege egyenlő c -vel.

Tüntessük fel, hogy:

48. c nagyobb, mint a ; 49. $a - b$ kisebb, mint c ,
 50. Hogy jelöljük azt, hogy m végtelen nagy mennyiség?

21. §. Algebrai mennyiségek összeadása és kivonása.

Végezzük a következő összeadásokat:

1. $(a + b) + c$; 2. $8x + 13x$; 3. $7x + (-3x)$;
 4. $8x + (9x - 5x)$; 5. $3a + (-5a) + 4a$;
 6. $6x + 4y - 5x + 3y + 2x - 8y + x$;
 7. $3x^2y + (5xy^2 - 3xy^2) + x^2y$;
 8. $3a^2b + 5a^2b - 6a^2b$;
 9. $(2a^3b + 8a^2b^2 + 18ab - bc) + (-4a^3b + 2a^2b^2 - 8ab + 16bc)$;
 10. $(3a^5b + 5a^3b^2 - 7a^2b^3 - 9ab^4 + 2b^5) + (5ab^5 - 2b^5 - 2a^3b - 3a^3b^2) + (2a^3b^2 + 5b^5 - 5a^2b^3 - 3ab^4)$; 11. $5x^m y^n - 3x^m y^n + 2x^m y^n$;
 12. $(4 - 3m + 4n) + (5 + 2m - 3n)$;
 13. $(15ab - 13mn + 3pq) + (-8ab + 8mn - 8pq)$;
 14. $(3 - 2x^2) + \{-3x^2 + 5 + [4x + (x^2 - 8)] + 5x^2 + 11x\}$;
 15. $3x^2y - 5xy^2 + [8xy^2 + (2xy^2 - 2x^2y)] - 4xy^2$.

Végezzük a következő kivonásokat:

16. $8a - 5a$; 17. $13y - (2y + 7y)$;
 18. $(2x + 8) - (x + 7)$;
 19. $(a^2 b^3 c - 5cd) - (-2a^2 b^3 c - 7cd)$;
 20. $7x^2 y^2 - 12x^2 y^2$; 21. $5x - (-5x)$;

22. $7a + 12b + 3c - (5a + 10b + 2c)$;
 23. $5x + 14y - [3y - (8x - 9y)]$;
 24. $4x - [(a - 4x) + (3y + 17a) - (15x + 2y)]$;
 25. $25a - 18b - \{3b - [4a - (5b - 6c)] - 8a\}$;
 26. $8x^3 - \{5x^3 + [3x^3 - (6x^3 + 12x^3)] + 9x^3\}$.
 27. Bizonyos munkás **a** koronát keres naponta s azt a szükségleteit fedező **b** koronán kívül megtakarítja. Mennyi pénze lesz egy hét, egy hó, egy év múlva?
 28. Az atya 52 éves, fia 18. Mennyi volt a korkülönbség köztük **x** év előtt?
 29. Ha a háromszög oldalai **a**, **b** és **c** együttevve **2s** értéket képviselnek, ismerve **a** és **b** oldalt, fejezzük ki **c**-t.
 30. A háromszög oldalainak összege **2s**. Mit írhatunk akkor $b + c - a$, vagy $a + b - c$, vagy $a + c - b$ helyett?
 31. Bizonyos családapa naponta **a** k.-t, fia **b** k.-t keres. A család napi szükséglete **c** k. Mennyi a napi megtakarítás?
 32. $25m - 10n - \{10m - [4m - (2m - 6n)] + 4n - 16m\}$;
 33. $x - \{y - [(z + u) + y - (z - u)] + x + 2u\}$;
 34. $M = 5a^6b^2 - 2a^5b^3 - 7a^4b^4 + 3a^3b^5 - 4a^2b^6$;
 $N = -2a^6b^3 + a^4b^4 - 3a^5b^2 + 7a^3b^5$; mivel egyenlő $M - N$?
 35. Helyettesítsük az előbbi feladatból nyert eredménybe: $a = 2$, $b = 3$ értékeket.

Végezzük a következő összevonásokat:

36. $18x^3y^2 - [5x^3y^2 - (22x^3y^2 + 5x^3y^2)] + 8x^3y^2$;
 37. $x^3 - (-5x^2 - 3x^3) + (-4x^2 - 5x^3)$;
 38. $15x - 32y - 25z - [6y + 4z - (7x + 33y - 24z)] + (15x - 7z) - [6z - (11y + 9x) - (56z - 10y + 8x)] - (3x - 7y)$;
 39. $(2x - 2y) - (x - y - 2z) + (6x - 5y) - [7y - (3y - 4x + 8z)]$.

Legyen: $A = 2x^3 - 3xy + 5y^2$; $B = -5x^3 + xy - 4y^2$; $C = -2x^3 - 4xy + 2y^2$; $D = 5x^3 + 5xy - 4y^2$; mennyi akkor:

40. $A - B + C - D$; 41. $A - (B - C) + D$;
 42. $B - (C + D) + A$ 43. $B + D - (A + C)$;

44. $D - A - B - C$; 45. $C - B + (A + C)$;
 46. $A + B + C + D$; 47. $-A - D - B - C$;
 48. $-(A - D) - (C - B)$.
 49. Mily értékekre vezetnek a fenti eredmények,
 ha $x = 3, y = 2, z = 1$?
 50. $4x^3 - 6ax^2 + 7a^2b + 3c^2 + (-6a^2b + 8x^3 - 9c^2 + 15ax^2) - (7c^2 - 3a^2b + 8x^3 - 9ax^2) + (12c^2 - 9ax^2 + 3a^2b - 5x^3)$.

22. §. Algebrai mennyiségek szorzása.

1. $6 + 6 + 6$; 2. $x + x + x + x$;
 3. $a \cdot b$; 4. $(-3) \cdot 5$;
 5. $(-a) \cdot x$; 6. $a \cdot (-b)$;
 7. $(-a) \cdot (-b)$; 8. $a \cdot a \cdot a$;
 9. $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$; 10. $(-a^3) \cdot 3$;
 11. $(-5)^5 \cdot (-4)$; 12. $a^3 \cdot a^6$;
 13. $3x^2y \cdot 5xy^2$; 14. $5a^3b \cdot (-15ab)$;
 15. $(-9x^5y^3z) \cdot (3xy^2z^3)$; 16. $(a + b) \cdot m$;
 17. $(x - y) \cdot n$; 18. $(3x^2y + 5x^3y^2 + z) \cdot 2xy$
 19. $(3x^3z - 8x^2z^2 - z^3) \cdot 2y$; 20. $(2x + 3y^2 + 4z^3) \cdot 2x^2$;
 21. $(xz + xy - yz) \cdot 2xyz$.
 22. Helyettesítsük az utolsó 3 példa eredményeibe:
 $x = -5, y = 7, z = -3$ értékeket.
 23. $(x + y)(x + y)$; 24. $(2x - 4z)(2x - 4z)$;
 25. $(x + y - z)(x + y - z)$; 26. $(3x^2 + 2y)(3x^2 - 2y)$;
 27. $(3m + 5n - p)(2m - 2n + 3p)$;
 28. $(5a^2b - 2ab + 5ab^2)(a - b)$;
 29. $(x^2 - 2x + 4)(x^2 + 5x + 1)$;
 30. $(x^2 + 4x + 4)(5x^2 - 4x + 5)$;
 31. $(4a^4 + 5a^3 + 8a^2 - 25) \cdot (3a^5 - 4a^3 + 3a^2 - 5a + 8)$;
 32. $3(a - b)(a - b)(a + b)$;
 33. $[3(x - y) + 4z] \cdot [2(x - z) + 4y]$;
 34. $(a + b - c)(a - b + c)(b + c - a)$;
 35. $(x^3y - x^2y^2 + xy^3)(x - y)$;
 36. $(x^2 + x - 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$;
 37. $(1 + x)(1 + x^3)(1 + x^6)$;
 38. $[(4x - 3y + 2)(x - y + 1) + 3x - y - 1][(x + y + 2)(x + y - 1) - 2x + y + 1]$;
 39. $[(x - y)(x + y)][(x + y)(x + y)]$;
 40. $(ax^m + bx^n) \cdot (x + 1)$;
 41. $(2x^m - y^n + z^r)(x + y + z)$;
 42. $(x^m - y^n)(x^m + y^n)$;
 43. $(a^m - b^n)(a^m - b^n)$;
 44. $(2x^3 - 1)(2x^3 + 1)(x + 1)$;

45. Valamely derékszögű négyszög egyik oldala a ; az evvel szomszédos oldal pedig b -vel rövidebb mint a . Mennyi a derékszögű négyszög területe?
46. Mennyi a négyzet területe, ha egy oldala $x^4y - 2$ méter hosszú?
47. A henger alapkörének sugara r ; a magasság 3 méterrel hosszabb, mint a sugár. Mennyi a henger köbtartalma?
48. Valamely könyv lapjainak száma 15-tel kevesebb, mint p ; a sorok száma egy-egy lapon q -val kevesebb, mint a könyv lapjainak száma, minden sorban x magán és y mássalhangzó van. Hány betű van a könyvben?
49. Mennyivel növekszik a derékszögű négyszög alakú kert területe, ha a 85 m. hosszú oldalát a , a 12 méter hosszú oldalát b m.-rel növelik?
50. Valamely kertben m sor fa van, melyek mindegyikében n -nel kevesebb a fák száma, mint az összes fasorok száma. Hány fa van a kertben?

23. §. Algebrai mennyiségek osztása.

1. $(x + y)a : a$; 2. $(am + bm) : m$; 3. $a^5 : a^3$;
 4. $6a^3b^3 : 2a^2b$; 5. $a^m : a^n$; 6. $8x^4y^3 : (-2x^2y)$;
 7. $(-16a^3b^2) : (-4a^2b)$;
 8. $(12x^3y^4 - 4x^3y^3 - 8x^6y^2) : 4x^2y^2$;
 9. $(24x^3y^5 - 16x^4y^6 + 8x^5y^7) : (-8x^3y^5)$;
 10. $a^2x + 5 : a^x + 4$; 11. $(a^2 - b^2) : (a + b)$;
 12. $(a^2 + 2ab + b^2) : (a + b)$; 13. $(a^2 - b^2) : (a - b)$;
 14. $(a^2 - 2ab + b^2) : (a - b)$; 15. $(a^5 + b^5) : (a + b)$;
 16. $(a^5 - b^5) : (a - b)$; 17. $(a^4 - 16) : (a + 2)$;
 18. $(158^2 - 117^2) : (158 - 117)$;
 19. $(3x^4 + x^3 - 23x^2 + 29x - 10) : (x^2 + 2x - 5)$;
 20. $(x^6 - 1) : (x - 1)$;
 21. $(6x^3 - 18x^2 + 27x - 30) : (2x^2 - 2x + 5)$;
 22. $(x^2 - 7x + 12) : (x - 3)$;
 23. $(9a^4 - 81b^2) : (3a^2 - 9b)$;
 24. $(x^6 - 3x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 7x + 6) : (x^3 - 2x + 3)$;
 25. $(a^{11} - a^{10} - a^7 + a^5 - a^4 + a^3 + a^2) : (a^8 - a^4 - a)$;
 26. $(x^6 - x^6 + x^5 + x^3 + x^2 - 2x + 2) : (x^5 - x + 2)$;
 27. $(35a^7 - 36a^6 + 62a^5 - 33a^4 + 4a^3 - 7a^2 - 17a + 4) : (5a^4 - 3a^3 + 4a^2 - 3a - 4)$;
 28. $(a^{12} - b^{12}) : (a^3 - b^3)$; 29. $x^m : x - n$;
 30. $x - 5 : x - 7$;
 31. $(8x^3 - 12x^2y - 36xy^2) : (2x + 3y)$;
 32. $(mx - nx - my + ny) : (m - n)$;

33. $(18 a^4 b^9 - 52 a^2 b^{10} + 18 a^6 b^6 - 33 a^5 b^7 + 23 a^3 b^9 - 14 a b^{11}) : (6 a^4 b^3 + 7 a b^6 - 2 a^2 b^5 - 3 a^3 b^4)$;
 34. $(a^5 - a^4 b + a^3 b^2 - a^2 b^3 + a b^4 - b^5) : (a + b)$;
 35. $(16 x^6 + 7 x^4 - 2 x^2 - 1) : (4 x^3 + 3 x^2 + 2 x + 1)$;
 36. $(a d + b d - c d - a c - b e + c e) : (d - e)$;
 37. $1 : (1 + x)$;
 38. $x : (1 - x)$;
 39. $(12 a^{2m} + a^m b - 6 b^2) : (4 a^m + 3 b)$;
 40. $(a^5 - 5 a^4 b + 10 a^3 b^2 - 10 a^2 b^3 + 5 a b^4 - b^5) : (a^2 - 2 a b + b^2)$;
 41. $(x^9 - 5 x^7 - 11 x^6 - x^4 - 3 x^3 - 2 x^2 + 2 x - 1) : (x^4 + 2 x^2 + 1)$;
 42. $(1 - 18 a^3 + 81 a^6 - 49 a^{10}) : (1 - 9 a^3 + 7 a^5)$;
 43. $[x^3 - (a - b + c) x^2 + (ac - ab - bc) x + abc] : (x - a)$;
 44. $[x^2 - (a + b) x + ab] : [x - a]$;
 45. $1 : (1 - x + x^2)$;
 46. $[(a^5 - a^3 b^2 - a^2 b^3 + b^5) x^5 - (2 a^4 + a^3 b - a b^3 - 2 b^4) x^4 + 2 a b (a + b) x^3 + (a^2 - b^2) x^2] : [(a^2 - b^2) x^2 - (a + b) x]$;
 47. $(3 a^6 - 5 a^5 + 3 a^4 - 2 a^3 - 5 a^2 + a) : (a^3 - 3 a^2 + 4 a - 2)$;
 48. $(2 - 3 x + 4 x^2 - 5 x^3) : (1 - 3 x + 4 x^2)$;
 49. $(x^5 - 4 x^4 + 7 x^3 - 7 x^2 + 4 x - 1) : (x^2 - x + 1)$;
 50. Bizonyítsuk be, hogy $x^5 - 15 x^4 + 85 x^3 - 225 x^2 + 274 x - 120 = (x - 1) (x - 2) (x - 3) (x - 4) (x - 5)$.

24. §. Közös osztó és közös többsz.

Bontsuk tényezőkre a következő mennyiségeket:

- | | | |
|---|----------------------------------|-------------------------|
| 1. 72; | 2. 584; | 3. 6742; |
| 4. $a^3 b$; | 5. $6 x^3 y^2 z^4$; | 6. $a x + b x$; |
| 7. $a x + x$; | 8. $a x^2 + b^2 x$; | 9. $a x^3 + x^2$; |
| 10. $a^2 b + b c$; | 11. $5 a^2 - 15 a b$; | 12. $a^2 - b^2$; |
| 13. $4 x^2 - 9 y^2$; | 14. $x^4 - 1$; | 15. $16 a^4 - 81 b^4$; |
| 16. $64 - 144$; | 17. $(532^2 - 428^2)$; | 18. $x^{2m} - y^{2n}$; |
| 19. $(x + y)^2 - (x - y)^2$; | 20. $(a + b)^2 - c^2$; | |
| 21. $144 x^2 y^4 - 16 x^4 y^2$; | 22. $25 a^4 - (a^2 - 2 b)^2$; | |
| 23. $a^2 + 2 a b + b^2$; | 24. $x^4 - 2 x^2 y + y^2$; | |
| 25. $81 a^4 - 36 a^2 b + 4 b^2$; | 26. $x^2 - 2 x - 35$; | |
| 27. $x^2 - 8 x + 15$; | 28. $4 x^2 - 12 x y^2 + 9 y^4$; | |
| 29. $6 x^2 + x - 7$; | 30. $5 a^2 + 19 a + 12$; | |
| 31. $6 x^2 + 13 x + 7$; | 32. $x^3 + 2 x^2 + 2 x + 1$; | |
| 33. $2 x^3 y + 4 x^2 y + 3 x y^2 + y^3$; | | |

$$34. 4a^2 + 4ab + 4ac + b^2 + 2bc + c^2;$$

$$35. 4a^3 - 28a^2 - 2a + 14.$$

Rövidítsük a következő törteteket:

$$36. \frac{a^2 - b^2}{ax - bx}; \quad 37. \frac{x^2 + 5x}{x^2 + 6x + 5};$$

$$38. \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 6x + 5}; \quad 39. \frac{9x^2 - 12x + 4}{3x^2 + 13x - 10};$$

$$40. \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}; \quad 41. \frac{(x^2 + 3)^2}{x^4 - 9};$$

$$42. \frac{36 - 12x + x^2}{18 - 3x - 6y + xy};$$

$$43. \frac{9a^2 - b^4}{3ax - b^2x + 3ay - b^2y};$$

$$44. \frac{2mp - np - 2mq - nq}{2mr - nr + 2ms - ns};$$

$$45. \frac{5ab + 5bx - 10ay - 10xy}{a + x + ax + x^2};$$

Keressük a következő kifejezések legnagyobb közös osztóit:

$$46. 12a^3 \text{ és } 5a^2; \quad 47. 8a^3b^2 \text{ és } 14a^2b^3;$$

$$48. 36x^2y^3z^4, 16x^3y^2z \text{ és } 20xyz^2;$$

$$49. 35a^2b^2(x^2 - y^2) \text{ és } 7ab(x + y);$$

$$50. a(a + b) \text{ és } 2(a^2 - b^2); \quad 51. ax - a \text{ és } x - 1;$$

$$52. a^2x^2 - x^4 \text{ és } a^2 - x^2; \quad 53. x^2 + 2x + 1 \text{ és } x^2 - 1;$$

$$54. a^4 - b^4 \text{ és } a^2 + b^2;$$

$$55. x^2 - 2x + 1 \text{ és } x^2 + 2x - 3;$$

$$56. x^6 - 3x^5 + x^4 + 6x^3 - 9x^2 + 5x - 1 \text{ és } x^5 - 4x^4 + 7x^3 - 7x^2 + 7x - 1;$$

$$57. 4a^5 - 3a^4b - 2a^3b^2 + 2a^2b^3 - 2ab^4 + b^5 \text{ és } 3a^4 - 5a^3b - a^2b^2 + 5ab^3 - 2b^4;$$

$$58. 2x^3 - 13x^2 + 23x - 12 \text{ és } 2x^2 - 5x + 3;$$

$$59. 6x^4 - 5x^2 - 1 \text{ és } 3x^2 - 3;$$

$$60. x^6 + 4x^5 - 3x^4 - 16x^3 + 11x^2 + 12x - 9 \text{ és } 6x^5 + 20x^4 - 12x^3 - 48x^2 + 22x + 12.$$

Keressük a következő kifejezések legkisebb közös többszörösét:

$$61. 7a^2b^2c^2 \text{ és } 21a^3bc;$$

$$62. 3x^2yz, 5x^3y^6z^2 \text{ és } 12x^4y^3z^3;$$

63. $51 m^5 n^7 p^3$; $17 m^3 n^6 p^9$ és $34 mnp$;
 64. $5 x^3$; $7 x^2 y$ és $9 y^2 z$;
 65. $a^2 - 2a + 3$ és $a^2 + 2a + 3$;
 66. $a^2 - b^2$; $2(a + b)$ és $4(a + b)^2$;
 67. $8(x^2 - y^2)$; $4(x - y)$ és $2(x + y)$;
 68. $a^3 - b^2 + 5$ és $a^2 + b - 4$;
 69. $3a^2 + a - 2$; $3a^2 + 5a + 2$ és $9a^3 + 9a^2 - 4a - 4$;
 70. $x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x$ és $3x^3 - 12x^2 + 9x - 6$.

25. §. Műveletek algebrai törtekkel.

Hozzuk közös nevezőre a következő törteket:

1. $\frac{x}{a}$, $\frac{y}{b}$; 2. $\frac{a}{5}$, $\frac{b}{3}$;
 3. $\frac{3x}{x^2 y}$, $\frac{4}{x y^2}$, $\frac{6x}{7xy}$; 4. $\frac{a}{a+b}$, $\frac{b}{a^2 - b^2}$;
 5. $\frac{a - b}{a^2 - b^2}$, $\frac{a + b}{a^2 + 2ab + b^2}$, $\frac{a}{a + b}$;

Végezzük a következő műveleteket:

6. $\frac{a}{x} + \frac{b}{mx}$; 7. $\frac{1}{m} - \frac{1}{n}$; 8. $\frac{2x}{3} + \frac{3x}{6} - \frac{4x}{9}$;
 9. $\frac{m}{12ab^2} + \frac{n}{6a^2b} + \frac{P}{9a^2b^2}$; 10. $\frac{x}{x-1} + \frac{y}{x-1} + \frac{x+y}{x^2-1}$;
 11. $\frac{3}{x+y} + \frac{2}{x-y} - \frac{1}{x^2-y^2}$; 12. $3a - \frac{2a-b}{2}$;
 13. $5x - 2y + 2a - \frac{3x + 2y - 2a - 2}{3}$;
 14. $5a - 2b + \frac{3a - 2b}{4}$; 15. $\frac{x-y}{x^2-2xy+y^2} - \frac{x+y}{x^2-y^2} + 1$;
 16. $\frac{a^2-ab+b^2}{2b(a-b)} - \frac{a^2+ab+b^2}{2b(a+b)}$; 17. $\frac{1}{a-b} + \frac{a-b}{x} - \frac{a+b}{x}$;
 18. $r + \frac{2Rr}{R+r} + \frac{Rr-r^2}{R+r}$; 19. $\frac{b^2 x^2}{a^2} - \frac{b^2}{a^2}(x^2 - a^2)$;
 20. $\frac{a-b}{9} + \frac{b}{4} - \frac{3a-4b}{6} + \frac{3a-b}{10} - \frac{2a-b}{12}$;

$$21. \frac{2a+b-c}{4} - \frac{a-b+c}{8}; \quad 22. \frac{3a+1}{a+1} - \frac{2a-1}{a-1} + \frac{a(a-3)}{a^2-1};$$

$$23. \frac{3x-2}{x+1} - \frac{3y+3}{y+1} - \frac{x-5}{x-1} + \frac{2y+10}{y-1};$$

$$24. \frac{a(a-b)(a-c)}{a^2-b^2} - \frac{a(a+b)(a+c)}{a-b}; \quad 25. \frac{a^2}{a-b} + \frac{b^2}{b-a};$$

$$26. \frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-a)(b-c)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)};$$

$$27. \frac{a^2b-ab^2}{a^2-b^2} + \frac{a^3+a^2b}{(a+b)^2} - \frac{a^2-2ab}{a+b};$$

$$28. \frac{a-25}{a^2-81} - \frac{5}{x+9}; \quad 29. \frac{a}{b+\frac{1}{b}}$$

$$30. \frac{x+y}{x-y} - 1; \quad 31. \left(\frac{4a^2}{3} - \frac{2}{6} + \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{2a^2}{3} + \frac{a}{4} - \frac{2}{3}\right);$$

$$32. \frac{x}{x+a} - \frac{x}{x-a}; \quad 33. \frac{x}{a} + \frac{x^2}{a(a-1)} - \frac{x^3}{a(a-1)(a-2)};$$

$$34. \frac{9}{3} \cdot \frac{a^3}{b^2} \cdot \frac{b^3}{a^2}; \quad 35. -\frac{2x}{a} \cdot -a^2x;$$

$$36. \left(\frac{3a}{5} - \frac{4b}{4}\right) \cdot -\frac{b}{a^2}; \quad 37. \left(\frac{5}{a^3} - \frac{4}{a^3}\right) \cdot a^3;$$

$$38. -\frac{3x^2}{y} \cdot -\frac{5y^2}{x}; \quad 39. \left(3x + \frac{6x}{x-1}\right) \left(1 + \frac{3x}{1+\frac{1}{x}}\right);$$

$$40. \left(\frac{5x^2}{y} - \frac{6y^2}{7x}\right) \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right); \quad 41. \left(\frac{m}{n} + \frac{2p}{5q}\right)^2;$$

$$42. \left(\frac{5}{a} - \frac{b}{8}\right) \left(\frac{5}{a} - \frac{b}{8}\right); \quad 43. \frac{1}{x} \cdot \frac{1+x}{x^2} \cdot \frac{1+x^2}{x^3};$$

$$44. \left(\frac{3a}{5x} - \frac{4b}{7y} + \frac{5c}{8z}\right) \left(\frac{2a}{3x} - \frac{3b}{4x} + \frac{5c}{6z}\right);$$

$$45. \left(a - \frac{a+1}{2}\right) \left(\frac{a+1}{a^2-4a+4} + 3\right); \quad 46. \frac{a}{b} : c;$$

$$47. \frac{12x^3}{7} : 4x; \quad 48. 7x : \frac{y}{5}; \quad 49. \frac{2x^3y}{3ab^2} : \frac{3x^2}{2ab};$$

50. $-\frac{3yz}{a} : -\frac{6y^2z^2}{b}$; 51. $\frac{b}{a} \left(\frac{a+b}{2a} + \frac{a-b}{2b} \right) : 3ab$;
52. $\frac{16-x^2}{p^2-q^2} : \frac{4-x}{p+q}$; 53. $\left(\frac{x^2y}{z} : \frac{z}{y} \right) \left(\frac{z}{xy} : \frac{z^2}{y^2} \right)$;
54. $\left(\frac{3xy}{4} - \frac{x}{2} - 2\frac{1}{4}y + 1.5 \right) \left(1.5y - 1 \right)$;
55. $\left(\frac{2x^2y}{3} - \frac{3x^2y^2}{5} + \frac{4xy^2}{7} \right) : \left(\frac{2x}{3} - \frac{3xy}{5} + \frac{4y}{7} \right)$;
56. $\left(\frac{27m^3}{64} + \frac{n^3}{125} \right) : \left(\frac{3m}{4} - \frac{n}{5} \right)$;
57. Mennyi $m+n$ felének $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{a}{b}$ -ed része?
58. Valaki p koronából kiad 32 k.-t; mennyivel több a maradék $\frac{8}{9}$ -de $\frac{3}{4}$ -dénél?
59. Mennyire nő x korona $p\%$ -kal a) y ; b) 8 hó alatt?
60. Mi több $\frac{x+7}{2} + \frac{x-7}{5}$, vagy $\frac{x+7}{2} - \frac{x+7}{4}$?

26. §. Négyzet, köb és geometriai haladvány.

- | | | |
|---------------------------|--|--|
| 1. 7^2 ; | 2. 8^3 ; | 3. $(-3)^2$; |
| 4. $(-4)^3$; | 5. 36^2 ; | 6. 128^2 ; |
| 7. 578^2 ; | 8. $3 \cdot 7^2$; | 9. 185^2 ; |
| 10. 2182^2 ; | 11. $28 \cdot 75^2$; | 12. 32^3 ; |
| 13. 285^3 ; | 14. 75^3 ; | 15. 285^3 ; |
| 16. 5138^3 ; | 17. $(-3 \cdot 8)^3$; | 18. $516^2 - 5165^2$; |
| 19. $(318^2 - 315^2)^2$; | 20. $(1865^2 - 1860^2)^3$; | |
| 21. $(3a)^2$; | 22. $5(2a^2b)^2$; | |
| 23. $(3a^2b^2)^2$; | 24. $(x+a)^2$; | |
| 25. $(2x-1)^2$; | 26. $\left(\frac{3x}{4}\right)^2$; | 27. $\left(-\frac{m}{n}\right)^2$; |
| 28. $2(a^2b)^3$; | 29. $\left(-\frac{2m}{3n}\right)^3$; | 30. $(p+q)^3$; |
| | | 31. $(4x^2y)^3$; |
| 32. $(r-s)^3$; | 33. $\left(\frac{3x}{5} - \frac{3y}{7}\right)^3$; | 34. $\left(a - \frac{b}{4}\right)^3$; |
| 35. $(a+b+c)^2$; | 36. $(a+b-c)^3$; | |
| 37. $(1-2x-3x^2)^2$; | 38. $(x+2y-3z)^3$; | |
| 39. $(6x-7y-y^2)^2$; | 40. $(3a^5-4b^3)^3$; | |
| 41. $(a^2+b^2+c^2)^2$; | 42. $(0.5a^2-0.7b^2)^3$; | |

43. $(5 \cdot 9 x^2 - 7 \cdot 8 y^2)^2$; 44. $(x^m + y^n)^2$;
 45. $\left(\frac{3}{x} - \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^3}\right)^2$; 46. $\left(\frac{x}{a} - \frac{x^2}{a^2} - \frac{x^3}{a^3}\right)^3$;
 47. A négyzet egy oldala $5 \cdot 7 a$; mennyi a területe?
 48. A koczka egyik éle $3 \cdot 5 c$; mennyi a felszíne és térfogata?
 49. Mennyi a koczka felszíne és térfogata, ha egyik éle $3 a^2 \cdot b$?
 50. A kör sugara $r = \frac{P}{m - n}$; mennyi a területe?

A geometriai haladvány adott alkotórészeiből számítsuk ki az ismeretleneket:

51. $a = 5$; $q = 3$; mennyi s_7 és a_7 ?
 52. $a = 3$; $q = \frac{1}{2}$; mennyi s_6 és a_6 ?
 53. $a = 25$; $q = -5$; mennyi s_4 és a_4 ?
 54. $a_3 = 4$; $a_4 = 2$; mennyi a_{12} és s_{12} ?
 55. $a_5 = 24$; $a_6 = 12$; mennyi s_6 ?
 56. $a_5 = 5$; $a_6 = 3$; mennyi a_1 és s_6 ?
 57. $a_6 = \frac{1}{2}$; $a_6 = -\frac{1}{2}$; mennyi s_{12} ?
 58. $a = 1$; $q = \frac{1}{3}$, mennyi a_6 és s_6 ?
 59. $a_6 = 16$, $a_6 = 32$; mennyi a_7 , s_7 és q ?
 60. $a = \frac{1}{x}$; $q = 5$, mennyi s_7 ?
 61. $a_5 = 7$; $q = \frac{1}{3}$; mennyi a ?
 62. $a = -9$; $q = \frac{3}{4}$; mennyi a_6 és s_6 ?
 63. Keressük a 3 , $\frac{9}{2}$, $\frac{27}{4}$ stb. haladványban a_5 és s_5 értékét.
 64. Mennyi 9 tag összege az 1 , $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ stb. haladványban?
 65. Mennyit takarít meg 6 hó alatt az, ki az első hónapban a , a másodikban $2a$, a 3-dikban $3a$ k.-t tesz félre?
 66. 11000 k. 4 részletben törlesztendő úgy, hogy minden részlet háromszor nagyobb legyen az előzőnél. Mily nagyok a részletek?
 67. Mennyire növekszik 7500 k, 5 év alatt a 4% -os kamatos-kamatokkal
 68. Mennyire nő akkor, ha félévi a kamatosítás?
 69. 780 k. 3 részre osztandó, úgy hogy a részek mindenike ötször nagyobb legyen az előzőnél.
 70. Valamely geometriai haladvány első tagja d , második tagja e , mekkora az n -edik tag és az n első tag összege?

27. §. Elsőfokú egyenletek egy ismeretlennel.

Fejtsük meg a következő egyenleteket:

1. $5x + 36 = 51$; 2. $3x - 7 = 14$;
3. $4x - 5 = 45 - 6x$; 4. $12x - 26 = \frac{5x-6}{3} + 7$;
5. $\frac{5x}{4} - \frac{3x}{6} + \frac{x}{8} = 3\frac{1}{2}$; 6. $\frac{5x}{2} - \frac{4x}{3} - 13 = \frac{5}{8} = \frac{x}{32}$;
7. $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{12}{x^2-1}$; 8. $\frac{x}{4} + \frac{x}{3} = 360$;
9. $\frac{x+3}{2} - \frac{x-2}{3} = \frac{3x-5}{12} + \frac{1}{4}$;
10. $\frac{3x+5}{7} - \frac{2x+7}{3} + 10 - \frac{3x}{5} = 0$;
11. $\frac{5}{6}\left(x - \frac{1}{3}\right) + \frac{7}{6}\left(\frac{x}{5} - \frac{1}{7}\right) = 4 + \frac{8}{9}$;
12. $5x + 18 = 72 - x$; 13. $\frac{2x}{5} + \frac{7x}{8} + 4 = \frac{3x}{4} + 5$;
14. $\frac{4x-7}{5} + 10 = \frac{2x+14}{2}$;
15. $\frac{3(x-7)}{4} + 13(x+2) = \frac{5(x-3)}{8} + 10x + 57$;
16. $\frac{(x-1)^2}{2} - \frac{x}{5} = \frac{(x+1)^2}{2} - 3$; 17. $\frac{15(x-6)}{2(x+18)} = 3$;
18. $\frac{x-5}{2x-9} = \frac{x-4}{2x-6}$; 19. $\frac{3x-4}{2} + \frac{4x-5}{3} = \frac{5x-2}{4}$;
20. $\frac{x}{2} - \frac{x}{4} = x - \left(\frac{x}{4} - 5\right) - 7$;
21. $\frac{x-1}{x-2} - \frac{x-2}{x-3} = \frac{x-4}{x-5} - \frac{x-5}{x-6}$;
22. $\frac{7}{x+1} - \frac{11}{2x+2} = 2\cdot 5$; 23. $(3x+5)(2x-1) = x(6x+1)$;
24. $\frac{3x-4}{2} - \frac{6x-5}{8} = \frac{3x-1}{16}$;

25. $\frac{4x-1}{x-1} - \frac{x}{x+1} = 3$; 26. $\frac{x+5}{3} - \frac{x-5}{5} = \frac{40}{x}$;
27. $\frac{x-2}{x-5} - \frac{x-4}{x-7} = \frac{x+2}{x-6} - \frac{x+6}{x-6}$;
28. $\frac{8}{5-x} + \frac{12}{x+3} = 6$; 29. $2 - \frac{5+x}{7} = 1 - \frac{9-x}{14}$;
30. $\frac{x}{a} + \frac{x}{b} = c$; 31. $2ax - 3bx = \frac{3}{5}ab + c$;
32. $4mx + 18 = 3mx + \frac{a}{b}$; 33. $\frac{a-x}{b} = \frac{c-x}{d}$;
34. $\frac{a+x}{a} = \frac{b+x}{b}$; 35. $mx - n = p(x+n)$;
36. $ax + bx - cx = d$; 37. $(m+n)x + p = qx$;
38. $(a-x)(x-b) = (p-x)(x-q)$;
39. $\frac{a}{5x} + b = \frac{b}{7x} + a$; 40. $\frac{x+m}{x+n} = \frac{x+p}{x+q}$;
41. $x(m+n) = m^2 - n^2$; 42. $a \frac{x-a}{b} + b \frac{x-b}{a} = x$;
43. $\frac{x}{ab} + \frac{x}{bc} + \frac{x}{ac} + 1 = abc - (a+b+c)x$;
44. $x - \frac{x+a}{1-a} + \frac{1+x}{1+a} = 0$; 45. $\frac{x+4a}{b+4a} + \frac{x-3c}{b-3c} = 2$;
46. $\frac{ax-bx}{a+b} = a-b$; 47. $\frac{a+b}{x} = \frac{1}{(a-b)^2}$;
48. $\frac{x}{m} - \frac{a}{n} = \frac{b}{m} - \frac{x}{n}$;
49. $\frac{\frac{x+2b}{a-b} - \frac{x}{a+b}}{(a+b)x - (a-b)^2} = \frac{2a}{a^2 - b^2}$;
50. $(2x-a)^2 + (2x-b)^2 + (2x-c)^2 = 12x^2 + 1 + a^2 + b^2 + c^2$.
51. Melyik az a szám, melynek kétszereséhez 25-öt adva 51 jön ki?
52. Ha valamely szám 5-szörösét 43-ból levonom, a

- maradék 7-tel nagyobb lesz, mint maga a szám. Melyik ez a szám?
53. Melyik szám az, melynek feléhez 15-öt adva a szám $\frac{1}{3}$ -nál 29-czel nagyobb számot nyerünk?
54. Melyik szám az, melynek 8-ad, 16-od és 32-ed része együtt 140?
55. A, B és C vagyona együtt 39375 kor., de B vagyona kétakkora, mint az A-é és a C vagyona kénnyife, mint B-é. Mennyije van mindenkinek?
56. Pál így szólt: 3-szor oly idős vagyok, mint öcsém s az én éveim felét öcsém éveinek $\frac{1}{3}$ -hoz adva 11 év jön ki, mily idős vagyok?
57. 525 két részre osztandó úgy, hogy az egyik részt 25-tel, a másikat 30-czal osztva, a hányadosok összege 20 legyen.
58. A 63 tagú társaságban 3-szor annyi gyermek volt, mint nő és 2-szer annyi nő, mint férfi. Hány férfi, nő és gyermek volt együtt?
59. 25 éves anyának 3 éves fia van. Mikor lesz az anya 3-szor oly idős, mint fia?
60. 100 oly két részre osztandó, hogy az egyik rész 8-da acnyi legyen, mint a másik 12-de.
61. Melyik az a két egymás után következő szám, melyek közül az első 7-de 1-gyel nagyobb a 2-ik 9-dénél?
62. Mikor áll az óra két mutatója pontosan egymás fölött 7 és 8 óra közt?
63. Két kocsi közül az első 6 km.-t tesz óránként, a másik 10-et. Ugyanazon irányban haladva mikor éri el a második a 2 órával előre induló első kocsit.
64. Két szám különbsége 7, négyzeteik különbsége 91. Melyek e számok?
65. Mely két egymásra következő szám négyzetének különbsége 25?
66. Valaki pénze $\frac{1}{5}$ -ét 5%-ra, a többit 4%-ra adja ki. Az utóbbi évi kamatja 1760 kor.-val több, mint az előbbié. Mily nagy az egész tőke?
67. Valaki vagyona felét iskolaépítésre $\frac{1}{15}$ -ét templomra, $\frac{1}{30}$ -át a szegényeknek adja. Mennyi vagyona volt, ha neki még 23000 kor.-ja maradt?
68. Egy tábornok az ütközetben elvesztette csapatja $\frac{2}{15}$ -ét, $\frac{1}{10}$ megsebesült, $\frac{1}{24}$ fogságba került. Hány ember volt, ha a csapatban még 2325 ember maradt?
69. Egy víztartóba 2 csövön át folyik a víz. Ha csak

- az egyiket nyitják meg 5, ha csak a másodikat 7 óra alatt telik meg a tartó. Mennyi idő alatt telik meg, ha mint a két csövet megnyitják?
70. Bizonyos vár helyőrsége 3520 ember. Ezek közt a tüzérek száma 3-szor akkora, mint a huszároké, s a gyalogosok száma 4-szer oly nagy, mint a tüzéreké. Hogy oszlott meg a helyőrség fegyvernemek szerint?
71. 150 g. 0·82 finomságú ezüsthöz, mennyi 0·54 finomságú veendő, hogy az ötvény finomsága 0·72 legyen?
72. Mily nagy oly négyzet egyik oldala, melynek területe 17 m²-rel növekszik, ha az oldal 1 m.-rel nagyobbodik?
73. Két hordóban 1179 l. bor van; ha az elsőből $\frac{1}{4}$, a másodikból $\frac{2}{5}$ részt elveszünk, a két hordóban egyenlő mennyiség marad. Mennyi volt mindenikben?
74. Az agár üldözi a rókát. A róka 90 ugrással előnyben van; amíg az agár 7 ugrást tesz, a róka 10-et, ámde az agár 2 ugrása a róka 5 ugrásával ér fel. Hány szökés után éri utól az agár a rókát?
75. Milyen arányban kell a 90 és 55 filléres bort keverni, hogy 1 hl. 75 fillérest kapjunk?
76. Valaki bizonyos összeget 8 ember közt akar kiosztani. Ha mindeniknek 8 k.-t akarna adni, annyi k. hiányoznék, a mennyi marad, ha mindeniknek 7 k.-t ad. Mennyi pénze volt?
77. A kávé kg.-ja 5-ször drágább, mint a czukoré. Mennyi 1 kg. kávé ára, ha 3 kg. czukorért és 7 kg. kávéért 31·92 k.-t fizettünk?
78. A 7 k.-t nyer **B**-től s akkor mindakettőnek egyenlő mennyiségű pénze van. De azután **B** visszanyeri pénzét és még 7 k.-t s akkor 3-szor annyi pénze lesz, mint **A**-nak. Mennyi pénzüik volt a játék kezdetén?
79. Egy cseléd évi bére 210 k. és egy öltöny ruha. Mennyibe számították a ruhát, ha a szolgálatot $7\frac{1}{2}$ hó múlva, mikor a ruhát már megkapta, elhagyván 120 k.-t kap kézhez?
80. Két játékos egyenlő mennyiségű pénzzel fog a játékhoz, Az első $\frac{3}{5}$, a 2-ik $\frac{7}{10}$ részét vesztí el pénzének s ily formán az elsőnek 3 k.-val többje marad, mint a másodiknak. Mennyi pénzüik volt a játék kezdetén?

28. §. Elsőfokú egyenletrendszerek.

1. $x + y = 13$

$x - y = 2;$

2. $39x + 2y = 80$

$115x - 4y = 226;$

3. $15x - 14y = 17$

$24x + 7y = 86;$

4. $7x - 3y + 1 = 0$

$x + y - 17 = 0;$

5. $\frac{2x}{3} + \frac{3y}{4} = 8$

6. $8x - \frac{y}{9} = 94$

$5x - \frac{y}{4} = 13;$

$\frac{5x}{12} + 2y = 41;$

7. $\frac{x}{3} - \frac{4y}{5} = -3$

8. $\frac{2y}{3} + 4x = \frac{8}{3}$

$\frac{8x}{5} + 7y = 43;$

$\frac{7x}{2} - \frac{4y}{3} = \frac{13}{6};$

9. $3(4x - y) = 20 + y;$ 10. $y = 18x$

$9x - 9y - 17 = 0;$

$8x - \frac{y}{3} = 1;$

11. $3\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{3}\right) + 5\left(x - \frac{y}{3}\right) = 11$

$\frac{2x - 5}{5} - \frac{5y - 7}{8} = 0;$

12. $\frac{x + y}{4} + x = 8$

13. $2x - 5y = 1.3$

$\frac{x - y}{2} + 1 = 0;$

$1.5x - y = 1.9;$

14. $2x + y = a$

15. $x + ay = b$

$\frac{x}{y} = b;$

$x - by = c;$

16. $\frac{x}{b} = \frac{a - y}{a}$

17. $\frac{1}{x} + \frac{3}{y} = 1.5$

$\frac{x}{y} = \frac{m}{n};$

$2x - \frac{2y}{3} = 2;$

18. $ax + by = c$

19. $ax + by = 50$

$a^2x + b^2y = c^2;$

$4ax - 5y = 25;$

20. $\frac{x}{8} + \frac{y}{2} = 2$
 $\frac{x - y}{x - y} = 2$
 $\frac{x + y}{x - 2y} = 7\frac{1}{7};$
21. $2x - 4y + 2z = 11$
 $2x + 3y - 4z = 3$
 $x + y - z = 4;$
22. $5x - 3y + 2z = 19$
 $2x - y - 3z = 1$
 $4x - 4y - z = 2;$
23. $4y + 3y - 4z + -13$
 $5x - 8y - 3z = -11$
 $10y - 20y + 12z = 60;$
24. $x + 2z = 13$
 $x - y = 2$
 $2y - 3z = 1;$
25. $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = \frac{5}{36}$
 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -1$
 $2x + 3y = 2;$
26. $x + y + z = 1$
 $ax + by + cz = d$
 $a^2x + b^2y + c^2z = d^2;$
27. $x + y - z = 0$
 $4x - 2y + 3z = 23$
 $4x + z = 17;$
28. $0.5x - y = 0.45$
 $0.7y - z = -0.41$
 $z - x = 0.4;$
29. $x + 2z = 20$
 $2x + u = 9$
 $2y + z = 10$
 $u + z = 9;$
30. $x + y + z + u = 10$
 $x + y + z - 4u = 6$
 $x + y - 2z + u = 6$
 $x - 3y + z + u = -2; 3y + u = d;$
31. $x + u = a$
 $y - z = b$
 $2x + z = c$
 $3y + u = d;$
32. Keressük a tört számlálóját és nevezőjét, ha azok összege 132, a tört értéke pedig $\frac{1}{3}$.
33. Két szám összege 132, különbségük 66. Melyik e két szám?
34. Ha Pálnak még 5 k.-t adok, négyszer annyi pénze lesz, mint Péternek, ha pedig Péter kap 1 k.-t, éppen annyi pénze lesz, mint a Pálé. Mennyi pénze van mindeniknek?
35. 10 év előtt A 6-szor idősebb volt B-nél. 18 év múlva B kora $\frac{3}{4}$ része lesz az A korának. Mily idős mindakettő?
36. Melyik az a kétjegyű szám, mely 9-szer kisebb lesz, ha a számjegyek sorrendjét megfordítom és 99 lesz, ha ez utóbbi számot hozzáadom?
37. Két munkás közül A 15, B 18 napig dolgozik s a kettő együtt 120 k.-t keres. Más alkalommal A 18, B 10 napig dolgozik és 74 k.-t keresnek. Mennyi az A és mennyi a B napibére?
38. Két szám összege 16, négyzeteik különbsége 32. Melyek e számok?

39. Melyik az a tört, melynek számlálóját és nevezőjét 1-gyel nagyítva $\frac{1}{3}$ -hoz; 5-tel nagyítva $\frac{1}{2}$ -hez jutunk?
40. 700 két részre osztandó 4 és 3 négyzetének arányában.
41. István így szól Jánoshoz: Kétszer oly idős vagyok, mint a mennyi te akkor voltál, mikor én a te mai karodban voltam s mikor te oly idős fogsz lenni, mint én ma, a kettőnk kora 81 év lesz. Találd ki hány éves vagyok?
42. Valaki pénzt oszt ki a szegények közt. Ha mindeniknek 2 k.-t adna, 1 k.-ja hiányoznék. Ha mindeniknek 1.5 k.-t ad, marad 1 k.-ja. Hány szegény volt s mennyi pénzt akart elosztani?
43. Ha a kiránduló társaságban 10-zel többen lettek volna s mindenik 1 k.-val többet fizetett volna, 190 k.-val lett volna több a költség; ha pedig 15-tel kevesebben lettek volna s egy személy költsége 3 k.-val több lett volna, a költség 45 k.-val tett volna kevesebbet. Hányan voltak s mennyi volt az összes költség?
44. Melyik az a 3 szám, melyek közül ha az elsőt a 2-ikkal, majd a 3-ikkal, végre a 2-ikat a 3-ikkal összeadjuk, az összeg 6, 8 illetőleg 10 lesz?
45. Melyik az a 3 jegyű szám, melynél a középső szám a másik kettő fél összegével és a számnak a számjegyek összegével való osztási hányadosa 15-tel egyenlő s a jegyek megfordítása által nyert szám 596-tal nagyobb az eredeti számnál?
46. Melyik az a szám, melyek különbsége 1, négyzeteik különbsége 11?
47. Két pénzösszeg együttes évi kamatja 1410 k. Az egyik 5% -ra, a másik $4\frac{5}{10}\%$ -ra van kiadva. A 2 összeg nagyságának aránya 2:3. Mennyi a két tőke?
48. Melyik két szám az, melyek összegének negyede 5-öt, különbségük 6-oda 2-t ad?
49. Melyik az a kétjegyű szám, melynél a számjegyek összege 15; s a számjegyek megfordítása által nyert szám 27-tel kevesebb, mint az eredeti?
50. Melyik az a két szám, melyek összege a , különbségük b ?
51. Melyik az a két szám, melyek különbsége m , négyzeteik különbsége n ?

29. §. A kéttagúak magasabb hatványai és a számtani haladvány.

Mivel egyenlő:

1. $(a + b)^5$; 2. $(a - b)^6$; 3. $(2a + 5b)^4$;
 4. $(3x^2 - 5y)^6$; 5. $(x - \frac{1}{3})^4$; 6. $(\frac{x}{2} - \frac{y}{3})^5$;
 7. $(\frac{a^2}{b^2} - \frac{x^3}{y^3})^4$; 8. $(a^{-2} - b^2)^4$; 9. $(x - 3)^{12}$;
 10. $(x + 1)^5 - (x - 1)^5$; 11. $(3a^2 - 4b + 5c)^5$;
 12. $(x + \frac{1}{x})^5$; 13. $(x - 1)^4 + (x - 2)^4$;
 14. $(2x + 4y + 1)^5$;
 15. Mennyi $(a + 2x)^7$ hatványának 4-ik tagja?
 16. Mennyi $(a^2 - 5b^2)^{15}$ hatványának 8-ik tagja?
 17. Irjuk fel $(1 - x)^8$ hatványának 6-ik tagját.
 18. Mivel egyenlő $(4 - \frac{x}{3})^{18}$ hatványának 7-ik és 17-ik tagja?

Irjuk fel:

19. $(\frac{1}{6} - 3y^2)^{13}$ hatványának két középső tagját;
 20. $(\frac{3x^2}{4} + \frac{5}{6})^{10}$ hatványának középső tagját;
 21. $(\frac{6x^3}{7x^2} - \frac{12}{15})^7$ hatványának 4-ik tagját.

A következő számtani haladványokban keressük meg u és s értékét, ha:

22. $a = 3$, $d = 2$, $n = 5$; 23. $a = 5$, $d = 1.5$, $n = 8$;
 24. $a = 35$, $d = -7$, $n = 10$;
 25. $a = \frac{5}{6}$, $d = -1$, $n = 8$.

Keressük a és d értékét, ha:

26. $u = 20$, $s = 75$, $n = 6$;
 27. $u = 20$, $s = 77$, $n = 7$;
 28. $u = -12$, $s = 0$, $n = 7$;
 29. $u = 3$, $s = 18.75$, $n = 10$.

Keresendő a és s , ha:

30. $u = 26$; $n = 9$, $d = 3$;

31. $u = 0$, $n = 8$, $d = -5$.
 32. $u = -1$; $n = 6$, $d = -\frac{1}{2}$;
 33. $u = 3$, $n = 9$, $d = \frac{1}{3}$.

Keresendő s és n , ha:

34. $a = 4$, $d = 5$, $u = 49$;
 35. $a = 63$, $d = -7$, $u = 0$.
 36. $a = \frac{1}{4}$, $d = \frac{1}{4}$, $u = 3$;
 37. $a = 3$, $d = -\frac{1}{2}$, $u = 0$.
 38. Igtassunk 5 és 9 közé 9 tagot úgy, hogy számtani haladványt nyerjünk s határozzuk meg e haladvány összegét.
 39. Igtassunk 15 és 249 közé 12;
 40. 24 és 156 közé 40 tagot úgy, hogy számtani haladványt nyerjünk.
 41. Mennyi az összes 8-czal osztható 3 tagú számok összege?
 42. 1 és 207 közt mennyi az 5-tel osztható számok összege?
 43. A sétányon 3 m. távolban következik egyik fa a másik után. Mily messze van az első fától a 25-ik, a 32-ik, 45-dik?
 44. $a_2 + a_4 = 22$; $a_6 + a_8 = 42$; mennyi: a , d , a_8 és s_8 ?
 45. $a_3 + a_5 = 32$; $a_6 + a_{10} = 50$; mennyi a_{15} és s_{15} ?
 46. Bizonyos szolgál 15 évi bére 8100 k. Az első évre 400 k.-t kapott. Mennyivel emelkedett egyenletesen az évi fizetése?
 47. 195 felosztandó 3 részre oly módon, hogy a részek számtani haladványt képezzenek, melyben $a_3 = 120 + a_1$.
 48. Hány 5 tagú szám osztható 11-gyel?
 49. Melyik az a számtani haladvány, melyben $a_1 + a_3 + a_5 = 48$; $a_2 + a_4 + a_6 = 69$?
 50. A szabadon eső test az első mp.-ben 49 m. utat, minden következőben 9·8 m.-rel többet ír le, mint az előzőben. Mily mélyre esik az ily test 8 mp. alatt és mily magasról jut a földre 11 mp. alatt?

30. §. Gyökvonás. Irrationalis, imaginarius és complex számok.

Végezzük a következő gyökvonásokat:

1. $\sqrt{a^2}$; 2. $\sqrt{a^{2n}}$; 3. $\sqrt{(a+b)^2}$; 4. $\sqrt{(a-b)^2}$; 5. $\sqrt[3]{a^3}$;

6. $\sqrt[3]{a^{3n}}$; 7. $\sqrt[3]{(a+b)^3}$; 8. $\sqrt[3]{(a-b)^3}$; 9. $\sqrt{\frac{x^6}{x}}$;
 10. $\sqrt{x^8(a+b)^4}$; 11. $\sqrt{\frac{25}{x^2+2xy+y^2}}$; 12. $\sqrt{a^{2n+3}}$;
 13. $\sqrt[3]{\frac{x^4}{x}}$; 14. $\sqrt[3]{\frac{1}{(1-x)^3}}$; 15. $\sqrt[3]{a^{3n+5}}$;
 16. $\sqrt[3]{a^6(b+x)^3}$; 17. $\sqrt[m]{a^{mn}}$; 18. $\sqrt[3]{\frac{3^3 x^4 y^9}{3^{12}}}$.

Vonjunk négyzetgyököt a következő számokból:

19. 9; 16; 144; 169; 20. $\frac{361}{1681}$; 21. 34225; 22. 5410276;
 23. 29376400; 24. 38452401; 25. 5 29;
 26. 78961; 27. 655 36; 28. 254076 4836;
 29. 2548533289; 30. 63250209; 31. 6409053636;
 32. 100020001; 33. 72743841; 34. 932002952409;
 35. 1420 913025; 36. $73^{24/25}$; 37. $\sqrt{\sqrt{22667121}}$;
 38. $\sqrt{\sqrt{810000}}$; 39. 97; 40. 0.008;
 41. $\frac{13}{5}$; 42. $\frac{18}{3182}$.

Vonjunk köbgyököt a következő számokból:

43. 343; 44. 1000; 45. 6859; 46. 12167; 47. 531441;
 48. 2628062; 49. 167284151; 50. 300843;
 51. 0.000343; 52. 0.729; 0.000000064; 53. 523.606616;
 54. 20910.518871; 55. 128100283921;
 56. 592492345199; 57. 725123750650140808;
 58. $\frac{729}{42875}$; 59. $\frac{1331}{2197}$; 60. $\sqrt[6]{\frac{64}{729}}$; 61. 73;
 62. $13/4$; 63. $13^{43/64}$; 64. $387-5^{7/8}$.

Vonjunk négyzetgyököt a következő összetett
algebrai kifejezésekből:

65. $a^2 + 2ab + b^2$; 66. $a^2 - 2ab + b^2$;
 67. $x^2 - \frac{2xy}{z} + \frac{y^2}{z^2}$; 68. $9 - 12x + x^2$;

$$69. 9x^2 - 3xy + \frac{y^2}{4}; \quad 70. 25 - \frac{10}{3}x + \frac{x^2}{9};$$

$$71. \frac{(a+b)^2}{m^2}; \quad 72. \frac{a^2}{16} - \frac{3ab}{8} + \frac{9b^2}{16};$$

$$73. 9x^2 - 24xy + 6xz + 16y^2 - 8yz + z^2;$$

$$74. x^2 - 2xy + y^2 + 2xz - 2yz + z^2;$$

$$75. 9 + 12x + 34x^2 + 20x^3 + 25x^4;$$

$$76. 16 - 8x + 17x^2 - 28x^3 + 10x^4 - 12x^5 + 9x^6;$$

$$77. 1 - 2x - x^2 + 3x^4 + 2x^5 + x^6;$$

$$78. x^2 + 4xy + 6xz + 4y^2 + 12yz + 9z^2;$$

$$79. \frac{a^2}{4} - \frac{ab}{4} + \frac{ac}{5} - \frac{ad}{6} + \frac{b^2}{16} - \frac{bc}{10} + \frac{bd}{12} + \frac{c^2}{25} - \frac{cd}{15} + \frac{d^2}{36};$$

$$80. 49 + 70x - 17x^2 - 58x^3 + 45x^4 + 52x^5 - 20x^6 - 16x^7 + 16x^8;$$

$$81. x^6 - x^5 - \frac{11}{4}x^4 + \frac{27}{2}x^3 - \frac{15}{2}x^2 - 18x + 36);$$

$$82. \frac{x^2 - 4xy + 4y^2}{9a^2 - 24ab^2 + 16b^4};$$

$$83. \frac{36}{4x^2 - 4xy + 4x + y^2 - 2y + 1}.$$

Vonjunk köbgyököt a következő összetett algebrai kifejezésekből:

$$84. a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3;$$

$$85. x^6 - 6x^5 + 12x^4 - 8x^3;$$

$$86. 8a^3 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3;$$

$$87. 8 + 60x + 150x^2 + 125x^3;$$

$$88. \frac{x^9}{y^6} - \frac{3x^4}{y} + \frac{3y^4}{x} - \frac{y^9}{x^6};$$

$$89. x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 + 3x^2z - 6xyz + 3y^2z + 3xz^2 - 3yz^2 + z^3;$$

$$90. 1 + 3x + 6x^2 + 7x^3 + 6x^4 + 3x^5 + x^6;$$

$$91. x^3 - 6x^2y - 9x^2z + 12xy^2 + 36xyz + 27xz^2 - 8y^3 - 24y^2z - 54yz^2 - 27z^3;$$

$$92. 27x^6 - 45ax^5 + 63a^2x^4 - 44a^3x^3 + 21a^4x^2 - 6a^5x + a^6;$$

$$93. \frac{8}{27} a^3 - \frac{16}{15} a^2 b + \frac{32}{25} ab^2 - \frac{64}{125} b^3;$$

$$94. 8 - 30x + 114x^2 - 207x^3 + 285x^4 - 225x^5 + 125x^6;$$

$$95. 1 - 9x + 39x^2 - 99x^3 + 156x^4 - 144x^5 + 64x^6.$$

Számítsuk ki 3, 4, 5, 7, tizedes pontossággal a következő értékeket:

$$96. \sqrt{3}; \quad 97. \sqrt{17}; \quad 98. \sqrt{39}; \quad 99. \sqrt{124}; \quad 100. \sqrt{372 \cdot 86};$$

$$101. \sqrt{0 \cdot 75}; \quad 102. 8 - \sqrt{7}; \quad 103. \sqrt{5} + \sqrt{11};$$

$$104. \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{8}.$$

Mi a mértani középarányos 2 tizedes pontossággal a következő számok közt:

$$105. 7 \text{ és } 9; \quad 106. 3 \text{ és } 5; \quad 107. 17 \text{ és } 19; \quad 108. 5 \text{ és } 14; \\ 109. 27 \text{ és } 35?$$

Számítsuk ki 3 tizedesig, mivel egyenlő:

$$110. \sqrt{\sqrt{6}}; \quad 111. \frac{1}{3} \sqrt{7 - 3\sqrt{3}};$$

$$112. \sqrt{5 - 2\sqrt{2} + \sqrt{3}}; \quad 113. \frac{1}{3} \sqrt{\frac{32 - 2\sqrt{8}}{\sqrt{10}}};$$

$$114. \sqrt{\frac{\sqrt{5-1}}{\sqrt{4-1}}};$$

Végezzük adott pontossáig a következő számításokat:

$$115. \sqrt{a^2 + x}; \quad 116. \sqrt{a^2 - x}; \quad 117. \sqrt{\frac{x^2 - y^2}{x^2 y^2}};$$

$$118. \sqrt{\frac{x^4}{y^2} \cdot \frac{1-x}{1-y}}; \quad 119. \sqrt[2]{2}; \quad 120. \sqrt[3]{53 \cdot 5};$$

$$121. \sqrt[3]{\frac{8}{23}}; \quad 122. \sqrt[3]{\frac{1}{54}}; \quad 123. \sqrt[3]{0 \cdot 001010};$$

$$124. \sqrt[3]{387 - \frac{47}{8}}; \quad 125. \sqrt[3]{\sqrt{9}}; \quad 126. \sqrt[3]{3\sqrt{16} - 2\sqrt{4}};$$

$$127. \sqrt[3]{21 - 2\sqrt{25} + 3\sqrt{36}}; \quad 128. \sqrt[3]{a^3 - 2a^2 + a};$$

$$129. \sqrt[3]{8x^3 - 27y^3}; \quad 130. \sqrt[3]{\frac{a^3 + b^3}{a^6 b^6}};$$

$$131. \sqrt[3]{\frac{27}{x^6 - y^3}}; \quad 132. \sqrt[3]{\frac{64 - a^3 b^6}{x^6}};$$

$$133. \sqrt[3]{a^3 - 3a^2 b + b^3};$$

x-nek milyen értékei mellett lesznek imagináriusok a következő mennyiségek:

$$134. \sqrt{1 - x}; \quad 135. \sqrt{3 - 2x}; \quad 136. \sqrt{1 + 7x};$$

$$137. \sqrt{1 + x\sqrt{3}}; \quad 138. \sqrt{x\sqrt{x} - 3};$$

$$139. \sqrt{a^2 - x^2}; \quad 140. \sqrt{a^2 + x^3?}$$

141. Képezzük $\sqrt{-1}$ -nek hatványait a 8-dikig.

Szerkeszszük a síkon a következő complex-számoknak megfelelő pontokat:

$$142. 2 + 3i; \quad -4 + 5i; \quad \sqrt{3} + i; \quad 143. 2 - i\sqrt{3}; \quad 2 + i\sqrt{3}.$$

Hozzuk az $a + bi$ alakra a következő kifejezéseket;

$$144. (1 + 2i) - (4 - i) - 2i + (5 - 3i);$$

$$145. (\sqrt[3]{4} + i) - (\sqrt[4]{5} - i); \quad 146. (1 + i)(1 - 3i);$$

$$147. (\frac{1}{2} - \sqrt{-23})(-\frac{1}{2} + \sqrt{23}); \quad 148. \frac{7}{-5 + \sqrt{-7}};$$

$$149. \frac{(3 + 2i)^2}{4 - 3i}; \quad 150. \frac{2 - i\sqrt{4}}{2 + i\sqrt{4}}.$$

31. §. Számolás gyökmennyiségekkel.

$$1. 7\sqrt{3} + 5\sqrt{3}; \quad 2. m\sqrt{a} + n\sqrt{a};$$

$$3. 5\sqrt{3} - 2\sqrt{12} + \sqrt{27};$$

$$4. 3\sqrt{m} - 5\sqrt{n} + 7\sqrt{m} + 9\sqrt{n} - 8\sqrt{m} - 4\sqrt{n};$$

$$5. 7\sqrt{5} - 5\sqrt{\frac{16}{5}} + \sqrt{\frac{4}{5}}; \quad 6. \sqrt{18} + \sqrt{50};$$

7. $2\sqrt{12} - 3\sqrt{75} + 7\sqrt{108} - 10\sqrt{27} - \sqrt{48}$;
 8. $3^3\sqrt[3]{7} + 5^3\sqrt[3]{7} - 12^3\sqrt[3]{7} + 8^3\sqrt[3]{7}$;
 9. $5^3\sqrt[3]{2} - 3^3\sqrt[3]{16} + 2^3\sqrt[3]{54}$; 10. $a^3\sqrt[3]{x^6} - b^3\sqrt[3]{x^2} + c^3\sqrt[3]{x^{12}}$;
 11. $3^3\sqrt[3]{1029} - 18^3\sqrt[3]{24} + 5^3\sqrt[3]{81}$;
 12. $8\sqrt{-12} + 5^4\sqrt{-80} - 6\sqrt{-3} + 3^4\sqrt{-405}$;
 13. $7\sqrt{-18} + 3\sqrt{-36} - 2\sqrt{-28} + 3\sqrt{-9} -$
 $2\sqrt{-8} - \sqrt{-63} + 7\sqrt{-1/7}$;
 14. $i\sqrt{2} - \sqrt{-18} - (3 - 2i)$;
 15. $\sqrt{-24} + 3\sqrt{-54} - 2\sqrt{-96}$;
 16. $\sqrt[4]{-a^4b} + m\sqrt[4]{-a^8b} - n\sqrt[4]{-b^5}$;
 17. $\sqrt[3]{32} + \sqrt[3]{-2048} + \sqrt[3]{-864}$;
 18. $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[6]{5}$; 19. $-\sqrt{5} - 3^3\sqrt[2]{2} \cdot \sqrt[4]{4}$;
 20. $(3 - 3\sqrt{5})\sqrt{3}$; 21. $\sqrt{8} - \sqrt{18} + \sqrt{128} \cdot \sqrt{2}$;
 22. $(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{6} + \sqrt{5})$; 23. $(3 + \sqrt{7})(3 - \sqrt{7})$;
 24. $\left(\sqrt{x} + \sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt{x}}\right) \left(\frac{x}{\sqrt{y}} - \sqrt{x} + \sqrt{y}\right)$;
 25. $\left(\sqrt{x^n} - \frac{1}{\sqrt{x^n}}\right) \left(\sqrt{x^n} + \frac{1}{\sqrt{x^n}}\right)$;
 26. $(2\sqrt{8} + 3\sqrt{5} - 7\sqrt{2})(\sqrt{72} - 5\sqrt{10} - 2\sqrt{2})$;
 27. $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$; 28. $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^3$;
 29. $\left(x\sqrt{\frac{y}{x}} + y\sqrt{\frac{x}{y}}\right) \left(x\sqrt{\frac{y}{x}} - y\sqrt{\frac{x}{y}}\right)$;
 30. $\sqrt{-a} \cdot \sqrt[6]{-4a^5}$; 31. $(\sqrt{-5} + \sqrt{-2}) \cdot \sqrt{-7}$;
 32. $(\sqrt{-3} + \sqrt{-7})(\sqrt{-3} - \sqrt{-7})$;
 33. $(-2 + \frac{1}{2}\sqrt{-5})(-3 - \frac{3}{4}\sqrt{-13})$;
 34. $(\sqrt{-a} + \sqrt{-b})^2$; 35. $(\sqrt{-x} + \sqrt{-y} - \sqrt{-z})^3$;
 36. $\sqrt{16} : 2$; 37. $\sqrt[6]{128} : 2$; 38. $x : \sqrt[3]{y}$;

$$39. \sqrt[3]{\frac{a^2}{b}} : \sqrt[3]{\frac{b^2}{a}}; \quad 40. 2 : 3\sqrt{2}; \quad 41. \sqrt[3]{8} : (2 + \sqrt[3]{8});$$

$$42. 1 : (3 - \sqrt{5}); \quad 43. \sqrt{x+y} : \sqrt[4]{x^2 - y^2};$$

$$44. (\sqrt{24} - \sqrt{18} + \sqrt{12}) : \sqrt{3};$$

$$45. (35 + 10\sqrt{-3} - 21\sqrt{-7} + 6\sqrt{21}) : (5 - 3\sqrt{-7});$$

$$46. (x - y) : \sqrt{x - y}; \quad 47. (x\sqrt{x} + y\sqrt{y}) : (\sqrt{x} + \sqrt{y});$$

$$48. m\sqrt[2n]{-x} : n\sqrt[2n]{-x}; \quad 49. \sqrt[2n]{-a} : \sqrt[4n]{-b};$$

$$50. (\sqrt{-10} + \sqrt{-70}) : \sqrt{-10};$$

Gyöktelenítsük a következő törtek nevezőit:

$$51. \frac{5}{\sqrt{7}}; \quad 52. \frac{3\sqrt{5}}{5\sqrt{10}}; \quad 53. \frac{5 + \sqrt{7}}{5 - \sqrt{7}}; \quad 54. \frac{\sqrt{8} + \sqrt{11}}{\sqrt{8} - \sqrt{11}};$$

$$55. \frac{a\sqrt{x} + b\sqrt{y}}{b\sqrt{x} - a\sqrt{y}}; \quad 56. \frac{1}{2 - \sqrt{8}}; \quad 57. \frac{-2\sqrt{-1}}{1 - \sqrt{-1}};$$

$$58. \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{y}}; \quad 59. \frac{x - \sqrt{y}}{\sqrt{2x} + \sqrt{y} - \sqrt{z}};$$

$$60. \frac{4 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{3 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}; \quad 61. 1 + \frac{a+b}{\sqrt{a-b}};$$

$$62. \frac{5 + 2\sqrt{-18} - \sqrt{-2}}{2 - \sqrt{-8}}; \quad 63. \frac{4 - \sqrt{-7} - \sqrt{-63}}{3 - \sqrt{-5}};$$

Fejtsük ki a következő magasabb hatványokat:

$$64. (2x - 3\sqrt{y})^5; \quad 65. (3 - 2\sqrt{-5})^4;$$

$$66. (5 - 2\sqrt{3} - 3\sqrt{-7})^3.$$

Oldjuk meg a következő egyenleteket:

$$67. \sqrt{5+x} - 1 = \sqrt{x}; \quad 68. \sqrt{1+x\sqrt{x^2+12}} = 1+x;$$

$$69. \sqrt[3]{23+x} - 2 = 10 - 3\sqrt[3]{23+x};$$

$$70. x\sqrt{5} : 2 = (\sqrt{20} + x) : \sqrt{2}.$$

32. §. A másodfokú egyenlet.

Oldjuk meg a következő másodfokú egyenleteket:

$$1. x^2 = 49; \quad 2. x^2 - 25 = 0; \quad 3. \frac{x}{9} = \frac{9}{x};$$

$$4. 5x^2 = 625; \quad 5. \left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 0;$$

$$6. x^2 = (a + b)^2; \quad 7. \left(x - \frac{a}{b}\right)\left(x + \frac{a}{b}\right) = 0;$$

$$8. ax^2 = b^2 - cx^2, \quad 9. \sqrt{2x+1} = x+1;$$

$$10. \sqrt{\frac{3\sqrt{2x^2+4}}{4}} = 3; \quad 11. x^2 - 2x = 3;$$

$$12. 2x^2 - 3x = 35; \quad 13. 3x^2 - \frac{x}{2} = 46,$$

$$14. 5x^2 - 20x = 585; \quad 15. x^2 - \frac{17}{10}x + \frac{1}{10} = 0;$$

$$16. x^2 + \frac{6}{7}x - \frac{1}{7} = 0; \quad 17. x^2 + \frac{x}{12} = \frac{1}{2};$$

$$18. \sqrt{7x+4} \cdot \sqrt{5x-6} = 15;$$

$$19. \frac{16}{7-x} - \frac{25}{10-x} = \frac{9}{8-x}; \quad 20. x^2 + 27x + 126 = 0;$$

$$21. 143x^2 - 67x + 6 = 0; \quad 22. x^2 + 6x + 5 = 0;$$

$$23. \frac{2x^2}{5} + \frac{4x}{3} - \frac{1}{6} = \frac{12x}{5} + x - \frac{1}{2};$$

$$24. \frac{7x+10}{x-2} = \frac{5x}{12} + \frac{35}{6}; \quad 25. \frac{5}{x-2} + \frac{4(x+1)}{3(x-3)} = \frac{55}{6};$$

$$26. (x+3)^2 = 6x+5; \quad 27. (7x+1)^2 - (7x-1)^2 = 56;$$

$$28. x^2 = 7; \quad 29. x^2 - 16x + 63 = 0; \quad 30. x^2 = -6;$$

$$31. 7x(x-3) = -3(7x+5); \quad 32. x^2 - 4x + 1 = 0;$$

$$33. 3x^2 + 6x - 30 = 0; \quad 34. x^2 - x + 1 = 0;$$

$$35. \frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1} = \frac{13}{6}; \quad 36. \frac{x+1}{x-1} - \frac{2x-3}{2x} = 1.5;$$

$$37. \frac{4x-4}{x+2} - \frac{3x+6}{x-3} + 16 = 0; \quad 38. \frac{x}{a} + \frac{a}{x} = \frac{x}{b} + \frac{b}{x};$$

$$39. \frac{4}{\sqrt{2+x}} = \sqrt{2+x} + \sqrt{x}, \quad 40. \sqrt{x-2} + \sqrt{x} = 2;$$

$$41. x - 1 = \sqrt{1 - \sqrt{x^4 - x^2}}; \quad 42. \frac{x-a}{b} - 1 = \frac{b+x}{x};$$

$$43. x^2 - (a+b)x + ab = 0; \quad 44. x^2 - 4ax + 4a^2 - 9b^2 = 0;$$

$$45. bx^2 - a(a^2 + b^2)x + a^4b = 0; \quad 46. x^2 - (a-x)^2 = b;$$

$$47. \frac{x-a}{2a} = \frac{2b}{2x+a}; \quad 48. \frac{a-b}{4(x-a)} + \frac{x+2b}{a+b} = 2;$$

$$49. \frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}} = \sqrt{b};$$

$$50. x^2 - 4ax - bx\sqrt{3} + 4ab\sqrt{3} = 0.$$

51. Melyik szám az, melynek négyzete és ötszöröse együtt 66-ot ad?

52. Keressük meg azt a számot, melynek 4-edé és 5-öde egymással szorozva magát a számot adja.

53. Bontsuk fel 25-öt két oly részre, hogy a részek szorzata 136 legyen.

54. Három szám $(a-d, a, a+d)$ számtani haladványt képez. A számok összege 33, szorzatuk 1287. Melyek e számok?

55. Melyik két szám összege 12, szorzata 20?

56. Mely 2 szám összege 20, négyzeteik különbsége 40.

57. Egy mulatság költsége 120 k. volt. Ha 5-tel kevesebb résztvevő lett volna, mindenkinek 2 k.-val többet kellett volna fizetni. Hányan voltak s mennyit fizetett egy-egy?

58. Egy társaság a költsége 90 k.-t tett, de ketten nem fizettek s így a többinek $1\frac{1}{2}$ k.-val többet kellett adni. Hányan voltak?

59. Pál születésekor bátyja Péter 5 éves volt. Ma kettőjük korának szorzata 265-tel több, mint összege. Hány éves Pál?

60. Két szám szorzata 54, hányadosa $\frac{2}{3}$. Melyek e számok?

61. A derékszögű négyzög oldalainak különbsége 7 m., területe 30 m². Mily nagyok az oldalak?

62. Melyik 3 egymásután következő szám négyzetének összege 110?

63. Bizonyos kereskedő posztót vásárolt; ha ugyanazon pénzért 3 m.-rel többet kapott volna, úgy a posztó m.-je 3 k.-val kevesebbe került volna. Hány m.-t vett?

64. Két vándor ugyanazon időben indul el bizonyos községből; az egyik észak, a másik kelet felé halad, az egyik naponta 32, a másik 28 km. utat tesz. Mikor lesz kettőjük közt 160 km. a távolság?
65. Három szám aránya 2:3:4. Négyzeteik összege 725. Melyek e számok?
66. Bizonyos számú munkás 432 m. hosszú árok elkészítését vállalja magára; a munka megkezdésénél 4 kilép közülök s így a többire egyenként 9 m.-rel hosszabb rész jut. Hányan voltak?
67. Mily mély azon barlang, melybe ha követ ejtünk az ütődés hangját csak 25 mp. múlva halljuk?
68. Hány gyermek között kellett felosztani a 30000 k. örökséget, ha egy örökös halála után, minden élő része 1000 k.-val emelkedett?
69. Ha a puskából függőlegesen fölfelé kilőtt golyó kezdősebessége 548·8 m., hány mp. múlva lesz a földtől 3116·4 m. magasságban?
70. Melyik az a két egymásra következő páratlan szám, melyek szorzata 195?
71. Keressünk két számot, melyek különbsége 4, köbeik különbsége 1216.
72. Bontsuk 11-et két oly részre, hogy azok köbeinek összege 341 legyen.
73. Bizonyos kereskedő 20 k.-ért vett egy láda narancsot. A narancsok közül 60 annyira törött volt, hogy el kellett dobnia. A maradék darabján 6 fillért, az egész szállitmányon 24 k.-t nyert. Mennyibe került neki egy narancs?
74. Az a szám két oly részre osztandó, hogy azok szorzata négyzeteik összegével legyen egyenlő.
75. A négyzet átlója és oldala közt 6 m. a különbség. Mennyi a négyzet területe?

33. §. Negatív- és törtexponensek. Számrendszerek.

Igazoljuk be a következő egyenlőségeket:

$$1. a^m \cdot a^{-m} = 1; \quad 2. 17^5 \cdot 17^{-5} = 1;$$

$$3. a^{-3} = \frac{1}{a^3}; \quad a^{m-m} = 1.$$

Kiszámítás után írjuk fel pozitív exponensekkel a következő mennyiségeket:

$$4. \left(\frac{2}{5}\right)^{-2}; \quad 5. (a^2 - b^2) (a + b)^{-2}; \quad 6. 3^{-2} \cdot 5 + 3^{-3} \cdot 9;$$

7. $a^{-2}b - a^2b^{-1}$; 8. $\frac{2}{3} \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} \cdot \frac{3}{4} \left(\frac{b}{a}\right)^{-2}$;
 9. $\frac{5x^{-2} \cdot 2y^{-1}}{3x^{-3} \cdot 4y^{-2}}$; 10. $\frac{a^{2m-n}}{a^{-n}} - \frac{b^{2n-p}}{b^p}$;
 11. $(x^{-3} - y^{-3}) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)$; 12. $a^{-3} \cdot a^{-5}$;
 $5x^3 \cdot -6x^{-5}$; 13. $3(x-y)^{x-1} \cdot -5(x-y)^{-5}$;
 14. $(2x^2 - 3x + x^{-1} + x^{-2})(2x + 6 + x^{-1} - x^{-2})$;
 15. $(5 + 4a^{-1} - 3a^{-2})(a^2 - a + a^{-1} + a^{-2})$;
 16. $(m^3 + n^{-3})(m^2 - n^{-2}) + (m^3 + n^{-3})(m^2 - n^{-2})$;
 17. $(3a^2 - 2a + a^{-1})^{-1} \cdot (a - 5 + a^{-1})^{-1}$;
 18. $(x^2 - 2x)^{-2}$; 19. $\left(\frac{x}{y}\right)^{-2}$; 20. $2a^{-1} - 3a^{-2} +$
 $4a^{-3})^{-3} \cdot (2a^{-1} - 3a^{-2} + 4a^{-3})^2$;
 21. $(a^{-3})^{-5} \cdot (a^3)^{-4}$; 22. $a^{-3} : a^{-4}$; 23. $a : 2a^{-2}$;
 24. $\frac{(a+b)^{-2}}{(a^2 - b^2)^{-1}}$; 25. $(x^{-5} - y^{-5}) : (x^{-1} - y^{-2})$;
 26. $a^{2r} + ar b^{-s} - 6b^{2s} : (ar - 2b^{-s})$;
 27. $(3x^3 + 3x^2 + 8 + 2x^{-1} + 2x^{-2} + x^{-3} - x^{-4}) :$
 $(3x^2 + 2x + 2x^{-1} - x^{-2})$;
 28. $(6x^{-1} - 11x^{-2} + x^{-3} + x^{-4} + 3x^{-5}) :$
 $(6 - 5x^{-1} - 4x^{-2} - 3x^{-3})$;
 29. $\sqrt{4 + 4a^{-1} + a^{-2}}$;
 30. $\sqrt{x^2 - 6x + 11 - 3x^{-1} + x^{-2}}$;
 31. $\sqrt[3]{1 + 3x^{-1} + 3x^{-2} - x^{-3}}$;
 32. $\sqrt[3]{8 - 24x^{-1} + 24x^{-2} - 8x^{-3}}$;

Oldjuk meg a következő egyenleteket:

33. $3x - 16x^{-1} = 8$; 34. $5x - \frac{x^{-1}}{4^{-2}} = 2$;

35. $\frac{1}{(8x - 3)^{-2}} = \frac{1}{(13x - 1)^{-1}}$;

36. $(3 + x^{-1})(4 + x^{-1}) = 6 + 4x^{-2}$;

Alakítsuk gyökmennyiségekké a következő
 haványmennyiségeket:

37. $a^{1/2}$; 38. $x^{2/3}$; 39. $2b^{0.7}$; 40. $m^{-3/4}$; 41. $x^{-0.3}$.

Írjuk fel hatványmennyiségekül a következő gyökmennyiségeket :

$$42. \sqrt[3]{x^2}; \quad 43. \sqrt[5]{x}; \quad 44. \sqrt[1/2]{a}; \quad 45. \sqrt[1/2]{m^2}; \quad 46. \sqrt[x+4]{ax+2}.$$

Végezzük a következő számításokat :

$$47. 36^{1/2}; \quad 48. (a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3)^{1/3}; \quad 49. 128^{1/7};$$

$$50. a^{3/2}; \quad 51. 8^{-1/3}; \quad 52. 49^{1/2} + 125^{2/3}; \quad 53. 512^{3/5} - 243^{2/3};$$

$$54. (xy)^{-1/2} \cdot x^{1/6} \cdot y^{1/4}; \quad 55. 27^{2/3} \cdot 8^{1/3} \cdot 9^{-1/2};$$

$$56. 32^{-2/5} : 64^{-1/3}; \quad 57. x^{2/3} \cdot \sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt[3]{x};$$

$$58. a^{1/3} : -\sqrt[3]{a^2}; \quad 59. (x^{3/2})^{4/5};$$

$$60. (x^{1/2} \cdot y^{2/4})^{0 \cdot 2}; \quad 61. (\sqrt[3]{a^2} \cdot a^{5/6})^{-4/7};$$

$$62. \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt{y}; \quad 63. \sqrt[1/2]{5} \cdot \sqrt[2]{3} \cdot \sqrt[4]{2};$$

$$64. \frac{a}{b} : \sqrt[4]{\frac{a}{b}}; \quad 65. \frac{3}{4} \sqrt[3]{\frac{x^2 \cdot y^{-2}}{z^{-2}}} : \frac{1}{4} \sqrt{\frac{x^3 y^{-2}}{z}};$$

$$66. (x^{1/2} - x^{1/2} + 2)(x^{-1/2} - 1);$$

$$67. (a^{2/3} - 1 + a^{-2/3})(a^{1/3} - a^{-1/3});$$

$$68. (a^{4/3} - 2a^{2/3} - a^{1/3} + 2a^{-1/3})(a^{1/3} - 2a^{-1/3});$$

$$69. (x^3 - 3x^2 + 3x + x^{1/2} - 1 - 2x^{-1/2} + x^{-3/2}) : (x^2 - x + x^{-1/2}).$$

Írjuk fel tizedes tört alakban a következőket :

$$70. 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 5 + 2 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2};$$

$$71. 0 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2} + 1 \cdot 10^{-4};$$

$$72. 3 \cdot 10 + 9 + 5 \cdot 10^{-4}; \quad 73. 27 + 1/10^4;$$

$$74. 538 : 10^5; \quad 75. 187 : 10^{-7}.$$

A következő számokat fejezzük ki 10 megfelelő hatványai által :

$$76. 0.128; \quad 77. 2.3184; \quad 78. 0.505; \quad 79. 3.387;$$

$$80. 0.57305.$$

Fejezzük ki a 2-es, 5-ös, 6-os, 7-es számrendszerben a következő tízes számrendszerbeli számokat :

$$81. 98; \quad 82. 327; \quad 83. 23875; \quad 84. 832728; \quad 85. 3078016.$$

Fejezzék ki 10-es rendszerben a következő 2-es rendszerbeli számokat :

$$86. 1001; \quad 87. 111110; \quad 88. 10101; \quad 89. 1111111;$$

$$90. 10101010.$$

Fejezzük ki a következő 5-ös rendszerbeli számokat a 7-es számrendszerben:

91. 13024; 92. 24031; 93. 1230234; 94. 24341404;
95. 3334444.

Fejezzük ki 2, 3, 4 helyre pontosan a 2-es, 3-as, 5-ös rendszerben a következő 10-es rendszerbeli törteket:

96. $\frac{32}{45}$; 97. $\frac{75}{76}$; 98. $\frac{128}{139}$; 99. $\frac{208}{213}$; 100. $\frac{1056}{1289}$.

34. §. A logaritmus és az exponentiális egyenlet.

1. Mennyi $\log. 10$, $\log. 100$, $\log. 1000 \dots$?
2. Mennyi $\log. 1$, $\log. 0.1$, $\log. 0.01 \dots$?
3. Mennyi $\log. 16$; $\log_{.4} 16$; $\log_{.4} \frac{1}{64}$; $\log_{.5} 625$;
 $\log_{.7} \frac{1}{49}$; $\log_{.8} \frac{1}{8}$?

Írjuk fel „log.”-sal a következő kifejezésekkel azonos értékeket:

4. $4^6 = 4096$; 5. $\left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{625}{1296}$;

6. $\left(\frac{16}{25}\right)^{1/2} = \frac{4}{5}$; 7. $9^{-1/2} = \frac{1}{3}$; 8. $3x^{-5} = a$;

9. $\sqrt[m]{a} = 1$; 10. $\left(\frac{a^2}{b^2}\right)^{1/2} = \frac{a}{b}$.

Írjuk fel hatványalakban, mit jelent:

11. $\log_2 8 = 3$; 12. $\log_3 81 = 4$; 13. $\log_5 625 = 4$;
14. $\log_{.05} 0.0625 = 4$; 15. $\log_{.001} 1000 = -2$;
16. $\log_6 216^p = 2^p$.

Mi az alapszám, ha:

17. $\log. 243 = 5$; 18. $\log. 3125 = 5$;
19. $\log. 6561 = 4$; 20. $\log. 0.03225 = 5$.

Mi a következő számok \log -a 5 alapra:

21. 1; 22. 25; 23. 125; 24. $\frac{1}{5}$; 25. $\sqrt[5]{5}$;
26. $\frac{1}{625}$; 27. 10; 28. $\frac{1}{50}$.

Keressük a következő kifejezések logaritmusait:

29. $3xy$; 30. $4 \cdot 6 \cdot 24$; 31. $a(x - y)$; 32. $625ab$;

$$\begin{aligned}
 & 33. \frac{ab}{2c}; \quad 34. \frac{625}{201}; \quad 35. \frac{a(x+y)}{b(x-y)}; \quad 36. \frac{3m}{4n}; \quad 37. x^2; \\
 & 38. 562^6; \quad 39. \frac{a^3 x^4}{y^5}; \quad 40. (0.3a)^3; \quad 41. \sqrt[3]{a}; \quad 42. \sqrt[3]{40b}; \\
 & 43. 5a^2 \sqrt[6]{b}; \quad 44. \frac{9x^2 \sqrt[3]{y^2}}{3\sqrt{y^3}}; \quad 45. \frac{18a(x-y)}{27b\sqrt{x-y}}; \quad 46. \left(\frac{1}{xy}\right)^{2/3}; \\
 & 47. \frac{x(a^2+b^2)^3 (\sqrt[3]{a+b})^{-4}}{y(a-b)^2 (\sqrt[4]{a-b})^{-2}}; \quad 48. \sqrt{x^3 \sqrt{x^2} \sqrt[4]{x^3}}.
 \end{aligned}$$

Keressük meg, mely algebrai kifejezések
logarithmusai a következők:

$$\begin{aligned}
 & 49. 5 \log. x + 4 \log. y - 3 \log. z; \quad 50. \frac{3}{4} (\log. x - \log. y); \\
 & 51. \frac{5}{3} \log. (a+b) + \frac{4}{5} \log. (a-b); \quad 52. \frac{a \log. x}{b}; \\
 & 53. \frac{4}{5} \log. a + \frac{3}{4} \log. b - \frac{5}{6} \log. d; \\
 & 54. \log. (x+y) + \log. (x-y) - \frac{1}{2} \log. (x^2 - y^2); \\
 & 55. \log. m + \frac{\log. m}{a} - \frac{\log. m + \log. n}{b}; \\
 & 56. \frac{3}{2} \log. (a^2 - b^2) - \frac{2}{3} \log. (a+b); \\
 & 57. -\log. x + \log. \frac{1}{x+y}.
 \end{aligned}$$

Írjuk fel a következő számok *Briggs-féle*
logarithmusait:

$$\begin{aligned}
 & 58. 43; \quad 59. 378; \quad 60. 6257; \quad 61. 57816; \quad 62. 0.369; \\
 & 63. 0.7326; \quad 64. 32.8678; \quad 65. 0.00365; \quad 66. 0.0006789; \\
 & 67. \frac{3}{8}; \quad 68. \frac{15}{22}; \quad 69. \frac{22}{7}; \quad 70. \frac{2125}{8967}.
 \end{aligned}$$

Kerestük a következő log.-oknak megfelelő számokat:

$$\begin{aligned}
 & 71. 0.99211; \quad 72. 1.05354; \quad 73. 2.38714; \quad 74. 4.68506; \\
 & 75. 0.00512 - 2; \quad 76. 0.95435 - 4; \quad 77. 0.00088; \\
 & 78. 0.48900 - 3; \quad 79. -0.3; \quad 80. -\frac{1}{2}.
 \end{aligned}$$

Végezzük logarithmusok segélyével a következő
számításokat:

$$\begin{aligned}
 & 81. \frac{728 \times 5.975}{374 \times 8.27}; \quad 82. \frac{31.756 \times 5.8703 \times 0.3756}{0.037 \times 0.3618 \times 0.0029}; \\
 & 83. 29^4 \cdot 37^5 \cdot 18^3; \quad 84. 0.792^{-9}; \quad 85. 1.05^{20};
 \end{aligned}$$

$$86. \left(\frac{1}{7}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{2}\right)^7; \quad 87. \sqrt[4]{\frac{128}{9657}}; \quad 88. \sqrt{48 \cdot 9656};$$

$$89. \sqrt[12]{28}; \quad 90. \frac{\sqrt{654 \cdot 045}}{0 \cdot 0052^3}; \quad 91. (\sqrt[3]{2 \cdot 07})^{3 \cdot 8};$$

$$92. \frac{4 \sqrt[3]{573 \cdot 892} - 3 \sqrt[3]{678 \cdot 92}}{45 \sqrt{63 \cdot 458} - 5 \sqrt[3]{6 \cdot 789}}; \quad 93. (\sqrt{5} + \sqrt[3]{9})^{1/4};$$

$$94. \sqrt[4]{\sqrt{3} + \sqrt{2} + 15}; \quad 95. \sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3}}};$$

$$96. \sqrt{(\sqrt{1/2} + \sqrt[3]{1/3} + \sqrt[4]{1/4}) \sqrt[5]{1/5}}.$$

97. Adva van 2 és 3 log.-a. A log. tábla használata nélkül határozzuk meg, mennyi: log 8, log. 12, log. 150?

Ha a háromszög oldalai **a**, **b** és **c** és $a + b + c = 2s$ akkor a terület: $t = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$. Határozzuk meg a háromszög területét logaritmusok segítségével, ha:

$$98. a = 3 \cdot 726 \text{ m.}, \quad b = 5 \cdot 375 \text{ m.}, \quad c = 7 \cdot 9305;$$

$$99. a = 18 \cdot 3052 \text{ m.}, \quad b = 23 \cdot 1018 \text{ m.}, \quad c = 28 \cdot 9057 \text{ m.}$$

Oldjuk meg a következő egyenleteket:

$$100. 21^x = 9261; \quad 101. 8^{2x-3} = 8^{9-x};$$

$$102. 2^{x+1} \sqrt{74x-3} = \frac{7}{5} x + 1 \sqrt{53x-3}; \quad 103. 13^x = 169;$$

$$104. 343^x = 7; \quad 105. 2^x + 4^x = 72;$$

$$106. 9^{x+1} - 3^{x+3} = 486; \quad 107. \log. (7x-9)^2 + \log.$$

$$(3x-4)^2 = 2; \quad 108. \frac{2^{3x-10} \cdot 3^{x+2}}{8^{x-4} \cdot 6 \cdot 7^{-x}} = \frac{1}{3} 9^{x-2};$$

$$109. x^{x+2} \sqrt{7776} = \frac{2^x \cdot 3^{x-2}}{4}; \quad 110. 5^x \cdot 3^{2x} = \sqrt[3]{91125};$$

$$111. 4^x = \sqrt[3]{262144}; \quad 112. \log. \sqrt{4 + 3x + 4x^2} -$$

$$\log. \sqrt{1-x+3x^2} = \frac{1}{2}; \quad 113. 10^{x^2-3x+4} = 100;$$

$$114. \log. x + \log. y = 3, \quad 3x - 2y = 609;$$

$$115. 5^x \cdot 2y = 200, \quad x - y = -1;$$

$$116. 4^{\log. x} \cdot 3^{\log. y} = 422, \quad 4^{\log. x} + 3^{\log. y} = 43.$$

35. §. Elsőfokú határozatlan egyenletek.

Egész számokkal megfejtendők:

1. $7x + 5y = 74$; 2. $8x + 3y = 53$;
 3. $16x + 4y = 1830$; 4. $2x + 17y = 70$;
 5. $10x - 3y = 5$; 6. $6x - 7y = 15$;
 7. $5x - 4y = 2$; 8. $\frac{4}{5}x + \frac{5}{6}y = 23$;
 9. $3x + 5y + 7z = 67$;
 10. $\begin{cases} x + y - 4z = -19 \\ 3x + 7y - 8z = 3 \end{cases}$
 11. $2x + 5y - 7z = 22$; $3x + 4y - 8z = 0$.

Positiv egész számokkal megfejtendők:

12. $17x - 12y = 25$; 13. $\frac{17x}{3} + \frac{5y}{3} = 39$;
 14. $11x + 2y = 84$; 15. $9x + 5y = 23$;
 16. $3x + 6y = 33$; 17. $8x - 3y = 10$;
 18. $6x - 8y - 6z = 2$;
 19. $x + y - z = 8$; $2x - y - 2z = 1$;
 20. $x + y + 2z = 17$; $x + 3y + 4z = 35$.
 21. Bontsuk 27-tet 5-tel és 4-gyel osztható két részre.
 22. Bizonyos gabona-kereskedő a búza q.-ét 16, a rozstét 12 k.-ért vette és 4468 k.-t adott ki. Hány q. buzát és hány q. rozstot vett?
 23. Ha valamely szám 18-szorosából egy másik 15-szörösét elveszem, még 7 megmarad. Melyik e két szám?
 24. Bontsuk 100-at 7 és 9-czel osztható két részre.
 25. Egy borkereskedőnek bizonyos fajta bora csak 147 l.-es, egy másiknak ugyanolyan csak 35 l.-es hordókban van. Hány hordót ad és hányat kap az első, hogy a másodikkal szemben fennálló 526 l. tartozását kiegyenlitse?
 26. Két szám közül az elsőt 17-tel osztva 1-et, a másodikat 19-czel osztva 10-et nyerek maradékul. Melyek e számok?
 27. Valaki 1 k.-ért 10, 14 és 18 fill.-es szivart akar venni. Hányféleképen teheti?
 28. 229 k.-ért 22 m. $5\frac{1}{3}$, 10 és 15 k.-s posztót vettem. Hány m.-t adtak mindenikből?
 29. Bizonyos társaság 71 k.-t költött, melyből egy férfire 6, egy nőre 4 s egy gyermekre 1 k. esett. Hány férfi, nő és gyermek volt a társaságban?

30. Valaki 1898-ban annyi idős, hogy éveinek száma születési éve számjegyeinek összegével egyenlő. Hány éves?

36. §. Másod- és felsőbbfokú egyenletek.

a) A gyökök és coefficiensek összefüggése.

Melyik azon másodfokú egyenlet, melynek gyökei:

1. 3 és -2 ; 2. 1 és -3 ; 3. 0.5 és -3 ;

4. -3 és -7 ; 5. $1 + \sqrt{6}$ és $1 - \sqrt{6}$;

6. $3 + 4i$ és $3 - 4i$; 7. $2\sqrt{3}$ és $-2\sqrt{3}$;

8. $2 + 5\sqrt{-1}$ és $2 - 5\sqrt{-1}$;

9. Melyik azon másodfokú egyenlet, melynél a gyökök összege 19, szorzata 70, vagy az összeg 3, a szorzat -84 ?

Mily értékű az $x^2 + px + q = 0$ egyenletre nézve:

10. $x_1 - x_2$; 11. $x_1^2 - x_2^2$; 12. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$;

13. $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$; 14. $x_1^3 - x_2^3$?

15. Fejtsük ki a 10—14 példában adott értékeket arra az esetre, ha $p = -7$, $q = 10$.

16. Milyen az összefüggés p és q között, ha $3x_1 - 2x_2 = 7$ és mivel egyenlő x_1 és x_2 feltéve, hogy $q = 5$.

17. Mivel egyenlő q az $x^2 - 4x + q = 0$ egyenletben, ha $x_1 = 3x_2$?

18. Mivel egyenlő p az $x^2 + px + 10 = 0$ egyenletben, ha $x_1^2 + x_2^2 = 29$?

19. Mivel egyenlő p a $4x^2 - 3px + p^2 = 0$ egyenletben, ha $x_1 - x_2 = \frac{5}{8}$?

Az egyenletek megoldása nélkül állapítsuk meg a következő egyenletek gyökeinek előjeleit:

20. $x^2 - 8x + 16 = 0$; 21. $2x^2 - 5x + 7 = 0$;

22. $x^2 - 2x - 3 = 0$; 23. $x^2 - 12x + 20 = 0$;

24. $3x^2 - 8x + 4 = 0$;

Két tényezőre bontandó:

25. $x^2 - 20x + 9$; 26. $x^2 - 4x - 45$;

27. $2x^2 - 3x - 5$; 28. $4x^2 - 4ax + a^2 - b^2$;

29. $x^2 - 2(a-1)x + a^2 - 2a - 3$.

b) Két egyenlet közös gyöke.

Van-e és ha igen, melyik a következő egyenleteknek közös gyöke:

30. $2x^2 - 3x - 14 = 0$ és $5x + 12 = 2$;
 31. $3x^2 - 6x - 9 = 0$ és $2x^2 + 3x - 27 = 0$;
 32. $x^2 - 6x + 5 = 0$ és $x^2 - 3x + 10 = 0$;
 33. $3x^2 - 5x - 8 = 0$ és $x^2 + 5x + 4 = 0$;
 34. $16x^2 + 4x - 2 = 0$ és $3x + \frac{1}{4} = 0$;
 35. $8x^2 - 2x - 1 = 0$ és $3x^2 - 2x + \frac{1}{4} = 0$.

Határozzuk meg m értékét úgy, hogy a két egyenletnek közös gyöke legyen:

36. $9x^2 - 15x + m = 0$ és $5x = 10$;
 37. $2x^2 - 4x - 6 = 0$ és $2x + m = 0$;
 38. $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$ és $2x^2 - mx + 4 = 0$;
 39. $mx^2 - 9x + 1 = 0$ és $5x - 1 = 0$;
 40. $x^2 + mx - 1 = 0$ és $x^2 + x + m = 0$;
 41. $mx^2 - 5x - 21 = 0$ és $x^2 - x + m = 0$.

c) Másodfokúra reducálható felsőbbfokú egyenletek.

Oldjuk meg a következő egyenleteket:

42. $x^4 - 8x^2 + 16 = 0$; 43. $x^4 - 2x^2 - 63 = 0$;
 44. $4x^4 - 7x^2 = 261$; 45. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$;
 46. $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$; 47. $x + 3\sqrt{x} = 18$;
 48. $4\sqrt[3]{x} + \sqrt[6]{x} = 39$;
 49. $\sqrt[3]{1+x} + 3\sqrt[6]{1+x} = 10$;
 50. $x^6 - 17x^3 - 270 = 0$; 51. $3^{2x} - 9 \cdot 3^x = 486$;
 52. $3\sqrt[3]{64} - 7^{2x}\sqrt[6]{64} + 2 = 0$;
 53. $x^6 - 28x^3 + 27 = 0$;
 54. $3x^2 - x + \sqrt{3x^2 - x + 2} = 0$;
 55. $x^8 - 97x^4 + 1296 = 0$;
 56. $x^2 + \sqrt{\frac{9}{4}x + x^2} = 30 - \frac{9}{4}x$;
 57. $x - 9\sqrt{x} + 12 = 0$; 58. $\sqrt[3]{x} - 2\sqrt[6]{x} + 3 = 0$;
 59. $2^{2x} - 25 \cdot 2^x + 144 = 0$.

d) Másodfokú egyenletrendszerek.

Megfejtendők:

60. $x + y = 7.5$, $xy = 14$;
 61. $5x - 2y = 0$, $xy = 13.5$;
 62. $xy = 63$, $x - y = 2$;

63. $x + y = 8, x^2 + y^2 = 34;$
 64. $x - y = 3, x^2 - 2y^2 = 17;$
 65. $12y - 5x = 2, 3x^2 + 5y^2 = 17;$
 66. $x + y = 7, \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{10};$
 67. $2x - y = 3, 2x^2 - 6x + y^2 = 17;$
 68. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 7, x - y = 7;$
 69. $5x^2 - 3xy + 10 = 0, 3x^3 - xy - 2 = 0;$
 70. $x^2y + y^2x = \frac{5}{2}, \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{2};$
 71. $x^2 + y^6 = 65, x^2 + y^3 = 9;$
 72. $x^2 + xy + y^2 = a, x - y = b;$
 73. $x^2 + y^2 = a, x + y = b;$
 74. $xy = a(x + y), x^2 + y^2 = b;$
 75. $x\sqrt{xy} + y\sqrt{xy} = 10, x^2 + y^2 = 17;$
 76. $x^2 + y^2 = m, \sqrt{x} + \sqrt{y} = n;$
 77. $x^2 - y\sqrt{xy} = 14, y^2 - x\sqrt{xy} = -7;$
 78. $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} = a, \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = b;$
 79. $xy(x + y) = 30, x^3 + y^3 = 35.$
 80. Két szám összege 17, szorzatuk 72, melyik e két szám?
 81. Két szám négyzetének összege 85, a két szám szorzata 18. Melyek e számok?
 82. Két szám négyzetének összegéhez az első számot adva 276, a másodikat adva 277 jön ki. Melyik e két szám?
 83. A derékszögű négyszög területe 15 m^2 , kerülete 16 m. Hány m. egy-egy oldal?
 84. Két szám négyzetének összege 289; ha az első egygyel, a másodikat 3-mal növeljük, a négyzetek összege 389 lesz. Melyek e számok?
 85. Négy szám számtani haladványt alkot, a 2 szélső tag szorzata 55, a 2 középsőé 63. Melyek e számok?
 86. A számtani haladvány 1. és 3. tagjának négyzete 26, a 2. és 4. tag négyzetének összege 34. Melyik e haladvány?
 87. A mértani haladvány 5 első tagjának összege 242, a 2. és 4. tag összege 60. Melyik a haladvány?
 88. A számtani haladványban az 1. és 2. tag négyzetének összege 100, a 2. és 3. tag négyzetének összege 164. Melyik e sor?

89. A mértani haladvány 3. és 4. tagjának összege 180, a 8. és 9. tagé 43740. Melyik e haladvány?

e) Binom egyenletek.

90. $x^2 - 1 = 0$; 91. $x^3 - 125 = 0$; 92. $x^4 - 1 = 0$;
 93. $x^5 - 1 = 0$; 94. $x^6 - 1 = 0$; 95. $x^3 = 343$;
 96. $x^4 = 81$; 97. $x^4 = a^4$; 98. $0.15 x^5 = 153.6$;
 99. $x^{10} + 1 = 0$; 100. $x^6 + 64 = 0$;
 101. $x^4 - \sqrt[5]{256} = 0$; 102. $x^7 = -10 + 21\sqrt{7}$;
 103. $x^{10} = \sqrt{23 - 3i}$; 104. $x^6 = -\frac{1}{2} - \frac{i}{2}\sqrt{3}$

f) Recipros egyenletek.

106. $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$;
 107. $4x^3 - 21x^2 + 21x + 4 = 0$;
 108. $abx^3 - (a^2 + b^2 - ab)x^2 - (a^2 + b^2 - ab)x + ab = 0$;
 109. $15x^4 - 112x^3 + 162x^2 + 112x + 15 = 0$;
 110. $x^4 - 3x^3 + \frac{13}{4}x^2 - 3x + 1 = 0$;
 111. $3x^4 + 7x^3 - 30.25x^2 + 7x + 3 = 0$;
 112. $\operatorname{tg}^4 x + \frac{5}{6}\operatorname{tg}^3 x - 2\operatorname{tg}^2 x + \frac{5}{6}\operatorname{tg} x + 1 = 0$;
 113. $x^4 + ax^3 + bx^2 - ax + 1 = 0$;
 114. $3ax^4 - (9a^2 + 1)x^3 + (9a^2 + 1)x^2 - 3a = 0$;
 115. $x^5 + 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1 = 0$;
 116. $x^5 + \frac{5}{2}x^4 - \frac{3}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{5}{2}x + 1 = 0$;
 117. $12x^6 - 103x^4 + 285x^3 - 285x^2 + 103x - 12 = 0$.

g) Harmadfokú egyenletek.

118. $x^3 - 15x - 50 = 0$; 119. $3x^3 - 8x - 8 = 0$;
 120. $6x^3 - 4x + \frac{1}{4} = 0$; 121. $x^3 + 9x^2 + 27x + 1 = 0$;
 122. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$;
 123. $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$; 124. $x^3 - 7x + 6 = 0$;
 125. $x^3 + 6x^2 + 12x - 6 = 0$;
 126. $x^3 - 27x = 54$; 127. $x^3 - 7x = 6$;
 128. $2x^3 - 14 = x$; 129. $\sqrt{3x + 10} = \sqrt[3]{7x + 90}$;
 130. $x^3 - 9x - a = 0$.
 131. Melyik szám az, melynek köbe 4-gyel nagyobb, mint 15-szöröse?
 132. A henger köbtartalma 50.45 m^3 . Magassága 2-vel nagyobb az alapkör sugaránál. Mennyi a sugár?
 133. Melyik szám az, melynek negyede négyzetének ötödével szorozva 50-et ad?
 134. Melyik szám az, melynek fele, harmada és negyede egymással szorozva 72-t ad?

135. Az egyenes kúp köbtartalma $339 \cdot 12 \text{ m}^3$, magassága $m = \frac{3}{2} r$. Mennyi r ?

37. §. A maximum és minimum érték meghatározása.

Határozzuk meg a következő függvények maximum, vagy minimum értékét:

1. $2x^2 - 5x + 7$; 2. $-2x^2 + 5x - 2$; 3. $8 + 2x - x^2$;

4. $\frac{3x}{x^2 + x + 1}$; 5. $ax^2 + bx - c$; 6. $\frac{x^2 - x - 4}{x - 1}$;

7. $\frac{1}{x} + \frac{1}{1-x}$; 8. $3x + 4(5-x)^2$;

9. $\frac{2x - 3 + \sqrt{13 - 4x}}{2}$; 10. $\sqrt{a-x} + \sqrt{5x - (a+1)}$;

11. $3x^2 - 12x + 1$; 12. $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1}$.

13. 80 két szorzóra bontandó, melyek összege minimum.

14. Írjunk négyzetet az a oldalú négyzetbe, melynek területe minimum.

15. Melyik a körbe írható legnagyobb derékszögű négyszög?

16. 70 két részre bontandó, melyek szorzata maximum.

17. 85 két részre bontandó, melyek négyzetgyökeinek összege maximum.

18. Az egyenlő területű derékszögű négyszögek közül melyiknek minimum a kerülete?

19. Az egyenlő térfogatú derékszögű paralelepipedonok közül melyiknek legkisebb a felülete?

20. Adott egyenes kúpba hengert írjunk, melynek oldalfelülete maximum.

21. Írjunk adott gömbbe egyenes kúpot, melynek térfogata maximum.

22. AB egyenes két részre bontandó úgy, hogy a részek fölé írt négyzetek területe maximum legyen.

23. Gömbbe egyenes hengert írjunk, melynek térfogata maximum.

24. Gömb köré írjunk egyenes kúpot, melynek felszíne maximum.

25. Adott felszín mellett melyik a legnagyobb térfogatú egyenes kúp?

38. §. A sorok és a kamatos-kamatszámítás.

Képezzük a következő végtelen geometriai haladványok összegét:

$$\begin{array}{ll}
 1. \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots & 2. 5 + \frac{15}{4} + \frac{45}{16} + \dots \\
 3. \frac{8}{3} + \frac{4}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \dots & 4. 3 - 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \dots \\
 5. 1 + 0.1 + 0.01 + \dots & 6. \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \\
 7. 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \dots & 8. 49 + 7 + 1 + \frac{1}{7} + \dots
 \end{array}$$

9. Melyik az a geometriai haladvány, melynél az 1. és 3. tag összege 5, a 2. és 4.-é 10?
 10. Melyik az a geometriai haladvány, melynél 3 tag összege 26, szorzata 216?
 11. A geom. haladvány 4 tagjából alkotott négyzetek összege 21.25, az 1. tag egy félel kisebb, mint a 2-ik, a 3-ik 2-vel, mint a 4-ik. Melyik e haladvány?
 12. A geometriai haladvány első tagja 5, hányadosa $\frac{1}{3}$. Mennyi a végtelen sok tag összege?

Változtassuk közönséges törtekké a következő tiszta és vegyes szakaszos tizedes törteket:

$$\begin{array}{l}
 13. 0.\dot{3}; \quad 14. 0.\dot{5}\dot{7}; \quad 15. 0.\dot{2}12\dot{8}; \quad 16. 0.\dot{3}4\dot{8}; \quad 17. 0.\dot{3}4\dot{5}; \\
 18. 0.27\dot{3}7\dot{1}.
 \end{array}$$

Igtassunk 3—3 tagot, úgy hogy geometriai haladványt képezzenek:

19. 2 és 10 közé; 20. 3 és 80 közé.
 21. Egy játékos első téte 1 k., azt elveszti; a 2-ik tét 2 k., azt is elveszti, a 3-ik tét 4 k. s így mindig megkétszerezve téteit 12-szer vesz. Mennyi az összes vesztesége?

Vizsgáljuk meg convergens-e a következő sorok:

$$\begin{array}{ll}
 22. \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots & \\
 23. 1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{1.2.3.4} + \dots & \\
 24. 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots & 25. 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \dots \\
 26. \frac{1}{\sqrt{1.4}} + \frac{1}{\sqrt{2.5}} + \frac{1}{\sqrt{3.6}} + \dots & \\
 27. \frac{1}{1^n} + \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} + \dots & 28. \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \dots
 \end{array}$$

$$29. 1 + \frac{3}{2} + \frac{5}{2^2} + \frac{7}{2^4} + \frac{9}{2^4} + \dots \quad 30. \frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{3}{27} + \frac{4}{81} + \dots$$

Milyen x érték mellett convergenssek a következő sorok :

$$31. 1 + x + x^2 + x^3 + \dots \quad 32. \frac{x}{1} + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \dots$$

$$33. \frac{x}{1} + \frac{x^2}{1 \cdot 2} + \frac{x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dots \quad 34. x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots$$

$$35. x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots \quad 36. 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$

37. Mennyire nő 5125 k. 14 év alatt az 5^o/_o-os kamatos-kamatokkal?
38. Mily nagy tőke nő 15 év alatt 4¹/₂^o/_o mellett kamatos-kamatokkal 22820 k.-ra?
39. Hány év alatt 3-szorozódik meg a tőke 5^o/_o mellett?
40. 4825 k. 8 év alatt hány ^o/_o mellett nő 10000 k.-ra?
41. Félévi kamatosítás mellett mily nagy tőke nő 6^o/_o mellett 12 év alatt 50000 k.-ra?
42. Mennyi a 12 év múlva esedékes 10000 k. mai értéke? (4^o/_o félévi kam.)
43. Hány év alatt nő 20000 k. 37038·9 k.-ra? (4¹/₂^o/_o ¹/₄ évi kam.)
44. Mennyi pénze lesz a 20-ik év végén annak, ki minden év elején 300 k.-t helyez el félévi kamatosítás mellett 5^o/_o-ra?
45. Mily nagy tőkét kellett 12 évig minden év elején 4^o/_o-ra elhelyeznünk, hogy ma 15000 k.-t kapjunk?
46. Bizonyos házra 25000 k.-t vesznek fel 5^o/_o-ra. Mily évi részletek mellett törleszthető le a tőke 20 év alatt?
47. Mily nagy összeg törleszthető 8 év alatt 5^o/_o mellett 12000 k. s évi részletekkel?
48. Az év végén esedékes 4500 k.-s részletekkel hány év alatt lehet 20302·75 k.-t letörleszteni (5^o/_o)?
49. Hány év alatt nő 14000 k. 4·5^o/_o mellett annyira, mint 18000 k. 8 év alatt 4^o/_o mellett?
50. Mily utólagos 10 részletben lehet 18000 k. adósságot törleszteni (5^o/_o)?
51. Valaki tartozik 14720 k.-val. Minden év végén fizet 2000 k.-t. Hány év alatt fizeti le adósságát (6^o/_o)?
52. Hány év alatt lesz kétszeres azon ország népes-

sége, a hol az évi szaporodás a népesség 1:256 része?

53. Valamely város népessége 10 év alatt 72000-ról 85200-ra szaporodott. Hány év múlva várható, hogy e városnak 150000 lakója lesz?
54. Bizonyos házért 5000 k.-t azonnal és 25 évig minden év végén 2500 k.-t kell fizetni. Mennyi volt a vételár? (5%)
55. Valaki elhelyez 50000 k.-t 5%-ra. Mennyi pénze lesz a 13-ik év végén, ha minden év kezdetén kivesz 2000 k.-t?
56. 9500 k.-hoz minden év elején 450 k.-t teszünk. Mennyi pénzünk lesz 15 év múlva (4%)?
57. Mennyit kell évenként 20 éven át megtakarítani, hogy 4½%-os félelvi kamatosítás esetén 15 évig, 1500 k. évjáradékhoz legyen igényünk?
58. Törlesztési-terv készítendő 35 évre 60000 k. kölcsön 3%-os félelvi visszafizetésére.
59. 35 év alatt (5%) mily nagy kölcsönt törlesztetünk évi 375 k.s részletekkel?
60. Egy részvénytársaság 5000000 k. kölcsönt 24 év alatt (4%) kíván törleszteni. Mennyi az évi részlet?
61. Hány év alatt lesz valamely erdő kiirtva, ha a fakészlet 18000 öl, az évi fogyasztás 1250 öl s a szaporodás 1.75%?
62. A fakészlet 118700 m³; a növekvés 2⅓%: mennyi az évi fogyasztás, ha az erdőt 11 év alatt kiirtják?
63. A 12000 k.-s ház vételára 15 év alatt félelvi előleges részletekben törlesztendő. Mennyi 1—1 részlet 5.5%-ot számítva.
64. Valaki 25 évig minden 5-ik évben 2400 k. járadékot élvez; mennyi ennek végértéke (4%)?
65. Veszit-e a biztosító-társaság (4.5%), ha valaki 25 éves korában 10000 k.-ra biztosítja életét, évente 240 k. díjat fizet és 55 éves korában meghal?
66. Mennyit kap nagykorúságakor az a fiú, kinek 8 éves korában 15000 k.-t helyeztek el (5%), ha évi tartásdíja 800 k.?
67. Mennyi pénzünk lesz a 15. év végén, ha az első év elejére 350 k.-t s minden következő év elején 50 k.-val többet fizettünk be (4%)?
68. Hány % mellett lesz 15 év alatt a tőke megkéttszerezve?

69. Mennyit ér a még 13 évig esedékes évi 400 k. járadék (5%)?
 70. Az 1300 k.-s év végén még 13 évig esedékes járadékot 10 évig az év elején esedékessé kívánjuk átváltoztatni. Mennyi az új járadék (5¹/₄%)?

39. §. A kapcsolástan elemei.

Képezzük az összes lehetséges permutációkat a következő elemekből :

1. 12345; 2. abcde; 3. 11122344; 4. $a^3 b^2 c d$;
 5. Hányféleképen változtathatja egy asztal körül 7 egyén a helyét?
 6. Hány 10-jegyű szám lehet, melyeknek jegyeik különbözők?
 7. Hányadik permutációja „atlasz“ az „asztal“ szónak?
 8. Hányadik permutációja „kereséd“ ige az „érdekes“ szónak?
 9. Képezzük az $abcdef$ elemek 587-ik permutációját.
 10. Képezzük a „Balaton“ szó 2457-ik permutációját.

Mennyi az összes lehetséges ambo, ternó, quaternó :

11. 8 elemből; 12. $abcdef$ elemekből;
 13. 56 elemből; 14. 90 elemből.
 15. Hányféleképen lehet a 32 kártyát 4 játékos közt szétosztani?
 16. Hány különböző vetést tehetünk 3 kockával?

Képezzük az ismétlés nélkül való 2-ös és 3-as variációkat a következő elemekből :

17. abc ; 18. $abcd$; 19. $abcde$; 20. vörös—fehér—zöld.
 21. Képezzük a jelzett variációkat ismétléssel.
 22. Hány ismétlés nélkül való 4-es variációt képezhetünk 6 elemből?
 23. Hány ismétléssel való 3-as variációt képezhetünk 5 elemből?
 24. Hány 3 számjegyű szám képezhető 1, 2, 3, — — — 9-ből?
 25. 4 elemből hányadrendű ismétléssel való variációt képezhetünk 1024-et?

40. §. A kéttagúak szorzatai és hatványai.

Képezzük a következő szorzatokat :

1. $(x + 3)(x + 5)(x + 7)(x + 9)(x + 11)$;

2. $(x + \frac{1}{4})(x + \frac{1}{5})(x + \frac{1}{6})(x + \frac{1}{7})(x + \frac{1}{8})$;
 3. $(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)(x - 6)$;
 4. $(x - \frac{1}{2})(x - \frac{1}{3})(x - \frac{1}{4})(x - \frac{1}{5})(x - \frac{1}{6})$;
 5. $(3x - 4)(4x - 5)(5x - 6)(6x - 7)$;
 6. $(mx + a)(nx + b)(px + c)(qx + d)$.

Kifejtendő néhány tagja a következőknek :

7. $(\sqrt{x+7})^8$; 8. $(x+iy)^8$; 9. $\sqrt[5]{1-x}$; 10. $\sqrt[7]{a+bi}$;
 11. $(a-bi)^{2/3}$; 12. $(x - \frac{a}{b})^{1/5}$; 13. $(m+ni)^{1/3}$;
 14. $(x+y)^{-5}$; 15. $(1+x)^{-7}$; 16. $(1-ix)^{-3}$;
 17. $(a-b)^{-m}$; 18. $(1+x)^{-1/4}$; 19. $(x-2)^{-2/3}$;
 20. $(1-x)^{-1/7}$; 21. $(p+q\sqrt{-1})^{1/2}$.

Fejtsük ki 5 tizedes helyre a következő irracionális számokat :

22. $\sqrt{2}$; 23. $\sqrt{5}$; 24. $\sqrt{10}$; 25. $\sqrt[3]{4}$; 26. $\sqrt[3]{428}$;
 27. $\sqrt[3]{3\cdot 002}$; 28. $\frac{1}{5}\sqrt[3]{3}$; 29. $\sqrt[3]{0\cdot 99}$; 30. $\sqrt{36+1}$;
 31. $\sqrt{36-1}$.

Igazoljuk be, hogy :

$$32. \binom{r}{r-3} = \binom{r}{3}; \quad 33. \binom{15}{4} = \binom{15}{11};$$

$$34. \binom{a+1}{b+1} = \binom{a}{b} + \binom{a}{b+1};$$

$$35. \binom{10}{5} = \binom{9}{4} + \binom{9}{5}.$$

$$36. \text{Mivel egyenlő: } \binom{6}{0} + \binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6} \text{ és } \binom{5}{0} - \binom{5}{1} + \binom{5}{2} - \binom{5}{3} + \binom{5}{4} - \binom{5}{5}?$$

$$37. \text{Mivel egyenlő: } \binom{3}{3} + \binom{4}{3} + \binom{5}{3} + \binom{6}{3} + \binom{7}{3} + \binom{8}{3}?$$

38. Hány ágyugolyó van a 3 oldalú pyramis 15-ik rétegében, ha a legfelsőben 1, a 2-ikban 3, a 3-ikban 6 golyó stb. van.
39. A csonkapyramisban hány golyó van, ha az alsó háromszög minden oldala p , a felsőnek minden oldala q golyót tartalmaz?
40. Hány golyó van a négyzetalapú teljes pyramisban, ha a rétegek száma: 12, vagy 20?

Stampfel Károly kiadásában Pozsonyban

megjelent

és általa s minden hazai könyvárustól megszerezhető:

A tudományok Zseb-könyvtára

30 krajczáros = 60 filléres füzetekben.

Eddigelé a következő füzetek jelentek meg:

1. **Földrajzi és statisztikai tabellák.** Összeállította Hickmann A. és Péter J.
2. **Számtani és algebrai példatár.** Irta Dr. Lévy E.
3. **Kis latin nyelvtan.** Irta Dr. Schmidt M.
4. **Magyar irodalomtörténet.** Irta Gaal M.

Legközelebb pedig szintén — időhöz nem kötötten — következő kötetek megjelenése van tervbe véve:

Szerves kémia.

Szervetlen kémia.

Görög nyelvtan.

Római régiségek.

Geometriai példatár.

Kísérleti természettan.

Magyar nyelvtan.

Magyar helyesírás.

Magyar stílusztika.

Magyar retorika.

Magyar poétika.

Német nyelvtan.

Német helyesírás.

Német irodalomtörténet.

Francia nyelvtan.

Angol nyelvtan.

Olasz nyelvtan.

Egyetemes irodalomtörténet

Magyarok története.

Világtörténet.

Egyháztörténet.

Római jog.

Egyházjog.

Nemzetgazdaságtan.

Pénzügytan.

Magyar magánjog.

