KFKI-1979-75

Д. ПАРИШ
Р. КЕРШНЕР
Г. НЕМЕТХ

МОДЕЛЬНАЯ ЗАДАЧА ДИФФУЗИОННОГО РАСШИРЕНИЯ ПЛАЗМЫ ПОПЕРЕК ВЕДУЩЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Hungarian Academy of Sciences

CENTRAL RESEARCH INSTITUTE FOR PHYSICS

BUDAPEST

KFKI-1979-75

МОДЕЛЬНАЯ ЗАДАЧА ДИФФУЗИОННОГО РАСШИРЕНИЯ ПЛАЗМЫ ПОПЕРЕК ВЕДУЩЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Д. Париш, Р. Кершнер*, Г. Неметх

Теоретическая часть

* Институт вычислительной техники и автоматизации венгерской академии наук

HU ISSN 0368 5330
ISBN 963 371 599 7

АННОТАЦИЯ

Даются автомодельные решения уравнения диффузии в случае, когда коэффициент диффузии пропорционален плотности в степени $\sigma > -1$, и имеется линейный источник или сток.

KIVONAT

A diffuzió egyenlet automodell /self-similar/ megoldásait adjuk meg abban az esetben, ha a diffuziós együttható a sürüség valamely $\sigma > -1$ hatványával arányos és lineáris forrás vagy nyelő van jelen.

ABSTRACT

Self similar solutions of the diffusion equation are given for the case when the coefficient of the diffusion is σ-th power of the density and the source or sink is linear.

ВВЕДЕНИЕ

В лабораторных устройствах, созданных для изучения физики плазмы и управляемого термоядерного синтеза, в последние годы большое внимание уделяется нелинейным процессам, происходящим в полностью ионизированной плазме. Измеренные при этом основные характеристики такие, как, например, распределение плотности и температуры заряженных частиц плазмы в пространстве и во времени, трудно согласовать с какой-либо частной теорией, а единой теории, не существует вообще. В работе [1] например показывается, что через 30 миллисекунд после зажигания плазмы импульсом тока распределение плотности электронов n соответствует закону

$$n(\xi) = n(0)\ (1-\xi^2), \quad \xi = \frac{r}{r_{\text{граница}}},$$

а через 40 миллисекунд уже согласуется с кривой

$$n(\xi) = n(0)\ (1-\xi^2)^2$$

В работе [2] демонстрируется, как распределение

$$n(\xi) = n(0)\ (1-\xi^2)^m$$

после некоторого переходного режима становится стационарным с m=3/2. Это может означать, что если плотность n подчиняется уравнению диффузии, то коэффициент диффузии не будет постоянной величиной, а зависит от n, более того, эта зависимость изменяется во времени.

При теоретическом исследовании конкретных физических проблем в классической линейной математической физике большую роль играют модельные задачи. Автомодельные решения нелинейных уравнений также могут давать очень ценную информацию о характерных особенностях изучаемого физического процесса. Так, в работе [3] рассмотрена простая модель для диффузии плазмы поперек магнитного поля, а в работе [4] исследуется устойчивость автомодельных решений и дополняется модель, учитывая по очереди рекомбинацию, перезарядку и уход плазмы вдоль магнитного поля. В работе [5] хотя и формально, при изучении распределения температуры описывается, по сути дела, та же самая модель, к тому же в еще более общей постановке. Следует отметить, что ссылка на работу [5] дается только ради краткости, как на одну из последних работ целой серии. Из этой серии также явствует большая ценность автомодельных решений; они являются как бы характеристиками или сепаратрисами, разделяющими разные направления протекающих в среде внутренних процессов.

Целью данной работы является уточнение и дальнейшее изучение модели, данной в работах, [3], [4] с помощью результатов и методов, описанных в работе [5], а также сопоставление некоторых, расчитанных на основе этой модели, характеристик с результатами эксперимента.

1. Постановка задачи

Развивая предложенную в работах модель [3], [4] в том же направлении, что в работе [5], рассмотрим уравнение диффузии для частиц i в присутствии источника или стока:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = \mathrm{div}\,[D\ \mathrm{grad}\ n_i] + F\ (n_i) \qquad (1)$$

Предположим, что зависимость коэффициента диффузии от плотности имеет вид степенной функции

$$D = D_O n_i^{\sigma}, \quad D_O = \mathrm{const.}>0, \quad \sigma = \mathrm{const.},$$

а источник или сток зададим также в виде некоторой степенной функции

$$F = \lambda n_i^{\beta}, \qquad \lambda = \mathrm{const.},$$

где λ будет определять приход или уход частиц. Если, например, в плазме одновременно с диффузией происходит также и рекомбинация, то $\lambda<0$, $\beta=2$; если же происходит процесс ионизации, то $\lambda>0$; в случае перезарядки частицы данного типа уменьшаются, $\gamma<0$, но показатель $\beta=1$.

Для замыкания краевой задачи будем рассматривать область G с границей Г, причем $n_i(M,t)$, где M - точка пространства, $M\in G+\Gamma$, а начальное условие зададим в виде $n_{i|t=O} = n_{oi}(M)$. Краевое условие $n_{i|M\in\Gamma}$ уточним позже.

Вообще говоря, функцию F следовало бы задавать в виде суммы

$$F = \sum_i \lambda_i\, n_i^{\beta_i},$$

поскольку в плазме одновременно происходит несколько процессов. Можно также ввести некоторую функцию времени, моделируя феноменологически некоторые неназванные до сих пор процессы, влияющие на диффузию. В настоящей работе, однако, ограничимся лишь рассмотрением по отдельности перечисленных выше процессов.

Следуя работе [5], попытаемся найти решение уравнения (1) методом разделения переменных. Будем рассматривать только симметричные задачи с осевой симметрией, и плотность $n_i(r,t)$ представим в виде

$$n_i(r,t) = g(t)\cdot f_i(\xi), \qquad \xi = \frac{r}{\varphi(t)} . \tag{2}$$

Тогда относительно функции $f_i(\xi)$ можно написать обыкновенное дифференциальное уравнение следующего вида:

$$\frac{1}{\xi}\frac{d}{d_\xi}\left[\xi f_i^\sigma \frac{df_i}{d\xi}\right] + \frac{1}{D_O}\frac{\varphi\dot{\varphi}}{g^\sigma}\,\xi\,\frac{df_i}{d\xi} + \frac{\lambda}{D_O}\,g^{\beta-(1+\sigma)}\,\varphi^2 f_i^\beta = \frac{1}{D_O}\frac{\dot{g}\varphi^2}{g^{1+\sigma}}\,f_i . \tag{3}$$

Последнее уравнение по форме совпадает с уравнением (16) работы [4], различие состоит только в некоторой произвольности констант σ и β. Коэффициенты его зависят кроме независимой переменной ξ еще и от времени t, производная по которому обозначена точкой. Если же, следуя методу разделения переменных, выбрать функции $g(t)$ и $\varphi(t)$ такими, чтобы коэффициенты уравнения (3) не зависили от времени, получим представление, приведенное в работе [5].

Диффузионный процесс, описываемый уравнением (3), будем рассматривать как модельный, и покажем, что кроме свойств, перечисленных в работах [3] и [4], он обладает еще и рядом других. Прежде всего, при определенных условиях это уравнение может описать процесс с обострением, а этим можно объяснить, например, накопление примесных атомов в районе оси плазменного шнура, что, в конце концов, приведет к аномальному охлаждению центральной части плазмы. Но задавая разные начальные распределения плотности, можно также исследовать и зависимость коэффициента диффузии от плотности частиц.

2. Свойства модели

Установим прежде всего связь с работами [3] - [5]. Допустим, что в начальный момент времени и при $\lambda=0$ распределение $f(\xi)=f(o)(1-\xi^2)$, и это распределение сохраняется во все последующие моменты времени, пока сохраняется $\lambda=0$. При этом, конечно, плазма не остается в покое, ее граница и плотность меняются согласно уравнению (3), т.е. ищутся автомодельные решения, уравнение (3) должно удовлетвориться заданным распределением тождественно.

Это условие приведет к тому, что функции $g(t)$ и $\varphi(t)$ должны удовлетворить следующей системе дифференциальных уравнений (полагая, как и в работе [3], что $\sigma=1$):

$$\dot{g} = -4D_0 \frac{g^2}{\varphi^2}, \qquad \dot{\varphi} = 2D_0 \frac{g}{\varphi}.$$

Из этой системы уравнений, выражая, например, из второго уравнения g, для φ можно написать

$$\varphi\ddot{\varphi} + 3\dot{\varphi}^2 = 0$$

Это уравнение – в полных дифференциалах ($\dot{\varphi}, \varphi\neq 0$), его общее решение имеет вид

$$\varphi = (C_0 + C_1 t)^{1/4},$$

где C_0, C_1 – произвольные постоянные. Согласно этому решению для функции g получим:

$$g = \frac{C_1}{8D_0} \frac{1}{(C_0+C_1 t)^{1/2}},$$

что находится в полном согласии с работой [3], остается только соответствующим образом пронормировать g и φ.

Чтобы установить связь модели [3] с работой [5], достаточно положить

$$\frac{\lambda}{D_0} g^{\beta-(1+\sigma)} \varphi^2 = 1,$$

и потребовать, чтобы другие коэффициенты уравнения [3] не менялись во времени. Тогда с точностью до нормировки получим для $g(t)$ и $\varphi(t)$ те же выражения, что и в работе [5]. Из этого обстоятельства можно сделать важный вывод: та же самая процедура численного анализа, что была проведена в серии работ, представленной в статье [5], применима и к данной модели.

Переходим теперь к рассмотрению некоторых интересных свойств модели (3).

а./ Зависимость D от n, при $\lambda=0$.

Допустим, что при $\lambda=0$ распределение, т.е. автомодельное решение уравнения (3) имеет вид

$$f(\xi) = f(0)\,(1-\xi^2)^m, \tag{4}$$

с неопределенным показателем m, и как предположили зависимость коэффициента диффузии от плотности также является показательной функцией

$$D = D_0 n^\sigma. \tag{5}$$

Попытаемся найти согласованные значения постоянных σ и m, при которых уравнение (3) превращается в тождество. Без особого ущерба можно принять f(o)=1 и, подставляя выражения (4) и (5) в (3), написать, умножая уравнение (3) на $(1-\xi^2)^{1-m}$:

$$-4m(1-\xi^2)^{\sigma m} + 4m(\sigma m+m-1)\xi^2(1-\xi^2)^{\sigma m-1} -$$

$$- \frac{2m}{D_O}\frac{\varphi\dot{\varphi}}{g^{\sigma}}\xi^2 = \frac{1}{D_O}\dot{g}\frac{\varphi^2}{g^{1+\sigma}}(1-\xi^2). \tag{6}$$

Если $\sigma m^2=1$, для двух функций g и φ получится не больше двух условий; тогда после соответствующих выкладок можно написать:

$$\varphi = (C_O+C_1t)^{\frac{1}{2(1+\sigma)}},\quad g = \left[\frac{C_1}{4m(1+\sigma)D_O}\right]^{\frac{1}{\sigma}}(C_O+C_1t)^{-\frac{1}{1+\sigma}} \tag{7}$$

Интересно, что для этих решений при любых σ (и, следовательно, соответствующих m) коэффициенты уравнения (3) не зависят от времени (данные комбинации временных функций - постоянные).

Таким образом уравнение (3) дает возможность оценить зависимость коэффициента диффузии от плотности. Более того, измеряя конкретное распределение частиц, можно судить о поведении плазмы в данной экспериментальной ситуации, сравнивая полученную зависимость D(n) с выведенными при разных теоретических предположениях зависимостями, когда D можно представить в виде степенной фукнции от n.

Далее, если выбрать функции g и φ так, чтобы

$$\frac{\varphi\dot{\varphi}}{g^{\sigma}} = k_1 = \text{const.},\quad \frac{\dot{g}\varphi^2}{g^{1+\sigma}} = k_2 = \text{const.},$$

то это соответствует выбору их в виде степенной функции от времени, а именно

$$g^{k_1} = \varphi^{k_2},$$

$$\varphi = \left[\left(2-\frac{k_2}{k_1}\sigma\right)(k_1t+C_1)\right]^{\frac{1}{2-\frac{k_2}{k_1}\sigma}},$$

$$g = \left[\left(2\frac{k_1}{k_2}-\sigma\right)(k_2t+C_2)\right]^{\frac{1}{2\frac{k_1}{k_2}-\sigma}}.$$

Здесь $C_{1,2}$ - постоянные интегрирования, $k_2C_1=k_1C_2$. Путем соответствующего выбора k_1 и k_2 здесь можно получить положительную или отрицательную степень, т.е. возрастающую или убывающую функцию времени. Если же отношение $k_1/k_2<0$, то знаки степеней у функций g и φ противоположные. Особый случай будем иметь, если выбрать

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\sigma}{2} .$$

В этом случае получим показательные функции

$$\varphi = C_1 e^{k_1(t-t_0)}, \qquad g = C_2 e^{k_2(t-t_0)}$$

Таким образом, некоторая свобода в выборе постоянных k_1, k_2 и C позволяет согласовать модельное уравнение (3) с экспериментальными данными в принципиально разных режимах. Например, модель может отражать процесс, когда временная часть функции n (т.е.g) растет с течением времени как степенная функция, тогда как граница плазмы (т.е.φ) движется к оси.

Дадим теперь некоторое обобщение решения, данного в работе [4] для случая $\lambda=0$, $\sigma=1$. Если σ- произвольная величина $\neq 1$ этот случай можно рассмотреть специально , то, так в этом можно убедиться подстановкой, автомодельное решение уравнения (1) в цилиндрических координатах имеет вид ($D=an^\sigma$):

$$n(r,t) = n_0 \left(\frac{r_0}{r_p}\right)^2 \left(1 - \frac{r^2}{r_p^{\,2}}\right)^{\frac{1}{\sigma}} , \tag{8}$$

где граница плазмы изменяется по закону

$$r_p^{\,2} = r_0^{\,2} \left[1 + 4a \,\frac{1+\sigma}{\sigma}\, \frac{n_0^{\,\sigma}}{r_0^{\,2}}\, t\right]^{\frac{1}{1+\sigma}} \tag{9}$$

Здесь в интервале $-1<\sigma<0$ уравнение (8) на границе $r\to r_p$ становится сингулярным. К этому вопросу мы еще вернемся. Весьма любопытно, однако, и то, что в уравнении (9) коэффициент при времени t имеет отрицательное значение, т.е. r_p со временем уменьшается и за конечное время доходит до нуля. Иначе говоря, временная часть функции плотности со временем растет, как степенная функция, осевая плотность увеличивается. Не дваваясь пока в глубокий анализ данного примера, отметим только, что, по крайней мере, на какой-то стадии развития плазмы увеличение осевой плотности возможно не только благодаря ионизации газа, но также и вследствие нелинейной диффузии. Приведенную на рис. 10 работы [2] зависимость $n_e(o,t)$ можно объяснить и так.

б./ <u>Модель при $\lambda\neq 0$.</u>

Если потребовать, чтобы коэффициенты уравнения (3) не содержали время, то при $\lambda\neq 0$ прежде всего необходимо, чтобы

$$g^{\beta-(1+\sigma)}\, \varphi^2 = k_0 = \text{const.} \tag{a}$$

Тогда два других коэффициента

$$\frac{\varphi\dot{\varphi}}{g^{\sigma}} = k_0\,\frac{1+\sigma-\beta}{2}\,\frac{\dot{g}\,g^{\frac{\sigma-\beta-1}{2}+\frac{1+\sigma-\beta}{2}}}{g^{\sigma}} = k_0\,\frac{1+\sigma-\beta}{2}\,\frac{\dot{g}}{g^{\beta}}\,, \tag{б}$$

и

$$\frac{\dot{g}\varphi^2}{g^{1+\sigma}} = k_0\,\dot{g}\,\frac{g^{1+\sigma-\beta}}{g^{1+\sigma}} = k_0\,\frac{\dot{g}}{g^{\beta}}\,, \tag{в}$$

отличаются друг от друга только множителем $\frac{1+\sigma-\beta}{2}$. Следовательно, независимость коэффициентов от времени будет обеспечена, если выбрать

$$\frac{\dot{g}}{g^{\beta}} = k_2 = \text{const.},$$

или, интегрируя последнее выражение,

$$g = [(1-\beta)\;(k_2 t + C_2)]^{\frac{1}{1-\beta}}\;.$$

Согласно условию (а) этим определяется и функция φ, а уравнение (3) переходит в соответствующее нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение работы [5]. Это, однако, не единственная возможность разделения переменных в исходном диффузионном уравнении.

Другая естетственная возможность - предположить, что какое-то распределение $f(\xi)$ сохраняется за все время существования диффузионного процесса, и найти, как при этом будут меняться временные функции g и φ. Так, например, допустим, что в уравнении (3)

$$f(\xi) = n_0\;(\ell^2-\xi^2)^{\delta}\,, \tag{10}$$

т.е. сохраняется некоторое параболическое распределение плотности частиц, а δ-число, определяемое позже. Тогда из уравнения (3) получим

$$- 4\delta D_0 n_0^{\sigma}\,(\ell^2-\xi^2) + 4\delta D_0 n_0^{\sigma}\,[\delta(\sigma+1)-1]\,\xi^2 - 2\delta\,\frac{\varphi\dot{\varphi}}{g^{\sigma}}\,\xi^2\,(\ell^2-\xi^2)^{1-\delta\sigma} +$$

$$+ \lambda n_0^{\beta-1}\,\frac{\varphi^2}{g^{\sigma+1-\beta}}\,(\ell^2-\xi^2)^{2-\delta\sigma+(\beta-1)\delta} - \frac{\dot{g}\varphi^2}{g^{\sigma+1}}\,(\ell^2-\xi^2)^{2-\delta\sigma} = 0 \tag{11'}$$

Если предположить $\delta\sigma=1$, то кроме слагаемого с коэффициентом λ все остальные слагаемые содержат только нулевую и вторую степень ξ, и, если $\lambda=0$, то для g и φ получим два дифференциальных уравнения:

$$\left.\begin{aligned} &-4\delta D_O n_O^\sigma - \frac{\dot{g}\varphi^2}{g^{\sigma+1}} = 0, \\ &4\delta D_O n_O^\sigma + 4\delta^2 D_O n_O^\sigma - 2\delta\,\frac{\varphi\dot{\varphi}}{g^\sigma} + \frac{\dot{g}\varphi^2}{g^{\sigma+1}} = 0, \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Поскольку $\delta=\frac{1}{\sigma}$, второе из этих уравнений, помножив на σ, легко представить в виде

$$\frac{d}{dt}\,(g^{-\sigma}\,\varphi^2) = 4D_O n_O^\sigma\,\frac{1+\sigma}{\sigma}\,, \tag{12'}$$

следовательно

$$\frac{\varphi^2}{g^\sigma} = A + 4D_O n_O^\sigma\,\frac{1+\sigma}{\sigma}\,t,\ A = \text{const}.$$

Если использовать и первое уравнение, то для g и φ легко получим выражения

$$g = \frac{B}{[A+(1+\sigma)t]^{\frac{1}{1+\sigma}}},\quad \varphi^2 = B_1[A+(1+\sigma)t]^{\frac{1}{1+\sigma}}\,,$$

где A, B и B_1 - постоянные интегрирования, которые легко определить так, чтобы полученные функции совпали с данными в уравнениях (8) и (9).

Здесь правые части уравнений (δ) и (в) не имеют смысла, но их левые части, согласно (12), равны постоянной величине. Отметим, однако, что в пространственном распределении вместо единицы фигурирует величина ℓ^2, от которой не зависит ход временных функций, поскольку эта величина не входит в уравнения (12). Следовательно, сингулярность выражения (8) при отрицательных σ можно устранить.

Уравнение (11') при $\delta\sigma=1$ имеет вид

$$- \frac{4}{\sigma}\,D_O n_O^\sigma\,(\ell^2-\xi^2) + \frac{4}{\sigma^2}\,D_O n_O^\sigma\,\xi^2 - \frac{2}{\sigma}\,\frac{\varphi\dot{\varphi}}{g^\sigma}\,\xi^2 +$$

$$+ \lambda n_O^{\beta-1}\,\frac{\varphi^2}{g^{\sigma+1-\beta}}\,(\ell^2-\xi^2)^{1+\delta(\beta-1)} - \frac{\dot{g}\varphi^2}{g^{\sigma+1}}\,(\ell^2-\xi^2) = 0.$$

(11)

Сохранять полином второй степени в этом уравнении можно двумя способами: $\beta=1$, и $\beta+\sigma=1$. Если $\beta=1$, то получим систему

$$\left.\begin{aligned} -\frac{4}{\sigma} D_O n_O^\sigma + \lambda \frac{\varphi^2}{g^\sigma} - \frac{\dot{g}\varphi^2}{g^{\sigma+1}} = 0, \\ \frac{4}{\sigma} D_O n_O^\sigma + \frac{4}{\sigma^2} D_O n_O^\sigma - \frac{2}{\sigma}\frac{\varphi\dot{\varphi}}{g^\sigma} - \lambda \frac{\varphi^2}{g^\sigma} + \frac{\dot{g}\varphi^2}{g^{\sigma+1}} = 0. \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

Сложив эти два уравнения, получим тот же результат, что и при сложении уравнений (12), т.е.

$$\frac{\varphi\dot{\varphi}}{g^\sigma} = \frac{2}{\sigma} D_O n_O^\sigma , \quad (13')$$

однако, вместо (12') теперь получается линейное дифференциальное уравнение:

$$\frac{d}{dt}\left(g^{-\sigma}\varphi^2\right) = 4D_O n_O^\sigma \frac{1+\sigma}{\sigma} - \lambda\sigma\left(g^{-\sigma}\varphi^2\right). \quad (13'')$$

Теперь интегрирование дает выражение

$$\frac{\varphi^2}{g^\sigma} = e^{-\lambda\sigma t}\left[C+4D_O n_O^\sigma \frac{1+\sigma}{\sigma}\int e^{\lambda\sigma t}dt\right] =$$

$$= e^{-\lambda\sigma t}\left[C+4D_O n_O^\sigma \frac{1+\sigma}{\lambda\sigma^2} e^{\lambda\sigma t}\right] , \quad (14)$$

где С- произвольная постоянная. Используя (13'), можно получить

$$\varphi^2 = K^2\left[C+4D_O n_O^\sigma \frac{1+\sigma}{\lambda\sigma^2} e^{\lambda\sigma t}\right]^{\frac{1}{1+\sigma}} , \quad (15)$$

и

$$g = K^{\frac{2}{\sigma}} e^{\lambda t}\left[C+4D_O n_O^\sigma \frac{1+\sigma}{\lambda\sigma^2} e^{\lambda\sigma t}\right]^{-\frac{1}{1+\sigma}} \quad (16)$$

Отметим, что выражение (13′) означает, что левая часть условия (б) опять - постоянная величина, однако, уравнение (14) показывает, что условие (а) не выполняется. Первое уравнение системы (13) показывает комбинированное из (а) и (в) условие, при котором сохраняется заданное пространственное распределение.

Если $\beta=1$, то вводя вместо n новое распределение $e^{\lambda t}n_1$, исходное диффузионное уравнение интегрируется и прямым способом, приводя исходное уравнение к случаю $\lambda=0$. Так или иначе, решение имеет вид:

$$\left.\begin{aligned} n &= n_0 e^{\lambda t}\left(\frac{r_0}{r_p}\right)^2\left(\ell^2-\frac{r^2}{r_p^{\,2}}\right)^{\frac{1}{\sigma}}, \\ r_p^{\,2} &= r_0^{\,2}\left[1-4\,\frac{1+\sigma}{\lambda\sigma^2}\,\frac{n_0^{\,\sigma}}{r_0^{\,2}}\,(1-e^{\lambda\sigma t})\right]^{\frac{1}{1+\sigma}}. \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

Если $\beta+\sigma=1$, то решения для временных функций имеют следующий вид:

$$\frac{\varphi^2}{g^\sigma} = A + 4D_0 n_0^{\,\sigma}\,\frac{1+\sigma}{\sigma}\,t$$

$$g^\sigma = \frac{C_0}{\left[A+4D_0n_0^{\,\sigma}\,\frac{1+\sigma}{\sigma}\,t\right]^{\frac{\sigma}{1+\sigma}}} + \frac{\lambda\sigma^2}{4\ell^2 D_0 n_0^{\,2\sigma}(2\sigma+1)}\left[A+4D_0n_0^{\,\sigma}\,\frac{1+\sigma}{\sigma}\,t\right]^{\frac{\sigma}{1+\sigma}}$$

где A и C_0 - постоянные интегрирования. Видно, что в этом случае решение зависит от ℓ.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Fujisawa et al.: The J.F.T.-2 Tokamak Experiment. Proceedings of the Fifth International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research in Tokyo, 11-15 November 1974, Vol.1. p.3. /IAEA-CN-33/A1-1/ Vienna, 1975

[2] А.Б. Берлизов и др.: Результаты первых экспериментов на установке Токамак-10. Атомная энергия, т. 43, в. 2, август 1977, стр..90-99

[3] В.Ф. Алексин, Н.А. Хижняк: Сб. "Физика плазмы и проблемы управляемого термоядерного синтеза", стр. 332-336, изд. АН УССР, Киев, 1963.

[4] Н.А. Хижняк: Диффузионное расширение плазменного сгустка в ведущем продольном магнитном поле, Ж.Т.Ф., т.Х, в. 8 /1970/, стр. 1625-1631.

[5] С.П. Курдюмов, Г.Г. Малинецкий, Ю.А. Повешенко, Ю.П. Попов, А.А. Самарский: Взаимодействие тепловых структур. Перпринт № 77 за 1978 г. Института прикладной математики АН СССР.

62.746

Kiadja a Központi Fizikai Kutató Intézet
Felelős kiadó: Szegő Károly
Szakmai lektor: Kardon Béla
Nyelvi lektor: Vandlik Jánosné
Példányszám: 310 Törzsszám: 79-848
Készült a KFKI sokszorositó üzemében
Budapest, 1979. november hó