

TK 155.744

KFKI-1985-38

MESKÓ L.
GLÖCKLER O.

AZ ERŐMŰVI MÉRÉSEK
INTERPRETÁCIÓJÁT SEGÍTŐ ELMÉLETI
REAKTORDIAGNOSZTIKAI KUTATÁSOKRÓL
AZ 1984. ÉVBEN

KUTATÁSI JELENTÉS
/OKKFT A/11-5.4.5/

Hungarian Academy of Sciences

CENTRAL
RESEARCH
INSTITUTE FOR
PHYSICS

BUDAPEST

KFKI-1985-38

AZ ERŐMŰVI MÉRÉSEK INTERPRETÁCIÓJÁT SEGÍTŐ ELMÉLETI
REAKTORDIAGNOSZTIKAI KUTATÁSOKRÓL AZ 1984. ÉVBEN

KUTATÁSI JELENTÉS
/OKKFT A/11-5.4.5/

MESKÓ L., GLÖCKLER O.

Központi Fizikai Kutató Intézet
1525 Budapest 114, Pf. 49

HU ISSN 0368 5330
ISBN 963 372 371 X

KUTATÁSI JELENTÉS

/OKKFT A/11-5.4.5/

AZ ERŐMŰVI MÉRÉSEK INTERPRETÁCIÓJÁT SEGÍTŐ ELMÉLETI
REAKTORDIAGNOSZTIKAI KUTATÁSOKRÓL AZ 1984. ÉVBEN

Összeállították:

- dr. Meskó László /Autoregressziós analízissel kombinált
elméleti zajmodell alapjainak kidolgozása
atomerőművek diagnosztikai vizsgálatára/
- dr. Glöckler Oszvald /Abszorbensrudak neutronzaj mérésén
alapuló rezgésdiagnosztikája/

MTA KÖZPONTI FIZIKAI KUTATÓ INTÉZET

Atomenergia Kutató Intézete

1984

STATE OF NEW YORK

IN SENATE

REPORT OF THE COMMISSIONERS OF THE LAND OFFICE
IN RESPONSE TO A RESOLUTION PASSED BY THE SENATE
MAY 15, 1906

ALBANY:

WILEY & SONS, PRINTERS, 110 NASSAU ST., N. Y. C.

1906

STATE OF NEW YORK

IN SENATE

1906

Kutatási jelentésünk az OKKFT A/11 alprogramban az 1984. évben végzett elméleti reaktorzajdiagnosztikai kutatásainkat foglalja össze.

Az első részben tárgyalt munka az 1983-ban, hasonló keretben végzett autoregressziós /AR/ kutatások és korábbi diagnosztikai elméleti vizsgálatok egyenes folytatása. Célunk az volt, hogy a már elkészült és működőképes AR programot és a csatolt többváltozós termohidraulikai, valamint neutronkinetika elméleti modellt a zajdiagnosztikai mérések interpretációjának szolgálatába állithassuk. Ez a munka egy olyan új típusú diagnosztikai módszer kifejlesztését célozza, amely az atomerőművi mérések interpretációján tulmenően azon alapuló paraméterbecslést is lehetővé tesz.

A jelentésben leírt munka megvizsgálja az AR program és az említett elméleti modell elvi alapjait, és kihasználva a köztük fellelt strukturális hasonlóságot, meghatározza összekapcsolásuk feltételeit. Ezzel lehetőség nyílik egy számítógépes, az atomerőművi diagnosztikában üzemszerűen használható programrendszer kifejlesztésére.

A jelentés második részében az abszorbensrudak /atomerőművi szabályozó kazetták/ rezgésének monitorozásával és helyének lokalizációjával foglalkozó, 1984-ben végzett elméleti kutatásainkat foglaltuk össze. Megmutattuk, hogy a rezgés helyének lokalizációjához elegendő három, alkalmasan elhelyezett neutrontetektor fluktuációjának elemzése; kidolgoztuk ennek elméleti és számítógépes alapjait. A munka ajánlásokat tartalmaz olyan statisztikus függvények diagnosztikába való bevezetésére is /pl. sűrűségeloszlás függvény/, amelyeket eddig nem,

vagy csak kevésbé alkalmaztak. A leirt elméleti és numerikus kutatások alapján célszerűnek látszik az eredmények kísérleti hasznosítását megkezdeni.

AUTÓREGRESSZIÓS ANALÍZISSEL KOMBINÁLT ELMÉLETI ZAJMODELL
ALAPJAINAK KIDOLGOZÁSA ATOMERŐMŰVEK DIAGNOSZTIKAI
VIZSGÁLATÁRA

T A R T A L O M

1. BEVEZETÉS	1
2. A ZAJELMÉLET MARKOV FOLYAMATOK SEGÍTSÉGÉVEL TÖRTÉNŐ MEGALAPOZÁSA.	6
2.1 A rendszer állapotváltozói mint Markov folyamatok.	6
2.2 Az átmeneti valószínűség kiszámítása lineáris közelítésben	8
2.3 A Markov-leírás összehasonlítása a lineáris átviteli modellel.	9
2.4 A $\langle \tilde{x} \tilde{x}^T \rangle$ szórásmátrixra vonatkozó egyenlet	12
2.5 Áttérés folytonos folyamatokra. A Langevin egyenlet.	13
3. AZ AUTOREGRESSZIÓS MODELL KAPCSOLATA A RENDSZER MARKOV LEÍRÁSÁVAL	17
3.1 A Langevin egyenlet diszkrét változós alakja és az állapottér reprezentáció	17
3.2 A mért változók terében értelmezett fizikai modell és az ARMA modell ekvivalenciája.	22
4. A REJTETT VÁLTOZÓK TÁRGYALÁSA AZ ELMÉLETI LEÍRÁSBAN	28
4.1 Az aláhűtött forrás tárgyalása nyomottvizes reaktorban	28
HIVATKOZÁSOK AZ I. RÉSZHEZ	33

1. BEVEZETÉS

Az autoregressziós spektrumbecslési módszeren alapuló vizsgálatok az utóbbi néhány évben nagy népszerűsége tettek szert a reaktordiagnosztikai kutatások területén is. Az alkalmazást az tette lehetővé, hogy nagyon hatékony algoritmusokat dolgoztak ki, amelyek kisszámítógépekre is könnyen alkalmazhatók. Az irodalomban található vizsgálatok nagy része azonban sajnálatos módon kimerül abban, hogy az AR módszereket a hagyományos /pl. a Fourier transzformációt /FFT// alkalmazó módszerek egy lehetséges alternatívájaként csupán teljesítményspektrumok és koherenciák meghatározására használja. Az autoregressziós modellek működésének jobb megértése, a fentiekben túlmenően, jelentős új információkhoz juttathat el bennünket azáltal, hogy teljesebb leírását adja egy sokváltozós, komplikált csatolásokat tartalmazó rendszer dinamikai viselkedésének, ami minden diagnosztikai vizsgálat alapját képezi.

A kutatási jelentés témája mégsem önmagában az AR módszer vizsgálata, hanem kísérlet egy olyan új típusú diagnosztikai módszer alapjainak leírására, amely építve az AR modellek rendszer-központuságára, egyidejűleg a dinamika Markov folyamatokon alapuló elméleti leírását is tekintetbe veszi. Míg az AR modell az irodalomban meghonosodott kifejezéssel élve "fekete doboz" modell, azaz csupán a rendszer kimenetein mért jeleket használja, az elméleti modellek a változókra felírt dinamikai egyenletekből és csatolási állandókból indulnak ki, az időbeli viselkedés kiszámítható, azaz a rendszer "fehér doboz".

A leírandó módszer alapvető célkitűzése egyrészt annak a bizonyítása, hogy az autoregressziós analízis az elméleti modell-

hez sokkal adekvátábban illeszkedik, mint a korábbi adatfeldolgozási módszerek és másrészt lehetőség van arra is, hogy egymást kiegészítsék. Látni fogjuk azt is, hogy a fekete és fehér doboz leírások hátrányait pedig egymással kompenzálhatjuk. A dolgozatban elsősorban ezekre a kérdésekre koncentrálnunk és nem akarjuk sem a Markov folyamatokon alapuló statisztikus elméleti módszerek, sem az AR modellek teljességre törő vizsgálatát adni.

Célunk végső soron egy kevés elméleti ismeretet feltételező, a mérési adatok feldolgozásán alapuló, könnyen kezelhető diagnosztikai módszer kifejlesztése. A közvetlen módszerek azonban, mint azt az eddigi adatfeldolgozási- és elméleti-interpretációs gyakorlat mutatja, vagy feleslegesen sok spektrum termeléséhez vagy a valóságra nehezen alkalmazható modellekhez vezetnek, amelyekből az igazán használható diagnosztikai információt nehéz volt kihámozni.

Ez alól kivételt képez a rezgésdiagnosztika és az elszabadult alkatrészek monitorozása, ezeknél azonban legtöbbször egyetlen zajforrás dominál is ilyenkor viszonylag könnyű a mért spektrumokból a rendszert leíró átviteli függvényeket meghatározni.

Az atomreaktor sokváltozós csatolási és visszacsatolási mechanizmusokat tartalmazó rendszer, ahol a neutronkinetika mellett a termodinamikai és áramlástanai folyamatok domináló szerepet játszanak. A reaktorzajok teljesebb leírása megköveteli a rendszerben magában keletkező zajok /pl. zéró neutronzaj, turbulens zajok a hűtőközegben/ beépítését az elméletbe. Továbbá a termohidraulika oldaláról fellépő disszipatív és nemlineáris folyamatok tárgyalása is szükségessé válik. Ezek a modern makroszkopikus statisztikus fizika eredményeinek fokozottabb alkalmazását követelik meg.

A dolgozat Bevezetést követő részében /2. fejezet/ - elsősorban Saito [1] és Morishima [2] vizsgálatai alapján - rövid összefoglalását adjuk a Markov folyamatok tárgyalásán alapuló elméleti zajmodellnek, amely a numerikus számítási módszer egyik alappillére. A fejezet végén jutunk el a Langevin egyenlet definíciójához. A konkrét elméleti interpretációs vizsgálatok rendszerint itt kezdődnek. A továbbiak megértése miatt mi azonban szükségesnek tartottuk egy viszonylag részletesebb tárgyalást adni. A fejezet felépítése során külön hangsúlyt kap a fizikai modell zajforrásainak vizsgálata és a fluktuáció-disszipáció tétel levezetése. Pontosan ez az a pontja az elméletnek, amely természetes módon kapcsolódik az AR analízishez, mégis a Langevin leírást alkalmazó vizsgálatok rendszerint elsiklanak felette.

A 3. fejezet célja az előzőekben leírt elméleti modell és az autoregressziós /AR és ARMA/ módszerek közötti strukturális kapcsolat megvilágítása. Nem célunk az AR modell részleteinek és különösen az AR spektrumbecslés speciális, az FFT-től eltérő vonásainak a tárgyalása. Ez megtalálható Haykin [3] és Box és Jenkins [4] kitűnő könyveiben.

A mi idevágó kutatásainkat a [5] kutatási jelentés foglalja össze. Rámutatunk viszont az AR módszer nehézségeire a rendszer dinamikai folyamatainak és a csatolási paraméterek meghatározásának az esetén. Ezek a problémák, mint látni fogjuk, elsősorban azzal kapcsolatosak, hogy az AR módszer lényegét tekintve a teljes rendszer /tehát a nem mért, de a belső dinamikai folyamatokban szerepet játszó változókat is tartalmazó/ leírása.

A rendszer valódi állapotterének a mért változók által kifestített térre való vetítésénél olyan információ veszteség lép fel, amelyet a tisztán csak a mérési adatokra támaszkodó "fekete doboz" módszer nem tud pótolni.

A 4. fejezetben konkrét példán /az aláhűtött forrás egy nagyon leegyszerűsített vizsgálata/ mutatjuk meg, hogy az elméleti modell minden nehézség nélkül képes a rejtett változók /esetünkben a későneutron anyag koncentráció/ figyelembe vételére és azt, hogy az egyébként a modell input adatait képező csatolási állandók és zajforrás variancia-kovariancia mátrix bizonyos esetekben közvetlen statisztikai megfontolásokból is kiszámíthatók.

Ezen előzmények után a fejezet végén már rátérhetünk a két-fajta leírás /AR és elméleti/ összehangolásával kapcsolatos problémákra, amelyek a módszerre épülő numerikus modell /ARTHE fortran nyelvű programrendszer/ megírását lehetővé tették. Ennek a dolgozatnak témája a módszer elméleti alapjainak a vizsgálata. Magáról a diagnosztikai módszerről és annak alkalmazásáról konkrét esetekre egy előkészületben lévő további dolgozatban számolunk be.

Már most szeretnénk utalni arra, hogy a módszer elsősorban az erőműben végbemenő termohidraulikai jellegű strukturális változások /pl. aláhűtött forrás megjelenése, nem-lineáris effektusok fellépése miatti instabilitások/ irányába történő állapotváltozások diagnosztizálására alkalmazható.

A program teljesen kifejlesztett formájában nem a spektrumok szintjén végzi az elmélet és a kísérletek AR feldolgozásából

nyert információk összehasonlítását, hanem csupán néhány lényeges, a spektrumok numerikus integrálásából nyert paraméterre támaszkodva. Pontosán ebben az értelemben szeretnénk a diagnosztikai módszerek már említett egyszerűsítése irányába haladni.

2. A ZAJELMÉLET MARKOV FOLYAMATOK SEGÍTSÉGÉVEL TÖRTÉNŐ MEGALAPOZÁSA

2.1 A rendszer állapotváltozói mint Markov folyamatok

A reaktorzónában, vagy más bonyolult kölcsönhatásokat tartalmazó rendszerekben fellépő fluktuációk makroszkopikus leírása a statisztikus fizika egyik központi problémája. Kiinduló feltevésünk, hogy a rendszer makroszkopikus változói Markov folyamatok. Ez kifejezi azt a körülményt, hogy a rendszer sztochasztikus viselkedése ellenére is az okság elve érvényben marad. A feltevés elméleti alátámasztását a fizika különböző területein pl. Green [6] és Van Hove [7] dolgozataiban lehet megtalálni.

Az elmélet kiterjesztését az egyensulytól távol lévő, időfüggetlen állapotok körüli fluktuációkra - ami reaktorok zajterére is jellemző - Lax [8] munkái nyomán ismertetjük.

Jellemezzük a továbbiakban a rendszert az $\underline{x}(t) = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}^T$ diszkrét, makroszkopikus változókkal. A változók számának megválasztása nagymértékben függ attól, hogy a dinamikai folyamatokat milyen időskálán vizsgáljuk. A rendszerben lezajló regressziós folyamatok időállandói széles tartományban vannak, ezért a változók számának csökkentésére adiabatikus közelítést alkalmazhatunk Landau [9], amely során a lassan változó \underline{x} változók adott időpontbeli értékeinél a gyorsan változó mennyiségeket már egyensulyban lévőnek tekinthetjük és ezért fluktuációik nem játszanak szerepet a továbbiakban.

Ha az $\underline{x}(t)$ állapotvektor $x_i(t)$ az egyszerűség kedvéért egyenlőre diszkrét dimenziótlan mennyiség/ Markov folyamat, akkor a folyamat $P(\underline{x}, t)$ valószínűségi eloszlásfüggvényét a $t + \Delta t$ időpontban a $P(\underline{x}', t)$ kezdeti eloszlás ismeretében a

$$P(\underline{x}, t + \Delta t) = \sum_{\underline{x}'} P(\underline{x}, \Delta t | \underline{x}', t) P(\underline{x}', t) \quad (2.1)$$

Chapman-Kolmogorov egyenlet határozza meg, amely egyszerűen a Markov folyamat definícióját fejezi ki. A $P(\underline{x}, \Delta t | \underline{x}', t)$ mennyiség az \underline{x}' állapotból az \underline{x} -be való átmenet feltételes valószínűségi eloszlásfüggvénye, amelyre teljesül a

$$\sum_{\underline{x}} P(\underline{x}, \Delta t | \underline{x}', t) = 1 \quad (2.2)$$

normálási feltétel és a

$$\lim_{t \rightarrow 0} P(\underline{x}, \Delta t | \underline{x}', t) = \delta_{\underline{x}\underline{x}'}, \quad (2.3)$$

határfeltétel. Az $\underline{x}(t)$ homogén Markov folyamat, ami azt jelenti, hogy a $P(\underline{x}, \Delta t | \underline{x}', t)$ feltételes valószínűség nem függ a t -től, csak a Δt -től. Ekkor a születési-kihalási folyamatok elméletéből is ismert módon a feltételes valószínűség megadható a $w_{\underline{x}\underline{x}} \Delta t$ átmeneti valószínűség segítségével, ahol $w_{\underline{x}\underline{x}}$ az \underline{x}' állapotból Δt alatt \underline{x} -be való átmenet valószínűségi rátája független a t -től.

$$P(\underline{x}, \Delta t | \underline{x}', t) = w_{\underline{x}', \underline{x}} \Delta t + \delta_{\underline{x}', \underline{x}} \left[1 - \sum_{\underline{x}} w_{\underline{x}\underline{x}}, \Delta t \right] + O(\Delta t)^2 \quad (2.4)$$

A (2.4) első tagja az \underline{x}' -ből \underline{x} -be való átmenet valószínűsége, a második tag az \underline{x} állapotban való maradás valószínűsége. Látható, hogy (2.4) sorfejtés eredménye, amelyben csak a Δt -vel lineáris tagokat tartjuk meg és ezért csak közelítően érvényes.

Mivel a fluktuációkat az \underline{x}_0 időfüggetlen állapot közelében vizsgáljuk, a kezdeti időfüggetlen eloszlás $P(\underline{x}_0)$ ismeretes:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P(\underline{x}, t | \underline{x}_0) = t(x) \quad (2.5)$$

Tehát a $P(\underline{x}, t)$ eloszlásfüggvényt és így a folyamat statisztikáját a $w_{xx} \Delta t$ átmeneti valószínűségek teljesen meghatározzák.

A (2.4)-et (2.1)-be írva és a $t \rightarrow 0$ határátmenetet elvégezve, a $P(\underline{x}, t)$ -re a

$$\frac{\partial}{\partial t} P(\underline{x}, t) = \sum_{\underline{x}'} \left[P(\underline{x}', t) w_{\underline{x}', \underline{x}} - P(\underline{x}, t) w_{\underline{x} \underline{x}'} \right] \quad (2.6)$$

master egyenletet kapjuk. A master egyenletek alkalmazásának az az előnye, hogy nagyon szerencsés átmenetet valósít meg a mikroszkópikus folyamatokon alapuló teljes statisztikus leírás és a transzport egyenleten alapuló makroszkópikus leírás között, megtartva a makroszkópikus leírás előnyeit és ugyanakkor a $w_{x', x} \Delta t$ átmeneti valószínűségek statisztikus megfontolások alapján a konkrét esetekben közvetlenül meghatározhatók.

2.2 Az átmeneti valószínűség kiszámítása lineáris közelítésben

A reaktorok dinamikai folyamatait lineáris közelítésben vizsgálva általában kétféle típusu reakciót különböztethetünk meg. Az egyik az x_j mennyiség keletkezése egy adott forrásból. Ha $\lambda_{0j} \Delta t$ annak a valószínűsége, hogy a forrásból Δt idő alatt egy részecske emittálódik, akkor az összes forrásemisszió járuléka a $w_{\underline{x}', \underline{x}}$ átmeneti valószínűséghez a $\sum_{j=1}^N \lambda_{0j} \Delta t \delta_{x_j, 'x_j-1}$ kifejezéssel adható meg. A másik reakció típus a lineáris reakciók. Legyen $\lambda_{ij} x'_j \Delta t$ annak a valószínűsége, hogy az x_i -ből a reakció során Δt idő alatt $\pm d_j$ részecske eltűnik /vagy keletkezik/. Ez a reakcióvalószínűség arányos a kiinduló x'_j állapotban lévő részecskék számával. Ha például a reaktorban a hasadások során

keletkező hőenergia gőzbuborékok keltésére fordítódik, akkor a buborékkeletkezés valószínűsége arányos a zónában lévő neutronok számával. Ha j a neutronszám változóra i pedig a buborékokra vonatkozó index, akkor a fenti reakció $w_{\underline{x}, \underline{x}} \Delta t$ -ben való járuléka $\lambda_{ij} x'_j \prod_{k=1}^N x'_k + d_j \delta_{i,k}$, ahol a d_j a buborékszám változása a neutronszámmal arányos reakciók következtében /eltüntető reakcióra pozitív a d_j , keltő reakcióra negatív/.

Ahhoz, hogy a lineáris reakciókból adódó összes állapotátmenetet megkapjuk, összegezni kell először az összes x'_j -vel arányos reakciókra /azaz i -re/, majd az összes j indexre. A fentiek alapján a $w_{\underline{x}, \underline{x}} \Delta t$ átmeneti valószínűség /az egyes elemi folyamatokat egymástól függetlennek véve/ felírható az

$$w_{\underline{x}, \underline{x}} \Delta t = \Delta t \sum_{j=1}^N \lambda_{0j} \prod_{k=1}^N x'_k - \delta_{jk} + \Delta t \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N x'_j \lambda_{ij} \prod_{k=1}^N x'_k - d_j \delta_{i,k} \quad (2.7)$$

általános alakban.

2.3 A Markov-leírás összehasonlítása a lineáris átviteli modellel

A $w_{\underline{x}, \underline{x}} \Delta t$ ismeretében térjünk vissza a (2.1) egyenlethez. Nem célunk a (2.1)-ből következő (2.6) master egyenlet megoldása általános esetben a $P(\underline{x}, t)$ -re, mivel nekünk a továbbiakban csak az $\underline{x}(t)$ folyamatok $P(\underline{x}, t)$ segítségével képzett momentumaira lesz szükségünk. Ezek a momentumok $P(\underline{x}, t)$ helyett a $w_{\underline{x}, \underline{x}} \Delta t$ átmeneti valószínűség segítségével is meghatározhatóak. Ahhoz, hogy a szokásos lineáris átviteli függvényvel jellemzett modellel össze-

hasonlítható eredményeket kapjunk először a Markov-féle leírásba is be kell vezetnünk a linearitás következményét.

Az \underline{x}' állapotból az \underline{x} -be való átmenetelnél a linearitás az alábbi összefüggés teljesülését jelenti:

$$\sum_{\underline{x}} \underline{x} P(\underline{x}, \Delta t | \underline{x}', t) = \underline{x}' - \underline{\Delta x}' + o(x'^2) \quad (2.8)$$

Azaz az $\langle \underline{x}(t) \rangle_{\underline{x}_0}$ feltételes várható érték kifejezhető az \underline{x}' állapottal és az \underline{x}' állapottal lineárisan arányos megváltozással /v.ö. a (2.3) határfeltétellel/.

Tekintsük az \underline{x}_0 időfüggetlen állapot körüli kis fluktuációkat, azaz legyen $\underline{x} = \underline{x}_0 + \tilde{\underline{x}}$, ill. $\underline{x}' = \underline{x}_0 + \tilde{\underline{x}'}$. A $\langle \underline{x}(t) \rangle_{\underline{x}_0}$ feltételes várható érték időbeli viselkedésére vonatkozó dinamikai egyenletet (2.1)-ből közvetlenül megkaphatjuk, ha az egyenlet mindkét oldalát \underline{x} -szel beszorozzuk és összegezzük az összes lehetséges \underline{x} állapotra:

$$\begin{aligned} \sum_{\underline{x}} \underline{x} P(\underline{x}, \Delta t | \underline{x}', t) &= \sum_{\underline{x}} \sum_{\underline{x}'} (\underline{x} - \underline{x}') P(\underline{x}, \Delta t | \underline{x}', t) P(\underline{x}', t) \\ &+ \sum_{\underline{x}} \sum_{\underline{x}'} \underline{x}' P(\underline{x}, \Delta t | \underline{x}', t) P(\underline{x}', t) \end{aligned} \quad (2.9)$$

A (2.9) jobboldalának második tagja (2.2) alapján $\langle \underline{x}(t) \rangle_{\underline{x}_0}$.

Az első tag kiszámításánál vezessük be az

$$\underline{A}(\underline{x}') \Delta t = \sum_{\underline{x}} (\underline{x} - \underline{x}') P(\underline{x}, \Delta t | \underline{x}', t) \quad (2.10)$$

első átmeneti momentumot, ezután az \underline{x}' szerinti összegezést is elvégezve, az egyenletet átrendezve és a $t \rightarrow 0$ határesetre áttérve:

$$\frac{d}{dt} \langle \underline{x}(t) \rangle_{\underline{x}_0} = \langle \underline{A}(\underline{x}) \rangle_{\underline{x}_0} \quad (2.11)$$

egyenletet kapjuk. (2.11)-ben használva a (2.8) linearitási feltételt:

$$\frac{d}{dt} \langle \underline{x}(t) \rangle_{\underline{x}_0} = - \underline{\Lambda} \langle \underline{x}(t) \rangle_{\underline{x}_0} \quad (2.11a)$$

dinamikai egyenletet kapjuk $\underline{A}(\underline{x}') \Delta t = -\underline{\Lambda} \underline{x}' + \underline{F}$.

A (2.11a) egyenlet az $\underline{x}(t)$ -re változatlan alakban érvényes.

Az átmeneti valószínűségekből kiindulva (2.10)-ben használni kell a (2.4) közelítést, ekkor:

$$\underline{A}(\underline{x}) \Delta t = \sum_{\underline{x}} (\underline{x} - \underline{x}') w_{\underline{x}', \underline{x}} \Delta t \quad (2.12)$$

/a helybenmaradás valószínűségét leíró tag \underline{A} -ban a $\delta_{\underline{x}', \underline{x}}$ tényező miatt nem ad járulékot/. Ha most (2.12)-be a $w_{\underline{x}\underline{x}} \Delta t$ (2.7)-beli alakját beírjuk és a kijelölt szummázásokat elvégezzük, akkor pl. az $A_i(\underline{x}')$ komponensre az

$$\begin{aligned} A_i(\underline{x}') &= (x_i - x'_i) \sum_j \sum_i x'_j \lambda_{ij} \prod_{k=1}^N \delta_{x'_k, x_k} - d_j \delta_{ik} + \lambda_{ki} \\ &= \sum_{j=1}^N d_j \lambda_{ij} x'_j + \lambda_{oi} \end{aligned} \quad (2.13)$$

kifejezést kapjuk, amiből a dinamikai egyenletben szereplő Λ_{ij} együtthatókat az

$$\Lambda_{ij} = - d_i \lambda_{ij} \quad (2.14)$$

összefüggéssel vezethetjük vissza az elemi átmeneti folyamatok λ_{ij} valószínűségi rátáira és a reakció során az állapotban bekövetkező d_j nettó változásra.

2.4 $\underline{A} \langle \tilde{\underline{x}} \tilde{\underline{x}}^T \rangle$ szórásmátrixra vonatkozó egyenlet

A 2.3 pontban levezetett egyenletrendszer alkalmas a rendszerben fellépő csatolási mechanizmusok megragadására, a folyamatok statisztikus viselkedését azonban csupán az első átmeneti momentummal nem lehet kielégítően jellemezni. A (2.12) analógiájára magasabbrendű átmeneti momentumok is bevezethetők a

$$D_n(\underline{x}') \Delta t = \frac{1}{n!} \int_{\underline{x}} (\underline{x} - \underline{x}')^n w_{\underline{x}', \underline{x}} \Delta t \quad (2.15)$$

definícióval, amelyek segítségével (2.1)-ből az egyenletek csatolt, hierarchikus rendszerét kapjuk a különböző momentumokra. Tegyük fel [1], hogy az \underline{x} állapotváltozók diffúziós folyamatok, azaz az első két momentumuk $\underline{A}(\underline{x}')$ és $\underline{D}_2(\underline{x}') = \underline{D}(\underline{x}') /$ teljes egészében jellemzi a folyamatok statisztikáját. Ekkor az $\langle \tilde{x}_i(t) \tilde{x}_j(t) \rangle$ szórásokra (2.1)-et $(\underline{x}(t) - \underline{x}_0) (\underline{x}'(t) - \underline{x}'_0)^T$ -vel beszorozva és összegezve az \underline{x} állapotokra a

$$\frac{d}{dt} \langle \tilde{\underline{x}}(t) | \tilde{\underline{x}}(t) \rangle_{\underline{x}_0} = 2 \langle \underline{D}(\underline{x}) \rangle + \langle \underline{A}(\underline{x}) | \tilde{\underline{x}}(t) \rangle^T + \langle \tilde{\underline{x}} \cdot \underline{A}^T(\underline{x}) \rangle \quad (2.16)$$

egyenletet kapjuk. /A (2.1)-et jobbról az $(\underline{x}(t) - \underline{x}_0) (\underline{x}(t) - \underline{x}_0)^T = (\underline{x}' - \underline{x}'_0) (\underline{x}' - \underline{x}'_0) + (\underline{x} \underline{x}') (\underline{x} - \underline{x}')^T + (\underline{x} - \underline{x}') (\underline{x} - \underline{x}'_0)^T + (\underline{x}' - \underline{x}'_0) (\underline{x} - \underline{x}')^T$ kifejezéssel kell beszorozni. / Diffúziós folyamatokra a szorzat az első két egyenlet után megszakad.

Ha (2.16) jobboldalán $\underline{A}(\underline{x})$ -ben felhasználjuk a (2.8) linearitási feltevést, továbbá a $\underline{D}(\underline{x}) \approx \underline{D}(\underline{x}_0)$ közelítést, akkor a változók variancia-kovariancia mátrixára az időfüggetlen \underline{x}_0 állapotban $\langle \frac{d}{dt} \tilde{\underline{x}}(t) \tilde{\underline{x}}(t) \rangle_{\underline{x}_0} = 0$ az

$$2\underline{D}(\underline{x}_0) = \underline{\Lambda} \langle \tilde{\underline{x}}(0) \tilde{\underline{x}}(0)^T \rangle + \langle \tilde{\underline{x}}(0) \tilde{\underline{x}}(0)^T \rangle \underline{\Lambda}^T \quad (2.17)$$

összefüggést kapjuk, amit az irodalomban általánosított Einstein relációknak neveznek. Zárt és teljes rendszerre az állapotvektorok alkalmas transzformációjával a $\underline{\Lambda}$ mátrix szimmetrikus alakba transzformálható és ekkor a változók variancia-kovariancia mátrixát az

$$\langle \tilde{\underline{x}} \tilde{\underline{x}} \rangle = \underline{D}(\underline{x}_0) / \underline{\Lambda} \quad (2.18)$$

adja, ahol mind \underline{D} , mind $\underline{\Lambda}$ a $w_{\underline{x}, \underline{x}} \Delta t$ átmeneti valószínűségekből származtatható.

2.5 Áttérés folytonos folyamatokra, Langevin egyenlet

Az előző fejezetben - bár nem zártuk ki a külső zajforrások hatását /forrásemmisszió/ - elsősorban a zárt rendszerben keletkező fluktuációk leírását adtuk. Ezt a leírást a lineáris átviteli függvény modellel összehasonlítva a rendszer fluktuációinak teljesebb megértéséhez jutunk el. Ehhez azonban előbb az átmeneti valószínűségeken alapuló Markov-féle leírást egy kissé az előbbi-ektől eltérő formában kell ujrafogalmazni.

Tobábbra is megtartva a zárt rendszert jellemző állapotváltozók Gauss-Markov folyamatokként való kezelését és a linearitás követelményét, az \underline{x} diszkrét folyamatok helyett folytonos esetre térhetünk át, ha $\underline{x}(t) = \underline{x}_0 + \tilde{\underline{x}}(t)$, ahol $\underline{x}_0 > \tilde{\underline{x}}$, vagy pontosabban fogalmazva teljesül a "nagy rendszer" kritérium, amikor is \underline{x}_0 lineárisan arányos valamilyen extenzív Ω paraméterrel /pl. részecskeszám, térfogat stb./ míg az \underline{x} fluktuáció $1/\sqrt{\Omega}$ -val arányos. Ekkor a (2.6) master egyenletben a $P(\underline{x}_0, t)$ és a $w_{\underline{x}, \underline{x}}$ mennyiségek $1/\sqrt{\Omega}$ szerint sorbafejthetők és a sorfejtésben az $1/\Omega$ tagnál megállva [8], [9] a

$$\frac{\partial}{\partial t} P(\tilde{\underline{x}}, t) = \sum_{ij} \left[\frac{\partial}{\partial x_i} (\Lambda_{ij} \tilde{x}_j P(\tilde{\underline{x}}, t)) + \frac{1}{2} D_{ij} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} P(\tilde{\underline{x}}, t) \right] \quad (2.19)$$

Fokker-Planck egyenletet kapjuk. Itt a $\underline{\Lambda}$ és \underline{D} mátrixok definíciója az előző fejezetből ismert. Ezzel az $\tilde{\underline{x}}$ korábban diszkrét folyamatot azzal a legtöbb konkrét esetben jól teljesülő korlátozással, hogy $\tilde{\underline{x}}$ statisztikáját kizárólag az első és második momentuma határozza meg /diffúziós folyamat/ kiterjesztettük folytonos esetre.

A részletes levezetések mellőzésével, csupán a sztochasztikus folyamatokra vonatkozó matematikai irodalomra utalva belátható, hogy az $\tilde{\underline{x}}$ folyamat $P(\tilde{\underline{x}}, t)$ valószínűségi eloszlásfüggvényére felírt (2.19) FPE /Fokker-Planck egyenlet/ matematikailag egyenértékű módon helyettesíthető magára az $\tilde{\underline{x}}(t)$ folyamatra felírt Langevin típusu sztochasztikus differenciálegyenlettel, amely az alábbi alakban adható meg:

$$\frac{d \tilde{\underline{x}}(t)}{dt} = - \underline{\Lambda} \tilde{\underline{x}}(t) + \underline{F}(t) \quad (2.20)$$

ahol

$$\langle \underline{F}(t) \rangle = \underline{0} \quad \text{és} \quad \langle \underline{F}(t) \underline{F}(t')^T \rangle = 2\underline{D}\delta(t-t') \quad (2.21)$$

Az $\underline{F}(t)$ sztochasztikus folyamatot, amelyre (2.21) teljesül "fehér zaj"-nak nevezik.

A (2.20) Langevin egyenlet fizikai tartalmának az elemzése rávilágít a reaktorzaj diagnosztikában eddig alkalmazott különböző elméleti megközelítések közötti összefüggésre.

A Langevin egyenlet azért hasznos, mert általános keretét adja két nagyon szélsőséges zajprobléma leírásának. Egyrészt tekintsünk egy zárt rendszert, amelyben a fluktuációs folyamatok a rendszerben keletkeznek. Ennek leírása a Gauss-Markov folyamatok alapján az átmeneti valószínűségek megadásával történik. Az ezekkel számított momentumokból meghatározzuk mind a rendszerben végbemenő regressziós folyamatok együtthatóit, mind a \underline{D} diffúziós mátrix elemeit. Ezek nem függetlenek egymástól és együttesen határozzák meg az állapotváltozók egyensúlyi állapot szórásait.

A problémára felírt Langevin egyenletben, amely teljesen ekvivalens a rendszerre felírt master egyenlettel /folytonos valószínűségi változók esetében az FPE-vel/ az együtthatók ún. drift mátrixa a \underline{A} és a \underline{D} diffúziós mátrix szétválik. Az előzőt a determinisztikusnak képzelt rendszer dinamikai együtthatóiként, a másikat pedig a rendszert sztochasztikusan mozgató "külső zajforrások" variancia-kovariancia mátrixaként lehet értelmezni. A hagyományos elmélet a másik fent említett szélsőséges eset. Itt a rendszer valóban determinisztikus és az együtthatók mátrixa és a külső zajforrások szórásai között nincs semmi (2.18) típusu összefüggés.

Ahhoz azonban, hogy determinisztikus rendszert Langevin egyenlettel írassunk le, a környezet részéről a rendszert ér hatásoknak "fehér zajok"-nak kell lenniük. Ha a külső zajok közül egyetlen zajforrás dominál, akkor az átviteli függvényekkel dolgozó hagyományos leírás a problémának adekvát módon megfelelő tárgyalás.

Több, esetleg egymástól nem független zajforrás esetében /a valóságban legtöbbször ezzel kell számolni, különösen olyan bonyolult technikai rendszereknél, mint az atomreaktor/ a zárt rendszer feltevésen alapuló leírás alkalmazása a még megoldatlan problémák ellenére is gyümölcsözőbbnek látszik. Előrevetítve a következő fejezetek vizsgálatait, miszerint a reaktordiagnosztika elsősorban termohidraulikai természetű fluktuációi szempontjából a reaktorzóna és környezete: a primérgör, nem különbözik jelentősen egymástól. Ezért ahelyett, hogy a primérgöri fluktuációkat külső forrásoknak tekintenénk a zónán belüli "rendszer" átviteli tulajdonságainak gerjesztésére, célszerűbbnek látszik a zónán belüli állapotteret kiegészíteni a primérgöri állapotokkal és az egész csatolt rendszert mint zárt egységet kezelni. Ennek a képnek, mint azt a következő fejezetben látni fogjuk, az adatfeldolgozás oldaláról az autoregressziós analízis felel meg.

3. AZ AUTOREGRESSZIÓS MODELL KAPCSOLATA A RENDSZER MARKOV LEÍRÁSÁVAL

3.1 A Langevin egyenlet diszkrét változós alakja és az állapot-tér reprezentáció

Több egymással kölcsönhatásban álló változóval jellemzett dinamikai rendszert, a (2.20,21) Langevin egyenletekkel írjuk le:

$$\frac{dx}{dt} = \underline{K} x(t) + \underline{F}(t)$$

ahol

$$\langle \underline{x}(t) \rangle = \underline{0} \quad , \quad \langle \underline{F}(t) \rangle = \underline{0} \quad \text{és} \quad \langle \underline{F}(t) \underline{F}^T(t') \rangle = \underline{D} \delta(t-t') \quad . \quad (3.1)$$

Az $\underline{F}(t)$ zajforrások lehetnek külsők vagy belsők/ fehér zajok.

Zárt rendszerre a \underline{K} regressziós mátrix és a \underline{D} zajkovariancia mátrix elemei az $\underline{x}(t)$ Markov folyamatok $\underline{x}(t)$ -ből $\underline{x}'(t)$ -be való átmeneti valószínűségei segítségével adhatók meg [10].

A fenti modellt az (1) egyenletek fizikai értelmezhetősége alapján "fehér doboz" modellnek is nevezik.

Ezzel szemben a "fekete doboz" modellek bár fizikai feltevésekkel élnek a zajforrásokra vonatkozóan, csak a mért kimenő $y(t)$ zajok segítségével vizsgálják a rendszer állapotát, tekintet nélkül a rendszerben végbemenő dinamikai folyamatokra. A fekete doboz modellek egyik legáltalánosabb alakja az ARMA modell:

$$y(n) = \sum_{i=1}^M \underline{A}_i y(n-i) + f(n) + \sum_{j=1}^L \underline{B}_j f(n-j) \quad (3.2)$$

(3.2)-ben az \underline{A}_i együtthatók a kimenő zajok közötti korreláltsággal, a \underline{B}_j együtthatók a zajforrások "fehér" jellegével vannak kapcsolatban [12].

A következőkben a két egymástól látszólag teljesen különböző dinamikai leírás közötti összefüggések néhány vonásával foglalkozunk.

(3.1)-ben az $\underline{x}(t)$ mennyiségek a rendszer belső állapotváltozói. Tegyük fel, hogy a rendszert M egymástól lineárisan független állapotváltozó jellemzi, azaz az állapottér M -dimenziós. A rendszerelméletben egy ilyen rendszert M -ad rendűnek neveznek [13]. A valódi folyamatok nem lineáris jellegét elhanyagoljuk.

Vizsgáljuk először azt az esetet, amikor minden $\underline{x}(t)$ változót mérni tudunk. Ha $\underline{y}(t)$ -vel jelöljük a mért változókat, akkor ezt a feltevést úgy fogalmazhatjuk meg, hogy a (3.1)-et kiegészítjük az

$$\underline{y}(t) = \underline{C} \underline{x}(t) \quad (3.3)$$

egyenlettel, ahol $\underline{C} = \underline{1}$ egység mátrix.

Ahhoz, hogy (3.1) és (3.3) ill. (3.2)-t egymással összehasonlíthassuk, vezessünk be az elméleti modellbe is diszkrét változókat az $\underline{x}(n\Delta t) \equiv \underline{x}(n)$ jelöléssel, ahol n egész szám.

Az (1) egyenlet általános megoldása:

$$\underline{x}(t) = e^{\underline{K}t} \underline{x}(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\underline{K}(t-s)} \underline{n}(s) ds. \quad (3.4)$$

Integráljuk ki a megoldást egy bárhol felvett $t_0 = (n-1)\Delta t$ és $t = n\Delta t$ tartományra, ekkor az

$$\underline{x}(n) = e^{\underline{K}\Delta t} \underline{x}(n-1) + \underline{B} \underline{f}(n) \quad (3.5)$$

elsőrendű, inhomogén differencia egyenlet rendszert kapunk, ahol

$$\underline{B} \underline{f}(n) = \int_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t} e^{\underline{K}(n\Delta t-s)} \underline{\eta}(s) ds. \quad (3.6)$$

Az $\underline{f}(n)$ könnyen beláthatóan továbbra is fehér zajnak tekinthető, amelynek várható értéke nulla és kovariancia mátrixa:

$$\underline{V} = \int_0^{\Delta t} e^{\underline{K}s} \underline{D} e^{\underline{K}^T s} ds$$

(3.6)-ban \underline{B} oszlopvektor, jelentése a továbbiakban válik világossá.

(3.1a) és (3.6)-ból következően:

$$\langle \underline{B} \underline{f}(n) \cdot \underline{B}^T \underline{f}(n') \rangle = \underline{V} \delta_{nn'}$$

A (3.1) és (3.3) egyenletekkel jellemzett folytonos modell ekkor az alábbi diszkrét változós alakban írható fel:

$$\begin{aligned} \underline{x}(n) &= \underline{\phi} \underline{x}(n-1) + \underline{B} \underline{f}(n) \\ \underline{y}(n) &= \underline{C} \underline{x}(n) \end{aligned} \quad (3.7)$$

ahol $\underline{C} = \underline{I}$. Ez (3.2)-vel összehasonlítva nyilvánvalóan megfelel egy M-dimenziós változókra felírt elsőrendű AR modellnek. Ez az állítás a további vizsgálatok kiindulópontja.

A (3.7)-nek megfelelő Yule-Walker egyenlet mátrixegyenlet alakjában írható fel

$$\langle \underline{y}(n) \underline{y}^T(n) \rangle = \underline{\phi} \langle \underline{y}(n-1) \underline{y}^T(n) \rangle, \quad (3.8)$$

ahol (3.5)-ből látszik a $\underline{\phi}$ AR együttható mátrixnak a \underline{K} regressziós mátrixszal való összefüggése $\underline{\phi} = e^{\underline{K}\Delta t}$. Az AR modell természetesen a $\underline{\phi}$ mátrixot a $\underline{C}_0(n)$ ill. $\underline{C}_0(n-1)$ mért korrelációs függvényekből határozza meg.

A

$$\langle \underline{y}(0) \underline{y}^T(0) \rangle = \underline{\phi} \langle \underline{y}(-1) \underline{y}^T(0) \rangle + \underline{v} \quad (3.9)$$

összefüggés pedig a zajkovariancia mátrix AR modellbeli alakját adja.

A $\underline{\phi}$, \underline{B} és \underline{C} mátrixok ismeretében a (3.7) állandó együtthatós elsőrendű differenciaegyenlet rendszer a kezdeti érték ismeretében lehetővé teszi az $\underline{y}(n)$ bármely n -re való kiszámítását [14].

A rendszert jellemző mennyiségek könnyen értelmezhetőek a folytonos változós eset analógiájára kiszkrét változókra is. A (4)-ben szereplő $e^{\underline{K}t}$ impulzus válaszfüggvény mátrix, amely a rendszer válaszát adja δ -függvény gerjesztésre és segítségével a mért mennyiség t idő pontbeli értékét tetszőleges gerjesztésre meghatározhatjuk felírható az $\underline{y}(t) = \int_{-\infty}^t \underline{g}(t-s) \underline{f}(s) ds$ összefüggésből. A $\underline{g}(t)$ nek diszkrét esetben a

$$\underline{H}(n) = \begin{cases} \underline{C} \underline{\phi}^{n-1} \underline{B} & , n > 0 \\ 0 & , n < 0 \end{cases} \quad (3.10)$$

mátrixfüggvény felel meg. Ez a válasz a külsü gerjesztésre a folytonos esetnél sokkal egyszerűbb

$$\underline{y}(n) = \underline{H} \underline{f}(n) \quad (3.11)$$

matematikai összefüggéssel szolgáltatja. A \underline{H} analitikus tulajdon-

ságait a z transzformáció segítségével lehet jobban megérteni. A továbbiak szempontjából itt most elég formálisan bevezetni az állapot időben való léptetésének z operátorát, azaz $\underline{x}(n+1) = z \underline{x}(n)$ operációt [4], [13]. Ennek segítségével (3.7) átírható csak az n -dik időpontot tartalmazó alakba:

$$z \underline{x}(n) = \underline{\phi} \underline{x}(n) + z \underline{B} \underline{f}(n) .$$

Az egyenletet átrendezve, az input és output mennyiségek között az

$$\underline{y}(n) = \underline{C} \frac{z}{z - \underline{\phi}} \underline{B} \underline{f}(n) \quad (3.12)$$

relációt kapjuk, ami mutatja \underline{H} -nak a rendszert jellemző, valamint a mért mennyiségek és a zajforrások számát megadó mátrixokkal való kapcsolatát.

A \underline{H} -t $1/z$ hatványai szerint sorbafejtve formálisan az

$$\underline{y}(n) = \sum_{i=0}^{\infty} \underline{C} \underline{\phi}^i \underline{B} \underline{f}(n-i) \quad (3.13)$$

kifejezést kapjuk, ami (3.2)-vel összevetve egy végtelen rendű MA modellnek felel meg. Konkrét rendszerekre azonban a $\underline{H}(z)$ z -nek mindig valamilyen végesrendű polinom törtfüggvénye, amely felírható az

$$\underline{y}(n) = \underline{A}^{-1}(z) \underline{B}(z) \underline{f}(n) \quad (3.14)$$

alakban is. A \underline{B} mátrix karakterisztikus polinomjának rendje kauzalitási okokból nem lehet nagyobb, mint \underline{A} karakterisztikus polinomjának a rendje.

A (3.14) egyenletet $\underline{\underline{A}}(z)$ -vel balról beszorozva és figyelembe véve z definícióját egy a (3.2)-nek teljesen megfelelő típusu ARMA modellt kapunk. Ezzel a felbontással csak az a probléma, hogy nem egyértelmű. Ahhoz, hogy az ARMA modell jelentőségét jobban megvilágíthassuk a mátrixelméletből ismeretes minimumpolinomok használatára van szükség [15]. Nem célunk a továbbiakban ezt a problémát matematikai szempontból teljes általánosságban vizsgálni. Ezért az ARMA modellnek a Langevin leírásán alapuló fizikai modellel való összehasonlítását egy speciálisabb esetben tárgyaljuk. A most következő tárgyalásban matematikailag egzakt formában megvizsgáljuk azt az esetet, amikor az M -ed rendű rendszer csupán egy változóját mérjük /ez lehet az összes változó egy lineáris kombinációja is/.

3.2 A mért változók terében értelmezett fizikai modell és az ARMA modell ekvivalenciája

(3.13) és (3.14)-ből látható, hogy a $\underline{\underline{H}}(z)$ felbontása $\underline{\underline{A}}(z)\underline{\underline{B}}(z)$ -re nem egyértelmű és függ a $\underline{\underline{C}}$ és $\underline{\underline{B}}$ mátrixoktól is, azaz attól, hogy milyen mennyiségeket tudunk mérni és milyen zajforrások vannak.

Vizsgáljuk azt a speciális esetet, amikor a (3.7) egyenletekkel jellemzett rendszerben csupán egyetlen $y(n)$ mennyiséget tudunk mérni. Ekkor a $\underline{\underline{C}}$ mátrix egy M elemű sorvektorra redukálódik $\underline{\underline{C}} = (\beta_0, \dots, \beta_{M-1})$. Megmutatjuk, hogy az így felírt (3.7) egyenlet hasonlósági transzformációkkal szintén a (3.2) típusu ARMA modellé alakítható. Erre több módszer van. Transzformáljuk először az (1) egyenletet kanonikus alakra új változók bevezetésével:

$$\underline{x} = \underline{T} \underline{x}' \quad ; \quad \underline{x}' = \underline{T}^{-1} \underline{x}$$

A fent alkalmazott \underline{T} transzformációval (1) helyett a formailag azonos

$$\frac{d\underline{x}'(t)}{dt} = \underline{\tilde{K}} \underline{x}'(t) + \underline{f}(t) \tag{3.15}$$

$$y(t) = \underline{\tilde{C}} \underline{x}'(t)$$

egyenleteket kapjuk, ahol $\underline{\tilde{K}} = \underline{T}^{-1} \underline{K} \underline{T}$ diagonális mátrix. /Megjegyezzük, hogy az új x'_i változók szétcsatolódnak, de a rendszer regresszív jellege most az új $\underline{f}(t)$ zajforrásokban tükröződik./

A (3.15) egyenleteket megint átalakíthatjuk diszkrét változós alakra. Belátható, hogy az új $\underline{\tilde{\Phi}}$ mátrix az így nyert (3.7)-tel analóg egyenletben szintén diagonális lesz.

$$\underline{\tilde{\Phi}} = \begin{pmatrix} e^{p_1 \Delta t} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & e^{p_2 \Delta t} & \dots & 0 & \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & e^{p_M \Delta t} \end{pmatrix} \tag{3.16}$$

A p_1, \dots, p_M mennyiségek a \underline{K} mátrix /esetünkben egyszeresnek feltételezett/ sajátértékei. Azaz p_i -k megoldásai a $\det(p\underline{I} - \underline{K}) = 0$ egyenletnek. $\underline{\tilde{\Phi}}$ alakja /1. (3.16)/ könnyen igazolható [13], ha vigyelembe vesszük, hogy

$$e^{\underline{K}\Delta t} = \underline{I} + \underline{K}\Delta t + \frac{1}{2!} \underline{K}^2 \Delta t^2 + \dots$$

Ismerve a $\tilde{\Phi}$ diagonális reprezentációját és a \tilde{p}_i sajátértékeit, definiálható az \underline{M} mátrix az alábbi módon:

$$\underline{M} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \dots \dots \dots 1 \\ \tilde{p}_1 & \tilde{p}_2 \dots \dots \dots \tilde{p}_M \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \tilde{p}_1^{M-1} & \tilde{p}_2^{M-1} & \dots & \tilde{p}_M^{M-1} \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Az \underline{M} mátrix segítségével újabb hasonlósági transzformációt végezve az \tilde{x}_1 változókra újból (3.7) alakú egyenleteket kapunk, ahol a $\tilde{\Phi}'$ mátrix $\tilde{\Psi}' = \underline{M} \tilde{\Phi} \underline{M}^{-1}$

$$\tilde{\Phi}' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \dots \dots \dots 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & \dots & \dots & -\alpha_{M-1} \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

a mátrixelméletből jól ismert alakot ölti [15].

A Cayley-Hamilton tétel alkalmazásával belátható, hogy a (3.18)-hoz tartozó karakterisztikus polinom $m(p)$ a $\tilde{\Phi}'$ -hez tartozó $g(p)$ minimum polinomja.

A dinamikai egyenletet részletesen kiírva /diszkrét változós esetben/:

$$\begin{pmatrix} x_1(n+1) \\ \vdots \\ x_M(n+1) \end{pmatrix} = \tilde{\Phi}' \begin{pmatrix} x_1(n) \\ \vdots \\ x_M(n) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_M \end{pmatrix} f(n) \quad , \quad (3.19)$$

ahol a $\underline{b}' = (b_1, \dots, b_M)^T$ vektor a (7) egyenlet fentiekben leírt transzformáció során áll elő az eredeti \underline{b} zajforrás vektorból.

Hasonlóan a (3.19)-ben szereplő \underline{x} változó is az eredeti \underline{x} változó megfelelő transzformáltja.

A fentiekben alkalmazott transzformációk értelme világossá válik, ha belátjuk, hogy az új, transzformált \underline{x} változó kielégíti az

$$\begin{aligned} y(n) &= x_1(n) \\ x_1(n+1) &= x_2(n) \\ &\vdots \\ x_{M-1}(n+1) &= x_M(n) \end{aligned} \quad (3.20)$$

egyenleteket, azaz általában az $x_\mu(n+1) = x_{\mu+1}(n); \mu = 1, \dots, M-1$ összefüggést. Ha ezek után egy pillanatra feltesszük, hogy a rendszerben csak egyetlen zajforrás működik, azaz $b_1=1, b_2=b_3 \dots = b_m=0$, akkor (3.19) és (3.20) alapján a

$$\begin{aligned} y(n+M) &= -\alpha_{M-1} y(n+M-1) - \alpha_{M-2} y(n+M-2) - \dots \\ &\dots - \alpha_0 y(n) + f(n) \end{aligned} \quad (3.21)$$

egyváltozós, M-ed rendű differenciaegyenletet kapjuk. Ebből látható, hogy (3.21) megfelel egy (3.2) alaku egyváltozós, M-ed rendű AR modellnek, ahol $L=0$.

A (3.21) egyenlet azonban általában nem felel meg a (3.7) egyenletnek, mivel a b_i zajforrások nem hanyagolhatóak el. A rendszerelméletből már régóta ismeretes, hogy a (3.19)-el ekvivalens egyváltozós egyenlet (3.21) helyett az alábbi alaku:

$$\begin{aligned} y(n+M) &= -\alpha_{M-1} y(n+M-1) - \dots - \alpha_0 y(n) + \beta_{M-1} f(n+M-1) + \\ &+ \dots + \beta_0 f(n) \end{aligned} \quad (3.22)$$

ahol a β_i mennyiségek a (3.19)-ben szereplő b_i -kel az

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \alpha_{M-1} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_{M-1} \\ \beta_{M-2} \\ \vdots \\ \beta_0 \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

egyenletekkel meghatározott kapcsolatban vannak [13].

(3.22) pontosan megfelel a (3.2) ARMA egyenletnek / $L=M-1$ /, azonban ekkor már a $\underline{B} \underline{f}(n)$ -re a fehér zaj feltevés nem tartható fenn, hiszen a $\beta_i \neq 0$ együtthatók éppen a zajforrás korreláltságát mutatják. /A (3.7) egyenletben $f(n)$ még fehér zajforrás volt, amit az elméleti Langevin modellt $\underline{F}(t)$ zajforrásából vezettünk le./

3.3 A rejtett változók problémája és az AR modell

Összefoglalva az előző pont legfontosabb állításait kijelenthetjük, hogy

a/ Az M -ed rendű, Langevin egyenletekkel leírható, dinamikai rendszer, amelyben az átviteli függvényt (3.10) adja meg és a rendszer kimenetein M számú, egymástól független y változót tudunk mérni, y -ra nézve ekvivalens egy M dimenziós, elsőrendű AR modellel.

b/ Ha az előző M -ed rendű rendszerben csak egyetlen y változót mérünk, akkor az y -ra M -ed rendű ARMA modell vezethető le /ahol $L=M-1$ /. Tisztán AR modellel megadható ekvivalens leírás nem létezik. Ez a modell a $b_1 f(n)$ és y között ugyanazt az input-output relációt szolgáltatja, mint a (3.7)-ből levezetett (3.12) összefüggés.

c/ A b/ pontban megfogalmazott tétel általánosítható olyan esetekre is, amikor a rendszer változói közül tetszőleges számú mérünk. Ekkor is fennáll az a/ és b/ pontokban megfogalmazott állítás, hogy az elméleti modellnek egy Q -ad rendű ARMA modell felel meg, ahol $L = Q-1$. Ekkor azonban $Q \leq M$. /Az a/ pontban $M=1$, $L=0$, ezért beszélhettünk AR modellről ARMA modell helyett./

A tétel részletes bizonyítása Kishida munkáiban található meg [12], [16]. Ezek alapján említjük meg, hogy ha pl. y q -dimenziós vektor, azaz \underline{C} -nek q sora és M oszlopa van, akkor megfelelő transzformációval a $\underline{\phi}$ olyan alakba írható át, ahol ϕ_{ii} $q \times q$ -s mátrix / $q \leq M$ /, de elemei maguk is mátrixok. $\underline{\phi}$ diagonális elemeiként szereplő mátrixok (3.18) típusúak, pl:

$$\phi_{ii} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ \alpha_{ii, \sigma_i} & \dots & \dots & \dots & \alpha_{ii, 1} \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

Ezekben az almátrixokban szereplő σ_i indexekre teljesül $\sum_{i=1}^a \sigma_i = M$. Ekkor megmutatható, hogy a megfelelő ARMA modell rendje $Q = \max\{\sigma_i\}$ és $L = Q-1$.

d/ Megmutatható, hogy a (3.7) rendszer ARMA modellé való áttranszformálása megfelel a rendszer átviteli függvényének (3.14)-ben általánosan megadott olyan $\underline{A}^{-1} \underline{B}$ felbontásának, ahol az $\underline{A}^{-1}(z)$ karakterisztikus polinomja z -ben minimális rendű /1. minimum-polinomok a mátrixelméletben [15]/. A (3.14) felbontás ebben az értelemben egyértelművé válik. Látható, hogy a felbontás, \underline{H} definíciójából következően, jelentősen függ a \underline{C} alakjától, azaz a mérhető változóknak a rendszer összes többi változójához viszonyított számától. Minél több változót tudunk mérni, annál alacsonyabb rendű ARMA modelleket kell alkalmaznunk.

4. A REJTETT VÁLTOZÓK TÁRGYALÁSA AZ ELMÉLETI LEÍRÁSBAN

4.1 Az aláhűtött forrás tárgyalása nyomottvízes reaktorban

Irjuk le a reaktor zónájában lejátszódó folyamatokat pontkinetikai közelítésben. A termohidraulikai folyamatok közül a zónában kialakuló aláhűtött forrást vesszük csak tekintetbe, amely a reaktivitás voidkoefficiensén keresztül csatolódik a neutronkinetikai folyamatokhoz. Ekkor a rendszert három állapotváltozó jellemzi: a neutronok száma a zónában $N(t)$, a későneutron anyamagok száma $C(t)$ és a gőzbuborékok száma $\alpha(t)$.

Tudjuk, hogy a reaktor valójában bonyolult statisztikus fizikai rendszer. Jelen esetben azonban makroszkópicusan akarjuk a rendszert leírni. Ekkor a reaktorkinetika és termohidraulika egyenletei alapján az $\langle N(t) \rangle$, $\langle C(t) \rangle$, $\langle \alpha(t) \rangle$ átlagokra, mint makroszkópicus mennyiségekre lineáris közelítésben felírható:

$$\frac{d\langle N(t) \rangle}{dt} = -\lambda_N \langle N(t) \rangle + \lambda_C \langle C(t) \rangle + \mu_B N_0 \langle \alpha(t) \rangle$$

$$\frac{d\langle C(t) \rangle}{dt} = \lambda_N \langle N(t) \rangle - \lambda_C \langle C(t) \rangle$$

$$\frac{d\langle \alpha(t) \rangle}{dt} = \lambda_p \langle N(t) \rangle - (\lambda_n + \lambda_\alpha) \langle \alpha(t) \rangle$$

ahol $\lambda_N = \beta / l$, β a későneutron hányad, l neutron generációs idő, λ_C késő neutron anyamag bomlásállandó, μ_B a reaktivitás "void" koefficiense, λ_F hasadási ráta, λ_α a buborékok reciprok átlagos élettartama, λ_H a buborékok zónán való áthaladási idejének reciproka. /Itt megjegyezzük, hogy a számítások egyszerűsítése miatt az összes állapotváltozót dimenziótlan alakban adjuk meg és a λ együtthatókat $1/s$ dimenzióra számoltunk át./

Hasonló egyenleteket írhatunk fel a reaktordinamikai folyamatokat meghatározó többi változóra is /pl. hőmérséklet, nyomás, vízforgalom stb./. Ekkor általános alakban az egyenletek

$$\frac{d\langle \underline{x}(t) \rangle}{dt} = - \underline{\Lambda} \underline{x}(t) \rangle ,$$

ahol \underline{x} az állapotváltozók vektora és $\underline{\Lambda}$ az együtthatók mátrixa. Ha a rendszer nem zárt, akkor a jobboldal még kiegészítendő az $\underline{F}(t)$ külső zajforrások vektorával. Az időfüggetlen állapotban /steady state/ teljesülnie kell az

$$\underline{\Lambda} \langle \underline{x}_0 \rangle = \underline{F}_0$$

sztatikus egyenletnek.

Az $\underline{F}(t)$ források és a $\underline{\Lambda}$ -ban lévő időállandók ismeretében a rendszert "lineáris szűrő"-nek tekinthetjük, amelynek átviteli tulajdonságait Fourier transzformálás után az

$$\langle \underline{x}(\omega) \rangle = \underline{G}(\omega) \langle \underline{F}(\omega) \rangle$$

egyenlettel meghatározott $\underline{G}(\omega)$ átviteli függvény mátrix írja le. Ha az $\underline{F}(t)$ zajforrás sztochasztikus folyamat, akkor a fenti eljárás a változók fluktuációinak vizsgálatára is felhasználható, spektrális sűrűségfüggvények vezethetők le, amelyek összehasonlíthatók a zajmérések eredményeivel és alapjául szolgálnak a reaktorok zajdiagnosztikai vizsgálatának.

Ebben a részben az előbbieken vázolt elmélet /2. fejezet/ alkalmazására mutatunk egy egyszerű példát. A modell részleteire vonatkozóan l. Meskó, Katona [17]. A továbbiakban konkrétan megmutatjuk, hogyan kapjuk vissza a (2.7)-(2.11) összefüggések alapján a fenti egyenleteket és azt is látni fogjuk, hogy milyen szempontból ad többet az átlagokra vonatkozó egyenleteknél a 2. fejezetben tárgyalt leírás.

Jellemezze a reaktor zónában végbemenő folyamatokat három állapotváltozó: $\underline{x}(t) = \{N(t), C(t), \alpha(t)\}^T$, ahol mindhárom mennyiség dimenziótlan formában felírt diszkrét Markov folyamat. Alapvető mennyiség a $w_{xx} \Delta t$ az adott problémára. Ennek kiszámításához felhasználjuk az alábbi táblázatban összefoglalt elemi reakciókat.

Elemi reakció	Vszség.ráta	Nettó változás
neutron eltűnés	$\lambda_N N'$	-1 neutron
neutron forrás	S'_N	+1 neutron
hasadás	$\lambda_F N'$	$\left\{ \begin{array}{l} N_0 -1 \text{ neutron} \\ N_1 \text{ késő n. anyamag} \\ +1 \text{ buborék} \end{array} \right.$
késő neutron anyamag bomlás	$\lambda_C C'$	$\left\{ \begin{array}{l} -1 \text{ késő anyamag} \\ +1 \text{ buborék} \end{array} \right.$
buborék kondenzáció	$\lambda_d \alpha'$	-1 buborék
buborék kifolyás	$\lambda_H \alpha'$	-1 buborék
buborék forrás	S'_α	+1 buborék

1. Táblázat

(2.7) alapján a táblázat segítségével a $w_{\underline{x}, \underline{x}}^{\Delta t}$ átmeneti valószínűséget az

$$w_{\underline{x}, \underline{x}}^{\Delta t} = \Delta t \{ \lambda_N^{N'} \delta_{N', N+1} + s_{N'}' \delta_{N', N-1} + \lambda_F^{N'} \delta_{N', N-v_0+1} \delta_{C', C-v_1} \delta_{\alpha', \alpha-1} + \lambda_C^{C'} \delta_{N', N-1} \delta_{C', C+1} + (\lambda_\alpha + \lambda_H) \alpha' \delta_{\alpha', \alpha+1} + s_\alpha' \delta_{\alpha', \alpha-1} \} \quad (4.1)$$

kifejezés adja meg /1. még Meskó, Katona [18]/. (4.1)-ben csak azokat a $\delta_{k', k+d_j}$ Kronecker - faktorokat irtuk ki az egyszerűség kedvéért, amelyekben a d_j nettó változás nullától különbözik, de ezeket a továbbiakban bele kell érteni a kifejezésébe. /pl. az első tag részletesen kiírva $\lambda_N^{N'} \delta_{N', N+1} \cdot \delta_{C', C} \cdot \delta_{\alpha', \alpha}$ /

A (2.13) alapján előállítjuk az $\underline{A}(\underline{x}') \Delta t$ vektort /ezt itt nem írjuk fel/, majd bevezetve az $\tilde{x}' = \underline{x}' - \underline{x}_0$ fluktuációkat (2.11a) mintájára, megkapjuk az alapegyenleteket. Ezután (2.15)-ből kiszámítjuk a $\underline{D}_2(\underline{x}') \approx \underline{D}(\underline{x}_0)$ mátrixot is. A \underline{D} mátrix alakja:

$$\begin{pmatrix} D_N & (v_1(v_0-1)-v_1) \lambda_F^{N_0} & (v_0-1) \lambda_F^{N_0} \\ * & (v_1^2-v_1) \lambda_F^{N_0} & v_1 \lambda_F^{N_0} \\ * & * & ((v_0-1)^2+1) \lambda_F^{N_0} + 2D_\alpha \end{pmatrix} = \underline{D} \quad , \quad (4.2)$$

ahol $D_N = v_0(v_0-1) \lambda_F^{N_0} + \frac{2F_0}{e} N_0$. A \underline{D} mátrix szimmetrikus, a főátló alatti elemeket (4.2)-ben *-el jelöltük.

Az LFM leírásnál már megszokott módon, az (1.4)-hez hasonlóan térjünk itt is át a t változóról az ω frekvencia térbe. A (2.11a) és a (2.16)-ből vagy az ezekkel ekvivalens (3.2) és (3.3)-ból Fourier transzformálás után és alkalmazva a Wiener-Hincsin tételt

az \underline{x} fluktuációk $\underline{P}(\omega)$ spektrális sűrűségfüggvény mátrixára a

$$\underline{P}(\omega) = \underline{G}(i\omega) \underline{D} \cdot \underline{G}^+(i\omega) \quad (4.3)$$

összefüggést kapjuk, ahol a $\underline{G}(i\omega) = (i\omega \underline{E} + \underline{A})^{-1}$ mátrix a többváltozós eset átviteli függvényeinek felel meg. / \underline{E} az egységmátrix, $\underline{G}(i\omega)^+$ mátrix a $\underline{G}(i\omega)$ adjungáltját jelöli./

Az így levezetett (4.3) összefüggés a spektrális sűrűségfüggvény mátrixra alapját képezi minden további vizsgálatnak. Ha a \underline{A} és \underline{D} mátrixok egymástól függetlenül ismertek, akkor meghatározhatjuk (4.3)-ból a megfelelő átviteli függvényeket többváltozós esetben is.

Kapcsolódva a Bevezetésben és a 3. fejezetben mondottakhoz, látjuk, hogy az elméleti tárgyalásnál a késő neutronok figyelembevételénél nem jelent problémát, sőt csak ilyen módon lehet a dinamikai egyenleteket a standard (2.20) alakra hozni.

Nem ez a helyzet az AR analízisnél, ahol a mérés a késő neutronokat nem tudja megkülönböztetni és így a mért neutron és gőztartalom változókra vonatkozó és az elméleti modell (4.3) mátrixának megfelelő elemeivel megegyező spektrumokat egy kétváltozós AR modell segítségével kell meghatározni.

Ez a körülmény indokolja egy olyan diagnosztikai módszer bevezetését, ahol az AR modell és a megfelelő, de természetesen magasabb rendű elméleti modell egyszerre vizsgálható. A spektrumok vagy a spektrumok integráljaiból levezetett mennyiségek összenormálása után a csatolási állandókat nem az AR modellből, hanem az elméleti modellből határozzuk meg, ugyanakkor az elméleti modell kiszámításánál az AR spektrumokon kívül jól felhasználhatjuk az AR modellből ugyancsak adódó \underline{D} zajforrás variancia-kovariancia mátrixot.

HIVATKOZÁSOK

- [1] K. Saito (1974), *Annals of Nucl. Sci. Eng.* 1, 31.
- [2] N. Morishima (1973), *J. Nucl. Sci. Technol.*, 10, 29.
- [3] S. Haykin (szerk.): *Nonlinear Methods of Spectral Analysis*
Springer Verlag, Berlin, 1979.
- [4] G.E.P. Box and G.M. Jenkins (1976) *Time Series Analysis,*
Forecasting and Control, Holden-Day Inc. USA
- [5] Lux I., Meskó L. és Pór G. KFKI-1983-133
- [6] M.S. Green (1952), *J. Chem. Phys.*, 20, 1281.
- [7] L. Van Hove (1955), *Physica*, 21, 517.
- [8] M. Lax (1960), *Rev. Mod. Phys.* 32, 25.
- [9] L.D. Landau, E.M. Lifschitz (1975) *Statistische Physik,*
Akademie Verlag, Berlin.
- [10] Meskó L. (1983) KFKI-1983-64.
- [11] M. Kitamura et al. (1977), *Prog. Nucl. Energy*, 1, 231.
- [12] K. Kishida (1982) *Phys. Rev. A.* 25, 296.
- [13] R. Unbehauen (1980) *Systemtheorie*, Akademie Verlag, Berlin.
- [14] G. Deutsch (1950), *Handbuch der Laplace-Transformation I-II.*
Berlag Birkhäuser, Basel.
- [15] Rózsa Pál (1974) *Lineáris algebra*, Műszaki Könyvkiadó.
- [16] K. Kishida, H. Sasakawa (1980), *J. Nucl. Sci. Technol.*, 17,
[1], 16.
- [17] L. Meskó, T. Katona (1981), KFKI-1981-55.
- [18] L. Meskó, T. Katona (1983), *Kernenergie*, 26, 4, 136.

II. RÉSZ

ABSZORBENSZUDAK NEUTRONZAJ MÉRÉSÉN ALAPULÓ
REZGÉSDIAGNOSZTIKA

I.	REZGŐ SZABÁLYOZÓRÚD LOKALIZÁCIÓJA.	6
I.1.	A rezgő szabályozórúd által keltett neutronzaj vizsgálata.	8
I.2.	A neutronjelek Fourier-transzformáltjai alapján végzett lokalizációs eljárás	16
I.3.	Lokalizáció a neutrontektorok időjelei alapján	27
I.4.	Lokalizáció a neutronjelek spektrumai alapján	31
II.	A SZABÁLYOZÓRÚD MOZGÁSA.	43
II.1.	A rudra ható gerjesztés és a rudmozgás közti kapcsolat.	44
II.2.	Az időfüggvények amplitudóeloszlás-függvényei és diagnosztikai jelentőségük.	49
II.3.	Két karakterisztikus eset analitikus tárgyalása	57
II.3.a.	Fehérzaj gerjesztés	58
II.3.b.	Monokromatikus gerjesztés	63
III.	NUMERIKUS KISÉRLETEK.	66
III.1.	Numerikus kísérletek kvázi-fehér gerjesztés esetén.	66
III.2.	Numerikus kísérletek kvázi-monokromatikus gerjesztés esetén.	75
III.3.	Neutronzaj alapján végzett rezgésdiagnosztika	79

Az atomreaktorok belsejében fellépő rezgések detektálásánál nehézséget jelent, hogy nem helyezhető minden lehetséges rezgő szerkezeti elem mellé elmozdulás-, vagy gyorsulásmérő. Ezt a szélsőséges nyomás-, hőmérsékleti viszonyok, valamint a sugárterhelés sem engedné. Azonban bizonyos szerkezeti elemek rezgése a neutrontektorok jelében is kimutatható.

/S.E. Stephenson, D.P. Roux, D.N. Fry, 1966/: Egy rezgő szabályozórúd módosítja a reaktor belsejében kialakult neutronfluxust, mivel mozgása a makroszkópikus hatáskeresztmetszetek

perturbációjának felel meg. Így egyszerre több neutrondetektor szerez tudomást a szabályozórúd rezgéséről. A neutrondetektorok jelein alapuló rezgésdiagnosztika előnye, hogy nem igényli további speciális detektorok felszerelését a reaktor belsejében. A meglévő neutrondetektorok által mért jel fluktuációjának statisztikájából következtetünk a rezgést jellemző mennyiségekre.

A jelentés első részében (I. fejezet) egy már kidolgozott modell /I. Pázsit, G.Th. Analytis 1980/ segítségével felállított lokalizációs eljárás /I. Pázsit, O. Glöckler 1983a, 1983b/ vizsgálatával, numerikus tesztelésével foglalkoztam. A modell segítségével meghatározhatjuk az ismert helyen lévő és ismert módon mozgó szabályozórúd rezgésére adott neutrondetektor-választ, rögzített reaktor- és detektorelrendezés mellett /direkt probléma/. A dolgozatban vizsgált modell az ún. indirekt diagnosztikai probléma megoldását szolgálja: csupán a neutrondetektorok jeleit, mint mérésből kapott időjeleket, tekintjük ismertnek, melyek megfelelő transzformálásával, átlagolásával - amely egy valódi mérésben is elvégezhető - a lehető legtöbbet akarunk mondani a neutronjeleket létrehozó okokról. Néhány neutrondetektor jelének statisztikai paramétereiből, a reaktor átviteli függvényének ismeretében, egyrészt a neutronzajt létrehozó folyamatok hasonló mélységű statisztikai paramétereit akarjuk meghatározni, másrészt térben lokalizálni a zajforrást, ami esetünkben azt jelenti, hogy az ismert számú és helyzetű szabályozórúd közül a többenél erősebben rezgőt azonosítjuk. Az I. fejezetben numerikus módszerekkel, konkrét esetekben végeztük el a lokalizációt, azt vizsgálva, hogy a neutrondetek-

torok jeleiből származtatott különböző mennyiségekkel végzett lokalizációk milyen esetekben és milyen biztonsággal adják meg a valódi rudpozíciót, valamint mennyire érzékeny a lokalizációs eljárás a neutronjelekben fellépő háttérzajokra, illetve mérési pontatlanságokra.

A valóságban egy neutrontetektor által mért fluktuációban más, a rezgő szabályozórudtól független zajforrás hatása is szerepel. A neutronfluxus fluktuációját létrehozhatják a zónán áthaladó buborékok is, melyeket a neutrontetektorok, mint a moderátoranyag sűrűségfluktuációját érzékelik. Hasonló neutronfluxus-fluktuációt okoz a zónán áthaladó viz - amely hűtő- és moderátoranyag - hőmérséklet- és sebességfluktuációja /G. Kosály, M.M.R. Williams, 1971/.

Igy a neutronzaj elemzésén alapuló rezgésdiagnosztikai modell felállításában és tesztelésében figyelembe kell venni azt a tényt, hogy az általunk bemenő adatnak tekintett és mérésből vett neutronjelek több, különböző zajforrás együttes hatására jöttek létre. A reaktor belsejében működő zajforrás-teret így két részre osztottuk: egy, a többi szabályozórudnál erősebben rezgő /meghibásodott/ szabályozórudtól származó zajra és az ezzel korrelált, vagy korrelálatlan, kisebb sullyal szereplő háttérzajra, amely a többi zajforrás hatását tartalmazza. Ezért a numerikus számításokban a rezgő szabályozórud által keltett neutronjelekhez valamilyen háttérzajt keverve, azt is vizsgáltuk, hogy az így kapott eredmény, pl. a rezgő rud lokalizációja, mennyire tér el a háttérzaj nélküli eredménytől.

A neutronspektrumokra épülő lokalizációs elv segítségével a szabályozórúd tetszőleges sztochasztikus mozgása esetén elvégezhető a lokalizáció. További előnye a neutronspektrumok szerinti lokalizációnak, hogy a háttérzaj leválasztása a spektrumokban egyszerűen elvégezhető.

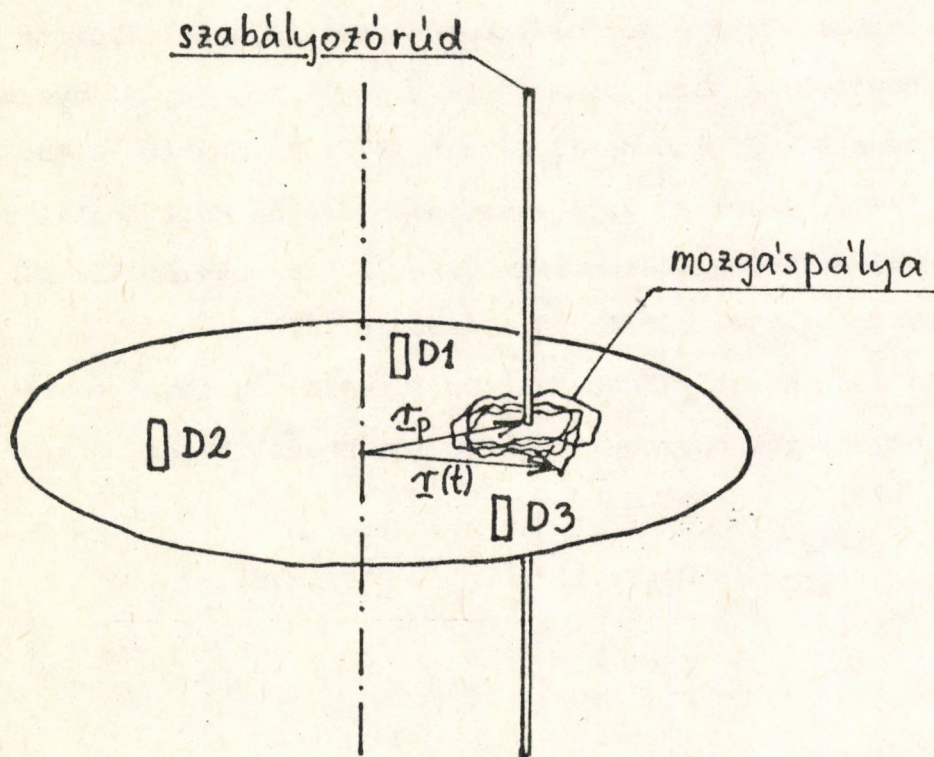
A jelentés II. és III. fejezetében az abszorbensrud körül kialakuló nyomásfluktuációk - a rudra ható gerjesztés - és a létrehozott neutronzaj közti kapcsolatot vizsgáltuk analitikus számításokkal és numerikus kísérletekkel. A rezgő szabályozórudra ható gerjesztő erők statisztikája már meghatározza az egyes neutrontektorok jeleihez tartozó auto- és kereszt-spektrumokat és a neutronzaj amplitudóeloszlás-függvényét /APD-függvény/. A különböző statisztikájú gerjesztésekhez karakterisztikusan különböző APD-függvénnyel rendelkező neutronzaj tartozik. Ezt a neutronspektrumokban rejlő információval kiegészítve a szabályozórúd mozgásáról és azt létrehozó gerjesztésről, végső soron a rud környezetében kialakuló áramlásról tudunk diagnosztikailag lényeges ismereteket szerezni.

I. REZGŐ SZABÁLYOZÓRÚD LOKALIZÁCIÓJA

Minden zajforrásnak van egy olyan térbeli tartománya, amelyen belül elhelyezkedő neutrondetektorok jeleiben a zajforrás hatása felfedezhető. A reaktordiagnosztikában ezt a hatástartományt két részre osztják. Az egyik az un. reaktivitás, vagy pontkinetikus rész /D. Wach, G. Kosály 1974/. Ennek hatását a reaktor belsejében lévő összes neutrondetektor, a zajforráshoz viszonyított helyzetüktől függetlenül, egyidőben érzi és az egyes detektorok által mért jelek nagysága az őket körülvevő sztatikus fluxus nagyságával arányos. Röviden, a pontkinetikus neutronzaj a reaktor minden pontjában, a sztatikus fluxussal sulyozva, azonos módon változik, térfüggést csak a sztatikus fluxussal való szorzás jelent. Ha a detektorok csupán a zajforrás reaktivitás részét éreznék, a lokalizációt nem lehetne elvégezni. A zajforrás másik hatástartománya az un. térfüggő rész, amely erősen függ a neutrondetektor és a zajforrás közti távolságtól és ez teszi lehetővé a neutronjelek mérésén alapuló zajforrás-lokalizációt. A reaktivitás és térfüggő tagok aránya a zajforrás frekvenciájától és - a reaktorban kialakuló sztatikus fluxustól való függésen keresztül - a reaktor méretétől függ. Egy kisméretű reaktorban lévő, időben lassan változó zajforrás reaktivitás része nagy a térfüggő taghoz képest, amely azt jelenti, hogy a lokalizáció bizonytalanná válik a reaktivitás tag megnövekedett hatása miatt.

A most ismertetendő lokalizációs eljárás analitikus és numerikus vizsgálatát hengerszimmetrikus, véges sugaru, homogén

és axiális irányban végtelennek tekintett reaktormodellre végeztük el. A következők arra is választ adnak, hogy miért elegendő a rezgő szabályozórúd mozgását kétdimenzióban tárgyalni /Pázsit I. 1983/. A modell a következő leegyszerűsített elrendezésre vonatkozik: a reaktor belsejében lévő függőleges szabályozórudak párhuzamosak a reaktortartály tengelyével. A fűtőelem- és szabályozórudak közt alulról felfelé áramló víz az energia-elszállító /hűtő/ és moderátoranyag szerepét játssza. A nagy nyomás alatt lévő víz turbulens áramlása, vagy a primer körben kialakuló nyomás-állóhullámok rezgésbe hozzák a szabályozó-, illetve fűtőelemrudakat.



$\underline{r}(t)$ a rud mozgáspályája
 \underline{r}_p a rud egyensúlyi helyzete
D1, D2, D3 neutrondetektorok

1. ábra. A szabályozórúd mozgása

Egy önmagával párhuzamosan elmozduló rud pályája alatt a rud és egy rá merőleges sikkal vett metszéspontjának pályáját értjük, amely egy kétdimenziós síkmozgás /1. ábra/. A rud felületére ható nyomásfluktuációkat axiális irányban kiintegráltuk, így a teljes rendszer mechanikailag és neutronfizikailag egy kétdimenziós rendszernek tekinthető. Ezen kétdimenziós síkon helyeztük el a rudmozgás detektálására szolgáló neutrondetektorokat.

I.1. A rezgő szabályzórud által keltett neutronzaj vizsgálata

A következőkben a reaktormérethez képest kis amplitudóval rezgő szabályzórud elmozduláskomponensei és a létrehozott térfüggő neutronzaj közti összefüggést adjuk meg az un. gyenge abszorbens közelítésben /I. Pázsit 1977; I. Pázsit, G.Th. Analytis 1980/. Ehhez először általános esetben kell foglalkoznunk a makroszkopikus hatáskeresztmetszetek fluktuációi által kiváltott neutronzajjal /Bell and Glasstone 1970/.

Az idő- és helyfüggő neutronfluxusra vonatkozó neutronkinetikai egyenletek egycsoport diffúziós közelítésben

$$\frac{1}{v} \cdot \frac{\partial \Phi(\underline{r}, t)}{\partial t} = D \Delta \Phi(\underline{r}, t) + v \Sigma_f (1 - \beta) \cdot \Phi(\underline{r}, t) - \Sigma_a \Phi(\underline{r}, t) + \lambda C(\underline{r}, t) \quad (1.1a)$$

$$\frac{\partial C(\underline{r}, t)}{\partial t} = \beta v \Sigma_f \Phi(\underline{r}, t) - \lambda C(\underline{r}, t) \quad (1.1b)$$

ahol

- $\phi(\underline{r}, t)$ - az idő- és helyfüggő neutronfluxus, amely az egységnyi felületen, egységnyi idő alatt áthaladó neutronok számát adja meg. A neutronok repülési irányeloszlását izotrópnak tekintettük és feltettük, hogy minden neutron azonos energiájú
- $C(\underline{r}, t)$ - az egységnyi térfogatban lévő, későneutronokat kibocsátó atommagok száma
- Σ_a, Σ_f - az abszorpciós és hasadási makroszkopikus hatáskeresztmetszetek
- ν - az egy neutron által kiváltott hasadás hatására létrejövő neutronok átlagos száma
- D - a neutronok diffúziós állandója
- v - a neutronok átlagos sebessége
- β - a későneutronok effektív hányada
- λ - a későneutronokat kibocsátó magok bomlási állandója

Az (1.1a) egyenlet jobboldalán lévő első tag a neutronok diffúzióját írja le, a második tag az abszorpciót, a harmadik tag a hasadáskor keletkező un. prompt neutronok megjelenését és a negyedik tag a későneutronok járulékát adja. Az (1.1a-b) egyenletekkel megadott modell az un. egycsoport közelítéssel leírt diffúziós modell. Az elnevezés a neutronok azonos energiájára utal.

Feltételezve, hogy a hatáskeresztmetszetek az időfüggetlen várható értékük körül kis mértékben fluktuálnak

$$\Sigma_a(\underline{r}, t) = \Sigma_a(\underline{r}) + \delta\Sigma_a(\underline{r}, t) \quad (1.2a)$$

$$\Sigma_f(\underline{r}, t) = \Sigma_f(\underline{r}) + \delta\Sigma_f(\underline{r}, t) \quad (1.2b)$$

a meghatározandó neutronfluxust és a későneutronokat kibocsátó atommagok sűrűségét is hasonló alakban keressük

$$\phi(\underline{r}, t) = \phi_0(\underline{r}) + \delta\phi(\underline{r}, t) \quad (1.3a)$$

$$C(\underline{r}, t) = C_0(\underline{r}) + \delta C(\underline{r}, t) \quad (1.3b)$$

Határfeltételként a fenti mennyiségek átlagértékének és fluktuációjának eltűnését követeljük meg a reaktor határán. (1.1a) és (1.1b) egyenletekbe helyettesítve a fenti kifejezéseket, a sztatikus fluxusra vonatkozó egyenlet

$$\Delta\phi_0(\underline{r}) + B_0^2 \cdot \phi_0(\underline{r}) = 0 \quad (1.4)$$

ahol $B_0^2 = (\nu\Sigma_f - \Sigma_a)/D$ és a határfeltételek miatt ez kifejezhető a reaktor méreteivel is, pl. a, b és c oldalú téglatest alakú reaktorra

$$\frac{\nu\Sigma_f - \Sigma_a}{D} = \pi^2 \cdot \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right)$$

és a nemnegatív sztatikus fluxus

$$\phi_0(\underline{r}) = \sin \frac{\pi}{a} x \cdot \sin \frac{\pi}{b} y \cdot \sin \frac{\pi}{c} z$$

A fluktuációkban másodrendű tagokat elhanyagolva és a reaktor sztatikus fluxusára vonatkozó (1.4) egyenletet felhasználva, majd az így kapott egyenleteket Fourier-transzformálva, a neutronzajra vonatkozó lineáris egyenlet

$$\Delta\delta\phi(\underline{r},\omega) + B^2(\omega) \cdot \delta\phi(\underline{r},\omega) = S(\underline{r},\omega) \quad (1.5)$$

ahol

$$B^2(\omega) = B_0^2 \left(1 - \frac{k_\infty}{L^2 \cdot B_0^2 \cdot G_0(\omega)} \right)$$

a reaktorra jellemző determinisztikus frekvenciafüggő együtt-
ható és

$$G_0(\omega) = \left[i\omega(\Lambda + \frac{\beta}{i\omega + \lambda}) \right]^{-1} \quad (1.6)$$

az un. zéróreaktor transzferfüggvény. Mivel az (1.5) egyenlet
frekvenciafüggését $G_0(\omega)$ határozza meg, érdemes két tulajdon-
ságát kiemelni: belátható, hogy a $\lambda \ll \omega \ll \beta/\Lambda$ frekvenciasávban
 $G_0(\omega)$ frekvenciafüggetlen és valós ($\lambda \approx 0,1$ rad/sec, $\beta/\Lambda \approx 100$
rad/sec)

$$G_0(\omega) \approx \frac{1}{\beta}$$

A β/Λ -nál nagyobb frekvenciaértékekre $|G_0(\omega)|$ gyorsan eltűnik.
Ez a két tulajdonsága azt jelenti, hogy az $S(\underline{r},\omega)$ zajforrás
a $\lambda \ll \omega \ll \beta/\Lambda$ frekvenciasávba eső komponensei fáziskésés nélkül
és torzítatlanul megjelennek a neutronzajban is, míg a β/Λ
frekvenciaértéknél sokkal nagyobb frekvenciákhoz tartozó kompo-
nenseket a transzferfüggvény már nem viszi át a neutronzajba.

- $k_\infty = \nu\Sigma_f/\Sigma_a$ - a végtelen reaktor sokszorozási tényezője
 Λ - az átlagos neutronélettartam
 $L^2 = D/\Sigma_a$ - a diffúzióshossz négyzete
 $S(\underline{r},\omega)$ - a neutronzajt kiváltó zajforrás, amely a hatás-

keresztmetszetek fluktuációi és a sztatikus fluxus szorzatát tartalmazza

$$S(\underline{r}, \omega) = \frac{1}{D} \left[\delta \Sigma_a(\underline{r}, \omega) - v \delta \Sigma_f(\underline{r}, \omega) \left(1 - \frac{i\omega\beta}{i\omega + \lambda} \right) \right] \phi_0(\underline{r}) \quad (1.7)$$

Az (1.5) egyenlethez tartozó $G(\underline{r}, \underline{r}', \omega)$ Green-függvényt meghatározó egyenlet

$$\Delta G(\underline{r}, \underline{r}', \omega) + B^2(\omega) \cdot G(\underline{r}, \underline{r}', \omega) = \delta(\underline{r} - \underline{r}') \quad (1.8)$$

A $G(\underline{r}, \underline{r}', \omega)$ Green-függvény a határfeltételeken keresztül erősen függ a reaktor konkrét alakjától és zárt formulával általában nem adható meg. A keresett térfüggő neutronzaj formálisan kifejezhető a reaktorra jellemző $G(\underline{r}, \underline{r}, \omega)$ Green-függvény és az $S(\underline{r}, \omega)$ zajforrás szorzatának a reaktor térfogatára vett integráljával

$$\delta \phi(\underline{r}, \omega) = \int_{V_R} G(\underline{r}, \underline{r}', \omega) \cdot S(\underline{r}', \omega) d\underline{r}' \quad (1.9)$$

Az abszorbensrud kétdimenziós rezgésére vonatkozó modellben az \underline{r}_p helyen lévő abszorbensrudhoz tartozó abszorpciós makroszkopikus hatáskeresztmetszet

$$\Sigma_a(\underline{r}) = \gamma \cdot \delta(\underline{r} - \underline{r}_p)$$

ahol \underline{r} és \underline{r}_p kétdimenziós helyvektorok, γ az abszorpciós képességet megadó, a rudra jellemző anyagi állandó. Mozgó rud esetén Σ_a is időfüggő lesz: ha az abszorbensrud az egyensúlyi helyzete

körül $\delta \underline{r}(t)$ kétdimenziós pályán mozog, az abszorpciós makroszkópikus hatáskeresztmetszet, illetve annak fluktuációja

$$\Sigma_a(\underline{r}, t) = \gamma \cdot \delta(\underline{r} - \underline{r}_p - \delta \underline{r}(t))$$

$$\delta \Sigma_a(\underline{r}, t) = \gamma \cdot [\delta(\underline{r} - \underline{r}_p - \delta \underline{r}(t)) - \delta(\underline{r} - \underline{r}_p)]$$

Az (1.1a) egyenlet ekkor a következő taggal bővül

$$-\gamma \cdot \delta(\underline{r} - \underline{r}_p - \delta \underline{r}(t)) \cdot \phi(\underline{r}, t)$$

Az (1.5) egyenletben szereplő $S(\underline{r}, \omega)$ zajforrás az (1.7) kifejezés alapján

$$S(\underline{r}, \omega) = \frac{\gamma}{D} \cdot \phi_0(\underline{r}) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} [\delta(\underline{r} - \underline{r}_p - \delta \underline{r}(t)) - \delta(\underline{r} - \underline{r}_p)] \cdot e^{-i\omega t} dt$$

Az (1.9) kifejezésben szereplő térbeli integrálás elvégzése után a neutronzaj kis $|\delta \underline{r}(t)|$ kitérésekre sorbafejthető, mivel a valóságban a rud kitérése kb. három nagyságrenddel kisebb a reaktor méreténél. A sorfejtés első tagja

$$\delta \phi(\underline{r}, \omega) = \frac{\gamma}{D} \cdot \nabla_{\underline{r}_p} [G(\underline{r}, \underline{r}_p, \omega) \cdot \phi_0(\underline{r}_p)] \cdot \delta \underline{r}(\omega) \quad (1.10)$$

ahol $\phi_0(\underline{r})$ a reaktor perturbálatlan /abszorbensrud nélküli/ sztatikus fluxusa. Az itt alkalmazott modell az un. gyenge abszorbens közelítés modellje /I. Pázsit 1977/. Ennek alapfeltevése, hogy a rud $|\delta \underline{r}(t)|$ kitéréséhez hasonlóan a γ ruderősség is "elsőrendben" eltűnő mennyiség, azaz az (1.2a-b) és (1.3a-b)

sztatikus és fluktuációs részre való felbontás után kapott sztatikus egyenletben γ -val arányos tag nem jelenhet meg, míg a fluktuációkban elsőrendű egyenletekben a γ ruderősség csak a $\gamma \cdot \phi_0(\underline{r})$ -lal arányos tagban léphet fel, ahol $\phi_0(\underline{r})$ a változatlan alaku (1.4) sztatikus egyenlet megoldása. Ha tetszőleges ruderősséget megengednénk, a

$$D\Delta\phi_0(\underline{r}) + (v\Sigma_f - \Sigma_a) \cdot \phi_0(\underline{r}) - \gamma\delta(\underline{r}-\underline{r}_p) \cdot \phi_0(\underline{r}) = 0$$

sztatikus egyenletnek nem lenne nemnegatív megoldása a $\phi_0(\underline{r})$ sztatikus fluxusra, mivel

$$\lim_{\underline{r} \rightarrow \underline{r}_p} \phi_0(\underline{r}) = -\infty$$

Nemnegatív sztatikus fluxust kétdimenzióban akkor kaphatnánk, ha véges vastagságu abszorbensruddal számolnánk. Azonban ez az eset analitikusan nem tárgyalható és rendkívül nehezen kezelhető /Pázsit I. 1983/. A továbbiakban mindvégig az (1.10) kifejezéssel megadott gyenge abszorbens közelítéssel foglalkozunk. Az (1.10) kifejezésben szereplő kétdimenziós vektorok skalárszorzatát kifejtve

$$\delta\phi(\underline{r}, \omega) = G_x(\underline{r}, \underline{r}_p, \omega) \cdot \delta x(\omega) + G_y(\underline{r}, \underline{r}_p, \omega) \cdot \delta y(\omega) \quad (1.11)$$

ahol

$$\delta\underline{r}(\omega) = (\delta x(\omega), \delta y(\omega)), \quad \text{és} \quad \underline{r}_p = (x_p, y_p)$$

és

$$G_x(\underline{r}, \underline{r}_p, \omega) = \frac{\gamma}{D} \cdot \frac{\partial}{\partial x_p} [G(\underline{r}, \underline{r}_p, \omega) \cdot \phi_0(\underline{r}_p)]$$

$$G_y(\underline{r}, \underline{r}_p, \omega) = \frac{\gamma}{D} \cdot \frac{\partial}{\partial y_p} [G(\underline{r}, \underline{r}_p, \omega) \cdot \phi_0(\underline{r}_p)]$$

Az (1.10) és (1.11) kifejezések szerint az \underline{r}_p nyugalmi helyzet körül mozgó abszorbensrud által létrehozott és az \underline{r} helyen lévő neutrondetektor által mért neutronzaj nem csupán a rud- és detektorkoordinátáktól függ, hanem a $\delta \underline{r}(t)$ mozgáspályától is. Emiatt a rud lokalizációja nem végezhető el a "kisebb detektor-zajforrás, nagyobb jel" elv alapján. A rezgő szabályozórud egy olyan rögzített helyen lévő zajforrásnak tekinthető, amely erősségét különböző irányokban különböző mértékben változtatja. Az (1.10) kifejezésben a szorzatra vonatkozó \underline{r}_p szerinti gradiensképzést elvégezve

$$\delta \phi(\underline{r}, \omega) = \frac{\gamma}{D} \cdot [\phi_0(\underline{r}_p) \nabla_{\underline{r}_p} G(\underline{r}, \underline{r}_p, \omega) + G(\underline{r}, \underline{r}_p, \omega) \cdot \nabla_{\underline{r}_p} \phi_0(\underline{r}_p)] \delta \underline{r}(\omega)$$

látható, hogy a rud mozgása során érintett pontokhoz tartozó Green-függvényértékek és sztatikus fluxusértékek változása külön-külön jelenik meg a neutronzajban. Ennek következménye, hogy neutronzajt akkor is mérhetünk, ha a rud térben állandó sztatikus fluxusban mozog.

1.2. A neutronjelek Fourier-transzformáltjai alapján végzett lokalizációs eljárás

Az indirekt diagnosztikai feladat megoldásakor az (1.10) és (1.11) kifejezésekben szereplő $\delta\phi(\underline{r}, \omega)$ neutronzajt mérésből kapott ismert függvénynek tekintjük. Meghatározandó az explicit megjelenő $\delta x(\omega)$ és $\delta y(\omega)$ elmozduláskomponensek és az ismert alakú $G_x(\underline{r}, \underline{r}_p, \omega)$, $G_y(\underline{r}, \underline{r}_p, \omega)$ átviteli függvények argumentumában szereplő \underline{r}_p egyensúlyi rudpozíció. A neutronzajnak a rud \underline{r}_p egyensúlyi helyzetétől és a $\delta\underline{r}(t)$ mozgáspályájától való függése szeparálódik, így lehetőség nyílik több, különböző helyen lévő neutrontetektor jeleinek ismeretében, a $\delta x(\omega)$ és $\delta y(\omega)$ elmozduláskomponensek elminálásával egy olyan egyenletet felállítani, amely már csak az ismeretlen \underline{r}_p rudpozíciót tartalmazza, így elvégezhető a következő lokalizációs eljárás /I. Pázsit, O. Glöckler 1983a/: ha legalább három neutrontetektor jelét ismerjük /mérésből vett mennyiségek/, az (1.11) egyenlet alapján az ismeretlen elmozduláskomponenseket kifejezve és a harmadik egyenletbe visszahelyettesítve, egy szimmetrikus kifejezést kapunk, amely a mérésből ismert neutronjeleket és az átviteli függvényeket tartalmazza csupán. Az átviteli függvény alakja ismert, az ismeretlen \underline{r}_p egyensúlyi rudpozíció a függvény argumentumában szerepel. A keresett rudpozíció egy egyszerű két-dimenziós gyökkereső program segítségével numerikusan megállapítható.

Az \underline{r}_1 , \underline{r}_2 és \underline{r}_3 helyen lévő detektorok jelei az (1.11) egyenlet alapján:

$$\delta\phi(\underline{r}_1, \omega) \equiv \delta\phi_1(\omega) = G_{1x}\delta x(\omega) + G_{1y}\delta y(\omega) \quad (1.12a)$$

$$\delta\phi(\underline{r}_2, \omega) \equiv \delta\phi_2(\omega) = G_{2x} \delta x(\omega) + G_{2y} \delta y(\omega) \quad (1.12b)$$

$$\delta\phi(\underline{r}_3, \omega) \equiv \delta\phi_3(\omega) = G_{3x} \delta x(\omega) + G_{3y} \delta y(\omega) \quad (1.12c)$$

A fenti három komplex egyenlet hat valós egyenletnek felel meg. Az ismeretlenek száma szintén hat: a rud egyensúlyi helyzetének két koordinátája és a $\delta x(\omega)$, $\delta y(\omega)$ komplex mennyiségek négy összetevője.

Az (1.12a) és az (1.12b) egyenletek vektorjelöléssel felírt alakja:

$$\begin{bmatrix} \delta\phi_1(\omega) \\ \delta\phi_2(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{1x} & G_{1y} \\ G_{2x} & G_{2y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x(\omega) \\ \delta y(\omega) \end{bmatrix}$$

ahol $G_{ix} \equiv G_x(r_i, r_p, \omega)$ és $G_{iy} \equiv G_y(r_i, r_p, \omega)$ komplex átviteli-függvények tartalmazzák a keresett r_p egyensúlyi rudpozíciót.

A fenti egyenletből az elmozduláskomponensek kifejezhetők

$$\begin{bmatrix} \delta x(\omega) \\ \delta y(\omega) \end{bmatrix} = \frac{1}{\text{Det}[G]} \begin{bmatrix} \delta\phi_1(\omega) \\ \delta\phi_2(\omega) \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

Ha az (1.8) egyenletben szereplő $G(\underline{r}, \underline{r}_p, \omega)$ Green-függvény a helykoordináták szerint szeparálódik, az (1.13) inverzió nem végezhető el G determinánsának eltűnése miatt, így ebben az esetben lokalizálni sem lehet a rudat. A neutronzaj pontkinetikus /reaktivitászej/ részéhez tartozó Green-függvény a térkoordináták szerint szeparálódik és a sztatikus fluxussal kifejezhető

$$G(\underline{r}, \underline{r}'; \omega) \sim \phi_0(\underline{r}) \cdot \phi_0(\underline{r}')$$

ez azt jelenti, hogy a rezgő abszorbersrud okozta neutronzaj pontkinetikus része alapján a rud nem lokalizálható.

A harmadik egyenletet felhasználva, átrendezés után a következő szimmetrikus kifejezést kapjuk

$$\begin{aligned}
 & [G_x(\underline{r}_2, \underline{r}_p, \omega) \cdot G_y(\underline{r}_3, \underline{r}_p, \omega) - G_x(\underline{r}_3, \underline{r}_p, \omega) \cdot G_y(\underline{r}_2, \underline{r}_p, \omega)] \cdot \delta\phi_1(\omega) + \\
 & + [G_x(\underline{r}_3, \underline{r}_p, \omega) \cdot G_y(\underline{r}_1, \underline{r}_p, \omega) - G_x(\underline{r}_1, \underline{r}_p, \omega) \cdot G_y(\underline{r}_3, \underline{r}_p, \omega)] \cdot \delta\phi_2(\omega) + \\
 & + [G_x(\underline{r}_1, \underline{r}_p, \omega) \cdot G_y(\underline{r}_2, \underline{r}_p, \omega) - G_x(\underline{r}_2, \underline{r}_p, \omega) \cdot G_y(\underline{r}_1, \underline{r}_p, \omega)] \cdot \delta\phi_3(\omega) = 0
 \end{aligned}
 \tag{1.14}$$

A fenti komplex egyenlet kielégítő $\underline{r}_p = (x_p, y_p)$ helyvektor adja a rud keresett egyensúlyi helyzetét. Ezt explicit kifejezni nem tudjuk, így a következő utat választottuk: az (1.14) egyenletet valós és képzetes részekre osztva, két valós egyenletet kapunk. Külön a valós és külön a képzetes rész még nem határozza meg a rudpozíciót, mivel az ezeket kielégítő gyökök várhatóan egy-egy görbén fekszenek, de metszéspontjuk már megadja a keresett rudpozíciót. Elképzelhető-e, hogy további metszéspontok is léteznek, esetleg a két görbe egybeesik?

Ezek eldöntésére, a modell tesztelésére és a gyökök megkeresésére numerikus számításokat végeztünk, melyek egyszerűsítése végett az átviteli függvény frekvenciafüggetlen tartományára szorítkoztunk, azaz feltettük, hogy a rud rezgési spektruma az átviteli függvény platótartományára esik. A számítási modellben használt hengersizmetrikus, R sugaru homogén reaktorra vonatkozó sztatikus egyenlet az (r, φ) síkon az (1.4) egyenlet alapján

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\delta\phi_0}{\delta r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\delta^2 \phi_0}{\delta \varphi^2} + B_0^2 \cdot \phi_0 = 0 ;$$

$$\phi_0(r, \varphi) = 0 \quad \text{ha} \quad r=R \quad \text{és} \quad \phi_0(r, \varphi) = \phi_0(r, \varphi + 2k\pi)$$

Az ezt kielégítő nemnegatív fluxus

$$\phi_0(r) = J_0\left(\lambda \frac{r}{R}\right) \quad (1.15)$$

ahol λ a $J_0(x)$ Bessel-függvény első gyöke. A reaktor kritikus méretét megadó egyenlet

$$\left(\frac{\lambda}{R}\right)^2 = B_0^2 \left(= \frac{\nu \Sigma_f - \Sigma_a}{D} = \frac{k_\infty - 1}{L^2} \right)$$

ebből a kritikus méret

$$R^2 = \lambda^2 \frac{L^2}{k_\infty - 1} \quad (1.16)$$

A neutronzaj Green-függvényére vonatkozó (1.8) egyenlet frekvenciafüggetlen és valós

$$\Delta G(\underline{r}, \underline{r}_p) + B^2 \cdot G(\underline{r}, \underline{r}_p) = \delta(\underline{r} - \underline{r}_p) \quad (1.17)$$

és

$$G(\underline{r}, \underline{r}_p) = 0 \quad \text{ha} \quad |\underline{r}| \quad \text{vagy} \quad |\underline{r}_p| = R$$

ahol

$$B^2 = \left(\frac{\lambda}{R}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{\beta}{\rho_\infty}\right) \quad \text{és} \quad \rho_\infty = \frac{k_\infty - 1}{k_\infty} \quad (1.18)$$

a végtelen reaktor reaktivitási tényezője.

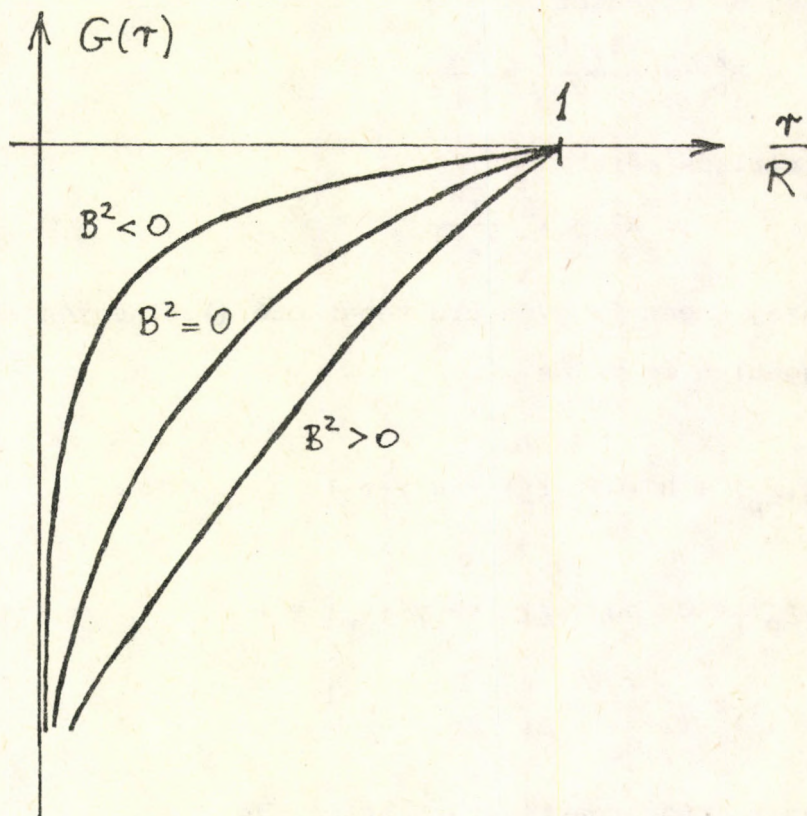
A középponti helyzetben lévő rud esetétől ($\underline{r}_p = 0$) eltekintve, az (1.17) peremértékfeladatnak nics zárt alakban megadható megoldása. Az $\underline{r}_p = 0$ hengersizmetrikus esetben

$$G(r) = -\frac{1}{4} \cdot \frac{J_0(Br) \cdot Y_0(BR) - J_0(BR) Y_0(Br)}{J_0(BR)} \quad \text{ha} \quad B^2 > 0$$

$$G(r) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{I_0(Br) \cdot K_0(BR) - I_0(BR) \cdot K_0(Br)}{I_0(BR)} \quad \text{ha} \quad B^2 < 0$$

$$G(r) = \frac{1}{2\pi} \cdot \ln \frac{r}{R} \quad \text{ha} \quad B^2 = 0$$

[Vlagyimirov 1979/. A fenti Green-függvények erős térfüggést mutatnak /2. ábra/, amely a lokalizálhatóság szükséges feltétele.



2. ábra. A neutronzaj Green-függvénye henger-szimmetrikus reaktor és közepén levő szabályzórúd esetén, különböző reaktor-méret mellett.

A valóságos erőművi viszonyokat az utóbbi $B^2=0$ eset adja vissza, ezért ezt teljesítményreaktor közelítésnek nevezzük [Pázsit I. 1983/. Ez egyben az előző két esethez tartozó Green-függvény $B^2 \rightarrow 0$ -ra kapott közös határértéke.

Az (1.18) összefüggés alapján ekkor $\rho_{\infty} = \beta$. Az (1.16) kifejezéssel megadott kritikus reaktorméret a $\rho_{\infty} = \beta$ feltétel mellett

$$R = \lambda L^2 \cdot \frac{1-\beta}{\beta} \approx 2m$$

ami egy erőművi reaktor zónasugarának közelébe esik. A teljesítményreaktor közelítés előnye, hogy tetszőleges helyzetű rudra megoldható az (1.17) peremértékfeladat: $\underline{r} = (r, \varphi)$ detektorpozíció és $\underline{r}_p = (r_p, \varphi_p)$ egyensúlyi rudpozíció mellett a Green-függvény

$$G(r, \varphi, r_p, \varphi_p) = \frac{1}{4\pi} \cdot \ln \frac{R^2 + r^2 r_p^2 / R^2 - 2r r_p \cdot \cos(\varphi - \varphi_p)}{r^2 + r_p^2 - 2r r_p \cdot \cos(\varphi - \varphi_p)} \quad (1.19)$$

Minden további numerikus számításban a teljesítményreaktor közelítést használtuk. A feladat Green-függvényének és az (1.15) sztatikus fluxus ismeretében a reaktor átviteli függvénye már meghatározható, így felvéve egy tetszőleges egyensúlyi rudpozíciót és a rud mozgási pályáját, az adott helyen lévő neutron-detektorok jelei kiszámíthatók. A továbbiakban ezeket mérési eredményeknek tekintve az előzőkben vázolt lokalizációs eljárás elvégezhető: az (1.14) lokalizációs egyenlet valós és képzetes részének gyökeit külön-külön egy alkalmas gyökkereső programmal numerikusan meghatároztuk. Az így kapott metszéspont természetesen visszaadja az általunk előzetesen megválasztott egyensúlyi rudpozíciót, de célunk itt a lokalizációs görbék vizsgálata volt. A rud elliptikus pályán mozgott

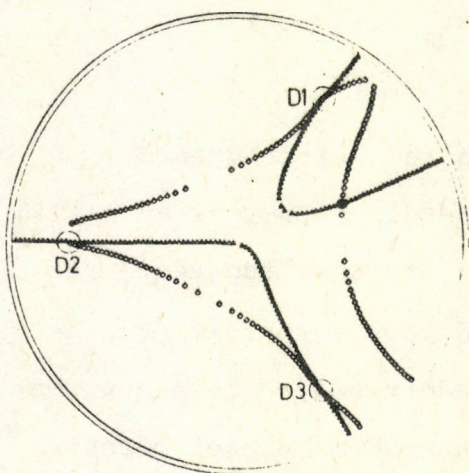
$$\delta x(t) = a \cdot \cos \omega t$$

$$\delta y(t) = b \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

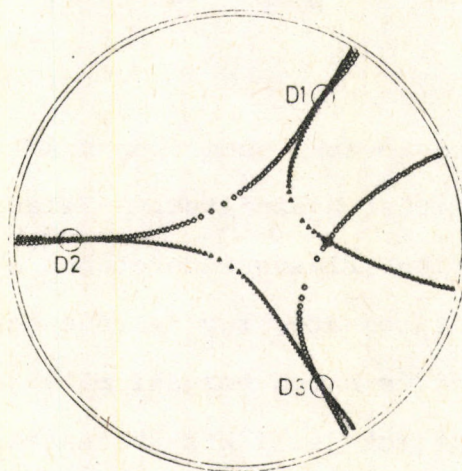
A neutrondetektorok egymástól 120° -ra, a középponttól azonos távolságra helyezkedtek el. /A későbbiekben nem csupán ellipszis pályán mozgó rud esetében végeztük el a lokalizációt, hanem sztochasztikus módon rezgő rud egy-egy mozgáspálya-realizációjára is./ Az (1.14) lokalizációs egyenlet valós és képzetes részeihez tartozó gyökök a 3. és 4. ábrán láthatók.

Δ — reális rész gyökei
 \diamond — képzetes rész gyökei

Δ — reális rész gyökei
 \diamond — képzetes rész gyökei



\bigcirc — detektor pozíciók
 \bullet — rud pozíció



\bigcirc — detektor pozíciók
 \bullet — rud pozíció

3. ábra. Az (1.14) lokalizációs egyenlet valós és képzetes részeihez tartozó lokalizációs görbék.

4. ábra. A szabályzó (abszorbens) rúd egy másik egyensúlyi helyzetéhez tartozó lokalizációs görbék.

A rezgő rud egyensulyi helyzete különböző a két ábrán, de mindkét esetben a rud azonos pályán mozog. További numerikus vizsgálatok kimutatták, hogy tetszőleges detektor- és rudelrendezés, valamint mozgáspálya mellett a lokalizációs görbék átmennek a detektorpozíciókon is. Ennek diagnosztikai jelentősége nincs, mivel a detektorok koordinátái eleve ismertek. Valójában a lokalizációs görbék nem haladnak át a detektorpozíciókon, csak megközelítik azokat. A $G(\underline{r}, \underline{r}_p, \omega)$ átviteli függvény szinguláris az $\underline{r} = \underline{r}_p$ esetben. Az átviteli függvény végtelenhez tartása $\underline{r}_p \rightarrow \underline{r}$ esetben egyben megmagyarázza azt is, hogy miért kapunk a detektorpozíciók közelében "hamis gyököket".

A lokalizációs görbék jelentése a következő: ha a görbe egy tetszőleges pontját tekintjük a rud egyensulyi helyzetének, akkor a rudnak létezik olyan mozgáspályája /az (1.13) egyenlet által megadott/, amelyen való mozgás olyan detektorjeleket hoz létre, melyek Fourier-transzformáltjainak valós, illetve képzetes része az előre megadott /mérésből vett/ neutronjelekével megegyezik. Ha a valós és képzetes részhez tartozó lokalizációs görbék egy detektorpozíció közelében metszik egymást, ez azt jelenti, hogy az odahelyezett rudat a két távoli neutrontetektor jeleiből /((1.12a-b) egyenletek/ az (1.13) kifejezéssel megadott pályán mozgatva a harmadik, közeli detektor jele is előállítható függetlenül a $\delta x(\omega)$ és $\delta y(\omega)$ -val jellemzett mozgáspályától, mivel az (1.12c) egyenlet szerint ez két olyan tag összegéből áll, amely $\underline{r}_p \rightarrow \underline{r}$ esetére végtelenhez tart ($|G_x(\underline{r}, \underline{r}_p)|$ és $|G_y(\underline{r}, \underline{r}_p)| \rightarrow \infty$). Így minden $\delta x(\omega)$ és $\delta y(\omega)$ -val jellemzett mozgáspályához található egy olyan detektorközeli

egyensúlyi rudpozíció, amely körül rezgő rud a kívánt neutronjelet hozza létre a harmadik detektor esetén is.

Általában az (1.14) lokalizációs egyenlet valós és képzetes részéhez tartozó görbék különbözőek. Azonban elképzelhető olyan, a valóságban kis valószínűséggel előforduló eset, amikor a két görbe egybeesik: az előzőkben említett platótartományban $0,1 \text{ rad/sec} < \omega < 100 \text{ rad/sec}$ a reaktor átviteli függvénye frekvenciafüggetlen és valós. Így ha a szabályozórud egy egyenes mentén rezeg, az előzőkben említett sávba eső frekvenciával, az egyes detektorjelek Fourier-transzformáltjai arányosak lesznek egymással /csak egy szorzófaktorban térnek el/, és az (1.14) egyenlet valós és képzetes részéhez tartozó lokalizációs egyenletek azonos gyököket adnak, a két görbe egybeesik. Ekkor egy újabb, negyedik detektorra van szükség. Ezt betéve egy, az előzőkben szereplő detektorjel helyébe, az előzőtől különböző lokalizációs görbét kapunk. A két görbe metszéspontja megadja a keresett rudpozíciót.

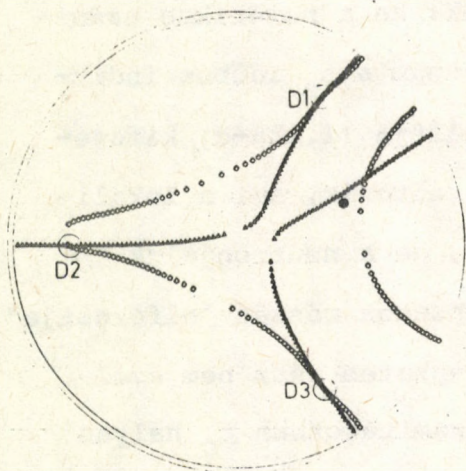
Természetesen minden esetben igaz az, hogy újabb detektorok jeleit felhasználva a lokalizáció egyre nagyobb biztonsággal elvégezhető, az esetleges hamis gyökök sorra kiszűrhetőek. Mégis azért számolunk a lehető legkevesebb detektorral, mivel a valóságban elképzelhető, hogy további, távolabb lévő detektorok már nem érzékelik a rezgő rud hatását.

A továbbiakban a valóságban fellépő háttérzaj zavaró hatását vizsgáltuk. A detektorok által mért neutronjel, a rezgő abszorbensrud által keltett jel mellett más zajforrásoktól származó neutronjelet is tartalmaz. Ezek együttesen alkotják

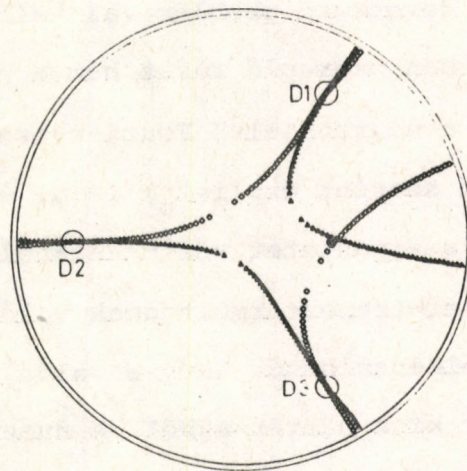
a háttérzajt, melyek fellépte még lehetővé teszi a rud lokalizációját, de már kisebb biztonsággal. A számításokban a háttérzaj mellett egyéb, a mérés során elkövetett leolvasási, mérési pontatlanságokat is feltételezve, a következő módon vizsgáltuk a modell érzékenységét a fenti zavaró hatásokra: megválasztva a rezgő rud egyensúlyi koordinátáit és mozgáspályáját, az adott helyen lévő neutrondetektorok válasza kiszámítható. Ezeket egy háttérzajtól mentes mérésből kapott mennyiségeknek tekintve, véletlenszámokat adunk a jelekhez, majd az előzőkben leírt eljárással a módosított jelekből visszszámoljuk a rezgő rud egyensúlyi helyzetét /5. és 6. ábra/.

△ — valós rész gyökei
◇ — képzetes rész gyökei

△ — valós rész gyökei
◇ — képzetes rész gyökei



○ — detektor pozíciók
● — rud pozíció



○ — detektor pozíciók
● — rud pozíció

5. ábra. A 3. ábrához tartozó lokalizációs görbék a neutrondetektorok jeleihez adott háttérzaj esetén.

6. ábra. A 4. ábrához tartozó lokalizációs görbék a neutrondetektorok jeleihez adott háttérzaj esetén.

A numerikus számításokban a detektorjelek Fourier-transzformáltjának valós és képzetes részéhez egy-egy véletlenszámot ádtunk. A kisorsolt véletlenszámok abszolútértékének maximuma a legkisebb neutronjel 50%-a volt. Az így kapott lokalizációs görbék természetesen különböznek a háttérzaj nélküli esetben kapottaktól /3. és 4. ábra/ de az eltérés nem nagy és az így lokalizált pont a valódi rudpozíció közelébe esik. A valóságban ilyen eltérés megengedhető, mivel a reaktor belsejében ismert számú és helyzetű szabályozó rud van, így a lokalizációs eljárásnak nem az a célja, hogy az erősen rezgő szabályozórud pontos helyét meghatározzuk, elegendő csupán azt a tartományt megadni, ahol nagy valószínűséggel a rud megtalálható.

A neutronjelek Fourier-transzformáltjai alapján végzett lokalizációs eljárás esetén a háttérzaj zavaró hatását vizsgálva a következő problémával találoztunk: ha a numerikus számításokban szereplő rudat nem a nulla, hanem a t_0 időben indítjuk, a neutronjelek Fourier-transzformáltja (1.12a-c) kifejezések szerint $\exp(i\omega t_0) \cdot \delta\phi(\omega)$ értékre változik, ami a lokalizációs egyenletet változatlanul hagyja, de a neutronjelek Fourier-transzformáltjának valós és képzetes részét "elforgatja", így elképzelhető, hogy a valós, vagy képzetes rész nem emelkedik ki a háttérzajból. A numerikus számításokban t_0 helyes megválasztásával a képzetes és valós részben minden detektorra egyszerre beállítható az optimális jel/háttérzaj arány.

I.3. Lokalizáció a neutrondetektorok időjelei alapján

Az előzőkben vázolt lokalizációs eljárást, kis módosítással, a neutrondetektorok közvetlen időjeleivel is elvégezhetjük. Arra az esetre szoritkozunk, amikor a rud rezgésének Fourier-transzformáltja a reaktor átviteli függvényének plato-/frekvencia-független/ tartományán kívül eltűnik. A valóságban a rezgési spektrum egy csucs, amelyről az esetek nagy részében feltehető, hogy a platotartományba esik $/0,1 \text{ rad/sec} < \omega < 100 \text{ rad/sec}/$. Az ennél sokkal nagyobb frekvenciájú mechanikai rezgés már nem jelenik meg a neutronspektrumban, a $G(\underline{r}, \underline{r}_p, \omega)$ átviteli függvény levágása miatt. A mérések kiértékelésénél vizsgált, neutronfizikailag érdekes frekvenciatartomány az átviteli függvény platotartományába esik. Ekkor az (1.11) egyenlet inverz Fourier-transzformálása közvetlenül elvégezhető:

$$\delta\phi(\underline{r}, t) = G_x(\underline{r}, \underline{r}_p) \delta x(t) + G_y(\underline{r}, \underline{r}_p) \delta y(t) \quad (1.20)$$

vagyis a rud t időpillanatbeli helye egyértelműen meghatározza a neutrondetektorok t időpillanatbeli értékét, az elmozdulás- és neutronjelek közt nincs időkésés.

Három adott helyen lévő neutrondetektor $\delta\phi_i(t) = \delta\phi(\underline{r}_i, \underline{r}_p, t)$ $i=1,2,3$ jeléből az ismeretlen \underline{r}_p egyensúlyi rudpozíció meghatározására szolgáló lokalizációs egyenlet megoldható. Két detektor jelével az elmozduláskomponenseket kiküszöbölve az (1.14) egyenlethez hasonló, de valós lokalizációs egyenletet kapunk, amelyhez így csak egy lokalizációs görbe tartozik

$$[G_{x2} \cdot G_{y3} - G_{x3} \cdot G_{y2}] \cdot \delta\phi_1(t) + [G_{x3} \cdot G_{y1} - G_{x1} \cdot G_{y3}] \cdot \delta\phi_2(t) + \\ + [G_{x1} \cdot G_{y2} - G_{x2} \cdot G_{y1}] \cdot \delta\phi_3(t) = 0$$

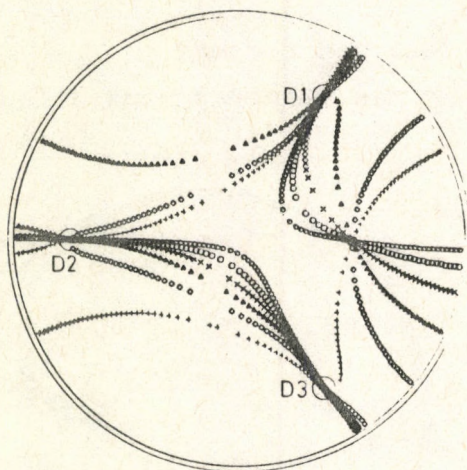
ahol $G_{xi} \equiv G_x(\underline{r}_i, \underline{r}_p)$ és $G_{yi} \equiv G_y(\underline{r}_i, \underline{r}_p)$. A különböző időpontokhoz tartozó neutronjelekkel felírt lokalizációs egyenlet más-más lokalizációs görbét ad, melyek mindegyike átmegy a keresett egyensúlyi rudpozíción.

A lokalizációs eljárás numerikus modellezését a már ismert módon végeztük el: megválasztva a rud egyensúlyi pozícióját és rezgésének pályáját, a három adott helyen lévő neutron-detektor által mért időjelet kiszámítottuk. Kezdetben egy determinisztikus pályával - ellipszissel - modelleztük a rud mozgását, később egy véletlenszám generátor segítségével az elmozduláskomponenseket - mint adott tulajdonságu sztochasztikus folyamatok realizációit - állítottuk elő. Mindkét esetben a lokalizációs eljárás eredménye azonos volt. Az előzőkben kiszámított neutronjeleket a továbbiakban mérésekből kapott információnak tekintve, a fenti lokalizációs egyenlet segítségével - annak gyökeit numerikusan megkeresve - egy lokalizációs görbét kapunk. Ugyanezt elvégezve más időpontokhoz tartozó neutronjelekkel is, egy újabb lokalizációs görbe áll elő. A különböző időpontokhoz tartozó görbék mindegyike átmegy a rudpozíción /7. ábra/.

A lokalizáció most sem végezhető el három detektorral abban az esetben, ha a rud egy egyenes mentén rezeg. Ekkor a különböző detektorok által mért neutronfluxus azonos időfüggvény

szerint változik. Így az egyes időpontokhoz tartozó lokalizációs egyenletek azonosak, tehát minden esetben ugyanazt a

○ -detektor pozíciók
● -rud pozíció



7. ábra. A neutrondetektorok időjelei alapján végzett lokalizáció. A lokalizációs görbék különböző időpontokhoz tartoznak.

lokalizációs görbét kapjuk. Megoldást itt is egy negyedik detektor használata jelent: kicserélve egy, az előzőekben szereplő detektorjellel, az így kapott lokalizációs görbe különbözni fog az előzőtől, de az egyensúlyi rudpozíción mindkét görbe átmegy. Azonban az egyirányú rezgés valószínűsége kicsi.

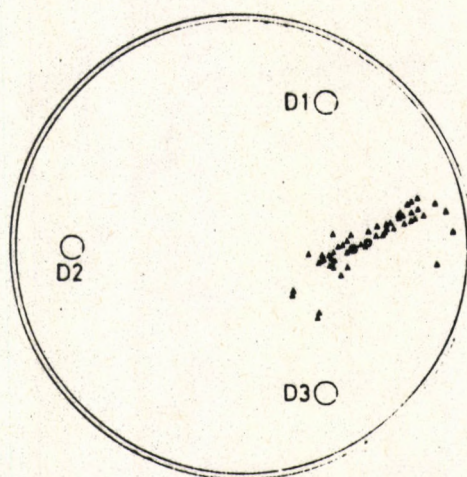
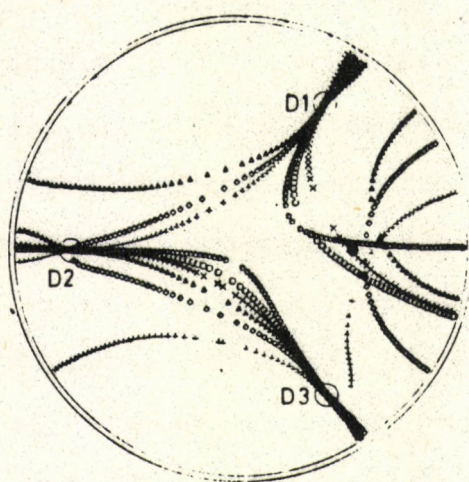
Abban az esetben, ha a valóságban meglévő háttérzajt modellezve, egy véletlenszám-sorozatot keverünk az egyes időpontokhoz tartozó neutron-

jelekhez, az így kapott metszéspontok a valódi rudpozíció környezetébe esnek /8. ábra/. Elég sok metszéspontot meghatározva, ezek súlypontja a rudpozíció közelében van /9. ábra/. Mindez érvényes akkor is ha a háttérzaj nem független a rud mozgásától: az eddig vizsgált, erősen rezgő abszorbensrudon kívül több, kisebb amplitudóval rezgő abszorbensrudat is elhelyeztünk a reaktorban, melyek szintén adott determinisztikus pályán rezegnek. Az ezek által keltett neutronzajt a már ismert módon

kiszámíthatjuk. A lokalizáció szempontjából, a három detektor jelében ezek háttérzajként szerepelnek. Így elvégezve a lokalizációt, a 8. ábrához hasonló eredményt kapunk. Az időjelek alapján végzett lokalizáció hátránya, hogy az időjelben nem szeparálható a háttérzaj.

○ - detektor pozíciók
● - rud pozíció

● - rud pozíció
○ - a metszéspontok átlaga



8. ábra. A 7. ábrán lévő lokalizációs görbék a neutrondetektorok jeleihez adott háttérzaj esetén.

9. ábra. Különböző időpontokhoz tartozó lokalizációs görbék metszéspontjai, háttérzajjal módosított neutronjelek esetén.

A továbbiakban a lokalizációs eljárást megtartva, a detektorok időjeleinek olyan származtatott mennyiségeivel szeretnénk elvégezni a lokalizációt, amelyek már kevésbé érzékenyek a háttérzaj zavaró hatására, illetve a háttérzaj leválasztása elvégez-

hető, és használatukkal mód nyílna a sztochasztikus pályán rezgő rud lokalizációjára is. Ezzel eljutnánk a szabályozórud rezgésének és lokalizációjának teljes sztochasztikus tárgyalásához.

I.4. Lokalizáció a neutronjelek spektrumai alapján

Az eddigiekben feltettük, hogy a rezgő rud determinisztikus - valamilyen időfüggvénnyel megadott - pályán mozog az egyensulyi helyzete körül. Így tetszőleges időpillanatban meg tudjuk adni a rud helyzetét. Ugyanigy megadható a három detektor által mért, tetszőleges időpillanathoz tartozó neutronjel is. Ennél jóval kevesebb információ is elegendő a rud lokalizációjához. Láttuk, hogy háttérzaj nélküli esetben elég csupán két különböző időpontban ismerni a három detektor jelét. Ha a detektorok jelében háttérzaj is szerepel, a különböző időpont-párokhoz tartozó metszéspontok a valódi rudpozíció körül szórnak. Ezek megfelelő átlagolásával kapjuk a legvalószínűbb egyensulyi rudpozíciót. A többször elvégzett lokalizációs eljárás időigényes, így érdekesebb lenne már az egyes detektorjeleken elvégezni bizonyos átlagolásokat, amelyek feltehetően csökkentenék a háttérzaj zavaró hatását. Ezek után, az így kapott átlagmennyiségekkel elvégzett egyetlen lokalizáció nagy valószínűséggel a helyes rudpozíciót adná meg.

Emellett szól az a tény is, hogy a valóságban a rud nem egy determinisztikus, egyetlen időfüggvénnyel megoldható pályán mozog, hanem egy sztochasztikus - valószínűségeloszlá-

sokkal, momentumokkal jellemzett - előre nem jósolható pályán. Így a rud mozgásának összetevőit sztochasztikus folyamatnak tekintve, a létrejövő neutronfluxus-fluktuáció is egy sztochasztikus folyamat lesz, melynek egy-egy konkrét realizációjáról, vagy a sztochasztikus folyamat különböző statisztikus jellemzőiről beszélhetünk /A. Popoulis, 1965/.

A következőkben a neutrondetektorok jeleinek auto- és kereszt spektrumai alapján végzett lokalizációs eljárást alapozzuk meg /I. Pázsit, O. Glöckler 1983b/.

Az (1.11) összefüggés inverz Fourier-transzformálásával kapjuk:

$$\begin{aligned} \delta\phi(\underline{r}, t) = & \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\underline{r}, \underline{r}_p, t') \cdot \delta x(t-t') dt' + \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} G_y(\underline{r}, \underline{r}_p, t') \cdot \delta y(t-t') dt' \end{aligned} \quad (1.21)$$

Ha $x(t)$ és $y(t)$ elmozdulásfüggvényeket egy sztochasztikus folyamat realizációjaként tekintjük, a $G(\underline{r}, \underline{r}_p, t)$ átviteli függvényekkel jellemzett determinisztikus összefüggés megadja a térfüggő neutronzaj - mint sztochasztikus folyamat - egy realizációját. Ehhez hasonlóan, determinisztikus kapcsolat van az elmozduláskomponensek auto- és kereszt korrelációja, spektruma és a megfelelő neutronjelek auto- és kereszt korrelációja, spektruma között. Ez a sztochasztikus folyamatok realizációira vonatkozó (1.21) egyenletből levezethető.

A fenti átviteli függvényekkel megadott rendszer determinisztikus. Ennek bemenetére az elmozdulást, mint sztochasztikus folyamatot kapcsolva, a kimeneten a neutronzaj, mint sztochasztikus folyamat jelenik meg. A sztochasztikus folyamatok momentumai - a realizációk sokaságára vett átlagok - egyszerű időfüggvények, így ezek veszik át az előző részben tárgyalt determinisztikus időfüggvények szerepét.

Az \underline{r} helyén mért neutronfluxus-fluktuáció /neutronzaj/ várható értéke és autokorrelációja

$$E\{\delta\phi(\underline{r}, t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\underline{r}, \underline{r}_p, t') \cdot E\{\delta x(t-t')\} dt' + \\ + \int_{-\infty}^{\infty} G_y(\underline{r}, \underline{r}_p, t') \cdot E\{\delta y(t-t')\} dt' = 0$$

Itt feltettük, hogy a rud mozgása stacionárius folyamat és ennek várható értékét tekintjük az egyensúlyi rudpozíciónak. A várható érték képzése - mint sokaságra vett átlag - felcserélhető az időintegrállal. Ehhez hasonlóan, az (1.21) kifejezés felhasználásával, két különböző időponthoz tartozó neutronjel szorzatának várható értéke, azaz autokorrelációja:

$$R_{\delta\phi\delta\phi}(\tau) = E\{\delta\phi(t+\tau)\delta\phi(t)\} = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G_x(t') \cdot G_x(t'') \cdot R_{\delta x\delta x}(\tau+t'-t'') dt' dt'' + \\ + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G_y(t') \cdot G_y(t'') \cdot R_{\delta y\delta y}(\tau+t'-t'') dt' dt'' + \\ + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [G_x(t')G_y(t'') \cdot R_{\delta x\delta y}(\tau+t'-t'') + G_x(t'')G_y(t') \cdot R_{\delta y\delta x}(\tau+t'-t'')] dt' dt''$$

(1.22)

Ahol $R_{\delta x \delta x}(\tau)$, $R_{\delta y \delta y}(\tau)$ és $R_{\delta x \delta y}(\tau)$ az elmozduláskomponensek auto- és keresztkorrelációja. A detektor és a rud koordinátáit már nem irtuk ki.

Láttuk, hogy a korrelációs függvény a sztochasztikus folyamat két különböző időponthoz tartozó statisztikája közti kapcsolatot jellemzi. Stacionárius folyamat esetén ez csak a két időpont különbségétől függ. A sztochasztikus folyamat konkrét realizációjával ellentétben, ennek már létezik Fourier-transzformáltja. Ezt nevezzük a sztochasztikus folyamat spektrumának.

(1.22) kifejezés szerinti Fourier-transzformáltja:

$$S_{\delta\phi\delta\phi}(\omega) = |G_x(\omega)|^2 \cdot S_{\delta x \delta x}(\omega) + |G_y(\omega)|^2 \cdot S_{\delta y \delta y}(\omega) + 2 \cdot \text{Re}[G_x(\omega) \cdot G_y^*(\omega) \cdot S_{\delta x \delta y}(\omega)] \quad (1.23)$$

Hasonlóan megadható két különböző helyen lévő neutrontetektor jeleinek kereszt spektruma is:

$$S_{\delta\phi_1\delta\phi_2}(\omega) = G_{x1}(\omega) \cdot G_{x2}^*(\omega) \cdot S_{\delta x \delta x}(\omega) + G_{y1}(\omega) \cdot G_{y2}^*(\omega) \cdot S_{\delta y \delta y}(\omega) + G_{x1}(\omega) \cdot G_{y2}^*(\omega) \cdot S_{\delta x \delta y}(\omega) + G_{y1}(\omega) \cdot G_{x2}^*(\omega) \cdot S_{\delta x \delta y}^*(\omega) \quad (1.24)$$

ahol

$$G_{xi}(\omega) = G_x(\underline{r}_i, \underline{r}_p, \omega) \text{ és } G_{yi}(\omega) = G_y(\underline{r}_i, \underline{r}_p, \omega) \quad i=1,2$$

A rezgő rud egyensulyi helyzetének meghatározása a detektorjelek auto- és kereszt spektrumai segítségével is elvégezhető. Az előző esetekben szereplő, a rud mozgását a neutronzajjal összekötő (1.11) és (1.20) egyenletek helyébe az (1.23) és (1.24) egyenletek lépnek: az adott egyensulyi helyzettel rendelkező rezgő rud mozgását az elmozduláskomponensek

$$S_{\delta x \delta x}(\omega), S_{\delta y \delta y}(\omega) \text{ és } S_{\delta x \delta y}(\omega)$$

auto- és kereszt spektrumaival jellemezhetjük. Az (1.23) egyenlet segítségével az ismert helyen lévő neutrontetektor jelének $S_{\delta \phi \delta \phi}(\omega)$ autospektrumát, a $G_x(\omega)$ és $G_y(\omega)$ átviteli függvények ismeretében meghatározhatjuk. Két különböző helyen lévő neutrontetektor jelei közti komplex kereszt spektrumot az (1.24) egyenlet adja meg. Így a lokalizációhoz használt három detektor esetében a neutronjelek autospektrumára vonatkozó három valós egyenlettel és a kereszt spektrumokra vonatkozó három komplex egyenlettel rendelkezünk. A lokalizáció az előzőekben ismertetett módszerhez hasonlóan történik. A neutronjelek auto- és kereszt spektrumai mérésből ismert mennyiségek. Az átviteli függvények függvényalakja szintén ismert, argumentumában az ismeretlen r_p egyensulyi rudpozícióval. A fenti kilenc valós egyenletből négy egyenlet felhasználásával az elmozduláskomponensek auto- és kereszt spektrumai eliminálhatók. A fennmaradó öt egyenletbe visszahelyettesítve az elmozduláskomponensek auto- és kereszt spektrumait, öt olyan valós egyenletet kapunk, melyek külön-külön az r_p paraméter bizonyos értékeire teljesülnek csak. Ezen értékek alkotják a már ismert lokalizációs gör-

béket, melyek pontjai a megfelelő lokalizációs egyenletek gyökei. Az így kapott öt görbe közös metszéspontja adja a keresett rudpozíciót.

Az auto- és kereszt spektrumok segítségével végzett lokalizáció esetén két valós és egy komplex ismeretlen függvény szerepelt: az elmozduláskomponensek auto- és kereszt spektruma, továbbá ismeretlen volt az egyensúlyi rudpozíció. Az ismertnek tekintett, mérésből kapott függvények száma megnőtt a neutron-detektorok időjelei, illetve azok Fourier-transzformáltjai alapján végzett lokalizációs eljárásban szereplő függvények számához képest. A kereszt spektrumok eddig nem szerepelt, új információt tartalmaznak, amelyek nem fejezhetők ki a megfelelő detektorjelek Fourier-transzformáltjaival. Hátterzajt is tartalmazó detektorjelek spektrumaival végzett lokalizációval nagyobb pontosságot és biztonságot érhetünk el, mint az előző esetekben. Egyrészt megnőtt a lokalizációs görbék száma, másrészt a hátterzaj leválasztása még a lokalizációs eljárás megkezdése előtt a neutronspektrumokon elvégezhető. Ha a detektorok jeleiben meglévő hátterzajt fehérzajnak tekintjük, az egy egyszerű kivonással eltávolítható a spektrumból. Általában a rud rezgési spektruma egy éles csucsból áll, amely a neutronjelek spektrumában is megjelenik. A neutronspektrum rezgési csucsán kívüli része nem az abszorbensrud rezgéséből származik, így a modellben ez hátterzajnak minősül.

A neutronspektrumok alapján végzett lokalizáció az (1.23) és az (1.24) összefüggésekre épül. A spektrum-mátrixok bevezetésével ez lényegesen áttekinthetőbb és könnyebben kezelhető

formulákat kapunk /I. Pázsit, O. Glöckler 1983b/. Az (1.23) és (1.24) összefüggés közös alakja:

$$S_{ij}(\omega) = G_{i\alpha}(\omega) \cdot S_{\alpha\beta}(\omega) \cdot G_{\beta j}(\omega) \quad (1.25)$$

ahol $i=1,2,3$ és $\alpha,\beta=x,y$. A neutronjelek 3×3 -s S_{ij} spektrum-mátrixának $/i,j/$ eleme az \underline{r}_i és \underline{r}_j helyeken lévő detektorok jeleinek kereszt spektrumát adja meg, míg a főátlóban lévő elemek a megfelelő autospektrumokat. A 2×2 -es $S_{\alpha\beta}$ spektrum-mátrix a rud elmozdulásának auto- és kereszt spektrumát adja, míg a 2×3 -as $G_{i\alpha}$ mátrix az átviteli függvények Fourier-transzformáltját tartalmazza:

$$G_{i\alpha} = \begin{bmatrix} G_{1x} & G_{1y} \\ G_{2x} & G_{2y} \\ G_{3x} & G_{3y} \end{bmatrix}$$

ahol G_{ix} és G_{iy} a $G_x(\underline{r}_i, \underline{r}_p, \omega)$ és $G_y(\underline{r}_i, \underline{r}_p, \omega)$ függvényeket jelöli, melyekben az ismeretlen \underline{r}_p rudpozíció található. A fenti komplex spektrum-mátrixokra igaz, hogy $S_{ij} = S_{ji}^*$, így az $n \times n$ -es mátrixnak n^2 független valós eleme van. Tehát az (1.25) mátrix egyenlet 9 skalár egyenletet reprezentál.

A lokalizációs eljárás így a következő tömör alakban megfogalmazható: az (1.25) egyenlet két különböző $\delta\phi_1, \delta\phi_2$ és $\delta\phi_2, \delta\phi_3$ hoz tartozó almátrixát tekintve

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{1x} & G_{1y} \\ G_{2x} & G_{2y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{1x} & G_{1y} \\ G_{2x} & G_{2y} \end{bmatrix}^+$$

és

$$\begin{bmatrix} S_{22} & S_{23} \\ S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{2x} & G_{2y} \\ G_{3x} & G_{3y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{2x} & G_{2y} \\ G_{3x} & G_{3y} \end{bmatrix}^+$$

röviden

$$[S_{12}] = [G_{12}][S_{xy}][G_{12}]^+ \quad (1.26)$$

$$[S_{23}] = [G_{23}][S_{xy}][G_{23}]^+ \quad (1.27)$$

Az $[S_{xy}]$ elmozduláskomponensek spektrum-mátrixát (1.26) és (1.27) egyenletekből kifejezve és a két oldalt egyenlővé téve

$$[G_{12}]^{-1}[S_{12}][G_{12}]^{+-1} = [G_{23}]^{-1}[S_{23}][G_{23}]^{+-1} \quad (1.28)$$

a lokalizációs egyenletek mátrixalakját kapjuk, amely négy skaláregyenletet - lokalizációs egyenletet - jelent. Különböző 2x2-es almátrixokkal elvégezve a fenti számítást nem minden esetben kapunk új egyenletet. Összesen öt különböző lokalizációs egyenletet kapunk, amelyekhez tartozó öt különböző lokalizációs görbe metszéspontja adja a keresett egyensúlyi rudpozíciót.

A neutronspektrumok alapján végzett lokalizációt a már ismert módon, numerikusan végeztük el: megválasztva a rezgő szabályozórúd egyensúlyi helyzetét és a mozgását leíró elmozdulás auto- és kereszt spektrumokat, a reaktor átviteli függvényének ismeretében az adott helyen lévő neutrondetektorok válasza kiszámítható az (1.23), (1.24) vagy az (1.25) kifejezések alapján. A továbbiakban ezeket mérésből kapott eredményeknek tekintve a lokalizáció - numerikus gyökkeresés - az előzőekben leírt módon elvégezhető. Mint a korábbiakban, most is az átvit-

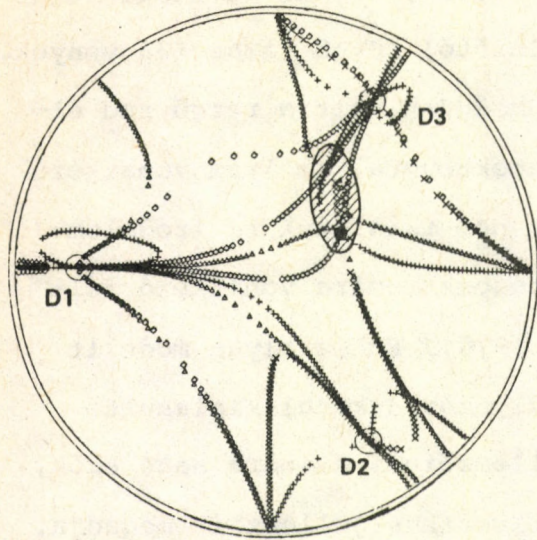
teli függvény frekvenciafüggetlen tartományába eső rezgésekkel foglalkoztunk a numerikus számítás során, így az átviteli függvények csak a detektor- és rudpozíciótól függő valós függvények.

A numerikus modellezéshez szükségünk volt a rezgő rud elmozduláskomponensei közti kereszt spektrumra, amelyre vonatkozó mérési adatokat, vagy feltevéseket nem találtunk az irodalomban. /Az elmozduláskomponensek autospektrumára vonatkozó feltevések pl. M. Antonopoulos-Domis 1976./ Ehhez olyan modellt kellett felállítani, amely a szabályozórud körül kialakult nyomásfluktuációk statisztikus jellemzőiből a rudra ható erők, és az így létrejövő rudmozgás statisztikus jellemzőit megadja. /I. Pázsit, O. Glöckler, 1983b/.

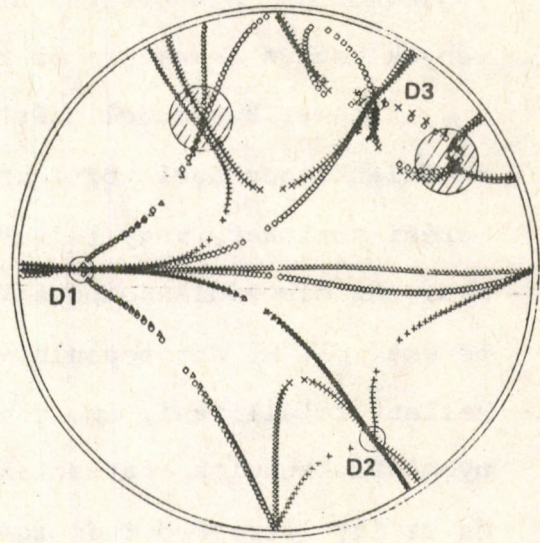
Itt elegendő annyi, hogy a valóságban előforduló esetek nagy részében a rudra ható erők merőleges összetevői közti kereszt spektrum valós /anizotróp rezgés/, bizonyos esetekben zérus /izotróp rezgés/. A modell szerint ugyanez érvényes a létrejövő rudmozgás két merőleges összetevője közti kereszt spektrumra is. Így a következő esetekben végeztük el a neutron spektrumok szerinti lokalizációt: az első két esetben különböző egyensúlyi rudpozíciókat feltéve, az elmozduláskomponensek autospektruma azonos volt, kereszt spektrumuk zérus volt

$$S_{xx}(\omega) = S_{yy}(\omega) ; S_{xy}(\omega) \equiv 0$$

Az így kapott négy-négy lokalizációs görbe /10. és 11. ábra/ bonyolultabb képet mutat, mint az előző esetekben. Ennek oka az, hogy az előzőkkel ellentétben, a spektrumok szerint végzett lokalizációs eljárás egyenleteiben az ismeretlen r_p egyensúlyi rudpozíciót tartalmazó átviteli függvény négyzete szerepel.



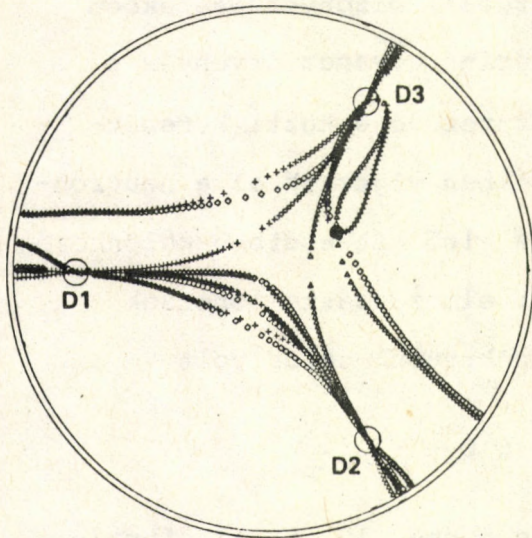
0 1m ○ detektorok
● rud
feltételezett terület



0 1m ○ detektorok
● rud
feltételezett t.

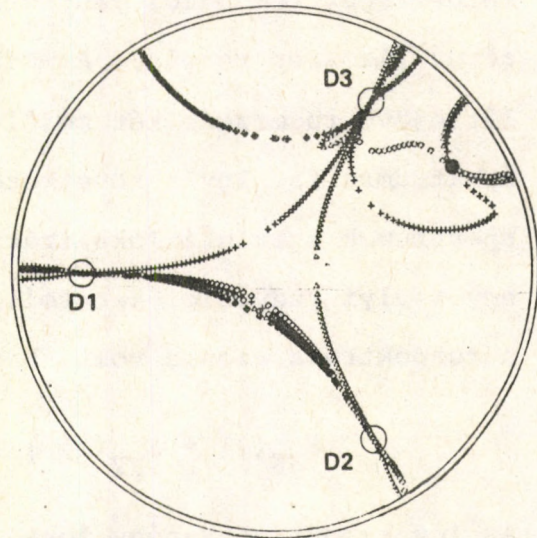
10. ábra: Izotróp rezgés lokalizációs görbéi

11. ábra: Izotróp rezgés lokalizációs görbéi



0 1m ○ detektorok
● rud

12. ábra: Anizotróp rezgés lokalizációs görbéi



0 1m ○ detektorok
● rud

13. ábra: Anizotróp rezgés lokalizációs görbéi

A következő két esetben változatlan egyensúlyi rudpozíciók mellett az elmozduláskomponensek autospektruma ismét egyenlő volt, a keresztsspektrumot pedig az autospektrum felének választottuk

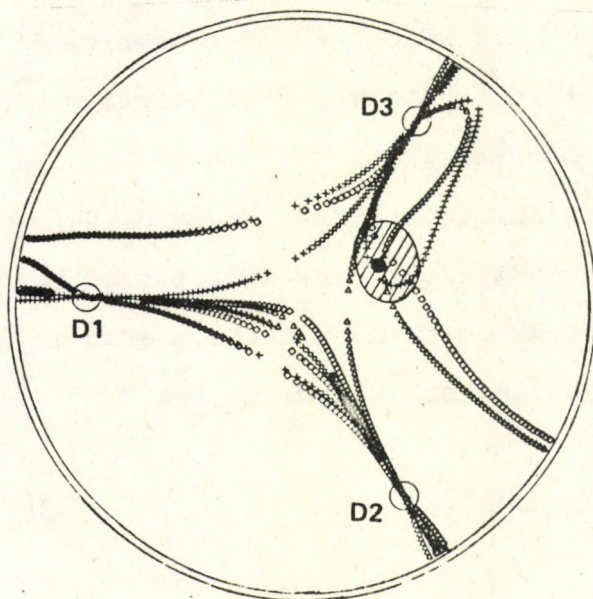
$$S_{xx}(\omega) = S_{yy}(\omega); \quad S_{xy}(\omega) = -\frac{1}{2} \cdot S_{xx}(\omega)$$

A most három-három lokalizációs görbét tartalmazó eredmény a 12. és 13. ábrán látható. Mivel az elmozduláskomponensek keresztsspektruma zérus, illetve valós az előző esetekben, a neutronjelek közti keresztsspektrumok is valósak lesznek. Így az ismeretlen mennyiségek /egyensúlyi rudpozíció és az elmozduláskomponensek auto- és keresztsspektruma/ és a "mérésből" ismert mennyiségek /a neutronjelek auto- és keresztsspektruma/ száma egyaránt csökkent. Az első két esetben négy, a második két esetben három különböző lokalizációs görbét kaptunk. A rud egyensúlyi helyzetét a négyes, illetve hármas metszéspontok adják. Végül azt vizsgáltuk, hogy a neutronspektrumok kis módosítása /háttérzaj-leválasztás, mérési pontatlanságok/ milyen befolyással van a lokalizáció pontosságára /14. ábra/. A neutronjelek spektrumait különböző mértékben megváltoztattuk kb. 15%-os határok között. A rezgő rudat tartalmazó tartomány még biztonsággal behatárolható.

A lokalizációs eljárás numerikus bemutatását homogén, hengerszimmetrikus reaktorra végeztük el. A neutrodiffúziót az un. egycsoport közelítésben irtuk le /minden neutron azonos energiával rendelkezik. Inhomogén reaktorban, sokcsoport

közelítéssel leírt neutrondiffúzió esetén a lokalizáció esetleg bonyolultabbá válhat: bonyolultabb lokalizációs görbék, több hamis gyök léphet fel. Egyszerre több detektorjel felhasználásával a hamis gyökök kiszűrhetők. A neutronfizikai $G_x(\underline{r}, \underline{r}_p, \omega)$ és $G_y(\underline{r}, \underline{r}_p, \omega)$ átviteli függvények komplex volta további, a lokalizációt segítő információt nyújt: a neutrondetektorok jelei közt fellépő fáziskülönbség nem csupán az elmozdulás-komponensek komplex keresztkorrelációja miatt léphet fel, hanem a rud egyensúlyi helyzetét és az ahhoz képest különböző pozíciókban lévő neutrondetektorok közti neutronfizikai átviteli függvények komplexitása miatt is. A keresett \underline{r}_p egyensúlyi rudpozíció csupán a neutronkinetikai átviteli függvények argumentumában szerepel.

Több erősen rezgő szabályozórud esetén a módszer nem használható. Ekkor nem biztos, hogy a változatlan módon számolt lokalizációs görbéknek lesz metszéspontja, illetve a különböző detektor-hármasokkal elvégzett lokalizáció más-más metszéspontot ad. Azonban annak valószínűsége, hogy egyszerre két szabályozórud felfüggesztése romlik el és így mindkét rud erősen rezeg, elegendően kicsi.



- detektor pozíciók
- rud pozíció
- ◐ feltételezett terület

14. ábra: Anizotróp rezgés lokalizációs görbéi. A neutronzajban 15%-os átlagos háttérzaj van.

II. A SZABÁLYOZÓRÚD MOZGÁSA

Az előző fejezetben a neutronzaj mérésén alapuló zajforrás-lokalizációra felállított modellt vizsgáltuk. A neutronjelek azon statisztikai átlagai, melyekkel a lokalizációt elvégeztük, a rud mozgását leíró, hasonló statisztikai átlagok függvényei. Ezeket viszont a rudra ható gerjesztő erők statisztikája határozza meg. Végző soron így elegendő a szabályozórúd környezetében kialakuló, turbulens áramlás keltette nyomásfluktuációk alapvető statisztikai tulajdonságait ismerni ahhoz, hogy a rezgő abszorbens rud mozgása, illetve a létrehozott neutronzaj hasonló jellegű statisztikai jellemzőit előre megjósolhassuk. Gyakorlatban a fordított irány érdekes: a méréssel kapott neutronjelek auto- és kereszt spektrumainak, illetve amplitudóeloszlásfüggvényeinek ismeretében mit mondhatunk a rud mozgását leíró elmozduláskomponensek hasonló jellegű mennyiségeiről, vagy tovább lépve, mi állapítható meg a rud környezetében fellépő nyomásfluktuációkról? Az abszorbensrud mozgáspályáját jellemző statisztikai függvények ismeretében megbecsülhető a rudrezgés veszélyességének mértéke, míg a nyomásfluktuációk statisztikájának ismeretében a reaktorzónában kialakult áramlásról kapunk információkat.

A továbbiakban, a már meglévő neutronfizikai modell mellé egy egyszerű mechanikai modell felállításával, analitikus és numerikus úton azt vizsgáltuk, hogy a diagnosztikailag lényeges mennyiségek mérhető statisztikai jellemzői hogyan határozhatók meg az őket kiváltó folyamatok hasonló jellemzőivel. Konkrétan, mennyire érzékeny a neutrondetektorok jeleinek auto- és kereszt-

spektruma, illetve amplitudóeloszlás-függvénye a primérgörben kialakult nyomásfluktuációk, vagy a gerjesztő erők statisztikájának változására.

A számítások a következő főbb részekből álltak:

Feltevések a rud környezetében kialakuló
nyomásfluktuációkra: idő- és térbeli
korreláció, irányeloszlás



A rudra ható gerjesztő erők merőleges
komponensei auto- és kereszt-spektruma,
amplitudóeloszlása



A rud mozgásának merőleges összetevői
auto- és kereszt-spektruma, amplitudó-
eloszlása



A rudmozgás keltette neutronzaj auto-
és kereszt-spektruma, amplitudóeloszlása

II. 1. A rudra ható gerjesztés és a rudmozgás közti kapcsolat

A szabályozórudra ható erők, illetve a rudat körülvevő nyomásfluktuáció-tér szempontjából karakterisztikus eseteket vizsgáltunk. Az első esetben feltettük, hogy a reaktor zónájá-

nak belsejében, a szabályozórud környezetében turbulens áramlás alakul ki és így a nyomásfluktuációk tér- és időbeli korrelációja elhanyagolhatóan kicsi /I. Pázsit, O. Glöckler 1983 b./

A rudra ható erők merőleges komponensei auto- és kereszt spektrumának jellemzéséhez a rud körüli nyomásfluktuációteret leíró két paraméter elegendő: az egyik a rud felületére ható nyomásfluktuációk erősségének anizotrópiáját jellemzi, a másik a nyomásfluktuáció-térnek a koordináta tengelyekhez viszonyított irányítottságát adja meg. A másik esetben feltettük, hogy a reaktor primérekörében monokromatikus nyomáshullámok alakultak ki. Ez azt jelenti, hogy a rudra monokromatikus gerjesztés hat, a rud kényszerrezgést végez. A valóság jobb közelítését kapjuk, ha a fenti két eset keverékét vesszük.

A gerjesztő erők statisztikájának ismeretében a rud mozgását, illetve annak hasonló statisztikus jellemzőit a következő modellel határoztuk meg: a szabályozórudra ható gerjesztő erőket és a létrejövő elmozduláskomponenseket egy-egy sztochasztikus folyamatnak tekintve, a megfelelő realizációk közti kapcsolatot egy kétdimenziós, csillapított kényszerrezgést leíró egyenlettel adtuk meg

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_x(t) \quad (2.1a)$$

$$\ddot{y} + 2\beta\dot{y} + \omega_0^2 y = f_y(t) \quad (2.1b)$$

ahol az $x(t)$ és $y(t)$ függvények az elmozduláskomponenseket jelölik és az előző fejezetben szerepelt $\delta x(t)$ és $\delta y(t)$ jelöléseket váltják fel. $f_x(t)$ és $f_y(t)$ a sztochasztikus gerjesztő erők egy-egy realizációja, β a csillapítási tényező, ω_0 a rud saját-

frekvenciája. Az adott gerjesztéshez tartozó elmozduláskomponensek egy konvolúciós integrállal kifejezhetők.

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \cdot \int_0^{\infty} e^{-\beta t'} \cdot \sin \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \cdot t' \cdot f_x(t-t') dt' \quad (2.2a)$$

$$y(t) = \frac{1}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \cdot \int_0^{\infty} e^{-\beta t'} \cdot \sin \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \cdot t' \cdot f_y(t-t') dt' \quad (2.2b)$$

A következőkben a gerjesztő erők és az elmozduláskomponensek realizációját összekötő (2.2.a-b) kifejezések alapján, a fenti folyamatok momentumait, korrelációs függvényeit és spektrumait összekötő kifejezéseket adjuk meg.

Az elmozduláskomponensek várható értékét a (2.2a-b) kifejezések segítségével a realizációk sokaságára vett átlagolással kapjuk. Az átlagolás felcserélhető a (2.2a-b)-ben szereplő integrállal, így

$$E\{x(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \cdot \int_0^{\infty} e^{-\beta t'} \cdot \sin \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \cdot t' \cdot E\{f_x(t-t')\} dt'$$

$$E\{y(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \cdot \int_0^{\infty} e^{-\beta t'} \cdot \sin \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \cdot t' \cdot E\{f_y(t-t')\} dt'$$

Stacionárius és zérus várható értékű nyomásfluktuációk esetén a rudmozgás x és y irányu kitérésének várható értéke is zérus. /Látni fogjuk, hogy az egyensúlyi helyzetből való kimozdulás várható értéke már nem lesz nulla./

Az elmozduláskomponensek auto- és keresztkorrelációs függvényei

$$R_{xx}(\tau) = E\{x(t+\tau)x(t)\}, \quad R_{yy}(\tau) = E\{y(t+\tau)y(t)\}$$

$$\text{és } R_{xy}(\tau) = E\{x(t+\tau)y(t)\}$$

A (2.2a-b) kifejezések segítségével a realizációk sokaságára vett átlagolással kapjuk. Az elmozduláskomponensek korrelációs függvényei egyértelműen meghatározhatók a megfelelő erőkomponensek korrelációs függvényeivel

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} T(t') \cdot R_{f_x f_x}(\tau-t') dt' \quad (2.3a)$$

$$R_{yy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} T(t') \cdot R_{f_y f_y}(\tau-t') dt' \quad (2.3b)$$

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} T(t') \cdot R_{f_x f_y}(\tau-t') dt' \quad (2.3c)$$

ahol $R_{f_x f_x}(\tau)$, $R_{f_y f_y}(\tau)$ és $R_{f_x f_y}(\tau)$ a megfelelő erőkomponensek auto- és keresztkorrelációs függvényei

$$\text{és } T(t) = \frac{e^{-\beta|t|}}{4\beta\omega_o^2} \cdot \left(\cos \sqrt{\omega_o^2 - \beta^2} \cdot t + \frac{\beta}{\sqrt{\omega_o^2 - \beta^2}} \cdot \sin \sqrt{\omega_o^2 - \beta^2} |t| \right)$$

az erő- és elmozduláskomponensek korrelációs függvényeit összekötő determinisztikus transzfer függvény, amely egyben a fehérzaj gerjesztő erő hatására létrejövő elmozduláskomponensek auto-korrelációs függvénye. $T(t)$ függvény exponenciálisan csökkenő burkolója jelzi, a folyamat távoli időpontjaihoz

tartozó statisztikák függetlenné válnak a rud sebességével arányos csillapítás miatt.

A (2.3a-c) korrelációs függvényeket Fourier-transzformálva az auto- és keresztspektrumokat kapjuk

$$S_{xx}(\omega) = \frac{S_{f_x f_x}(\omega)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2} \quad (2.4a)$$

$$S_{yy}(\omega) = \frac{S_{f_y f_y}(\omega)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2} \quad (2.4b)$$

$$S_{xy}(\omega) = \frac{S_{f_x f_y}(\omega)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2} \quad (2.4c)$$

A nevezőnek az $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ -nél éles minimuma van, így ha az erőkomponensek spektruma nem tűnik el a fenti értéknél, az elmozduláskomponensek spektrumaiban $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ -nél egy éles csucs jelenik meg. A spektrumok egyik leglényegesebb információhordozója a bennük fellépő csucok. Az elmozduláskomponensek spektrumaiban szereplő csucok két különböző ok miatt jelenhetnek meg /lásd (2.4a-c) kifejezéseket/: a gerjesztő erők spektrumában eleve szereplő csucokat a rendszer átviszi az elmozdulás spektrumába is, ha a rendszer átviteli függvénye a csucs helyén nem tűnik el. A másik lehetőség, hogy a rendszer rezonanciával rendelkezik, azaz az átviteli függvénynek csucsa van a rendszer rezonancia-frekvenciájánál. Így ha a gerjesztő erők spektrumának van ilyen frekvenciájú komponense, az elmozduláskomponensek spektrumaiban megjelenik a rendszer rezonanciacsucsa is.

Az elmozduláskomponensek spektrumainak ismeretében a rezgő szabályozórúd által keltett neutronzaj auto- és keresztspektruma már meghatározható az első fejezetben tárgyalt (1.23), (1.24) vagy (1.25) kifejezések segítségével. A $G_{\alpha}(\underline{r}_i, \underline{r}_p, \omega)$, $\alpha = x, y$ neutronfizikai átviteli függvények lassan változnak a frekvenciaterben, csucsal nem rendelkeznek. Így az (1.23), (1.24) neutronspektrumokban lévő csucskok az elmozduláskomponensek spektrumaiban fellépő csucskok közül valók. Tehát a rezgő szabályozórúd oly módon befolyásolja a neutronfluxust, hogy a neutronzaj spektrumaiban a rezgésnek megfelelő csucskok jelennek meg.

A neutrontektorok időjelében rejlő diagnosztikai információ nem csupán spektrumok előállításán keresztül szerezhető meg. A spektrumoktól független statisztikai jellemző az időfüggvények amplitudóeloszlás-függvénye, amellyel a következő részben foglalkozunk. Látni fogjuk, hogy használatával olyan kérdésekre is válaszolhatunk, melyekre csupán a spektrumok alapján nem lenne lehetséges.

II. 2. Az időfüggvények amplitudóeloszlás-függvényei és diagnosztikai jelentőségük

A továbbiakban a diagnosztizálandó jelek amplitudóeloszlás-függvényeit /APD-függvények, amplitude probability density/ vizsgáljuk. Ez determinisztikus és sztochasztikus időfüggvények esetén egyaránt definiálható, illetve megkonstruálható. Az amplitudóeloszlás-függvények és az auto- és keresztspektrumok a sztochasztikus folyamatok független statisztikus jellemzői, így

különböző mértékben érzékenyek az analizálandó időjel megváltozására. Ebben a fejezetben az APD-függvényekkel végzett diagnosztika lehetőségét tárgyaljuk.

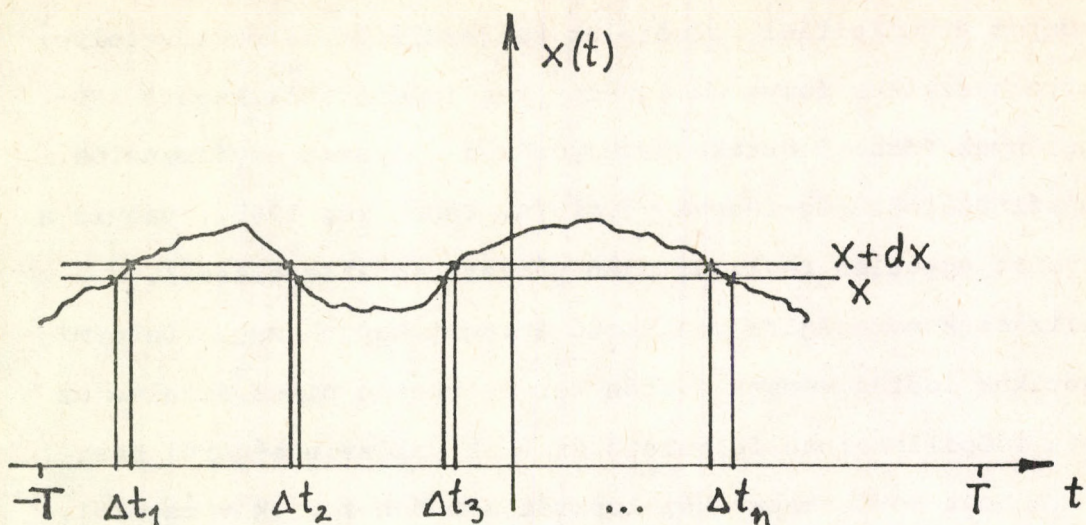
A következőkben determinisztikus függvényekhez, illetve ergodikus sztochasztikus folyamatok realizációihoz tartozó amplitudóeloszlás-függvényekkel foglalkozunk. A mindkét esetre vonatkozó definíciót a mérési utasítás adja meg: méréssel, vagy numerikus modellezéssel kapott időfüggvény amplitudóeloszlás-függvénye alatt a függvény adott értékéhez tartozó előfordulási gyakoriságot értjük. Gyakorlatban a függvény által felvehető értékek tartományát kis intervallumokra felosztva, egy olyan hisztogramot állítunk fel, amely azt mondja meg, hogy az egyes intervallumokon belüli értékeket hányszor vette fel a függvény a mérési idő alatt. Determinisztikus időfüggvények esetén, ha azok differenciálhatók, a hozzájuk tartozó APD-függvényekről a következőket mondhatjuk: ha a folyamat az egyes t_i időpontokban az $x(t_i) = x$ értéket veszi fel és idő szerint deriválható, akkor a T ideig tartó mérés során annak relatív gyakorisága, hogy a folyamat az $(x, x+dx)$ sávban tartózkodik /15. ábra/.

$$\frac{1}{T} \cdot \sum_i \Delta t_i = \frac{\Delta x}{T} \cdot \sum_i \frac{1}{|x'(t_i)|} \quad (2.5)$$

Ilyen módon a folyamat egy adott realizációjából szintmetszéssel kapott amplitudóeloszlás-függvény

$$p(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \cdot \sum_i \frac{1}{|x'(t_i)|}$$

ahol a t_i időpontokban $x(t_i) = x$. Az $x(t)$ időfüggvény egy formulával megadható, determinisztikus időfüggvényt reprezentál.



15. ábra. Az APD-függvény mérése

Sztochasztikus folyamatok realizációihoz tartozó APD-függvényeket a (2.5) összefüggés alapján nem tárgyalhatjuk, mivel a realizációkat általában nem lehet formulával megadni, vagy differenciálni /gondoljunk a fehérzaj egy realizációjára/, azonban ha a sztochasztikus folyamat bizonyos ergodicitási feltételeket kielégít, az egy realizációból - az előzőekben megadott mérési utasítással - származtatott APD-függvény a sztochasztikus folyamat egydimenziós valószínűsűrség-függvényével lesz azonos. A sztochasztikus folyamatok egydimenziós valószínűsűrség-függvénye általában különbözik az egy realizációból kapható APD-függvénytől. Az $x(\xi, t)$ sztochasztikus folyamat $f(x, t)$ egydimenziós valószínűsűrség-függvénye az adott t időponthoz tartozó $x(\xi)$ valószínűségi változó statisztikáját, az $f(x)$ valószínűsűrséget adja meg. Különböző időpontokhoz más-más sűrségfüggvény tartozhat. Az $x(\xi, t)$ sztochasztikus folyamat stacionaritásának szükséges feltétele, hogy az $f(x, t)$ egydimenziós valószínűsűrség-függvény időfüggetlen legyen. Belátható, hogy

bizonyos ergodicitási feltételek teljesülését is megkövetelve, a sztochasztikus folyamat egy-egy realizációjából kapott APD-függvények várható értéke megegyezik a folyamat egydimenziós valószínűségi sűrűség-függvényével /A. Papoulis, 1965/, vagyis a folyamat egyetlen realizációján végzett időátlagolással, a realizációk sokaságára vonatkozó átlagot kapjuk meg. /Determinisztikus időfüggvények esetén természetesen nincs értelme az adott időpillanatban felvehető értékek valószínűségéről beszélni./

A most mondottakat két konkrét esetben fogjuk vizsgálni, amelyek az abszorbensrud rezgése által keltett neutronzaj valószínűségi APD-függvényei szempontjából két extrém esetnek tekinthető és analitikusan tárgyalható. /Látni fogjuk, hogy lényeges diagnosztikai értéke lesz annak, hogy a rudrezgés által keltett neutronzaj APD-függvénye az egyik, vagy a másik extrém eset APD-függvényéhez hasonlít:/

Egy determinisztikus, monokromatikus időfüggvény és egy ergodikus Gauss-folyamat APD-függvényét határozzuk meg. A valószínűségben a rezgések a fenti két esetet és ezek keverékeit egyaránt megvalósítják.

Az

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

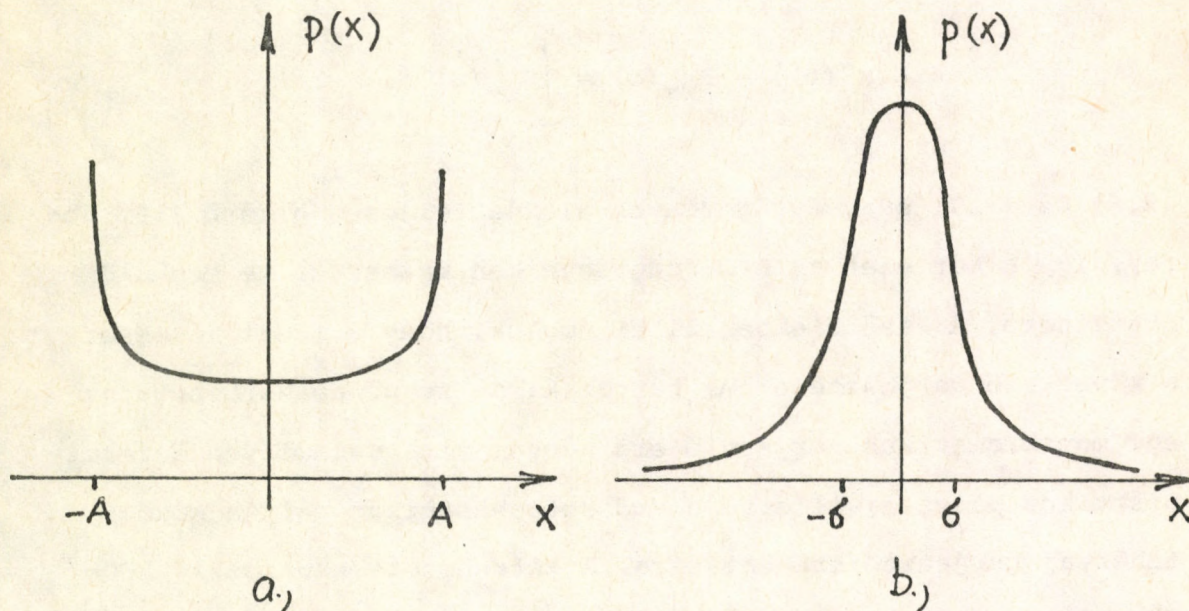
periodikus jel APD-függvénye a (2.5) definíció alapján meghatározható. Mivel

$$x'(t) = \sqrt{A^2 - x^2(t)}$$

és egy perióduson belül minden $(-A; A)$ intervallumon belüli érték kétszer szerepel, (2.5) alapján a normált APD-függvény

$$p(x) = \frac{1}{\pi \cdot \sqrt{A^2 - x^2}} \quad (2.6)$$

egy másodfajú Pearson-eloszlás, amely a $(-A; A)$ intervallum szélein végtelenhez tart, minimumát a rezgés egyensúlyi helyzetében veszi föl /16.a ábra/.



16. ábra. APD-függvények

a) monokromatikus jel APD-függvénye

b) Gauss-folyamat APD-függvénye

Egy ergodikussztochasztikus folyamat esetében a folyamat egyetlen realizációjából származtatott APD-függvény megegyezik a sztochasztikus folyamat egydimenziós valószínűségi sűrűségfüggvényével. Ergodikuss Gauss-folyamat egydimenziós valószínűségi sűrűségfüggvénye /16.b ábra/

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (2.7)$$

ahol a σ^2 szórásnégyzet kifejezhető az $x(t)$ folyamat korrelációs függvényével, vagy autospektrumával

$$\sigma^2 \equiv E\{x^2(t)\} = R_{xx}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\omega) d\omega$$

(2.6) és (2.7) sűrűségfüggvények alakja teljesen eltérő /16. ábra/, így a két eset az APD-függvényeiken keresztül is megkülönböztethető. A későbbiekben látni fogjuk, hogy a fenti két eset a következő gerjesztésekhez tartozik: a rezgő abszorbensrudat egy monokromatikus gerjesztő erő kényszeríti valamilyen determinisztikus pályára, illetve a rud sztochasztikus pályán mozog fehérzaj gerjesztő erő hatására. A létrehozott neutronzaj APD-függvényeinek vizsgálatán keresztül eldönthetjük, hogy a vizsgált eset az előbb tárgyalt esetek melyikével azonos, vagy melyikhez áll közelebb. A most tárgyalt két eset keveréke is megvalósulhat, így hátra van még a két jel összegéhez tartozó APD-függvények vizsgálata.

Két determinisztikus időjel összegének APD-függvénye nem adható meg az egyes jelek APD-függvényeivel. Ha mindkét jel egy-egy ergodikus sztochasztikus folyamat realizációja és így APD-függvényeik azonosak a megfelelő egydimenziós valószínűségi-sűrűség-függvényekkel, az összeghez tartozó APD-függvény megadható az együttes eloszláshoz tartozó valószínűségi-sűrűség-függvény-nyel. Ez utóbbi csak akkor fejezhető ki az egydimenziós való-

szinüségsűrűségekkel - ezek szorzataként - ha a két folyamat független. Együttes stacionaritás esetén az $f(x_1, x_2; t_1, t_2)$ együttes valószínűségi sűrűség-függvény csak a $t_1 - t_2$ időkülönbségtől függ. Az $x_1(t) + x_2(t)$ folyamathoz tartozó APD-függvény

$$p(x) = \int f(x-x', x'; 0) dx$$

Ha az $x_1(t)$ és $x_2(t)$ folyamatok függetlenek, az integrál egy konvolúciós alakul

$$p(x) = \int p_1(x-x') \cdot p_2(x') dx' \quad (2.8)$$

ahol $p_1(x)$ és $p_2(x)$ az $x_1(t)$ és $x_2(t)$ folyamatokhoz tartozó APD-függvények. Ugyanigy megadható az előzőekben tárgyalt két eset, egy determinisztikus, monokromatikus időfüggvény és egy ettől független ergodikus folyamat realizációjának összegéhez tartozó APD-függvény is. Ezzel azt vizsgáljuk, hogyan változik a monokromatikus jelhez tartozó (2.6) APD-függvény független háttérzaj /ergodikus Gauss-folyamat/ hozzáadásával

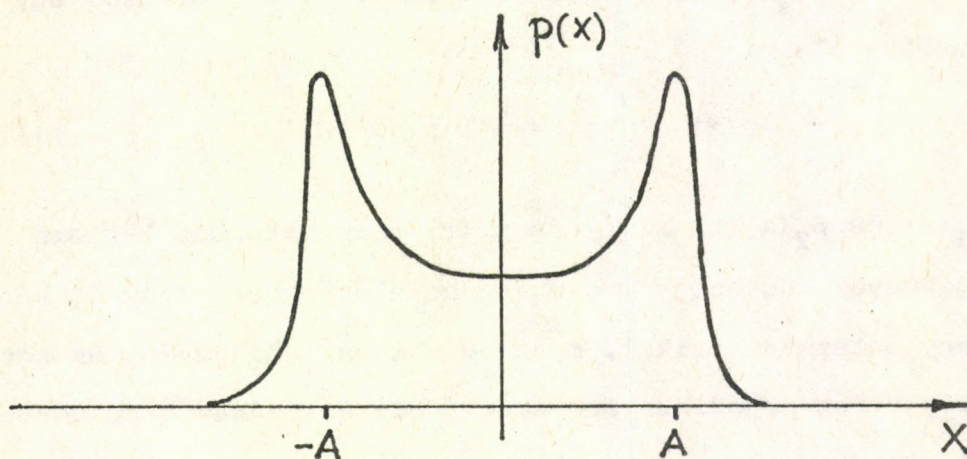
$$x(t) = A \cdot \sin \omega t + z(t) \quad (2.9)$$

ahol $z(t)$ jelenti a háttérzajt. A két komponens APD-függvényét az előzők alapján külön-külön ismerjük és mivel a két jel egymástól független, a (2.8) összefüggés szerint az APD függvények konvolúcióját kell vennünk

$$p(x) = \frac{1}{\pi \sqrt{A^2 - x^2}} * \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

Részletes számítás után, a monokromatikus jel és az ergodikus Gauss-folyamat összegéhez tartozó APD-függvény - a

rezgés A amplitudója és a Gauss-folyamat σ szórása viszonyának függvényében - folyamatosan változik a két szélső esethez tartozó APD-függvényalak között. Így a monokromatikus jelhez járuló kis amplitudóju háttérzaj /ergodikus Gauss-folyamat, melyre $\sigma \ll A/$ esetében az APD-függvény jellegzetes - a Gauss-függvénytől eltérő - alakja megmarad /17. ábra/.



17. ábra. Monokromatikus jel és Gauss-folyamat összegének APD-függvénye ($A \gg \sigma$)

A valóságban előforduló esetek egy újabb részét modellezhetjük, ha megengedjük, hogy az előzőekben szerepelt harmonikus függvény amplitudója időben lassan változzon:

$$x(t) = A(t) \cdot \sin \omega t \quad (2.10)$$

ahol $A(t) > 0$ az ω^{-1} -hez képest lassan változó amplitudófüggvény. Belátható, hogy az időben lassan változó amplitudó szintén "el-mossa" az APD-függvény 16.a. ábrán látható alakját. Amíg $A(t)$ kis mértékben változik, az APD-függvény lényegesen eltér a Gauss-függvénytől. Mint a III. fejezetben szereplő numerikus kísérletek során látni fogjuk, a (2.9) és (2.10) kifejezésekkel

megadott "zavaró" effektusok /időfüggő amplitudó és háttérzaj/ együttes fellépésekor a monokromatikus jel APD-függvénye megtartja jellegzetes alakját. Így változatlanul igaz lesz, hogy a Gauss-folyamat és a monokromatikus jel APD-függvényükön keresztül is megkülönböztethető, még akkor is, ha az utóbbi esetben a valóságban előforduló "zavaró" effektusokat is figyelembe vesszük.

II. 3. Két karakterisztikus eset analitikus tárgyalása

Valóságos mérési eredmények híján numerikus kísérleteket végeztünk. Reálisnak tűnő gerjesztési statisztikát feltételezve, az előzőekben ismerttetett mechanikai-neutronfizikai modell alapján a rezgő abszorbersrud elmozduláskomponensei és a létrehozott neutronzaj numerikusan meghatározható és előállítható ezen mennyiségek minden olyan statisztikai jellemzője, amelyek egy valóságos mérés során is szerepelnek. A numerikus kísérletek elvégzése előtt olyan analitikusan tárgyalható, karakterisztikus eseteket vizsgálunk, melyek eredményei - a rudmozgás és a keltett neutronzaj APD-függvényei, spektrumai - a numerikus kísérletek szempontjából "viszonyítási alapként" szolgálhatnak. A reaktorban kialakuló nyomásfluktuáció-viszonyokra jellemző két alapesetet tárgyalunk:

a/ A szabályozórudat körülvevő nyomásfluktuáció-teret izotrópnek tekintettük. A hűtőviz turbulens áramlása miatt a nyomásfluktuációk elhanyagolható korrelációs idővel /fehérzaj/, illetve korrelációs távolsággal rendelkeznek a rudmozgás pe-

riódus idejéhez, illetve a rud átmérőjéhez képest. Ekkor a rudra ható gerjesztő erő merőleges komponenseit korrelálatlan fehérzaj gerjesztés írja le.

b/ A reaktor primer körében kialakuló nyomás-állóhullámok következtében a rudra monokromatikus gerjesztés hat /Bauerfeind V. 1977/.

Látható, hogy a két alapeset a reaktor primer körében kialakuló áramlás és így a szabályozórudra ható gerjesztés két teljesen különböző állapotát írja le. A rudrezgés által keltett neutronzaj elemzésével a két alapeset szétválasztása, vagy annak megítélése, hogy az analizált állapot az egyik, vagy másik alapesethez áll közelebb, diagnosztikailag lényeges információt nyújt. Mindkét esetben meghatározzuk a rud mozgásához és a létrehozott neutronzajhoz tartozó spektrumokat és APD-függvényeket. Ezzel a két alapeset statisztikus jellemzőinek tulajdonságait, jellegzetességeit kapjuk meg, melyekkel egy ismeretlen esetben kapott, hasonló statisztikus jellemzőket hasonlítjuk össze és így a gerjesztő erők statisztikájára, végsősoron az áramlási viszonyokra következtethetünk.

II. 3.a. Fehérzaj gerjesztés

Az első esetben a rudat körülvevő nyomásfluktuáció-tér izotrop és a nyomásfluktuáció fehérzaj. Ekkor a rudra ható erők merőleges komponensei korrelálatlanok

$$S_{f_x f_x}(\omega) = S_{f_y f_y}(\omega) = \alpha; S_{f_x f_y}(\omega) \equiv 0$$

Az x és y irányu korrelálatlan fehérzaj gerjesztő erő hatására létrejövő rudmozgás $x(t)$ és $y(t)$ elmozduláskomponensei egy-egy normál- /Gauss/ folyamatot írnak le: a (2.1a-b) egyenletekkel leírt rendszer be- és kimeneti folyamataihoz tartozó momentumok között lineáris kapcsolat van, így ha a bemenő folyamat normál folyamat - esetünkben fehérzaj, amely stacionárius, zérus várható értékkel és állandó autospektrummal rendelkezik - a kimeneten megjelenő folyamat is normál folyamat lesz, azaz első két momentuma már egyértelműen jellemzi. A fejezet elején mondottak alapján a stacionárius elmozduláskomponensek várható értéke

$$E\{x(t)\} = E\{y(t)\} = 0$$

autó- és keresztkorrelációja, illetve spektruma

$$R_{xx}(\tau) = R_{yy}(\tau) = \frac{\alpha}{4\beta\omega_0^2} \cdot e^{-\beta|\tau|} \cdot \left(\cos\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}\tau + \frac{\beta}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \cdot \sin\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}|\tau| \right)$$

$$R_{xy}(\tau) \equiv 0$$

$$S_{xx}(\omega) = S_{yy}(\omega) = \frac{\alpha}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2} ; S_{xy}(\omega) \equiv 0$$

Az autospektrumok éles csuccsal rendelkeznek a rendszer ω_0 sajátfrekvenciájához közeli $\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ értéknél: a rendszer a fehérzaj gerjesztésből a sajátfrekvenciájához közeli frekvenciákra választ.

Az $x(t)$ és $y(t)$ elmozduláskomponensek egydimenziós valószínűségi sűrűség-függvénye a fentiek alapján

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

ahol

$$\sigma^2 = E\{x^2(t)\} = R_{xx}(0) = \frac{\alpha}{4\beta\omega_0^2}$$

a folyamat szórásnégyszete.

A $x(t)$ és $y(t)$ folyamatok ergodicitása miatt az egy-egy $x(t)$ és $y(t)$ realizációból származtatott APD-függvények azonosak lesznek a folyamat egydimenziós valószínűségi sűrűség-függvényével

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}} ; p(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_y^2}} \cdot e^{-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}} \quad (2.11)$$

ahol

$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma^2 = \frac{\alpha}{4\beta\omega_0^2}$$

Mivel $x(t)$ és $y(t)$ folyamatok normál és korrelálatlan folyamatok, ez egyben azt is jelenti, hogy a két folyamat független. A rud

$$r(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}$$

kitérése természetesen már nem lesz normál folyamat. Az $x(t)$ és $y(t)$ független folyamatok együttes eloszlásához tartozó valószínűségi sűrűség-függvény

$$f_{xy}(x,y) = f_x(x) \cdot f_y(y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot e^{-\frac{x^2+y^2}{2\cdot\sigma^2}}$$

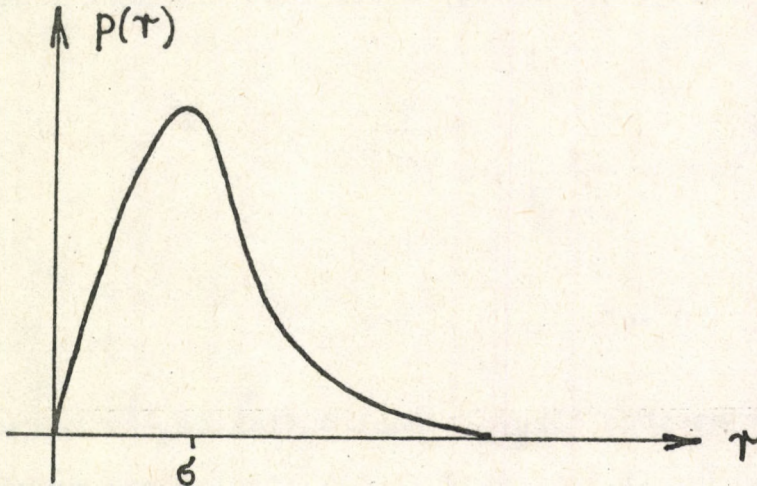
Az $r(t)$ folyamat eloszlásfüggvénye

$$F_r(r) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot \int_0^r e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \cdot 2\pi r dr = 1 - e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}$$

így az $r(t)$ stacionárius folyamat egydimenziós valószínűségi sűrűség-függvénye

$$f_r(r) = \frac{dF_r(r)}{dr} = \frac{r}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} ; r > 0 \quad (2.12)$$

Ha az elmozduláskomponensek független normál folyamatokként írhatók le, akkor az $r(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}$ kitérés egydimenziós valószínűségi sűrűség-függvénye és így az APD-függvény is egy, a (2.12) /kifejezésben megadott Rayleigh-függvény lesz /18. ábra/.



18. ábra. Az $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ kitérés sűrűségfüggvénye (Rayleigh-függvény)

Látható, hogy a rud még nagy valószínűséggel tartózkodhat akár kétszeres várható értéknyi távolságra is az $r = 0$ egyensúlyi értékétől.

A továbbiakban az abszorbensrud rezgése által keltett neutronzaj APD-függvényét határozzuk meg. Az I.3. szakasz szerint bizonyos feltételek mellett a neutronzaj a rud elmozduláskomponenseinek lineáris kombinációja. / (1.20) kifejezés, amelyben szereplő $\delta x(t)$ és $\delta y(t)$ elmozduláskomponenseket most az $x(t)$ és $y(t)$ függvényekkel jelöljük /

$$\delta\phi(t) = G_x \cdot x(t) + G_y \cdot y(t) \quad (2.13)$$

ahol G_x és G_y a reaktor paramétereit, a neutrontetektor és a rezgő rud egyensúlyi koordinátáit tartalmazó együttható. $x(t)$ és $y(t)$ normál folyamatok függetlensége miatt a (2.13) lineáris kifejezéssel megadott $\delta\phi(t)$ neutronzaj is normál folyamat lesz. Belátható, hogy a neutrontetektorok jeleinek egydimenziós valószínűsűrsűrűség-függvénye is egy Gauss-függvény lesz / 16.b ábra /

$$p(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\phi^2}} \cdot e^{-\frac{\phi^2}{2\sigma_\phi^2}}$$

ahol $\sigma_\phi^2 = G_x^2 \cdot \sigma_x^2 + G_y^2 \cdot \sigma_y^2$.

Az első fejezetben tárgyalt neutronfizikai átvitel alapján felállított (1.23), (1.24), vagy (1.25) kifejezések megadják a rud elmozduláskomponensei és a létrehozott neutronzaj spektrumai közti kapcsolatot. Mivel a $G(\underline{r}_1, \underline{r}_p, \omega)$ neutronfizikai átviteli függvények az általunk tárgyalt esetekben frekvenciafüggetlenek, így a neutronspektrumokban megjelenő éles csucs azonos az elmozduláskomponensek spektrumaiban, a (2.1a-b) kifejezéssel megadott

rendszer sajátfrekvenciája közelében lévő csuccsal. A különböző neutrondetektorok jeleihez tartozó auto- és keresztspektrumok $[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2]^{-1}$ -nel arányosak.

II. 3.b. Monokromatikus gerjesztés

A második esetben a rud adott frekvenciájú kényszerített rezgőmozgását vizsgáltuk. Most a gerjesztő erő nem spektrumokkal és eloszlásfüggvényekkel jellemzett folyamat, hanem egy egyszerű determinisztikus és harmonikus időfüggvény

$$f_x(t) = a \cdot \sin \omega_g t; \quad f_y(t) = b \cdot \sin(\omega_g t + \varphi)$$

A létrejövő rudmozgás komponenseit a (2.1a-b) egyenletek határozzák meg. Belátható, hogy a rud $x(t)$ és $y(t)$ elmozdulása a gerjesztő erők frekvenciájával azonos frekvenciájú harmonikus mozgás lesz. A mozgás amplitudója és a gerjesztő erőhöz képest fellépő fáziskésése a gerjesztő erő és a rendszer rezonancia frekvenciájától függ. /L.D. Landau, E.M. Lifsic, 1974/. A rud egy ellipszis pályán mozog

$$x(t) = A(\omega_g) \cdot \sin(\omega_g t + \delta)$$

$$y(t) = B(\omega_g) \cdot \sin(\omega_g t + \varphi + \delta)$$

ahol

$$A(\omega_g) = \frac{a}{(\omega_0^2 - \omega_g^2)^2 + 4\beta^2 \omega_g^2}; \quad B(\omega_g) = \frac{b}{(\omega_0^2 - \omega_g^2)^2 + 4\beta^2 \omega_g^2}$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{2\beta \omega_g}{\omega_g^2 - \omega_0^2}$$

A fenti elmozduláskomponensek APD-függvényeit a harmonikus függvényekre jellemző (2.6) kifejezés adja meg /16.a ábra/. Az $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ kitérés APD-függvényének nincs értelme mivel a rud a sík bizonyos pontjaira eleve nem juthat el /determinisztikus, zárt görbe/.

A rudmozgás által létrehozott neutronjel szintén ω_g frekvenciájú harmonikus jel lesz a (2.12) kifejezés alapján

$$\delta\phi(t) = G_x \cdot x(t) + G_y \cdot y(t) \sim \sin(\omega_g t + \alpha)$$

Igy a neutronjelek APD-függvényét is a (2.6) kifejezés adja meg.

A sztochasztikus folyamatok tárgyalásánál bevezetett korrelációs-, illetve spektrumfüggvények a realizációk sokaságára vett átlagok. Determinisztikus időfüggvények esetében és minden olyan esetben, amikor csak egyetlen méréssel kapott realizációval rendelkezünk, a korrelációs-, illetve spektrumfüggvényeket az egy realizációra, mint időfüggvényre vett átlagolással definiáljuk. Az így kapott korrelációs-, illetve spektrumfüggvények, pontosabban ezek várható értéke ergodikus folyamatok esetén megegyeznek a sztochasztikus folyamat realizációinak sokaságára vett átlagokkal /A. Papoulis 1965/. A korrelációs-, illetve spektrumfüggvények

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t+\tau)x(t) dt \quad (2.14a)$$

és

$$S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \quad (2.14b)$$
$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \cdot x_T(\omega) \cdot x_T^*(\omega)$$

ahol

$$x_T(\omega) = \int_{-T}^T x(t) \cdot e^{-i\omega t} dt$$

A most tárgyalt monokromatikus esetben a fenti értelemben definiált spektrumok "éles csucsal" rendelkeznek, mind az elmozduláskomponensek, mind a neutronzaj esetében az ω_g frekvenciánál. Ha a monokromatikus gerjesztéshez az előzőekben tárgyalt "zavaró" effektusokat is hozzávesszük /időben lassan változó amplitudó és Gauss-folyamat háttérzaj/, belátható, hogy a rud elmozduláskomponenseihez, illetve a neutronzajhoz tartozó spektrumok csúcsai kiszélesednek.

Összefoglalva a most tárgyalt két különböző gerjesztés esetén /független fehérzaj, illetve monokromatikus gerjesztés/ a szabályzórud elmozduláskomponenseihez és a létrehozott neutronzajhoz tartozó APD-függvények alakja jelentősen eltér és ezzel a két eset megkülönböztetésére alkalmas. A neutronjelek auto- és keresztspektrumaiban mindkét esetben a rezgési csúcs jelenik meg, így csupán a spektrumok alapján a két eset nem különböztethető meg.

III. NUMERIKUS KÍSÉRLETEK

Ebben a fejezetben a felállított modell tesztelésére, illetve analitikusan nem tárgyalható esetek tanulmányozására numerikus számításokat végeztünk. Kisorsolva a rudra ható gerjesztő erők komponenseit, meghatároztuk a létrehozott rudmozgás pályáját, APD-függvényeit, auto- és kereszt spektrumait, majd a rudmozgás keltette neutronzaj hasonló jellemzőit. Először egy széles sávu, kvázi-fehérzaj gerjesztés, majd egy kvázi-monokromatikus gerjesztés hatását vizsgáltuk. Az alkalmazott, adott tulajdonságu gerjesztő erőket - mint időbeli folyamatokat - véletlenszám generátorok segítségével konstruáltuk. A számítások során használt neutronfizikai modell, rud- és detektorelrendezés az I. fejezetben leírt numerikus lokalizáció alkalmával felállított modellel és elrendezéssel azonos.

III. 1. Numerikus kísérletek kvázi-fehér gerjesztés esetén

Először a turbulens áramlás által létrehozott nyomásfluktuációk hatásával foglalkozunk. A gerjesztőerők komponenseihez tartozó autospektrum fehér, de legalábbis széles sávu spektrum. A gerjesztőerő egy időrealizációját adó modell felállításakor figyelembe kell vennünk, hogy a folyamat autokorrelációs függvénye delta-függvény, azaz a folyamat t és $t+dt$ időpontjaihoz tartozó értékek kerrelálatlanok. A fehérzaj-folyamat különböző időpontokhoz tartozó értékei nem csupán korrelálatlanok, de függetlenek is /Papoulis 1965/.

Igy a folyamat t és $t+\Delta t$ időpontokhoz tartozó értékeit függetlenül sorsoltuk ki.

A széles sávu, kvázi-fehérzaj gerjesztőerők modellezésére a következő függvényeket használtuk:

$$f_x(t) = \sum_{n=1}^N a_n \cdot \delta(t-n\Delta t) \quad /3.1.a/$$

$$f_y(t) = \sum_{n=1}^N b_n \cdot \delta(t-n\Delta t) \quad /3.1.b/$$

ahol a_n és b_n két független, zéró várható értékkel, egységnyi szórással rendelkező és Gauss- eloszlást követő valószínűségi változó:

$$\langle a_n \rangle = \langle b_n \rangle = 0$$

$$\langle a_n a_m \rangle = \langle b_n b_m \rangle = \delta_{n,m}$$

$$\langle a_n b_m \rangle = \langle a_n \rangle \langle b_m \rangle = 0$$

A /3.1.a-b/ kifejezésekkel megadott $f_x(t)$ és $f_y(t)$ folyamatok olyan impulzus-sorozatnak írhatók le, melyben az impulzusok Δt időközönként és véletlen amplitudóval követik egymást. Így a gerjesztőerő egy mintavételezett, diszkrét folyamatnak tekinthető, amely nem stacionárius és nem ergodikus tág értelemben. A folyamat azonban jó közelítése a stacionárius fehérzajnak. Ha a $2\pi/\Delta t$ érték jelentősen meghaladja a gerjesztett rendszer karakterisztikus frekvenciáját /esetünkben ω_0 /, az impulzus sorozattal modellezett gerjesztő erő, az adott rendszerre fehérzaj gerjesztésként hat.

A konkrét numerikus számításban a következőképpen állítottuk elő a gerjesztő erő komponenseinek spektrumait: a Δt érték megválasztása és az a_n, b_n sorozatok kisorsolása után, ezeket mint az $f_x(t), f_y(t)$ folyamatok mintavételezett értékeit tekintve - a valóságos mérésekben használatos módon - blokkokra vágtuk a felvételeket és először ezekben képeztük a spektrumokat digitális Fourier-transzformálás /DFT/ segítségével majd a kapott auto-és keresztspektrumokat a blokkra átlagoltuk.

20 blokkra vágtuk szét a felvételeket, melyek mindegyikébe 256 mérési pont esett. Pl. az i -dik blokkra vonatkozó DFT:

$$f_x^{(i)}(\omega_k) = \sum_{n=1}^{256} a_n^{(i)} \cdot e^{-i\omega_k n \Delta t} \quad , \quad \omega_k = \frac{2\pi}{256} \cdot k$$
$$f_y^{(i)}(\omega_k) = \sum_{n=1}^{256} b_n^{(i)} \cdot e^{-i\omega_k n \Delta t}$$

az i -dik blokkhoz tartozó auto-és keresztspéktrum:

$$S_{f_x f_x}^{(i)}(\omega_k) = f_x^{(i)}(\omega_k) \cdot f_x^{(i)*}(\omega_k)$$
$$S_{f_y f_y}^{(i)}(\omega_k) = f_y^{(i)}(\omega_k) \cdot f_y^{(i)*}(\omega_k)$$
$$S_{f_x f_y}^{(i)}(\omega_k) = f_x^{(i)}(\omega_k) \cdot f_y^{(i)*}(\omega_k)$$

A folyamathoz tartozó auto-és keresztspéktrumot a blokkokon végzett átlagolással kaptuk. Két folyamat viszponyát az így kapott spektrumokból előállított fázis-és koherencia függvényekkel jellemeztük:

$$\varphi(\omega_k) = \arctg \left\{ \frac{\text{Im } S_{f_x f_y}(\omega_k)}{\text{Re } S_{f_x f_y}(\omega_k)} \right\}$$

$$\gamma^2(\omega_k) = \frac{|S_{f_x f_y}(\omega_k)|^2}{S_{f_x f_x}(\omega_k) \cdot S_{f_y f_y}(\omega_k)}$$

Mivel a modellbe nincs lehetőség a mintavételezés előtti frekvencia-szűrésre, elvben hamis frekvenciáknak kellene megjelenni a spektrumokban. Belátható, hogy mind a fehérzaj gerjesztés esetén, mind az elmozdulás komponensek esetében - melyek nagy frekvenciás komponenseket az növekedtével rohamosan csökkenő mértékben tartalmaznak - ez nem jelenik meg a spektrumokban.

A spektrumokat Hanning-ablak alkalmazásával is előállítottuk azonban ez nem eredményezett észrevehető változást a végső eredményekben, így csak a Hanning-ablak használata nélkül kapott eredményekkel foglalkoztunk.

Az elmozdulás komponensek mintavételezett értékeit a /2.2a-b/ és /3.1.a-b/ kifejezések alapján kaphatjuk:

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \sum_n a_n e^{-\beta(t-n\Delta t)} \cdot \sin \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} (t-n\Delta t) \quad /3.2.a/$$

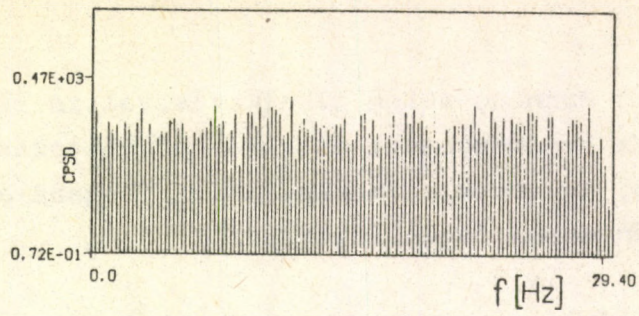
$$y(t) = \frac{1}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \sum_n b_n e^{-\beta(t-n\Delta t)} \cdot \sin \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} (t-n\Delta t) \quad /3.2.b/$$

Ezek után az elmozduláskomponensek APD-függvényei a II.2. pontban leírtak alapján előállíthatók. A spektrumok az előzőekben leírt módon állnak elő /mintavételezés, DFT segítségével számolt blokk-spektrumok, átlagolás a blokkra/. Mivel a /3.2.a-b/ kifejezésekkel számolt mozgáskomponensek tranzienszt tartalmaznak, a felvétel első 1200 pontját / = 10 sec/ elhagytuk és az így maradt, már stacionáriusnak tekinthető felvétel alapján képeztük a spektrumokat és az APD-függvényeket, illetve rajzoltuk ki a konkrét mozgási trajektóriát.

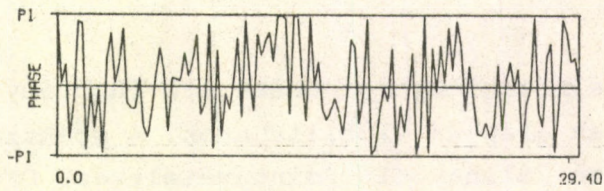
Az APD-függvények alakjának számszerű jellemzéséhez két mennyiséget vezettünk be, melyek az eloszlás magasabb momentumaiból képezhetők és az előfordulási gyakoriságot megadó hisztogramokból közvetlenül számolhatók:

$$G1 = \frac{\mu_3}{\sigma^2} = \frac{k_3}{k_2}$$

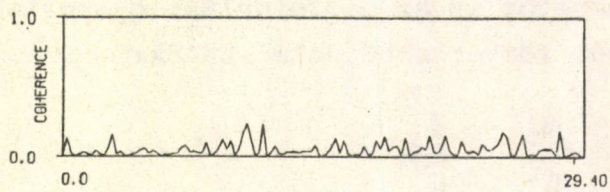
$$G2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{k_4}{k_2^2}$$



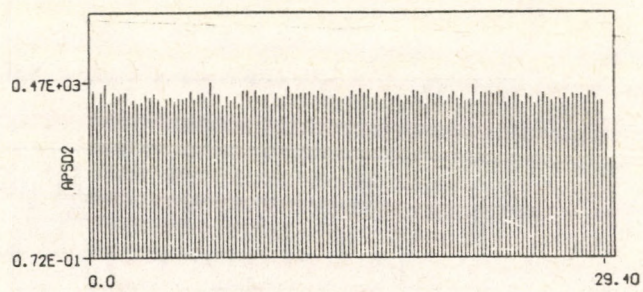
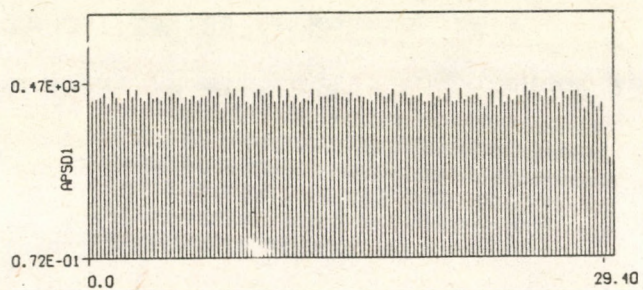
19.a ábra: A gerjesztő erők komponenseinek kereszt spektruma



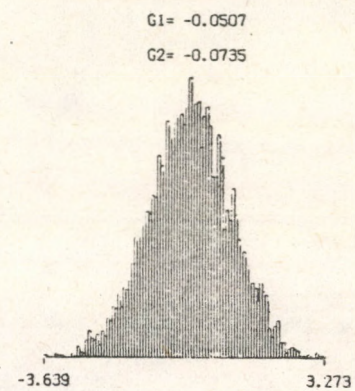
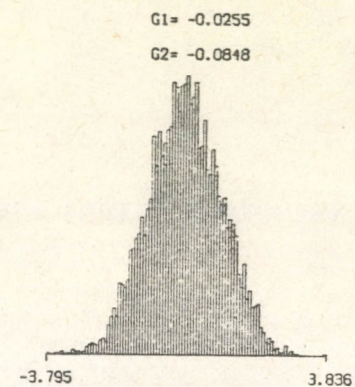
19.b ábra: A kereszt spektrum fázisa



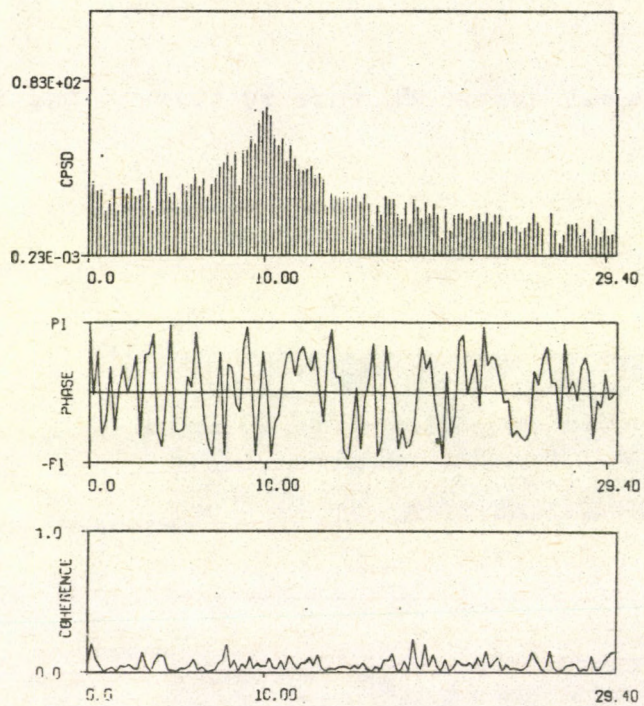
19.c ábra: A gerjesztő erők x és y irányu komponenseinek koherenciája



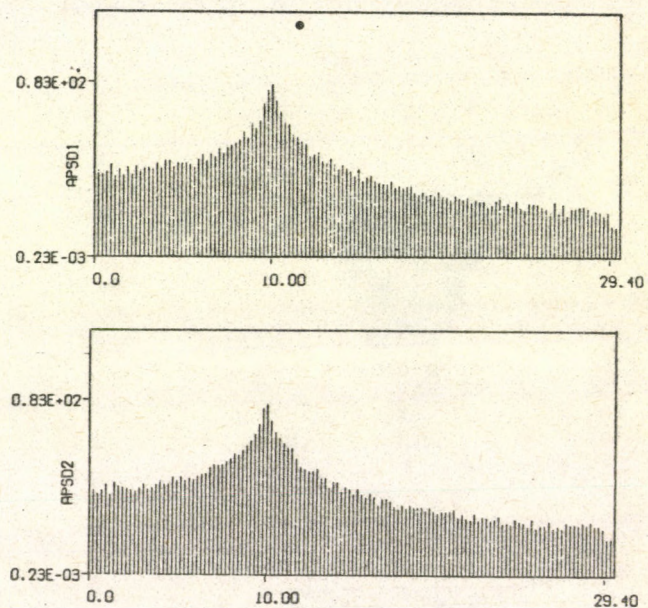
19d-e ábra: Az erőkomponensek autospektrumai



19f-g ábra: Az erőkomponensek APD-függvényei

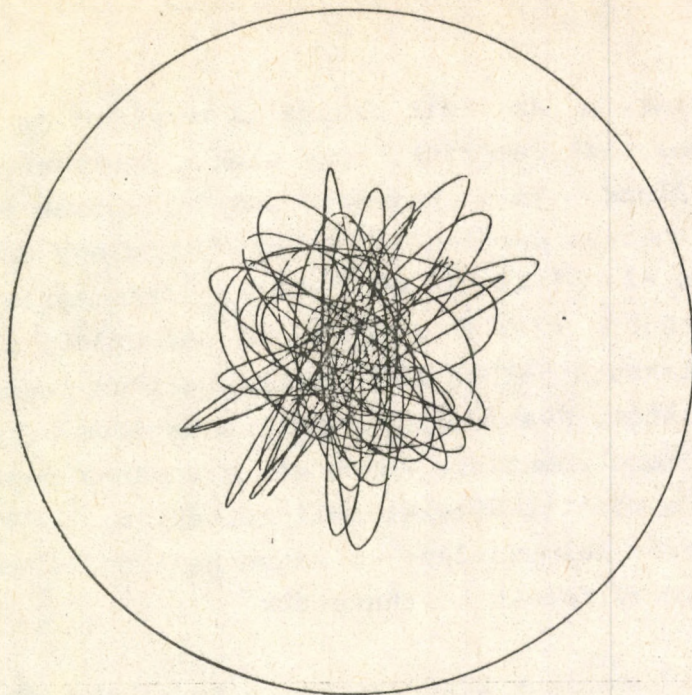


20a-b-c ábra: Az elmozdulás komponensek kereszt-
spektruma, fázisa és koherenciája.

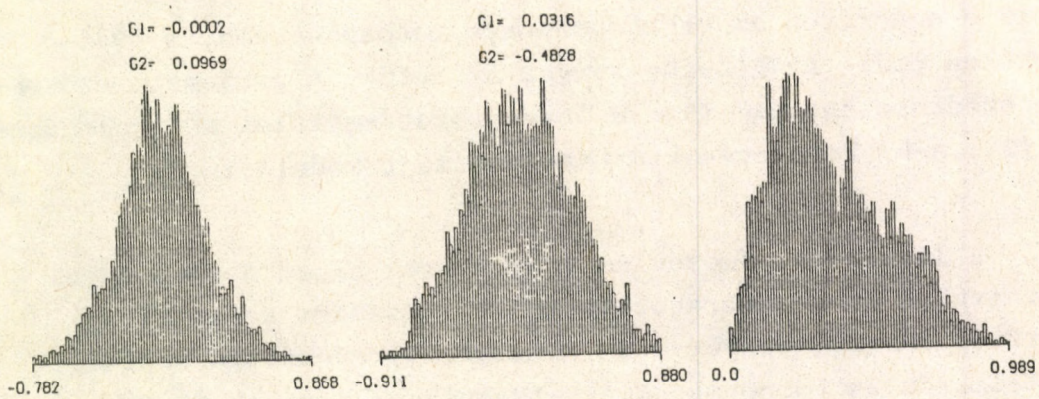


20d-e ábra: Az elmozdulás komponensek
autospektruma.

(kvázi-fehérzaj gerjesztés)



20f ábra: A rudmozgás pályája (kvázi-fehérzaj gerjesztés)



20g-h-i ábra: Az elmozdulás x, y és r irányu komponenseinek APD-függvényei

ahol σ a szórás, μ_i az i -dik centrális momentum és k_i az i -dik kumuláns. Azt reméljük, hogy ezek a mennyiségek érzékenyen reagálnak majd a gerjesztő erő jellegének változására. Gauss-elosztás esetén /2.7/ $G_1=G_2=0,0$ míg egy monokromatikus jelre /2.6/ $G_1=0,0$ és $G_2=-1,5$. Szimmetria okokból mindkét esetben $G_1=0,0$ így a G_2 mennyiség alkalmas arra, hogy kimutassa a jelben lévő monokromatikus /nem-Gauss/ komponens jelenlétét. Kvázi-monokromatikus esetben, így G_2 -nek a fehérzaj és a monokromatikus komponens arányának megfelelően, nulla és $-1,5$ közötti értéket kell fölvennie. A G_1 és G_2 értéket minden erő-, elmozdulás-, illetve neutronjelhez tartozó APD függvény felett feltüntettük.

A konkrét numerikus kísérleteket a következő adatokkal végeztük /ld. 2.1.a-b és 3.1.a-b/:

$$\begin{aligned}\beta &= 1,0 \text{ sec}^{-1} \\ \omega_0 &= 2\pi / 0,1 \text{ rad/sec} && / 3.3 / \\ \Delta t &= 1/60 \text{ sec}\end{aligned}$$

A 19 a-c ábrákon látható a gerjesztő erőkomponensek kereszt-spektrumának abszolút értéke, fázisa és a koherencia.

A 19 d-e ábrákon az erőkomponensek autospektruma, a 19 f-g ábrákon pedig az APD-függvények láthatók. A gerjesztő erőkomponensekhez tartozó 19 a-g ábraszorozat megfelel a várakozásnak: a /3.1.a-b/ kifejezések Gauss-fehérzajt modelleznek.

A létrejövő elmozdulás komponensek hasonló függvényei láthatók a 20 a-i ábraszorozaton, kiegészülve a radiális kitérés APD-függvényével és a mozgási trajektória képével. Az elmozdulás komponensek APD-függvényei a várakozásnak megfelelően Gauss-alakot mutatnak, míg a radiális kitérés APD-függvénye Rayleigh-függvényhez hasonló. Az elmozdulás spektrumokban látható $f_0=10,0 \text{ Hz}$ -es csucs a rendszer saját frekvenciája. A kis koherencia az elmozdulás komponensek korrelálatlanságára utal. A mozgási trajektória meglehetősen hasonló a turbulens gerjesztés esetén várható mozgáspályához.

A Δt gerjesztési idő kis megváltoztatásával elérhető olyan állapot /pl. $\Delta t = 1/1,95 \cdot f_0$ sec-ról $1/2 f_0$ sec-ra változik/, mikor a spektrumok jellege nem változik, míg a mozgási trajektória, illetve az APD-függvények és az ezeket jellemző értékek jelentősen megváltoznak /I.Pázsit, M. Antonopoulos-Domis and O.Glöckler 1984./ Ez azt jelzi, hogy bizonyos változások a gerjesztésben érzékenyebben mutatkoznak meg az elmozdulás komponensek /és így a neutronzaj/ APD-függvényeiben, mint ezek spektrumaiban. Az PAD-függvények használhatóságát a továbbiakban a kvázi-monokromatikus gerjesztés tárgyalásán keresztül vizsgáljuk.

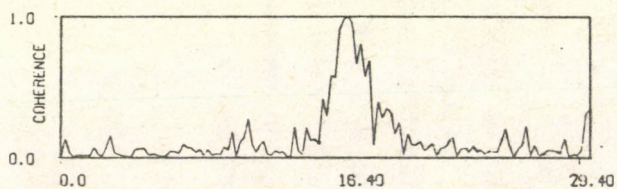
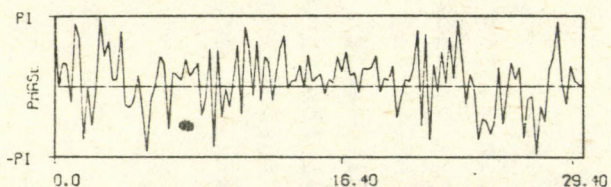
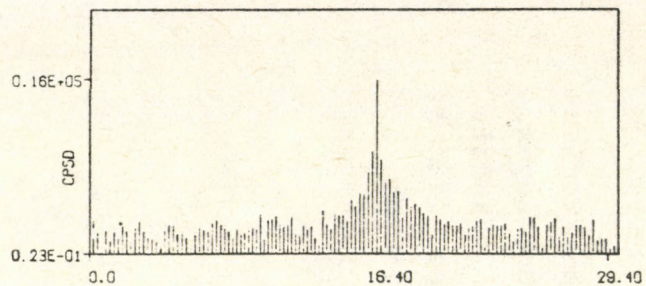
III.2. Kvázi-monokromatikus gerjesztés

Az ω_p frekvenciaérték körül élesen kiemelkedő gerjesztő erő spektrumot a következő időfüggvényekkel kaphatunk:

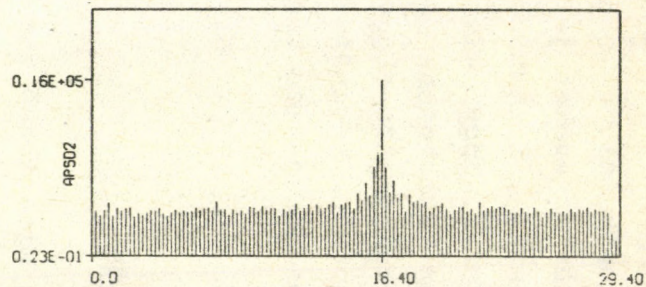
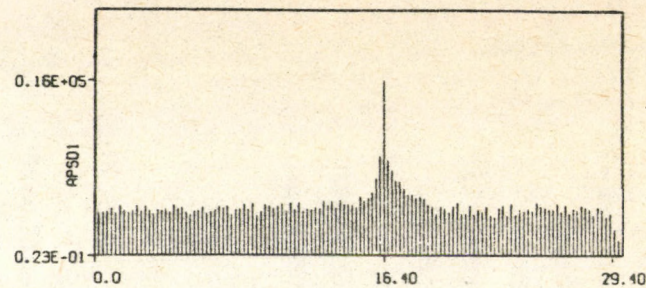
$$f_x(t) = f_x^p(t) + f_x^r(t) = a(t) \sin \omega_p t + f_x^r(t) \quad /3.4.a/$$

$$f_y(t) = f_y^p(t) + f_y^r(t) = b(t) \sin \left(\omega_p t + \frac{\pi}{5} \right) + f_y^r(t) \quad /3.4.b./$$

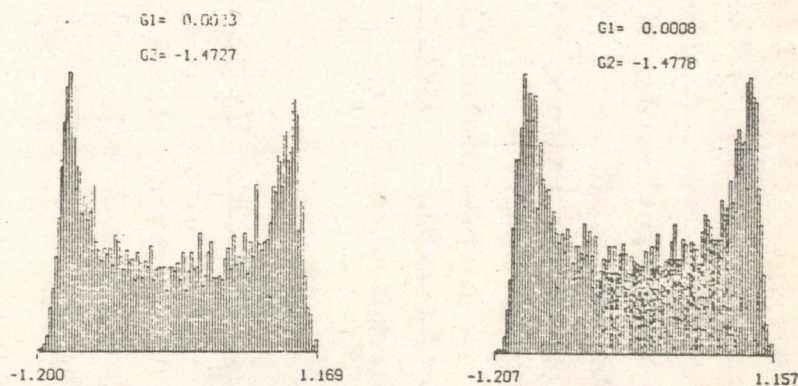
ahol az $a(t)$ és $b(t)$ függvények az ω_0^{-1} karakterisztikus gerjesztési időhöz képest lassan változó időfüggvények. Az $f_x^r(t)$ és $f_y^r(t)$ tagok a /3.1.a-b/ erőkhöz hasonló kvázi-fehér, véletlen gerjesztés, amely a háttérzaj szerepét játsza. A megfelelő numerikus eredmények, változatlan paraméterek mellett /ld.3.3/ a 21 a-g és 22.a-i ábrásorozaton láthatók. /a kvázi-fehérzaj esetén bevezetett formátumban/. A gerjesztés monokromatikus része az $f_p = \omega_p / 2\pi = 16,4 \text{ Hz}$ köré centrált rezgés.



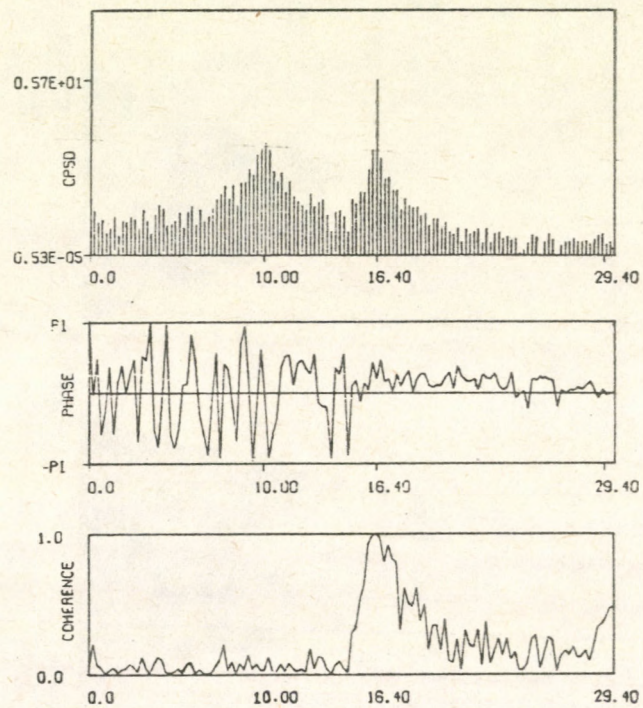
21a-b-c ábrák: A gerjesztő erőkomponensek kereszt-spektruma, fázisa és koherenciája (kvázi-monokromatikus gerjesztés)



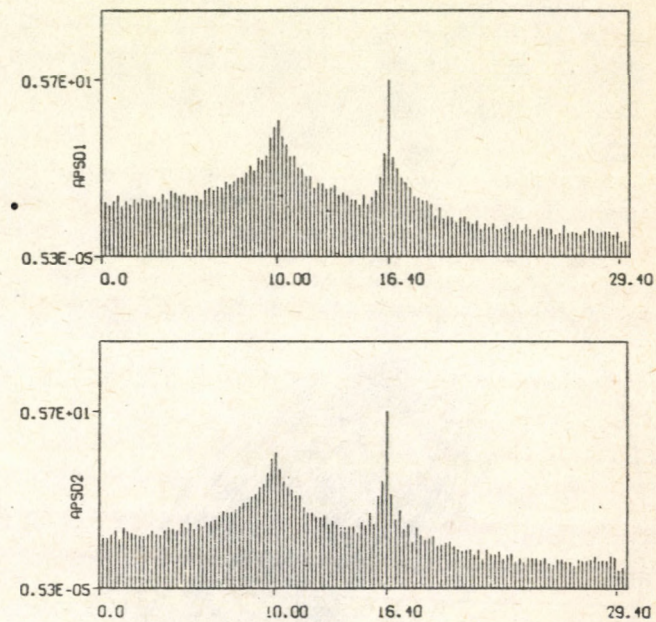
21d-e ábra: A gerjesztő erőkomponensek autospektrumai



21f-g ábra: A gerjesztő erőkomponensek APD-függvényi



22a-b-c ábrák: Az x és y irányu elmozdulás
komponensek keresztspektruma, fázisa
és koherenciája

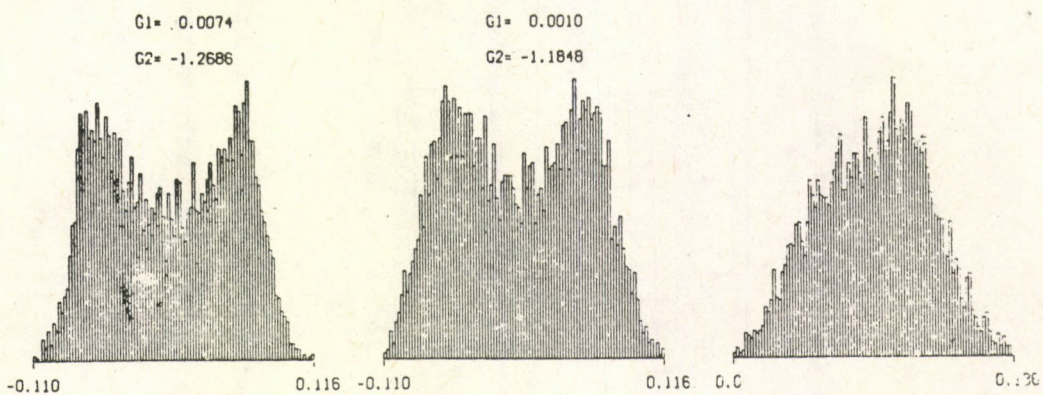


22d-e ábra: Az x és y irányu elmozdulás
komponensek autospektrumai

(kvázi-monokromatikus gerjesztés)



22f ábra: A rudmozgás pályája
(kvázi-monokromatikus gerjesztés)



22g-h-i ábra: Az x, y és r irányú elmozdulás komponensek
APD-függvényei

Az előző esethez képest néhány szembetűnő változás vehető észre. A gerjesztő erőkomponensek és az elmozduláskomponensek koherencia függvényeiben a kvázi-periodikus, determinisztikus résznek megfelelő frekvencián a függvény egy, ezen a frekvencián a fázis értéke $\pi/5$, amely megfelel a /3.4. a-b/ kifejezéseknek. Az erőkomponensek spektrumai éles csucssal rendelkeznek a kvázi-monokromatikus jellegnek megfelelően. Az erőkomponensek APD-függvényei jellegzetes, Gauss-tól eltérő alakot mutatnak, ami a monokromatikus domináns rész és a Gauss-fehérzaj keverékének felel meg. Az elmozdulás komponensek spektrumai két csucssal rendelkeznek a 10 Hz-es saját frekvencián és a 16,4 Hz-es gerjesztési frekvencián. A fázis és koherencia függvények hasonlóak az erőkomponensek esetében kapottakhoz. Az elmozdulás komponensek APD-függvényei szintén jellegzetesen eltérnek a Gauss-függvénytől, eltérésük /1sd.G2 értéke/ azonban nem akkora, mint a gerjesztő erők esetében. Ez az elmozdulás komponensek spektrumában fellépő és véletlen mozgást reprezentáló $f_0 = 10,0 \text{ Hz}$ -es rezonancia csucsának köszönhető. A mozgási trajektória regulárisabbnak tűnik, mint a kvázi-fehérzaj gerjesztés esetén volt. A mozgás két részből áll: a 16,4 Hz-hez és a $\varphi = \pi/5$ fázishoz tartozó ellipszis, melyet a 10 Hz-es rezonancia csucshoz tartozó véletlen mozgás modulál.

III.3. Neutronzaj alapján végzett rezgésdiagnosztika

Annak vizsgálatára, hogy vajon az előző fejezetek eredményei - melyek a rezgő abszorbens rud elmozdulás komponenseire vonatkoztak - átvihetők-e a létrehozott neutronzajra, tekintsük az első fejezetben tárgyalt /1.20/ egyenletet:

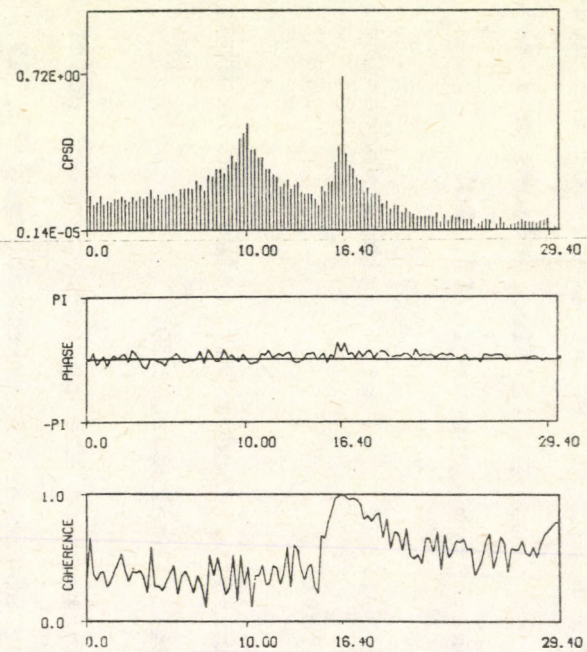
$$\int \phi(r, t) = G_x(r, r_p) \cdot x(t) + G_y(r, r_p) \cdot y(t) \quad /1.20/$$

Eszerint a neutronzaj az elmozdulás komponensek lineáris kombinációja. Mivel $x(t)$ és $y(t)$ spektrális tulajdonságai hasonlóak, a neutronzaj spektrumai az elmozdulás komponensek spektrumaihoz hasonló képet fognak mutatni. A II. fejezetben tárgyalt két extrém esetre /monokromatikus, illetve Gauss-fehérzaj gerjesztés/ a keletkező neutronzaj APD-függvényei azonosak lesznek az elmozdulás komponensek APD-függvényeivel.

A numerikus teszt során két, adott helyen lévő neutrontetektor által mért neutronzajt is meghatároztuk az /1.20/ kifejezés segítségével és az elmozdulás komponensek esetéhez hasonló spektrum-és APD-függvény vizsgálatot végeztünk. Az előző fejezetben tárgyalt monokromatikus gerjesztés esetére határoztuk meg két neutrontetektor $\delta\phi(r_1, t)$ és $\delta\phi(r_2, t)$ jelének fluktuációját. Ezek auto-és keresztspektruma, és APD-függvényei láthatók a 23 a-f ábresorozaton.

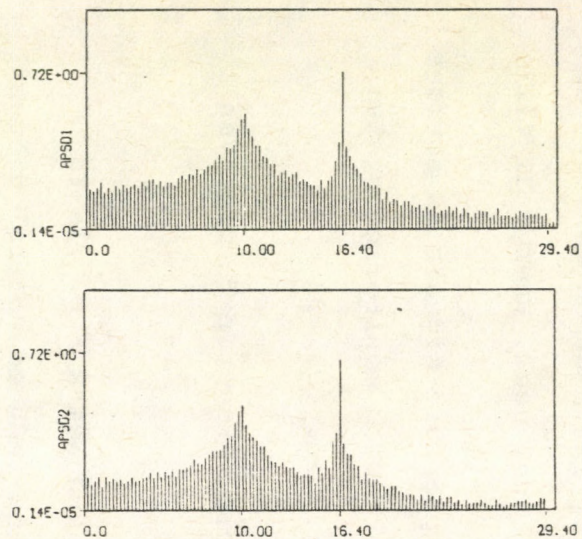
Mivel a detektorjelek keresztspektruma tartalmazza az elmozdulás komponensek autospektrumait is, a neutronjelek koherenciája nem lesz zérus.

A neutronzaj APD-függvényei az elmozdulás komponensek APD-függvényeivel teljesen megegyezők. További vizsgálatok azt mutatták, hogy amíg az /1.20/ egyenlet érvényessége fennáll /a $G_0(\omega)$ neutronfizikai átviteli függvény plato-tartományán/ addig a rezgő abszorbensrud által létrehozott neutronzaj APD-függvényei ugyanazt az információt hordozzák, mint a mozgás x , vagy y irányu komponenseinek APD-függvénye. Mivel a $G_0(\omega)$ átviteli függvény /ld.1.6 kifejezés/ nem tartalmaz csucst és az általunk vizsgált frekvenciatartományban gyakorlatilag konstans, a neutronzaj spektrumai az elmozdulás komponensek spektrumaival azonos jellegűek. Két neutrontetektor jele közti fázis és koherencia függvény természetesen függ a detektorok és a rezgő-abszorbensrud helyzetétől is. Elvben minden olyan állítás, amely az elmozdulás komponensek statisztikus jellemzőire, függvényeire tettünk, átvihető a neutronzaj statisztikus függvényére is.

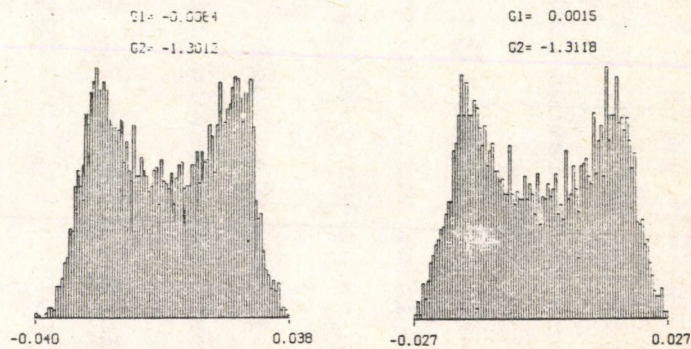


23a-b-c ábra: Két különböző helyen mért neutronzaj közti kereszt spektrum, fázis és koherencia

(kvázi-monokromatikus gerjesztés)



23d-e ábra: Két neutron detektor jelének autospektrumai



23f-g-h ábra: A neutronzaj két különböző helyen mért APD-függvényei

IRODALOMJEGYZÉK A II. RÉSZHEZ

- Antonopoulos-Domis M. /1976/ Reactivity and neutron density noise excited by random rod vibration. Ann. nucl. Energy 3, 451
- Bauerfeind V. /1977/ Vibration - and pressure-signals as sources of information for an on-line vibration monitoring system in PWR power plants. Nucl. Engng. Des. 40, 403
- Bell G.I. and Glasstone S. /1970/ Nuclear Reactor Theory. Van Nostrand-Reinhold, New York.
- Grünwald G., Liewers P., Schumann P. and Weiss F.P. /1978/ Experimental investigation of flow-induced control element movements by noise analysis techniques. Internal Rep. Zfk Rossendorf, Zfk-354
- Kosály G. and Williams M.M.R. /1971/ Point theory of the neutron noise induced by inlet temperature fluctuations and random mechanical vibrations. Atomkernenergie 18, 203
- Landau L.D., Lifisic E.M. /1974/ Elméleti fizika, Mechanika. Tankönyvkiadó, Budapest
- Papoulis A. /1965/ Probability, Random Variables and Stochastic Processes. McGraw-Hill Kogakusha, LTD.
- Pázsit I. /1977/ Investigation of the space-dependent noise induced by a vibrating absorber. Atomkernenergie 30, 29

Pázsit I. and Analytis G. Th. /1980/ Theoretical investigation of the neutron noise diagnostics of two-dimensional control rod vibrations in a PWR. Ann. nucl. Energy 7, 171

Pázsit I. and Glöckler O. /1983a/ On the Neutron Noise Diagnostics of PWR Control Rod Vibration I. Periodic Vibrations. Megjelenés alatt a Nucl. Sci. Engng.-ben.

Pázsit I. and Glöckler O. /1983b/ On the Neutron Noise Diagnostics of PWR Control Rod Vibration II. Stochastic Vibrations. Beküldve a Nucl. Sci. Engng.-hez.

Pázsit I. /1983/ Reaktorzónák rezgésdiagnosztikája neutronzaj-módszerekkel. Kandidátusi értekezés.

Stephenson S.E., Roux D.P. and Fry D.N. /1966/ Neutron fluctuation spectra in Oak Ridge Research Reactor. ORNL Rep. ORNL-Tm-1401

Vlagyimirov V.S. /1979/ Bevezetés a parciális differenciálegyenletek elméletébe. Műszaki Könyvkiadó, Budapest

Wach D. and Kosály G. /1974/ Investigation of the joint effect of local and global driving forces in incore-neutron noise measurements. Atomkernenergie 23, 244

Pázsit I. Antonopoulos-Domis and O. Glöckler /1984/ Stochastic aspects of two-dimensional vibration diagnostics, Prog. Nucl. Energy, Vol.14, No 2, pp 165-196

1870
1871
1872
1873
1874
1875
1876
1877
1878
1879
1880
1881
1882
1883
1884
1885
1886
1887
1888
1889
1890
1891
1892
1893
1894
1895
1896
1897
1898
1899
1900

63.698



Kiadja a Központi Fizikai Kutató Intézet
Felelős kiadó: Gyimesi Zoltán
Gépelte: Simándi Józsefné
Példányszám: 69 Törzsszám: 85-164
Készült a KFKI sokszorosító üzemében
Felelős vezető: Töreki Béláné
Budapest, 1985. március hó