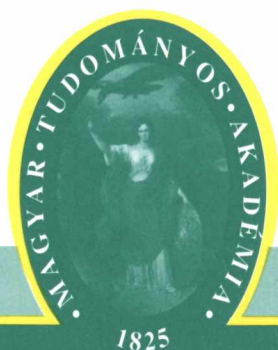


TUDOMÁNYPOLITIKA MAGYARORSZÁGON  
II. A DISZCIPLÍNÁK MŰVELÉSE

CSÁSZÁR ÁKOS  
MATEMATIKA

---



# MAGYARORSZÁG AZ EZREDFORDULÓN



TUDOMÁNPOLITIKA MAGYARORSZÁGON  
I-II-III.

- I. Tudománypolitika válaszúton
- II. A diszciplínák művelése
- III. Magyarországi kutatóhelyek

Programvezető és szerkesztő  
Glatz Ferenc

Olvasószerkesztő  
Balogh Margit, Pótó János

TUDOMÁNYPOLITIKA MAGYARORSZÁGON  
II. A diszciplínák művelése

CSÁSZÁR ÁKOS

# Matematika

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
BUDAPEST • 2001

Szerkesztő  
GLATZ FERENC

Olvasószerkesztő  
Balogh Margit

ISBN 963 508 277 0 Ö  
ISBN 963 508 323 8  
ISSN 1587-2408

Kiadja  
a Magyar Tudományos Akadémia  
A kiadásért felel: Glatz Ferenc, az MTA elnöke  
Nyomdai előkészítés:  
az MTA Történettudományi Intézetének kiadványcsoportja  
Vezető: Kovács Éva  
Borító: Horváth Imre  
Tördelés: Csányi Attila  
Nyomdai munkák: Áldási és Németh Nyomda Bt.  
Felelős vezető: Áldási Pálné  
Megjelent 1,43 (A/5) ív terjedelemben, 1500 példányban

## A matematika összetettsége\*

*Matematikai tudományok* néven szokás összefoglalni mindazokat a tudományágakat, amelyek az *elméleti* (szokásos rövidítéssel *tiszta*) *matematika* köré csoportosulnak s azt egyik (vagy éppen fő) segédeszközüknek tekintik.

A ma hazánkban elfogadott felfogás (amelyet a Magyar Tudományos Akadémia szervezeti felépítése is alapul vesz) szerint az elméleti matematika körébe tartozik minden olyan elmélet, amelyben az *axiomatikus módszer* alkalmazható. E módszer abban áll, hogy az elmélet alapfogalmai között bizonyos számú összefüggést *axiómák* alakjában megfogalmazott kiindulási alapnak tekintve, ezekből a továbbiakban már szigorú logikai következtetéssel jönnek létre az elmélethez tartozó eredmények.

Az elméleti matematikának most leírt körülhatárolása viszonylag új keletű, és ma sem általánosan elfogadott. Egyrészt mintegy a múlt század közepéig a matematika részének tekintettek sok olyan kérdéskört, amelyekben a matematikai módszerek lényeges szerepet játszanak, de a kérdéskör egésze mégsem ágyazható be az axiomatikus tárgyalás kereteibe (így például számos természettudományi, elsősorban fizikai kutatást a matematika körébe vontak, ami abban is megnyilvánult, hogy sok tudós egyaránt végzett a szorosabb értelemben vett matematikai kutatások mellett természettudományiakat is). Másrészt sokáig a ma egyértelműen matematikainak tekintett vizsgálatok egy részét, például a geometriai kutatásokat nem tartották a matematikához tartozónak (holott az axiomatikus módszer alkalmazásának éppen ez a klasszikus területe), és például angolszász nyelvterületen a valószínűségszámítást, s különösen a matematikai statisztikát

---

\* A Magyar Tudományos Akadémia III. osztályában 1999 első hónapjaiban ismételten viták folytak az e tanulmány címében megjelölt kérdésekről. A tanulmány lényegesen támaszkodik a vitát lezáró, 1999. április 14-én elfogadott állásfoglalás megállapításaira. A III. osztály itt felhasznált állásfoglalásának megfogalmazásában Benczúr András, e tanulmány összeállításában Csiszár Imre, Halász Gábor, Lovász László, Révész Pál, s elsősorban T. Sós Vera volt segítségemre. Mindnyájuknak őszinte köszönettel tartozom.

még a közelmúltban sem tekintették a matematika részének. A geometriának a matematikából való kirekesztését jól tükrözi a matematikának régebben elfogadott magyar elnevezése, a *mennyiségtan*.

Annak a felfogásnak a kialakulásában, hogy az elméleti matematikához való tartozás döntő kritériuma az axiomatikus módszer alkalmazhatósága, lényeges szerepet játszott a múlt század első felében a nemeuklideszi geometriák felfedezése, s különösen Bolyai János munkássága. Addig ugyanis az axiomatikus módszert az euklideszi geometria felépítésére szolgáló, s egyedül erre alkalmas eljárásnak lehetett tekinteni, de a nemeuklideszi geometriák kidolgozása után kitűnt (a legtisztábban éppen Bolyai János gondolatvilágában), hogy az axiomatikus módszer sok más elmélet megalapozására is felhasználható, csupán az alapul szolgáló axiómákat kell a célnak megfelelően megválasztani. Ebben a felfogásban tehát az elméleti matematika egyes ágait a *közös módszer* teszi egységes tudománnyá.

Az elméleti matematika azért ölel fel különböző ágakat, mert az elmélet alapjául szolgáló axiómarendszer sokféle forrásból eredhet. Évszázadokon át a minket körülölelő világban tapasztalt körülmények közvetlenül vagy más tudományok tapasztalatain keresztül vezettek olyan állítások megfogalmazásához, amelyek azután egy-egy axiómarendszerre álltak össze, és egy-egy matematikai elmélet felépítésének alapját képezték. Így a matematikai leírásra váró tudományág egy-egy fogalma egy-egy matematikai fogalom mintájául szolgált, és az e fogalmak között a valóságban észlelt összefüggések matematikai megfogalmazása öltött alakot az axiómákban; a most röviden leírt eljárást nevezzük *matematikai modell* megalkotásának. Ez az eljárás napjainkban is fő forrása az egyes axiómarendszernek. Melléje sorolható az a módszer is, amikor már meglévő axiómarendszer módosításával, szűkebb vagy éppen bővebb axiómarendszerre való áttéréssel nyerünk vizsgálatra érdemes újabb axiómarendszeret. Sokszor így is – olykor akár az axiómarendszer módosítása nélkül is – nyerhetünk matematikai modelleket. Mindezekben az esetekben, esetleg több lépésben, elvégezhető a tapasztalatig való visszanyúlás.

Az elmondottak szerint világos, hogy az axiomatikus módszer sokféle tárgykörre alkalmazható, s így a matematika számos részdiszciplínára oszlik, és a fejlődés során egyre újabbak keletkeznek. A múlt század végéig kialakult (és egyenként nagyszámú részre oszló) számelmélet, algebra, geometria és analízis mellé odakerült még a *matematikai logika*, a *halmazelmélet*, a *topológia*, a *valószínűség-elmélet*, a *diszkrét matematika*, és még sok más.

Az elméleti matematika köré csoportosul egy sereg további matematikai tudomány, amelyek mintegy hidat alkotnak egy-egy más tudomány felé; ezeket szokták összefoglaló elnevezéssel *alkalmazott matematikának* nevezni. Az alkal-

mazott matematika körébe tartozik eszerint minden olyan vizsgálódás, amelynek segítségével az elméleti matematika eredményei egységes rendszerben leírhatóvá teszik a többi tudomány, a gazdaság és a társadalom összefüggéseit.

A 19. század végéig jelentős mértékben a fizika határozta meg a matematika fejlődését; elsősorban a fizikai problémák megoldásának igényei hozták létre a *matematikai analízis*, ezen belül a *differenciálegyenletek* elmélete, a *variációs számítás* stb. kialakulását; mindezek lényeges segédeszközei az alkalmazott matematika *matematikai fizika* néven ismert részének.

A 20. század kezdete óta már más tudományok is összefonódtak a matematikával, és így számos új határterülete alakult ki a matematikának és a társtudományoknak (ökonómia, biológia, kémia, műszaki tudományok stb.).

Néhány példa az ilyen, alig néhány évtizede létrejött határterületekre: *ökonometria*, *biometria*, *vezérléstudomány*, *kemometria*, *számítógép-tudomány* stb. E sor könnyen folytatható volna, mert ma már lényegében minden tudományban, még a társadalomtudományokban is (nyelvészet, régészet, pszichológia, szociológia stb.) szerepet kapnak a matematikai módszerek.

Ennek kapcsán kell megemlíteni egy tudományterületet, amely a matematika és a történettudományok módszereinek összefonódásából jött létre, de nem része a matematikának: a matematikatörténet a művelődés-, közelebbről a tudománytörténet része ugyan, de műveléséhez (mégpedig annál inkább, mennél közelebb áll napjainkhoz a feldolgozott időszak) széles körű és ugyanakkor alapos és megbízható matematikai ismeretekre van szükség, úgyhogy világszerte főként matematikai képzettségű szakemberek művelik.

Az interdiszciplináris kutatások során kidolgozott modellek és módszerek jelentős hatást gyakoroltak az elméleti matematika fejlődésére is. A differenciálegyenletek, a valószínűség számítás, a matematikai statisztika, a funkcionálanalízis fejlődését meghatározó mértékben motiválták a gyakorlatban felmerült problémák. Magán a matematikán belül is kialakultak a gyakorlat által motivált új területek, mint például a *numerikus matematika*, az *algoritmuskalkulus*, a *bonyolultságelmélet* stb.

Mindezek alapján megállapíthatjuk: az alkalmazott matematika olyan interdiszciplináris tudomány, amelyben a matematika ötvöződik más tudományokkal. A vázolt példából látszik, hogy az alkalmazott matematikát a gazdaság, a társadalom és a tudomány fejlődése szükségszerűen hozta létre.

E vonatkozásban érdemes egyre növekedő fontossága és ebből eredő rohamos fejlődése miatt külön, hosszasan szólani az *informatika* néven ismert tudományterületről. Az informatika az információ számítógépes feldolgozásával, tárolásával, az erre szolgáló algoritmusokkal és ezek bonyolultságával, az adatvédelemmel és adatbiztonsággal, az ezeket megvalósító rendszerekkel foglalkozó

tudományterület. Angolszász nyelvterületen ennek az elnevezésnek nagyjából a *computer science* felel meg.

Az információval kapcsolatos tevékenységek egy része bonyolult eszközöket vesz igénybe, amelyeknek tervezése, fejlesztése, üzemeltetése magas szintű műszaki feladat; másrészt mindezekhez olyan matematikai diszciplínák ismeretére és művelésére van szükség, mint a *számítógép-tudomány*, *hálózatelmélet*, *információelmélet*, *kriptográfia*, *automataelmélet* stb.

## A matematika nemzetközi helyzete

Amennyire a világtendenciát át lehet tekinteni, az elméleti matematika mai fejlődését azokon a területeken lehet a legintenzívebbnek tekinteni, amelyek a szó bizonyos értelmében a matematikán belül „*interdiszciplinárisak*”, azaz a matematikának több ágában gyökereznek: ilyenek például (az elnevezés többnyire mutatja a gyökereket) az *algebrai geometria*, az *algebrai topológia*, a *funkcionálanalízis* (analízis, algebra, geometria), az *algoritmuselmélet* (matematikai logika, kombinatorika), a *differenciátopológia* (analízis, topológia), az *algebrai számelmélet*, az *analitikus számelmélet* (analízis, számelmélet), a *halmazelméleti topológia* stb. A mai matematika ezen túlmenően is hajlamos a korábban többé-kevésbé élesen elkülönülőnek tekintett területek fokozott összefonódására, úgyhogy a mai matematikai kutatóknak általában több területen is elmélyült ismeretekkel kell rendelkeznie.

A több matematikai terület összefonódásával előállt módszerek hatékonyságának bemutatására elég talán egyetlen, érthetően a szűk szakmai körökön messze túlnyúló érdeklődést keltő eredményt megemlíteni: a *Fermat-sejtést* évszázados próbálkozások után a probléma jellegéből fakadó számelméleti módszerek mellett az algebra, a csoportelmélet és más területek módszereinek bevonásával sikerült 1995-ben *A. Wiles* és *R. Taylor* közös munkájával bebizonyítani.

A matematika különböző ágainak összefonódása magyarázza meg, hogy napjainkban megnőtt a valamely témakör nagyvonalú tárgyalását tartalmazó *áttekintő cikkek* jelentősége.

A matematika fejlődésében mindig is fontos szerepet játszottak a világosan megfogalmazott, de létrejöttük idején még be nem bizonyított *sejtések*; klasszikus példa erre a fent már említett Fermat-sejtés. Századunkban ez a szerep még jelentősebbé vált: *Erdős Pál* kész eredményei mellett legalább olyan fontosnak tartotta azt a munkáját, amellyel egy-egy sejtést mondott ki. Természetesen e tevékenység nemcsak a sejtés pontos megfogalmazásában áll, hanem háttérének, speciális eseteinek, esetleges következményeinek részletes elemzéséből is, és így



a kutatáshoz tartozó, azt lényegesen előmozdító feladatnak kell ma már tekinteni.

A számítógépeknek a 20. század közepén történt megalkotása óta, matematikai és műszaki szakemberek tömegeinek együttműködése révén, mindennapi életünknek szinte minden mozzanatába behatolt a számítástechnika; nem kivétel ez alól a megállapítás alól a tudományok, így a matematika művelése sem. Nemcsak az egyes szakterületeknek konferenciáit szervezik a világháló felhasználásával, nemcsak az elméleti és alkalmazott matematika problémáit oldják meg régebben elképzelhetetlen gyorsasággal és pontossággal a számítógépek (új prímszámok megtalálásától a másnapi időjárás előrejelzéséig), hanem egy-egy, a hagyományos módszerekkel dolgozó kutató számára kilátástalan számú eset végiggondolását igénylő bizonyítás is csak velük válik kezelhetővé (négyszínsejtés), sőt, ismét a világháló alkalmazásaként, egymástól több ezer kilométer távolságban működő kutatók képesek folyamatos gondolatcserére, soha nem sejtett mértékben kitágítva ezzel az együttműködés lehetőségeit, új eredmények nyomtatásban való közlését megelőzi (vagy éppen helyettesíti) elektronikus úton való terjesztésük stb.

## A matematikai kutatás Magyarországon

A matematikai kutatás terén magyar származású, de külföldön működő tudósok már a 18. század folyamán is elértek említésre méltó eredményeket, de nemzetközi szinten is kiemelkedő matematikai felfedezések csak a 19. század első felében születtek a két *Bolyai*, *Farkas* és *János* munkássága révén. Bolyai János a párhuzamosok kétezer éves problémájának egyik megoldójaként, a hiperbolikus geometria felfedezésével és kidolgozásával üstökösként tűnt fel a magyar matematika egén. 1832-ben (atyjának tankönyvében függelékként publikált) korszakalkotó felfedezése után jó fél évszázadot kellett várni arra, hogy magyar alkotók kutatásaiból újabb jelentős matematikai eredmények szülessenek.

A múlt század végén, s különösen századunk elején a helyzet örvendetesen megváltozott. Csak a legjelentősebb neveket említve, ezekben az évtizedekben jönnek létre *König Gyula*, *Fejér Lipót*, *Riesz Frigyes*, *Haar Alfréd* máig a tudomány klasszikusaként számon tartott eredményei a halmazelmélet és az analízis területén. A két világháború közötti időszakban, éppen az imént említettek magas színvonalú oktató munkája következtében, már tucatjával jelennek meg a nemzetközi értelemben is kiemelkedőnek tekinthető magyar matematikusok (igaz, sokan közülük az akkori viszonyok között azonnal vagy egy idő után külföldön találtak csak munkát). Hogy ismét csak a legnagyobb neveket említsük, ekkor

kapcsolódtak be a matematikai kutatásba olyan kiválóságok mint *Pólya György*, *Szegő Gábor*, *Riesz Marcell*, *Neumann János*, *Erdős Pál*.

Mindennek eredményeképpen a második világháború utáni évtizedekben már nemzetközileg is elismert matematikai kutatómunka folyt hazánkban. Ennek színtere a már korábban is működött, de a század második felében kiszélesedett tevékenységű három tudományegyetem [Budapest, Szeged, Debrecen, ismertebb nevükön Eötvös Loránd Tudományegyetem (ELTE), József Attila Tudományegyetem (JATE), Kossuth Lajos Tudományegyetem (KLTE)], a Budapesti Műszaki Egyetem (BME) és a Budapesti Közgazdaság-tudományi Egyetem (BKE) mellett az 1950-es években alapított Matematikai Kutatóintézet [ma: Magyar Tudományos Akadémia Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézete (RAMKI)], a Magyar Tudományos Akadémia Számítástechnikai és Automatizálási Kutatóintézete (SZTAKI), és további műszaki egyetemek (Miskolc, Veszprém), valamint más (agrár, pedagógus stb.) szakembereket képző egyetemek és főiskolák.

Az, hogy a magyar matematikusok munkásságát a nemzetközi mezőny magasra értékeli, megnyilvánul olyan körülményekben, mint hogy magyar kutatókat rendszeresen meghívják előadások tartására nemzetközi kongresszusokra, konferenciákra, külföldi egyetemekre és más kutatóközpontokba, szerződéssel alkalmaznak rövidebb-hosszabb időre egy-egy külföldi egyetemen vagy kutatóintézetben. A magyar matematika megbecsülését jelzi az is, hogy a Nemzetközi Matematikai Unió 1988-ban Budapesten rendezte meg a matematika oktatásával foglalkozó nemzetközi kongresszust, az Európai Matematikai Társaság pedig második kongresszusát 1996-ban ugyancsak Budapesten tartotta. Magyar kutatók ismételten részesültek nemzetközi matematikai díjakban, ideértve a matematikai Nobel-díj rangjára értékelt Wolf-díjat is [*Erdős Pál* (1984) a számelmélet, a kombinatorika, a valószínűség-számítás, a halmazelmélet és az analízis terén elért eredményeiért, *Lovász László* (1999) pedig a kombinatorikus optimalizálás és a számítógép-tudomány terén kifejtett munkásságáért], illetve az Ostrowski-díjat, amelyben *Laczkovich Miklós* részesült 1993-ban a Banach-Tarski-féle paradoxon kétdimenziós változatának megoldásáért.

Természetesen nem lehet azt várni, hogy a matematikai kutatás sokfelé ágazó fejezeteinek mindegyikében egyformán magas színvonalú kutatás folyjék. Ezért a következőkben megkíséreljük áttekinteni a matematika egyes területeit ebből a szempontból abban a sorrendben, ahogyan a referáló folyóiratok az egyes fejezeteket felsorolják. Megadjuk azokat a kutatóhelyeket is, ahol a téma művelése intenzíven folyik; ezek az adatok azonban csak tájékoztatásul szolgálnak arra vonatkozólag, mennyire koncentrált egy-egy terület művelése, s a felsorolt kutatóhelyek megemlítése vagy felsorolásának sorrendje semmiképpen sem tekinthető értékítéletnek. Név szerint csak már elhunyt kutatókat említünk.

*Matematikatörténet.* Kiemelkedő eredmények születtek az antik görög matematika és a filozófia viszonyának kutatásában (RAMKI). Emellett természetes feladata a magyar matematikusoknak a magyarországi matematika történetének vizsgálata és bemutatása. A 20. század elejéig terjedő időszakra vonatkozóan ezt magas színvonalon megtette *Szénássy Barna* magyar és angol nyelven megjelent monográfiája; ezen a területen is sikerült azonban további fontos eredményeket találni a monográfia megjelenése óta. Ugyanakkor fontos további feladat a 20. századi magyar matematika fejlődésének bemutatása. Ilyen kutatások folynak több helyen is (JATE, Miskolc, Nyíregyháza), és sokat ígér e tekintetben a Bolyai János Matematikai Társulat kezdeményezése, amelynek keretében az egyes területek legjobb szakértőiből álló munkabizottságot hoztak létre egy, a 20. századi magyar matematikai kutatás eredményeit feldolgozó monográfia elkészítésére.

*Matematikai logika.* *Kalmár László* és *Péter Rózsa* munkáját folytatva nemzetközileg elismert színvonalú munka folyik ezen a területen a RAMKI keretében, és művelik a témát a BME és a KLTE kutatói is. A téma fontosságát kiemeli a számítógép-tudományban való lényeges alkalmazások lehetősége.

*Halmazelmélet.* Hála *Neumann János*, *Erdős Pál* és *Fodor Géza* munkásságának, s az ő tanítványaiknak és munkatársaiknak, ez a kutatási terület is az élénken műveltek közé számít elsősorban a RAMKI, illetve az ELTE keretében. Különösen kiemelkednek azok a témák, amelyek a hagyományos Zermelo–Fraenkel-féle axiómarendszert kiegészítő feltevések hatását vizsgálják a topológiai struktúrák viselkedésére; a topológiai struktúrákkal kapcsolatos számossági kérdések vizsgálatában a RAMKI magyar kutatói a nemzetközi mezőny élvonalát képviselik.

*Diszkrét matematika.* Ez a terület a század második felében fejlődött igen dinamikusan, főleg informatikai alkalmazásai révén. A magyar matematika sikereit ezen a területen az tette lehetővé, hogy már a század első felében *König Dénes* és tanítványai, *Erdős Pál*, *Turán Pál* és *Gallai Tibor* alapvető eredményeket értek el. Ők, tanítványaik és munkatársaik ma már a diszkrét matematika majdnem minden területén fontos eredményeket publikáltak, de néhány területen nemzetközileg meghatározó szerepet játszottak. A *gráfelmélet* tipikusan magyar terület, hiszen első monográfiája *König Dénes* tollából jelent meg. A gráfelmélet sok területén, így az *extremális gráfok* elméletében folyó kutatások ma is kiemelkedőek. A *kombinatorikus optimalizálás* korai, alapvető eredményeit *König Dénes* és *Egerváry Jenő* érték el az 1930-as években (módszerüket máig magyar módszer néven emlegetik), és ma is élenjáró kutatások folynak e területen. A *valószínű-*

*ség-számítási módszert* Erdős gráfelméleti és számelméleti problémák megoldására dolgozta ki, és azóta széles körben használt eszköz nemcsak a gráfelméletben és a számelméletben, hanem a csoportelméletben, az algoritmuselméletben és a matematika igen sok ágában is. A magyar kutatók ebben ugyancsak vezető szerepet visznek. A valószínűség-elmélet és diszkrét matematika más irányú szoros kapcsolatát fejlesztette ki Erdős Pál és Rényi Alfréd az 1960-as években a *véletlen gráfok* elméletének kidolgozásával. Ez a terület a későbbiekben kibővült más véletlen struktúrák vizsgálatával, és a hazai kutatások itt is nemzetközileg mértékadó színvonalúak. Diszkrét matematikai kutatások a RAMKI, SZTAKI, ELTE, JATE mellett szinte minden hazai kutatóhelyen folynak.

*Hálóelmélet.* Különösen az ELTE, JATE és BME kutatói értek el jelentős, meglepő eredményeket a kérdéskörnek a nemzetközi értékelésben vezetőként elismert legkiválóbb kutatóival együttműködésben, de érdemleges kutatás folyik a RAMKI-ban és Sopronban is.

*Univerzális algebra.* Ebben a témakörben is élénk munka folyik a RAMKI, a SZTAKI, az ELTE, a JATE és a BME keretében.

*Számelmélet.* A magyar számelmélet is nagy hagyományokra tekinthet vissza. Mint a legfrissebb kutatások kiderítették, ez már Bolyai Jánossal kezdődött, de igazán világhírűvé a 20. században vált elsősorban *Turán Pál*, *Erdős Pál* és *Rényi Alfréd* munkássága révén. Turán Pál a prímszámok analitikus – a *matematikai analízis*, elsősorban a *komplex függvénytan* eszközeit alkalmazó – elméletében új módszert, a róla elnevezett hatványösszegmódszert dolgozta ki, amelyet azután másokkal együtt a matematika más ágaiban is sikerrel alkalmazott. Ő és Erdős Pál bábáskodott a *valószínűségi számelmélet* – a nagy számok törvényeinek érvényességét a számelméletben feltáró tudomány – megszületésénél. Erdős Pálnak úttörő szerepe volt a kombinatorika és a valószínűségszámítás módszereinek számelméleti meghonosításában. Mindebben Rényi Alfréd is segédkezett, de legnagyobb érdeme, hogy jelentős lépést tett a mindmáig megoldatlan *Goldbach-problémában*, ami ma már nélkülözhetetlen eszközzel gyarapította nem csak ennek a kérdéskörnek az eszköztárát. Elsősorban a RAMKI és az ELTE keretében (és külföldön) dolgozó tanítványaik révén, akik tovább folytatják az ő munkásságukat, és számos, a tudományt alapvetően meghatározó problémát oldottak meg, a magyar számelmélet mind a mai napig megtartotta hírnevét, sőt hazai viszonylatban új kutatási területként a *diofantikus egyenletek* elméletében a KLTE keretében – külföldön is így ismert – „debreceni iskola” alakult.

*Algebrai struktúrák.* Ebben a témakörben is hosszú időre nyúlnak vissza a hazai hagyományok Kürschák József, Rédei László, Hajós György, Szele Tibor, Kertész Andor révén. Ma is színvonalas kutatások folynak a RAMKI, a SZTAKI, az ELTE, a JATE, a KLTE, a BME, a BKE, Nyíregyháza keretében, főként a *gyűrűk* és a *csoportok* körében, de eredményesen művelik a *félcsoportok*, a *testek* és a *kategóriák* elméletét is. A *lineáris algebra*, illetve a *mátrixelmélet*, amelyben Egerváry Jenő kutatásai meghatározó jellegűek voltak, a műszaki alkalmazások kapcsán érthetően elősorban a SZTAKI, a BME, a BKE és Miskolc kutatói között talált hivatott művelőkre.

*Klasszikus analízis.* A klasszikus matematikai analízisben és a belőle kifejlődött sorelméletben és funkcionálanalízisben a magyar matematikának meghatározó szerepe volt: a Fourier- és más ortogonális sorok elméletében, a *konstruktív függvénytanban* és az *interpolációelméletben* Fejér Lipót, Haar Alfréd, Sidon Simon, Szegő Gábor, Turán Pál, Erdős Pál, Alexits György révén, a komplex függvénytanban, potenciálméletben Fejér Lipót, Pólya György, Szegő Gábor, Riesz Frigyes és Marcell, Fekete Mihály, Turán Pál révén, a Hilbert-terek alapjainak és módszereinek kidolgozása terén Neumann János, Riesz Frigyes, Szőkefalvi-Nagy Béla révén. Kevés matematikus lehet a világon, aki ne hallott volna a Fejér-közepéről, Haar-mértékről vagy a Riesz-féle reprezentációs tételről.

Ma is jónéven iskolák működnek Budapesten, Szegeden és Debrecenben a *válós függvénytan*, az *approximáció- és interpolációelméletben* (RAMKI, SZTAKI, ELTE, JATE, BME); a mai magyar analízis legkiemelkedőbb eredménye a jó fél évszázada felállított Banach–Tarski-féle paradoxon kétdimenziós változatának Ostrowski-díjjal kitüntetett megoldása.

*Differenciálegyenletek elmélete.* Ennek a természettudományi és műszaki alkalmazásai folytán különösen fontos, Egerváry Jenő munkássága révén nagy hagyományú területnek eredményes kutatói dolgoznak a RAMKI, a SZTAKI, az ELTE, a BME keretében és Sopronban, s különösen a JATE oktatói között.

*Függvényegyenletek.* Erős, a terület vezető kutatóival szoros kapcsolatot tartó iskola működik a KLTE-n.

*Sorelmélet.* Már említettük e terület kiterjedt hazai hagyományait. A mai kutatók intenzív kutatásokat folytatnak a RAMKI, az ELTE, a JATE, a BME, Nyíregyháza s különösen a JATE keretében.

*Funkcionálanalízis.* A fent már említett világszínvonalú hagyományok mellett említendő még Riesz Frigyes és Szőkefalvi-Nagy Béla alapvető monográfiája (sok nyelvre lefordítva); az ő tanítványaik kiváló eredménnyel dolgoznak (RAMKI,

ELTE, JATE, KLTE, JAPTE, BME, BKE) a lineáris operátorok *elméletének* kutatásában.

*Geometria.* Hagyományaink ezen a területen a Bolyaiakra nyúlnak vissza. A 20. században *Hajós György* munkásságát folytatva élénk munka folyik több irányban is. A *diszkrét geometria* jellegzetesen magyar tudományágnak tekinthető: az elmélet megalkotásában, első monográfiáinak megírásában magyar geometerek munkája tükröződik. Ma is nagy intenzitással és eredményesen dolgoznak a fiatalabb kutatók ezen a területen (RAMKI, SZTAKI, ELTE, JATE, BME, Sopron). A szorosan vett diszkrét geometria kérdéskörén kívül is érvényesül a diszkrét matematika módszereinek geometriai alkalmazása (RAMKI). A *véges geometriában* *Kárteszi Ferenc* és *Rédei László* úttörő munkája nyomán sikeres iskola működik (ELTE, BME). Az algebrai geometriában (amely nálunk sokáig hiányterületként szerepelt), külföldön élő magyar matematikusok a kutatás élvonalába törtek, és itthon is ígéretes kutatások indultak (RAMKI). A *differenciálgeometria* területén – *Varga Ottó* és *Rapcsák András* munkájának folytatásaként – erős iskola működik (RAMKI, ELTE, JATE, KLTE, Nyíregyháza).

*Topológia.* A topológiai struktúrák általános elmélete mellett (RAMKI, ELTE, KLTE, BKE) erős a *halmazelméleti módszerek* alkalmazása (ott már említettük) (RAMKI, ELTE, KLTE), és *Kerékyártó Béla* érdeklődési köréhez kapcsolódva megbecsült kutatások folynak az *algebrai topológia* és különösen magas színvonalon a *differenciáltopológia* területén is (ELTE, KLTE, BME).

*Valószínűség-elmélet és sztochasztikus folyamatok.* Ezen a területen a magyarországi kutatások az 1940-es évek végén *Rényi Alfréd* munkássága kapcsán lendültek fel, és az 1950-es években Erdős Pál hatására tovább szélesedtek. A körülöttük tömörült fiatalok rövidesen önálló iskolát alakítottak ki a RAMKI keretében. Ebből az iskolából került ki a mai nemzetközileg elismert magyar valószínűségelméleti iskola legtöbb tagja (RAMKI, SZTAKI, ELTE, JATE, KLTE, JAPTE, BME, BKE, Miskolc). Fő kutatási területek: *határeloszlás-tételek*, *véletlen bolyongások*, *nagy számok törvényei*. Jelentős eredmények születtek a *sztochasztikus folyamatok*, a *sztochasztikus analízis* és a *véletlen mezők* kutatásában is.

Külön említendő, hogy a *statisztikus mechanika* szabatos matematikai tárgyalásával kapcsolatos kérdésekben nemzetközileg elismert kutatócsoport dolgozik kiváló eredménnyel (RAMKI, JATE, BME), mozgósítva a *dinamikus rendszerek* elméletének módszereit is.

*Matematikai statisztika.* Ez a matematikának talán a legszélesebb körben alkalmazott területe, módszerei a *valószínűség-elméletre* támaszkodnak (*statisztikai pró-*

bák és becslések, többváltozós analízis, idősorok elemzése stb.). Jordán Károly korábbi és Vincze István közelmúltbeli munkásságának hatása tovább él abban a tekintetben is, hogy mind az elméleti kutatás, mind a statisztika biológiai, orvosi, szociológiai, műszaki és más kapcsolatai (pl. a *biztosítási matematika*) területén magas színvonalú kutatómunka folyik (RAMKI, SZTAKI, ELTE, JATE, KLTE, JAPTE, BME, BKE, Miskolc).

*Numerikus analízis.* Eredményes munka folyik több kutatóhelyen (SZTAKI, ELTE, KLTE, BME, BKE, Miskolc, Sopron).

*Számítógép-tudomány.* E tudományterület atyjának Neumann János tekinthető. Magyarországon Kelet-Európában az elsők között Kalmár László alakított ki iskolát Szegeden; ez különösen az *automataelmélet* területén ma is aktív, eredményes kutatást folytat. További lendületet adott ennek a területnek, hogy a diszkrét matematikai iskola bekapcsolódott a kutatásba több területen is (*algoritmuselmélet, bonyolultságelmélet, kriptográfia, adatbázisok*). Ezeken túl e széles tudományág igen sok egyéb területén (*formális nyelvek, mesterséges intelligencia, komputergrafika, alakfelismerés*) folyik eredményes kutatás; a fő centrumok a RAMKI, SZTAKI, ELTE, JATE, KLTE, BME, de idekapcsolódik még a BKE, Sopron, Eger is.

*Operációkutatás.* Ez a terület a 20. század második felében alakult ki, de legfőbb ágának, a *lineáris programozásnak* egyik alaptételét a 19. században bizonyította be Farkas Gyula. Ma sokoldalú és külföldön is megbecsült kutatások folynak elméleti és a hozzájuk kapcsolódó alkalmazott területeken, többek között a *sztochasztikus, diszkrét, nemlineáris programozás* területén, és számos kapcsolódó területen, melyek a játékelméletig terjednek (SZTAKI, ELTE, KLTE, JAPTE, BME, BKE, Miskolc, Sopron).

*Információelmélet.* Rényi Alfréd honosította meg Magyarországon. Az ő munkáját magas színvonalú, nemzetközileg nagyra értékelt kutatás folytatja, amely felfülből az információelmélet módszereinek statisztikai, kombinatorikai, *kriptográfiai* és *ergodelméleti* alkalmazásait is (RAMKI, SZTAKI, ELTE, JAPTE, BME).

## A hazai matematikai kutatás intézményes feltételei

Mint az előzőekben láttuk, a matematikának (mind elméleti, mind alkalmazási vonatkozásban), jónéhány ága szerepel a hazai matematikai kutatások palettáján. Ezzel kapcsolatban természetesen vetődik fel néhány kérdés.

a) Megüti-e a hazai kutatás a nemzetközi szinten kialakult mércét?

Láttuk, hogy erre számos területen határozottan igenlő válasz adható; ennél azonban több is igaz: nem kevés a matematika olyan ágainak száma, amelyekben a magyar kutatás a világ élvonalába tartozik, s hazai kutatóink mintegy megszabják a nemzetközi kutatási szintet.

b) Lefedi-e a hazai kutatási spektrum a matematika különböző ágainak egészét?

Erre határozottan nemet kell mondani, ami azonban természetes: egyetlen kis ország sem képes a sokfelé ágazó matematikai és alkalmazott matematikai kutatási irányok mindegyikében számottevő vagy éppen kiemelkedő intenzitással részt venni; ha ezt tenné, az óhatatlanul az erőik megengedhetetlen szétforgácsolásával járna, és a kutatások színvonalának érezhető csökkenését jelentené.

c) Tehet-e valamit, s ha igen mit, a tudománypolitika a hazai matematikai kutatások témaválasztásának befolyásolására?

Mint fentebb kifejtettük, nem szabad célba venni a kutatási spektrum teljessé tételét; arra azonban törekedni kell, hogy új kutatási területeket lehetőleg a leginkább előremutató irányokban vonjunk be (tehát a több ágazat összefonódásában gyökerező, fentebb interdiszciplinárisnak mondott területek preferálandók). Egyrészt tehát nem lehet reális célnak tekinteni azt, hogy a hazai kutatást minden területen egyformán magas színvonalra emeljük, s még csak azt sem, hogy minden fontosnak tartott területen folyjék intenzív hazai kutatás, de azt igen, hogy a nemzetközi irányzatok figyelembevételével fontosnak megismert területeken legyen lehetőség a kutatók képzésére (egyetemi oktatás graduális és posztgraduális szinten, doktori iskolák, külföldi ösztöndíjak stb.).

Mivel a kutatási területek számának növelése és az egyes területeken felmutatott kutatási színvonal emelése egyidejűleg alig lehetséges, kitüntetett figyelemmel kell lenni arra, hogy a hagyományosan kialakult hazai matematikai iskolák támogatása ne szenvedjen csorbát. Ezeknek területei meg kell, hogy kapják a kellő figyelmet és prioritást; gondolni kell arra is, hogy külföldi kutatók elsősorban ezeknek a területeknek a kedvéért keresnek fel bennünket.

d) Kell-e, lehet-e módosítani az egyes kutatási témák koncentrálttsági fokán?

Láttuk, hogy csaknem minden intenzívebben kutatott területen több centrumban is folyik a kutatás [kutatóintézet(ek), egyetemek, részben itt sokszor külön nem is említett főiskolák]. Bizonyára nem volna értelme annak, hogy a kialakult helyzetet erőszakkal változtassunk; azt azonban elő kell segíteni, hogy a rokon területen dolgozó kutatók kommunikációja könnyű legyen. Több területen folynak olyan közös szemináriumok, amelyekben az egymáshoz közel álló témákon dolgozó kutatók rendszeresen találkoznak, és a műszaki feltételek ezen felül is egyre könnyebbé teszik a rendszeres és gyors gondolatcserét. Mindeze-



ket a lehetőségeket határozottan meg kell ragadni, s ha szükséges, fejleszteni, s ezáltal a kutatók esetleges elszigeteltségét megszüntetni úgy, hogy az együttműködés a kutatók között akár sok kilométer távolságból is akadálytalan és folyamatos legyen.

A kutatóhálózat kapacitásának fenntartása természetes kíváncsi, ha a kutatások színvonalát meg akarjuk őrizni vagy éppen emelni akarjuk. Az akadémiai kutatóhelyek konszolidációja során fontos szempont volt mindez, de a felsőoktatás az utóbbi években átesett bizonyos kényszerű redukción; csak remélni lehet, hogy eközben a színvonal csökkenését sikerült elkerülni. A következőben feltétlenül gondoskodni kell a további lépések megelőzéséről, és a nyugdíjba vonuló vagy más módon kieső kutatók és oktatók megfelelő színvonalú fiatalokkal való pótlásáról.

A kutatói utánpótlás kérdése mindenekelőtt a felsőoktatás feladatát jelenti. Veszélyeket rejt(het) magában az a körülmény, hogy számos okból általános tendencia a hallgatók számának növelése. Igen gondosan kell ügyelni arra, hogy az oktatási színvonal átlagának valószínűleg elkerülhetetlen csökkenése ne jelentse egyszersmind a kutatói utánpótlás szempontjából szóba jövő elit számának és szintjének csökkenését is. Vonatkozik ez már a posztgraduális oktatásra is, de a felsőoktatás irányítóinak elsőrendű feladatává kell tenni különösen a doktori iskolák megfelelő színvonalának megőrzését. Ebben lényeges szerepet kap az a (szerencsére meglévő) tendencia, hogy a doktoranduszok képzésében az egyetemek együttműködnek az akadémiai kutatóintézetekkel.

Az imént mondottak a kutatóhelyek személyzeti politikáját érintik elsősorban. A kutatásnak és a kutatók képzésének tárgyi feltételei nem kevésbé lényegesek s emiatt nem kevesebb figyelmet érdemelnek. Minden lehető módon törekedni kell arra, hogy a matematikai kutatóhelyek könyvtáraiban a könyvek és folyóiratok beszerzése elé mind kevesebb akadály tornyosuljon, s az e téren mutatkozó elkerülhetetlen nehézségeket körültekintő szervezéssel kell kompenzálni. Így meg kell keresni a módját annak, hogy az egyes intézmények könyvtárai könnyen hozzáférhetőek legyenek az országban bárhol dolgozó matematikus kutató számára, a beszerzéseket össze kell hangolni, elő kell segíteni az egyes folyóiratcikkekről fénymásolatok készítését és az országon belül bárhová való eljuttatását, meg kell szervezni a könyvtárközi kölcsönzést; mindezt, amennyire lehet, külföldi viszonylatban is lehetővé kell tenni, illetve támogatni kell.

Gondoskodni kell a matematikai kutatóhelyek számítógép-felszereltségének szinten tartásáról és javításáról, különös tekintettel az internethálózatba való bekapcsolódás lehetőségeire.

A kutatók mozgását (örvendetesen) már ma sem gátolják adminisztratív korlátok. Az Európai Unióhoz való csatlakozásunk után (legalábbis az unió terüle-

tén) a mozgás még akadálytalanabb lesz. Ennek eredményeképpen számolni kell azzal a már ma is tapasztalt jelenséggel, hogy akár vezető kutatók, akár pályakezdő fiatalok külföldön találnak munkát. Mindent meg kell tenni azért, hogy ne vesszenek el a magyar tudomány számára: akár a hazatérés támogatásával, akár a tartósan külföldön dolgozók itthoniakkal való kapcsolattartásának megszervezésével (hazlátogatás elősegítése és támogatása stb.) el kell érni, hogy az egy-egy kutató kiképzésére, nevelésére fordított energia (és persze pénz) minél nagyobb hányada itthon is eredményt hozzon.

# STRATÉGIAI KUTATÁSOK A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIÁN MŰHELYFÜZETEK

## II. DISZCIPLÍNÁK MŰVELÉSE

Matematika (*Császár Ákos*)

Orvostudomány (*Vizi E. Szilveszter*)

Biológia (*Friedrich Péter*)

Fizika (*Horváth Zalán–Nagy Károly–Tompa Kálmán*)

Kémia (*Görög Sándor*)

Gazdaságtudományok (*Szentes Tamás–Zalai Ernő*)

Nyelvtudomány (*Kiefer Ferenc*)

Állam- és jogtudomány, politológia (*Kulcsár Kálmán*)

Művészetek (*Poszler György*)

Történettudomány (*Glatz Ferenc*)

Filozófia (*Vajda Mihály*)

Agrártudomány (*Dohy János–Heszky László–Tomcsányi Pál*)

Szociológia és demográfia (*Cseh-Szombathy László*)

Földtudomány (*Pantó György–Ádám József–Mészáros Ernő*)

Műszaki tudományok (*Somlyódy László–Bokor József–*

*Finta József–Gyulai József–Nyíri András*)

Informatika (*Vámos Tibor*)

1996 májusában az MTA javaslatára átfogó tudománypolitikai reform kidolgozása indult meg Magyarországon. A Tudománypolitikai Kollégium május 22-én állást foglalt egy hosszú távú terv és egy cselekvési program kidolgozásáról. A Tudománypolitikai Kollégiumnak az Akadémia elnöke az érintett tárcákkal egyeztetve november 13-án előterjesztette a rövid távú cselekvési programot, amely többek között tartalmazta a magyarországi állami fenntartású kutatóbázis áttekintését és konszolidálását (többek között az akadémiai és a tárcák kezelésében lévő kutatóintézetek áttekintését és későbbi időpontban diszciplínaként, a tanszéki kutatóbázis átvilágítását). Tartalmazta a program a finanszírozási rendszer felülvizsgálatát, s ennek részeként a költségvetési ráfordítás hanyatlásának megállítást. Emellett szólt a program a fiatal kutatók helyzetének megvizsgálásáról, a kutatói és egyetemi bérrendszer reformjáról, tudomány és társadalom viszonyának felülvizsgálatáról és általában a magyar tudomány és kutatásszervezet nemzetközi beágyazottságának elősegítéséről.

1996 decemberében állást foglalt az országgyűlés a tudomány kiemelt költségvetési támogatásáról, és megbízta a Magyar Tudományos Akadémiát azzal, hogy tízéves távlatban, folyamatos munkával vizsgálja felül a magyarországi tudomány helyzetét, és fogalmazzon meg javaslatokat a tennivalókra.

Az MTA közgyűlése 1997 decemberében állást foglalt három tudománypolitikai program megindítása érdekében:

1. Készüljön el egy helyzetértékelés és annak vitája.
2. Kerüljön sor a Magyarországon művelt tudományágak helyzetértékeléseire (diszciplínaviták).
3. Készüljön el a magyarországi kutatóbázis katasztere.

1998 tavaszára elkészült a helyzetértékelés és a piaccgazdaság viszonyai között mozgó tudománypolitika alapelveinek tisztázó vitairata. (*Tudománypolitika az ezredforduló Magyarországn.* Budapest, 1998.) És megindultak a tudománypolitika kérdéseiről a viták (ezek eredményeként 2002-ben jelenik meg a *Tudománypolitika és kutatásszervezet Magyarországon* című kötet). 2000-ben pedig elkészült a magyarországi kutatóbázis katasztere (*Magyarországi kutatóhelyek.* Budapest, 2001).

1999-ben és 2000-ben lefolytatták a diszciplínavitákat. E viták eredményeként készültek el az elmúlt esztendőben az egyes diszciplínákat értékelő tanulmányok, amelyeket a jelen füzetsorozatban adunk közre.

Glatz Ferenc