

600.

SUR LES TRAVAUX  
**GÉODÉSIIQUES EXÉCUTÉS EN HONGRIE**  
SPÉCIALEMENT  
**A L'AIDE DE LA BALANCE DE TORSION**

RAPPORT PRÉSENTÉ A LA XVI-ÈME  
CONFÉRENCE GÉNÉRALE DE L'ASSOCIATION  
GÉODÉSIIQUE INTERNATIONALE

PAR LE

**BARON ROLAND EÖTVÖS**  
PROFESSEUR DE L'UNIVERSITÉ DE BUDAPEST



**BUDAPEST**  
VICTOR HORNYÁNSZKY, IMPRIMERIE DE LA COUR IMP. ET ROYALE  
1909.

**MTA**  
**KIK**



*As H. Ca.*

880083

142.

SUR LES TRAVAUX  
**GÉODÉSIQUES EXÉCUTÉS EN HONGRIE**  
SPÉCIALEMENT  
**A L'AIDE DE LA BALANCE DE TORSION**

RAPPORT PRÉSENTÉ A LA XVI-ÈME  
CONFÉRENCE GÉNÉRALE DE L'ASSOCIATION  
GÉODÉSIQUE INTERNATIONALE

PAR LE

**BARON ROLAND EÖTVÖS**  
PROFESSEUR DE L'UNIVERSITÉ DE BUDAPEST



BUDAPEST  
VICTOR HORNYÁNSZKY, IMPRIMERIE DE LA COUR IMP. ET ROYALE  
1909.

1874. évi évkönyv  
MAGYAR TUDOMÁNYOS ÉS HITTUDOMÁNYOS  
TUDÓSOK  
ÉRTÉKELÉSE A KÖNYVTÁR ÉS MUSEUM

MAGY. AKADEMIA  
KÖNYVTÁRA



## INTRODUCTION.

La XV-ième conférence générale de l'Association Internationale Géodésique a exprimé le désir que les recherches commencées par le rapporteur fussent continuées. Les chefs du gouvernement hongrois n'ont pas tardé à s'occuper de ce désir d'une manière digne de cette corporation scientifique. Son Excellence M. le COMTE ALBERT APPONYI, dont nous connaissons les efforts pour faire participer la Hongrie à tous les travaux de culture, a demandé quelque temps après la clôture de la conférence mon opinion sur les moyens les plus efficaces pour satisfaire les vœux de l'association.

Après avoir reçu et discuté mes propositions il a fait insérer dans le budget de l'État hongrois la somme annuelle de 60,000 couronnes, laquelle a été mise à ma disposition avec le prompt consentement de M. le DOCTEUR ALEXANDRE WEKERLE, président du conseil et ministre des finances, pour les années 1907, 1908 et 1909. Par ces moyens offerts avec tant de confiance je me voyais obligé de faire tout mon possible pour perfectionner et fixer la méthode de la balance de torsion n'en perdant jamais de vue le but qui est : de révéler la distribution des masses dans l'écorce terrestre.

En premier lieu j'avais à examiner, si la balance de torsion permettait vraiment de mesurer, exempte de toute influence nuisible, en accord avec les données du pendule et du plomb, les dérivées de la pesanteur. En dehors des expériences avec la balance de torsion on avait donc à exécuter encore des mesures avec le pendule et des déterminations des hauteurs du pôle. C'est à la cordialité de M. le Prof. L. DE BODOLA, que je dois d'avoir pu gagner pour ces travaux M. CHARLES OLTAY, adjoint à sa chaire. Dispensé de tout autre devoir, M. OLTAY se rendit à Potsdam, où il fut cordialement reçu dans l'Institut R. Prussien de Géodésie et où il eut l'occasion de s'approprier, par un travail de plusieurs mois, l'habileté nécessaire à l'exécution des mesures des hauteurs du pôle et des mesures relatives avec le pendule. M. OLTAY revint de Potsdam avec un appareil à quatre pendules de STÜCKRATH (système de l'Institut Géodésique) et avec d'autres appareils soigneusement examinés, dont il avait besoin et commença ici le travail, dont il avait été chargé.



Je suis heureux de pouvoir exprimer ici mes profonds sentiments de gratitude à l'Institut R. Prussien de Géodésie qui de cette manière nous a épargné les premières difficultés.

Ma première tâche fut maintenant de recueillir une série de données assez ample pour pouvoir comparer les résultats des mesures exécutées à l'aide de la balance de torsion avec celles où l'on se servait du pendule et du plomb. Je préférerais pour ce but un territoire moins étendu, muni de beaucoup de stations, pour assurer une comparaison rigoureuse. A cette fin mes collaborateurs à toute épreuve MM. le DR. D. PEKÁR et E. FEKETE ont exécuté des mesures avec la balance de torsion sur un territoire de 400 km<sup>2</sup> environ, faisant partie de la grande plaine hongroise (Alföld), à l'est d'Arad jusqu'au pied des montagnes contiguës.<sup>1)</sup> En 1906 on a fait des mesures sur 85 stations et en 1907 sur 84 autres stations.

En 1908 M. OLTAY se rendit sur le même territoire et détermina à l'aide de mesures relatives avec le pendule la différence de la pesanteur entre des stations choisies exprès et en outre la déviation du plomb dans le méridien sur autant de points.

En mettant en oeuvre les données numériques ainsi obtenues, notre méthode reçut une base solide, et nous pouvions l'étendre à des territoires plus vastes. Nous avons commencé ce travail l'automne 1908 en parcourant une partie de la grande plaine et les lits des fleuves Tisza et Duna (Danube) qui croisent la plaine du nord au sud. L'expédition, dont cette fois encore M. ETIENNE RYBÁR faisait partie comme observateur assidu, partant de Arad, se dirigea sur une ligne en zig-zag vers l'ouest et dut terminer ses travaux devenus impossibles à cause des rigueurs de l'hiver, entre Szeged et Szabadka à 150 km environ du point de départ.

M. CH. OLTAY lui-même suivait cette fois les traces de la balance de torsion et déterminait à l'aide de ses pendules les différences de pesanteur entre les stations Arad, Makó, Szeged, Szabadka et Baja. Ce voyage dans l'inconnu, loin des montagnes et de toute autre irrégularité dans la distribution des masses, avait un charme particulier.

Marchant sur la plaine tout à fait unie, nos instruments nous révélaient cependant toujours quelque chose de ce qui était caché en dessous et nous pouvions diriger nos pas toujours de manière à suivre ou à croiser une série de masses pour la connaître de cette façon de mieux en mieux.

Nous suivîmes d'abord une crête de montagne souterraine se dirigeant vers l'ouest, puis nous rencontrâmes une seconde série de masses, coupant la première presque en angle droit; le caractère tout-à-fait spécial de celle-ci se manifestait aussi dans les perturbations magnétiques parallèles et de même sens avec les perturbations de la pesanteur. Le territoire plus éloigné vers l'ouest paraît être moins perturbé.

Mais, comme une expédition traversant une seule fois un pays ne suffit pas pour en établir la topographie, de même il serait trop tôt de vouloir tirer des conséquences sur

---

<sup>1)</sup> Voir le rapport de l'auteur dans les «Abhandlungen der XV. Konferenz der internationalen Erdmessung».

la distribution des masses souterraines de l'Alföld en se basant sur ces premières observations. Pour donner une base solide à nos résultats, on a besoin d'explorer tout le pays par un travail de longue durée. J'espère pouvoir l'exécuter grâce au secours du gouvernement hongrois.

Les déterminations et les résultats seront publiés le plus tôt possible dans des rapports spéciaux et détaillés. Le rapport présent parcontre se restreindra aux résultats de ces recherches ayant un caractère plus général, qui nous révéleront en même temps, quelles questions relatives à la distribution des masses invisibles, sont résolubles à l'aide de la balance de torsion.

À côté des déterminations exécutées en pleine campagne avec la balance de torsion nous trouverons donc dans ce rapport même, des mesures de la force magnétique et des recherches exécutées au laboratoire pour perfectionner les méthodes des observations et en consolider les fondements.

---

## I. Perfectionnement des instruments et des méthodes d'observation.

Bien que les instruments décrits dans mon rapport de 1906 eussent répondu aux exigences principales, je me proposais tout de même de les remplacer par d'autres qui, permettant un maniment plus commode et des déterminations plus promptes, conservent et même surpassent la sensibilité des premiers.

Pour diminuer les difficultés et les frais de transport, des appareils de moindre dimension seraient souhaitables. Mais des considérations théoriques et l'expérience faite avec un tel appareil m'ont appris, qu'on ne devait pousser trop loin la diminution des dimensions.

La position d'équilibre de la balance de torsion ne dépend pas exclusivement des deux forces principales, c'est-à-dire de la force élastique qui tend à annuler la torsion du fil et de la composante horizontale de la pesanteur, mais aussi d'une série d'autres forces, qui doivent être éliminées ou bien insérées dans le calcul comme corrections, autant que possible.

Les principales causes d'erreurs sont les suivantes :

1. Déplacements de la position d'équilibre causés par l'hystérèse élastique.
2. Déplacements causés par les variations de la température et par la torsion remanente du fil.
3. Forces perturbatrices magnétiques.
4. Influences de la cage entourant la barre de la balance, principalement par la radiation de ses parois inégalement chauffées.
5. Inégalité de la pression causée par la température inégale de l'air dans la cage.

Les deux premières causes perturbatrices dépendent uniquement du fil de torsion, la troisième varie avec le matériel de la barre et est en proportion de la masse de celle-ci. Les causes 4 et 5 dépendent au contraire des forces qui agissent sur la surface de la barre, et qui augmentent par conséquent avec le moment de surface de la barre.

On peut donc représenter le déplacement  $v$  de la position d'équilibre par une formule générale de la forme suivante :

$$v = \varepsilon + \alpha(t - t_0) + \frac{\mu M}{\tau} + \lambda \frac{\Sigma F l}{\tau} + \gamma \frac{K}{\tau}$$

Ici dénote :

$\varepsilon$  le déplacement causé par l'hystérèse élastique,

$\alpha$  le coefficient de la variation de la torsion avec la variation de la température  $t - t_0$



$\mu$  le moment rotatoire magnétique sur l'unité de la masse,  $M$  la masse de la barre,  $\tau$  la constante de torsion du fil,

$\lambda$  le moment rotatoire de toutes les forces agissant sur la surface, dans le cas où le moment de surface est égal à l'unité,  $\Sigma F_l$  le moment de surface,

$\gamma$  le moment rotatoire de la pesanteur sur une barre avec le moment d'inertie  $I$  et  $K$  le vrai moment d'inertie.

Vu que le dernier terme de cette équation contient le déplacement causé par la pesanteur que nous avons à mesurer, nous devons faire tout ce qui est possible pour que ce dernier terme surpasse en proportion les autres; c'est pour cela que nous donnerons à nos instruments des dimensions, pour lesquelles non seulement  $\frac{K}{\tau}$  mais  $K$  même, le moment d'inertie de la barre, soit déjà assez considérable. C'est seulement dans ce cas, que ce terme dépassera suffisamment les termes contenant  $\lambda$  et  $\mu$ . Cependant la question se pose si on ne pourrait arriver au même résultat en diminuant l'appareil, et avec cela le coefficient de  $\mu$  et de  $\lambda$ . Sans redouter ni soins ni frais je me proposais de résoudre la question des petits appareils.

A l'aide du mécanicien M. F. Süss de Budapest j'ai construit trois types nouveaux de mes instruments, qui les a exécutés en répondant aux hautes prétentions qu'on a droit de faire quant à des appareils semblables.

*Premier type.* Un instrument double avec des barres longues seulement de 10 cm pesant chacun 5 grammes. Le moment d'inertie d'une barre était de 90 c. g. s. environ,  $\tau$  plus petit que 0.002, la durée d'une oscillation presque 700 secondes.<sup>1)</sup>

On prit tous les soins pour obtenir une température égale dans l'intérieur de l'instrument. C'est pour cela que toute la cage, même celle qui entourait les fils de torsion, et qui avait en somme une hauteur de plus de 65 cm, a été enfoncée dans un cylindre métallique, entouré par un tube spirale de cuivre; un courant d'eau circulant dans la spirale devait assurer l'égalité de la température. La lecture de la position d'équilibre s'effectuait à l'aide des prismes qui conduisaient la lumière des échelles placées en haut aux miroirs des barres et les retournaient de là aux lunettes fixés également au dessus de la cage.

*Deuxième type.* Un instrument tout semblable à celui que j'ai décrit dans mon rapport de 1906, mais de dimensions réduites; poids de la barre = 20 gr., longueur de la barre = 20 cm., moment d'inertie = 2000 c. g. s.,  $\tau = 0.04$ .

*Troisième type.* L'instrument contient trois barres symétriques sans le poids pendant plus bas, et pour cela il donne seulement les valeurs de  $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$  et de  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$ . Les trois barres sont suspendues l'une sous l'autre dans des cages séparées dont les parois se

<sup>1)</sup> Chez les instruments anciens, dont j'ai fait usage jusqu'à présent la longueur des barres est de 40 cm, leur poids de 80 gr, leur moment d'inertie de 20 000 c. g. s. environ, la durée d'oscillation de 700 secondes, et  $\tau = 0,4$ .

coupent sous des angles de 120 degrés. Par cette disposition l'instrument permet l'exécution et la répétition très prompte des observations. Le poids d'une barre est de 20 gr, sa longueur de 22 cm, le moment d'inertie de 2100 c. g. s., la durée d'une oscillation de 700 sec. environ.

Il m'est impossible d'entrer ici dans les détails de construction de ces instruments, que j'ai perfectionnés sur plus d'un point.

Les expériences exécutées avec les nouveaux appareils ont montré que le petit instrument, pour la construction duquel nous avons pris tant de peine, ne répondait point à nos attentes. Suspendant d'abord les barres sur des fils fins de quartz, puis, couvrant les fils d'une couche métallique qui devait conduire l'électricité, nous avons finalement employé des fils métalliques : or les positions d'équilibre présentèrent des désaccords qui augmentaient quelquefois jusqu'à une division entière de l'échelle et même plus, tandis que dans les mêmes conditions les lectures de l'instrument ancien, plus grand, ne différaient de plus que d'une ou de deux dixièmes d'une division. Des perturbations par forces magnétiques furent impossibles, car l'intensité de la force magnétique fut artificiellement presque annulée.

Cet insuccès nous apprit d'une manière suffisante qu'il n'était pas possible — en réduisant les dimensions de l'appareil — de réduire les forces perturbatrices dans la proportion de la constante de torsion, pour recevoir la durée d'oscillation dont on a besoin.

Les deux instruments nouveaux, de grandeur moyenne, donnent des résultats beaucoup plus satisfaisants. Des expériences exécutées jusqu'ici dans des localités fermées, au laboratoire, nous font espérer, que, même à la campagne, elles atteindront la précision des grands instruments, déjà éprouvés, ou qu'au moins ils ne seront pas beaucoup moins précis que ceux-ci.

N'ayant pas réussi à pousser plus loin la précision des observations par la construction d'appareils nouveaux, je cherchais à y arriver en étudiant les causes perturbatrices. Les sources des erreurs principales sont les variations de la température qui à la campagne atteignent, assez souvent, les dix à vingt degrés par jour. Après de longues recherches, j'ai réussi à constater que la variation de la température agit en deux manières différentes sur la position d'équilibre de la barre ; d'une part elle agit sur le fil — c'est l'influence dont j'ai fait mention plus haut — d'autre part sur la barre et les parois qui l'entourent, en les chauffant inégalement. A l'aide d'appareils construits spécialement à ce but, je pus séparer ces deux actions différentes et démontrer, que la première — comme c'était déjà connu — dépend d'un coefficient individuel du fil, tandis que la deuxième dépend de la position de la barre dans la cage et augmente proportionnellement avec la vitesse de la variation de la température. Après avoir reconnu cela, je suis arrivé à réduire — avec bon succès — à température constante les observations faites devant un calorifère placé à trois mètres de l'appareil et chauffé jusqu'à l'ignition et refroidi ensuite. On peut donc espérer que de cette façon, il sera peu à peu possible d'utiliser, même des observations exécutées en pleine campagne, sous le toit d'un

abri irradié par le soleil. Pour les données reçues pendant des variations de température très lentes de la nuit, cette correction est presque insensible, de sorte que je peux me borner à la mention générale de ce fait, qui doit encore être examiné de plus près.

Il me reste à décrire deux changements encore que j'ai également introduit aux instruments anciens.

J'ai pourvu ces instruments d'un nouvel appareil d'arrêt qui permet de fixer, pendant le transport, la position de la barre et même celle du poids suspendu par des manivelles appliquées à l'extérieur de la cage, ce qui réduit beaucoup le manœuvre quand on veut placer l'instrument dans une station. En outre j'ai appliqué à l'instrument un dispositif permettant de faire croître à notre gré l'amortissement des oscillations et de faire les lectures des positions d'équilibre dans des intervalles de temps plus courts. Le dispositif se compose de deux plaques horizontales en cuivre, fixées au fond et en haut dans la cage entourant la barre, de façon qu'elles peuvent être soulevées et abaissées à l'aide d'un vis. La variation de la hauteur de la cage ainsi obtenue, cause une variation bien sensible de l'amortissement et il est facile de la pousser jusqu'aux limites où le mouvement de la barre devient apériodique. Arrivé à peu près à cette limite, il suffit déjà de moins d'une heure pour que la barre se calme complètement après un mouvement très véhément, causé par la rotation de la cage au moment du changement de position de l'appareil. Avant l'application de ce dispositif, le temps nécessaire à l'amortissement complet de l'appareil était 1 heure et 40 minutes; pendant la même durée de temps, à l'aide de l'amortisseur, il est donc possible d'effectuer presque deux fois plus de déterminations qu'auparavant.

C'est à M. le Professeur O. HECKER que je dois l'incitation à chercher les moyens de rendre les déterminations plus promptes. En construisant un instrument semblable au mien M. le Prof. HECKER voulait le perfectionner de la même manière et, en outre, il a pourvu son instrument de dispositifs pour des rotations automatiques et pour la régistration photographique. La dernière méthode d'observation a plusieurs avantages: on possède un document authentique de l'expérience et on peut suivre le mouvement entier de la barre, ce qui exclue des erreurs causées par le hasard dans les lectures immédiates.

Si, jusqu'ici je ne pouvais me décider à établir sur mes instruments la régistration photographique, c'est que, d'une part, je me méfiais des dispositifs nouveaux pouvant être sources de nouvelles erreurs et, d'autre part, que je ne voulais pas refuser l'avantage offert par les lectures directes, qui donnent tout de suite des renseignements sur la distribution de la pesanteur au lieu même de l'expérience et rendent possible le choix de la station suivante en tenant déjà compte des observations faites immédiatement auparavant.

## II. Observations à l'aide de la balance de torsion, mesures relatives avec le pendule et déterminations des déviations relatives du plomb, exécutées sur le même territoire.

L'exécution de ces trois types de recherches sur les irrégularités de la pesanteur me semblait d'une importance spéciale, car elle avait à démontrer, que la balance de torsion est vraiment capable à révéler les variations locales de la pesanteur, c'est-à-dire de la même force, qui détermine le mouvement du pendule et la direction du plomb.

Une première tentative semblable échoua. J'ai mentionné dans mon rapport de 1906 le désaccord considérable qui se montrait entre les valeurs de la différence de l'accélération de la pesanteur, calculées d'une part à l'aide de mes déterminations exécutées avec la balance de torsion, et d'autre part à l'aide de mesures relatives exécutées avec le pendule par M. le Général v. STERNECK, pour deux stations au bord du lac Balaton: Boglár et Fonyód. Je crois, que le désaccord a été causé par l'inconstance des pendules employés.

La nécessité s'impose donc d'une comparaison des deux méthodes sur la base d'une série de déterminations suffisante, exécutées avec tous les soins nécessaires sous une direction unique.

Nous avons exécuté de telles recherches comparatives dans le territoire d'Arad, exploré en détail, non seulement pour les différences de l'accélération, mais aussi pour les déviations relatives du plomb.

### a) *Comparaison des valeurs de $\Delta g$ calculées à l'aide des observations sur la balance de torsion avec les valeurs mesurées à l'aide du pendule.*

Pour calculer  $\Delta g$ , la différence de la pesanteur entre deux stations A et B, à l'aide de la balance de torsion, nous nous servons de la formule suivante, en utilisant les données d'une série de stations 1, 2, 3, . . . , n interpolées:

$$\begin{aligned} \Delta g = & \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial^2 U}{\partial s \partial z} \right)_A + \left( \frac{\partial^2 U}{\partial s \partial z} \right)_1 \right\} \Delta s + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right)_A + \left( \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right)_1 \right\} \Delta z + \\ & + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial^2 U}{\partial s \partial z} \right)_1 + \left( \frac{\partial^2 U}{\partial s \partial z} \right)_2 \right\} \Delta s + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right)_1 + \left( \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right)_2 \right\} \Delta z + \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial^2 U}{\partial s \partial z} \right)_n + \left( \frac{\partial^2 U}{\partial s \partial z} \right)_B \right\} \Delta s + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right)_n + \left( \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right)_B \right\} \Delta z$$

L'approximation qu'on obtient avec cette formule peut être poussée plus loin en multipliant le nombre des stations interpolées et en diminuant en même temps leurs distances mutuelles.

Dans le cas présent le calcul sera essentiellement simplifié par cette remarque que les valeurs de  $\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$  diffèrent très peu de leur valeur normale et les différences des hauteurs ( $\Delta z$ ) sont partout minimales de sorte qu'on peut calculer la partie de la différence de pesanteur due à la différence de hauteur par la formule :

$$= 3086 \cdot 10^{-9} (h_A - h_B)$$

où  $h_A$  et  $h_B$  dénotent les hauteurs des points A et B au-dessus du niveau de la mer.

J'ai donc comparé les résultats, calculés d'après cette formule des déterminations par la balance de torsion, aux valeurs déduites par M OLTAY de ses mesures exécutées avec le pendule.

Le tableau suivant nous fait voir les valeurs déduites par les deux méthodes différentes :

	Distance en Kilomètres	Nombre des stations dans l'intervalle	Différence de hauteur en mètres	$\Sigma \left( \frac{\partial^2 U}{\partial s \partial z} \right)_m \Delta s$	$\Sigma \left( \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right)_m \Delta z$	Valeurs de $(\Delta g)_t$ obtenues par la balance de torsion	Valeurs de $(\Delta g)_p$ obtenues par le pendule	$(\Delta g)_t - (\Delta g)_p$
Kuvin—Hidegkút	12	21	-11	+0,0369	+0,0034	+0,0403	+0,039	+0,001 <sub>3</sub>
Livadia—Kuvin	9	9	-7	-0,0013	+0,0021	+0,0008	0,000	+0,000 <sub>8</sub>
Pankota—Livadia	13	10	-11	-0,0071	+0,0034	-0,0037	-0,008	+0,004 <sub>3</sub>
Kuvin—Arad	20	17	+12	+0,0202	-0,0037	+0,0165	+0,017	-0,000 <sub>5</sub>
Pankota—Arad via Kuvin	42	36	-6	+0,0118	+0,0018	+0,0136	+0,009	+0,004 <sub>6</sub>
Pankota—Arad via Kurtics	50	18	-6	+0,0069	+0,0019	+0,0088	+0,009	-0,000 <sub>2</sub>

On trouve les lieux des stations d'observation sur la carte ci-jointe; les stations, où l'on a exécuté des mesures avec le pendule ont été marquées par un signe spécial.

L'accord entre les valeurs trouvées par deux méthodes tellement différentes est très suffisant. La différence  $(\Delta g)_t - (\Delta g)_p$  ne touche en beaucoup de cas pas même la millionième partie de l'accélération entière; dans un seul cas (Pankota—Livadia) cette différence est un peu plus grande, mais elle est encore toujours moindre que  $\frac{1}{200000}$  de l'accélération. La différence totale (Pankota—Arad via Kuvin) contient comme somme la différence Pankota—Livadia et est presque de la même grandeur que celle-ci; vu l'accord complet entre les valeurs déduites par une autre voie (Pankota—Arad via Kurtics) nous sommes d'avis, que la densité des stations entre Pankota et Livadia n'était pas suffisante pour obtenir un résultat plus précis.

On doit remarquer que la valeur moyenne de l'erreur dans le calcul de  $\Delta g$  augmente avec la distance des stations interpolées.

Si l'on divise l'intervalle entre A et B en  $n$  parties égales à  $\frac{s}{n}$ , en supposant que la moyenne de  $\frac{\partial^2 U}{\partial s \partial z}$  soit affectée dans chaque petit intervalle d'une erreur  $\pm v$ , alors on aura pour  $\Delta g$  dans chaque petit intervalle l'erreur moyenne :

$$\pm \frac{s}{n} v,$$

tandis que l'erreur résultante de la différence de pesanteur entre A et B est :

$$\pm \frac{s}{\sqrt{n}} v,$$

au contraire, si les intervalles entre les stations sont plus grands, il sera possible d'obtenir des valeurs plus grandes même pour l'erreur  $v$ .

C'est pour cela que dans le contrôle des déterminations par la balance de torsion j'ai utilisé seulement des séries de stations avec des intervalles assez petits qui, par exemple entre Hidegkút et Kuvin, n'étaient jamais plus grands d'un demi kilomètre et ne dépassaient jamais le kilomètre entre Kuvin et Livadia.

Le calcul de semblables séries d'observations qui ayant d'autres buts se suivent à des intervalles beaucoup plus considérables, donne déjà des valeurs plus grandes pour la différence  $(\Delta g)_t - (\Delta g)_p$ . J'ai calculé par exemple cette différence à des intervalles de cinq à six kilomètres et j'ai trouvé pour Makó—Arad la valeur  $-0.010$ , pour Szeged—Makó  $-0.009$ , pour Szabadka—Szeged  $-0.002$ .

b) *Comparaison des déviations du plomb calculées à l'aide des observations faites sur la balance de torsion, avec les valeurs déduites par des méthodes astronomiques-géodésiques.*

Dans mon rapport de l'année 1906 j'ai montré, comment on pouvait calculer les déviations relatives du plomb vers le nord et vers l'est dans un territoire entièrement exploré avec la balance de torsion, si l'on a mesuré par des méthodes astronomiques-géodésiques une seule composante de la déviation du plomb entre deux points de ce territoire.

N'ayant encore aucune donnée à ma disposition, je devais me borner pour lors à montrer ce calcul dans un exemple, où j'ai supposé une déviation méridionale quelconque. Depuis j'ai réussi à combler cette lacune; car, grâce à la collaboration de M. OLTAY je dispose maintenant de valeurs authentiques des déviations méridionales dans divers points du territoire d'Arad. On trouve ces valeurs dans le tableau suivant:

Station	Coordonnées géographiques mesurées sur la carte spéciale 1 : 75000		Latitude géodésique	Latitude astronomique	Déviation du plomb vers le nord    $\varphi$ astr. — $\varphi$ géod.
	$\varphi$	$\lambda$	$\varphi$ géod.	$\varphi$ astr.	
Pankota	46°21'04	39°21'85	46°21' 7" 100	46°21' 7" 10 ± 0,26	0"0
Világos	46°15'96	39°16'22	46°15'58" 380	46°15'58" 71 ± 0,27	+ 0"3
Kuvin	46°10'00	39°15'00	46°10' 1" 624	46° 9'58" 75 ± 0,22	- 2"9
Paulis	46° 6'40	39°15'41	46° 6'24" 802	46° 6'16" 09 ± 0,28	- 8"7
Zábrány	46° 4'57	39°14'62	46° 4'40" 788	46° 4'32" 85 ± 0,25	- 7"9
Nagyhalom	46°19'08	39° 0'28	46°19' 6" 455	46°19' 4" 91 ± 0,32	- 1"5
Mikalaka	46°10'38	39° 2'29	46°10'27" 866	46°10'25" 40 ± 0,20	- 2"5

D'autre part j'avais recueilli sur ce même territoire quantité d'observations exécutées à l'aide de la balance de torsion dans presque 200 stations, dont j'ai calculé — d'après la méthode indiquée dans mon rapport de 1906 — la composante X dirigée vers le nord et la composante Y dirigée vers l'est de la force causant la déviation du plomb.

Pour éviter des confusions, je dénote ici par X et Y les quantités désignées là par  $\xi$  et  $\eta$ , pour pouvoir suivant l'usage (cf. Albrecht, Formeln und Hülftafeln) désigner par  $\xi$  et  $\eta$  les déviations du plomb vers le nord et vers l'est (astr.-géod.).

On aura donc :

$$\begin{aligned} X &= -g\xi \\ Y &= -g\eta \end{aligned}$$

On reçoit avec ce calcul les valeurs suivantes de l'ordre de  $10^{-3}$  c. g. s.

pour Pankota :	$X = +35,92 + 28,80a$
„ Világos :	$„ = + 8,78 + 15,24a$
„ Kúvin :	$„ = - 1,22 - 0,22a$
„ Paulis :	$„ = +12,09 - 9,31a$
„ Zábány :	$„ = + 1,90 - 13,70a$
„ Mikalaka :	$„ = - 2,72 + 0,83a$
„ Nagyhalom :	$„ = + 9,22 - 0,89a$

On ne peut déduire la valeur de „a“ des déterminations faites uniquement à l'aide de la balance de torsion ; mais la solution du problème ne comporte aucune difficulté si l'on emploie la valeur de  $\xi$  obtenue par les méthodes astronomiques-géodésiques. Certes, on obtiendrait de meilleurs résultats en utilisant toutes les valeurs  $\xi$ , dont nous disposons ; cependant nous ne ferons d'abord le calcul qu'avec les données astronomiques et géodésiques de deux stations pour montrer que cela suffit déjà complètement.

Nous choisirons les stations Zábány et Pankota et désignerons par  $X_z$  et  $X_p$  les composantes de la force causant la déviation vers le nord dans ces stations.

On trouve alors en partant des observations avec la balance de torsion :

$$X_z - X_p = - 34,02 - 42,50 a$$

D'autre part on obtient du tableau de M. OLTAY déduit des mesures astronomiques-géodésiques :

$$\xi_z - \xi_p = - 7''9$$

On aura donc :

$$X_z - X_p = -g(\xi_z - \xi_p) = + 37,55 \cdot 10^{-3} \text{ c. g. s.}$$

Utilisant ces deux valeurs de  $X_z - X_p$  on reçoit :

$$- 34,02 - 42,50 a = + 37,55$$

et enfin :

$$a = - 1,6840$$

C'est avec cette valeur de „a“ que j'ai calculé les déviations relatives du plomb des stations du tableau de M. OLTAY et je les ai comparées dans le tableau suivant avec les valeurs déduites par des méthodes astronomiques-géodésiques :



Station	Déviation du plomb vers le nord		Différence: balance — —astr.-géod.
	balance de torsion	astron.-géod.	
Pankota	0	0	0
Világos	-0"9	-0"3	-0"6
Kuvin	+2"5	+2"9	-0"4
Paulis	+8"5	+8"7	-0"2
Mikalaka	+1"8	+2"5	-0"7
Nagyhalom	+2"3	+1"5	+0"8

L'accord entre les résultats des deux méthodes est très suffisant, car il faut remarquer, que les mesures astronomiques-géodésiques sont affectées d'une erreur moyenne de  $\pm 0"4$ ; l'accord est le plus complet entre les stations Kuvin et Paulis où le réseau des observations était le plus dense; il est un peu moins suffisant au lieu où l'intervalle des stations était plus grand (Nagyhalom—Mikalaka). On trouve presque le même résultat si l'on calcule la valeur de  $\alpha$  en utilisant toutes les valeurs de  $X$  et de  $\xi$ . Le calcul des erreurs donne le résultat suivant :

$$\alpha' = -1,7027$$

et on aura le tableau suivant pour la comparaison des méthodes :

Station	Déviation du plomb vers le nord		Différence: balance — —astr.-géod.
	balance de torsion	astron.-géodés.	
Pankota	0	0	0
Világos	-0"8	-0"3	-0"5
Kuvin	+2"6	+2"9	-0"3
Paulis	+8"6	+8"7	-0"1
Zábrány	+8"1	+7"9	+0"2
Mikalaka	+1"9	+2"5	-0"6
Nagyhalom	+2"3	+1"5	+0"8

De toutes ces recherches comparatives exécutées ici dans deux directions différentes on peut déduire les conclusions suivantes qui confirment la confiance que nous avons pour la balance et aussi pour le pendule :

1. La balance de torsion peut vraiment servir à la détermination des dérivées de la pesanteur mesurable à l'aide du pendule et du plomb.

2. Les observations faites à l'aide de la balance de torsion autorisent l'espoir de pouvoir mesurer les différences de la pesanteur à l'aide des déterminations relatives par le pendule avec une précision, qui peut être poussée jusqu'à une millionième de la pesanteur totale.

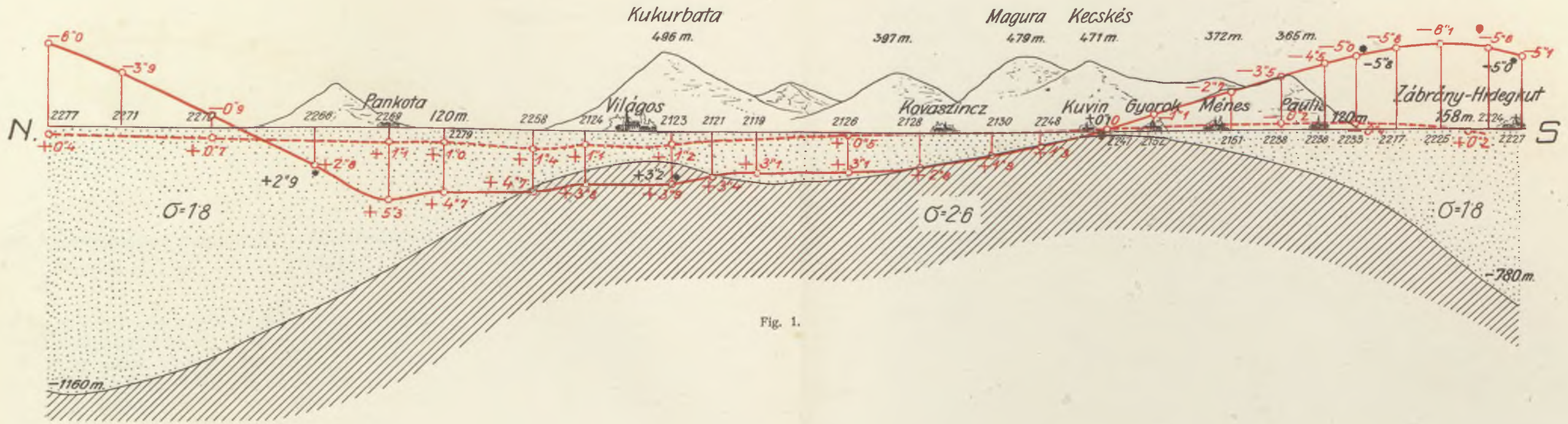
3. En réduisant les intervalles des stations intermédiaires il est possible de déterminer la différence de la pesanteur entre des stations même plus éloignées (20—30 km), avec la même précision, qu'on obtient par le pendule.

4. On peut déterminer à l'aide de la balance de torsion les deux composantes de la déviation du plomb pour un nombre quelconque de points situés dans un territoire moins étendu (20—30 km<sup>2</sup>), supposé qu'on aura mesuré une seule composante pour deux stations de ce territoire par des méthodes astronomiques-géodésiques.<sup>1)</sup>

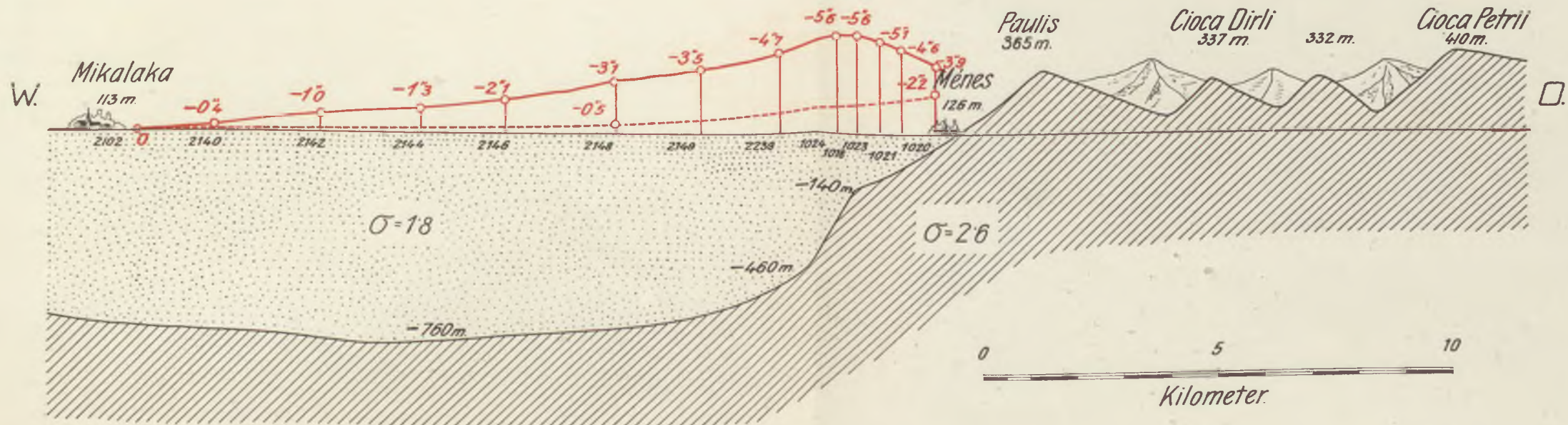
---

<sup>1)</sup> Pendant l'impression de ce rapport (20 Août) l'auteur venait d'apprendre de M. Ch. OLTAY, qu'il avait accompli sa tâche de déterminer la déviation latitudinale du plomb entre les stations Kuvín et Mikalaka (dans le territoire d'Arad) à l'aide de méthodes astronomiques-géodésiques. Un calcul préliminaire donna pour la déviation du plomb vers l'est (Kuvín—Mikalaka) une valeur de 8" environ, qui ne diffère que d'une seconde près de la valeur trouvée pour la même quantité à l'aide de nos observations exécutées par la balance de torsion.

Déviations du plomb vers le nord sur le méridien 39°15' à l'est de Ferro.

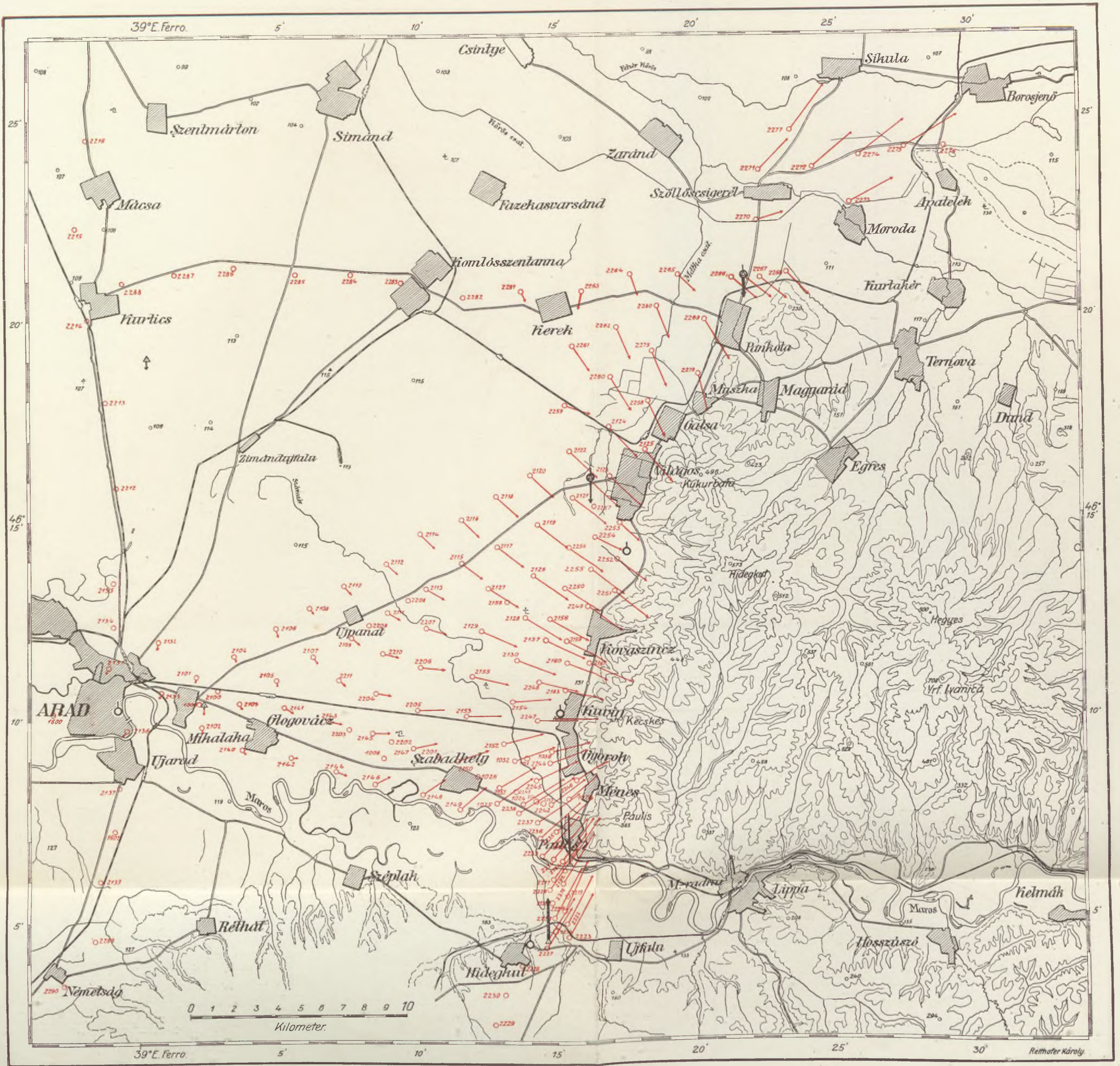


Déviations du plomb vers l'est sur le cercle parallèle de Ménés ( $\varphi = 46^{\circ}8'$ ).



Déviations relatives du plomb.

Composante méridionale = 0 dans la station 2153, composante vers l'est = 0 à Mikalaka.



Échelles des déviations du plomb.

Observations avec la balance de torsion.

Détermination de la hauteur du pôle.

Observations avec le pendule.

### III. Représentation graphique des déviations du plomb dans le territoire d'Arad.

Avant de publier toutes les données des observations et tous les calculs, j'ajoute ici une carte représentant les déviations du plomb dans le territoire d'Arad, nous faisant voir principalement, comment les lacunes des observations astronomiques-géodésiques peuvent être comblées à l'aide des observations faites avec la balance de torsion.<sup>1)</sup> Par des raisons mentionnées dans mon rapport de 1906 la déviation du plomb vers le nord a été posée égal à zéro à Kuvín, et la déviation vers l'est à Mikalaka.

Les *composantes méridionales* des déviations du plomb, déterminées par des méthodes astronomiques-géodésiques, et aussi les déviations *totales* déduites des observations faites par la balance de torsion sont désignées par des flèches proportionnées aux grandeurs des déviations, les premières sont représentées par des flèches noires, les autres par des flèches rouges. Leur direction coïncide avec la direction des forces causant la déviation du plomb, de manière que p. ex. une flèche montrant vers le nord représente une déviation vers le nord  $\xi$  (astr.-géod.) de signe négatif. Les deux déviations de Pankota et de Zábrány ont été désignées par des flèches noires plus grosses, pour indiquer, qu'il s'agit ici d'une oeuvre de la balance de torsion.

Je publie ici deux autres dessins; l'un (fig. 1) représente *les déviations du plomb dans le méridien* sur une ligne courant sur la plaine à 2 ou 3 km. à l'ouest des montagnes et suivant le méridien  $39^{\circ} 13'$  à l'est de Ferro; l'autre (fig. 2) nous fait voir *les déviations latitudinales* sur une partie du cercle parallèle de Ménes ( $\varphi = 46^{\circ} 8'$ ).

Dans ces dessins les composantes des forces déviantes dirigées vers le nord et vers l'est sont les ordonnées (positives vers le haut) sur un axe des abscisses que représente en même temps le profil plan de l'Alföld.

---

<sup>1)</sup> Entre Györök et Hidegkút les stations sont si resserrées, qu'à quelques stations on a supprimé les flèches, tandis que six stations n'ont pas été dessinées sur la carte.

Les valeurs des déviations du plomb sont données en secondes dans le sens astronomique-géodésique, de sorte que leur valeur positive correspond à des forces perturbatrices qui se dirigent vers le sud ou vers l'ouest.

Près de la ligne rouge continue qui montre la distribution des déviations du plomb on trouvera sur chaque figure une deuxième ligne intermittante. Ces lignes représentent les déviations calculées produites uniquement par les masses visibles. Les points marqués par un \* désignent les déviations déterminées par des méthodes astronomiques.

Ces figures nous donnent même quelque renseignement sur les roches plus denses, cachées sous l'alluvion plus meuble et peu dense. Les profils du bassin ont été tracés selon les variations observées de la pesanteur en supposant une densité de 2.6 pour les roches, formant le bassin et de 1.8, pour l'alluvion qui les couvre.

La ligne rouge continue mérite à mon avis une attention spéciale: elle nous fait voir, qu'en nous approchant des montagnes la force causant la déviation du plomb atteint son maximum déjà à quelques kilomètres de leur pied. De plus près encore la force s'amoin-drit comme si une force répulsive, ayant sa source dans les montagnes, manifestait son effet. De pareilles propriétés des déviations du plomb ne présentent rien de nouveau, mais le cas présent devient intéressant, parceque la distribution énigmatique des déviations gagne une explication même numérique par la présence des masses souterraines cachées à nos yeux.

---

#### IV. Réflexions sur la portée des diverses méthodes d'observation de la pesanteur pour révéler la distribution des masses.

Après avoir ajouté une nouvelle méthode aux anciennes dont on se servait dans les recherches sur la pesanteur, je me demandais, quelles sont ses avantages et ses désavantages par rapport aux premières. Je veux bien aborder cette question à cause d'un mémoire très intéressant dû à M. le Professeur A. VENTURI,<sup>1)</sup> qui après la critique de ma méthode fait connaître son opinion sur la portée de celle-ci. J'espère que M. le professeur VENTURI, en apprenant ce que j'ai dit et ce que je vais dire ici, aura la conviction que nos opinions ne sont pas trop éloignées.

Les deux chapitres précédents de ce rapport sont déjà consacrés à ce sujet. Pour les compléter je veux comparer les méthodes nouvelles et les anciennes selon les renseignements qu'elles sont capables de nous donner sur les masses cachées à nos yeux et qui se manifestent seulement par leur attraction.

On ne peut obtenir de tels renseignements qu'à l'aide de „recherches synthétiques sur l'influence des masses données“, comme l'exprime M. le Geheimrat F. R. HELMERT dans le deuxième tome de ses „Theorien der höheren Geodäsie“.

Vu les limites restreintes de ce rapport je me bornerai à choisir un seul exemple caractéristique des distributions possibles des masses. J'y joindrai des réflexions d'un intérêt plus général.

Je suppose que sous l'alluvion meuble et peu dense d'une plaine (telle par exemple l'Alföld en Hongrie) se trouve un fond de roches plus dense, qu'y forme une longue chaîne de montagnes rectilignes avec une vallée parallèle.

La figure 3 montre le profil transversal de cette distribution supposée des masses.

Sur cette figure la droite, représentant la surface plane de la terre, a été divisée en parties égales et les nombres près des divisions indiquent les distances en kilomètres

---

<sup>1)</sup> A. VENTURI, Teoria della bilancia di torsione di Eötvös. Palermo, 1908.

mesurées du point  $O$ . Les dimensions et la position du profil des roches plus denses sont déterminées par les données suivantes; le profil

est horizontal de  $a$  jusqu'à  $b$ , profondeur: 500 mètres  
 s'élève "  $b$  "  $c$  de 250 "  
 descend "  $c$  "  $d$  " 250 "  
 est horizontal "  $d$  "  $e$  profondeur: 500 "  
 descend "  $e$  "  $f$  de 250 "  
 s'élève "  $f$  "  $g$  " 250 "  
 est horizontal "  $g$  "  $h$ , profondeur: 500 "

Je suppose que la densité des roches qui constituent le fond soit de 2.6 et celle des masses supérieures de 1.8. En admettant que dans la direction  $s$  la chaîne des montagnes s'étende jusqu'à l'infini, on pourra calculer aisément les perturbations normales à  $s$ . Les résultats des calculs sont réunis dans le tableau suivant.

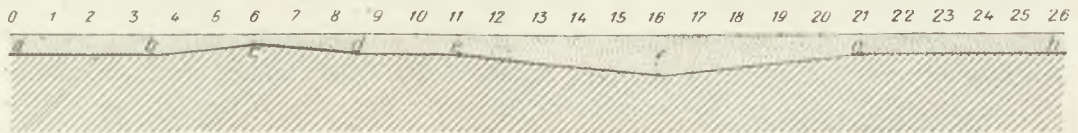


Fig. 3.

$n$ distance en kilomètres	$\frac{\partial^2 U}{\partial n \partial z}$ unité: $10^{-9}$ c. g. s.	$\Delta g$ unité: $10^{-3}$ c. g. s.	$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial n^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial s^2}\right)$ unité: $10^{-9}$ c. g. s.	$\frac{\partial U}{\partial n}$ unité: $10^{-3}$ c. g. s.	Déviations du plomb (astr.—géod.) en secondes
0	+ 0,2	0	+ 0,9	0	0''0
1	+ 0,5	+ 0,0 <sub>4</sub>	+ 1,7	+ 0,1	0''0
2	+ 1,2	+ 0,1	+ 3,5	+ 0,4	-0''1
3	+ 5,2	+ 0,5	+ 8,0	+ 1,0	-0''2
4	+21,4	+ 1,8	+ 3,0	+ 1,4	-0''3
5	+25,3	+ 4,0	-17,2	+ 0,7	-0''1
6	- 0,5	+ 5,3	-49,7	- 2,7	+0''5
7	-26,3	+ 4,0	-18,6	- 6,1	+1''3
8	-22,7	+ 1,5	- 0,4	- 7,1	+1''5
9	- 7,2	0	+ 2,4	- 6,9	+1''5



n distance en kilomètres	$\frac{\partial^2 U}{\partial n \partial z}$ unité: $10^{-9}$ c. g. s.	$\Delta g$ unité: $10^{-3}$ c. g. s.	$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial n^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial s^2}\right)$ unité: $10^{-9}$ c. g. s.	$\frac{\partial U}{\partial n}$ unité: $10^{-3}$ c. g. s.	Déviations du plomb (astr.—géod.) en secondes
10	— 5,7	— 0,7	— 6,4	— 7,1	+1''5
11	—16,9	— 1,8	—13,0	— 8,1	+1''7
12	—26,5	— 4,0	— 0,7	— 8,8	+1''8
13	—26,4	— 6,6	+ 9,9	— 8,3	+1''7
14	—23,6	— 9,1	+19,7	— 6,9	+1''5
15	—16,8	—11,1	+30,7	— 4,3	+0''9
16	— 0,1	—12,0	+38,5	— 1,9	+0''4
17	+16,7	—11,1	+30,4	+ 1,6	—0''3
18	+23,4	— 9,1	+19,0	+ 4,0	—0''8
19	+26,2	— 6,6	+ 8,9	+ 5,4	—1''2
20	+26,2	— 4,0	— 2,4	+ 5,8	—1''2
21	+16,2	— 1,9	—15,7	+ 4,9	—1''0
22	+ 4,3	— 0,9	—11,0	+ 3,5	—0''7
23	+ 1,8	— 0,6	— 7,0	+ 2,6	—0''5
24	+ 1,1	— 0,4	— 5,2	+ 2,0	—0''4
25	+ 0,7	— 0,3	— 3,7	+ 1,6	—0''3
26	+ 0,5	— 0,3	— 2,9	+ 1,2	—0''3

Supposons maintenant que la précision du pendule puisse être poussée réellement jusqu'à  $10^{-3}$  c. g. s. et celle de la balance de torsion jusqu'à  $10^{-9}$  c. g. s., selon les données du tableau précédent; alors la présence et même jusqu'à un certain degré la distribution des masses perturbantes se manifesterait à l'observateur muni du pendule, et de même à celui, qui serait muni de la balance de torsion. Bien entendu, on aurait besoin d'observations en plusieurs points de la ligne longue de 26 km. Toutefois la balance de torsion posséderait dans ce cas des avantages décisifs comme le montrent les nombres relativement grands de la colonne 2 et 4. Par contre, il serait presque impossible d'atteindre le même but à l'aide des déterminations des déviations du plomb.

Substituons maintenant à ce cas de la distribution des masses un autre cas semblable à celui-ci, mais de dimensions différentes, alors — en cas d'accroissement — les avantages du pendule sont manifestes: mais en cas d'amointrissement ceux de la balance de torsion sont incontestables. C'est parce que l'action des masses distribuées et situées de façons semblables est en proportion des dimensions linéaires, tandis que leur

action sur la balance de torsion reste indépendante de ces dimensions. La balance de torsion mérite donc notre attention spécialement comme un instrument, qui peut donner des renseignements sur des masses trop petites pour être révélées par le pendule.

La sensibilité de cette balance nous promet beaucoup, mais pas tout. Je crois qu'on n'arrivera pas à en pousser la sensibilité à tel degré qu'on puisse constater les translations de masses minimales, qui devraient précéder les tremblements de terre tectoniques, et qu'il sera donc impossible de satisfaire aux espoirs de ceux qui croyaient pouvoir déduire des pronostics de catastrophes pareilles à l'aide de ces instruments. Au contraire, on pourra aborder avec plus de succès les phénomènes volcaniques à l'aide de la balance de torsion, parce que des déplacements de masses plus grandes y arrivent.

Outre la grande sensibilité qui rend la balance de torsion capable de découvrir même de petites masses perturbatrices, je lui trouve un deuxième avantage important : la balance de torsion peut servir à l'égal d'une aiguille aimantée, de guide quand on cherche des irrégularités dans la distribution des masses, car déjà après un nombre réduit d'observations, elle nous montre la direction dans laquelle on doit suivre ses traces. La balance de torsion est principalement un instrument pour découvrir et poursuivre des plissés, des trous, des déplacements et des failles, donc toutes ces irrégularités de l'écorce terrestre, qui excitent l'intérêt des géologues spécialement comme lignes tectoniques.

Mais quels que soient les mérites de la balance de torsion quant à sa contribution dans les recherches sur de pareilles limites perturbées, elle ne pourra jamais remplacer complètement le pendule dans la détermination de la grandeur des masses perturbatrices. A cet effet il nous faut connaître la valeur de  $\Delta g$ ; et même s'il est possible — comme je l'ai démontré plus haut — de déterminer avec la précision du pendule cette valeur pour des distances de quelques dizaines de kilomètres à l'aide d'une série d'observations par la balance de torsion, on s'expose pourtant avec cette méthode à la possibilité de graves erreurs, spécialement en se bornant à un petit nombre de stations trop espacées. Si l'on voulait par exemple déduire la différence de l'accélération entre les stations 0 et 26 de notre figure 3 à l'aide d'observations avec la balance de torsion exécutées sur cinq stations seulement (0, 7, 14, 21, 26) on obtiendrait pour  $\Delta g$  au lieu de la valeur  $-0,3$ , le nombre  $-25,0$ , ce qui serait absolument faux.

Cet exemple nous fait bien voir, comment les deux espèces d'observations tendant vers le même but, doivent se compléter mutuellement. Si un observateur plaçait ses pendules seulement aux points 0 et 26, il n'aurait aucune connaissance de la chaîne des masses, qui s'étend entre ces points, tandis qu'un autre, — muni de la balance de torsion — ayant bien découvert ces masses souterraines, se voyant en contradiction avec les données du pendule, pourra compléter ses observations en interpolant des stations nouvelles.

Je crois enfin, que la balance de torsion pourra nous rendre des services très importants pour la solution de certaines questions de l'isostasie.

Des groupements de masses qui se manifestent à nos yeux dans les grandes chaînes de montagnes de la terre (les Alpes, le Caucase, les Andes, l'Himalaya) agissent sur la

balance de torsion à des distances très grandes, même de quelques centaines de kilomètres. Par exemple une chaîne de la hauteur moyenne de 1500 mètres, large de 200 km, dont les masses possèdent une densité de 2,6, cause une telle perturbation de la pesanteur, qu'à 100 km du pied de la montagne la valeur de  $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial n^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial s^2}\right)$  est égale à  $3,5 \cdot 10^{-9}$ , à 200 km à  $1,3 \cdot 10^{-9}$  et à 300 km encore elle atteint  $0,7 \cdot 10^{-9}$ .<sup>1)</sup>

Nos observations de l'année 1908 ont donné comme valeur moyenne de 55 stations distantes à 30—150 km de la montagne les nombres suivants :

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\right)_m = + 7,5 \cdot 10^{-9} \text{ au lieu de la valeur normale de } + 8,1 \cdot 10^{-9}$$

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}\right)_m = + 1,6 \cdot 10^{-9} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad 0$$

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)_m = + 6,5 \cdot 10^{-9} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad + 4,9 \cdot 10^{-9}$$

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}\right)_m = - 1,0 \cdot 10^{-9} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad 0$$

Dans le territoire où nous avons poursuivi nos recherches, l'action des montagnes, spécialement de celles qui remplissent le bassin de la Transylvanie, est de l'ordre d'environ  $+ 10^{-9}$  dans la valeur moyenne de  $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$ .

Cependant les valeurs moyennes citées ne peuvent être bien utilisées dans la recherche sur l'isostasie, parce que les stations ont été choisies toujours de façon à poursuivre la perturbation locale une fois découverte; les déterminations sont donc affectées par ces perturbations.

Un haut intérêt se rattacherait à une recherche semblable au nord ou au sud des Alpes, des deux côtés du Caucase et par excellence dans les Pampas de l'Argentine, d'où pourraient résulter des renseignements sur l'isostasie de tout un continent.

<sup>1)</sup> Le calcul a été exécuté après la formule suivante, valable pour un prisme infini, couché sur le plan horizontal

$$\frac{\partial^2 U}{\partial n^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial s^2} = 2 H \sigma G \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right)$$

où H dénote la hauteur du prisme, r et r' les distances de ses deux bords, G la constante de la gravitation et  $\sigma$  la densité du prisme.

## V. Mesures de perturbations magnétiques exécutées parallèlement aux observations avec la balance de torsion.

Dans mon rapport de 1906 j'ai remarqué, que les composantes des forces magnétiques exercées par une masse de roches magnétiques se rattachent de près à ces manifestations de leur attraction, qui peuvent être précisément mesurées avec la balance de torsion.

Pour une masse de roches homogènes au point-de-vue magnétique, on aura :

$$X = \frac{\alpha}{\sigma G} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\beta}{\sigma G} \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} + \frac{\gamma}{\sigma G} \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z}$$

$$Y = \frac{\alpha}{\sigma G} \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} + \frac{\beta}{\sigma G} \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\gamma}{\sigma G} \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z}$$

$$Z = \frac{\alpha}{\sigma G} \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} + \frac{\beta}{\sigma G} \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z} + \frac{\gamma}{\sigma G} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

où X, Y, Z dénotent les composantes rectangulaires de la force magnétique exercée par la masse,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  les composantes de son aimantation, V le potentiel de son attraction,  $\sigma$  la densité et G la constante de la gravitation. Ces équations ouvrent un vaste territoire pour des travaux communs de la balance de torsion et de l'aiguille aimantée et sont destinées de donner des renseignements sur bien des secrets de la distribution des masses invisibles.

On voit tout d'abord pourquoi les tentatives d'expliquer des anomalies magnétiques par des actions de roches magnétiques ne pouvaient aboutir jusqu'ici que très rarement à des résultats plus ou moins satisfaisants. Nous avons vu, qu'avec des stations trop espacées il est impossible de déduire des renseignements authentiques sur la perturbation de la pesanteur ou sur les masses perturbantes, il sera donc impossible d'avoir de résultats solides dans les recherches magnétiques exécutées dans des circonstances analogues. En effet ces dernières recherches exigent, comme les premières, un réseau d'observations d'une

densité convenable qui fasse connaître la course continue des variations de la pesanteur ou des perturbations magnétiques avec une approximation suffisante. Des observations isolées à des distances supérieures à dix kilomètres — comme on les exécutait jusqu'ici dans les examens magnétiques — sont certainement insuffisantes. La densité convenable du réseau d'observation devient ici une condition essentielle du succès.

Dès l'année 1902, à aucune station d'observation nous n'avons jamais manqué de déterminer, à l'aide de la balance de torsion, les trois composantes de la force magnétique. Le réseau ainsi obtenu, même assez dense dans certains territoires fut ensuite complété par des stations moins espacées encore. Dans ces stations interpolées nous avons déterminé ou l'intensité horizontale seule ou bien l'intensité horizontale et la déclinaison, par des méthodes, qui permettent la détermination prompte de ces quantités. Pour déterminer l'intensité horizontale nous nous servions d'un variomètre de KOHLRAUSCH, adapté au transport, tandis que la différence de la déclinaison a été déterminée par deux appareils construits spécialement dans ce but.

Le matériel des observations augmentant toujours, grâce à l'assiduité infatigable de mes collaborateurs MM. le DR. D. PEKÁR, le DR. L. STEINER et E. FEKETE, comprend en ce moment : mesures absolues des trois composantes de la force magnétique dans 460 stations, mesures relatives de l'intensité horizontale dans 1828 stations et de la déclinaison dans 651 stations. Ce matériel très riche, dont l'élaboration nous a coûté beaucoup de soins, et qui fera plus tard l'objet d'une publication à part, nous a fourni quelques renseignements sur les réciprocitys entre les perturbations de la pesanteur et celles de la force magnétique terrestre. Récemment ces recherches confirment en général la course parallèle des deux perturbations : fait, qui a été déjà démontré par de savants scrutateurs dans le Japon, dans l'Oural, dans le Harz, aux environs de Moscou et dans d'autres territoires.

Pourtant cette réciprocity se présente à l'aide de notre méthode d'observation avec une netteté particulière, car elle se manifeste dans de longs territoires par des forces perturbatrices magnétiques horizontales, à peu près parallèles aux gradients observés de la perturbation de la pesanteur, en démontrant en même temps la course parallèle des crêtes magnétiques et des isogammes de la perturbation de la pesanteur.

Partant de nos observations très nombreuses je considère comme nécessaire de distinguer et de caractériser trois types différents de ce parallélisme :

*Premier type* : les forces magnétiques perturbatrices horizontales sont parallèles aux gradients de la perturbation de la pesanteur et sont dans le même sens.

*Deuxième type* : les forces magnétiques perturbatrices horizontales sont parallèles aux gradients de la perturbation de la pesanteur, mais dans le sens inverse.

*Troisième type* : les forces magnétiques perturbatrices horizontales sont parallèles aux gradients de la perturbation de la pesanteur, mais indépendantes de la direction de ces derniers et se dirigent des deux côtés vers une crête magnétique.

Ces trois types sont représentés dans les fig. 4., 5. et 6., où les forces magnétiques

perturbatrices horizontales sont marqués par des flèches rouges et les gradients de la perturbation de la pesanteur par des flèches noires.

J'ai trouvé des exemples caractéristiques pour ces trois types, à savoir entre Makó et Szeged pour le premier (fig. 4.), aux environs d'Arad pour le deuxième (fig. 5.) et au nord de la Fruska-Gora pour le troisième (fig. 6.).

Si l'on veut expliquer les perturbations magnétiques par l'action des roches magnétiques, on doit supposer, que dans le premier type ce soient les roches magnétiques mêmes qui causent les perturbations de la pesanteur, mais qu'elles soient surmontées dans le deuxième type par des masses non magnétiques, tandis que dans le troisième elles seraient enchâssé entre des masses non magnétiques à peu près de la même densité. Les trois types de distribution des masses sont visibles sur les trois profils des fig. 4., 5. et 6. sous le diagramme des types de perturbation qui leur correspond.

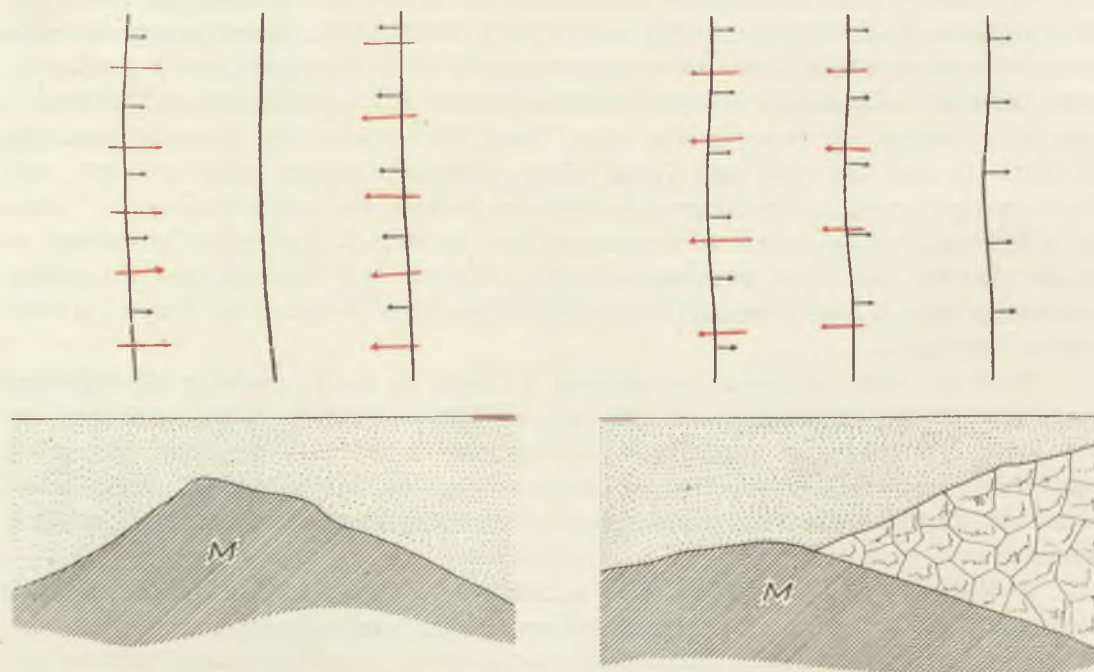


Fig. 4.

Fig. 5.

Pour faire ressortir le caractère des résultats, qu'on peut obtenir par ces méthodes, je veux les illustrer par deux exemples typiques.

Nos observations par la balance de torsion de l'année 1908 nous ont conduit à la découverte d'une chaîne de masses souterraines s'étendant dans la grande plaine

hongroise entre Makó et Szeged de SSO vers NNW que nous avons suivie sur une longueur de 50 km, et que nous voulons suivre encore plus loin. Les gradients de la perturbation de la pesanteur se dirigent ici des deux côtés d'une ligne de crête vers celle-ci et surpassent à une distance de 10 km d'elle les 20 unités de la grandeur dont nous les mesurons ( $10^{-9}$  c. g. s.).

Ici précisément les perturbations magnétiques sont parallèles non seulement à ces gradients, mais aussi elles ont la même direction, de sorte que la déclinaison est plus grande à l'est qu'à l'ouest de la crête de montagne. Avec un calcul spécial, dont j'ai fait mention déjà dans mon rapport de 1906, il m'a été possible de déterminer l'intensité et la direction de l'aimantation des masses perturbatrices, d'où j'ai tiré le résultat, que l'aimantation correspond au magnétisme induit par la force magnétique terrestre dans une roche, dont le coefficient de l'aimantation (susceptibilité) est égal à 0,0035.

Une susceptibilité de ce degré n'est propre en général qu'aux roches volcaniques.

Avec une probabilité propre aux explications simples, nous pouvons donc affirmer la présence d'une chaîne de masses d'un caractère éruptif que, les géologues n'ont pas même soupçonnée jusqu'ici.

Un autre exemple de la collaboration efficace des observations sur les forces magnétiques et sur la pesanteur peut être fourni par nos recherches dans le territoire de la Fruska-Gora.

La Fruska-Gora est une île de montagnes, s'étendant entre le Duna (Danube) et la Száva (Save) sur une longueur de 80 km environ, qui, dans sa partie plus haute, longue à peu près de 50 km, s'élève à une crête de plus de 500 mètres au-dessus du niveau de la mer, par conséquent de 400 mètres au-dessus de la plaine qui l'entoure.

La substance centrale de la montagne est formée par un plissé en forme de selle de schiste cristallisé, limité des deux côtés de formations plus récentes, qui s'enfoncent dans les alluvions de la plaine.

Entre les couches du schiste cristallisé il y a des couches de diorite, d'amphibolite et de serpentine; çà et là on trouve même des glaucophans enchâssés qui percent par endroits les riches couches de humus près de la crête de montagne couverte de forêts.

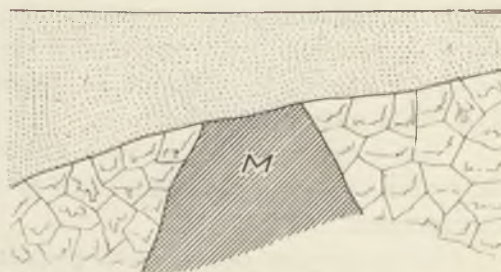
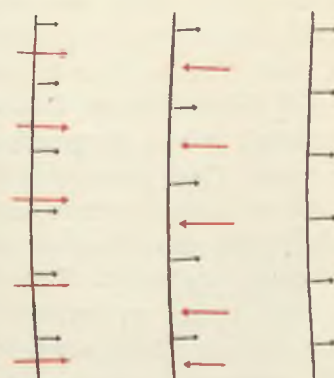


Fig. 6.

Les perturbations magnétiques découvertes par KREIL et SCHENZL pendant leurs travaux à deux points voisins de la montagne (à Ujvidék et à Karlócza) ont attiré mon attention vers ce territoire, et c'est pourquoi je les ai choisies pour objet de mes premières recherches de ce genre, aussi à cause de la structure simple de la montagne rappelant la forme d'une île, qui me promettait plus facilement une vue rapide de la distribution de ses masses.

Nous avons consacré le travail de trois années (1902, 1903 et 1904) à la recherche de ce territoire où nous avons exécuté dans 109 stations des observations à l'aide de la balance de torsion et dans plus de 1300 stations des observations magnétiques. C'étaient en quelque sorte nos années d'apprentissage où nous éprouvions nos méthodes d'observation et où nous apprenions comment il fallait les améliorer. Pour fournir un exemple, nous n'avions dans la première année qu'une seule balance à torsion toute simple, qu'il fallait observer dans chaque station en cinq positions différentes et qui ne nous permettait qu'une progression très lente, parceque son maniment exigeait beaucoup de temps. C'est pourquoi il faudra compléter à certains égards le matériel des observations recueilli dans ces trois années, c'est-à-dire on devra exécuter des mesures avec le pendule et des déterminations des déviations du plomb.

Les espoirs qui avaient dirigé nos pas dans ce territoire, furent complètement satisfaits. Nous y avons trouvé un territoire s'étendant dans toute la longueur de la montagne, et l'entourant dans une large zone, où la force magnétique montre des perturbations d'une régularité surprenante. Aussi les observations faites par la balance de torsion nous donnèrent des renseignements très parfaits sur la distribution des masses, en faisant connaître les gradients de la perturbation de la pesanteur, qui dans un intervalle de 10 km du pied visible de la montagne se dirigent du nord et du sud vers la ligne formant la crête de la montagne.

Les perturbations de la force magnétique et de la pesanteur sont bien parallèles entre elles, mais indépendantes l'une de l'autre en grandeur et en direction, selon le type III. représenté sur la fig. 6.

Le champ des perturbations magnétiques y est essentiellement déterminé par une ligne de crête magnétique courant vers le nord de la montagne parallèle à sa crête, que suit la montagne à environ 5 kilomètres de ses pieds, dans toute son étendue de l'est vers l'ouest. Cette crête magnétique se manifeste de deux manières différentes: en premier lieu par les composantes verticales qui ont un maximum sur toute sa longueur, ensuite par cela, qu'au nord d'elle se trouve des minimums et au sud des maximums de la composante horizontale de la force magnétique. Les maximums et les minimums sont éloignés les uns des autres de cinq kilomètres environ, et les différences entre eux touchent parfois la quinzième partie de toute l'intensité horizontale. Près de cette crête principale dominant toute la perturbation se trouvent, spécialement dans la montagne, d'autres lignes courantes parallèlement à la première, mais plus courtes que celle-ci, il y a cependant parmi elles des lignes où la différence entre les minimums du nord et les maximums du sud dépasse celle de tout près de la ligne principale.



Coupes transversales de la Fruška-Gora le long du méridien de Futak ( $37^{\circ}23'$  à l'est de Ferro) et de Banostor ( $37^{\circ}16''$  à l'est de Ferro).

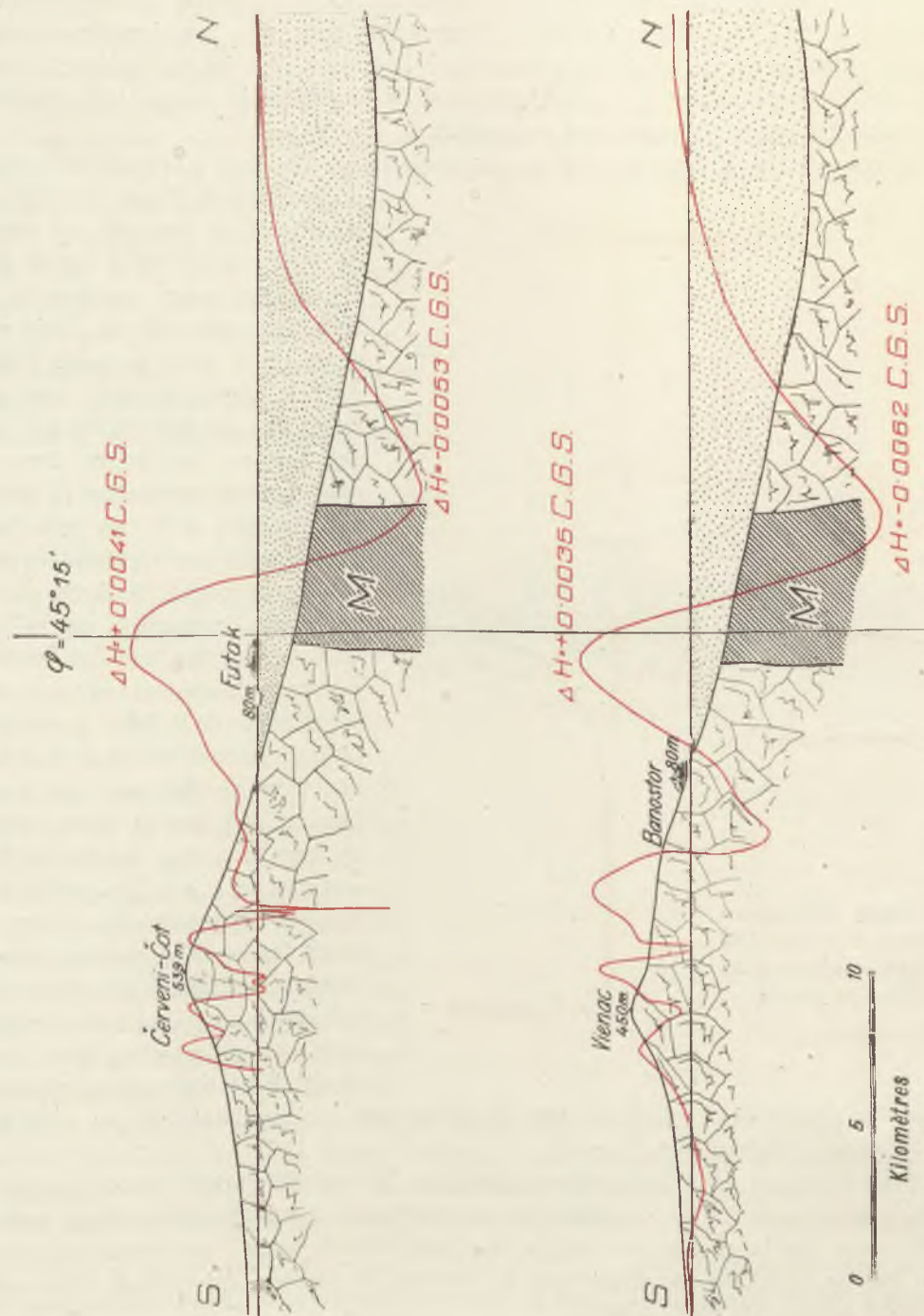


Fig. 7.

Le caractère fortement empreint d'une étendue oriental-occidentale a rendu possible de rechercher à fond ce territoire à l'aide d'observations exécutées sur des lignes méridionales traversant la montagne. Nous avons donc l'occasion de faire nos recherches sur la réciprocité de la pesanteur et du magnétisme dans une série de coupes méridionales et d'y représenter graphiquement cette réciprocité.

Nous y joignons deux dessins de ces coupes (fig. 7.), dont la première correspond

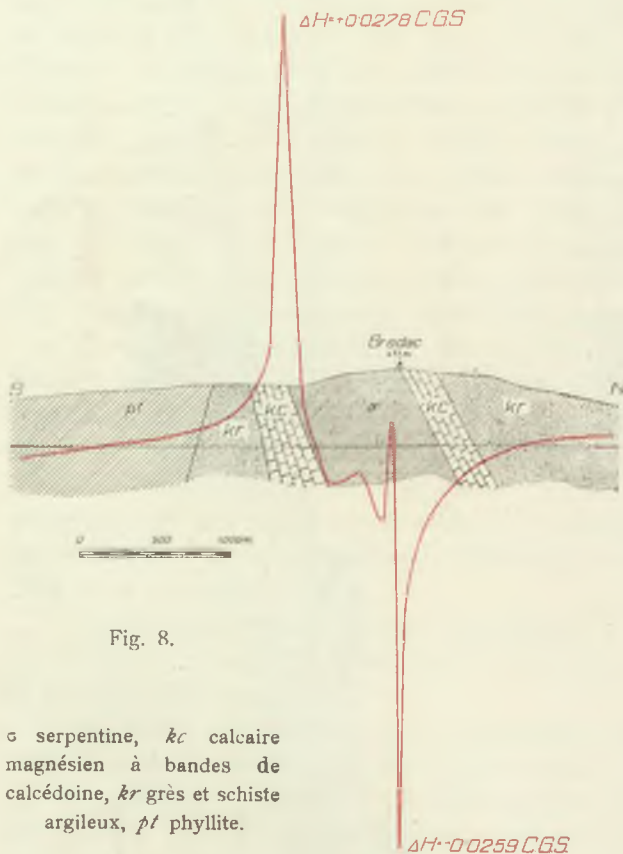


Fig. 8.

σ serpentine, *kc* calcaire magnésien à bandes de calcédoine, *kr* grès et schiste argileux, *pt* phyllite.

au méridien de Futak ( $37^{\circ} 23'$  à l'est de Ferro), la seconde au méridien de Banostor ( $37^{\circ} 16'$  à l'est de Ferro). Ces figures nous montrent le profil de la montagne dans sa partie visible et en outre dans sa partie enfoncée dans le terrain alluvial. Les parties enfoncées ont été tracées en partant des mêmes hypothèses dont nous nous sommes servis dans la construction des fig. 1 et 2. Les perturbations magnétiques sont représentées par des lignes rouges, de façon que leurs ordonnées, mesurées de la coupe de la plaine (de l'axe des abscisses), sont proportionnelles aux composantes horizontales de la force perturbatrice: une ordonnée montrant en haut dénote une force se dirigeant vers le nord. Les chiffres sur la figure donnent la grandeur des forces en unités absolues (c. g. s.). Des profils méridionaux traversant des parties plus orientales ou plus occidentales de la montagne montrent les mêmes singularités que ceux, que nous y reproduisons. Les perturbations dans la montagne même sont accompagnées par-

tout par la perturbation principale dans la plaine avec un maximum et un minimum à cinq kilomètres environ vers le nord.

Pour expliquer cette perturbation principale je croyais d'abord devoir supposer la présence de minerais de fer magnétiques, qui pourraient causer les perturbations importantes observées par la grande intensité de leur aimantation, malgré leur masse relativement petite, qui ne peut être découverte par la balance de torsion. J'ai énoncé cette opinion dans mon rapport de 1906 aussi.

A l'occasion de l'élaboration d'une carte magnétique de la Fruska-Gora mon attention fut attirée par une perturbation secondaire très importante dans le voisinage de la crête de montagne, qui — par ses analogies avec la perturbation principale — m'a fourni un moyen d'explication beaucoup moins artificiel et plus probable.

Cette perturbation secondaire est représentée sur la fig 8 dans une coupe méridionale, comme les précédentes. La différence entre le maximum et le minimum de la composante perturbatrice horizontale atteint ici une valeur supérieure à la quatrième partie de l'intensité horizontale totale. Mais ce n'est pas simplement la grandeur des perturbations qui nous intéresse ici, c'est plutôt ce fait que nous voyons immédiatement de nos yeux la cause palpable de la perturbation dans une puissante couche de serpentine large de 800

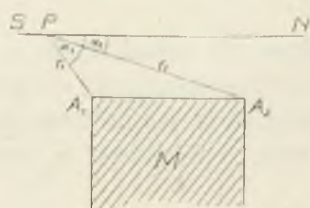


Fig. 9.

mètres environ, enchâssée dans les schistes et s'enfonçant d'une pente rapide de la surface en bas. Là où les limites de la couche de serpentine coupent le dos doucement courbé de la montagne, se trouve le maximum de l'intensité horizontale vers le sud et le minimum vers le nord. Des fragments de serpentine recueillis ont été examinés par rapport à leur susceptibilité magnétique, et les expériences exécutées sur des morceaux divers ont donné pour résultat des valeurs comprises entre 0.005 et 0.010.<sup>1)</sup>

Il paraîtra peut-être hardi de vouloir expliquer des perturbations si considérables par le magnétisme induit de roches si peu magnétiques, on peut cependant se convaincre par un calcul facile de l'admissibilité d'une opinion semblable.

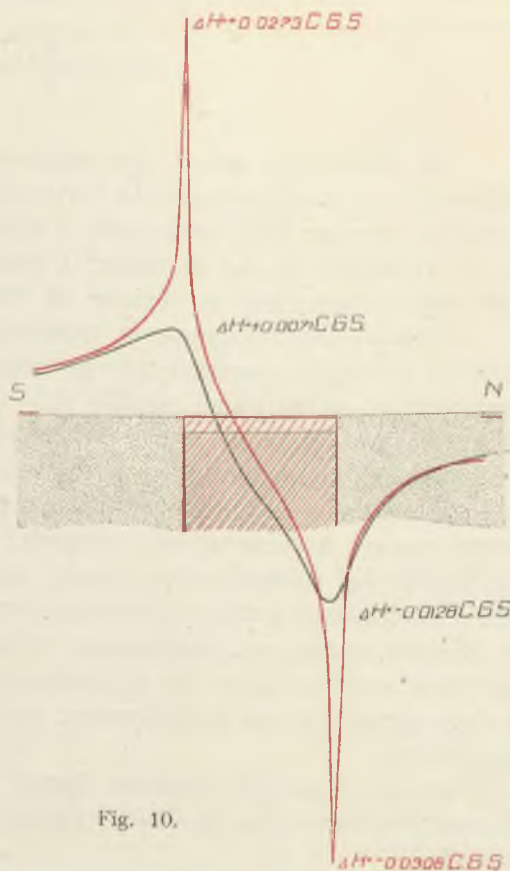


Fig. 10.

<sup>1)</sup> Un examen détaillé, spécialement magnétique de la roche va suivre; en publiant ces résultats j'espère trouver une occasion pour décrire les méthodes spéciales dont je me sers dans des recherches semblables.

Supposez que nous nous trouvions sur une plaque de roche magnétique qui, s'élevant avec ses parois verticales d'une profondeur infinie, est limitée au-dessus par un plan horizontal, s'étendant dans la direction normale au méridien jusqu'à l'infini. La susceptibilité magnétique de la roche soit de 0'005, la composante horizontale de la force magnétique terrestre induisante  $H = 0'21$  c. g. s. et sa composante verticale  $V = 0'42$  c. g. s.

A l'aide de la figure 9. on pourra alors calculer la composante horizontale de la perturbation magnétique, d'après la formule:

$$\Delta H = 2\kappa \left\{ V \log \frac{r_2}{r_1} + H(\alpha_2 - \alpha_1) \right\}$$

Les résultats du calcul sont représentés sur la fig. 10. et même en deux hauteurs différentes au-dessus de l'extrémité horizontale de la plaque. La courbe *rouge* montre la perturbation sur une ligne horizontale s'élevant de la surface de la plaque seulement de  $\frac{1}{800}$  de l'épaisseur  $A_1$   $A_2$  de celle-ci<sup>1)</sup>, tandis que la courbe *noire* montre la perturbation dans une hauteur égale au dixième de l'épaisseur.

Comparons ces diagrammes représentant les résultats du calcul tracés à la même échelle à ceux qui nous montrent les perturbations observées: la ressemblance qui existe d'une part entre la courbe rouge calculée et la courbe représentant la perturbation secondaire, et d'autre part entre la courbe noire calculée et la ligne représentant la perturbation principale, ne pourra se cacher à nos yeux.

Vu, que nous nous sommes convaincus directement de la présence de roches magnétiques causant la perturbation secondaire, nous devons admettre, que d'une profondeur convenable les mêmes roches seront capables de causer la perturbation principale, et cela d'une position accessible même aux observations de la pesanteur, c'est-à-dire enchâssés en d'autres roches non magnétiques d'une densité à peu près égale. Une étude plus approfondie de la courbe de la perturbation observée nous donnera — je l'espère — des renseignements sur la profondeur, sur la pente et sur les limites des roches à action magnétique.

Je crois pouvoir énoncer l'espoir que de pareilles recherches exécutées sur d'autres territoires plus étendus, rendront dans l'avenir des services importantes à la géologie.

Selon mon opinion les endroits suivants semblent se prêter par excellence à des recherches de ce genre: les environs de Moscou à cause de ces déviations du plomb et ces perturbations magnétiques si merveilleuses; le territoire dans le gouvernement de Kursk qui attire l'attention par la grandeur extraordinaire de ses perturbations magnétiques; le bassin de Paris dont la perturbation magnétique s'étendant très loin, fut reconnue et représentée dans

---

<sup>1)</sup> Cela correspond à la hauteur d'un mètre de l'instrument dans le cas où l'épaisseur de la plaque est de 800 mètres.

sa simplicité par M. MOUREAUX. Mais j'aurais dû commencer par l'Argentine où des recherches sont à faire sur des perturbations, qu'on peut nommer avec raison continentales, car elles sont à reconnaître même sur les cartes magnétiques tracées très superficiellement.

En terminant ces réflexions je tiens à déclarer, que — en tentant d'expliquer les perturbations magnétiques de quelques territoires par l'action de roches magnétiques — je n'affirme point du tout, que les roches magnétiques soient la cause unique des perturbations magnétiques. Une sentence décisive sur cette question ne pourra être énoncée qu'à l'époque où nous aurons complété nos connaissances sur les courants terrestres et leurs déviations possibles.

---

## VI. Recherches sur la question si un système unique de surfaces de niveau suffit à représenter la pesanteur de tous les corps hétérogènes.

Pour terminer je vais faire mention d'un travail qui, quoique de nature théorique, entre dans le cadre de ce rapport, car il s'occupe d'un des principes fondamentaux de la géodésie: à savoir de la question, si un système unique de surfaces de niveau suffit à la représentation de la pesanteur de tous les corps hétérogènes, et à définir en même temps la surface du géoïde d'une manière unique.

C'est un travail exécuté par le rapporteur en commun avec les MM. Dr. D. PEKÁR et E. FEKETE contenant l'examen de la loi de Newton sur la proportionnalité de l'inertie et la gravité.<sup>1)</sup>

La recherche se base sur des réflexions publiées par le rapporteur l'année 1890 dans une courte note (Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn, VIII. 1890; Beiblätter zu Wiedemanns Annalen XV. p. 688, 1891). Celle-ci développe l'idée que, si la pesanteur des corps de substances différentes dépendait de leur constitution matérielle, alors cette pesanteur — comme résultante de la force centrifuge proportionnelle à la masse et de l'attraction de tous les corps de la terre — devrait avoir aussi des directions différentes pour les corps différents.

La fig. 11 donne une idée de la distribution des forces jouant un rôle dans cette question.

$P\vec{C}$  est la force centrifuge de l'unité de la masse, les deux attractions sur deux corps supposés différents sont dénotées par  $\vec{P}\vec{G}$  et  $\vec{P}\vec{G}'$ , les pesanteurs de ces deux unités de masses par les résultantes  $\vec{P}\vec{g}$  et  $\vec{P}\vec{g}'$ .

---

<sup>1)</sup> Le travail a été occasionné par le concours suivant de la faculté philosophique de l'université de Göttingue :

«Eötvös a donné une méthode très sensible pour comparer l'inertie et la gravité de la matière. Par rapport à cette méthode, au développement récent de l'électrodynamique, et à la découverte des substances radioactives, on demande un examen aussi approfondi que possible de la loi de Newton sur la proportionnalité de l'inertie et de la gravité».

Le premier prix de 3400 marks a été décerné aux trois auteurs nommés ci-dessus.

Les angles  $\varepsilon$  et  $\varepsilon'$  formées par les pesanteurs de chaque substance et par les directions des attractions,<sup>1)</sup> sont différents et dépendent, pour la même substance, de la latitude géographique. Pour une substance que je veux nommer substance normale, admettant les dimensions de l'ellipsoïde de BESSEL et la formule de HELMERT, on peut calculer aisément l'angle  $\varepsilon$  pour les latitudes différentes. On trouve :

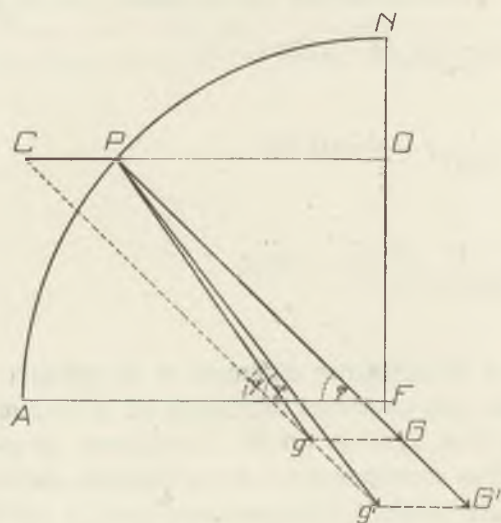


Fig. 11.

Latit. géogr. $\varphi$	$\varepsilon$
0°	0' 0''
15°	2' 58''
30°	5' 9''
45°	5' 57''
60°	5' 9''
75°	2' 58''
90°	0' 0''

Pour l'angle formé par la direction de la pesanteur d'une autre substance et celle de la substance normale on obtient avec une approximation suffisante :

$$\varepsilon' - \varepsilon = - \frac{G' - G}{g} \varepsilon$$

où  $G$  et  $G'$  indiquent les valeurs des attractions exercées sur les unités de masse des deux substances différentes et  $g$  la pesanteur de la substance normale. Posons :

$$G' = G(1 + \kappa)$$

alors on aura :

$$\varepsilon' - \varepsilon = - \kappa \frac{G}{g} \varepsilon$$

ou avec une approximation moindre, mais encore toujours suffisante :

$$\varepsilon' - \varepsilon = - \kappa \varepsilon$$

<sup>1)</sup> Les angles  $\varepsilon$  et  $\varepsilon'$  ne sont pas marqués dans la figure ; ils sont donnés par les équations  $\varepsilon = \varphi - \psi$  et  $\varepsilon' = \varphi' - \psi$ .

La direction de la pesanteur d'un corps devrait donc décliner vers le pôle plus voisin, d'autant plus que l'attraction de la terre augmente à l'égard de sa substance.

Les expériences bien connues de NEWTON, exécutées avec le pendule, démontrent seulement que  $\kappa$  est moindre de  $\frac{1}{1000}$ , celles de BESSEL, selon les mêmes principes, ont restreint ces limites jusqu'à  $\frac{1}{60\,000}$ . Mais ces limites correspondent pour la latitude de  $45^\circ$  à des valeurs encore assez considérables de l'angle  $\varepsilon - \varepsilon'$ :

$$\text{pour } \kappa = \frac{1}{1000} \varepsilon - \varepsilon' = 0''357$$

$$\text{pour } \kappa = \frac{1}{60\,000} \varepsilon - \varepsilon' = 0''006$$

Si  $\kappa$  était de cet ordre, les plombs de substance différente et les niveaux contenant des fluides différentes devraient indiquer des directions différentes de la verticale. Dans ce cas nous ne pourrions nous contenter d'un système unique de surfaces de niveau et ni non plus d'une géoïde unique. Des géoïdes correspondant à des substances attirées inégalement seraient tangentes à l'équateur mais seraient éloignées entre eux de 1380 cm dans le cas si  $\kappa = \frac{1}{1000}$  et de 23 cm pour  $\kappa = \frac{1}{60\,000}$ .

La grande sensibilité avec laquelle la balance de torsion démontre les différences entre les directions de la pesanteur, rend cet instrument capable, mieux que tout autre appareil, de signaler les moindres différences.

Deux corps de substance différente attachés aux extrémités de la barre de la balance, devraient exercer une torsion sur le fil, si la barre se dirigeait de l'est vers l'ouest, dans le cas où les attractions exercées par la terre sur leur substance seraient différentes. En tournant la cage d'un angle de  $180^\circ$ , cette torsion changerait de sens et serait accessible à la mesure.

En exécutant très soigneusement cette méthode d'observation de restreindre la dernière limite possible du coefficient  $\kappa$ , nous avons réussi beaucoup mieux, que ne l'ont fait BESSEL et NEWTON.

A ce sujet, le rapporteur a déjà remarqué dans sa première note de 1890 que  $\kappa$  n'atteint pas  $\frac{1}{20\,000\,000}$  si l'on compare les matériaux suivants: laiton, verre, antimonite, liège.

Dans le travail nouvellement exécuté en commun avec MM. le Dr. D. PEKÁR et E. FEKETE nous sommes parvenus de restreindre encore mieux ces limites. Nous avons démontré que, en examinant les matériaux: platine, cuivre, magnalium, bois,



suif, asbeste, sulfat de cuivre cristallisé ou dissolu dans de l'eau et eau pure, le coefficient  $\kappa$  reste toujours sous la valeur  $\frac{1}{100\,000\,000}$ .

Une valeur  $\kappa$  de cette grandeur causerait à une latitude de 45 degrés une déviation du plomb de 0,000 003 secondes et deux géoïdes se tangentes à l'équateur seraient éloignées aux pôles de 0,014 cm seulement. Même quand le physicien, avec une amélioration successive de ces méthodes de recherches, puisse un jour découvrir des traces d'attraction sélective, encore plus minimes, le géodète pourra cependant se limiter à la mesure d'une seule géoïde commune pour toutes les substances.

---

## APPENDICE.

---

### Rapport préliminaire sur les déterminations des déviations du plomb et des mesures de la pesanteur exécutées suivant les ordres de M. le Baron R. Eötvös.

PAR CHARLES OLTAY.

Les *déviations relatives du plomb* vers le nord se rapportent à un ellipsoïde, ou on a posé égal à zéro la déviation vers le nord dans la station Pankota. Les éléments géodésiques nécessaires pour la détermination des déviations du plomb, à savoir les distances sphéroïdales, ont été déterminées à l'aide des points principaux du Bureau Royal Hongrois de Triangulation avec des points interpolés. Pour orienter l'ellipsoïde on a exécuté à Pankota la mesure de l'azimut sur un côté d'un triangle long à peu près de 10 km.

Les hauteurs du pôle ont été déterminées avec un instrument de STARKE & KAMMERER, devenu universel par les compléments introduits par K. BAMBERG. L'ouverture de l'objectif est de 47 mm, la distance focale 490 mm, le diamètre du cercle vertical 300 mm, la valeur d'une division du niveau à microscope 2" 30; sur le cercle vertical la lecture se fait avec la précision d'une seconde. L'appareil appartient à la chaire de géodésie de l'École Polytechnique Royale Hongroise de Budapest et a été mis cordialement à notre disposition par M. le professeur L. DE BODOLA, conseiller de la cour.

Pour le tableau des résultats voir page 14.

Les mesures de la *pesanteur* ont été exécutées avec un appareil à pendules construit d'après le système de l'Institut Royal Prussien de Géodésie par le mécanicien P. STÜCKRATH à Friedenau. L'appareil est pourvu de quatre pendules invariables, oscillant sur un statif commun. Les quatre pendules marquées des Nos 112, 113, 114 et 115 ont été observées symétriquement quatre fois par jour, pour éliminer, autant que possible, les fluctuations dans la marche de l'horloge. Pour la mesure des intervalles de coïncidence j'ai fait usage de l'horloge à pendule d'une demi seconde de STRASSER &

ROHDE No. 141, mise à notre disposition avec une cordialité particulière par M. le Geheimrat DR. F. R. HELMERT, directeur de l'Institut Royal de Géodésie. Pour la réduction des secondes de l'horloge aux secondes sidériques on a exécuté continuellement des déterminations de temps, en observant les passages de l'étoile polaire dans la verticale. On s'y servait de l'appareil employé dans les déterminations des hauteurs du pôle.

On a fait en outre des observations sur onze stations, non compris la station de correspondance. Dans deux stations (Pankota et Világos) l'horloge et l'appareil à pendule ont été placés sous une tente à parois doublées de ouate, dans d'autres stations on les a placés dans des localités thermiquement bien isolées, très souvent dans des caves. Dans la tente les fluctuations de la température étaient trop sensibles, de sorte qu'on peut attribuer à ces déterminations une précision moindre qu'aux autres.

La station de correspondance était Potsdam. Des déterminations dans la localité nommée cave centrale de l'institut de géodésie ont été faites avant le départ et après le retour de l'expédition. On a suivi la même méthode dans les observations exécutées à Budapest. Le programme était donc le suivant : Potsdam, Budapest, stations du territoire des recherches, Budapest, Potsdam.

Les déterminations des durées des oscillations ont donné à Potsdam et à Budapest les résultats suivants :

Station	P e n d u l e				Moyenne
	Nr. 115	Nr. 113	Nr. 112	Nr. 114	
Potsdam I	0.501 1439	0.501 1611	0.501 0693	0.501 1605	0.501 1337
Potsdam II	1435	1620	0694	1614	1341
II—I	— 4	+ 9	+ 1	+ 9	+ 4
Budapest I	2516	2696	1786	2686	2421
Budapest II	2505	2702	1774	2693	2418
II—I	— 11	+ 6	— 12	+ 7	— 3

Ces valeurs doubles donnent une idée approximative sur la précision des déterminations. Dans le calcul des valeurs de la pesanteur on a utilisé la valeur initiale :

$$g_{\text{Potsdam}} = 9.81283 \text{ m/sec}^2$$

Les derniers résultats des mesures exécutées ont été réunis dans le tableau suivant :

Station	Coordonnées géographiques		Hauteur au-dessus de la mer adriatique	K observée avec le pendule					correction d'hauteur	E <sub>2</sub> au niveau de la mer	E <sub>1</sub> val. théor.	E <sub>2</sub> - E <sub>1</sub>
	φ	λ		115	113	112	114	moyenne				
Budapest	47°29'30"	19° 3'35"		9.80873	9.80869	9.80868	9.80870	9.80870				
Pankota	46°21' 7"	21°42' 5"	+103 m	749	754	755	746	751	+32	9.80783	9.80754	+29
Világos	46°15'58"	21°36'27"	+116	766	769	763	767	766	+36	802	746	+56
Livadia	46°14'11"	21°37'49"	+114	758	762	757	758	759	+35	794	743	+51
Kuvin	46°10' 3"	21°35'18"	+121	759	761	759	758	759	+37	796	738	+58
Hidegkuti	46° 4'27"	21°34'14"	+132	720	724	719	717	720	+41	761	730	+31
Arad	46°10'17"	21°19'25"	+109	744	745	739	741	742	+34	776	738	+38
Makó	46°13' 8"	20°28'41"	+ 87	752	751	753	750	751	+27	778	742	+36
Szeged	46°15'31"	20° 8'35"	+ 84	761	760	760	757	760	+26	786	745	+41
Szabadka	46° 6' 3"	19°39'55"	+115	749	743	744	739	744	+36	780	732	+48
Baja	46°10'48"	18°57'21"	+ 94	755	751	753	747	751	+29	780	738	+42



