A

CSILLAGÁSZAT ELEMEI

KÜLÖNÖS TEKINTETTEL

A MATHEMATIKAI FÖLDRAJZRA

TANÁRJELÖLTEK ÉS MAGÁNTANULÓK

SZÁMÁRA.

IRTA

Dr. PETZVAL OTTO,

OKLEVELES MÉRNÖK, A MAGY. KIR. EGYETEMNÉL A FELSŐBB MENNYISÉGTAN R. TANÁRA, ÉS A MAGY. TUDOMÁNYOS AKADÉMIA R. TAGJA.

KIADJA A MAGYAR TUD. AKADÉMIA.

Ara 2 frt 80 kr.

BUDAPEST, 1875.

A M. T. AKADÉMIA KÖNYVKIADÓ-HIVATALA.

(Az Akadémia épületében.)

A M. T. AKADÉMIA

mathematikai és természettudományi kiadványai.

Kaphatók saját kiadó-hivatalában (Akadémia-épület) és valamennyi könyvárusnál.

Babbage K. A természetes számok logarithmai 1-től 10,800-ig. 3. stereotyp kiadás Nagy K. ügyelése alatt. 8-rét XIV. 202 lap. London. 1834. kötve . . . . . 50 kr.

Bardocz Lajos. A mechanika alapvonalai. 225 fametszvénynyel. Koszorúzott pályamunka. 1874. Kis 8-adr. VIII. és 350 lap. . 1 frt.

Cuvier György br. Az állatország felosztva alkotása szerint. Ford. Vajda Péter. Első kötet. (Emlősök és madarak) 1841. 8-rét, 644 lap. 50 kr.

Égi és földtekék használata; előre bocsáttatik a világegyetem és a föld ismerete. 3 rajztábl. 1840. 8-rét, 252 lap . . . . 20 kr.

Értekezések a mathematikai tudományok köréből. Kiadja a magyar tudományos Akadémia. A III. osztály rendeletéből szerkeszti: **Szabó József**, osztálytitkár. 8-rét.

Tartalom:

I. kötet. 1867—1871. (17¼ iv). Ára 1 frt 20 kr.

1. szám. **Szily Kálmán.** A mechanikai hő-elmélet egyenleteinek általános alakjáról . . . . . 10 kr.
2. » **Hunyady Jenő.** A pólus és a polárok. A viszonyos polárok elve. 20 kr.
3. » **Vész János A.** Biztositási kölcsön (új életbiztositási nem) 20 kr.
4. » **Kruspér István.** A Schwerdt-féle Comparator módositott alkalmazása . . . . . 10 kr.
5. » **Vész János A.** Legrövidebb távolok a körkúpon, (4 táblával) 10 kr.
6. » **Tóth Ágoston.** Az európai nemzetközi fokmérés és a körébe tartozó geodaetai munkálatok (1 térképpel). . . . . 20 kr.
7. » **Kruspér István.** A párisi méter-prototyp. . . . . 10 kr.
8. » **König Gyula.** Az elliptikai függvények alkalmazásáról a magasabb foku egyenletek elméletére. . . . . 20 kr.
9. » **Murmann Ágoston.** Európa bolygó elemei, annak tiz első észlelt szembenállása szerint. . . . . 20 kr.
10. » **Szily Kálmán.** A Hamilton-féle elv és a mechanikai hő-elmélet második fő tétele. . . . . 10 kr.
11. » **Tóth Ágoston.** A földképkészités jelen állása, a mint az képviselve volt az antwerpeni kiállitáson. (Két táblával.) . . . . . 20 kr.

II. kötet. 1872—1873. (13⅝ iv.) Ára 80 kr.

1. szám. **Murmann Ágoston.** Freia bolygó feletti értekezés. . . . . 30 kr.
2. » **Kruspér István.** A comparatorokról (1 táblával). . . . . 10 kr.
3. » **Kruspér István.** A vonásos hossz-mértékek összehasonlitása folyadékban. . . . . 10 kr.
4. » **Fest Vilmos.** A közlekedési művek és vonalok. . . . . 20 kr.
5. » **Murmann A.** Az 1861. nagy üstökös pályájának meghatározása. 20 kr.
6. » **Kruspér I.** A párisi levéltári méter-rúd. . . . . 10 kr.

BIBLIOTHECA ACADEMIAE SCIENTIARUM
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA
HUNGARICAE

CSILLAGÁSZAT ELEMEI

KÜLÖNÖS TEKINTETTEL

A MATHEMATIKAI FÖLDRAJZRA

TANÁRJELÖLTEK ÉS MAGÁNTANULÓK

SZÁMÁRA.

IRTA

Dr. PETZVAL OTTO,

OKLEVELES MÉRNÖK, A MAGY. KIR. EGYETEMNÉL A FELSŐBB MENNYISÉGTAN R. TANÁRA, ÉS A MAGY. TUDOMÁNYOS AKADÉMIA R. TAGJA.

KIADJA

A MAGY. TUD. AKADÉMIA.

BUDAPEST, 1875.

NYOMATOTT AZ ATHENAEUM NYOMDÁJÁBAN.

811 285

811285

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

A M. T. AKADÉMIA
FŐTITKÁRI HIVATALA

TARTALOM.

ELSŐ SZAKASZ.

A látkör és az ég naponkinti mozgása.

Lapszám.

1. Bevezetés.
2. A látkör észlelése 3
3. A látkör áttekintése 4
4. A függőleges megitélése 9
5. Az ég naponkinti mozgása 10
6. Az égi testek naponkinti mozgása 12
7. Az eddig mondottak előállítása 14
8. A csillagos ég ismerete 18
9. Az üstökösök és azoknak eredete 20
10. A csillagzatok fekvése az ég felületén 24

MÁSODIK SZAKASZ.

A nap évenkinti mozgása és az összrendezők rendszereinek előállítása az ég felületén.

1. A föld mozgása a nap körül 31
2. Az Ekliptika fekvése az ég felületén 34
3. Az éggömb szerkezete 35
4. A napok hosszúságának megitélése 37
5. Az eddigiek vonatkoztatása a földre 38
6. Az összrendezők rendszerei az égen 39
7. A látkör rendszere 40
8. A csillag megmért magasságának kijavitása 41
9. A magasságok mérésére szolgáló műszer 43
10. Az egyenlítő rendszere 44
11. Az ívek átváltoztatása időre és megfordítva . . . . . —
12. Az egyenlítői összrendezők megmérésére szolgáló műszer . 48
13. Az Ekliptika vagyis nappálya rendszere 49
14. Az összrendezők rendszere a földön 50
15. A földrajzi szélesség meghatározása . . . . . —
16. A földrajzi hosszúságok meghatározása 52
17. A párhuzamos körök fogyása a sarkok felé 57
18. Az egyenlítő forgási sebessége 59
19. Az Ekliptika ferdeségének meghatározása 60

Lapszám.

20. Az Ekliptika ferdeségének változása 63
21. Az összrendezők rendszereinek alkalmazása különféle feladatok megfejtésére az égen 66

HARMADIK SZAKASZ.

A föld alakja, nagysága, mozgása a nap körül és az évszakok.

1. A föld alakja 79
2. A föld alakjának közelebbi meghatározása. 84
3. A föld méreteinek meghatározása 89
4. A fokmérés 91
5. A fok közvetlen mérése 92
6. A francia fokmérés 94
7. A föld főméreteinek meghatározása 95
8. A föld más méreteinek meghatározása 99
9. A valódi és látszólagos geogr. szélesség 103
10. A föld pontjainak vezérsugarai 104
11. A föld mozgása a nap körül 105
12. Az évszakok 109
13. A három éghajlat felületének meghatározása az éjszaki félgömbön 112
14. Az évszakok tartama. 115
15. A nap-éjegyenpontok előnyomulása 118
16. A nap évenkinti kirándulása éjszak és délfelé 120
17. A tekék szerkezete 121
18. A tekék alkalmazása 124
19. A földteke használata 133

NEGYEDIK SZAKASZ.

A nap világa, avagy a bolygók Kopernikus-féle rendszere.

1. A naprendszer mibenléte 141
2. A nap 143
3. A nap munkája 146
4. A nap alakja, világító tehetsége és méretei 147
5. A nap mozgása a világ egyetemben 150
6. Merkur bolygó 151
7. A Merkur keringési ideje 152
8. Merkur pályájának fél nagyobbik tengelye 153
9. Merkur pályájának fekvése a térben 156
10. Merkur átmenete a nap korongon 158
11. Venus bolygó 160
12. A Venus keringési ideje 161
13. Venus pályájának nagyobbik féltengelye 162
14. Venus pályájának fekvése a térben 163
15. Venus átmérője 164

Lapszám.

16. A Mars bolygó 165
17. Mars bolygó keringési ideje 167
18. A Mars pályájának nagyobbik féltengelye 168
19. Mars bolygó méretei 169
20. A csillányokról (Asteroiden) 170
21. Jupiter bolygó 173
22. Jupiternek keringési ideje 174
23. Jupiter pályájának nagyobbik féltengelye 175
24. Jupiter átmérőjének meghatározása 176
25. Saturnus bolygó 177
26. Saturnus keringési ideje 178
27. Saturnus pályájának nagyobbik féltengelye 179
28. Saturnus átmérője . . . . . —
29. Uranus bolygó 180
30. Uranus pályájának nagyobbik féltengelye 181
31. Uranus átmérőjének meghatározása . . . . . —
32. Neptun bolygó 182
33. Neptun keringési ideje és pályájának nagyobbik féltengelye 183
34. Neptun valódi átmérője 184
35. A bolygók naponkinti tropikus mozgása és mozgásuk közép sebessége 185

A föld holdja s ennek fogyatkozása.

36. A hold mozgása, távola a földtől és phasisainak megtekintése 187
37. Még más tünemények a holdon 192
38. A hold látszólagos nagyságai 193
39. A hold fogyatkozása 195
40. A holdfogyatkozás határai 197
41. A holdfogyatkozás tartama 200
42. A holdfogyatkozás használata 201
43. A napfogyatkozás 202
44. A napfogyatkozás folyama és tartama 205
45. Venus átmenete a napkorongon 209
46. Jupiter holdjai 212
47. A fény sebességének meghatározása 213
48. Saturnus bolygó holdjai 216
49. Uranus holdjai 218
50. Neptun holdjai . . . . . —

ÖTÖDIK SZAKASZ.

A fénysugarak törése, magasságok mérése és az égi testek parallaxisának s távolságának meghatározása.

1. Fénytörés 220
2. A földi fénytörés 221
3. A csillagászati fénytörés 225

Lapszám.

4. A fénytörés befolyása a nappalok hosszúságára 226
5. A szürkület 228
6. Magasságok megmérése 230
7. Magasságok megmérése szögmérés által 232
8. A magasság mérésének más esete 235
9. Magasságok mérése barometer segitségével 238
10. Eljárás a barometer általi magasságmérésnél 241
11. A holdon lévő hegyek magasságai 246
12. A föld legnevezetesebb magasságai és alapemelkedései . . 248
13. Európának alapemelkedései 249
14. Ázsiának alapemelkedései 253
15. Ázsia legmagasabb hegyeinek és helyeinek elősorolása . . 255
16. Amerika alapemelkedései 257
17. Amerika hegyláncainak legnevezetesebb csúcsai 258
18. Afrika és Australia alapemelkedései 261
19. A hóhatár vagyis hóvonal 264

A parallaxisról.

20. A parallaxis fogalma. 266
21. A parallaxis megmagyarázása 267
22. A fekmentes parallaxis meghatározási módja 270
23. Az égi testeknek a földtöl való távolaik 274
24. Az égi testek méreteinek meghatározása 277
25. Az álló csillagok parallaxisai 280
26. A csillag szélességének változása parallaxisa miatt . . . 282
27. A csillag hosszúságának változása parallaxisa miatt . . . 284
28. Némely álló csillagok parallaxisának kiszámitása . . . 287
29. Az álló csillagok fényének eltévedése (Aberratio) . . . 290

HATODIK SZAKASZ.

Az időmérés, a napórák szerkezete és a földrajzi térképek készitése.

1. Az időmérés 296
2. A csillagidő 298
3. A csillag- és közép-idő közötti viszony. 300
4. Az időegyenlet maximumai 303
5. A valódi idő kiszámítása. 304
6. Az év tartamáról 308
7. A napórákról 310
8. A fekmentes napóra szerkezete 311
9. Ugyanazon órának másképpeni szerkesztése 314
10. A függőleges napóra szerkezete 316
11. Az egyenlítői vagy nap-éjegyeni napóra 318
12. A déli vonal meghatározása. 321

Lapszám.

A földrajzi térképek készítése

13. Általános megjegyzések 325
14. A földteke szerkezete 326
15. A kérdéses vetületek tulajdonságai 328
16. A földrajzi hálózat szerkesztése 330
17. Pontosabb hálózat szerkesztése 332
18. Nagyobb kiterjedésű földrésznek megfelelő hálózat szerkesztése 334
19. A tengeri földképek szerkesztése 339
20. Pontos hálózat szerkesztése 343
21. A távlati vetületek 346
22. A testrajzi sarkvetületnek készítése 348
23. A testrajzi egyenlítői vetület szerkesztése 349
24. Testrajzi fekmentes vetület szerkesztése 351
25. A függőleges vetület 355
26. A középponti vetület 356

HETEDIK SZAKASZ.

Természettani csillagászat.

1. A középponti mozgás 357
2. A mozgó test sebességének viszonya 360
3. A központi erő mértéke 361
4. Kepler harmadik szabálya 364
5. Kepler 1-ső szabályának felvilágosítása 366
6. Az általános nehézkedési törvény 368
7. Ezen törvény más lehozása 373
8. A bolygók sebességeinek megitélése 375
9. Az előrebocsátottak alkalmazása a földre 377
10. A bolygók pályájában való helyzetének és vezérsugarának meghatározása 379
11. A valódi és a képzelt bolygó mozgása 380
12. A bolygók tömegei és sűrűségei 382
13. A naprendszer keletkezése 385
14. A nap tömege valamely más bolygóra nézve 387
15. A föld közép-sűrűségének meghatározása 390
16. A testek szabadesése némely égi testeken 393
17. A bolygók hajított testeknek tekintendők 395
18. A föld és a hold közötti vonzás határa 396
19. A bolygók haladó és forgó mozgása 397
20. A működő erőnek megfelelő emeltyűkar meghatározása . . 400
21. Két összekötött test egymáskörüli forgása 402
22. Az eddig mondottak alkalmazása 404
23. A bolygók háborgatásai 405
24. A háborgatások előterjesztése idomban 407
25. A dagály és apály 410
26. A nap-éjegyeni pontok haladásának oka 416

Lapszám.

FÜGGELÉK.

A Naptárról.

1. A naptár eredete 423
2. A heti napok nevei 424
3. Az év felosztása 428
4. Az ünnepek meghatározása 432
5. Az Epakták 433
6. A vasárnapi betű 435
7. Az Aerákról 436
8. A mohamedánok éve 438
9. A zsidók éve 440

ELŐSZÓ.

E sorok iróját többféle ok serkenté ezen munkának szerkesztésére, mely okokat a tudományosan mívelt olvasó közönség bizonyára kellő méltánylásban fog részesíteni. Ezen fontos okok sorába tartozik: 1-ször azon nevezetes körülmény, miszerint a csillagászat s a mathematikai földrajz nemcsak a legnagyobb fontosságú tényezői az emberi művelődésnek, hanem egyszersmind a legérdekesebb, legvonzóbb s legmulattatóbb tudományok, melyeknek ismerete nélkül valódi és alapos míveltség nem is lehetséges. Avagy tartható-e oly ember, ki még a körülményeket sem ismeri, melyek alatt ő a világ egyetemben létezik, alaposan műveltnek? 2-szor azon sajnos tapasztalat, miszerint a kérdéses tudományok a magyar szakirodalomban egyáltalában nincsenek képviselve. És éppen e szomorú körülmény buzdítá leginkább a szerzőt e mű megirására. 3-szor egy ilyetén munkának égető szüksége, mely már régóta mutatkozott főleg a tanárjelölteknél, kiknek eddigelé nem volt elegendő alkalmuk ezen tudomány megszerzésére és elsajátítására, mit pedig annál szükségesebbnek kell

tartani, minthogy a mathematikai földrajz már több gymnasiumainkban rendes tantárgy gyanánt szerepel. Ez alkalommal legyen szabad egy észrevételt tennünk. Ugyanis, amint előttünk tudva van, az említett tudomány már a gymnasium alsó osztályaiban adatik elő, ott, hol az új tanterv még teljesen nem lépett érvénybe; mit is czélszerűnek egyáltalában nem lehet tartani, mivel az alsó osztályok növendékei korántsem birhatnak azon tudományos előismeretekkel, melyek okvetlen feltételei a mathematikai földrajz alapos megértésének. Mi részünkről azt óhajtanók, hogy ezen tudomány előadása a gymnasium VII. avagy VIII. osztályában történjék, mely osztályok növendékeiről már fel lehet tenni, hogy a mathematikai földrajz megértésére szükséges mennyiségtani ismeretekkel tisztában vannak.

Minden szakértő tudja továbbá, hogy a mathematikai földrajz csillagászati alapelvek nélkül meg nem érthető, s éppen ezért az előforduló mathematikai földrajzi munkácskákban némely, de csak fölötte silány csillagászati előismereteket szoktak előrebocsátani, melyek azonban nem elégségesek arra, hogy valaki alapos fogalmat nyerhessen a csillagászatról; s hasonlóképpen a mathematikai földrajzt illetőleg is csak bizonyos tényeket beszélnek el anélkül, hogy azokat kellőleg be is bizonyítanák. Az ily munkák természetesen a tökély legalsó fokára sem tarthatnak igényt s így nem is felelhetnek meg kitüzött czéljuknak.

Mindezen kellemetlen bajok elháritása czéljából a jelen mű szerzőjének törekvése oda irányúlt, hogy ezen munkából a mathematikai földrajzon kivül még

az elemi csillagászatot is alaposan meg lehessen tanulni. E mű által tehát kettős cél lesz elérhető.

Nem lesz felesleges e helyütt még a csillagászat és a földrajz felosztásáról szólanunk.

A földrajz általánosan véve 3 főrészből áll, u. m.: 1-ször a mathematikai földrajz, mely a Föld mértani beosztásáról és a többi égi testekhez való viszonyáról szól. 2-szor a természettani földrajz, mely a Föld természettani tulajdonságait tárgyalja. E tulajdonságok közűl legyen szabad e következő nevezetesbeket fölemlítenünk. A Föld felülete két főrészből áll, melyek egyike vizzel van boritva és a tengereket tartalmazza, másika pedig a vizből kiálló szárazföldet képviseli. Maga a szárazföld is sokféle folyóvizzel van ellátva, melyek nagyságukhoz képest folyamok-, folyók-, patakok- és csermelyeknek neveztetnek. Ezek részint egymásba, részint a tengerekbe szakadnak. Ezeken kivül még álló vizek is fordúlnak elő a száraz földön, melyeket tavaknak, mocsároknak, tengerszemeknek neveznek. Mindezen vizek különféle forrásoknak köszönik létöket. Rendkivüli figyelemre méltók továbbá a szárazföldön előforduló számos hegylánczok is, melyek sokszor fölötte nagy kiterjedéssel birnak. A hegylánczok nagy fontosságuak a szárazföld termékenységére nézve, belölük erednek a leghatalmasabb folyók. Vannak továbbá a Föld felületén nagy kiterjedésű rónaságok is. Ezeknek egy része kitünő termékenységű s így az emberiség életfeltételeinek kedvező, a másik része pedig terméketlen pusztákat, sivatagokat képez. Már ezekből is világosan lehet látni, mily vonzók és érdekesek a természettani földrajz tárgyai. 3-szor a politikai földrajz, mely foly-

vást változásoknak van alávetve, minthogy a Föld felületén előforduló államok kiterjedése, sőt neve is időről időre más. A földrajz ezen ágai közöl e munkában csakis az elsővel fogunk foglalkozni. Ez a földrajzi tudományok legfontosabbika, mivel nélküle a többiek meg nem érthetők. Igy például valamely állam történetét csak úgy lehet alaposan felfogni, ha annak fekvését, valamint éghajlati viszonyait is tökéletesen ismerjük, mi csakis a mathematikai földrajz tanulmányozása által érhető el.

Ami pedig a csillagászatot illeti, hogy annak czélját jellemezhessük, csak a görög eredetű astronomia szót vegyük figyelembe. Ez ἄστρῳ és νόμος szavakból van összetéve, melyek elseje csillagot, másika pedig törvényt jelent. Ezek szerint a csillagászat (astromia) oly tudomány, mely az égi testek törvényeiről, tehát a csillagok látszólagos s valódi mozgásáról és ezen mozgás okairól szól.

Ezen nevezetes tudomány két főrészből áll, u. m.: az elméleti és a gyakorlati csillagászattanból. Az előbbiben a tapasztalás és a mathematikai számítások játszák a főszerepet; ezek segítségével szerezünk meggyőződést a világegyetem alkotásáról. A gyakorlati csillagászatban pedig hatalmas távcsöveinkkel az égitesteket vizsgálódásunk tárgyává teszszük, különféle mennyiségeket megmérünk és azokat a számítás eredményével összehasonlítjuk, ha pedig összeegyezést nem találunk, keressük e jelenetnek okát.

Az elméleti csillagászat ismét 3 részre oszlik. 1-ső a gömbi csillagászat, melyben a csillagos ég gömbalakúnak vétetvén fel, a rajta lévő égi testek helyzetét s mozgását a gömbháromszögtan elvei sze-

rint határozzuk meg. 2-ik az úgynevezett theoriai csillagászat. Itt a Föld alakja, nagysága s tengelye körüli forgása, valamint e forgásból származó tünemények, továbbá a bolygók és holdak mozgási törvényei tárgyaltatnak. A csillagászat 3-ik része a természettani csillagászat, hol az égi testek mozgásának okai, vagyis azon erők terjesztetnek elő hatási törvényeikkel együtt, melyek e mozgásokat létesítik. A természettani csillagászatban megállapítjuk tehát a nehézkedési törvényt, meghatározzuk a bolygóknak kerüléki pályákban történő mozgását és a testek szabad esését minden bolygóra nézve.

A csillagászathoz tartozik végre a mathematikai földrajz és a gnomonika is, mely utóbbiban a napórák szerkesztéséről van szó.

A jelen munka hét szakaszban és egy függelékben van előterjesztve, melyeknek tárgya a tartalommutatóban van jelezve.

Budapest, 1875. november hóban.

A szerző.

ELSŐ SZAKASZ.

A látkör, és az ég naponkinti mozgása.

1) **Bevezetés.** Nem szenved kétséget, hogy a bámulatos természetnek figyelmes megtekintése és a benne előforduló tünemények szorgalmas észlelése mindenkire nézve, a ki valódi tudományos miveltséget óhajt elérni, a legkellemesebb, leghaladatosabb és legtartósabb foglalkozások közé tartozik, me lyekhez hajlamunk még a haladtabb korban is megmarad. Óh, mert nyújthat e valami kellemesebb élvezetet, mint a természet örök törvényeinek fürkészése és tanulmányozása! Mivel pedig a természetnek alapos tanulmányozása nélkül nem lehetséges valódi tudományos miveltséget elérni: azok tehát, kik a természet és a benne előforduló tünemények iránt teljes közönynyel viseltetnek, tudományosan mivelteknek egyáltalában nem tarthatók. S erre nézve a legsajnosabb körülmény abban áll, hogy az emberiség nagyobb része még most is az említett közönyben szenved, ha azonban ezen közönyös rész képes volna felfogni, mily méltatlanságot okoz önmagának és mily károkat a mivelt osztálynak, midőn a megbecsülhetetlen felvilágositást elutasitja magától: akkor az haladéktalanul megtéréséhez látna!

Bizonyára ismeretes lesz minden tudományos és kellő olvasottsággal biró ember előtt, mily károkat és mennyi szégyent okozott az emberiségnek az említett közönyösség, ha azon túlságos igazságtalanságot és szomorú bánásmódot veszszük tekintetbe, mely a múlt századokban, habár csak kevés számban élt tiszteletre méltó tudósok irányában követtetett el, és pedig egyedül azért, mivel azon magasztos eszmét tüzték ki céljokúl, hogy az emberiséget felvilágositsák és azt a vakosdiak körmeiből megszabaditsák. Hogy tehát a tisztelt

olvasót ezen szomorú esetek némelyikére figyelmeztessük, azon méltatlanságról teszünk említést, melylyel e következő tudós férfiak fáradozásai lettek jutalmazva.

Először is felemlitjük Salamon de Causs francia tudóst, ki a XVI. században XIII. Lajos uralkodása alatt Frankhonban élt és a gőz erejére nézve alapos vizsgálódásokat tőn. Ő már akkor előre látta, mily meglepő és jótékony változásoknak kell beállniok az emberiség viszonyaiban a gőzerőnek kellő alkalmazása folytán. Találmányával Richelieu bibornok, Frankhon hatalmas kormányzójához fordúlt és nézetét előtte feltárta. De a bibornok elborzadott *ily vétkes merénylet* hallatára és e következő szavakban tört ki: »Szerencsétlen! nem tudod, hogy az alkalmas idő ilyen veszélyes vállalatra még meg nem érkezett« és hogy a tudóst ártalmatlanná tegye, fogságba vetette őt. Érdekes volna, ha ezen jó bibornok most feltámadna és látná, mily nagymérvű és jótékony változásokon ment keresztül az emberiség a gőzerőnek alkalmazása által.

A második nagyon tudós és híres férfiú, kinek sok nagyszerű felfedezést köszönhetünk és a kinek szinte nagy baja volt a vakosdiakkal, Galilaei vala, a természettudományok tanára Páduában, a ki belátván a helyes voltát Kopemikus nézetének a napirendszert illetőleg, azonnal ahhoz csatlakozott és azt iskolájában tanitotta is. E miatt azonban a vakosdiak által minden oldalról annyira üldöztetett, hogy végre ezen alapos igazságot elesküdni volt kénytelen.

Hasonló szomorú körülmények közepett élt a halhatatlan emlékű tudós, Kepler János is, a ki szorgalmas kutatásai és észlelései által azon híres törvényeket fedezte föl, a melyek szerint az égi testek a Nap körül mozognak. Életének utolsó éveiben fizetése ki nem adatott; minél fogva ő legnyomasztóbb szükségbe jutott. És mielőtt elvégre kiutalványozott fizetését fölvehette volna, az éhségtől gyötörtetve meghalt.

Éppen oly sajnos és szomorú jutalmazásban részesíttetett az újvilág híres felfedezője, Columbus is, az alapos tudós és egyaránt bátor tengerész. Ő nyilván a természetnek szorgalmas tanulmányozása által jutott azon helyes eszmére, hogy a Föld nyugati félgömbjén még egy tetemes világrésznek kell előfordúlnia, melyet felfedezni egyedüli óhajtása vala és fölötte

boldognak tartotta magát, midőn az akkori spanyol királyné, Isabella, Katholikus Ferdinand neje parancsot adott, hogy számára az ezen felfedezésre szükséges hajók felszereltessenek. Midőn pedig az utazás közben emberei elcsüggedni kezdének, egyedül az ő bátor szelleme követelte a tovább haladást s ennek következménye, mint tudjuk, Amerikának felfedezése volt, a honnan a szerencsétlen Spanyolország kincsekkel és gazdagságokkal halmoztatott el.

És minő hálával jutalmazta meg a világ e nagy jóltevőjét? Sajnosan kell utalnunk a történelem szomorú lapjaira, melyek a spanyol nép gyalázatára azt hirdetik, hogy Columbus az általa felfedezett világrészből gonosztevő gyanánt láncokban hurcoltatott át Európába, a hol ő ugyan megnyerte szabadságát, de a már előbb megigért méltóságokat nem. Ezután ő még egy, habár sikertelen és szerencsétlen utazást tőn, a melyből betegen visszatérve, elvonúlt és nem sokára meg is halt. Hasonló szomorú sorsban részesült még sok más érdemteljes tudós abban a szerencsétlen babonás középkorban, mert a sötétség e dajkája csirájában elfojtott minden magasabb szellemi mozgalmat! Lássuk most, mily csodálatos eredményekre vezet a természetnek alapos tanulmányozása és a benne előforduló tünemények szorgalmas észlelése!

2) **A látkör észlelése.** Bátran mondhatjuk, hogy a természet tanulmányozásának egyik főtényezője, úgyszólván alapja: a látkör; különösen pedig akkor, ha az égen előforduló csillagászati tüneményekről van szó, melyek mindegyike a látkörre is vonatkoztatható. Hogy pedig valaki magának tiszta fogalmat szerezhessen a látkörről, keressen fel azon tájékon, melyben tartózkodik egy, mennél magasabb fekvésű pontot, mire nézve legalkalmasabbnak tartjuk valamely elegendő magasságú hegynek csúcsát. Akkor az észlelőnek ezen magas fekvésű pontból szabad kilátása lesz mindenfelé, egyszersmind alkalma nyilik a Föld egy részének áttekintésében gyönyörködni, mely részre nézve azt fogja tapasztalni, hogy az tökéletes kör által van bezárva, melynek középpontjában maga az észlelő áll, kerületére pedig az ég boltozatja támaszkodik. Budapest környéken e célra legalkalmasabb volna a Szent-János hegy, mely több mint 1000 lábnyi magas-

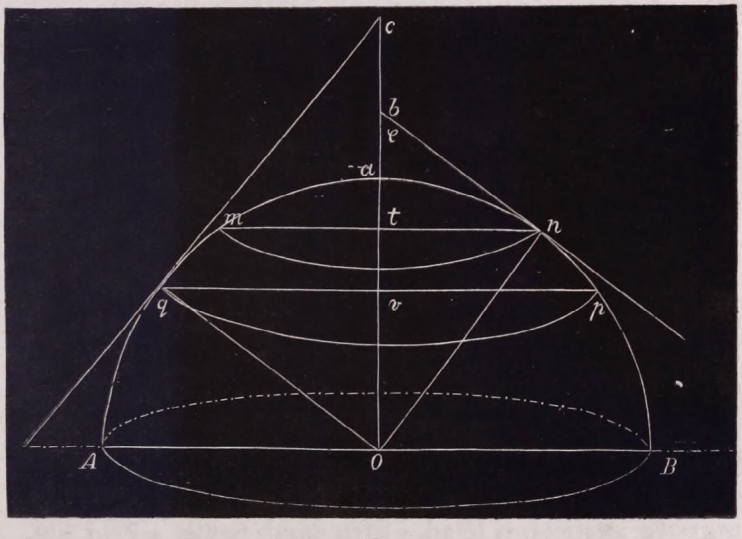
ságra emelkedik a tenger szine fölött s melynek csucsából a leggyönyörűbb és legtágasabb kilátás kinálkozik mindenfelé! Már ezen egyetlenegy jelenet által is azon biztos tudatra jő az ember, hogy Földünknek szükségképpen gömbalakúnak kell lennie, minthogy csakis gömbalakú testnek felületén lehetséges az emlitett tünemény.

Még sokkal világosabban mutatkozik ezen tünemény a nyilt tenger szine fölött, a hol semminemű akadályok sem fordulván elő, az egész tünemény a legnagyobb tisztasággal észlelhető. Ezen kör alakú felület, melyet az észlelő maga körül lát: látkörnek, még pedig látszólagos látkörnek mondatik, melyre közönségesen csak földi tárgyak vonatkoztatnak. Meg kell különböztetni ettől az úgynevezett valódi látkört, melyre a fényes égi testeket szoktuk vonatkoztatni s mely nem egyéb, mint a látszólagos látkör síkjához párhuzamos, a Föld középpontján keresztül menő és végtelen kiterjedéssel biró sík. A fentebbiek nyomán mondhatjuk azt is, hogy valamely pontnak látszólagos látköre azon sík, mely a Földet a kérdéses pontban érinti, miből nyilván következik, hogy különböző pontoknak látkörei különböző iránynyal birnak s igy egymást metszik. A valódi látkör, mely az előbbi meghatározás szerint egy, a látszólagos látkör síkjához párhuzamos és a Föld középpontján keresztül menő sík, az üresnek látszó éggömböt egy legnagyobb körben metszi: és ez égi látkörnek mondatik. Minthogy továbbá az észlelő csak azt látja, a mi látköre felett van, mindazt pedig nem látja, a mi látköre alatt van, világos, hogy a látkör az ég látható részét a nem látható résztől elválasztja. Könnyű felfogni továbbá, hogy a valódi látkör a Földet, melynek középpontján megy keresztül, szintén legnagyobb körben metszi. A valódi látkör az égi testekre nézve, a mint azt később alkalmunk lesz tapasztalni, a legnagyobb fontossággal bir.

3) **A látkör áttekintése.** Az észlelő, kiről felteszszük, hogy valamely tájnak emelkedett pontjában tartózkodik, a Föld felületének csak bizonyos részét fogja látni, mely rész annál nagyobb leend, minél nagyobb az észlelési helynek a tenger szine fölötti magassága, azért tehát itt e következő érdekes kérdésnek van helye: hogy találtatik meg a Föld

látható részének a nagysága, ha az észlelési helynek a tenger szine fölötti magassága adatik?

Könnyű belátni, hogy ezen feladat megfejtésénél a földsugárnak is adva köll lennie, minthogy ugyanazon magasság mellett az áttekintett gömbrész annál nagyobb, minél nagyobb a gömb sugara. Azon feltétel alatt tehát, hogy a földsugár is adva van, a kérdéses feladvány e következő könnyű módon lesz megfejthető. A Földgömbnek fele az *1-sö idomban* legyen képviselve, *a* felületének azon pontja, mely fölött az észlelés eszközöltetik s minthogy az észlelőt emelkedett helyen kell



1. idom.

képzelnünk, legyen *b* azon pont, melyből az észlelés történendő. Akkor *a* pont a tenger szinén foglaltatván, *ab=h* leend azon magasság, melyben az észlelő a tenger szine fölött fordúl elő. Ha most *b* pontból a tenger felületéhez *bn* érintőt húzzuk, a Föld áttekinthető része meg lesz határozva és nyilván való, hogy a Föld azon része, mely *n* ponton túl az érintő alatt van, az észlelő által már nem látható, mivel pedig *bn* érintő és *tn* egyenes között, csak csekély, tehát elhanyagolható a külömbség, ezen vonalok egyike vagy másika azon kör sugarának lesz tekinthető, mely e jelen esetben az észlelő látszóla-

gos látkörét képezi. Hogy ezen sugarat meghatározhassuk, legyen rövidség okáért a földsugár $Oa = On = r$ és $bn = R$, Ob tehát $= r + h$. Az Obn derékszögű háromszögből Pythagoras tantétele szerint $R^2 = (r+h)^2 - r^2 = 2rh + h^2$, honnan

1) $R = \sqrt{2rh + h^2}$, mely képlet segitségével bármely helyre vonatkoztatott látkörnek sugara könnyen kiszámitható, ha az észlelőnek magassága a tenger szine fölött adatik, minthogy r szinte a Földnek azon sugara, mely annak középpontjától a tenger szinéig húzatik.

Azon körülmény megitélésére pedig, hogy a bn és tn (1-ső idom) egyenesek között csak csekély, tehát elhanyagolható a külömbség azon esetben, ha a felvett h magasság nem fölötte nagy, szolgál a $Obn = \varphi$ szög, melynek meghatározására az Obn háromszög szolgál, a honnan: $\sin\varphi = \frac{r}{r+h}$ 2).

Példa. Tegyük fel, hogy a Budapest szomszédságában létező Szent-János hegynek a tenger szine feletti magassága 1000 láb, mily nagy a hozzá tartozó látkör sugarának hossza?

Mint tudva van a Föld sugarának a hossza $r = 859{\cdot}4$ mf., mely mf. mindegyike 22843·4 párisi lábnyi hosszúsággal bir; a kérdéses h magasság tehát $= 0{\cdot}044$ mf. és igy $h^2 = 0{\cdot}002$, mely értékek folytán az 1) alatti képletből ered:

$R = \sqrt{2.859{\cdot}4 \,.\, 0{\cdot}044 + 0{\cdot}002} = 8{\cdot}7$, azaz a kérdéses ponthoz tartozó látkör sugarának hossza 8·7 mértföldnyi lesz, és igy a Szent-János csucsából látható terület: $\frac{22}{7}(8{\cdot}7)^2 = 238$ négyszög mértföldnyi leend, s ilyen darab terület a Föld felületén még mindig síknak tekinthető, mindamellett, hogy az gömbnek képezi egy részét.

Még csak φ szögnek meghatározása a jelen esetben van hátra, melyre nézve a 2) alatti képlet szolgál, honnan:

$$\sin\varphi = \frac{859{\cdot}4}{859{\cdot}44} \text{ és ebből}$$

$\log\sin\varphi = 9{\cdot}999777$, mely logarithmusnak $\varphi = 89^\circ\ 26'\ 10''$-nyi szög felel meg, mely szög csak $33'\ 50''$-cel kisebb az épszögnél, s miután ezen szög a bOn középponti szögnek a mértéke, nyilván való, hogy 1000'-nyi magasságból csak valamivel több, mint egy foknyi ivnek a hossza, látható.

Hogy azonban azt is láthassuk, miként nő a látkör sugara, ha az észlelési helynek magassága nagyobbodik, célszerű leend azon látkör sugarának a meghatározása, mely a Föld felületén előforduló legmagasabb ponthoz tartozik. Ezen pont a Himalája hegyláncban előforduló Gaurisankar hegy tetőpontja, melynek magassága a tenger szine fölött 8850 méter = 1·16 geographiai mf.; leend tehát az 1) alatti képletből, ha abban $h = 1{\cdot}16$, $h^2 = 1{\cdot}3456$ tétetik,

$R = \sqrt{2.859{\cdot}4 \,.\, 1{\cdot}16 + 1{\cdot}3456} = 44{\cdot}66$: azaz a Gaurisankar csúcsa látkörének sugara már 44·66 geo. mf. hosszú, az onnan látható felület tehát 6254 □ mértföldnyi, mely felület már sokkal tetemesebb, mint az előbbi esetben.

Hátra van még a nevezetes φ szögnek meghatározása, melyre nézve:

$$\sin\varphi = \frac{859{\cdot}4}{860{\cdot}56}, \text{tehát } \log.\sin\varphi = 9{\cdot}9994141,$$

melynek megfelelő szöge $\varphi = 87^\circ\ 2'\ 30''$, miből következik, hogy ezen hegynek csúcsából $5^\circ\ 45'$-nyi iv látható a Föld felületén, minthogy $2^\circ\ 57'\ 30''$ a középponti szögnek mértéke.

Tegyük még feladatunkká azon földrész meghatározását, mely egy észlelő által a Holdról látható. E végre legyen c a Hold, tehát cq egy, a Földhöz vont érintő, ac nyilván a Hold távola a Földtől, mely távol 50710 mf.-nyinek vehető. A $cq = R$ érintőnek hossza az 1) alatti képletből, ha abban $h = 50710$ tétetik, leend:

$R = \sqrt{50710\ (1718{\cdot}8 + 50710)} = 51565$, azaz: ezen érintőnek hossza: 51565 mf., tehát majdnem oly nagy, mint a Föld középpontjának távola a Holdtól, ezen távol azonban a qa iv hosszával már fel nem cserélhető, minthogy a h magassága e jelenlegi esetben nagyon tetemes. Hogy tehát a Földnek a Holdról látható része meghatároztassék, csak $qco = \varphi$ szögnek a meghatározása leend szükséges, mely szög nem egyéb, mint azon látszög, mely alatt a földsugár a Holdról látható, és ez nyilván a 2) alatti képletből nyerhető, ha abban $r = 859{\cdot}4$, $r + h = 50710 + 859{\cdot}4 = 51569{\cdot}4$ tétetik és igy nyerjük:

$$\sin\varphi = \frac{859{\cdot}4}{51569{\cdot}4}, \text{ honnan } \log.\sin\varphi = 8{\cdot}2218066,$$

mely logarithmusnak a $\varphi = 57'\ 17''$-nyi szög felel meg, a központi szög tehát, mint ennek pótszöge $= 89°\ 2'\ 43''$-cel miből világosan láthatni, hogy a Holdról kevés különbséggel a Földnek félfelülete látható, a mint az magától is értetődik.

Az eddig mondottakból továbbá világosan következik, hogy minél kisebb az észlelési hely magassága, annál kisebb látkörének sugara is. Igy pl. ha az észlelési hely magassága csak 14'-nyinak vétetik föl, akkor az előbbiekhez hasonló eljárással a hozzá tartozó látkör sugara csak egy mértföldnyinek fog találtatni.

A következő táblázatból különféle magasságoknak megfelelő látkörök sugarai vehetők ki:

Magasság lábakban	a látkör sugara mértföldekben	φ szög
50	1·94	89° 52'
100	2·74	89° 49'
200	3·88	89° 44'
300	4·75	89° 38'
400	5·48	89° 37'
500	6·13	89° 35'
1000	8·67	89° 25'
2000	12·26	89° 10'
3000	15·02	89° 0'
4000	17·34	88° 50'
5000	19·39	88° 42'
10000	27·42	88° 10'
15000	33·59	87° 45'
20000	38·78	87° 24'
25000	43·36	87° 6'

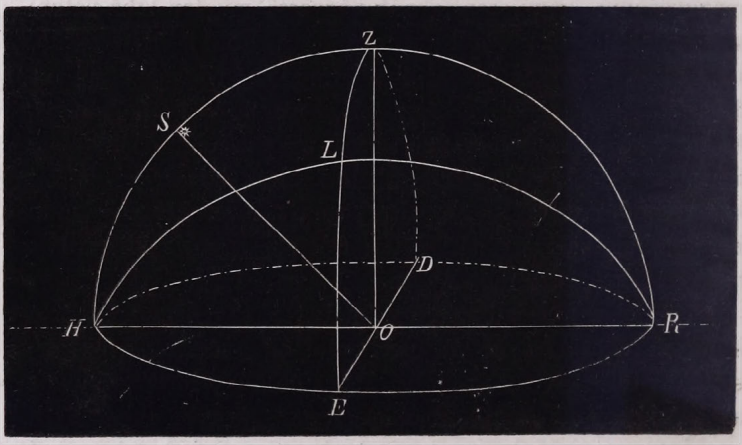
Mindezen esetben a *bn* érintő és az *an* ív között csak csekély a külömbség, minél fogva könnyű belátni, hogy *bn* érintő csak keveset tér el a fekmentes iránytól.

4) **A függőleges megitélése.** A fekmentes sík, vagy valamely helynek látköre legpontosabban állíttatik elő az álló viz felülete által, mely felületnek tetemes kiterjedése is lehet s mindamellett síknak tekinthető, mit e következőkből foghatunk föl. Képzeljünk gömböt, melynek átmérője 1 láb vagyis 144 vonal, úgy ezen gömb legnagyobb körének kerülete 452·6 vonalnyi lesz és ha ezen számot 360-nal elosztjuk 1·25 vonalat nyerünk egy foknak hosszául. Könnyű ezen eredményből meggyőződni, hogy ezen foknak négyzete minden hiba nélkül síknak tekinthető. Minthogy továbbá a Föld felülete sokkal nagyobb és igy görbülete sokkal gyengébb, világos, hogy egy foknak a hossza 15 mf., négyzete nyilván 225 □ mf.-et teend, és igy a Föld felületén 225 □ mf. még mindig síknak lesz tekinthető, mely síknak iránya által a látkör iránya is képviselve leend, mihelyt az álló vizzel van fedezve. Mindezekután könnyű belátni, hogy a Balaton felülete csendes állapotban teljesen fekmentes síkot képez.

A fekmentes síknak fogalmából a függőleges fogalma könnyen lehozható, ha ugyanis valamely álló viznek fekmentes felületére egyenes vonalat képzelünk úgy húzva, hogy az az álló vizzel minden oldalról épszöget képezzen, akkor ilyen vonal függőlegesnek mondatik, és kellőleg mind fel-, mind lefelé meghosszabítva: az ég felületét két nevezetes és nagy fontosságú pontban metszi, mely pontok közül a felső *Zenith*-nek, tetőpontnak; az alsó pedig *Nadir*-nak, lábpontnak neveztetik. Könnyű belátni, hogy bármely észlelési pontra nézve a tetőpont az ég legmagasabb pontja minthogy az a látkör minden pontjától 90 foknyira áll el s igy a látkör felső sarkát képezi. Ugyanazon oknál fogva a lábpont, azaz a Nadir a látkör második és pedig alsó sarkát képviseli, minthogy az is a látkör minden egyes pontjától 90 fokkal áll el.

Az éggömbre vonatkoztatva, mindazon legnagyobb körök, melyek a Zenithon keresztül menvén, a látkörre függélyesen állanak, magassági köröknek neveztetnek, mivel e körökön méretnek meg az égi testek magosságai. Jelesül

valamely égitestnek magassága alatt azon ivét értjük a kérdéses égi testhez tartozó magassági kőrnek, mely iv a látkőr és az illető csillag között foglaltatik. A magassági kőrnek azon része pedig, mely a kérdésben forgó csillag és a Zenith között fekszik: az illető csilag Zenith-távolának, tetőpont-távolának hivatik. Könnyű belátni, hogy valamely égi test magassága és Zenith-távola egymást 90°-ra kiegészitik. Ha pl. *HR* átmérőjű legnagyobb kőr (2. idom) az észlelő látkőre volna, tehát *HZR* az égnek látható félgömbje és *O* az észlelő álláspontja, akkor nyilván *OZ* leend annak függőlegese, *Z* pedig a tetőpontja. Feltéve most, hogy *S* az ég felületén előforduló vala-



2. idom.

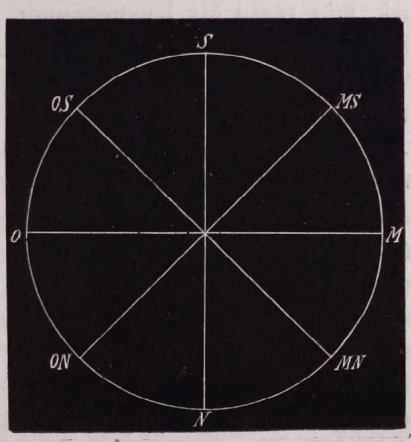
mely csillag, akkor *HS* iv, avagy *HOS* szög leend e csillag magassága, *SZ* iv pedig avagy az *SOZ* szög pedig Zenith-távola, mely két iv nyilván 90-ra egésziti ki egymást. *O* pont alatt egyszersmind a Föld közép-pontja is értendő, mi abból következik, mivel a földsugár az álló csillagok földtőli távola irányában elenyészik.

5) **Az ég naponkinti mozgása.** Ezen nagy fontosságú mozgásnak észlelése végett megint szükséges lesz az észlelőt valamely tájék emelkedettebb pontjában képzelnünk, a honnan szabad kilátása legyen mindenfelé! Ez esetben a tiszta ég feltétele mellett a következő nevezetes tüneményeket leend képes észlelni.

Minden napon azon meggyőződést szerezheti magának, miszerint a Nap, mint a világosság és szerves élet forrása általánosan véve mindig a látkör bizonyos meghatározott táján fölkel s onnan az idő lefolytával mindig magasabbra emelkedik, míg bizonyos legnagyobb magasságot el nem ért, a honnan aztán leszálván a látkör átellenes tájékához mindig jobban és jobban közeledik, míg végre a látkör alatt elmerül. Ezen tünemény naponkint ismétlődik. A látkör azon oldala, melyben a Napot fölkelni látjuk, keletnek, keleti tájnak, azon oldala pedig, melyen a Napot eltűnni látjuk, nyugoti tájnak, nyugatnak mondatik; az ég azon pontja pedig, melyben a Nap legnagyobb magasságát éri el, a Nap tetőzési pontjának neveztetik (Culminationspunkt) s közönségesen azt szoktuk mondani, hogy a Nap tetőzik, midőn magasságának maximumát éri el.

Ezen két most megtalált égi táj segítségével a többi két főtáj is könnyen megtalálható, ha t. i. az észlelőt oly állásban képzeljük, hogy bal oldalán a kelet, jobb oldalán pedig a nyugot feküdjék: akkor a mögötte lévő táj éjszaknak, éjszaki tájnak; az előtte fekvő délnek, déli tájnak lesz tekintendő. S ezek a látkör négy fő tájékai, melyeknek fekvése, mint látjuk könnyen meghatározható. Ha tehát a (2. idomban) R pont keleti, és így H nyugati pontnak vétetik: akkor az éjszaki pont D-ben, a déli pedig E-ben fekszik.

A világ ezen négy főtájékát ismervén, már most az ezekből eredő melléktájékokat is könnyű lesz meghatározni. Legyen a (3. idomban) előállitott kör: a látkör, melyben az O, W, S, N pontokban rendszerint a kelet, nyugot, dél és éjszak képzelendő. Osszuk most ezen pontok közötti távolokat négy egyenlő részre, új négy



3. idom.

pontot és igy új négy tájékot is kapunk, melyeknek nevei a négy főtájék neveiből vannak összetéve. Nevezetesen pedig az *O* és *S* közötti táj *délkeleti tájnak* mondatik és *OS*-sel szokott jeleztetni, hasonlóképpen az *O* és *N* közötti táj *éjszakkeleti tájnak* mondatik és *ON*-nel jelképeztetik. Éppen úgy a *W* és *S* közötti táj *délnyugatnak*, végre a *W* és *N* közötti táj *éjszaknyugati tájnak* mondatik és rendszerint *WS* és *NW* által jegyeztetnek. Ha pedig a felosztás ez értelemben tovább folytattatik, mig a látkőr kerülete 64 — részre leend felosztva: akkor azon 64 tájékot nyerjük, melyek a hajósoknál a szélrózsán vannak feljegyezve.

6) **Az égi testek naponkinti mozgása.** Ez alkalommal is az észlelőt oly emelkedettebb helyen kell képzelnünk, melyből neki mindenfelé szabad kilátása legyen, hogy a látkört minden oldalról észlelhesse. Ha az észlelésre megválasztott éj Hold nélküli, de tiszta és csillagvilágos: akkor az észlelő azon meglepő tüneményt fogja észrevenni, miszerint az ég egész boltozatja számtalan fényes csillaggal van behintve és ha figyelmét különösen kelet és nyugat felé fordítja: azon nevezetes jelenetet veendi észre, hogy a keleti tájon folyvást új és új csillagok merülnek föl, azaz kelnek föl és az idő folytával mindig magasabbra és magasabbra emelkednek,mig bizonyos legnagyobb magasságot el nem érnek, a honnan az után leszállván a nyugati tájhoz mindig jobban és jobban közelednek, mig végre ott lenyugszanak. Világosan fogja továbbá látni, hogy ezen csillagok mind, keletről nyugat felé mozognak és kőriveket irnak le, melyeknek közelebbi megvizsgálása nagy fontossággal bir.

Ha ugyanis az észlelő dél felé fordítja figyelmét, akkor ő azt fogja észrevenni, hogy azon csillagok, melyek a déli ponthoz közel kelnek föl, csak kicsiny kőriveket irnak le a látkőr fölött és annak átellenes pontjában nemsokára lenyugosznak; ezen csillagok tehát csak kevés ideig tartózkodnak a látkör fölött. Minél közelebb fekszik azonban valamely csillagnak fölkelési pontja magához a keletponthoz (mely, mint tudjuk, a déli ponttól 90 foknyira áll el), annál nagyobb körivet fog leirni e csillag a látkör fölött s igy annál hosszabb ideig fog tartózkodni felette, úgy, hogy azon csillag, mely

magában a keletpontban kel föl, egész félkört fog leirni a látkőr felett és magában a nyugati pontban fog eltünni.

Ha azonban az észlelő figyelmét az éjszaki táj felé forforditja, azon sajátságos jelenetnek leend tanúja, miszerint azon csillagok, melyeknek fölkelési pontjai jobban éjszak felé feküsznek, a félkörnél nagyobb iveket irnak le a látkőr felett s igy elég hosszú ideig tartózkodnak fölötte. Észre fog venni továbbá oly csillagokat is, melyek soha le nem nyugszanak, hanem egész körököt irnak le a látkőr felett és ezek között egy csillag lepi meg figyelmét, melynek semminemű mozgása nincs, mint ha az ég boltozatára rá lenne szegezve, és a többi csillagok mind körülete vagyis inkább egy bizonyos, belőle kiinduló egyenes vonal körül mozognának körpályákban. Ezen nevezetes csillag sarkcsillagnak, az emlitettem nevezetes és nagy fontosságú egyenes vonal pedig: világtengelynek neveztetik. A tárgyalandó tudomány lefolytával azon meggyőződésre fogunk jutni, hogy a sarkcsillagból kiinduló és világtengelynek nevezett egyenes nem egyéb, mint a Föld meghosszabitott tengelye, azaz a Föld azon átmérőjének meghoszbitása, mely körül maga Föld forog, mely forgás oka az ég naponkinti mozgásának. Az ég mozgása keletről nyugat felé tehát csak látszólagos és a Földnek tengelye körüli forgása által nyugatról keletfelé, tökéletesen meg van magyarázva.

Az eddig mondottak kiegészitésére még egy síkot kell képzelnünk, mely a Föld középpontján megy keresztül és a fentemlitett világtengelyre függélyesen áll. E sík a végtelenig kiterjedve az ég boltozatját, mint üres gömböt, legnagyobb körben fogja metszeni és ez az éggömböt két egyenlő részre osztja fel, melyek egyike éjszaki, másika pedig déli félgömbnek neveztetik; maga ezen legnagyobb kőr pedig világ egyenlitőnek mondatik. A világegyenlitő egyik sarka éjszakinak neveztetik, (ezt maga a sarkcsillag képviseli), másika pedig délinek. Mivel továbbá a fent emlitett egyenlitői sík által a földgömb is két egyenlő részre metszetik, ezen keresztmetszés pedig szinte legnagyobb kör levén: azt a Föld egyenlitőjének mondhatjuk, mely a Földet szinte éjszaki és déli félgömbre osztja fel.

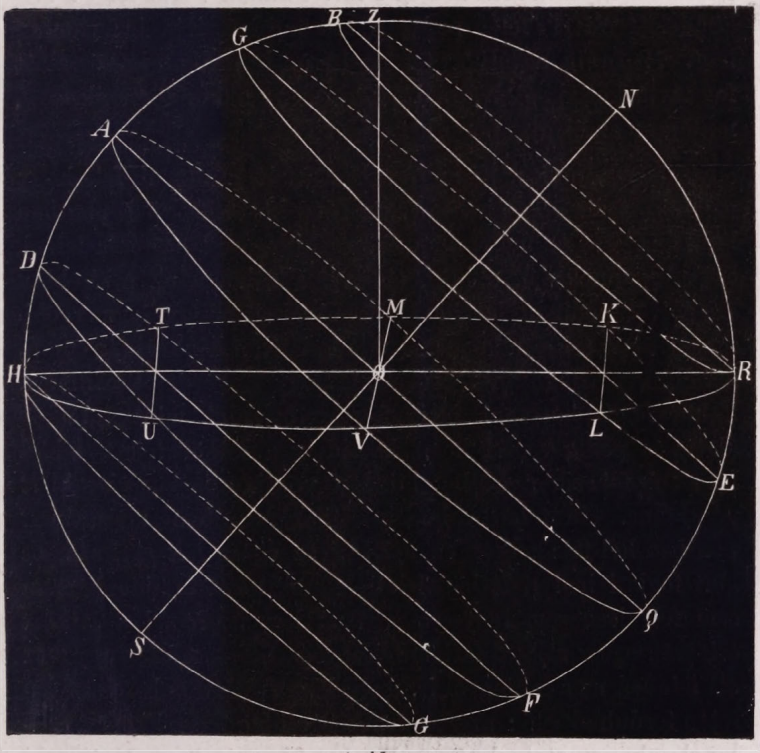
Az egyenlitő, valamint a világtengely is a Föld felületének minden egyes pontjára nézve változatlan helyzetű, mit a

látkőrről már nem lehet mondani, minthogy az a Föld különböző pontjaira nézve különböző iránynyal bir. Könnyen fel lehet fogni, hogy az egyenlitő és a látkőr, mint az éggömb legnagyobb körei egymást szükségképpen metszik és igy ezen két kőr síkjai bizonyos szöget képeznek egymással, mely szög a csillagászatban a legnagyobb fontosságú és az egyenlitőnek magasságát méri a látkőr felett. Már emlitettük, hogy az egyenlitő és látkőr, mint két legnagyobb kőr, két pontban metszik egymást, mely pontok szintén nagy figyelemre méltók, minthogy az egyik nyilván a keleti, a második pedig a nyugati pont, mely pontok nagy szerepet játszanak a csillagászatban.

7) **Az eddig mondottak előállitása:** Hogy az eddig mondottakat minél alaposabban lehessen megérteni, csak a (4. idom) kellő megtekintése lesz szükséges, mely idom szerkezete Budapest helyzetére vonatkozik, mely városnak geo. szélessége, a mint azt tudjuk, 47° 30′-nyi, miből következik, hogy ezen városra nézve az egyenlitőnek magassága a látkőr felett 42° 30′, minthogy e két szög egymást mindig 90°-ra pótolja ki, a mint azt később be is bizonyitjuk. Legyen HR a kérdéses hely látköre és az $AZRG$ legnagyobb kör HA ive legyen 42° 30′-nyi, akkor nyilván AQ lesz az egyenlitőnek iránya, mely a látkőrt M és V pontokban metszi, melyek közül V a keleti M a nyugati pont. Az előbbiekből következik, hogy a látkőr H pontja leend a déli R pedig az éjszaki pont. Végre az AQ egyenlitőre függőlegesen álló NS egyenes a világtengelyt képviselendi, mely kőrül a csillagos ég forog és pedig a csillagok mind e tengely körül az egyenlitőhöz párhuzamos körökben mozognak, a mint azt könnyű megérteni az előbbiek nyomán.

Hogy a csillagok ezen mozgását minél jobban megitélhessük, vegyük fel, hogy valamely csillag a látkör U pontjában kel föl, mely pont, mint látjuk, a déli H ponthoz közel fekszik. Akkor ezen csillag nyilván DF párhuzamos kört fog leirni a világtengely: körül s mint látjuk, U-ból D felé emelkedvén D-nél a legnagyobb magasságot éri el a látkőr felett, a honnan lemenvén a látkőr átellenes T pontjában el fog tünni. Ezen csillag tehát a kicsiny UDT ivet irta le a látkőr

felett, mig a sokkal nagyobb *UFT* iv a látkör alatt iratik le. Mivel pedig a Föld 24 óra alatt végzi el tengelye körüli forgását, az ég látszólagos mozgása tehát szinte 24 óráig tart és így a kérdéses csillag a *DF* párhuzamos kört 24 óra alatt irandja le. Ha tehát az *UDT* iv negyedrésze volna az egész *DF* párhuzamos körnek: akkor e csillag nyilván 6 óráig tar-



4. idom.

tózkodna a látkör felett és 18 óráig a látkör alatt, a mely utóbbi időnek eltelte után a kérdéses csillag megint *U*-nál fölkelne és igy ezen csillagnak mozgása a *DF* párhuzamos körben naponkint ismétlődik. Ha az *U*-nál fölkelő csillag maga a Nap volna, akkor az általa leirt *TDU* iv napi ivnek, az *UFT* iv pedig éjjeli ivnek mondatnék, minthogy az utóbbi iv az éj tartama alatt iratik le. Mindezekből világosan látjuk,

hogy a déli ponthoz közel fölkelő csillagok valóban csak kicsiny iveket irnak le a látkőr felett.

Ha azonban azt vesszük fel, hogy valamely csillag magában a keleti *V* pontban kel fel, akkor e csillag a *VAM* félkört irja le a látkör felett, *A*-nál magasságának maximumát éri el s onnan lefelé menvén *M*-nél lenyugszik. E csillag tehát magában az egyenlitőben mozog s mivel annak *VAM* felét a látkör felett, *MQV* felét pedig a látkör alatt irja le: világos, hogy 12 óráig a látkör felett, 12 óráig pedig a látkőr alatt fog tartózkodni. A Nappal e körülmény akkor történik meg, midőn az az éjegyenpontokban időzik.

Forduljunk most az éjszaki táj felé és vegyük fel, hogy valamely csillag az éjszaki *R* ponthoz közel fekvő *L* pontban kel fel: akkor az nyilván az *EC* párhuzamos kört fogja leirni, és pedig ennek nagyobbik *LCK* ivét a látkör felett, a kisebbik *LEK* ivét pedig a látkör alatt. *C*-nél a csillag legnagyobb magasságát éri el, a honnan lefelé haladván *K*-nál el fog tünni, miből már világosan lehet látni, hogy a kérdéses csillag a látkör felett hosszabb ideig fog tartózkodni, mint a látkőr alatt, és pedig annál hosszabb ideig a látkör felett, minél közelebb fekszik a csillag kikelési pontja a látkör éjszaki *R* pontjához. Ha tehát valamely csillag magában az éjszaki *R* pontban kel fel: akkor ez nyilván az egész *BR* párhuzamos kört fogja leirni a látkör felett, ennek tehát tulajdonképpen sem felkelése sem lenyugvása nem lesz és *R*-nél a látkört érintvén egész utját a látkör felett végzendi. S miután ugyanez áll minden más csillagról is, melyek a *BNR* gömbszelet felületén fordulnak elő: azért mindezen csillagok sarkkörüli csillagoknak neveztetnek és pedig joggal, mivel az *N* éjszaki sark körül egész látható köröket irnak le a nélkül, hogy lenyugodnának.

Könnyű belátni, hogy az *RNB* gömbszelet, melyben a sarkkörüli csillagok foglaltatnak a Föld különböző pontjára nézve különböző nagyságú és pedig ezen gömbszeletnek nagysága különösen az *N* sarknak a látkör feletti magasságától, *RN*-től függ és vele változik, mivel azonban $RN + RQ = 90°$ és $RQ = AH$, lesz szinte $RN + AH = 90°$, azaz a sarknak a

látkör feletti magassága az egyenlitőnek a látkör feletti magasságát 90° pótolja, ebből következik, hogy a kérdéses gömbszelet meghatározásánál az egyenlitőnek a látkör feletti magassága az irányadó.

Ennek kellő megértésére vegyük fel pl. Budapestet, melynek sarkmagassága avagy geo. szélessége 47° 30′, és igy az egyenlitőnek a látkör feletti magassága 42° 30′, következőleg azon gömbszelet, melyben a sarkkörüli csillagok foglaltatnak Budapestre nézve, 2-szer 47° 30′-nyi mértékkel fog birni, vagyis 95°-nyi iv által leend bezárva. Másképpen áll a dolog pl. Pétervárra nézve Oroszországban, melynek geo. szélessége 60°-nyi, a sark körüli csillagokat magában foglaló gömbszelet tehát 120°-nyi mértékkel fog birni, tehát sokkal nagyobb, mint nálunk. Ha magát a Föld éjszaki sarkát veszszük figyelembe, minthogy ennek geo. szélessége = 90°, a sarkkörüli csillagokat magában foglaló gömbszelet tehát 180°-nyi lészen a sarkpontra nézve, és igy az éjszaki sarkból az egész félgömbön csupán csak sarkkörüli csillagok láthatók, ott tehát sem a csillagok felkelésének, sem lenyugvásának nincs helye és a sarkcsillag az észlelő tetőpontjában lesz látható.

Nagy fontosságú még a délkőrnek fogalma, melynek megállapitására szolgáljon a (4. idom), hol O az észlelő állás-pontja, Z annak tetőpontja. Ha C pontban, a legnagyobb magasságban egy csillagot képzelünk, mely által nyilván az EC párhuzamos kőr iratik le, akkor a C, Z és N pontokon keresztül menő legnagyobb kőr: $ANQS$ az észlelési hely délkőrének mondatik, még pedig azon oknál fogva, mivel minden égi test naponkinti mozgása közben az emlitett kőrben megjelenvén, egyszersmind magasságának maximumát érte el, azaz, a mint mondani szoktuk, tetőzik; delel, a mint e szót közönségesen használjuk a Nap tetőzéseinek kijelentésére. Könnyü belátni, hogy a Föld különböző pontjának különböző fekvésü délkör felel meg, mely alatt az előbbiek szerint oly legnagyobb kör értendő, mely a kérdéses hely tetőpontján, mind az éjszaki mind a déli sarkon keresztül megy és mind az egyenlitőre, mind a látkörre függélyesen áll.

8) **A csillagos ég ismerete.** A csillagos ég figyelmes észlelése által könnyű lesz meggyőződni arról, hogy az ég felületén két, egymástól lényegesen különböző csillag faj fordul elő. Az első nemhez tartozó csillagok, melyek egyszersmind a legnagyobb mennyiségben fordulnak elő, kitűnő fényük által, mely a Nap fényét közelíti meg, nem különben azon nevezetes tulajdonságuk által tüntetik ki magokat, hogy helyeiket az ég felületén észrevehetőleg nem változtatják. Különösen pedig, ha ezen csillagokat csoportonkint szemléljük: azt veszszük észre, hogy ilyen csoport csillagai egymás iránti helyzetüket soha meg nem változtatják, s éppen ezen nevezetes tulajdonságuknál fogva e csillagok, álló csillagoknak neveztetnek. Ezen csoportok egyike, mely egyszersmind a legnagyobb figyelemre méltó: az úgynevezett *nagy Medve* (Ursa major), mely bizonyára ismeretes lesz minden tisztelt olvasó előtt. Ez naponkint, ha az ég tiszta, annak éjszaki táján vehető észre és vajmi könnyen felismerhető, mivel hét fő és igen ragyogó csillagból áll, melyek szekér alakú helyzettel birnak. Ezen csoport fő sajátsága abban áll, hogy egyedei mind sark-körüli csillagok, melyek soha le nem nyugszanak és így pályaikat a látkőr felett végzik. (Itt a budapesti látkört veszszük tekintetbe, mivel természetesen nem kevés számú hely van a Föld felületén, a melyekre vonatkozólag a nagy Medve is lenyugszik.) Ezen csillagzat azért is nagy fontosságú, mivel az ég tanulmányozásánál ezen csillagzatból kell kiindúlni.

Egészen másképpen áll a dolog a csillagok második fajával, melyeket az ég felületén figyelmesen megtekintve, észreveendjük: hogy ezen csillagok: 1. korántsem oly ragyogó fényűek, mint az álló csillagok. Fényük ugyanis gyengébb és csendesebb. 2-szor még azon nevezetes sajátsággal birnak, hogy bizonyos meghatározott helyen állandóan nem maradnak tehát mozognak, melynél fogva időről időre más és más helyeket foglalnak el. Erről az által lehet legbiztosabban meggyőződni, ha egy oly féle csillag fekvését valamelyik álló csillag fekvésével hasonlítjuk össze; ez által észre fogjuk venni, hogy a kérdéses csillag az álló csillagtól mindig jobban és jobban eltávozik, bizonyos idő elmultával azonban megint ugyanazon

állócsillaghoz visszatér, mintha az ég felületén egy egész keringést végzett volna. Ezen csillagok az előhozottaknál fogva bolygó csillagoknak, bolygóknak (Planeta) neveztetnek és, mint látni fogjuk, a napi rendszerhez tartoznak.

Ezen bolygók figyelmes észlelése mellett azt fogjuk észrevenni, hogy azok csodálatra méltó rendetlen mozgással birnak. Majd előre haladnak, majd hátra felé mennek és sokszor meg is állanak, mintha kétségben volnának az iránt, hogy merre, vagy hová kell menniök. Ezen különös tünemény azonban csak látszólagos és okát abban találja, hogy mi ezen csillagok mozgását a Földről észleljük, a Föld pedig maga is bolygó, mely a Nap körül kering. A Földnek és a bolygóknak viszonylagos mozgásából tehát az említett egyenetlenségek mindig könnyen megmagyarázhatók. Ha valakinek lehetséges volna a bolygók mozgását a Napról megtekinteni: akkor mindezen egyenetlenségek elesnének, még pedig azért, mivel a Nap a bolygók mozgásának középpontját képezi.

A Nap körül mozgó tekintélyes bolygók száma csekély, melyek a Naptól kezdve e következő rendben következnek egymás után: 1. Merkur, 2. Vénus, 3. Föld, 4. Mars, 5. Jupiter, 6. Saturnus, 7. Uranus és 8. Neptun. Ezen utolsó, mely egyszersmind a napi rendszer legszélsőbb bolygója, nevezetessé lett felfedezése által, mely tisztán számitás által eszközöltetett Le-Verier, hires francia csillagász által azon háboritások alapján, melyeket a Neptun bolygó Uranus mozgásában eszközölt. Le-Verier fáradságos számításainak eredményét Galle berlini csillagászszal közölte, ki is az ég felé irányozván távcsövét Neptunt valóban azon helyen találta meg, mely Le-Verier által volt kijelölve. Bizonyára kiki el fogja ismerni, hogy e tény a mathematikai tudományok legnagyobb diadala! Az emlitett bolygókon kivül még más, hasonnemű égi testek tetemes számmal mozognak a Nap körül, melyek megkülönböztetés végett csillányoknak, (Asteroidák, bolygócok) neveztetnek és azon nagy hézagban keringenek a Nap körül, mely a Mars és Jupiter pályája között foglaltatik. Ezen csillányoknak mai napig felfedezett száma körülbelül a 137-et haladja meg. Ezen égi testek csekély nagyságúak. A legnagyobbik közöttük bizonyos Vesta nevü csillány, melynek átmérője 58·5

mf.-nyi. Vannak közöttök oly kicsinyek is, melyek alig birnak 3 mértföldnyi átmérővel. A csillányok szintén oly meghatározott pályákban mozognak a Nap körül, mint a többi nagyobbszerű bolygók, még pedig ugyanazon mozgási irány és törvények szerint.

Meg kell még említenünk, hogy a napirendszerben a testeknek még egy faja fordúl elő, melyek testőröknek (Satelliten), holdaknak (Monde) neveztetnek. A mi Földünknek is van egy holdja, mely kétségen kivül nagy szolgálatot tesz a vándoroknak, utazóknak s általában a szerves életnek. Ez Földünknek állandó kisérője, körülete mozog és vele együtt a Nap körül is kering. A Merkur, Venus és Mars bolygókat kivéve, a többi nagy bolygók mindegyike szintén bir ilyen holdakkal. Jupiternek 4, Saturnusnak 8, Uranusnak szinte 8 holdja van. A Neptun környékében szinte észleltek egy holdat. Ezen holdak mind azon főbolygó körül mozognak, melyhez tartoznak, de vele együtt a Nap körül is keringenek, úgy, hogy mindenik bolygó holdjaival együtt egy kisebbszerű világrendszert képez. Mily előnyöket nyújtanak a holdak főbolygóiknak, a mi Holdunkból könnyen következtethető, mely oly kedvesen világítja ki setétes éjszakáinkat.

9) **Az üstökösök és azoknak eredete.** Érdekes lesz e helyütt az égi testek negyedik faját is bemutatni, melyek azon sajátsággal birnak, hogy nem mindig és nem állandóan láthatók az ég felületén. Ezek olykor-olykor nagy feltünés közepette megjelennek az ég felületén és miután kevés ideig láthatók valának hosszú időre, sokszor örökre eltünnek. Ilyen égi testek üstökösnek neveztetnek s különös alakjuk által tünnek ki; minden üstökösnek t. i. feje és farka van, mely részek eredetéről alább fogunk szólani.

Ezen nevezetes testek támadásáról, lényegéről, valamint azoknak rendeltetéséről is a csillagászok hosszú ideig kétes nézetben valának, mig a legújabb időben egy tudós férfiú lépett föl, kinek szigorú számításra állapított nézete nemcsak elégséges felvilágositást nyújt ezen égi testek támadásáról és lényegéről, hanem még más nagy fontosságú tüneményeket magyarázatát is adja. A mailandi csillagdának hirneves előljárója Schiaparelli t. i. nagyon érdekes és világos módon azt

bizonyitá be, hogy az üstökösök magának a Napnak gyártmányai. Indokolása e következő.

Schiaparelli azon, már a hires Herschel János angol csillagász által megállapitott tényből indúl ki, miszerint a világegyetemben nem csak a szilárd testek végtelen nagy száma fordúl elő, milyenek az álló csillagok, a bolygók, a holdak, hanem szét vannak szórva, még pedig nagy számmal, az úgynevezett *ős anyagnak* nagy kiterjedésű tömegei is, melyeket Schiaparelli cosmikus felhőknek, cosmikus tömegeknek nevez. Ezekben az ős anyag még ritkitott állapotban fordúl elő s igy ezen tömegek szilárd testeket még nem képeznek, de mindamellett, mint bármely más, e világegyetemben létező test, bizonyos irányú mozgással birnak. Mindaddig tehát, mig ilyen tömeg a hatalmas vonzású égitestektől, nevezetesen az álló csillagoktól oly távolságban van, hogy ezek a kérdéses tömegre csak csekély, tehát alig érezhető vonzást képesek gyakorolni; a tömeg gömbalakját megtartja és saját részeinek vonzása folytán idővel összpontosúl és végre szilárd testté lesz.

De azonnal megváltozik a dolog, mihelyt felteszszük, hogy egy ilyen tömeg még ritkitott állapotában valamely hatalmas vonzású álló csillaghoz annyira közeledik, hogy az reá tetemes hatást leend képes gyakorolni. Ez esetben a kérdéses ködtömeg a vonzó test hatásának kénytelen lesz engedelmeskedni, azon részei tehát, melyek az álló csillaghoz legközelebb állanak, sokkal nagyobb vonzást fognak szenvedni, mint azok, melyek a vonzó testtől legtávolabb fekszenek. A tömeg közel fekvő részei tehát előre fognak haladni, a távol fekvők pedig hátra maradnak; mi által tehát a tömeg eredeti gömbalakja változást fog szenvedni és hosszúra nyúlt alakba menend át, mely hosszúkás alak annál nagyobb kiterjedésű leend, minél jobban közeledik az egész ködtömeg a vonzó testhez. Egyúttal pedig a vonzó testhez közelebb fekvő részek megsürüsittetnek, a távol fekvők pedig megritkittatnak; e mellett a közel fekvők nagy sebességet nyernek, holott a távol fekvők lasabban fognak mozogni. — Ime előttünk az üstökös! mert a kérdéses s megváltozott ködtömeg megsürített előrésze nyilván az üstökös fejét, a megritkitott hátulsó része pedig annak farkát képviseli! Ha ily körülmé-

nyek között az üstökös a vonzó test körül bizonyos pályát kényszeríttetnék leirni: akkor könnyen megtörténhetik, hogy az üstökösnek fölötte sebesen mozgó feje egy egész keringést téve, a lassan haladó farkba berohan és igy az úgynevezett meteorgyürű származik, mely a vonzó test körül folytonos keringéseket teend. Ilyen gyürűnek a léte a csillagászok által azért vétetett föl, hogy az úgynevezett hulló csillagok (Sternschnupen) tüneményét meg lehessen magyarázni, mely tünemény nem gyéren észlelhető a légkörben. Eddigelé még nem tudták, mily eredetűek ezen meteorgyürűk, és hogy van az, hogy a Nap körül keringenek. Schiaparelli ezen nézete által azonban az egész tünemény meg van fejtve, mert csak azt kell felvenni, hogy az üstökösnek pályája, melyen tömege szét van szórva, a Föld pályáját valamely pontban metszi, a mi nagyon könnyen megtörténhetik: akkor a Föld keringése közben pályájának e nevezetes pontján is keresztül menend és ez alkalommal hatalmas vonzerejénél fogva a gyürűben foglalt és szétszórt részeket magához fogja vonzani s mivel ezek nagy magasságból esnek a Föld felé, a légkörbe jövén, áttüzesednek, meggyuladnak a nagy surlódás folytán s igy a hulló csillagok tüneményét adják.

Mindezeknél fogva a csillagászoknak már sikerült is annak a bebizonyítása, hogy az évenkint, augustus hóban észlelhető hulló csillagok egy oly féle, a Nap körül keringő meteorgyürűből származnak, a mely gyürű a Föld pályáját egy bizonyos meghatározott pontban metszi. Valahányszor tehát a Föld e ponton megy keresztül: mindannyiszor beáll a hulló csillagok tüneménye. Sőt meghatározták a csillagászok azon üstököst is, melyhez az emlitett gyürű tartozik s melynek szétszórt anyaga évenkint a Föld felé esik. Ez t. i. az 1862. évi üstökös, mely csak 120 év alatt tesz egy keringést a Nap körül, melynek tömege azonban egész pályáján szét van szórva, mi miatt e tünemény augustus hóban évenkint ismétlődik.

Még nagyobb fontossággal bir a hulló csillagok azon tüneménye, mely november hóban szokott mutatkozni, hanem csak 3 vagy 4 éven át egymásután, s azután 29 vagy 30 éven át szünetel, mely időköznek elteltével a fentnevezett tünemény

megint ismétlődik, mit e következő módon lehet megmagyarázni. A hulló csillagok ezen tüneménye t. i. az 1866. évi üstökösnek tulajdonítandó, melynek keringési ideje a Nap körül 33 évig tart, pályája pedig a földpályát szinte egy pontban metszi; midőn tehát a Föld e ponton megy keresztül, a hulló csillagok ezen tüneménye is látható, a mi az észleletek és számítások alapján novemberben szokott történni. Mivel azonban az említett üstökös nem képez egész meteorgyürűt a Nap körül, hanem csak fölötte hosszú farka van, melynek a keresztmetszési ponton keresztülmenésére 3 s illetőleg 4 év kivántatik, azért maga a kérdéses tünemény is csak 3—4 éven át egymásután, mutatkozik és azután 29—30 éven át elmarad, mig t. i. az üstökös egy keringés végeztével, megint a kérdéses metszési pontba jő.

Az üstökösök pályái többnyire nagy külpontiságú kerülékek, minek következménye nyilván az, hogy ezen testek pályáikat nagyon különböző sebességgel irják le. És pedig az üstökös legnagyobb sebességének akkor van helye, midőn napközelben fordúl elő. Az üstököst közönségesen ez állásában szoktuk látni, de csak rövid ideig, mivel gyorsan eltávozik a Naptól.

Legkisebb sebességgel mozog az üstökös a naptávolban, a hol sebessége csak néhány lábnyi, holott a napközelben sok mf.-re rúg. Az 1862. üstököst illetőleg tudva van hogy a pályája a Neptun bolygó pályáján túl kiterjed, minthogy naptávolban 940 mf.-nyire áll el a Naptól, mi miatt is 120 év kivántatik annak egy keringésére. Sokkal kisebb kiterjedésü pályát ir le a Nap körül az 1866-iki üstökös, melynek pályája csak Uranus pályájáig terjed ki s azért keringési ideje is csak 33 évre terjed. Még kisebb pályát ir le a Nap körül Enke üstököse, melynek keringési ideje 3 év. Ezen üstökösre nézve azt vették észre a csillagászok, hogy bizonyos akadálynál fogva keringési ideje folyvást fogy és igy maga az üstökös mindig jobban és jobban közeledik a Naphoz, idővel tehát talán a Napra fog esni s annak fűtőszer gyanánt szolgáland. Ezen pálya-kisebbedésnek az okát pedig a csillagászok az aether ellentállásában keresik, mely alatt azon fölötte finom anyagot köll képzelnünk, melylyel e világegyetem meg van

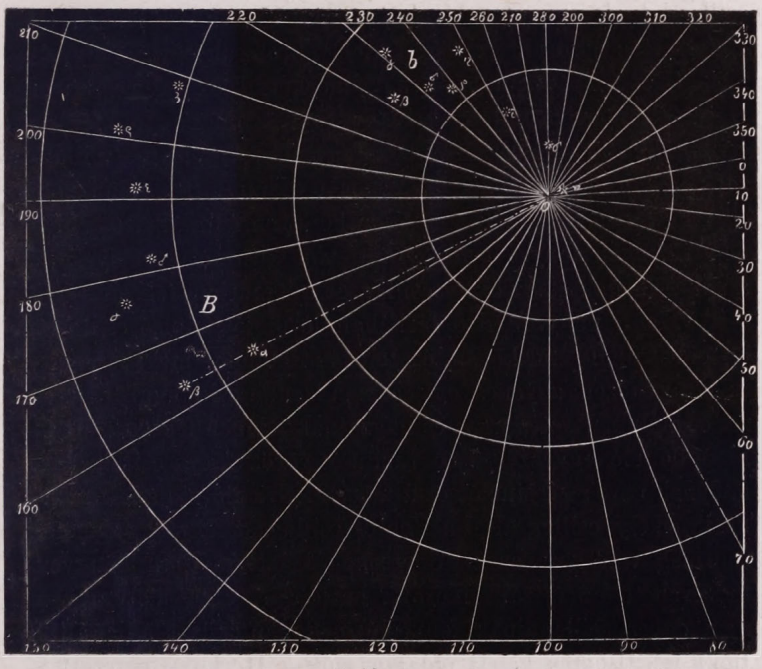
telve és melynek léte mellett fölötte fontos bizonyitékot hozott Enke, e kitünő berlini csillagász, a fentebiekben.

10) **A csillagzatok fekvése az ég felületén.** Hogy az észlelő az ég felületén tájékozhassa magát már a legrégibb időben is szükségesnek látták az ég észlelői a rendetlenül szétszórt csillagokat csoportosítani és ezen csoportoknak nemcsak különös neveket, de különös alakokat is tulajdonitani· mely nevek és alakok részint emberek, részint pedig állatoktól vannak kölcsönözve és minden oly féle csoport csillagzatnak (Sternbild) mondatik.

Ezen csillagzatok segitségével semmi nehézséggel sem jár a csillagos ég ismeretére jutni, minthogy az egyiknek ismert fekvéséből a többinek fekvése is könnyen meghatározható. A csillagos ég tanulmányozásánál legcélszerübb a szekér alakú nagy Medve nevü csillagzatból, az úgynevezett *Göncölszekérből* indulni ki. Ezen csillagzat hét nagyon fényes álló csillag által van kitüntetve, az éjszaki tájon fekszik és általán véve oly feltünő, hogyha tiszta éj alkalmával éjszak felé fordulunk: lehetetlen ezen csillagzatnak figyelmünket kikerülnie, és ha valakit csak egyszer figyelmeztetünk reá: az alig fogja többé félre ismerni.

Hogy ezen nevezetes csillagzatnak az alakját és fekvését az égen annál biztosabban meg lehessen ismerni, erre nézve az (5-ik idom)-ban előterjesztett rajz szolgáland, mely által az éjszaki félgömb sarkvetülete van ábrázolva. Könnyü ugyanis felfogni, hogy ha az ég említett félgömbjén előforduló csillagzatokat mind az egyenlitő síkjára vetjük: akkor a párhuzamos körök mind ugyanazon nagysággal biró körök lesznek, melyek az említett idomban 10°-ról 10°-ra vannak leirva; a délkörök vetületei azonban egyenes vonalak, melyek idomunkban szintén 10°-ról 10-ra vannak feljegyezve. Ily rajz arra szolgál, hogy az ég felületén előjövő csillagoknak fekvését pontosan meg lehet határozni. Láthatni azonban, hogy idomunkban a félgömb vetületének csak egy része fordul elő. Az *O* pont nyilván az éjszaki sark vetülete, mely az egyenlitő síkjának középpontjával összeesik, *B*-nél pedig pontos helyzetben azon hét csillagot látjuk, melyek által a nagy Medve állittatik elő.

A csillagzatok egyes csillagait közönségesen a görög alphabet betűivel szoktuk megjelölni és pedig oly módon, hogy valamely csillagzat legfényesebb csillaga, α betűvel szokott jegyeztetni s. i. t. Az (5. idom)-ban látható nagy Medvében az α, β, γ és δ betűk által azon csillagok vannak jelölve, melyek a Medve testében, az ε, ϱ és η betűk által pedig azok, melyek a Medve farkában fordulnak elő. Itt nyilván jellemzetes az, hogy az ősvilág medvéi sokkal hosszabb farkkal birtak, mint az újvilág medvéi.



5. idom.

Ezen csillagzat segítségével már igen könnyen található meg az éjszaki sark csillag és a hozzá tartozó kisebbik Medve (Ursa minor). Ha ugyanis a nagyobbik Medvének α és β csillagai között egyenes vonalat képzelünk és ezt mintegy négyszeres távolságra kinyújtjuk, a kisebbik Medve azon csillagjára akadunk, mely a farkának végén van, s ez a sarkcsillag mely a kisebbik Medve legnagyobb és legfényesebb csillagja

és α betűvel jeleztetik. Ezen csillag nagyon közel fekszik a sarkhoz. Könnyen észrevehetjük, egy tiszta, de setétes éjszaka alatt, hogy a kisebbik Medvének azonos alakja van a nagyobbik Medvével, és a nevezett hét csillag mind a két csillagzatban tisztán kivehető, csak hogy a kisebbik Medve farkát az α, δ és ε; testét pedig a ϱ, η, β és γ csillngok képezik.

Ezen két csillagzatnak a fekvését és alakját ismervén, egy mesterségesen készített éggömb, égteke segitségével, melyen a többi csillagzatok mind alakjokra, mind fekvésökre nézve kellő pontossággal vannak feljegyezve, minden más csillagzatnak ismeretére is juthatunk. Vannak különben az ég felületén oly csillagzatok is, melyekre csak egyszer figyelmeztetvén, többé nem könnyen ismerhetjük őket félre, mivel vagy feltünő csoportozatok, vagy egyes, de nagyon fényes csillagok által vannak kitüntetve. Igy pl. a Cassiopeja csillagzat, mely a nagy Medve átellenes oldalán fordúl elő s vele egyenlő magassággal bir, nagyon könnyen feltalálható, minthogy öt igen fényes csillag által van kitüntetve, melyek *W* alakkal birnak és az egész csillagzat a Tejútban fekszik.

Ha a nagy Medve farkában lévő két utolsó csillagot egyenes vonal által kötjük össze és azt kellőleg meghosszabítjuk: úgy ezen egyenes egy harmadrendü csillaggal találkozand, mely a Bootes nevü csillagzatnak fejében fekszik. Ettől kissé délfelé egy szép első rendü és vörös fényü csillag van, melynek neve: Arctur és ez a nagy Medve előfutójának mondatik, mely csillag által a Bootes csillagzat fekvése tökéletesen meg van határozva. Bootesnek keleti oldalán könnyen észrevehető az éjszaki Korona nevü csillagzat, mely ugyan nem egyes csillagainak fényessége, de különös alakja által tünik fel. Bootes keleti oldalán még a Herkules nevezetü s nagy kiterjedésü csillagzat is fekszik. Még tovább kelet felé fekszik a Lant, mely nemcsak alakja, hanem a benne előforduló nagyon szép s elsőrendü Vega nevü csillag által is fölötte feltünő. Mindjárt e mellett és szintén kelet felé fekszik a Hattyú, mely keresztet ábrázol a Tejútban és Deneb nevü szép csillagot tartalmaz. A Lanttól és Hattyútól kissé délre látható a Sas, mely Atair nevü fényes és első rendü csillag által van kitüntetve.

A nagy Medve feje alatt a Hiúz nevű csillagzat látható, melyet azonban sem valami feltünő alak, sem pedig valamely fényes csillag ki nem tüntet. A Hiúz feje előtt a Fuvaros vehető észre, mely Kecske (Capella) nevű első rendű és fölötte ragyogó csillag által van kitüntetve, tehát mindig könnyen feltalálható. A Fuvaros és Cassiopeja között fekszik azon nevezetes két csillagzat, melyek egyikének Perseus, másikának pedig Andromeda a neve; az első mellett fekszik az Algol nevű változó fényességű csillag, mely tulajdonképpen a Meduza nevű csillagzat fejében létezik.

Nagy fontosságú még azon tizenkét csillagzat, melyek egy és ugyanazon legnagyobb kör kerületében fekszenek és a nap-pályának irányát jelölik ki. Ezen csillagzatok e következő rendben következnek egymás után: 1. Kos, 2. Bika, 3. Ikrek, 4. Rák, 5. Oroszlán, 6. Szűz, 7. Mérleg, 8. Skorpió, 9. Lövész, 10. Bak, 11. Vizöntő és 12. Halak. Ezek könnyen megtarthatók az emlékezetben e következő latin vers segítségével:

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Pisces.

Avagy e következő magyar vers segítségével:

Kos, Bika, Kettős, Rák, az Oroszlán és arató Szűz,
Mérleg után Ollós (Scorpio), Nyilas és Bak, Kanta Halakkal.

Ezen csillagzatok mind különös alakjuk, mind pedig nagyon fényes s feltünő csillagok által vannak kitüntetve. Igy a Bikában a szép és első rendű Aldebaran fényeskedik és pedig a szög alakú Bika szemében. Az Ikrekben két gyönyörű Castor és Pollux nevű csillag van. Az Oroszlánban a Regulus nevű első rendű csillag fekszik. A Szűz a Spica nevű nagyon fényes és elsőrendű csillagot foglalja magában. Végre a Skorpióban Antares nevű s első rendű csillag fekszik. E két utóbbi csillagzat, t. i. a Szűz és Skorpió nagyon dél felé fekszik. Igen nevezetes és nálunk is látható csillagzatok e következők: 1) a Pegasus nevű csillagzat, mely fölötte nagy kiterjedésű és három másodrendű csillagot foglal magában. 2) A legnevezetesebb az Orion nevű csillagzat, mely a déli félgömbön fek-

szik és csakis a téli éjszakákon látható nálunk. Ebben két első rendű csillag fordúl elő, melyeknek Rigel és Beteugeuse a nevök. Orion közepén van az úgynevezett Három Kaszás vagyis Jakab botja, mely három, egyenes vonalban fekvő csillagból áll és az egyenlítőnek irányában fekszik. 3) A Nagy Kutya nevű csillagzat, szinte a déli félgömbön. Ez a Sirius első rendű és a legfényesb csillagot foglalja magában, mely csillag 324-szer fényesebb, mint a 6 osztálybeliek. Ezen csillag csak a téli éjszakákon látható nálunk. 4) A kis Kutya nevű csillagzat, mely szinte a déli félgömbön fekszik és a Prokyon első rendű csillag által van kitüntetve. Végre megemlitendő még 5) a Plejadok csillagzata, mely mindig a Bika szomszédságában található.

11) Meg kell még e helyütt a sarkkörüli csillagokra nézve jegyeznünk, hogy azok különféle geo. szélesség alatt különböző számmal fordúlnak elő, és pedig számuk annál nagyobb, minél nagyobb valamely helynek geo. szélessége, azaz minél jobban közeledünk a sarkhoz, úgy hogy magában a sarkban, melynek geo. szélessége 90°, csupa sarkkörüli csillagok láthatók, azaz ott az egész félgömb csillagai az észlelő körül az egyenlitővel párhuzamos köröket irnak le, tehát soha le nem nyugszanak; mivel a sarkpontra nézve maga az egyenlitő a látkör. Ellenkezőleg a sarkkörüli csillagok száma annál kisebb, minél kisebb az illető hely geo. szélessége, úgy, hogy az egyenlítőre nézve nincs sarkkörüli csillag, mivel ott a csillagok mind félköröket irnak le a látkör felett, maga a látkör pedig egy délkör által van képviselve s igy a földnek sarkai a látkörben feküdvén, magának a forgási tengelynek is fekmentes helyzete van. Budapest táján, mely város a 47° 30'-nyi geo. szélesség alatt fekszik, e következő nevezetesb csillagzatok tekintendők sarkkörülieknek: 1. A nagy és kis Medve, 2. a Sárkány, mely egy megfordított *S*-et ábrázol és a kis Medve szomszédságában fekszik. 3. a Hiúz egy része, a Giraffe nevű, csillagzat és a Fuvaros Capellája.

12) Az ég csillagai különféle nagyságúak, avagy inkább különböző fényességűek lévén: célszerűnek látszott a csillagokat nagyságuk, vagyis inkább fényességük szerint osztályozni minek folytén 1-ső, 2-od, 3-ad, 4-ed, 5-ed, 6-od, s. i. t. 17-ed

rendű csillagokat különböztetünk meg. Könnyű belátni, hogy első rendűek azon csillagok, melyeknek fényerősségük legnagyobb és ennél fogva legfeltünőbbek az ég felületén. Szabad szemmel csak az első hat osztályú csillagokat lehet látni, a többi osztályok csillagai csak kitünő távcsövek, teleskopiumok segítségével vehetők észre, mi miatt azok teleskopikus csillagoknak is mondatnak és végtelen számmal fordúlnak elő. Igy ha az Ikrek csillagzatát szabad szemmel vizsgáljuk, bizonyos meghatározott, de nem nagy téren, 6 csillagot veendünk észre, ha azonban jó távcsövet vesszünk segítségül: akkor ugyanazon téren már 3205 fényes csillagot különböztethetünk meg, mintha az egész tér álló csilagokkal volna sürűen behintve. Az elsőrendű csillagok száma csekély, de a többi osztályok száma már tetemesen nagyobb. Számítás által azt találták, hogy az első rendű csillagok száma csak húsz, melyek fényességük szerint e következő rendben állíttatnak össze:

1. Syrius a nagy Kutyában.
2. Éta Argóban.
3. Canopus.
4. α a Centauerben.
5. Arctur Bootesben.
6. Rigel Orionban.
7. Capella a Fuvarosban.
8. Prokyon a kis Kutyában.
9. Beteugeuse Orionban.
10. Achernar az Eridanusban.
11. Aldebaran a Bikában.
12. Beta a Centauerben.
13. α a Keresztben.
14. Antares a Skorpióban.
15. Atair a Sasban.
16. Spica a Szűzben.
17. Fomalhaut a Halakban.
18. Beta a Keresztben.
19. Pollux az Ikrekben.
20. Regulus az Oroszlánban.

Mely utolsó nem gyéren a másodrendű csillagokhoz szokott számíttatni.

A többi osztályú csillagok száma e következőkben terjesztetik elő.

A 2. rendű csillagok száma: 65.
A 3. rendűeké . . . . . : 200.
A 4. „ . . . . . : 425.
Az 5. „ . . . . . : 1100.
A 6. „ pedig . . : 3200.

Ezen számokat összeadván, látni fogjuk, hogy a szabad szemmel látható csillagok száma csak mintegy 5000. Mond-

hatjuk tehát, hogy a szabad szemmel látható csillagok száma 5 és 6 ezer között foglaltatik. Megemlítjük még itt, hogy a szabad szemmel látható csillagok közül a Sirius mintegy 324-szer, az első osztálybeliek 110-szer, a másodrendűek 30-szor, a harmadik osztálybeliek 12-szer, a negyedik rendűek 6-szor és az ötödik osztálybeliek 2-szer fényesebbek, mint a hatodrendűek.

A mi a magasabb rendű csillagok számát illeti, kitünő távcsőnek segítségével eddigelé a 7. rendű csillagok számát 13,000-re, a 8. rendűekét 40,000-re, és a 9. rendűekét pedig 142,000-re teszik. Herschel, a hires csillagász számitása szerint az úgynevezett Tejútban 18 millió teleskopikus csillag fordúl elő. Ha ugyanis a Tejútban létező fehéres fényt jó távcső segítségével megvizsgáljuk: abban az álló és fényes csillagok egész halmazát veendjük észre.

MÁSODIK SZAKASZ.

A Nap évenkinti mozgása és az összrendezők rendszereinek előállítása az ég felületén.

1) **A Föld mozgása a Nap körül.** Elvitázhatatlan tény, hogy a Föld, mint bolygó test, a Nap körül mozog, minélfogva a földpálya az ég felületén egy legnagyobb kört képez, melynek iránya a már fent említett 12 csillagzat irányában fekszik. A Föld mozgása a Nap körül folyvást nyugatról kelet felé történik. Számtalan észlelet kétségtelenné teve, hogy a Föld pályáját 365·25 nap alatt végzi, mely idő 12 hóra van felosztva és pedig úgy, hogy 7 ily hónap 31, 4 hónap 30, egy hónap pedig 28 nappal bir, mely napokat összeadván: éppen 365-öt kapunk, tehát 0·25 nappal kevesebbet, mint az egész év tartama. Mivel pedig a nap 0·25 része négy év lefolyta alatt egy egész napot tesz: azért február hó minden negyedik évben 29 napból áll és az ilyen év szökő évnek neveztetik s összesen 366 napból áll.

Könnyű ezekután belátni, hogy a Föld a fennebb említett s állatkörnek nevezett 12 csillagzat mindegyikében egy hónapig tartózkodik és így egy év elmúlta után megint ugyanazon állócsillaghoz tér vissza.

Ezen nevezetes tünemény mellett a legcsodálatosabb jelenség az, hogy a Föld felületén élő lények egyike sem veheti észre közvetlenül a Föld említett mozgását, melyre azonban jogosan lehet következtetnünk a Nap látszólagos mozgásából az ég felületén. A Földnek mozgása ugyanis a Napra rúháztatik át, melynek mozgását az ég felületén világosan látjuk és egyuttal meggyőződhetünk, hogy a Nap a már többször említett 12, állatköri csillagzatban mozog, még pedig ugyanazon idő alatt, mely alatt a Föld egy keringést tesz a Nap körül és

ugyanazaon irányban, t. i. nyugatról kelet felé. De e Nap ezen észlelhető mozgása csak látszólagos és a Föld mozgásából ered, a mint t. i. a Föld pályájának különböző pontjában fordúl elő, a Nap is az égnek különböző pontjában látható. A Nap tehát a napi rendszerre nézve: álló test, mert habár *saját mozgással* is bir, de ezen mozgása általunk észre nem vehető.

A Nap e látszólagos mozgásának az okát a (6-ik idom)-ból világosan lehet megérteni. Ha t. i. az idomban látható *ABCD*..... kör a Föld pályáját állítja elő és *O*-ban, a közép-

6. idom.

pontban a Nap képzeltetik: akkor könnyű belátni, hogy midőn a Föld pályájának *G* pontjában, tehát a mérlegben, fordúl elő, a mi áprilisban szokott megtörténni, akkor egy észlelő a Föld felületéről a Napot nyilván az átellenes *A* pontban, azaz a Kosban fogja látni, midőn azonban a Föld *G*-ből *H* pontba ment át, azaz a Skorpióban tartózkodik: akkor az észlelő a Napot már *B* pontban, azaz a Bika nevű csillagzatban fogja látni, a Nap tehát a Kosból a Bikába ment át. És hasonló

képpen ha a Föld a Skorpióból a Nyilasba, (Lövészbe) jő, a Nap is a Bikából az Ikrekbe menend át, stb. És igy már világosan látjuk, miként hozza létre a Földnek valódi mozgása a Nap körül, a Nap látszólagos mozgását az égen, mely ugyanazon irányban történik, mint a Föld keringése, t. i. nyugatról kelet felé. Könnyen meggyőződhetünk továbbá, hogy a Kos, Bika és Ikrek nevű három csillagzat a tavasznak; a Rák, Oroszlán és a Szűz a nyárnak; a Mérleg, Skorpió és a Lövész az ősznek, végre a Bak, Vizöntő és a Halak a télnek felelnek meg.

Az eddig mondottakról még az által is lehet meggyőződni, hogy a Napot a megemlített csillagzatok bármelyikében képzelve, az átellen csillagzatnak éjfélkor mindig tetőznie kell, úgy pl. ha azt tudnók, hogy a Föld a Lövészben fordúl elő, a nap tehát az Ikrekben látható: akkor a Lövész csillagzatnak éjfélkor szükségképpen tetőznie kell s igy megfordítva, ha azt akarnók tudni, mely csillagzatban tartózkodik a Nap: akkor csak arra kell figyelni, hogy melyik csillagzat a 12 közül tetőzik éjfélkor, mert ezen csillagzat átellenese nyilván az leend, melyben a Nap fordúl elő. Minthogy pedig a tapasztalat szerint mind a 12 csillagzat tetőzése bizonyos meghatározott időközökben, éjfélkor áll be: e körülmény nyilván a földpálya irányának megállapítására szolgál. Megemlitjük még e helyütt, hogy a földpálya *ekliptikának* is neveztettk.

A Nap átmeneteléről a megemlitett csillagzatok egyikéből a másikba, még e következő módon lehet meggyőződni. Ha ugyanis valamely tetszés szerinti napon a Nap lenyugvását észleljük: akkor a Nap lenyugta után a látkör nyugati oldalán egy csillagzatot vehetünk észre, mely mindjárt a Nap után szintén lenyugszik. Ha pedig ezen csillagzatot naponta, hosszabb időn át figyelmesen észleljük: azt fogjuk észrevenni, hogy a Nap ezen csillagzathoz mindig jobban és jobban közeledik s végre vele együtt nyugszik le. Ugyanezen tünemény észlelhető több más csillagzatra nézve is. Ezen észleletek által világosan meg van mutatva, hogy a Nap az ég felületén nyugatról kelet felé mozog.

Hasonló és ugyanazon célra szolgáló észleletek a látkör keleti részén is intézhetők. Ha ugyanis e tájon azon csillagza-

tot veszszük figyelembe bizonyos meghatározott napon, mely közvetlen a Nap előtt kelt fel: akkor több nap elmultával azt fogjuk észrevenni, hogy a kérdéses csillagzat mindig nagyobb és nagyobb magasságban lesz a látkör felett látható a Nap felkelte előtt, mintha a Nap tőle eltávozott volna, miből már világosan szabad következtetnünk, hogy a Nap valóban mozogni látszik nyugatról kelet felé és hogy az észlelt csillagzatok nem egyebek, mint az állatkör, mely által a Nap pályája az ég felületén ki van jelölve.

Mindezen emlitetteknél fogva a következő jeleneteknek is be kell állaniok az év lefolyása alatt. Ha ugyanis az eget a tavasz kezdetével észleljük, mely időben a Nap a Kosban tartózkodik; akkor a Nap lenyugta után a látkör felett az égen a Kos, Bika, Ikrek, Rák, Oroszlán és a Szűz csillagzatokat fogjuk látni, melyek az egész éj alatt is észlelhetők lesznek. Ha pedig a nyár kezdetén észleljük az eget, mely időben a Nap a Rákban fordúl elő, akkor a Nap lenyugta után a Rák, Oroszlán, Szűz, Mérleg, Skorpió és a Lövész csillagzatokat fogjuk a látkőr felett látni és pedig az egész éj tartama alatt. Ha továbbá az ég az ősz elején észleltetik, mely időben a Nap a Mérlegben tartózkodik: akkor a Mérleg, Skorpió, Lövész, Bak, Vizöntő és a Halak csillagzatokat fogjuk az egész éj alatt a látkör felett látni. Mindezekből azon nevezetes tünemény is könnyen megmagyarázható, miszerint az év különböző szakaiban, különböző csillagzatok is láthatók az ég éjszaki félgömbjén, kivévén természetesen a sarkkörüli csillagokat melyek mindig a látkör felett tartózkodnak. Egy s ugyanazon csillagzat tehát, mint pl. az Orion, csak fél évig tartózkodik éjjel a látkör felett, holott ugyanazon csillagzat a második fél év lefolyta alatt éjjel mindig a látkör alatt tartózkodik.

2) **Az ekliptika fekvése az ég felületén.** Habár az előbbiekben már megmutattuk, hogy az Ekliptika, vagyis a nappálya, a már sokszor emlitett 12 csillagzat által van kijelölve: az által a nappálya fekvése még nincs meghatározva azon pontossággal, melyet itt igénybe kell vennünk, mivel a már többször emlitettük csillagzatok az ég felületén nem vonalat, hanem tetemes szélességű övet foglalnak el, mely öv állatkörnek (zodiacus) mondatik, holott a nappálya alatt szükség-

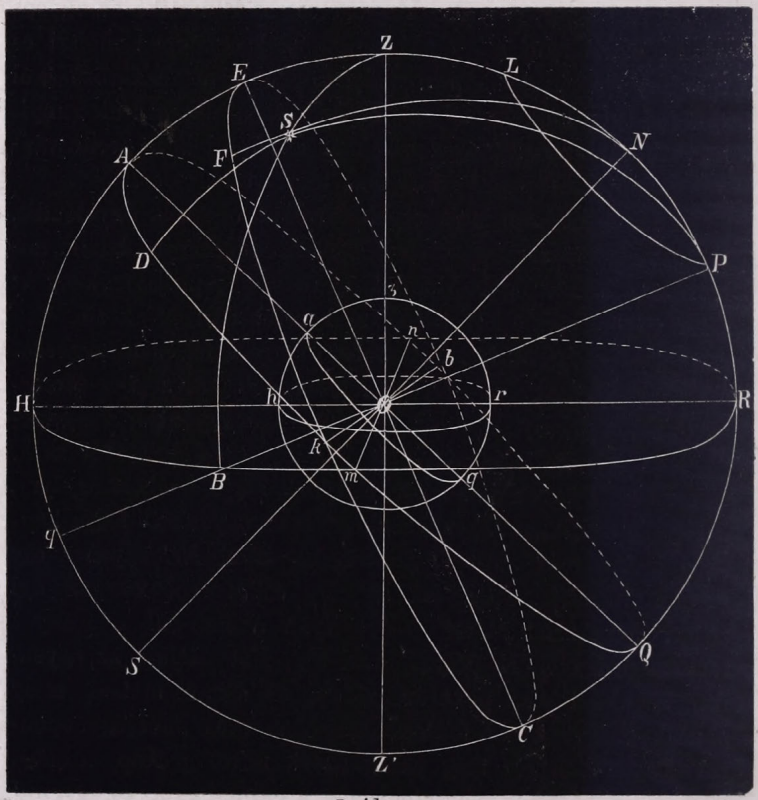
képen csak azon kör kerületét kell értenünk, mely a Nap középpontja által iratik le az ég felületén. Az ekliptika fekvése nyilván pontosan ismert leend, mihelyt annak helyzete valamely más ismert és állandó helyzetű legnagyobb kör fekvésének irányában határoztatik meg, mely nevezetes és ismert fekvésű legnagyobb kör nem lehet más, mint az egyenlitő, melynek sikja a Föld középpontján megy keresztül és a világtengelyre függélyesen áll. Ha ugyanis az Ekliptika az egyenlitővel össze nem esik: akkor azt szükségképpen metszi és vele bizonyos szöget képez, mely szögnek a meghatározásáról van itt tulajdonképpen szó. E helyütt azonban csak annyit jegyezhetünk meg, hogy e szög már minden lehető pontossággal megméretett s 23° 28′-nyinek találtatott.

Ha most azon legnagyobb köröket veszszük figyelembe, melyeknek ismeretére az ég felületén eddigelé jutottunk, milyenek: a látkör, egyenlitő, délkör és a nap-pálya: akkor az egész éggömbnek e következő szerkezetét állithatjuk elő.

3) **Az éggömb szerkezete.** Vegyük fel ezen szerkezet előállitására, hogy az $ANQS$ legnagyobb kör a (7-ik idom)-ban valamely hely délköre; O a Föld középpontja, NS egyenes a világtengely, tehát N az éjszaki, S pedig a déli sark, akkor az AQ legnagyobb kör, melynek sikja a világtengelyre, NS-re függélyesen áll, szükségképpen az egyenlitőt fogja képviselni. Ha már most O ponton keresztül EC egyenes oly módon húzatik, hogy az az AQ egyenessel 23° 28′-nyi szöget képezzen: akkor EC nyilván a nap-pálya irányát terjesztendi elő. E pálya kerülete, mint látjuk, az egyenlitő kerületét két pontban a-ban és k-ban metszi, mely pontok a legnagyobb fontossággal birnak és napéjegyenpontoknak neveztetnek, még pedig azért, mivel a Nap mozgása közben e pontokban megjelenvén — a nappal és az éj egyenlő tartamú az egész föld felületén, mivel ez esetben a Nap naponkinti mozgása az egyenlitőben történik, melynek fele a látkör felett, fele pedig a látkör alatt foglaltatik, és igy a Nap a látkör felett és alatt egyenlő ideig tartózkodik. Ezen nevezetes pontok egyike tavaszi, másika pedig őszi nap-éjegyenpontnak neveztetik. A tavaszi nap-éjegyenpont az, melyből a Nap kiindulva, az éjszaki félgömbre érkezik, hogy itt minket a kel-

lemes nyárral örvendeztessen meg. Az őszi nap-éjegyenpont pedig az, melyből a Nap kiindulva: a déli félgömbre megy át, hogy ott hozza létre a nyarat, az éjszaki félgömböt a kellemetlen és szigorú télben hagyván.

Fölvevén, hogy az említett idomban a a tavaszi nap-éjegyenpont: akkor a Nap ebből kiindulva, a legmagasabb fekvésű E pont felé fog haladni, melyben megjelenvén: a nyár áll



7. idom.

be az éjszaki félgömbön. A Nap E pontból k-ba az őszi nap-éjegyenpontba érkezik, hol a nap és éjszaka megint egyenlő tartamú leend. Innen a Nap a déli félgömbre rándul, mig a legmélyebben fekvő C pontot éri el, mely alkalommal az éjszaki félgömbön a tél kezdődik, de onnan az a pont felé emelkedik, melyet elérvén, megint a tavasz kezdődik az éjszaki félgömbön. Az E és C pontok joggal fordulati pontoknak neveztet-

nek, mivel e pontokban a Nap nyilván megfordúl és az egyik pontból lefelé, a másikból pedig felfelé jár. Az egyenlitőhöz párhuzamosan fekvő *EL* és *MC* körök fordulati köröknek mondatnak, még pedig az *EL* kör rák-fordulati körnek neveztetik, mert midőn a Nap naponkinti mozgása az *EL* körben történik: a Nap a Rák csillagzatban foglaltatik. Hasonlóképpen az *MC* kör bak-fordulati körnek hivatik, mert a Nap a Bak csillagzatban fordúl elő, midőn annak naponkinti mozgása az *MC* körben történik.

4) **A napok hosszúságának megitélése.** A Napnak a (7-ik idomban) előterjesztett mozgásából a nappalok különböző tartama is könnyen kimagyarázható. Ha ugyanis a Napot legelőször a tavaszi nap-éjegyenpontban, *a*-ban képzeljük, és *HR* legnagyobb kör által a hely látkörét állítjuk elő, és igy a *Z* és *Z'* által a látkör sarkai, azaz Zenith és Nadir vannak képviselve: akkor nyilván való, hogy a Nap pályájának *a* pontjában tartózkodván, magát az egyenlitőt irja le napi mozgása következtében, s mivel ennek fele a látkör alatt, fele pedig a látkör felett fekszik: világos, hogy ez esetben a nappal és éjjel egyenlő tartamú leend. Mihelyt azonban a Nap *a*-ból kiindulva *E* pontba jő, mire nyilván 3 hónap kivántatik: naponkinti mozgása *EL* párhuzamos körben történend, melynek tetemesen nagyobb része, *DEB* a látkör fölött, és csak jóval is kisebb *BLD* része a látkör alatt foglaltatik, miből már világosan következik, hogy ez esetben a nappalok hosszabbak, mint az éjjelek. Az ábrából is látni, hogy *DEB* iv több, mint az *EL* párhuzamos kör fele, és igy hátrahagyására is több kivántatik 12 óránál. A *DEB* iv napi ivnek, a *BLD* iv pedig éji ivnek neveztetik. Mindezekből könnyű felfogni, hogy a tavaszi nap-éjegyenponttól kezdve, azon pillanatig, melyben a Nap a legmagasabb *E* pontot éri el: a nappalok tartama folyvást nő és magában az *E* pontban a maximumot éri el. Mihelyt azonban a Nap *E* pontból *k* felé tart, a nappalok hossza is folyvást fogy, mig végre *k*-ban a nappal és éjjel megint egyenlő tartamú leend. Midőn a Nap *k* pontból *C* felé rándul az éjjelek hossza a nappalok rovására még mindig nő és *C* pontban a maximumát éri el. Ez esetben ugyanis a Nap az *MC* párhuzamos kört irja le naponkint és pedig

annak sokkal nagyobb *bCd* részét a látkör alatt, kisebbik részét *bMd*-t pedig a látkör felett. A napok tehát ez esetben a legrövidebbek, az éjszakák pedig a leghosszabbak, és igy látni való, hogy a napok hosszai *k*-tól *C* felé mindig fogynak és *C*-nél a minimumot érik el. Az eddig mondottakból vajmi könnyű a Nap mozgását az éjszaki és déli félgömbre nézve megitélni.

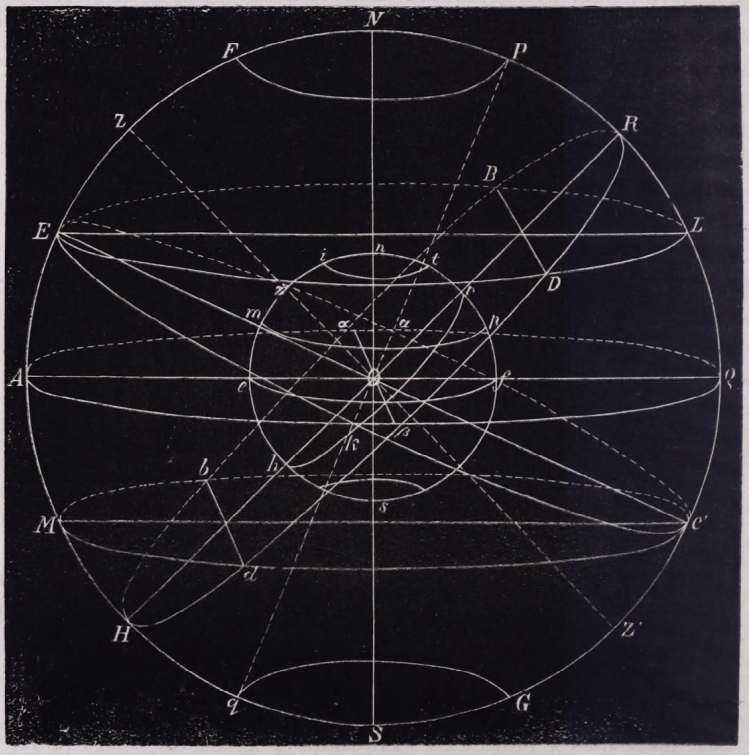
5) **Az eddigiek vonatkoztatása a Földre.** Miután a (7-ik idom)-ban *O* a Föld középpontja, *ANQS* pedig az éggömb legnagyobb köre, világos, hogy az *enfs* kisebbik kör által magának a Földnek kerületét állithatjuk elő, mely az *AQ* világegyenlitő által szintén legnagyobb körben *ef*-ben metszetik, mely nyilván a Föld egyenlitőjét képviseli, az erre függélyes *ns* egyenes pedig a Föld tengelye leend, mely körül a Föld 24 óra alatt egy forgást végez. E tengely kellőleg meghosszabbitva a világ: *NS* tengelyét adandja. Hasonlóképpen az *mp* párhuzamos a Földön az *EL* párhuzamosnak az égen és *it* sarkkör az égi *FP* sarkkörnek felel meg.

AH iv, mely nyilván azon *AOH* szög mértéke, mely alatt az egyenlitő metszi a látkört: az egyenlitőnek a látkör feletti magasságának mondatik és hasonlóképpen az *RN* iv a sarknak a látkör feletti magasságát méri meg. Ezen két iv a Föld bármely pontjára nézve oly tulajdonságú, hogy egymást 90°-ra pótolják, és igy az egyiket tudván a másik is ismeretessé válik. Tudjuk ugyanis, hogy $AH = RQ$ ámde $RQ + RN = 90$ és igy kell, hogy: $HA + RN$ is $=$ legyen 90°, azaz a sarknak és az egyenlitőnek a látkör feletti magasságai 90°-t adnak összegül. Az egyenlitő és látkör, mint két legnagyobb kör, szintén két pontban α- és β-ban metszik egymást, mely pontok egyike, α a keleti, másika β pedig a nyugati pontot képviseli, minélfogva *H* a déli, *R* pedig az éjszaki pont leend s mivel a legnagyobb *AQNS* kör a délkör, melynek síkját a látkör síkját *HR* egyenesben metszi: ezen egyenes déli vonalnak neveztetik. Ha végre felvesszük, hogy *Pq* egyenes a Föld középpontján megy keresztül és az ekliptika síkjára függélyesen áll: akkor ezen *Pq* egyenes az ekliptika tengelyének mondható, *P* és *q* pontok pedig az ekliptika sarkpontjai lesznek, melyek, a mint könnyű belátni, nyilván a sarkkörökben fekszenek, mert:

$AE + EN = 90°$, de szintén: $EN + NP = 90°$,
miből következik, hogy $AE = NP$. Megemlítendőnek tartjuk még e helyütt, hogy a délkör is két egyenlő részre osztja az éggömböt, melyek egyike keleti, másika pedig nyugati félgömbnek mondatik.

6) **Az összrendezők rendszerei az égen.** Az ég felületén előforduló összrendezők rendszerei a legnagyobb fontossággal birnak, s a gömbi csillagászat alapját képezik, mivel csakis ezen összrendezők segítségével határozhatók meg a csillagok fekvéséhez tartozó elemek. Ha az ég felületén eddig meghatározott legnagyobb körök az észlelési helynek megfelelőleg szerkesztetnek: akkor könnyű módon jutunk azon határokhoz, melyekre nézve a csillagok fekvése általánosan véve megállapítható. Hogy pedig azt teljes világossággal lehessen megmutatni: a már tárgyalt legnagyobb körök helyzetei a (8-ik idom)-ban Budapestnek megfelelőleg vannak összeállítva, melynek sarkmagassága, avagy geo. szélessége $= 47° 30'$, tehát az egyenlitőnek magassága a látkör felett $= 42° 30'$ és igy, ha HR a kérdéses hely látköre, és HA iv $42° 30'$-nyi, akkozr nyilván AQ lesz az egyenlitőnek iránya az égen. Ha továbbá AE iv $23° 28'$-nyinek vétetik: akkor az EC legnagyobb kör nyilván ekliptikát, nappályát állitandja elő, mihez még a hely délköre $HZRZ'$ vétetvén, elégséges alapunk lesz az ég felületén előforduló különféle pontok fekvésének meghatározására. Itt figyelni kell különösen a Z és Z' pontokra, melyek a z hely tető- és lábpontját (Zenith és Nadir) képviselik, azután az N és S pontokra, melyek által az egyenlitőnek éjszaki és déli sarkát, továbbá a P és q pontokra, melyek által az ekliptika déli és éjszakí sarkát jelöljük meg. Továbbá látjuk, hogy b és k pontok az ekliptikának keresztmetszési pontjai az egyenlítővel, tehát az úgynevezett napéj-egyenpontok, melyekre nézve fel kell vennünk, hogy k a tavaszi, b pedig az őszi nap-éjegyenpont. Az n és m pontok nyilván az egyenlitőnek keresztmetszési pontjai a látkörrel, melyekre nézve felveszszük, hogy m a keleti, n pedig a nyugati pont és igy H a déli, R pedig az éjszaki pont lesz. Továbbá az E és C pontok, melyekben a délkör az Ekliptikát metszi, a Nap fordulati pontjai, még pedig E a nyári, C pedig a téli napállási vagyis

napfordulati pont, azon délkör pedig, mely a két nap-éjegyenponton megy keresztül Colurusának (Colur der Aequinoctien) mondatik. Azon délkör továbbá, mely a két napfordulati ponton megy keresztül: a nap-fordulati pontok Colurusának (Colur der Solstitien) mondatik. Az eddig bemutatott legnagyobb körök és pontok már elégségesek arra, hogy az ég felületén előfor-



8. idom.

duló rendszerket kellőleg lehessen előállítani, mit mi e következő rendben teendünk.

7) **A látkör rendszere.** Ha a csillagos eget kellő figyelemmel vizsgáljuk: akkor könnyen észre fogjuk venni, hogy az egyes csillagok különböző időben különböző magassággal birnak a látkör felett, és így nyilván követelhető, hogy vala-

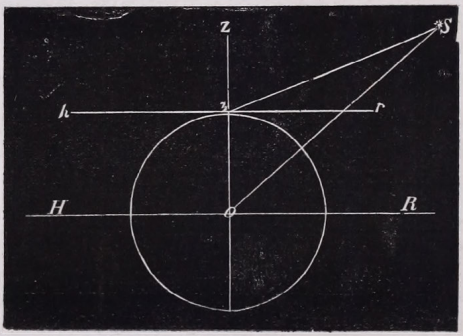
mely csillag fekvése a latkör irányában meghatároztassék. Hogy pedig e feladatnak meg lehessen felelni, mindenek előtt arra kell figyelni, hogy az éggömbön fekvő bármely pont meghatározására, éppen úgy, mint a síknál, két összrendező kivántatik, melyek azonban bizonyos határokra vonatkoznak és bizonyos pontokból számitandók. Hogy pedig ezen nevezetes pontokat megállapitani lehessen, a fődolog abban áll, hogy a délivonal fekvése ismeretes legyen. Ezen a látkör síkjában fekvő egyenes vonal a (8-ik idom)-ban *HR* által van képviselve; tehát a *H* délipontban végződik és ez azon pont, melytől a kérdéses összrendezők egyike számittatik. Ha a megemlitett idomban *S* az égen fekvő valamely csillag, melyen nemkülönben a *Z* tetőponton keresztül menő és a látkörre függélyes kört képzelünk: úgy azonnal látjuk, hogy ezen csillag függélyes elállása a látkörtől: *SB* iv vagyis az *SOB* szög által méretik meg, és ez a csillag egyik összrendezője, mely tehát a látkör *B* pontjától számitandó s már egyéb nincs hátra, mint a *B* pont meghatározása, melyre nézve világosan látjuk, hogy fekvése *HB* iv által teljesen meg van határozva, mely iv a déli *H* ponttól számitandó *B*-ig és a kérdéses csillag második összrendezőjét képviseli. A csillagászatban *BS* iv a csillag magasságának, *HB* iv pedig a csillag azimuthjának neveztetik. Tehát valamely csillag magassága és azimuthja az összrendezők egy párját képezik, és mindig a látkörre vonatkoztatnak. Könnyű továbbá belátni, hogy a csillag távola a tetőponttól *ZS* iv által van adva, miből következik, hogy valamely csillag magassága és annak tetőponttóli távola egymást 90°-ra pótolják. $BS + SZ = 90°$ és igy $BS = 90 - SZ$. és $SZ = 90 - BS$, azaz, ha ezen távolok egyike adatik, másika is ismeretessé válik.

8) **A csillag megmért magasságának kijavitása.** Említettük, hogy *O* a Föld középpontja (8. ábra), az *S* csillag magassági szögének a csúcsa tehát e pontban keresendő, mivel azonban az észlelő nem a Föld középpontjában, de annak felületén fordúl elő, és onnan méri meg a csillag magasságát, nyilván való, hogy e mérésben hibát követünk el, mivel a központi szög a Föld felületén megmért szöggel nem egyenlő. Lássuk tehát, miben áll e hiba, s miként javitandó az ki,

Ha a (9-ik idom)-ban előforduló kör által magát a Földgömböt állítjuk elő, melynek O a középpontja, z a Föld felületén fekvő észlelési hely, zZ leend ezen hely függőlegese és az Oz vonalra merőleges hr a z pont látszólagos látkörét képviseli, holott az O középponton keresztülmenő és a hr-hez párhuzamos HR ugyanazon pont valódi látköre leend. Ha most az ég felületén fekvő s pontban egy csillagot képzelünk, annak magasságát a valódi látkör felett sOR, a látszólagos látkör felett pedig szr szög méri, mely szögek különböző nagyságúak lévén: a látszólagos látkör feletti magasság tehát kijavitást igényel, mi e következő módon történik:

$$sOR = 90 - zOs = 90 - (Zzs - zsO) \text{ avagy}$$

$$sOR = szr + zOs.$$



9. idom.

Mely nevezetes kifejezés azt mondja, hogy valamely csillagnak a valódi látkör feletti magasságát úgy találjuk, ha annak a látszólagos látkör feletti magasságához még azon szöget adjuk, mely alatt a földsugár látható a kérdéses csillagról, s mely szög e csillag látközének (parallaxis) mondatik. Most még csak azt kell megmutatnunk, miként áll a dolog e nevezetes szöggel. Ha e végre a földsugár r-rel jeleltetik, leend az Ozs háromszögből:

$$zO : Os = \sin zsO : \sin Ozs, \text{ honnan}$$

$$\sin zsO = \frac{zo.\ \sin.\ Ozs}{Os} = \frac{r.\ \sin.\ Ozs}{Os}$$

Mivel pedig Os nyilván a kérdéses csillag távola a Föld középpontjától, e távol pedig különösen az álló csillagokra nézve roppant nagy, hogy nemcsak a földsugár, hanem a Föld pályájának átmérője is elenyészőnek tekintendő e távol irányában, könnyű belátni, hogy zsO szög is elenyészőleg csekély ez esetben, mely körülmény nyilván oda mutat, hogy az álló csilla-

gokra nézve mindegy, akár a látszólagos, akár pedig a valódi látkörre vonatkoztatik magasságuk. Ha azonban oly féle égitest magasságáról lenne szó, melynek a Földtől való távola irányában a földsugár elenyészőnek nem tekinthető: akkor a megmért szög kijavitását semmi esetre sem szabad elhanyagolnunk. Ezen eset pedig nemcsak a Nap- és Holdnál, hanem minden bolygónál is beáll, melyeknek Földtől való távola irányában a földsugár el nem enyészik.

9) **A magasságok mérésére szolgáló műszer.** A mi a látkörre vonatkoztatott összrendezőknek, a csillag magasságának és azimuthjának megmérését illeti: az az úgynevezett *azimuthalis kör* által történik. Ezen műszer két fémkörből áll, melyek egyikének fekmentes, másikának pedig függőleges állása van és pedig úgy, hogy a függőleges körnek síkja a fekmentes kör középpontján megy keresztül. Ezen két kör kerületei pontos osztásokkal vannak ellátva. A függőleges kör még egy távcsővel van összekötetésben, mely távcső középpontja körül, tehát a függőleges kör síkjában fel és alá mozgatható. Ha ezen műszerrel valamely csillag magasságát és azimuthját akarnók mérni: mindenekelőtt szükséges, hogy az észlelési hely déli vonalának fekvése vagy iránya ismeretes legyen, mely esetben a műszer valamely fekmentes síkra úgy állíttatik fel, hogy átmérője, mely 0 és 180 fokot mutat, a déli vonallal essék össze. Azután a függőleges kör a délkör síkjába helyeztetik. Ennek megtörténte után a függőleges kör a fekmentesnek középpontja körül kelet avagy nyugot felé mindaddig forgattatik, míg a figyelembe vett csillag a távcső keresztfonalában meg nem jelenik, mely pillanatban a csillag magassága a függőleges, azimuthja pedig a fekmentes körről könnyen leolvasható. Ezen észlelet tökéletesítésére azonban még az idő is feljegyzendő, melyben a csillag észlelése történt. Megemlítendő még e helyütt, hogy a csillag azimuthja a déli ponttól kezdve nyugat felé 360°-ig számítandó, de célszerűbb a csillag azimuthját mind nyugat, mind kelet felé számítani a déli ponttól, de ez esetben csak 180°-ig, s ilyenkor a csillagnak vagy keleti, vagy nyugati azimuthja lesz. Aligha kell megemlítenünk végre, hogy a magasságok 90°-nál nagyobbak nem lehetnek.

10) **Az egyenlitő rendszere.** Számtalanszor kivántatik, hogy valamely égi test fekvése az egyenlitő irányában határoztassék meg, mely esetben már más összrendezői rendszer lép fel, melynek mibenléte e következő. Ha ugyanis a (8-ik idomban) AQ az egyenlitőt képviselő legnagyobb kör, mely az ekliptikát k és b pontokban metszi, melyek közül k vétetik tavaszi nap-éjegyenpontnak; és most az egyenlitőnek N sarkából magára az egyenlitőre függőleges ND ív húzatik oly módon, hogy az az S csillagon menjen keresztül: akkor könnyü belátni, hogy kD és DS körivek adása által az S csillag fekvése az egyenlitő irányában tökéletesen meg van határozva, a kD és DS ívek tehát a csillag összrendezői az egyenlitőre vonatkozólag, melyek elseje kD, minthogy a tavaszi nap-éjegyenpontból az egyenlitőn számittatik: a csillag egyenes emelkedésének (Ascensio recta), másika DS pedig e csillag eltérésének (Declinatio) mondatik. Az ND ívhez tartozó legnagyobb kör pedig eltérési körnek (Declinations Kreis) mondatik, az eltérési körök tehát mind az egyenlitő sarkain mennek keresztül és az egyenlitőre függélyesen állanak. Mivel továbbá az eltérési körök keresztmetszési pontjai az egyenlitővel, az égnek naponkint, még pedig 24 óra alatt történő mozgása közben, a délkörön mennek keresztül, minden egyes keresztmetszési pontra nézve más és más idő fog esni és éppen ez oknál fogva az eltérési körök órakörőknek is neveztetnek (Stundenkreise). Megemlitendő még, hogy az egyenes emelkedések a tavaszi nap-éjegyenponttól kezdve 0-tól 360 fokig számittatnak, még pedig azon irányban, melyben a Nap jár az ég felületén, tehát nyugatról kelet felé, holott az eltérések csak 0-tól 90 fokig. Különben az eltérés lehet éjszaki vagy déli, a mint t. i. a kérdéses csillag a déli avagy az éjszaki félgömbön foglaltatik, a mi tehát mindig különösen megjegyzendő.

11) **Az ivek átváltoztatása időre és megfordítva.** Miután az egyenlitőnek tengelye körüli forgatása 24 óra alatt vitetik véghez, következik, hogy annak bármely hosszúságú ive bizonyos idő alatt fog hátrahagyatni, mely idő az iv hosszával egyenes arányban lesz. Mondhatjuk tehát, hogy minden ivnek bizonyos időbeli egyenértéke van, és igy az egyenlitő ivei és az ezekhez tartozó idők oly szoros összeköttetésben

vannak egymással, hogy azoknak átváltoztatása egymásra semmi nehézséggel sem jár.

Minthogy ugyanis az egyenlitőnek összesen 360 foka 24 óra alatt megy keresztül a délkörön, világos: hogy minden egyes óra alatt $\frac{360}{24} = 15$ foknyi iv fog átmenni a délkörön, 15 foknyi ivnek időbeli egyenértéke tehát 1 óra. Éppen oly könnyen felfogható az is, hogy minden perc alatt $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ foknyi avagy 15 percnyi iv meend át a délkörön, hasonlóképpen minden másodperc alatt $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ percnyi, avagy 15 másodpercnyi iv megy át a délkörön. Mindezekből már világosan láthatjuk, hogy a csillagászatban két féle perc és két féle másodperc fordúl elő, melyek egyik neme ivpercnek, ivmásodpercnek, másik neme pedig időpercnek, időmásodpercnek neveztetik. Ezen kétnemű percek és másodpercek átváltoztatása egymásra pedig a fennebbiek szerint e következő módon történik. Az idő perceket és másodperceket az által változtatjuk át ivpercekre és másodpercekre, ha az adott időperceket és másodperceket 15-tel szorozzuk. Ha pl. azt akarnók tudni, hogy 20 időperc hány ivpercet tesz, akkor 20×15 és 300 ivpercet nyerünk, a mi nyilván 5 fokot tesz s valóban, mert ha 60 perc alatt 15 fok megy át a délkörön, 20 perc alatt szükségképpen annak harmada, azaz 5 fok meend által.

Az ivperceket és másodperceket pedig az által változtatjuk át időpercekké és másodpercekké, hogy az ivpercek és másodpercek adott számát 15-tel elosztjuk. Ha pl. arról volna a szó, hogy 150 ivperc hány időpercet tészen, akkor 150-et elosztom 15-tel s eredményúl nyilván 10 időpercet kapok, mely idő alatt valóban 2·5 foknyi azaz 150 percnyi iv megy át a délkörön. Az időnek ivekre leendő átváltoztatására szolgál a következő táblázat, melyben *Ó* alatt órákat *F* alatt pedig fokokat kell érteni.

Az időnek átváltoztatása ivekre.

Ó	F	Idő percek	Iv percek	Idő percek	Iv percek	Idő percek	Iv percek
1	15	1	0° 15′	21	5° 15′	41	10° 15′
2	30	2	0° 30′	22	5° 30′	42	10° 30′
3	45	3	0° 45′	23	5° 45′	43	10° 45′
4	60	4	1° 0′	24	6° 0′	44	11° 0′
5	75	5	1° 15′	25	6° 15′	45	11° 15′
6	90	6	1° 30′	26	6° 30′	46	11° 30′
7	105	7	1° 45′	27	6° 45′	47	11° 45′
8	120	8	2° 0′	28	7° 0′	48	12° 0′
9	135	9	2° 15′	29	7° 15′	49	12° 15′
10	150	10	2° 30′	30	7° 30′	50	12° 30′
11	165	11	2° 45′	31	7° 45′	51	12° 45′
12	180	12	3° 0′	32	8° 0′	52	13° 0′
13	195	13	3° 15′	33	8° 15′	53	13° 15′
14	210	14	3° 30′	34	8° 30′	54	13° 30′
15	225	15	3° 45′	35	8° 45′	55	13° 45′
16	240	16	4° 0′	36	9° 0′	56	14° 0′
17	255	17	4° 15′	37	9° 15′	57	14° 15′
18	270	18	4° 30′	38	9° 30′	58	14° 30′
19	285	19	4° 45′	39	9° 45′	59	14° 45′
20	300	20	5° 0′	40	10° 0′	60	15° 0′
21	315						
22	330						
23	345						
24	360						

Ez pedig már azon nevezetes táblázat, melynek segélyével az órákat fokokra, az időperceket és másodperceket pedig ivpercekké és másodpercekké lehet átváltoztatni. Az időmásodpercekre nézve megjegyzendő, hogy e célra szintén azon rovatok használhatók, melyek az időpercek átváltoztatására szolgálnak, csak hogy az időpercek rovatában másodpercek, a megfelelő ivpercek rovatában pedig a fokok és percek helyébe ivpercek s illetőleg másodpercek gondolandók. Ha pl. $7^{\circ}\ 12^{m}$

34^s-nyi idő ivekben volna kifejezendő: akkor *ó*, *m* és *s* alatt megfelelőleg órákat, perceket és másodperceket értvén, leend:

$$\begin{aligned} 7^{ó} &= 105^{0} \\ 12^{m} &= 3^{0} \\ 34^{s} &= 8'\ 30'' \end{aligned}$$

tehát $7^{ó}\ 12^{m}\ 34^{s} = 108^{0}\ 8'\ 30''$.

Hogy pedig fokokban, ivpercekben, és másodpercekben adott köriveket lehessen átváltoztatni egyenértékű időre: e célra a következő táblázat szolgál:

Az ivek átváltoztatása időre.

F	Órák és percek	Iv-percek	Időpercek és másodpercek	Iv-percek	Időpercek és másodpercek	Iv-percek	Időpercek és másodpercek
1	$0^{ó}\ 4^{m}$	1	$0^{m}\ 4^{s}$	21	$1^{m}\ 24^{s}$	41	$2^{m}\ 44^{s}$
2	$0^{ó}\ 8^{m}$	2	$0^{m}\ 8^{s}$	22	$1^{m}\ 28^{s}$	42	$2^{m}\ 48^{s}$
3	$0^{ó}\ 12^{m}$	3	$0^{m}\ 12^{s}$	23	$1^{m}\ 32^{s}$	43	$2^{m}\ 52^{s}$
4	$0^{ó}\ 16^{m}$	4	$0^{m}\ 16^{s}$	24	$1^{m}\ 36^{s}$	44	$2^{m}\ 56^{s}$
5	$0^{ó}\ 20^{m}$	5	$0^{m}\ 20^{s}$	25	$1^{m}\ 40^{s}$	45	$3^{m}\ 0^{s}$
6	$0^{ó}\ 24^{m}$	6	$0^{m}\ 24^{s}$	26	$1^{m}\ 44^{s}$	46	$3^{m}\ 4^{s}$
7	$0^{ó}\ 28^{m}$	7	$0^{m}\ 28^{s}$	27	$1^{m}\ 48^{s}$	47	$3^{m}\ 8^{s}$
8	$0^{ó}\ 32^{m}$	8	$0^{m}\ 32^{s}$	28	$1^{m}\ 52^{s}$	48	$3^{m}\ 12^{s}$
9	$0^{ó}\ 36^{m}$	9	$0^{m}\ 36^{s}$	29	$1^{m}\ 56^{s}$	49	$3^{m}\ 16^{s}$
10	$0^{ó}\ 40^{m}$	10	$0^{m}\ 40^{s}$	30	$2^{m}\ 0^{s}$	50	$3^{m}\ 20^{s}$
20	$1^{ó}\ 20^{m}$	11	$0^{m}\ 44^{s}$	31	$2^{m}\ 4^{s}$	51	$3^{m}\ 24^{s}$
30	$2^{ó}\ 0^{m}$	12	$0^{m}\ 48^{s}$	32	$2^{m}\ 8^{s}$	52	$3^{m}\ 28^{s}$
40	$2^{ó}\ 40^{m}$	13	$0^{m}\ 52^{s}$	33	$2^{m}\ 12^{s}$	53	$3^{m}\ 32^{s}$
50	$3^{ó}\ 20^{m}$	14	$0^{m}\ 56^{s}$	34	$2^{m}\ 16^{s}$	54	$3^{m}\ 36^{s}$
60	$4^{ó}\ 0^{m}$	15	$1^{m}\ 0^{s}$	35	$2^{m}\ 20^{s}$	55	$3^{m}\ 40^{s}$
70	$4^{ó}\ 40^{m}$	16	$1^{m}\ 4^{s}$	36	$2^{m}\ 24^{s}$	56	$3^{m}\ 44^{s}$
80	$5^{ó}\ 20^{m}$	17	$1^{m}\ 8^{s}$	37	$2^{m}\ 28^{s}$	57	$3^{m}\ 48^{s}$
90	$6^{ó}\ 0^{m}$	18	$1^{m}\ 12^{s}$	38	$2^{m}\ 32^{s}$	58	$3^{m}\ 52^{s}$
100	$6^{ó}\ 40^{m}$	19	$1^{m}\ 16^{s}$	39	$2^{m}\ 36^{s}$	59	$3^{m}\ 56^{s}$
200	$13^{ó}\ 20^{m}$	20	$1^{m}\ 20^{s}$	40	$2^{m}\ 40^{s}$	60	$4^{m}\ 0^{s}$
300	$20^{ó}\ 0^{m}$						
360	$24^{ó}\ 0^{m}$						

Ha pl. azt akarnók tudni, hogy 164° 36'-nyi iv mennyit tesz időben, akkor táblázatunk szerint:

100°	=	6ʰ 40ᵐ
60°	=	4ʰ 0ᵐ
4°	=	0ʰ 16ᵐ
36'	=	0ʰ 2ᵐ 24ˢ tehát
164° 36'	=	10ʰ 58ᵐ 24ˢ

azaz 164° 36' percnyi iv teszen időben 10ʰ 58ᵐ 24ˢ egyúttal pedig látni e példából, miként használandó a fentebbi táblázat.

12) **Az egyenlitői összrendezők megmérésére szolgáló műszer.** Hogy valamely csillagnak egyenes emelkedését meglehessen mérni, e végre a csillagdákon különös műszer szolgál, melynek Aequatoriale a neve. Ezen műszer szintén két, egymásra függélyes fémkörből áll, melyek egyikének az egyenlitőt, másikának pedig az eltérési kört hivatása képviselni. Könnyű belátni, hogy e műszer szükségképpen úgy állitandó fel, hogy az egyenlitőt képviselő kör tengelye a világtengelyhez párhuzamos legyen, mely esetben az emlitett eltérési kör ugyanazon tengelyhez szinte párhuzamos leend, mig az eltérési kör tengelye az egyenlitő tengelyére függélyesen álland, mely tengelynek egyik végén pedig maga az eltérési kör van alkalmazva és mind a kettő az egyenlitő tengelye körül forgható. Ezen különös szerkezetből könnyű megérteni, hogy ily műszer segitségével valamely csillagnak mind óraszögét, mind pedig sarktávolát egyszerre meg lehet mérni. Ha ugyanis az eltérési kör az egyenlitő tengelye körül mindaddig forgattatik, mig síkja által a kérdéses csillag nem metszetik, azután pedig a távcsőt is mindaddig forgatjuk tengelye körül, mig az illető csillag kereszt fonalában meg nem jelenik: akkor már az egyenlitő kerületén a csillag óraszöge, az eltérési kör kerületén pedig ugyan e csillag sarktávola leolvasható leend, s miután a sarktávol a csillag eltérésével 90° fokot tesz; ez utóbbi is ismeretessé válik. Hogy azonban a kérdéses csillagnak egyenes emelkedését is meglehessen határozni, erre nézve szükséges, hogy az észlelet csillagászati ideje legyen ismeretes,mi a csillagdákon semmi nehézséggel sem

jár. Az ismert csillagidőből a csillagnak megmért óraszögét levonván: megkapjuk a csillagnak keresett egyenes emelkedését. Hogy pedig valamely csillag eltérése és egyenes emelkedése által a csillag fekvése az ég felületén tökéletesen meg van határozva: az az előbbiek szerint kétségtelen.

13) **Az ekliptika vagyis nappálya rendszere.** Az előbbiekben világosan láttuk, miszerint valamely égi test fekvése mind a látkör, mind az egyenlitő irányában meghatározható, de beállhat azon eset is, hogy valamely égi test fekvését az ekliptika irányában köll ismernünk. Ezen nevezetes körülmény által az összrendezők egy új rendszerére vezettetünk, melynek elemei a szélesség és hosszúság neve alatt fordúlnak elő a gömbi csillagászatban. Ennek kellő megértésére vegyük ismét a (8-ik idomot) figyelembe, hol *EC* legnagyobb kör az ekliptikát képviseli, mihelyt az az egyenlitővel 23° 28'-nyi szöget képez. *P* pont ez esetben nyilván az ekliptika éjszaki sarkpontja. Ha most ezen pontból *PF* legnagyobb kört úgy húzzuk, hogy az a *s* csillagon keresztül menvén, az ekliptikára függőlegesen álljon: akkor azonnal látjuk, hogy *Fs* és *kF* ívek által a csillag fekvése az ekliptika irányában tökéletesen meg van határozva. Ezen ívek elseje, t. i. *Fs* a csillag elállását méri az ekliptikától és a csillag szélességének mondatik; másika pedig t. i. *kF*, melynek hossza a tavaszi nap-éjegyenponttól nyugatról kelet felé számítandó: a csillag hosszúságának neveztetik. Az eddig mondottakból azt is látjuk, hogy az egyenes emelkedések és a hosszúságok ugyanazon *k* pontból és ugyanazon irányban számíttatnak. Könnyű továbbá meggyőződni, hogy a *Ps* és *Fs* ívek, melyeknek elseje a sarktávolt, másika pedig a szélességet képviseli, egymást 90 fokra pótolják; ha tehát ezen ívek egyike adva van, a másik is ismeretes leend.

A csillagok szélességei változnak ugyan, de nem tetemesen, mivel az ekliptika fekvése úgyszólván állandó és csakis fölötte csekély változásnak van kitéve. Nem úgy van a dolog a csillagok hosszúságai- és egyenes emelkedéseivel, melyek évenkint észrevehetőleg változnak, a mi a tavaszi nap-éjegyenpont mozgásának tulajdonitandó, a mint azt később látni fogjuk. Könnyen felfoghatjuk továbbá, hogy valamely csillag

szélessége lehet déli vagy éjszaki, a mint t. i. maga a csillag az ekliptika fölött vagy alatt fekszik.

14) **Az összrendezők rendszere a Földön.** A Föld lakosaira nézve bizonyára nagy fontosságú azon mód ismerete, melynek segítségével a földfelület bármely pontjának fekvése könnyen meghatározható. Ez által pedig az összrendezők új rendszerére jutunk, melynek elemei a földrajzi szélesség és hosszúság neve alatt ismeretesek. Itt maga az egyenlitő vétetik metszéki tengelynek, rendezői tengelynek pedig az úgynevezett délkörök egyike, mely körök, a mint azt tudjuk, a Föld sarkain mennek keresztül és az egyenlitőre függélyesen állanak. A rendezői tengelynek felvett délkör megkülönböztetés végett első délkörnek szokott neveztetni. Első délkörnek már a régibb időben azt választották, mely a Kanári szigetek csoportjában, az Atlanti óceánon fekvő Ferró szigeten megy keresztül. Azon pont tehát, melyben e délkör az egyenlitőt metszi: az összrendezők kezdőpontját képviseli.

Ha most egy pontot képzelünk a Föld felületén, mely pontnak fekvése meghatározandó: akkor e ponton keresztül egy délkört húzván, ez az egyenlitőt egy bizonyos pontban metszeni fogja, mely metszési pontnak távola az első délkörtől, nem különben a kérdéses pont távola az egyenlitőtől tökéletesen meghatározzák magának a kérdéses pontnak fekvését a Föld felületén. Mind két távol ívben méretik és pedig, mint látjuk az első, mely a hely földrajzi hosszúságának neveztetik, az egyenlitőn; a második pedig, mely a hely földrajzi szélességének mondatik, a délkörön — szokott számittatni. Itt még megjegyezzük, hogy a hosszúsagok az első délkör keresztmetszési pontjától kelet felé 360 fokig, avagy mind kelet, mind nyugat felé, de csak 180 fokig számittatnak, s ez utóbbi esetben mindig megemlítendő, valjon keleti vagy nyugati hosszúságról van-e szó? A mi a geo. szélességet illeti, ez 90 foknál nagyobb nem lehet, de lehet éjszaki avagy déli, a mint a kérdéses pont az éjszaki, avagy a déli félgömbön fekszik.

15) **A földrajzi szélesség meghatározása.** A Föld felületén fekvő bármely pont f. szélessége egyenlő a sarknak a látkör feletti magasságával. Ennek bebizonyítására tekintetbe kell vennünk a (8-ik idom)-ot, melyben a kisebbik, *hzr*

kör a Föld kerületét, avagy annak egy délkörét, az aq kör tehát a Föld egyenlitőjét képviseli; z maga az észlelési hely, melynek geo. szélessége egyenlő az-vel, mely ív nyilván az AOZ szög által méretik. Ámde: $AOZ + ZON = 90^0$ és szintén: $ZON + NOR = 90^0$. Miből: $AOZ + ZON = ZON + NOR$ és igy: $AOZ = NOR$. Mivel pedig AOZ a geo. szélességet, NOR pedig az N sarknak a látkör feletti magasságát képviseli, világos, hogy a sarkmagasság és a geo. szélesség bizonyos pontra nézve ugyanaz. Mihelyt tehát képesek vagyunk a sarkmagasságot meghatározni: a földrajzi szélesség is ismeretessé leend.

A sarkmagasság meghatározásának egyik módja e következőkben áll. A (8-ik idomban) legyen L egyike az úgynevezett sarkkörüli csillagoknak, mely tehát soha le nem nyugszik és az LP párhuzamos kört irja le naponkint az NS tengely körül. Ezen csillag mozgása közben nyilván kétszer fog tetőzni, mely tetőzések egyike felsőnek, másika pedig alsónak mondatik. A felsö L-ben, az alsó pedig 12 óra elmulta után P-ben áll be. Ha ezen csillagnak a látkör feletti magasságát mindkét tetőzése alkalmával megmérjük: úgy ezen két magasság félösszegében a kérdéses hely sarkmagasságát, avagy földrajzi szélességét nyerjük, mit e következő módon lehet megmutatni, ugyanis:

$$LR + PR = LP + 2PR = 2\,NP + 2PR$$

és igy $\frac{LR + PR}{2} = NP + PR = NR$, azaz a kérdéses magasságok félösszege mindig a hely geo. szélességével, sarkmagasságával egyenlő.

Ilyen észleletekre a sarkkörüli csillagok bármelyike, de legbiztosabban maga a sarkcsillag használható, mely nagyon közel fekszik az egyenlitő éjszaki sarkához és attól csak mintegy 1^0 36'-ivpercnyire áll el. E csillag tehát a sarkkörül egy kis kört irand le, melynek sugara 1^0 36'. B-udapesten, az egykori csillagdán, a sarkcsillag felső tetőzése alkalmával ennek a látkör feletti magasságát 49^0 6'-nyinek, alsó tetőzése alkalmával pedig 45^0 54'-nyinek találtuk. mely magasságok félösszege nyilván 47^0 30' s ez Budapest geo. szélessége, avagy a sarknak Budapest látkör feletti magassága.

Bécsre nézve azt észlelték, hogy a sarkcsillagnak magassága felső tetőzése alkalmával: 49° 48·8', alsó tetőzése alkalmával pedig: 46° 36·4'-nyi volt. Ezen magasságok összegének fele: 48° 12·5'-et teszen, mi is nyilván Bécs geo. szélességének lesz tekinthető.

Mihelyt tehát az észlelőnek oly müszere van, mely ilyen észlelésekre alkalmas, bármely hely geo. szélességét is könnyen meghatározhatja.

16) **A földrajzi hosszúságok meghatározása.** Hogy a Föld felületén fekvő helyek hosszúságaira nézve is kellő fogalmat szerezhessünk magunknak: mindenekelőtt szükséges lesz figyelmet fordítanunk azon összeköttetésre, mely a geo. hosszúságok és a Nap tetőzési ideje között létezik. Tudjuk ugyanis, hogy a Föld nyugatról kelet felé tengelye körül forog és így a Nap a jobban kelet felé fekvő helyek délköreiben hamarább fog megjelenni, mint a jobban nyugat felé fekvő helyek délköreiben: azaz a keletiebb helyeken a dél hamarább, a nyugatiabb helyeken pedig később álland be. És így két helyre nézve, melyek egyike kelet, másika pedig nyugat felé fekszik, a Nap tetőzési ideje között bizonyos külömbség leend és ez ivben kifejezve nyilván a kérdéses két hely geo. hosszúságai közötti külömbséget adja. Ha tehát ezen helyek egyikének geo. hosszúsága ismeretes, a másiké is ismeretessé lesz.

Mindezekből könnyű belátni, hogy a hosszúságok ily módon való meghatározására főleg egy eléggé pontosan járó óra kivántatik, azaz olyan, mely teljes egyenletességgel jár és melynek hibája ismeretes, minthogy hiba nélküli, azaz oly óra, mely a Földnek tengelye körüli forgásával teljesen megegyeznék, nem létezik. E célra tehát egy úgynevezett Chronometer lenne alkalmazandó, melynek hibája állandó és ismeretes. Hogy erre a tárgyra nézve példát láthassunk: vegyük fel, hogy Pesten valakinek jól járó Chronometerje van, mely a pesti délkörre nézve az időt pontosan mutatja. Ha most e pesti észlelő Chronometerjével együtt Párisba utaznék, (mely városra nézve ismeretes lenne, hogy hosszúsága a Ferró szigetre vonatkozólag 20 foknyi) és ott azt tapasztalná, hogy midőn órája már 12-őt, azaz delet mutat, a párisi délhez még 1 óra és 7 perc hiányzanék; akkor ezen 1 óra és 7 perc idő

ivben kifejezve bizonyára a Pest és Páris hosszúságai közötti különbségnek felelne meg. És igy Pest és Páris hosszúságai közötti külömbség nyilván 16° 45'. Könnyű belátni tehát, hogy e szerint Pest hosszúsága: 36° 45'-nyi. Igaz ugyan, hogy a hosszúság ezen meghatározási módja nagyon felületes, de mind a mellett nagy értékű a tengeri hajókázásra nézve. Később a hosszúság meghatározására nézve még más módokat is fogunk ismertetni.

Megemlitjük még e helyütt, hogy a franciák és az angolok a Ferró szigeten átmenő első délkört elmellőzve: egészen új délköröket vettek fel elsőknek. Még pedig a franciák a párisi csillagdán keresztülmenő délkört, az angolok pedig a London szomszédságában fekvő greenvichi csillagdán átmenő délkört tekintik elsőnek. A franciák tehát azon ponttól számitják a hosszúságát, melyben a párisi csillagda délköre metszi az egyenlitőt, az angolok pedig azon ponttól, melyben a greenvichi csillagda délköre metszi az egyenlitőt. A greenvichi csillagda hosszúsága a ferrói délkörre nézve: 17° 41'-nyi.

Kiki belátja ezek után, hogy e külömböző első délkörökre vonatkoztatott hosszúságoknak átváltoztatása egymásra, semmi nehézséggel sem jár. Igy pl. tudva van, hogy Pest hosszúsága Ferró szigetre nézve: 36° 45'-nyi és igy 36° 45' — 20 = 16° 45' nyilván Pest hosszúsága a párisi délkörre nézve; 36° 45' — 17° 41' = 19° 4', bizonyára Pest hosszúsága leend a greenvichi délkörre nézve. Ha azonban azt tudnók, hogy Vorms városnak hosszúsága a párisi délkörre nézve 6° 1'-nyi, akkor e város hosszúsága a ferrói szigetre nézve: 20° + 6° 1' = 26° 1'-nyi, a greenvichi délkörre nézve pedig nyilván: 26° 1' — 17° 41' = 8° 20'.

Miután nem csekély érdekű a Föld felületén előforduló különféle városok hosszúságait és szélességeit ismerni: e következő táblázatot csatoljuk ide, melyben a kijelölt hosszúságok a ferrói szigetre vonatkoznak.

A hely neve	Hosszúsága	Szélessége
Algier	20° 30′	36° 49′ 30″
Alcantara	13° 50′	39° 44′
Alcala d. H.	14° 16′ 23″	40° 28′ 40″
Akka	53° 3′ 35″	32° 53′
Ajaccio	26° 33′ 49″	41° 55′
Agra	95° 35′	27° 12′
Adrianopel	41° 41′	41° 47′
Adamspeak	98° 4′	6° 49′
Abrantes	9° 49′	39° 20′
Annaberg	30° 40′	50° 35′
Antverpen	22° 4′ 4″	51° 13′ 45″
Arras	20° 25′ 41″	50° 15′ 37″
Assow	56° 44′	56° 53′
Athen	41° 32′	38° 5′
Amsterdam	22° 30′	52° 22′
Augsburg	28° 33′	48° 21′
Baden	25° 55′ 10″	48° 45′ 40″
Bagdad	62° 24′	33° 25′
Bajae	31° 42′	40° 44′
Basel	25° 11′ 33″	47° 33′ 36″
Batavia	124° 33′ 45″	6° 12′ d.
Bath	15° 18′ 30″	54° 23′ 20″
Bécs	34° 2′	48° 12′
Belgrad	39° 7′ 30″	40° 3′
Bender	47° 16′	46° 50′ 32″
Bern	25° 7′ 6″	46° 57′ 14″
Braunschweig	28° 12′ 12″	52° 15′ 35″
Bremen	26° 27′ 5″	53° 4′ 57″
Brüssel	22° 2′	50° 59′ 50″
Buenos-Ayres	319° 8′ 45″	43° 36′ d.
Berlin	31° 3′	52° 31′
Bresslau	34° 40′	51° 5′
Cassel	27° 7′ 5″	51° 19′ 20″

A hely neve	Hosszúsága	Szélessége
Chartago	27° 48′	36° 4′
Coimbra	9° 15′	40° 12′ 29″
Constantinopl	46° 36′	41° 1′
Cöln	24° 35′	50° 15′
Delhi	94° 44′ 43″	28° 41′
Delphi	40° 27′	38° 47′
Dessau	29° 56′ 46″	51° 46′ 6″
Danzig	36° 19′	54° 19′
Darmstadt	26° 15′	49° 56′
Frankfurt a M.	26° 1′	50° 7′
Franfkfurt a. O.	32° 20′	52° 20′
Göttingen	27° 36′	51° 32′
Gothenburg	29° 30′	57° 30′
Hamburg	27° 38′	53° 33′
Heidelberg	26° 33′	49° 25′
Hanover	27° 24′ 45″	52° 22′ 18″
Innsbruck	29° 3′	47° 16′
Jeddo	157° 39′ 43″	36° 59′
Jerusalem.	53° 21′	31° 47′ 47″
Kairo	48° 58′	30° 3′ 20″
Königsberg	38° 10′	54° 43′
Kanton	131° 3′ 30″	23° 5′ 57″
London	17° 35′	51° 31′
Lipcse	30° 1′	51° 20′
Lissabon	8° 40′	38° 40′
Mannheim	26° 7′	49° 29′
München	29° 14′	48° 8′
Madras	97° 57′ 25″	13° 4′ 8″
Meiningen	28° 4′ 40″	50° 34′ 30″
Mekka	57° 54′ 45″	21° 28′ 17″
Moskva	55° 12′ 45″	55° 45′ 13″
Nankin	136° 26′ 4″	32° 4′ 30″
Nantes	16° 3′	46° 30′

A hely neve	Hosszúsága	Szélessége
Nápoly	31° 54′ 55″	40° 50′ 15″
Newyork	74° 1′ 8″ *w.*	40° 42′ 40″
Nürnberg	28° 45′	49° 27′ 8″
Páris	20° 0′	48° 50′
Prága	32° 5′	50° 5′
Palermo	31° 1′ 30″	38° 6′ 45″
Parma	28° 0′ 19″	40° 48′ 1″
Pest	36° 45′	47° 30′
Pétervár	47° 59′	59° 56′
Peking		39° 54′
Philadelphia	302° 58′ 15″	39° 56′ 55″
Plymouth	13° 31′ 35″	50° 22′ 24″
Portsmouth	16° 34′ 2″	50° 48′ 2″
Riga	41° 47′	56° 57′
Róma	30° 9′	41° 54′
Salzburg	30° 41′ 10″	47° 43′ 10″
Samarkand	82° 20′	39° 37′
Schwerin	29° 11′	53° 43′
Sevilla	11° 51′ 37″	24° 26′
Sinigaglia	30° 51′ 50″	43° 43′ 16″
Sondershausen	28° 30′ 6″	51° 22′ 33″
Stetin	32° 11′ 4″	53° 25′ 54″
Stokholm	35° 44′ 45	59° 19′ 15″
Strassburg	25° 24′ 36″	48° 34′ 56″
Stuttgart	26° 50′ 38″	48° 46′ 32″
Sziget	41° 32′	47° 56′ 8″
Trencsén	35° 41′ 20″	48° 53′ 50″
Teplitz	31° 29′ 4″	30° 38′ 16″
Tiflis	62° 41′ 15″	41° 30′
Tobolsk	85° 45′ 43″	58° 11′ 43″
Toulon	23° 35′ 42″	43° 7′ 16″
Trapezunt	57° 24′ 37″	41° 1′
Triest	31° 26′ 54″	45° 38′ 8″

A hely neve	Hosszúsága	Szélessége
Turin	25° 14′ 30″	45° 4′ 14″
Velence	30° 0′ 45″	45° 27′ 7″
Versailles	19° 47′ 7″	48° 48′ 21″
Worms	26° 1′	49° 38′
Warschau	38° 42′ 30″	52° 14′ 8″
Washington	301° 2′ 30″	38° 53′
Weimar	29° 0′ 45″	50° 59′ 12″
Wesel	24° 16′ 17″	51° 4′
Wiesbaden	26° 0′	49° 54′
Wittenberg	30° 17′ 30″	51° 52′ 20″
Zürich	26° 12′ 24″	47° 22′ 13″

17) **A párhuzamos körök fogyása a sarkok felé.** Az egyenlitőhöz párhuzamos körök, melyekről e helyütt szó van, szélességi köröknek is neveztetnek, mivel egy olyféle kör kerületében fekvő minden pontnak ugyanazon földrajzi szélessége van. Ezen körök sugarai és igy kerületeik is, a sarkok felé mindig fogynak, mely fogyás nyilván a kérdéses hely szélességétől függ. Azon feltét alatt tehát, hogy az egyenlitő sugara és valamelyik párhuzamos kör szélessége ismeretes: magának az illető párhuzamos körnek sugarát is könnyen megtalálhatjuk. E végre legyen a (10-ik idom)-ban AQ a Föld egyenlitője N az éjszaki, S pedig a déli sark, továbbá legyen DB egy tetszésszerinti párhuzamos kör, melynek fekvése QD iv vagyis $DOQ = \varphi$ szög által van meghatározva, mely iv s illetőleg szög nyilván D pontnak geo. szélességét képviseli. $Dn = r$ a DB párhuzamos kör sugara és $OQ = R$ az egyenlitő sugara. A DOm háromszögből, minthogy $Dn = Om$, nyilván következik:

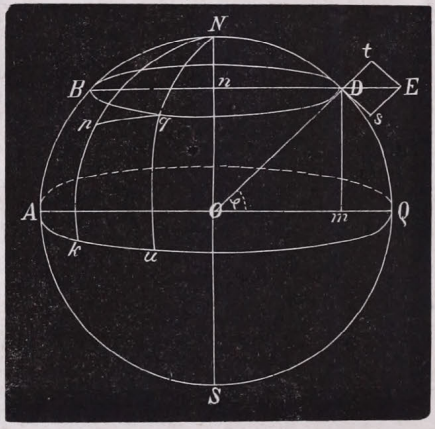
$$Om = Dn = OD.\ \cos.\varphi : \text{avagy } r = R.\ \cos.\varphi, \ldots 1),$$

azaz bármely párhuzamos kör sugarát megkapjuk, ha az egyenlitő sugarát a kérdéses párhuzamos körnek megfelelő geo.

szélesség cosinusával szorozzuk. És igy két párhuzamos kör sugarai ezen viszonyban állanak egymással:

$$r : r' = R \cos. \varphi : R \cos. \varphi';$$
$$\text{avagy } r : r' = \cos. \varphi : \cos \varphi',$$

azaz két különböző párhuzamos kör sugarai a hozzájok tartozó földrajzi szélességek cosinusaival egyenes viszonyban vannak. Könnyü belátni, hogy két párhuzamos kör kerületei és igy az egyes fokok hosszúságai is úgy aránylanak egymáshoz: miként a megfelelő földrajzi szélességek cosinusai. Ha tehát az egyenlitő kerülete K-val, azon párhuzamos kör kerülete pedig, melynek φ f. szélesség felel meg k-val jeleztetik, lészen:



10. idom.

$$k = K \cos.\varphi. \ldots . 2).$$

azaz: bármely párhuzamos kör kerületét megkapjuk, ha az egyenlitő kerületét a kérdéses párhuzamos körnek megfelelő f. szélesség cosinusával szorozzuk.

Hasónlóképpen, ha az egyenlitő egy fokának hosszát G-vel, és azon párhuzamos kör egy fokának hosszát, melynek φ szélesség felel meg, g-vel jelöljük, lészen:

$$g = G \cos. \varphi,$$

azaz bármely párhuzamos kör egy fokának hosszát megkapjuk, ha az egyenlitö egy fokának a hosszát a kérdéses párhuzamos körnek megfelelő f. szélesség cosinusával szorozzuk.

Miután pedig a Föld egyenlitőjének sugara 860 mf. és igy kerülete: $K = 2\,\pi \times 860 = 6{\cdot}28 \times 860 = 5400$ mf, és igy az egyenlitő egy fokának a hossza 15 mf. világos, hogy bármely párhuzamos körre nézve:

$r = 860 \cos. \varphi$; $k = 5400 \cos. \varphi$; $g = 15 \cos. \varphi$.

Mely képletek segítségével vajmi könnyű valamely φ szélességű párhuzamos kör sugarát, kerületét, egy fokának a hosszát meghatározni mérföldekben. Itt csak még azt jegyezzük meg, hogy az itt közlött mértföldek geographiaiak, milyen 15 megy az egyenlitő egy fokára. A geo. mf. = 22843·4 párisi láb. A következő táblázatban az 5 fokról 5 fokra egymásra következő párhuzamos körök fokainak hossza mértföldekben van előterjesztve.

Szélesség	Egy foknak a hossza	Szélesség	Egy foknak a hossza
0°	15	50°	9.642
5°	14.944	55°	8.604
10°	14.771	60°	7.500
15°	14.488	65°	6.339
20°	14.095	70°	5.130
25°	13.695	75°	3.882
30°	12.990	80°	2.605
35°	12.287	85°	1.307
40°	11.491	90°	0.000
45°	10.607		

Ezen táblázatból világosan lehet látni, hogy az egyenlitőtől kezdve a 30. szélességi fokig a párhuzamosak fokai csak lassankint fogynak, a sark felé azonban már eléggé gyorsan, a mint az különben a gömb sajátos tulajdonságaival teljes összhangzásban van.

18) **Az egyenlitő forgási sebessége.** Az eddig mondottak segitségével az egyenlitő forgási sebességét is könnyen meghatározhatjuk, értvén az egyenlitő forgási sebessége alatt azon utat, melyet az egyenlitőnek minden pontja egy másodperc alatt hagy hátra. Ismeretes előttünk, hogy minden óra alatt az egyenlitőnek 15 foka megy keresztül a délkörön, egy fok

tehát nyilván $\frac{3600}{15} = 240$ másodperc alatt meend át a délkörön. Ámde egy fok hossza $15 \times 22843{\cdot}4 = 342651$ párisi lábbal egyenlő, ha tehát ezen számot 240-el elosztjuk, nyilván az egyenlitő forgási sebességét nyerjük, mely sebesség tehát $\frac{342651}{240} = 1427{\cdot}7$ párisi lábat tesz. Az embert már az 50—60 lábnyi sebességgel haladó gőzkocsi is csodálattal tölti el, mily bámulatos pedig ehhez képest az egyenlitő sebessége.

Az egyenlitőnek most megtalált sebességéből bármely párhuzamos kör sebességét is könnyen meghatározhatjuk. Könnyű belátni, hogy a párhuzamos körök sebessége a sarkok felé fogy, mivel kerületük kisebb, mint az egyenlitőé, holott 24 óra alatt szintén csak egy fordulatot tesznek, mint maga az egyenlitő is. Az előbb mondottak segítségével könnyen meggyőződhetünk továbbá, hogy a párhuzamos körök sebességei a földrajzi szélességek cosinusaival egyenes viszonyban állanak, miből világosan következik, hogy bármely párhuzamos kör sebességét megkapjuk, ha az egyenlitő ismert sebességét az illető p körnek megfelelő földrajzi szélesség cosinusával szorozzuk.

Igy például Budapestnek megfelelő párhuzamos kör sebessége $= 1427{\cdot}7 \cos 47^{\circ}\,30' = 964{\cdot}5$ párisi lábbal, mely sebesség, a mint látjuk, sokkal kisebb, mint az egyenlitő sebessége. A 80. szélességi fok alatti párhuzamos kör sebessége $= 1427{\cdot}7 \cos. 80^{\circ} = 247{\cdot}9$ párisi lábbal, mely sebesség alig teszi az egyenlitő sebességének hatod részét.

19) **Az ekliptika ferdeségének meghatározása.** Már az előbbiekben említtetett, hogy az ekliptika az egyenlitővel össze nem esik, hanem azzal $23^{\circ}\,28'$-nyi szöget képez, mely szög az ekliptika ferdeségének mondatik, kérdés miként határozható meg e szög és mely sajátságok jellemzik azt.

Hogy ezen szög mérésének módját kiki könnyen megérthesse, arra kell a t. olvasót figyelmeztetnünk, hogy a Nap az év lefolyása alatt naponkint bizonyos legnagyobb magasságot ér el, a mit délben lehet észrevenni, minthogy azonban

ezen legnagyobb magasság különféle napokra nézve különböző: kell, hogy a Föld egyes helyeire nézve, bizonyos napján az évnek, a Nap a lehető legnagyobb, egy más napon pedig a lehető legkisebb magassággal birjon. Az első eset junius 22-ikén áll be, midőn a Nap a Rák fordulati körben tartózkodik, a második eset pedig december 21-én, midőn a Nap a Bak fordulati körben tartózkodik.

Ezeknek előrebocsátása után vegyük figyelembe a (7-ik idom)-ot, melyben z az észlelési hely, HR ezen hely látköre, AQ az egyenlitő, EC pedig az ekliptika. Könnyű belátni, hogy z helyre nézve a Nap akkor éri el magasságának maximumát, midőn az pályájának E pontjában fordúl elő, mely esetben: $HE = HA + AE$ magassággal bir a látkör felett, mivel pedig HA az egyenlitőnek a látkör feletti magassága, s AE az ekliptika ferdesége, világos: hogy a Föld minden pontjára nézve a Napnak legnagyobb magassága az egyenlitő magasságának és az ekliptika ferdeségének összegével egyənlő.

Hasonlóképpen könnyü meggyőződni, hogy a Napnak z helyre nézve akkor van legkisebb magassága, midőn az pályájának C pontjában fordúl elő, mely esetben:

$$HM = HA - MA = HA - QC = HA - AE.$$

azaz: a Nap legkisebb magassága a Föld minden helyére nézve azon külömbséggel egyenlő, mely az egyenlitő magassága és az ekliptika ferdeségéből származik. Van tehát e következő két egyenletünk:

$$HE = HA + AE \text{ és}$$
$$HM = HA - AE,$$

mely egyenleteket egymásból kivonván, leend:

$$2AE = HE - HM, \text{ honnan:}$$
$$AE = \frac{HE - HM}{2}$$

azaz: az ekliptika ferdesége a Nap legnagyobb és legkisebb magasságainak félkülömbségével egyenlő.

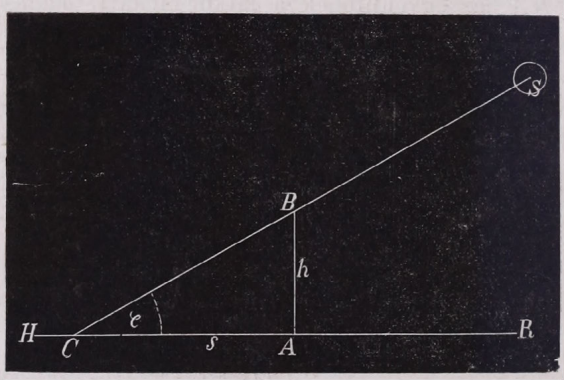
Ha pedig ugyanazon két egyenletet összeadjuk, leend:

$$2HA = HE + HM, \text{ honnan:}$$

$$HA = \frac{HE + HM}{2}$$

azaz: a Nap legnagyobb és legkisebb magasságának számtani közép arányosa az egyenlitőnek a látkőr feletti magasságát, s illetőleg a kérdéses hely földrajzi szélességének pótszögét adja.

A Nap emlitett két magasságának megmérése, hogy azokat a nap-pálya ferdeségének s illetőleg valamely hely földrajzi szélességének meghatározására használhassuk, vagy a már fennebb ismertettük azimuthalis kör, vagy pedig e müszer



11. idom.

hiányában egy meghatározott magasságú oszlop árnyékának segitségével történhetik. Ezen utóbbi mérési mód ismertetésére vegyük fel, hogy HR a (11. idom) ban a fekmentes sik, melyen az $AB = h$ magasságú oszlop függélyesen van felállitva. Ha S a Nap közép pontja, $AC = s$ leend a kérdéses oszlop árnyékának hossza, melynek megmérése után az ABC háromszögben két befogó leend ismeretes, melyeknek segitségével a φ szög, mely a Nap magasságát méri, vajmi könnyen meghatározható. Ugyanis:

$$tg\varphi = \frac{h}{s}.$$

Ilyetén számitást Budapestre nézve is véghezvittünk, mely alkalommal a Nap nyári fordulata idején egy 10 láb hosszú botot függőlegesen állitottunk föl s annak árnyékát $s = 4{\cdot}459$ lábnyinak találtuk, midőn pedig ugyanazon hosszúságú bot árnyékát a Nap téli fordulata idején mértük meg, azt $s' = 2{\cdot}98$ lábnyinak találtuk. Mindezekből a Nap magasságára nézve a nyári fordulat alkalmával áll:

$$tg\varphi = \frac{10}{4{\cdot}59} = 2{\cdot}2426, \text{ honnan}$$

$$\varphi = 65^0\ 58',$$

mi tehát a Napnak legnagyobb magassága volna Budapestre nézve. A Nap magasságára nézve a téli fordulat alkalmával áll:

$$tg\varphi' = \frac{10}{28{\cdot}98} = 0\ 34506, \text{ honnan}$$

$$\varphi = 19^0\ 2',$$

s ez nyilván a Nap legkisebb magassága Budapestre nézve. Ebből következik, hogy az ekliptika ferdesége nyilván

$$= \frac{65^0\ 58' - 19^0\ 2'}{2} = \frac{46^0\ 56'}{2} = 23^0\ 28'.$$

Pest földrajzi szélessége pedig a fentebbiek nyomán

$$= 90 - \frac{65^0\ 58' + 10^0\ 2'}{2} = 47^0\ 30'.$$

20) **Az ekliptika ferdeségének változása.** Számos évek kutatásai azt bizonyitják, hogy az éppen most tárgyalt szög, mely az ekliptika ferdeségének mondatik, korántsem állandó nagyságú, hanem már sok száz év óta fogyásban van, mely körülmény nem kevés aggodalmat gerjesztett az emberiség létére nézve, mert könnyű felfogni, hogyha az ekliptika ferdeségének fogyása állandó volna: akkor a nap-pálya az egyenlitővel egy koron bizonyára összeesnék, és igy a Nap folytonosan az egyenlitőben mulatna, minek folytán a nap és éjszaka minden helyre nézve egyenlő tartamú volna, s az úgynevezett mérsékelt éghajlatban örökös tavasz uralkodnék, a sarkok alatt pedig örökös éj, míg az egyenlitő alatt a Nap hatalmas sugarai mindent megégetnének, mely borzasztó tünemények korántsem válnának az emberiség előnyére.

Hogy pedig az ekliptika ferdesége már régóta fogyásban van, az mind a régiebb, mind az ujabb kori mérések és észleletekből kivilághk, melyekkel megismerkedni fölötte érdekes.

Igy Gaubil jezsuita, ki a múlt század közepe táján hittérési szándékból, a chinai birodalmat meglátogatta, azt jelenté, hogy egy régi chinai kéziratból az tünik ki, miszerint Tschu-Kong chinai császár, a ki időszámításunk előtt 1100 évvel élt, Honan-Fu városaban, a Nap legnagyobb és legkisebb magasságát egy Gnomon segítségével mérte. A Gnomon 8 mértékegységni volt, (itt nem nézünk arra, mily mértékegységek voltak azok, mert itt csakis a Gnomon magassága és árnyékának hossza közötti viszonyról van szó, mely bármely mértékegységre ugyana marad), mely Gnomon árnyékának hosszát a Napnak nyári fordulata alkalmával az említett császár 1·54 mértékegységnek, a Nap téli fordulata idején pedig 12·12 mértékegységnek találta. A mi képletünk szerint tehát a Nap magasságára e két esetben ezeket kapjuk:

a Nap nyári fordulatára nézve: $tg\varphi = \frac{8}{1{\cdot}54} = 5{\cdot}1948$

a Nap téli fordulatára nézve: $tg\varphi' = \frac{8}{13{\cdot}12} = 0{\cdot}6097,$

mely érintők elsejének $\varphi = 79^0\ 6'\ 20''$-nyi, másikának pedig $\varphi' = 31^0\ 22'\ 20''$-nyi szög felel meg, és így 1100-ban K. e. az ekliptika ferdesége $\frac{\varphi - \varphi'}{2} = \frac{79^0\ 6'\ 20'' - 31^0\ 22'\ 20''}{2} =$ $23^0\ 52'$-nyi volt, tehát sokkal nagyobb, mint jelenleg, midőn az ekliptika ferdesége csak $23^0\ 27'\ 28''$-et tesz. E ferdeség tehát 3000 év óta $24'\ 32''$-cel fogyott és még mindig fogyásban van. Ha a megtalált szögek számtani középarányosát veszszük, akkor az egyenlitőnek Honan-Fu város látköre feletti magasságául $55^0\ 14'\ 20''$-et kapunk, és így ezen város geo. szélességéül $90^0 - 55^0\ 14'\ 20'' = 34^0\ 45'\ 40''$-et nyerünk, valamint az a jelenlegi mérések által is annyinak találtatik.

Hogy pedig 1100 évtől K. e. az ekliptika folyton fogy, az e következő mérések adataiból tünik ki, nevezetesen pedig:

Pytheas görög tudós 350-ben K. e. az ekliptika ferdeségét . . 23° 49′ 20″-,

Ibn-Junis arabs egyptomban időszámításunk 1000-ik évében . 23° 34′ 26″-,

Coschu-King Chinában, időszámításunk 1280. évében . . . 23° 32′ 2″-,

Ulugh-Beigh Szamarkandban 1437. évben . . . . . 23° 31′ 48″-,

Bradley Angliában 1750-ik évben . . . . . 23° 28′ 18″-nyinek találta.

Legújabban 1850-ik évben pedig . . . . . 23° 27′ 32″-nyinek találták az ekliptika ferdeségét.

Mindezekből tehát világosan láthatni, hogy az ekliptika ferdesége valóban már régóta fogy. Újabb időben ünneplé az analytikai tudomány diadalünnepét azon tény constatálásában, hogy a fogyás az idővel egyenes viszonyban van és minden évszázad alatt 48·368 másodpercet teszen. És így minden évnek 0·48368 tehát majdnem 0·5-nyi fogyás felel meg.

Ha az ekliptikának Bradley által 1750-ben megmért ferdeségét a legnagyobb hitelűnek tekintjük, akkor az előbb megtalált 0·48368 szám segítségével az ekliptika ferdesége könnyen megtalálható bármely tetszés szerinti évre nézve. Ha pl. ez adatokból az ekliptika ferdeségét a K. e. 1100 évre nézve akarnók tudni, akkor 0·48368″-cet szorozván (1750 + 1100) = 2850-nel: 22′ 58″-et kapunk, mely szöget a Bradley által nyert ekliptikai ferdeséghez hozzáadván a kérdéses évnek megfelelő ekliptikai ferdeségűl 23° 51′ 16″-et kapunk, mely ferdeség teljes összhangzásban van a Tschu-Kong chinai császár által kiszámított ferdeséggel.

Ha továbbá azt akarnók tudni, hogy időszámításunk 2000 évében milyen nagy leend az ekliptikai ferdeség, akkor nyilván 0·48368″ × 250 = 121″-et, azaz 2′ 1″ kell kivonni a Bradley által kiszámított ekliptikai ferdeségből és 23° 26′ 25″-et találunk a 2000 évnek megfelelő ekliptikai ferdeség gyanánt.

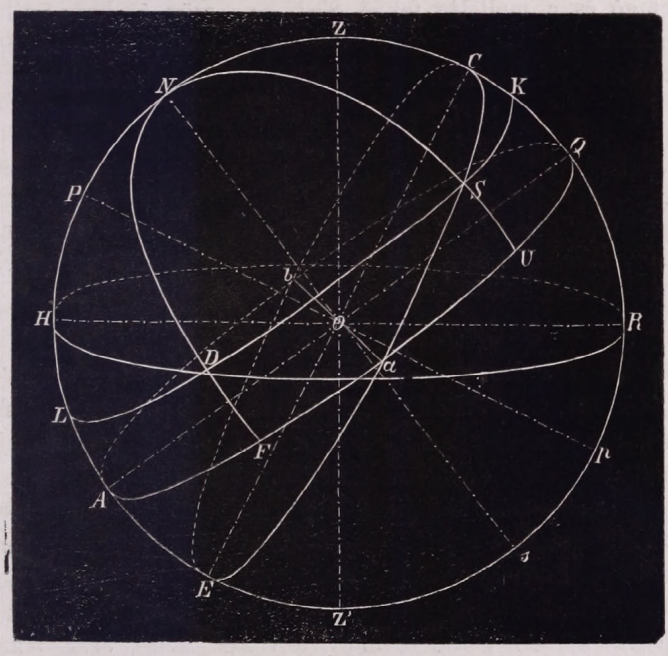
Ezen nagyfontosságú tárgyra nézve a legnagyobb figyelemre méltó észrevétel az, hogy az ekliptika ferdeségének

fogyása s illetőleg változása nem folytonos, hanem körszaki; azaz az ekliptika ferdesége fogy ugyan az évek hosszú során át, de csak bizonyos határig, a midőn minimumát éri el, és onnan kezdve ismét nő, mely nővés az évek hosszú során át tart, míg bizonyos maximumot ér el; a honnan kezdve megint fogy az ekliptika ferdesége. Ezen állítás igaz voltát egy, az ekliptika ferdeségére vonatkozó analytikai kifejezés bizonyítja melyben csupán csak körszaki tagok fordúlnak elő, azaz olyanok, melyek az évek hosszú során át csakugyan fogynak, de azután hosszú időn át megint nőnek. Ily módon találtatott meg végtelenül bonyodalmas analytikai kutatások segítségével, hogy az ekliptika ferdesége 21 és 28 foknyi határok között változik; azaz az ekliptika ferdesége 28 foknál nagyobb és 21 foknál kisebb nem lehet. Miből csodálatosan látjuk, hogy az ekliptika, valamint az egész napi rendszer is egy roppant hosszú ingát képez, melynek lengési ideje sok ezer év.

Ezen lengések körszaki tartására nézve a halhatatlan Lagranges francia tudós tett kutatásokat, melyek által azon csodálatos eredményre jutott, hogy időszámításunk előtt 29,400 évvel az ekliptika ferdesége a lehető legnagyobb volt és mintegy 27° 31'-et tőn, ezen időtől kezdve azonban megint fogyott 15,000 éven át, mely időköz elteltével az ekliptika ferdesége minimumát érte el s ez 21° 20'-nyi volt, melynek tehát időszámításunk előtt 14,400 évvel volt helye. Ezen időtől kezdve az ekliptika ferdesége megint nőtt, mely nővés 12,400 évig tartott, tehát a 2000 évig K. e., a midőn az ekliptika ferdeségének maximumát érte el, mely 23° 53'-nyi volt. Azóta megint folyton fogy, mely fogyás 8600 éven át fog tartani, tehát időszámításunk 6600-ik évéig, a midőn az ekliptika ferdesége a minimumot éri el, mely 22° 54'-nyi leend. Ezen utóbbi időtől kezdve az ekliptika ferdesége megint nőni fog és pedig 12,700 éven át, és így időszámításunk 19,300 évéig, a midőn az ekliptika ferdeségének maximuma 25° 21'-nyi leend. Mily elragadók s bámulatosak a természet e nevezetes tüneményei.

21) **Az összrendezők rendszereinek alkalmazása különféle feladatok megfejtésére az égen.** Az itt megfejtendő feladatok mind az úgynevezett gömbi csillagászat körébe tar-

toznak s könnyű felfogni, hogy ezeknek megfejtésére a gömbháromszögtan ismerete kivántatik, minthogy csakis ennek segítségével történhetik az ég felületén előforduló gömbháromszögek megoldása. Hogy pedig az ide tartozó feladatokat rendszerint tárgyalhassuk, vegyük tekintetbe mindenekelőtt a (12-ik idom)-ot, melyben HR a látkör, Z és Z' a tetőpontok, továbbá AQ az egyenlitő, melynek sarkai N és S pontok által



12. idom.

vannak képviselve, végre EC legyen az ekliptika síkja, mely nek sarkait P és p pontok képviselik.

Legyen Lk azon párhúzamos kör, melyet a Nap naponkinti mozgása közben ir le: akkor a Nap pályájának S' pontjában fordúl elő szükségképpen, s azonnal észrevehető az $S'aU$ gömbháromszög, melyben az Ua, $S'a$ és US' oldalak rendszerint a Nap egyenes emelkedését, hosszúságát és eltérését képviselik, továbbá az $S'aU$ szög nem más, mint az ekliptika ferdesége, minthogy a a tavaszi nap-éjegyenpont. Ezen $S'aU$

gömbháromszögből, mely U-nál derékszögű, e következő nagyon érdekes feladatok fejthetők meg.

(*1-sö feladvány.*) Adva van az ekliptikának ferdesége és a Nap egyenes emelkedése valamely tetszés szerinti időpontra nézve: meghatározandó a Nap eltérése ugyanezen esetre nézve. Ezen feladvány adataiból azonnal látjuk, hogy az említett épszögü gömbháromszögben adva van az $aU = r$ befogó és a mellette fekvő $S'aU = \varepsilon$ szög és kerestetik a második $US' = \delta$ befogó. Ezen esetre pedig a gömbháromszögtan elvei szerint e következő egyenletnek kell állnia:

$$1)\ \sin.\ r = tg\delta\ \text{cott.}\varepsilon, \text{ honnan}$$

$$2)\ tg\delta = \frac{\sin.\ r}{\text{cott.}\ \varepsilon} = \sin.r.\ tg\ \varepsilon$$

(*1-sö példa.*) Legyen a Nap egyenes emelkedése $r = 220^0$, s mivel az ekliptika ferdesége $\varepsilon = 23^0\ 28'$, a Nap eltérésére nézve e következő egyenlet lesz előttünk:

$$tg\delta = \sin.\ 220^0\ tg\ 23^0\ 28' = -\sin.\ 40^0\ tg\ 23^0\ 28'$$

következőleg $\log.\ tg\delta = \log.\ \sin.\ 40^0 + \log.\ tg\ 23^0\ 28' = 9{,}4456781$, mely érintő logarithmusának $15^0\ 35'$-nyi szög felel meg azon megjegyzéssel, hogy ezen érintőnek nemleges jele miatt az eltérés délinek tekintendő.

(*2-ik példa.*) Adatik a Napnak eltérése: $\delta = 15^0\ 30'$ és az ekliptika ferdesége, meghatározandó a Nap egyenes emelkedése. Minthogy a Nap ugyanazon $15^0\ 30'$-nyi eltérésének az év lefolyása alatt négyszer van helye, még pedig kétszer éjszak, kétszer pedig délfelé irányozva, azért ezen feladat pontos megfejtésére azon évszak is adandó, melyben az adott eltérésnek van helye. Vegyük fel tehát, hogy az említett eltérésnek nyárban van helye, akkor az 1) egyenletből leend:

$$\sin.\ r = \frac{tg\delta}{tg\varepsilon} = \frac{tg\ 15^0\ 30'}{tg\ 23^0\ 28'} \text{ honnan}$$

$\log.\ \sin.\ r = \log,\ tg\ 15^0\ 30' - \log.\ tg\ 23^0\ 28' = 9{\cdot}8053777$, mely logarithmusnak $39^0\ 42'\ 14''$-nyi szög felel meg, mely szögnek suplemense azaz: $140^0\ 17'\ 46''$ leend a keresett egyenes emelkedés.

(*2-ik feladvány.*) Adatik az ekliptika ferdesége és a Nap hosszúsága, keresendő a Nap eltérése. Itt az $S'aU$ gömbhá-

romszögben ismeretes az átfogó és egy hegyes szög, keresendő a befogók egyike. A gömbháromszögtan elvei szerint ez esetre nézve áll:

$$\sin. \delta = \sin. \varepsilon \sin. h.$$

(Példa.) Legyen a Nap hosszúsága 235°, az ekliptika ferdesége = 23° 28′ lévén, képletünk szerint áll:

$$\sin. \delta = \sin. 235^{0}. \sin. 23^{0}\ 28',\ \text{avagy}$$
$$\sin. \delta = -\sin. 55^{0}. \sin. 23^{0}\ 28',\ \text{honnan:}$$
$$\log. \sin. \delta = \log. \sin. 55^{0} + \log. \sin. 23^{0}\ 28' = 9{\cdot}5134826,$$

mely logarithmusnak 19° 2′ 7″-nyi szög felel meg, mely szög tehát a Napnak eltérését és pedig a sin δ nemleges jele miatt déli eltérését képviseli.

(3-ik feladvány.) Valamely helynek sarkmagasságából, avagy f. szélességéből és a Napnak adott eltéréséből a Napnak napi ívét kell meghatározni. Hogy ezen feladatnál kellőleg tájékozhassuk magunkat, vegyük figyelembe a (12-ik idom)-ot, melyben AQ az egyenlitő, HR a látkör. Az LK párhuzamos kör S' pontjában képzeljük a Napot, mely szükségképpen a látkör D pontjában kel fel s így az ég naponkinti mozgásánál fogva DK lesz azon ív fele, melyet a Nap ugyanazon napon ir le, tehát a fél napi-ív, ezen ív azonban, mint könnyű belátni, a benne foglalt fokok számára nézve, az egyenlitő FQ ivével egyenlő, mivel továbbá az FNR szög mértéke, mely szög az N sarknál képeztetik, csakis ezen szög meghatározása leend szükséges és már a kérdéses fél napi-ív meg leend határozva. Ha tehát a kérdéses észlelési hely földrajzi szélessége, s illetőleg sarkmagassága p-vel, a Nap eltérése pedig δ-val jeleztetik, akkor a DRN épszögű háromszögből, melyben az épszög R-nél fordúl elő, s melyben NR befogó $= 180 - p$, az ND átfogó pedig nyilván $= NF - DF = 90 - \delta$, következik a gömbháromszögtan elvei szerint, ha az RND szöget s-nek nevezzük:

$$\cos. s = \text{cott.}\ (90 - \delta)\ tg\ (180 - p)\ \text{avagy:}$$
$$1)\ \cos. s = -tg\delta tgp,$$

a nemleges jel azt mutatja, hogy a fél napi-ív 90 foknál nagyobb, mely esetben a Nap az éjszaki félgömbön foglaltatik,

ha azonban a Nap a déli félgömbön fordúlna elő, akkor az előttünk lévő kifejezés tevőlegessé válik s leend:

$$2)\quad \cos. s = tg\delta tgp,$$

mely két egyenlet elégséges arra, hogy a Föld bármely helyére nézve, ha annak földrajzi szélessége adatik, a megfelelő napiív, avagy a nappal tartama meghatároztassék. E következő példák a dolog felvilágosítására szolgálnak.

(*1-sö példa.*) Mily tartamú a leghosszabb nappal Budapestre nézve. Tudjuk, hogy ez esetben $\delta = 23^0\ 28'$-cel, p pedig $= 47^0\ 30'$ és így

$$\cos. s = -\ tg\ 23^0\ 28'.\ tg\ 47^0\ 30';$$ a honnan:

$$\log. \cos. s = \log. tg\ 23^0\ 28' + \log. tg\ 47^0\ 30' = 9{\cdot}6755581,$$

mely logarithmusnak $61^0\ 43'$-nyi szög felel meg, s így ennek suplemense $= 118^0\ 17'$ lészen a fél napi-ív, mely ívnek egyenértéke időben $= 7{\cdot}88$ óra, melynek kettőzete: $15{\cdot}76$ óra, adja Budapestre nézve a leghosszabb nappal tartamát.

(*2-ik példa.*) Milyen a leghosszabb nappal Kairóban, Egyptom fővárosában? Kairó geo. szélessége: $30^0\ 3'$, ha tehát az 1) alatti képletbe p helyébe $30^0\ 3'$, δ helyébe $23^0\ 28'$-et helyettesitünk, leend:

$$\cos. s = -\ tg\ 30^0\ 3'.\ tg\ 23^0\ 28',$$ honnan

$$\log. \cos. s = \log. tg\ 30^0\ 3' + \log. tg\ 23^0\ 28' = 9{\cdot}3999248,$$ tehát

$180 - s = 75^0\ 27'$, honnan $s = 104^0\ 33'$, melynek időben $6{\cdot}9$ óra felel meg, és így Kairóra nézve a leghosszabb nappal tartama: $13{\cdot}8$ óra.

(*3-ik példa.*) Milyen tartamú a leghosszabb nappal Pétervárban? Ha ez esetben az 1) alatti képletben p helyébe $59^0\ 56'$-et, δ helyébe $23^0\ 28'$-et teszünk, leend:

$$\cos. s = -\ tg\ 23^0\ 28'.\ tg\ 59^0\ 56',$$ avagy:

$$\log. \cos. s = \log. tg\ 23^0\ 28' + \log. tg\ 59^0\ 56' = 9{\cdot}8750050,$$

mely logarithmusnak $41^0\ 26'\ 56''$-nyi szög felel meg, és így $s = 138^0\ 33'$, melynek értéke időben $= 9{\cdot}236$ óra és így $18{\cdot}472$ óra leend a leghosszabb nappal tartama Péterváron.

Mindezen példákból azt is látjuk, hogy minél nagyobb valamely hely földrajzi szélessége, annál hosszabb ott a leghosszabb tartamú nappal, és minél kisebb valamely hely f.

szélessége, annál rövidebb ott a leghosszabb nappal, úgy hogy az egyenlitő alatt a leghosszabb nappal 12 óráig tart.

(*4-ik példa.*) Hogy azt is lássuk, miszerint képletünk nemcsak a leghosszabb, de bármely nappal meghatározására is szolgál, még e következő példát hozzuk elő. Budapestre nézve milyen hosszú a nappal az 1875. évi augusztus 15-ikén? Mivel augustus 15-ikére nézve a Nap eltérése 13° 59′-nyi; a f. szélesség pedig 47° 30′-nyi Budapestre nézve leend tehát:

$$\cos. s = - tg\ 13^\circ\ 59'.\ tg\ 47^\circ\ 30',\ \text{honnan}$$
$$\log. \cos. s = \log. tg\ 13^\circ\ 59' + \log. tg\ 47^\circ\ 30' = 9{\cdot}4341801$$

innen pedig $180 - s = 74^\circ\ 14'$ és így $s = 105^\circ\ 46'$, mely ivnek egyenértéke időben 7·05 órát teszen, és így Budapesten, augustus 15-én, a nappal 14·1 óráig tart.

Megemlitjük még, hogy e képletünk a földrajzi szélesség meghatározására is szolgál, mihelyt a napi-ivnek hossza ismeretes. Ugyanis:

$$3)\quad tgp = - \frac{\cos. s}{tg\delta},$$

mely képlet alkalmazása e következő példából lesz látható.

(*Példa.*) Mely földrajzi szélesség alatt tart a leghosszabb nappal 24 óráig? Ez esetben $s = 180$ lévén, $tgp = \frac{1}{tg\ 23^\circ\ 28'}$, honnan $\log. tgp = \log. 1 - \log. tg\ 23^\circ\ 28' = 10{\cdot}3623894$, mely logarithmusnak nyilván 66° 32′-nyi szög felel meg, mely szélesség pedig a sarkkörhöz tartozik, mely körnek megfelelő látkkör egyik oldalán a Nap 23° 28′-nyi magasságra emelkedik, az átellenes oldalán pedig a látkört csak érinti és le nem nyugszik.

Magán az éjszaki sarkon e rendkivüli tünemény ragadhatja meg az észlelőt. Mihelyt a Nap a tavaszi nap-éjegyenpontba érkezik, tehát az éjszaki éggömbre rándul ki: a Nap az éjszaki sarkra nézve fél évig le nem nyugszik, hanem az egyenlitő, mint látkör fölött mindaddig fog emelkedni, mig 23° 28′-nyi magasságot el nem ér; mely emelkedés, a mint könnyű belátni, bizonyos csigavonalban történik és három hónapig tart; ezen magasságból a Nap azután megint leszáll s mindig jobban és jobban közeledik az egyenlitőhöz, mint a

sarkpont látköréhez és azt három hónap elmultával megint eléri, még pedig az őszi nap-éjegyenpontban, a hol lenyugszik és csak hat hónap elmulta után kel fel megint az átellenes oldalon. A sarkok mindegyikében tehát hat hónapig tart a nappal, de a reá következő éj is szinte ennyi ideig, mely hosszú éj azonban részint az örökös hó, részint pedig a gyakori éjszaki fény által jelentékenyen kivilágíttatik s a hosszú ideig tartó szürkület által pedig jelentékenyen megrövidíttetik.

(*4-ik feladvány.*) Meghatározandó két helynek egymástól való távola a Föld felületén, ha földrajzi hosszúságaik és szélességeik advák.

Legyen a (10-ik idom)-ban p és q azon két hely, melyeknek szélességei és hosszúságai advák, még pedig b és l q-nak földrajzi szélességét s illetőleg hosszúságát, b' és l' pedig p-nek f. szélességét és illetőleg hosszúságát fejezzék ki, úgy $Au = l$, $Ak = l'$, $uq = b$, $kp = b'$, továbbá $ku = l - l'$, mely ív nyilván pNq, a sarknál előforduló szög mértéke, $qN = 90 - b$, $pN = 90 - b'$ s így a pNq gömbháromszögből, melyben két oldal és az általuk befogott szög adva van, nyilván következik:

$$\cos.t = \cos.(90-b)\cos.(90-b') + \sin.(90-b)\sin.(90-b')\cos.(l-l'),$$

avagy: $\cos. t = \sin. b \sin. b' + \cos. b \cos. b' \cos. (l-l')$,

mivel azonban e képletre a logarithmusok nem alkalmazhatók azt át kell alakitanunk egy úgynevezett segédszög bevezetése által, mi végre ezen képletet így is szabad irni:

$$\cos. t = \sin. b\,[\sin. b' + \operatorname{cott}. b \cos. b' \cos. (l - l')]$$

mely képletben $\operatorname{cott}. b \cos. (l - l') = \operatorname{cott}. \varphi = \dfrac{\cos. \varphi}{\sin. \varphi}$ téve,

leend: $\cos. t = \sin. b\,[\sin. b' + \dfrac{\cos. \varphi}{\sin. \varphi} \cos. b']$ honnan:

$$\cos. t = \frac{\sin. b}{\sin. \varphi}[\sin. b' \sin. \varphi + \cos. b' \cos. \varphi] \text{ miből}$$

$$\cos. t = \frac{\sin. b \cos. (b' - \varphi)}{\sin. \varphi},$$

mely képletre már kényelmesen alkalmazhatók a logarithmusok, ha csak φ szög ismeretessé lesz.

(*Példa.*) Minő távolságban fekszik Budapest Kairotól? Pestre nézve $l' = 36^0\ 45'$, $b' = 47^0\ 30'$; Kairora nézve pedig $l = 48^0\ 58'$ és $b = 30^0\ 3'$, ezen adatokból mindenek előtt φ szögre nézve áll:

$$\text{cott. } \varphi = \text{cott. } 30^0\ 3'. \text{ cos. } 12^0\ 13', \text{ honnan:}$$
$$\log. \text{cott. } \varphi = \log. \text{cott. } 30^0\ 3' + \log. \text{cos. } 12^0\ 13' \text{ és ebből}$$
$$\varphi = 30^0\ 22'\ 40'' \text{ s ennek folytán:}$$
$$\cos. t = \frac{\sin. 30^0\ 3' \cos. 17^0\ 7'\ 20''}{\sin. 30^0\ 22'\ 40''}, \text{ honnan}$$
$$\log. \cos. t = 9{\cdot}9761462,$$

mely logarithmusnak $18^0\ 49'$-nyi iv felel meg és így ez méri a Budapest és Kairó közötti távolságot, mely mérföldekben 282-öt teszen.

(*5-ik feladvány.*) Ismeretes valamely hely földrajzi szélessége $= p$, továbbá valamely csillagnak eltérése $= \delta$, végre ugyanazon csillag óraszöge $= s$, meghatározandó e csillag távola a tetőponttól. E feladat megfejtésére a (8-ik idom)-hoz kell folyamodnunk, hol $sD = \delta$, $SN = 90 - \delta$, $NR = p$, $ZN = 90 - p$, végre AD iv $= ZNS \sphericalangle = s$. Ezekután a ZNs háromszögből, hol két oldal és általuk berekesztett szög adatik, következik, hogy (*ha* $Zs = z$) =

$$\cos. z = \cos. (90-p) \cos. (90-\delta) + \sin (90-p) \sin.-(90-\delta) \cos. s,$$
avagy: $\cos. z = \sin. p \sin. \delta + \cos. p \cos. \delta \cos. s.$ tehát:
$$\cos. z = \sin. \delta\ (\sin p + \cos. p \text{ cott. } \delta \cos. s,$$

hogy pedig ezen kifejezésre a logarithmusok alkalmazhatók legyenek, tétessék:

$$\text{cott. } \delta \cos. s = tg\varphi = \frac{\sin. \varphi}{\cos. \varphi} \text{ és így leend:}$$
$$\cos. z = \frac{\sin. \delta \,.\, \sin. (p + \varphi)}{\cos. \varphi},$$

mely képlet már alkalmas z-nek kiszámítására.

(*Példa.*) Fölvevén azt, hogy valamely csillag eltérése $\delta = 28^0\ 32'$-nyi, minő nagy e csillagnak távola a tetőponttól Budapestre nézve, azon esetre, midőn a csillag $50^0\ 12'$-nyi óraszöggel bir.

Ez esetben: $tg\varphi$ = cott. 28° 32′ cos. 50° 12′, honnan

log. $tg\varphi$ = 10·0708877, honnan:

φ = 49° 39′, s ennek folytán

$$\cos. z = \frac{\sin. 28^\circ 32' \sin. 82^\circ 51'}{\cos. 49^\circ 39'},$$ ebből

log. cos. z = 9·8645279, miből

z = 42° 57′ 25″. —

(*6-ik feladvány.*) Ismeretes valamely hely földrajzi szélessége = p, továbbá egy bizonyos csillag eltérése = δ, valamint ugyan e csillagnak a látkör feletti magassága = h, keresendő ezen csillagnak óraszöge = s.

A (8-ik idomban) $sB = h$ a csillag magassága, tehát SZ iv = 90 — h; $Ds = \delta$, tehát sN = 90 — δ, végre RN = p, tehát ZN = 90 — p, s pedig = ZNs-sel, és így a ZN^s három szögből kapjuk:

$\cos(90-h)=\cos.(90-p)\cos.(90-\delta)+\sin.(90-p)\sin.(90-\delta)\cos.s$

avagy: sin. h = sin. p sin. δ + cos. p cos. δ cos. s, miből:

$$\cos. s = \frac{\sin. h - \sin p \sin \delta}{\cos. p \cos. \delta},$$

de mivel e képletre a logarithmusok kellőleg nem alkalmazhatók, e végre tétessék:

sin. p sin. δ = sin. φ és így:

$$\cos. s = \frac{\sin h - \sin \varphi}{\cos. p \cos \delta} = \frac{2 \cos. \frac{1}{2} (h + \varphi) \sin. \frac{1}{2} (h + \varphi)}{\cos. p \cos. \delta}.$$

(*Példa.*) Legyen valamely csillagnak a látkör feletti magassága h = 56° 42′-nyi, eltérése pedig δ = 27° 50′-nyi, keresendő e csillag óraszöge Budapestre nézve, melynek geo. szélessége 47° 30′. Mindenekelőtt a φ szögre nézve áll:

sin. φ = sin. 47° 30′. sin. 27° 50′, honnan:

log. sin. φ = 9·5369559, miből:

φ = 20° 8′ 24″, és így:

$$\cos. s = \frac{2 \cos. 38^\circ 25' 12''. \sin. 18^\circ 16' 48''}{\cos. 47^\circ 30'. \cos. 27^\circ 50'},$$ honnan

log. cos. s = 9·7804733, innen pedig

s = 30° 44′.

(*7-ik feladvány.*) Ismeretes valamely hely geo. szélessége, kerestetik a Nap óraszöge azon esetre, midőn a nyári napfordulati pontban tartózkodik s éppen lenyugszik. Minthogy ez esetben $h = o$, lészen az előbbi feladvány képletéből:

$$o = \text{sin. } p \text{ sin. } \delta + \text{cos. } p \text{ cos. } \delta \text{ cos. } s, \text{ honnan}$$
$$\text{cos. } s = - tg p tg \delta,$$

mely képlet már az előbbiekben is előfordúlt a nappali-iv hosszúságának meghatározására.

(*1-sö példa.*) Hány órakor kel fel a Nap Pesten a leghosszabb nappal idején, midőn t. i. a Nap a nyári fordulati pontban tartózkodik?

Ez esetben:

$$\text{cos. } s = - tg\ 47^0\ 30_{,,}, tg\ 23^0\ 28', \text{ honnan:}$$
$$\text{log. cos. } s = 9{\cdot}6755581,$$

mely logarithmusnak a cos. s nemleges jele folytán $118^0\ 17'$-nyi szög felel meg, melynek időbeni egyenértéke 7·88 óra. Tehát a Nap $12^h - 7{\cdot}88^h = 4^h\ 7'$-kor kel fel Pesten a nyári fordulat alkalmával.

(*2-ik példa.*) Hány órakor kel fel a Nap Péterváron, midőn az a nyári fordulati pontban tartózkodik?

$$\text{cos. } s = - tg\ 59^0\ 56', tg\ 23^0\ 28', \text{ honnan}$$
$$\text{log. cos. } s = 9{\cdot}8750050,$$

mely logarithmusnak a cos. s nemleges jele miatt $138^0\ 33'$-nyi szög felel meg, melynek időbeni egyenértéke 9·236 óra és így $12^h - 9{\cdot}236^h = 2{\cdot}76$ órakor kel fel a Nap Péterváron a nyári fordulat alkalmával.

(*8-ik feladvány.*) Ismeretes valamely csillag eltérése, óraszöge és a tetőponttóli távola, keresendő e csillag azimuthja.

Ha az elterést δ-val, az óraszöget s-sel, a tetőponttóli távolt pedig z-vel jelöljük, lészen a $ZsN \sphericalangle = s$, a keresett azimuthalis szög pedig HZB lészen, melynek mértéke nyilván a $HB = a$ iv és így $sZN \sphericalangle = (180 - a)$. Mindezekből látjuk, hogy a ZsN háromszögben két oldal és ezen oldalok egyikének átellenében fekvő szög adva van és így a másik oldallal átellenes szögre nézve leend:

$$\text{sin. } (180 - a) : \text{sin. } s = \text{sin. } (90 - \delta) : \text{sin. } z \text{ ; avagy :}$$
$$\text{sin. } a : \text{sin. } s = \cos. \delta : \text{sin. } z \text{ ; honnan :}$$
$$\text{sin. } a = \frac{\text{sin. } s \cos. \delta}{\text{sin. } z},$$

mely kifejezésre a logarithmusok könnyen alkalmazhatók.

(*Példa.*) Valamely csillagnak eltérése 22°-nyi, óraszöge 32-nyi, végre távola a tetőponttól 46°-nyi, az azimutjára nézve tehát ez egyenlet áll :

$$\text{log. sin. } a = \text{log. sin. } 32^0 + \text{log. cos. } 22^0 - \text{log. sin. } 46^0,$$
$$\text{honnan : log. sin. } a = 9{\cdot}8344415,$$

mely logarithmusnak 43° 5′-nyi szög felel meg és ez a kérdéses azimuth.

(*9-ik feladvány.*) Ismeretes valamely csillag óraszöge $= s$, eltérése $= \delta$, azimuthja $= a$ és a látkör feletti magassága $= h$; meghatározandó az észlelési hely geo. szélessége.

Az NsZ háromszögben ezen adatoknál fogva ismeretes két oldal u. m. : $sN = 90 - \delta$, és $sZ = 90 - h$ és két szög t. i. $ZNs = s$, és $NZs = (180 - a)$, kerestetik pedig a harmadik oldal : $ZN = 90 - p$, melyre nézve a Neper-féle egyenletekből leend :

$$tg \tfrac{1}{2} (h - \delta) = tg \tfrac{1}{2} (90 - p) \frac{\text{sin. } \frac{1}{2} [180 - (a + s)]}{\text{sin. } \frac{1}{2} [180 - (a - s)]}, \text{ avagy}$$
$$tg \tfrac{1}{2} (h - \delta) = tg \tfrac{1}{2} (90 - p) \frac{\cos. \frac{1}{2} (a + s)}{\cos. \frac{1}{2} (a - s)},$$

mely egyenletből :

$$tg \tfrac{1}{2} (90 - p) = \frac{tg \frac{1}{2} (h - \delta) \cos. \frac{1}{2} (a - s)}{\cos. \frac{1}{2} (a + s)},$$

mely kifejezésből $\frac{1}{2} (90 - p) = \omega$ szög könnyen kiszámítható, mely ω szög által vajmi könnyű a p ismeretére jutni, minthogy p nyilván $= 90 - 2\omega$.

(*10-ik feladvány.*) A Nap tetőzési pillanatától számított t és t' idők elmultával annak h és h' magasságai észleltetnek s megméretnek ; kérdés, mily nagy a Nap eltérése s mily nagy az észlelési hely geo. szélessége ? Itt megjegyezzük, hogy a

t és t' időket ivben kell kifejeznünk, hogy így a Nap óraszögeit képviseljék.

A 6-ik feladványban lehozott képlet szerint ez esetre nézve nyilván áll:

$$\sin. h = \sin. p \sin. \delta + \cos. p \cos. \delta \cos. t \text{ és}$$
$$\sin. h' = \sin. p \sin. \delta + \cos. p \cos. \delta \cos. t',$$

és hogy ezen két egyenletből p és δ szögeket meghatározhassuk, vonjuk ki az elsőből a másodikat s lészen:

$$\sin. h - \sin. h' = \cos. p \cos. \delta (\cos. t - \cos. t'), \text{ honnan}$$
$$1) \quad \cos. p \cos. \delta = \frac{\sin. h - \sin. h'}{\cos. t - \cos. t'},$$

mely értéket a fenebbi egyenletek elsejébe helyettesítvén leend:

$$\sin. h = \sin. p \sin. \delta + \frac{\sin. h - \sin. h'}{\cos. t - \cos. t'} \cos. t, \text{ honnan}$$
$$2) \quad \sin. p \sin. \delta = \sin. h - \frac{\sin. h - \sin. h'}{\cos. t - \cos. t'} \cos. t,$$

ha pedig az 1) és 2) alatti egyenleteket előbb összeadjuk egymással, az után pedig kivonjuk egymásból e következő két egyenletre jutunk:

$$\cos. p \cos. \delta - \sin. p \sin. \delta = \sin. h + \frac{\sin. h - \sin. h'}{\cos. t - \cos. t'} (1 - \cos. t) \text{ és}$$
$$\cos. p \cos. \delta - \sin. p \sin. \delta = -\sin. h + \frac{\sin. h - \sin. h'}{\cos. t - \cos. t'} (1 + \cos. t),$$

mely egyenleteket így is lehet irni:

$$\cos. (p - \delta) = \frac{\sin. h - \sin. h'}{\cos. t - \cos. t'} 2 \sin.^2 \tfrac{1}{2} t + \sin. h \text{ és}$$
$$\cos. (p + \delta) = \frac{\sin. h - \sin. h'}{\cos. t - \cos. t'} 2 \cos.^2 \tfrac{1}{2} t - \sin. h.$$

Mivel pedig ezen egyenletek jobb részein csupán ismert mennyiségek fordúlnak elő, lehetséges leend a $(p + \delta) = \omega$ és $(p - \delta) = v$ szögeket meghatározni, melyekből aztán:

$$p = \frac{\omega + v}{2} \text{ és } \delta = \frac{\omega - v}{2}.$$

(*Példa.*) Bizonyos napon, délutáni félháromkor a Nap magassága: 30° 12′-nyinek, két órával később pedig 18°

48'-nyinek találtatott, kérdés, mily nagy ez esetben a Nap eltérése és mily nagy a hely geo. szélessége? Ezen értékek kellő helyettesítése által nyerjük, hogy:

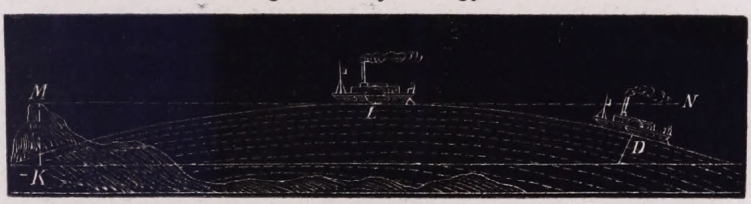
$\cos.(p - \delta) = 0{\cdot}5939744$ és
$\cos.(p + \delta) = 0{\cdot}286315$, ennek folytán
$p - \delta = 53^0\ 33'\ 37''$ és $p + \delta = 73^0\ 21'\ 45''$
és így: $p = 63^0\ 27'\ 41''$; $\delta = 9^0\ 54'\ 3''$.

Ezen feladatokon kivül még több más feladatot is lehetne közölni, de már az eddigiekből is világosan lehet látni, mily szoros összekötésben állanak egymással az ég felületén előforduló összrendezők rendszerei!

HARMADIK SZAKASZ.

A Föld alakja, nagysága, mozgása a Nap körül, és az évszakok.

1) **A Föld alakja.** Már a látkör megvizsgálása alkalmával egy igen fontos bizonyítékot hoztunk fel a *Föld gömbalakja* mellett. Ha ugyanis az észlelő valamely táj emelkedettebb pontjában tartózkodik, a honnan szabad kilátása van mindenfelé: akkor azt fogja észrevenni, hogy a Földnek látható része kör által van bekerítve, mely kör középpontjában maga az észlelő van. E körülmény nyilván oda mutat, hogy a Föld gömbalakú, mivel az említett tünemény csakis gömbalakú testek felületén jöhet elő. De még más több jelenet is kétségtelenné teszi a Föld gömbalakját. Ugymint:



13. idom.

a) Legelőször is a tengeri hajózásnál előforduló tüneményekben találják a Föld gömbalakjának helyes bebizonyítását, midőn egy, a partból elinduló, vagy ahhoz érkező hajó menetét figyeljük meg. Legyen ez esetben a part emelkedettebb M pontja a (13-ik ábra)-ban az észlelő álláspontja, melyből a tenger színéhez érintőt huzván, leend MN az érintkezési L pontnak látköre. Könnyű felfogni, hogy ez esetre az észlelő a K pontból elinduló hajót L pontig teljes épségében fogja látni, mihelyt azonban a hajó L pontból N felé indúl, először is

annak alsó részei tünnek el az *M* pontban álló észlelő elől, később ez csak a hajó tetőpontjait fogja látni, míg végre az egész hajó a látkör alá merül. Ha pedig valamely érkező hajóra fordítjuk figyelmünket, mely hajó tehát *D*-ből a part felé tart: úgy az *M* pontban lévő észlelő legelőször csak tetőpontjait látja a hajónak, mely később mindig jobban és jobban felmerül, míg végre *L* ponthoz érkezve, egész épségben lesz látható. Miután pedig e tünemények a tengeri part bármely emelkedett pontjából észlelhetők: a Földnek szükségképpen gömbalakúnak kell lennie, mivel csak íly alakú test felületén lehetségesek a fennebb leirt tünemények.

b) A Föld gömbalakjának még meggyőzőbb érve a Föld körülhajózásaiban keresendő, melyek egyúttal számos felfedezésre szolgáltattak alkalmat. A Földnek első körülhajózása az 1519. évben történt Magelhaens, portugaliai hajós vezetése alatt, kinek rendelkezésére kellőleg felszerelt öt hajót adott a spanyol kormány. Magelhaens Spanyolhonból elindulva, folyvást nyugatnak tartott, s legelőször a braziliai partokat érte el, honnan Amerika déli csúcsa felé ment, és itt a róla nevezett Magelhaens csatornát átevezve: a déli nagy Oceánba hajózott. Innen folyvást éjszak-nyugati irányban hajózva: az ázsiai szíget-csoportok nagy számát fedezé föl, mely alkalommal a Philipinek csoportjára jutott, a hol egy sziget lakosai elleni ütközetben érdemdús életét veszté el. Segédje és jó barátja Cano a megmaradt egy roncsolt hajóval tovább folytatta az utazást és Afrikát körül hajózván szerencsésen Spanyolhonba érkezett. Miután tehát a hajósok ezen utazásnál folyvást nyugat felé tartottak és mégis kelet felől érkeztek haza: ez nyilván annak a jele, hogy Földünk gömbalakú, mert csak ez esetben lehetséges a Föld körülhajózása.

Földünket másod ízben a hires és bátor Drake Ferenc, angol tengerész hajózta körül, a ki különben az angolok történetében Erzsébet uralkodása alatt kitünő szerepet játszott. Ő az angol királynőtől öt, kellőleg felszerelt hajót kapott, melyekkel az 1577. év november havában útnak indúlt. Folytonosan nyugatnak tartva: a Magelhaens-csatornába érkezett, innen pedig a csendes tengerbe hajózott át, a honnan azonban Amerika nyugati partjának kikutatása végett éjszaknak tar-

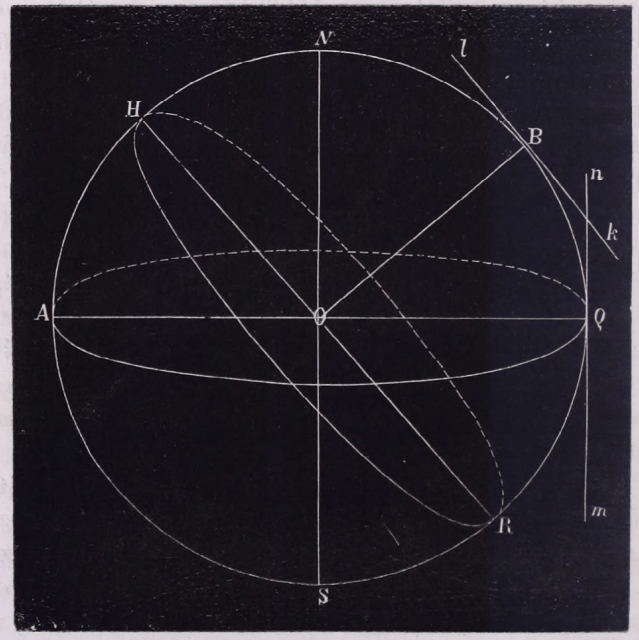
tott egészen az éjszaki szélesség 48. fokáig. Innen megint nyugat felé indúlt és Afrikát körülhajózva: az 1580. évben szerencsésen visszaérkezett Angliába.Ezen nagy férfiú további élete, ki később az angol hajó sereg Admirálisává lett, a történelemből ismeretes. Kiváló érdeme, hogy a burgonyát Európában meghonosítá, a miért az egész emberiség hálaját biztositá magának.

A Földnek harmadik körülhajózója a kitünő és bátor angol tengerész, Cavendish Tamás volt. Ez a saját költségén felszerelt három hajójával az 1586. év julius havában indult ki Plymouth révéből. Folytonosan nyugatnak tartva: 1587-ben a Magelhaens-csatornába, innen pedig a csendes tengerbe érkezett. Azután Amerika nyugati partjának megvizsgálása céljából éjszak felé indúlt s innen megint nyugatnak vevé utját. Keleti Indiát érintve Afrikát körülhajózta és az 1588. év september havában Plymouthba visszaérkezett. Mindezen körülhajózások, a mint történeteik is bizonyítják, nem kevés nehézséggel jártak. Jelenleg már sokkal kevesebb fáradságba kerül a Földet körülhajózni, miután a nem rég megnyílt suezi csatornán keresztül lehet az indiai tengerbe érkezni a nélkül, hogy e végett Afrikát körülhajózni kellene. Ha még majd a Panama földszorost sikerülend áttörni: úgy a Föld körülhajózása bizonyára játék lesz.

c) A Földnek gömbalakjáról még e következő eljárás által is meggyőződhetünk. Ha ugynis az egyenlitőtől kezdve éjszak felé, valamely délkör irányában utazunk: észreveendjük, hogy a sarkcsillagnak különböző geo. szélességű helyekre nézve különböző magasságai lesznek a látkör felett, mely magasságok az egyenlitőtől kezdve annál inkább nőnek, minél jobban közeledünk az éjszaki sarkhoz, mely tüneményt a (14-ik idom)-ból vajmi könnyű megérteni.

Képviselje e végre a fennebb jelzett idomban $ANQS$ a Földgömböt, AQ a Föld egyenlitőjét, N az éjszaki, S pedig a déli sarkát. Az mn érintő sík leend a Q pont látszólagos látköre, valódi látköre pedig nyilván NS szerint kiinduló sik lesz, mely sík, mint látjuk egy délkört képvisel, miből következik, hogy az egyenlitő egyes pontjainak látköreit a délkörök képviselik, s miután ezek az N és S pontokon mennek keresztül,

könnyű belátni, hogy a sarkcsillag az egyenlitő minden pontjára nézve semmi magassággal bir, miután látköreikben foglaltatik. Ha Q-tól N felé a délkörön utazunk, míg pl. B pontba érkezünk: úgy e pontnak QB iv leend a geo. szélessége, lk a látszólagos, RH pedig a valódi látköre és azonnal látjuk, hogy a sarkcsillagnak a látkör feletti magassága ez esetben már NH iv által méretik és hogy e magasság annál nagyobb, minél jobban közeledünk az N ponthoz.



14. idom.

Nevezetesen, minthogy:

$$HN + NB = 90^0 \text{ és } QB + NB = 90,$$
$$\text{leend: } HN = QB,$$

azaz: a mennyivel az egyenlitőtől kezdve a sark felé haladunk, annyival nő a sark csillagnak a látkör feletti magassága, ha tehát az utazó N pontba jő: a sark csillagot nyilván tetőpontjában fogja látni, mivel N pont látköre maga az AQ egyen-

litő. Mindezekből világosan lehet látni, hogy e tünemények nyilván a Föld gömbalakja mellett tanúskodnak.

A Földnek gömbalakjáról még az által is lehet meggyőződni, ha az utazó az egyenlitő vagy valamely párhuzamos kör irányában akár nyugatról kelet felé, akár keletről nyugat felé utazik. E végre mindenek előtt szükséges, hogy valamely álló csillag felkelési idejét a kiindulási helyben észleljük. Ha most nyugatról kelet felé utazunk, azt fogjuk észrevenni, hogy a kérdéses álló csillag annál hamarább kel fel, minél tovább haladunk kelet felé, még pedig 15°-nyi út hátrahagyása után, a csillag már egy egész órával hamarább kel fel, s igy ha 2-szer, 3-szor, 4-szer stb. 15°-ot hagyunk hátra kelet felé, a kérdéses csillag 2, 3, 4 stb órával hamarább fog felkelni, mint a kiindulási pontban. Ezen tünemény oka nyilván abban keresendő, hogy az egymásra következő látkörök a Föld *gömbalakjánál* fogva mindig jobban és jobban hajlanak kelet felé. Ha pedig keletről nyugatfelé utazunk s ez esetben a kiindulási helyben valamely álló csillag lenyugvási idejét észleljük: azt fogjuk észrevenni, hogy minél tovább haladunk nyugat felé: annál később fog lenyugodni a kérdéses csillag, még pedig ugyanazon törvény szerint, melyről az előbbi utazás jelzése alkalmával tettünk említést. Ezen tünemény oka szintén abban rejlik, hogy a látkörök keletről nyugat felé mindig jobban és jobban nyugatfelé hajlanak a **Földnek gömbalakja** miatt.

Mindezekből látjuk, hogy a fennebb jelzett tünemények csak azon esetre lehetségesek, ha a Földnek gömbalakot tulajdonítunk.

d) A Föld gömbalakjának ismeretére a holdfogyatkozás észlelése által is lehet jutni. E helyütt megemlítjük, hogy a holdfogyatkozás azon esetben áll be, ha a Hold csomópontjában, avagy annak szomszédságában tartózkodik s egyuttal a Föld a Nap és Hold közé esik. Ez esetben ugyanis a Föld árnyéka által a Hold egészben vagy csak részben el fog homályosíttatni, mivel a Holdat kivilágító napsugarak a Föld által visszatartatnak. A holdfogyatkozás észlelése által világosan meg lehet győződni, hogy a Föld árnyékának gömbölyű alakja van, miből nyilván a Föld gömbalakjára kell következtetnünk.

e) A Föld gömbalakjára még a hasonlóság elvéből is lehet következtetnünk. Ugyanis nemcsak a Nap és Hold birnak gömbalakkal, hanem a távcsövek segélyével minden bolygó gömbalakúnak találtatott: meg nem magyarázható jelenség volna tehát, hogy éppen csak e Föld nem birna gömbalakkal, annyival is inkább, mivel a gömb nemcsak a természet kedvenc alakja, hanem mechanikai elvek alapján könnyen meg is lehet mutatni, hogy a természetben előforduló égitestek csakis gömbalakúak lehetnek. E helyütt még megjegyezzük, hogy a Földünk felületén előforduló egyenetlenségek, sok magas és nagy kiterjedésű hegyláncok oly csekélyek Földünk nagyságához képest, hogy annak gömbalakját egyáltalában nem módosítják. Ennek megértésére képzeljünk egy gömböt, melynek sugara egy láb, akkor ezen gömb sugarának, azaz 1 lábnak 860-ik része $\frac{1}{6}$ vonalat teszen, ha tehát az említett 1 lábnyi gömb felületén egy hegyet képzelünk, melynek magassága 1 vonalnak hatod részét képezi: akkor a mily kevéssé fog ezen gömbalakja a kérdéses magasságú hegy által háborgattatni: épp oly kevéssé háborgatják a Föld gömbalakját a rajta előforduló és 1 mértföldnyi magassággal biró hegyek. És valóban a holdfogyatkozás alkalmával a Föld árnyékának kerületén semminemű hegynek az árnyéka nem vehető észre.

2) **A Föld alakjának közelebbi meghatározása.** A természetben oly tünemények fordúlnak elő, melyek oda mutatnak, hogy a Föld nem tökéletes gömb, hanem csak fölötte hasonló alakú a gömbhöz, és jelesül oly testnek tekintendő, mely valamely kerüléknek kisebbik tengelye körüli forgatása által származik. A Föld forgási tengelye a Föld kisebbik, az egyenlitő átmérője pedig a Föld nagyobbik tengelyének mondatik, s ennélfogva a Föld kerülékdednek (Sphaeroid), azaz oly gömbölyű testnek tekintendő, mely a sarkoknál összenyomott, az egyenlitő alatt pedig kinyúló alakkal bír.

Annak bebizonyítására, hogy Földünk valóban gömbszerű alakkal bír, elégségesnek tartunk két alapokot bemutatni.

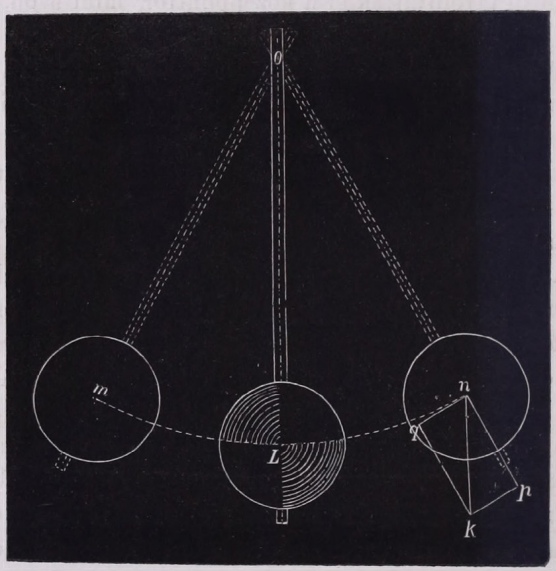
Annak legelső alapoka, hogy Földünk kerülékded, a Föld támadásában keresendő. A természetben jelenleg is mutatkozó tünemények, előforduló jelenetek minden joggal oda

engednek következtetnünk, hogy Földünk egykor szétszórt, ritka és nagy kiterjedésü őstömeg vala, melynek tömege csak lassankint sürittetett meg egy bizonyos központ körül. Ezen megsürités által tetemes meleg fejlődött ki, mely által nem sokára az egész tömeg folyó állapotba hozatott. Ha pedig ezen folyó tömeget, mely valamint a többi égi testek is, csak lassankint ment át a szilárd állapotba, tengelye körül forogni képzeljük: úgy a létrejött központ-futó erő által a tömeg azon részei, melyeknek a forgási tengelytől legnagyobb távoluk volt, jobban távolittattak el a középponttól, mint azon részek melyek kisebb távolságra voltak a forgási tengelytől. S ezen körülmény nyilván a Földnek fennebb emlitett alakját határozza meg. Hasonló laposságokat a többi bolygónál is észre lehet venni, különösen a Jupiternél, melynek tetemes lapultsága csakis ennek gyors tengelye körüli forgásának tulajdonitandó; ugyanis a Jupiter bolygó 10 óra alatt végez egy forgást tengelye körül.

A második alapok, melynél fogva a Föld lapultságát kétségtelenné tehetjük, az úgynevezett másodpercnyi ingának, különböző geo. szélességek alatt észlelt, különböző hosszaiban keresendő. Mely tünemény alapos belátására nem leend felesleges a másodpercnyi inga fogalmát előterjeszteni.

Az inga általánosan véve, az időnek megmérésére szolgál, mely nagy fontosságú célra bizonyosan a legalkalmasabb eszköz. Az inga törvényeinek felfedezője a hires Gallilaei vala. Az inga két féle u. m.: mennyiségtani és természettani. A természettani avagy anyagi inga, mely a gyakorlati életben fordúl elő, a (15-ik idom)-ban van képviselve, hol OL egy hasáb alakú rúd, mely fából, vagy fémből készül, és O-nál mozgathatólag van felfüggesztve, a második végén L-nél pedig egy tetemes súlyú fémlencsével van ellátva. Ha az inga nyugalomban van, hogy az OL rúdnak függélyes állása leend. Ha most az ingát OL függélyes állásából On ferde állásba tereljük, és ott önmagára hagyjuk: könnyü belátni, hogy e ferde állásban az inga nem maradhat egyensúlyban, mert az ingára ható nehézségerő a lencse n súlypontjára függőlegesen azaz az OL-hez párhuzamos irányban hat, mely erőt jelképezzük nk vonal által, és látni fogjuk, hogy ez az On iránynyal ferdeszöget

képez, és így *nqkp* egyenközény szerkezete által két mellékerőre bontatik, melyek egyike, azaz *np* a rúd irányában feküdvén, annak ellentállása által semmisíttetik meg, másika, t. i. *nq* azonban az *nL* iv érintőjének irányában feküdvén: a lencse *n* súlypontját *L* felé tereli vissza, és *L*-be érkezve az *n* súlypont, ott sebesített mozgásánál fogva oly sebességet ér le, melynél fogva képes lesz *m* pontig felemelkedni, hol sebessége megsemmisíttetik, innen az inga megint *L* ponthoz tér vissza, honnan megint *n*-ig emelkedik, s így tovább. A lengő *n* pont



15. idom.

e mozgását lengő mozgásnak, és pedig egy mozgását *n*-től *m*-ig egy lengésnek nevezzük, és az ezen lengésre szükséges időt az idő egységének, avagy ha úgy tetszik, lengési időnek nevezzük. Az inga törvényei lehozásánál, a mennyiségtani ingát alkalmazzuk, mely alatt valamely súlytalan fonal értendő, mely egyik végén fel van függesztve, másik végére pedig egy súlyos anyagi pont van alkalmazva. Mechanikai vizsgálódásoknál fogva, a lengési idő csak két körülménytől függ, még pedig először a másodpercnyi inga l. hosszától, másodszor a nehézségerő hatásától. És pedig:

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

hol t a lengési idő, l a m. inga hossza, g pedig a nehézségerő mértéke. Egy más L hosszúságú ingára nézve ugyanazon nehézségerő hatása alatt, leend:

$$T = \pi \sqrt{\frac{L}{g}},$$

mely két egyenletből kapjuk:

$$t : T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} : \pi \sqrt{\frac{L}{g}} = \sqrt{l} : \sqrt{L}, \text{ honnan}$$

$$t^2 : T^2 = l : L,$$

azaz: az ingák hosszúságai a lengési idők négyzeteivel egyenes viszonyban vannak; vagyis 4-, 9-, 16-szor hosszabb inga 2-, 3-, 4-szer hosszabb idő alatt végez egy lengést.

Az előterjesztett képlet segítségével most vajmi könnyű leend a másodpercnyi azaz oly inga hosszát meghatározni, mely minden másodperc alatt egy lengést tesz. Ha ugyanis a fennebbi képletben $t = 1''$ teszünk, leend:

$$1 = \pi^2 \frac{l}{g} \text{ honnan } l = \frac{g}{\pi^2},$$

mely kifejezésből világosan látjuk, hogy a másodpercnyi inga hossza egyedül a nehézségerő hatásától függ, ha a nehézségerő nő a másodpercnyi inga hossza is nő, ha pedig a nehézségerő hatása állandóan ugyanaz marad: az inga hossza is változatlan leend. — Pestre nézve $g = 31{\cdot}03$ bécsi láb, következőleg az ennek megfelelő másodpercnyi inga hossza leend:

$$l = \frac{31{\cdot}03}{(3{\cdot}141.1)^2} = 3{\cdot}14 \text{ bécsi láb}$$

azaz 452·735 vonal.

Miután továbbá a fenebbi képletből $g = \pi^2 l$ eredmény is kapható: világos, hogy a *másodpercnyi inga* ismert hosszából a nehézségerő is könnyen meghatározható.

Ezeknek előrebocsátása után ki sem fogja kétségbe vonni a következő okoskodás helyes voltát. Ha ugyanis a Föld tökéletes gömb volna, úgy felületének minden egyes pontja a középponttól egyenlő távollal birna és a nehézségerőnek hatása

a Föld minden egyes pontjára nézve ugyanaz lenne, a fentjelzett törvények szerint tehát a másodpercnyi inga hossza is mindenütt egyenlő volna. Ámde a tapasztalat azt bizonyítja, hogy ha ugyanazon ingával, melynek lengési ideje az egyenlitő alatt 1 másodpercnyi, magasabb g. szélességű helyekre, tehát a sarkok felé haladunk, akkor ez inga lengési ideje kisebbé és kisebbé válik, és igy ha azt akarnók, hogy ez inga lengési ideje továbbra is 1″-nyi legyen, az ingát megkellene hosszabbitanunk. Miután pedig e tünemény oka csakis a nehézségerő hatásában keresendő: világos, hogy ez erő a sarkok felé nő, mi csak úgy lehetséges, ha a Föld a sarkoknál összenyomott, az egyenlitőnél pedig kinyuló alakkal bir. Szorgalmas és pontos észleleteknél fogva az találtatott, hogy a másodpercnyi inga hossza az egyenlitőnél 439·207 vonalnyi, a sarkok alatt pedig 441·593 vonalnyi, ezen két hossz közötti külömbség csak 2·386 vonalat teszen, mi azonban nagy külömbséget hozna létre az idő mérésében, ha mindkét hosszúságú ingát ugyanazon helyen hoznók mozgásba.

Itt még megemlitjük, hogy a nehézségerő változása az egyenlitőtől kezdve a sarkok felé, a földtömeg középpont-futó erejének is alá van vetve. És pedig könnyű felfogni, hogy a nevezett középpont-futó erő az egyenlitő alatt legnagyobb, mivel ott a földrészek legnagyobb távollal birnak a forgási tengelytől, és miután az erö a nehézségerővel egyenesen ellenkezik: látni való, hogy általa a nehézségerő tetemes része megsemmisittetik. Ha azonban a sarkok felé haladunk, mindig jobban és jobban fogy a középpont-futó erő, mivel ez esetben mindig közelebb és közelebb fekszenek a forgó földrészek a forgási tengelyhez. Ezeknek bebizonyítása céljából legyen, azon feltét alatt, hogy a Föld tökéletes gömb, AQ (10-ik idom) az egyenlitő, NS a forgási tengely. Ha most G-vel jelezzük az egyenlitő alatti nehézségerőt azon esetre, ha a Föld nem forogna tengelye körül, F-vel a Föld tényleges forgásából az egyenlitőnél származó középpont-futó erőt: úgy az egyenlitő alatti tényleges g nehézségerő nyilván $G - F = g$ leend. Ha azonban a középpontfutó erőt a D pont alatt, azaz $QD = \varphi$ földrajzi szélesség alatt veszszük tekintetbe, mely nyilván az nD sugár irányában hat, és melyet $DE = f$ vonal

által képviselhetünk: akkor látni való, hogy az a Föld OD sugarával ferde szöget képez, és így az $sDtE$ egyenközény szerkesztése által két mellékerőre bomlik szét, melyeknek csak egyike, még pedig $Dt = f \cos. \varphi$ erő küzd a nehézségerő ellen, és miután a Föld gömbölyűségének feltétele mellett az eredeti nehézség itt is $= G$, a tettleges nehézségerő D-nél tehát nyilván $g' = G - f \cos. \varphi$ lészen, mivel pedig:

$$F : f = 1 : \cos. \varphi, \text{ miből } f = F \cos. \varphi, \text{ leend tehát:}$$

$$g' = G - F \cos.^2 \varphi,$$

mi meglévén az egyenlitő és φ geo. szélesség alatti nehézségi erők külömbségeire nézve, e következő egyenletet nyerjük:

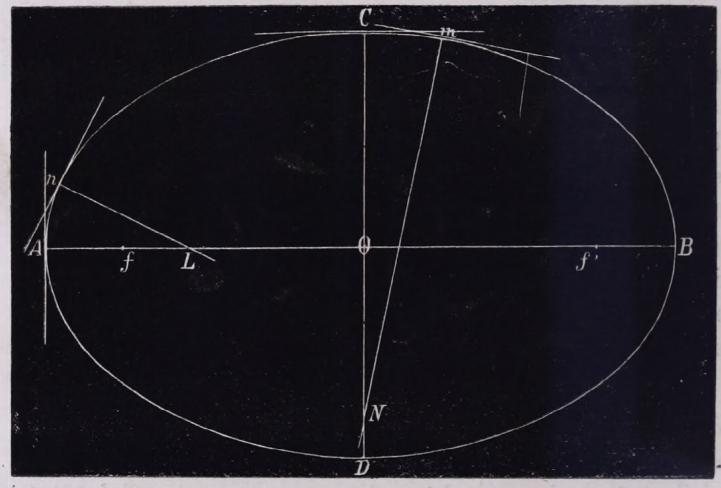
$$g' - g = F - F \cos.^2 \varphi = F \sin.^2 \varphi,$$

miből látni való, hogy a nehézségerő növekedése a sarkok felé a földrajzi szélesség sinusának négyzetével egyenes viszonyban áll. És azon esetre, ha $\varphi = 90^0$, lesz $g' - g = F$ azaz a sarkok és az egyenlitő alatti nehézségerők közötti külömbség az egyenlitő alatti központfutó erővel egyenlő. Mindezekből pedig könnyű felfogni, hogy a nehézségerő növekedésének a sarkok felé két főoka van, még pedig 1-ször a központfutó erőnek fogyása a sarkok felé és 2-szor a Föld, mint kerülékded vezérsugarainak fogyása a sarkok felé.

3) **A Föld méreteinek meghatározása.** Miután az eddig megállapított tények szerint Földünk oly test, mely valamely kerüléknek kisebbik tengelye körüli forgatásából származik: már csak az van hátra, hogy ezen nevezetes alak mérés által közelebbről határoztassék meg. Hogy azonban tisztelt olvasóinkkal kellőleg megértethessük azon elveket, melyeken az ilyetén mérések alapszanak: szükséges leend e következőket venni figyelembe.

Föltévén, hogy a (16-ik idom)-ban látható kerülék a Földnek tengelye szerinti keresztszelvénye, tehát azon kerülék, melynek kisebbik tengelye körüli forgatása által a Föld alakja származott: leend nyilván AB az egyenlitőnek átmérője. Könnyű belátni, hogy az An ive ezen kerüléknek, mely az egyenlitőhöz közel fekszik, tetemesebb görbülettel bír, mint azon Cm iv, mely a sark közelében fordúl elő. Ha most felveszszük, hogy az An iv csak csekély hosszúságú, pl. egy foknyi vagy

csak egy néhány percnyi: akkor ezen iv minden hiba nélkül oly kör részének lesz tekinthető, mely kör sugarát a kérdéses iv végpontjaihoz tartozó és egymást *L* pontban metsző derékłók bármelyike képezendi. Ezen derékłók bármelyike egyúttal a kérdéses *An* iv görbületi sugarának neveztetik. Ha továbbá hasonlóképpen felveszszük, hogy a sarknál lévő *Cm* iv szinte csak kicsiny: akkor ez is minden hiba nélkül oly kör ivének lesz tekinthető, mely kör sugarát a kérdéses iv végpontjaihoz tartozó és egymást *N* pontban metsző derékłók bármelyike képezi. Ez esetben a kérdéses iv görbületi sugarát *CN* avagy

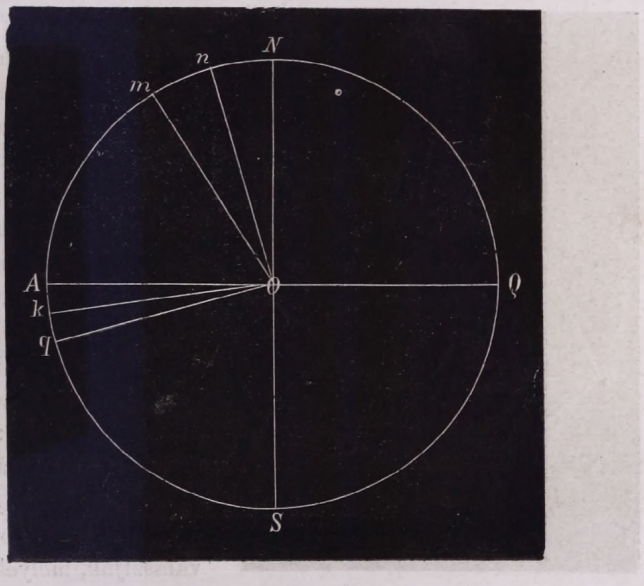


16. idom.

mN vonalak bármelyike képviseli. Ha most a felvett *An* és *Cm* iveknek görbületi sugarait egymással összehasonlítjuk: látni fogjuk, hogy a *Cm* iv görbületi sugara sokkal hosszabb, mint az *An* ivé, és így a *CN* sugárhoz tartozó egy foknyi iv feltétlen hossza is nagyobb lesz, mint az *AL* sugárhoz tartozó egy foknyi iv hossza. Mindezekből már világosan következik, hogyha a sarkalatti fok feltétlen hossza mérés által nagyobbnak találtatnék, mint az egyenlitő alatti fok hossza; úgy nemcsak a Föld lapultsága a sarkoknál lenne bebizonyítva, hanem egyúttal a Föld kidomborodása is egyenlitőjénél kétségtelenné lenne téve. Egyéb tehát nincs hátra, mint annak a megmuta-

tása, miként történik ilyetén fokmérés és miként használtatik az fel a Föld főméreteinek meghatározására.

4) **A fokmérés.** Miután a fokmérés által nemcsak a Föld alakját, hanem annak főméreteit is megakarjuk határozni, szükséges, hogy egy délkörön mind az egyenlitő, mind a sark közelében egy foknyi iv hossza közvetlen méressék meg. E végre legyen a (17-ik idom)-ban az $ANQS$ kör valamely délkör kerülete; AQ az egyenlitő, N és S pedig a sarkok. Legyen továbbá a sark közelében fekvő és mérsékelt hosszú-

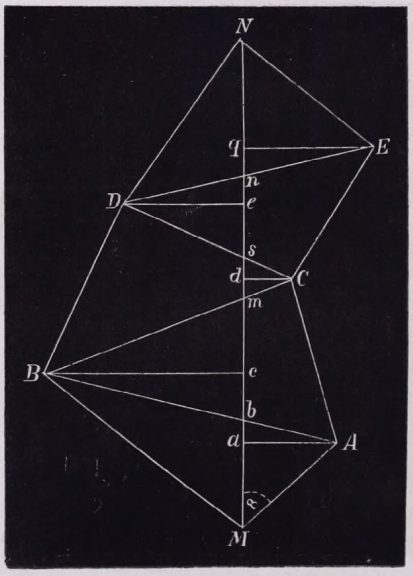


17. idom.

ságú mn iv megmérendő: akkor mindenekelőtt szükséges a már ismertettük módon az m és n pontok geo. szélességeit meghatározni, mely szélességek közötti külömbség adandja bizonyára a kérdéses iv hosszát fokokban, percekben és másodpercekben, mivel mn nyilván $= An - Am$. Hasonlóképpen legyen ugyanazon délkörön és az egyenlitő közelében fekvő qk iv hossza megmérendő: leend nyilván $qk = Aq - Ak$, hol Aq és Ak a végpontok geo. szélességeit képviselik és könnyen megmérhetők, és így a kérdéses qk iv hossza fokok-, percek- és

másodpercekben meg van határozva. Miután pedig a kérdéses ivek hosszát fokok-, percek- és másodpercekben meghatároztuk, célunk elérésére már csak ezen ivek feltétlen hosszúságait közvetlen mérés által leend szükséges meghatároznunk, minek sikeres bevégzése után ha azt találnók, hogy a sark alatti fok hosszabb, mint az egyenlitő alatti: akkor a Föld lapultságára is bizton következtethetnénk.

5) **A fok közvetlen mérése.** Könnyü belátni, hogy valamely délkör bizonyos ivének közvetlen mérése, valamely mérték közvetlen alkalmazása által a Föld felületén előforduló egyenetlenségek legyőzhetetlen akadályok miatt nem vihető véghez, és igy e célból a mértan alapelveihez kell fordulnunk, melyeknek alkalmazását e következőkből lehet látni.



18. idom.

Legyen a (18-ik idom)-ban látható MN a megmérendő iv: akkor ennek szomszédságában célszerűen az A, B, C, D, E ..... pontokat választjuk, melyek kellő összeköttetése által a háromszögek bizonyos hálózatát kapjuk. Ha már most ezen háromszögek mindegyikében jó szögmérő (Theodolith) segítségével mind a három szög megméretik: akkor ezen háromszögek oldalainak kiszámítása is könnyű leend, mire nézve azonban szükséges, hogy az ABM háromszögben egy oldal pl. az MA oldal közvetlenül és minden lehető pontossággal megméressék, mely oldal a mérés alapjának (Basis) mondatik, szükséges végre még azon szöget is megmérni, melyet az MA alap az MN iv irányával képez és melyet azimuthalis szögnek szoktak nevezni. Mind-

ezek segítségével nagyon könnyű az MN iv hosszát meghatározni.

Tegyük fel, hogy a megmért MA alapvonal segítségével az MAB, ABC, BCD, CDE és EDN háromszögek oldalai már ki vannak számítva és bocsássuk az A, B, C, D, E pontokból az MN irányára az Aa, Bc, Cd, De és Eq függőlegeseket: akkor az MAa épszögű háromszögben MA oldal és mind a három szög ismeretes lévén, leend $Ma = MA \cos. \alpha$. Az Aab háromszögből pedig, hol az Aa oldal és az $aAb \sphericalangle = MAb - MAa$, ismeretes, kiszámítható mind ab szelet, mind pedig Ab vonal és mivel AB ismeretes, leend $Bb = AB - Ab$ és így Bbc háromszögben Bb oldal és minden szög ismeretes lévén, kiszámítható mind a bc szelet, mind a Bc függély és így a Bcm háromszögben Bc oldal és mind a három szög ismeretessé válik, tehát e háromszögből mind a cm szelet, mind a Bm oldal kikereshető, és ha most BC-ből kivonatik a megtalált Bm ; Cm darabot kapjuk; mi által a Cdm háromszögben ismeretessé lesz a Cm oldal és mind a három szög, mely alkatrészekből könnyen kiszámíthatjuk mind az md szeletet, mind pedig a Cd oldalt, minek folytán a dCs háromszögben ismeretes leend a Cd oldal és mind a három szög, mely ismert mennyiségekből könnyen juthatunk mind a ds szelet, mind pedig a Cs oldal ismeretére; de mivel $Ds = DC - Cs$, látni való, hogy a Dse háromszögből, hol a Ds oldal és mind a három szög ismeretes, könnyen kikereshető mind az se szelet, mind pedig a De oldal; és így a Den háromszögben egy oldal és mind a három szög ismeretessé válik s könnyen kiszámíthatjuk belőle az en szeletet, nemkülönben a Dn oldalt is; de mivel $nE = DE - Dn$, az nEq háromszögben szintén egy oldal, és mind a három szög leend ismeretessé, mely alkatrészekből mind az nq szeletet, mind pedig az Eq oldalt is könnyen meghatározhatjuk; minek folytán a qEN háromszögben egy oldal és mind a három szög ismerteknek tekintendők, és így meghatározható az utolsó qN szelet is Mindezen eddig megtalált szeleteket összeadván, a kérdéses MN iv hosszául nyerjük:

$$MN = Ma + ab + bc + cm + md + ds + se + en + nq + qN,$$

és így a délkör bizonyos ivének feltétlen hossza tökéletesen meg van határozva.

6) **A francia fokmérés.** A fokmérés égető szükségét már a legrégibb időben is érezték, minthogy a nélkül a Föld alakjának és méreteinek ismeretére jutni lehetetlen. A fokmérések már a legrégibb időben eszközöltettek, de különféle lényeges hibáknál fogva céljuknak meg nem felelhettek. E miatt tehát a francia kormány még a múlt század közepe táján két tudós társaságot küldött ki a fokmérés céljából, melyek egyike Mopertuis tudós vezérlete alatt az éjszaki sark felé Laplandiába; másika pedig Bougger vezetése alatt déli Amerikába, az egyenlitő alá ment.

Ezen nevezetes fokmérés több évig tartott, és e következő eredményekre vezetett. Mopertuis t. i. azt találta, hogy 66° 20′ 10″-nyi éjszaki szélességi fok alatt, a délkör egy fokának feltétlen hossza: 111477 méter, Bougger pedig azt, hogy az egyenlitő közelében még pedig az 1° 31′ 1″-nyi déli szélességi fok alatt, egy fok hossza: 110582 méter, mely fokok közötti különbség 895 méter, és így a Föld lapultsága meg van állapitva. A fokok megtalált hosszúságai arra is szolgálhatnak, hogy a megfelelő pontok görbületi sugarai is meghatároztassanak. Igy pl. a 66° 20′ 10″-nyi szélességi foknak megfelelő görbületi sugár e következő egyenletből nyerhető:

$$111477 \cdot 180 = \pi r, \text{ honnan;}$$

$$r = \frac{111477 \cdot 180}{\pi} = 6384592 \text{ méter.}$$

Hasonlóképpen az 1° 31′ 1″-nyi déli szélességi foknak megfelelő görbületi sugár ezen egyenletből következik:

$$r'\pi = 110582 \cdot 180, \text{ miből}$$

$$r' = \frac{110582 \cdot 180}{\pi} = 6333332$$

mely két görbületi sugár között már tetemes, mintegy 51260 méternyi a különbség.

A mióta az emlitett két francia tudós-társaság a most tárgyalt fokmérést véghezvitte, azóta még több más fokmérés is történt különféle geo. szélességek alatt a Föld alakjának

biztosabb meghatározására, melyeknek összeállításából meg lehet látni, miként nőnek valamely délkör fokai az egyenlitőtől kezdve a sarkok felé. Igy:

Bougger az 1° 31′ 1″-nyi geo. szélesség alatt egy fok hosszát 110582 méternek találta.

Az angolok keleti Indiában és pedig a 22° 36′ 32″-nyi geo. szélesség alatt egy foknak hosszát 110668 méternek találták.

Egy harmadik fokmérés alkalmával, mely Frankhonban a 46° 8′ 6″ geo. szélesség alatt történt, egy fok hossza 111143 méternyi volt.

Egy negyedik fokmérés alkalmával, mely Angliában az 52° 2′ 20″ geo. szélesség alatt vitetett véghez, egy fok hossza 111224 méternyi volt.

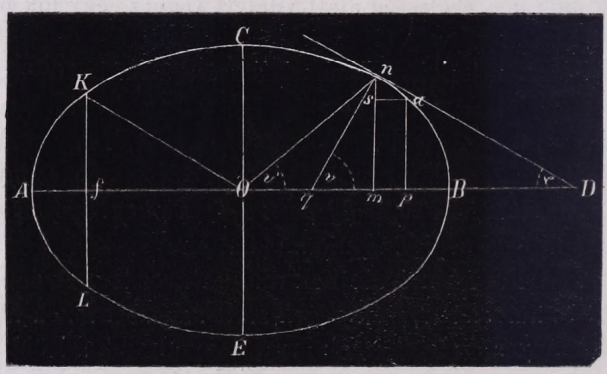
Mopertuis pedig Laplandiában a 66° 20′ 10″-nyi geo. szélesség alatt egy fok hosszát 111477 meternyinek találta Mindezen fokmérésekből világosan kitűnik, hogy a délkör fokainak hossza az egyenlitőtől a sarkok felé nő, és igy már nem vonható kétségbe, hogy a Föld a sarkoknál összenyomott, az egyenlitőnél pedig kinyuló alakkal bir.

7) **A Föld főméreteinek meghatározása.** A most előhozott és kűlönféle f. szélességek alatt megmért fokok hosszúságai könnyen szolgálhatnak arra, hogy általuk a Föld főméreteinek pontos ismeretére jussunk, értvén a Föld főméretei alatt az egyenlitő átmérőjét és a forgási tengely hosszát, mivel ezen két méret azon kerülék főtengelyeit képviseli, melynek kisebbik tengelye körüli forgatása által a Föld alakja származott.

Hogy tehát ezen méreteket meg lehessen határozni, legyen $ACBE$ (19-ik idom) a kérdéses kerülék, melynek nagyobbik tengelye $AB=2a$, kisebbik tengelye $CE = 2b$ és igy $OB = a$ és $OC = b$; melyeknek meghatározására okvetlen szükséges azon általános analytikai kifejezés ismerete, melyben a kerűlék bármely pontjának görbületi sugara összrendezői által van képviselve. Erre nézve pedig a felsőbb mennyiségtanban ezen képlet szolgál:

$$R = \frac{(a^4 y^2 + b^4 x^2)^{\frac{3}{2}}}{a^4 b^4}$$

hol R a görbületi sugár, x és y pedig a kérdéses pont épszögű összrendezői, mivel azonban ezek nem használhatók célunknak megfelelőleg, miután közvetlenül meg nem mérhetők, azért is ezeket a kérdéses pont geo. szélessége és az ott megmért fok hossza által kell helyettesítenünk. E végre legyen n azon pont, melynek görbületi sugaráról szó van; akkor az $nDO = \varphi$ leend azon szög, melyet az n ponthoz húzott érintő a nagyobbik tengelylyel képez, nq pedig, mely vonal az n pont érintőjére függélyesen van húzva, leend az n pont deréklője és egyuttal görbületi sugarának iránya is. Az elemző mértan alapelvei szerint az nD érintő feltétlen hossza a φ szögtől függ, melyre nézve e következő egyenlet áll:



19. idom.

$$ty\,\varphi = \frac{b^2\,x}{a^2\,y}, \text{ következőleg } tg^2\,\varphi = \frac{b^4\,x^2}{a^4\,y^2} \text{ honnan:}$$

$$y^2\,tg^2\,\varphi = \frac{b^4}{a^4}\,x^2, \text{ mivel pedig } y^2 = \frac{b^2(a^2 - x^2)}{a^2}, \text{ leend:}$$

$$\frac{b^2}{a^2}\,(a^2 - x^2)\,tg^2\,\varphi = \frac{b^4}{a^4}\,x^2, \text{ honnan:}$$

$$x^2 = \frac{a^4\,tg^2\,\varphi}{b^2 + a^2\,tg^2\,\varphi} = \frac{a^4 \sin.^2\varphi}{b^2 \cos.^2\varphi + a^2 \sin.^2\varphi}$$

és hasonló módon találjuk, hogy:

$$y^2 = \frac{b^4 \cos.^2\varphi}{b^2 \cos.^2\varphi + a^2 \sin.^2\varphi},$$

mely két kifejezésből leend:

$$a^4 y^2 = \frac{a^4 b^4 \cos.^2 \varphi}{b^2 \cos.^2 \varphi + a^2 \sin.^2 \varphi} \text{ és } b^4 x^2 = \frac{a^4 b^4 \sin.^2 \varphi}{b^2 \cos.^2 \varphi + a^2 \sin.^2 \varphi},$$

mely két egyenletnek összeadása által leend:

$$a^4 y^2 + b^4 x^2 = \frac{a^4 b^4}{b^2 \cos.^2 \varphi + a^2 \sin.^2 \varphi},$$

mely értéket a görbületi sugár általános képletébe helyettesítvén, leend:

$$R = \frac{a^2 b^2}{(b^2 \cos.^2 \varphi + a^2 \sin.^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}}$$

és így a kédéses görbületi sugár φ szög által van kifejezve, mely szög nyilván a geo. szélesség pótszöge. Ezen képletnek még célszerűbb alakot lehet adni, ha benne $\cos.^2 \varphi = 1 - \sin.^2 \varphi$ és $b^2 = a^2 (1 - e^2)$ tétetik, hol ae a kerületi délkör külpontiságot képviseli és így leend:

$$1) \quad R = \frac{a (1 - e^2)}{(1 - e^2 \cos.^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}} = a (1 - e^2) (1 - e^2 \cos.^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}$$

Bármely más görbületi sugárra nézve melynek φ' szög felel meg, leend:

$$R' = a (1 - e^2) (1 - e^2 \cos.^2 \varphi')^{-\frac{3}{2}},$$

mely két egyenletből e következő arányt kapjuk:

$$R : R' = (1 - e^2 \cos.^2 \varphi)^{-\frac{3}{2}} : (1 - e^2 \cos.^2 \varphi')^{-\frac{3}{2}}.$$

Minthogy továbbá a görbületi sugarak a megmért fokok G és G' hosszúságaival egyenes viszonyban állanak, lesz:

$$R : R' = G : G',$$

melyet a fenebbi aránylattal egybehasonlítván, álland:

$$G : G' = (1 - e^2 \cos.^2 \varphi)^{-\frac{3}{2}} : (1 - e^2 \cos.^2 \varphi')^{-\frac{3}{2}}, \text{ avagy:}$$

$$G^{\frac{2}{3}} : G'^{\frac{2}{3}} = (1 - e^2 \cos.^2 \varphi) : (1 - e^2 \cos.^2 \varphi'), \text{ honnan:}$$

$$e^2 = \frac{G^{\frac{2}{3}} - G'^{\frac{2}{3}}}{G^{\frac{2}{3}} \cos.^2 \varphi - G'^{\frac{2}{3}} \cos.^2 \varphi'}.$$

Ezen nevezetes egyenlet nyilván a kerületi délkör külpontiságának meghatározására szolgál. Ha pl. azon két eredményt hoznók számításba, melyeknek ismeretére a francia fokmérés által jutottunk, akkor a 66° 20′ 10″-nyi szélességre nézve: $\varphi = 23° 39′ 50″$ és G 111477 m, az 1° 31′ 1″-nyi szélességre

nézve pedig $\varphi' = 88^0\ 28'\ 59''$ és $G' = 110582^{m.}$ lévén, mely értékeket a fenebbi képletbe helyettesítve, leend:

$$e = 0{\cdot}0817,$$

a kérdéses délkör külpontisága.

Ezen külpontiság segítségével már könnyű a Föld főméreteit meghatározni, nevezetesen pedig a már többször említett kerülék nagyobbik féltengelyét s illetőleg az egyenlitő ugarát; nemkülönben a kérdéses kerülék kisebbik féltengelyét.

Az egyenlitő sugarát könnyű kiszámítanunk azon elvnél fogva, hogy a fokok hosszúságai a megfelelő görbületi sugarakkal egyenes viszonyban állanak és így nyilván áll ez aránylat:

$$\frac{\pi}{180} : 1 = G : R;\ \text{honnan}\ R = \frac{180\ G}{\pi}$$

és ezen értéket az 1) alatti egyenletbe téve, leend:

$$\frac{180 . G}{\pi} = a\ (1-e^2)\ (1-e^2 \cos.^2 \varphi)^{-\frac{3}{2}},\ \text{honnan:}$$

$$a = \frac{180.\ G\ (1-e^2 \cos.^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}}{\pi\ (1-e^2)},$$

mely egyenletből vajmi könnyű az a értéket kiszámítani, ha benne G, e és φ helyébe a kellő értékek helyettesíttetnek, így ha $G = 111477$, $e = 0{\cdot}0817$ és $\varphi = 23^0\ 39'\ 50''$ tétetik, lesz:

$$a = 6544154 \text{ méter.}$$

Ez meglévén a Föld forgási tengelyének fele $= b$ is könnyen kiszámítható, jelesül pedig:

$$b = a\sqrt{1-e^2} = 6544154\sqrt{1-(0{\cdot}0817)^2},\ \text{honnan}$$

$$b = 6522278 \text{ méter.}$$

Ezen két, most megtalált mennyiség közötti külömbség nyilván: $a - b = 21318$ méter avagy földrajzi mérföldekben kifejezve, $a - b = 2{\cdot}873$ geo. mf., mely alkalommal megjegyezzük, hogy egy méter 3·163 bécsi láb, egy francia toise = 1·949 meter = 1·027 bécsi öl, következőleg egy földrajzi mf. = 3807 francia toise = 3912 bécsi öl. Könnyű meggyőződni, hogy az egyenlitő sugara = 859·436 geo. mf., a földtengely

fele pedig = 856·56 geo. mf. Mindezen adatokból világos fogalmat szerezhetünk már magunknak a Föld alakjáról. Az előbbi adatokból világosan láthatjuk, hogy a Föld egyenlitő átmérője és tengelye közötti külömbség 5·75 mf., mely külömbség ámbár tetemesnek látszik, még sem háborítja jelentékenyen a Föld gömbalakját, mit e következő összehasonlításból lehet látni. Ha ugyanis egy gömböt képzelünk, melynek sugara 1 láb, úgy ezen szám 860-ik része, tehát 0·16 vonal leend a Föld egy mérföldének képviselője és így 5·75 mfdet 0·918 vonal képvisel. És így ha a kérdéses gömb tengelye 1 vonallal lenne kisebb, mint átmérője: az oly csekély külömbség, hogy szabad szemmel senki sem fogja észrevenni, hogy az így előállított test nem tökéletes gömb, és éppen úgy áll a dolog a Földdel is.

Földünk lapultsága azon viszony által szokott előterjesztetni, melynek az $(a—b)$ külö nbség és az egyenlitő sugara között van helye, mely viszony nyilván:

$$\frac{a-b}{a} = \frac{2873}{859436} = \frac{1}{299} \text{ avagy közel: } \frac{1}{300}$$

azaz: az egyenlitő sugara és a tengely fele közötti külömbség az egyenlitő sugarának 300-ik része.

8) **A Föld más méreteinek meghatározása.** A Földnek most megtalált föméreteiből annak e következő méretei is meghatározhatók: 1-ször a Föld bármelyik délkörének kerülete. 2-szor a Föld összes felülete és 3-szor a Föld térfogata.

a) **A Föld délkörének kerülete.** E végre elégséges leend a délkör negyedlőjének meghatározása, melynek kiszámítására a felső mennyiségtan e sort nyújtja:

$$s = \frac{\pi a}{2}\left[1 - \left(\frac{e}{2}\right)^2 - \frac{1}{3}\left(\frac{1.3.e^2}{2.4}\right)^2 - \frac{1}{5}\left(\frac{1.3.5.e^3}{2.4.6}\right)^2 \ldots\ldots\right],$$

hol a az egyenlitő sugara, e pedig a délköri kerülék külpontisága, és pedig az előbbiek nyomán $a = 859{\cdot}436$ mf. és $e = 0{\cdot}0817$. Hogy ezen sor igen alkalmas a délköri negyedlő pontos meghatározására: az e sor kellő összetartásából következik, melynek egymásra következő tagjai, minthogy e kicsiny tötszám, jelentékenyen fogynak, úgy hogy ezen sor-

nak már 4 első tagja is elégséges a kérdéses negyedlőnek pontos meghatározására. És így ha az a és e előbbi értékeit a fennebbi sorba helyettesítjük, leend: $s = 1347{\cdot}5$ földrajzi mf., és így az egész délkör kerülete: 5390 geo. mf., mivel pedig az egyenlitő kerülete 5400 geo. mf., látni való, hogy ez ntóbb 10 mfölddel nagyobb, mint egy délkör kerülete.

Az előbbiekben tárgyalt francia fokmérés különösen a délkör éjszaki negyedlőjének meghatározására szolgált, melyre azért fordíttatott oly kitünő figyelem, mivel a kérdéses negyedlő hosszának 10000000-ik részét a francia hosszmérték egységének vették és metre-nek nevezték. Az ujabbi mérésekből kitünik, hogy a délkör éjszaki negyedlőjének hossza nem 10000000, hanem 10000565 métert teszen, miáltal a méter hossza bizonyára változást szenved, mely azonban, a mint könnyü belátni, oly csekély, hogy azt elhanyagolni is lehet. A metre-nek hosszáról csak úgy lehet tiszta fogalmat szereznünk, ha annak viszonyát ismerjük a párisi lábhoz, avagy a párisi ölhöz (toise), mi végre megjegyezzük, hogy a meter hossza egyedlő 3·1 párisi láb és hogy a metre a toise-nak 0·513-dik részét teszi.

b) **A Föld felülete.** Az előbbiekből tudjuk, hogy a Föld felülete úgy származik, ha a kerülék fél kerülete, *CBE* (19-ik idom) a kisebbik tengely, *CE* körül forog. A kisikítás elmélete a felsőbb mennyiségtanban, ezen felület meghatározására e következő képlettel szolgál:

$$F = 2\pi a^2 + \frac{\pi b^2}{e} \log. \frac{1+e}{1-e},$$

hol a az egyenlitő sugara, b pedig a forgási tengely fele, e a délkör központisága, mely mennyiségek már mind ismeretesek előttünk.

Mivel azonban a második tagban előforduló logarithmusi szorzó nem igen alkalmas a Föld felületének kiszámítására, azért célszerű leend a fenebbi képletet átalakítani.

Ugyanis:

$$\log. \frac{1+e}{1-e} = \log.(1+e) - \log.(1-e)$$

Ámde a sorok tana szerint:

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

$$\log.(1+e) = e - \frac{e^2}{2} + \frac{e^3}{3} - \frac{e^4}{4} + \frac{e^5}{5} - \frac{e^6}{6} + \ldots$$

$$\text{és: } \log.(1-e) = -e - \frac{e^2}{2} - \frac{e^3}{3} - \frac{e^4}{4} - \frac{e^5}{5} - \frac{e^6}{6} - \ldots$$

következőleg

$$\log.\frac{1+e}{1-e} = 2\left(e + \frac{e^3}{3} + \frac{e^5}{5} + \frac{e^7}{7} + \ldots\right), \text{ honnan}$$

$$\frac{1}{e}\log.\frac{1+e}{1-e} = 2\left(1 + \frac{e^2}{3} + \frac{e^4}{5} + \frac{e^6}{7} + \ldots\right).$$

Továbbá: $a^2e^2 = a^2 - b^2$ lévén, innen: $b^2 = a^2(1-e^2)$ és mindezen értékeket a fennebbi egyenletbe téve, leend:

$$F = 4\pi a^2\left(1 - \frac{e^2}{3} - \frac{e^4}{3.5} - \frac{e^6}{5.7} - \ldots\right),$$

mely kifejezés igen alkalmas a Föld felületének meghatározására, minthogy a zárjelben előforduló sor oly roppant összetartással bir, hogy annak már három tagja is elégséges a kérdéses felület pontos meghatározására. Ezen kifejezésből világosan látjuk, hogy a Föld felülete kisebb azon gömb felületénél melynek sugara a. Ha az előttünk álló kifejezésben a és e helyébe azok értékeit behelyettesítjük és a zárjelben lévő sornak csak két első tagját hozzuk számításba, akkor a Föld felületére nézve nyerjük:

$$F = 9260000 \square \text{ mérföld.}$$

Ha azonban a Föld a sugarú gömbnek tekintetik és $a = 859{\cdot}4$ mf.-nek vétetik, leend felülete $F = 9279400 \square$ mf., miből látjuk, hogy ezen két felület között tetemes a különbség. Megjegyezzük még e helyütt, hogy a Föld felületének csak $\frac{1}{4}$-ede szárazföld, míg $\frac{3}{4}$-ede vizzel van borítva, továbbá megemlítjük még, hogy a száraz föld zömét képezi az éjszaki félgömbnek, míg a déli félgömbnek sokkal nagyobb része vizzel van boritva, így a tetemes kiterjedésű csendes tenger is a déli félgömbön fordúl elő. Említésre méltó e helyütt továbbá az is, hogy a jégöv a déli sarknál sokkal nagyobb kiterjedésű, mint az éjszakinál, mi nyilván az uralkodó középhőmérsékletnek tulajdonítandó, mely az éjszaki sarkon magasabb, mint a délin.

c) **A Föld köbtartalma.** Az előbbiek szerint a Föld oly test, mely valamely kerüléki felület kisebbik tengelye körüli forgatása által származik, így tehát köbtartalma a felsőbb mennyiségtan előterjesztett köbözés általános elmélete szerint leend:

$$K = {}^4/_3\ \pi a^2 b,$$

mely képletet át is lehet alakítani, ha benne

$$b = a\sqrt{1-e^2} \text{ és így:}$$

$$K = \frac{4}{3} a^3 \pi \sqrt{1-e^2}, \text{ és ha most } \sqrt{1-e^2}$$

kifejezés a Newton mintája szerint sorba fejtetik, leend:

$$K = \frac{4}{3} a^3 \pi \left(1 - \frac{e^2}{2} - \frac{e^4}{2.4} - \frac{1.3.e^6}{2.4.6.} \ldots\ldots\right),$$

mely képlet fölötte alkalmas a Föld köbtartalmának meghatározására, mivel a zárjelben levő sor roppant nagy összetartással bir, s már három tagja is elégséges a Föld köbtartalmának pontos kiszámítására. Látni való továbbá e képletből, hogy a Földnek, mint sphaeroidnak köbtartalma kisebb, mint az a sugarú gömb köbtartalma.

Ha az előbb lehozott képletben a-nak és e-nek ismert értékeit helyettesítjük és a zárjelben lévő sornak csak két első tagját hozzuk számításba, leend:

$K = 2650185000$ köbmérföld a Föld köbtartalma, mely szám bizonyára bámulatos leend az előtt, kinek tiszta fogalma van a köbmérföldről. Még sokkal bámulatosabb számokat nyerünk, ha a Föld sulyát határozzuk meg, s ha erre nézve a kisérleteknek megfelelőleg azt veszszük fel, hogy a Föld középsürüsége a viz sürüségének 5·5-szeresét teszi, úgy egy köbmérföldnek súlyát 2216826372500 tonné-nek találjuk, egy tonné-re 20 mázsát számítva és így a Föld súlyára nézve e hajmeresztő számot kapjuk:

$$P = 587500000000000000000 \text{ tonne,}$$

ehhez járul még a Földet környező légkörnek a súlya, melyet pontos számítások folytán

5263000000000000 tonné-re

tesznek, mely szám habár nagy, a Föld súlyának mégis alig egy milliómodik részét teszi.

9) **A valódi és látszólagos geo. szélesség.** Azon körülménynél fogva, hogy a föld délkörei nem körök, hanem kerülékek: szükséges kétféle földrajzi szélességet megkülönböztetnünk, u. m. a valódit és a látszólagos. Ezeknek kitüntetése céljából legyen a (19-ik idom)-ban előállított kerülék a Földnek egy délköre, következőleg O a Föld középpontja, n pedig legyen egy tetszésszerinti pont a Föld felületén. Ha ezen ponthoz érintőt húzunk, ez a meghosszabbított nagyobbik tengelyt D pontban metszi és vele bizonyos φ szöget képez, melyre nézve ez egyenlet áll:

$$tg\varphi = -\frac{b^2 x}{a^2 y}. \quad 1)$$

Ha továbbá az n pontot az O ponttal összekötjük; $nOB \sphericalangle = v'$ származik, mely nyilván az n pontnak valódi f. szét lessége. Ha pedig az n ponthoz deréklőt húzunk: ez a nagyobbik tengelyt q pontban metszi és az ottan támadó $nqm = v \sphericalangle$ nyilván az n pont látszólagos földrajzi szélességét képviseli, mely mint látjuk, nagyobb, mint a valódi geo. szélesség. Kérdés tehát, miként kell a megmért látszólagos f. szélességből a valódit meghatározni?

E végre az nOm háromszögből, hol $Om = x$ és $nm = y$, leend:

$$tgv' = \frac{y}{x}.$$

Ha pedig az $Om = x$ metszéket $mp = dx$ külzelékkel hagyjuk nőni: akkor az $x+dx=Op$ metszéknek, $pa=y-dy$ rendező fog megfelelni és ha még as párhuzamos OB-vel, akkor az san háromszögből, mely hasonló a qnm háromszöghöz, leend,

$$tgv = -\frac{dx}{dy},$$

ha most a kerülék $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ egyenletét külzeljük ez egyenletet nyerjük:

$$2\,b^2xdx + 2\,a^2ydy = o, \text{ honnan } \frac{y}{x} = -\frac{b^2dx}{a^2dy}$$

következőleg:

$$tgv' = -\frac{b^2 dx}{a^2 dy}.$$

Ámde $-\frac{dx}{dy} = tgv$, lesz tehát:

$$tgv' = \frac{b^2}{a^2} tgv\,; \quad 2)$$

az az a valódi geo. szélesség érintőjét megkapjuk, ha a látszólagos geo. szélesség érintőjét a $\left(\frac{b}{a}\right)$ viszonyszám négyzetével szorozzuk. Igy pl. Budapestre nézve, melynek látszólagos geo. szélessége $v = 47^0\ 30'$, lészen

$tgv' = \left(\frac{856{\cdot}56}{859{\cdot}43}\right)^2 tg\ 47^0\ 30' = (0{\cdot}9966)^2\ tg\ 47^0\ 30'$, honnan

log. $tgv' = 2$ log. $0{\cdot}9966 +$ log. $tg\ 47^0\ 30' = 10{\cdot}0349893$, s innen $v' = 47^0\ 18'\ 20''$. Budapest valódi f. szélessége tehát majdnem 12'-cel kisebb, mint a látszólagos.

10) **A Föld pontjainak vezérsugarai.** Minthogy a Föld sphaeroid, a rajta előforduló pontok kü lönböző távollal birnak a Föld középpontjától, azaz különböző vezérsugarakkal. Kérdés tehát, miképpen kell valamely pont vezérsugarát meghatározni, ha e pont valódi és látszólagos geo. szélességei, nemkülönben az egyenlitő sugara ismeretesek? Ha e végre az nOm háromszögben (19-ik ábra), $On = r$ tétetik, leend:

$$Om = x = r \cos. v' \text{ és } nm = y = r \sin. v',$$

mely értékeket a kerülék egyenletébe helyettesítve, kapjuk:

$b^2 r^2 \cos.^2 v' + a^2 r^2 \sin.^2 v' = a^2 b^2$, honnan:

$$r = \frac{ab}{\sqrt{\cos.^2 v' (b^2 + a^2 tg^2 v')}}, \text{ avagy:}$$

$$r = \frac{a}{\sqrt{\cos.^2 v' \left(1 + \frac{a^2}{b^2} tg^2 v'\right)}}.$$

Ámde: $tgv' = \frac{b^2}{a^2} tgv$ és igy $tg^2 v' = \frac{b^2}{a^2} tgv\ tgv'$,

mely értéket a fennebbi egyenletbe téve. lesz:

$$r = \frac{a}{\sqrt{\cos.^2 v' (1 + tgv\ tgv')}}, \text{ avagy:}$$

$$r = \frac{a}{\sqrt{\cos^2 v' \frac{\cos. v \cos. v' + \sin. v \sin. v'}{\cos. v \cos. v'}}} \text{ honnan}$$

$$r = \frac{a\sqrt{\cos. v}}{\sqrt{\cos. v' \cos. (v - v')}}.$$

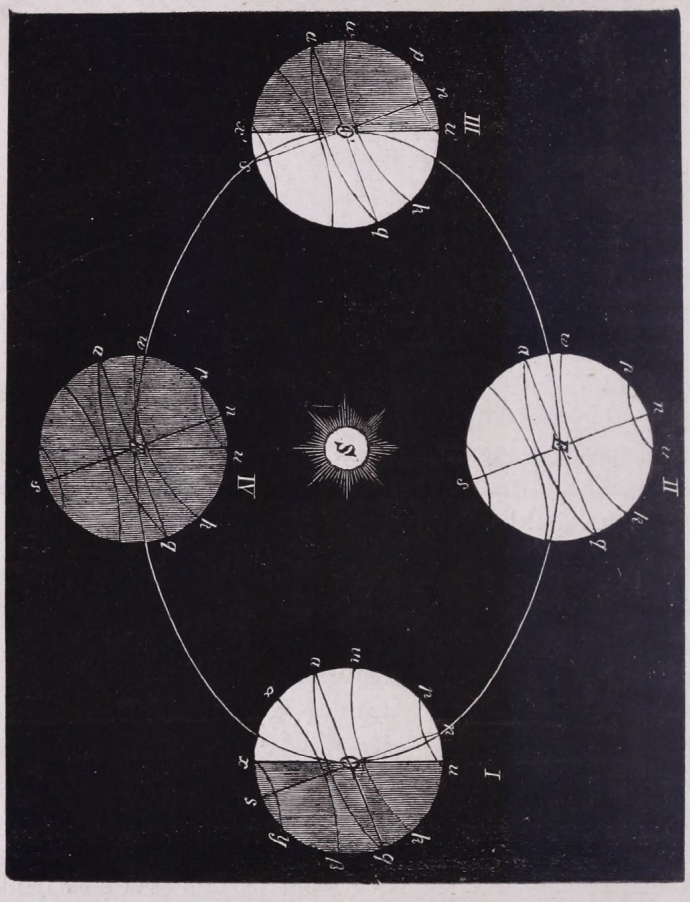
Ha ezen képletben $a = 859{\cdot}436$; $v = 47^0\ 30'$ és $v' = 47^0\ 18'\ 20''$ tétetik, leend Budapest vezérsugara, azaz távola a Föld középpontjától: $r = 857{\cdot}7$. És így Budapest majdnem 2 mérföldel közelebb fekszik a Föld középpontjához, mint az egyenlitő bármely pontja. Budapestnek megfelelő nehézségerő tehát nagyobb, mint az egyenlitőnél működő és így a budapesti másodpercnyi inga hosszabb, mint az egyenlitő alatti. Az eddigiekből világosan lehet látni, hogy a délkör vezérsugara az egyenlitőtől kezdve a sarkok felé fogynak.

11) **A Föld mozgása a Nap körül.** Már az előbbiekben emlitettük, hogy az egyenlitő síkja össze nem esik az ekliptika síkjával, hanem vele $23^0\ 28'$-nyi szöget képez, mely szög az ekliptika ferdeségének neveztetik. Ebből következik, hogy a Föld tengelye az ekliptikával $66^0\ 32'$-nyi szöget képez.

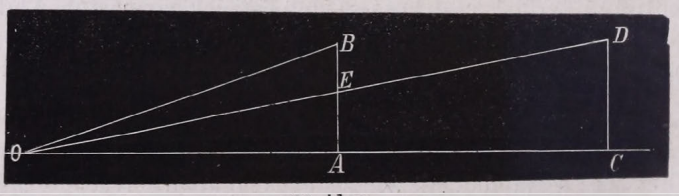
Hogy a Föld keringésének sajátságait annál könnyebben meg lehessen érteni, legyen e végre $EOE'O'$ (20-ik idom) a Föld kerüléki pályája, melynek nagyobbik tengelye $OO' = 2a$ kisebbik tengelye pedig $EE' = 2b$, mely tengelyek, minthogy a mint később látni fogjuk, a Föld pályája csak csekély külpontiságú kerülék, csak kevéssé különböznek egymástól. Alább meg fogjuk továbbá mutatni, hogy a kerüléki földpálya $EOE'O'$ egyik gyúpontjában S-ben fordúl elő a Nap.

Azon eszköz, melynek segélyével csalhatatlanúl meg lehet mutatni, hogy a Föld által a Nap körül leirt pálya nem lehet kör: a Napnak látszólagos nagyságában keresendő, mely az év lefolytával folyvást változik. Ennek kellő megértésére nem lesz felesleges a látszólagos nagyság fogalmát általánosan jeleznünk.

Képzeljünk e végre a (21-ik idom)-ban egy AB magasságú tárgyat, O-ban pedig legyen az észlelő szeme, mely tehát



20. idom.



21. idom.

az AB tárgytól OA távolságban van. Ez esetben a tárgy B és A végpontjaiból jövő fénysugarak egymást BOA szög alatt metszik az észlelő szemében, mely szög közönségesen látszögnek neveztetik, mivel ezen szög alatt látja az észlelő a kérdé-

ses tárgyat. Ha azonban ugyanazon AB tárgyat A-ból C pontba visszük át, tehát OC távolságra az észlelő O szemétől: akkor a D és C végpontokból jövő sugarak már DOC szög alatt metszik egymást az észlelő szemében, mely szög, mint látjuk, kisebb a BOA ∢-nél, és a mint azt a tapasztalat is mutatja, maga a tárgy is kisebbnek fog feltünni, mint az előbbi esetben, még pedig a látszögek viszonyában, azaz: ha a DOC szög csak fele volna az AOB szögnek, a tárgy látszólagos nagysága C pontnál szintén csak fele lesz a tárgy azon nagyságának, melynek az A pontnál van helye. Mindezekből tehát már világosan következik, hogy az úgynevezett látszög a tárgy látszólagos nagyságának mondatik. Bármely tárgy látszólagos nagysága alatt tehát azon szöget kell értení, mely alatt valamely tárgy az észlelőnek feltünik. Ezen nevezetes szög, a mint arról könnyű meggyőződni, a távolság növekedésével fogy, még pedig úgy, hogy ha ezen távolság 2-szer, 3-szor, 4-szer nagyobbnak vétetik, a kérdéses szög 2-szer, 3-szor, 4-szer kisebbé lesz.

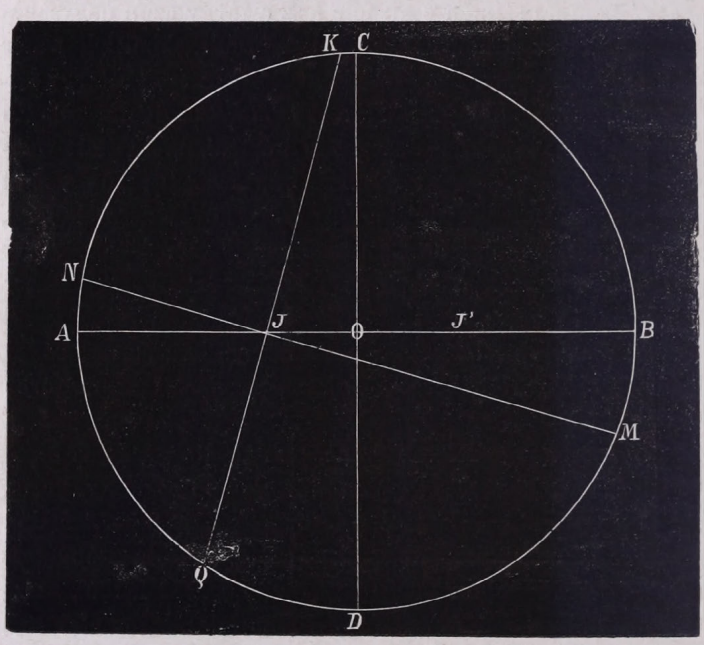
Ezeknek előrebocsátása után könnyű lesz meggyőződni, hogy a Föld a Nap körül nem kört, hanem másnemű görbe vonalat ir le.

Szorgalmas észleletek és mérések által ugyanis az bizonyúlt be, hogy a Nap látszólagos átmérője folyvást változik, még pedig decemberben éri el maximumát, mely 0·5432 fokból azaz: 1955·5 másodpercből áll, egy félév elmulta után, azaz juniusban pedig minimumába lép, mely 0·5252 fokból, azaz: 1890·7 másodpercből áll. És igy a Nap látszólagos átmérője decembertől egész juniusig folyton fogy, de éppen ellenkezőleg az év második felében folyvást nő, mig decemberben a már említett maximumát éri el. A Nap látszólagos nagysága tehát január, február, mártius, április, május és junius hónapokban fogy, holott julius, augustus, september, október, november és december hónapokon át folyvást nő.

Ha a fent előhozott látszólagos nagyságok félösszegét veszszük, a Nap átmérője látszólagos nagyságának közép-értékét nyerjük, mely tehát 0·5342 fokot, azaz: 1923·1 másodpercet teszen, s melynek akkor van helye, midőn a Nap a nap-éjegyenpontokban tartózkodik.

Mindezekből világosan következik, hogy a Föld távola a Naptól, nem mindig ugyanaz, hanem fél évig folyvást nő fél évig pedig folyton fogy, és így a Föld pályája a Nap körül nem lehet kör, minthogy ez esetben a Föld távola a Naptól mindig ugyanaz maradna, a Nap látszólagos nagysága tehát mindig ugyanaz lenne; a mi a tapasztalással teljesen ellenkezik.

Az előbb leirt tünemények teljesen megfejthetők lesznek azonban, ha felvesszük, hogy a Föld pályája kerülék, melyet a



22. idom.

(22-ik idom)-ban látható *ABDC* ábra képvisel, s melynek egyik gyupontjában, *J*-ben maga a Nap fordúl elő. Ha tehát a Föld pályájának *A* pontjába jő, mi decemberben szokott történni, akkor a Naphoz legközelebb áll, és így ennek látszólagos nagysága a lehető legnagyobb leend. Három hónap eltelte után a Föld *K* pontba jő, mely pontban az egyenlitő metszi az ekliptikát, s ott a Nap látszólagos nagyságának középértékét éri el. Innen a Föld ismét három hónap elmúlta után, tehát juniusban *B* pontba jő, és itt a legnagyobb távolban

van a Naptól, azért is a Nap látszólagos nagysága ez esetben a legkisebb leend, mely látszólagos nagyság, mint látjuk, az *AKB* félpálya hátrahagyása alatt folyton fogyott. *B*-től elindulván a Föld, három hónap múlva a *Q* pontba érkezik, a hol a Nap látszólagos nagyságának középértékét éri el. *Q*-ból a Föld ismét három hó eltelte után megint *A* pontba érkezik vissza, hol a Nap látszólagos nagysága maximum leend; ezen látszólagos nagyság tehát a *BQA* félpálya hátrahagyása alatt folyvást nőtt.

Az eddigelé mondottaknál fogva könnyű lenne meghatározni, a Föld átmérőjének látszólagos nagyságát a Napról tekintve, ha a Nap látszólagos és valódi átmérője ismeretes lenne, miután a Föld valódi átmérője úgyis ismeretes. Ugyanis kell, hogy a Föld v. átmérője a Nap v. átmérőjében annyiszor foglaltassék, a mennyiszer a Föld l. átmérője foglaltatik a Nap látszólagos átmérőjében. Igy tudva van, hogy a Napnak valódi átmérője 192000 mf., a Föld valódi átmérője pedig 1720 mf.-nyi, így tehát a Föld látszólagos átmérője a Nap l. átmérőjének 112-ik részét teszi, ennélfogva a Föld látszólagos átmérője a Napról tekintve $\frac{1923{\cdot}12}{112} = 17''$ másodpercnyi leend, sugarának látszólagos nagysága tehát 8·5″-nyi, azaz 8·5″-nyi szög alatt látható a földsugár a Napról, mely szög kiváló szerepet játszik a csillagászatban és legbiztosabban határozható meg akkor, midőn a Venus bolygó megy át a Nap korongján, miről majd később értekezünk.

Végre megemlítjük még e helyütt, hogy a Föld legnagyobb távolát a Naptól, mely esetben a Föld pályájának *B* pontjában fordúl elő, naptávolnak, azon távolt pedig, midőn a Föld legközelebb van a Naphoz, tehát pályájának *A* pontjában (22-ik idom) fordúl elő, napközelnek nevezzük. Az előbbi az aphelium, az utóbbit pedig a perihelium.

12) **Az évszakok.** Az előbbiek nyomán már könnyű a Föld sajátságos mozgását a Nap körül megitélni. Legyen e végre az *OEO'E'* kerülék a (20-ik idom)-ban a Föld pályája, melynek egyik gyúpontjában *S*-ben áll a Nap. Tudjuk továbbá, hogy az ekliptika az egyenlitővel 23° 28′-nyi, a földtengelylyel pedig 66° 32′-nyi szöget képez, ha tehát *O* pont a legtávolabb

O' pedig a legközelebb áll a Naphoz, lesznek nyilván az E és E' pontok az ekliptika nap-éjegyenpontjai és előttünk van a Föld négy főállása, melyeket I-, II-, III- és IV-sel jelölünk. Az I alatti helyzetben, melyben a Föld a naptávolban foglaltatik, a Föld ns tengelyének oly állása lesz, hogy az a pálya nagyobbik tengelyével, OO' 66° 32′-nyi szöget képezzen és ez esetben az ns és OO' vonalak nyilván ugyanazon és az ekliptikára függélyes síkban vannak, s miután n az éjszaki s pedig a déli sark, látni való, hogy e helyzetben a Földnek éjszaki félgömbje a Nap felé hajlik, minek eredménye az leend, hogy az éjszaki félgömbön a nyár áll be, mivel ugyanis a Nap sugarai ez esetben a ωk éjszaki fordulati körre, mely az aq egyenlitővel 23° 28′-nyi szöget képez, függélyesen esnek, azaz a Nap ezen kör pontjainak tetőpontjaiban tartózkodik. Mivel pedig a Nap az év lefolyta alatt, a mint azt könnyű belátni, az aq egyenlitő és a $k\omega$ párhuzamos kör között foglalt $öv$ minden egyes helyének tetőpontjában, a ωk kör kivételével, kétszer fordúl elő: azért is ez öv az éjszaki félgömb forró éghajlatának mondatik.

Minthogy a Föld gömbalakú, világos, hogy egyszerre ennek csak fele világíttatik ki a Nap által, a másik fele pedig sötétségben marad s éppen azért fölötte nagy fontosságú itt a kivilágitási határ. Az I alatti helyzetben a kivilágitási határ nyilván az ux vonal által van képviselve. És ha u pontból az up párhuzamos húzatik, ez nyilván a hideg éghajlatot határozza meg, mely a sarkkörűl fordúl elő. Az up párhuzamos kör sarkkörnek neveztetik. Könnyű bebizonyítani, hogy a sarkkörhöz tartozó nu iv 23° 28′-nyi; minthogy:

$$nO\omega + \omega Oa = 90 \text{ és } nO\omega + nOu = 90^0$$
$$\text{következőleg } nO\omega + \omega Oa = nO\omega + nOu;$$
$$\text{tehát: } \omega Oa = nOu.$$

Hasonlóképpen xy a déli sarkkör. És világosan látjuk, hogy az I alatti helyzetben az egész éjszaki hideg éghajlat a Nap sugarainak van kitéve, mig a déli hideg éghajlatban folytonos setétség uralg. A mi végre azon övet illeti, mely a pu és ωk párhuzamos körök között foglaltatik: az az éjszaki élgömb mérsékelt éghajlatának neveztetik és a hozzá tartozó

ωp iv nyilván $= ap - a\omega = 66^0\ 32' - 23^0\ 28' = 43^0$ 4-nyi, ennek tehát a legnagyobb ivmértéke van és nyilván a legnagyobb felülettel is bír. Az éjszaki félgömbön tehát háromféle éghajlat van, u. m.: a forró, mérsékelt és hideg éghajlat. Könnyű azonban belátni, hogy hasonló három éghajlati övvel a déli félgömb is bir, miből nyilván következik, hogy az összes forró éghajlat a ωk és $\alpha\beta$ fordulati körök között foglaltatik; az összes mérsékelt éghajlat pedig az övek összegéből áll, melyeknek egyike a ωk és pu; másika pedig az $\alpha\beta$ és xy párhuzamos körök között fekszik; végre az összes hideg éghajlat az említett két hidegéghajlat összegéből áll.

Könnyen észrevehetjük, hogy a Földnek I alatti helyzetében az éjszaki félgömb párhuzamos körei a kivilágítási határ által két nem egyenlő részre osztatnak, és pedig nagyobbik részeik a Nap sugarainak vannak kitéve, kisebb részeik pedig setétségben maradnak, miből világosan következik, hogy a Föld ezen helyzetében a nappalok az éjszaki félgömbön hosszabbak, mint az éjjelek. A déli félgőmbön azonban ennek éppen ellenkezőjét látjuk, ott t. i. a párhuzamos körök a kivilágítási határ által szintén két egyenlőtlen részre osztatnak,de kisebb részeik vannak a Nap sugarainak kitéve, míg nagyobb részeik setétségben vannak. A déli félgömbön tehát a Föld kérdéses helyzetében az éjjelek hoszszabbak, mint a nappalok.

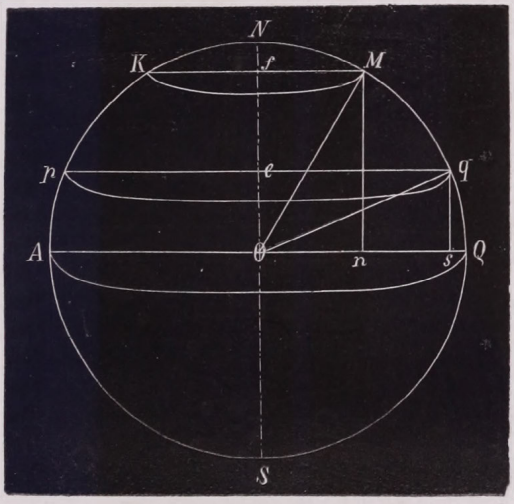
Ha a Föld I alatti helyzetéből a II alattiba megy át, a mi három hónap alatt történik meg; úgy állása a Nap iránt egészen más leend. Mivel ugyanis a Föld pályáján úgy kering, hogy forgási tengelye minden helyzetében párhuzamos marad önmagával: világos, hogy a II. alatti helyzetben az SE fénysugár épszöget képez az ns tengelylyel, a kivilágítási határ tehát az egész Föld párhuzamos köreit két egyenlő részre osztja, minek következménye az, hogy ez esetben az egész Föld felületén egyenlő tartamú leend a nappal és éjjel, és éppen ezért neveztetik az E pont nap-éjegyeni pontnak, még pedig őszi nap-éjegyenpontnak, mivel e helyzetében a Földnek az éjszaki félgömbön az ősz kezdődik. Végre még világosan lehet látni, hogy azon szög, melyet a tengelylyel a ráeső napsugár képez, O-tól E felé folyvást nőtt, minthogy ez O-nál $66^0\ 32'$-nyi E-nél pedig már 90 foknyi.

E pontból elindulván a Föld O' felé halad, s e pontot 3 hónap alatt valóban el is éri. O' pontban, mint látjuk, a földtengelynek $nO's$ ferde fekvése van, mely az SO' irányban beeső fénysugárral a tompa $nO'S$ szöget képezi és így látni való, hogy a Föld éjszaki félgömbe a Naptól elhajlik, holott a déli félgömb most a Nap felé hajlik. A kivilágítási határ tehát ez esetben az $u'x'$ vonal által van képviselve, s így az egész éjszaki sarköv setétségben van, míg a déli sarköv teljesen ki van világítva; továbbá látjuk, hogy a déli félgömb párhuzamosai két egyenlőtlen részre osztatnak a kivilágítási határ által, és pedig úgy, hogy nagyobb részeik a Napsugarainak vannak kitéve, kisebb részeik pedig setétségben hagyatvák, a nappalok tehát itt hosszabbak, mint az éjjelek. Ennek éppen ellenkezőjét lehet látni az éjszaki félgömbön, a hol a párhuzamosak szintén két egyenlőtlen részre osztatnak a kivilágítási határ által, csakhogy ezeknek most kisebbik részeik vannak kitéve a napsugaraknak, nagyobb részeik pedig setétségben lesznek. Az éjszaki félgömbön tehát ez esetben a nappalok rövidebbek, mint az éjjelek. A Földnek III. alatti helyzetében nálunk a tél állott be.

Az O' pontból kiinduló Föld már most E' felé halad, s ezen pontot három hónap alatt el is éri és az $nO'S$ szög, mely O' pontban $180^0 - 66^0\,32' = 113^0\,28'$-nyi volt, az említett idő alatt folyton fogy, míg E' pontban ismét 90 foknyi lesz. Ezen pontban a Földnek párhuzamosai a kivilágítási határ által megint két egyenlő részre osztatnak és így a Föld egész felületén egyenlő tartamú lesz a nappal, és az éjjel, és éppen azért neveztetik az E' pont nap-éjegyeni pontnak és pedig tavaszi nap-éjegyenpontnak, mivel a Föld ezen helyzetében nálunk tavasz kezdődik. E' pontból a Föld megint tovább halad, hogy három hónap múlva O pontba érkezzék és nálunk újra a kedves nyarat hozza létre!

13) **A három éghajlat felületének meghatározása az éjszaki félgömbön.** Igen érdekes tudni, mily nagyságúak a három éghajlat felületei. Állítsa elő e végre a (23-ik idom)-ban az $ANQS$ kör a Földgömböt, AQ legyen az egyenlítő, N és S pedig a Föld sarkai, pq legyen az éjszaki fordulati kör, melyre nézve Ap iv nyilván $23^0\,28'$-nyi, továbbá legyen MK az

éjszaki sarkkör, melyre nézve az $AK = QM$ iv 66° 32′-nyi. Mindezek folytán Oe a forró éghajlat magassága, továbbá látjuk, hogy a forró és mérsékelt éghajlat magasságainak összege egyenlő $Of = Oe + ef$; tehát ef a mérsékelt éghajlat magasságának tekintendő, végre a hideg éghajlat magasságát fN képviseli. Miután pedig a térfogattanból ismeretes, hogy a gömböv felülete úgy találtatik meg, ha a gömb legnagyobb körének kerületét a gömböv magasságával szorozzuk, a jelen esetben tehát a fődolog abban áll, hogy a kérdéses övek magasságai számitás által határoztassanak meg.



23. idom.

E végre legyen $OQ = Oq = OM = R$, mint a Föld sugara, mely, mint tudjuk, 860 mf.-nyi, Oqs háromszögből, melyben $Qs = Oe$, kapjuk:

$$Oe = R \text{ sin. } 23^\circ\ 28'\text{;}$$

hasonlóképpen a forró és a mérsékelt éghajlat magasságainak összege:

$$Of = R \text{ sin. } 66^\circ\ 32'\text{;}$$

következőleg a mérsékelt éghajlat magassága:

$$ef = R \text{ sin. } 66^\circ\ 32' - R \text{ sin. } 23^\circ\ 28'\text{;}$$

végre a hideg éghajlat magassága:

$$Nf = R - R \sin. 66^0\ 32' = R\ (1 - \sin. 66^0\ 32').$$

Ámde:

$$\sin. 66^0\ 32' = 0{\cdot}917 \text{ és } \sin. 23^0\ 28' = 0{\cdot}398.$$

És így a forró éghajlat magassága:

$$Oe = 860 \times 0.398 = 342{\cdot}28 \text{ mf};$$

a mérsékelt éghajlaté pedig:

$$ef = 860\ (0{\cdot}917 - 0{\cdot}398) = 446{\cdot}34 \text{ mf};$$

végre a hideg éjhajlat magassága:

$$Nf = 860\ (1 - 0{\cdot}917) = 71{\cdot}38 \text{ mérföld.}$$

Ha elvégre tekintetbe veszszük, hogy a Föld legnagyobb körének kerülete: 5400 mf., úgy a kérdéses három éghajlat felületére nézve e következő eredményeket kapjuk:

A forró éghajlat felülete $= 5400 . 342{\cdot}28 = 1848312$ □ mf.
A mérsékelt éghajlat felülete $= 5400 . 446{\cdot}34 = 2410236$ □ mf.
A hideg éghajlat felülete $= 5400 . 71{\cdot}38 = 385452$ □ mf.

Könnyű belátni, hogy ezen értékek kettőzetei a Föld felületén előforduló éghajlatok összes felületét adják. Ezen megtalált számokból azt is látjuk, hogy a mérsékelt éghajlat felülete a legnagyobb és hogy az éghajlatok felületei között e következő viszonyok vannak, még pedig:

1) a mérsékelt és forró éghajlat közötti viszony: $\frac{2410236}{1848312} = 1{\cdot}3$

azaz ezen két felület úgy viszonylik egymáshoz, mint 1·3 : 1.

2) a mérsékelt és hideg éghajlat közötti viszony: $\frac{2410236}{385452} = 6{\cdot}25$

azaz ezen két felület úgy viszonylik egymáshoz, mint 6·25 : 1.

3) végre a forró és hideg éghajlat közötti viszony: $\frac{1848312}{385452} = 4{\cdot}8$

azaz ezen két felület úgy viszonylik egymáshoz, mint 4·8 : 1.

Ha az éjszaki félgömbre vonatkozó éghajlatok az imént megtalált felületeit összeadjuk: akkor 4644000 □ mfdet kapunk az éjszaki félgömb felületéül, melynek kettőzete, azaz 9288000 □ mf., nyilván az egész Föld felületét adja, a mint azt az előbbiekben is találtuk már azon esetre, ha a Föld gömbnek vétetik. Ha a Földnek, mint gömbnek a felületét, a

Földnek, mint sphaeroidnak felületével összehasonlítjuk, nyilván 9288000 — 9260000 = 28000 □ mfnyi különbséget nyerünk, a mi jóllehet az egész föld-felületnek csak csekély, mintegy $\frac{1}{300}$ részét teszi, mégis jelentékeny tartományt képviselne!

14) **Az évszakok tartama.** A Földnek már ismertetett keringéséből nyilván következik, hogy midőn a Föld a II. alatti helyzetben (20-ik idom), tehát a tavaszi nap-éjegyenpontban fordúl elő, mely esetben a nap és éjszaka egyenlők, akkor az éjszaki félgömbön a kellemes tavasz kezdődik, melynek tartama nyilván azon idő, mely szükséges, hogy a Föld e pontból O-ba érkezzék, mely, mint tudjuk, a napállási pontot képviseli, s melyben tehát a Napnak a legnagyobb magassága van a látkör felett. Midőn a Föld O-ba érkezik, akkor kezdődik nálunk a nyár és tart addig, míg a Föld O pontból E' pontba érkezik, mely utóbbi nyilván az őszinap-éjegyenpont, melyben a Föld előfordúlván, a nappal és az éjjel megint egyenlő tartamú leend. Midőn a Föld E' pontba érkezik, akkor kezdődik nálunk az ősz és tart mindaddig, míg a Föld O' pontba jő, mely pont a téli napállási pontot képviseli. O' pontba érkezvén a Föld, nálunk a tél kezdődik és tart mindaddig, míg a Föld O' pontból megint E ponthoz tér vissza, a honnan az évszakok ugyanazon sora kezdődik újra.

A mi a most említett négy évszak tartamát illeti, könnyű belátni, hogy azon esetben, ha a Nap a Föld által leirt kerülék középpontjában foglaltatnék, a tavasz és a nyár együttes tartama egyenlő lenne a tél és az ősz együttes tartamával, de mivel a Nap az említett kerüléknek nem középpontjában, hanem egyik gyúpontjában, J-ben (22-ik idom) tartózkodik, könnyű belátni, hogy nálunk a tavasz és nyár együttes tartamának nagyobbnak kell lennie, mint az ősz és a tél együttes tartamának, mint e következők által teszünk érthetővé.

Legyen $AKBD$ a (22-ik idom)-ban azon kerülék, melyet a Föld a Nap körül leir; J és J' pedig e kerülék gyúpontjait képviseljék, még pedig J legyen azon gyúpont, melyben a Nap áll. Az egyenlitő síkja a földpálya síkját nyilván QK egyenesben metszi, mely egyenes nyilván a Nap középpontján megyen keresztül. A QK egyenes végpontjai: Q és K a nap-éj-

egyenpontok lesznek és maga az egyenes nap-éjegyen-vonalnak neveztetik. Ha továbbá *MN* egyenes az *J* ponton keresztül a *QK* vonalra függélyesen húzatik: leend az *MN* egyenes által a napállási vonal képviselve (Solstitiallinie), mely mindig függélyes a nap-éjegyeni vonalra (Aequinoctiallinie). Mindezek folytán már világosan látjuk, hogy a pálya *QMK* része az, mely a tavasz és a nyár tartama alatt hagyatik hátra, ha t. i. *Q* tekintetik a tavaszi nap-éjegyeni pontnak; a pálya *KNQ* része pedig az, mely az ősz és a tél együttes tartama alatt iratik le a Föld által.

Ezek után már nem lesz nehéz megérteni, hogy a Föld pályája *QMK* részének hátrahagyására minden esetre nagyobb idő kívántatik, mint a *QNK* rész leirására, mivel 1-ször a pálya *QMK* része tetemesen nagyobb, mint annak *QNK* része; 2-szor mivel a Föld pályájának *QMK* részében mindig jobban és jobban eltávozik a Naptól, tőle tehát mindig nagyobb és nagyobb távolságra jut, holott pályájának *QNK* részében a Föld mindig jobban és jobban közeledik a Naphoz és így tőle kisebb távolságokkal is bir, minek következménye nyilván az, hogy a Föld az *NKQ* pálya részben nagyobb sebeséggel fog járni, mint a *QMK* pálya részben.

Hogy azonban ezen idők különbsége nem fölötte nagy, az már abból is következik, hogy a Föld pályája csak csekély, mintegy $e = 0{\cdot}0168$ külpontiságú kerülék, mely tört közel $\frac{1}{60}$-szel egyenlő, azaz: a Napnak távola a kerüléki pálya középpontjától, az illető kerülék nagyobbik tengelyének csak mintegy 60-ad részét képezi, miért is ezen kerülék nagyon is közeledik a körhöz. Ha a mértani külpontiságát a földpályának, mérföldekben akarnók kifejezni, úgy a földpálya nagyobbik féltengelyét: 20680000 mérföldet el kell osztanunk 60-nal, és nyilván 347424 mfdet kapunk a földpálya mértani külpontiságának értékeül.

Különös érdekü lesz már most megmutatni, miként határozható meg azon idők különbsége, melyek alatt a *QBK* és a *QKA* felületek a vezérsugarak által súroltatnak. E célra jó leend a (19-ik idom)-ban előállított kerüléket használni, melynek *f* gyúpontjában foglaltatik a Nap, *KL* húr, mely függélyesen van húzva ezen kerülék nagyobbik féltengelyére,

leend a kerülék góchúrja, és nyilván a nap-éjegyenvonalat képviselendi. Legyen tehát $OA = a$ és $OC = b$, akkor az Of külpontiság $= ae$, a góchúrnak Kf fele pedig $= \frac{b^2}{a}$, s minthogy $a^2e^2 = a^2 - b^2$, leend:

$$b^2 = a^2 (1 - e^2),$$ következőleg: $$Kf = a (1 - e^2).$$

Ez meglévén, már most fődolog a kerülék $KfOC$ részének területét meghatározni, melyre nézve a felső mennyiségtan ezen kifejezéssel szolgál:

$$F = \frac{xy}{2} + \frac{ab}{2} \, arc \sin. \frac{x}{a}.$$

A jelen esetben $x = ae$, $y = fK = a (1 - e^2)$ és így:

$$F = \frac{a^2}{2} [e (1 - e^2) + \sqrt{1 - e^2}. \, arc \sin. e];$$

mivel pedig $e = 0{\cdot}0168$, tehát $e^2 = 0{\cdot}0002822$ és $1 - e^2 = 0{\cdot}9997$ következőleg $\sqrt{1 - e^2} = 0{\cdot}99985$, $arc \sin. e$ pedig sugári részekben $= 0{\cdot}01735$, lészen tehát:

$OCKf$ felület $= 0{\cdot}01707 \, a^2$, következőleg:
$KLEC$ felület $= 0{\cdot}03414 \, a^2$.

Továbbá ismeretes, hogy a kerülék összes felülete: $ab\pi$ kifejezés által van megadva, a kerülék felületének fele tehát $= \frac{ab\pi}{2} = \frac{\pi a^2}{2} \sqrt{1 - e^2} = \pi a^2 . 0{\cdot}49992 =$ közel: $\pi a^2 . 0{\cdot}5$, az egész $LEBCK$ felület tehát $= 0{\cdot}5 \, \pi a^2 + 0{\cdot}03414 \, a^2 = 1{\cdot}6048 \, a^2$, LKA felület pedig $= 1{\cdot}57 \, a^2 - 0{\cdot}03414 \, a^2 = 1{\cdot}536 \, a^2$. Miután így a kérdéses két felület meg van határozva, akkor azon idők meghatározására, melyek alatt az $LEBCK$ és az LAK kerüléki ivek a Föld által hátrahagyatnak, igen jó sikerrel lehet a híres Kepler második törvényét használni, mely törvénynél fogva a vezérsugarak által súrolt felületek az időkkel egyenes viszonyban állanak.

Ha tehát azon idők, melyek alatt az $LEBCK$ és az LAK ivek leiratnak, t- és t'-gyel jeleztetnek, és a Föld egész keringési ideje: 365·24 napnyinak vétetik, akkor a kérdéses időkre nézve e két aránylat álland:

$$3{\cdot}141\ a^2 : 365{\cdot}24 = 1{\cdot}6048\ a^2 : t \text{ és}$$
$$3{\cdot}141\ a^2 : 365{\cdot}24 = 1{\cdot}536\ a^2 : t',$$

mely arányzatok még így is irhatók:

$$3{\cdot}141 : 365{\cdot}24 = 1{\cdot}6048 : t \text{ és}$$
$$3{\cdot}141 : 365{\cdot}24 = 1{\cdot}536 : t',$$

melyekből:

$$t = \frac{365{\cdot}24 \times 1{\cdot}6048}{3{\cdot}141} = 186{\cdot}62 \text{ nap, és}$$

$$t' = \frac{365{\cdot}24 \times 1{\cdot}536}{3{\cdot}141} = 178{\cdot}62 \text{ nap,}$$

azaz a pálya *QMK* része (22-ik idom) 186·62 nap, a másik része: *QNK* pedig 178·62 nap alatt hagyatik hátra. Minthogy pedig ezen idők közötti különbség 8 napot tesz, világos, hogy az éjszaki félgömbre nézve a tavasz és nyár együttes tartama 8 nappal hosszabb, mint a tél és ősz együttvéve. Ebből tehát joggal szabad következtetnünk: hogy az éjszaki félgömb eldöntő előnyben van a déli félgömb irányában. Mivel azonban a Föld pályájának helyzete nem állandó, világos, hogy a természet ezen mostoha bánásmódja a déli félgömbbel, sem örökkétartó, mit a következőkből fogunk látni.

15) **A nap-éjegyenpontok előnyomulása.** Már a hires görög csillagász, Hyparch is azt vevé észre, hogy a csillagok hosszúságai, melyek nyugatról kelet felé számittatnak, általánosan véve évenkint 50 ivmásodperccel nőnek, s mivel e növekedés minden csillagnál előfordúl, oka ennek bizonyára nem a csillagokban, hanem nyilván a tavaszi nap-éjegyenpont fekvésének változásában keresendő, minthogy ezen pontból számittatnak a csillagok hosszúságai. Ezen nevezetes pont tehát évenkint 50 másodperccel hátra felé, azaz helyesebben: keletről nyugat felé mozog, mely mozgás a tavaszi nap-éjegyeni pont haladásának, előre nyomulásának mondatik. (Praecession der Aequinoctien.) Minthogy továbbá az is észleltetett, hogy a csillagok szélességei mindig ugyanazok maradnak, következik tehát, hogy a nap-éjegyenpontok előnyomulása csakis az egyenlitőnek bizonyos, önmagához mindig párhuzamosan történő mozgásából ered; melynek folytán az ekliptika évenkint más és más pontokban metszetik az egyenlitő által.

A nap-éjegyeni pontok ezen nevezetes mozgása nem körszaki, mint az ekliptika ferdeségének változtatása, hanem ugyanazon irányban folytonos, miből következik, hogy a Q és K (22-ik idom) nap-éjegyenpontok helyzetének változásával a nap-éjegyeni vonal és vele a nap-állási NM vonal fekvése folytonosan változik. Föltéve tehát, hogy a tavaszi nap-éjegyenpont: Q, QA irányában mozog, még pedig évenkint 50″-cel, úgy e pont bizonyos idő elteltével a Föld pályájának minden képzelhető pontját elfoglalja, azaz e pont bizonyos idő elteltével a Föld pályájának egész kerületét irja le és a nap-éjegyeni vonal QK, valamint a nap-állási vonal is, minden képzelhető helyzetet fognak elfoglalni. Hogy mennyi idő kivántatik arra, hogy a nap-éjegyeni pont egy egész keringést tegyen: azt az által találjuk meg, ha a földpálya egész kerületében foglalt másodpercek számát 50-nel elosztjuk, mely osztás eredménye nyilván $\frac{1296000}{50} = 25920$ év leend, azaz a tavaszi nap-éjegyeni pont egész keringésére 25920 év kivántatik, félkeringésére tehát majdnem 13000 év. Azon idő pedig, mely alatt az állatkör egy csillagzatát futja meg a tavaszi nap-éjegyen-pont, nyilván $\frac{25920}{12} = 2160$ év leend. — Mivel pedig a tavaszi nap-éjegyenpont jelenleg a Halak csillagzatában mulat, világos, hogy 2160 évvel ez előtt a Kosban tartózkodott.

A nap-éjegyenpontok ezen mozgásából könnyü megérteni, hogy a Föld egész pályája (22-ik idom) idővel teljesen megfordúlt helyzetre fog jutni: úgy, hogy a jelenleg baloldalon fekvő QKA rész idővel jobbra, a jobb oldalon fekvő QBK rész pedig balra fog átmenni. És mivel mindemellett a földtengelye helyzetét változatlanúl megtartandja, világos, hogy ezen most jelzett esetben a tavasz és a nyár együttes tartama 8 nappal rövidebb lesz az éjszaki félgömbön, mint jelenleg; holott éppen ellenkezőleg a déli félgömbön a tavasz és nyár együttes tartama 8 nappal hosszabb lesz, mint jelenleg. Igy tehát idővel a déli félgömb fog azon előnyben részesülni, melyet jelenleg az éjszaki félgömb élvez, s igy a természetet igazságtalansággal semmi esetre sem vádolhatjuk. Mindezen évszak-tartam

változás oka abban áll, hogy a Föld ez esetben napközelben leend, midőn annak éjszaki félgömbén a nyár uralkodik.

16) **A Nap évenkinti kirándulása éjszak és dél felé.** Ha a Nap lenyugvását és felkelését az egész év alatt figyelmesen észleljük, azt fogjuk észrevenni, hogy a Nap naponkint a látkör különböző pontjaiban kel fel és különböző pontjaiban nyugszik le. És pedig nagyon könnyen meggyőződhetünk arról, hogy a Nap felkelései és lenyugvásai a tél kezdetén, azaz december vége felé, legdélibb fekvéssel birnak, de onnan kezdve mindig jobban haladnak éjszak felé, míg végre a nyári napállás alkalmával, azaz junius vége felé a legészakibb fekvést érik el, és a Napnak ezen úgynevezett kirándulása fél évig tart, mig az erre következő fél év alatt ugyanazon kirándulást teszi meg a Nap, de ellenkező irányban, t. i. éjszakról dél felé. Ezen kirándulások nagysága a Föld különböző helyeire nézve különböző, és függ a hely geo. szélességétől és a mint látni fogjuk, vele nő.

Hogy arról kellőleg meg lehessen győződni, e végre legjobb sikerrel használható az égteke, melynek alkalmazása e következő. Ha tudni akarnók pl. mily nagy a kirándulás az egyenlitői pontokra nézve, akkor állítsuk fel úgy az égtekét, hogy az egyenlitő a látkörre függélyes legyen, mely esetben a sarkok nyilván a látkörbe fognak esni, az egyenlitői pontokra nézve tehát a sarkmagasság = *0*. — Könnyű belátni, hogy a Napnak kérdéses kirándulása ez esetben a látkör azon ivével leend egyenlő, mely a fordulati körök között fekszik s mely könnyen indokolható oknál fogva az ekliptika ferdeségének kettőzetével, azaz mintegy 47°-kal egyenlő.

Ha Budapestre nézve keresnők a Nap kirándulását, akkor az égtekét legelőször is Budapest geo. szélessége szerint tájékoznunk kell, még pedig úgy, hogy annak fémköre Budapest délkörének síkjába essék, a mi az égtekénél alkalmazott delejtű segítségével érhető el, azután pedig az éjszaki sárknak 47° 30′-nyi magasság adatik a látkör felett. Itt a párhuzamos körök ferdeszögeket képeznek a látkörrel, és most ezen, azon két pontot keressük ki, melyekben a fordulati körök azt metszik, akkor a látkörnek ezen két pont közötti ive a kérdéses kirándulással lesz egyenlő, mely Budapestre nézve 75 foknyi.

Ha Pétervárra nézve keresnők a Nap kirándulását, akkor ezen város 60°-nyi geo. szélessége szerint tájékozzuk az égtekét, minek megtörténte után azonnal észreveszszük, hogy e város látköre a párhuzamos körök irányában még ferdébb fekvéssel bir, mint az előbbi esetben, és ha most a látkör azon pontjait keressük ki, melyekben azt a fordulati körök metszik: úgy a látkörnek ezen két pont közötti ive a Nap kérdéses kirándulását adandja, s ez Pétervárra nézve 105 fokot tesz. Ezen példákból világosan látjuk, hogy a Nap kirándulása a g. szélességgel nő. Végre könnyű belátni, hogy ezen iv a helynek megfelelő nappali iv hosszával szoros összeköttetésben van.

Nem lesz érdektelen még a sarkkörökre nézve meghatároznunk a Nap kirándulását. Ha a sarkkörnek megfelelő 66° 30'-nyi szélességre nézve rendezzük be az égtekét, azon eredményre jutunk, hogy a fordulati pontok a látkörbe esnek, a látkör azon ive tehát, mely ezen két pont között fordúl elő nyilván 180 foknyi lesz s ez valóban a Nap kirándulási íve a sarkkörökre nézve.

Az eddig mondottakból azt is lehetett látni, hogy a tekék használata a csillagászatban nagy fontossággal bír, minthogy általuk mind az ég, mind a Föld tanulmányozása jelentékenyen megkönnyebbíttetik, azért is célszerűnek tartjuk főbb vonásokban a tekék szerkezetéről és alkalmazásáról szólani.

17) **A tekék szerkezete.** Kétféle tekét különböztetünk meg, úgymint: az égtekét és a földtekét, melyek különböző célokra használtatnak. Az égteke felületén mindazon legnagyobb és párhuzamos körök fordulnak elő, melyek által az ég felületének beosztása eszközöltetik s melyek az egyenlitő, ekliptika, délkör és párhuzamos körök neve alatt ismeretesek. A mint tudjuk, az ég felületén előforduló minden csillag fekvése ezen körökre vonatkoztatik. E körökön kivül az égteke felületén még mindazon állócsillagok is fel vannak jegyezve, melyek szabad szemmel láthatók; még pedig összrendezőik szerint, úgy hogy minden csillag fekvése a tekén teljes összhangzásban van a csillag fekvésével az ég felületén. Ezen csillagok közönségesen görög betükkel vannak megjelölve, még pedig úgy,

hogy minden csillagzat legfényesb s illetőleg legnagyobb csillaga α által van megjelölve. Igy pl. a Lant α-ja alatt a Véga nevű fényes csillagot, a nagy Kutya α-ja alatt pedig a Syrius ragyogó csillagot kell érteni.

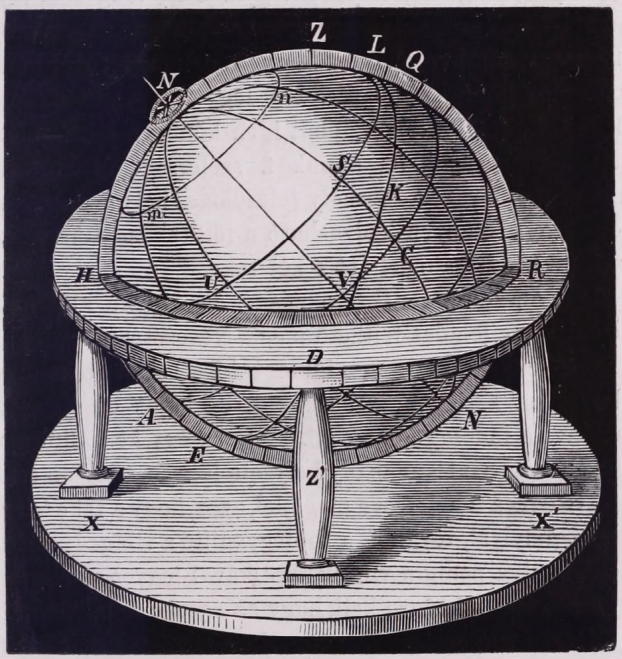
Magok a csillagzatok pedig azon tárgyak s állatok rajzolatai által vannak képviselve, melyeknek neveit viselik. Igy pl. a nagy és kis Medve nevű csillagzatok medvék által vannak jelképezve, a Pegasus pedig egy ugró ló által van képviselve stb.

Hogy az égteke felületén sem a Nap, sem a Hold, sem pedig a bolygók vagy üstökösök nem lehetnek feljegyezve: az nagyon természetes, mivel ezen égi testek állandó helyzetet el nem foglalnak az ég felületén, hanem helyeiket mindig változtatják, melyek a különböző időkben csakis összrendezőik által vannak meghatározva, mi végre a csillagászati évkönyvek szolgálnak.

Az égteke szerkezete a (24-ik idom)-ban látható, hol XX' egy faalap és közönségesen kör alakú, ennek középpontjában pedig egy delejtű (Bousolle) van megerősítve, mely az égteke tájékozására szolgál. Ezen alap kerületéből négy függőleges oszlop emelkedik, melyek a gyürű alakú HDR megtámasztására szolgálnak, mely gyürű a látkört képviseli. Erre függőlegesen van alkalmazva egy másik köralakú $NQRN'$ fémgyürű, melynek kerülete fokokra van elosztva. Ezen $N'QRN$ fémgyürű fel és alá mozgatható és a hely délkörét állítja előminél fogva ez az N és N' sarkokon, nem különben a hely tetőpontján: Z—n is keresztül megy. E fémgyürűbe maga az éggömb is van illesztve úgy, hogy az N és N' pontokon keresztülmenő tengely körül forgatható legyen, mely tengely nyilván a világtengely képviselője; az erre függélyesen álló AVQ legnagyobb kör pedig az egyenlitőt, az EVL kör pedig az ekliptikát képviseli, mihelyt a QL iv 23^0 $28'$-nyi. Mindezek folytán V a tavaszi nap-éjegyeni pont, melyből mind az egyenes emelkedések, mind pedig a hosszúságok számittatnak. Továbbá HL párhuzamos kör az éjszaki fordulati, mn pedig az éjszaki sarkkört képviseli, mely utóbbiban az ekliptika éjszaki sarka fekszik.

Ha most egy tetszésszerinti S csillagot képzelünk: úgy

ennek fekvése az egyenlitő irányában nyilván meg van határozva a *VC* és a *CS* ivek által, melyek elseje a csillag egyenes emelkedését, másika pedig a csillag eltérését képviseli, minthogy a *CS* iv az egyenlitőre függélyes és mindkét sarkon keresztül megyen. A kérdéses csillag fekvése az ekliptika irányában nyilván meg van határozva a *VK* és az *SK* ivek által, melyek elseje a csillag hosszúságának, másika pedig a csillag szélességének tekintendő, minthogy *SK* iv függélyesen van húzva az



24. idom.

ekliptikára s ennek sarkán megyen keresztül. Végre az *S* csillag fekvését a látkör irányában úgy határozhatjuk meg, ha e csillagon keresztül a látkörre egy függélyes iv huzatik, mely a csillagtól a látkörig számítva annak nyilván magasságát azon iv pedig, mely a látkörön számittatik a magasság állás-pontjától a déli pontig, nyilván e csillag azimuthját képviseli. Végre megemlitjük még, hogy az *NN'* tengely *N* végpontjában egy kis fémkör van alkalmazva, melyet jövőben rőzsának

fogunk nevezni s melynek kerülete 24 egyenlő részre van elosztva, mely részek nyilván órákat képviselnek. Ezen nagy fontosságú kis körnek szilárd állása van, mutatója pedig a gömb tengelye körül forogván, az elmúlt órákat jelzi.

Hasonló szerkezettel bir a földteke is, minthogy beosztása ugyanazon legnagyobb és párhuzamos körök által történik, mint az égtekéé, azzal a különbséggel, hogy a földtekén nem csillagok, hanem világrészek, vagyis inkább földrészek, tartományok, szigetek, folyók, hegyláncok, tengerek, tavak s egyes helyek és azoknak nevei vannak feljegyezve, egyszóval a földteke úgy van berendezve, hogy annak segélyével bármely hely fekvése könnyen megitélhető legyen a rajta előforduló körök által. A földtekén tehát igen könnyen lehet valamely helyet meghatározni, ha annak f. szélessége és hosszúsága adatik, és megfordítva bármely tetszőleges hely geo. szélessége és hosszúsága könnyen leolvasható a földtekén. Lássuk most, mily esetekben alkalmazható e két teke.

18) **Az égteke alkalmazása.** Az égteke alkalmazása mellett számos feladat fejthető meg. Nevezetesen pedig:

a) **A csillagos ég megismertetése.** Az égteke segitségével nagyon könnyen juthatunk a csillagos ég ismeretére. Mire nézve a fődolog abban áll, hogy az égteke kellőleg tájékoztassék, miszerint annak oly helyzete legyen, mely az észlelőt körülvevő égnek tökéletesen megfelel, azaz, hogy a teke tengelye a világtengelylyel, továbbá a földegyenlitő a világegyenlitővel, a föld-ekliptika pedig a világ-ekliptikával legyen párhuzamos, avagy összeesék, mi végre kell, hogy az égteke mindenekelőtt a hely földrajzi szélessége, vagyis sarkmagassága szerint állitassék föl, mi az által történik, hogy a fémdélkör, melyben a gömb tengelye körül forog, a *HDR* állványban (24-ik idom) mindaddig fel- vagy lefelé forgattatik, míg a *HN* iv az észlelési hely f. szélességével leend egyenlő. Ennek megtörténte után az emlitett fémkör egy csavar által megerősittetik, az egész készület pedig mindaddig forgattatik, míg a delejtű 0 és 180 fokot mutat: és már párhuzamos leend a teke tengelye a világtengelylyel. Alig kell emlitenünk, hogy az egész készülék fekmentes síkra helyezendő. Mindezeknek megtörténte után a csillagászati táblákból, avagy Littrov naptárából a Nap hosszúsága

kiszemeltetik az észlelési napra nézve, és a Nap helyét az ekliptikában fölkeresvén, a gömböt mindaddig forgatjuk, míg a Nap helye a fémdélkör alá jő. E helyzetben pedig a rózsa mutatója 12-re igazittatik és tökéletesen megfelelend már a teke e helyzete, a csillagos ég helyzetének 12 órára nézve. Ha pedig az ég állását valamely más időre, pl. esti 8 órára nézve akarnók tudni: akkor csak a teke keletről nyugat felé mindaddig lesz forgatandó, míg a rózsa mutatója 8-at mutat és ekkor már tökéletesen meg fog felelni a teke helyzete az ég helyzetének 8 órára nézve. És most az égteke felületén bármely csillag választható és a reáeső gömbsugár kellőleg meghosszabbítva az ég felületén a megfelelő csillagot fogja mutatni. S így már világosan látjuk, mily könnyű módon lehet az égteke alkalmazása által a csillagos ég ismeretére jutni.

b) **A sarkkörüli csillagok övének meghatározása.** Már az előbbiekben emlitettük, hogy a sarkkörüli csillagok övének kiterjedése az észlelési hely geo. szélességétől függ. Ha e geo. szélességet ismerjük, akkor a sarkkörüli csillagok öve az égteke segélyével e következő módon lesz meghatározható. Az égteke t. i. mindenekelőtt a hely sarkmagassága szerint tájékoztatik. Most pedig mind az éjszaki, mind a déli pontnál valami iróeszközt alkalmazunk és az égtekét mindaddigfo rgatjuk, míg egy egész fordulatot tesz: akkor a gömbnek mind éjszaki, mind déli felületén kör fog leiratni, melyekegyike az éjszaki, másika pedig a déli sarkkörüli csillagok övének határát képviseli. Az első kör fölött lévő csillagok tehát soha le nem nyugszanak, a második kör alattiak pedig soha fel nem kelnek. Így találjuk, hogy Budapestre nézve e következő csillagzatok: a nagy és kis Medve, Sárkány, Cassiopeja, Cepheus, Giraffe és még több csillagzat egyes részei, soha le nem nyugodnak, hanem a világtengely körül egész köröket irnak le. Pétervárra nézve, melynek geo. szélessége: 60°-nyi, a most felsorolt csillagzatókon kivül, még e következők tekintendők sarkkörülieknek: a Vadászkutyák, a Lant, a Hattyú, Perseus, Fuvaros és a Herkules, Andromeda, Bootes csillagzatok nagy részei. Már ebből is látni, hogy valamely helyre nézve a sarkkörüli csillagok száma annál nagyobb, minél nagyobb a hely geo. szélessége, úgy, hogy a sarknak csupa sarkkörüli csillag

felel meg, minthogy e pontra nézve az egyenlitő maga képviseli a látkört. Hasonlóképpen könnyű megérteni, hogy minél kisebb valamely hely geo. szélessége, annál kisebb a sarkkörüli csillagok száma, úgy, hogy az egyenlitői pontoknak egyetlenegy sarkkőrüli csillag sem felel meg.

c) **Valamely változó égi test helyzetének meghatározása.** Változó égi testek alatt azokat értjük itt, melyek fekvéseiket az égen folyvást változtatják. Ezek sorába tartoznak: a Nap, a Hold és a bolygók általánosan véve. Ha pl. a Napnak helyzetét az ég felületén, bármely tetszésszerinti időre nézve akarnók meghatározni: akkor annak hosszúságát kell tudni, melyet a csillagászati táblázatokban minden tetszésszerinti időre nézve meg lehet találni, de ilyen táblázat hiányában is meg lehet határozni a Nap közép-hosszát, ha a Nap naponkinti közép-mozgását és azon időt ismerjük, midőn a Nap a tavaszi nap-éjegyenponton megyen keresztül, mely pontból számittatnak, mint tudjuk, a hosszúságok.

Hogy pedig a Nap naponkinti középmozgását lehessen meghatározni, e végre 360 fokot leend szükséges a Nap keringési idejével, azaz 365·24-gyel elosztani, s eredményül nyilván 0·985 fokot kapunk, mely nyilván azon iv, melyet a Nap pályáján középmozgással hagy hátra naponkint. Ezt tudva, már könnyű lesz a Nap hosszúságát bármely időpontra nézve meghatározni. Ha pl. azt akarnók tudni, mily hosszúsága van a Napnak május 1-én, akkor, minthogy a Nap mártius 21-én megy át a tavaszi nap-éjegyeni ponton, május 1-éig mártius 21-ikétől nyilván 41 nap múlt el, és igy a Nap hosszúsága egyenlő $0{\cdot}985 \times 41 = 40^{\circ}\ 23'$-cel. Ha pedig a Napnak helyét ezen hosszúságnak megfelelőleg kikeressük az égtekén, azt fogjuk találni, hogy a Nap a Kos csillagzatban fordúl elő ez időben. Mivel azonban a Napnak valódi és középhossza között sokszor nagy a külömbség, ilyetén eljárás semmi pontosságot nem nyújt.

Ha továbbá azt kérdeznők, hol tartózkodott a Hold september 10-ikén 1871-ik évben, akkor azt találjuk, hogy a Hold ez időben az Ikrek csillagzatában fordúlt elő, és nagyon közel állott az ekliptikához, mivel hosszúsága e kérdéses napon 115° $52'$-nyi, eltérése pedig 23° 20-nyi volt.

Elvégre ha azt akarnók tudni, hogy az 1871-ik évi september 10-én hol volt a Saturnus, úgy a csillagászati táblázatok szerint a Saturnusnak ez esetben 278° 50′-nyi hosszúsága és 22° 48′-nyi déli szélessége lévén: azt találjuk az égteke segélyével, hogy ez időben a Saturnus a Lövészben tartózkodott és pedig fölötte közel az ekliptikához.

d) **Valamely csillagnak az egyenlitőre vonatkozó összrendezői adatnak, és meghatározandók ugyanannak összrendezői az ekliptikára nézve és megfordítva.** Fölötte érdekes tudni, miként lehet valamely csillag egyenes emelkedéséből és eltéréséből, annak hosszúságát és szélességét meghatározni és megfordítva.

Hogy ezen feladatot az égteke segélyével vihessük végbez, először is az égtekét kellőleg tájékoznunk kell s azután a kérdéses csillagot a délkör alá hozzuk, mely esetben annak egyenes emelkedése és eltérése könnyen lesz leolvasható, de hogy annak hosszúságát és szélességét is meg lehessen határozni, mindenekelőtt szükséges egy papircsikot készitenünk, melynek hossza az égteke legnagyobb körének negyedlőjével legyen egyenlő és fokokra legyen pontosan felosztva; s most ezen papircsik egyik vége az ekliptika sarkpontjára alkalmazandó és maga a papircsik elegendő feszitéssel a kérdéses csillagon vezettetik át, s igy nyilván függélyesen fog állani az ekliptikára. Ennek megtörténte után már könnyű lesz a kérdéses csillagnak mind hosszúságát, mind szélességét leolvasni.

Igy pl. a Bootes nevű csillagzatban előforduló Arctur nevű csillagra nézve, ha annak 212°-nyi egyenes emelkedést és 22°-nyi éjszaki eltérést tulajdonitunk, azt fogjuk találni az emlitett papircsik segitségével, hogy 200°-nyi hosszúsága és 32°-nyi szélessége van. Hasonlóképpen találjuk a Véga nevű csillagra nézve, melynek 277·5°-nyi egyenes emelkedése és 40°-nyi eltérése van, hogy az 280°-nyi hosszúsággal és 63°-nyi szélességgel bir.

Hasonlóképpen lehet átmenni az ekliptikai összrendezőkből az egyenlitői összrendezőkre.

e) **Bármely tetszésszerinti napra nézve a Nap felkelési és lenyugvási ideje, keleti és nyugati távola, valamint**

a nappal hossza is meghatározandók. Ezen feladat megfejtésére mindenekelőtt az égtekét kellőleg tájékoznunk kell, azután felkeressük a Nap helyét az ekliptikában annak hosszúsága segélyével, és e helyet a délkör alá hozzuk. Ha most a rózsa mutatóját 12-re igazitjuk: meglesz az ég állása a kérdéses nap déli 12 órájára nézve. Most az égtekét addig forgatjuk, míg a Nap helye a látkörbe érkezik: és könnyen leolvashatjuk a rózsa kerületén a mutató által jelzett időt, mely nyilván a Nap felkelési ideje lészen; megtudhatjuk egyuttal a Napnak keleti távolát is, értvén ez alatt a kikelési pontjának elállását a keleti ponttól, mely elállás nyilván éjszaki és déli lehet. Ha most a gömb az eredeti helyzetéből nyugat felé fordíttatik mindaddig, míg a Nap helye a nyugati látkörbe jő: akkor a rózsa kerületén a Nap lenyugvási ideje lesz jelezve, egyszersmind pedig a Nap nyugati távola is könnyen lesz leolvasható.

Ha pl. Pestre nézve akarnók tudni, hogy minő itt september 10-én a Nap felkelési és lenyugvási ideje, nemkülönben a nappal tartama: úgy kellőleg tájékozván az éggömböt, a Napnak ez időben a cs. táblázatok szerint 167° 16′-et tevő hosszúsága segítségével annak helyét az ekliptikába felkeressük, és e helyet a délkör alá hozzuk, a rózsa mutatóját egyszersmind 12-re igazítván. Ezután a tekét kelet felé forgatjuk mindaddig, míg a Nap helye a látkörbe jő és a rózsa kerületén 5 és fél órát fogunk leolvashatni, tehát a Nap september 10-én Budapesten fél hatkor kel fel és pedig 7°-nyira éjszak felé a keleti ponttól, a mit szintén leolvashatunk. Ha pedig a tekét nyugat felé forgatjuk mindaddig, míg a Nap helye nyugati látkörbe jő: akkor a rózsa kerületén 6 és fél órát fog jelezni a mutatója, bizonyáúl annak, hogy a Nap Budapesten september 10-én félhétkor nyugszik le és pedig szintén 7°-nyi távolban a nyugati ponttól. Most már könnyű belátni, hogy a nappal tartama Budapesten september 10-én 13 órát teszen.

Hasonló eljárással találjuk, hogy junius 22-ikén, a leghosszabb nappal alkalmával, midőn a Nap hosszúsága nyilván 90°-ot teszen, a Nap Budapesten reggeli 4 órakor kel fel és esti 8 órakor nyugszik le, a nappal tartama tehát 16 órát teszen. A Nap keleti és nyugati távola, ez esetben 38°-ot teszen még pedig éjszak felé.

f) **Bármely csillag felkelési, lenyugvási, nem különben tetőzési ideje is meghatározandó.** Mindenekelőtt az égtekét tájékozzuk az észlelési hely geo. szélessége szerint, a Nap helyét az ekliptikában keressük fel, és helyezzük azt a délkör alá, a rózsa mutatóját 12-re igazitván. Ez megtörtént, keressük ki a kérdéses csillagot a teke felületén és forgassuk mindaddig a tekét, míg a csillag a délkör alatt megjelenik: s azonnal leolvashatjuk a rózsa kerületén a kérdéses csillag tetőzési idejét; ha pedig a tekét addig forgatjuk, mîg a kérdéses csillag a keleti látkörbe érkezik: a rózsa mutatója által a csillag felkelési idejéről értesülünk, s ha most a gömböt nyugat felé mindaddig forgatjuk, míg a csillag a nyugati látkörbe jő: akkor a rózsa mutatója e csillag lenyugvási idejét fogja jelezni.

Hogy erre nézve felvilágositó példával szolgálhassunk, kérdezzük, hogy az 1871-iki september 10-én hol tartózkodott a Hold, mikor tetőzött, mi volt a lenyugvási és felkelési ideje? Minthogy a csillagászati táblázatok szerint a Napnak hosszúsága a kérdéses nap délén 168° 15′-nyi, tehát az ekliptikának e hosszúsággal biró pontját kell jelenleg a délkör alá hoznunk. A mi a Hold helyzetét illeti; mínthogy e példában a Hold hosszúsága 128°-nyi, eltérése pedig 21° 24-nyi, látni való: hogy ez esetben a Rák csillagzatban tartózkodik és pedig közel az ekliptikához. Ha most a Hold helyét a délkör alá hozzuk, meggyőződhetünk a rózsa mutatója által, hogy a Hold ez időben fél tizkor delel, és ha a tekét kelet felé forgatjuk, míg a Hold helye a látkörbe érkezik: a rózsáról két órát olvashatunk le a Hold felkelési idejéül, ha pedig a tekét mindaddig forgatjuk nyugat felé, míg a Hold a nyugati látkörbe jő, akkor a Hold lenyugvási idejéül 5 órát fog jelezni a mutató. A mint látjuk tehát, e napon 15 óráig tartózkodott a Hold a látkör fölött, 9-ig pedig a látkör alatt.

Vegyük elő még egy második példának tárgyalását mely Mars bolygóra vonatkozik. Marsról tudjuk, hogy september 13-án 1871-ben 227·5 foknyi egyenes emelkedéssel és 18° 53′-nyi eltéréssel bírt. És igy hasonló eljárással, mint az előbbi példában, azt találtuk, hogy a bolygó az érintett napon 11 órakor reggel felkel, fél tizkor este pedig lenyugszik, és

így a látkör felett csak mintegy 10·5 órán át időzik, mely utóbbi körülmény oka ezen bolygó déli eltérésében keresendő.

A mi az állócsillagok tetőzési, lenyugvási és felkelési idejét illeti, ez sokkal könnyebben határozható meg, mint más égi testeké, miután az álló csillagok mind fel vannak jegyezve az égtekén és így egyenes emelkedéseik és eltéréseik könnyen leolvashatók. Így például a Capella nevű állócsillagra nézve az előbbi eljárások szerint azt találjuk, hogy az september 13-ikán reggeli 6 órakor tetőzik. A mi pedig e csillag lenyugvási és felkelési idejét illeti, ennek e helyütt értelme nincs, minthogy Capella Budapestre nézve sarkkörüli csillag.

g) **Valamely csillag kosmikus felkelésének és lenyugvásának meghatározása.** Midőn valamely álló csillag a Nappal együtt kikel, vagy lenyugszik: e tünemény a csillag kosmikus felkelésének s illetőleg lenyugvásának mondatik. Hogy ezen jelenet idejét bármely állócsillagra nézve meg lehessen határozni, e végre a kérdéses csillag az éggömb forgatása által a keleti látkörbe hozatik, és azután meghatároztatik az ekliptika azon pontjának hosszúsága, mely pont a keleti látkörben fekszik és ezen hosszúságnak megfelelő nap leend az, midőn a kérdéses álló csillag a Nappal együtt kel fel. Hasonlóképpen kell eljárni a csillag kosmikus lenyugvását illetőleg.

Ha pl. azt akarnók tudni, hogy a Sasban előforduló Atair nevű fényes csillag mikor kel fel és mikor nyugszik le a Nappal egyszerre: akkor e csillagot először is a keleti látkörbe hozzuk s azután az ekliptika azon pontjának hosszúságát keressük, mely pont a látkörben fekszik, E pont ez alkalommal 260 foknyi hosszúsággal bír és így a csillagászati táblázatok szerint december 12-ike leend azon nap, midőn az Atair együtt fog felkelni a Nappal. Ha e csillagot azonban a nyugati látkörbe hozzuk, az ekliptikának ott fekvő pontja 320°-nyi hosszúsággal fog birni, mely hosszúságnak a cs. táblákban február 9-ike felelvén meg, ez leend azon nap, midőn az Atair együtt nyugszik le a Nappal.

h) **Valamely csillag azimuthját és magasságát bármely időre meghatározni.** Miután e célból az égteke már kellőleg tájékoztatott, és a rozsa mutatója 12-re helyeztetett, a gömb mindaddig forgattatik keletről nyugat felé, míg a mu-

tató azon órát nem jelzi, melyre nézve a kérdéses csillag azimuthját és magasságát akarjuk meghatározni. Most pedig a már előbb említett és fokokra osztott papircsík úgy alkalmaztatik, hogy egyik végpontja a gömb tetőpontjával essék össze, és maga a papircsík kellőleg feszítve, a kérdéses csillagon menjen át: akkor a papircsík a látkörre nyilván függélyes leend és rajta a csillag magassága, oldalvást pedig a látkörön a csillag azimuthja könnyen leolvasható. Így pl. ha az Atair csillag azimuthját és magasságát akarnók meghatározni az 1873-ik évi október 14-ének délutáni 6 órájára nézve: akkor az égtekét, tájékozásának megtörténte után keletről nyugat felé mindaddig forgatjuk, míg a rózsa mutatója 6 órát jelez, mely esetben az említett papircsík kellő alkalmazása folytán azt fogjuk találni, hogy ezen csillagnak 45°-nyi magassága és 16°-nyi azimuthja van.

i) **Bármely adott középidőnek csillag időre való átváltoztatása.** E célra megint kivántatik, hogy az égtekét kellőleg tájékozzuk és a mutatót 12-re helyezzük. Most pedig addig forgatjuk az égtekét keletről nyugat felé, míg a mutató az adott középidőt nem jelzi, mely idő valamely jól járó órából vehető, minthogy óráink a középidő szerint járnak. Ennek megtörténte után meg kell vizsgálnunk, mily nagy leend a tavaszi nap-éjegyenpont óraszöge, melyet időben kifejezve a keresett csillagidőt fogjuk kapni. Ha pl. azt akarnók tudni, hogy september 12-ikén, délutáni 4 órakor középidő szerint számítva, mily csillagidőnek van helye, akkor a fentjelzett mód szerint a tavaszi nap-éjegyenpont óraszögére, azaz egyenes emelkedésére nézve 225°-nyi ivet kapunk, melyet 15-tel elosztván, a kérdéses csillagidőül 15 órát nyerünk.

k) **Valamely év azon napjának meghatározása, melyben a Nap bizonyos adott órában nyugszik le.** Ezen feladat megfejtése egyedül a Nap eltérésétől függ. Ha ugyanis a Napot a tavaszi nap-éjegyenpontban képzeljük, mely esetben eltérése nyilván = 0, s minek mártius 21-ikén van helye, akkor maga az egyenlitő azon párhuzamos kör, melyet a Nap naponkinti mozgásánál fogva ir le, s mivel ennek fele a látkör alatt, fele pedig a látkör felett fekszik, látni való, hogy ez esetben a nappal és az éjjel egyenlő tartamú. Mihelyt azonban

a Nap e pontot elhagyja és az éjszaki félgömbre megy át, eltérése folyvást nő, minél fogva az naponkint más és más párhuzamos köröket ir le, melyek a látkör által két egyenlőtlen részre osztatnak, még pedig úgy, hogy a látkör felettiek azaz a nappali ivek nagyobbak, mint a látkör alattiak: azaz az éjjeli ivek; a napok ez esetben tehát nyilván nőni fognak, mivel a Nap korábban kel fel és később nyugszik le. A napok ezen növekedése pedig mindaddig tart, míg a Nap a legnagyobb éjszaki eltérést el nem éri, mi 23° 28′-et tesz és minek junius 22-ikén van helye. Ezután a Nap ismét az egyenlitőhöz közeledik és azt september 21-ikén valóban el is éri, s ez esetben a nappal és éjjel ismét egyenlő tartamú lesz. Innen a Nap a déli félgömbre megy át, eltérése megint nő, de nemlegesen, minthogy annak növekedése dél felé van irányozva, a nappalok tartama az éjszaki félgömbre nézve még tovább is fogy, könnyen belátható oknál fogva, egészen addig, míg a Nap a legnagyobb déli eltérést el nem éri, minek december 22-ikén van helye, mely alkalommal a nappal tartama az éjszaki félgömbön a legrövidebb. Innen kezdve azonban a Napnak déli eltérése ismét fogy és a nappalok az éjszaki félgömbön kezdenek nőni s. i. t.

Az eddig mondottakból tehát világosan látjuk, hogy a nappal hossza, tehát a Nap felkelési és lenyugvási ideje is, csakis a Nap eltérésétől függ. A kérdéses feladvány tehát csakis az által lesz megfejthető, ha az adott lenyugvási időre nézve a Napnak megfelelő eltérését fogjuk meghatározni. E következő példa a dolog felvilágositására szolgáland.

Mely napján az évnek, nyugszik le a Nap 7 órakor. Ha ezen kérdésre az égteke segélyével akarunk felelni, akkor a tekét legelőször is tájékoznunk kell, azután egy tetszésszerinti eltérési kört helyezünk a délkör alá és a rózsa mutatóját 12-re igazitjuk. Most pedig a tekét mindaddig forgatjuk, míg a mutató 7 órát nem jelez, a midőn meg kell jegyeznünk azon pontot, melyben az emlitett eltérési kör a látkört metszi; ezen eltérési kört most visszahozván a délkör alá, már könnyü lesz ezen nevezetes metszési pont eltérését leolvasni, mely nyilván a Napnak eltérése leend a kérdéses napra nézve. A jelen példában ezen eltérés 12°-nyinak találtatott, melynek a csillagá-

szati táblázatokban április 22-ike felel meg. S így április 22-én a Nap 7 órakor nyugszik le. Könnyű belátni, hogy április 22-ikén a nappal összes tartama nyilván 14 óra.

19) **A földteke használata.** A földteke is különféle nagyon érdekes feladatok megfejtésére szolgál. Ilyenek pedig :

a) **Az évszakok előállítása a Föld felületén.** Minden évben négy évszak ván, u. m.: tavasz, nyár, ősz és tél. Itt azon érdekes kérdés támad, miként állítható elő és megmagyarázható e négy évszak a földteke segítségével. E célból valamely setét szobában egy fekmentes köralakú asztal állíttatik fel; ezen asztal középpontjára egy erős fényü lámpát helyezünk, mely a Napot képviselendi; az asztal szélére pedig a földtekét teszszük és pedig úgy, hogy forgási tengelye az asztal síkjával 66° 30'-nyi szöget képezzen; azon kivül arra kell ügyelnünk, hogy a teke középpontja és a lámpa lángja egyenlő magasságban legyenek az asztal fölött, mely esetben a földteke éjszaki része a lámpa felé lesz hajolva.

Ezen egész kisérlet mibenléte legjobban látható a (20-ik idom)-ból, hol *EOE'O'* kerület az asztal kerületét, *S* pedig a lámpa lángját állitja elő. A földteke pedig először is *O* ponton állítandó fel, hol az *ns* forgási tengely a láng felé van hajolva és az asztal síkjával 66° 30'-nyi szöget képez. E helyzetben a teke kivilágítási határa *ux* vonal által lesz képviselve s látjuk, hogy az éjszaki sarköv *pu* egészen ki van világítva, a déli sarköv pedig teljes sötétségbe van burkolva; továbbá észreveszszük, hogy az éjszaki félgömbön *a*-tól *n*-ig a napok annál hosszabbak, minél nagyobb a hely geo. szélessége és hogy az éjszaki sarkkörön, *pu*—*n*-túl a Nap le sem nyugszik, míg a déli sarkkörön túl fel sem kel. Látjuk ezeken kivül, hogy a láng sugarai az éjszaki félgömbre sokkal nagyobb szög alatt esnek be, mint a déli félgömbre. Ezen helyzet tehát nyilvána az éjszaki félgömb nyárának felel meg, mely junius 22-ikén szokott beállani és három hónapig, azaz september 21-ikéig tart, mely idő lefolyta alatt a Föld *E* pontba jut. A földteke most *O*-tól *E*-ig úgy mozdítható el, hogy tengelye mindig párhuzamos maradjon önmagához. *E*-hez érkezve a teke, forgási tengelye a kivilágítási határ síkjában fog esni és mindkét sarköv fele ki lesz világítva és a nappal az éjjellel mindenütt

egyenlő tartamú leend, mely helyzet tehát nyilván az éjszaki félgömb őszének felel meg, mely új-évszak szinte három hónapig tart, míg t. i. a Föld *O'* pontba érkezik. Mivel pedig e mozgás közben a tengely önmagához mindig párhuzamos marad, világos, hogy annak állása az *O'* pontban éppen ellenkezője lesz azon állásának, melynek az *O* pontban volt helye; míg t. i. a Föld az *O* pontban éjszaki részével hajolt a Nap felé: addig az *O'* pontban a délivel fog hajolni. A kivilágítási határ ez esetben *u'x'* vonal által lesz képviselve és látni való, hogy az éjszaki sarköv teljes sötétségnek, a déli pedig folytonos kivilágításnak van kitéve; továbbá észreveszszük, hogy a láng sugarai a déli félgömbre sokkal nagyobb szög alatt esnek, mind az éjszakira és így az éjszaki félgömbön e helyzetben a tél köszönt be. Könnyű belátni, hogy ez évszak is három hónapig tart, míg t. i. a Föld *E'* pontba jő, a hol annak tengelye megint a kivilágítási határba esik, és így az egész Föld felületén egyenlő lesz a nappal és az éjjel. A Földnek e helyzetében az éjszaki félgömbön a tavasz kezdődik, mely évszak szinte három hónapig tart, míg t. i. a Föld megint *O* pontba érkezik, a midőn az említett négy évszak megint újra veendi kezdetét. Mindezekből mán kellő fogalmat lehet szerezni a négy évszak beállásáról.

b) **Különféle helyek fekvésének, valamint azok egymástól való távolának meghatározása a Föld felületén.** A földtekét mindenekelőtt a hely geo. szélessége szerint kell tájékoznunk, magát a helyet pedig a délkör alá hoznunk, mely alkalommal mindig meggyőződhetünk, hogy azon hely, melynek geo. szélessége szerint tájékoztatott a gömb, ennek mindig a legmagasabb helyét foglalja el, azaz a gömb tetőpontjában fordúl elő. Ha most az így beállított gömb tengelye körül forgattatik: észreveszszük mindazon helyeket, melyek az észlelési helylyel ugyanazon párhuzamos körön feküsznek: azaz vele egyenlő geo. szélességgel birnak. Mindezen helyek hosszúságait pedig könnyen leolvashatjuk, ha a kérdéses hely a délkör alá hozatik, s ezután az egyenlitőnek azon ivét olvassuk le, mely az első és a kérdéses hely délkörének metszési pontjai között foglaltatik.

Így ha a földteke Pestnek 47° 30'-nyi szélessége szerint

állíttatik be, és Pest a délkör alá hozatik: akkor Pestnek geo. hosszúságául 39°-ot kapunk a ferrói délkörre nézve, honnan már Pest 19°-nyi hosszúsága is következik a párisi délkör irányában. Könnyen meggyőződhetünk a földteke segélyével, hogy a Kaspi tenger éjszaki részén fekvő Gurjev város Pesttel egyenlő geo. szélességű, hosszúsága azonban 70°-nyi, e város tehát 31°-kal közelebb fekszik a kelethez, mint Pest. Mivel pedig az ég mozgása keletről nyugat felé történik, nyilván következik, hogy minél jobban fekszik valamely hely kelet felé, annál hamarább lesz ott dél, minél jobban fekszik valamely hely nyugat felé, annál később áll be e helyre nézve a dél, hogy pedig mennyivel hamarább áll be két helyre nézve a dél, azt az előbbiek szerint e két hely geo. hosszúságai különbségéből lehet megitélni, ha azt időben fejezzük ki. Így Pest és Gurjev hosszúságai között 31°-nyi különbség lévén, Gurjevben a dél $\frac{31}{15} = 2\frac{1}{15}$ órával előbb áll be, mint Pesten, midőn tehát Gurjevben dél van, Pesten csak mintegy reggeli 10 órát számítunk. Így továbbá Calcutta, mely Keletindiában, 107°-nyi hosszúság alatt fekszik, 68 fokkal keletiebb fekvéssel bir, mint Pest, itt tehát $\frac{68}{15} = 4\frac{8}{15}$ órával előbb van dél, mint Pesten. Midőn tehát Calcuttában dél van: Pesten csak mintegy reggeli 7 és fél órát számítunk. Ezen idő különbséget a delelések kőzött, a rózsa kerületén is le lehet olvasni. Ha t. i. a teke tájékozásának megtörténte után Pestet a délkör alá hozzuk, a mutatót pedig 12-re igazítjuk, és azután addig forgatjuk, míg Calcutta meg nem jelenik a délkör alatt: a mutató bizonyára 4·5 órát fog jelezni a rózsa kerületén.

Ha pedig Pestnél valamely nyugotiabb fekvésü helyet, pl. Párist tekintjük, úgy ezen két hely hosszúsága között 19°-nyi különbség lévén, látni való: hogy Párisban $\frac{19}{15} = 1{\cdot}33$ órával később van dél, mint Pesten.

És így meg van állapítva az eljárás, a melyszerint két helynek időbeli különbségét kell meghatározni.

Hasonlóképpen a Föld felületén előforduló helyek egymástól való távola is könnyen meghatározható a földteke segítségével. Ha ugyanis a már többször említett s fokokra osztott papircsíkot a két hely között kellőleg kifeszítjük: akkor ezen két hely közötti fokok számát le lehet olvasni, melyeknek szá-

mát 15-tel szorozván, a kérdéses két hely közötti távolt nyerjük mérföldekben. Így pl. Kairó és Pest között ezen eljárással 20 foknyi, tehát 300 mf.-nyi távolt nyerünk. Hasonlóképpen Pest és Teherán városok között 37 foknyi, tehát 555 mf.-nyi távolságra jutunk.

c) **Bármely tetszésszerinti napra nézve a Nap felkelési és lenyugvási idejének meghatározása.** Habár ezen feladat már az előbbiekben az égteke segítségével oldatott nem leend érdektelen mégis megmutatni, miként tárgyalható ez a földteke segítségével. Így pl. ha azt akarnók tudni, hogy az 1873-diki julius 20-dikán, hány órakor kelt fel és hány órakor nyugodott le a Nap: akkor először is a délkör szerint tájékozzuk a földtekét, azután a Nap helyét keressük ki az ekliptikában, mit annak ez időbeli 117° 44'-nyi hosszúsága segítségével eszközlünk; e helyet azután a délkör alá hozzuk és azután a földtekét mind kelet, mind nyugat felé mindaddig forgatjuk, míg a Nap helye a keleti és illetőleg a nyugati látkörbe nem jő. Ennek megtörténte után a mutató jelzése által 4 és $\frac{1}{4}$ órát a Napnak felkelési, 7 és $\frac{3}{4}$ órát pedig a Nap lenyugvási idejéül nyerünk, és így ez időben a nappal tartama 15 és $\frac{1}{2}$ órát tesz.

Ha pedig az ekliptika nyoma a földtekén nem fordúlna elő, akkor a Nap eltérését kell ismernünk, melynek a kérdéses időben van helye. Ezt tudván, a földtekét mindenekelőtt tájékozzuk a hely sarkmagassága szerint, azután a gömb felületén egy tetszésszerinti helyet keresünk fel, melynek eltérése a Nap ismert eltérésével egyenlő, és azt a délkör alá hozzuk, a mutatót pedig 12-re helyezzük. Ennek megtörténte után a gömböt mindaddig forgatjuk mind kelet, mind nyugat felé: míg a megválasztott pont a keleti s illetőleg a nyugati látkörbe nem jő, s már könnyen leolvashatjuk a rózsán a Napnak mind felkelési, mind lenyugvási idejét. Így julius 20-ikán a Napnak 20°-nyi eltérése lévén; e most körülvonalozott eljárás a Keletindiában fekvő Aurengabad várossal vihető végbe, minthogy ennek szintén 20°-nyi eltérése van.

d) **A Föld kivilágított félgömbének előállítása bármely napra nézve.** Ezen feladat megfejtésénél a Nap eltérését kell tekintetbe venni, és a földtekét okvetlenül úgy kell felál-

lítani, hogy éjszaki sarka oly magasságban álljon a látkör felett, a mily nagy a Nap eltérése, és azután a gömb forgatása által az észlelési hely a délkör alá hozatik s azonnal meg lehet győződni, hogy az adott eltérés pontja a gömb legmagasabb helyét, tetőpontját foglalja el, mely fölött a Nap képzelendő és e helyzetben a Föld kivilágított félgömbe előttünk lesz már azon időpontra nézve, midőn a kérdéses észlelési helyen a Nap tetőzik. És pedig mindazon helyekre nézve, melyek a délkör felső felében fekszenek dél, mindazokra nézve pedig, melyek a délkör alsó felében fekszenek éjfél leend. Továbbá mindazon helyeken, melyek a keleti látkörbe esnek: a Nap éppen lenyugszik, mindazokban pedig, melyek a nyugati látkörbe esnek, éppen felkel. Mindazon pontokban, melyek az említett eltérési ponttól 10, 20, 30 stb. fokkal elállnak, a nap is oly helyeken lesz látható, melyek 10, 20, 30 stb. fokkal állanak el ezen pontok tetőpontjaitól. Továbbá könnyen beláthatjuk, hogy mindazon helyeken, melyek a teke beállítása közben a látkör fölé nem emelkedtek, a Napot nem lehet látni a kérdéses időpontban. Ha pedig a Nap eltérése déli, akkor a Föld kivilágított felének, előállitására a teke déli sarka helyzendő oly magasságra a látkör fölé, a mily nagy a Nap adott eltérése.

Hogy ezen feladatra nézve egy példát lássunk, vegyük fel, hogy a Föld kivilágított félgömbe azon esetre állitandó elő, midőn Pesten a dél állott be, és a napnak 20°-nyi eltérése van. Ez esetben a földtekét állitsuk fel mindenekelőtt úgy, hogy éjszaki sarka 20°-nyi magasságban legyen a látkör felett, a rózsa mutatóját pedig igazitsuk 12-re és Pestet hozzuk a délkör alá, mi meglévén, a délkörön az egyenlitőtől kezdve 20°-ot számitunk éjszak felé: s akkor ez által a gömb legmagasabb pontja van elérve, melynek tetőpontjában fordúl elő a Nap. S most már könnyen lesz áttekinthető a kivilágitott félgömb. A délkörnek a látkör feletti részében fekvő helyeken dél van, milyen helyek pl. a Sidra nevű tengeröből ájszaki Afrikában, a jó Reménységi hegyfok stb.; a délkörnek a látkör alatti felében fekvő helyeken pedig éjfél van, milyen helyek pl. az aleuti szigetek a csendes tengerben. A Nap éppen lenyugszik a chinai birodalom határára nézve; éppen felkel pedig ez esetben azon helyeken, melyek a látkör nyugati olda-

lán fekszenek. Végre a gömb forgatása által mindazon helyeket észre lehet venni, melyeken a Napot délben azok tetőpontjaiban lehet észlelni, azon párhuzamos kör pedig, melyen ezen helyek fekszenek a Sahara pusztán, Keletindia közepén, a csendes tenger éjszaki és az indiai tenger nyugati részén, nemkülönben pedig az atlanti tengeren megy keresztül. Éppen oly könnyű módon lehet egy példát tárgyalni azon esetre, midőn a Nap déli eltérése van, csakhogy ez esetben a déli sark lesz oly magasságra helyezendő a látkör fölé, mint a milyen nagy az éltérés.

e) **Valamely helyre vonatkozó leghosszabb és legrövidebb nappal tartamának meghatározása.** Ha a kérdéses hely az éjszaki félgömbön fekszik: akkor erre nézve a leghosszabb nappal szükségképpen akkor fog beállani, midőn a Nap a lehető legnagyobb, azaz 23° 28′-nyi éjszaki eltéréssel bir, a legrövidebb nappalnak pedig nyilván akkor leend helye, midőn a Nap 23° 28′-nyi délli eltéréssel bír. S ezután már könnyű lesz e jelenlegi feladatot az előbbiek nyomán a földteke segélyével megoldani. Így pl. ha Pestre nézve lenne a leghosszabb és legrövidebb nappal tartama meghatározandó, akkor a földtekét mindenekelőtt a Pestnek megfelelő sarkmagasság szerint kell tájékoznunk, ennek megtörténte után hozzuk Pestet a délkör alá és igazitsuk a rózsa mutatóját 12-re. Most pedig keressük ki a fémdélkör alatt azon pontot, melynek éppen 23° 28′-nyi eltérése van, és vigyük azt a gömb forgatása által először a keleti, azután pedig a nyugati látkörbe és ez esetben a Nap felkelési idejéül 4 és $\frac{1}{4}$, a nap lenyugvási idejéül pedig 7 és $\frac{3}{4}$ órát kapunk és ennek folytán Budapesten a leghosszabb nappal tartama 15·5 órát teszen.

Ha pedig a legrövidebb nappal tartama volna meghatározandó akkor a fémdélkör alatt 23° 28′-nyi déli eltéréssel biró pontot keressük ki, és azt a teke kellő forgatása által mind a keleti mind a nyugati látkörbe hozván: a Nap felkelési idejéül 7·75 órát lenyugvási idejéül pedig 4·25 órát kapunk, és így Budapesten a legrövidebb nappal tartama 8·5 órát tesz.

Ha Pétervárra nézve akarnók a leghosszabb és legrövidebb nappal tartamát kiszámitani, akkor mindenekelőtt a földtekét e város 60°-nyi sarkmagassága szerint állitjuk be és azután Pétervárat a délkör alá viszszük, a rózsa mutatóját

pedig 12-re igazítjuk. Ennek megtörténte után a fémdélkör alatt azon pontot keressük ki, melynek 23° 28′-nyi eltérése van, és ezt a földteke kellő forgatása által mind a keleti, mind a nyugati látkörbe hozván, a rózsa mutatója által a napnak felkeléseül Pétervárra nézve 2 és $\frac{5}{6}$ órát, lenyugvási idejéül pedig 9 és $\frac{1}{6}$ órát kapunk, és így a leghosszabb nappal tartamául Pétervárra nézve 18 és $\frac{1}{3}$ órát nyerünk. Hasonlóképpen találjuk, hogy a legrövidebb nappal tartama Péterváron 5 és $\frac{2}{3}$ órát teszen. Ezen most előhozott két példából is lehet látni, hogy minél hosszabb valamely hely leghosszabb nappala, annál rövidebb annak legrövidebb nappala.

Megjegyezzük még e helyütt, hogy mi mind a két teke eddigi alkalmazásánál a gömb bizonyos forgatásának megfelelő időt mindig a rózsa kerületén olvastuk le, mely eljárás csekély pontosságot nyújt, minthogy e rózsa kicsiny kör, melynek kerülete 24 egyenlő részre van felosztva és így erről csak az órák olvashatók le egész pontossággal, a percek pedig szemmérték által itélhetők meg, úgy, hogy a rózsa kerületén leolvasott idő legfeljebb 10 percig kiterjedő pontosságot nyújt. E bajon azonban lehet segíteni az által, ha a teke bizonyos forgatásának megfelelő idő az egyenlitő kerületén olvastatik le, mit egy percig terjedő pontossággal lehet eszközölni. Ez esetben csak arra kell figyelni, hogy a Földnek tengelye körül egyenletesen történő forgatása közben, minden órában 15 foka megy át az egyenlitőnek a délkörön, minden egyes fok tehát 4 perc alatt megy át, és így egy perc alatt egy fok negyedrésze, a mely iv még mindig megitélhető lévén a szemmérték szerint; világos: hogy egy percig terjedő pontossággal lehet az időt mérni. Ha tehát az egyenlitőt az idő megmérésére akarnók használni, akkor csak arra kell figyelni, hogy a gömbnek bizonyos forgatása alatt az egyenlitőnek hány foka megy át a délkörön, mely fokokat aztán időre átváltoztatván: megkapjuk a keresett időt.

Ha ily módon Budapestre nézve, a leghosszabb nappal tartamát akarnók tudni: akkor a teke tájékozásának megtörténte után, egyszersmind az egyenlitő azon pontját kell megjegyeznünk, mely éppen a délkörben fekszik. S ha most a gömböt mindaddig forgatjuk, míg a felvett eltérési pont a

keleti látkörbe jő: akkor újra megjegyzendő lesz az egyenlitőnek azon pontja, mely a délkörben fordúl elő.

És most azon iv fokait, mely e két megjegyzett pont között foglaltatik, időre átváltoztatván, a Nap felkelési idejét már sokkal nagyobb pontossággal kapjuk meg, mint előbb. Pestre nézve oly módon 120°-nyi iv találtatott meg, melyet 15-tel elosztván, 8 órát kapunk, s mivel ezen 120°-nyi iv nyilván a félnapi ivet képviseli, világos, hogy a Nap reggel 4 órakor kel fel; 8 órakor pedig lenyugszik és igy Budapesten a leghosszabb nappal tartama 16 órát tesz.

f) **Határoztassék meg a Föld felületén azon hely, melyből bizonyos adott időben, bizonyos álló csillagot e hely tetőpontjában lehet látni.** Az itt követendő eljárást könnyű lesz e következő különleges feladat megfejtéséből megérteni. Határoztassék meg a Föld felületén azon hely, melyből mártius 15-én éjfélkor, azaz 12 órakor a pesti délkör szerint, a Pollux nevű álló csillag ezen hely tetőpontjában látható.

Ezen feladat megfejtésére mindenekelőtt az égtekét veszszük elő, s meghatározzuk a kérdéses csillagnak egyenes emelkedését, mit ez esetben 113°-nyinak találunk; nemkülönben meghatározzuk ezen csillag eltérését, mi is ez esetben 30°-nyi leend. E csillag egyenes emelkedését fontos oknál fogva, időben kifejezvén: 7 órát és 32′-cet kapunk, és igy 4 óra és 28 perccel kevesebbet, mint az adott 12 órányi idő.

Ennek megtörténte után a földtekét veszszük elő, melynek tájékozása után Pestet hozzuk a fémdélkör alá, és a rózsa mutatóját 12-re igazitjuk, és most a gömböt a 4 óra és 28 percnek megfelelő 67°-kal forgatjuk kelet felé. Könnyű belátni hogy mindazon helyeken, a melyek most esnek a fémdélkör alá 4 óra és 23 perccel kevesebbet számitanak, mint Pesten; azaz midőn Pesten 12 óra van, az emlitett helyeken éppen 7 órát és 32′-cet fognak számitani. Ha most a földteke ezen helyzetében a fémdélkör alatt azon hely kerestetik, melynek szélessége 30°-nyi, tehát a csillag eltérésével ugyanaz, akkor ez leend a keresett hely, Könnyű meggyőződni, hogy ezen hely 30°-nyi éjszaki szélességgel és 20°-nyi nyugati hosszúsággal bir, tehát az atlanti Óceán éjszaki részén fekszik.

NEGYEDIK SZAKASZ.

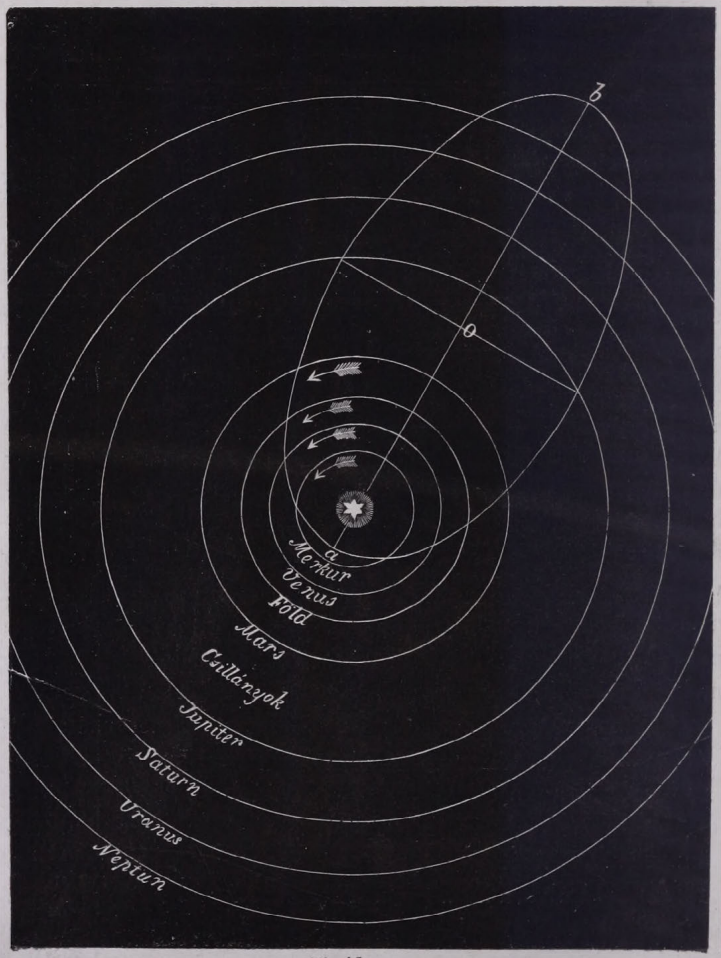
A Nap világa, avagy a bolygók Kopernikus-féle rendszere.

1) **A naprendszer mibenléte.** Emlitettük, hogy a csillagos ég figyelmes megtekintése által kétféle csillagot különböztethetünk meg. A csillagok egyik neme ugyanis eleven fényű és helyét nem változtatja, mi miatt is az ide tartozó csillagok álló csillagoknak neveztetnek. A csillagok másik neme pedig már sokkal nyugodtabb fényű, helyét folyvást változtatja, miért is az e nemhez tartozó égi testek bolygóknak s illetőleg bolygódoknak hivatnak. Az álló csillagok megmérhetetlen távolban vannak a Földtől, míg a bolygók távola a Földtől nem oly roppant nagy,és mint később látni fogjuk,minden pontossággal meghatározható. Az álló csillagok száma tetemes, míg a bolygóké csekély. A bolygók, fényes Napunk összeköttetésében, a Nap világát, a bolygók rendszerét képezik, melyhez a mi Földünk, nemkülönben a holdak is, mint a főbolygók kiséröi is tartoznak. A Nap világához számítandók még azon üstökösök is, melyek időről időre megszoktak jelenni a napi rendszerbe.

Hogy pedig ezen rendszerről kellő fogalmat szerezhessünk, képzeljük a fényes Napot a középpontban, hol az mint a társaság főnöke trónján ül, a bolygók és az üstökösök pedig körülötte keringenek. A (25. idom)-ból ezen rendszer összeállítása könnyen kivehető. A rajz közepén *S*-ben maga a Nap áll, mint a rendszer királya, a közzéppontú körök pedig a bolygók pályáit képviselik, mely bolygók a Naptól kezdve e következő rendben következnek egymásra. 1-ször a Merkur, mely a Naphoz legközelebb áll; 2-szor a Vénus; 3-szor a Föld; 4-szer a Mars; 5-ször Jupiter, ez a legnagyobb bolygó; 6-szor Saturnus; 7-szer Uranus; 8-szor Neptun, s ez a legszélsőbb bolygó.

A Mars és Jupiter bolygók pályái között nagy kiterjedésü hézag fordúl elő, melyben a legújabb időben nagyszámú

csillányok (Asteroidák) fedeztettek fel. Ezeknek száma jelenleg mintegy 137. Az első csillány Piazzi, palermói csillagász által lőn felfedezve 1801-ben, január 1-én és Ceres nevet nyert. Számuk azóta folyvást nőtt. Kiváló érdemet szerzet magának



25. ábra.

számos csillány felfedezése által a legújabb időben: Peters nevű csillagász. A bolygók kivétel nélkül mind nyugatról kelet felé keringenek a Nap körül, azonkivül mindenik bolygó, valamint maga a Nap nyugatról kelet felé tengelye körül forog. Ezen té-

nyekből nyilván szabad következtetnünk, hogy a Nap és a bolygók közös és ugyanazon eredetűek, mit azonban az üstökösökről nem lehet mondani, minthogy azok a világegyetemben előforduló ködtömegekből származnak. Ugyancsak a 25-ik idomban van képviselve az *ab*, nagy külpontiságú kerülék által, melynek *S* gyúpontjában a Nap áll, egy üstökös pályája is, honnan már világosan lehet látni az üstökösök pályáinak sajátságait.

Az említett bolygók pályái mind, egy keskeny övet foglalnak el az ég felületén, melynek iránya az ekliptika irányával ugyanaz, mit onnan is lehet látni, mivel a bolygók pályái csak kicsiny szögeket képeznek az ekliptika pályájával, a mint azt később látni fogjuk. Ismerkedjünk meg most közelebbről a naprendszerrel és annak egyedeivel!

2) **A Nap.** Nemcsak az ókorban, hanem az újabb időben is találkozunk oly népekkel, kik a Napot istenként imádták; minek oka bizonyosan ama hálaérzetben keresendő, melyet e népekben a Napról jövő sok és megbecsülhetetlen jótétemény keltett. Legkülönösebbnek tetszik ez alkalommal az, hogy az úgynevezett napimádók közönségesen nyers, barbár népeknek neveztetnek, mivel a míveltségben még nem haladtak annyira, hogy magoknak personificált istent képesek lettek volna előteremteni! Itt bátran lehet kérdezni, hogy valjon mi eszesebb s természetesebb, a sokféle Bráma, Siva, Vischnú, Irís, Apis, Serapis, Vitzliputzli s több más nevű isteneket, avagy a Napot, mint minden képzelhető jótétemény főkútforrását, méltatni isteni tiszteletre és imádásra? Ki sem fog késni a felelettel ezen kérdésre, a ki előtt a legújabb időben tett s a Napra vonatkozó nagy értékű természettudományi kutatások eredménye nem ismeretlen.

Ezen szavakkal ugyan nem azt akarjuk mondani, hogy a Nap imádandó, minthogy ez, mint teljesen közönyös lény bizonyos meghatározott missióval bír e világ-egyetemben, melyet pontosan és feddhetlenül teljesítve imádást nem is vesz igénybe: hogyha valamit, úgy bizonyára a Napot kellene imádnunk! Hogy pedig a Nap működését és rendkivüli fontosságát a Föld szerves világára nézve közelebbről fel lehessen fogni, szükséges a természet-kutatások újabb eredményeit kellő tekintetbe venni.

Ismeretes, hogy a fehér napsugár, ha azt három oldalú üveghasábon bocsátjuk keresztül, hét különböző szinű fénysugárra bomlik szét, melyek mindegyikének különböző mérvű törékenység felel meg, még pedig az egyik legszélsőbb fénysugárnak, a vörösnek a legkisebb; a másik legszélsőbb fénysugárnak, az ibolya szinűnek pedig a legnagyobb mérvű törékenysége van.

Kisérletek által az találtatott, hogy a meleg a vörös szinű fénysugárban a legnagyobb s onnan kezdve az ibolya szinű fénysugár felé mindig fogy. De még azt is észrevették, hogy a meleg a vörös szinű fénysugáron túl, annak homályos részén még sokkal nagyobb, mint magában a vörös szinben, csakhogy itt már gyorsan gyengül a meleg és körülbelül oly távolban, mint a szinkép hossza a hő teljesen eltünik. Mindezekből azt kell következtetnünk, hogy a Nap oly sugarakat is kibocsát, melyek csak a hő által nyilatkoznak.

Továbbá még azt is megfigyelték, hogy az ibolya szinben, melyben a hő legkissebb foka mutatkozik, a vegytani hatás fölötte nagy, és hogy e hatás az ibolya szin setét oldalán a leghatalmasabb. És igy világos, hogy a Nap úgynevezett vegytani sugarakat is kibocsát, melyek szintén láthatatlanok, de a vegytani tüneményeknél nagy szerepet játszanak.

Az újabb elmélet mind a fény-, mind a hő-, mind pedig a vegysugarak szülőokát a leb (aether) gyors keresztrezgésében keresi, eltérőleg a Newton féle nézettől, melyszerint a fény rendkivüli finom anyag, mely a világító testekből kiömölvén, szemünk ideghártyájára hat és bennünk a látás érzetét kelti föl.

És most már könnyü leend a jelenleg általános elfogadott hullámzási elmélet (Undulationstheorie) segitségével megértenünk, miért nem láthatók a hő- és vegysugarak? Ennek oka ugyanis abban keresendő, hogy a Napról jövő sugarak csak akkor kelthetik fel bennünk a fény érzetét: ha azok rezgéseinek száma másodpercenkint, 481 és 764 billió között változik. És pedig a lehető legcsekélyebb rezgési szám, mely bennünk a fény érzetét kelti, azaz 481 billió a vörös szint, a lehető legnagyobb pedig, azaz 764 billió az ibolya szint nemzi. Ha tehát az aether rezgéseinek száma 481 billiónál kisebb,

a sugarak már többé nem mint fény, de mint hő fognak jelentkezni. Ha pedig a lebrezgések száma 764 billiónál nagyobb, a fény is megszünik és a nem látható vegytani sugarak jönek létre.

Már ha ezeknél fogva a fény, meleg és a vegytaní működés e Földön csupán a Napnak köszönhető, ki vonná kétségbe, hogy az összes szerves élet egyedül a Naptól kölcsönzi létét.

Nagyon érdekes leend még e helyütt a Nap felületén uralkodó meleg fokát meghatározni, mely meleg kisugárzás által az összes bolygókkal közöltetik.

E végre képzeljünk egy üres gömböt, melynek középpontja a Nap középpontjával esik össze, s mely gömbfelületének távola a Naptól 20682000 mf., tehát éppen annyi, mint a Földé. S mivel a Nap sugara 96000 mf.-nyi, látni való, hogy a kérdéses üres gömb sugara 215-ször nagyobb a Napsugaránál s így ezen gömb felülete 46225-ször nagyobb a Nap felületénél.

Miután pedig a Nap felülete, mely az ujabb elméletek szerint izzó gázkörrel van körülvéve, a tulajdonképpeni kisugárzási felület, melyből a melegsugarak szétágazó irányban indúlnak ki: világos, hogy az üres gömbünk felületére beeső hősugarak 46225-ször ritkábbak lesznek, mint a Nap felületén. Mivel továbbá Földünkre nézve itt csakis a függőlegesen beeső sugarakról lehet szó, világos, hogy csupán az egyenlitői övet kell tekintetbe vennünk, a melyen, mint tudjuk, $30^{\text{cel.}\circ}$-nyi közép-hőmérsék uralkodik. És így kell, hogy a Nap felületén $46225 \times 30 = 1386750^{\text{cel.}\circ}$-nyi meleg uralkodjék, mely borzasztó meleg által minden képzelhető test gázzá változtatik át. Ezen magas hőfokról nem lehet kételkednünk, mert ellenkezőleg lehetetlen volna a naprendszerhez tartozó és oly nagy távolban lévő testeket a kellő melegségi fokkal ellátni. Ha pl. azt vennők fel, hogy a Nap felületén csak 5000°-nyi meleg uralkodik: akkor Földünk egyenlitői öve csak $\frac{5000}{46225}$ = körülbelől $\frac{1}{9}$ foknyi meleggel látatnék el, és így az élet a Föld felületén lehetetlenné válnék, minthogy a Földön mindenütt örökös tél uralkodnék.

A Nap felületén uralkodó hőfokot tényleg is előállíthatjuk. E végre az egyenlitői öv alatt 5 □ meternyi, azaz 50000 □ centimeternyi területet veszünk föl: s már könnyü belátni, hogy a Nap felületén uralkodó hőfokot nyerjük, mihelyt az emlitett 5 □ meternyi területre eső meleget egy □ centimeternyi területre tudjuk összpontosítani, a mit pedig könnyen eszközölhetünk az által, ha egy homorú hajtaléki 5 □ méternyi felülettel biró tükröt készitünk. Ezen tükör tengelyéhez párhuzamosan beeső napsugarak, annak gyúpontjában jönnek össze és ott a Nap felületén uralkodó hőfokát hozzák létre.

3) **A Nap munkája.** Erre nézve érdekesnek tartjuk a Napra vonatkozó legújabb természet-tudományi nyomozásokat előterjeszteni.

Ha ugyanis a Napot az egyenlitőben képzeljük, mely esetben az az egyenlitőben előforduló helyek tetőpontjaiban forduland elő, és annak mindkét oldalán fekvő forró éghajlatot fényével ellátja: akkor a Nap hatalmas melege folytán az egyenlitői gömbövön előforduló légtömeg kiterjed, s igy könnyebbé válik. Ennek következménye az leend, hogy a mérsékelt éghajlatból a hidegebb levegő a forró éghajlatba fog nyomúlni és igy az ottani meleg levegő felfelé haladni és a sarkok felé nyomúlni lesz kénytelen. Ez által pedig azon nagy fontosságú légváltás jő létre, mely okvetlenül szükséges arra, hogy a levegő folyvást tiszta és használható állapotban legyen.

Ezen most körvonalaztuk jótéteménye a Napnak nem az egyedüli és nem a legnagyobb becsü.

Sokkal nagyobb fontosságú a Nap azon munkája, melyet a viznek elpárologtatása által visz véghez. A Nap melegének befolyása által ugyanis ritkábbá válik a forró éghajlat alatt a levegő s igy kisebb nyomást fog gyakorolni a tengerek szinére, minek következtében a viz párolgása fölötte elősegittetik. A támadó vizpárák tehát a levegőbe fognak emelkedni, s mivel a levegő hatalmas mozgásban van, ezen párákat is elviszi magával. A vizpárák a szárazföld tájait elérve: ott mint eső, hó, jég vagy harmat esnek le, és nemcsak a Földet termékenyitik meg, hanem a szerves világ életéhez okvetlenül megkivántató eszközöket is létesitik. A párák úgynevezett csapadékai által származnak a magas hegyeken a havasok, melyek-

ből a források, patakok, folyók és tavak keletkeznek. Ha már most azt képzeljük, hogy a Nap részéről sem a megmelegítésnek, sem a levegő mozgásba hozatalának, sem a viz elpárologtatásának nem volna helye: úgy a szárazföld bizonyára terméketlen sivataggá lenne, melyen a szerves életnek egészen megkellene szünnie. A Nap ezen nagyszerű munkájából ki ne látná be, hogy létünket és a Földön élvezett összes jótéteményeket egyedül a Napnak köszönhetjük?!

Miután tehát az eddigiekből világosan látjuk, hogy mindazon víztömegek, melyek a patakok, folyók s folyamokban mozognak, a Nap által lőnek emelve, azt következtethetjük, hogy azon vizmennyiség, melyet a folyók a tengerbe vezetnek, a Nap azon munkájának szolgál mértékéül, mely a Nap részéről a viz elpárologtatására fordíttatik. Tudományos kutatások azt bizonyítják, hogy a Nap ama melegének, mely a Földre jő, mintegy harmada a viznek elpárologtatására szolgál. Ha pedig azon víztömeget, melyet a Nap évenkint elpárologtat mesterséges uton akarnók elpárologtatni, úgy az erre szükséges tüzeléknek oly nagy mennyiségűnek kellene lennie, hogy általa csaknem egy billió, 16 lóerejü gőzgépet lehetne mozgásba hozni. S ha ezen gőzgépeket a Föld felületén egyenletesen akarnók elhelyezni: úgy minden holdra egy, 80 lóerejű gőzgép esnék. Ezen roppant számú gőzgépek fütésére szükséges tüzelék a Föld felületén nem is fordúl elő!

Mindezek folytán a Nap bámálatos hatását már kétségbe nem vonhatjuk!

4) **A Nap alakja, világító tehetsége, és méretei.** A Napot figyelmesen vizsgálni s annak alakjáról meggyőződni többnyire gátolva vagyunk a Nap hatalmas fénye által. Azonban nem gyéren fordúl elő a Nap oly körülmények között is, hogy azt kényelmesen és behatóan meg lehet vizsgálni. Tapasztalásból tudjuk: hogy ily körülmények beállanak a Napnak mind fölkelésénél, mind pedig lenyugvásánál, midőn t. i. a keleti vagy nyugati látkörbe bizonyos finom köd mutatkozik melyen át a Nap teljes alakjában kényelmesen észlelhető. Sokszor őszi és téli napokon már nagyobb magasságban is lehet a Napot egész kényelemmel észlelni, midőn t. i. a légkörbe szinte finom köd terjed ki. Mindezen esetek alkamával pedig

könnyen meggyőződhetünk, hogy a napkorong teljesen köralakú, minthogy átmérője minden irányban ugyanaz.

Hogy pedig a Nap nem csupán korong, mint az nekünk látszik, hanem gömbalakú nagy test az annak tengelye körüli forgásából következtethető, mely forgás ismét azon fekete foltok mozgásából lőn bebizonyitva, mely foltok a Nap korongján észlelhetők. Ilyen észleletek által azt találták, hogy a Napnak tengelye körüli forgása 25·5 napig tart. Ezen fekete foltok csak 20, vagy legfeljebb 40°-nyi naprajzi szélességben fordúlnak elő és keletről nyugat felé mozognak jeléül annak, hogy a Nap nyugatról kelet felé forog tengelye körül, mint azt a bolygóknál is tápasztaljuk.

Az említett foltok mozgás közben alakjukat folytonosan változtatják, még pedig úgy, hogy annál keskenyebbekké válnak, minél jobban közelednek a Nap nyugati széléhez, a hol nemsokára el is tünnek. De bizonyos időmultával megint felmerülnek a Nap keleti szélén és a Nap közepe felé mozognak, mely mozgás közben mindig szélesebbekké és szélesebbekké lesznek s a Nap közepe táján a legnagyobb szélességet érik el. Innen nyugat felé mozognak s megint keskenyebbekké lesznek, míg a Nap nyugati szélén ujra eltünnek. Mindezen tüneményeknél fogva a Nap gömbalakja, nemkülönben tengelye körüli forgása is kétségtelenné van téve.

Ha a napot fölkelése- vagy lenyugvásakor észleljük: az nagyobbnak látszik, mint más időben, midőn már bizonyos magasságra emelkedék a látkör felett, mely körülmény azonban csakis a napsugarak törékenységéből ered, amint azt később látni fogjuk.

A természetben előforduló fénytünemények nagyobb részét, valamint a naponkinti kivilágitást is, csakis a Napnak k szönhetjük s igy annak világító tehetségét, mely által minden más világító test fénye az égen elhomályosíttatik, kétségbe nem vonhatjuk. Közvetlen mérések által a Nap világító tehetsége 800,000-szer nagyobbnak találtatott, mint a telehold. Tehát 800,000 tele-hold kivántatnék az ég felületén, a Nap által létrehozott kivilágítás eszközlésére.

A Napnak nagyságát illetőleg kivántatik, hogy: 1-ször) a Nap látszólagos nagysága és 2-szor) a Napnak távola a

Földtől legyen ismeretes. A Nap látszólagos nagysága különböző, a mint azt különböző távolságokra vonatkoztatjuk. Így pl. a Merkur bolygóról, melynek 8 millió mérföldnyi közép naptávola a Földnek távolában a Naptól, 2·65-szer foglaltatik, a Nap látszólagos átmérője 2·65-szer nagyobbnak látszik, mint a Földről. Mivel pedig a körök felületei átmérőik négyzeteivel egyenes viszonyban vannak, világos, hogy a napkorong a Merkurról $(2{\cdot}65)^2 = 7$-szer nagyobbnak tűnik föl, mint a Földről. Hasonló módon lehet meghatározni a Nap látszólagos nagyságát a többi bolygókról tekintve, hacsak a kérdéses bolygónak távola a Naptól ismeretes.

Hogy a Nap valódi nagyságát, vagyis azon tért, melyet a Nap betölt megtudhassuk, itt eleinte csak azon eredményeket hozzuk elő, melyeket később, midőn az égi testek látközéről (parallaxis) lesz szó, számítás által fogunk bebizonyítani. Ilyen számítás segítségével mindenek előtt a Napnak távola a Földtől határoztatott meg, mely távol pedig 20.682,329 mérföldnyinek találtatott. E távol rendkívül fontos szerepet játszik a csillagászatban, minthogy ez a világegyetemben előforduló távolok mértékegységéül szolgál, és közönségesen *földtávolnak* mondatik. Mihelyt pedig a földtávol ismeretes, belőle és a Nap sugarának látszólagos nagyságából, melyet közvetlen mérés által lehet meghatározni, vajmi könnyen kiszámítható a Nap valódi átmérője, mely ily módon 192,600 mérföldnyinek találtatott, azaz közel 224 földsugárnak, ha t. i. egy földsugár 860 mérföldnyinek vétetik. Ezen adatokból most már nem lesz nehéz a Napnak minden más méretét is meghatározni. Így a Nap egyenlítőjének kerülete 112.5400 = 605000 mf.-nyi, mivel ugyanis a körök kerületei sugaraikkal egyenes viszonyban állanak és így nyilván való, hogy a Föld egyenlítőjének kerületénél, a mely 5400 mf.-et tesz, a Nap egyenlítőjének kerülete 112-szer nagyobb. A nap egyenlítőjének ezen kerülete oly nagy, hogy azon gőzmozdony, mely naponkint 100 mfnyi utat hagy hátra, e kerületet csak 18 év alatt futná meg, holott ily sebesen járó gőzmozdony a Föld egyenlítőjét már 54 nap alatt futja meg.

A mi továbbá a Nap felületét illeti, csak azt kell tudnunk: hogy a gömbök felületei sugaraik négyzeteivel egyenes

viszonyban állanak. Miután pedig a Nap sugara 112-szer nagyobb a földsugárnál, nyilván való, hogy a Nap felülete $(112)^2 = 12544$ nagyobb a Föld felületénél. S mivel a Föld felülete 9.260000 □ mf.-et tesz, a Nap felületének roppant nagysága már világosan látható.

Még nagyobb számokat nyerünk a Nap térfogatára nézve. Tudjuk ugyanis, hogy a gömbök térfogatai sugaraik harmadfokú hatványaival egyenes viszonyban vannak s igy a Nap köbtartalma nyilván $(112)^3 = 1.404{,}928$-szor leend nagyobb a Föld térfogatánál. S mivel a Föld térfogata 2650185000 ⊠ mf.-et teszen, a Nap térfogatának roppant nagysága már világosan látható. A Nap testéből tehát mintegy másfél millió oly gömböt lehetne készíteni, mint a mi Földünk.

5) **A nap mozgása a világegyetemben.** A Nap, valamint minden más, e világegyetemben előforduló égi test, nem áll, hanem bizonyos irányban mozog, habár mi azt észrevenni nem vagyunk képesek, mivel a Nap egész rendszerével együtt mozog. Legelső volt, ki a Nap mozgását kétségtelenné tevé, Herschel, a hires angol csillagász. Ő a Napot szorgalmasan észlelvén, azt találta, hogy annak mozgása a Herkules csillagzat felé van irányozva. Herschel ugyanis, nemkülönben utána több más csillagász is vette észre, hogy a Herkulesben előforduló csillagok mindig jobban és jobban szétmennek, azaz egymástól eltávoznak, míg a Herkulessel átellenes csillagzatok egyedei mindig jobban és jobban összemennek, azaz egymáshoz közelednek. Ezen tünemény bizonyára annak a jele, hogy a naprendszer a Herkules csillagzathoz közeledik s igy az átellenesektől eltávozik. Nagyobb nehézséggel jár a Nap mozgási sebességének és azon középpontnak meghatározása, mely körül a Nap pályáját végzi. Az e tárgygyal tüzetesen foglalkozó Mädler csillagász azt találta, hogy a Nap 7 mérföldnyi sebességgel mozog és hogy a Nap pályájának középpontja a Plejadok csillagzatában keresendő. Elvégre a Nap keringési idejéül 22·5 millió év találtatott. — És miután nem lehet feltenni, hogy a Nap még csak az első keringést tenné, világos, hogy a napi rendszer eddigi léte már sok millió évre kiterjed és minthogy továbbá a Nap még számos keringést teend s pedig mindig rendszerének kíséretében, könnyü

belátni, hogy a naprendszer még sok millió éven át semminemü változást sem fog szenvedni s így a már sokszor jövendölt világenyészetről szó sem lehet!

Már az előbbiekben említettük, hogy a Napnak látszólagos mozgása is van, és hogy a Napnak látszólagos pályájában való közép-hosszúsága könnyen maghatározható, hacsak azon pillanat ismeretes előttünk, melyben az a tavaszi nap éjegyenpontban fordúlt elő, mivel e pontból számittatnak a hosszúságok. Megmutattuk azt is, hogy az ezen pillanattól elmúlt napok számát 0·98-dal kell szoroznunk és a Nap hosszúságát fokokban nyerjük. Igy pl. tudjuk, hogy az 1873. évben, a Nap mártius 20-án, délutáni 2 órakor a bécsi idő szerint számítva, volt a t. nap-éjegyeni pontban s így május 20-án, ugyanezen évben, közép hosszúsága egyenlő leend: 61·5 × 0·98 = 60°, holott ugyanez időben a Nap valódi hosszúsága 59° 27'-nyi, s így e kettő közötti külömbség 33'cet teszen. Ennek oka nyilván a Föld kerületi mozgásában keresendő, melynél fogva ez naponkint külömböző útakat hagy hátra, és pedig midőn a Föld napközelben van, sebessége a legnagyobb s mintegy 1 fokot tesz, midőn pedig naptávolban van, sebessége a legkisebb s mintegy 0·96 foknyi. Minthogy pedig a Föld valóságos mozgásának eredménye a Nap látszólagos mozgása, világos, hogy a fennebbiek a Nap látszólagos mozgására is állanak. És így a Nap látszólagos mozgása s ebességének középértéke 0·98 fokot teszen.

Vegyük most elő a bolygók leirását ugyanezen sorrendben, a mint azok a Naptól kezdve egymásra következnek.

6) **A Merkur bolygó.** Ezen bolygó mely legközelebb áll a Naphoz, csak ritkán látható szabad szemmel, mivel a Nap hatalmas fénye által elhomályosíttatik. Látható pedig a Merkur akkor, midőn legnagyobb keleti, vagy lagnagyobb nyugati eltérésben fordul elő. A legnagyobb keleti eltérés 28°-ot, a legnagyobb nyugati eltérés pedig 18°-ot teszen. Ezen két eltérés egyuttal ama határokat képezi, melyek között a bolygó eltérései váltakoznak. S minthogy e két eltérés között tetemes a külömbség, következik, hogy e bolygó nagy külpontiságú kerülékben mozog a Nap körül. Könnyű belátni, hogy Merkurnak naptávola a legnagyobb napközele pedig a legkisebb eltérés oldalára esik.

Hogy Merkurnak a Föld iránti helyzeteit kellőleg meg lehessen ítélni, szükséges lesz a (26-ik idom)-ot figyelembe venni, hol *S* a Nap helye, *qmbn* pedig a Merkur pályája s mivel ez a Földpálya által bekeríttetik, képviselje *ABC* a földpálya egy részét. Tegyük fel, hogy a Föld *B*-ben, a Merkur pedig *b* pontban fordúl elő úgy, hogy ezen két pontott összekötő *Bb* egyenes a Nap középpontján megy keresztül: akkor azt szoktuk mondani, hogy ezen bolygó t. i, a Merkur, a Földdel *felső együttállásban van.* (Obere Conjunction). Ha pedig e bolygó *q*-ban fordúl elő, midőn a Föld *B*-ben tartózkodik: akkor azt szoktuk mondani, hogy a Merkur a Földdel *alsó együttállásban* van. Ha a kérdéses bolygó pályájának *m* vagy *n* pontjában, a Föld pedig *B*-ben fordúlna elő, de úgy, hogy az *Sn* és *SB*, avagy az *Sm* és *SB* irányok épszöget képezzenek egymással: akkor azt szoktuk mondani, hogy a Merkur a Földdel *negyedben* (quadraturában) van. Az *m* és *n* pontok egyúttal a bolygó legnagyobb keleti s illetőleg nyugati eltérését mutatják azon esetre, midőn a Föld *B*-ben fordúl elő, minthogy ezen eltérések nyilván az *SBn* s illetőleg az *SBm* szögek által méretnek meg. Végre könnyű belátni, hogy a Merkur a nyugati égen lesz a Nap lenyugta után látható, midőn a bolygó a legnagyobb keleti eltéréssel bir, s ellenkezőleg a keleti égen a Nap felkelte előtt lesz látható, ha a legnagyobb nyugati eltéréssel bir.

7) **A Merkur keringési ideje.** Könnyű felfogni, hogy a Merkur minden egyes keringese alatt a Földdel mind felső, mind alsó együttállásba jő. S ezen együttállások nyújtják azon eszközt, melynek segítségével e bolygó keringési idejét meg lehet határozni, ha észleleteink által megtudjuk azon időt, mely e bolygó két egymásra következő felső együttállása között el Hogy pedig ezen időt meghatározhassuk, vegyükfel, hogy a Merkur *a*-ban, a Föld pedig *A*-ban fordúl elő és így felső együtt állásban vannak. A következő felső együtállásnak ugyanazon *a* pontban csak akkor volna helye, ha a Föld pályájának *A* pontjában várakoznék mindaddig, míg a Merkur egy keringést téve ismét *a* pontba jönne. Ámde a természetben nem így van a dolog. Ugyanis midőn a Merkur *a* pontból elindulva *acn* irányban mozog, a Föld is halad pályájában *ABC* irányban.

Ennélfogva a Merkurnak többet kell egy keringésnél tennie, hogy a Földdel ismét felső együttállásban legyen. Tegyük fel, hogy C a Földnek azon álláspontja, melyben az a c-ben előforduló Merkurral felső együttállásba jutott: akkor a Merkur nyilván egész pályáját s még annak ac ivét hagyta hátra, míg a Föld pályájának csak AC ivét futotta meg. Láthatjuk, hogy az ac és AC ivek fokszámra nézve egyenlők. És most észleletek által a Merkur synodikus keringési idetjét, vagyis azon időt határozzuk meg, mely idő e bolygónak két felső együtt állása között mult el, s ezt 116 napnak találjuk, mely idő alatt a Föld pályájában nyilván $116 . 0{\cdot}98 = 114$ foknyi utat hagyott hátra. S már most könnyű belátni, hogy az említett 116 nap alatt a Merkur pályájában $360 + 114 = 474$ foknyi utat tőn meg. S így keringési ideje e következő arányzatból nyeretik:

$$474 : 360 = 116 : x; \text{ miből } x = 88$$

azaz: a Merkur 88 nap alatt tesz egy keringést, mely idő a bolygó tropikus keringési idejének mondatik s egész pontossággal 87 napot, 23 órát és 14 percet teszen.

Elvégre a Merkur syderikus keringési idejét, vagyis azon időt, mely alatt a Merkur a tavaszi nap-éjegyeni pontból kiindúlva, ugyan e pontba érkezik vissza, megkapjuk, ha a Merkur tropikus keringési idejéből levonjuk a tavaszi nap-éjegyeni pont által 88 nap alatt tett 12 ívmásodpercnyi előnyomulásnak megfelelő 1 időpercet. És ezek folytán a Merkur syderikus keringési ideje 87 napot, 23 órát és 13 percet teszen.

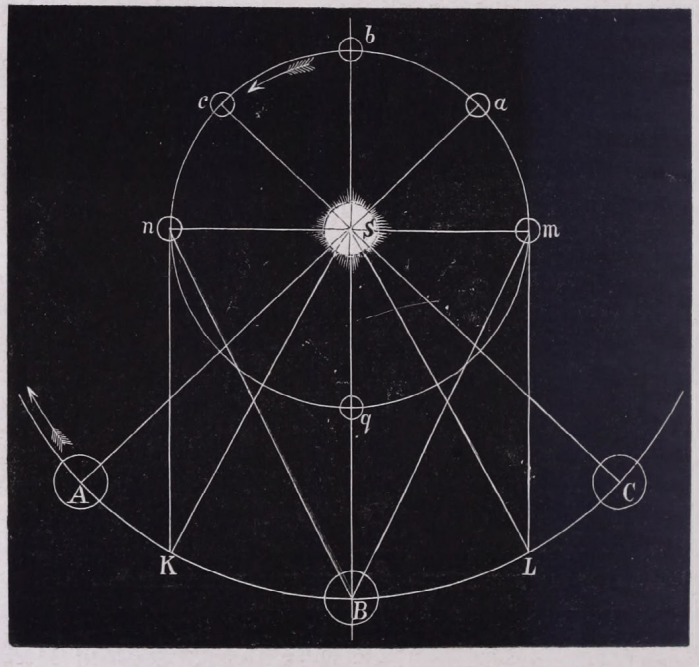
8) **Merkur pályájának nagyobbik féltengelye.** Merkur pályájának nagyobbik féltengelyét könnyen meghatározhatjuk e bolygó legnagyobb keleti és nyugati eltéréseiből. Legyen e végre m-ben (26-ik idom) a legnagyobb keleti, n-ben pedig a legnagyobb nyugati eltérése e bolygónak: akkor az mL érintőt húzván pályájának m pontjához, lészen a L-nél lévő $\sphericalangle$ 28°-nyi és így az LSm $\sphericalangle$ 62°-nyi. Az LSm háromszögből, hol SL a Földnek a Naptól való távolát képviseli, következik:

$$Sm = SL \text{ sin. } 28° = 0{\cdot}4694\ SL,$$

és ha $SL = 1$ vétetik, úgy az $Sm = 0{\cdot}4694$ tört azt mondja,

hogy a Merkurnak a Naptól való legnagyobb távola a földtávolnak azon része, mely 0·4694 tört által van képviselve. S mivel a Földnek a Naptól való távola 20682000 mfldet teszen, világos, hogy a Merkurnak a Naptól való legnagyobb távola: 20682000 . 0·4694 = 9699858 mérföldnyi.

Ha továbbá a Merkur legnagyobb nyugati eltérésének pontjához, n-hez Kn érintőt húzzuk, lészen $nKS \sphericalangle 18^{0}$-nyi



26. idom.

és így az nKS háromszögből, hol KS a Földnek a Naptól való távolát képviseli, következik:

$$Sn = SK \sin. 18^{0} = 0{\cdot}309\ SK$$

és ha $SK = 1$ vétetik, lesz $Sn = 0{\cdot}309$, mely tört azt mondja, hogy a Merkur bolygónak a Naptól való legkisebb távola a Föld távolságának azon része, mely 0·309 tört által van képviselve. S így Merkurnak a Naptól való legkisebb távola = 20682000 . 0·309 = 6390738 mértföldet tesz.

Mindezekből már következik, hogy Merkur pályájának nagyobbik tengelye a földtávolnak azon része, mely

0·4694 + 0·309 = 0·7784 tört által van képviselve. Mivel pedig a földtávol 20682000 mf.-et tesz, világos, hogy a Merkur pályájának nagyobbik tengelye 20682000 . 0·7784 = 16090596 mérföldnyi és így a nagyobbik tengely fele: 8045298 mérföldet tesz. Könnyű továbbá belátni, hogy az $Sm - Sn$ = 0·4694 — 0·309 = 0·16 külömbség azt fejezi, hogy a Merkur pályájának kettős külpontisága 0,16 részét teszi a földtávolnak. És így e külpontiság nyilván 1654560 mérföldnyi, miből már világosan szabad következtetnünk, hogy a Merkur pályája hosszas kerülék.

Ezekután a Merkur pályájának kisebbik féltengelyét is könnyű lesz előállítani ezen képlet segélyével:

$$b = a\sqrt{1-e^2},$$

hol a a nagyobbik feltengely, e pedig a külpontiság a nagyobbik féltengely, viszonyában kifejezve. Minthogy pedig e az előbbiek nyomán $= \frac{1654560}{8045298} =$ körülbelül 0·2; lészen tehát:

$b = a\sqrt{1-(0.2)^2} = a\sqrt{1-0.04} = a\sqrt{0.96} = a$. 0·98.

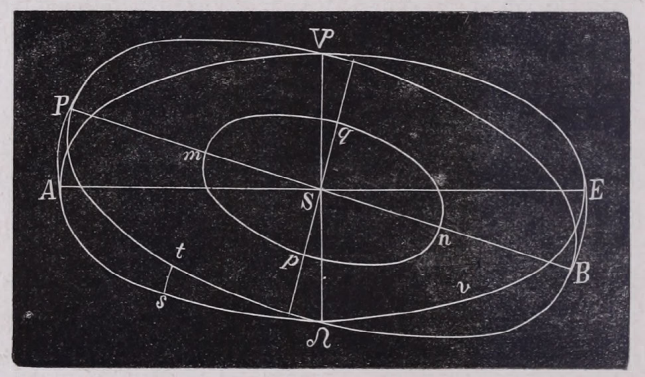
Még egy más mód is létezik, a melynek segítségével a bolygók pályáinak nagyobbik féltengelyét ki lehet számítani. Ezen mód a Kepler által felállított szabályok harmadikának alkalmazásában áll, mely szabály szerint: a bolygók keringési időinek négyzetei úgy viszonylanak egymáshoz, miként nagyobbik féltengelyeik köbei. Ha tehát tekintetbe veszszük, hogy a Földnek mind keringési ideje, mind pályájának nagyobbik féltengelye ismeretes, világosan látjuk, hogy bármely bolygó pályájának nagyobb féltengelye is ismeretessé lesz, mihelyt e bolygó keringési ideje lőn pontosan meghatározva. Így az előbbiekben azt találtuk, hogy a Merkur bolygó keringési ideje: 88 nap, mivel pedig a Föld keringési ideje 365·24 nap, leend tehát a Merkur bolygó pályájának nagyobbik féltengelyére: x-re nézve, ha a Föld pályájának félnagyobbik tengelyét 1-nek veszszük, ez arányzat érvényes:

$$(365{\cdot}24)^2 : (88)^2 = 1^3 : x^3$$ miből:

$$x = \sqrt[3]{\frac{968}{16675}} = 0{\cdot}387$$

miként előbb, minthogy 0·387 az előbb megtalált 0·7784 számnak körülbelül a fele, a mint lennie is kell.

9) **Merkur pályájának fekvése a térben.** Ezen, valamint minden más bolygó pályájának fekvése a térben, csak az által határozható meg, ha fekvése az ekliptika irányában tökéletesen ismertetik. Ezen fekvés pedig tökéletesen meg van határozva azon szög által, melyet a kérdéses bolygó pályája az ekliptikával képez, mely szög a bolygó pályája hajlási szögének is szokott neveztetni. Ezen tárgynak kellő felvilágosí-



27. idom.

tására szolgál a (27-ik idom), melyben $A\Omega E\mho$ görbe vonal az ekliptikát, $mpnq$ pedig a Merkur bolygó pályáját állítja elő, míg a Nap S-ben létezik. Ha most Merkur pályáját mindaddig kiterjesztjük, míg az ég felületét $P\Omega B\mho$ legnagyobb körben metszi: akkor ezen legnagyobb kör az ekliptikát Ω és $\mho$ pontokban metszi, mely pontok fölötte nagy fontossággal birnak, s csomópontoknak neveztetnek. Ezen két pontot összekötő egyenes nyilván a Nap középpontján megyen keresztül, és csomóvonal nevet visel.

Ha már most feltesszük, hogy az AS és PS egyenesek a csomóvonalra függélyesen állanak: akkor PSA leend nyilván azon szög mely alatt a két pálya síkjai egymást metszik, s mely szög a kérdéses bolygó pályájának az ekliptika iránti

fekvését tökéletesen meghatározza. Ha a bolygó B ponttól kezdve Ω és P pontok felé mozog: akkor az Ω pont felmenő csomónak neveztetik, melyből a bolygó az ekliptika fölé emelkedik; a $\mho$ pont lemenő csomónak hivatik, honnan a bolygó az ekliptika alá megyen.

Ha az $SP = SA$ egyenes sugárnak vétetik és az $AP = BE$ kőriv iratik le, akkor ez nyilván az $ASP = ESB$ szögnek mértéke leend, mely a pálya hajlási szögét képviseli és mint látjuk, a bolygó legnagyobb szélességével egyenlő, Merkurra nézve közvetlen mérések által az találtatott, hogy e bolygó pályájának hajlási szöge 7° 1'-nyi, mely szög tehát a Merkur pályájának fekvését a térben tökéletesen meghatározza. Nagy fontosságú még a felmenő csomópont fekvésének meghatározása, mely pont minthogy az ekliptikában fekszik teljesen meg lesz hosszúsága által határozva. Ha tehát v *a tavaszi* nap-éjegyeni pont, lészen $\mho\Omega$ a felmenő csomó hosszúsága s így nyilván $180 + v\Omega$ a leszálló csomó hosszúságát képviseli. Merkurra nézve a felmenő csomó hosszúsága 46° 33'-nek találtatott a jelen időre nézve, napközeli pontjának hosszúsága pedig 75°-nyinak és pedig szintén a jelen időre nézve. Nem minden ok nélkül mondjuk itt, a jelen időre nézve, mivel a két pont hosszúságai folyvást változnak, még pedig a napközel pontjának évenkinti mozgása 56", a felmenő csomó évenkinti mozgása pedig 45"-cet teszen.

Végre a (27-ik idom)-ból könnyű beláthatni, hogy a Merkur bolygónak mind a Naptól, mind a földtől külömböző távolai lehetnek, kivánatos tehát annak mind a Naptól, mind a Földtől való legnagyobb és legkisebb távolát előhozni. Az előbbiek szerint ezen bolygónak a Naptól való legkisebb távola 6·36 millió mérföldet, legnagyobb távola pedig 9.65 millió mérföldet teszen. Az elsőnek akkor van helye, midőn e bolygó napközelben, az utóbbinak pedig akkor, midőn e bolygó naptávolban fordúl elő. A Merkur bolygónak a földtől való legkisebb távola, melynek nyilván akkor van helye, midőn e bolygó a Földdel alsó együttállásban van, 11 millió mérföldnyi.

Ugyanezen bolygónak a Földtől való legnagyobb távola, melynek nyilván akkor van helye, midőn a bolygó a

Földdel felső együttállásban van, nyilván 31 millió mérföldet teszen.

10) **Merkur átmenetele a napkorongon.** Merkur bolygóra nézve még egy nagy fontosságú tüneményt kell megemlítenünk, melyből világosan lehet látni, hogy a Merkur, éppen úgy, mint a Föld, homályos gömbalakú test, mely a Nap által világíttatik ki, de egy időben csak fele, míg a másik fele setétségben marad. Ha ugyanis ezen bolygót különféle helyzeteiben jó távcsővel megvizsgáljuk: rajta ugyanazon phasisokat vesszük észre, mint a Holdnál. A (26-ik idom)-ból világosan látjuk, hogy midőn a Merkur *b*-ben, a Föld pedig *B*-ben fordúl elő, akkor az előbbinek egész kivilágított kis korongot láthatnánk, ha a Merkurt e helyzetében a Nap hatalmas fényű sugarai el nem homályosítanák.

Ha azonban Merkur *m* vagy *n* pontban, a Föld pedig *K*- vagy *L*-ben tartózkodik, akkor e bolygónak nyilván csak félkorongját fogjuk kivilágítva látni, és ez esetben azt szoktuk mondani, hogy a Merkur negyedben van. Ha végre a kérdéses bolygó *q* pontra jő és a Föld *B*-ben tartózkodik, akkor a Merkurt már nem fogjuk láthatni, mivel ki nem világított fele van a Föld felé irányozva. Ezen utolsó eset pedig jelenlegi cikkünkre nézve a legfontosabb, különösen pedig akkor, midőn e bolygó t. i. a Merkur *q*-ban fordúlván elő, egyszersmind pályájának csomópontjában, vagy annak közelében mulat. Ez esetben ugyanis a Merkur, mint egy fekete köralakú folt fog átmenni a Nap korongján, mely köralaku folt a Nap egyik széléről az átellenes széle felé mozog. Ezen foltnak alakjából biztosan szabad következtetnünk, hogy a Merkur gömbalakú test.

Merkurnak ezen átmenetei mindig nagy fontosságú tünemények, mi miatt a csillagászok által nagy szorgalommal és gonddal észleltetnek. Ha ilyen alkalommal a Merkur pályájának éppen csomópontjában fordúlna elő: akkor az a napkorongon átmenvén a Napnak 192000 mf.-nyi átmérőjét irná le, ha tehát azon idő észleltetnék, mely alatt a Merkur ezen átmérőt megfutja: akkor könnyű volna a bolygó sebességét pályájában meghatározni. Ugyanis a Nap átmérője úgy viszonylik azon ív hosszához, melyet a Merkur pályájában az

átmeneti idő alatt hagyott hátra, valamint a Földnek a Naptól való távola, földnek a Merkurtól való távolához. Mely arányzatból azon ív határozható meg, melyet a Merkur pályájában az átmeneti idő alatt irt le. És ha most ezen ívet az átmeneti idővel, másodpercekben kifejezve elosztjuk, a Merkur sebességét kapjuk meg.

Ezen átmenetet egyébiránt még más, fontosabb célokra is fel lehet használni, így a többi között ennek segélyével a Merkur átmérőjének látszólagos nagyságát is meg lehet határozni. Az említett köralakú folt ugyanis éles határokkal van körülvéve és így átmérője minden pontossággal közvetlenül megmérhető, a mi más alkalommal nem könnyű. Könnyű belátni, hogy a Merkur látszólagos átmérője a legnagyobb, midőn e bolygó legközelebb áll a Földhöz és a legkisebb, midőn e bolygó a legtávolabb van a Földtől.

Közvetlen mérések által az találtatott meg, hogy a Merkur átmérőjének legnagyobb látszólagos nagysága 12·9 másodpercet, legkisebb látszólagos nagysága pedig 4·5 másodpercet tészen. Közép látszólagos nagysága tehát e következő arányból nyerhető:

$$11 : 20 = x : 12{\cdot}9, \text{ honnan: } x = 7'',$$

azaz a keresett közép látszólagos nagyság 7″-nyi. Ez esetben Merkurnak távola a Föltől egyenlő a Földnek a Naptól való távolával. Mivel továbbá a Földnek látszólagos átmérője 20 millió távolból 17·14 másodpercnyi, ezen most közlött két látszólagos átmérőből a Merkur átmérőjét is meg lehet határozni, minthogy ugyanazon távolságokban a látszólagos átmérők a valódi átmérőkkel egyenes viszonyban vannak. Ha tehát a Föld átmérője 1 vétetik, a Merkur átmérője pedig x-szel jelöltetik, leend:

$$17{\cdot}14 : 7 = 1 : x, \text{ miből } x = 0{\cdot}4;$$

azaz Merkur átmérője a Föld átmérőjének 0·4 részét teszi Mivel pedig a Föld átmérője 1720 mf., következik, hogy a Merkur átmérője

$$= 1720 \,.\, 0{\cdot}4 = 688 \text{ mf.}$$

Ismervén így ezen bolygó átmérőjét, könnyű lesz azon viszonynak a meghatározása is, mely a Merkur felülete és térfogata, a Föld felületéhez és térfogatához áll. Ugyanis a mértan segítségével könnyű belátni, hogy a Merkur felülete a Föld felületének 0·16 részét, a Merkur térfogata pedig a Föld térfogatának 0·064 részét teszi. S így a Merkur felületéül 1·41 millió □ mf.-et, térfogatául pedig 157 millió k. mérföldet kapunk.

Megemlítjük végre, hogy ezen bolygó tengelye körül is forog, mit Schröter csillagász fedezett fel. Ő ugyanis a Merkur phasisainak szarvain bizonyos körszaki tüneményeket vőn észre, melyekből a Merkurnak tengelye körüli forgását hozta le s azt találta, hogy e bolygó 24 óra alatt tesz egy forgást tengelye körül. Ezen tüneményből továbbá a bolygó forgási tengelyének, valamint egyenlitőjének a fekvése is meg lőn határozva, mely utóbbi csaknem egészen függőlegesen áll a Merkur pályájának síkjára, a forgási tengely tehát a pálya síkjával majdnem összeesik. Továbbá azon körülményből, hogy Merkur phasisainak kivilágítási határa nem szabályos, hanem inkább fogas, mi csakis magas tárgyak árnyékából eredhet; következik, hogy e bolygón magas hegyek fordúlnak elő, melyek egyike Schröter mérései szerint 60,000 lábnyi magassággal bir, tehát kétszer nagyobb, mint a Föld legmagasabb hegye. Végre az is fel lőn fedezve, hogy Merkurnak sürű légköre van.

11) **A Venus bolygó.** Ezen bolygó szintén közelebb áll a Naphoz, mint a Föld, minélfogva pályája a Föld pályája által bekeríttetik. A tünemények, melyek ezen bolygónál mutatkoznak, teljes hasonlósággal birnak azokhoz, melyeket már Merkurnál láttuk, miért is ezeknek megmagyarázására szinte a (26-ik idom) használható, csak azt kell felvennünk, hogy az *nqmb* görbe vonal Venus pályáját képviseli, *S*-ben a Nap képzelendő, *ABC* görbe pedig a földpálya egy részének tekintendő. Mindezek felytán látjuk, hogy a Venus bolygónak is két együttállása van a Földdel, melyek egyike alsónak, másika pedig felsőnek neveztetik. Látjúk továbbá, hogy azon esetben, midőn a Venus *b*-ben, a Föld pedig *B*-ben fordúl elő, leend e két égitest egymástól a legtávolabb, azon esetben pedig, midőn

a Venus q-ban a Föld pedig B-ben fordúl elő, leend e két égitest egymáshoz a legközelebb, de ez utóbbi esetben a Venus a Földről nem látható, mivel setét felét fordítja felénk.

Ha a Venust b-ben, azaz felső együttállásában képzeljük, akkor az ezen pontból elindulván m felé, azaz nyugatról kelet felé halad, és ezen m pontban a legnagyobb keleti eltérése lesz, mely maximumának esetében 48°-ot teszen és egyszersmind a naptávolnak felel meg. m pontból elindulnán a Venus q ponthoz közeledik, hol a Földdel alsó együttállásba jő. Innen pedig n-ben törekszik, hol a legnagyobb nyugati eltérése lesz, mely a mérések szerint 45-°t teszen és egyszersmind a napközelnek felel meg. Minthogy e két eltérés között nem oly nagy a külömbség, mint Merkurnál, világosan következik ebből, hogy a Venus pályája csak csekély külpontiságú kerülék.

Midőn e bolygó a legnagyobb keleti eltérésben fordúl elő: akkor az mindig a Nap lenyugvásakor a nyugati égen látható és felső együttállásából jő. Ha azonban e bolygó a legnagyobb nyugati eltérésben fordúl elő: akkor az mindig a Nap fölkelte előtt a keleti égen látható és alsó együttállásából jő. Az első esetben esthajnali, az utóbbiban pedig regghajnali csillagnak szokott neveztetni. Ezen bolygó feltünő és hatalmas fénye folytán mindenekelőtt ismeretes és nem gyéren nappal is látható.

12) **A Venus keringési ideje.** Ezen bolygó keringési ideje szintén azon időből határozható meg, mely ezen bolygónak két, egymásra következő, egynevű együttállása között telik el. Tegyük fel ugyanis, hogy a Venus pályájának c pontjában fordúl elő (26-ik idom) és a C-ben előforduló Földdel felső együttállásban van: akkor a Venus egy keringést téve, c ponthoz ter vissza, de a Földet már nem találja C pontban, minthogy ez alatt a Föld is tovább mozgott. Világos tehát, hogy a Venusnak egy egész keringést tennie s még ca ivet is leirnia kell, hogy az A-ban előforduló Földdel ismét felső együttállásba jőjjön. Szorgalmas észleletek által az találtatott, hogy a Venusnak két egymásra következő felső együttállása között 584 napot tevő idő múlik el, mely idő alatt a Föld 576 foknyi utat tesz meg, a Venusnak ezen egész idő alatti útja

tehát $360 + 576 = 936^0$-nyi leend, ennél fogva e bolygó keringési ideje ezen arányzatból lesz nyerhető:

$$936 : 360 = 584 : x, \text{ honnan:}$$
$$x = \frac{360 . 584}{936} = 224{\cdot}6,$$

azaz a Venus bolygó 224·6 nap alatt tesz egy keringést, s ez a Venus tropikus keringési ideje, míg synodikus keringési ideje az előbb közlött 584 nap. Végre könnyű belátni, hogy e bolygó syderikus keringési ideje annak tropikus keringési idejétől csak kevéssé különbözik.

13) **Vénus pályájának nagyobbik féltengelye.** Ezt könnyű lesz Kepler harmadik törvénye szerint meghatározni, miután már e bolygó keringési ideje ismeretessé lett. Vegyük e végre a földpálya nagyobbik féltengelyét 1-nek és jelöljük a Venus pályájának nagyobbik féltengelyét y-nal, és lészen:

$$(365{\cdot}24)^2 : (224{\cdot}6)^2 = 1^3 : y^3,$$
$$\text{honnan } y = \sqrt[3]{\frac{3152{\cdot}8}{8337{\cdot}5}} = 0{\cdot}723,$$

azaz a Venus pályájának nagyobbik féltengelye a földpálya nagyobbik féltengelyének 0·723 részét teszi. Ha tehát 20682000 mf. ezen törttel szorozzuk, a Venus pályájának nagyobbik féltengelyéül nyilván 14·96 millió mérföldet nyerünk.

Hátra van még a Venus legnagyobb és legkisebb távolságát a Naptól meghatározni. Erre nézve a Venus legnagyobb távoláúl a Naptól: $20682000 . \sin. 48^0 = 20682000 . 0{\cdot}728 = 15060000$ mérföldet, a Venus legkisebb távoláúl a Naptól pedig: $20682000 . \sin. 45^0 = 14860000$ mérföldet nyerünk, honnan könnyű módon lehet a Venus pályájának külpontiságáúl 100,000 mérföldet kapni, és mivel e külpontiság a nagyobbik féltengelynek 150. részét teszi, látni való, hogy e pálya csillagászati külpontisága $\frac{1}{150} = 0{\cdot}006$ tört által van képviselve. Mindezekből könnyű meggyőződni, hogy a Venus pályája szerfölött közeledik a kőrhöz, minek egyetlenegy más bolygónál sincs helye.

14) **Venus pályájának fekvése a térben.** Ezen bolygó pályájának fekvése a térben szintén azon szög által van meghatározva, melyet a pálya síkja az ekliptikának síkjával képez. Mire nézve szükséges, hogy a Venus bolygó pályájának csomópontjai legyenek ismeretesek, mit az által eszközölhetünk ha a Venus bolygót azon alkalommal észleljük, midőn az ekliptikában tartózkodik. Ha tehát az *mpnq* görbe vonal által (27-ik idom) a Venus pályáját állitjuk elő, leend $P\Omega B\curlyvee$ ezen pályának vetülete az ég felületére, *AE* görbe vonal az ekliptikát képviseli; a Nap pedig *S*-ben képzelendő. Könnyű belátni, hogy Ω pont: a felmenő csomó, melynek fekvése $v\Omega$ hosszúsága által van meghatározva, ha t. i. *v* a tavaszi napéjegyeni pontot képviseli. $\curlyvee$ nyilván a felszálló csomó, az $\Omega\curlyvee$ egyenes pedig a csomóvonal, mely egyúttal a Nap középpontján megyen keresztül. Hogy már most a Venus pályájának hajlási szögét meg lehesen határozni, képzeljük ezen bolygót pályájának *t* pontjában, hol hosszúsága = *vs*, szélessége pedig = *st*. Ha ezen két elemet közvetlen mérés által meghatározzuk: akkor a $ts\Omega$ derékszögű háromszögből a gömbháromszögtan elvei szerint vajmi könnyű az $s\Omega t$ hajlási szöget meghatározni. Ily módon találtatott meg, hogy a Venus pályájának hajlási szöge 3° 23′ 34″-nyi, mivel pedig e szög, mint látjuk, csak kicsiny, következik, hogy a Venus bolygó folyvást az ekliptika közelében mulat. Ezen hajlási szöget még az által is megtalálhatjuk, hogy a Venus bolygó legnagyobb szélességét határozzuk meg, melyet nyilván *AP* ív állít elő s ezen ív pedig a *PSA* szögnek mértéke. *AP* ív ismeretére az által jutunk, ha a Vénus bolygót először az ekliptikában azaz csomójában észleljük. Ezután pedig; minthogy a *P* pont, melyben a bolygónak legnagyobb szélessége van, a Ω csomóponttól éppen 90°-nyira áll el, mely ívet pedig a Venus 56 nap alatt ír le pályájában; 56 nap eltelte után mérjük meg e kérdéses bolygó szélességét s e szélességben nyilván a Venus bolygó pályájának hajlási szögét kapjuk.

Végre még megemlítjük, hogy a felszálló csomó hosszúsága 75° 19′-nyi, a napközel pontjának hosszúsága pedig 129° 27′ nyi, mely adatokból már könnyen megítélhető a Venus pályájának fekvése.

Láttuk az előbbiekben, hogy a Venus legnagyobb és legkisebbb naptávola között csak csekély a különbség, minek oka nyilván abban keresendő, hogy a Venus pályája csekély külpontiságú kerülék. Sokkal nagyobb különbséget mutatnak e bolygónak a Földtől való távolai. E bolygó ugyanis legközelebb van a Földhöz akkor, midőn vele alsó együttállásban fordúl elő és e távol nyilván 5 millió mérföldet teszen. Legtávolabb áll a Venus a Földtől pedig akkor, midőn vele felső-együttállásban van és e távol nyilván 36 millió mérföldet tesz. Könnyű belátni, hogy e távolok közötti különbség 31 millió mérföldnyi. Az alsó együttállásban, midőn e bolygó tehát legközelebb áll a Földhöz, nem látható a Venus mivel setét részét fordítja felénk. Mihelyt azonban alsó együttállásából elindul, azonnal kezdődik phasisainak játéka és pályájának negyedét irván le, quadraturába jő, mit is jó távcsővel világosan lehet látni.

15) **Venus átmérője.** Ezen bolygó átmérőjének hossza azon esetre határozható meg, ha ezen átmérő látszólagos nagysága a Földnek a Naptól való távolának megfelelőleg lesz ismeretessé. E végből pedig először is szükséges a Venus bolygó látszólagos átmérőjét azon alkalommal megmérnünk, midőn ez a napkorongon megy át, mely esetben egy élesen körvonalozott fekete köralakú folt vehető észre a napkorongon. Könnyü belátni, hogy ilyen átmenetnek csak akkor van helye, midőn a Venus alsó együttállása alkalmával a csomópontban, vagy annak közelében tartózkodik.

Több ilyen átmenet észlelése által az találtatott meg, hogy a Venus látszólagos átmérője 57·5 másodpercnyi, mely tehát a Venusnak a Földtől való azon távolára szól, mely az úgynevezett földtávolnak 0·289 részét teszi.

Mivel pedig különböző távolságokra nézve ugyanazon tárgy látszólagos átmérői a távolságokkal fordítva viszonylanak, leend a Venusra nézve

$57{\cdot}5 : x = 1 : 0{\cdot}289$, miből $x = 16{\cdot}6$ másodperccel,

azaz a Venus átmérője az úgynevezett földtávolnak (20682000 mf.) megfelelőleg 16·6 másodpercnyinek látszik.

Mivel pedig ugyanazon távolságokra nézve a valódi átmérők, a látszólagos átmérőkkel egyenes viszonyban vannak,

leend a Venus valódi átmérőjére nézve, ha meggondoljuk, hogy a Föld látszólagos átmérője az úgy nevezett földtávolnak megfelelőleg 17·2 másodpercet tesz:

$$17{\cdot}2 : 16{\cdot}6 = 1 : x, \text{ miből } x = 0{\cdot}965,$$

azaz a Venus átmérője a Föld átmérőjének 0·965 részét képviseli és így nyilván 1720 . 0·965 = 1659 mérfölddel egyenlő. Miből azonnal láthatjuk, hogy a Venus bolygó nagysága csak kevéssé különbözik a Föld nagyságától. Mindezekből világosan lehet sejteni, hogy e bolygó egyenlő körülmények alatt van a Földdel. A rajta élő lények léte nem lehet kellemetlen annyival kevésbbé, mivel e bolygó közelebb áll a Naphoz, mint a Föld, másrészt pedig kellemessé teszik az ottlétet a mély völgyek.

Ugyanis Schröter számításai szerint a Venuson 1 24000 lábnyi magas hegyek is vannak. A kivilágítási határ egyenetlenségei Venus forgásának tengelye körül felfedezésére vezettek. Schröter azt találta, hogy a Venus egy forgása 23 óra és 22 percig tart. A forgási tengely Venus pályájával csak kicsiny szöget képez és így az egyenlitő majdnem függélyesen áll a pálya síkjára.

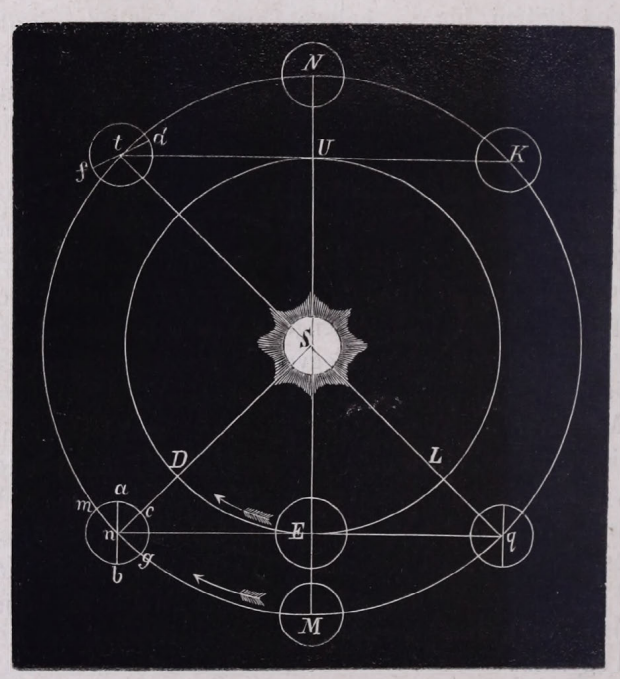
Miután így a Venus átmérője ismeretessé lett, könnyű azon viszonyt meghatározni, melyben a Venus felülete és térfogata, a Föld felületéhez és térfogatához áll. Ugyanis a stereometria elvei szerint a Venus felülete nyilván $(0{\cdot}965)^2 =$ 0·94 részét teszi a Föld felületének és így 8·72 millió □ mérfölddel egyenlő. A Venus térfogata pedig a Föld térfogatának $(0{\cdot}965)^3 =$ 0·91 részét teszi és így nyilván 2420 millió ☒ mérfölddel egyenlő.

Ha a Venust a legjobb távcsővel észleljük, mindig csak igen szerény korongocskának tűnik fel, melyről ki sem gondolná, hogy az oly roppant kiterjedésű test. Ime mily csodákkal van tele a világegyetem!

Venus után a naprendszerben a Föld következik, de erről már bővebben szólottunk.

16) **A Mars bolygó.** Azon bolygók, melyeknek pályái a Föld pályája által bekeríttetnek alsó, azok pedig, melyeknek pályái a Föld pályáját bezárják, felső bolygóknak nevezetnek. Ezen utóbbiakhoz tartozik a Mars is.

A Venus és Merkur phasisai egész pontossággal kivehetők és teljesen kivilágított korongjaik csak nagyon ritkán láthatók. Ennek egészen ellenkezőjét lehet tapasztalni a Marsnál, mely folyvást teljesen kivilágitott korongját fordítja felénk; jóllehet szintén homályos test, mely fényét a Naptól kölcsönzi, Ennek felvilágosítására figyelembe kell vennünk a (28. idom)-ot, melyben *S* a Nap helye, *ELU* a Föld pályájának iránya, *Mq KN* pedig a Mars bolygó pályáját képviseli.



28. idom.

Ha most a Földet *E*-ben és ugyanazon időben a Mars bolygót *M*-ben képzeljük: akkor azt szoktuk mondani, hogy a Föld a Mars bolygóval ellentétben (oppositio) van, mely alkalommal, mint látjuk a Mars bolygó legközelebb áll a Földhöz. Ha pedig a Mars *N*-ben és ugyanazon időben a Föld *E*-ben fordúl elő, úgy hogy a Nap e két bolygó közé esik, akkor azt szoktuk mondani, hogy a Mars a Földdel együttállásban (conjunctióban) van, mely alkalommal a Mars a lehető legtávolabb áll

a Földtől. Továbbá azt is látjuk, hogy az oppositió alkalmával e két égi test egyenlő hosszúsággal bir, míg a conjunctió idején hosszúságaik 180 fokkal különböznek egymástól. Ezen két körülmény által, az együttállás és az oppositió eléggé jellemezvék.

Világosan láthatjuk ezek után, hogy a conjunctió és oppositió idején a Marsnak egészen kivilágított korongja van a Föld felé irányozva. Ha azonban a Mars *n* pontba jő, a Föld pedig *E*-ben fordúl elő: akkor nyilván *mcg* leend a Mars kivilágitott félgömbe, a Föld felé forditott része pedig *acg*, minthogy az *En* irányvonal *ab*-re függélyes. A Földről tehát a kivilágitott félgömb nagyobb *acg* része lesz látható, és csak annak kicsiny *ma* része nem leend látható. Az észlelő tehát ez esetben a Mars kivilágitott részét oly alakban fogja látni amilyenben a Hold látható két vagy három nappal a holdtölte után, tehát kerüléki alakban. S ez nyilván a Mars phasisának tekintendő. Ez által be van bizonyitva, hogy a Mars homályos test, mely fényét a Naptól kölcsönzi. Ha elvégre a Mars bolygót *t*-ben, a Földet pedig *E*-ben képzeljük, könnyen meggyőződhetünk, hogy ez esetben a Mars kivilágitott felének még nagyobb része lesz a Földről látható, mint az előbbi alkalommal. A Mars tehát sarló alakjában, miként a Hold Merkur és Venus, soha sem jöhet elö.

Miután tehát igy Mars bolygó nagyon könnyen észlelhető, a legalaposabban van kikutatva minden bolygó között.

Jó távcsövek segélyével a Mars felületén bizonyos állandó foltokat lehet észlelni, melyeknek sajátszerü mozgásából e bolygónak tengelye körüli forgása lőn felfedezve. És pedig az találtatott, hogy a Mars 24 óra és 39 perc alatt tesz egy forgást.

17) **Mars bolygó keringési ideje.** Mars keringési ideje ezen bolygó két egymásra következő oppositiója között elmúlt időből határozható meg, A (28-ik idom)-ból könnyen be lehet látni, hogy Mars, oppositiója alkalmával éjfélkor tetőzik, avagy a délkörön megy át. Ilyetén tetőzés alkalmával jegyezzük fel mind az észlelési időt, mind a Mars hosszúságát. Marsnak következő oppositiója alkalmával hasonlóképpen feljegyezzük tetőzési idejét és e bolygó hosszúságát. Ezen feljegy-

zések folytán ismeretessé lesz 1-ször azon idő, mely két egymásra következő oppositió között múlt el; 2-szor azon ív, melyet a Mars pályájában ezen idő alatt hagyott hátra. S ezen adatokból könnyű lesz a kérdéses bolygó keringési idejét meghatározni. Ennek felvilágositására e következő esetet hozzuk elő.

Az 1715. évi évi április 21-én Marsnak oppositiója észleltetett és ez alkalommal a Mars hosszúsága 211·5 foknyi volt, a következő oppositiója ezen bolygónak az 1717. évi junius 11-ikén állott be, és ez alkalommal a bolygó hosszúsága 260·9 foknyinak találtatott. Ezekből már világosan láthatjuk, hogy a Marsnak két egymásra következő oppositiója között: 2 év és 51 nap vagyis 781 nap telik el, mely idő alatt e bolyó nyilván $360^0 + 49{\cdot}4^0 = 409{\cdot}4$ foknyi utat tőn meg. És igy a Mars keringési idejére nézve ezen aránylat áll:

$$409{\cdot}4 : 360 = 781 : x, \text{ miből:}$$
$$x = 686\,9 \text{ nap.}$$

A Marsnak keringési ideje tehát 686·9 nap és igy sokkal nagyobb, mint a Földé.

18) **Mars pályájának nagyobbik féltengelye.** Ezen pálya nagyobbik féltengelyét szintén Kepler harmadik törvényének alkalmazása által lehet megkapni. Ugyanis a földpálya nagyobbik féltengelyét 1-nek véve, leend:

$$(365{\cdot}24)^2 : (686{\cdot}9)^2 = 1^3 : x^3 : \text{avagy:}$$
$$133407 : 471831 = 1 : x^3, \text{ honnan:}$$
$$x = \sqrt[3]{\frac{471831}{133407}} = 1{\cdot}523,$$

tehát a Mars pályájának nagyobbik féltengelye több mint 1·5-ször nagyobb, mint a földpályáé. A Mars pályájának nagyobbik féltengelye nyilván $20682000 \cdot 1{\cdot}523 = 31{\cdot}5$ millió mérfölddel egyenlő, mely szám egyuttal a Marsnak a Naptól való közép távolát képviseli.

Hogy pedig ezen pálya külpontiságát is meglehessen határozni, erre nézve szükséges, hogy a Marsnak a Naptól való legnagyobb és legkisebb távola legyen ismeretes. Számos ész-

leletek és számitások által a legnagyobb távol 34·45 millió mérföldnek, a legkisebb távol pedig 28·57 millió mértföldnek találtatott. Mely adatokból a kérdéses pálya mértani külpontisága 2·94 millió mérföldet tesz, és igy e pálya csillagászati külpontisága $\frac{2{\cdot}94}{31{\cdot}5} = 0{\cdot}093$. Mars tehát jelentékeny külpontiságú kerületet ir le. Megjegyezzük még itt, hogy Mars bolygó szorgalmas észlelése által fedezé föl Kepler ama nevezetes három törvényét, melyek neki halhatatlan nevet szerzének. Mi Keplernek három szabályát a természettani csillagászatban be fogjuk bizonyitani.

19) **Mars bolygó méretei.** Ezen bolygó méreteinek meghatározására okvetetlenül szükséges annak átmérőjét ismerni. E végre azonban kell, hogy a Mars látszólagos átmérője határoztassék meg. E látszólagos átmérő nem mindig egyenlő és függ a Marsnak a Földtől való távolától. Közvetlen mérések által az találtatott meg, hogy azon esetre, midőn a Föld a Marshoz legközelebb áll, ez utóbbinak látszólagos átmérője 25·6 másodpercet tesz, mely átmérő tehát nyilván 8 millió mérföldnek felel meg. Ezt tudván könnyű lesz a Mars látszólagos átmérőjének meghatározása az ugynevezett földtávolnak (20862000 mf.) megfelelőleg. Ugyanis:

$$8 : 20 = x : 25{\cdot}6, \text{ honnan } : x = 10{\cdot}2,$$

azaz a Mars látszólagos átmérője 20 millió mérföldnek megfelelőleg 10·2 másodpercet teszen. Mivel pedig a valódi átmérők a látszólagos átmérőkkel egyenes viszonyban állanak, Mars valódi átmérőjére nézve, ha a Föld valódi átmérőjét 1-nek vesszük, ez arányzat áll:

$$17{\cdot}14 : 10{\cdot}2 = 1 : x, \text{ miből } : x = 0{\cdot}545,$$

azaz a Mars valódi átmérője a Föld átmérőjének azon része mely rész 0·545 tört által van képviselve. A Mars v. átmérője tehát nyilván 1710. 0·545 = 956 mérfölddel.

Meglévén Mars átmérője, már most könnyű lesz azon viszony meghatározása, melyben a Mars felülete és térfogata, a Föld felületéhez és térfogatához áll. Ugyanis a stereometria tanai szerint Mars felülete a Föld felületének $(0{\cdot}545)^2 = 0{\cdot}297$

tehát közel $\frac{1}{3}$ részét teszi, Mars térfogata pedig a Föld térfogatának $(0{\cdot}545)^3 = 0{\cdot}162$, tehát közel $\frac{1}{6}$ részét teszi.

Hátra van Mars pályájának fekvését a térben meghatározni, mely szinte Mars pályája úgynevezet hajlási szögétől vagyis azon szögtől függ, melyet a Mars pályájának síkja a Föld pályájának síkjával képez. Kellő észleletek és mérések által e szög 1° 58′-nyinek találtatott. Innen már eléggé lehet látni, hogy a Mars bolygó mindig az ekliptika közelében fordúl elő. E bolygó szép veres fénye folytán könnyen felismerhető. A felszálló csomót illetőleg megjegyezzük, hogy ennek hosszúsága 48° 24′-nyi. Ugyanezen bolygó napközeli pontjának hosszúsága 333° 17′-et teszen. Ezen adatok által Mars pályájának fekvése már tökéletesen meg van határozva.

20) **A csillányokról.** *Asteroiden.* Ezen név alatt azon kisebbszerü, de nagyobb számmal előforduló bolygókat kell értenünk, melyek a Mars és Jupiter pályái közötti hézagban keringenek. Már a híres emlékezetü Kepler is, midőn az akkoron ismert bolygók távolait a Naptól, egymással összehasonlitá, arra figyelmezteté a csillagászokat, hogy a fent idézett hézagban még egy bolygónak kell lennie. Ő ugyanis az akkori időben ismert bolygók, u. m. Merkur, Venus, Föld, Mars, Jupiter és Saturnus távolait a Naptól, egymással összehasonlitván, azt találta, hogy azon esetben, ha a Földnek a Naptól való távolát 10-nek vesszük, az összes bolygóknak a Naptól való távolai e sort képezik:

4, 7, 10, 16, 52, 94,

ha ezen számok elsejét t. i. a 4-et, a többi számokból sorba levonjuk, e következő sort nyerjük:

3, 6, 12, 48, 90.

mely sorban azt lehet észrevenni, hogy a második szám kettőzete az elsőnek, a harmadik a másiknak, és az ötödik is majdnem kettőzete a negyediknek, csak a negyedik szám teszi a harmadiknak négyszeresét. Ezen körülményből pedig azt következtette Kepler, hogy a 16 és 52 között még egy tagnak kell előfordulnia, azaz hogy a Mars és Jupiter között még egy bolygónak kell léteznie. Keplernek e nézete sokáig min-

den figyelmen kivül hagyatott és csak a legujabb időben kezdték a csillagászok, belátva ezen nézet valószinűségét, a kérdéses hézagot vizsgálni. Piazzi, palermoi csillagász volt az, a ki az 1801-ik évi január hóban az első csillányt felfedezé és azt Ceresnek nevezte el. Nemsokára ezután, az 1802-ik év mártius hóban Olbers csillagász a második, Pallas nevű csillányt fedezte föl. Az 1804. september havában Harding csillagász, a harmadik Juno nevű bolygódnak lőn felfedezőjéve. A negyediket, mely Vesta nevet nyert, ismét Olbers fedezé föl. Azóta pedig folyton új meg új csillányok fedeztetének fel úgy, hogy számuk jelenleg már mintegy 137-re megyen és sejteni lehet, hogy ilyen csillány még több fordúl elő az emlitett hézagban.

Az eddig felfedezett csillányok megvizsgálása által arra jutottak, hogy ezek mind csak kicsiny testek, melyek nagy külpontiságú pályákat irnak le, mely pályák tetemes nagyságú szögeket képeznek az ekliptikával.

Hogy ezen testek nagyságát kellőleg meglehessen itélni, célszerű lesz azok egynémelyikének átmérőjét elősorolni:

1) Vesta,	melynek	átmérője	58·5	mérföldnyi
2) Ceres,	»	»	49	»
3) Pallas,	»	»	34·4	»
4) Laetitia	»	»	27.3	»
5) Hygia	»	»	25·5	»
6) Eunomia	»	»	25·5	»
7) Hebe és Iris		»	21·5	»
8) Amphitrite	»	»	18	»
9) Metis	»	»	16	»
10) Egeria	»	»	15·8	»
11) Massalia	»	»	15·3	»
12) Irene	»	»	14	»

És igy ezen csillányok átmérői folyvást fogynak igy a Hestia csak 3·3 mérföldnyi, de vannak még ennél kisebbek is. Mindezekből láthatni, hogy ezen csillányok felfedezése csak az újabb időben feltalált hatalmas távcsövek segitségével vált lehetségessé. A csillányok legnagyobbikának átmérője a Föld átmérőjének csak mintegy 30-ik, felülete a Föld felületének

tehát csak 900-ik, térfogata pedig 27000-ik részét teszi a Föld térfogatának, azaz a Föld testéből 27000 olyan csillányt lehetne készíteni, mint a bolygódok legnagyobbika: Vesta. Minthogy továbbá a Hold átmérője 8-szor nagyobb, mint a Vesta átmérője, látni való, hogy e csillány felülete 64, térfogata pedig 512 kisebb, mint a Holdé.

Ezen csillányok pályáinak nagyobbik féltengelyei s illetőleg e bolygódok közép naptávolai mind 2·2 és 3·45 úgynevezett földtávol (20682000 mf.) között váltakoznak. Nevezetesen pedig a fent elősorolt 12 csillány pályáinak nagyobbik féltengelyei e következő értékűek:

A Vestáé = 2·36
Metisé = 2·38
Eunomiaé = 2·64
Massiliáé = 2·4
Ceresé = 2·76
Laetitiáé = 2·76
Amphitritéé = 2·55

A Ireneé = 2·58
Pallasé = 2·76
Hygiáé = 3·149
Egeriáé = 2·57
Hebeé = 2·42
Irisé = 2·38,

miből már láthatni, hogy ezen távolok nem igen különböznek egymástól. A mi végre pályáiknak hajlási szögeit az ekliptika irányában illeti, ezeknél már tetemesebb külömbség mutatkozik, mit e következő adatokból lehet látni:

Vesta	pályájának	hajlási	szöge:	7° 8′
Laetitia	»	»	»	10° 20′
Amphitrite	»	»	»	6° 7′
Massalia	»	»	»	0° 41′
Iris	»	»	»	5° 28′
Ceres	»	»	»	10° 37′
Hygia	»	»	»	3° 47′
Metis	»	»	»	5° 35′
Irene	»	»	»	9° 7′
Pallas	»	»	»	34° 43′
Eunomia	»	»	»	11° 44′
Egeria	»	»	»	16° 30′
Hebe	»	»	»	14° 46′.

Mint látjuk, Pallas csillány pályájának hajlási szöge a

legnagyobb, ellenben Massilia csillányé a lehető legkisebb az itt felsoroltak között, miért is e csillány mindig az ekliptika közvetlen szomszédságában tartózkodik.

A mi végre ezen csillányok pályáinak külpontiságát illeti, az mindegyiköknél tetemes, miért is mindezen testek hosszas kerülékeket irnak le a Nap körül. A fennebbi 13 csillány pályáinak külpontiságai e következő adatokból itélhetők meg:

Vestára nézve	= 0·08	Irenére nézve	= 0·16
Laetitiára »	= 0·11	Pallasra »	= 0·44
Amphitrite »	= 0·07	Eunomiára »	= 0·187
Massaliara »	= 0·144	Egeriára »	= 0·087
Ceresre «	= 0·08	Hebére »	= 0·2 és
Hygieara »	= 0.1	Irisre »	= 0·23,
Metisre »	= 0·122		

mely adatokból láthatni, hogy Pallas pályája rendkivül nagy külpontiságú kerülék, melynek gyúpontja majdnem összeesik a csúcsponttal.

A mi elvégre a csillányok keringési időit illeti, ezek 1192·86 és 2383·6 napnyi határok között váltakoznak.

21) **Jupiter bolygó.** Ez a napi rendszernek nemcsak legnagyobb, de legnevezetesebb bolygója is, minthogy négy holdjával együtt teljes világrendszert képez, melynek észlelése és tanulmányozása által azon általános törvényekre lehet jutni, melyek n inden más világrendszerre is alkalmazhatók. Ezen bolygó könnyen felismerhető. A Venus után a legfeltűnőbb fényü. Sárga, hatalmas fénye folytán sokszor nappal is látható az ég felületén. Ezen bolygót hatalmas távcsővel megvizsgálván, azt fényesen kivilágitott korongnak, de nem egészen köralakúnak, fogjuk látni, melynek közelében az emlitett négy hold észlelhető.

Ezen kivilágitott korongon pedig bizonyos fényes csikok vehetők észre, melyek egymással párhuzamosak s egyszersmind az ekliptikával is. Ezen kivül észlelhetők még e korongon bizonyos fekete foltok is, melyek gyorsan mozognak az emlitett csikok irányában a korong széle felé, a hol eltűnnek és a bolygó átellenes szélén ismét felmerülnek. Ezen nevezetes

tüneményből nyílván a Jupiternek tengelye körüli forgása következik, mely valóban roppant gyorsan történik, minthogy a Jupiter egy forgást, mint azt pontos észleletek igazolják, 9 óra és 54′ alatt végez.

Tudjuk az előbbiekből, hogy minden bolygónak tengelye körüli forgásával, annak laposssága van szoros összeköttetésben, szükségképpen arra kell következtetnünk, hogy a Jupiternek tetemes lapultsága van, mit a távcsővel való észleletek is eléggé bebizonyítanak. Jó távcső segélyével azt találjuk, hogy Jupiternek a csíkok irányában fekvő átmérője sokkal nagyobb, mint azon átmérője, mely a csíkok irányára függélyes. Az előbbi átmérő tehát Jupiter egyenlítőjét, az utóbbi pedig Jupiter forgási tengelyét képviseli, és minthogy az egyenlítő az előbbiek szerint az ekliptikával párhuzamos, látni való, hogy a Jupiter forgási tengelye az ekliptikára függélyes.

Jupiternek lapultsága pontos mérések által $\frac{1}{15}$-nak találtatott és így sokkal nagyobbnak a Földnek lapultságánál, miből tehát világosan láthatni, hogy Jupiternek egyenlítője és forgási tengelye között csakugyan tetemes a különbség. Minthogy továbbá Jupiter sokkal távolabb van a Naptól, mint a Mars következik, hogy e bolygón még kevésbbé vehetők észre phasisok, mint a Marsnál. S így minden időben Jupiternek teljesen kivilágított korongja látható, mindamellett, hogy az is homályos test, mely fényét csakis a Naptól kölcsönzi. Hogy pedig csakugyan homályos test, azt onnan lehet következtetni, mivel holdjai mögötte fogyatkozást szenvednek, mi csak úgy lehetséges, ha Jupiter árnyékot vet, vagyis ha homályos test.

22) **Jupiternek keringési ideje.** Jupiter keringési ideje igen könnyen meghatározható, ha azon időt észleljük, mely két egymásra következő oppositiója között múlt el. Tegyük fel e végre, hogy *E*-ben (28-ik idom) a Föld fordúl elő, melynek pálpája: *EDU*, *M*-ben pedig, tehát a Földdel ellentétben, legyen a Jupiter, mely *Mnt* irányban mozog. Határozzuk meg most ez állásban a Föld hosszúságát. A Föld most *E* pontból elindulván, útját *EDU* irányban folytatja, de a Jupiter is *M* pontból *Mn* irányban, tehát szintén nyugatról kelet felé mozog tovább. S mivel Jupiter lasabban mozog mint a Föld, világos, hogy a Földnek egy egész keringést tennie és azon-

kivül még bizonyos ívet leirnia kell pályájában, hogy a Jupiterrel ismét oppositióba jöjjön.

Tegyük fel, hogy *ED* azon iv, melyet a Földnek még hátra kell hagynia, hogy az *n* pontban előforduló Jupiterrel ismét oppositióban legyen. Most csak a *D* pont hosszúságát kell meghatározni, és már ismeretessé lesz az *E* és *D* pontok hosszúságai közötti külömbség által, az *ED* iv, mely fokok számára az *Mn* ivvel egyenlő, melyet Jupiter két, egymásra következő oppositiója alatt hagyott hátra. Ily módon pedig az találtatott meg, hogy azon idő alatt, melyben a Föld pályájában egy egész keringést tesz, a Jupiter csak 30 foknyi ivet ir le, minek folytán keringési ideje a következő arányból kapható.

$$30^0 : 365 = 360^0 : x, \text{ honnan : } x = 365 \,.\, 12,$$

mely eredményből azt látjuk, hogy Jupiter keringési ideje 12 évet teszen, mely idő azonban nem eléggé pontos, minthogy az emlitett 30°-nyi iv valamivel kisebbnek vétetett. Pontos mérések által Jupiter keringési idejéül 4330·6 napot, azaz 11 évet, 10 hónapot és 17 napot kapunk. Könnyü belátni, hogy a Föld 12-szer jő Jupiterrel ellentétbe, mig az egy keringést tesz.

23) **Jupiter pályájának nagyobbik féltengelye.** Miután Jupiter keringési ideje meg van határozva, könnyü lesz e bolygó pályájának nagyobbik féltengelyét is megtalálni. Kepler harmadik szabályának alkalmazása által. Ha ugyanis a földpálya nagyobbik féltengelyét 1-nek veszszük, a Jupiter pályájának nagyobbik féltengelyére nézve ezen arányzat fog állani:

$$(365{\cdot}24)^2 : (4330{\cdot}6)^2 = 1^3 : x^3, \text{ honnan:}$$

$$x = \sqrt[3]{\left(\frac{4330{\cdot}6}{365{\cdot}24}\right)^2} = 5{\cdot}2$$

azaz Jupiter pályájának nagyobbik féltengelye 5·2-szer hosszabb, mint a földpályáé. Mivel pedig a Föld pályájának nagyobbik féltengelye egyenlő 20682000 mérfölddel, a Jupiter pályájának nagyobbik féltengelye nyilván 107·5 millió mérföldet tesz.

Mivel pedig Jupiter pályája szintén kerülék, melynek egyik gyúpontjában a Nap áll, e pálya külpontiságának meghatározására szükséges lesz, a Jupiternek a Naptól való legnagyobb és legkisebb távolat meghatározni. Észleletek és számítások által Jupiter legnagyobb távoláúl 112·5, legkisebb távoláúl pedig 102·5 millió mérföld találtatott. És így Jupiter pályájának mértani külpontisága nyilván 5 millió mérföldet tesz. E pálya csillagászati külpontisága pedig $\frac{5}{107{\cdot}5} = 0{\cdot}05$ tört által van képviselve. Honnan már láthatni, hogy a Jupiter jelentékeny külpontiságú kerülékben mozog.

24) **Jupiter átmérőjének meghatározása.** Erre nézve szükséges, hogy Jupiter átmérőjének látszólagos nagysága határoztassék meg, mely különböző értékkel birhat, a mint t. i. ezen bolygó különböző távolságban van a Földtől. Közvetlen mérés által e látszólagos átmérő azon esetre, midőn a Jupiter a Földhöz legközelebb áll, minek oppositió alkalmával van helye, mely esetben e két bolygónak egymástól való távola 80 millió mérföldet, vagyis 3·944 úgynevezett földtávolt teszen, 50·7 másodpercnyinek találtatott. S most kérdezzük, minő látszólagos átmérője van a Jupiternek egy földtávolnak megfelelőleg? E kérdésre nyilván e következő arányzattal felelünk:

$$1 : 3{\cdot}944 = 50{\cdot}7 : x, \text{ miből } x = 200,$$

azaz az úgynevezett földtávolnak megfelelőleg a Jupiter látszólagos átmérője 200 másodpercnyi. Mivel pedig ugyanazon távolságra vonatkozólag a valódi átmérők a látszólagos átmérőkkel egyenes viszonyban állanak, leend tehát Jupiter valódi átmérőjére nézve, ha a Föld átmérőjét 1-nek veszszük:

$$200 : 17{\cdot}14 = x : 1, \text{ honnan}$$
$$x = 11{\cdot}65,$$

azaz Jupiter átmérője 11·65-szer nagyobb, mint a Föld átmérője. Mivel pedig a Föld átmérője 1720 mf., leend a Jupiteré nyilván $1720 \cdot 11{\cdot}65 = 20038$ mérföldnyi. Ezen érték nyilván a Jupiter egyenlitőjének átmérőjére vonatkozik. Hasonló számítással a Jupiter forgási tengelye 18861 mérföldnyinek talál-

tatott. Mely két értékből Jupiter lapultságául $\frac{20038—18861}{2}$ = 588 mérföldet kapunk.

Ismervén Jupiter átmérőjét, már könnyű lesz azon viszony meghatározása, melyben Jupiternek többi méretei a Földnek hasonnemű méreteihez állanak. Még pedig Jupiter felülete a stereometria tanai szerint $(11{\cdot}65)^2$ = 1357-szer nagyobb a Föld felületénél. Jupiter térfogata pedig $(11{\cdot}65)^3$ = 1580-szor nagyobb a Föld térfogatánál. És így a Jupiter testéből 1580 Föld telne ki. Sokkal pontosabban lehet a Jupiter felületét és térfogatát meghatároznunk, ha azt sphaeroidnak véve, ugyanazon képletekkel élünk, mint a Föld, mint sphaeroid felületének és térfogatának meghatározásánál.

Hátra van még Jupiter pályájának fekvését a térben, meghatározni. Mire nézve csak azon szöget kell megmérnünk, melyet Jupiter pályájának síkja az ekliptika síkjával képez. Ezen szögre nyilván az által jutunk, ha a Jupiter legnagyobb szélességét mérjük meg; avagy ha a Jupiter hosszúságát és szélességét bármely időre nézve megmérjük és belőlük a pálya hajlási szögét meghatározzuk. Ily módon a kérdéses hajlási szög 1° 18′ 40″-nyinek találtatott, honnan már világosan lehet látni, hogy e bolygó mindig az ekliptika közelében tartózkodik. Elvégre Jupiter pályája felszálló csomópontjának hosszúsága 98° 54′ 20″-nyi, napközeli pontjának hosszúsága pedig 11° 54′ 53″-nyi, mely adatok által e bolygó pályájának fekvése a térben teljesen meg van határozva.

25) **Saturnus bolygó.** Ezen nevezetes bolygó nagyságra nézve nem sokat különbözik a Jupitertől, de külső jelenetekre nézve azt felülmúlja. A napi rendszer legérdekesebb bolygója, 8 holdja van, melyek a bolygó középpontjától tetemes távolságra vannak, de mégis fölötte gyorsan keringenek körülötte. Továbbá ezen nevezetes bolygó két-három központi és összefüggő tömeges gyürűvel van körülvéve, melyek a főbolygótól nem nagy távolságban körülötte mozognak, mely nevezetes és kitünő jelenet egyetlenegy más bolygónál sem észlelhető. Saturnus könnyen felismerhető az égen halvány sárga fénye által. Ezen bolygónak jó távcső általi észlelése a legérdekesebb jelenetek közé tartozik. Ugyanis ez alkalommal világosan látjuk, miként

van körülvéve Saturnus gömbalakú teste az említett gyürűrendszerrel. Saturnus korongján pedig éppen oly különféle szinü párhuzamos csikokat veszünk észre, mint a Jupiternél. Ezen csikok közül a setétek a bolygó egyik szélétől a másik széle felé mozognak. Ez által tehát nyilván a Saturnusnak tengelye körüli forgása van bebizonyítva. A forgási idő e bolygónál 10 óra és 30 percnyinek találtatott meg. Ugyanezen idő alatt teszi meg az említett gyürűrendszer is egy forgatását a Saturnus körül. Ily észleletek által Saturnus forgási tengelyének és így egyenlitőjének fekvése is ismeretessé lett. És pedig az egyenlitő a bolygó pályájának síkjával 30°-nyi, a forgási tengely tehát ugyanazon síkkal 60°-nyi szöget képez, miből nyilván az évszakok tetemes változására a Saturnuson kell következtetnünk.

26) **Saturnus keringési ideje.** Ezen bolygó keringési ideje két egymásra következő oppositiója között elmúlt időből határozható meg. Tegyük fel, hogy a (28-ik idom)-ban E pontban fordúl elő a Föld, mely tehát éppen oppositióban van az M pontban előforduló Saturnus bolygóval. Mérjük meg most az E pont hosszúságát. E pontból elindulván a Föld, EDH irányban folytatja útját, mig Saturnus M-ből elindulván Mn irányban mozog, de mivel mozgása sokkal lassúbb, mint a Földé, Saturnus hátra marad és a Föld egy egész keringés megtétele utan D pontba jő és az n-ben előforduló Saturnussal ismét oppositióban lesz. Most csak a D pont hosszúságát kell meghatároznunk és e hosszúságból az E pont hosszúságát levonunk, és igy az $ED = Mn$ ívet kapjuk meg fokokban. Ilyen észlelések által az lőn meghatározva, hogy azon idő alatt, melyben a Föld egy keringést tesz, Saturnus csak 12° 13′-nyi ívet ir le pályájában, s ennek folytán keringési ideje e következő arányzatból kapható:

$$365{\cdot}24 : x = 12^{\circ}\,13' : 360^{\circ}, \text{ honnan:}$$
$$x = 10763{\cdot}75 \text{ nap,}$$

azaz Saturnus bolygó 29·47 év alatt tesz egy keringést. Tehát közel 30 év alatt. S így e bolygó az állatkör minden egyes csillagzatában, 2·5 évig mulat. Jupiter, mint könnyű belátni, csak egy évig tartózkodik az állatkör egy-egy csillagzatában.

27) **Saturnus pályájának nagyobbik féltengelye.** Miután így Saturnus keringési ideje ismeretes előttünk, könnyű lesz e bolygó pályájának nagyobbik féltengelyét Kepler harmadik törvényének alkalmazása által meghatározni. Ugyanis ha földpálya nagyobb féltengelyét 1-nek veszszük, leend:

$$(365{\cdot}24)^2 : (10763{\cdot}75)^2 = 1^3 : y^3, \text{ miből}$$

$$y = \sqrt[3]{\left(\frac{10763{\cdot}75}{365{\cdot}24}\right)^2} = 9{\cdot}45$$

azaz a Saturnus pályájának nagyobbik féltengelye 9·45-szer hosszabb, mint a földpályáé és így nyilván = 20862000 . 9·45 = 195·5 millió mérfölddel, mely szám a Saturnusnak a Naptól való középtávolát képviseli. Számítások és észleletek által az találtatott meg, hogy Saturnusnak a Naptól való legnagyobb távola 208·25 millió mérföldet, a Naptól való legkisebb távola pedig 186·5 millió mérföldet teszen. És így e bolygó pályájának mértani külpontisága nyilván $= \frac{208{\cdot}25 - 186{\cdot}5}{2} = 10{\cdot}87$ millió mérfölddel. Csillagászati külpontisága pedig egyenlő $\frac{10{\cdot}87}{195{\cdot}5} = 0{\cdot}05$. Saturnus pályája tehát szintén hosszas kerülék.

28) **Saturnus átmérője.** Ezen bolygó valódi átmérőjének meghatározására mindenekelőtt szükséges, hogy e bolygó látszólagos átmérője bizonyos távolságnak megfelelőleg ismeretessé legyen. Közvetlen mérés által az találtatott, hogy midőn a Saturnus a Földhöz legközelebb, tehát 166 millió mérföldre, vagyis 8·3 úgynevezett földtávolnyira áll, akkor e bolygó látszólagos átmérője 21·5 másodpercet tesz. S most kérdezzük, minő látszólagos átmérője van a Saturnusnak egy földtávolnak megfelelőleg? Ezen kérdésre nyilván e következő aránnyzattal felelünk:

$$8{\cdot}3 : 1 = x : 21{\cdot}5, \text{ honnan } x = 178{\cdot}5.$$

azaz Saturnus bolygó átmérője egy földtávolnak (20682000 m.) megfelelőleg 178·5 másodpercnyinek látszik. S most könnyű lesz egy ismert törvény segélyével Saturnus valódi átmérőjét meghatározni. Ugyanis:

$178{\cdot}5 : 17{\cdot}14 = y : 1$, honnan $y = 10$,

azaz Saturnusnak valódi átmérője 10-szer nagyobb a Föld átmérőjénél és így nyilván 17200 mérföldet tesz. Ezekután könnyű belátni, hogy Saturnus felülete 100-szor nagyobb a Föld felületénél, és Saturnus térfogata 1000-szer nagyobb a Föld térfogatánál. A megtalált átmérő azonban csak az egyenlítőt illeti, holott ezen bolygó forgási tengelyéül 14700 mf. nyeretett. Ezen két számadatból a Saturnus lapultságául 1250 mérföldet kapunk, mely, mint látjuk, fölötte tetemes, mi csakis e bolygó gyors tengelye körüli forgásának tulajdonítandó.

Hátra van még Saturnus bolygó fekvését a térben, meghatározni, mely szintén csak azon szögtől függ, melyet Saturnus pályájának síkja az ekliptika síkjával képez. Ezen szög, a mint tudjuk, Saturnus legnagyobb szélessége által méretik és így 2° 29′ 28″-nyinek találtatott. Honnan könnyű belátni hogy a Saturnus mindig az ekliptika szomszédságában tartózkodik. Végre megemlítjük még, hogy a felmenő csomó hosszúsága 112° 21′ 44″-nyi, a napközeli ponté pedig 90° 6′ 12″-nyi, mely adatok által Saturnus bolygó pályájának fekvése a térben, minden pontossággal meg van határozva.

29) **Uranus bolygó.** Ezen bolygó a Herschel előtti csillagászok által lassú mozgása és ragyogó fénye miatt, 6. rendű állócsillagnak tartatott. Herschel azonban az 1781. évben észrevevé, hogy ezen égi testnek tetemes mozgása van, minélfogva az álló csillagnak nem tekinthető. Ő tehát ezen égi testet, mint üstököst mutatta be a világnak. De mivel pályájának kiszámított hajtaléki elemei össze nem fértek, nemsokára azon eszmére jutottak a csillagászok, hogy a kérdéses égi testnek bolygónak kell lennie. Ez később pályája elemeinek pontosabb meghatározása, nemkülönben azon körülmény által, hogy hatalmas távcső alkalmazása által ezen égi test kicsiny, de élesen körvonalozott korongocskának látszott, melynek látszólagos átmérőjét már meg lehetett mérni, kétségtelenné lett. A látszólagos átmérő azon alkalommal, midőn e bolygó a Földhöz legközelebb van, tehát vele oppositióban fordúl elő, 4·7 másodpercnyinek találtatott.

Herschel e bolygót az Ikrek jegyében vette észre. *Ura-*

nus, felfedezése óta már egy egész keringést tőn, és így az állatkör minden egyes csillagzatában már előfordúlt, minthogy keringési ideje 84 évet teszen.

Mely keringési idő kiszámítására e bolygó két egymásra következő oppositiójának észlelése szükséges, mi által azon iv ismeretére jutunk, melyet e bolygó azon idő alatt hagy hátra, mely alatt a Föld egy keringést tesz. Ezen iv pedig 4·3 foknyinak találtatott, és így Uranus keringési ideje ezen arányzatból nyerhető:

$$4{\cdot}3 : 365 = 360 : z, \text{ honnan } z = 30558,$$

azaz Uranus keringési ideje 30558 napot, tehát 83·72 évet tesz.

30) **Uranus pályájának nagyobbik féltengelye.** Ezt könnyű lesz Kepler harmadik szabályának alkalmazása által meghatároznunk. Ha ugyanis a földpálya nagyobbik féltengelyét 1-nek vesszük, leend:

$$(365{\cdot}24)^2 : (30558)^2 = 1^3 : x^3, \text{ miből}$$

$$x = \sqrt[3]{\left(\frac{30558}{365{\cdot}24}\right)^2} = 19{\cdot}14,$$

azaz Uranus pályájának nagyobbik féltengelye 19·14-szer hosszabb, mint a földpályáé. Mivel pedig a földpálya nagyobbik féltengelye = 20682000 mérfölddel, Uranusé nyilván 396 millió mérföldnyi lészen, mely szám egyuttal az Uranusnak a Naptól való középtávolát képviseli. A Naptól való legnagyobb távola pedig mérések és számítások által 415 millió mérföldnek, legkisebb távola pedig 378 millió mérföldnek találtatott. És így az Uranus pályájának mértani külpontiságául $\frac{415 - 378}{2} = 18{\cdot}5$ millió mérföldet nyerünk. E pálya csillagászati külpontisága tehát nyilván $\frac{1}{21}$-del egyenlő.

31) **Uranus átmérőjének meghatározása.** E végre kivántatik, hogy Uranusnak bizonyos távolnak megfelelő látszólagos átmérője legyen ismeretes. Ez közvetlen mérés által történt meg, és a látszólagos átmérő azon esetre, midőn az Uranus a Földhöz legközelebb van, tehát 357 millió mérföldnek, vagyis 17·28 földtávolnak megfelelőleg, 4·7 másodpercnek

találtatott. Most pedig kérdezzük, minő lesz Uranus bolygó látszólagos átmérője egy földtávolnak (20682000 m.) megfelelőleg? Ezen kérdésre nyilván ezen arányzattal felelünk:

$$17{\cdot}28 : 1 = x : 4{\cdot}7, \text{ honnan } x = 81{\cdot}21,$$

azaz Uranus bolygó egy földtávolnak megfelelőleg 81·21 másodpercnyi látszólagos átmérővel bir. Ezután egy ismert törvényszerint Uranus valódi átmérőjére nézve ezen arányzat áll:

$$81{\cdot}21 : 17{\cdot}14 = y : 1, \text{ miből: } y = 4{\cdot}75,$$

azaz Uranus bolygó átmérője 4·75-szer nagyobb a Föld átmérőjénél és így nyilván 8170 mérföldet tesz. És most már könnyű belátni, hogy az Uranus felülete $(4{\cdot}75)^2 = 22{\cdot}56$-szor nagyobb a Föld felületénél és az Uranus térfogata $(4{\cdot}75)^3 = 107{\cdot}16$-szor nagyobb, mint a Föld térfogata.

Uranus tengelye körüli forgását még eddig nem sikerült közvetlenül meghatározni, mivel e bolygó fényes korongján fekete foltokat még nem lehetett látni, mely foltoknak mozgásából pedig Uranusnak tengelye körüli forgására következtethetnénk. Mindamellett a hires Mädler ezen bolygó lapultságát határozta meg és azt $\frac{1}{10}$-nek találta, miből szükségképpen következtetnünk kell, hogy ezen bolygónak gyors tengelye körüli forgása van.

Hátra van még ezen bolygó pályájának fekvését a térben meghatározni. Erre nézve pedig szinte azon szög szolgál, melyet az Uranus pályájának síkja az ekliptika síkjával képez. Ezen szög mértéke pedig nyilván az Uranus legnagyobb szélessége. Észleletek által e hajlási szög 0° 46′ 30″-nek találtatott. Innen már láthatni, hogy az Uranus folyvást az ekliptika közelében tartózkodik. Elvégre megjegyezzük még, hogy a felszálló csomó hosszúsága 73° 14′ 14″-nyi, a napközeli ponté pedig 168° 16′ 45″, mely adatok által Uranus pályájának fekvése a térben pontosan meg van határozva.

32) **Neptun bolygó.** A naprendszernek ezen legszélsőbb bolygója felfedezése által lett nevezetessé, mely e következő módon történt. Ugyanis Uranusnak Herschel általi felfedezése a hiresebb csillagászokat mind tevékenységbe hozta ezen bolygó pályaelemeinek kiszámítására. Szorgalmas észleletek

és számítások dacára még sem sikerült az eredményekett kellő összhangzásba hozni, minek folytán a csillagászok nagy zavarba jöttek. Egyesek azonban úgy nyilatkoztak, hogy Uranus közelében valamely vonzó testnek kell lennie, melynek vonzereje által Uranus mozgása jelentékenyen megháboríttatik. Miután pedig az észlelt s egyszersmind megmért háborgatásokból magának a háborító testnek tömege és helyzete minden pontossággal kiszámítható: e jelenlegi esetre vonatkozó nehéz számítások keresztülvitelét Le-Verrier francia csillagász vállalta magára. Fáradságos észleletek és számítások által a sejtett testnek mind tömegét mind helyzetét pontosan meghatározta. Számításainak eredményét Galle nevű berlini csillagászszal közlé. Ez hatalmas távcsövét még ugyanaz napon az ég felé irányozta, és a kijelölt bolygót valóban fel is fedezé. E bolygó pedig á napi rendszer legszélsőbb bolygója: *Neptunus*. Hogy pedig e felfedezési mód a mathematikai tudományok legszebb diadala: azt ki sem vonhatja kétségbe!

33) **Neptun keringési ideje és pályájának nagyobbik féltengelye.** Ezen bolygó keringési ideje, szintén úgy határozható meg, mint más bolygóké, ha t. i. két egymásra következő oppositiója észleltetik. Ily észleletek által az lőn meghatározva, hogy azon idő alatt, míg a föld egy keringést tesz, a Neptun csak 2·2 foknyi ívet ír le pályájában. Keringési ideje tehát e következő arányzatból nyerhető:

$$2{\cdot}2 : 365{\cdot}24 = 360 : z, \text{ honnan } : z = 59768,$$

a Neptun bolygó keringési ideje tehát 59768 nap, vagyis közel 164 év. E bolygó tehát felfedezése óta, mi az 1846. év september 23-ikán történt, még egy keringést sem tett. Neptun az állatkőr minden egyes csillagzatában majdnem 14 évig tartózkodik. Ezen bolygó keringési idejét ismervén, már pályájának nagyobbik féltengelyét is meghatározhatjuk Kepler harmadik szabályának kellő alkalmazása által. Ugyanis:

$$(365{\cdot}24)^2 : (59768)^2 = 1^3 : x^3, \text{ honnan:}$$

$$x = \sqrt[3]{\left(\frac{59768}{365{\cdot}24}\right)^2} = 30,$$

azaz Neptun pályájának nagyobbik féltengelye 30-szor hosz-

szabb, mint a földpályáé, és így nyilván 620·5 millió mérfölddel egyenlő, mely szám egyuttal e bolygónak a Naptól való közép távolát képviseli. Neptunnak a Naptól való legnagyobb távolául 627 millió, legkisebb távolául pedig 615·5 millió mérföld nyeretett. És így e bolyó pályájának mértani külpontisága = $\frac{627-615{\cdot}5}{2}$ = 5·75 millió mf. Csillagászati külpontisága pedig 0·0091 tört által van képviselve, és így láthatni, hogy Néptun pályájának alakja nagyon közel áll a körhöz.

Ezen égi test pályájának fekvésére a térben az találtatott, hogy e pálya síkja az ekliptikával 1° 47′-nyi szöget képez, miből következik, hogy Neptun mindig az ekliptika szomszédságában tartózkodik. A felszálló csomó hosszúsága: 130° 7′ 45″-nyi, a napközeli ponté pedig 50° 16′ 39″-nyi; mi által Neptun pályájának fekvése a térben, teljesen meg van határozva.

34) **Neptun valódi átmérője.** Erre nézve szükséges e bolygó látszólagos átmérőjét, bizonyos tavolságnak megfelelőleg meghatározni. Ez közvetlen mérés által e bolygónál nem történhetik. Később ismertetni fogjuk ama módot, melynek segélyével a Neptun látszólagos átmérője azon esetre, midőn e bolygó a Földhez legközelebb, tehát 594 millió mérföldre azaz 28·72 úgynevezett földtávolnyira áll, 2·7 másodpercnyi, nek találtatott. És kérdezzük most, minő látszólagos átmérője van a Neptunnak, 1 földtávolnak megfelelőleg? Ezen kérdésre nyilván e következő arányzattal felelhetünk:

$$28{\cdot}72 : 1 = x : 2{\cdot}7, \text{ honnan } x = 77.54,$$

azaz Neptun bolygónak látszólagos átmérője egy földtávolnak megfelelőleg 77·54 másodpercet tesz. Ezt tudván, könnyű lesz e bolygó valódi átmérőjét is meghatározni. Ha ugyanis a Föld átmérőjét 1-nek vesszük leend:

$$1 : y = 17{\cdot}14 : 77{\cdot}54, \text{ honnan } : y = 4{\cdot}5,$$

azaz Neptun bolygó valódi átmérője 4·5-ször nagyobb a Föld valódi átmérőjénél, és így nyilván 7740 mf. Könnyű ezek után belátni, hogy a Neptun felülete $(4{\cdot}5)^2$ = 20·25-ször nagyobb, mint a Földé, a Neptun térfogata pedig $(4{\cdot}5)^3$ = 91·12-szer nagyobb mint a Föld térfogata.

35) **A bolygók naponkinti tropikus mozgása és mozgásuk sebessége.** A bolygók naponkinti tropikus mozgása alatt azon ívet kell fokokban, percekben és másodpercekben érteni, melyet bármely bolygó naponkint, azaz 24 óra alatt ír le pályájában azon feltét alatt, hogy e pálya oly körnek tekintetik, melynek sugara a kérdéses bolygó közép naptávolával egyenlő. A bolygó sebessége alatt pedig azon útat kell érteni, melyet ez ugyanazon kör kerületén egyenletes mozgással másodpercenkint ir le. A naponkinti tropikus mozgást és sebességet az egyes bolygók számára e következő módon határozzuk meg.

a) **Merkur számára.** Ezen bolygó pályájának nagyobbik féltengelye: 8·0453 millió mérföld, tehát képzelt körpályájának kerülete $= 2\pi \,.\, 8{\cdot}0453 = 50{\cdot}53$ millió mérfölddel, mivel pedig Merkur keringési ideje 88 nap, világos, hogy Merkurnak sebessége $= \frac{50530000}{88 \,.\, 86400} = 6{\cdot}645$ mérfölddel. Ha pedig a 360 fokot 88-cal elosztjuk, Merkurnak naponkinti tropikus mozgásául 4·204 fokot azaz 252·24 percet, vagyis 15134·4 másodpercet nyerünk.

b) **Venus számára.** Ezen bolygó pályájának nagyobbik féltengelye 14·96 millió mérföldet tesz, következőleg képzelt körpályájának kerülete $= 2\pi \,.\, 14{\cdot}96 = 94$ millió mérfölddel. Mivel pedig Venus keringési ideje 224·7 napot tesz, világos, hogy Venusnak sebessége $= \frac{94000000}{224{\cdot}7 \,.\, 86400} = 4{\cdot}837$ mérföldel. Ha pedig a keringési idővel a 360 fokot osztjuk el, Venus naponkinti tropikus mozgásául, 1·6 fokot, azaz 96 percet vagyis 5760 másodpercet nyerünk.

c) **Földünk számára.** Ezen bolygó pályájának nagyobbik féltengelye: 20682000 mérföldet tesz, következőleg képzelt körpályájának kerülete $= 2\pi \,.\, 20682000 = 130000000$ mérfölddel. Így már világos, hogy Földünk sebessége $\frac{130000000}{365{\cdot}24 \,.\, 86400} = 4{\cdot}1$ mérföld. Ha pedig a Föld keringési idejével 360-at elosztunk, e bolygó naponkinti tropikus mozgásául 0·985 fokot azaz 59·1 percet, vagyis 3564 másodpercet kapunk.

d) **Mars számára.** Miután ezen bolygó pályájának nagyobbik féltengelye 31·5 millió mérföldnyi, képzelt körpályájának kerülete nyilván $= 2\pi \cdot 31{\cdot}5 = 198$ millió mérföldel. Mivel pedig Mars keringési ideje 686·9 nap, világos, hogy e bolygó sebessége $= \frac{198000000}{686{\cdot}9 \cdot 86400} = 3{\cdot}3$ mérföldet tesz. Könnyű továbbá belátni, hogy Mars naponkinti tropikus mozgása: $\frac{360}{686{\cdot}9} = 0{\cdot}524$ fokot, azaz 31·44 percet, vagyis 1886·4 másodpercet teszen.

e) **Jupiter számára.** Ezen bolygó pályájának nagyobbik féltengelye 107·5 millió mérföldnyi, következőleg Jupiter képzelt körpályájának kerülete $= 2\pi \cdot 107{\cdot}5 = 675{\cdot}7$ millió mérfölddel. Mivel pedig Jupiter keringési ideje 4330·6 nap, könnyű belátni, hogy Jupiter sebessége: $\frac{675700000}{4330{\cdot}6 \cdot 86400} = 1{\cdot}8$ mérfölddel egyenlő. Jupiter naponkinti tropikus mozgásául pedig nyilván: $\frac{360}{4330{\cdot}6} = 0{\cdot}083$ fokot, azaz 4·98 percet, vagyis 298·8 másodpercet kapunk.

f) **Saturnus számára.** Ezen bolygó pályájának nagyobbik féltengelye 195·5 millió mérföld, következőleg Saturnus képzelt körpályájának kerülete $= 2\pi \cdot 195{\cdot}5 = 1229$ millió mérfölddel. Mivel pedig Saturnus keringési ideje 10763·75 nap, világos, hogy ezen bolygó sebessége $\frac{1229000000}{10763{\cdot}75 \cdot 86400} = 1{\cdot}32$ mérföldet tesz. Saturnusnak naponkinti tropikus mozgásául pedig $\frac{360}{10763{\cdot}75} = 0{\cdot}0334$ fokot, azaz 2·004 percet, vagyis 120·4 másodpercet nyerünk.

g) **Uranus számára.** Ezen bolygó pályájának nagyobbik féltengelye 396 millió mérföldnyi, következőleg Uranus képzelt körpályájának kerülete $2\pi \cdot 396 = 2489$ millió mérfölddel egyenlő. Mivel pedig Uranus keringési ideje 30558 nap, világos, hogy ezen bolygó sebessége $= \frac{2489000000}{30558 \cdot 86400} = 0{\cdot}942$ mérfölddel. Uranusnak naponkinti tropikus mozgásául pedig:

$\frac{360}{30558} = 0{\cdot}0117$ fokot, azaz 0·702 percet, vagyis 42·12 másodpercet kapunk.

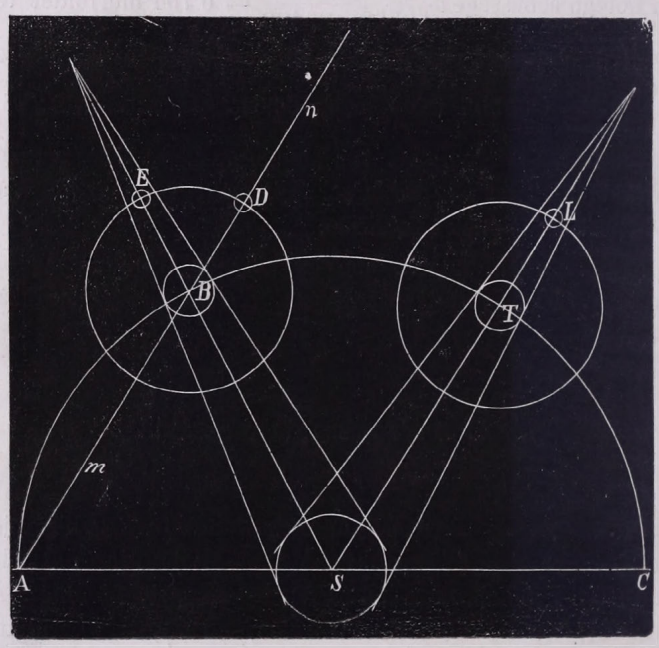
h) **Neptun számára.** Ezen bolygó pályájának nagyobbik féltengelye 620·5 millió mérföldnyi és így Neptun képzelt körpályájának kerülete $= 2\pi \,.\, 620{\cdot}5 = 3900$ millió mérföldel. Mivel pedig Neptunus keringési ideje 59768 nap, világos, hogy ezen bolygó sebessége: $\frac{3900000000}{59768 \,.\, 86400} = 0{\cdot}754$ mérföldet teszen. Neptunusnak naponkinti tropikus mozgásául pedig: $\frac{360}{59769} = 0{\cdot}00602$ fokot, azaz 0·3612 percet vagyis 21·67 ivmásodpercet találunk. Neptun bolygó mozgása tehát a többi bolygókhoz képest nagyon lassú. Sebessége, roppant pályájához képest csekélynek mondható.

Mindezekből látjuk, hogy a bolygók tropikus mozgásai a Naptól kezdve folyvást fogynak, a keringési idők tehát nőnek.

A Föld holdja s ennek fogyatkozása.

36) **A Hold mozgása, távola a Földtől és phasisainak megtekintése.** A Hold Földünknek hű és örökös kisérője. Szerény fénye által setétes éjszakáinkat kivilágítja és a Föld különféle tájékainak meglepő és regényes képet kölcsönöz. A Föld nehézségereje által arra van kényszerítve, hogy körülötte kerüléki pályában mozogjon, mely pályának egyik gyúpontjában áll a Föld. Mozgása ezen égi testnek nyugatról kelet felé van irányozva, miről szorgalmas észleletek által lehet meggyőződni. Ezen alkalommal egyszersmind annak tudomására is jutunk, hogy a Hold 24 óra alatt az ég felületén 13°-nyi ívet ír le. És így a Hold $\frac{360}{13} = 27{\cdot}5$ nap alatt tesz a Föld körül egy keringést, mely idő a Hold syderikus keringési idejének neveztetik és pontosabban 27·32 napot tesz. Erről könnyen lehet meggyőződni. Ha ugyanis azon álló csillagot észleljük, melynek közelében bizonyos időben a Hold tartózko-

dik, azt fogjuk tapasztalni, hogy a Hold ugyanazon álló csillaghoz 27·32 nap eltelte után érkezik vissza. Egészen másképen áll a dolog a Hold synodikus keringési idejével, vagyis azon idővel, mely a Holdnak két egymásra következő egynemű fényváltozata, vagyis két egymásra következő, a Földdel való conjunctiója vagy oppositiója között múlik el. Észleletek által a synodikus keringési idő 29·52 napnak találtatott. Ezen



28. *a* idom.

körülmény a Földnek a Nap körüli mozgásából e következőképpen magyarázható meg.

Legyen t. i. *S* a Nap (28-ik *a* idom), *ABTC* a Föld pályája és *T* a Föld helyzete pályájában. A Hold teli állapotában szükségképpen *L*-ben fordúl elő. Ezen pontból elindulván, 27·32 nap alatt egy egész keringést tesz, tehát ismét ugyanazon *L* ponthoz tér vissza. A Föld ezen idő alatt *TB* ivet irja le, mely nyilván 27·32. 0·985 = 26·9 fokot tesz, azaz azon idő alatt, melyben a Hold egy keringést tesz a Föld körül,

maga a Föld 26·9 foknyi ívet ír le pályáján. Itt nyilván kérdezhetjük most, hogy hol van a Hold pályájának L pontja, midőn a Föld B-ben fordúl elő? Ezen kérdésre az által felelünk, ha B ponton keresztül SL-hez mn párhuzamost húzzuk, mely a Hold pályáját D-ben fogja metszeni, a hol a Hold teljes keringése be lesz fejezve, egyszersmind pedig azt is látjuk, hogy a Hold D-ben még nem lehet teli állapotában, mert e célból a Holdnak még DE ívet kell leirnia; itt tehát még azon idő lesz meghatározandó, mely alatt a Hold pályájában a DE ívet írja le. Miután pedig ED ív az EBD szög mértéke, mely szög a BST ∢-gel egyenlő, a BST szög mértékét pedig a BT ív képezi: látni való, hogy a DE ív 26·9 foknyi, és így a Hold DE ívet 2·3 nap alatt írja le pályájában. Könnyű belátni tehát, hogy két egymásra következő holdtölte között $27·3 + 2·3 = 29·6$ nap telik el, és ez a Hold synodikus keringési ideje.

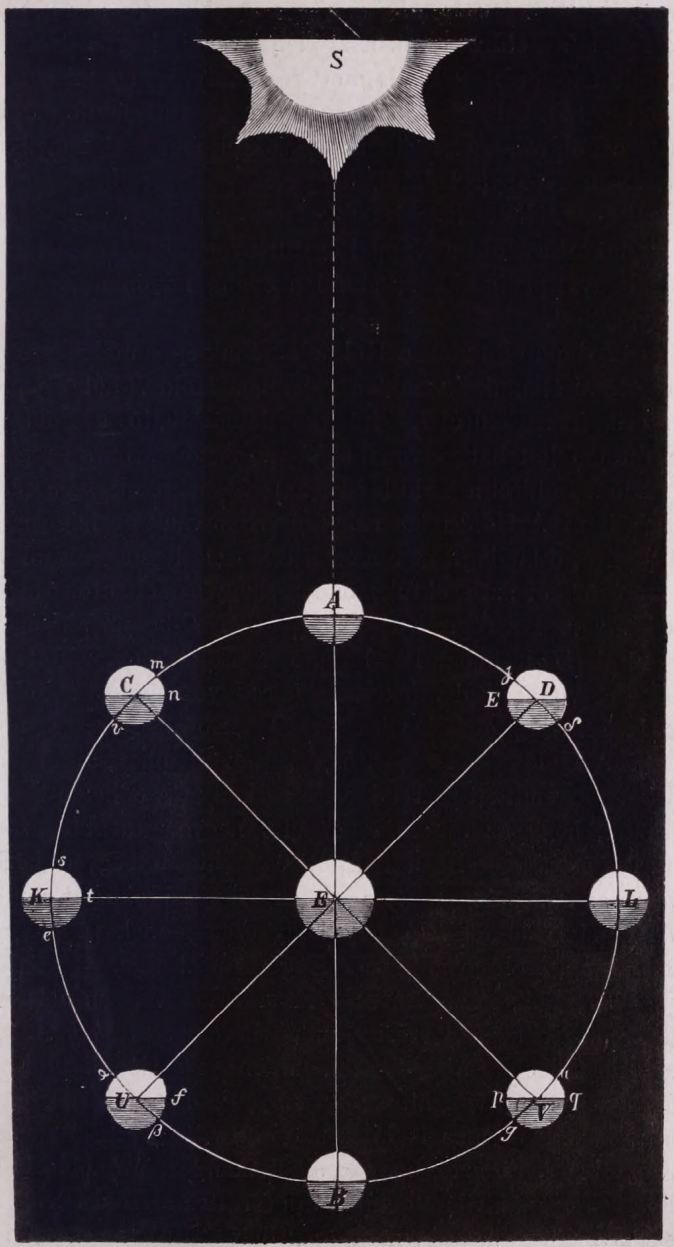
Hogy a Hold minden égitest között a legközelebb áll a Földhöz az könnyen felfogható, minthogy távola a Földhöz oly mérsékelt, hogy ennek irányában a Föld sugara is jelentékeny mennyiség. Számítás és észleletek által az találtatott, hogy a Holdnak a Földtől való középtávola vagyis pályájának nagyobbik féltengelye 60·27 földsugárral tehát 51805 mérfölddel egyenlő, mely távol a hold látközének (parallaxis). segítségével határoztatott meg, mint azt később látni fogjuk. A Hold parallaxisa alatt azon szöget kell érteni, mely alatt a földsugár látható a Holdról. Ezen szög pedig 0.95 foknyinak találtatott, holott a holdsugár a Földről csak 0·259 foknyi szög alatt látszik. Ezen két szögből a Hold valódi átmérője is kiszámítható. Ugyanis a Hold valódi sugara annyiszor foglaltatik a Föld valódi sugarában, a hányszor a Hold látszólagos sugara a Föld látszólagos sugarában. És így könnyű belátni, hogy a Hold sugara $\frac{0·95}{0·259} = 3·69$-szer kisebb, mint a Föld sugara mivel pedig a földsugár 860 mérföldet tesz, a holdsugár nyilván: $\frac{860}{3·69} = 233$, pontosabban 235 mérföldnyi leend. A Hold sugara a földsugárnak nyilván $\frac{1}{3·69} = 0·271$ részével egyenlő.

És így a Hold felülete a Föld felületének $(0{\cdot}27)^2 = 0{\cdot}073$ részét, a Hold térfogata pedig a Föld térfogatának $(0{\cdot}27)^3 = 0{\cdot}02$ részét képezi. A Föld testéből tehát 50 oly gömb telne ki, mint a Hold. Végre a Hold pályájának mértani külpontiságát $0{\cdot}055$ = közel $\frac{1}{20}$ tört képviseli.

Következik most a Hold phasisainak tárgyalása, melyek oly kitünő szerepet játszanak. Ezen nevezetes tünemények felvilágosítására szolgál a (29-ik idom), hol *S* a Napot, *E* a Földet az *A, C, K, U, B, V, L és D* pontok a Holdnak legnevezetesebb helyzeteit pályájában állíthatják elő. Könnyü belátni, hogy midőn a Hold *A*-ban fordúl elő, tehát a Nap és a Föld között foglaltatik, de úgy, hogy ezen három égi test középpontjai egy és ugyanazon egyenesben vannak: akkor a Holdnak setétes, tehát nem látható része van a Föld felé fordítva, és ekkor azt szoktuk mondani, hogy újhold van. Ugyane helyzetben a Holdról a Földnek teljesen kivilágított része látható, a mi különösen meglepő jelenet lehet, minthogy a Föld átmérője a Holdról $3{\cdot}69$-szer nagyobbnak látható, mint a Hold átmérője a Földről, és így a Föld korongja a Holdról $(3{\cdot}69)^2 = 13{\cdot}7$ szer nagyobbnak lesz látható, mint a Hold korongja látszik nekünk.

Tegyük fel, hogy a Hold *A*-tól *C* felé mozog, akkor az *C* pontba érkezvén, az *E*-ben előforduló Földről *EC* irányban lesz látható, a Holdnak a Föld felé fordított fele tehát *vm* egyenes által lesz meghatározva, melyre a Holdnak a Nap által kivilágított *mCn* része is esik. Az észlelő tehát a Holdnak azon phasisát fogja látni, mely közönségesen sarlónak neveztetik. Ezen alkalommal megjegyezzük, hogy a napsugarak a Földnek és Holdnak a Naptól való nagy távolai miatt párhuzamosaknak tekintendők. Midőn továbbá a Hold *C*-től *K*-ba érkezik, az a Földről *EK* irányban lesz látható, a Holdnak a Föld felé fordított fele tehát *se* vonal által lesz meghatározva, s így az észlelő a Földről a Hold kivilágított részének éppen *sKt* felét fogja látni és ekkor azt szoktuk mondani, hogy a Hold első negyedében van.

Tovább haladván a Hold, nyilván *U* pontban fog megjelenni, a hol az a Földről *EU* irányban látható, annak a Föld felé fordított fele tehát $\alpha\beta$ egyenes által van meghatározva, és



29. idom.

igy a kivilágított félgömbnek már nagyobb αUf részét fogja az észlelő a Földről látni. Észre lehet venni, hogy a Holdnak a Föld felé fordított kivilágított része folyvást nő, mi nyilván B-ig tart, a hol a Holdnak egész kivilágított félgömbe látható a Földről, és ez esetben azt szoktuk mondani, hogy holdtölte van. Könnyű belátni, hogy az új- és a telehold hosszúsagai közötti külömbség 180 fokot tesz, továbbá hogy holdújság alkalmával a Hold a Nappal együtt nyugszik le, és holdtölte alkalmával pedig akkor kel fel a Hold, midőn a Nap már lenyugodott.

A holdtölte után a Hold alakjának éppen ellenkező változtatásai állanak be, midőn ugyanis a Hold B-ből V pontra érkezik, itt a Földről EV irányban lesz látható, a Föld felé fordított fele tehát gu vonal által van meghatározva és igy az észlelő a Földről a Hold kivilágított felének csak pVu részét fogja látni. A Hold tehát már fogyásban van úgy, hogy midőn L pontra jő kivilagított részének csak fele lesz a Földről látható, és ekkor azt szoktuk mondani, hogy a Hold utolsó negyedében van. Ha végre a Hold L pontból D-be jő, akkor az a Földről ED irányban lesz látható, a Föld felé fordított fele tehát $\gamma\delta$ vonal által van képviselve és igy az észlelő a Földről a Hold kivilágított felének csak $\gamma D\delta$ sarló alakú részét fogja látni. A Hold D-ből A pontba érkezvén, itt phasisai újra kezdődnek az emlitett sorrendben. Meg kell még e helyütt említenünk, hogy az újhold és az első negyed, továbbá az első negyed és a holdtölte, a holdtölte és az utolsó negyed között, végre az utolsó negyed és a következő újhold között mindig 7·4 napnyi idő telik el, úgy hogy ezen időnek négyszerese 29·6 nap a Hold synodikus keringési idejét adja.

37) **Még más tünemények a Holdon.** Ezen nevezetes tünemények közé tartozik az úgynevezett *öszfény* is. Ha ugyanis a Holdat újhold után, midőn az sarlónak tünik fel, figyelmesen megvizsgáljuk: nem gyéren azt vehetjük észre, hogy homályos része is kissé meg van világitva. E tünemény oka abban keresendő, hogy ez alkalommal, t. i. újhold után, a Földnek egész kivilágított fele van fordítva a Hold felé, és igy azt kivilágítja, mely kivilágítás mellett sokszor az egész Hold is látható.

Egy másik nagyon nevezetes tünemény azon esetre vehető észre a Holdon, midőn az hatalmas távcsővel azon időben észleljük, midőn az csak részletesen van kivilágítva. Különösen a quadratura alkalmával világosan észrevehetjük, hogy a Hold kivilágítási határa korántsem szabályos, mint azt szabad szemmel látjuk, hanem fölötte szabálytalan, melynek közelében számtalan kivilágított pontok setét szélekkel vannak körülvéve. E nevezetes tünemény nyilván oda mutat, hogy a Hold felülete kinyuló részekkel, azaz hegyekkel van ellátva, minthogy az említett kivilágított pontok nem lehetnek mások, mint a hegyek kivilágított csúcsai. S valóban, közvetlen mérések által, melyeknek módjáról később lesz szó, az találtatott, hogy a Holdon 20000 lábnyi magas hegyek is fordúlnak elő, melyek által azonban a Hold gömbalakja nem háborittatik, mert azon α szögre, mely alatt ezen 20000 lábnyi hossz a Földről látható, nyilván ezen képlet áll:

$$tg\alpha = \frac{\frac{5}{6}}{51800} = 0{\cdot}000016,$$

mely érintőnek 3 másodpercnyi szög felel meg, miből már látni, hogy 20000 lábnyi hossz a Holdnak a Földtől való távola irányában elenyészőnek tekintendő.

38) **A Hold látszólagos nagyságai.** Miután a Hold a Föld körül kerületet ir le, melynek egyik gyúpontjában a Föld áll: látni való, hogy a Holdnak a Földtől különböző távolai lehetnek, és így a Holdnak sugarát is nyilván különböző nagyságúnak látjuk. Így midőn a Hold a legtávolabb van a Földtől, tehát az úgynevezett földtávolban (apogaeum) fordúl elő, mely távol 55000 mérföldet tesz: akkor látszólagos sugara 14′ 32″-et teszen. Ha pedig a Hold az úgynevezett földközelben (perigaeum) fordúl elő, tehát a Földtől a lehető legkisebb távolságra áll, mely távolság 48000 mérföldnyi: akkor látszólagos sugara a lehető legnagyobb és 16′ 30″-et tesz. Már az előbbiekben találtuk továbbá, hogy azon esetben, midőn a Hold a Földtől a közép távolban fordúl elő, mely távol nyilván 51800 mérföldet tesz: akkor látszólagos sugara 15′ 40″-nyi.

Könnyű belátni, hogy a Földnek a Naptól való közép

távola 400-szor nagyobb, mint a Holdnak a Földtől való közép távola.

Hogy még a Hold pályájának fekvését is a térben meghatározhassuk, nyilván azon szöget kell ismernünk, melyet a Hold pályájának sikja az ekliptika síkjával képez, s mely szög a Hold legnagyobb szélessége által méretik. Ezen szög kellő mérések után 5^0 8′-nyinek találtatott. Innen beláthatjuk, hogy a Hold folyvást az ekliptika szomszédságában tartózkodik Azon két pont, melyben a holdpálya az ekliptikát metszi: csomópontoknak neveztetnek, melyek egyike a felszálló, másika pedig a leszálló csomó. A felszálló csomóból elindulván a Hold, az ekliptika fölé emelkedik, a leszálló csomóhoz érkezve pedig az ekliptika alá száll. A felszálló csomó sárkányfejnek, a leszálló pedig sárkányfarknak neveztetik. Azon idő pedig, mely szükséges, hogy a Hold a sárkány-fejből elindulván, ugyanazon ponthoz térjen vissza sárkányhónapnak szokott mondatni és 27 napot, 5 órát és 6 percet teszen. A sárkány hónap tehát kisebb tartamú, mint a Hold tropikus keringési ideje, minek oka nyilván a csomópontok mozgásában keresendő, mely keletről nyugat felé naponkint 3′ 11″-cet teszen, minélfogva a felmenő csomó a Hold minden egyes keringése alatt 1^0 30′-nyi ivet ir le nyugat felé, mi miatt a visszatérő Holddal hamarább találkozik. Ha pedig a földtávoli pontot veszszük kiindulási pontúl: akkor a Holdnak keringési idejéül 27 napot, 13 órát és 18 percet nyerünk, tehát többet a Hold tropikus keringési idejénél, minek oka a földtávol pontjának mozgásában keresendő, mely pont nyugatról kelet felé hónaponkint 3^0-nyi ívet hagy hátra, melyet még le kell irnia a Holdnak, hogy ismét elérje a földtávol pontját. Ezen keringési idő anomalistikus hónapnak neveztetik.

Hogy végre a Holdnak naponkinti tropikus mozgását, valamint sebességét is pályájában meg lehessen határozni, szükséges a Hold képzelt körpályájának kerületét ismernünk, melyen ezen égi test egyenletesen mozogván, azt keringési ideje vagyis 27·32 nap alatt futja meg. Könnyű indokolni, hogy a képzelt körpálya kerülete: $2\pi \,.\, 51805 = 325631$ mf. És így

a Hold sebessége $= \frac{325631}{27{\cdot}32 \,.\, 86400} = 0{\cdot}138$ mérfölddel vagyis

500 öllel. A Hold naponkinti tropikus mozgása pedig $\frac{360}{27{\cdot}32} = 13{\cdot}18$ fokot, azaz 790·8 percet, vagyis 47448 másodpercet teszen.

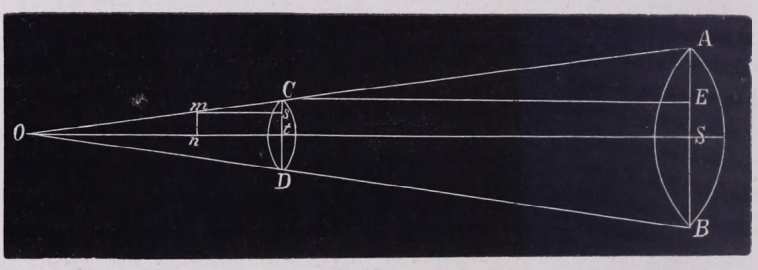
Elvégre még megemlítjük, hogy a Hold tengelye körül is forog. A Holdnak figyelmes észlelése által ugyanis arról lehet meggyőződni, hogy az mindig ugyanazon oldalát fordítja felénk, miután pedig Földünk körül mozog, az csak úgy lehetséges, ha minden egyes keringésénél egy forgást is tesz tengelye körül. E szerint a Holdon a nappal és éjjel tartama sokkal hosszabb, mint a Földön. A Hold egyenlitője 1·5 foknyi, forgási tengelye tehát 88·5 foknyi szöget képez az ekliptikával Megemlítjük még, hogy a holdpálya felszálló csomójának 33° 16'-nyi, a földközel pontjának pedig 225° 24'-nyi hosszúsága van.

39) **A Hold fogyatkozása.** A holdfogyatkozás oka csakis a Föld árnyékában keresendő. Ugyanis tudjuk, hogy minden test, ha azt az egyik oldaláról kivilágítjuk, a másik oldalon árnyékot vet. Igy van a dolog Földünkkel is. Ez, mint homályos test, egyik oldalán a Nap által kivilágíttatik, a másik oldalán pedig árnyékot vet. Ha most a Hold keringés-alatt kénytelen a Föld árnyékán keresztülmenni; holdfogyatkozás származik. Ennek megértésére tudnunk kell, mily alakú a Föld árnyéka, és másodszor oly hosszú-e ezen árnyék, hogy bizonyos körülmények között a Hold azt átjárni kénytelen?

Az első pontot illetőleg az árnyéktanból tudjuk, hogy azon esetben ha mind a világító, mind a megvilágított test gömbalakú, az árnyék alakjára nézve három eset fordúlhat elő Még pedig: *a*) ha mind a világító mind a megvilágított test egyenlő nagyságú: az árnyék nyilván hengeralakú és végtelen kiterjedésű; *b*) ha a világító gömb kisebb, mint a megvilágított: akkor az árnyék oly kúp alakjával fog birni, melynek csúcsa a megvilágított test előtt fekszik, és végre *c*) ha a világító test nagyobb, mint a megvilágított, akkor az árnyék szintén kúpalakú, de e kúp csúcsa a megvilágított gömb mögé esik. Ezen utolsó eset fordúl elő a Földnél is. A Föld árnyéka tehát kúpalakú s e kúp csúcsa a Földnek a Naptól elfordúlt oldalán keresendő.

A második pontra nézve csak azt kell megmutatnunk minő hosszú a Föld árnyéka. E végre kell, hogy a Nap és Föld sugara, nemkülönben e két égi testnek egymástól való távola is ismeretes legyen. Képviselje a (30-ik idom)-ban AB a Napot, tehát $AS = R$ a Nap sugarát, továbbá legyen CD a Föld, tehát $Ct = r$ a Föld sugara és végre $St = D$ a Földnek a Naptól való távola, COD nyilván a kérdéses árnyékkúp, melynek $tO = L$ hosszát kell kiszámítanunk. E végre az OtC és CEA hasonló háromszögekből leend:

$$AE : CE = Ct : Ot, \text{ avagy:}$$
$$R — r : D = r : L, \text{ honnan:}$$
$$L = \frac{D \cdot r}{R — r}.$$



30. idom.

mely képlet már az árnyékkúp hosszának meghatározására szolgál. Még pedig ha benne $r = 1$, következőleg $R = 112$ és $D = 24000$ tétetik, leend:

$$L = \frac{24000}{112 — 1} = 217,$$

azaz a Föld árnyékkúpjának hossza 217 földsugárt tesz. Mivel pedig a Holdnak a Földtől való távola csak 60 földsugár, következik, hogy a Hold valóban juthat a Föld árnyékába.

De még azt is megmutathatjuk, hogy a Hold nemcsak bemehet a Föld árnyékába, hanem ott hosszabb ideig is tartózkodhatik. E végre legyen a (30-ik idom)-ban m azon pont, melyben a Hold belép a Föld árnyékába, tehát $ms = nt = 60$ földsugár. Az $Ot\,C$ és Onm hasonló háromszögekből nyerjük:

$$Ot : tC = On : nm, \text{ miből:}$$

$$nm = \frac{On \,.\, tc}{Ot.}$$

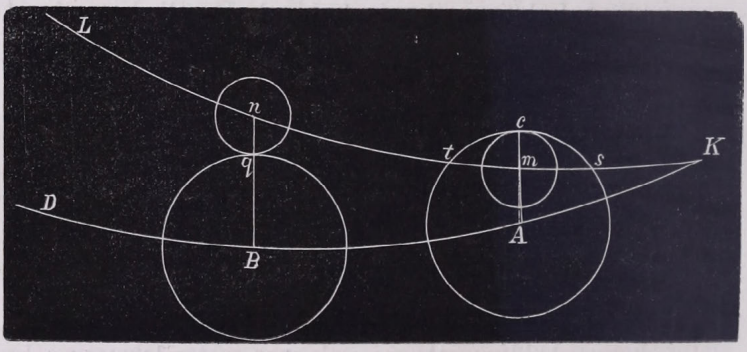
Ámde $tC = 1$, $On = Ot - nt = 217 - 60 = 157$, $Ot = 217$ és így:

$$nm = \frac{157}{217} = \frac{8}{11},$$

azaz az árnyékkúp keresztmetszetének sugara azon helyen, melyben a Hold az árnyékot átjárja, a földsugárnak $\frac{8}{11}$ részét, teszi. Mivel pedig a Hold sugara a Föld sugarának csak $\frac{3}{11}$ teszi, könnyű felfogni, hogy nemcsak bejuthat a Hold a Föld árnyékába, hanem ott hosszabb ideig is tartózkodhatik.

40) **A holdfogyatkozás határai.** Ez alkalommal azt akarjuk meghatározni, hogy milyen körülmények között van a a hold- vagy napfogyatkozásnak helye s valjon e tünemények gyakran állhatnak-e be? Itt mindenekelőtt megjegyezzük hogy azon esetre, ha a holdpálya síkja az ekliptikának síkjával összeesnék: akkor minden holdtölte alkalmával holdfogyatkozásnak, minden újhold alkalmával pedig napfogyatkozásnak kellene beállania. E két tünemény tehát a Hold minden egyes keringésénél lenne látható. Mivel azonban a holdpálya síkja $5^0\ 8'$-nyi szöget képez az ekliptikának síkjával, világosan lehet látni, hogy a holdfogyatkozás csak azon esetre lehetséges, ha a Hold holdtölte alkalmával csomópontjában vagy ennek közelében tartózkodik. Még pedig ha a Hold teljesen kivilágított állapotban magában a csomópontban fordúl elő: akkor a holdfogyatkozás teljes és középponttú lesz, mivel ez esetben a Hold, Föld és a Nap középpontjai az árnyékkúp tengelyében fekszenek. Ezen holdfogyatkozás a leghosszabb tartamú leend, mivel ez esetben a Hold középpontja kénytelen az árnyékkúp kereszt. metszetének egész átmérőjét leirni. Ha azonban a teli Hold csomójának közelében tartózkodik: akkor a holdfogyatkozás lehet ugyan teljes, de nem középpontú. Tartama tehát ez esetben rövidebb, mivel a Hold az árnyékkúp keresztmetszetének csak bizonyos húrján, nem pedig átmérőjén megy keresztül. A holdfogyatkozás részletes is lehet, mi mindig csak a Hold középpontjának a csomótól való távolától függ.

Az előbbiek nyomán könnyen meghatározhatjuk a Holdnak a csomóponttól való ama távolát is, melyre nézve a holdfogyatkozás már lehetetlenné válik. Tudjuk ugyanis, hogy a Hold sugara a földsugárnak mintegy $\frac{3}{11}$-ét teszi, az árnyékkúp keresztmetszetének azon sugara pedig, melyen a Hold keresztül megy, a földsugárnak $\frac{8}{11}$ részével egyenlő. Ebből joggal lehet következtetnünk, hogy az árnyék ezen keresztmetszetének látszólagos sugara $\frac{8}{11} : \frac{3}{11} = \frac{8}{3}$-szor nagyobb a Hold sugarának látszólagos nagyságánál. Mivel pedig a holdsugár legnagyobb látszólagos nagysága közel 17′-nyi, az árnyéksugár látszólagos nagysága tehát $\frac{8}{3} . 17 = 46'$-ét tesz.



31. idom.

Ezeket előrebocsátván, vegyük most figyelemben a (31-ik idom)-ot, hol az egész tünemény folyama a lehető legnagyobb pontossággal van előterjesztve. Ez idomban KD az ekliptikának, KL pedig a holdpályájának egy része, tehát K az egyik csomópont. Ha a teli Hold középpontja K-ban fordúl elő, a holdfogyatkozás teljes és középpontú leend. Midőn pedig a teli Hold pályájának m pontjában kerül elő, akkor a Föld árnyékának keresztmetszetét Ae sugarú kör által jelképezvén, látjuk, hogy a holdfogyatkozás még itt is teljes, de már csak pár pillanatig tartó, mivel a Hold a Föld árnyékának határát e pontban érintvén, ezen árnyékból csakhamar kibukkan. A megtalált m pont tehát nyilván a teljes holdfogyatkozásnak határát képezi. Valahányszor tehát a teli Hold K és m pontok

között foglaltatik, mindannyiszor teljes holdfogyatkozás áll be. Könnyű belátni továbbá, hogy az m ponttól n-ig csupán részletes holdfogyatkozásoknak leend helye, míg magában az n pontban a holdfogyatkozás be nem állhat, minthogy a Hold széle az árnyék szélét q-ban érinti és így többé be nem merülhet az árnyékba. n pont tehát a holdfogyatkozásoknak legszélsőbb határát képezi. Itt tehát e következő kérdésnek van helye: mily hosszú a Hold pályájának Kn íve, mely a holdfogyatkozások legszélsőbb határának felel meg?

E végre látjuk, hogy KnB gömbháromszögben ismeretes a K-nál lévő szög, mint a holdpálya hajlási szöge, mely 5^0 $8'$-et teszen, továbbá az nB befogó is ismeretes, minthogy ez a Hold és az árnyék látszólagos sugarainak összegéből áll, tehát nyilván $46 + 17 = 63'$-cel egyenlő. S így a BnK gömbháromszögben, hol egy befogó és az átellenes szög ismeretes, a gömbháromszögtan elvei szerint az átfogó sinusára nézve ez egyenlet áll:

$$\text{sin. } Kn = \frac{\text{sin. } Bn}{\text{sin. } K};$$

a kellő értékek helyetesítése által pedig:

$$\text{sin. } Kn = \frac{\text{sin. } 1^0\ 3'}{\text{sin. } 5^0\ 8'}, \text{ avagy:}$$

$$\text{log. sin. } Kn = \text{log. sin. } 1^0\ 3' - \text{log. sin. } 5^0\ 8', \text{ honnan:}$$

$$\text{log. sin. } Kn = 9{\cdot}3113467,$$

mely logarithmusnak pedig 12 foknyi szög felel meg. És így már látjuk, hogy mihelyt a teli Hold 12 foknál tovább áll csomópontjától, a holdfogyatkozásnak nem lehet helye.

Határozzuk meg ezenkivül, mily távolban fekszik a teljes holdfogyatkozásoknak határpontja m, a csomóponttól. Erre nézve az AmK gömbháromszög szolgál, hol az egyik befogó ismeretes, t. i. az Am, mely nyilván $= Ae - em = 46' - 17' = 29'$, nemkülönben a K-nál lévő szög, mely $5^0\ 8'$-et tesz És így:

$$\text{sin. } Km = \frac{\text{sin. } Am}{\text{sin. } K};$$

és a kellő értékek helyettesítése után:

$$\sin. Km = \frac{\sin. 29'}{\sin. 5^0\ 8'}; \text{ honnan:}$$

$$\log. \sin. Km = 8{\cdot}9744233,$$

mely logarithmusnak $5^0\ 30'$-nyi szög felel meg. És így már láthatjuk, hogy a teljes holdfogyatkozásoknak csak akkor van helye, ha a Hold csomópontjától legfeljebb $5^0\ 30'$-nyi távolban fordúl elő. Ha pedig a Hold fogyatkozásait annak szélességére vonatkoztatjuk, könnyen meggyőződhetünk, hogy teljes holdfogyatkozás esetére a Hold szélességének $30'$-nél kisebbnek, a részletes holdfogyatkozás esetére pedig a Hold szélességének $30'$-nél nagyobbnak, de $63'$-nél kisebbnek kell lennie. Mindezekből pedig következik, hogy a Hold fogyatkozásai csak ritkán állhatnak be, mint azt a természetben valóban is látjuk.

41) **A holdfogyatkozás tartama.** Hogy a holdfogyatkozás tartamáról kellő fogalmat nyerhessünk, elégséges leend itt csak a teljes és középpontú fogyatkozást venni tekintetbe. Azon feltét alatt, hogy a holdfogyatkozás teljes és középponti: akkor a teli Hold középpontja a csomóban fordúl elő és kénytelen lesz a Föld árnyéka keresztmetszetének egész átmérőjét leirni. Mivel pedig ezen átmérő a Föld átmérőjének $\frac{8}{11}$ részét és így 1251 mérföldet teszen, könnyű belátni, hogy ezen utat, vagyis 1251 mérföldet a Hold sebességével 0·138 elosztván, azon időt fogjuk kapni, mely ezen útnak a Hold középpontja általi hátrahagyására szükséges. Ezen idő pedig 9065 másodpercet, vagyis 2·5 órát tesz. Tehát a Föld árnyékának átmérője a teljes és középponti holdfogyatkozás alkalmával 2·5 óra alatt hagyatik hátra a Hold középpontja által. Ezen idő pedig a holdfogyatkozás középtartamának neveztetik.

Egészen másképpen áll a dolog azonban a holdfogyatkozás egész tartamával, mely akkor kezdődik, midőn a Hold keleti széle a Föld árnyékának nyugati szélével érintkezik, és akkor végződik, midőn a Hold nyugati széle az árnyék keleti szélével jő érintkezésbe. Ez esetben a Hold keleti szélének pontja kénytelen lesz az árnyék és a Hold átmérőinek összegét, azaz: $\frac{8}{11} + \frac{3}{11} = 1$ földátmérőt leirni, tehát 1720 mérföldet.

Ezen alkalommal a holdfogyatkozás egész tartamául tehát $\frac{1720}{0{\cdot}138} = 12464$ másodpercet vagyis 3·5 órát kapunk.

Végre még arról is lehet szó, hogy maga a középponti teljes holdfogyatkozás mennyi ideig tart? Ennek meghatározására azt kell tudnunk, hogy maga a teljes holdfogyatkozás akkor lép be, midőn a Hold nyugati széle az árnyék nyugati szélével érintkezik és akkor szűnik meg, midőn a Hold keleti széle az árnyék keleti szélével jő érintkezésbe. Ezen esetben tehát a Hold keleti szélének pontja oly utat ir le, mely az árnyék és a Hold átmérőinek külömbségével egyenlő, tehát nyilván $\frac{8}{11} - \frac{3}{11} = \frac{5}{11}$ földátmérőt, azaz 782 mérföldet tesz. A kérdéses időtartamúl tehát $\frac{782}{0{\cdot}138} = 5666$ másodpercet vagyis 1·57 órát kapunk. És így a középponti teljes holdfogyatkozás legfeljebb $1\frac{1}{2}$ óráig tarthat.

Azon feltétel alatt pedig, hogy a teljes holdfogyatkozás nem középponti, annak tartama is rövidebb lesz, mivel ez esetben a Hold középpontja már nem az árnyék átmérőjét, hanem annak csak bizonyos húrját kénytelen leirni. Így a (31-ik idom)-ból látjuk, hogy a holdfogyatkozás az m pontnál még mindig teljes, de már sokkal rövidebb tartamú, mivel ez esetben a Hold középpontja az árnyék keresztszelvényének csak st hurját futja át. A fogyatkozás tartama ez esetben az emlitett st húrnak nagyságából könnyen meghatározható.

Ha végre a holdfogyatkozás nem teljes, hanem részletes milyen az m és n pontok között jöhet létre, akkor a fogyatkozás nagysága közönségesen hüvelykek szerint szokott megitéltetni. A Hold egész átmérőjét t. i. 12 egyenlő részre osztva kell képzelnünk, mely részek mindegyike hüvelyknek mondatik, és ha most képesek vagyunk meghatározni, hány ilyen hüvelyk van bemerülve a Föld árnyékába: akkor az által már meg van adva a holdfogyatkozás nagysága. Így pl. könnyű belátni, hogy az m és n pontok közepe táján a holdfogyatkozás nagysága hat hüvelyk által kellőleg meg van határozva.

42) **A holdfogyatkozás használata.** Legyen szabad ezen alkalommal még azon érdekes emlitést tennünk, hogy a holdfogyatkozásokat igen célszerüen lehet a Föld egyes helyei

geo. hosszúságainak kiszámítására fölhasznalni. A holdfogyatkozás ugyanis mindazon helyeken, melyeken látható, egy és ugyanazon pillanatban kezdődik és végződik, mit az órák is jeleznének, ha ugyanazon délkör szerint járnának. Ámde az órák az illető helyek délkörei szerint járnak, és így ha ezen helyek egyike jobban fekszik kelet felé, mint a másik, akkor a keletiebb fekvésű helyen hamarább áll be a dél, mint a másikon. Ha tehát két helyen, melyek egyikének hosszúsága ismeretes, a másiké pedig kerestetik, a holdfogyatkozás kezdetét pontosan észleljük: akkor nem leend egyéb szükséges, mint az észlelési idők közötti külömbséget meghatározni és azt ivben kifejezni, és már könnyű lesz a kérdéses geographiai hosszúságot megkapni, minthogy ezen iv nyilván az észlelési helyek geo. hosszúságai közötti külömbséggel egyenlő. Hogy tehát a kérdéses hosszúságot megkapjuk: akkor ezen ivet, azon esetre, ha az ismeretlen hosszúságú hely keletiebb fekvésű, mint a másik, hozzá kell adni az ismert hosszúsághoz, ellenkezőleg pedig levonni.

Érdekes lesz e következő példa tárgyalása.

Ugyanis tudjuk, hogy az 1870-ik évi holdfogyatkozás Budapesten, a pesti idő szerint julius 12-ikén, esti 10 órakor kezdődött, Bukaresten pedig, a bukaresti délkör szerint 10 óra- és 28·5 perckor. Ha tehát Budapestnek geo. hosszúságát 36° 40′, ismertnek vesszük, nem kell egyebet tennünk, mint az észlelési idők közötti külömbséget: 28·5 percet, vagyis 0.457 órát ivben kifejeznünk, mit e következő arányzat által érünk el:

$$1 : 15 = 0{\cdot}457 : x, \text{ miből: } x = 7{\cdot}133^{\circ} = 7^{\circ}\,8'.$$

Mivel pedig Bukarestnek keletiebb fekvése van, mint Budapestnek, leend Bukarest hosszúsága nyilván egyenlő

$$36^{\circ}\,40' + 7^{\circ}\,8' = 43^{\circ}\,48'.$$

43) **A napfogyatkozás.** A napfogyatkozás csak is újhold alkalmával állhat be azaz akkor, midőn a Hold a Földdel együttállásban van, és ekkor is csak azon feltétel mellett, ha a Hold egyszersmind csomópontjában, vagy annak közelében tartózkodik. Ez esetben t. i. a Hold a napkorongon kénytelen

átmenni és így azon tünemény áll be, melyet napfogyatkozásnak nevezünk, de melyet inkább földfogyatkozásnak mondhatnánk.

A napfogyatkozás háromféle lehet, még pedig: 1-ször teljes, 2-szor részletes és 3-szor gyürűalakú. Teljes napfogyatkozásnak akkor van helye, midőn a Hold a Nap egész korongját befedi, úgy hogy arról semmi fény sem jöhet hozzánk. Részletes napfogyatkozás pedig akkor áll be, midőn a Hold a Nap korongjának csak bizonyos részét fedi el. Végre a gyürűalakú napfogyatkozás akkor áll be, ha a Hold, mindamellet, hogy középpontja a Nap középpontjával egybeesik, még sem fedi be a Nap egész korongját. Ezen utóbbi esetben tehát a Napnak fényes széle még mindig látható.

A napfogyatkozás egyszerűen az által támad, hogy a Nap és Föld között lévő Hold árnyékot vet a Földre, és így a Földnek bizonyos részét elhomályosítja. Hogy pedig kellőleg meg lehesen itélni, mennyiben homályosíttatik el a Föld: szükséges mindenekelőtt a Hold árnyékának hosszát meghatároznunk, mely nyilván a Holdnak a Földtől való távolától függ. Még pedig azon esetre, midőn a Hold a Földdel együttállásban van és egyúttal a földtávol pontjában foglaltatik; tehát a Naphoz a legközelebben áll: árnyékkúpjának hossza a lehető legkisebb, mert könnyű felfogni, hogy minél közelebb áll a Hold a Naphoz, annál kisebb árnyékának hossza is. Ha azonban a Hold együttállása alkalmával a földközel pontjában fordúl elő, tehát a Naptól a lehető legnagyobb távollal bir: árnyékkúpjának a hossza is a lehető legnagyobb. Itt tehát főleg az kivántatik, hogy a Hold árnyékának hosszát ezen két esetre nézve határozzuk meg, mert csak úgy lehet meggyőződni, hogy valjon bemerülhet-e a Föld a Hold árnyékába s valjon teljes vagy gyürűalakú-e a napfogyatkozás? A Hold árnyékkúpjának hosszát ugyanazon képlet szerint számitjuk ki, mint a Föld árnyékának hosszát, t. i.:

$$L = \frac{r \,.\, D}{R - r},$$

csakhogy itt D a Holdnak a Naptól való távolát, r a Hold sugarát, R pedig a Nap sugarát képviseli. S most már nem

kell egyebet tenni, csak az előttünk álló képletbe az említett két esetre nézve a kellő értékeket tenni. És pedig először azon esetre, midőn a Hold együttállása alkalmával a Földtől legtávolabb van: $D = 24000 - 64 = 23936$ földsugárral, $r = 0{\cdot}27$ és R pedig $= 112$ földsugárral. És így ez esetben:

$$L = \frac{0{\cdot}27 \,.\, 23936}{112 - 0{\cdot}27} = 57{\cdot}84 \text{ földsugár.}$$

A második esetre nézve pedig, midőn a Hold együttállása alkalmával a lehető legközelebb van a Földhöz: $D = 24000 - 56 = 23944$ földsugárral, r pedig, nemkülönben R is olyan nagy, mint az előbbi esetben. És így ez esetben:

$$L = \frac{0{\cdot}27 \,.\, 23944}{112 - 0{\cdot}27} = 57{\cdot}86 \text{ földsugár.}$$

Ezen utóbbi esetben tehát az árnyékkúp közel 17 mérfölddel vagyis $0{\cdot}02 = \frac{1}{50}$ földsugárral hosszabb, mint az előbbiben.

Minthogy pedig az első esetben a Holdnak a Föld felületétől való távola 63 földsugár, árnyékkúpjának hossza pedig csak 57·84 földsugár, látni való, hogy ez alkalommal a Hold árnyékának csúcsa a Földet el nem éri, minthogy tőle még 5·52 mérfölddel eláll. Ha most ezen árnyékkúp csúcsának vetületét képzeljük a Föld felületére: akkor a megfelelő vetületi pont egy vonalat irand le a Föld felületén, a mely vonalon lévő észlelők a gyürű alakú napfogyatkozás tűneményét fogják látni, minek oka abban keresendő, hogy a Hold látszólagos nagysága ez esetben kisebb, mint a Napé. Még pedig a Hold látszólagos sugara ez esetben 14′ 32″, a Napé pedig 16′ 3″. Miből látni, hogy a Hold ilyen körülmények között nem lesz képes a Nap egész korongját befedni. Ha tehát ez esetben a Hold középpontja a Nap középpontjával esik össze: a Napnak 1′ 3″-nyi széle még látható s így az említett gyürű-alakú napfogyatkozás jő létre.

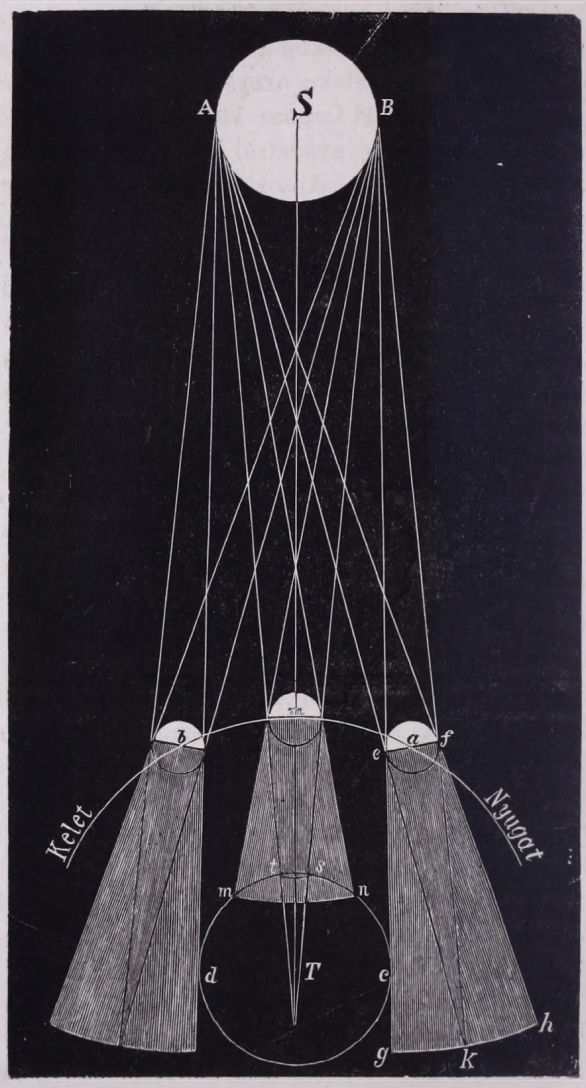
De másképpen áll a dolog akkor, ha a Hold együttállása alkalmával a földközel pontjában fordúl elő. Mivel ez esetben a Holdnak a Föld felületétől való távola 55 földsu-

gárral, árnyékának hossza pedig 57·86 földsugárral egyenlő: látni való, hogy ezen árnyékkúp a Föld felületét valóban eléri ez esetben, és rajta kőralaku árnyékot fog képezni, mely a Hold keringése és a Föld forgása következtében a Föld felületén egy övet ír le, mely nyugatról kelet felé van irányozva. Az ezen övben előforduló lakosok a teljes napfogyatkozás tüneményét fogják látni. A Hold ez esetben teljesen képes a napkorongot elfedni, úgy hogy annak tetemes széle még a napkorongon túl is elterjed, mivel ez esetben a Hold látszólagos nagysága tetemesen nagyobb, mint a Napé, mert a holdsugár látszólagos nagysága 16′ 30″, holott a Nap sugarának látszólagos nagysága 16′ 3″. A Holdnak a napkorongon túl kiálló széle tehát csaknem $^1/_2$′-nyi, miből világosan következik, hogy a teljes napfogyatkozás hosszabb ideig is tarthat.

44) **A napfogyatkozás folyama és tartama.** A napfogyatkozás folyamát a (32-ik idom)-ból lehet világosan látni, hol *S* kőr a Napot, *T* korong a Földet, az *amb* ív pedig a holdpályának egy részét terjeszti elő, melyen a Hold keringése nyugatról kelet felé történik. Ha most a Holdat *a* pontban képzeljük, a honnan az együttálásához közeledik, és a Nap legszélsőbb *A* és *B* pontjaiból az *AK* és *BK* érintőket húzzuk a Holdhoz, akkor az *eKf* árnyékkúp támad, melyet főárnyéknak, teljes árnyéknak lehet nevezni, mivel azt semmi fénysugár sem világitja meg, ellenkezőleg a mellette fekvő *gek* és *Kfh* részek fél- vagy mellékárnyék nevet viselnek, mivel ezek a Nap bizonyos része által kivilágíttatnak.

Ezen idom figyelmes megtekintéséből azonnal látjuk, hogy mihelyt a félárnyék a Földnek *c* pontjával érintkezésbe jő: azonnal kezdődik a napfogyatkozás az egész Földre nézve, mivel ez esetben a Holdnak keleti *e* széle a Napnak nyugati *B* szélével érintkezésbe lép. Minéljobban közeledik a Hold főárnyéka a Földnek *c* pontjához, annál jobban bemerül a Hold a Nap korongjába, míg az *m* pontra érkezvén, a Napot középpontilag fedi és így a teljes napfogyatkozást hozza létre.

Mihelyt azonban a Hold *m* pontból elindulván *b* pontba jő, a teljes napfogyatkozás megszűnik, minthogy a Nap nyugati *B* széle már kibukkan az árnyékból, és a Hold nyugati széle a



32. ídom.

Nap keleti szélével csak érintkezésben van. Továbbá még azt is látjuk, hogy a teljes és középponti napfogyatkozás alkalmával a Hold *ts* szélességü árnyékot vet a Föld ferületére, mi által ott egy árnyékkör támad, mely *nm* irányban mozogván, a

Föld felületén egy árnyékövet ir le. Csakis ezen öv lakosai fogják látni a teljes napfogyatkozást. A Föld azon részének lakosai pedig, mely részre a félárnyék esik, csak részletes napfogyatkozásnak lesznek tanúi. Elvégre azon lakosok, kik ezen két árnyék egyikébe sem esnek: nem észlelhetik a napfogyatkozást. Azon öv, melyen a teljes napfogyatkozás látható 12 legfeljebb 14 mérföldnyi szélességgel birhat.

Hátra van még, hogy a napfogyatkozás tartamáról is a kellő felvilágositást megadjuk. Itt elégségesnek tartjuk csupán a teljes és középponti napfogyatkozásról szólani. Ilyen napfogyatkozásnak tartama pedig két főkörülménytől függ. Még pedig 1-ször azon sebességtől, melylyel a Hold a Nap korongján átvonul, 2-szor pedig azon sebességtől, melylyel a Föld forog tengelye körül. Itt eleinte csak a Hold keringési sebességét veszszük tekintetbe, elmellőzve a Földnek tengelye körüli forgását.

Hogy a napfogyatkozás lehető leghosszabb tartamát meg lehessen határozni, azt kell felvennünk, hogy a Hold ez alkalommal a lehető legnagyobb, a Nap pedig a lehető legkisebb lotszólagos átmérővel bir. Ez esetben tehát a Hold látszólagos átmérője 33′-nyi, a Napé pedig 31′ 30″-nyi. Minthogy továbbá a teljes és középponti napfogyatkozás akkor kezdődik, midőn a Hold keleti széle a Nap nyugati szélével jő érintkezésbe, és nyilván akkor végződik, midőn a Hold nyugati széle a Nap keleti szélével jő érintkezésbe, láthatni, hogy ezen idő alatt a Hold keleti szélének pontja azon utat irja le, mely a Hold és a Nap látszólagos átmérői összegének, tehát 33′ + 31′ 30″ = 64′ 30″-nek felel meg.

Hogy az ezen útnak hátrahagyására szolgáló időt megkaphassuk, szükséges mindenekelőtt tudni, mennyi idő kivántatik 1 ívperc hátrahagyására a holdpályán.

E végből tudjuk, hogy a képzelt holdpálya kerülete 325600 mérföld, és igy e pályán egy percnyi ivnek hossza: $\frac{325600}{21600} = 15$ mf. Mivel továbbá a Hold minden másodperc alatt 0·135 mérföldet hagy hátra, világos, hogy egy percnyi ivet vagyis 15 mfdet $\frac{15}{0{\cdot}135} = 110$ másodperc alatt hagyand

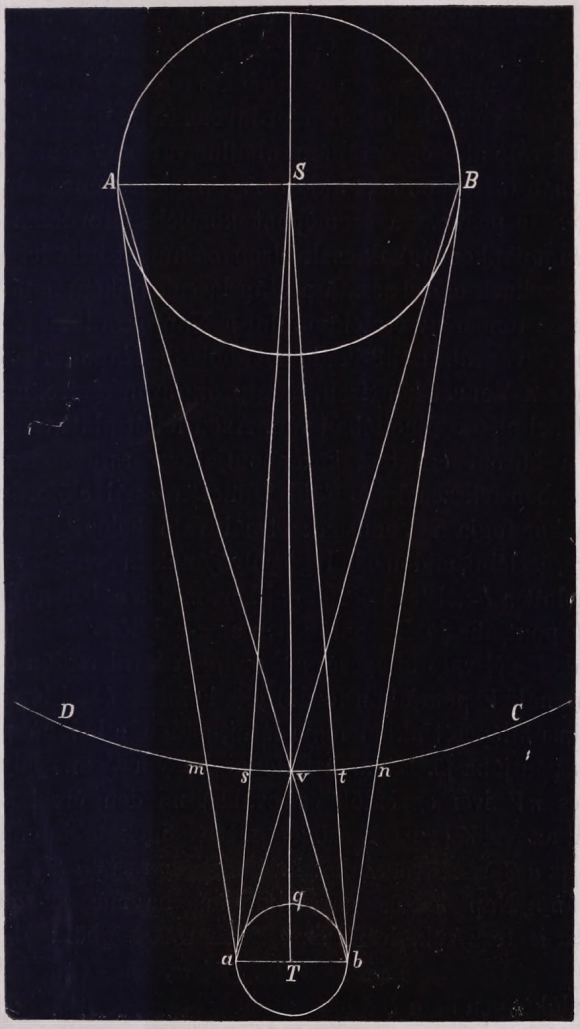
hátra. Ezt tudván most már könnyü lesz belátni, hogy a kérdéses napfogyatkozás tartama 110 . 64·5 = 7095 másodpercet azaz közel két órát teszen.

Az eddig mondattakból magának a teljes napfogyatkozásnak tartamát is könnyen meghatzrozhatjuk. Világos ugyanis hogy maga a teljes napfogyatkozás azon esetben áll be, midőn a Hold nyugati széle a Nap nyugati szélével jő érintkezésbe és akkor szünik meg, midőn a Hold keleti széle a Nap keleti szélével érintkezik. Ennek tartama alatt tehát a Hold keleti szélének pontja azon utat irja le, mely a Hold és a Nap látszólagos átmérőinek külömbségével egyenlő, mely út tehát 33′—31·5′ = 1·5 percet tesz ivekben. Ezen ívnek leirására pedig 1·5.110 = 165 másodperc avagy 2·75 elsőperc kivántatik. És igy maga a teljes fogyatkozás tartama majdnem 3 időpercet teszen.

A napfogyatkozás ezen tartamai csak úgy lennének helyesek, ha a Föld tengelye körül nem forogna. Ámde a Föld forog tengelye körül, még pedig nagy sebességgel és igy a napfogyatkozás tartama nagy változást szenved. Már az előbbiekből tudjuk, hogy a Föld egyenlitőjének minden pontja majdnem 1500 lábnyi, vagyis 250 ölnyi sebességgel forog. Tudjuk továbbá azt is, hogy a forgási sebességet bármely helyre nézve könnyen meghatározhatjuk, hacsak az egyenlitő alatti sebességet a geo. szélesség cosinusával szorozzuk.

Ha tehát felteszszük, hogy a fogyatkozási öv iránya az egyenlitőnek irányával összeesik: az ottani észlelő 250 ölnyi sebességgel mozog nyugatról kelet felé, a Hold pedig szinte ezen irányban 500 ölnyi sebességgel mozog, és igy az észlelőt nem 500, hanem csak 250 ölnyi sebességgel ér el. Ennek a következménye pedig az leend, hogy a napfogyatkozás tartama nem 2 hanem 4 óra lesz, magának a teljes napfogyatkozásnak tartama pedig nem 3 hanem 6 percet teend. Ha azonban a fogyatkozási öv valamely párhuzamos körnek irányával esnék össze: akkor ennek lassúbb forgási sebessége miatt a fogyatkozás tartama valamivel rövidebb volna. Könnyü belátni, hogy az egyenlitő alatti napfogyatkozások a leghosszabb tartamuak. Igy pl. az 1870-ik évi, december 22-iki fogyatkozás 4 óráig és 28 percig tartott az egyenlitő alatt.

45) **Venus átmenete a napkorongon.** Miután e jelenet is a fogyatkozások egyik nemét képezi, célszerűnek véltük ezt



33. idom.

itt tárgyalni. Ezen jelenet észlelésének nagy fontossága van, minthogy ez azon egyetlenegy eszköz, melynek segélyével a Nap parallaxisának és ebből a Föld távolának a Naptól, pon-

tos ismeretére juthatunk. Ez pedig annál is inkább szükséges, minthogy a Földnek a Naptól való távola mértékegységül szolgál a világegyetemben.

Venus átmenete a napkorongon, mint már az előbbiekben is emlitettük, csak azon esetre történhetik, ha e bolygó alsó együtt állásában van a földdel, s egyszersmind a csomópontban, vagy annak közelében fordúl elő. És pedig, ha e bolygó a Földdel való alsó együttállása alkalmával pályájának csomópontjában tartozkodnék: akkor ez a napkorongnak átmérőjét irná le. Ha pedig az a csomópont közelében fordulna elő, ez esetben a napkorongnak csak bizonyos húrját irná le.

Ezeknek előrebocsátása után lássuk, miként határozható meg ezen tűnemény észlelése által a Nap parallaxisa. E végre vegyük figyelembe a (33-ik idomot) hol S a Napot, T a Földet, V pedig a Venust képviseli, még pedig azon esetre, midőn ez a Földdel alsó conjuctióban van. Azon feltét alatt tehát, hogy mind a három égi test középpontjai egy és ugyanazon TS egyenesben fekszenek. A Föld felületén a-nál előfordulo észlelő akkor fogja a Venusnak A-nál való belépését a napkorongra, észlelni, midőn e bolygó pályájának m pontjában fordúl elő, holott a b-nél lévő észlelő akkor, midőn e bolygó pályájának V pontjába jő. Hasonlóképen az a-nál lévő észlelő a Venusnak B-nél való kilépését akkor fogja látni, midőn e bolygó pályájának V pontjában fordúl elő, holott a b-nél lévő észlelő a Venus kilépését akkor fogja látni, midőn e bolygó pályájának n pontjába jő. Könnyü felfogni, hogy a Venus pályájának mV és nV ivei egyenlők és továbbá minden érezhető hiba nélkül az mAV és nBV szögek mértékeinek tekintendők. Ha most az aS és bS vonalakat húzzuk, akkor az $aSb = v$ szög nyilván a Nap kettős parallaxisa, és ha még az aVb szöget $= w$ teszszük, leend az aVT háromszögből:

$$aT = VT \,.\, tg\, \tfrac{1}{2}\, w,$$

hasonlóképpen az aST háromszögből:

$$aT = ST \,.\, tg\, \tfrac{1}{2}\, v;$$

mely két egyenletből:

$$VT \,.\, tg\, \tfrac{1}{2}\, w = ST \,.\, tg\, \tfrac{1}{2}\, v, \text{ honnan:}$$

$$tg\, \tfrac{1}{2}\, v = \frac{VT}{ST}\, tg\, \tfrac{1}{2}\, w;$$

mivel pedig a v és w szögek nagyon kicsinyek, érintőjük helyébe magokat a szögeket szabad tenni sugári részekben, és így:

$$\tfrac{1}{2}\, v = \frac{VT}{ST} \cdot \tfrac{1}{2}\, w, \text{ avagy: } v = \frac{VT}{ST}\, w;$$

mivel pedig Kepler harmadik szabálya szerint $VT : ST = 1 : 4$, következik, hogy:

$$v = \tfrac{1}{4}\, w.$$

Ámde w szög az AVB szöggel egyenlő, mely nyilván az AB darab által méretik: így tehát a Nap kettős parallaxisa azon szög $\frac{1}{4}$-ével egyenlő, mely alatt a Venusról látszik a Föld átmérője.

Még más módon is lehet eljárni a Nap parallaxisának meghatározásánál, ha ugyanis az a-nál és b-nél előforduló észlelők azon időt jegyeznék fel, melyben a Venusnak A-nál való belépése történik. Az a- és b-nél lévő észlelők ugyanazon délkör alatt fordúlván elő: az észlelési idők közötti különbség nyilván azon időt adná, mely alatt a Venus pályájának mV ivét irja le, mely iv $= nV = st$ ivvel, és így nyilván az aSb és aAb szögek mértékül szolgál s most nem volna egyéb hátra, mint csak az $mV = st$ ivet fokokban meghatározni.

Legyen pl. az észlelt idők különbsége 4·3 perc, a b-nél lévő tehát 4·3 perccel később látja a Venus belépését. Tudjuk, hogy a Venus keringési ideje: 224·6 nap, azaz 323544 perc, és így 75243-szor nagyobb, mint 4·3 perc. Az $mV = st$ ivet tehát megkapjuk, ha Venus pályájának másodpercekben kifejezett kerületét 75243-mal elosztjuk, mely osztás eredményeül 17·2 másodpercet kapunk. Ez azon szög tehát, mely alatt a Föld átmérője a Napról látszik. S így a Nap parallaxisa, vagyis azon szög, mely alatt a földsugár látszik a Napról nyilván 8·6″-et tesz.

A Nap parallaxisának meghatározására elégséges volna tudni, hogy a Venus bolygó alsó conjunctiója alkalmával a Földtől valóban 5 millió mérföldnyi távolban van, mert ez esetben a VTb háromszögben ismeretes volna a VT oldal $=$ 5 millió és Tb oldal $=$ 860 mf., és így:

$$tg\ \tfrac{1}{2}\, w = \frac{860}{5000000} = \frac{43}{250000},$$

mely érintőnek 35″-nyi szög felel meg, melynek negyede, vagyis 8·7″ képviseli a Nap parallaxisát.

46) **Jupiter holdjai.** Hogy a naprendszernek ezen hatalmas bolygója 4 holddal bir, melyek annak középpontja körül különböző távolságokban keringenek, azt már előbb is említettük. Szabad szemmel ezen holdak nem láthatók, de középszerű távcső segélyével vajmi könnyen lehet azokat észlelni. Ilyen észleletek által az találtatott, hogy ezen égitestek helyzeteiket folyvást változtatják és Jupiternek majd jobbján, majd balján jelennek meg, mely alkalommal annak korongjához részint közelednek, részint eltávoznak attól. Mozgásuk szintén nyugatról kelet felé van irányozva. Keleti és nyugati eltéréseik majdnem egyenlők, miből következik, hogy pályáik nagyon közelednek a körhöz. Azon egyenes vonal, mely mindkét rendbeli eltérés szélső pontjait összeköti, a Jupiter középpontján megy keresztül és az ekliptikához párhúzamos. Ezen holdak nyugatról Jupiter korongjához közelednek, itt nem sokára eltünnek és megint kibukkanak annak keleti szélén. Innen eltérésük után ismét Jupiter korongjához közelednek, de most annak kivilágított részén mennek át, mely tüneményt kis, fekete foltokban lehet észlelni, melyek ez alkalommal Jupiter fényes korongján láthatók.

Minthogy Jupiter homályos test, melyet a Nap világit ki, az is árnyékkúpot vet maga után, melyen az említett 4 hold igen gyakran kénytelen átmenni, mi által a holdfogyatkozás jő létre, mely Jupiter lakosai által sokszor észlelhető, és a Földről is pontosan látható. Egész pontossággal észlelhetjük, különösen e holdak bemerüléseit a Jupiter árnyékába és kibukkanásaikat onnan. Ilyen észleletek nyilván arra szolgálnak, hogy Jupiter holdjainak keringési idejét lehessen meghatározni, mire nézve nyilván csak valamely holdnak két egymásra következő bemerülését, vagy kibukkanását kell észlelni s az elmúlt időben nyertük bizonyosan a synodikus keringési időt. Ez pedig az egyes holdakra nézve e következő:

Az első hold keringési ideje = 1 nap 18 óra 28 perc.

				=		42	»	28 »
A második	»	»	»	=	3	» 13	»	14 »
				=		85	»	14 »

A harmadik hold keringési ideje = 7 nap 3 óra 43 perc.
= 171 » 43 »
A negyedik » » » = 16 » 16 » 32 »
= 400 » 32 »

Ezen négy holdnak a Jupiter középpontjától való távolaik pedig ezek:

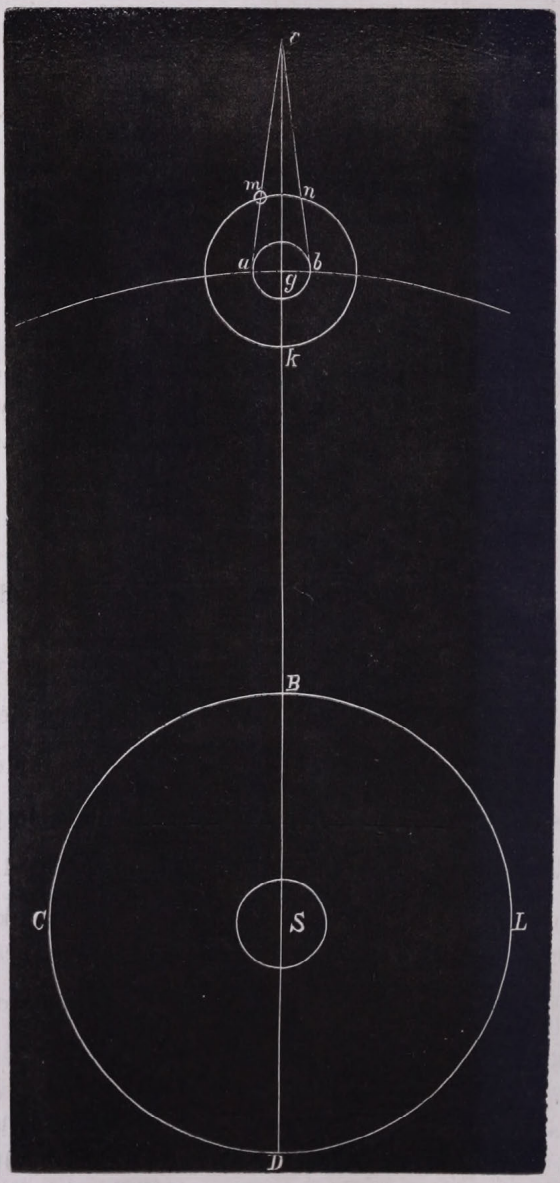
Az I-ső hold távola: 58294 mérföld.
» II-ik » » 92827 »
» III-ik » » 148078 »
» IV-ik » » 260450 »

Az előhozott keringési idők rövidségénél fogva ezen holdak mozgási sebességeinek nagyoknak kell lenniök; a mi nyilván Jupiter hatalmas vonzerejének tulajdonitandó. Igy az első hold pályájának kerülete:

$$2\pi \cdot 58294 = 366419 \text{ mérföld.}$$

És igy e hold sebessége $= \frac{366419}{42{\cdot}46 \cdot 3600} = 2{\cdot}4$ mérfölddel és mintegy $\frac{2{\cdot}4}{0{\cdot}135} = 18$-szor nagyobb, mint a mi Holdunk sebessége. A második holdpályájának kerülete = 583484 mérföldel. E hold sebbessége tehát: $\frac{583484}{85{\cdot}23 \cdot 3600} = 1{\cdot}9$ mérföldet tesz és igy 14 nagyobb, mint Holdunké. A harmadik hold pályájának kerülete: $\frac{930776}{171{\cdot}4 \cdot 3600} = 1{\cdot}5$ mérföld, tehát 11-szer nagyobb, mint a Holdunk sebessége. Végre a negyedik hold pályájának kerülete: 1637114 mf., és igy e hold sebessége $\frac{1637114}{400{\cdot}5 \cdot 3600} = 1{\cdot}14$ mf., és igy 8·44-szer nagyobb Holdunk sebességénél.

47) **A fény sebességének meghatározása.** Nagy érdekkel bir azon körülmény, hogy Jupiter holdjainak fogyatkozása a fény terjedési sebességének felfedezésére szolgált, mit Römer Olaf, dán csillagásznak köszönhetünk. Az eljárás e következő. Legyen t. i. S a Nap (34-ik idom) $DLBC$ a Föld



34. idom.

pályája, *J* Jupiter, *knm* holdjai elsejének pályája, végre *acb* Jupiter árnyéka. Ha ezen hold két egymásra következő belépését *m*-nél, vagy két egymásra következő kilépését *n*-nél észleljük: nyilván e hold synodikus keringési idejét kapjuk meg. Ezen synodikus keringési idő pedig mindig ugyanazon nagyságúnak találtatott, valahányszor azt akkor mértük meg, midőn Földünk pályájának *B* pontjában fordúl elő. Ha most ezen synodikus keringési idő segítségével kiszámítjuk azon időpontot, melyben ugyanazon holdnak elő kell bukkania azon esetre, midőn a Föld *D*-ben van, tehát pályájának egész átmérőjével tovább a Jupitertől, mint az előbbi esetben: akkor a tapasztalás által azt veszszük észre, hogy ezen előbukkanás 16′ és 26″-cel később fog beállani, mint a hogy azt kiszámítottuk. Minthogy pedig ezen nagy különbség észlelési hibának nem tekinthető, azt kell következtetnünk, hogy ezen tetemes időbeli különbség, csakis a fény terjedési sebességében keresendő, melynél fogva a fény a földpálya átmérőjének megfutására 16′ 26″-et vesz igénybe. Minthogy pedig a földpálya átmérője 41316000 mf., a megtalált időbeli különbség pedig 986 másodpercet teszen, világos, hogy a fény terjedési sebes-

sége $= \frac{41316000}{986} = 41518$ mérföld. Hogy pedig a fény terjedése egyenletes mozgás, azt abból is lehet következtetnünk, hogy azon esetre, midőn a Föld *L*-ben van, melyben távola a Jupitertől csak pályájának sugarával nagyobb, mint *B*-ben: az előbukkanásra vonatkozó időbeli külömbség csak 8′ 13″-nyinek találtatott, mi csak azon feltétel mellett lehet séges, ha a fény terjedése egyenletesen történik.

A legújabb időben Fizeau francia tudós, a fényterjedési sebességét földi fényforrás segítségével mérte meg. Ő ugyanis egy készüléket talált fel, melynek segítségével lehetséges a másodperc 20000-ik részét is pontosan megmérni. Azon eredményt nyerte, hogy a lámpa fénye ezen csekély idő alatt 2 mérföldnyi utat tesz meg. S így a fény terjedési sebességéül 40000 mérföldet nyert, tehát valamivel kevesebbet, mint Römer; mely körülmény azon alapos gyanút kelte a természettúdósokban, hogy a földpálya nagyobbik féltengelye az eddig elfogadottnál valamivel kisebb.

Érdekesnek látszik még Jupiternek kivilágítási fokát ismerni. E végből tudjuk, hogy Jupiternek a Naptól való középtávola 100 millió mérföldnyi s ennél fogva a Nap átmérője e bolygóról 6·6′-nyinek látszik, mivel ugyanis:

$$100 : 20{\cdot}6 = 32 : x, \text{ miből } x \text{ valóban } = 6{\cdot}6.$$

Mivel pedig a körök felületei sugaraik négyzetével egyenes viszonyban állanak; lesz:

$$F : f = (16)^2 : (3{\cdot}3)^2, \text{ miből } f = \frac{1}{24} F,$$

azaz a Napnak a Jupiterről látható korongja 24-szer kisebb annál, melyet mi látunk és így Jupiter kivilágítási foka is 24-szer kisebb lesz annál, mely a Földdel közöltetik.

48) **Saturnus bolygó holdjai.** Saturnus a napi rendszer legnevezetesebb bolygója. Csodálatra méltó gyürü-rendszerrel bír, mely körülötte ugyanazon idő alatt tesz egy keringést, mely alatt maga a főbolyó is egyet fordúl tengelye körül, mely forgás pedig 10 órát és 32 percet vesz igénybe.

Saturnus a gyürürendszeren kivül még 8 holddal is bir, melyek a főbolygó középpontjától különböző távolban, túl a gyürü-rendszeren végzik keringéseiket. Ezen holdak nevei a következők. Az első hold neve: Mimas, a 2-iké Enceladus, a 3-diké: Tethys, a 4-iké: Dion, az 5-iké: Rhea, a 6-iké: Titán, a 7-iké: Hyperion és a 8-iké: Japetus. Ugyanezen holdak következő távolban vannak a főbolygó középpontjától:

Mimas . .	25600 mf.	Enceladus:	32866 mf.
Tethys . .	40700 »	Dion . . .	52164 »
Rhea . . .	71410 »	Titan . .	168800 »
Hyperion .	206860 »	Japetus . .	524686 »

Az első 4 hold tehát közelebb áll a főbolygóhoz, mint a mi Holdunk a Földhöz, az utóbbi 4 hold pedig már sokkal távolabb. Egyúttal Japetus távolából láthatjuk, hogy Saturnus világa több mint egy millió mérföldnyi tért foglal el, holott Földünk Holdjával együtt csak 100000 mérföldnyi tért foglal el e világegyetemben.

Az emlitett 8 hold keringési időik e következők:

Az 1-sőé (Mimas) . . .			22	óra	37	perc	23	mp.
A 2-iké (Enceladus)	1	nap	8	»	53	»	7	»
A 3-iké (Tethys)	1	nap	21	óra	18	perc	26	mp.
A 4-iké (Dion)	2	»	17	»	41	»	9	»
Az 5-iké (Rhea)	4	»	12	»	25	»	11	»
A 6-iké (Titan)	15	»	22	»	41	»	25	»
A 7-iké (Hyperion)	21	»	7	»	7	»	41	»
A 8-iké (Japetus)	79	»	7	»	53	»	40	»

Ezen holdak elseje, Mimas 15-ször nagyobb sebességgel mozog pályáján, mint a mi Holdunk. Mimasnál az új és teli hold közötti idő 12 órát tesz. Hasonlóképpen rövid ez időköz a következő három holdnál; de már sokkal hosszabb az utolsó négynél.

Ezen holdak csak kitünő optikai műszerek segítségével észlelhetők, minélfogva átmérőik is csak fölötte nehezen mérhetők meg. Eddig csak egyetlenegynek, t. i. Titannak ismeretes az átmérője, mely 1000 mérföldnyinek találtatott, miből látni, hogy Titan majdnem 9-szer nagyobb Holdunknál.

Érdekes lesz még Saturnus kivilágitási fokát ismernünk. E végből tudjuk, hogy Saturnusnak a Naptól való középtávola 200 millió mérföld, s igy a Napnak látszólagos átmérője e bolygóra nézve e következő arányzatból kapható:

$$200 : 20{\cdot}6 = 32 : x,$$
$$\text{honnan } x = 3{\cdot}3',$$

azaz a Nap átmérője a Saturnus bolygóról 3·3′-nyi szög alatt látszik. Mivel pedig a körök területei átmérőik négyzetével egyenes viszonyban vannak, leend:

$$F : f = (32)^2 : (3{\cdot}3)^2, \text{ miből } f = \frac{1}{100} F,$$

azaz a napkorong Saturnusról 100-szor kisebbnek látszik, mint a Földről és igy Saturnuson a kivilágitási fok is 100-szor kisebb, mint a Földön.

49) **Uranus holdjai.** Csillagászati kutatások által ismeretessé lett, hogy Uranusnak is 8 holdja van. Ezek közül hatot Herschel, kettőt pedig Lassel fedezett föl. Az első hat közül kettő azonban felfedezése óta többé nem volt látható. Ezen holdak roppant távolban lévén tőlünk, csakis kitünő optikai műszerek által észlelhetők. Még eddig csak 4-nek, t. i. Ariel-, Umbriel-, Titania- és Oberonnak sikerült a keringési idejét meghatározni. És pedig:

1) Ariel	keringési ideje	2·5	nap.
2) Umbrielé	»	4·144	»
3) Titania	»	8·7	»
4) Oberon	»	13·46	»

Távolaik az Uranustól e következők:

1) Arielé	28428 mf.	3) Titaniáé	61800 mf.
2) Umbrielé	41200 »	4) Oberoné	86520 »

Hogy Uranus kivilágítási fokát is meghatározhassuk, mindenekelőtt azt kell tudnunk, hogy ezen bolygónak a Naptól való középtávola 396·5 millió mérföld, az ezen távolnak megfelelő látszólagos átmérője a Napnak, ezen arányból lesz nyerhető:

$$396{\cdot}5 : 20{\cdot}7 = 32 : x, \text{ miből } x = \frac{5}{3} \text{ perc,}$$

azaz a Nap korongja az Uranusról $\frac{5}{3}$ percnyinek látszik, korongjának területe tehát ezen arányzatból lesz kapható:

$$F : f = (32)^2 : \left(\frac{5}{3}\right)^2 : \text{miből } f = \frac{1}{370} F.$$

azaz a Nap korongja az Uranusról 370-szer kisebbnek látszik, mint a Földről, és így az Uranus kivilágítása is 370-szer gyengébb, mint a Földé.

50) **Neptun holdja.** A Neptun bolygónak is van az eddigi észleletek szerint egy holdja, mely 5·878 nap alatt tesz a Neptun körül egy keringést. Nem lehet kételkedni, hogy ezen bolygó több holddal is bir, csakhogy roppant távoluk miatt,

mely mintegy 600 millió mérföldet tesz, majdnem lehetetlen őket észlelni.

A Nap átmérőjének látszólagos nagyságát, a Neptunról nézve, e következő arányzat adja:

$$600 : 20 = 32 : x, \text{ miből } x = 1{\cdot}07',$$

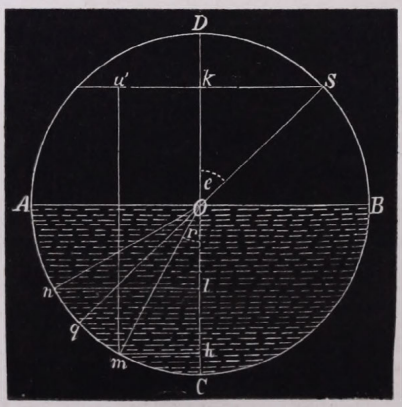
azaz a Nap átmérője a Neptunról csak 1·07'-nek látszik, miből már következik, hogy a Nap a Neptunról csak nagyon kicsiny korongnak látszik, és így a kivilágítási fok is fölötte gyenge e bolygón.

ÖTÖDIK SZAKASZ.

A fénysugarak törése, magasságok mérése és az égi testek parallaxisának s távolságának meghatározása.

1) **Fénytörés.** Fénytörés alatt általánosan véve azon irányváltoztatást értjük, melyet a fénysugár szenved, midőn új közegbe érkezik.

A fénysugarak törésének kellő megitélésére legyen AB (35-ik idom) azon sík, mely által két különböző sürűségű közeg választatik el egymástól. SO legyen egy fénysugár, mely az AB síkra O-nál beesvén, az alatta lévő közegbe megy át. A fénytanban az AB-re függélyes DOC vonal: beesési függélynek, a $DOS=e$ szög pedig beesési szögnek neveztetik. Ugyancsak az optikában taníttatik, de a tapasztalás is bizonyítja, hogy azon esetre, ha az AB alatti közeg más sürűségű, mint az AB feletti: akkor a fénysugár nem az eredeti Oq irányban hanem vagy az Om vagy On irányban fog az új közegben haladni, a mint t. i. az AB alatti közeg megfelelőleg vagy sürübb, vagy ritkább, mint az AB fölötti. Az első esetben a fénysugár a beesési függélyhez, a második esetben pedig a beesési függélytől eltöretik. — Az mOC és nOC szögek töretési; az mOq vagy nOq szögek pedig törött szögeknek neveztetnek. Ha már most $OA=OB=1$



35. idom.

sugárral kört képzelünk leirva: akkor azon esetre, ha az AB alatti közeg sürűbb, mint az AB feletti, sk vonal a beesési, $mh = uk$ vonal pedig a törési szög sinusát képviseli. Ha azonban az AB alatti közeg ritkább, mint az AB feletti: akkor a töretési szög sinusa nl leend. Látjuk tehát, hogy az első esetben a töretési szög sinusa kisebb, a második esetben pedig nagyobb a beesési szög sinusánál. A tapasztalás azt mutatja, hogy a beesési szög sinusa osztva a töretési szög sinusával, allandó viszonyszám ugyanazon két közegre nézve. Ezen viszonyszám a két közeg viszonylagos töretési mutatójának neveztetik. Könnyü belátni, hogy a töretési mutató rendesen kisebb az egységnél, ha a fénysugár sürűbb közegből megy át ritkább közegbe. Igy a viz és levegő között a töretési mutató $n = \frac{\text{sin. } e}{\text{sin. } r} = \frac{3}{4}$. Ha azonban a fénysugár ritkább közegből megy át sürűbbe a töretési mutató rendesen nagyobb az egységnél. Így a levegő és viz közötti töretési mátató $n' = \frac{1}{n} = \frac{4}{3}$

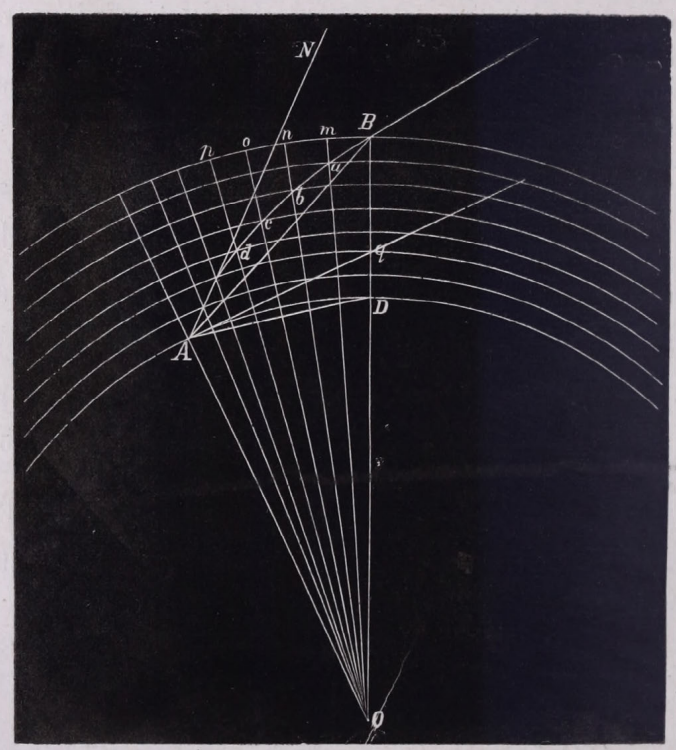
Ugyancsak az optikában taníttatik, hogy a levegő és üveg közötti töretési mutató $n = \frac{3}{2}$ és így az üveg és levegő közötti töretési mutató $n' = \frac{1}{n} = \frac{2}{3}$. A töretési mutató, különböző közegekre nézve különböző. Kisérletek által az találtatott, hogy ha a fénysugár a levegőből átmegy:

1) Alkoholba, akkor a töretési mutató = 1·372
2) Korona üvegbe » » » » = 1·533
3) Flint üvegbe » » » » = 1·664
4) Gyémántba » » » » = 2·470

Ebből látni való, hogy a gyémántnak a leghatalmasabb töretési tehetsége van, mi nyilván nagy sürüségének következménye. Megjegyezzük még e helyütt ugyancsak az optika ama törvényét, mely szerint a beeső és megtört sugár, nemkülönben a beesési függély egy és ugyanazon síkban fekszenek.

2) **A földi fénytörés.** A fénytörés lehet kétféle u. m. földi és csillagászati. A földi fénytörés a földi tárgyakra, a csillagászati fénytörés pedig az égi testekre vonatkozik.

A földi fénytörés nagy befolyással bir a földi magasságok meghatározásánál előforduló úgynevezett magassági szög (Höhenwinkel) mértékére, azért is célszerü leend e tárgyra a következőket bemutatni. Legyen t. i. *O* a Földközéppontja (36-ik idom) *AD* felületének bizonyos része és *DB* a Földön megmérendő magasság, melyet valamely célszerűen választott



36. idom.

A pontból akarunk meghatározni. E végből mindenekelőtt szükséges egy jó szögmérő segítségével a *BAD* magassági szöget megmérni. Ezen szögnek megmérésében két féle hibát követünk el.

Az első hiba a Föld görbültségéből származik. Ha ugyanis a szögmérőt *A*-nál felállítjuk és a távcsőnek fekmentes helyzetet adunk: ennek tengelye nyilván az *A* pont látszó-

lagos Aq látkörével fog összeesni, és így nyilván a Föld görbültségénél fogva a $BAD \sphericalangle$ helyett a BAq szöget mérjük meg, mely DAq szöggel kisebb a keresett magassági szögnél. E hiba könnyen kijavitható, látjuk ugyanis, hogy a kérdéses DAq szög a középponti szögnek: $AOD = O$-nak fele, tehát ezen középponti szög felét a magassági szög nyerésére nézve a megmért BAq szöghöz még hozzá kell adni. A középponti O szög pedig könnyen meghatározható az AqO háromszögből az $AD = t$ távol és az r földsugár segitségével. Ugyanis:

$$\text{sin. } O = \frac{t}{r}$$

s minthogy O szög kicsiny leend $O = \frac{t}{r}$ sugári részekben.

Tehát $O = 206265 \frac{t}{r}$ másodpercekben, mely képletben a t és r hosszak egyenlő mértékegységben kifejezve helyettesítendők. Igy pl. ha t ölekben adatnék r is ölekben lenne kifejezendő, és ezen esetre nézve lenne:

$$O'' = \frac{t}{16{\cdot}27.}$$

Ha pl. a tényleg megmért magassági szög: $\varphi = 12^0\ 34'$-nyinek találtatott volna, és t 1000 ölet tenne, akkor a kérdéses központi szög: $O'' = \frac{1000}{16{\cdot}27} = 61{\cdot}4$ másodperc volna és így kijavitott magassági szög nyilván: $12^0\ 34' + 30{\cdot}7'' = 12^0\ 34'\ 30{\cdot}7''$-et tenne.

A második hibát, melyet a magassági szög megmérésénél elkövetünk, a fénysugarak megtörésében kell keresnünk. Ismeretes ugyanis előttünk, hogy a levegő sürüsége a Földtől kezdve fölfelé folyton fogy még pedig annyira, hogy a Földtől számítva két mérföldnyi magasságban már oly ritka, hogy az ember benne élni nem volna képes. És így a megmérendő magasság tetőpontjából jövő fénysugár a légkör DB magasságú részét lévén kénytelen áthatni, hogy az észlelő szemébe juthasson: látni való, hogy e fénysugár folytonos megtöréseken megy keresztül, útja tehát nem egyenes, hanem inkább számtalan részből álló tört vagyis görbe vonal leend.

Ezen görbe vonal szerkesztésére osszuk el mindenekelőtt a légkör DB magasságú részét AD-hoz párhuzamos központú körök által kicsiny magasságú rétegekre. Az egyes rétegekben tehát a levegő egyenlő sürűségűnek tekinthető. A B-ből kiinduló fénysugár az első rétegben a Ba egyenes utat irja le. A második közegben azonban a beesési Om függélzhez töretik s így itt az ab útat irja le. A harmadik rétegbe érkezve a fénysugár, ott ismét a beesési függélyhez fog töretni s nyilván a bc utat irja le.

S már látjuk, hogy a kérdéses fénysugár B-ből A felé indulván, az AcB görbe vonalat fogja leirni, melynek homorúsága a Föld felé van irányozva. Minthogy pedig az A-nál lévő észlelő mindig ezen görbe vonal utolsó elemének irányában lát: a megmérendő magasságnak B csúcsát tehát nem AB, hanem AN irányban fogja látni, s így nagyobb magasságban, mint az valóban van. Ennélfogva az észlelő a hibás NAq magassági szöget fogja megmérni, mely az előbbi BAq magassági szögnél nyilván NAB szöggel nagyobb. — Az NAB szög fénytörési szögnek neveztetik. Külön vizsgálódások után az találtatott, hogy a kérdéses fénytörési szög a középponti O szögnek szintén bizonyos része, mely részt Gauss csillagász 0·0653 tört által jelképezett. És így az $NAB \sphericalangle 0{\cdot}0653.O''$ másodpercnyinek veendő. Mivel azonban ezen szög a levegőben uralkodó hévtől, nemkülönben a Barometer állásától, azaz a levegő nyomásától is függ, Bohnenberger nevű csillagász 11·5 foknyi hőmérsékletre nézve és a barometer különböző állásaira vonatkozólag, a fénytörési szög értékeit e következőkben terjeszti elő:

a barometer 28″-nyi állásánál = 0·0758.O''
» 27″-nyi » = 0·0715.O''
» 26″-nyi » = 0·0744.O''
» 25″-nyi » = 0·0636.O''
» 24″-nyi » — 0·0599.O''

Ha azonban 11·5 foktól különböző hőmérséklet uralkodnék a levegőben: akkor a fénytörési szög meghatározására e következő gyakorlati képlet fog szolgálni:

$$R = n - \frac{t - 11{\cdot}5}{213} \cdot n.$$

Hol t a hőfokot, n pedig az előbbi értékek valamelyikét képviseli. Igy pl. ha a légkörben uralkodó hőmérséklet 20°-nyi, a barometer állása pedig 28″-nyi lenne, akkor képletünk szerint a fénytörési szög:

$$R = n\left(1 - \frac{7{\cdot}5}{213}\right) = 0{\cdot}9648\ n = 0{\cdot}07313.O''\text{-nek}$$

találtatnék.

Ha tehát a közvetlen megmért magassági szög φ-nek, a kijavitott szög pedig φ'-nek neveztetik, leend Gauss szerint.

$$\varphi' = \varphi + 0{\cdot}5.O'' - 0{\cdot}0635.O'' = \varphi + 0{\cdot}434.O''.$$

3) **A csillagászati fénytörés.** A fénytörés az ég felületén előforduló testekre is nagy befolyással bir, melynél fogva az égi testek nem láthatók azon helyen, melyet valóban elfoglalnak.

E tünemény megmagyarázása céljából legyen XX' (37-ik idom) a Föld felülete aK pedig a Földet körülvevő légkör magasságá, mely középpontú kőrök által nagyon kicsiny magasságú rétegekre van felosztva úgy, hogy az egyes rétegekben a levegő egyenlő sürüségűnek gondolható. Ha már most az ég felületén egy fényes S csillagot képzelünk, mely sugarainak egyikét Sf irányban bocsátja a Földre: akkor ezen sugár S-től f-ig egyenes vonalban járja át a világtért, mivel ez alkalommal mindenütt a finom és egyenlő sürüségű aetheren keresztül terjed.

Mihelyt azonban e fénysugár f-nél a légkörbe jő, azonnal Of függélyhez töretik és az első rétegben az fe utat irja le. e-nél ismét sürübb közegre akad, tehát Oe függély felé töretik és az ed utat irja le e rétegben. Hasonlóképpen töretik meg d-nél és a dc irányt veszi fel. S miután a lég sürüsége folyton nő, a fénysugár töretése is folytonos lesz. Ennélfogva a fénysugár f-től a-ig egy görbe vonalat ir le, melynek homorúsága a Föld felé van irányozva. Az észlelő tehát ezen vonal utolsó elemének érintője irányában S'-ben látja a kérdéses csillagot az a pontból, tehát magasabban, mint e csillag valóban van. Ebből tehát látni, hogy a fénytörés az ég felületén emeli a csillagokat s igy minden csillag megmért magassága nágyobb

a valódinál. A megmért magasságból tehát a fénytörési szöget le kell vonnunk.

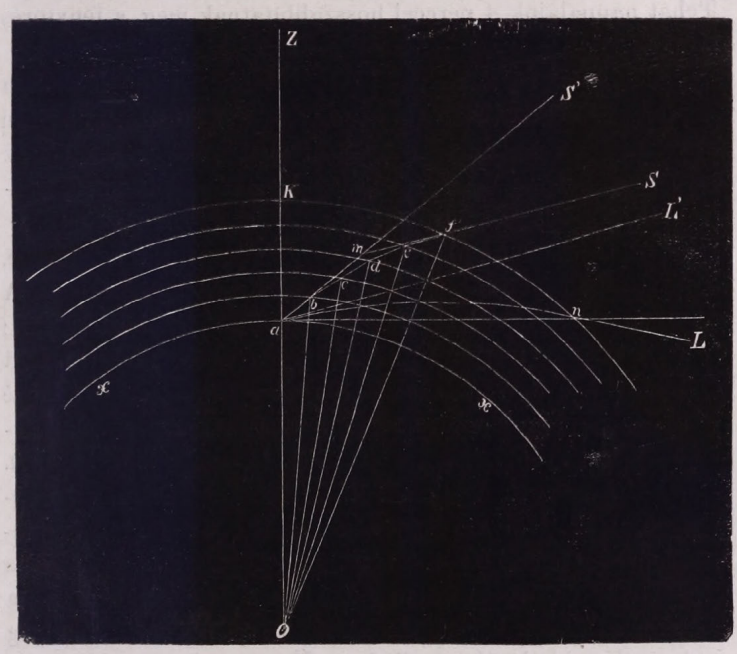
Könnyü továbbá belátni, hogy a fénytörés a csillagoknak a tetőponttól való távolát megkisebbiti, tehát a közvetlen megmért tetőpont-távolhoz a fénytörési szöget még hozzá köll adni, hogy a valódi távolt nyerhessük. Könnyü ezenkivül belátni, hogy a fénytörés a csillag magasságával forditott viszonyban áll, azaz ha a csillag magassága nő, a fénytörés fogy, úgy, hogy a tetőpontban nincs helye a fénytörésnek. Ha pedig a csillag magassága fogy, fénytörése nő úgy, hogy a látkörben a fénytörés a lehető legnagyobb. Minthogy tehát a fénytörés a csillagászatra nézve nagy fontosságú: nem is késtek a csillagászok azt az égi testek különböző tetőponti távolainak megfelelőleg kiszámitani, hogy azt azután adott alkalommal használhassak. Mi ezen töretési szögeket az 5 fokról 5 fokra számitott különböző tetőponti távoloknak megfelelőleg, e következő táblázatban terjesztjük elő.

Tetőponti távol	Fénytörés	Tetőponti távol	Fénytörés
0°	0′ 0″	50°	1′ 9·4″
5°	0′ 5·1″	55°	1′ 23·1″
10°	0′ 10·3″	60°	1′ 40·7″
15°	0′ 15·6″	65°	2′ 4·4″
20°	0′ 21·2″	70°	2′ 38·9″
25°	0′ 27·2″	75°	3′ 34·5″
30°	0′ 33·7″	80°	5′ 20″
35°	0′ 40·8″	85°	9′ 54·8″
40°	0′ 48·9″	90°	33′ 47·9″
45°	0′ 58·3″		

Ezen táblázatból azonnal látjuk, hogy az úgynevezett csillagászati fénytörés legnagyobb azon esetben, midőn a csillag a látkörben fordúl elő, minthogy ez esetben egy félfoknál többet tesz.

4) **A fénytörés befolyása a nappalok hosszúságára.** A

fénytörés fölötte jótékony befolyással bir ránk nézve. A fénytörés által ugyanis a nappal jelentékenyen meghosszabbittatik. Ezt e következőkből láthatjuk. Legyen ugyanis *an* (37-ik idom) az *a* pont látköre. Tegyük fel továbbá, hogy a Nap *L*-ben, tehát még a látkör alatt tartózkodik: akkor az *Ln* fénysugár a légkörbe jövén, a beesési függélyhez mindig jobban és jobban töretik, minek következtében *n*-től *a*-ig görbe vonalat fog leirni. Igy tehát az *a*-nál lévő észlelő ezen görbe



37. idom.

vonal *a* pontjának érintője irányában *L'*-ben, tehát már a látkör felett fogja látni a Napot, holott az valósággal még a látkör alatt tartózkodik. Ennek következménye tehát az leend, hogy a Nap hamarább kel föl és csak később nyugszik le, minthogy a fénytörés által emeltetik.

Hogy pedig azt is meghatározhassuk, mennyivel hosszabbittatik meg *a* nappal a fénytörés folytán, csak azt kell tekintetbe venni, hogy a Napnak látszólagos átmérője 33

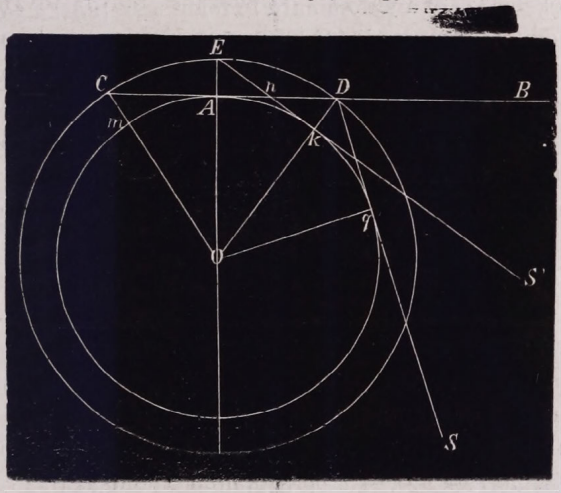
percnyi. Mivel pedig a fekmentes fénytörés szinte 33 percet tesz, következik, hogy midőn a Nap felső szélével a látkört érinti: már akkor egész korongja a látkör felett látható. Hason lóképpen áll a dolog a lenyugvással is. Midőn t. i. a Nap alsó szélével a látkört érinti, már akkor az valóságban lenyugódott. Itt tehát csak azt kell tudnunk, hogy 66 percnyi iv mennyi idő alatt megy keresztül a látkörön. Erre nézve tudjuk, hogy 15 foknyi ív egy óra alatt hagyatik hátra, 66 percnyi ív tehát körülbelül 4 percnyi idő alatt fog hátrahagyatni. Tehát nappalaink 4 perccel hosszabbitatnak meg a fénytörés által.

Különösen jótékony befolyással bir a nappaloknak a fénytörés általi meghosszabbitása a sarkvidékekre nézve. Ezen helyek látkörei ugyanis csak kicsiny szögeket képeznek az egyenlitővel és igy ezeken a nappal több héttel is meghosszabbittatik a fénytörés által.

5) **A szürkület.** Nemcsak a fénysugarak megtörése, hanem a szürkület is szolgál a nappal meghosszabbitására. A regg és az est azon részét mely a nappal és éjjel közt létezik: szürkületnek mondjuk; mert jóllehet ekkor még föl nem kelt s illetőleg már lenyugodott a Nap: de a látkört mégis eléggé megvilágositják a légkör által visszavert fénysugarak. A szürkület tüneményének felvilágositására szolgál a (38-ik idom). Itt az $AO=r$ sugarú kör a Föld kerülete, az OE sugarú pedig a Földet körülvévő légkör határa és igy AE a légkör magassága. CD érintő az A pont látkörét képviseli, mely fölött a légkörnek CDE része fordúl elő. Ha most a Napot lenyugta alkalmával B-ben képzeljük: akkor a légkör CDE része még egészen lesz kivilágitva, mihelyt a Nap azonban lejebb száll a látkör alá: a CDE-nek csak bizonyos része lesz kivilágitva a Nap által. És igy mennél lejebb száll a Nap a látkőr alá: annál jobban fogy a CD látkör feletti kivilágitás. Ha a Napot S'-ben képzeljük: akkór legszélsőbb fénysugara a Földet k-ban érinti, a légkör határát pedig E-ben metszi s azonnal látjuk, hogy a CD feletti légkörnek már csak EnD része van kivilágitva. Visszaverődés által azonban még most származik gyenge világitás a CD látkör felett.

De ha a Nap már S-ig szállt le a látkör alá, mely eset-

ben legszélsőbb sugara a Földet q-ban érinti, a légkör határát pedig D-ben metszi: akkor a CD fölötti légkör már semm kivilágitást sem nyer a Naptól és igy ekkor már a sötét éjjel áll be. Azon kivilágitás tehát, melyet a CD fölötti légkör nyer a Naptól, mig az B-től S-ig száll le: szürkületnek neveztetik. Világosan látjuk ezek után, hogy a szürkület csak addig tarthat, mig a D pont Földünknek tengelye körüli forgatása folytán C-be nem érkezék. Ha tehát a DEC vagy kAm ívet fokokban ismernők: a szürkület tartama is ismeretessé válnnék. A tapasztalás azt mutatja, hogy a Napnak 18 fok-



38. idom.

nyira kell a látkör alá szállania, hogy CD fölött a setétség álljon be. Ha tehát az SDB szög 18 foknyi: akkor $SDC \sphericalangle = 180 - 18 = 162^0$-nyi lesz és igy az $ODq = ODA$ szög nyilván 81 fokot, következőleg az $AOD = AOC \sphericalangle$ 9 fokot tartalmaz magában, és igy az egész COD szög nyilván 18 foknyi. S ebből már könnyü belátni, hogy a csillagászati szürkület tartama: $\frac{18}{15} = 1{\cdot}2$ óra.

Ezen idő azonban a Föld felületének nem minden egyes helyére vonatkozik, mert könnyü belátni, hogy a szürkület tartama a Nap nappali ivének és igy az illető hely földrajzi szélességének nagyságától is függ. Igy a szürkület tartama az

egyenlitő alatt a legrövidebb, mivel ott a nappali iv az éjjeli ivvel egyenlő, mihez még az is járul, hogy itt a Nap a látkörre függélyes irányban nyugszik le s igy gyorsan lemerül a látkör alá, tehát a setétség is csakhamar beáll. Továbbá függ a szürkület tartama az évszaktól is, mivel az évszakkal a nappali iv hossza is változik. S most már kiki belátja, hogy az előbbi 1·2 óra csakis az egyenlitőre vonatkozhatik. Ha pédig más helyre, pl. Pétervárra nézve akarnók a leghosszabb nappal alkalmával tudni a szürkület tartamát: akkor tudván azt, hogy itt a leghosszabb nappal 18 óráig tart s igy a nappali ívnek hossza ez alkalommal 270 fokot tesz, tudván továbbá azt is, hogy itt a nappali iv igen ferde szöget képez a látkörrel, világosan látjuk már, hogy Péterváron ez esetnek a szürkület csaknem az egész éjjel alatt tart s igy majdnem 6 óráig.

Különös fontosságu a szürkület a sark alatti vidékekre nézve. Itt a szürkület oly hosszú tartamú, hogy általa a sarkvidékeken uralkodó 6 hónapnyi éjjel mintegy 50 nappal rövidittetik meg.

Meg kell különböztetni a csillagászati szürkületet a polgáritól, mely utóbbi addig tart, mig gyertavilág nélkül olvashatunk, vagyis mig a Nap 7 foknyira merül a látkör alá.

A szürkület a légkör magasságának meghatározására is szolgál, minthogy a (38-ik idom)-ból az $AE = kD$ magasság könnyen kiszámitható. Az AOD épszögű háromszögben ugyanis ismeretes az $OA = r$ befogó, mint a földsugár és az előbbiek nyomán az AOD szög is, mely nyilván 9 foknyi leend tehát :

$$r = OD.\ cos\ 9^0 \text{ és igy : } OD = \frac{r}{cos\ 9^0}, \text{ honnan :}$$

$$KD = OD - OK = \frac{r}{cos\ 9^0} - r.$$

Ha tehát e képletben r helyébe 860 mérföldet teszünk : a légkör magasságául nyilván 10·7 mérföldet nyerünk.

6) **Magasságok megmérése.** Miután nem lehet kétségbe vonni, hogy a Föld felületén előforduló magasságok megmérése a mathematikai földrajz legfontosabb tárgyát képezi, czélszerünek tartjuk itt némely magasság — mérési módot előterjeszteni, hogy láthassuk egyuttal, mily óvatossággal

kell eljárnunk, hogy a Föld felületén előforduló pontok magasságait minél pontosabban határozhassuk meg.

Általánosan véve három módot szoktak használni a magasságok megmérésére u. m. 1) Magasságok mérése a tárgy árnyékának segitségével, 2) azon szögnek megmérése segitségével, melyet az észlelő látköre azon egyenessel képez, melyet az álláspontból a megmérendő magasság tetőpontjához húzunk. Ezen szög magassági szögnek neveztetik. Ha ezen szöget még egy közvetlenül megmért alapvonallal hozzuk összeköttetésbe, már könnyü lesz a kérdéses magasságot meghatározni. Ezen módot hypszometrikus mérési módnak nevezzük. 3) Történhetik a magasságok mérése barometer (légsúlymérő) segitségével is, mely mód a legnagyobb pontosságot nyujtja, hacsak kellő óvatossággal és pontossággal észleljük a barometer és thermometer állásait.

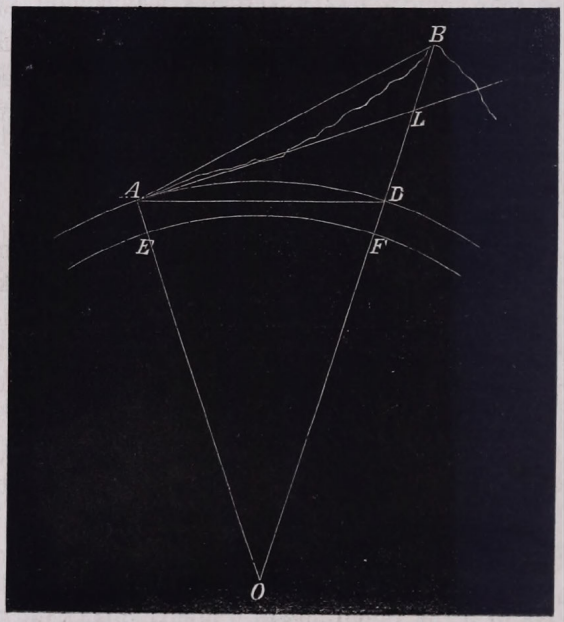
Lássuk most, miben állanak ezen mérési módok!

A mi az első módot illeti, ez csak a szabadon álló és nem fölötte nagy magasságú tárgyaknál alkalmazható, minthogy itt föleg az kivántatik, hogy a kérdéses tárgy árnyékának hossza minél pontosabban méressék meg. E mérési mód a következőkben áll. Mindenekelőtt t. i. egy határozott hosszúságú és függélyesen álló rúd árnyékának hosszát mérjük meg. Azután ugyancsak a kérdéses tárgy árnyékának hosszát is megmérjük. S most kell, hogy a felvett rúd árnyékának hossza, annyiszor foglaltassék a kérdéses tárgy árnyékának hosszában: a hányszor a rúd valódi hossza foglaltatik a tárgy valódi hosszában. S ez által már meg leend határozva a kérdéses magasság. Ha pl. a rúd valódi hossza 6 lábnyi volna és árnyékának hosszában 12-szer foglaltatnék: a tárgy valódi hossza nyilván $12 . 6 = 72$ lábnyi lenne. Ezen mód valamely hegy magasságának megmérésére nem könnyen alkalmazható, minthogy árnyékának hossza csak nagy nehezen határoz ható meg.

Alig kell megemlítenünk, hogy a rúd és a tárgy árnyékának hosszát ugyanazon időben kell megmérni, mert a Nap magasságainak változtatásával, az árnyék hossza is változik. Némi előnynyel van összekötve, az árnyékokat akkor meg, mérni, midőn a Napnak legnagyobb magassága van az égen, mert ez esetben az árnyékok a legrövidebbek.

7) Magasságok mérése szögmérés által. Nagy fontossággal és sok előnynyel bir az úgynevezett hypsometrikus magasságmérési mód, melynek keresztülvitelére mindenekelőtt egy alkalmas alapvonalat kell megmérni, azután pedig egy pontos szögmérő segítségével (theodolith) az úgynevezett magassági szöget kell meghatározni és a már ismert elvek alapján e szögnek nagyságát kellőleg kijavitani.

Itt mindenekelőtt megemlítjük, hogy valamely pont ma



39. idom.

gassága kétféle, u. m.: feltétlen és viszonyos lehet. A feltétlen magasság a tenger szinétől számittatik, mivel ez állandó és biztos alapot képez. A viszonyos magasság pedig valamely tetszésszerinti alapra vonatkozik. Igy pl. a Szt-Gellért hegynek a Duna szine feletti magassága: viszonyos magasság, mivel a Duna szine maga is bizonyos magasságban fekszik a tenger szine fölött, melyet még hozzá kell adni a Gellért hegynek a Duna szine feletti magasságához, hogy ezen hegynek feltétlen magasságát kaphassuk meg.

Ezen mérési mód felvilágosítására szolgál a (39-ik idom) hol O a Föld középpontja, AD pedig felületének egy ive és $DB = h$ a megmérendő magasság és így $BAD = v$ nyilván a valódi magasságiszög, melyet az A álláspontból kell megmérni s melynek valódi értéke az előbbiek szerint:

$$v = \varphi + 0{\cdot}4347 \,.\, O;$$

a hol O alatt a középpontnáll lévő szög, φ alatt pedig a theodolith segítségével tényleg megmért magassági szög értendő

Ha most felveszszük, hogy az $AD = t$ távol ismert mennyiség, leend akkor az ADB háromszögből:

$$t : h = \text{sin. } B : \text{sin. } v, \text{ honnan:}$$

$$h = t \frac{\text{sin. } v}{\text{sin. } B},$$

Ámde $B \sphericalangle = 180 - (ADB + v)$; mivel pedig:

$$ADB = 90 + \tfrac{1}{2} O \text{ és } v = \varphi + \tfrac{1}{2} O - 0{\cdot}0653 \,.\, O,$$

leend;

$$B \text{ szög.} = 90 - (\varphi + 0{\cdot}9347. O) \text{ és így:}$$

$$\text{sin. } B = \text{sin. } [90 - (\varphi + 0{\cdot}9347. O)] = \text{cos. } (\varphi + 0{\cdot}9347. O).$$

Minek következtében:

$$1)\ h = t \frac{\text{sin. } (\varphi + 0{\cdot}4347. O)}{\text{cos. } (\varphi + 0{\cdot}9347. O)},$$

s ez már azon általános képlet, melynek segítségével bármely hegy magasságát könnyen meg lehet határozni.

Ezen alapképletet még csinosabb alakra is lehet hozni, ha t. i. $0{\cdot}4347. O = \alpha$ és $0{\cdot}9347. O = \beta$ tétetik benne és így leend:

$$h = t \frac{\text{sin. } (\varphi + \alpha)}{\text{cos. } (\varphi + \beta)} = t \,.\, \frac{\text{sin. } \varphi \text{ cos. } \alpha + \text{cos. } \varphi \text{ sin. } \alpha}{\text{cos. } \varphi \text{ cos. } \beta - \text{sin. } \varphi \text{ sin. } \beta},$$

minthogy pedig az α és β szögek csak fölötte kicsinyek lehetnek, szabad lesz tenni: $\text{sin. } \alpha = \alpha$, $\text{sin. } \beta = \beta$, és $\text{cos. } \alpha = \text{cos. } \beta = 1$; minek következtében:

$$h = t \frac{\text{sin. } \varphi + \alpha \text{ cos. } \varphi}{\text{cos. } \varphi - \beta \text{ sin. } \varphi}$$

és ha a kijelölt osztás valóban véghez vitetik, még pedig úgy, hogy α-nak és β-nak magasabb hatványait elhanyagoljuk, leend:

$$h = t\,(tg\varphi + \beta \,.\, tg^2\varphi + \alpha).$$

Minthogy továbbá az ALO háromszögben $AO = r$ a földsugár és $AL = AD = t$-nek vehető, lészen:

$$tgO = \frac{t}{r} \text{ avagy: } O = \frac{t}{r},$$

és így α-nak és β-nak e következő értékei lesznek:

$$\alpha = 0{\cdot}4347 \,.\, \frac{t}{r} \text{ és } \beta = 0{\cdot}9347 \,.\, \frac{t}{r}$$

minek következtében:

$$h = t \,.\, tg\varphi + \frac{0{\cdot}9347}{r}\, t^2 \,.\, tg^2\varphi + \frac{0{\cdot}4347}{r}\, t^2,$$

ha pedig rövidség okáért: $\frac{0{\cdot}9344}{r} = m$ és $\frac{0{\cdot}4347}{r} = n$ tétetik, leend:

$$2)\; h = t \,.\, tg\varphi + mt^2\, tg^2\varphi + nt^2,$$

mely képlet h-nak meghatározására már fölötte alkalmas. Itt az m és n mennyiségek állandók s logarithmusaik azon esetre, ha mind t, mind r ölekben adatnék, e következők:

$$\log.\, m = 0{\cdot}4447428\text{—}7 \text{ és } n = 0{\cdot}1122602\text{—}7.$$

(*Példa.*) Tegyük fel, hogy $AD = t = 30000$ öl és a megmért magassági szög: $\varphi = 2^0\ 36'\ 20''$ és így a 2) alatti képlet szerint, a hol:

$\log.\,(t \,.\, tg\varphi) = 3{\cdot}1351985$, tehát: $t \,.\, tg\varphi = 1365{\cdot}2$
továbbá: $\log.(mt^2 tg^2\varphi) = 0{\cdot}7151398\text{—}1$, tehát: $mt^2 tg^2\varphi = 0{\cdot}519$
végre: $\log.\,(nt^2) = 2{\cdot}0665028$, tehát $nt^2 = 116{\cdot}54$;

összeadás után leend:

$$= 1482{\cdot}259 \text{ ölnyi.}$$

Ha t távolság csak nagyon kicsiny lenne, akkor a 2)

alatti képletnek két utolsó tagját el lehetne hanyagolni és ez által e következő kifejezésre jutunk:

$$h = t \,.\, tg\varphi,$$

mely esetben $AD = t$ alapvonal fekmentes, a D-nél lévő szög pedig 90°-nyi. Az AD távolra nézve meg kell jegyeznünk, hogy ez azon esetben, ha BD valamely hegy magasságát képviselné, nem volna közvetlenül megmérhető, mivel D pont a hegy belsejébe esnék. Ez esetben az AD távolt új alapvonal felvétele és a gyakorlati mértan elvei szerint kellene meghatározni. Sokkal egyszerűbbé válnék a dolog, ha az A és B pontok tetőpontjai között foglalt ivet lehetne fokokban meghatározni. Ez által ugyanis az AD iv a Földön is adatnék fokokban és így ennek feltétlen hosszát is könnyü volna mérföldekben meghatározni, hacsak a benne foglalt fokok számát 15-tel szorozzuk. Végre azt is látjuk, hogy a BD magasság az AD határra, mint alapra vonatkozik, ha tehát EF a tenger szine volna, akkor a megmért BD magassághoz az A pontnak a tenger szine feletti magasságát még hozzá kellene adni, hogy a B pont feltétlen magasságát nyerhessük.

8) **A magasság mérésének más esete.** Ezen különleges eset a (40-ik idom)-ban van képviselve, hol AB a megmérendő magasság, BED pedig egy, a B lábpontból kiinduló lejtős alap, melynek BE részét az akadályok miatt megmérni nem lehet. Ezért tehát $ED = a$ vétetik föl alapvonal gyanánt és pontosan megméretik. Ezen ED alapvonal végpontjainak oly tulajdonsággal kell birniok, hogy az AB magasság mindkét végpontját lehessen belőlük látni.

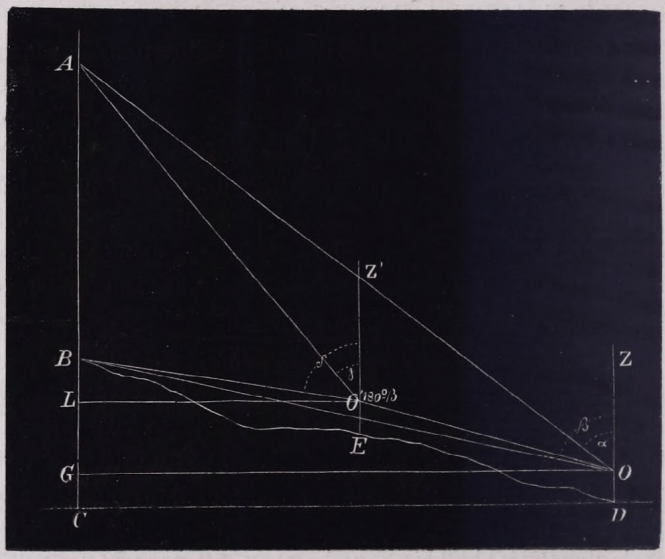
Most a szögmérőt D pontban állítjuk fel, középpontját O-ban képzelvén. Ezután a távcsövet A pont felé irányozzuk és a szögmérő kerületén α szögnek mértékét leolvassuk, mely nyilván A pontnak tetőponti távola D pontra nézve, s így az AOG magassági szög pótszöge. Ha pedig a távcsövet B pont felé irányozzuk, akkor a szögmérő kerületén a β szög lesz leolvasható, mely, mint látjuk, B pontnak tetőponti távolát képviseli s így a BOG magassági szögnek pótszöge.

Ennek megtörténte után a szögmérőt E pontba visszük úgy, hogy középpontja O'-be essék. És most a távcsőt mind

A, mind B pont felé irányozzuk, s a szögmérő kerületén mind az $AO'Z' = \gamma$, mind pedig a $BO'Z' = \delta$ szögeket leolvassuk melyek nyilván az A és B pontok tetőponti távolait az E helyre nézve képviselik.

Az eddig megmért szögek és az $ED = a$ alapvonal már elégséges adatok arra, hogy az AB magasságot meghatározhassuk. Ugyanis az $AO'O$ háromszögben:

$OO' = a$, $AOO' \sphericalangle = \beta - \alpha$ és az $AO'O \sphericalangle = 180 - (\delta - \gamma)$,



40. ábra.

s így az $OAO' \sphericalangle = \alpha - \gamma$. Ennélfogva e kérdéses hároms zögből ez arányzat áll:

$$a : AO' = \text{sin. } (\alpha - \gamma) : \text{sin. } (\beta - \alpha), \text{ miből:}$$

$$AO' = a \frac{\text{sin. } (\beta - \alpha)}{\text{sin. } (\alpha - \gamma)},$$

mely egyenlet által tehát az $AO'B$ háromszögben előforduló AO' oldal ismeretessé vált, és mivel ugyanezen háromszögben mind a három szög is ismeretes, még pedig:

$$AO'B \sphericalangle = \delta - \gamma,\ ABO' \sphericalangle = 180 - \delta,\ BAO' = \gamma;$$

ennélfogva áll e következő arányzat:

$$AO' : AB = \text{sin. } (180—\delta) : \text{sin. } (\delta—\gamma), \text{ miből:}$$

$$AB = \frac{AO' \text{ sin. } (\delta—\gamma)}{\text{sin. } \delta}.$$

és ha AO' helyébe az imént megtalált értékét helyettesítjük, lesz

$$AB = a \frac{\text{sin. } (\beta—\alpha) \text{ sin. } (\delta—\gamma)}{\text{sin. } \delta \text{ sin. } (\alpha—\gamma)}.$$

És így a keresett magasság már meg van határozva. Megjegyezzük még itt, hogy ezen eljárásnál a B, E, D és A pontoknak egy és ugyazon függélyes síkban kell lenniök.

Nem lesz itt érdektelen még az AB magasságnak a D ponttól való fekmentes távolát: $OG—t$ és az A pontnak a D pont látköre feletti magasságát: $AG—t$ meghatározni. Ha e célból az AOO' háromszögből az AO oldalt keressük ki, leend:

$$OO' : AO = \text{sin. } (\alpha—\gamma) : \text{sin. } (\beta—\gamma), \text{ miből:}$$

$$AO = OO' \frac{\text{sin. } (\beta—\gamma)}{\text{sin. } (\alpha—\gamma)} = a \frac{\text{sin. } (\beta—\gamma)}{\text{sin. } (\alpha—\gamma)}.$$

S már ezen oldal segítségével az AOG háromszögből, hol az $AOG \sphericalangle = 90—\alpha$, $GAO = \alpha$, könnyen megtalálható az OG oldal. Ugyanis:

$OG = AO$ sin. α és AO-nak helyettesítése után:

$$OG = a \frac{\text{sin. } \alpha \text{ sin. } (\beta—\gamma)}{\text{sin. } (\alpha—\gamma)},$$

Ugyanezen háromszögből leend:

$$AG = AO \text{ cos. } \alpha = a \frac{\text{cos. } \alpha \text{ sin } (\beta—\gamma)}{\text{sin. } (\alpha—\gamma)}.$$

A gyakorlatban még egy magasságmérési mód fordúl elő, mely mód lejtmérésnek mondatik. Ezen mód nagy pontosságot nyújt, de csak lassankint emelkedő helyeknél alkalmazható, mert valamely meredek hegy magasságát ezen mód segítségével megmérni: majdnem legyőzhetetlen akadálylyal jár. Ezen mérési mód az úgynevezett lejtmérői műszer alkalmazása által történik. Ezen műszer áll: 1) egy jó távcsőből, mely egy estelővel van ellátva, hogy tengelyének fekmentes irányt lehessen adni. 2) két lécből, melyek mindegyike két ölnyi magas s lábakra és hüvelykekre vannak felosztva. Ezen

úgynevezett lejtmérői léceken egy négyszögü és kétszinű tábla mozgatható fel s alá. E tábla közepén fekmentes fekete vonal látható, mely a távcső fekmentes fonalával egy irányban hozatik, hogy az észlelt magasságot le lehessen olvasni.

9) **Magasságok mérése barometer segítségével.** Torricelli hires kisérlete alkalmat nyújtott a barometer szerkesztésére, melynek célja az, hogy általa a mindenkori légnyomást meg lehessen határozni. Torricelli azt találta, hogy a Föld bármely részére gyakorlott légnyomás éppen oly nagy, mint azon higanyoszlop súlya, melynek alapja a nyomott felület, magassága pedig 28 hüvelyknyi. Ebből már láthatjuk, hogy a légkörnek a Föld összes felületére gyakorlott nyomása oly nagy, mintha a Föld 28 hüvelyknyi magassággal biró higanyréteggel volna körülvéve, látjuk továbbá azt is, hogy egy meghatározott felületre pl. egy □ hüvelykre oly nyomást gyakorol a levegő, mely egy □ hüvelyknyi alappal és 28 hüvelyknyi magassággal biró higanyoszlop súlyával egyenlő. Mivel pedig minden köbhüvelyk higany $\frac{1}{2}$ fontot nyom és az előbbi higanyoszlopban 28 köbhüvelyk van: látni való, hogy a levegő a Föld felület egy □ hüvelyknyi területét 14 fontnyi súlylyal nyomja, s ezen súly közönségesen egy *légnyomásnak* neveztetik.

Számos kisérlet mutatja, hogy egy és ugyanazon helyen a barometerben lévő higanyoszlop magassága nem mindig ugyanaz, hanem majd több, majd kevesebb 28 hüvelyknél. S ebből világosan kellett következtetni, hogy a légnyomás változó, minek oka a légkörben előforduló különféle jelenetekben keresendő.

Könnyű meggyőződni, hogy a barometerben lévő higanyoszlop magassága annál nagyobb, minél alacsonyabban fekvő helyeken történik a kisérlet, így pl. a tenger színén a higanyoszlop magassága a lehető legnagyobb s mintegy 28·4 hüvelyket tesz.

Ha azonban magasabban fekvő helyekre haladunk a barometerrel, mindig és mindig jobban fogy a higanyoszlop magassága. És éppen ez azon körülmény, melynél fogva valamely hegy lábánál és csúcsánál, az észlelt magasságaiból a

higanyoszlopnak, magát a hegynek magasságát is meg lehet határozni. Valamely magasságnak a barometer általi megmérése tehát abban áll, hogy ezen magasságnak mind lábánál, mind pedig csúcsánál a higanyoszlop magasságát leolvassuk és ebből azután magának a megmérendő tárgynak magasságát számítsuk ki.

Ezen mérési mód nagyon könnyű volna, ha csak a megmérendő magasság láb- és csúcspontja közötti levegő ugyanazon sürűsége volna. Ámde a dolog nem úgy van. Ugyanis ismeretes előttünk, hogy a levegőrétegek sürűsége mértani arányban fogy, míg a rétegeknek a Földtől mért távola számtani arányban nő.

És így ha valamely magasságot a barometer segítségével akarunk megmérni, mindenekelőtt szükséges, hogy ezen magasságnak megfelelő középsürűsége vagy közép fajsúlya a légnek legyen ismeretessé.

E végből tudjuk, hogy egy köbláb levegőnek súlya nemcsak a barometer állásától, hanem a légkörben uralkodó hévtől is függ. Tudjuk ugyanis, hogy minden test, tehát a levegő is, a meleg által kiterjesztetik, minek folytán nagyobb tért foglal el, és így sürűsége, fajsúlya kisebbé lesz. A levegő fajsúlyának meghatározásánál tehát nemcsak a barometerben lévő higanyoszlop magasságát, hanem a levegőben uralkodó hőmérséket is számításba kell hoznunk. Ha tehát l egy köbláb levegőnek súlya 0°-nyi hőmérsék és 28 hüvelyknyi légsúlymérői állás mellett, akkor ugyancsak 0°-nyi hőmérsék és H hüvelyknyi légsúlymérői állás mellett egy köbláb levegőnek súlya ezen arányzatból nyerhető:

$$l : 28 = y : H, \text{ miből } y = \frac{H \cdot l}{28}.$$

Ha azonban a hőmérsék $t^{R.0}$-nyi volna, akkor azon köbláb levegő, mely 0°-nál $\frac{H \cdot l}{28}$ fontnyi súlyú volt, most is annyi lenne, csakhogy már nagyobb tért foglalna el, mivel a meleg a testeket kiterjeszti. És éppen az itt a főkérdés, mennyivel terjeszti ki? Kisérletek által kitünt, hogy bármely térfogatú légoszlop 0°-tól 80°-ig megmelegíttetvén térfogatának $\frac{3}{8}$-val

kiterjed, s ebből már könnyű lesz meghatározni, mennyivel terjed ki a levegő, ha 0°-tól t°-ig melegíttetik fel. Ugyanis:

$$80^0 : \tfrac{3}{8} = t : v; \text{ miből } v = \frac{3\,t}{640}.$$

$\frac{H \,.\, l}{28}$ fontnyi súlylyal biró levegő tehát, mely 0°-nál egy köblábnyi vala, t^0 hőfoknál már $\left(1 + \frac{3\,t}{640}\right)$ köblábnyi kiterjedésű lesz, mivel pedig csak egy köbláb levegőnek a súlya kerestetik, álland e végre e következő arányzat:

$$\left(1 + \frac{3\,t}{640}\right) : \frac{H \,.\, l}{28} = 1 : x, \text{ miből:}$$

$$x = \frac{H \,.\, l}{28\left(1 + \frac{3\,t}{640}\right)}.$$

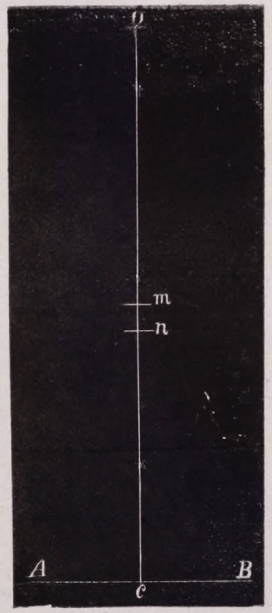
Ez egyszersmind azon általános kifejezés, melynek segítségével egy köbláb levegő súlya meghatározható azon esetre, ha a barometerben lévő higanyoszlop magassága H hüvelyk, az uralkodó hőfok pedig $= t^0$. Föltéve természetesen, hogy l, vagyis egy köblábnyi levegőnek súlya 0° és a barometernek 28 hüvelyknyi állása mellett ismeretes.

Mivel azonban a barometernek 28 hüvelyknyi magassága és a 0° a légkörben egyszerre csak fölötte ritkán fordúlhat elő, célszerűnek látszik egy köbláb levegőnek súlyát a barometernek H állása és t hőfok mellett meghatározni s ebből számítani ki az előbbi képletben előforduló l mennyiséget egyszerre és mindenkorra. E végre azonban a magasságmérés céljából okvetlenül szükséges, hogy valamely ismert magasságnak mind lábánál, mind pedig csúcsánál a barometer, nemkülönben a thermometer állásait pontosan észleljük, mely adatok segítségével ezen magasságnak megfelelő középsúlya egy köbláb levegőnek már könnyen lesz meghatározható. Oly módon találtatott, hogy egy 80 ölnyi (480. lábnyi) magasságnak megfelelő középsúlya egy köbláb levegőnek:

$$l = 0{\cdot}0000935 \,.\, q \text{ fontnyi};$$

a hol q egy köbláb higanynak 766·92 fontnyi súlyát terjeszti elő. És így l=0·072 font, s ez az említett magasságnak megfelelő középsúlya egy köbláb levegőnek.

10) **Eljárás a barometer általi magasságmérésnél.** Ennek felvilágosítására szolgál a (41-ik idom), hol AB a látkör, mely fölött az $OC = a$ magasságot kell megmérni. A barometer állása C-nél $= H$, a thermometeré pedig T foknyi. Ha már $Cn = u$ magasságra haladunk, akkor a barometer állását y-nal jegyezhetjük. Az y az u-val együtt változik, még pedig úgy, hogy a magasság végtelen kicsiny $nm = du$ tevőleges növetének a higanyoszlop nemleges növekedése azaz $-dy$ felel meg, s mivel a du magasságú légoszlop, a dy magasságú higanyoszloppal egyensúlyban van, ezen két oszlopra nézve e következő egyenletnek kell állania:



41. idom.

$$s.\ \lambda.\ du = -\ s.\ q.\ dy,$$
miből: $$\lambda\ du = -\ q\ dy,$$

hol λ a levegő, q pedig a higany fajsúlyát jelenti, s mindkét oszlop közös keresztmetszése s-sel jegyeztetett. Ez egyenletben szabad lesz λ helyébe az 1) alatti egyenletből nyert értékét tenni oly módon, hogy H helyébe y tétetik és így:

$$\frac{yldu}{28\left(1+\frac{3\,t}{640}\right)} = -\ qdy,$$

a hol t alatt az u magasságnak megfelelő hőmérséklet értendő. Ezen t mennyiséget az u magasság függvényében szükséges kifejezni, hogy az előttünk álló egyenlet egészelhető legyen. E végre pedig azon tapasztalati tény veendő tekintetbe, míszerint a hőmérséklet a magassággal egyenes viszonyban fogy, ha tehát az O-nál lévő hőmérsék T'-nek vétetik, akkor a C és O pontnál lévő hőmérsék közötti külömbség $= T-T'$ leend, és ha a C és n pontoknak megfelelő hőmérsék közötti külömbség x-sel jeleztetik, e következő arányzatnak kell állania:

$$a : T-T' = u : x,\ \text{miből}: x = \frac{u}{a}(T-T'),$$

s ennek folytán maga a t hőfok ezen egyenlet által állíttatik elő:

$$t = T - \frac{u}{a}(T-T') \text{ és így:}$$

$$-q\,dy = \frac{l.\,y.\,du}{28\left[1 + \frac{3}{640}\left(T - \frac{u}{a}(T-T')\right)\right]}, \text{ miből:}$$

$$-\frac{dy}{y} = \frac{l.\,du}{28\,q\left[1 + \frac{3}{640}\left(T - \frac{u}{a}(T-T')\right)\right]},$$

és ha rövidség okáért

$$1 + \frac{3\,T}{640} = p \text{ és } \frac{3}{640\,a}(T-T') = k \text{ tétetik,}$$

leend:

$$-\frac{dy}{y} = \frac{l.\,du}{28.q\,(p-ku)},$$

melynek egészlelése által kapjuk:

$$-\log.\,y = \frac{l}{28.q}\int\frac{du}{p-ku} + C;$$

ha $p-ku = z$ tétetik, leend:

$$du = -\frac{dz}{k}, \text{ és így:}$$

$$-\log.\,y = -\frac{l}{28.q.k}\int\frac{dz}{z} + C, \text{ miből:}$$

$$\log.\,y = \frac{l}{28.q.k}\log.\,z + C, \text{ avagy:}$$

$$\log.\,y = \frac{l}{28.q.k}\log.\,(p-ku) + C,$$

és ha most p és k helyébe fenebbi értékeiket helyettesítjük, lesz:

$$\log.\,y = \frac{l}{28.q}\,\frac{640.a}{3\,(T-T')}\log.\left[1 + \frac{3\,T}{640} - \frac{3}{640.a}(T-T')u\right] + C$$

és már csak a C állandó meghatározása van hátra. E végre pedig tudjuk, hogy azon esetben, ha az u magasság elenyészik, az y H-ra változik át s lészen:

$$\log.\,H = \frac{l.640.a}{28.q.3\,(T-T')}\log.\left(1 + \frac{3\,T}{640}\right) + C,$$

és ezen egyenletből a fenebbi egyenletet kivonván, ezen egyenletre jutunk:

$$\log. H - \log. y = \frac{l}{28.q} \frac{640.a}{3(T-T')} \log. \frac{1+\frac{3T}{640}}{1+\frac{3T}{640}-\frac{3}{640.a}(T-T')u}$$

Hogy már most ezen egyenletből a keresett a magasságot meg lehessen határozni, csak az u mennyiség a-val lesz felcserélendő és az y helyébe a barometernek azon magassága lesz teendő, mely az O csúcspontnál észleltetett, minélfogva lesz:

$$\log. H - \log. h = \frac{l}{28.q} \frac{640.a}{3(T-T')} \log. \frac{1+\frac{3T}{640}}{1+\frac{3T'}{640}},$$

ha pedig ezen egyenlet jobb részében előforduló hányados logarithmusát sorba fejtjük és ezen sorokat egymásból kivonjuk, e következő eredményre jutunk:

$$\log. H - \log. h = \frac{l.a}{28.q} \cdot \frac{640}{3(T-T')} \left[\frac{3}{640}(T-T') - \frac{1}{2}\left(\frac{3}{640}\right)^2 (T^2-T'^2) + \ldots \right],$$

mely kifejezés még így is irható:

$$\log. H - \log. h = \frac{l.a}{28.q} \left[1 - \frac{1}{2}\frac{3}{640}(T+T') + \ldots \right]$$

Minthogy pedig az itten előforduló logarithmusok a természetes rendszerhez tartoznak, közönségesen pedig csak a Briggféle logarithmusi rendszer van használatban, azért is, hogy eme logarithmusok a briggi rendszerre vonatkozhassanak, ezeket még m-mel $= 2{\cdot}3025851$ kell szorozni és így:

$$m\,(\log. H - \log. h) = \frac{l.a}{28.q}\left(1 + \frac{3}{640} \cdot \frac{(T+T')}{2} + \ldots\right)$$

is ez egyenletből:

$$a = \frac{28.q}{l} \cdot \frac{m\,(\log. H - \log. h)}{1 - \frac{3}{640} \cdot \frac{T+T'}{2}}$$

és ha végre az egységet ezen nevezővel valóban elosztjuk, lesz:

$$a = \frac{28 \cdot q}{l} \cdot m\,(\log. H - \log. h)\left(1 + \frac{3}{640} \cdot \frac{T+T'}{2}\right).$$

Mely képletben, mint látjuk a $\frac{T-T'}{2}$ nem egyéb, mint a kérdéses magasságnak megfelelő hőmérsék középértéke, melyet t-vel jelölvén, álland:

$$a = \frac{28 \cdot q}{l}\left(1 + \frac{3\,t}{640}\right) m\,(\log. H - \log. h).$$

És ez már azon eléggé egyszerű mathematikai kifejezés, melynek segélyével a kérdéses a magasság mindig könnyen kiszámítható, ha csak annak lábán és csúcsán a kellő barometer- és thermometer-észleletek megtörténtek. Ha még $\frac{q}{l}$ hányados helyébe a megtalált $\frac{1}{0{\cdot}0000938}$ érték tétetik, e következő eredményt nyerjük:

$$a = \frac{28 \cdot 2{\cdot}3025851}{72 \cdot 0{\cdot}938} \cdot 10000 \cdot \log. \frac{H}{h}\left(1 + \frac{3\,t}{640}\right),$$

itt 72-vel azért történt osztás, hogy az a magasság ölekben nyeressék meg. S mivel továbbá:

$$\frac{28 \cdot 2{\cdot}3025851}{72 \cdot 0{\cdot}938} = 0{\cdot}9546, \text{ álland még:}$$

$$a = \left(1 + \frac{3\,t}{640}\right) \cdot 9546 \log. \frac{H}{h}.$$

Hogy ezen képletnek alkalmazását láthassuk, jó leend azt egy példával felvilágosítani. Az utazó természet buvárok t. i. azt találták meg, hogy a Mont-Blanc nevű hegy tetején a barometerben lévő higanyoszlop magassága 16 hüvelyknyi volt, míg a tenger szine felett 28 hüvelyknyi. Az ezen két állomás közötti középhőmérséklet pedig 10 foknyinak találtatott. És így:

$$a = \left(1 + \frac{3\,t}{640}\right) 9546 \log. \frac{28}{16} = 2426 \text{ ölet}$$

kapunk előbbi képletünk szerint a Mont-Blanc hegy magasságául (14556 láb).

De Luc természetbuvár, a ki nagy fontosságú kisérleteket tőn az $\frac{l}{q}$ viszony meghatározására, szintén egy képletet

állitott fel, mely a magasságok megmérésére szolgál barometer segitségével. E képlet e következő:

$$a = 10000\left(1 + \frac{t - 16{\cdot}75}{215.}\right) \log. \left(\frac{H}{h}\right),$$

mely képlet azon esetben, ha a két állomás közötti középhőmérséklet 16·75 foknyi, e következő alakba megy át:

$$a = 10000 \,.\, \log. \frac{H}{h}.$$

Ha pedig De Luc képletét a Mont-Blanc magasságára alkalmazzuk eredményül: $a = 10000 \,.\, 0{\cdot}243 = 2430$ ölet kapunk, tehát 14580 lábat s igy kevéssel többet, mint az előbbi esetben.

Ha pedig a kérdéses magasságot nem ölekben, hanem meterekben akarnók kapni, akkor az arra szükséges képlet csak abban különbözik az előbbi képlettől, hogy 9546 tényező helyébe 18393 tényező lenne irandó, mely tényező majdnem kétszer nagyobb mint az, mely az első képletben fordúl elő, valamint annak lennie is kell, minthogy a meter az ölben majdnem kétszer foglaltatik. Az e célra használható képlet tehát lenne:

$$a = \left(1 + \frac{3\,t}{640}\right) 18393 \log. \frac{H}{h},$$

H és h helyébe e képletben akármiféle értékeket szabad irni, minthogy e viszony akár mely mértékre nézve mindig ugyanaz marad. A fent adott értékeket e képletben helyettesítvén, Mont-Blanc hegy magasságára nézve kapjuk:

$$a = 1{,}05 \,.\, 18393 \,.\, 0{,}243 = 4727 \text{ metert.}$$

Általánosan véve pedig, bécsi lábak bizonyos száma, ha valahol fordúlnának elő, meterekre az által változtatnak át, ha a bécsi lábak adott számát 3,166-tal elosztjuk.

Egy másik érdekes példa e következő. Ramond tudós ugyanis a pyrenaei hegylánczban előforduló Pic de Bigorre nevű hegynek mind lábán, mind tetején tőn a barometerrel kisérletet és azt találta, hogy ezen hegy lábánál a barometer

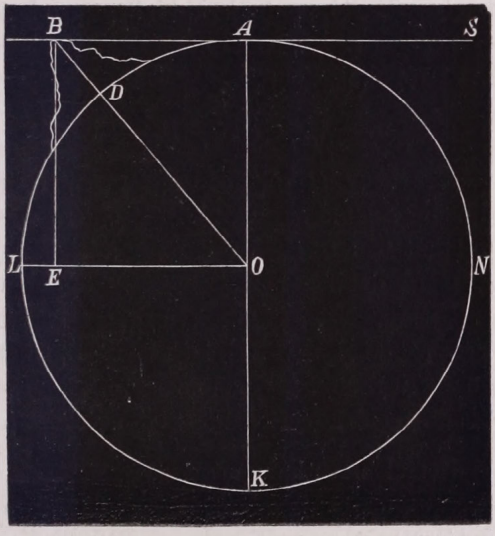
állása 27 hüvelyknyi, csucsán pedig 19·8 hüvelyknyi volt, a megfelelő középhőmérséklet pedig 10 foknyinak mutatkozott. Ezen adatokat számitásba hozván, leend:

$$a = 1{\cdot}046 \,.\, 9546 \log. \frac{27}{19{\cdot}8} = 9985 \,.\, 0{\cdot}1347 = 1347 \text{ párisi}$$

öl (toise), minek egyenértéke 8070 láb, mely magasság azonban nem a tenger szinére vonatkozik, s igy Pic de Bigorre hegy feltétlen magasságának meghatározására képletünkben $H = 28''$-nyi érték teendő, minek folytán $a = 9985 \,.\, 0{\cdot}1505 = 1502$ öl, és ha ebből az imént megtalált magasságot levonjuk, 157 ölet kapunk s ez nyilván a kérdéses hegy lábának a tenger szine fölötti magassága.

11) **A Holdon lévő hegyek magasságai.** Hogy a Hold felülete éppen oly egyenlőtlenségekkel van ellátva, mint Földünké, arról ki sem fog kételkedni, ki a Holdat részletes kivilágitása alkalmával hatalmas távcső segitségével vizsgálta meg, különösen pedig akkor, midőn a Hold első vagy utolsó negyedében fordúl elő, mely alkalommal a kivilágitási határ egyenes vonal. De nemcsak ezen határt fogjuk világosan látni, hanem e határon túl, a Hold setét félgömbjén számtalan világító pontokat is észreveszünk, mely pontok nem lehetnek egyebek, mint a kinyúló és a Nap sugarai által kivilágitott hegyek csúcsai. A hires Gallilaei volt az első, ki nemcsak állitá azt, hogy a Holdon hegyek fordulnak elő, hanem azokat tényleg meg is mérte. E méréseinél azonban azon jelentékeny hibát követte el, hogy a kivilágitott pontoknak a kivilágitási határtól való távolát csak megbecslés (szemmérték) utján határozta meg, s ennek folytán azt állitotta, hogy a Holdon 26400 lábnyi magas hegyek is vannak. Ezen állitása csekély valószinűségű, miután nem lehet feltenni, hogy oly kicsiny testen, mint a Hold, magasabb hegyek is léteznének, mint a Földön. Midőn itt a világító pontoknak a kivilágitási határtól való távolárol van szó: természetesen többnyire csak azon pontokat veszszük tekintetbe, melyek az emlitett határtól a legnagyobb távolságban vannak, tehát a lehető legkisebb alakban tünnek föl. Ezeknek a kivilágitási határtól való távolait pedig Gallilaei a holdsugár $\frac{1}{20}$ részével vevé egyenlőknek, tehát, mint látni fogjuk, a kellőnél na-

gyobbaknak. Gallilaei után különösen Hevel csillagász foglalkozott tüzetesen a Holdon levő hegyek mérésével. Ő pedig a világító pontoknak a kivilágítási határtól való távolait a holdsugár $\frac{1}{216}$ részével tevé egyenlőknek s igy ő a Holdon lévő hegyek legnagyobb magasságára nézve 10400 lábat nyert. Elvégre 1780-ban Herschel a megbecsléseket félre tevén, minden távolságot a paránymérő segítségével mért meg s különösen neki köszönhetjük a Holdon levő hegyek pontos magasságainak ismeretét.



42. idom.

A Holdon lévő hegyek mérési módjának felvilágosítására szolgál a (42-ik idom), hol $ALKN$ a Hold keresztmetszése, O középpontja, ANK annak kivilágított félgömbje, tehát AK a kivilágítási határ, végre BD legyen egy, a Holdon levő hegy magassága, melynek csúcsát az érintő SA fénysugár még eléri s igy a kivilágítási határon túl egy világító pontot hoz létre. Ha most LO-ra BE-t függélyesen húzzuk, lesz E pont nyilván B pontnak vetülete LO-ra. És igy E pontban a Hold setét félgömbjén egy világító pontot nyertünk, melynek a kivilágítási határtól való távola $= OE = AB$ és már látjuk,

hogy itt csak az $AB = OE$ távolnak pontos megmérése szükséges, minthogy az AOB háromszögből, hol AO a holdsugár :

$BO = \sqrt{AB^2 + AO^2}$, következőleg : $BD = \sqrt{AB^2 + AO^2} - AO$

s ez már a hegy keresett magassága. Könnyű belátni, hogy itt csak a látszólagos méretekkel szükséges a számitást keresztülvinni, minthogy ennek megtörténte után a hegy valódi magassága is könnyen lesz meghatározható, mit e következő példa által teszünk világossá. Ismeretes ugyanis előttünk, hogy a Hold látszólagos sugara 16'-nyi, s ha most felteszszük, hogy valamely világító pontnak a kivilágitási határtól való távola 1'-nyi : akkor a megfelelő hegynek látszólagos magasságára nézve kapnók :

$$BD = \sqrt{16^2 + 1} - 16 = 0{\cdot}03$$

azaz a kérdéses hegy látszólagos magassága 0·03 perczet teszen, mivel pedig a Hold sugara 235 mérföldnyi, minden egyenes perczre tehát 14·7 mérföld esik s igy a kérdéses hegynek magassága mérföldekben nyilván $14{\cdot}7 \cdot 0{\cdot}03 = 0{\cdot}44$ szám által van kifejezve. Ezen hegynek magassága tehát 10560 lábnyi. Ezen példából egyuttal látjuk, miként kell bármely más esetben is eljárnunk. Ily módon mérettek meg a Holdon előforduló legnagyobb hegyek magasságai. Nevezetesen pedig :

A Derfel	nevü	hegy	magassága	22809 láb.
A Newton	»	»	»	21792 »
A Casatus	»	»	»	20868 »
A Curtius	»	»	»	20307 »
A Calipus	»	»	»	18648 »
A Tycho	»	»	»	18453 »
A Huyghens	»	»	»	16650 »

Hasonló módon mérettek meg a Vénus bolygón előforduló hegyek magasságai is és az találtatott meg, hogy e bolygón 124000 lábnyi magas hegyek is előfordulnak, melyek tehát 4-szer magasabbak mint a Föld felületén előforduló legnagyobb hegyek.

12) **A Föld legnevezetesebb magasságai és alapemelkedései.** Mielőtt e tárgyhoz fognánk, szabad legyen megem-

lítenünk, hogy a földsugár 57·3 foknyinak is mondható, értvén egy fok alatt 15 g. mérföldet. S ennek következtében lehetséges a Föld felületét □ fokokban is kifejezni, melyre nézve nyilván ezen egyenlet szolgál:

$$4.\ \frac{22}{7}(57{\cdot}3)^2 = 41275$$

azaz a Föld összes felülete 41275 □ fokot tesz, mely szám sokkal kisebb és kényelmesebb, mint azon szám, mely a Föld felületét □ mérföldekben terjeszti elő. Ezt tudván, közvetlen mérések által azt találták meg, hogy a tenger szine a Föld felületén 30000 □ foknyi területet foglal el s igy a szárazföld felülete csak 11275 □ foknyi kiterjedéssel bir. E szárazföld felületén pedig különös alapemelkedések fordúlnak elő, melyek kisebb-nagyobb magassággal birnak a tenger szine fölött. Azon részek, melyek legjobban emelkednek a tenger szine fölött, hegyláncoknak, a bennök előforduló legmagasabb emelkedések pedig hegyeknek neveztetnek. Ha pedig valamely nagyobb kiterjedésű egész tájék van jelentékeny magasságban a tenger szine felett: ezt fönnlapálynak nevezzük. Ilyen pl. az Ázsiában fekvő thibeti fönnlapály.

Lássuk most, mily magas fekvésű tájak és hegyláncok fordúlnak elő a Föld felületén.

13) **Európának alapemelkedései.** Európában e következő fő hegyláncok érdemelnek említést.

1) A skandinaviai hegylánc, mely Norvégiának egész hossza szerint az éjszak felé fekvő éjszaki fokig terjed ki. Sok alapemelkedéseket, magas fekvésű tájakat és mély völgyeket tartalmaz magában.

2) A britaniai hegyláncok, melyek Scótiában érik el a legnagyobb magasságot.

3) A pyreneusi hegylánc, mely keletről nyugat felé terjed. Spanyolország és Frankhon között határt képez. E hegyláncolatban szintén tetemes magasságú hegyek fordúlnak elő.

4) Az Alpesek hegyrendszere. Ez a leghatalmasabb alapemelkedés Európában. Közép-Európának nagy kiterjedésű részét foglalja el.

5) A Kárpátok hegylánca, melyek a Magyar- és Lengyelország között határt képeznek.

6) Az Appeninusok hegyláncolata, mely szintén nagyon jelentékeny, és Olaszországot egész hossza szerint átfutja. Ezen hegylánc a tengeri Alpeseknél kezdődik s a Messinai tengerszorosnál végződik.

7) Végre megemlítjük még a Balkán hegyláncot is, mely szintén jelentékeny kiterjedéssel bir.

Az eddig említett főhegyláncokon kivül még sok számú kisebb hegylánc is fordúl elő Európában, melyeknek jelentékeny befolyásuk van, azonban az egyes országok politikai és culturai viszonyaira.

E tekintetben különös figyelemre méltó Spanyolország, mely egyszersmind a legmagasabb fekvésü tartomány Európában. Közép emelkedése a tenger szine fölött 2000 lábnyi. Ezen ország belsejében pedig több jelentékeny hegyvonat fordúl elő, u. m.: 1) A cantabriai hegylánc, mely Spanyolhon éjszaki részén nyugat felé terjed. 2) Dél felé találkozunk a Sierra-Quadarama nevü hegylánccal, mely Ó-Castiliát választja el Új-Castiliától. 3) Még jobban dél felé fekszik a Sierra-Quadelup hegylánc s nem messze ettől a Sierra-Morena hegylánc. Végre a Középtenger partja mellett huzódik el a Sierra-Nevada hegylánc, mely Granada hegyláncnak is hivatik. Ezen hegységek által Spanyolország oly kitünően jellemeztetik, hogy azt Európa legszebb tartományának kell tekintenünk.

Hasonlóképpen Frankhon belsejében is jelentékeny hegyláncok fordulnak elő, ilyen pl. a Cevennek hegyláncolata Frankhon déli részén.

Lássuk most az egyes hegyláncolatokban előfordúló legmagasabb csúcsokat.

Az Alpesek legmagasabb csúcsai ezek:

Montblanc,	magassága	14430	lábnyi,	avagy	4600	méternyi.
Monte-Rosa,	»	13890	»	»	4400	»
Mont-Cervin,	»	13515	»	»	4276	»
Finsteraarhorn,	»	13080	»	»	4139	»

Jungfrau, magassága 12540 lábnyi avagy 3968 meternyi.
Ortler Tyrolban, » 11760 » » 3721 »
Grossglokner, » 11700 » » 3703 »

A Pyreneusok hegyláncában előforduló legmagasabb csúcsok ezek:

Malahite, magassága 10215 láb, 3232 meter.
Mont-Perdu, » 10050 » 3180 »
Maladetta, » 9945 » 3210 »
Pic de Bigorre, » 8628 » 2730 »
Cylinder, » 9966 » 3154 »
Vignemale » 9894 » 3131 »
Canigou » 8355 » 3644 »

A spanyolországi Sierra-Nevada hegyláncban Mulhacen nevű hegy fordúl elő, mely 10665 lábnyi magas.

A Kárpátok hegyláncában legmagasabb a Ruska-Poyana nevű, 9075 lábnyi magas hegy.

Az Apenninek legmagasabb csúcsa, a Monte-Corno nevű, 8700 lábnyi magas hegy.

A Balkán hegyláncban is tetemes magasságú hegyek fordúlnak elő. Ilyen 1) A Tschardagh nevű hegy, melynek magassága 9600 lábnyi és 2) Az Olymp nevű hegy, mely 5850 lábnyi magas.

A norvégiai hegyláncban fekszik: 1) Schneehaettan nevű hegy, melynek 7500 lábnyi magassága van. 2) Langfjeld, mely 6048 lábnyi magas.

Végre a scótiai hegyláncban fekszik a 3990 lábnyi magas Ben-Revis hegy.

A vulkánok, vagyis tüzokádó hegyek száma Európában fölötte csekély. Ilyenek:

Aetna Siciliában, magassága 9711 láb, vagyis 3073 méter.
Hekla Island szigetén, » 4671 » » 1478 »
Vesuv Nápolyban, » 3594 » » 1137 »

Az Alpeseken magas fekvésű lakhelyek is fordúlnak elő, mílyenek:

St.-Bernhard lakhely, magassága 7473 láb, vagyis 2367 meter.
St.-Gotthard » » 6225 » » 1970 »

St.-Veran falu, magassága 6120 láb, vagyis 1937 meter.
Breuil falu, a Cervin hegyen, 6021 » » 1905 »
Maurin falu, az Alsó-Alpeseken, 5706 » » 1805 »

Az Alpeseken előforduló hegyszorosok pedig e következő nevekkel és magassággal birnak:

Mont-Cervin hegyszorosa, magassága 10230 láb, v. 3237 meter.
A nagy St.-Bernárd » » 7473 » » 2365 »
A kis St.-Bernhard » » 6576 » » 2081 »
Mont-Cenis » » 6198 » » 1961 »
Simplon » » 6015 » » 1904 »
Mont-Genevre » » 5811 » » 1840 »
Splügen » » 5775 » » 1827 »
Brenner » » 4260 » » 1348 »
Radstädter Tauern » » 4677 » » 1480 »

Az Alpesek hegygerincének a tenger szine feletti magassága 7020 lábnyi, a Pyreneusok hegygerincéé pedig 7311 lábnyi, tehát magasabb, mint az Alpeseké.

Nagy érdekű lesz még különféle európai városoknak a tenger szine feletti magasságát is e következőkben elősorolni:

Innspruck Tyrolban, magassága 1698 láb, vagyis 537 meter.
München Bajororsz., » 1545 » » 490 »
Lausanne Schweitzban, » 1521 » » 482 »
Augsburg, » 1425 » » 450 »
Salzburg, » 1356 » » 429 »
Neuenburg, » 1314 » » 415 »
Genf, » 1125 » » 352 »
Ulm, » 1107 » » 346 »
Regensburg, » 1086 » » 339 »
Moskva, » 900 » » 277 »
Turin, » 690 » » 207 »
Prága, » 537 » » 176 »
Bécs, » 399 » » 130 »
Mailand, » 384 » » 121 »
Bologna » 363 » » 120 »
Róma » 138 » » 40 »
Berlin » 120 » » 34 »

Érdekes leend még a 2000 lábnyi középemelkedéssel biró Spanyolország némely városainak a tenger szine feletti magasságát is elősorolni. Még pedig:

Burgos magassága	2640	láb,	vagyis	835	meter.
Valadolid »	2046	»	»	635	»
Guadalaxara »	1998	»	»	623	»
Madrid »	1905	»	»	591	»
Zamora »	1725	»	»	531	»

Itt különösen kiemelendő Heas falu, mely 4491 lábnyi magasságban fekszik a tenger szine felett.

Felsorolunk elvégre több tavat is, melyek szinte tetemes magassággal birnak a tenger szine fölött, még pedig:

Thuner tó magassága	1668	láb,	vagyis	844	meter.
Neuenburgi tó »	1305	»	»	724	»
Zürichi tó »	1224	»	»	697	»
Boden tó »	1194	»	»	687	»
Genfi tó »	1116	»	»	664	»

14) **Ázsiának alapemelkedései.** Ezen legnagyobb kiterjedésű világrész egyszersmind a leghatalmasabb emelkedésekkel is bir a Föld felületén. A legmagasabb fekvésű alapemelkedések ezen világrész közepén fekszenek ott, hol a tibeti fönnlapály emelkedik. A Föld felületén előforduló ezen legnevezetesebb tájban négy párhuzamos, nyugatról kelet felé irányzott hegyláncolat emelkedik, melyek e következők:

1) A Hymalája nevű hegylánc, mely a 23, és 30. szélességi, továbbá a 70-ik és 95-ik hosszúsági fokok között fekszik s igy majdnem 175 □ foknyi területet foglal el. Ez mindenesetre a Föld felületén előforduló legnevezetesebb hegyláncolat, minthogy benne egyszersmind a legmagasabb csúcsok is fordúlnak elő.

2) Az Altai nevű hegyláncolat, mely az 50-ik éjszaki szélességi fok alatt terül el és pedig szinte nyugatról kelet felé. Ezen két hegylánc között fekszik a már emlitett fönnlapály, mely Thibet- és Mongolországból és még több pusztából áll.

3) A Kuen-Lün nevű hegylánc, mely a Hymalája hegy-

lánctól éjszakra fekszik s egészen a 35-ik szélességi fokig terjed ki, és Thibet országot zárja be.

4) A 42. és 43. szélességi fok között találkozunk az ugynevezett égi hegységgel (Himmelsgebirge), mely szintén nyugatról kelet felé terjed. Nyugat felé a Bolor nevű déli hegylánccal fut össze, a honnan a Kaspi tenger felé nyúlik ki és a Kaukasussal jó érintkezésbe. Az égi hegység és a Kuen-Lün lánc között fekszik a Gobi nevű puszta.

5) Nagy nevezetességgel bir még a Bolor nevű délköri hegylánc, mely a 70. hosszúsági fokon keresztülmenő délkör irányában terjed ki és pedig a 33. sz. foktól a 40-ikig, a hol az égi hegységgel találkozik és ott egy csomót képez, A 33. sz. fok alatt pedig a Hymalájával fut össze, a hol ismét egy csomó képződik, melyből egy uj hegylánc kiindulván, Kabulon keresztül Persiába megy és Kis-Ázsiának hegységeivel lép összeköttetésbe.

6) Meg kell még említenünk a Karakorum nevü hegységet is, mely Küen-Lün déli oldalán terül el és Kaschmir országnak határát képezi.

Ezeken kivül Ázsiának még több kisebb-nagyobb hegyláncolata van, melyek e következők:

1) Az Ural hegylánc, mely Európának határát képezi. Éjszakról dél felé terjed a 60. hosszúsági fokon keresztül menő délkör irányában. Fekszik az 50. és 67. sz. fokok között.

2) A Kaukasus nevű hegylánc, mely a Fekete és Kaspi tengerek között délkeletről éjszaknyugatra nyúlik el és pedig a 43. sz. fok alatt. Ezen lánc közepén megy át azon délkör, mely a 40. hosszúsági fokhoz tartozik.

3) A Suleimann nevű hegylánc, mely azon csomóból indúl dél felé, melyet a Hymalája a Bolorral képez.

4) Azon hegyláncok, melyek Kelet-Indiában fekszenek, keleti és nyugati Ghats név alatt ismeretesek. A nyugati lánc éjszakról dél felé, India nyugati partjainál húzódik s majdnem 14°-nyi hosszúsággal bir. Éjszakon pedig a Vindhia hegységgel találkozik, mely nyugatról kelet felé tart.

5) A 40. és 52. sz. fokok között fekszik a Khingan nevű hegylánc, mely éjszakról dél felé terjed. Ettől éjszakra a Jab-

onai Chrebeth és a Stanovoi Chrebet nevű hegyláncok fekszenek, mely utóbbi egész Kamcsatkáig nyúlik el.

6) A Taurus nevű hegylánc Kis-Ásiában, melynek nyugat-keleti iránya van s Kis-Asia határát képezi. Ezen hegység egyszersmind a persiai hegységekkel is össze van kötve. A Középtenger partjain, Syriában, fekszik a Libanon nevű hegylánc. A chinai birodalomban is számos hegység van, melyek között legnevezetesebb a Jung-ling nevű hegyláncolat, minthogy a legmagasabb csúcsokkal bír.

15) **Ásia legmagasabb hegyeinek és helyeinek elősorolása.** Érdekes lesz az ásiai hegyláncok nevezetesb csucsainak a tenger szine fölötti magasságát e következőkben elősorolni.

A Hymalája hegylánchoz tartozó csúcsok e következők:

1) Gaurisankar	nevű	hegy	26520	láb	vagy	8300	meter.
2) Kischinjanga	»	»	25776	»	»	8123	»
3) Dhavalagiri	»	»	25365	»	»	7986	»
4) Sihsur	»	»	25419	»	»	8014	»
5) Javahir	»	»	23544	»	»	7450	»
6) Jamnutri	»	»	23469	»	»	7425	»
7) Goseinthan	»	»	22584	»	»	7130	»
8) Chumalari	»	»	21879	»	»	6895	»

A Karakorum hegyláncban nevezetes a Dapsang nevű hegy, mely 25875 lábnyi magassággal bír.

A Bolor hegyláncban pedig nevezetes a Pontischkur nevü hegy, melynek magassága 17535 lábnyi.

Ezeken kivül Ásia többi hegyláncaira vonatkozó, e következő magasságokat is megemlítjük:

Elbrus nevű hegy Kaukasusban	magas.	16920	láb, v.	5323 m.
Kasbek » » »	»	15120	»	4783 »
Kúphegy (Kegelberg) Chinában	»	15405	»	4777 »
A nagy Ararat Armeniaban	»	16050	»	5080 »
Ophir hegy Sumatra	»	11850	»	3750 »
Demavend Persiaban	»	19650	»	6218 »
Jung-ling Chinaban	»	14685	»	4615 »
Altai Siberiaban	»	9810	»	3104 »

Jablonai	magassága	13650	láb, v.	4320	meter.
Adams Pic Ceylon	»	5850	»	1820	»
Libanon Syriaban	»	8715	»	2758	»
Sinai	»	8235	»	2638	»
Bulgar-Dagh	»	6300	»	2000	»

Ásiában a vulkánok csekély száma fordúl elő, a legnevezetesebbek e következők:

Kliutschi Kamtsatkában	magas.	14400	láb, v.	4557	meter.
Kronotzkája Szopka	»	10140	»	3209	»
Avatschka	»	7992	»	2530	»
Tolbatschinskája Szopka	»	7200	»	2280	»

A Hymalájában előforduló hegyszorosok magassága Schlagintveit testvérek szerint 16290 lábra is felmegy, holott Humbolt szerint valamivel kevesebbre.

A Karakorum hegylánc középmagassága: 17100 lábnyi, végre Kuen-lün hegységé 15540 lábnyi.

Ásiában előforduló némely lakhelyek magasságai e következők:

Ladak	magassága	9138	láb, vagy	2900	meter.
Bach-Kichla	»	7110	»	2250	»
Erzerum	»	5688	»	1800	»
Ispahan	»	4020	»	1272	»
Jerusalem	»	2415	»	764	»
Balkh	»	1755	»	555	»
Delhi	»	771	»	244	»

Több tó is találtatik Ásiában, melyeknek tetemes magasságuk van a tenger szine fölött. S ezek e következők:

Mapan szent tavai	magas.	13710	láb, v.	4338	meter.
Urania tó	»	4569	»	1446	»
Touz-Gheul sótó	»	2685	»	850	»
Zarah tó	»	2040	»	645	»

A nevezetes s bámulatos Hymalája hegycsoportra nézve meg kell jegyeznünk, hogy ezen hegyrendszer tulajdonképpeni hegyláncot nem képez, mint azt az európai és amerikai hegy-

láncoknál, pl. a Pyreneusoknál, a Kárpátok- és Andeseknél látjuk. Mig t. i. ez utóbbiak jelentékeny hosszúságuk mellett, aránylag csak csekély szélességgel birnak: addig Hymalája hegylánc nemcsak mintegy 390 mérföldnyi hosszúsággal, hanem mintegy 60 mérföldnyi szélességgel s így csaknem 24 ezer □ mérföldnyi kiterjedéssel bír. S e roppant kiterjedésű területen a hegyek, havasok és hegyhátak rendetlenül szét vannak szórva, miről már sok kitünő és tudós utazóknak volt alkalma meggyőződni. És ha valaki a vadregényes tájékokban gyönyörködik, csak a Hymalája hegyláncot kell meglátogatnia s itt valamely jelentékeny magasságra fölmenve, a havasok, fekete kúpok s egymást keresztező hegyhátak egész tengerét veendi észre. Hogy végre a havasok ily nagy világából a viznek roppant tömegei is keletkeznek: azt a Hymalájában eredő számos és tekintélyes folyók is igazolják.

16) **Amerika alapemelkedései.** Amerikában nem fordúl elő oly számos hegylánc, mint Ásiában. Amerika hegyláncolatai mégis elég figyelemre méltók 1-ször különös sajátságaiknál fogva, 2-szor mivel jelentékeny magasságú hegyeket tartalmaznak magokban, melyek nagyságra nézve bátran versenyezhetnek az ásiai hegyekkel s melyeknek tetemes része vulkán-természetű.

Lássuk most az amerikai hegyláncokat!

A legnagyobb kiterjedésű s legnevezetesb amerikai hegylánc, az úgynevezett Cordileras de los Andes, mely a Panama földszoros mellett a 10-ik éjszaki szélességi fok alatt kezdődik a hol Choco-láncnak neveztetik. Innen a csendes tenger partján az Ecuador, Peru, Bolivia, Chile és Patagonia tartományokat szakadatlanúl átjárja és a Magelhaens utnál az 54. szélességi fok alatt végződik. Hossza tehát 64 foknyi, avagy 960 mérföldnyi. Ami ezen hegyláncot különösen kitünteti az abban áll, hogy magasságai közvetlenül a tenger szinétől kezdve emelkednek, csúcsai tehát sokkal magasabbaknak látszanak, mint az ásiai hegyláncok csúcsai. Bolivia tartományban, La Paz helyiség közelében ezen hegylánc egy csomót is képez, melyből az Andesek éjszak, dél és kelet felé is elágaznak.

A második nagyon tekintélyes hegylánc: a mexikói Cordillerras hegycsoportja, mely Guatemala tartományban az

éjszaki szélesség 10 fokánál kezdődik és éjszak felé haladván a 45 sz. foknál végződik, a hol az úgynevezett sziklás hegységgel találkozik, mely utóbbi hegység egész 65. sz. fokig terjed ki. A mexikói hegyláncban ugyan nem találhatók oly magas csúcsok, mint a délamerikaiban, de maga Mexikó azonban jelentékeny magassággal bir a tenger szine fölött.

Említésre méltók még Amerika ezen hegyláncai is:

1) Az Alleghanys hegylánc, mely egész kiterjedésében a szabad amerikai államokhoz tártozik és délről éjszak felé tart. A 35- és 45-ik széllességi fokok között terjed el, még pedig Amerikának keleti oldalán.

2) A brasiliai hegylánc.

17) **Amerika hegyláncainak legnevezetesb csúcsai.** Először is a délamerikai Andesek legmagasabb csúcsait soroljuk elő, melyek e következők:

1) Aconcagua Chile tartom.	magas.	21450	láb, v.	6788	meter.
2) Sahama Bolivia	»	20430	»	6428	»
3) Parinakota ugyanott	»	20130	»	6328	»
4) Tschimboraszo Ecuador	»	19590	»	6148	»
5) Nevado Sorata Bolivia	»	19464	»	6106	»
6) Nevado Illimani	»	19365	»	6073	»
7) Deskabeczado Chile	»	19290	»	6048	»
8) Cotopaxi Ecuador	»	17265	»	5373	»
9) Maypo Chile	»	16140	»	5000	»
10) Pichincha Ecuador	»	14565	»	4475	»
11) Gayambe Urcu Peru	»	17754	»	5536	»
12) Chipikani Peru	»	17280	»	5370	»
13) Pichu-Pichu	»	17010	»	5290	»
14) Ilinssia Peru	»	15945	»	4937	»
15) Ichocaio	»	15720	»	4864	»
16) Cerro de Potossi	»	14664	»	4512	»

Az e sorban megemlített Nevado Sorata és Nevado Illimani kúpalakú hegyekre nézve megjegyezzük még, hogy ezek a Titikaka nevű hires völgyet bezáró hegyláncolatban fekszenek. Ezen gyönyörű és termékeny völgy a 15. déli sz. fok alatt terül el és 12000 lábnyi magasságra emelkedik a tenger szine fölött. Ilyen magasságban az európai Alpeseken már

örökös hó és jég uralg, míg a Titikaka völgyben a legbámulatosabb bőtermékenység ragadja meg az embert. Ennek oka nyilván abban keresendő, hogy e völgy a forró éghajlat alatt fekszik, hol a hóhatár, mint látni fogjuk, csak 14000 lábnyi magasságban mutatkozik, míg az európai Alpeseken már 8000 lábnyi magasságban.

Megemlítjük még e helyütt, hogy a Gayambe Urcu hegy csúcsa közvetlen az egyenlitőben fekszik.

Lássuk most Éjszak-Amerika hegyláncaiban előforduló nevezetesb csúcsokat és azok magasságait. Ilyenek:

1) Popokatepetl Mexikóban	magas.	16200	láb, v.	5126	meter
2) Colima ugyanott	»	11880	»	3760	»
3) Sierra Madre	»	7500	»	2373	»
4) Anahuac-bani Cordilleras	»	9000	»	2532	»
5) Hooker sziklás hegylánc	»	15258	»	4828	»
6) Big-Horn ugyanott	»	12405	»	3925	»
7) James-Pik »	»	10500	»	3323	»
8) Shasta Kaliforniában	»	13200	»	4180	»
9) Dana »	»	12330	»	3902	»
10) Eliás-hegy éjszakban	»	16329	»	5169	»
11) Tafelberg Alleghaniys	»	3930	»	1243	»
12) Washington hegy ugyanott	»	6900	»	2183	»

Nagyon érdekes lesz még az Amerikában előforduló vulkánok legnevezetesbjeit elősorolni:

1) Gualatieri	magassága	20079	láb, v.	6354	meter.
2) Antisana	»	17499	»	5538	»
3) Arequipa	»	17346	»	5490	»
4) Cotopaxi	»	17259	»	5461	»
5) Popokatepetl	»	16200	»	5127	»
6) Orizaba	»	15885	»	5027	»
7) Sangay	»	15669	»	4955	»
8) Purace	»	15552	»	4916	»
9) Elias-hegy	»	16329	»	5167	»
10) Tunguragua	»	15078	»	4771	»
11) Pichincha	»	14562	»	4608	»
12) Cumbal	»	14283	»	4520	»

13) Szépideihegy magassága 13647 láb, v. 4316 meter.
14) Pasto » 12300 » 3900 »
15) Tolima » 10500 » 3323 »
16) El-Viejo » 8769 » 2772 »
17) Colima » 8400 » 2649 »
18) Solfatare » 4671 » 1447 »
19) Morne Garou » 4620 » 1462 »
20) Jorullo » 3609 » 1142 »

Azon számos hegyszorosok, melyek a délamerikai Andesekben fordúlnak elő és számos utazó által gyakran felkerestetnek, szintén jelentékeny magassággal birnak és e következő rendben sorolhatók elő:

1) Paquani hegyszoros magas. 13923 láb, v. 4406 meter.
2) Gualilas » » 13560 » 4285 »
3) Tolapalca » » 12870 » 4022 »
4) Altos de los Huessos » 12411 » 3869 »
5) Ancomarca Póstaház » 14376 » 4546 »
6) Apó Póstaház » 13128 » 4155 »
7) Rio Mauro Póstaház » 12588 » 3983 »
8) Huayllas » 12573 » 3980 »

Miből látni való, hogy az ezen hegyláncban előforduló lakhelyek magasságai az európai Montblanc magasságával is vetekednek.

Végre Dél-Amerikában számos népes város is jelentékeny magasságban fekszik, mit e következőkből lehet látni:

1) Cochabamba boliviai város mag. 7725 láb, v. 2444 meter.
2) Arequipa » 7131 » 2257 »
3) Chuquisaca » 8532 » 2700 »
4) La Paz » 11154 » 3212 »
5) Oruro » 11376 » 3285 »
6) Minicampa » 10854 » 3117 »
7) Punó titikaka völgy » 11733 » 3712 »
3) Chucuito » 11910 » 3771 »
9) Potossi » 12498 » 3967 »
10) Totoral falu » 10317 » 3205 »
11) Lagunillas » 12405 » 3925 »

12) Tacora	magassága	13032	láb, v.	4124	meter.
13) Antisana major	»	12303	»	3900	»
14) Quito Ecuador	»	8724	»	2760	»

Hasonlóképpen Éjszak-Amerikában is, különösen pedig Mexikóban, szintén jelentékeny számú, magas fevéssel biró lakhelyek fordúlnak elő. Nevezetesen pedig:

1) Mexikó város	magassága	6828	láb, v.	2160	meter.
2) Tula	»	6156	»	1945	»
3) Guanaxuato	»	6249	»	1977	»
4) Zakatekas	»	7350	»	2326	»
5) Fresnillo	»	6624	»	2100	»
6) Durango	»	6261	»	2000	»
7) Lagos	»	5889	»	1863	»

18) **Afrika és Austrália alapemelkedései.** Ezen világrészek alapemelkedéseit eddigelé tökéletesen még nem ismerjük, minélfogva itt csak azon egyes magasságokról lehet szó, melyek a legújabb időben a természetbuvárok és bátor útazók által meglátogattattak. Ilyenek pedig:

1) Kilimandscharo hegy	magas.	18300	láb, v.	5791	meter.
2) Woshó hegy Kaffa	»	15180	»	4804	»
3) Kenia Zanguebar	»	15000	»	4744	»
4) Nas-Dajan Ethiopia	»	13860	»	4386	»
5) Kameron hegyek	»	12000	»	3797	»
6) Pik de Teneriffa	»	11130	»	3522	»
7) Ambotismen Madagaskar	»	10500	»	3323	»
8) Magas Atlas Maroko	»	10395	»	3288	»
9) Niuveveld	»	9150	»	2900	»
10) Pitou de Neiges	»	9195	»	2885	»
11) Lupata hegyek Mozanbique		5850	»	1851	»
12) Tafelberg	»	4050	»	1420	»

Általában véve a legújabb utazások tanúsága szerint, Közép-Afrikában, tehát Aethiopiában tetemes magasságú, éjszakról dél felé haladó hegyláncok és magas fekvésü tájak is fordúlnak elő. Egy francia utazó állítólag e következő magasságokat mérte meg Aethiopiában:

1) Abba Yared	magas.	13500	láb, v.	4265	meter.
2) Ras-Dajan	»	13860	»	4400	»
3) Buahit	»	13530	»	4275	»
4) Amadamid	»	10800	»	3100	»
5) Wariro	»	11100	»	3200	»
6) Bore	»	7800	»	2476	»

Afrikának több városa is meglehetős magassággal bír s ezek sorába tartoznak:

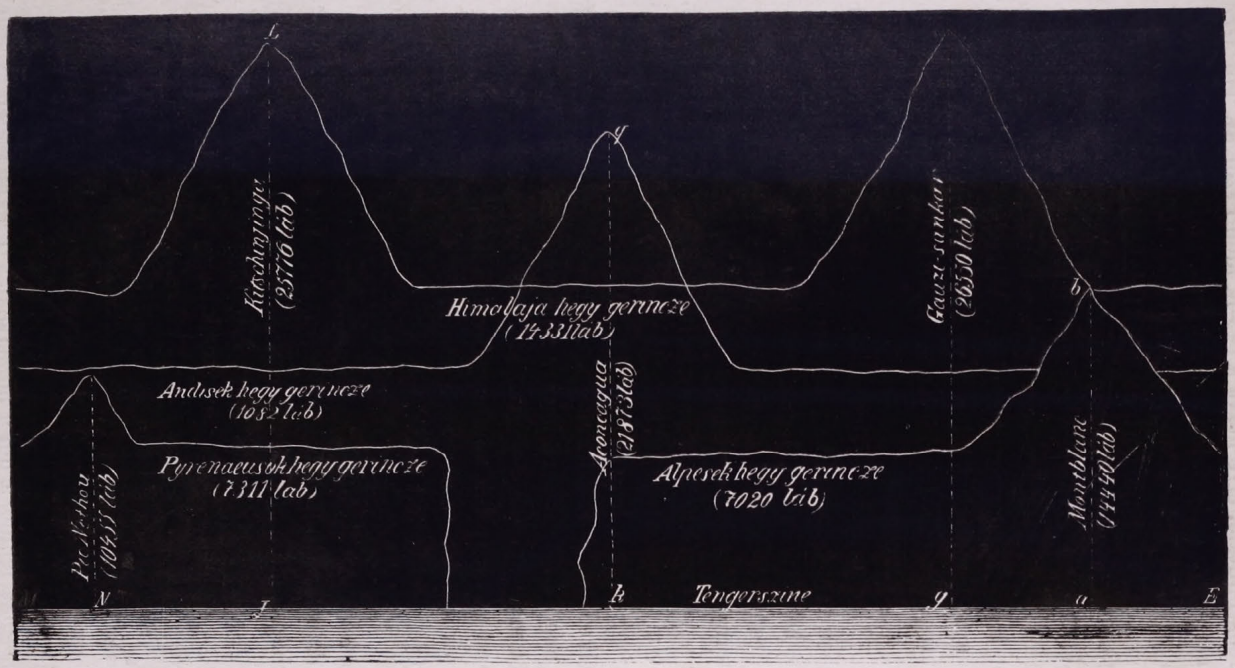
1) Adua	magas.	4930	láb, v.	1560	meter.
2) Gondar	»	6810	»	2146	»
3) Saka	»	5670	»	1800	»
4) Bonga	»	5550	»	1760	»

Ausztráliának alapemelkedéseiről maig csak igen kevés ismeretekkel birunk, minthogy e világrész belseje még nincs kellőleg kikutatva. Úgy látszik azonban, hogy Ausztrália alacsony fekvésű földrész, mely minden oldalról hegyláncok által van körülvéve. Ausztráliában tehát a tengerparton fekszenek a hegyláncok és pedig az utazók állitásai szerint a legtekintélyesebb magassággal birók a délkeleti tenger-parton.

Ezen világrész legnevezetesebb magasságai e következők:

1) Ophir hegy Sumatra	magassága	11850	láb, v.	3750	meter.
2) Sunirin Java	»	11700	»	3700	»
3) Gede-Taygal Vulkan	»	9735	»	3080	»
4) Kék hegyek Austr.	»	6000	»	1900	»
5) Ceram Moluken	»	7800	»	2200	»
6) Pik Guinea	»	14520	»	4600	»
7) Muna Roa Havaii	»	14610	»	4603	»
8) Tobreonn Taiti	»	9960	»	3175	»
9) Egmont hegy Neu-Seeland		7605	»	2407	»
10) Cook hegy	»	10200	»	2900	»
11) Ruapehn	»	8100	»	2563	»
12) Crebus	»	8100	»	2563	»

Hogy végre még az eddig felsorolt és a Föld felületén előforduló magasságokat egymással szembetűnőleg lehessen


L
Kitschinjinga
(25776 láb)
q
Himalaja hegy gerincze
(14331 láb)
Gauzi-sankar
(26550 láb)
b
Andisek hegy gerincze
(1082 láb)
Aconcagua
(21873 láb)
Pyrenaeusok hegy gerincze
(7311 láb)
Alpesek hegy gerincze
(7020 láb)
Montblanc
(14440 láb)
Pic Nethou
(10455 láb)
N
J
k
Tengerszine
g
a
E

43. ábra.

összehasonlítani, erre nézve a (43-ik idom) szolgál, hol *ME* a tenger szine, mely fölött az Alpesek gerince 7020 lábnyi, a Pyreneusoké 7311 lábnyi, az Andeseké 10821 lábnyi, végre a Hymalája hegylánc gerince 14331 lábnyi magasságra emelkedik. És már látjuk, hogy az Alpesek legmagasabb csúcsa Montblanc, a Hymalája gerincét meghaladja, holott a Pyreneusok legmagasabb csúcsa Nethou, még az Andesek gerincét sem haladja meg magasságban. Világosan látjuk továbbá, mennyivel múlják felül a Hymalája legmagasabb csúcsai a Gaurisankar és a Kischinjanga az Andesek legmagasabb csúcsát az Aconcaguát.

Még meg kell jegyeznünk ez alkalommal, hogy újabb időben nem Gaurisankar, hanem Ewrest nevű hegy a Hymalaja hegyláncban a legmagasabbnak találtatott, minthogy pontos mérések által magassága 29002 lábnyi avagy 9177·2 meternyinek találtatott meg. Legújabb időben azonban, Lavson nevű angol hajókapitány, australiai tengereket áthajózván, Uj-Guinea szigeten 32786 lábnyi avagy 10375 meternyi magassággal biró hegyet fedezett föl, mely a sziget közepéből emelkedvén, a föld legmagassabb hegyének lenne tekintendő. Az angol hajósok ezen hegyre felmenvén, 25000 lábnyi avagy 7911 meternyi magasságra jutottak, de tovább haladni már képesek nem voltak, minthogy további haladás életvesszélylyel összekötve let volna; ezen nevezetes hegy pedig Herkules nevével tiszteltetett meg.

19) **A hóhatár vagyis hóvonal.** Láttuk az előbbiekben, hogy Ásiában a Hymalája hegycsoportban, avagy Amerikában az Andesekben sokkal magasabb fekvésű lakhelyek fordúlnak elő, mint nálunk Európában. Ezen jelenet oka nyilván a hely éghajlatától függ. Mivel pedig a hely éghajlata a geo. szélességtől függ, következik, hogy a lakhelyek magas fekvése a földrajzi szélességgel változik.

Számos és kitünő természetbuvárok azt bizonyitják, hogy a hőmérséklet a tenger szinétől kezdve felfelé mindig jobban és jobban fogy. És ha ez valóban úgy van, kell a Föld felületének minden helyére nézve bizonyos meghatározott magasságnak lennie, a hol a hőmérséklet *0* fokot teszen és a hol már hó és jég képződik. E magasság tehát minden joggal hó-

határnak, még pedig örökös hóhatárnak neveztetik. Könnyű belátni, hogy a hóhatár különböző geo. szélességre nézve különböző, mivel különböző geo. szélesség alatt a középhőmérséklet is különféle.

A hires Boussingault francia természet buvár, a ki a délamerikai Andeseken uralkodó középhőmérsékkel különösen foglalkozott, azt találta, hogy középszámban 175 meternyi, azaz 525 lábnyi magasságra kell e helyütt felfelé haladnunk, hogy a hőmérséklet egy fokkal fogyjon. A hóhatár az egyenlitőnél közvetlen meg vala mérve és 15000 lábnyinak találtatott és így már világosan következik, hogy az egyenlitőn uralkodó középhőmérsék $\frac{15000}{525} = 30$ fokot tesz, mely hőmérséklet a fentemlitett fogyási törvény szerint 15000 lábnyi magasságban éppen 0-sá lesz. Ha pedig 10 fokról 10 fokra számitott szélességben haladunk az egyenlitőtől kezdve fölfelé, a hóhatár magasságai e következő rendszerint fogynak:

0°	geo. szél.	alatt	a	hóhatár	magas.	15000	láb	= 4747	meter.
10°	»	»	»	»	»	14000	»	= 4417	»
20°	»	»	»	»	»	13500	»	= 4274	»
30°	»	»	»	»	»	13000	»	= 4000	»
40°	»	»	»	»	»	12900	»	= 3970	»
50°	»	»	»	»	»	6600	»	= 2090	»
60°	»	»	»	»	»	4680	»	= 1481	»
70°	»	»	»	»	»	3100	»	= 1000	»
80°	»	»	»	»	»	0	»	= —	»

mely számokat 525 tel elosztván, az illető geo. szélességeknek megfelelő nyári középhőmérsékletet fogjuk kapni.

Ha az egyenlitőtől dél felé haladunk, a tapasztalás szerint a hóhatár magasságai ez irányban még jobban fogynak, mint az éjszaki félgömbön. Ugyanis közvetlen mérések által az találtatott, hogy a déli szélesség 45. foka alatt a hóvonal magassága csak 3300 lábnyi, tehát kisebb, mint az éjszaki sz. 60 foka alatt. Az Alpeseken, melyek a 45° és 48° szélességi fokok között terülnek el, a hóhatár magassága 8000 lábra is fel megy, miből egyszersmind könnyű belátni, mily magas fekvésűek lehetnek ott a lakhelyek és hogy egyúttal ezen

vidékeknek 15·3 foknyi középhőmérséklet felel meg nyár idején.

Ha végre a hóhatárok megtalált magasságait az egyenlitőtől kezdve 10 fokról 10 fokra, függélyezen felrakjuk és ezen magasságok végpontjait folytonos görbe vonal által összekötve képzeljük; az úgynevezett hóvonalat nyerjük, mely vonal, mint könnyü belátni szintén kerülék alakú, melynek kisebbik tengelye a Föld tengelyével ugyanaz, nagyobbik tengelye pedig 30000 lábbal hosszabb, mint a Föld egyenlitőjének átmérője.

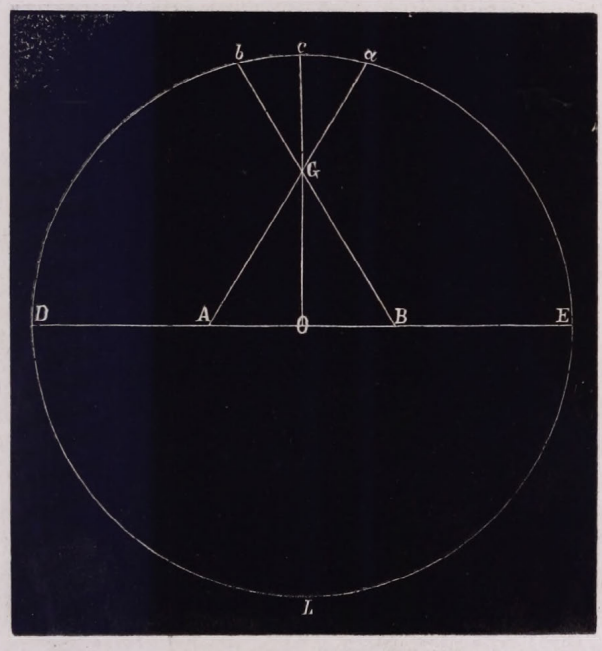
A parallaxisról.

— Látköz. —

20) **A parallaxis fogalma.** A parallaxis nemcsak az égi, hanem a földi testekre is vonatkoztatható, minek belátására a (44-ik idom) szolgál, hol az *ELD* kör a látkör, mely tehát a középponthoz, *O*-hoz tartozik; *G* pedig valamely tárgy, mely jóllehet nagy távolban van az *A* és *B* pontoktól, de mégis látható belőlük. A kérdéses *G* tárgynak, ha azt *A* pontból nézzük, a látkörnek *a* pontja, ha pedig *B* pontból nézzük, a látkörnek *b* pontja felel meg. Az *A* és *B* pontoknál lévő észlelők tehát a kérdéses tárgyat különféle irányban látják, és épen az ezen irányok által bezárt $AGB = bGa$ szög az, a melyet *G* pont parallaxisának nevezünk, a mely szög tehát nem más, mint az, mely alatt a *G* pontnál lévő észlelő az *A* és *B* pontoknak egymástól való távolát látja. Ha pedig az észlelők egyike *B*-ben, másika pedig *O*-ban fordulna elő, akkor a *G* tárgy parallaxisa nyilván $OGB = cGb$ szög által képviseltetnék. Az ilynemű parallaxis földi parallaxisnak neveztetik.

Hasonló módon könnyü lesz az égi testekre vonatkozó parallaxisról, vagyis az ugynevezett csillagászati parallaxisról is a kellő fogalmat megszerezni. Ha ugyanis valamely csillagot a Föld felületének bizonyos pontjából, de egyúttal a Föld középpontjából is észlelünk, akkor azon két irányvonal, melyet az említett két észlelési helyből a csillag középpontjához

lehet húzni, bizonyos szöget képez egymással a csillag középpontjában és ezen szög az, mit a csillag parallaxisának nevezünk. Valamely csillag parallaxisa alatt tehát azon szöget kell érteni, mely alatt a kérdéses csillag középpontjából a Föld sugarát láthatni. Meg kell még jegyeznünk, hogy az ezen értelemben vett parallaxis az ugynevezett naponkinti parallaxis, melytől jól kell megkülönböztetni, a mint azt később látni fogjuk, az ugynevezett évenkinti parallaxist.

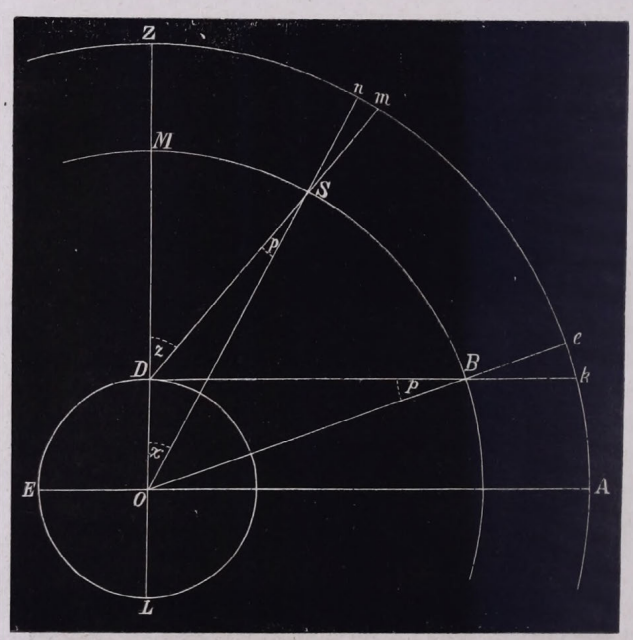


44. idom.

A parallaxis rendkivül fontos szerepet játszik a csillagászatban, mert csakis ennek segitségével lehet az égitesteknek a Földtől való távolát meghatározni.

21) **A parallaxis megmagyarázása.** Hogy a parallaxisról nemcsak helyes fogalmat szerezhessünk, hanem azt adott alkalommal ki is számithassuk: e végre szolgál a (45-ik idom), hol LED a Föld gömbe, tehát $OE = OD = r$ a földsugár, az észlelő álláspontja pedig a Föld felületének D pontjában van,

melynek látszólagos látkörét *Dk* képviseli. A *D*-nél lévő észlelő az ég felületén előforduló *S* csillagot *DS* vonalnak irányában, tehát *m*-ben fogja látni s igy ezen csillagnak tetőponti távola *Zm* ív, vagyis *ZDm* = *z* szög által fog adatni. Ha azonban *O* pontban is képzelünk észlelőt, ez az *S* csillagot nyilván *OS* irányban, tehát *n* pontban fogja látni s igy e csillagnak az *O* pontnak megfelelő tetőponti távola *Zn* ív, vagyis *ZOn* = *x* szög által képviseltetik. És most már könnyü belátni,



45. idom.

hogy a *Zm* és *Zn* tetőponti távolok külömbsége azon *mn* ívet adja, mely az *n Sm* = *DSO* = *p* napi parallaxis mértéke. És ebből nyilván következik, hogy a parallaxis a csillagnak tetőponti távolát megnagyobbítja és pedig mivel *ZDm* = *z* szög a csillag látszólagos, a *ZOn* = *x* pedig a csillag valódi tetőponti távolát képviseli, könnyü belátni, hogy a valódi tetőponti távolt megkapjuk, ha a látszólagos tetőponti távolból a kérdéses csillag parallaxisát levonjuk.

Mivel továbbá a csillag magassága, annak tetőponti távolát 90°-ra pótolja, látni való, hogy a parallaxis által a csillag magassága megkisebbíttetik, ha tehát a csillag valódi magasságát akarjuk megkapni, annak látszólagos magasságához a parallaxist még hozzá kell adnunk.

Ha tehát ezek alapján valamely csillagnak mind valódi, mind pedig látszólagos tetőponti távola ismeretes, könnyű lesz ezen csillag parallaxisát is meghatározni. Ugyanis az SDO háromszögből, melynek z egyik külszöge, leend:

$$z = p + x, \text{ miből: } p = z - x.$$

Ha továbbá azt képzeljük, hogy a kérdéses csillag B pontban, azaz a D pont látkörében fordúl elő: akkor az D pontból K-ban, O-ból pedig e-ben lesz látható s igy parallaxisa ez esetben $DBO = P$ leend, mely parallaxis a kérdéses csillag látköri, fekmentes parallaxisának neveztetik, mig az előbbi p parallaxis pedig a csillag magassági parallaxisának mondatik. Könnyű mindezek folytán belátni, hogy a csillag fekmentes parallaxisa a lehető legnagyobb és hogy a csillagok parallaxisai magasságaikkal fogynak úgy, hogy magában a tetőpontban: Z-ben a csillagok parallaxisa elenyészik, minthogy a Z-ben előforduló csillag mind D, mind O-ból ugyanazon irányban látható.

Mindezeknek előrebocsátása után már könnyű lesz annak a megmutatása, mily összeköttetésben van valamely csillagnak parallaxisa ugyanazon csillagnak a Földtől való távolával. Látjuk ugyanis a DBO épszögű háromszögből, hol $OB = D$ oldal a kérdéses csillagnak a Földtől való távolát, $OD = r$ a földsugárt, $OBD = P \sphericalangle$ pedig a kérdéses csillag fekmentes parallaxisát képviseli, miszerint:

$$r = D \text{ sin. } P, \text{ miből:}$$

$$1). \quad D = \frac{r}{\text{sin } P},$$

azaz bármely csillagnak a Földtől való távolát megkapjuk, ha a földsugárt a kérdéses csillag fekmentes parallaxisa sinusával elosztjuk. Mihelyt tehát valamely csillag fekmentes parallaxisát egész pontossággal meghatároztuk, egész pontosság-

gal lesz ismeretes ezen csillagnak a Földtől való távola is. E végből mindenekelőtt szükséges lesz megmutatni, mily viszonyban van a fekmentes parallaxis a magassági parallaxissal. Mi végre a *DSO* háromszögből leend:

$$DO : OS = \text{sin. } p : \text{sin. } ODS, \text{ vagyis:}$$
$$r : D = \text{sin. } p : \text{sin. } z, \text{ miből:}$$
$$D = \frac{r \text{ sin. } z}{\text{sin. } p},$$

és ha ezen egyenletet a fenebbi 1) alatti egyenlettel összehasonlitjuk, leend:

$$\frac{r}{\text{sin. } P} = \frac{r \text{ sin. } z}{\text{sin. } p}, \text{ avagy: sin. } p = \text{sin. } P \text{ sin. } z,$$

és igy:

$$\text{sin. } P = \frac{\text{sin. } p}{\text{sin. } z}; \text{ és sin. } p = \text{sin. } P \text{ sin. } z,$$

azaz: a fekmentes parallaxis sinusát megkapjuk, ha a magassági p. sinusát a tetőponti távol sinusával elosztjuk; a magassági p. sinusát pedig megkapjuk, ha a fekmentes p. sinusát a tetőponti távol sinusával sorozzuk. Mivel azonban a parallaxisok csak nagyon kicsinyek, szabad lesz minden érezhető hiba nélkül sinusaik helyébe, magokat a megfelelő iveket helyettesiteni, minek folytán e következő két egyenletre jutunk:

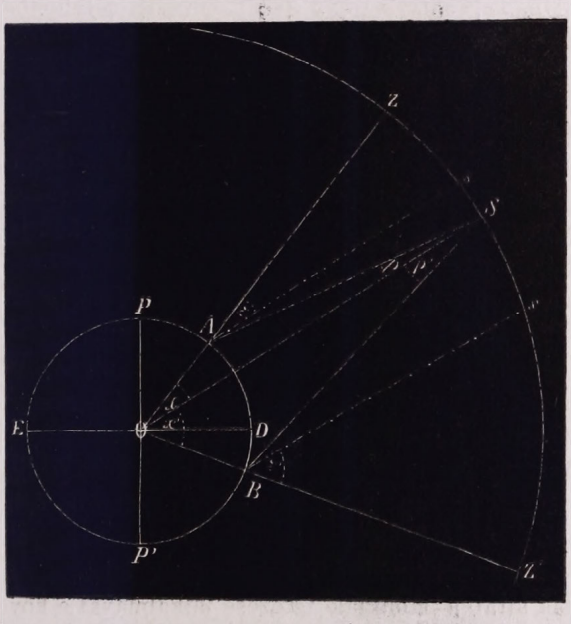
$$2) \quad p = P \text{ sin. } z, \quad \text{és} \quad 3) \quad P = \frac{p}{\text{sin. } z},$$

mely képletek már sokkal egyszerűebbek és azt mondják, hogy a magassági p = a fekmentes paralaxissal szorozva azt z szög sinusával és a fekmentes p = a magassági paralaxissal, osztva azt z szög sinusával.

Azon esetre, ha $z = o$, p is elenyészik, azaz a tetőpontban előforduló csillagnak nincs parallaxisa. Ha pedig $z = 90^o$, akkor $p = P$, a mi különben igen világos.

22) **A fekmentes parallaxis meghatározási módja.** Legyen e végre *ED* (46-ik idom) a Föld egyenlitője, következőleg *P* és *P'* a Föld sarkai, legyen továbbá *A* és *B* két, egymástól elég nagy távolban lévő és a Föld ugyanazon dél-

körén fekvő észlelési hely, melyek közül A az éjszaki, B pedig a déli félgömbön képzelhető. Végre pedig legyen S azon csillag, melynek fekmentes parallaxisát megakarjuk határozni. Itt mindenekelőtt szükséges lesz ezen csillagnak az A és B észlelési helyek tetőpontjaitól való távolságát meghatározni. A tetőponti távol A-ra nézve $= ZS$ ivvel $= ZAS = z$ ∢-gel, B-re pedig $= ZS$ ivvel $= SBZ' = z$ szöggel. Ha végre még az S csillag magassági parallaxisait mindkét észlelési pontra nézve p- és p'-el jelöljük és az AOS és BOS szögeket pedig



46. idom.

x és x' által jelképezzük, e következő egyenleteknek kell állaniok:

$$z = x + p \text{ és } z' = x' + p',$$

mely egyenletek összeadása által:

$$z + z' = x + x' + p + p', \text{ miből:}$$
$$p + p' = (z + z') - (x + x')$$

Mivel pedig idomunkból látni való, hogy AD iv A hely-

nek, DB iv pedig B helynek geo. szélessége, melyeknek összege $\varphi + \varphi'$ nyilván $= x + x'$ és így:

$$p + p' = (z + z') - (\varphi + \varphi').$$

Ha még most az előbbeni 2) alatti egyenletet vesszük tekintetbe, akkor e következő két egyenletnek kell állania:

$$p = P \sin. z \text{ és } p' = P \sin. z', \text{ miből:}$$
$$p + p' = P(\sin. z + \sin. z'), \text{ ennélfogva:}$$
$$P(\sin. z + \sin. z') = (z + z') - (\varphi + \varphi'), \text{ honnan:}$$
$$P = \frac{(z + z') - (\varphi + \varphi')}{\sin. z + \sin. z'},$$

mely egyenletből már könnyen kiszámítható valamely csillag fekmentes parallaxisa, hacsak az ezen egyenletben előforduló φ, φ' és z, z' mennyiségek pontosan meg valának határozva. Hogy a z és z' tetőponti távolokat a fénytörés miatt ki kell javitani, az magától értetődik.

Hogy a megtalált képletnek alkalmazását is lássuk: számítsuk ki a Hold fekmentes parallaxisát. Mint tudva van, a Hold Földünkhez legközelebb áll és így fekmentes parallaxisa is a lehető legnagyobb, minthogy nyilván jelentékeny nagyságú szög alatt látható a Holdról a földsugár.

Az észlelési helyek egyike Berlin, másika pedig a Jó-Reménység foka volt, melyek valóban ugyanazon délkörben fekszenek. Mindkét helyen az észlelők hires csillagászok valának. Berlinben Lalande, a Jó-Reménység fokán pedig Lacaille, kik által a Holdnak tetőzése alkalmával e következő tetőponti távolai mérettek meg:

Berlinre nézve: $z = 41^0\ 0'\ 16{\cdot}8''$
Jó-Remény-fokára nézve: $z' = 46^0\ 47'\ 16''$.

Minthogy továbbá

Berlin geo. szél. $\varphi = 52^0\ 30'\ 16''$
Jó-Rem. » » $\varphi' = 33^0\ 56'\ 3''$.

És így: $z + z' = 87^0\ 47'\ 32''$,
$\varphi + \varphi' = 86^0\ 26'\ 19''$, következőleg:
$(z + z') - (\varphi + \varphi') = 81'\ 13'' = 81{\cdot}21'$

továbbá könnyű találni, hogy:

$$\sin. 41^\circ\ 0'\ 16'' = 0{\cdot}656 \text{ és } \sin. 46^\circ\ 47'\ 16'' = 0{\cdot}7193,$$

mindezen értékeknél fogva:

$$P = \frac{81{\cdot}21}{0{\cdot}656 + 0{\cdot}7193} = 59',$$

azaz a Hold fekmentes parallaxisa 59 percnyi, mi azonban csak a Holdnak bizonyos meghatározott távolára vonatkozik, minthogy azon esetre, midőn a Hold a földközelben fordúl elő: parallaxisa $1^\circ\ 1'\ 29''$-nek találtatott, midőn pedig a földtávolban fordúl elő: parallaxisa: $53'\ 30''$-nyinek lőn meghatározva, végre a Holdnak parallaxisa, midőn az a Földtől középtávolban van, $57'\ 40''$-et teszen.

A második nagy fontosságú példa a Nap parallaxisának meghatározására vonatkozik, mit fölötte nagy pontossággal kell ismernünk, minthogy általa a Földnek a Naptól való távolát kell kiszámítanunk, mely távol pedig e világegyetemben mértékegységűl szolgál.

Az egyik észlelet történt a $48^\circ\ 50'\ 14''$ éjszaki szélesség alatt, hol a Napnak tetőponti távola tetőzése alkalmával $45^\circ\ 2'\ 55''$-nyinek találtatott. A másik észlelet a 30°-nyi déli szélesség alatt történt, hol a Nap tetőponti távola $33^\circ\ 47'\ 30''$-nyinek találtatott. És így:

$$z = 45^\circ\ 2'\ 55'', \quad z' = 33^\circ\ 47'\ 30'',$$
$$\varphi = 48^\circ\ 50'\ 14'', \quad \varphi' = 30^\circ\ 0'\ 0'',$$

mindezekből következik:

$$z + z. = 78^\circ\ 50'\ 25'' \text{ és } \varphi + \varphi' = 78^\circ\ 50'\ 14'',$$

továbbá: $\sin. 45^\circ\ 2'\ 55'' = 0{\cdot}70771$ és $\sin. 33^\circ\ 47'\ 30'' = 0{\cdot}55617$.

Mindezen értékeket pedig képletünkbe tévén, lesz:

$$P = \frac{11''}{1{\cdot}26388} = 8{\cdot}7'',$$

azaz a Nap fekmentes parallaxisa csak $8{\cdot}7''$-nyi, a földsugár a Napról tehát csak ilyen kicsiny szög alatt látható.

23) **Az égi testeknek a Földtől való távolaik.** Miután az előbbiekben mind a Hold, mind a Nap parallaxisa meg lőn határozva: könnyű lesz már ezeknek a Földtől való távolait is meghatározni e következő egyenlet segítségével:

$$D = \frac{r}{\sin. P}, \text{ miből:}$$

$$\log. D = \log. r - \log. \sin. P.$$

Ámde $r = 860$ mf., P pedig a Holdra nézve $= 57' 40''$, és így

$$\log. D = \log. 860 - \log. \sin. 57' 40'', \text{ avagy:}$$
$$\log. D = 2{\cdot}9344985 - (0{\cdot}2246306 - 2),$$
$$\log. D = 4{\cdot}7098679,$$

mely logarithmusnak $D = 51271$ felel, meg és így a Holdnak a Földtől való középtávola 51271 mérföldet tesz.

A Napra nézve $P = 8{\cdot}7''$ lévén, leend:

$$\log. D = \log. 860 - \log. \sin. 8{\cdot}7'',$$

mivel pedig log. sin. $8{\cdot}7'' = 0{\cdot}6250941 - 5$, ennélfogva:

$$\log. D = 7{\cdot}3094044,$$

mely logarithmusnak $D = 20389400$ szám felel meg. És így a Napnak a Földtől való középtávola 20389400 mérföldet tenne. Itt azonban megjegyezzük, hogy mihelyt a Nap parallaxisát csak nagyon kicsiny mennyiséggel megváltoztatjuk: már a nyerendő távolban jelentékeny változás áll be. Ha pl. az említett $8{\cdot}7''$-nyi szög helyében $8{\cdot}6''$ szöget hoznánk számításba, tehát csak $\frac{1}{10}''$-cel kevesebbet, mint előbb, már a kérdéses távol nagyságául 20626500 mérföldet kapunk, tehát 237100 mérfölddel többet, mint az előbbi esetben. Ebből csak azt láthatjuk, hogy a Nap parallaxisát rendkivüli pontossággal kell meghatározni.

Hasonlóképpen áll a dolog a Holdnál is. Ha ugyanis annak a legújabb időben megtalált $57' 2''$-nyi parallaxisát hozzuk számításba, a Holdnak a Földtől való középtávoláúl 51840 mérföldet kapunk, tehát 569 mérfölddel többet, mint az előbbi esetben.

Mindezekből azt kell következtetnünk, hogy az égi tes-

tek parallaxisait éppen azért, mivel kicsiny szögek, a lehető legnagyobb pontossággal kell meghatározni.

A mi a naprendszerhez tartozó bolygókat illeti, ezeknek parallaxisait az előbbi módon meghatározni a kivánt méréseknél előforduló győzhetetlen akadályok és nehézségek miatt, lehetetlen. Van azonban egy más mód, melynek segítségével a bolygók parallaxisait könnyen meg lehet határozni.

A jelen munka 4. szakaszában megmutattuk, miszerint minden bolygó pályájának nagyobbik féltengelyét Kepler 3. szabálya szerint meg lehet azon pontossággal határozni, mely pontossággal a Földnek a Naptól való távola van meghatározva. Ez által pedig a kérdéses bolygónak a Földtől való legkisebb és legnagyobb távola is ismeretessé válik, mely távolokat ismerve, már számítás utján a bolygó fekmentes parallaxisát is meghatározhatjuk.

Igy a 4. szakaszban megmutattuk, hogy a Venusnak a Földtől való legkisebb távola, melynek Venus alsó együttállása alkalmával van helye, 5 millió mérföldet tesz, a Földtől való legnagyobb távola pedig, melynek Venus felső conjunctiója alkalmával van helye, 35 millió mérföldnyi. E két esetben a Venusnak nyilván különböző parallaxisai vannak, melyeknek nagyságát e következő képlet által azonban könnyen ki lehet számítani:

$$\sin. P = \frac{r}{D},$$

hogy pedig ezen utolsó képletet a Venusra alkalmazhassuk, tudnunk kell, hogy ennek a Földtől való legkisebb távola: D pontosan 5127000 mérföldet tesz, és mivel $r = 860\ mf$, leend:

$$\log. \sin. P = \log. 860 - \log, \sin. 5127000 = 6{\cdot}2256352,$$

mely logarithmusnak $P = 34{\cdot}7$ másodpercnyi szög felel meg. Tehát e szög képviseli Venus legnagyobb fekmentes parallaxisát.

Ezen bolygónak a Földtől való legnagyobb távolà esetén pedig:

$$\log. \sin. P = \log. 860 - \log. 35036000 = 5{\cdot}3899840.$$

mely logarithmusnak $P = 5$ másodpercnyi szög felel meg, miből következik, hogy a Föld a Venusról ez esetben csak kicsiny világító pontnak látszik.

Hasonlóképpen lehet megkapni Jupiterre nézve a legnagyobb fekmentes parallaxist is, mely alkalommal $D =$ 80000000 mérföld, és igy

$$\log. \sin. P = \log. 860 - \log. 80000000 = 5{\cdot}0314085,$$

mely logarithmusnak $P = 2{\cdot}3$ másodpercnyi szög felel meg, tehát ez lenne Jupiter legnagyobb fekmentes parallaxisa. Ezen parallaxis a Nap parallaxisának közel 4-ede, a mi nagyon világos, mivel Jupiter bolygónak 4-szer oly nagy távola van ez esetben a Földtől, mint a Napnak, 4-szer nagyobb távolnak pedig 4-szer kisebb parallaxis felel meg.

Jupiter legkisebb fekmentes parallaxisára nézve pedig, mely alkalommal $D =$ 120000000 mf., áll ez egyenlet:

$$\log. \sin. P = \log. 860 - \log. 120000000 = 4{\cdot}8553173,$$

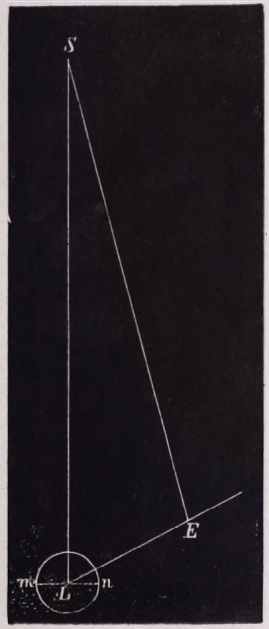
mely logarithmusnak $P = 1{\cdot}4$ másodpercnyi szög felel meg, ezen szög tehát Jupiter legkisebb fekmentes parallaxisa. E távolban tehát a Föld csak nagyon kicsiny fényes pontnak látszik a Jupiterről.

Ezen példákból világosan lehet látni, miként határozandók meg a többi bolygók parallaxisai is, hacsak pályáik nagyobbik féltengelyei ismeretesek. A naprendszer legszélsőbb bolygójára, Neptunra nézve az találtatott, hogy a legnagyobb fekmentes parallaxisa 0·3 másodpercet tesz, mely parallaxisnak nyilván 595 millió mérföldnyi távol felel meg.

Még egy eljárási mód létezik, melynek segitségével a Napnak a földtől való távolát meg lehet határozni. E végre pedig a Hold első negyede szolgál. Ez alkalommal ugyanis azon vonal, mely a nap és a Hold középpontjait összeköti, a kivilágitási határ sikjára függélyes, ugyanaz áll azon egyenesre is, mely a Föld és a Hold középpontjait köti össze. Az emlitett két egyenes tehát ez alkalommal a Hold középpontjában 90°-nyi szöget képez, s igy a Föld, Hold és a Nap középpontjai egy épszögű háromszög csucsait képezik, mely épszögü háromszögből a Napnak a földtől való távola köny-

nyen kiszámitható, ha csak azon szöget tudjuk pontosan meghatározni, mely a Föld középpontjánál támad.

Az itteni eljárás felvilágosítására szolgál a (47-ik idom), hol S a Nap, L a Hold, E pedig a Föld középpontja, következőleg mn a kivilágitási határ, melyre az EL egyenes függélyesen áll. Ha tehát képesek volnának az E-nél lévő LES szöget megmérni, akkor a Napnál lévő LSE szög is ismeretessé válnék, ez pedig azon szög, mely alatt a napról a Holdnak a Földtől való távola látszik. Közvetlen mérések által az találtatott meg, hogy az E-nél lévő szög 89° 51′ 25″-nyi, az S-nél lévő tehát 8′ 35″-nyi, minek igazvolta könnyen belátható. A napnak a Földtől való távola tehát az emlitett háromszögből e következő egyenlet által fog adatni:



47. ábra.

$$SE = \frac{LE}{\text{sin. } S}, \text{ avagy:}$$

$$SE = \frac{60}{\text{sin. } 8' 35''} = 24260,$$

azaz a Napnak a Földtől való távola 24260 földsugárnyi, mint az már ismeretes előttünk.

24) **Az égi testek méreteinek meghatározása.** Miután az előbbiekben láttuk, miként számittatnak ki az égi testek távolai a Földtől fekmentes parallaxisaik segitségével, lássuk most mily módon lehet ezen távolok segitségével a kérdéses égitesteknek méreteit meghatározni, hacsak az illető égi test átmérőjének, vagy sugarának látszólagos nagysága pontosan megmérhető.

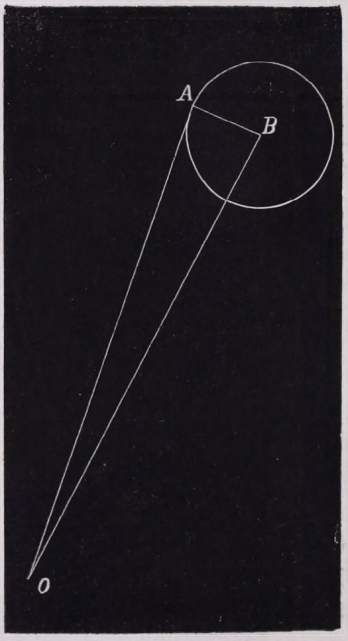
Ennek kellő megértésére legyen B (48-ik idom) a kérdéses égi test középpontja, tehát AB sugara; O pedig legyen a Föld középpontja, avagy az észlelő szeme. Ha most az észlelő egy pontos műszer által az $AOB = \alpha$ szöget, mely nyilván a kérdéses égi test sugarának látszólagos nagysága, meg-

méri, akkor azon feltétel alatt, hogy az $OB = D$ távol adva van, az AOB háromszögből leend.

$AB = Dtg\alpha$, és ha $AB = \varrho$ tétetik, lesz:

$$\varrho = Dtg\alpha, \text{ ámde: } D = \frac{r}{\sin. P}, \text{ következőleg:}$$

$$\varrho = r \frac{tg\alpha}{\sin. P},$$



48. idom.

azaz, valamely égi test valódi sugarát megkapjuk, ha a Föld ságárát a kérdéses égi test látszólagos sugarának érintője és ugyanazon égi test fekmentes parallaxisának sinusa közötti viszonyszámmal szorozzuk. Mivel azonban a P és α szögek kicsinyek leend még:

$$\varrho = r \frac{\alpha}{P},$$

azaz, valamely égi test sugarát megkapjuk, ha a Föld sugarát a kérdéses égi test látszólagos sugara a fekmentes parallaxisa közötti viszonyszámmal szorozzuk.

Lássuk most ezen képletnek alkalmazását a Holdra Tudjuk, hogy a Hold sugara átszólagos nagyságának középértéke 15′ 31″ = 931 másodpercnyi, mig fekmentes parallaxisánk középértéke: 57′ 2″ = 3422″-nyi, ha tehát ezen értékeket a fenebbi egyenletbe teszszük lesz:

$$\varrho = r \frac{931}{3422} = 0{\cdot}272 \, . \, r,$$

mely eredmény nyilván azt mondja, hogy a holdsugár a földsugárnak 0·272 részét teszi, és igy nyilván: 860. 0·272 =

234 mérfölddel egyenlő. Ezen sugár segitségével most a Hold felületét és térfogatát is kiszámithatjuk, ugyanis:

$$\text{A Hold felülete} = 4\pi\varrho^2 = 687978 \square \text{ mf.}$$
$$\text{A Hold térfogata} = \tfrac{4}{3}\pi\varrho^3 = 53658160 \boxtimes \text{ mf.}$$

Hogy továbbá képletünket a napra is alkalmazhassuk, tudnunk kell, hogy ez esetben $\alpha = 16' 0{\cdot}5''$ vagyis $= 960{\cdot}5$ másodperccel, P pedig $= 8{\cdot}6$ másodperccel és igy a Nap valódi sugara lesz:

$$\varrho = r \frac{960{\cdot}5}{8{\cdot}6} = 111{\cdot}6 \, . \, r,$$

azaz a Nap sugara csaknem 112-szer hosszabb a földsugárnál, és igy nyilván: 860. 111·6 = 95976 mérfölddel egyenlő. Könnyü belátni, hogy napunk roppant kiterjedésü test, melynek felülete 12454·5-szer, térfogata pedig 1400000-szer nagyobb mint a Föld felülete s illetőleg térfogata.

Jupiterre nézve tudjuk, hogy látszólagos sugara azon esetre, midőn a Földhöz legközelebb áll 25·35 másodpercnyi, mig ugyanaz alkalommal fekmentes parallaxisa 2·3 másodpercnyi, valódi sugara tehát:

$$\varrho = r \frac{25{\cdot}35}{2{\cdot}3} = 11{\cdot}02 \, . \, r,$$

azaz, Jupiter bolygó valódi sugara 11·02-szer nagyobb a földsugárnál és igy nyilván: 860. 11·02 = 9477 mérföldet tesz. Könnyü belátni, hogy e bolygó felülete $(11)^2 = 121$-szer, térfogata pedig 1331-szer nagyobb a Föld felületénél s illetőleg térfogatánál.

Neptunra nézve tudjuk hogy legnagyobb fekmentes parallaxisa 0·3''-nyi, legnagyobb látszólagos sugara pedig 1·35 másodpercnyi és igy e bolygó valódi sugara:

$$\varrho = r \frac{1{\cdot}35}{0{\cdot}3} = 4{\cdot}5 \, . \, r,$$

azaz, Neptun sugara 4·5-szer nagyobb mint a Földé s igy nyilván: 860. 4·5 = 3870 mérföldet tesz. Könnyü belátni, hogy ugyanezen bolygó felülete $(4{\cdot}5)^2 = 20{\cdot}25$-szer nagyobb,

mint a Föld felülete; térfogata pedig $(4{\cdot}2)^3 = 91{\cdot}125$-szer oly nagy mint a Földé.

25) **Az álló csillagok parallaxisai.** Az álló csillagoknak nincs napi parallaxisuk, vagy 0-sal egyenlő. Ha ugyanis a kérdéses parallaxist az előbbi mód szerint akarnók meghatározni, mint azt a Holdnál és a napnál tettük, akkor mindig azt találnók, hogy a csillagnak A-és B-nél megmért tetőponti távolainak (46-ik idom) összege az A és B pontok geo. szélességeinek összegével egyenlő, mi csak úgy lehetséges ha az A és B pontokból kiinduló és S csillag felé irányzott vonalok AS és BS párhuzamosak és igy a megtalált: $p + p' = (z + z') - (\varphi + \varphi')$ képletben kell, hogy:

$$(z + z') - (\varphi + \varphi') = 0 \text{ legyen, ennélfogva:}$$
$$p + p' = 0$$

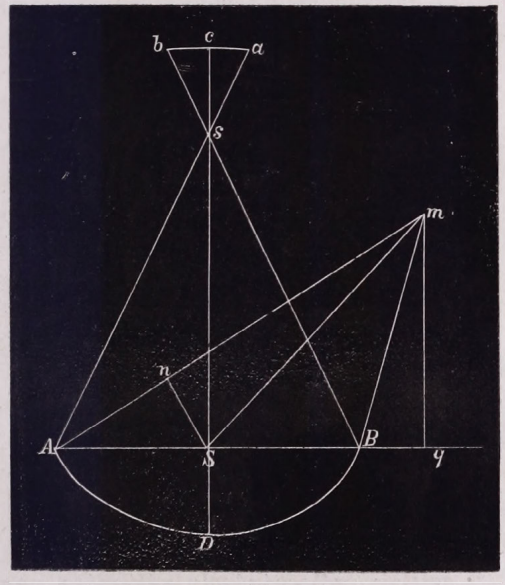
de mivel két lényegesen tevőleges mennyiség összege csak azon esetre lehet 0, ha azok egyenkint is 0-sal egyenlők lészen:

$$p = 0 \text{ és } p' = 0$$

azaz, az állócsillagoknak nincsen napi parallaxisuk. Ugyanis az A és B pontokból kiinduló látvonalak, minthogy S csillag felé vannak irányozva, csakugyan metszik egymást ezen csillag középpontjában, de oly csekély szög alatt, hogy azt a legtökéletesb műszer segitségével sem lehet meghatározni, és már ebből eléggé láthatni, hogy a földsugár az álló csillagok távolai irányában elenyészőnek tekintendő és igy a Föld sugara, nemkülönben átmérője is az álló csillagok paralaxisának meghatározásánál alapvonal gyanánt nem szolgálhat.

Mindamellett azonban a csillagászok az álló csillagok parallaxisának kikutatásával föl nem hagytak, és alapvonalúl a Föld pályájának 41090000 mérföldnyi átmérőjét vették, melynek végpontjaiban a Föld félévenkint szokott megjelenni. Ha tehát valamely álló csillagot választunk és azon időpontban, midőn a Föld pályája nagyobbik tengelyének egyik végpontjában fordúl elő, s azon szöget, melyet az említett nagyobbik tengely a kérdéses csillag felé irányzott látvonallal képez, megmérjük, nemkülönben félév eltelte után,

midőn tehát a Föld pályája nagyobbik tengelyének másik végpontjában fordúl elő, ismét azon szöget határozzuk meg, melyet az emlitett nagyobbik tengely a csillag felé irányult látvonallal képez: akkor ezen két szög összegét 180. fokból levonván, nyilván azon szöget kapjuk, melyet az emlitett két látvonal a kérdéses csillag középpontjában képez s mely alatt ezen csillagról a földpálya nagyobbik tengelyét lehet látni. És ez azon nevezetes szög, melyet a csillag évi parallaxisának neveznek. Ha azon szöget pontosan meg tudnók határozni;



49. idom.

akkor az illető csillagnak a Naptól vagy Földtől való távolát is könnyen kiszámithatnók.

Hogy pedig az állócsillagok emlitett évi parallaxisát meghatározhassuk, szükséges lesz tehát az előbbiek nyomán az emlitett roppant hosszúságú alapvonal különböző pontjaiból észlelni a kérdéses állócsillagokat. Ennek bővebb megmagyarázására a (49-ik idom) szolgál, hol *ADB* az ekliptika, A*B* ennek nagyobbik tengelye; *S*-ben pedig a Nap képzelendő, *s*-ben pedig, a z eklíptikának sarkában, egy álló csilagot

képzeljünk. Látni való, hogy ezen csillag a Napról *Ssc* irányban, tehát mindig ugyanazon helyen lesz észlelhető, de nem igy van a dolg, ha ugyanezen csillagot a Földről tekintjük. Ha ugyanis a Földet *A*-ban képzeljük, akkor az ott levő észlelő a csillagot *Asa* irányban, tehát *a*-ban látja. Midőn pedig a Föld félév mulva *B*-be jő, akkor az ott lévő észlelő ugyanazon álló csillagot nyilván *Bsb* irányban, tehát már *b*-ben látja. Minthogy pedig az *a* és *b* pontok különböző fekvéssel birnak, következik, hogy félév eltelte után a kérdéses csillag helyzetét az igen, parallaxisa miatt szükségképpen megváltoztatta, hogy tehát valamely észlelő a csillagról a földpálya nagyobbik tengelyét *AsB* szög alatt fogja látni, mely szög s illetőleg ennek fele, az *AsS* szög = *p* az, melyet a kérdéses csillag évi parallaxisának nevezünk. Könnyü belátni, hogy ezen évi parallaxis segitségével az illető csillagnak mind a Földtől, mind a Naptól való távolát könnyen ki lehet kiszámitani. Ugyanis az *AsS* háromszögből, hol $AS = D$ és $AsS = p$, következik:

$$Ss = \frac{D}{tgp} \text{ és } As = \frac{D}{\sin. p}.$$

Szorgalmas mérések által az találtatott, hogy az *Ss* és *As* oldalok közötti külömbség, minthogy a *p* csak fölötte kicsiny mennyiség, mindig elhanyagolható, honnan már minden joggal lehet következtetnünk, hogy a roppant hosszúságú, 41 millió mérföldnyi alapvonal is elenyészik az állócsillagok bámulatos távola irányában.

26). **A csillag szélességének változása parallaxisa miatt.** Nagy érdekü lesz itt megmutatni,hogy a csillagok parallaxisa miatt, azoknak mind szélessége, mind hosszúsága változásnak van alávetve,és hogy ezen változás magának a parallaxisnak meghatározására szolgál. Képzeljük e végett *m*-ben egy csillagot (49-ik idom): akkor azt nyilván *A* pontból *Am* irányban fogjuk látni, mely irány a nagyobbik tengelylyel, *AB*-vel *mAB* szöget képez, e szög pedig, mint látjuk a kérdéses csillag szélességének mértéke az ekliptikának *A* pontjára nézve,mig ugyanazon csillag szélessége,ha azt a Napról megtekintjük, az *mSB* szög által fog adatni. Midőn azonban a Föld

félév eltelte után pályájának B pontjára jut, ugyanazon csillag szélessége mBq szög által méretik, melyre nézve az AmB háromszögből látni hogy:

$$mBq = AmB + mAB, \text{ mbiől:}$$
$$AmB = mBq - mAB$$

mivel pedig az AmB szög nyilván a kérdéses csillag évi parallaxisa, látni való tehát, hogy valamely csillag évi parallaxisa azon szélességek közötti külömbséggel egyenlő, melyeket az A és B végpontokból lehet észlelni. Minthogy továbbá az AmB szög az mS vonal által feleztetik s igy $AmS = SmB$, mely szögek egyike vagy másika pedig a csillag tulajdonképpeni parallaxisát képviseli, látni való, hogy valamely csillag tulajdonképpeni parallaxisa az emlitett szélességek közötti külömbség felével egyenlő. Könnyü belátni, hogy az AmS háromszögből, mind az Am oldal, mint pedig az Sm oldal is kiszámitható,mivel e háromszögben az $AS = D$ oldal és mind a három szög ismeretes, leend tehát:

$$AS : Sm = \text{sin. } p' \text{ ; sin. } A, \text{ avagy:}$$
$$D : Sm = \text{sin. } p' : \text{sin. } A, \text{ miből:}$$
$$Sm = D \frac{\text{sin. } A}{\text{sin. } p'}$$

a hol p' alatt az AmS szöget kell érteni, mely szög a csillag szélességi parallaxisának neveztetik. Hasonló módon lehet az Am oldalt is kiszámitani, de könnyü belátni, hogy az Sm oldal és az Am között itt csak fölötte csekély, majdnem elhanyagolható a külömbség. Minthogy továbbá az $AmS = p'$ szög mindig kisebb mint az AsS szög, mely a csillag parallaxisát az ekliptika sarkára nézve állitja elő, azért is az AsS ∢ nyilván a csillag legnagyobb parallaxisának mondható. Könnyü továbbá belátni, hogy az AsS ∢ mértékéül ívben nyilván az $AS = D$ oldal szolgál és hasonlóképpen ha S pontból Am-re Sn-t függélyesen húzzuk, lészen Sn oldal nyilván az AmS ∢ szög mértéke. És most az Ans háromszögből lészen: $Sn = AS$ sin. $A = D$ sin. A, de D helyébe az $AsS = p$ parallaxist, Sn helyébe pedig az $AmS = p'$ parallaxist lehet tenni és igy:

$$p' = p \text{ sin. } A,$$

azaz, a csillag szélességi parallaxisát megkapjuk, ha a lehető legnagyobb parallaxist, melynek az ekliptika sarkában van helye, a kérdéses csillag szélességének sinusával szorozzuk.

Hasonlóképpen áll, hogy:

$$p = \frac{p'}{\text{sin. } A}$$

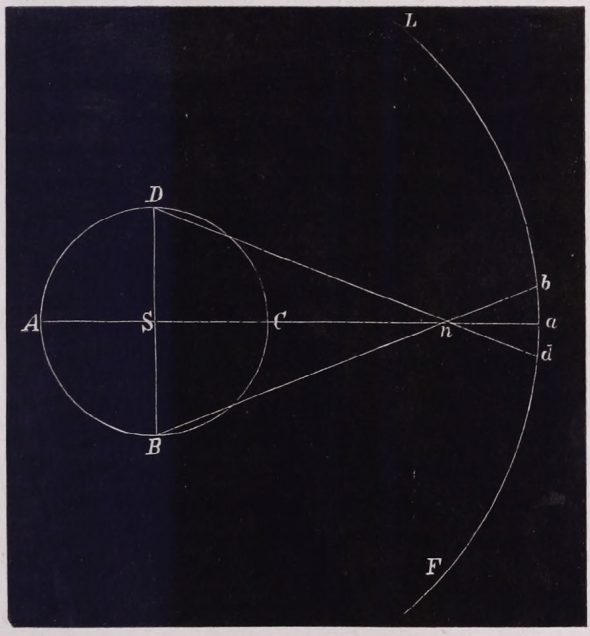
azaz, a csillag legnagyobb parallaxisát megkapjuk, ha a kérdéses csillag szélességi parallaxisát a szélesség sinus-ával elosztjuk, mely művelet a szélességi paral. visszavezetésének az ekliptika sarkára, neveztetik.

27.) **A csillag hosszúságának változása parallaxisa miatt.** Ennek felvilágositására szolgál az (50-ik idom), hol *ABCD* az ekliptika, *n* valamely álló csillag, mely tehát az ekliptika sikjában fekszik, *FL* az ekliptika sikjának keresztszelvénye a csillagos ég felületével. Világosan látjuk ez idomból, hogy midőn a Föld pályájának *C* pontjában fordúl elő, tehát a kérdéses csillaggal ellentétben van, a csillag a Földről *Cna* irányban, tehát *a* pontban lesz látható, és ha *F* a tavaszi éj-egyenpont vetülete a csillagos ég felületére, akkor nyilván *Fa* iv lesz a kérdéses csillagnak valódi hosszúsága. Mihelyt azonban a Föld pályájának *D* pontjára jut, a *D*-nél lévő észlelő az *n* csillagot már *Dnd* irányban, tehát *d*-ben fogja látni, és az *n* csillag hosszúsága most már *Fd* iv által lesz képviselve, tehát *ad* ivvel fogyott, mely iv nyilván az *and* = *DnS* szögnek vagyis a kérdéses csillag évi parallaxisának mértéke.

Midőn továbbá *D*-ből *A*-ba érkezik a Föld, az *n* csillag *Ana* irányban, tehát megint *a*-ban lesz látható, a hol az rendes hosszúsággal bir és a Földdel együttálásban van. Ha végre a Föld *A*-ból *B* pontra érkezik; akkor ezen kérdéses *n* csillag *Bnb* irányban, tehát *b*-ben lesz látható, mely esetben hosszúsága nyilván *Fb* iv által lesz képviselve, mely tehát *ab* ivvel nagyobb, mint a kérdéses csillagnak rendes hosszúsága, mely iv nyilván az *anb* = *SnB* szög mértéke s igy megint az illető csillag évi parallaxisával egyenlő. Ha tehát lehetséges volna

ezen csillag hosszúságát mind *C*, mind pedig *D* avagy *B* pontból mégmérni: akkor ezen hösszúságok külömbsége nyilván a csillag keresett parallaxisát adná.

Ily módon azt lehetne gondolni, hogy valamely álló csillag parallaxisának meghatározása mi nehézséggel sem jár. Ámde a dolog nem úgy van; minthogy ezen nevezetes szög oly kicsiny, hogy azt a legjobb minőségü műszereink segitségével sem lehet egész pontossággal megmérni, azaz a csillag



50. *a* idom.

hosszúsága mindig ugyanannak mutatkozik, akár azt *C*-ből, akár pedig *D* avagy *B* pontból mérjük is. Ebből pedig ujra azt kell következtetnünk, hogy a földpálya átmérője, ha még oly nagy is, az álló csillagok távóla irányában mégis elenyészik. Ehhez járul még az is, hogy a kisérletek és észleletek három hónapnyi s illetőleg félévnyi időközben történnek, mely idő alatt magok a műszerek sem maradnak változatlanok, végre az is, hogy a tett észleleteket a fénytöréstől is meg kell

szabaditani, mi ismét oly kényes hibákra vezethet, melyekben a csillag parallaxisa is elmosodik.

Megjegyezzük még, hogy azon esetre, ha a csillagoknak érezhető évi parallaxisuk volna, helyváltoztatásaiknak az égen észrevetőknek kellene lenni, melynélfogva minden, az ekliptika sarkában előforduló csillag valódi helyzete körül egy önmagába visszatérő görbe vonalat és pedig kört irna le, még azon csillagok, melyek nagyobb távolságban vannak az ekliptika sarkától: többé — kevésbbé hosszas kerüléket fognának leirni, melyeknek sikjai az ekliptika sikjával párhuzamosak, végre azon csillagok, melyek magában az ekliptikában fordulnak elő évenkint két egyenes vonal szerinti lengéseket fognak tenni, mint azt az (50-ik idom)-ból lehet látni, ahol az *n* csillag *bd* ivben mozog. Mindezen tüneményeket a csillagászok által eddigelé nem vétettek észre, honnan már eléggé világos, miszerint az álló csillagoknak nagyon kicsiny évi paralaxisuk van.

Hogy pedig az álló csillagok elenyészőleg csekély évi parallaxisának oka, csakis azok roppant távolában keresendő, azt az által is könnyen megmutathatjuk, hogy pl. a bolygóknak, melyek már sokkal közelebb fekszenek a Földhöz, mint az álló csillagok, tetemes nagyságú évi parallaxisuk van. Ha pl. az *n* csillag (50-ik idom) Neptum bolygó volna, mely esetben *DS* a földpálya sugara, *Sn* pedig a kérdéses bolygónak a Földtől való távola, mely, mint tudjuk 30-szor nagyobb a földpálya sugaránál: akkor az *SDn* háromszögből leend:

$$tg\ Dns = \frac{DS}{Sn}, \text{ avagy: } tgp = \tfrac{1}{30},$$

mely érintőnek $p = 1^{\circ}\ 4'$-nyi szög felel meg, ez tehát Neptun bolygó évi parallaxisa, mely már tetemes nagysággal bir. A Földhöz közelebbfekvő bolygóknak évi parallaxisaik még nagyobbak; igy hasonló számitás által az találtatott, hogy a Mars bolygó évenkinti parallaxisa $41^{\circ}\ 49'$-nyi, melyet közvetlen is igen könnyen lehet megmérni.

Ha valamely álló csillagnak egy másodpercnyi parallaxisa volna, melyet műszereink által egész pontossággal le-

hetne megmérni: akkor ezen csillagnak a Földtől való távola ezen egyenlet által adatnék:

$$E = \frac{D}{\text{sin. } 1''}$$

hol D a földpálya sugarát képviseli, melyet mérték egységül véve, leend:

$$E = \frac{1}{\text{sin. } 1''} = 206265$$

és igy a kérdéses csillag 206265-ször nagyobb távolban van a Földtől, mint a Föld a Naptól. Ezen távol mint azt könnyü belátni, több mint 4 billió mérföldet tesz, és mégis e távolban álló csillag még nem fordúl elő.

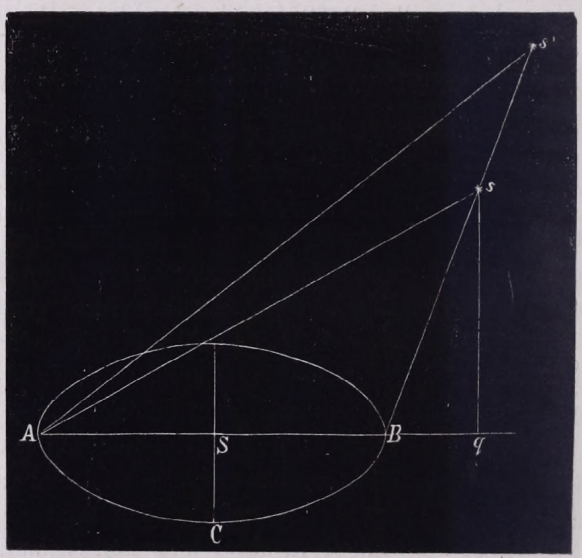
28) **Némely álló csillagok parallaxisának kiszámitása.** Legújabb időben a csillagászok egy új s nagyon elmés módot találtak föl némely álló csillagok parallaxisának meghatározására, mely mód azonban csak az úgynevezett kettős csillagoknál alkalmazható. Ezen módszer felvilágosítására szolgál az (51-ik idom), hol ACB az ekliptika, s pedig valamely álló csillag. Ha ezen s csillagot mind az A, mind pedig a B pontból észleljük és az sAB, nemkülönben az sBq szögeket megmérjük; ezen szögek közötti különbség a csillag évi parallaxisát AsB-t adja. Ezen eljárás a feltétlen szélességek módszere, mely alkalommal azonban ezen szögeket a fénytöréstől és más befolyásoktól meg kell szabaditani s éppezen körülmény az, mely e módszert pontosság tekintetében korántsem ajánlja. Ha azonban felteszszük, hogy az s csillag legközelebbi szomszédságában az égen egy másik s' csillag tartózkodik és pedig a valóságban az s csillag háta mögött j e l e n t é k e n y távolban: akkor ezen s' csillag parallaxisa nyilván $As'B$; mely az $s'Bq$ és $s'AB$ szögek közötti külömbséggel egyenlő. Az igy megtalált két parallaxis közötti külömbség, azaz: $AsB—As'B$ nyilván azon sAs' szöggel egyenlő, melyet az As és As' látvonalok képeznek egymással, áll tehát ezen egyenlet:

$$AsB—As'B=sAs',$$

mivel pedig feltételünk szerint az *s'* csillag még roppant távolban fekszik az *s* csillagtól, parallaxisa azaz *As'B* minden hiba nélkül *o*-nak vehető s igy az ellöttünk álló egyenlet e következőbe megy át:

$$AsB = sAs'$$

azaz, az *s* csillag parallaxisa azon szöggel egyenlő, mely a kettős csillag egymástól való távolát méri az ég felületén. Ezen szög pedig a parányмérő segitségével minden pontos-



51. idom.

sággal meghatározható, mely mérésnél sem a fénysugarak törését, sem pedig másnemű befolyásokat nem kell tekintetbe venni, minthogy mindkét csillag helyzete ezen befolyások által egyaránt hamisittatik meg és igy a kérdéses szög nagysága nem változik.

Mindezek után nincs egyéb hátra mint némely álló csillagok parallaxisait elősorolni melyek egyes nagy érdemű csillagászok által számittatak ki. Ezen csillagok közé tartozik.

1) Centauer csillagzat α-ja, parallaxisa = 0·91″
2) Vega a Lantban, » = 0·26″

3) Syrius a Nagy Kutyában, = 0·15″
4) A 61. számú csillag a Hattyúban, = 0·35″
5) Kecske a Fuvarosban. = 0·046″
6) Arctur a Bootesben, = 0·127″
7) A Sarkcsillag, = 0·107″

Ezen adatok segítségével már könnyen lehet meghatározni az illető csillágoknak a Földtől való távolait. Ugyanis az előbbiekben találtuk, hogy azon csillagnak a Földtől való tavola, mely csillag paral. = 1″-cel, e következő egyenlet által képviseltetik:

$$E = 206265\ D.$$

hol D a földpálya sugarát jelenti. Ha most a fent elősorolt csillagok valamelyikének a Földtől való távolát akarnók meghatározni, akkor csak azt kell megnézni, hogy ezen csillag paral. hányszor foglaltatik az 1 másodpercben, és az igy nyert hányadossal szorozván az elöttünk álló 206265. D mennyiséget, nyilván a kérdéses állócsillagnak a Földtől való távolát kapjuk.

Sor szerint tehát:

Centauer α-jának $= 206265\ D\ .\ \frac{1}{0{\cdot}91} = 206265\ .\ D\ .\ 1{\cdot}1$
$= 226891.\ D$

Vega csillag távola $= 206265.\ D.\ \frac{1}{0{\cdot}26} = 206265.\ D\ .\ 3{\cdot}84$
$= 792057\ D$

Syrius csillag távola $= 206265\ .\ \frac{1}{0{\cdot}15} = 206265.\ D\ .\ 6{\cdot}66$
$= 1375100.\ D$

A Hattyú 61. számú csillagának távola $= 206265.\ D.\frac{1}{0{\cdot}35}$
$= 206265\ D\ .\ 3 = 618795\ D$

A Fuvarosban lévő Capella távola $= 206265\ .\ D\ \frac{1}{0{\cdot}046}$
$= 206265.\ D.\ 21{\cdot}7 = 4465950.\ D$

Az Arctur távola $= 206265\ D\ .\frac{1}{0{\cdot}127} = 206265\ D\ .\ 8$
$= 1650120\ D$

Végre a Sarkcsillagnak a Földtől való távola $= 206265 D \frac{1}{0{\cdot}106}$

$= 206265\ D.\ 9.4 = 1938891\ .\ D$

Mindezen távolok földtávolokban vannak kifejezve, kimondhatatlan számokat nyernénk tehát, ha ezen távolságokat mérföldekben akarnók kifejezni.

Nagy érdekű lesz még azon időnek meghatározása is, mely alatt az emlitett csillagok valamelyikéről a fény hozzánk eljut. E végre csak azt kell tudni, hogy az úgynevezett földtávolnak a fény általi hátrahagyására 8 percnyi és 13 másodpercnyi idő kívántatik. Azon idő tehát, mely szükséges, hogy a Centauer α-jából hozzánk érkezzék a fény, az által nyeretik, ha a Centauer α-jának megfelelő és földtávolokban kifejezett 226891 számot 8·2-del szorozzuk, mi által 1860506 percet kapunk. És igy már látni lehet, hogy a fény az emlitett csillagból 3·6 év alatt érkezhetik csak hozzánk. Hasonló módon találjuk, hogy:

a Lant Vegájáról	a fény csak	12·4	év alatt	érkezik hozzánk,
a Hattyú 61. számú csillagáról		9·43	»	»	»
a Nagy Kutya Syrius csillagáról		21·97	»	»	»
a Bootesben lévő Arcturról		25·98	»	»	»
a Sarkcsillagról		31·14	»	»	»
a Fuvarosban fekvő Capelláról		71·74	»	»	»

Ha tehát a Capella e pillanatban megszünnék világos test lenni: azt 71·74 év alatt mégis teljes fényében láthatnók.

29) **Az álló csillagok fényének eltévedése.** (Aberratio.) Az álló csillagok fényének aberratiója abban áll, hogy az álló csillagok évenkint bizonyos szabályos helyváltoztatásokat viszneknek véghez, melyek azonban csak látszólagosak s bizonyos meghatározott alapokkal birnak. Ha ugyanis valamely csillag az ekliptika sarkában fordúl elő, vagy annak közelében: akkor az évenkint valódi helyzete körül kört ir le, melynek sugara 20·44 másodpercnyi; ha azonban a csillag az ekliptika sarkától nagyobb távollal birna, tehát közelebb állana az ekliptikához: akkor az valódi helyzete körül kerüléket irna le, melynek annál nyújtottab alakja lenne, minél közelebb fekszik a kérdéses csillag az ekliptikához, nagyobbik tengelye azonban ezen

kerüléknek szintén 20·44 másodpercet tesz; és ha végre a csillag magában az ekliptikában tartózkodik: akkor az évenkint egyenes vonalú lengéseket tesz, mely egyenesnek hossza azonban állandóan 40·88 másodpercnyi, mely hossz az említett kör átmérőjével, vagyis a nevezett kerülék nagyobbik tengelyével egyenlő. Ezen nevezetes tünemény oka csakis a Föld mozgásának és a fény terjedésének összekötetéséből magyarázható meg s könnyű felfogni, hogy a fent említett kör, kerülék s egyenes vonal a földpálya vetületeit az ég felületére képviselik. Az aberratio felfedezését Bradley nevű angol csillagásznak köszönhetjük. Bradley t. i. az álló csillagok parallaxisát keresvén, az aberratiót fedezé föl. Az aberratió legbiztosabb bizonyitéka annak, hogy a Föld a Nap körül mozog.

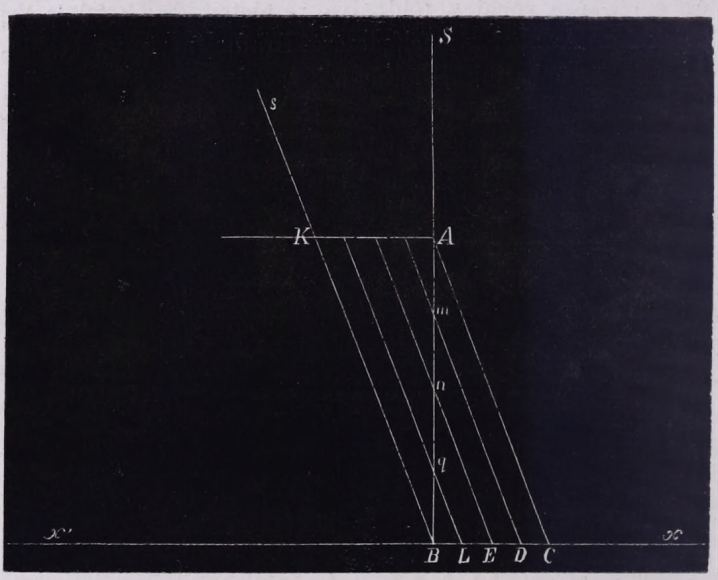
Lássuk most, miként magyarázható meg az álló csillagok fényének aberratiója a Föld mozgásának és a fény terjedésének összekötetéséből.

A fény aberratiójának megmagyarázásánál két eset fordúlhat elő. T. i. a csillagról jövő fénysugár vagy függélyesen áll az ekliptika sikjára, vagy azzal ferde szöget képez. Az első eset akkor áll be, ha a fénysugár olyféle csillagról jő, mely az ekliptika sarkában, vagy annak közelében fordúl elő. A második eset pedig azon csillagoknál mutatkozik, melyek az ekliptika s annak sarka között tartózkodnak.

Az első eset tárgyalása végett legyen XX' (52-ik idom) az ekliptika iránya. C képviselje a Földet, CB pedig a Föld sebességét. Továbbá legyen S egy tetszés szerinti álló csillag, melyből az SB fénysugár az ekliptikára függélyesen kiindúl, végre AB vonal képviselje a fény terjedési sebességét. Osszuk most a CB utat CD, DE, EL, LB egyenlő részekre s húzzunk az igy nyert osztási pontokból párhuzamosakat AC-hez: akkor ezek a fénysugár irányát n, m és q pontokban metszik, mely pontok által maga az AB vonal is 4 = részre lesz felosztva.

Ha már most a Föld C-től D-re megy át, a fény A-tól már szükségképpen m-be érkezék, minthogy mind a Föld, mind a fény egyenletes mozgással birnak. Ha tehát azt akarjuk hogy a D-nél lévő észlelő a csillagot távcsövében lássa, azt nyilván Dm vonal szerint kell iuányozni, nem pedig az AB-hez párhuzamos irány szerint. Midőn pedig a Föld C-ből E-be,

érkezik, a fény A-ból már n-ig terjedett, és igy ha az E-nél lévő észlelő a kérdéses csillagot távcsövében akarja látni, azt nyilván En vonal szerint kell irányoznia. Ha továbbá már L-be érkezik a Föld, a fény q-ban fog megjelenni és igy ha az L-nél lévő észlelő a csillagot látni akarja, távcsövét Lq vonal szerint kell irányoznia. Végre B-be érkezvén a Föld, az ottani észlelőnek BK vonal szerint kell távcsövét irányoznia, hogy a kérdéses csillagot láthassa. Miből már világosan következik,



52. idom.

hogy az észlelő a csillagot általában véve nem BA, hanem BK irányban, tehát s-ben fogja látni s igy nem valódi helyén, hanem attól oly távolságban melynek mértéke az $ABK \sphericalangle$. S mivel ugyanaz áll a Föld pályájának minden más pontjára is, látni való, hogy a kérdéses csillag valódi helyzete körül látszólag egy a földpályához hasonló görbe vonalat fog leírni, mely minden pontjában ABK szöggel fog eltérni a csillag valódi helyzetétől, s nincs egyéb hátra, mint ezen nevezetes ABK szög meghatározása. E végre pedig az ABK háromszög szol-

gál, hol $AK = CB = c$ a Föld sebessége, $AB = v$ pedig a fény terjedési sebessége, következőleg:

$$tg\ ABK = \frac{c}{v},$$

mivel pedig $v = 41000$ mf., c pedig $= 4{\cdot}1$ mf., lészen:

$$tg\ ABK = \frac{4{\cdot}1}{41000}, \text{ miből:}$$

$$\log.\ tg\ ABK = \log.\ 4{\cdot}1 - \log.\ 41000 = 6{\cdot}000000,$$

mely logarithmusnak 20·4 másodpercnyi szög felel meg, a mint az az észleletek által is constatálva van.

Az ekliptika sarkában előforduló minden csillag tehát látszólag kört ir le valódi helyzete körül, melynek sugara 20·44 másodpercnyi.

A második eset felvilágositására legyen SAB (53-ik idom) egy, az S csillagról jövő és az ekliptikára ferdén beeső fénysugár, $NB = c$ legyen megint a Föld sebessége $AB = v$ pedig képviselje a fény terjedési sebességét. A Föld keringése következtében az észlelő E pontra érkezvén, a csillagot Em irányban, D pontból Dn irányban, C pontból Cq irányban, következőleg B pontból BK irányban, tehát s-ben fogja látni. A csillag tehát itt is eltért $ABK = BAN$ szöggel valódi helyzetétől. És igy a csillag e jelen esetben is görbe vonalat ir le valódi helyzete körül, mely azonban nem kör, hanem kerülék és pedig annál hosszasabb kerülék lesz, minél ferdébb iránya van a csillagról járó fénysugárnak. A kérdéses görbe vonal ugyanis nem egyéb, mint az ekliptika ferde vetülete az ég felületére, mely vetület nyilván kerülék. Hogy ez esetben az eltérési szöget meg lehessen határozni, húzzuk $AL = t$ függélyesen XX'-re, akkor az LAB szög $= a$ a beeső fénysugár irányát adja és ha még BAN szög x-nek vétetik leend $LAN \sphericalangle = a + x$ és igy $LNA \sphericalangle = 90 - (a + x)$. Mindezek folytán az NAB háromszögből kapjuk:

$$BA : BN = \text{sin. } [90 - (a + x)] : \text{sin. } x, \text{ avagy:}$$

$$v : c = \text{cos. } (a + x) : \text{sin. } x, \text{ miből:}$$

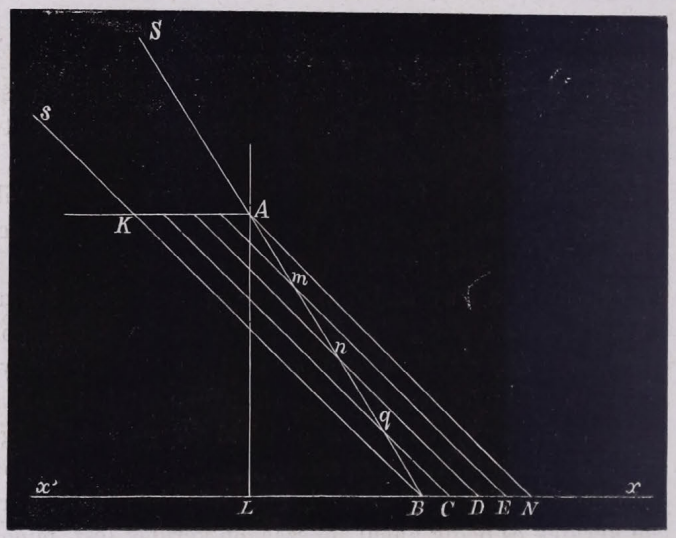
$$\frac{v}{c} = \frac{\text{cos. } (a + x)}{\text{sin. } x} = \frac{\text{cos. } a \text{ cos. } x - \text{sin. } a \text{ sin. } x}{\text{sin. } x}, \text{ vagyis:}$$

$$\frac{v}{c} = \cos.\ \alpha\ \text{cott.}\ x - \sin.\ \alpha, \text{ miből:}$$

$$\text{cott.}\ x = \frac{\frac{v}{c} + \sin.\ \alpha}{\cos.\ \alpha}, \text{ avagy:}$$

$$tg\ x = \frac{\cos.\ \alpha}{\frac{v}{c} + \sin.\ \alpha};$$

mely egyenletből világosan látjuk, hogy $x \lessdot \alpha$ szöggel vál-



53. idom.

tozik és pedig akkor éri legnagyobb értékét midőn $\alpha = 0$ mely esetben:

$$tg\ x = \frac{c}{v}, \text{ mint előbb.}$$

A legnagyobb eltérésnek tehát akkor van helye, ha a fénysugarak az ekliptika sikjára függélyesen esnek be, minden más esetben pedig az eltérési szög kisebbnek mutatkozik habár e változás csak fölötte csekély, minthogy az ekliptika sikjának kiterjedése a csillagok roppant távola irányában majdnem elenyésző.

Az eddig mondotakból látni lehet, hogy az álló csillagok aberratiója nagy hasonlósággal bir azok parallaxisával Ugyanis az álló csillagok parallaxisaik következtében évenkint szintén kis kört kénytelenek valódi helyzetük körül leirni, melynek azonban korán sincs oly átmérője, mely az álló csillagok aberratiójának felel meg, mert ha oly álló csillag léteznék, melynek évi parallaxisa 20″ lenne, úgy e csillag meglehetősen közel állana a Földhöz, mivel az előbbi számitások szerint a Földtől való távola csak 206265. $D.\frac{1}{20} =$ 10313. D lenne hol $D = 20682000$ mfl. És épen ezen körülmény vezeté Bradleyt a fény aberratiójának felfedezésére.

HATODIK SZAKASZ.

Az időmérés, a napórák szerkezete és a földrajzi térképek készitése.

1) **Az időmérés.** Mindenki belátja, hogy az idő mérésére csak mozgás és pedig egyedül egyenletes mozgás szolgálhat. Ennek az oka könnyen megérthető. Ha ugyanis az időt mozgás által akarjuk megmérni, kell, hogy a mozgás közben hátrahagyott útak az idővel egyenes viszonyban álljanak, mert csak is így lehet a hátrahagyott út az idő képviselője. Ha pl. felteszszük hogy L hosszúságú út T idő alatt hagyatik hátra egyenletes mozgással, akkor $\frac{1}{4} L$, $\frac{2}{4} L$, $\frac{3}{4} L$ hosszúságú út nyilván $\frac{1}{4} T$, $\frac{2}{4} T$, $\frac{3}{4} T$ idő alatt hagyatik hátra s igy a hátrahagyott út az idő egyszerü függvényévé lesz és annak mérésére szolgál.

A természetben csak egyetlenegy egyenletes mozgást találunk,melyet az idő megmérésére jó sikerrel lehet használni. Ez pedig az egyenlitőnek tengelye körüli forgásában keresendő, mert csak is a Földnek tengelye körüli forgása történik oly egyenletesen, hogy sebessége eddigi ismereteink szerint mintegy 2000 év alatt mit sem változott.

Mindamellett az egyenlitőnek ezen egyenletes mozgását nem lehet közvetlenül felhasználni a gyakorlati életben az idő mérésére, minthogy úgyszólván a Nap tolakodik az idő meghatározására, mivel csakis a Nap állásából szoktuk a napszakot megitélni és a szerint rendezni a polgári ügyeket. De a Nap úgy, a hogy van, nem szolgálhat az idő mérésére : 1-ször mivel látszólagos pályájában egyenletesen nem mozog ; 2-szor mivel nem az egyenlitőben, de az ekliptikában végzi eme látszólagos mozgását, az idő pedig egyedül az egyenlitőn mérhető. Ennélfogva téhát, hogy eme bajos körülményeket el

hárítsuk, a valódi Napot bizonyos képzelt Nappal kell felcserélnünk.

Mindenekelőtt képzelnünk kell egy úgynevezett közép-Napot, mely szinte az ekliptikában mozog, de egyenletesen, még pedig bizonyos közép sebességgel, melynél fogva az az ekliptika kerületét ugyanazon idő alatt futja meg, mint a valódi Nap. Ha ezen két nap középpontjai ugyanazon pillanatban indúlnak el a tavaszi nap- éjegyeni pontból, nemsokára elválnak egymástól, mivel az egyiknek egyenletes, a másiknak pedig egyenletlen mozgása van, de soha sem lesznek egymástól nagy távolban. Ezen távol mindig könnyen meghatározható, mivel a valódi Nap hosszúsága a csillagászati táblázatokból, a közép Nap-é pedig naponkinti tropikus mozgási sebessége segítségével, mely nyilván $\frac{360}{365{\cdot}24} = 0{\cdot}985$ fokot tesz, könnyen kikereshető. Ha már most tudjuk, hány nap múlt el azóta, mióta a Nap a tavaszi nap éj-egyeni pontban tartózkodott, akkor csak a fennebb megtalált 0·985 számot kell soroznunk ezen napok számával és megkapjuk a közép Nap hosszúságát, melyet a valódi Nap hosszúságból levonván, a két Nap egymástól való távolát nyerjük.

Ha pl. tudnók, hogy a Nap március 21-én ment keresztül a tavaszi nap-éjegyeni ponton és kérdeznők, mily távolban van május 20-án a közép Nap a valódi Naptól: akkor kiszámítjuk mindenekelőtt a közép Nap hosszuságát, ami nyilván 61.0·985 = 59·78 fokot tesz, mivel március 21-étől május 20-ikáig 61 nap telik el, s most ezen számból t. i. 59·78 fokból a valódi Nap hosszúságául, a csillagászati táblázatokból ezen időre nyert 58·90 fokot levonjuk s a két Nap középpontjainak egymástól való távolaúl május 20-ikára nézve = 0·88 fokot kapunk. Tehát a valódi Nap május 20-án, mint látjuk, hátrább van. Ez különben nagyon természetes. A valódi Nap ugyanis a tavaszi nap- éj egyeni pontból a naptávolhoz közeledik és igy sebessége mindig fogy, mig a közép Nap sebességét mindig megtartja, tehát a valódi Napot el fogja hagyni.

Van tehát egy képzelt Napunk, mely az ekliptikában és egyenletesen mozog. Mindamellett ez sem alkalmas az idő megmérésére, mivel az idő csakis az egyenlitőn mérhető meg.

Igy tehát fel kell vennünk egy közép Napot, mely a valódi Nappal egyszerre indúl ki a tavaszi pontból, és az egyenlitőben egyenletesen mozog de úgy, hogy ezen közép Nap által az egyenlitő kerülete ugyanazon idő alatt hagyassék hátra, mely idő alatt a valódi Nap az ekliptikát irja le. Ezen közép Nap egyenes emelkedése mindig könnyen kiszámitható, mint hogy ez az előbbi közép Nap hosszúságával egyenlő.

Az eddig mondottakból világosan következik, hogy kétféle időmérték van rendelkezésünkre u. m. a valódi napidő és a közép napidő. Azon idő, mely a valódi Napnak két egymásra következő delelése között telik el, valódi napnak neveztetik. Mig azon idő, mely az egyenlitőben mozgó képzelt Nap két egymásra következő delelése között múlik el, középnapnak mondatik. Mivel azonban a valódi Nap az ekliptikában egyenletlenül, a képzelt Nap pedig az egyenlitőben egyenletesen mozog, látni való, hogy ezeknek delelései csak ritkán eshetnek ugyanazon pillanatra, s igy a valódi és közép napidő között bizonyos külömbségnek kell lennie. Ezen külömbség időegyenletnek (Zeitgleichung) mondatik. Igy pl. tudjuk, hogy május 20-án a képzelt és valódi Nap közötti távol 0·88 foknyi, hogy tehát ezen időre nézve a valódi és közép napidő közötti külömbséget megkapjuk, nem leend egyéb szükséges, csak ezen távolt időre átváltoztatni. E végre pedig tudjuk, hogy az egyenlítő egy foka 4 perc alatt hagyatik hátra és igy áll ezen arányzat:

$$1 : 4 = 0{\cdot}88 : x, \text{ miből } x = 3{\cdot}52$$

azaz május 20-ikán az időegyenlet 3·52 percet tesz.

Ha az időegyenlet minden napra ismeretes lenne, akkor egy jól járó óra segitségével, mely középidőt mutat, a valódi Nap delelését s igy a valódi delet könnyen lehetne medhatározni; és viszont, ha valamely jó szerkezetű napórán a valódi delet lehetne észlelni, akkor könnyű volna úgy igazitani óráinkat, hogy azok a közép időt pontosan mutassák.

2) **A csillagidő.** A legegyszerűbb s legbiztosabb időmérték a csillagidő, mely minden idegen befolyástól ment s éppen azért van a csillagászoknál állandó használatban. Ismeretes ugyanis előttünk, hogy az álló csillagok saját mozgással

nem bírnak s igy ezek mindegyike az ég naponkinti látszólagos mozgásánál fogva keletről nyugat felé egy keringést fog tenni a Föld körül, még pedig ugyanazon egyenletességgel, melylyel maga a Föld tengelye körül forog. És igy valamely álló csillagnak két-két egymásra következő delelése között folyvást ázon idő múlik el, mely alatt a Föld egyet fordúl tengelye körül s ez azon nevezetes idő, melyet csillagnapnak neveznek. A csillagnap 24-ik részét csillagórának, az órának 60-ik részét csillagpercnek, csillagperc 60-ik részét csillagmásodpercnek mondjuk. Az idő ezen mértékének megállapítására szolgálhat bármely álló csillag, de a csillagászok e czélra még sem választák az álló csillagok valamelyikét, hanem a tavaszi nap éjegyenpontot, melynek látszatos mozgásától tétetett tehát függővé a csillagidő. Ezen pontnak saját mozgása is van ez azonban oly csekély, hogy azt elhanyagolni is lehet a nélkül, hogy az idő pontossága ez által megháboríttatnék.

Ezen pontnak egy nevezetes előnye már abban keresendő, hogy a csillagok hosszúságai és egyenes emelkedései ezen pontból számíttatnak. Midőn tehát a tavaszi nap- éjegyeni pont valamely helyre nézve tetőzik: akkor a csillagidő e helyre nézve 0, vagyis éppen e pillanatban kezdődik. Tetőzése után e pont az ég látozólagos mozgása következtében nyugat felé mozog s ellálása az észlelési hely délkörétől az egyenlítőn számítva a tavaszi nap- éjegyeni pont óraszögének neveztetik, mely által a valódi csillagidő állíttatik elő. Igy pl. 1, 2, 3, 4... órát számítunk csillagidőben ha a tavaszi nap- éjegyeni pont 15, 30, 45, 60.... fokkal eláll a hely délkörétől minthogy a tavaszi nap- éjegyeni pont látszólagos mozgása az egyenlitő napi mozgásával ugyanaz, melyről tudjuk, hogy annak 15 foknyi íve egy óra alatt megy át a délkörön.

Hogy pedig a tavaszi nap-éjegyeni pont saját valódi mozgása semmi befolyással sem bir a csillagidő pontosságára azt könnyű belátni. Ugyanis tudjuk, hogy a tavaszi nap-éjegyeni pont évenkinti előnyomulása 50 ivmásodpercet tesz, tehát naponkinti praecessiója nyilván: $\frac{50}{365} = \frac{1}{7}$ ivmásodpercnyi. Itt tehát csak arról van szó, hogy $\frac{1}{7}$ ívmásodperc mennyi idő alatt megy keresztül a délkörön? E végre tud-

juk, hogy az egyenlitő minden foka 4 időperc alatt megy keresztül a délkörön, tehát áll ezen arányzat:

$$3600 : 4 = \tfrac{1}{7} : x, \text{ miből } ; x = \frac{1}{6300}$$

azaz $\frac{1}{7}$ ivmásodperc $\frac{1}{6300}$ időperc, közel, $\frac{1}{103}$ időmásodperc alatt megy át a délkörön, mely idő valóban oly csekély, hogy azt mérni sem lehet.

3) **A csillag- és közép-idő közötti viszony.** E végre mindenekelőtt megjegyezzük, hogy a tavaszi nap-éjegyeni pontnak semmiféle mozgása nincs, mig ellenkezőleg az úgynevezett képzelt nap az egyenlitőben naponkint 0·985 foknyi mozgása van. Ha tehát azt képzeljük, hogy az év bizonyos időpontjában a tavaszi nap-éjegyeni pont a képzelt Nap középpontjával összeesik, akkor mindkettő egyszerre fog tetőzni, s igy e pillanatban, mind a csillag — mind a középnap kezdődni fog. Ezután azonban e két pont nem maradhat együtt, minthogy a képzelt Nap mozgásánál fogva naponkint nyilván 0·985 fokkal fog a tavaszi nap-éjegyeni ponttól hátramaradni. A tavaszi nap-éjegyeni pont legközelebbi tetőzése tehát hamarább fog beállani, mint a képzelt Napé, még pedig annyival hamarább a mennyi idő kivántatik 0·985 foknyi iv hátrahagyására. Ezen idő e következő arányzatból kapható:

$$1 : 4 = 0{\cdot}985 : t, \text{ miből } : t = 3{\cdot}94$$

azaz a képzelt Nap 3·94 perccel vagyis 3′ 56·4″-cel később fog tetőzni, mint a tavaszi nap-éjegyeni pont. És igy már mindenki belátja, hogy a középnap 3′ 56·4″-cel hosszabb, mint a csillagnap, azaz:

$$1 \text{ középnap} = 1 \text{ csillagnap} + 3' \ 56{\cdot}4''.$$

És már ezek után könnyen beláthatjuk, hogy a képzelt Nap egy év alatt nyilván 365·24. 3·94 perccel, azaz egy egész nappal fog hátramaradni a tavaszi nap-éjegyeni pont irányában. És igy mig a képzelt Nap egy év alatt 365·24 keringést tesz a Föld körül, a tavaszi nap-éjegyeni pont egygyel, többet, azaz 366·24 keringést fog tenni. És igy:
a középidő 365·24 napja = a csillagidő 366·24 napjával, miből:

1 csillagnap $= \frac{365{\cdot}24}{366{\cdot}24}$ középnappal,

1 középnap $= \frac{366{\cdot}24}{365{\cdot}24}$ csillagnappal; avagy:

1 csillagnap = 23^{h} 56^{p} és 4 mp.-nyi középnapi idővel,

1 középnap = 1 nap 3 p. és 56 másodp. csillagidővel.

Ezen adatok könnyen szolgálhatnak arra, hogy középidőt csillagidőre s viszont lehessen átváltoztatni, mi végre még azt kell meghatározni, hogy 1 csillagóra hány középórát és megfordítva 1 középóra hány csillagórát teszen. Erre nézve pedig e következő arányzat szolgál:

$$24^{\text{h}}\ 3'56'' : 24 = 1 : x, \text{ miből}$$

$$x = \text{egy csillagóra} = \frac{24}{24{\cdot}065} = 0{\cdot}997 = 0^{\text{h}}59'50''$$

azaz 1 csillagóra középidőben 59'-et és 50''-et tesz.

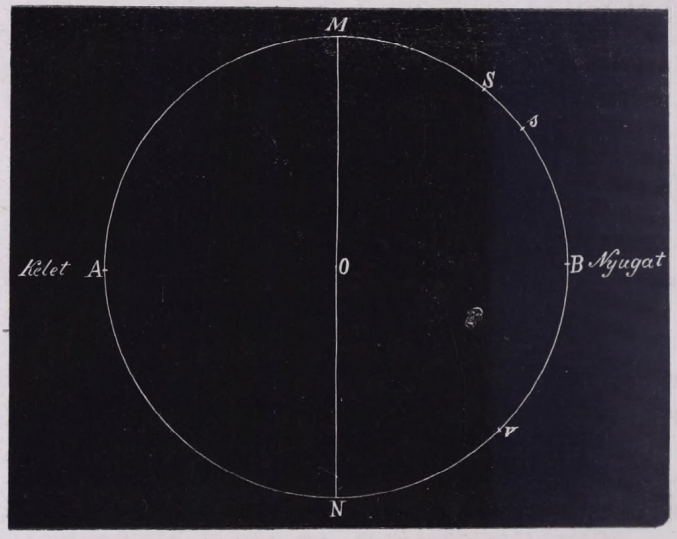
Hasonlóképpen:

$$1 \text{ középóra} = \frac{24{\cdot}065}{24} = 1^{\text{h}}\ 0'\ 9{\cdot}7'' \text{ csillagidővel.}$$

Ha pl. azt akarnók tudni, hogy 4 óra és 25 perc (= 4·417 óra) középidő, mennyit ád csillagidőben, lészen a kérdéses csillagidő = 4·417 × (1^{h} 0' 9·7'') = 4·429 óra = 4^{h} 25·74'. Ha pedig pl. azt kérdeznők, hogy 4·5 csillagóra mennyit tesz középidőben, lészen a kérdéses középidő = 4·5. 0·997 = 4·4865 óra.

Ezen kényes és nagy fontosságú tárgy felvilágositására szolgál az (54-ik idom), hol *ANBM* az egyenlítő, s így *MN* valamely délkör keresztmetszetének tekinthető az egyenlitő sikjával. Ha továbbá *A*-ban a kelet *B*-ben pedig a nyugot képzeltetik, akkor az ég naponkinti mozgása nyilván *AMB* irányban fog történni. Legyen továbbá *V* a tavaszi nap-éjegyenpont, *s* az egyenlitőben képzelt nap, *S* pedig a valódi Nap vetülete az egyenlitőre. Ha elvégre *M*-ben egy csillagot képzelünk, mely éppen tetőzik: akkor nyilván *MV* ív állítja elő a tavaszi nap-éjegyeni pont óraszögét és ezen egyúttal időre átváltoztatva adja ezen tetőzési pillanatnak

megfelelő csillagidőt. Minthogy pedig ugyanazon MV ív az M csillag egyenes emelkedését fejezi ki, következik, hogy a csillagidő valamely csillag tetőzési időpontjára nézve nem egyéb, mint a kérdéses csillag egyenes emelkedésének időbeli egyenértéke. Igy pl. tudva van, hogy a Fuvaros Capellájának egyenes emelkedése 75 foknyi, tetőzése alkalmával tehát a csillagidő nyilván $\frac{75}{15} = 5$ órát tesz. Tudjuk továbbá, hogy a Bootesben fekvő Arctur csillag egyenes emelkedése 210



54. idom.

foknyi, tetőzése alkalmával tehát a csillagidő: $\frac{210}{15} = 14$ órát tesz.

Minthogy továbbá a fent említett idomból világosan látjuk, hogy ott mind a valódi, mind a képzelt Nap már tetőzése után van képviselve: MS iv nyílván a valódi Nap óraszöge vagyis a valódi idő, az Ms iv pedig a képzelt Nap óraszöge, vagyis a középidő. Ezekre nézve pedig ezen egyenletek állanak:

$$MS = MV - SV, \text{ és: } Ms = MV - Vs$$

azaz a valódi időt megkapjuk, há a csillagidőből a valódi Nap egyenes emelkedését levonjuk; a középidőt pedig megkapjuk, ha a csilagidőből a képzelt Nap egyenes emelkedését levonjuk.

Ha az utolsó két egyenletet egymásból levonjuk lesz:

$$Ms - MS = SV - sV,$$

azaz: a közép és valódi idő közötti különbség egyenlő a valódi és képzelt Nap egyenes emelkedései közötti különbséggel és ez egyszersmind az időegyenlet. Ha ezen időegyenletet minden napra nézve tudjuk, akkor, a mint azt emlitettük is, az ismert középidőből a valódi időt és megforditva az ismert valódi időből a középidőt mindig kiszámithatjuk. Végre könnyü felfogni, hogy az emlitet időegyenlet lehet tevőleges vagy nemleges, a szerint, a mint t. i. vagy a képzelt Nap előzi meg a valódi Napot, vagy pedig a valódi Nap képzelt Napot.

4). **Az időegyenlet maximumai.** Közönségesen azt szoktuk felvenni, hogy a valódi Nap a közép Nappal azon pontból kiindúl, melyben a valódi Nap egyenes emelkedéseinek növekedése a legnagyobb, midőn tehát a valódi Nap sebessége a maximumában van, minek közel december 23-ikán van helye. Innen kezdve a valódi Nap a képzelt Napot maga után hagyja s a tavaszi nap-éjegyeni pont közelében szintén a közép sebességét éri el, a honnan sebessége mindig jobban és jobban fogy, mig végre april 15-ikén a képzelt Nappal együtt tetőzik s igy ez időben az időegyenlet = 0. Könnyü azonban belátni, hogy december 13-ika és április 15-ike között az időegyenlet valamikor maximumát érte el. E nap február 12-ike, midőn az időegyenlet maximuma 14 percet tesz. Könnyű továábbá belátni, hogy április 15-ike után a képzelt Nap megelőzi a valódi Napot mi által az időegyenlet nemlegessé válik és május 14-én ezen nemleges időegyenlet a maximumát éri el. Május 14-ikétől kezdve az időegyenlet megint fogy, mig végre junius 15-ikén a két Nap ismét egyszerre delel s igy az időegyenlet 0-sá lesz. Ezen utóbbi időtől kezdve ismét megelőzi a képzelt Napot a valódi Nap és az időegyenletnek julius 26-ikán ismét tevőleges maximuma lesz, mely mintegy 6·1 percet tesz. Ezután az időegyenlet ujra fogy, mig végre augusztus 31-ike után azonban a képzelt Nap meg-

előzi a valódi Napot, mi által az időegyenlet nemlegessé lesz és november 3-ikán e nemleges időegyenlet ujra egy maximumot fog elérni, mely mintegy — 16·2 percet tesz. Az utóbbi időtől kezdve az időegyenlet mindig jobban és jobban fogy, míg végre december 23-ikán a két Nap ismét egyszerre dellel s igy az időegyenlet 0-sá lesz.

Érdekes lesz megmutatni, miként kell bármely napra, nézve az időegyenletet meghatározni. Ha pl. február 12-ikére nézve akarnók azt kiszámitani, akkor szükséges lesz mindenekelőtt a képzelt Nap egyenes emelkedését kiszámitanunk február 12-ikére nézve, mi nyilván: 0·985. 327·24 = 322.13 foknyi lesz, mivel martius 21-ikétől februárius 12-ikéig nyilván 327·24 nap telt el.

Szükséges lesz továbbá a valódi Nap emelkedését is kiszámitani, mire nézve ezen egyenlet szolgál:

$$\cos. R = \frac{\cos. L}{\cos. D},$$

azaz a Nap egyenes emelkedésének cosinusa mindig egyenlő hosszúságának cosinusával, osztva azt eltérésének cosinusával. Ámde február 12-ikére nézve $L = 323^{\circ}\ 21'$-nyi, D pedig = $13^{\circ}\ 45'$-nyi, és igy:

$$\log. \cos. R = \log. \cos. 36^{\circ}\ 19' - \log. \cos. 13^{\circ}\ 45', \text{ avagy:}$$
$$\log. \cos. R = 9{\cdot}9169629,$$

mely logarithmusnak $34^{\circ}\ 19'$-nyi szög felel meg, ez azonban 360 fokból kivonandó, hogy a Nap valódi emelkedéseül $325^{\circ}\ 41'$-et kaphassunk.

És igy a két egyenes emelkedés közötti külömbség:

$$= 325{\cdot}75 - 322{\cdot}13 = 3{\cdot}62 \text{ foknyi,}$$

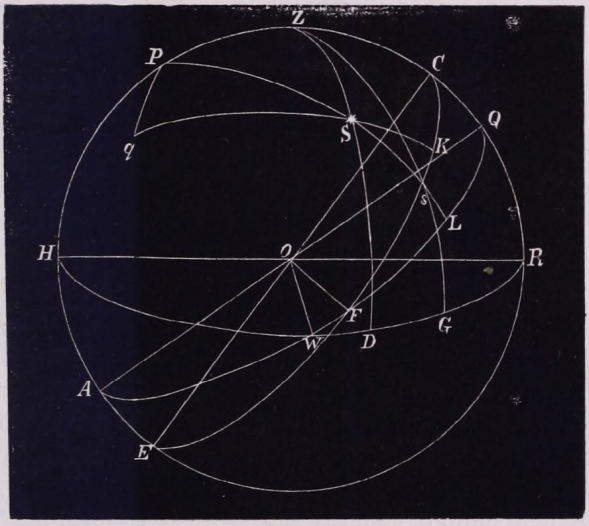
és igy a kérdéses idő egyenlet = lesz: $4 . 3{\cdot}62 = 14'\ 28''$-cel.

Hasonló módon lehet bármely más napnak megfelelő időegyenletét is kiszámitani.

5) **A valódi idő kiszámítása.** Ha a valódi időt valami uton-módon kiszámítjuk: akkor az időegyenlet segítségével a középidőt is könnyen meghatározhatjuk. A valódi napi időt pedig észlelés és számítás által e következő módon lehet meg-

határozni. E végre mindenekelőtt szükséges, hogy a Napnak eltérése, azimuthja s magassága az észlelési időre vonatkozólag legyen ismeretessé.

A további eljárás felvilágosítására szolgál az (55-ik idom), hol HR a látkör, AQ az egyenlitő, EC az ekliptika, $ERZH$ kör pedig a hely délköre, Z a tetőpont, P az egyenlitő éjszaki sarkpontja, q pedig az eklipta sarkja. Képzeljük a Napot s-ben s húzzuk e ponton keresztül a ZsG magassági és a PsL eltérési köröket s így nyilván $sG = H$ lesz a Nap ma-



55. idom.

gassága, $GR = A$ pedig az azimuthja és $sL = D$ eltérése, következőleg $sP = 90 - D$ a Nap sarktávola, $sZ = 90 - H$ tetőponti távola; végre a GZR szög a Nap azimuthját képviseli, minthogy ezen szög mértéke $GR = A$ iv. Könnyű elvégre belátni, hogy az sZP szög $= 180 - A$. És így az sPZ gömbháromszögből lesz:

$$\sin.(90-D) : \sin.(90-H) = \sin.(180-A) : \sin. t,$$

vagyis: $\cos. D : \cos. H = \sin. A : \sin. t;$

a hol t nyilván a valódi időt képviseli, melyre nézve tehát:

$$\sin. t = \frac{\cos. H \,.\, \sin. A}{\cos. D};$$

mely képlet segítségével mindig meghatározható a valódi idő, ha csak a fent nevezett mennyiségek adatnak. Hogy a megmért H magasságot a fénytörés miatt ki kell javítani, az magától értetik.

Ezen tárgy további felvilágositására lássunk egy példát! Ugyanis Pestre nézve julius 15-én délután $H = 42^0$, $A = 70^0$ és $D = 21^0\ 35'$-nyinek találtatott, és így:

$$\log \sin. t = \log. \cos. 42^0 + \log. \sin. 70^0 - \log. \cos. 21^0\ 35', \text{ miből}$$
$$\log. \sin. t = 9{\cdot}8756307;$$

mely logarithmusnak 48·7 foknyi szög felel meg s ezt 15-tel elosztván a valódi időül 3·25 órát kapunk, azaz Budapesten julius 15-ikén a Napnak még 42°-nyi magassága van délután 3·25 órakor. Itt nyilván a Nap középpontjának magasságát kell érteni. A magasság mérésére nézve meg kell jegyeznünk, hogy nem a Nap középpontjának, hanem vagy alsó, vagy felső szélének magassága szokott megméretni, és így ez esetben a megmért magassághoz még hozzá kell adnunk s illetőleg le kell belőle vonnunk a Nap sugarának látszólagos nagyságát, hogy a Nap középpontjának magasságát nyerhessük meg.

A valódi idő kiszámitható még úgy is, ha a Nap eltérése s magassága, nemkülönben az észlelési hely geographiai szélessége ismeretes.

A fent említett idomban ez esetre nézve s megint a Napot képviseli, melynek eltérése: $sL = D$; sarktávola: $sP = 90 - D$; magassága: $sG = H$. Továbbá $HP = p$ nyilván az észlelési hely geo. szélessége, tehát $PZ = 90 - p$. Végre pedig QL iv, mely az $sPZ = t$ szög mértéke, a Nap óraszögét képviseli mindezek folytán az sPZ háromszögből leend:

$$\cos. (90 - H) = \cos. (90 - p) \cos. (90 - D) + \sin. (90 - p) \sin. (90 - D) \cos. t,$$

avagy: $\sin. H = \sin. D \sin. p + \cos. p. \cos. D \cos. t$, miből:

$$\text{a)} \quad \cos. t = \frac{\sin. H - \sin. p. \sin. D}{\cos. p. \cos. D},$$

mely képlet szerint mindig kiszámitható a valódi napi idő, ha csak a Nap magassága, eltérése és a hely geo. széles. advák

Mivel azonban ezen képletben a logarithmusok közvetlenül nem alkalmazhatók, szükséges lesz még azt kellőleg átalakitani. E végre legyen: sin. p. sin. D = sin. K, a hol K az úgynevezett segédszög, és igy az előttünk lévő kifejezés ebbe megy át:

$$\cos. t = \frac{\sin. H - \sin. K}{\cos. p. \cos. D} = 2 \frac{\cos. \frac{1}{2}(H+K) \sin. \frac{1}{2}(H-K)}{\cos. p \cos. D}$$

mely kifejezésre már könnyen alkalmazhatók a logarithmusok, ha csak a segédszöglet K ismeretessé lesz, mire nézve pedig ezen egyenlet szolgál:

$$\log. \sin. K = \log. \sin. p + \log. \sin. D.$$

Hogy ezen esetre nézve szintén egy felvilágositó példát láthassunk, vegyük fel, hogy Pest az észlelési hely, melynek geo. szélessége $p = 47^0\ 30'$-nyi, junius 1-én délután pedig $H = 45^0$-nyinak, D pedig $= 22^0\ 2'$-nyinek találtatott, kérdés mily valódi időben történt az észlelés?

Legelőször is:

$$\log. \sin. K = \log. \sin. 47^0\ 30' + \log. \sin. 22^0\ 2\text{, miből:}$$
$$\log. \sin. K = 9{\cdot}4418312,$$

mely logarithmusnak $K = 16^0\ 3'$-nyi szög felel meg. Ennélfogva:

$$\tfrac{1}{2}(H+K) = 30^0\ 31'\text{, továbbá: } \tfrac{1}{2}(H-K) = 14^0\ 28',$$

mely értékeket a fentebbi egyenletbe téve, lesz:

$$\log. \cos. t = \log. 2 + \log. \cos. 30^0\ 31' + \log. \sin. 14^0\ 28' - \log. \cos. 47^0\ 30' - \log. \cos. 22^0\ 3';$$
$$\text{miből: } \log. \cos. t = 9{\cdot}8371504,$$

mely logarithmusnak $t = 46^0\ 35'$-nyi szög felel meg, s ezt 15-tel elosztván a kérdéses észlelésnek megfelelő valódi időül 3·1 órát kapunk, azaz a Nap delelése után 3·1 órával a látkör felett még 45°-nyira van Budapesten, junius 1-én.

Az előbbiekben megtalált a) alatti képletet még más módon is átalakithatjuk a végett, hogy reá a logarithmusokat kényelmesen lehessen alkalmazni. Ha ugyanis a Napnak sarktávolát φ-vel jelöljük, lészen: $D = 90 - \varphi$ és igy:

$$\cos.\, t = \frac{\sin.\, H - \sin.\, p \cos.\, \varphi}{\cos. p \sin.\, \varphi},$$

Ebből pedig:

$$1-\cos.t=1-\frac{\sin.H-\sin.p\cos.\varphi}{\cos.\, p \sin.\, \varphi} = \frac{\cos.p \sin.\varphi+\sin.p \cos.\varphi-\sin.H}{\cos.\, p \sin.\, \varphi}$$

avagy: $2 \sin.^2 \frac{1}{2} t = \frac{\sin.(\varphi+p) - \sin.\, H}{\cos.\, p \sin.\, \varphi}$; miből:

$$2 \sin.^2 \tfrac{1}{2} t = \frac{2 \cos. \frac{1}{2} (\varphi+p+H) \sin. \frac{1}{2} (\varphi+p-H)}{\cos.\, p \sin.\, \varphi}$$

és így: $\sin. \frac{1}{2} t = \sqrt{\frac{\cos. \frac{1}{2} (\varphi+p+H) \sin. \frac{1}{2} (p+\varphi-H)}{\cos.\, p \sin.\, \varphi}}$,

mely képlet szinte igen könnyen alkalmazható a valódi idő kiszámítására.

6) **Az év tartamáról.** Év alatt azon időt kell érteni, mely alatt a Föld a Nap körül egy keringést tesz, vagy ha így tetszik, azon időt, mely alatt a Nap látszólagos pályáját irja le. Föltevén tehát, hogy a Nap középpontja a tavaszi nap-éjegyeni ponttal összeesik s igy belőle kiindúl: akkor azon idő mely kivántatik, hogy a Nap középpontja ugyanazon ponthoz térjen vissza, tropikus évnek mondatik s ez, mint tudjuk, 365.24 középnapot vagyis 365 napot, 5 órát, 48 percet és 46 másodpercet tartalmaz magában.

Ha pedig azt képzeljük, hogy a Nap középpontja valamely, az ekliptikában előforduló állócsillaggal esik össze: akkor azon idő, mely kivántatik, hogy a Nap középpontja ugyanazon álló csillaghoz térjen vissza, siderikus, vagyis csillagévnek neveztetik. Ezen év pedig nagyobb tartamú, mint a tropikus év, minek oka e következő. Az álló csillag ugyanis oly pont az ég felületén, mely hélyét nem változtatja, minek következtében a Nap visszatérési ideje ezen ponnthoz: a Föld valódi keringési ideje. De nem így van a tavaszi nap-éjegyeni ponttal. Ez ugyanis saját mozgással bir, melynél fogva évenkint 50 másodpercnyi ivet ir le keletről nyugat felé s így a Nap évenkint 50 ivmásodperccel előbb éri el e pontot, mint valamely állócsillagot. És így már világos, hogy a csillagév anyival nagyobb tartamú a tropikus évnél, a mennyi idő kivántatik az emlitett 50 ivmásodperc hátrahagyására. Már az

előbbiekből ismeretes előttünk, hogy a Nap naponkinti közép mozgása 0·9856 fokot, azaz 3548 ivmásodpercet tesz és így áll ezen arányzat:

$$3548 : 1 = 50 : n, \text{ miből } n = 0{\cdot}0141.$$

azaz a kérdéses 50 ivmásodperc hátrahagyására 0·0141 nap kivántatik vagyis 20 perc és 20 másodperc és így ennyivel hosszabb tartamú a csillagév a tropikus évnél, a csillagév tehát: 365 napot, 6 órát, 9 percet és 9 másodpercet tesz.

Sok fontos oknál fogva a gyakorlati életben mégis a tropikus év hozatott használatba, mi által azon előny vala elérve, hogy az újév mindig ugyanazon napra esik és az évszakok is folzvást ugyanazon változatlan rendben következnek egymásra. Ugyanis valahányszor a Nap a tavaszi nap-éjegyenpontba érkezik, mi nálunk a tavasz kezdődik. Midőn pedig három hónap elmúlta után a Nap a nyári napállási pontban megjelenik: nálunk mindannyiszor a nyár veszi kezdetét. Hasonlóképpen három hónap eltelte után a Nap az őszi nap-éjegyeni pontba érkezik: és nálunk mindannyiszor az ősz áll be. Végre midőn a Nap a téli napállási pontot éri el ami szinte 3 hónap eltelte után történik: akkor nálunk a zordon tél veszi kezdetét s tart három hónapig, mig ugyanis a Nap ismét a tavaszi nap-éjegyeni pontot éri el.

A fordulati tropikus év pontos tartama 365·2422 napot tesz. Az év azonban csak egész napok szerint számítható és éppen azért már az ókori népeknél lett szokássá az évnek csak 365 napot tulajdonítani. Mivel pedig igy a nap 0·2422 részét elhanyagolták, idővel oly hiba jött létre, mely az időszámításban rendetlenséget okozott, minthogy ugyanis a napnak ezen 0·2422 része 4 év alatt 0·9688 rész, tehát csaknem egy egész napot tesz. E rendetlenség megszüntetésére rendelé Július Caesar Sosigenes és Flavius csillagászok tanácsára, hogy az év 365 napból és 6 órából álljon, de három évben rendesen 365 nap, a negyedikben pedig 366 legyen s a 366-ik nap pedig februárius hónapba igtatandó, mely honap tehát minden 4. évben 29 napból álljon. Azon év, melyben 366 nap volt szökö évnek mondatott.

Julius Caesar e célszerű intézkedése dacára azonban,

az időszámításban lehetséges minden hiba nem volt elhárítva. Ugyanis Julius Caesar az évet: 365·25 napnak vette, holott az csak 365·2422 napból áll és igy a fentebb körvonalozott időszámításban évenkint 0·0078 napnyi hiba követetett el, mely hiba 1000 év alatt 7·8 napra növi ki magát. Sigy 1582-ben a hiba már 10 napot tőn s e miatt 1582 a tavaszi nap-éjegyen nem március 21-én, hanem 11-én köszöntött be. E hiba helyreütése végett az rendelé XIII. Gergely az akkori pápa, hogy ezen említett évben október 4-ike helyett október 15-ike írassék.

Hogy azonban e hiba többé ne fordúljon elő és az időszámításban rendetlenségeket ne okozzon, azt is rendelé az említett pápa Lili Alajos csillagász javaslatára, hogy minden 400 évben 3 szökő év mellőztessék és pedig oly századévekben melyek maradék nélkül nem oszthatók. És ez nagyon helyesen van igy ugyanis tudjuk, hogy a fentemlitett hiba 400 év alatt: 0·078. 400 = 3·12 napot tesz, tehát minden 400 év alatt 3 szökő évnek el kell esnie, ha e hibát mellőzni akarjuk. Látni való azonban, hogy ezen úgynevezett Gergely-féle naptárjavitás által is minden 400 évben 0·12 napnyi hiba követtetik el, mely hiba 10. 400 = 4000 év alatt ismét egy napot tesz, tehát a 4-gyel oszthato ezres évek szintén csak 365 napból állhatnak.

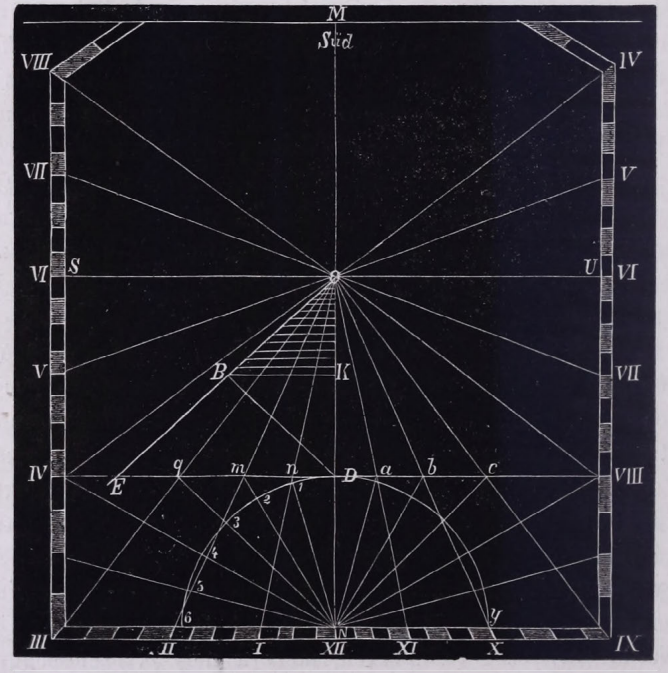
Az év, amint azt kiki tudja, fel van osztva 12 részre, mely részek hónapoknak neveztetnek. Ezek közül hét, még pedig: január, mártius. május, julius, augustus, october és december. 31 napból; négy, még pedig; április, junius, september, november 30 napból; mig végre februárius 28 s illetőleg szökőévben 29 napból áll. Minden hónap 4 hétből, minden hét hét napból áll.

7) **A napórákról.** Minden készülék, mely árnyék által a valódi időt képes kimutatni, napórának mondható. A napórák vagy fekmentesek, vagy hajoltak. Az első esetben a napóra fekmentes síkon van lerajzolva. a második esetben pedig oly sikon, melynek tetszésszerinti hajlása lehet a látkörhöz. Ha a hajolt napóra sikjának párhuzamos fekvése van az egyenlitőhöz: akkor az ily napóra egyenlitői, vagy is nap-éjegyeni napórának neveztetik. Könnyü belátni, hogy az

úgynevezett nap-éjegyeni napóra sikja oly szöget képez a hely látkörével, mely az egyenlitőnek a látkör feletti magasságát méri, vagyis mely szög a hely *g.* szélességének pótszögét képviseli. És igy világos, hogy az egyenlitői napóra sikjának a látkörrel képezett hajlási szöge a hely *g.* szélességével változik. Igy pl. Budapest *g.* sz. = 47° 30′, tehát 90° — 47° 30′ = 42°30′ alatt kellene nálunk, Budapesten a nap-éjegyeni órát felállitani. A függőleges napóra oly hajolt napóra, melynek sikja, a melyen az t. i. rajzolva van, a látkör sikjával 90°-nyi szöget képez. A hajolt napórának van még ezeken kivül több faja is. A jelen értekezésben azonban csakis a fekmentes, függélyes és nap-éjegyeni napórákról lesz szó, mivel a gyakorlati életben többnyire csak ezek vannak használatban. Meg kell még jegyeznünk, hogy minden napóra szerkesztésénél: 1-ször a hely déli vonalát kell pontosan meghatározni, mivel ettől függ a napóra rajzolása s felállitása. 2-szor az óra mutatóját mindig párhuzamosan kell a világtengelyhez, felállitani.

8) **A fekmentes napóra szerkezete.** hogy ezen napóra szerkezetéről minél világosabb képet lehessen szerezni: arra szojgál az (56-ik idom), hol a részekre osztott épszögű ráma által bezárt sík azon fekmentes síkot képviseli, melyre a kérdéses napórát rajzolni kell. Azután meghatározzuk e síkon a déli vonal irányát, mely a sík közepén menjen keresztül. Képviselje e nagy fontosságú irányt az *MN* egyenes. Az *MN* egyenesen válaszszunk meg most célszerűen egy tetszésszerinti pontot: *O*-t úgy, hogy a belőle húzott *OE* egyenes az *ON* vonallal oly szöget képezzen, mely a hely *g.* szélességével egyenlő. Budapestre nézve ezen szögnek 47° 30′-nyinek kell lennie. Továbbá válasszunk *OE* vonalon egy tetszésszerinti *B* pontot és emeljünk ezen pontban *OE*-re függélyest és hosszabbitsuk meg ezt addig, mig az *MN* vonalat *D* pontban metszi. Vigyük most a *DB* hosszt *DN*-re és nyerjük az *N* pontot, melyből *DN* sugárral az *yD6* félkör iratik le. Ezen félkör kerülete 12 egyenlő részre osztandó úgy, hogy minden részre 15 fok essék és ez éppen egy órányi időnek felel meg. Húzzuk most a *D* ponton keresztül a *gc* vonalat *MN*-re függélyesen és az 1, 2, 3, 4 . . . . . osztási pontokon keresztül menő suga-

rakat mindaddig, mig a D ponton átmenő vonalat az egyik oldalon n, m, g, a másikon pedig a, b, c, pontokban nem metszik. Ha most az igy megtalált n, m, g, a, b, c, pontokon keresztül az O pontból egyeneseket húzunk és azokat mindaddig meghosszabbítjuk, míg az óra alsó szélét nem metszik: akkor ezen egyenesek lesznek a napóra árnyékvonalai, még pedig az egyes délelőtti és délutáni órákra nézve, minthogy



56. idom.

könnyü belátni, hogy azon esetben, ha az árnyékvonal az ON vonallal esik össze, a Nap éppen a délkörben tartózkodik s igy a valódi dél áll be. Az N pontot tehát szükségképpen XII által kell megjeleznünk.

Könnyü belátni, hogy idomunkban előterjesztett felosztásnál fogva a kelet balra; a nyugot pedig jobbra esik, mert midőn a Nap fölkel minden tárgynak, tehát a mutatónak árnyéka is nyugat felé esik, azért is ezen oldalon a dél

előtti órák vannak följegyezve. A Nap delelése után azonban nyugat felé mozog: minden tárgynak, tehát a mutatónak árnyéka is kelet felé esik, miért is a délutáni órák a keleti oldalon vannak följegyezve.

Minthogy továbbá azt is látjuk, hogy az *N* pontból húzott és a 4, 5, 6 pontokon keresztülmenő sugarak meghosszabbításai *qc* vonalat csak nagy távolban metszhetik, az *O* pontból húzott árnyékvonalak tehát az óra alsó szélét szintén csak nagy távolban fognák metszeni, és igy a napóra nagy és alkalmatlan kiterjedést nyerne: azért is a 4, 5, 6 valamint a másik oldalról a 8, 7, 6 órára nézve az árnyékvonalak keresztmetszései az óra két oldalszélén szoktak feljegyeztetni, mint azt az idomból világosan láthatjuk.

Könnyü továbbá itt belátni hogy a délelőtti és délutáni 6 órára nézve csak *O* ponton keresztül az *MN*-re függélyesen kell húzni az *SU* vonalat: és az *S* és *U* pontok 6 órának fognak megfelelni. A további esti és reggeli órákra nézve a megfelelő pontokat pedig az által találjuk meg, ha az *OIV* sé *OV* árnyékvonalakat visszafelé meghosszabbitjuk és igy az óra jobb szélén a reggeli *IV* és *V* órának megfelelő pontokat fogjuk kapni. Hasonlóképpen ha az *OVII* és *OVIII* árnyékvonalakat visszafelé meghosszabbitjuk: akkor az esti *VII* és *VIII* órának megfelelő pontokat fogjuk kapni. Hogy a további osztás már nem szükséges, abból következik, mivel a leghosszabb nappal alkalmával nálunk a Nap 4 órakor kel föl és este 8 órakor nyugszik le.

Ha azt akarjuk, hogy az előterjesztett napóra negyedórákat is mutasson, akkor csak az egyes órák közötti hézagot 4 = részre kell osztanunk, ami idomunkban is megtörtént.

Ami elvégre a napóra mutatóját illeti, melynek árnyéka által az órák kimutatandók, azt szükségképpen *O* pontban kell megerősiteni, még pedig úgy, hogy az a délkör sikjában feküdjék és a déli *MN* vonallal, mely szinte ugyanazon síkban fekszik, a hely *g* szélességének megfelelő nagyságú szöget képezzen, mert csak igy lehet a mutató a világtengelyhez párhuzamos a mely feltétel pedig minden napóra főtulajdonságát képzi. Hogy a mutatónak ezen irányát annál pontosabban meghatározhassuk, legcélszerűbb lesz az *OBK* épszögü

háromszöget fémlemezből szerkeszteni, melyben az O-nál lévő szög a hely adott φ. szélességével egyenlő. Ezen háromszög szerkesztése pedig nagyon könnyű. Ha pl. Pestre nézve akarnók az szerkeszteni, akkor az O-nál lévő szögnek 47° 30′-nyinek kell lennie. Ha tehát az OB mutató hossza pl. 1 lábnyinak vétetik, akkor:

$BK = OB$ sin. 47° 30′ = 0·7372 láb, azaz = 8″ 10·35‴;
és: $OK = OB$ cos. 47° 30′ = 1. cos. 47° 30′ = 0·6756 láb,
azaz = 8″ 1·2‴,

mely méretek segitségével maga a kérdéses háromszög könnyen szerkeszthető és fémlemezből kivágható. Megjegyezzük még, hogy e háromszög O pontjának mindig délfelé kéll irányozva lennie és magának a háromszög sikjának a délkör sikjával összeesnie, következőleg a látkör sikjára függélyesen köll állania. Ezen épszögü háromszög átfogója téhát az óramutatóját képviseli.

Minthogy végre nyárban nálunk a Nap nagyon is éjszak felé nyugszik le és kel föl, látni való, hogy a mutató árnyéka ez időben vagy délkelet vagy délnyugat felé lesz irányozva, mit a napóra szerkezetéből is láthatunk.

9) **Ugyanazon órának másképpeni szerkesztése.** A fekmentes napórák mutatójának árnyékvonalai még azon szögek segítségével is szerkeszthetők, melyeket ezen vonalak különböző óraszögekre nézve a déli vonallal képeznek. Ezen szögeket pedig könnyen meghatározhatjuk, hacsak a sarkmagasságot és a kérdéses óraszöget ismerjük. Ha ugyanis a sarkmagasságot φ-vel, a kérdéses óraszöget s-sel, azon szöget pedig, melyet az árnyékvonal a déli vonallal képez α-val jelöljük, lészen:

$$tg\ \alpha = \text{sín.}\ \varphi\ tgs$$

Ezen tétel bebizonyitására szolgál az (56-ik idom), az NDa háromszögben a $DNa \sphericalangle = s$ és az ODa háromszögben az $aOD \sphericalangle = \alpha$, lészen tehát az emlitett háromszögekből:

$Da = DO\ tg\alpha$ és $Da = DN\ .\ tgs$; honnan:

$tg\alpha = \frac{DN}{DO}\ tgs$, s mivel: $DN = DB$, lesz: $tg\alpha = \frac{DB}{DO}\ .\ tgs.$

Ámde az OBD háromszögben:

$$\sin. \varphi = \frac{DB}{DO} \text{ és így:}$$

$$tg\alpha = tgs \sin. \varphi,$$

mi által ezen kifejezés helyessége be van bizonyítva.

Hogy ezen képletnek alkalmazását láthassuk, vegyünk fel egynehány példát.

1-ször) Ismeretes Pestnek geographiai szélessége: $\varphi = 47^0\ 30'$, számítsuk ki $7^0\ 30'$-nyi óraszögre nézve a megfelelő árnyékszöget. Képletünk szerint:

$$\log. tg\alpha = \log. \sin. 47^0\ 39' + \log. tg\ 7^0\ 30' = 8{\cdot}9870600,$$

mely logarithmusnak $\alpha = 5^0\ 32'\ 40''$-nyi szög felel meg.

2-szor) Ha az óraszög 15 foknyi, akkor a megfelelő árnyékszögre nézve áll:

$$\log. tg\alpha = \log. \sin. 47^0\ 30' + \log. tg\ 15 = 9{\cdot}2956834$$

mely logarithmusnak $\alpha = 11^0\ 11'$-nyi szög felel meg.

3-szor) Ha az óraszög $22^0\ 30'$-nyi, akkor a megfelelő árnyékszögre nézve áll:

$$\log. tg\alpha = 9{\cdot}4848552,$$

mely logarithmusnak $\alpha = 16^0\ 59'$-nyi szög felel meg.

4-szer) Ha az óraszög 30^0-nyi, akkor a megfelelő árnyékszögre nézve áll:

$$\log. tg\alpha = 9{\cdot}6290703,$$

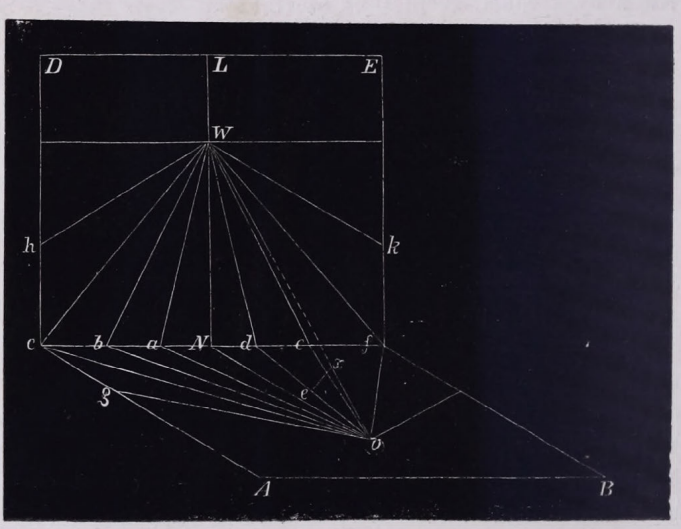
mely logarithmusnak $\alpha = 23^0\ 3'$-nyi szög felel meg. Ha pedig az árnyékszögeket félóráról félórára kiszámítjuk: akkor a megtalált szögek bizonyos műszer segítségével, ha a déli vonalat húzzuk s azon az O pontot tetszés szerint felveszszük, könnyen lesznek szerkeszthetők. Ez által pedig az árnyékvonalak irányait kapjuk meg, melyeket az óra széleig meghosszabbitván, meglesznek a kivánt pontok s ezekhez már csak a megfelelő óraszámokat kell tenni és kész leend a napóra.

Mivel azonban ilyen szögek átvitele többnyire sok nehézséggel jár s kevés pontosságot nyújt, sokkal célszerűbb, ha

a megtalált árnyékszögek segitségével az *NI, NII, NIII,*..... s. i. t. távolokat számitjuk ki és ezeket viszszük át azután az *N* pontból. Ha e végre az *ON* távol 1-nek vétetik lesz:

$$NI = tg\ 11^{\circ}\ 11' = 0{\cdot}1975$$

azaz, az *NI* távol az *NO* távolnak 0·1975 részét teszi. Ha tehát *ON* egy láb volna lészen *NI* = 0·1975′ = 2″ 4·4‴. És már látjuk, miként kell az *NII*, *NIII* s. t, b. távolokra nézve az eljárást folytatnunk. A számitás megtörténte után pedig e távolokat valamely pontosan felosztott lépték segélyével könnyen lehet lemérni.



57. idom.

10) **A függélyes napóra szerkezete.** A függőleges napóra homloksikja dél felé, hoszszerinti mérete pedig keletről nyugat felé van irányozva. Ilyen óra szerkesztésére nem szükséges egyéb, mint a már lerajzolt fekmentes órát egy függélyes sikra vetni.

Az itt követendő eljárás felvilágositására szolgál az (57-ik ídom), hol *DcfE* azon függélyes fal sikját képviseli, melyen a kérdéses órát le kell rajzolni. *cABf* pedig legyen azon fekmentes sik, melyen a fekmentes napóra van lerajzolva. Tegyük fel továbbá, hogy a függélyes falnak *cf* mérete pon-

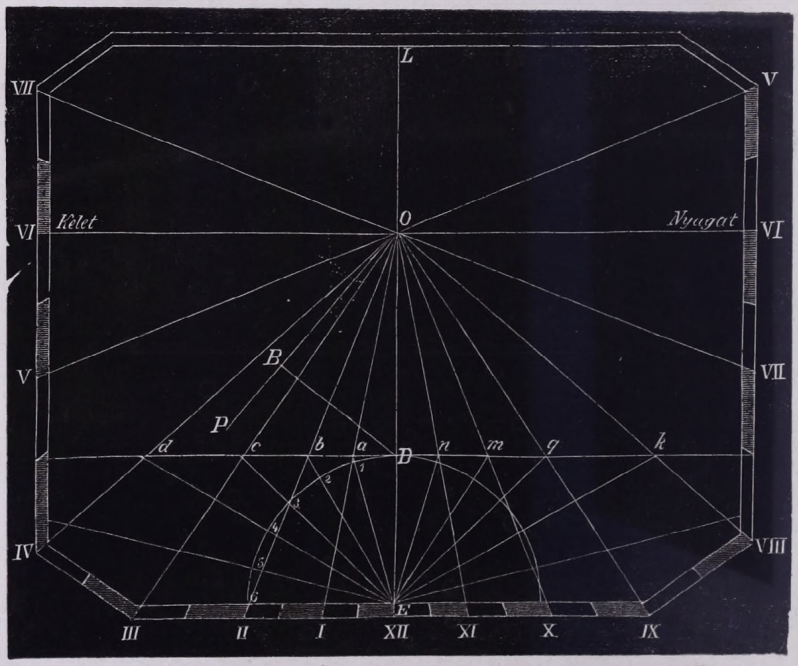
tosan keletről nyugat felé van irányozva, homloksikja tehát éppen dél felé fekszik. S most a vizszintes *cABf* síkot egyik szélével helyezzük úgy a függőleges falra, hogy a déli vonal: *NO* a fal sikjára függélyesen álljon, azután pedig *N* pontból *NL* függélyt emeljük s ez lesz a déli vonal képviselője a függélyes falon. Ha továbbá *Ox* a fekmentes óra mutatójának iránya: akkor ennek meghosszabbitása a függélyes falon azon *W* pontot adja, melyből a függőleges napóra mutatója iudúl ki mely a világtengelylyel itt is párhuzamos, de az *NL* déli vonallal oly szöget képez, mely az egyenlitőnek a látkör feletti magasságával egyenlő. Ezen szög Pestre nézve nyilván 42° 30′-nyi. Most pedig a fekmentes napóra árnyékvonalait kell meghosszabbitani mindaddig, míg a *c*, *b*, *a*, *N*, *d*, *e*.... pontokban a függőleges fallal nem találkoznak. Ezen pontokat most *W* ponttal összekötvén a függőleges napóra árnyékvonalait kapjuk meg, melyeket, a keleti és nyugati táj kellő tekintetbe vétele mellett, a megfelelő óraszámokkal kell jelezni és szerkesztve lesz immár a függélyes napóra.

Ha azonban a függőleges fal nem lenne pontosan irányozva kelet és nyugat felé, hanem, a mint mondani szoktuk, eltérése volna, és pedig vagy éjszakkeletről délnyugat felé vagy éiszaknyugatról délkelet felé: akkor a függélyes órát szintén úgy szerkesztjük, mint az előbbi esetben. de azzal a külömbséggel, hogy azon lap széle, melyen a fekmentes óra van lerajzolva, a függőleges falra oly szög alatt lesz helyezendő, mely a fentebb jelzett eltéréssel egyenlő.

Meg kell még itt jegyeznűnk, hogy a függőleges napórát olyféle falon, melynek homloksikja pontosan van délfelé irányozva, önállólag is lehet szerkeszteni. Ennek felvilágositására szolgál az (58-ik idom). Tegyük fel, hogy ezen idom sikja a szerkesztendő óra függőleges sikját állítja elő, akkor e falon a függőleges *LE* vonalat huzván, ez leend a délkör keresztmetszése a függőleges sikkal. E vonalon most az *O* pontot választjuk úgy, hogy a belőle húzott *OP* egyenes az *OE* vonallal oly szöget képezzen, mely az egyenlitőnek a látkör feletti magasságával egyenlő. Ezután az *OP* vonalon egy tetszésszerinti *B* pontot választunk, melyből az *OP*-re függélyesen huzzuk a *BD* vonalat, mi által a nagy fontosságú *D* pon-

tot kapjuk meg. És most a *BD* vonalat a *DE*-re visszük át és *ED* sugárral félkört irunk le, ezen félkör kerületét 12 = részre osztjuk és *dk* vonalat *OE*-re függélyesen húzzuk. Ennek megtörténte után az osztási pontokban keresztülmenő sugarakat meghosszabbitjuk és az *n*, *c*, *b*, *a*, *m*, *q*, ... pontokat fogjuk kapni, melyeket egyenesek által az *O* ponttal összekötünk.

Ha elvégre az utóbbi összekötő egyeneseket kellőleg meghosszabbitjuk: az óra szélén ama pontokat nyerjük, melyek



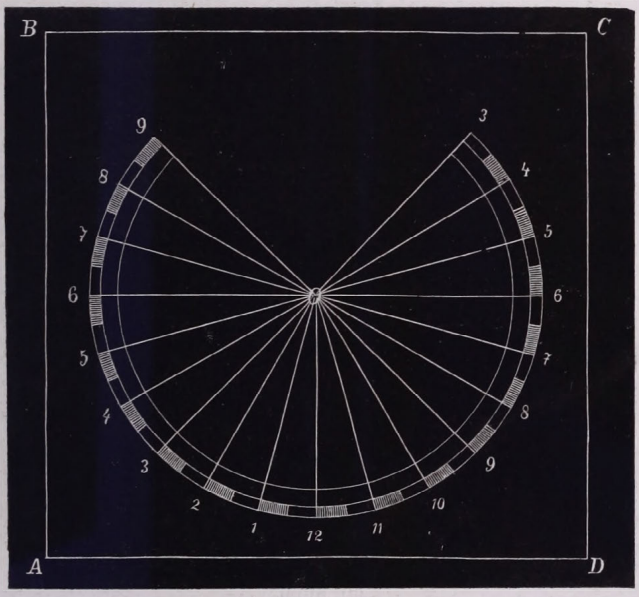
58. idom.

az egyes délelőtti és délutáni óráknak megfelelnek s melyeket a keleti és nyugati táj kellő tekintetbe vétele mellett a megfelelő számok által megjegyezvén, készen lesz a függőleges napóra.

11) **A egyenlitői vagy nap-éjegyeni napóra.** A napórák ezen nevezetes faja Indiában, Chinában s általában véve az egész keleten van használatban. Az ottani csillagászok ugyanis azt vélik, hogy ezen órák, melyek egyszerűségük- és

könnyű szerkesztésüknél fogva amúgy is igen ajánlják magokat, a legtökéletesebbek.

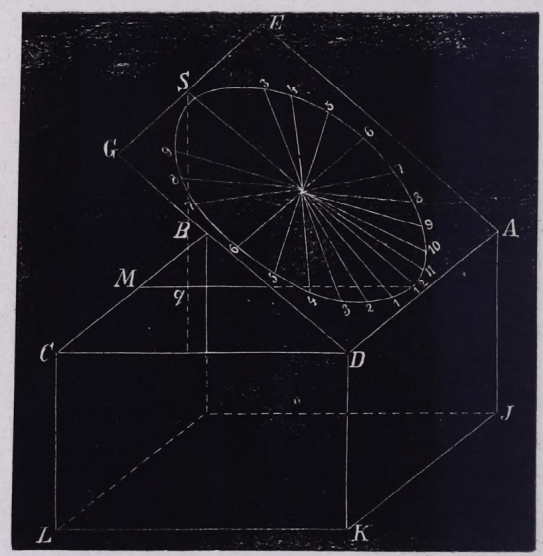
Ezen órák szerkesztésére egy épszögű fémlemezt vesznek föl, milyen az *ABCD* idom által az (59-ik ábrában) van képviselve. Ennek középpontjából: *O*-ból valamely tetszés-szerinti sugárral: *O* 12-vel kört irnak le és annak kerületét 24 egyenlő részre osztják fel, mely részek által a nap 24 órája van képviselve, még pedig úgy, hogy a legalsóbb rész,



59. idom

melyhez a *O* 12 sugár van húzva a déli órát jelenti s így a bal- és jobbra eső többi részek a délutáni s illetőleg délelőtti órákat képviselik. Azon feltétel mellett tehát, hogy ezen részekre osztott kör az egyenlítőt képviseli, az *O* pontból kiinduló mutatót ezen kör sikjára függélyesen kell alkalmazni, minthogy itt is kivántatik, hogy a mutató a világtengelyhez párhuzamos legyen. S ezzel már készen van az egyenlitői napóra, csak azt kell még megmutatni, miként állitandó fel ezen óra.

Ennek felvilágositására szolgál a (60-ik idom). hol *ABCLKJ* egy négyszögű s függélyesen álló kőoszlop, melynek *ABCD* felülete pontos viszintes fekvéssel bir. *ADGE* pedig azon fémlemez, melyen a kérdéses nap-éjegyeni óra fel van rajzolva és ezen fémlemeznek oly szöget kell képeznie az *ABCD* sikkal, mely az egyenlitőnek a látkör fölötti magasságával egyenlő. Pestre nézve ezen szög 42° 30'-nyi. Könnyű továbbá belátni, hogy az *S* 12 vonalnak *DA*-ra függölegesnek kell lenni és a délkör sikjába esnie. Hogy pedig ezen órát



60. idom.

ily módon lehessen felállitani, e végre szolgál az *S* 12 *q* háromszög, melyben *S* 12 = *a* és az *S* 12. *q* ∢ = *v* ismert mennyiségeknek tekinthetők és így:

$$q\ 12 = a \cos. v \text{ és } Sq = a \sin, v.$$

mely méreteket kiszámitván, könnyű leend az óralemezt felállitani. Hogy elvégre ezen készüléket télben azaz akkor is lehessen használni, midőn a nap a déli félgömbön tartózkodik: szükséges lesz az óralemez hátulsó oldalát is egy részekre osztott körrel ellátni és a mutatót hátra felé is meghosszab-

bitani. Kiki belátja ezek után, hogy illyen felállitásnál fogva a lemez sikjának az egyenlitő sikjához párhuzamosnak kell lennie.

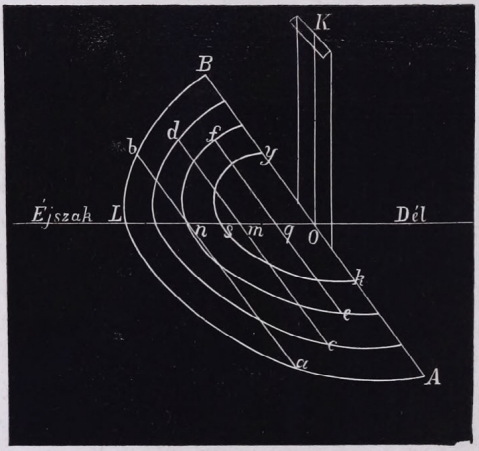
12) **A déli vonal meghatározása.** Miután a Föld felületén elöforduló minden helynek saját látköre van, kell, hogy minden helynek saját délvonala is legyen, értvén a délvonal alatt azon egyenest, melyben a hely látköre ugyanazon hely délkörét metszi. A délvonal tehát mindig éjszakról dél felé van irányozva és a hely látkörén fekszik. A délvonal irányának meghatározása fölötte fontos. Ennek keresztülvitelére több mód létezik, melyek közül mi hármat fogunk tisztelt olvasóinkkal megismertetni.

(1-sö mód). Az első mód abban áll, hogy bizonyos hosszuságú tárgynak egyenlő hosszúságú árnyékát délelőtt s délután észleljük s ezek irányát feljegyezzük. Ezen két irány bizonyos szöget képez, melynek felezése által a délvonal irányát kapjuk meg. Hogy ezen módot minél jobb sikerrel alkalmazhassuk, az észlelésre mindig oly időt kell választanunk, melyben a Nap eltérése csak keveset változik naponkint. Ilyen idő pedig az úgynevezett napállás alkalmával, vagyis junius és december hónapokban áll be. A fentnevezett hónapok utolsó felében ugyanis a Nap eltérése csak 4 perccel változik naponkint, mig a napállás beálltakor csak $\frac{1}{2}$ perccel. Ezen időben tehát bizton felvehetjük, hogy a delelés előtt és után egyenlő idővel ugyanazon tárgy árnyékának hossza is egyenlő leend. S igy ezen két árnyék irányai által képezett szöget felezvén, megkapjuk a kereset délvonal irányát, melyre egyszersmind a tárgy legrövidebb árnyéka esik. Az itt követendő eljárás e közetkező.

Valamely fekmentes sikon pl. valamely asztal sikján (61-ik idom) valamely O pont választatik, melyből több középpontikőr félkerületét irjuk le. Az O középpontból függőleges irányban azon tárgy: OK emelkedik, melynek árnyékát észlelni kell. Ezen tárgy lehet kúp is, melyet tehát úgy kell felállitani, hogy alapjának középpontja az O ponttal essék össze. A kúp árnyéka szintén kúpalakú, melynek csúcsát azonban a mellék árnyék miatt pontosan nem lehet kivenni, s éppen azért célszerűbb a kúp helyett valamely függélyesen álló és

az *O* pontból kiinduló fémlemezt alkalmazni, mely *K*-nál kissé görbitve és kis lyukkal van ellátva, hogy az e lyukon keresztülhatoló napsugarak egy fényes pontot hozzanak létre a fémlemez árnyékában, melynek segélyével az árnyék hossza mindig pontosan meghatározható.

Ezen készülék most úgy állitatik fel, hogy a központú körök éjszak felé, a fémlemez háta tehát dél felé essék, amint az idomunkban van kijelölve. Ennek megtörténte után az észlelés körülbelül reggeli 9 órakor kezdődjék, midőn a Napnak már tetemes magassága van a látkör felett, tehát a tárgy árnyéka nem rendkivül nagy. És most jegyezzük meg a középponti körök ama pontjait, melyekre a fényes pont esik, még pedig mind délelőtt, mint délután. A délelőtti pontokat az idomban *b, d, f*....-el jelöltük meg, a délutáni pontokat pedig: *a, c, e*....-vel. Mindezek után minden egyes körnek megfelelő pontjait húrok által összekötjük és igy az *ab, cd, ef*.... egyeneseket fogjuk kapni, melyeket *m*, *n* és *q* pontokban felezvén, ezen pontoknak az *O* ponttal ugyanazon egyenesben kell feküdniök, mely egyenes magának a délvonalnak irányát képviseli.



61. idom.

A mi az *OK* fémlemez magasságát illeti, elégséges és célszerű azt 1 lábnyinak venni, mely esetben a legszélsőbb kör is 1 lábnyi sugárral irható le, minthogy az emlitett időben a Nap reggeli 9 órakor már 45°-nyi magasságot ért el s igy az *OK* tárgy árnyékának hossza a tárgy valódi hosszával lesz egyenlő és az emlitett fényes pont ezen kör kerületére fog esni. 9 óra után az árnyékok hosszúsága fogy és igy a fényes pont a

többi következő körökre fog esni. Hogy pedig a legrövidebb árnyék hosszát lehessen kijelölni, melynek éppen a délvonalra kell esnie, e végre emlékezetébe kell hoznunk a tisztelt olvasónak, hogy az előbbiekben azt találtuk, miszerint 10 lábnyi magassággal biró tárgy a napállás alkalmával 4·46 lábnyi hosszú árnyékkal bir, és így 1 lábnyi hosszú tárgy: 0·446 lábnyi árnyékot fog vetni, mely szám terméssztetesen Pestre vonatkozik. Ha tehát 0·446 lábnyi azaz 5" 4·25'''-nyi sugárral a *ksy* kört irjuk le: akkor a fényes pontnak, mely ez esetben a hely délkörének is pontja, éppen ezen kör kerületére kell esnie és az *n*, *m*, és *q* pontokkal ugyanazon egyenesben fekünnie.

A déli vonal irányának ezen meghatározása az évnek bármely szakában is történhetik, ha a Nap eltérésének netán tetemes változását kellő tekintetbe vesszük. Ismeretes ugyanis, hogy nap-éjegyen alkalmával, avagy ennek közelében, a Napnak eltérése naponkint 24 perccel változik, minélfogva a tárgy árnyékának hossza, délután 3 órakor már nem lesz oly nagy, mint reggeli 9 órakor, mivel a Nap magassága 6 perccel nagyobb vagy kisebb a szerint t. i. a mint a Nap eltérése nő vagy fogy. Hogy tehát a déli vonal irányát pontosan meghatározhassuk, bizonyos javitást kell alkalmaznunk.

Hogy végre a legrövidebb árnyék hossza a nyári napállás és a Nap tetőzése alkalmával a hely geo. szélességétől is függ, azt mindenki könnyen beláthatja. Ha ugyanis a tárgy hossza 10'-nyinak vétetik, akkor Pestre nézve a keresett árnyék hossza:

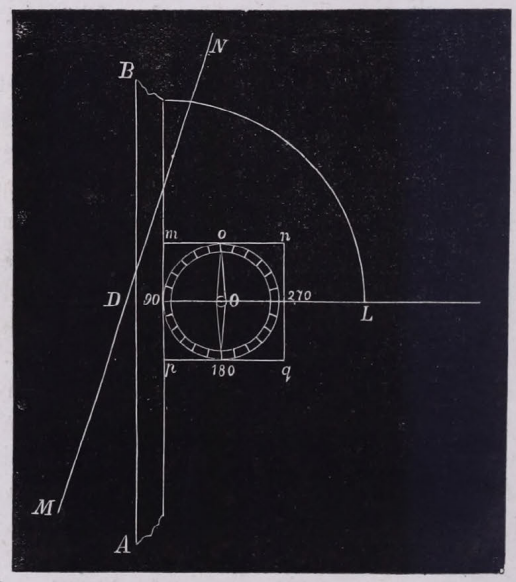
$$= 10.\ \text{cott.}\ 66^0\ 30' = 4{\cdot}44'\text{-nyi},$$

holott Pétervárra nézve ugyanazon tárgy árnyékának hossza:

$$= 10\ \text{cott.}\ 53^0\ 30' = 7{\cdot}4\ \text{lábnyi}.$$

(2-ik mód). A délvonal második és nagy pontosságot nyujtó meghatározási módja bizonyos meghatározott álló csillag észlelésében áll, mely észlelés éjfél előtt és éjfél után történik. E végre azonban az észlelőnek egy úgynevezett távcsővonaszszal kell birnia, a milyent fölméréseknél a mérnökök szoktak használni. Ezen műszernél bizonyos, két hüvelyknyi szélességü és eléggé hosszú fémvonasz középpontjából egy kis fémoszlop emelkedik, melynek felső végén, függőleges síkban fel és alá mozgatható távcső van alkalmazva. És most a

távcsővonasz valamely, kifeszitett papirlappal bevont asztal vizszintes lapjára tétetik, a távcsövet pl. 10 órakor éjfél előtt bizonyos álló csillag felé irányozzuk és a vonasz mellett egy vonalat húzzunk. Ennek megtörténte után 2 órakor éjfél után a távcsövet megint ugyanazon álló csillag felé irányozzuk és a vonasz mellett ismét vonalat húzunk. Az így nyert két vonal bizonyos szöget képez egymással, melynek felezése által a délvonal irányát kapjuk meg, a nélkül, hogy valamiféle javitás volna szükséges. Ennek oka abban keresendő, hogy az álló



62. idom.

csillagok helyeiket nem változtatják és igy midőn éjfél előtt és után ugyanazon távolban vannak a délkörtől, ugyanazon magassággal is birnak a látkör felett.

(*3-ik mód*). A délvonal irányának legegyszerűbb meghatározási módja a delejtü (Boussole) alkalmazásában áll. Az ide vonatkozó műszer szerkezete a (62-ik idom)-ból látható. Egy köralakú tokban, melynek kerülete fokokra van felosztva, tengelye körül mozog a delejtű. A tok alapja az *mnqp* négyszöget képezi. A delejtű ide-oda leng az *O* pont

körül, mig végre nyugvásba jő és iránya éjszakról dél felé mutat, mindamellett még sem esik össze a délvonal irányával, hanem vele bizonyos szöget képez, mely szög közönségesen a delejtű eltérésének neveztetik. Ezen eltérési szög a Föld felületének különféle pontjára nézve külömböző s csakis észleletek által határozható meg. Ha tehát bizonyos helyre nézve a delejtű eltérése ismeretes, akkor a délvonal iránya is könnyen lesz meghatározható. A delejtűt t. i. valamely fekmentes és papírral bevont síkra helyezzük s mindaddig forgatjuk, míg a delejtű nyugvásba jő és 0 — 180 fokot mutat, mint az az idomban van képviselve. Ennek megtörténte után a delejtű mp szélére egy vonalzót alkalmazunk és az AB egyenest húzzuk, mely a delejtüvel együtt a delejes délkörben fekszik. Mivel pedig a delejes délkör a valódi délkörtől az eltérési szöggel áll el, ha tehát az MN egyenest húzzuk, mely az AB-vel az emlitett eltérési szöget: NDB-t képezi: lészen az MN egyenes a valódi dél-vonal iránya. Hogy mely irányban kell MN-t húzni, az attól függ, valjon az eltérés keleti-e vagy nyugati? Pestre és Európára nézve általánosan véve a delejtű eltérése nyugati, kell tehát, hogy az MN vonal ND része kelet felé, DM része pedig nyugat felé legyen irányozva, s miután továbbá Pestre nézve a delejtű nyugati eltérése majdnem 10°-nyi, BDN szögnek Pestre nézve 10 foknyinak kell lennie. Ezen szög legkönnyebben úgy szerkeszthető, ha $DB = DL$ tetszés szerinti sugárral BL körnegyedet irjuk le, s ha most $BN = \frac{BL}{9}$ vétetik, s N pont D-vel kötetik össze, megkapjuk a keresett BDN szöget.

A mondottakból világosan lehet látni, hogy azon esetben, ha valamely helyre nézve a délvonal iránya ismeretes volna, a delejtű eltérését is ezen helyre nézve könnyen lehetne meghatározni.

A földrajzitérképek készitése.

13). **Általános megjegyzések.** Különös érdekű és nagy fontosságú a Föld felületének hű képével, és a rajta előforduló emberi lakhelyek helyzetével megismerkedni. Ezt pedig az úgy-

nevezett földteke által lehet elérni. Ilyen gömb felületén a nevezetesb helyek összrendezőik szerint fel vannak jegyezve, még pedig azon pontossággal, a melylyel azoknak szélességei és hosszúságai vannak meghatározva.

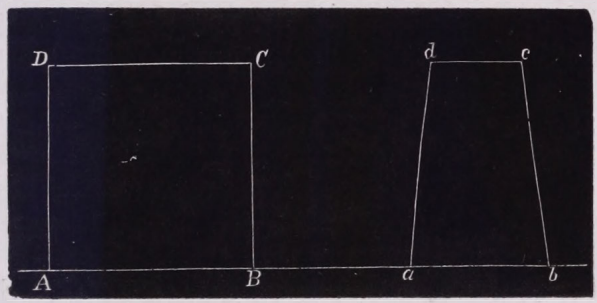
A földteke tanulmányozása által teljes és tökéletes fogalmat nyerünk a Föld felületének különféle részeiről, továbbá a rajta fekvő helyek-, folyók-, hegyláncok-, és tengerekről is kellő tájékozást szerezünk magunknak.

Könnyű felfogni, hogy ezen különös kép sík felületén elő nem állitható, minthogy a gömb felülete síkra soha le nem fejthető, mint az a henger, vagy kúp oldalfelületével történhetik, s mégis mindenütt látjuk, hogy egész kisebb-nagyobb kiterjedésű földrészek, megyék, tartományok, országok, világrészek, söt félgömbök is síklapon vannak előállitva. Az ilyen előállitások földképeknek neveztetnek. S most nyilván kérdezhetjük: mily alapelvek szerint van a földkép tervezve, milyen célnak felel meg, és mennyiben lehetséges, hogy egy nagy tartomány, mely a gömb felületén fekszik, síklapon és pontossan állitassék elő? Mindezeknek megitélése a következőkben történik.

14) **A földteke szerkezete.** A világrészek, egyes tartományok, országok, megyék, városok, tavak s. t. b. előállitása valamely tetszésszerinti sugárral leirt gömb felületén vajmi könnyű, hacsak elégséges számú pont hosszuságát s szélességét ismerjük, és ha maga a kérdéses gömb a kellő forgási tengelylyel már el van látva s rajta a legfontosabb körök, u. m.: 1-ször) az egyenlitő, 2-szor) a fődélkör s még sok más, bizonyos rendben egymásra következő délkörök, végre 3-szor) számos párhuzamos s egymásra szintén bizonyos rendben következő körök, feljegyezvék. Ha tehát a fent emlitett körök már fel vannak rajzolva a gömb felületére, könnyü lesz már az ismert összrendezöjü pontokat feljegyezni és ugyanazon módon a tartományok határait, a folyók és hegyláncok irányait is megjelölni. Hogy azonban e célt minél könnyebben lehessen elérni, a már elkészitett gömb felületét határozott számú gömbi kétszöggel kell behálóznunk, melyek papirból készitvék és a gömbre, a tartományoknak már rajtok lévő rajzolataival együtt ráenyveztetnek. Ezen gömbi kétszögeknek keskenyek-

nek kell lenniök, másképp nem egykönnyen lehetne azokat a gömb felületére ráenyvezni. 10, legfeljebb 20 foknyi szélességgel birhatnak.

Ha egy, már elkészitett földgömb felületét figyelemmel megtekintjük, azon: eléggé szembeötlő és pontos felosztást veszünk észre. Ugyanis az egyenlitő 360 egyenlő részre, fokra van felosztva, melyek azon ponttól számittatnak, melyben a fődélkör az egyenlitőt metszi. Ezen fokok nyugatról kelet felé kellőleg számozvák. Továbbá 10 fokról 10 fokra még más délkörök is vannak húzva, de csak maga a fődélkör, mely Ferró szigetén megy át, van fokokra felosztva. Végre 10 fokról 10 fokra a párhuzamos körök is fel vannak rajzolva, melyek a délkörökre mind függélyesen állanak. És már köny-



63. idom és 64. idom.

nyű felfogni, hogy az emlitett körök által a földgömb egész felülete négyszögű idomokra van felosztva, kivévén a sarkok melletti részeket, melyek háromszögü idomok által vannak képviselve. Az emlitett négyszögű idomok azonban különféle alakkal birnak, a mint t. i. vagy az egyenlitőhöz vagy a sarkokhoz fekszenek közelebb. Közvetlen az egyenlitő mellett fekvő négyszögek majdnem tökéletes négyzetek, mint azt a (63-ik idom)-ból lehet látni, hol 1 lábnyi átmérőjü gömb egyenlitője mellett fekvő négyszög van képviselve. A (64-ik idom) pedig oly négyszöget terjeszt elénk, mely az 50-ik és 60-ik szélességi fok alatt fekszik, s mely eldöntőleg ferdényalaku.

Hogy pedig az egyenlitő mellett fekvő és a (63-ik idom)-ban látható négyszög majdnem négyzetnek tekinthető, az ab-

ból következik, miszerint az egyenlitő egy foka és azon párhuzamosnak egy foka között, mely a 10-dik sz. fokon megy keresztül, csak csekély, tehát elhanyagolható a különbség. Ugyanis az egyenlitő egy fokának hossza 15 mérföldnyi, mig a 10-ik szélességi kör egy fokáé: 15 cos. 10° = 14·77 mérföldet tesz. A különbség tehát valóban oly csekély, hogy az azon léptékről, mely szerint a földképek készittetnek, le sem olvasható. De nem úgy van a dolog azon párhuzamos körök fokaival, melyek magasabb geo. szélességre vonatkoznak, mert pl. az 50. szélességi kör egy fokának hossza 15. cos. 50 = 9·64 mérföldnyi, a 60. szélességi kör egy fokáé pedig 15 cos. 60° = 7·5 mérföldnyi. Ezen két fok között a különbség tehát már 2·14 mérföldet tesz, melyet elhanyagolni már nem lehet.

Az emlitett négyszögi hálózatok a legnagyobb fontossággal birnak a földképek készitésénél, minthogy valamely tartománynak sík felületén való rajzolásánál az arra szükséges négyszögek helyes tervezése a fő dolog.

Hogy végre a Föld felületén fekvő tartományok sík lapon csakis bizonyos vetületeik által ábrázolhatók, azt mindenki belátja. Jelenlegi feladatunk ezen vetület megmagyarázásában és szerkesztésében áll.

15) **A kérdéses vetületek tulajdonságai.** Mindenki belátja, hogy a papir sikján rajzolt vetületnek minden részeiben hasonlónak kell lennie a Föld felületén fekvő ama tartományhoz, melyet képvisel. Ennek következtében a papir sikján rajzolt vetület csak bizonyos része lesz a Földön fekvő s általa képviselt tartománynak. Hogy mily nagy eme rész, az a tartomány lerajzolásánál használt mérték választásától függ. A mérték legalkalmasabb egysége e helyütt nyilván a fok, melynek hossza a Földön nyilván:

$$g = \frac{2\pi a}{360} = \frac{\pi a}{180} = \frac{859{\cdot}4 \,.\, \pi}{180} = 15 \text{ mérföldet},$$

azaz, 58685·4 bécsi ölet, vagyis 57247 francia *toise-t* teszen. A fok ezen hosszúsága mind az egyenlitőre, mind a délkörökre vonatkozik, minthogy itt a Föld lapultsága tekintetbe nem vétetik. Könnyű továbbá belátni, hogy 1 geographiai

mérföld: $\frac{58685{\cdot}4}{15} = 3912{\cdot}3$ bécsi ölet, azaz $\frac{57247}{15} =$ 3816·5 párisi *toise-t* tesz.

Ha tehát ezek után felteszszük, hogy a rajzolandó földképen a fok 1 hüvelyknyi hossz által van képviselve, akkor a földképen minden hüvelyk 15 mérföldet jelent és azon viszony, mely a valódi tartomány és lerajzolt képének méretei között áll fel, a következő: $\frac{1}{58686{\cdot}4 \,.\, 6 \,.\, 12} = \frac{1}{4225349}$.

azaz, az egyenlitő vagy délkör egy fokának hossza a földképen 4225490-ik része egy valódi fok hosszának a Föld felületén. Mivel pedig a hasonló idomok területei úgy viszonylanak, miként hasonfekvésü méreteinek négyzetei, a fentebbi esetre nézve a rajzolt és valódi felület közötti viszonyszám $\frac{1}{(4225349)^2}$ lesz.

Ha azonban az alkalmazandó mértéket úgy választjuk, hogy 1 hüvelyknyi hossz a földképen, 24000 valódi ölet képviseljen: akkor egy fok hossza a földképen $\frac{58685{\cdot}4}{24000} = 2{\cdot}445$ hüvelyk által lesz képviselve, és igy a földkép és a Föld megfelelő hosszméretei közötti viszony:

$\frac{1}{24000.\ 6.\ 12} = \frac{1}{1728000}$ tört által van ki fejezve.

Egészen másképpen áll a dolog a párhuzamos körök fokainak feltétlen hosszával. Ugyanis tudjuk, hogy ezen körök fokainak hossza a sarkok felé fogy, még pedig ezen képlet szerint: $g = l \cos. \varphi$, hol g valamely párhuzamos kör, l pedig az egyenlitő 1 fokának hosszát, φ pedig a kérdéses párhuzamos kőrnek megfelelő geo. szélességét jelenti. Ezen képlet segélyével a Földre vonatkozólag ezen eredményekre lehet jutni.

10°-nyi szélességre nézve: $g = 15 \cos. 10^0 = 14{\cdot}77$
20°-nyi » » $g = 15 \cos. 20^0 = 14{\cdot}09$
30°-nyi » » $g = 15 \cos. 30^0 = 12{\cdot}99$
40°-nyi » » $g = 15 \cos. 40^0 = 11{\cdot}49$

50°-nyi szélességre nézve: $g = 15 \cos. 50° = 9{\cdot}64$
60°-nyi » » $g = 15 \cos. 60° = 7.50$
70°-nyi » « $g = 15 \cos. 70° = 5{\cdot}13$
80°-nyi » » $g = 15 \cos. 80° = 2{\cdot}60$
90°-nyi » » $g = 15 \cos. 90° = 0{\cdot}00$

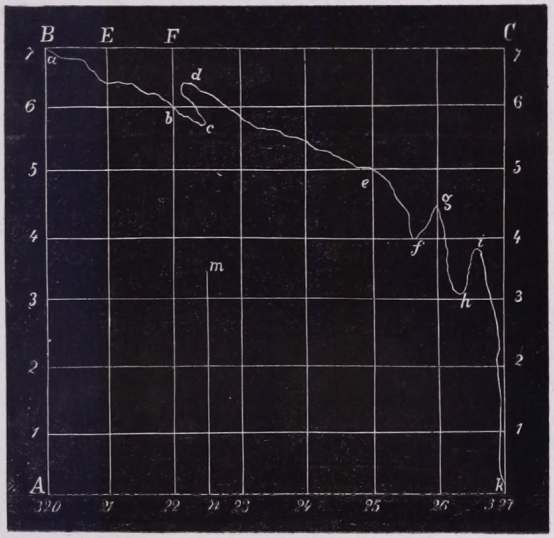
Ezen értékeket pedig a földképek rajzolásánál kellő figyelembe kell venni.

Az eddig mondottakból tehát világosan következik, hogy bármely földkép készitésénél arra kell a főfigyelmet forditani, miszerint a hozzá tartozó hálózatot mértani hűséggel állítsuk elő, minek megtörténte után az ismert fekvésü pontok rajzolása már könnyű lesz. Mivel azonban a lerajzolandó földrész fekvéséhez és kiterjedéséhez képest, a hálózatnak is különféle alakkal kell birnia: czélszerü lesz ezen hálózatok szerkesztési módját különféle esetekre nézve előadni.

16) **A földrajzi hálózat szerkesztése.** Az első, legkönnyebb és legegyszerűbb eset akkor áll be, ha a lerajzolandó földrész nem fölötte nagy kiterjedésű, azaz ha e földrész kiterjedése hosszúság és szélesség szerint 4—10 fokot felül nem múl. Ha ehhez még azon kedvező körülmény is járul, hogy a rajzolandó felület közel az egyenlitőhöz fekszik, akkor az előbbiek szerint a hálózat úgy rajzolható, hogy a délköröket, úgyszintén a szélességi köröket is egymással egyenközű egyenes vonalak képviseljék s hogy e két rendű egyenesek egymáson függélyesen álljanak. Egy ilyen hálózat a (65-ik idom)-ban van képviselve, hol az abcdefg. . . k görbe vonal az Amerikában előforduló Cayenne tartomány éjszaki határát állitja elő. E tartomány hosszúsága 7 foknyi; szélessége szintén 7 foknyi. Az idomból láthatjuk ugyanis, hogy e tartomány a 320. és 327. hosszúsági és *a o* és 7. szélességi fokok között fekszik. Az *A* 21, 21. 22, 22. 23, ... részek az egyenlitőn fekvő egyes fokokat képviselik, ha t. i. *AK* vonal az egyenlitő irányát képviseli. Az *A* 1, 1 2, 23. . . . részek pedig, melyek az *AK*-ra függélyes *AB* vonalon számittatnak, az egyes szélességi fokok lesznek. Igy tehát *AB*, *E.* 21, *F.* 22 . . . párhuzamos vonalak a délkörök, az *AK*, 11. 22, 33 . . . . párhuzamosak pedig a megfelelő szélességi körök irányát állitják elő. Mindezekből

már eléggé láthatjuk, hogy ilyetén hálózat rajzolása valóban könnyű. Ezen hálózaton könnyen megjelezhetők az egyes helyek fekvései, hacsak azok összrendezői ismeretesek. Vegyük fel e végre, hogy valamely hely hosszúsága 322·5, szélessége pedig 3·5 foknyi, akkor A pontból K felé An darab $= 2{\cdot}5^0$ vétetik, az n pontból pedig függélyes emeltetik és nm 3·5 foknyinak vétetik és már m lesz a kereset pont.

Itt mértékegység gyanánt a fok vétetett. Lehet azonban a mértékegységet úgyis felvenni, hogy az egy mérföldet jelké-



65. idom.

pezzen. Ha ezen mértékegységet még két, vagy négy egyenlő részre lehetne osztani, akkor az igy készült földképen a mérföld felét s illetőleg negyedét is lehetne megitélni. Ha pl. valamely földkép rajzolásánál a hüvelyk 1 foknak vétetett volna, akkor a hüvelyket 48 egyenlő részre is el tudván osztani, ezen földképen a mérföld $\frac{15}{48} = \frac{1}{3}$ része is megbecsülhető volna és a kérdéses tartomány tetemes nagyságban lenne előállitható.

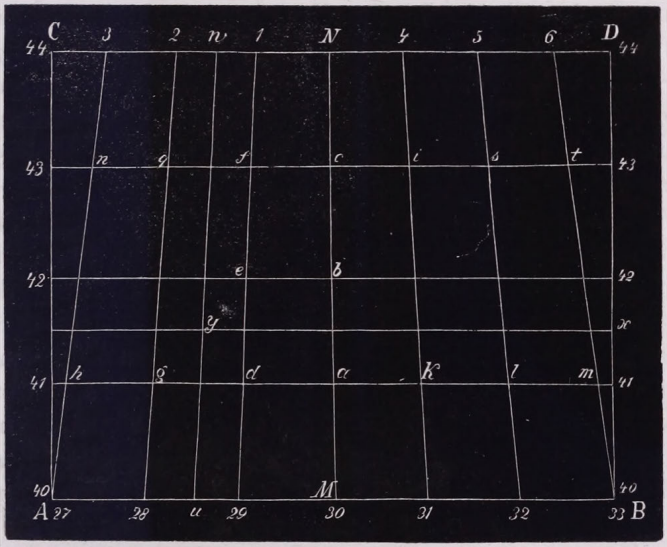
Hogy ezen módszer szerint csak a kisebb kiterjedésü földrészek állithatók elő némi pontossággal, azt már előbb

mondottuk. Igy pl. Csehország, mely a 30. és 34. hosszúsági, a 48. és az 51. szélességi fokok között fekszik, melynek hosszúsága tehát 4, szélessége pedig 3 foknyi, minden pontossággal rajzolható az előbbi módon, de már pl. Magyarország nem, minthogy hazánk 34. és 44. hosszúsági; a 44. és 50. szélességi fokok között fekszik, tehát hosszúság szerinti kiterjedése 10 fokot, szélesség szerinti kiterjedése pedig 6 fokot tesz.

17) **Pontosabb hálózat szerkesztése.** Azon esetre, ha a rajzolandó felület nagyobb kiterjedéssel bir s különösen pedig, ha az egyenlitőtől messze fekszik: az előbb előadott mód nem alkalmazható a hálozat készitésére, minthogy ama feltét, miszerint a párhuzamos körök fokainak hossza ugyanaz, még megközelitőleg sem áll. Ugyanis tudva van előttünk, hogy a párhuzamos körök fokai a sarkok felé nagyon fogynak. Szükséges tehát a párhuzamos körök fokainak eme fogyását is kellő tekintetbe venni, ha a hálozatot pontosan akarjuk elkészíteni.

Tegyük fel, hogy oly tartományt kell lerajzolni, mely a 27. és 23. hosszúsági, a 40. és 44. szélességi fokok között fekszik. *E* végre mindenekelőtt a rajztáblán kifeszitett papiron, közel a tábla széléhez az *AB* egyenest (66-ik idom) húzzuk, mely vonal a 40. szélességi kör irányát képviseli. Ezen vonal középpontjából: *M*-ből emeljük az *MN* függélyt, mely tehát az ország közepén keresztülmenő délkört állitja elő. Erre most az $Ma = ab = bc = cN$ részeket rakjuk fel, melyek mindegyike a délkör egy fokát, tehát 15 mérföldet képvisel. Ennek megtörténte után az *a*, *b*, *c*, *N* pontokon keresztül az *AB* vonalhoz párhuzamosakat húzunk, melyek által a 41., 42., 43., és 44. szélességi körök iránya lesz képviselve. Ezután az *a* és *c* pontokon keresztülmenő párhuzamos (szélességi) körök egy fokának hosszát határozzuk meg, mely az elsőre nézve nyilván: : 15 cos. 41° = 11·32 mérföldet, a másodikra nézve pedig: 15 cos. 43° = 10·97 mérföldet tesz és az igy megtalált hosszúságokat, természetesen a mértékarány szerint, az *a* és *c* pontokból a megfelelő párhuzamos körökre kell átvinni, úgy, hogy $ad = dg = gh = ak = kl = 11{\cdot}32$ mérföldet, $cf = fq = qn = ci = is = 10{\cdot}97$ mérföldet képviseljenek. Végre a megfelelő *f* és *d*, *g* és *q*, *k* és *i*, ... pontokon keresztül egyeneseket húzunk, melyek által a

hosszúsági fokokon keresztülmenő délkörök (hosszúsági körök) irányát meglehetős pontossággal kapjuk. S így már azon hálózat van előttünk, melybe a kérdéses tartományt be lehet rajzolni. Az itten vont délkörök a párhuzamos körökkel épszögeket ugyan nem képeznek, de az eltérés oly csekély, hogy azt bátran elhanyagolhatjuk. Az A és B végpontokból emelhetjük még az AC és BD függélyeket, hogy a párhuzamos körök metszési pontjaihoz a szélességi fokokat lehessen irni. Végre könnyü belátni, hogy a hosszúsági fokokat az AB



66. idom.

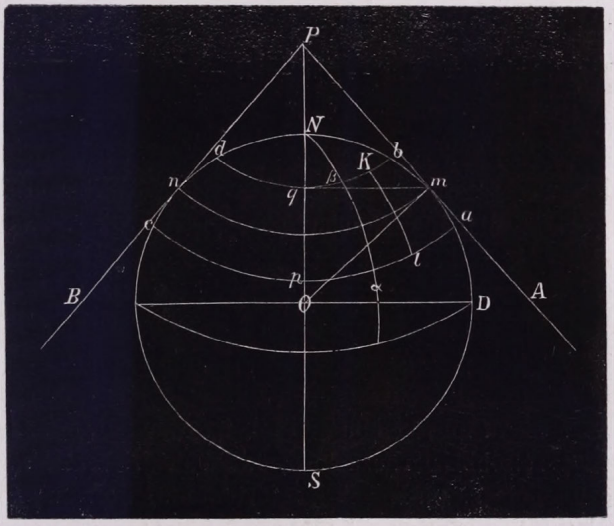
egyenesre kell jegyezni. Mihelyt a földrajzi hálózat ily módon elkészült, könnyü lesz már azon pontokat és helyeket feljegyezni, melyeknek hosszúságai és szélességei adva vannak. Tegyük fel például, hogy valamely hely hosszúsága 28°-nyi 30′-nyi, szélessége pedig 41° 30′nyi: akkor ezen hely nyilván ge négyszögbe fog esni, ha tehát 41. x darab 30′-nyinek vétetik és az x ponton át párhuzamost húzunk AB-hez, ez leend a kérdéses helynek megfelelő párhuzamos kör. Ha továbbá a 28. u darab szintén 30′-nyinek vétetik és hasonlóképpen az átellenes 2 ω darabot is 30′-nyinek veszszük: akkor az u és ω

pontokat összekötő egyenes nyilván a kérdéses hely délkörét fogja képviselni s így maga a kérdéses hely a keresztmetszési y pont által lesz képviselve. Hasonlóképpen járunk el bármely más hely feljegyzésénél is.

Megjegyezzük azonban itt, hogy ezen szerkesztési mód is csak kisebbszerü kiterjedéssel biró tartományok lerajzolásánál alkalmazható, mert bár a párhuzamos körök ad és cf fokai a kellő viszony szerint valának szerkesztve: még sem következik ebből, hogy a CD és AB párhuzamosakon elvágott $N1$ és M. 29 fokok is mértani hűséggel alakitvák. Ez csak azon esetre vehető fel, ha az M és N pontok szélességei közötti külömbség nem nagy. Ehhez járul még az is, hogy a d és f, k és i,..... pontokon keresztülmenő délkörök ferde iránynyal birnak és így fokaiknak valódi hossza szinte megváltozott, mert az idomból is láthatni, hogy ezen fokok hossza az $ab = bc$ fokokkal már nem egyenlő.

18) **Nagyobb kiterjedésü földrésznek megfelelő hálózat szerkesztése.** Valamely nagyobb kiterjedésü földrésznek minél pontosabb rajzolása az úgynevezett kúpvetületen alapszik. Kétségbe nem vonható, hogy minden tartomány, bárhol is fordúl elő a Föld felületén, bizonyos gömböven fekszik, mely gömböv határ — párhuzamosainak egymástól való távola ezen párhuzamosak szélességei közötti külömbséggel egyenlő. Ennek további felvilágositására szolgál a (67-ik idom)-ban látható földgömb, melynek felületén, a dqb és cpa párhuzamos körök által bezárt gömböven fekszik a rajzolandó tartomány, mn pedig azon párhuzamos kör legyen, mely a kérdéses gömböv, tehát a rajzolandó tartomány közepén megy keresztül. Ha most az m és n pontokhoz két érintőt húzunk, melyek kellőleg meghosszabbitva, a szintén meghosszabbitott földtengelyt P pontban metszik és azt képzeljük, hogy ezen érintők egyike a Ps tengely körül forog, de úgy, hogy az mn párhuzamos kerületével folyvást érintkezésben marad: akkor az nyilván egyenes kúp oldalfelületét fogja leirni és ha most még azt is felteszszük, hogy a délkörnek $ba = cd$ íve ezen kúp oldalvonalával összeesik, minek megközelitőleg akkor lesz helye, midőn ezen ív nem fölötte sok fokot foglal magában: akkor az egész kérdéses gömböv az emlitett kúp oldalfelületén lesz

képzelhető. És ha most ezen kúp oldalfelületét siklapra lefejtjük, a kérdéses gömböv is sík-felület által lesz képviselve s így a rajta lévő földrészek is síkfelületen lesznek előállithatók, melyen, mint könnyü belátni, a délkörök egyenes vonalak által lesznek képviselve, a párhuzamos körök pedig oly körivek által, melyek a középpontból, P-ből iratnak le. S minthogy végre itt a délkörök irányai a párhuzamos körökre függélyesen állanak: ezen eljárás által a négyszögek oly hálózatát kapjuk, mely a Föld felületén lévő hálozattal a legna-



67. idom.

gyobb hasonlósággal bir s éppen azért fölötte alkalmas a rajta fekvő tartománynak pontos lerajzolására.

Ezen hálózat szerkesztésének felvilágositására szolgál a (67-ik idom), hol ab és $a\beta$ azon két legszélsőbb délkör, továbbá, $b\beta$ és $a\alpha$ ama két legszélsőbb párhuzamos kör, melyek által a lerajzolandó tartomány be van zárva. Jelezzük a db és ac párhuzamos körök szélességeit a-val s illetőleg b-vel és igy az ab ív $= a$-b, és ugyanannak hossza mérföldekben $= 15\ (a—b)$, továbbá a középső párhuzamos körnek, mn-nek geo. szélessége nyilván egyenlő lesz: $\frac{1}{2}\ (a+b)$. Ha elvégre

$Om = r$ sugár, valamint mq is. OP-re függélyesen húzatik, az Oqm háromszög támad, melyben a $qOm \sphericalangle = 90 - \frac{1}{2}(a+b)$ minthogy az NOm és mOD szögek összege 90 fokot tesz: minek folytán az mOP háromszögből lészen:

$$Pm = Om.\ tg\ POm, \text{ avagy:}$$
$$\text{I).}\quad Pm = r.\ \text{cott.}\ \tfrac{1}{2}(a+b),$$

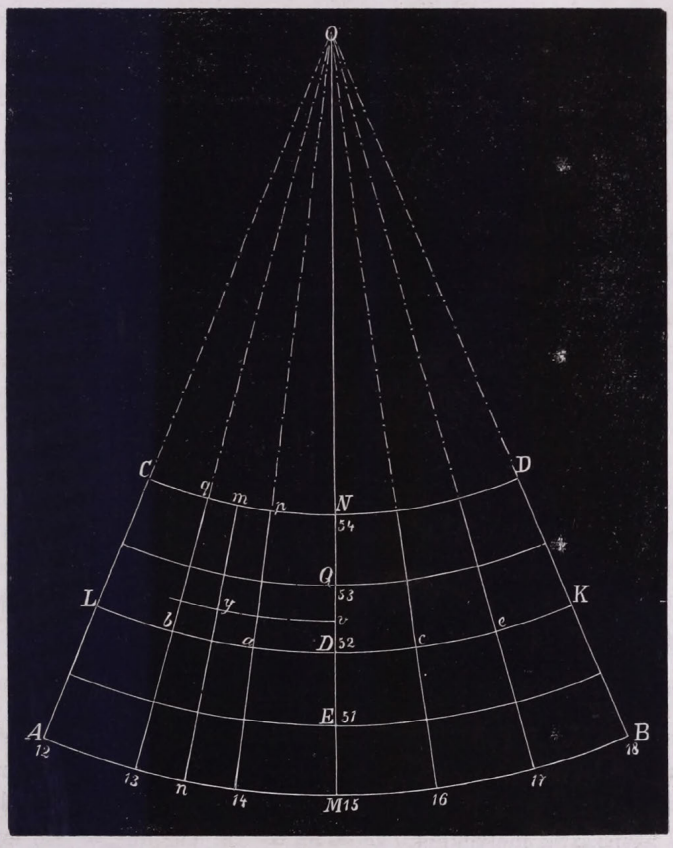
mely egyenlet nyilván azon sugár meghatározására szolgál, melylyel a tartomány közepén keresztül menő párhuzamos kör leirandó. Ha még rövidség okáért $Pm = R$ tétetik s tekintetbe veszszük, hogy bm iv $= a - \frac{1}{2}(a+b) = \frac{1}{2}(a-b) = ma$, akkor ha r mérföldekben adatnék, lészen:

$$Pb \text{ sugár} = Pm - bm = R - \tfrac{1}{2}(a-b)\ 15 \text{ és:}$$
$$Pa \text{ sugár} = Pm + ma = R + \tfrac{1}{2}(a-b)\ 15.$$

És ezen három sugár elégséges már a kérdéses hálózat pontos és célszerű szerkesztésére. Legyen t. i. Kl azon délkör, mely a lerajzolandó tartomány közepén megy keresztül és $\alpha l = \lambda$ az $\alpha\beta$ és kl délkörök hosszúságainak különbsége: akkor az ezen tartománynak megfelelő hálózatot e következő módon kell rajzolni. A rajztáblán kifeszitett papiron, a kivánt célnak megfelelő OM egyenest húzzuk (68-ik idom), mely tehát a rajzolandó tartomány közepén keresztülmenő délkört képviseli és most M-től N-felé annyi fokot viszünk át, a mennyi a két legszélsőbb párhuzamos kör földrajzi szélességeinek különbségében van. Ennek megtörténte után oszszuk az MN vonalat D-ben két egyenlő részre: és igy D nyilván ama pont lesz, mely a tartomány közép földrajzi szélességének felel meg s melyen keresztül a középső párhuzamos kör is fog menni. Mihelyt tehát az I. képlet szerint a középső párhuzamos körhöz tartozó sugár ki van számitva, azt DO-val teszszük egyenlővé és O-ból a kérdéses párhuzamos köriv: LDK is húzható lészen. Ha pedig a fent lehozott képletek szerint azon párhuzamos körök sugarai is kiszámittatnak, melyek az M és N pontokon mennek keresztül, akkor az AMB és CND köriveket is könnyen leirhatjuk.

Hogy már most a hálózatot kiegészíteni lehessen, az MN délkört oszszuk annyi $=$ részre, a hány fok van a legszélsőbb

két párhuzamos kör f. szélességeinek külömbségében, azaz $(a—b)$ részre. Azon esetre, ha a lerajzolandó tartománynak 4 foknyi kiterjedése volna éjszakból dél felé, E és Q osztási pontokat fogjuk kapni, melyeken át szintén O pontból párhuzamos köriveket kell húznunk. Könnyű belátni, hogy az $ME =$



68. idom.

$ED = DQ = QN$ részek a délkör fokait képviselik. Ha végre az LK párhuzamos kőrre is ráviszszűk D pontból a neki megfelelő fokokat, mind balra mind jobbra, oly módon, hogy $Da = Dc = ab = ce = 15 \cos. \varphi$ legyen, hol φ az LK párhuzamos kőr geo. szélességét jelenti és az igy nyert $a, b. c$, és

e pontokhoz az O pontból egyeneseket húzunk: akkor az így nyert négyszögek hálózata a Föld felületén fekvő négyszögek hálózatával meglehetős hasonlatossággal bir és igy rajta a kérdéses tartomány meglehetős pontossággal lerajzolható. Célszerű leend még az $ME = ED = \ldots\ldots$ részek valamelyikét 15 = része osztani, hogy oly módon az egy mérföldre vonatkozó mértéket is láthassuk. Ezen szerkesztési mód még azon esetre is jó sikerrel alkalmazható, ha a lerajzolandó tartomány mind szélességben, mind hosszúságban 10 foknyi kiterjedéssel is bir.

Példának okáért vegyük fel, hogy Nagy-Britanniának földképét kell lerajzolnunk. E végre a földtekén könnyű meggyőződni arról, hogy ezen ország a 10. és 20 hosszúsági és az 50 s 60 szélességi fokok között fekszik és igy ezen esetre nézve:

$$\tfrac{1}{2}(a+b.) = \tfrac{1}{2}(50+60) = 55^0;$$

azaz ezen ország közepén keresztülmenő párhuzamos kör 55°-nyi g. szélességgel bir. Ezen párhuzamos kör sugara tehát:

$$R = r \text{ cott. } \tfrac{1}{2}(a+b) = \text{r. cott. } 55^0 = 859{\cdot}7 \text{ cott. } 55^0,$$

miből: $\log R = \log 859{\cdot}4 + \log \text{cott. } 55^0 = 2{\cdot}779\ 4407$, mely logarithmusnak $R = 601{\cdot}8$ mérföld felel meg. Ezen megtalált sugár segitségével már könnyű lesz a hálózatot szerkeszteni. Ha ugyanis felveszszük, hogy a rajzolandó földképen egy foknak hossza 1 hüvelyk által van képviselve, akkor a kérdéses párhuzamos kört $\frac{601{\cdot}8}{15} = 40$ küvelykni sugárral kell lerajzolni. Ezután a többi, részint nagyobb, részint kisebb sugárral biró párhuzamos köröket is lerajzoljuk. Mindezek megtörténte után D pontból (68-ik idom) a megfelelő fokokat is átviszszük, melyeknek $Da = ab = 15.\ \cos. 55^0 = 8{\cdot}6$ mérföldnyi hossz felel meg, és ha az igy nyert pontokon át O pontból egyeneseket húzunk: a kérdéses háló kész lesz.

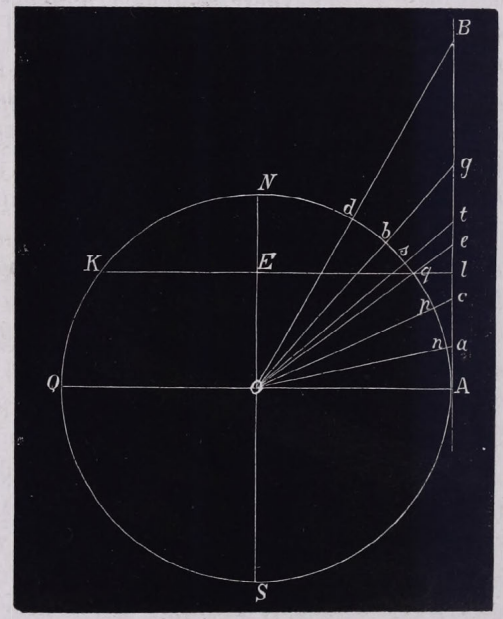
És most már vajmi könnyű azon helyeket feljegyezni, melyeknek hosszúsága és szélessége ismeretes. Vegyük fel, hogy valamely hely hosszúsága 13·5, szélessége pedig 52·5 foknyi: akkor idomunkban 13 és 14 között n pontot, p és q között pedig m pontot veszszük fel, úgy hogy $qm = \frac{1}{2}\,pq$ és $(13\ n) = \frac{1}{2}\,(13\ 14)$

legyen, s már látjuk, hogy mn egyenes a kérdéses hely délkörét képviseli. Ezután 52 és 53 között v pont vétetik föl úgy, hogy $Dv = vQ$ legyen; és ha most O pontból Ov sugárral kört irunk le, akkor ez az mn egyenest y pontban fogja metszeni s ez leend a keresett pont. Hasonlóképpen kell eljárni más helyek följegyzésével is.

19. **A tengeri földképek szerkesztése.** Érdekes lesz még azon földképekről is szólani, melyek a tengeri utazásoknál vannak alkalmazásban. Ezen úgynevezett tengeri földképeknek oly szerkezetűeknek kell lenniök, hogy azok segítségével könnyen lehessen ama irányt meghatározni, melyben a Föld felületének bármely helye fekszik valamely más hely irányában, mert csak úgy lehetséges az elinduló hajónak a kellő irányt megadni. A tengeri földképek főtulajdonsága abban áll, hogy rajta az úgynevezett hajózási irány egyenes vonal által legyen képviselve. Ugyanis a hajó a kiindulási pont délkörével bizonyos szöget képez és ha az kivántatik, hogy ezen hajó egy és ugyanazon világtáj felé tartson, akkor ezen hajó minden délkörrel ugyanazon szöget fogja képezni, és ha most egy földtekét képzelünk, látni fogjuk, hogy a hajónak ezen iránya nem lehet egyenes vonal, mivel a délkörök nem párhuzamosak, hanem a sarkoknál metszik egymást. Az igy eredő irány csigavonal alakú görbe lesz, mely görbe vonal loxodromikus, avagy ferdemenetű vonalnak neveztetik. Ezen görbe vonal csak akkor válik legnagyobb körré, midőn a hajó vagy az egyenlitő, vagy valamely délkör irányában mozog. Mivel azonban az emlitett loxodromikus vonalú irány a tengeri utazókra nézve nem előnyös, azért is valami uton-módon úgy köll a tengerészeti földképeket készíteni, hogy a délkörök rajtuk mindig párhuzamosak legyenek, mely esetben a hajónak tetszésszerinti iránya ugyanazon szögeket fogja képezni a délkörökkel és egyenes vonal által lesz képviselve.

A tengeri földkép rajzolására szükséges hálózat szerkesztése az úgynevezett hengervetületen alapszik. E végre képzeljünk egy hengerfelületet, mely az egyenlitő sikjára függélyesen áll és azt minden pontban érintve körülveszi. Es ha most a délkörök sikjait mindaddig meghosszabbítjuk, mig azok a hengerfelületet metszeni fogják, akkor az igy keletkezett

keresztmetszési egyenes vonalak a délkőröknek a hengeres felületre való vetületeit fogják képviselni. Hasonlóképpen a párhuzamos körök sikjait is mindaddig meghosszabbítjuk, míg azok a kérdéses hengerfelületet metszeni fogják, és már könnyen be lehet látni, hogy ezen keresztmetszések mind, az egyenlitővel egyenlő körök lesznek,s igy a hengervetületen a párhuzamos körök fokai változatlanok és az egyenlitő fokaival egyenlők. Egészen másképpen áll a dolog a délkörök fokainak vetü-



69. idom.

letével, melyek a sarkok felé mindig nőnek. Ennek felvilágositására a (69-ik idom) szolgál, hol AQ az egyenlítő, NS a Föld tengelye, AB pedig azon hengerfelület oldalvonala, mely által körül van véve az egyenlitő. Ha az An, mn, mq, bq, . . . részek a délkör egyes fokait jelentik, akkor ezeknek az AB egyenesre való vetületeik nyilván Aa, ac, ce, eg, ... darabok által vannak képviselve, ezen vetületek tehát, mint az idomból látjuk a sarkok felé folyvást nőnek. Ha elvégre ezen hengeres felületet síklapra lefejtjük, megkapjuk a kérdéses hálózatot,

melyben mind a délkörök, mind a párhuzamos körök egymást mindenütt derékszög alatt metsző egyenes vonalak.

Ilyen szerkezetű tengeri földképek Mercatorféle földképeknek neveztetnek, mivel Mercator készitett 1569-ben először ily földképeket tengeri használatra. Ő ezen térképek készitésénél azon alapelvből indúlt ki, hogy mig a párhuzamos körök fokai ugyanazok maradnak, a délkörök fokai ugyanazon törvény szerint nőnek, a mely szerint a párhuzamos körök fokai az egyenlitőtől kezdve a sarkok felé a Föld felületén valóban fogynak. Ha tehát g alatt a párhuzamos körök változatlan fokát, φ alatt pedig a geo. szélességét értjük, lészen a délkör 1 fokának hossza ezen szélesség alatt: $\frac{g}{\cos. \varphi} = g \, sec. \varphi$. Azaz a délkör fokának hossza bármely szélesség alatt egyenlő az egyenlitő egy fokának hosszával, szorozva azt az adott szélesség secansával. Igy pl. a 45-ik szélességi fok alatt a délkör egy fokának hossza:

$$15. \, sec. \, 45 = 15. \sqrt{2} = 21 \text{ mérföld},$$

tehát hat mérfölddel nagyobb, mint az egyenlitő egy fokának hossza. Ha azonban az AB hosszt (69-ik idom) egyszerre akarnók megkapni, akkor annak egyes részeit: Aa, ac, ce, eg... darabokat összeadván, ezen kifejezésre jutnánk:

$$AB = g \, (sec \, 1^0 + sec \, 2^0 + sec \, 3^0 + sec \, 4^0 + \ldots),$$

mely AB hossznak kiszámitására nagyon alkalmatlan volna, minthogy a benne előforduló secánsok összege nagyon unalmas munkára vezet. Itt tehát nyilván ama kérdés támad, valjon nem lehetne-e ezen hosszt könnyebb módon és egyszerre meghatározni bármely f. szélességre nézve:

Legyen e végett q pont f. szélessége $= \varphi$ (69-ik idom), tehát Aq iv feltétlen hossza $= r\varphi$, hol ra földsugár, mely mérföldekben van adva, továbbá legyen a φ szélességhez tartozó délkör Ae darabja $= y$. Könnyü felfogni, hogy ha az $Aq = r\varphi$ iv $qs = rd\varphi$ külzelékével nő, akkor a délkör Ae darabja is $et = dy$ külzelékével fog nőni. Ha tehát az egyenlitő egy fokának hossza $= g$ és igy a φ szélességhez tartozó párhuzamos kör egy fokáé $= g \cos. \varphi$, leend Mercator alapelve szerint:

$g : g \cos. \varphi = dy : rd\varphi$, avagy: $1 : \cos. \varphi = dy : rd\varphi$, miből:

$$dy = r. \frac{d\varphi}{\cos. \varphi}, \text{ s igy egészlelés által:}$$

$$y = r \log. tg (45 + \tfrac{1}{2} \varphi);$$

mivel azonban az itten előforduló logarithmus a természetes rendszerre vonatkozik, közönségesen pedig a Briggféle logarithmusokat használjuk, szükséges lesz még a fentebbi egyenlet jobb részét log.nat. 10 = 2·30258-val szorozni, hogy a kérdéses logarithmus a briggi rendszerre vonatkozhassék, és igy tehát leend:

$$y = 2{\cdot}30258. r \log. tg (45 + \tfrac{1}{2} \varphi).$$

Ezen képlet szerint a délkör bármely darabját az egyenlitőtől kezdve, ki lehet számitani, hacsak a megfelelő f. szélesség ismeretes. Ha a kérdéses darabot mérföldekben akarjuk kifejezni, r helyébe nyilván 859·4 teendő és igy:

$$y = 859{\cdot}4. 2{\cdot}30258. \log. tg (45 + \tfrac{1}{2} \varphi). \text{ avagy:}$$

$$y = 1978{\cdot}92 \log. tg(45 + \tfrac{1}{2} \varphi).$$

Igy pl. $\varphi = 45^0$-ra nézve:

$y = 1978{\cdot}92. \log. tg\ 67^0\ 30' = 1978{\cdot}92. 0{\cdot}3827757$, avagy

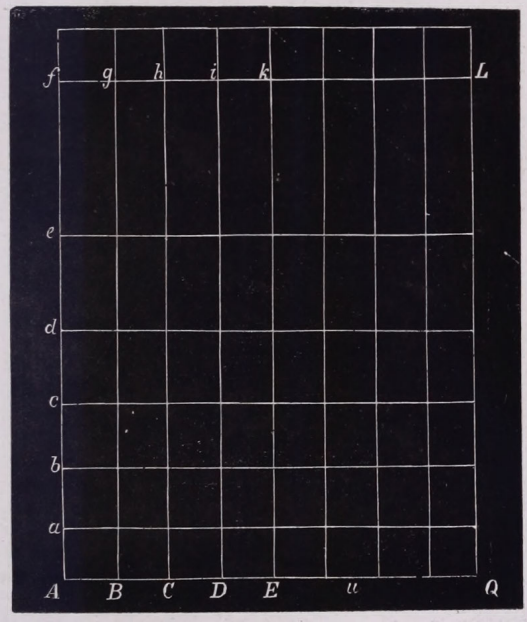
$y = 757{\cdot}5$ mérfölddel.

Ez tehát a hengervetületen a délkör azon darabjának hossza, mely 45°-nyi szélességi ivhez tartozik, holott magának az ívnek hossza csak: 45. 15 = 675 mérföldnyi, tehát 82·5 mérfölddel, azaz 5·5 fokkal kisebb, azaz a délkörnek Ae darabja 5·5 fokkal hosszabb, mint a hozzá tartozó ívdarab. Mindezekből könnyű már felfogni, miként lehet a tengeri földképhez tartozó hálózatot az előttünk álló képlet segitségével elkészíteni.

Ilyen hálózat alakját a (70-ik idom)-ból lehet látni, hol AQ az egyenlitő iránya, a rajta fekvő $AB = BC = CD \ldots$ részek pedig 10 foknyi hosszt képviselnek, és az egész oly gömbre vonatkozik, melynek sugara = Au. Az emlitett 10 foknyi hossz mindenik, tehát a 60-ik fokon keresztül menő fL párhuzamos körön is ugyanaz. Nem úgy van a délkörök 10 fok-

nyi iveivel, melyek a geo. szélességgel folyvást nőnek, úgy hogy az utolsó 10 foknyi ív már *ef* hosszúságot nyer, mely *AB*-nek, vagy *Aa*-nak hosszúságától fölötte nagyon különbözik. Ezen hálózatok nem csak tengerészeti céloknak felelnek meg, hanem tartományok, országok, világrészek ábrázolására is szolgálnak.

20) **Pontos hálózat szerkesztése.** Ha a rajzolandó földrész 20, 30, 40... stb. foknyi kiterjedéssel is bir, és a

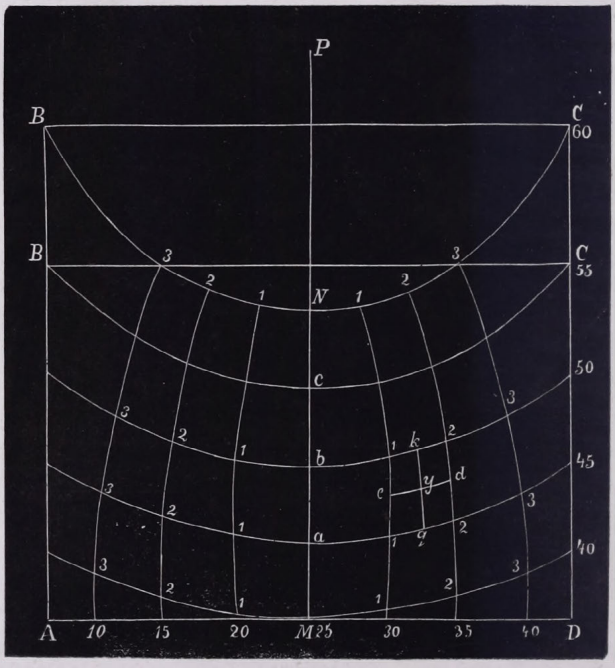


70. ábra.

földképet mégis úgy akarnók elkésziteni, hogy az a Föld felületén fekvő földrészszel minél nagyobb hasonlatossággal birjon; akkor az arra szükséges hálót oly módon kell szerkeszteni, hogy nemcsak a párhuzamos körök legyenek a megfelelő körívek által képviselve, hanem magok a délkörök is görbe vonalak által állitassanak elő. Ilyféle hálózat szerkesztése e következő.

Azon papirsik közepén, melyen a kérdéses országot rajzolni akarjuk, húzzuk az *MN* egyenes vonalat (71-iki idom),

mely az ország közepén keresztülmenő délkört képviseli. Ha felteszszük, hogy a lerajzolandó ország szélesség szerinti kiterjedése 20 foknyi: akkor a húzott délkörre éppen nem szükséges az egyes fokokat, hanem csak az $Ma = ab = bc = cN$ darabokat átvinni, melyek mindegyike 5 foknyi ivet képvisel és már b lesz azon pont, melyen az országnak megfelelő középső párhuzamos kör fog átmenni. Számit-



71. idom.

suk ki ezen párhuzamos számára, mely ez esetben, mint azt az idomból láthatjuk, az 50. szélességi fokon megy keresztül, az ismert képlet szerint azon sugarat, melylyel e párhuzamos kört le köll irni. Legyen Pb ezen sugár s így P a kérdéses párhuzamos kör középpontja, mely egyúttal a többi egyenközű körök középpontját is képviseli, miért is az M, a, c és N pontokon keresztülmenő egyenközű köröket is ugyanazon pontból kell leirni. A további eljárás abban áll, hogy az egyen-

közű körök is az M, a, b, c, N pontokból 5 fokról 5 fokra osztassanak fel, de úgy, hogy ezen egyenközű körök fokainak nagyságát a geographiai szélességnek megfelelőleg tegyük egyenlővé. Igy ez idomban látjuk, hogy az M ponton keresztülmenő párhuzamos körnek a 40. szélességi fok felel meg, és így ezen az $(M\,1) = (12) = (23) \ldots = 5^0$ darabok mindegyikét: 15. cos. 40^0. 5 = 57·5 mérföldnyinek kell vennünk, hasonlóképpen a 45. szélessssegi fok alatt fekvő $(a1)$, (12), (23) ..... darabok mindegyikét: 15. cos. 45^0. 5 = 57 mérfölddel kell egyenlőnek tenni, s természetesen a földképnél használt mértékarány szerint lemérni. Szintúgy járunk el a többi párhuzamos köröknél is, mi által a megfelelő 1. 1. 1 2. 2. 2., 3. 3. 3, ... pontokat kapjuk, melyeket folytonos görbe vonal által összekötvén, készen lesznek a megfelelő délkörök s így maga a keresett hálózat is.

Az egész hálózat $ABCD$ épszögü négyszög által záratik be. Azon pontok, melyekben az egyenközű körök e négyszög oldalát metszik, a szélességi, azok pedig, melyekben a délkörök metszik e négyszög oldalát, a hosszúsági fokok számával jegyeztetnek meg. Az előterjesztett idomból látni lehet, hogy az egész hálózat a 10. és 40. hosszúsági fokok között fekszik, tehát 30 foknyi hosszúság szerinti kiterjedéssel bir. És most már mi nehézséggel sem jár, az ismert összrendezőjü helyek feljegyzése. Ha pl. azon helyet kellene följegyezni, melynek hosszúsága 32^0 30′-nyi, szélessége pedig 47^0 30′-nyi: akkor ezen hely bizonyára a $keqd$ négyszögbe fog esni; ha tehát ezen négyszög egyik oldalát q-ban, valamint az átellenes oldalt is k-ban két egyenlő részre osztjuk és ezen felezési pontokat kissé görbült vonal által összekötjük: az így nyert kq vonal a kérdéses hely délköre lesz. Ha most a délkörök két átellenes darabját e-ben és d-ben szinte felezzük, s az osztási pontokat kissé görbitett vonal által összekötjük: a keresztmetszési y pontot kapjuk s ez leend a keresett hely.

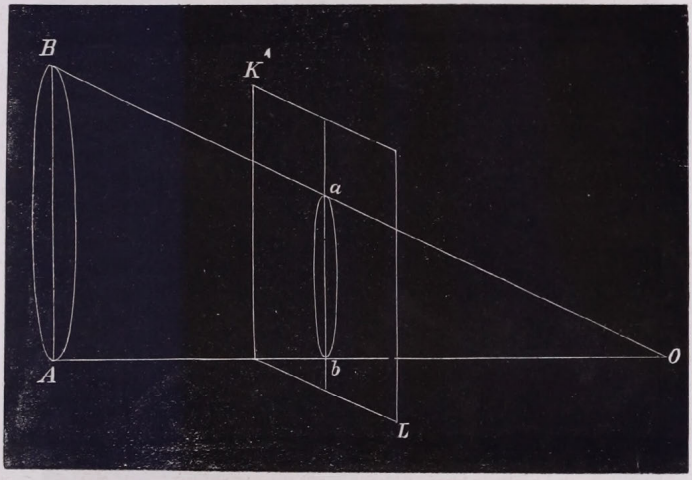
Mindezek után megjegyezzük még, hogy a Föld felületén előforduló országok és tartományok igen helyes és jó sikerrel használható földképei az által készittettek el, hogy: 1·ször) az egész forró éghajlat, mely 47 foknyi szélességgel bír, oly hengeres felületnek vétetett, mely a földgömböt az egyen-

litőben érinti, mely felületnek sugara tehát az egyenlitő sugarával egyenlő. És ha ezen hengerfelületet lefejtjük, az egész forró éghajlat négyszögü síkon lesz előterjesztve, melyen mind a délkörök, mind az egyenközű körök egyenes s egymást épszög alatt metsző vonalak lesznek. 2-szor) mind a két mérsékelt éghajlat csonka kúp oldalfelületéül tekintetett, melynek alsó alapját az emlitett henger alapja, felső alapját pedig a sarkkör képezi. Ezen oldalfelületet lefejtvén, kész a mérsékelt éghajlatoknak megfelelő hálózat. Végre 3-szor) a sark alatti földrészek oly körnek síkján valának előterjesztve, melynek kerülete a sarkkör kerületével ugyanaz. Ha az eddig leirt öt részt kellőleg összeállitjuk,egy testet fogunk kapni,melynek felületén a Földön fekvő országok meglehetős pontossággal lesznek képviselve, ilyen test pedig kúptekének (coniglobium) mondatik.

21) **A távlati vetületek.** (Perspectivische Projectionen). Midőn valamely tárgyat bizonyos távolból észlelünk: a távlati vetület származik. Ez tehát a tárgynak kisebbitett képe, úgynevezett távlati kép, mely az eredeti tárgygyal majd kisebb, majd nagyobb hasonlósággal bir. Ezeknek bővebb felvilágositására szolgál a (72-ik idom), hol AB egy tetszőleges alakú tárgy, O pedig az észlelő szemének álláspontja, mely pontban az AB tárgyról jövő fénysugarak, még pedig összetartó irányban egyesülnek. Ha most az észlelő szeme és az AB tárgy között valahol, LK átlátszó táblát képzeljük: akkora kérdéses tárgy minden pontjából az észlelő szeme felé menő sugarak ezen táblát megfelelő pontokban fogják metszeni és rajta az AB tárgynak ab képét hozzák létre, mely kisebb ugyan, mint az AB tárgy, de hozzá mégis hasonló. Az ab kép az AB tárgy távlati vetületének, az LK sík pedig vetületi síknak neveztetik. A tárgy s annak vetülete közötti viszony könnyen meghatározható. Ugyanis a tárgyból az észlelő szeme felé menő sugarak kúpalakú testet képeznek, melynek egyik keresztszelvénye maga a kérdéses vetület, mivel pedig a kúpnál az alaphoz párhuzamos keresztszelvények a csúcstól való távolaik négyzeteivel egyenes viszonyban vannak, következik, hogy azon esetre, ha Ob (71-ik idom) fele volna OA-nak, akkor ab vetület 4-ed részét tenné az AP felületnek.

Ilyen távlati vetületek által a Föld felületének bármely

része, sőt egész félgömbök is előállithatók. Mivel azonban a szem álláspontjának változtatasával a kérdéses tárgy vetületének alakja is változik, úgy köll a szem álláspontját választani, hogy a távlati vetület nemcsak könnyen rajzolható, hanem hogy a rajzolt vetület az eredeti tárgyhoz minél hasonlóbb is legyen. Ha a Föld valamely részének távlati vetületét akarjuk előállítani, akkor a legcélszerűbb lesz a szem álláspontját a Föld felületén, a tervezendő földrész átellenében képzelni. És igy a szem a lerajzolandó földrész középpontjától a Föld egész átmérőjének megfelelő távolsággal fog elállani. Ha

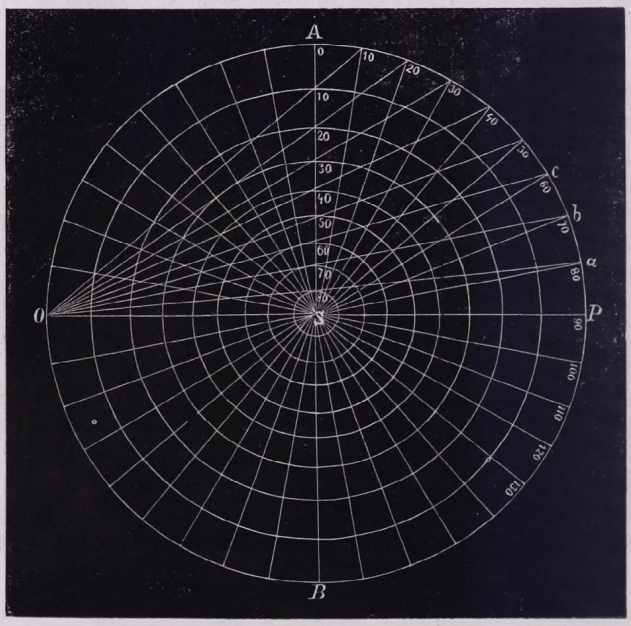


72. idom.

most a vetületi síkot úgy képzeljük, hogy az az emlitett átmérőre függélyesen álljon, akkor az egyszersmind a lerajzolandó földrész középpontjának látkörével egyenközű lesz, minek folytán a nyert vetület testrajzi vizszintes vetületnek neveztetik (Stereographische horizontal Projection). Általában véve pedig, ha az észlelő szem a Föld felületén, a lerajzolandó földrész átellenében képzeltetik: a testrajzi vetület származik. Ha továbbá az észlelőt az egyenlitő valamelyik pontján képzeljük, akkor ezen pont átellenében fekvő földrészre nézve valamelyik délkör fogja képezni a vetületi síkot; maga a vetület pedig testrajzi egyenlitői vetületnek (Stereograp-

hische aequatoreal Porjection) mondatik. Ha végre a szem álláspontját a sarkok egyikében képzeljük, akkor az átellenes félgömbre nézve maga az egyenlitő képviseli a vetületi síkot s magát a vetületet testrajzi sarkvetületnek nevezzük. (Stereographische polar Projection).

22) **A testrajzi sarkvetületnek készitése.** Ez esetben nyilván az egyenlitő síkja képviseli a vetületi sikot. És ha az éjszaki félgömb vetületét akarjuk lerajzolni, a szem állás-



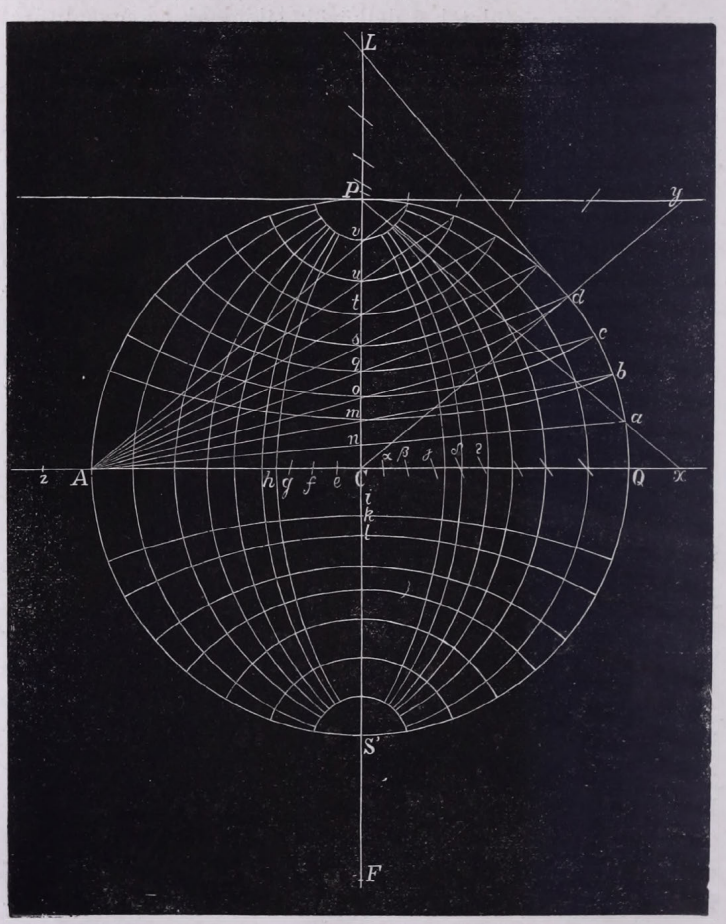
73. idom.

pontját a déli sarkon kell képzelni. A további eljárás felvilágositására szolgál a (73-ik idom), hol az *OAPB* kör sikja a vetületi sikot, tehát az egyenlitőt állitva elő, *A* pedig az egyenlitő ama pontja, melytöl *AB* irányban a földrajzi hosszúságok számittatnak. Ha továbbá az *AB* és *OP* egymásra függélyes átmérőket húzzuk, és az emlitett kör kerületét vagy egyes fokokra, vagy 5 fokról 5 fokra, vagy, a mint az ezen idomban is történt, 10 fokról 10 fokra felosztjuk, az osztási pontokhoz pedig a kérdéses kör középpontjából: *S*-ből egyeneseket

húzunk, akkor az így nyert *Sa, Sb, Sc* ... sugarak a délköröknek az egyenlitő síkjára való vetületeit képviselik, minthogy *S* pont a sark vetülete. A délkörök vetületei tehát ez esetben nyilván egyenes vonalak, a mint annak lennie is kell, minthogy ezen vetületek a délkörök síkjainak az egyenlitővel való keresztmetszései. Hogy azonban az egyenközű körök vetületeinek köröknek kell lenniök: azt kiki könnyen felfoghatja. És most már csak azon sugarakat kell meghatározni, melyekkel az egyenlitő síkján az *S* pontból ezen egyenközű köröket le kell irni. E végre az idom *O* pontjából az *a, b, c,* .... osztási pontokhoz egyeneseket húzunk, melyek az *AS* sugarat ugyanannyi pontban fogják metszeni: és így az *SA, S* . 10, *S* . 20, *S* . 30 ..... lesznek a kérdéses sugarak, melyekkel a megfelelő egyenközű köröket már le lehet irni. És így a kérdéses vetület elkészítésére szükséges hálózat már készen van. Végre könnyü belátni, hogy az *AS* sugaron feljegyzett 10, 20, 30 .... számok a szélességi fokokat jelentik, míg a hosszúságok *A* pontból az egyenlitőn számíttatnak. A kérdéses hálózat elkészítése után már könnyű lesz az egyes helyek feljegyzése.

23) **A testrajzi egyenlitői vetület szerkesztése.** Az itt követendő eljárás felvilágositására szolgál a (74-ik idom), hol *APQS* kör a vetületi síkot, tehát ez esetben valamely délkör síkját állitja elő. Ha most az egymásra függélyes *AQ* és *PS* átmérőket húzzuk és felveszszük, hogy *P* és *S* a Földnek sarkai, akkor *AQ* egyenes nyilván az egyenlitőnek a délkör síkjára való vetületét, az egyenlitő *C* pontja pedig a szem állás-pontját képviseli. Könnyü belátni, hogy ez esetben mind az egyenközű, mind pedig a dél-körök vetületei körök lesznek és csak azon sugarakat kell meghatározni, melyekkel ezen köröket le kell irni s már kész leend a kérdéses vetületre szükséges hálózat. E végre itt is szükséges lesz az *APQS* kört 10 fokról 10 fokra felosztani, mi által az *a, b, c, d,* .... osztási pontokat kapjuk. Ezután az *A* pontból *Aa, Ab, Ac, Ad* ..... egyeneseket húzzuk, melyek által a *PC* sugár *n, m, o, q, s, t* pontokban fog metszetni s ezen metszési pontokon kell az egyenközű köröknek átmenniök. És ha a *Cn, Cm, Co,* .... távolokat az átellenes oldalra: *CS*-re is átviszszük, akkor az *i, k, l,* .....

pontokat fogjuk kapni, melyeken keresztül a többi egyenközű körök fognak átmenni. Hasonlóképpen ugyanazon részeket CQ és CA sugarakra is átviszszük, miáltal a $C\alpha$, $C\beta$, $C\gamma$..... valamint Ce, Cf, Cg osztásokat nyerjük, és már α, β, γ, vala-



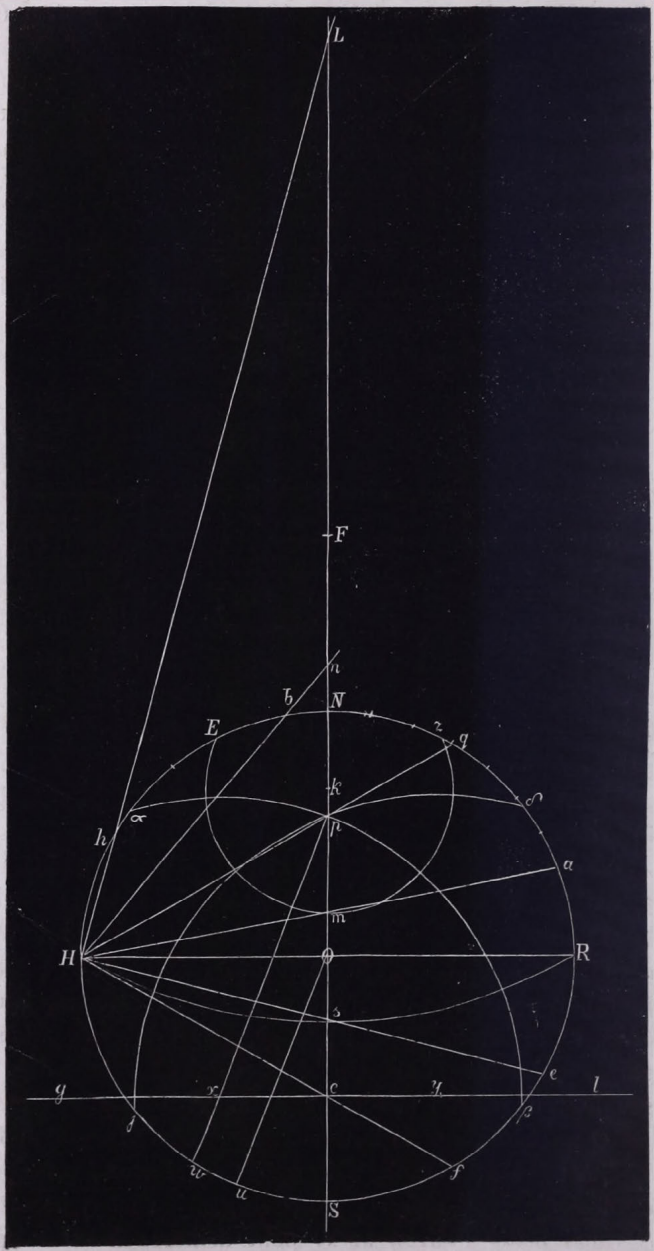
74. idom.

mint $e, f, g, \ldots$. azon pontok lesznek, melyeken át a délkörök mennek. Hogy pedig azon sugarakat is meghatározhassuk, melyekkel ezen köröket le kell irni, vegyük fel pl., hogy azon párhuzamos kör sugarát kell meghatározni, mely a 40-dik sz. fokon megy keresztül. E végre d ponthoz Cd egyenest kell

húzni, minthogy *d* pont mutatja a 40. sz. fokot, és most a *Cd* egyenest mindaddig meghosszabbitjuk, míg a *P* ponthoz tartozó érintőt *y* pontban metszi. A megtalált *Cy* egyenest ezután *CL*-re viszszük át és *L* lesz azon pont, melyből a *d* ponton keresztülmenő párhuzamost le kell irni, a keresett sugár tehát *Ld* egyenes által van képviselve. Hasonló módon lehet bármely más egyenközü kör sugarát is meghatározni.

Hogy továbbá azon sugarakat is meghatározhassuk melyekkel a délköröket kell leirni, vegyük fel, hogy a 40° hosszúsági foknak megfelelő délkört kell szerkesztenünk. mely délkör tehát *h* ponton megy keresztül. Minthogy a hosszúságok *C* pontból az egyenlitőn számittatnak, e végre *P* pontból *Q*-ig 80 fokot veszünk s nyerjük *a* pontot, melyet *P*-vel összekötünk és az összekötetési egyenest mindaddig meghosszabbítjuk, míg az a szintén meghosszabbított *AQ* vonalat *x*-ben metszi: és ezen *x* pont lesz azon középpont, melyből a *h* ponton keresztülmenő délkört *xh* sugárral le kell irnunk. Ha *xh* távolt *δ* pontból *δz*-re visszük át, *z* lesz azon pont, melyből ay *δ* ponton keresztülmenő délkört kell leirni. És már világosan látjuk, miként kell leirni a többi pontokon keresztülmenő délköröket is, továbbá látjuk azt is, hogy ezen délkörök középpontjai mind *AQ* egyenesen, avagy annak meghosszabbításán feküsznek. Miután a kivánt hálózat imigy már elkészült, könnyű lesz az ismert összrendezőjü pontokat is följegyezni.

24) **Testrajzi fekmentes vetület szerkesztése.** A testrajzi fekmentes vetület az által támad, hogyha valamely hely látkörét veszszük vetületi síknak azon félgömb rajzolása végett, mely ezen látkör felett fordúl elő. Könnyű belátni, hogy a párhuzamos és dél-körök vetületei ez esetben is körök lesznek és igy a fő dolog itt is abban áll, hogy ezen körök sugarai, valamint középpontjai is meghatároztassanak. E végre legyen *HNRS* (75-ik idom) a kérdéses vetületei sík tehát *O* pont látköre. És ha most az egymásra függélyes *HR* és *NS* átmérőket húzzuk, akkor *HR* vonal azon legnagyobb kör átmérője lesz, mely *O* pont tetőpontján megy keresztül *NS* vonal pedig nyilván az *O* pont délkörének keresztmetszése a látkörrel, tehát a valódi délvonal. És most mindenek-



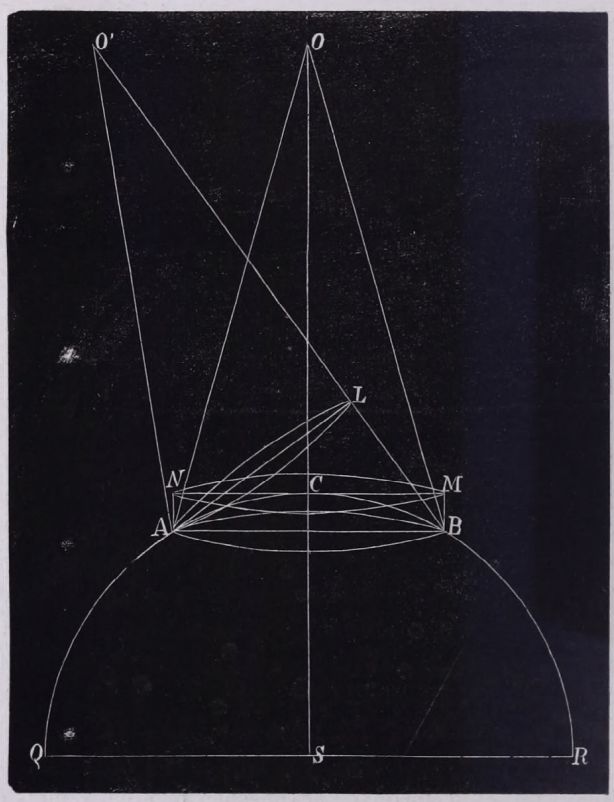
75. idom

előtt szükséges a felvett látkör fölött előforduló sark vetületét meghatározni. E végre vegyük fel pl., hogy azon hely, melyre nézve a vetületet rajzoljuk, 30 foknyi szélességgel bir, és most a *HNRS* kerületet 10 fokról 10 fokra felosztjuk, s mivel a kérdéses sark nyilván a délkörben fekszik, az *Nq* ivet 30°-nyinak vesszük. Ezek után *Hq* egyenest húzzuk, mely az *NS* vonalat *p* pontban metszi és éppen ezen *p* pont lesz a kérdéses sark kereset vetülete.

Az egyenközű körök vetületeinek szerkesztését illetőleg tegyük fel, hogy azon egyenközű kört kell rajzolnunk, mely az 50. sz. fokon megy keresztül, mely tehát 40 fokkal áll el a sarktól. És most *q* pontból kiindulva tegyük: $qa = qb = 40^{\circ}$; az így nyert *a* és *b* pontokat kapcsoljuk össze *H* ponttal, mi által a keresztmetszési *m* és *n* pontokat nyerjük és már *mn* vonal lesz a kérdéses egyénközű kör átmérője, tehát ha ezen átmérőt *k*-ban két egyenlő, $kn = km$ részre osztjuk: *k* pont lészen ezen párhúzamos kör középpontja. Ezek segitségével már könnyű lesz a kérdéses egyenközű kör *Emz* vetületét meghatározni. Hasonló eljáráson alapszik a többi egyenközű körök vetületeinek szerkesztése is. Ha magát az egyenlítőt akarnók előállitani, akkor $qe = qh = 90^{\circ}$ vétetik s mind *e*, mind *h* pontot összekötjük *H*-val, minek következtében a meghosszabbított *NS* vonal *L* és *s* pontokban fog metszetni és már az *Ls* vonal az egyenlitő átmérője lesz. Ezen *Ls* egyenest most *F* pontban felezzük s ezen felezési pont lesz az egyenlítő vetületének középpontja, maga az egyenlitő tehát *HsR* görbe vonal által lesz képviselve.

A mi a délkörök szerkesztését illeti, már az előbbiekben is megmutattuk és könnyen felfogható, hogy ezen körök középpontjai mind, bizonyos egyenesben fekszenek, mely egyenes *NS*-re függélyesen áll. Hogy tehát ezen egyenes fekvését meghatározhassuk, vegyük: $Rf = 60^{\circ}$-nyinak, mint kettőzetét a felvett geo. szélességnek. *Hf* egyenest húzzuk, mi által a keresztmetszési *c* pontot kapjuk, mely ponton át az *NS*-re függélyes, tehát a *HR*-hez párhuzamos *gl* vonalat húzván: ez leend azon kereset egyenes, melyen a délkörök középpontjai fekszenek. S ezután már könnyű lesz az egyes délköröket szerkeszteni.

Tegyük fel például, hogy a 70. hosszúsági fokon keresztülmenő délkört kellene lerajzolnunk és hogy a hosszúsági fokok O pontból számíttatnak, akkor 70 foknak pótivét, azaz 20 fokot az S pontból Su-ra visszünk át, az igy nyert u pontot pedig O-val kötjük össze. Ezután p sarkpontból Ou-hoz



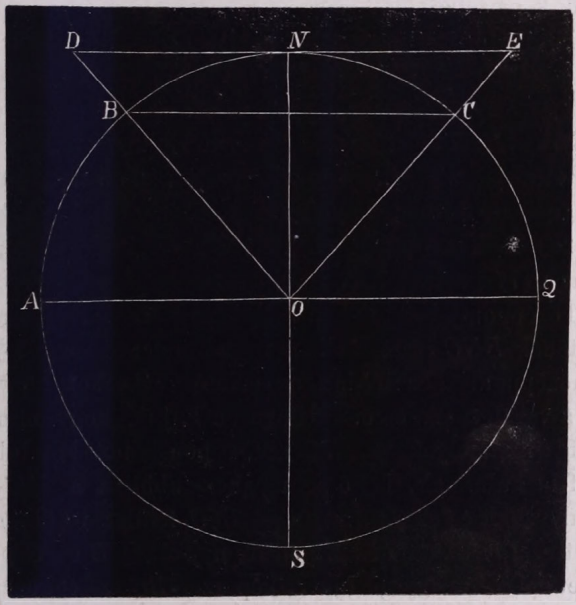
76. idom.

párhuzamos pw-t húzzuk, mely egyenes a gl vonalat x pontban metszi, mely pont nyilván középpontja a 70. hosszúsági fokhoz tartozó délkörnek, px pedig ezen délkör sugara s igy maga a keresett délkör: $\alpha p\beta$. Ha pedig cx távol cy-ra vitetik át, y lesz azon délkör középpontja, mely a másik oldalról a 70. hosszúsági fokon megy keresztül mely tehát $\gamma p\delta$ ív

által lesz képviselve. Ezen eljárásból már könnyű belátni, miként rajzolhatók a többi délkörök is.

Ha ezek szerint mind párhuzamos, mind pedig a dél-körök 10 fokról 10 fokra szerkesztetnek, készen lesz immár a kérdéses hálózat, melyre vajmi könnyű az ismert összrendezőjű helyeket följegyezni.

25) **A függőleges vetület.** Hogy ezen vetület miben létét megérthessük, vegyük figyelembe a (76-ik idom)-ot, hol



77. idom.

OCR a Föld félgömbe, melynek *ACB* szeletét úgy kellene rajzolni, a mint azt a szem felülről, tehát *O*-ból látja. Az említett szelet minden pontjából kiinduló s a szem felé haladó fénysugarak itt is kúpalakú testet fognak képezni, melynek csúcsa *O*-ban van. Vetületi síkul ez esetben nyilván az *AB* szelet középpontjához *C*-hez húzott érintő *NM* síkot lehet felvenni, melyre tehát a kérdéses szeletet rajzolni kell. Mivel azonban az emlitett kúp sugarai különböző szögeket képeznek a vetületi síkkal, s így ferde vetületet nyernénk: szükséges

lesz a szem O álláspontját végtelen távolban képzelnünk, mely esetben a fénykúp fényhengerré lesz, mivel a kérdéses szeletből kiinduló fénysugarak párhuzamosakká lesznek. Az NM sík még ez alkalommal is vetületi síknak tekintendő. Az ACB szelet vetülete pedig az által nyeretik meg, ha ezen szelet minden pontjából függőlegeseket húzunk az MN vetületi síkra. Ha pl. C pont az éjszaki sark lenne, akkor világosan láthatjuk, hogy a párhuzamos körök vetületei körök ugyan, de a délkörök mind, C ponton keresztülmenő egyenesek által lesznek képviselve.

Ha továbbá a szem álláspontját O'-ben, végtelen távolban képzeljük: akkor a ferde fénykúp helyett szinte ferde fényhengert nyerünk, míg a vetületi sík ez esetben az $O'B$-re függélyes AL sík által lesz képviselve. És így az ACB szelet vetületét akár az NM, akár pedig az AL síkon rajzoljuk mindig függéleges vetületet nyerünk.

26) **A középponti vetület.** Ennek kellő megértésére szolgál a (77-ik idom). A vetület ezen neménél a szemet a Föld középpontjában: O-ban kell képzelnünk. És ha a Föld felületének BNC részét kellene rajzolnunk: akkor a kérdéses rész középpontjához: N-hez az érintő DE síkot húzván, ez leend a vetületi sík, és már világosan látjuk, hogy mindazon fénysugarak, melyek a BNC szelet pontjaiból kiindulván a szem felé haladnak, kellőleg meghosszabbitva a DE síkkal is találkoznak és ez által rajta a BNC felület vetületét hozzák létre. Igy pl. a D és E pontok nyilván a B és C pontoknak vetületei. Az így megnyert kép az NBC szelet középponti vetületének mondatik. Ha N a sarkpont lenne: akkor a párhuzamos körök vetületei körök, a délkörök vetületei pedig az N ponton keresztülmenő egyenesek által lennének képviselve.

HETEDIK SZAKASZ.

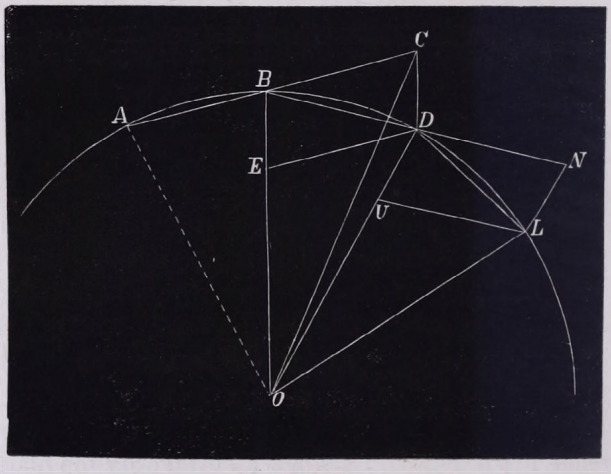
Természettani csillagászat.

1) **A középponti mozgás.** A bólygók mind, valamint az üstökösök is nagyobbára visszatérő görbe vonalat irnak le a Nap középpontja körül, tehát mozgásuk középponti. S éppen ezért célszerünek s szükségesnek látjuk a középponti mozgás lehetőségét és annak főbb tulajdonságait is ez alkalommal közelebbről megvizsgálni, mivel csak így lehet az emlitett égi testeknek a Nap körüli mozgását alaposan megérteni.

Valahányszor az összetett mozgásnál az állandó erő egy és ugyanazon pontból hat; mindannyiszor központi mozgás származik. Képzeljünk e végre A-ban egy testet (78-ik idom), melyet AB irányban a pillanatnyi erő mozgásba hoz, még pedig úgy, hogy a kérdéses test súlypontja által egyenletes mozgással t idő alatt bizonyos meghatározott hosszúságú AB út hagyassék hátra. Ezen test egyenletes mozgását tehetetlenségénél fogva folytatni fogja s a következő t idő alat $AB = CB$ utat irja le s. i. t. Ha azonban azt akarnók, hogy a kérdéses test B-ben megjelenvén, irányát változtassa: akkor azt bizonyos erőnek hatása által új irányba kell terelnünk. Hasson ezen erő BO vonal irányában, még pedig úgy, hogy ezen hatás folytán a kérdéses test t idő alatt BE utat legyen kénytelen megfutni. Ezen két erőnek együttes hatása folytán a test az emlitett t idő alatt BD utat irja le, minek igazvolta $BCDE$ egyenközény szerkesztéséből következik, melyben mechanikai elvek szerint BC és BE az úgynevezett oldalmozgásokat, következőleg BD a megfelelő középmozgást képviseli. Felvehetjük, hogy az eltéretési erő középpontja O-ban van.

D-ben megjelenvén a test, tehetetlenségénél fogva moz-

gását DN irányban fogja folytatni. Ámde hogy a test ezen irányától D pontban szintúgy eltérjen, mint B-ben, kell, hogy az O pontban lévő erő oly hatást gyakoroljon a D-ben megjelenő testre, melynél fogva az t idő alatt DU utat legyen kénytelen leirni. Mindkét erőnek együttes hatása folytán a test az emlitett t idő alatt nyilván a DL utat irja le, minek igaz volta az $NLUD$ egyenközény szerkesztéséből következik. Ha ezen mózgás tárgyalását hasonlóképpen folytatjuk, akkor könnyű meggyőződni arról, hogy ezen két erőnek, melyek egyike pillanatnyi, másika pedig különös természetű, együttes működése folytán, a test valamely sokszög kerületét



78. idom.

kénytelen leirni. És ha most felteszszük, hogy az AB, valamint a reá következő BD, DL terek is végtelen kicsinyek, tehát végtelen kicsiny idő alatt is hagyatnak hátra: akkor az $ABDL....$ sokszög görbe vonallá lesz, az O-ban müködő erőnek pedig folytonosnak köll lennie, mivel a feltétel szerint a mozgó testnek irányát folyvást változtatnia kell. Azon erő pedig, mely AB irányban hatott és a testet mozgásba hozta, már most a görbe vonal érintőjének irányában fog hatni, miért is érintői erőnek nevezzük. Az érintői erő a testet pályájából folyvást eltávolitani igyekszik, mely igyekezetében az O, pontban ható erő által gátoltatik meg, mely a testet folytono-

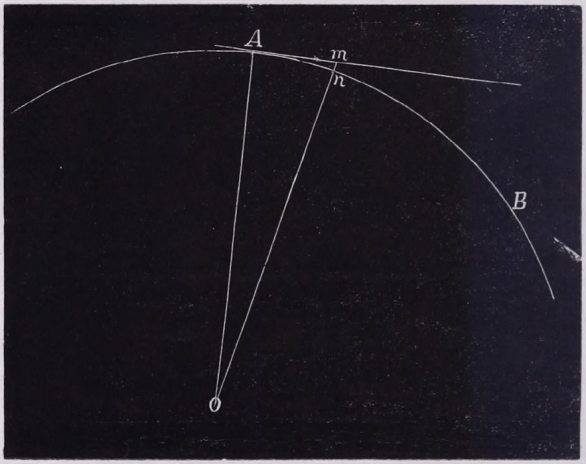
san maga felé tereli, miért is az O pontban székelő folytonos erőt középponti avagy középre tartó (Centripetal) erőnek szoktuk nevezni.

Az eddig mondottakból tehát már világosan láthatjuk, hogy görbevonalú mozgás létrehozására mindig két erő kivántatik, melyek egyike: a pillanatnyi, azon sebességet közli a testtel, melyel az pályájában bir, másika pedig: a folytonos, a pálya középpontjában működvén, a testett pályájában megtartja. A testnek sokszögben való mozgásánál könnyen meg lehet mutatni, hogy az ugyanazon idő alatt súrolt AOB és BOD felületek egyenlők. Ugyanis AOB háromszög felülete $= BOC$-vel, mivel AB és BC alapjaik egyenlők, magasságuk pedig közös, de továbbá az OBC és OBD háromszögek szinte egyenlő felülettel birnak, minthogy közös BO alappal birnak azonkivül a D és C pontokból lebocsájtott magasságaik is egyenlők, mivel $CD \parallel BO$-val. S már ezekből önkényt következik, hogy AOB és BOD háromszögek felületei valóban egyenlők, azaz ilynemű mozgásnál egyenlő idők alatt egyenlő területek súroltatnak. S minthogy ugyanez a görbe vonalú mozgásra is áll: ime előttünk van Kepler második törvénye!

Az eddig mondottakból az is következik, hogy azon esetre, ha a mozgó test sebessége változnék, annak a középponttól: O-tól való távola is változni fog, mert ellenkezőleg a most kimondott, úgynevezett felület megtartás törvénye nem állhatna fel. Ha pl. BD tér kisebb lenné, mint AB akkor BOD háromszög magasságának nagyobbnak kell lennie, mint az AOB háromszög magasságának, mivel másképpen területeik egyenlők nem lehetnének. Ha pedig az AB, BD, DL.. útak egyenlők lennének, akkor az AOB, BOD, DOL, ... háromszögek magasságainak is egyenlőknek kell lenniök, azaz a mozgó test távola O-ponttól, mindig ugyanaz marad, és így a test ez esetben körben mozog. Ha azonban az egyenlő idő alatt hátrahagyott AB, BD, DL .... utak nem volnának egyenlők, akkor a mozgó test sem fog O pont körül kört, hanem másnemű görbe vonalat, *kúpszeletet* leirni mely a bolygóknál kivétel nélkül kerülék által van képviselve, melynek egyik gyúpontjában áll a központi erő: a Nap. Ezekből már látni lehet, hogy a mozgó test távolai az utóbbi esetben

nem lehetnek egyenlők, miért is e távolok megkülönböztetés végett vezérsugaraknak mondatnak. Kepler említett 2-ik szabályát tehát e következőképpen kell kifejezni: a vezérsugarak által súrolt területek az idővel egyenes viszonyban állanak. A vezérsugár által másodpercenkint súrolt felület tehát állandó mennyiség.

2) **A mozgó test sebességének viszonya.** Az éppen imént kimondott felület-megtartás törvényének segítségével a mozgó test sebességének függése is könnyen lesz meghatározható azon esetre, ha a kérdéses testnek a középponttól való távolai változók. Legyen e végre AB (79-ik idom) a



79. idom.

mozgó test pályájának egy része, mely pálya O pont körül iratik le. An pedig képviselje azon ívet, melyet a test végtelen kicsiny dt idő alatt hagy hátra, mely ív tehát érintőjével: Am-mel összeesik. A mozgó test sebességét A pontnál jelöljük v-vel, mely sebesség a végtelen kicsiny dt idő alatt változatlannak tekinthető és igy $An = Am$ út ismert szabály szerint $= v.\ dt$. Ha továbbá az O pontból az An- vagy Am-re bocsájtott függélyt p-vel jelképezzük, akkor a dt idő alatt súrolt felület:

$$AOm = An\frac{p}{2} = v.\ dt\frac{p}{2};$$

ha végre k által azon területet jelöljük, mely az idő egysége alatt iratik le, akkor $k.\ dt$ szorzat terjeszti elő a dt idő alatt súrolt felületet és igy:

$$k.\ dt = v.\ dt\ \frac{p}{2} \text{ miből: } v = \frac{2k}{p},$$

mivel pedig k állandó mennyiség, az elöttünk álló egyenlet azon fontos igazságot fejezi ki, miszerint a mozgó test sebessége forditott viszonyban áll a középpontból mért távolhoz. Azaz minél kisebb a mozgó testnek a középponttól való távola, annál nagyobb a sebessége, s minél nagyobb a mozgó testnek a középponttól való távola, annál kisebb a sebessége. Ha azonban p távolt is állandónak, tehát a pályát körnek veszszük, akkor a mozgó test sebessége is állandóvá és igy maga a mozgás egyenletessé lesz.

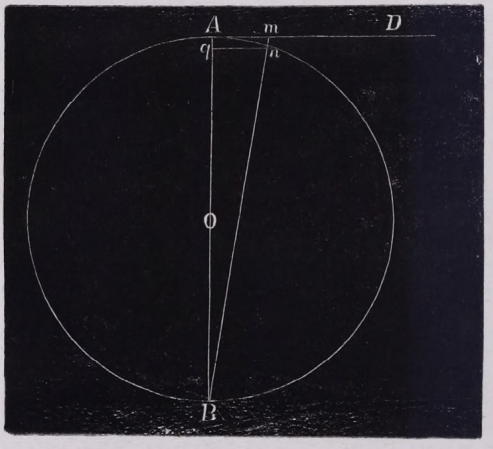
Mindezekből továbbá következik, hogy a kerülékben, melynek egyik gyúpontjában a vonzó erő tartózkodik, a mozgó test sebessége a lehető legnagyobb a kerülék ama csúcspontjában, mely az emlitett gyúponthoz a legközelebb áll, és a legkisebb a kerülék átellenes csúcspontjában.

Azon kerülékek nagyobb tengelyeinek végpontjai, melyekben a bolygók mozognak a Nap körül s melyeknek egyik közös gyúpontjában áll a Nap, napközeli (perihelium) és nap távoli (aphelium) pontoknak neveztetnek, a szerint t. i. amint legkisebb és illetőleg legnagyobb távolban vannak a Naptól. Ha $ABPC$ (81-ik idom) azon kerülékek egyike, melyet valamely bolygó ir le a Nap körül, f pedig azon gyúpont, melyben a Nap tartózkodik, következőleg P a napközel, A pedig a naptávol: akkor a kérdéses bolygó P pontban a legnagyobb A pontban pedig a legkisebb sebességgel fog birni. Ha tehát Pn és Am ivek egyidejü utak, akkor Pn okvetlenül nagyobb, mint Am, azon Pfn és Afm területek azonban, melyeket a vezérsugarak ugyanazon idők alatt súrolnak, egyenlők, mert ugyanis a mennyivel nagyobb a Pfn háromszögnek Pn alapja, mint az Afm háromszögé, annyiszor nagyobb az Afm háromszög magassága, mint a Pfn háromszögé.

3. **A központi erő mértéke.** Azon esetben, ha valamely test körben mozog, melynek középpontjában a központi

erő működik, ezen erő mértéke mindig könnyen meghatározható. Legyen e végre $AO = r$ (81-ik idom) azon kör sugara, mely kört a mozgó test ir le. A pedig azon pont, melybe a test v sebességgel érkezik. A test folyvást törekszik a kör kerületét elhagyni és érintőjének irányában folytatni mozgását, ámde ebben a középponti erő működése által gátoltatik meg, mivel ezen erő egyedüli hivatása abban áll, hogy a mozgó testet pályájában megtartsa.

Tegyük fel tehát, hogy dt végtelen kicsiny idő alatt a mozgó test An utat irja le pályájában, akkor az érintői erő közvetlen hatása folytán ugyanazon idő alatt A-tól m-ig ment



80. idom.

volna, hogy tehát ezen test a kör kerületén maradjon, szükséges volt, hogy ugyanazon idő alatt $mn = Aq$ utat tegye meg a kör középpontja felé, mely út nq függélyes által van meghatározva, és a központi erő működése által hozatik létre, és mivel az említett központi erőnek állandónak kell lennie, az általa létre hozott mozgás folytán megfutott Aq utat ismert mechanikai elvek szerint ezen egyenlet által kapjuk meg.

$$Aq = P.\frac{dt^2}{2}$$

hol P a központi erő mértéke, mely alatt azon sebességet

köll értenünk, melyet a központi erő másodpercenkint hoz létre. Ha ezután nB vonalat húzzuk és An ivet egyenes vonalnak tekintjük, lészen az Anq és AnB hasonló háromszögekből:

$$Aq : An = An : AB, \text{ miből:}$$

$$Aq = \frac{An^2}{AB}$$

mivel továbbá a mozgó test sebessége A-nál $= v$, lészen An út $= vdt$ és igy:

$$Aq = \frac{v^2\, dt^2}{2\, r}$$

hol $2r$-t AB helyébe tettünk,

Ezen egyenletet a fentebbivel összehasonlitván lesz:

$$P\frac{dt^2}{2} = \frac{v^2\, dt^2}{2\, r}, \text{ miből: } P = \frac{v^2}{r}$$

azaz a középponti erő mértéke, avagy nagysága egyenesen aránylik a mozgó test sebességének négyzetével és visszásan a kör sugarával. Minél nagyobb tehát a kör sugara, annál kisebb erő kivántatik ahhoz, hogy a mozgó test pályáját megtartsa. Ezen nevezetes körülmény a Nap körül mozgó bolygóknál feltünőleg mutatkozik: minthogy t. i. ezen testek a Nap körül roppant nagy sugarú köröket irnak le, következik, hogy a Nap mérsékelt ereje őket pályájokban megtarthatja.

A központi erő ugyanazon mértéke a keringési idő függvényében is kifejezhető. Ha ugyanis a kérdéses keringési időt t vel jegyezzük, akkor az egész hátrahagyott út lészen $= vt$, ugyanazon utat azonban $2\pi r$ által is kifejezhetjük és igy:

$$2\pi r = vt \text{ miből: } v = \frac{2\pi r}{t} \text{ és igy:}$$

$$P = \frac{4\pi^2 r}{t^2}$$

mely képletből látni lehet, hogy a központi erő a keringési időnek négyzetével forditott viszonyban áll, azaz ha a kerin-

gési idő 2-szor, 3-szor, 4-szer, s. i. t. nagyobb, a megfelelő központi erő 4-szer, 9-szer, 16-szor, s. i. t. kisebb.

4) **Kepler harmadik szabálya.** Kepler 3-ik szabályának levezetésére okvetlen szükséges azon erő mértékét ismerni, mely szükséges arra, hogy valamely mozgó test kerületi pályáját megtartsa. A felsőbb mennyiségtan az óhajtott erőre nézve ezen általános kifejezéssel szolgál:

$$1).\ P = \frac{c^2}{ar^2\,(1-e^2)},$$

hol c azon terület kettőzete, melyet a vezérsugár az idő egysége alatt súrol, a a pálya nagyobbik féltengelye, e pedig az úgynevezett csillagászati külpontiság. Ha k azon terület, melyet a vezérsugár az idő egysége alatt súrol, lészen: $c = 2k$, következőleg $c^2 = 4k^2$, tudjuk továbbá, hogy: $\frac{b^2}{a} = a(1-e^2)$ $= p$, hol p a kerülék parameterjének fele. Mindezen értékek folytán lesz:

$$P = \frac{4k^2}{p} \cdot \frac{1}{r^2},$$

mivel pedig itt a p és k mennyiségek állandók és csak az r vezérsugár változó, az előttünk álló kifejezés azt mondja; hogy a központi erő a vezérsugár négyzetével forditott viszonyban áll, azaz a mozgó test kettős vagy háromszoros távolának 4-szer vagy 9-szer kisebb központi erő felel meg. Ha továbbá t alatt a test egész keringési idejét értjük, akkor az ezen idő alatt súrolt terület $= kt$, de mivel ugyanazon terület egyuttal $= \pi ab$, lészen:

$$\pi ab = kt, \text{és mivel } b = a\sqrt{1-e^2} \text{ lesz még:}$$

$$\pi a^2\sqrt{1-e^2} = kt, \text{ miből : } k = \frac{\pi a^2\sqrt{1-e^2}}{t}$$

és igy: $$P = \frac{4a^4\pi^2\,(1-e^2)}{p.t^2} \cdot \frac{1}{r^2} = \frac{4\pi^2a^3}{t^2} \cdot \frac{1}{r^2}$$

mely kifejezés azon erő mértékét terjeszti elő, mely szükséges arra, hogy a mozgó test kerületi pályájában megtartas-

sék, Ha ezen kifejezésben $a = r$ tétetik, akkor a kerülék a ságarú körré lesz és a központi erőre nézve kapjuk:

$$P = \frac{4\pi^2 r}{t^2},$$

mint előbb.

Ha az 1) alatti kifejezésben $\frac{c^2}{a(1-e^2)} = \mu$ tétetik, mely mennyiség nyilván állandó, lészen;

$$P = \frac{\mu}{r^2}.$$

És ha azt akarnók tudni, mi jelentése van μ mennyiségnek, akkor tegyük az előttünk álló egyenletben r helyébe az egységet s lészen:

$$P = \mu,$$

azaz μ azon vonzó erő mértéke, mely egységnyi távolban a középponttól számítva működik. Ezen μ mennyiség tehát a Nap körül mozgó minden bolygóra nézve állandó, minthogy egységnyi távolra nézve a Nap müködő vonzó ereje mindig ugyanaz marad.

Az eddig mondottak segítségével könnyű lesz már Kepler 3-ik szabályának lehozása. Ugyanis:

$$k = \frac{\pi a^2 \sqrt{1-e^2}}{t}, \text{ következőleg } c = \frac{2\pi a^2 \sqrt{1-e^2}}{t},$$

mely érték, ha μ-nek fentebbi értékében c helyébe tétetik. lészen:

$$\mu = \frac{4\pi^2 a^3}{t^2},$$

Bármely más kerülékre nézve tehát, melynek nagyobbik féltengelye $= A$ és a megfelelő keringési idő $= T$, áll:

$$\mu = \frac{4\pi^2 A^3}{T^2},$$

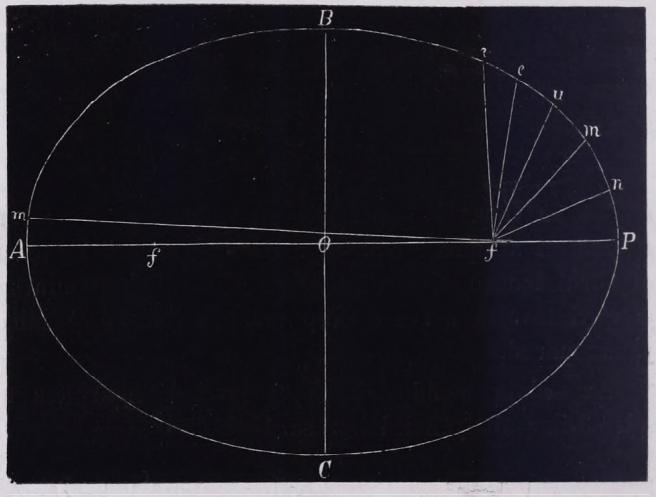
mivel pedig μ, mint tudjuk, állandó mennyiség, lészen:

$$\frac{4\pi^2 a^3}{t^2} = \frac{4\pi^2 A^3}{T^2}. \text{ miből:}$$

$$T^2 : t^2 = A^3 : a^3$$

azaz, a keringési idők négyzetei a nagyobbik féltengelyek köbeivel egyenes viszonyban vannak. S ez Kepler harmadik szabálya.

5) **Kepler 1.sö szabályának felvilágositása.** Kepler 1-sö szabálya azt mondja, hogy: a bolygók kerülékeket irnak le a Nap körül, melyek közös gyúpontjában a Nap tartózko-



81. idom.

dik. Ennek legegyszerübb bebizonyitása észleletek által érhető el, mint azt maga Kepler is tevé, mivel itten nem a pálya nagyságáról, hanem inkább annak csak alakjáról van szó. Vegyük e végett pl. a Föld pályáját tekintetbe. Legyen P (81-ik idom) a Föld pályájának azon pontja, melyben az a Naphoz legközelebb áll, a Napot magát f-ben képzelvén. A Föld ezen állásának nyilván december vége felé azaz akkor lesz helye, midőn a Napnak legnagyobb látszólagos átmérője van, melyet ez uttal pontosan megmérünk és nagyságát d-vel jelezzük. 10 nap elmúlta után a Föld n potba jő, a hol újra megmérjük a Nap látszólagos átmérőjét s azt d'-gyel jelöl-

jük és azt fogjuk tapasztalni, hogy d' kisebb d-nél, miből következik, hogy a Földnek fn távola a Naptól, már nagyobb mint fP távola. fn azon törvény szerint, hogy ugyan azon tárgy látszólagos nagyságai a távolokkal forditott viszonyban állanak, mindig meghatározható, ha Pf ismertnek tekintetik. A jelen esetben lesz:

$$fP : fn = d' : d, \text{ miből:}$$
$$fn = fP. \frac{d}{d'}$$

Ha továbbá megint 10 nap eltelte után, mely idő alatt a Föld m pontba jő, mérjük meg a Nap d'' látszólagos átmérőjét, lészen a megfelelő fm távolra nézve:

$$fm : fP = d : d'', \text{ miből:}$$
$$fm = fP. \frac{d}{d''}$$

Hasonlóképpen újra 10 nap eltelte után, mely idő alatt a Föld u pontba jő, megmérjük a Nap d''' látszólagos átmérőjét, s lészen a megfelelő fu távolra nézve:

$$fu : fP = d : d''', \text{ miből:}$$
$$fn = fP. \frac{d}{d'''}.$$

S igy járván el tovább is 10 nap eltelte után kapjuk:

$$fe = fP. \frac{d}{d^{IV}} \text{ s. i. t.}$$

Igy tehát 10 napról 10 napra a Napnak a Földtől való távola határoztatott meg. S ha ezt mindig folytatjuk, mig a Föld A pontba jő, nyilván 18 ilyen távolságot fogunk kapni Mivel pedig itt csakis a Föld pályájának alakjáról van szó, $fP = 1$ lehet tenni, s igy a fentebbi egyenletek a következőkbe mennek át:

$$fn = \frac{d}{d^{I}}, fm = \frac{d}{d^{II}}, fu = \frac{d}{d^{III}}, ef = \frac{d}{d^{IV}} \text{ s. i. t.}$$

mely egyenletek által a kérdéses távolok igen egyszerű módon

vannak kifejezve. Ezen távolok segítségével már most a Föld pályájának alakja igen könnyen lerajzolható, hacsak a *Pn*, *mn*, *mu*..... iveknek megfelelő szögek ismeretesek, minek közelitőleg meg lehet felelni, mert tudjuk ugyanis az előbbiekből, hogy a Föld naponkinti mozgása 0·985 fokot teszen, a 10 nap alatti iv tehát nyilván 9·85 foknyi s ez volna az *f*-nél lévő szögek mértéke. Mindezek után már könnyü lesz a Nap pályáját lerajzolni. Mindenekelőtt húzzuk *AP* egyenest s ezen *fP-t* egynek veszszük és most *f* pontból kört irunk le, melynek kerületére *P* ponttól kezdve a megmért iveket mérjük rá, és az így nyert pontokon át egyeneseket húzunk *f* pontból s ezekre rendszerint a kiszámított *fn*, *fm*, *fu* ..... távolokat viszszük át, mi által 18 pontot kapjuk, melyeket folytonos görbe vonal által összekapcsolván, meggyőződünk róla, hogy a Föld pályája oly kerülék, melynek egyik gyúpontjában a Nap áll. S így Kepler első szabálya is be van bizonyitva, Ilyen eljárás által azonban nemcsak a Föld pályájának alakját, hanem annak méreteit is könnyen meg lehet határozni. Ugyanis az előbbi észleletek által *Af* távol is meghatározható és így *Af* — *fP* a pálya kettős külpontisága = *ff*, melyet *O* pontban felezvén, a kerülék középpontját kapjuk meg. Továbbá *Af* + *fP* összeg a kerülék nagyobbik tengelyét: *OA* + *OP-t* adja, melynek fele a Földnek a Naptól való közép távolát képviseli. A nagyobbik féltengelyt és a külpontiságot ismervén, könnyen meghatározhatjuk a kisebbik tengelyt is ezen képlet segitségével:

$$b = a\sqrt{1-e^2}$$

Ha pedig ily módon valamelyik bolygó pályájának méretei meg vannak határozva, a többi bolygó pályáinak méreteí is könnyen kiszámithatók. E végre csak az szükséges, hogy a kérdéses bolygók keringési időik legyenek ismeretesekké.

6). **Az általános nehézkedési törvény.** Ezen, a természetben legnagyobb fontosságú törvény felfedezését Newton Izsák, hires s kitünő angol természettudósnak köszönhetjük, ki egy alkalommal a fáról almát látott leesni s ezen egyszerű jelenet vezeté őt a gravitatio törvényének megállapitá-

sára. Ő ugyanis ezen egyszerű jelenetből azt következtette, hogy a Föld bizonyos erőt gyakorol a közelében előforduló testekre, melynél fogva azok mind, középpontja felé vonzatnak, mi miatt ezen erőt joggal a Föld vonzó erejének mondjuk. Ezen nevezetes tárgy további megfontolásának következtében azon szerencsés eszmére jutott, hogy a Föld vonzó ereje, mint a szabadesés oka, egyszersmind azon erő, mely által a Hold pályájában megtartatik. Az akkori időben ugyanis már ismeretes volt, hogy a Hold a Föld körül mozog, sőt annak syderikus keringési ideje is minden pontossággal meg volt határozva.

A Föld vonzó ereje folytonos, mivel az erő az anyag mintegy veleszületett tulajdona. Míg tehát az anyag létezik, ezen erőnek is folyvást működnie kell. A mi ezen vonzerő hatását a Föld felületére nézve illeti, erre nézve a mechanikából tudjuk, hogy a Föld felületén szabadon eső testek az első másodperc alatt 15 par. lábnyi utat futnak meg. Ezen út tehát a Föld felületére nézve a kérdéses erő mértékének, hatásának tekintendő, mely hatás nyilván egy földsugárnak felel meg. Sokkal nehezebb azonban ama törvénynek meghatározása, mely szerint a Föld vonzó ereje különféle más távolságokra nézve hat. Természetszerűnek látszik azt fölvenni, hogy ezen erőnek hatása a távolság növekedésével fogy és éppen az itt a fő kérdés, mily törvény szerint történik e fogyás?

Newton helyes véleménye e tekintetben abban áll, hogy a kérdéses erő hatási törvénye más, a természetben előfordúló erők hatási törvényével ugyanaz, s így ő a fény kisugárzási és megvilágítási törvényéhez fordúlt. Ugyanis, ha egy üres gömböt veszünk fel, melynek sugara pl. egy meternyi s ennek a gömbnek középpontjában bizonyos fényforrást képzelünk, akkor az ebből kiinduló fénysugarak által a gömb belső felülete bizonyos fokú megvilágitásban fog részesűlni, mely nyilván a fényforrás erőségétől s a gömb felületének ezen forrástól való távolától függ. Ha most ugyanazon fényforrás körül 2 meternyi sugárral leirt gömb-felűletet képzelünk, akkor ennek egyes részecskéi már sokkal kisebb megvilágitásban fognak részesülni, mivel ez esetben a kérdéses fényforrásnak

már sokkal nagyobb felületet kell megvilágitania. És mivel a gömbök felületei sugaraik négyzeteivel egyenes viszonyban állanak, következik, hogy az utóbbi gömb felülete már 4-szer nagyobb, mint az előbbié, és igy a fény 4-szer nagyobb felületre esvén, a megvilágitásnak is 4-szer kisebbnek kell lennie. Ugyanazon fényforrásra nézve tehát a megvilágitás erősége a távolság négyzetével fogy.

Ezt tudván, már most e következő okoskodást tartá Newton helyesnek. Ugyanis a Föld vonzó ereje, mely annak középpontjában van összpontosúlva, a földsugarak irányában mindenfelé hat, éppen úgy, mint valamely fényforrásból kiinduló fénysugarak szintén mindenfelé terjednek, a Föld felületének minden pontjára tehát ezen erőnek bizonyos része jut. Mihelyt azonban azt képzeljük, hogy a vonzó erő ugyanazon nagysága mellett a Föld kettős sugárral birna, akkor felülete nyilván 4-szer nagyobb és igy egyes felület-részecskére nyilván 4-szer kisebb hatást fog gyakorolni a vonzerő. Látni való tehát, hogy a nehézkedési erő a távolság négyzetével visszásan aránylik. 2-szer, 3-szor nagyobb távolnak 4-szer 9-szer kisebb vonzerő felel meg. A nehézkedési erő törvényének eme megfejtése azonban csakis a hasonlatosság eredménye és igy szoros bebizonyitásnak nem tekinthető.

Ezen nevezetes törvénynek kellő bebizonyitására elégséges a Holdat, mely a Földhöz legközelebb állván, körülötte kering, tekintetbe venni, mint azt Newton is tevé.

A Föld vonzó ereje nem csak a szabadesést hozza létre, hanem a Holdat is ez tartja meg pályájában.

Ennek bebizonyitására nézve tudjuk, hogy valamely test körben csakis két erőnek együttes hatása alatt mozoghat, melyek egyike pillanatnyi és ez a kör érintőjének irányában hat, másika pedig folytonos, állandó erő, mely a kör középpontjából működik és igy a testet érintői irányától elvonja, s azt a kör kerületén tartja meg.

De a Hold szinte körben mozog a Föld körül, kell tehát, hogy rája is két erő hasson, melyek egyike az úgynevezett érintői erő, mely erőnek hatása könnyen meghatározható, minthogy ez a Hold sebességével egyenes viszonyban van, mely sebesség pedig a holdpálya kerületéből és a Hold keringési idejéből könnyen

kiszámítható. Itt tehát csak azt köll bebizonyitani, hogy a második erő, mely állandó s mely által a Hold pályájában megtartatik, a Föld vonzó avagy nehézkedési ereje, melynek hatása folytán a Hold másodpercenkint *bizonyos utat kénytelen a Föld középpontja felé megtenni.* Mindezek után könnyü belátni, hogy azon esetben, ha mi képesek lennénk az emlitett nevezetes utat kétféle módon meghatározni még pedig: 1-ször a fent kimondott nehézkedési törvény szerint és 2-szor mértani uton: a nehézkedési törvény is megállapitottnak, helyesnek lenne tekintendő.

Lássuk most, miként kell e két esetben eljárni!

Az első esetre nézve tudjuk, hogy a Holdnak a Földtől való távola = 60·27 földsugárral. Ha tehát igaz, hogy a Föld nehézkedési erejének hatása avagy mértéke 15 párisi lábbal egyenlő egy földsugárnak megfelelőleg, akkor ugyanazon erő mértéke 60·27 földsugárnak megfelelőleg nyilván:

$$\frac{15}{(60{\cdot}27)^2} = \frac{15}{3632{\cdot}5} = 0{\cdot}00413$$

párisi lábat tesz, azaz a Hold másodpercenkint 0·00413 párisi lábnyi utat ir le a Föld középpontja felé.

És most már csak az van hátra, hogy ugyanazon tér mértani uton, tehát más elvek alapján határoztassék meg. E végre azonban okvetetlenül szükséges, hogy mind a földsugár, mind a Holdnak sebessége, melylyel pályájában mozog, ismeretes legyen. Picard, francia mérnök volt az első, ki a Föld sugarát meglehetős pontossággal kiszámitotta s azt 19615780 párisi lábnyinak találta. Hogy pedig a Hold sebességét is megtudhassuk, mindenekelőtt a Hold pályája kerületének felét kell kiszámitani, melyre nézve áll:

$$\pi r = 3{\cdot}14 . 60{\cdot}27 = 189{\cdot}25 \text{ földsugár.}$$

Ezen utat azonban a Hold 13·66 nap, vagyis 1180224 másodperc alatt hagyja hátra, és igy a Hold sebessége: $\frac{189{\cdot}25}{1180224}$ = 0·00016 földsugárral egyenlő, mely szám nyilván:

0·00016 . 19615780 = 3156 párisi lábat tesz.

A további eljárás végett vegyük tekintetbe a (80-ik idom)-ot, hol *AB* körnek középpontjában, *O*-ban van a Föld, maga a kör pedig képviselje a holdpályát, melynek *A* pontjában képzeljük a Holdat. Legyen továbbá *An* azon út, melyet a Hold egy másodperc alatt ir le pályájában, és ha *Am* érintője *A* pontnak, akkor *Amnq* egyenközény szerkesztése által nyerjük azon *Aq* utat, melyen a Hold egy másodperc alatt esik a Föld középpontja felé, s mely esés következtében a Hold pályáján tartatik meg. Ezen *Aq* út az *Anq* és *AnB* hasonló háromszögekből már az előbbiekben találtatott meg. Ugyanis:

$$Aq = \frac{(An)^2}{AB}$$

Ámde: $An = 3156$ párisi láb és $AB = 2.60{\cdot}27.19615780 = 2358797545$, mivel továbbá: $(3156)^2 = 9960336$ lészen:

$$Aq = \frac{9960336}{2358797545} = 0{\cdot}00417,$$

mely eredmény tökéletesen megegyezik a nehézkedés törvénye szerint megtalált előbbi eredménynyel. Ebből tehát már szabad következtetnünk, hogy valóban a Föld nehézkedési ereje azon erő, mely által a Hold pályájában megtartatik, és hogy továbbá ezen erő valóban a távolság négyzetével fogy.

Érdekes lesz még megemliteni, hogy Newton, midőn a fent előhozott számításhoz fogott, azt a földsugár hamis értékével, mely 17031230 lábat tett, vitte keresztül s igy eredményül *Aq* számára: 0·00366 párisi lábat kapott, mely eredmény a nehézkedés törvénye segitségével nyert 0·00413 p. lábtól jelentékenyen eltér. S éppen ezért azt gondolván előbb Newton, hogy nézete nem helyes, elállott attól. 16 év eltelte után azonban Picard, francia mérnök számításainak eredményét a Föld sugarát illetőleg közhirré tevé és Newton a földsugárnak ezen új értékét hozván számításba, örömére meggyőződék arról, hogy a nehézkedés fentebb kimondott törvénye valóban helyes. Ezekből láthatjuk, hogy a nehézkedés törvényének megállapitásában nem csekély érdeme van Picardnak is.

Miután tehát igy Newton a nehézkedés igaz voltát a

Holdra nézve bebizonyitotta, már ebből jogosan következtethetett ezen törvény egyetemes érvényességére, hogy t. i. ezen törvény általános és a bolygóknak a Nap körüli mozgására is vonatkozik, mely esetben a Nap a bolygókra nézve ugyanazon szerepet játsza, melyet a Föld a Hold irányában.

Nagy érdekü lesz még itt megmutatni, hogy a nehézkedés törvényének lehozására mindezen hosszas munkák nem voltak szükségesek, és hogy a természeti tudományok akkori állásánál fogva ezen törvénynek szoros és általános bebizonyitása sokkal egyszerűebben is eszközölhető vala, mit a következőkből fogunk látni.

7) **Ezen törvény más lehozása.** Már Newton előtt mintegy száz évvel, alapitotta meg Kepler három ismert szabályát és pedig oly biztos módon, hogy azok ellen semmiféle kifogásnak sem lehetett helye.

Hasonlóképpen Huyghens, Newton kortársa, minden pontossággal levezeté a körmozgás elméletét s igy azon képlet, mely által a központi erő mértéke terjesztetik elő, már előtte is ismeretes volt. Ezen képlet alakja ez:

$$P = \frac{4\pi^2 R}{T^2},$$

hol R a kör sugarát, T a mozgó test keringési idejét jelenti. Huyghens tehát azt következtette, hogy valamely r sugarú körre nézve, melynek t keringési idő felel meg, kell, hogy álljon:

$$p = \frac{4\pi^2 r}{t^2},$$

mely két egyenletből lesz:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 R}{P} \text{ és } t^2 = \frac{4\pi^2 r}{p}.$$

Honnan:

$$T^2 : t^2 = \frac{R}{P} : \frac{r}{p},$$

azaz a keringési idők négyzetei a körök sugaraival egyenes, a központi erőkkel pedig fordított viszonyban állanak. Ha most Kepler 3. szabályához folyamodunk, mely szerint:

$$T^2 : t^2 = R^3 : r^3,$$

akkor ezen két arányzat összehasonlítása után lesz:

$$R^3 : r^3 = \frac{R}{P} : \frac{r}{p} \text{ avagy:}$$
$$P : p = r^2 : R^2,$$

mely nevezetes kifejezésben nyilván az általános nehézkedési törvény rejlik. Ugyanis az előttünk álló arányzat azt mondja, hogy két különböző körben a központi erők ezen körök sugarainak négyzeteivel fordított viszonyban vannak, a hol a körök sugarai a mozgó testeknek a középponttól való távolait képviselik. Az utolsó arányzatból találjuk még, hogy:

$$P = p \frac{r^2}{R^2} \text{ és ha } pr^2 = \mu \text{ tétetik, lesz:}$$
$$P = \frac{\mu}{R^2},$$

mely kifejezésben μ nyilván azon vonzerőt képviseli, mely egységnyi távolban működik, mert ha $R = 1$, lészen $P = \mu$. És éppen azért μ az erő egységének is szokott neveztetni.

A bolygók mozgására nézve a Nap körül, mely mozgás kerülékekben történik, melyeknek közös gyúpontjában áll a Nap, a központi erő mértékéül ezen kifejezést kaptuk az előbbiekben:

$$P = \frac{4k^2}{p} \cdot \frac{1}{r^2},$$

hol k azon terület, melyet a vezérsugár másodpercenkint súrol, p pedig a kérdéses kerülék parameterjének fele. Egy és ugyanazon kerülékre nézve mind p, mind k állandó mennyiségek és csak az r vezérsugár változó, minélfogva az előttünk álló kifejezés azt mondja, hogy a Napnak központi ereje az illető bolygó vezérsugarának négyzetével fordított viszonyban áll; ez pedig nyilván a nehézkedés törvényének általános kifejezése.

Az ujabbkori csillagászok bebizonyiták, hogy ezen törvény nemcsak a naprendszerre, hanem e világegyetemben egymás körül mozgó minden testre nézve is áll, miért is e tör-

vényt általános nehézkedési törvénynek nevezzük. Ezen törvényt különösen a kettős csillagoknál lehet észlelni.

8) **A bolygók sebességeinek megitélése.** Azon esetre, hogyha a bolygók kerülékekben mozognak, melyeknek közös gyúpontjában a Nap áll, a bolygó távolának a Naptól folyvást változnia kell, és igy az éppen imént kimondott nehézkedési törvény szerint a bolygó sebességének is változnia kell még pedig úgy, hogy midőn a legközelebb áll a bolygó a Naphoz, sebessége a lehető legnagyobb, midőn pedig a bolygó legnagyobb távolban van a Naptól, sebessége a legkisebb. Földünkre nézve az első eset akkor áll be, midőn az a *perihéliumban*, a második pedig akkor, midőn az az *apheliumban* tartózkodik. A legnagyobb fontosságú itt megmutatni, miként határozható meg e két sebesség bármely bolygóra nézve, mivel ezen sebességtől függ azon görbe vonal alakja, melyet valamely égi test a Nap körül ir le.

Ezen nevezetes tárgyban ismét a felsőbb mennyiségtant kell segitségül hivnunk, hol azon görbe vonalra nézve, melyet valamely test ir le a Nap körül, e következő általános kifejezés hozatik le:

$$\mu^2 y^2 + bc^2 x^2 = c^4 - 2c^2 x \sqrt{\mu^2 - bc^2},$$

mely kifejezésben b, c, μ állandó mennyiségek, melyek közül b a legnagyobb fontossággal bir, minthogy egyedül b-nek értékétől függ, hogy milyen nemű görbe vonalat ir le a bolygó a Nap körül, mert ha b tevőleges, akkor a fennebbi egyenlet nyilván kerüléket, ha b nemleges, akkor az előttünk álló egyenlet bizonyára menteléket, ha végre $b = o$, akkor ezen egyenlet nyilván hajtalékot képvisel.

Ugyancsak a felsőbb mennyiségtanban a bolygó kezdő sebességére nézve ezen egyenlet találtatik meg:

$$V = \sqrt{\frac{2\mu}{l} - b},$$

melyben b az emlitett állandó, l a bolygónak a Naptól való távola a kérdéses pillanatra nézve, végre μ a már többször emlitett mennyiség. Ezen egyenletből:

$$V^2 = \frac{2\mu}{l} - b, \text{ miből } b = \frac{2\mu}{l} - V^2,$$

mely nevezetes kifejezésből e következő eredmények hozhatók le. Ha ugyanis legelőször felteszszük, hogy:

$$V^2 > \frac{2\mu}{l},$$

akkor b állandó nyilván nemlegessé válik és a bolygó menteléket ir le a Nap körül; mely feltét még igy is előállitható:

$$V > \sqrt{\frac{2\mu}{l}}.$$

Ha pedig felteszszük, hogy:

$$V^2 < \frac{2\mu}{l},$$

akkor b állandó nyilván tevőlegessé lesz, és igy a bolygó kerületéket ir le a Nap körül, mely feltét még igy is irható:

$$V < \sqrt{\frac{2\mu}{l}}.$$

Ha végre a harmadik esetben felteszszük, hogy:

$$V^2 = \frac{2\mu}{l},$$

akkor b állandó $= 0$ és igy a bolygó hajtalékot fog leirni a Nap körül, mely feltét még igy is irható:

$$V = \sqrt{\frac{2\mu}{l}}.$$

Nevezetes végre még az is, hogy ugyancsak a felső mennyiségtanban azt is találjuk, hogy $b = \frac{\mu}{a}$ is lehet, a hol a a kerületi pálya nagyobbik féltengelyét képviseli. Ez esetben pedig a kérdéses sebességre nézve áll:

$$V = \sqrt{\frac{2\mu}{l} - \frac{\mu}{a}},$$

és ha most azt akarnók, hogy a bolygó körben mozogjon, akkor kell, hogy $l = a$ legyen és így az előttünk álló egyenlet e következőbe megy át:

$$V = \sqrt{\frac{\mu}{a}},$$

és ezen kifejezés által egyszersmind azon feltét is van képviselve, mely mellett a bolygó körben mozog a Nap körül. Mivel pedig ezen kifejezésben mind a, mind μ állandó mennyiségek, következik, hogy csak egyetlenegy sebesség alkalmas arra, hogy a bolygó kört irjon le a Nap körül, de mivel ezen sebesség nem lehet állandó, minthogy azt a természetben működő számtalan erők okvetetlenül megváltoztatják, a bolygó tehát kénytelen lesz kör helyett kerületet irni le a Nap körül, annál is inkább, mivel a kerülék leirására nemcsak egy, hanem több, különféle sebesség is alkalmas, mint azt az előterjesztett:

$$V = \sqrt{\frac{2\mu}{l} - \frac{\mu}{a}}$$

képletből is lehet látni, melyben a kerülékre nézve kell, hogy $\frac{2\mu}{l} > \frac{\mu}{a}$ legyen, hol l a *bolygó változó vezérsugara*. Továbbá az előttünk álló képletből még azt is láthatjuk, hogy azon különféle sebességek, melyek kerülékek leirására alkalmasak, bizonyos határok között foglaltatnak, mely határok egyedül csak a változó l mennyiségtől függnek, mert ha l távol oly nagygyá válnék, hogy $\frac{2\mu}{l} < \frac{\mu}{a}$, akkor a kérdéses pálya többé nem lehet kerülék. Végre az eddig mondottakból még azt is be lehet látni, hogy miért irnak le a bolygók a Nap körül csakis kerülékeket, és hogy a kerülék azon egyetlenegy görbe vonal, mely a naprendszer állhatatosságát s tartóságát megalapitja.

9. **Az előrebocsátottak alkalmazása a Földre.** Miután a Föld is kerüléki pályát ir le a Nap körül, következik, hogy legnagyobb sebességének a napközelben, legkisebb sebességének pedig a naptávolban van helye, és hogy egész pályáját változó sebességgel futja meg. Érdekes lesz ezen két legszél-

sőbb sebesség meghatározása, mi végre az éppen imént bemutatott képlet szolgál:

$$V = \sqrt{\frac{2\mu}{l} - \frac{\mu}{a}}.$$

Az itten előforduló μ mennyiségre nézve azon alkalommal, midőn Kepler 3. szabályát bebizonyítottuk, találtuk, hogy:

$$\mu = \frac{4\pi^2 . a^3}{t^2},$$

hol a a pálya nagyobbik féltengelyét, t pedig a bolygó keringési idejét képviseli. És így:

$$V = \frac{2\pi a}{t} \sqrt{\frac{2a}{l} - 1},$$

mivel pedig l a napközelre vonatkozólag $= a\,(1-e)$, a naptávolra vonatkozólag pedig $= a\,(1+e)$, lészen tehát:

a napközelre nézve: $V = \frac{2\pi a}{t} \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}$;

a naptávolra nézve: $V = \frac{2\pi a}{t} \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$,

mely képletekben, ha $e = o$ vétetik, a sugarú körben mozgó bolygónak $V = \frac{2\pi a}{t}$ sebességét kapjuk, mely egyszersmind a bolygó közép sebességének tekinthető. Még pedig, ha a mérföldekben, t idő pedig másodpercekben helyettesíttetik, akkor a kérdéses sebességet is mérföldekben fogjuk kapni. A Földre nézve $a = 20682329$ mf. és $t = 365{\cdot}24$ nap, és így a Föld közép sebessége:

$$V = \frac{2\pi a}{t} = 4{\cdot}1 \text{ mf.}$$

Mivel továbbá $\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} = 1{\cdot}017$ és $\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} = 0{\cdot}98$, hol e helyébe $0{\cdot}01678$ tétetett és így a Föld legnagyobb sebessége: $V = 4{\cdot}1 \,.\, 1{\cdot}017 = 4{\cdot}17$ mérföld, legkisebb sebessége

pedig: $V = 4{\cdot}1 \,.\, 0{\cdot}98 = 4{\cdot}018$ mérföld. Ezen eredményekből látni lehet, hogy a Föld legnagyobb és legkisebb sebessége közötti különbség nem nagy és csak 0·152 mérföldet tesz; azaz közel 3400 lábat. Ugyancsak ezen eredményekből lehet látni, hogy a Föld sebessége naponkint csak keveset változhatik és így a Föld mozgását rövid időre egyenletesnek tekinthetjük.

10) **A bolygó pályájában való helyzetének és vezérsugarának meghatározása.** A bolygó mozgására nézve nagy fontosságú a bolygó helyzetét pályájában és vezérsugarát ismerni bármely tetszésszerinti időre nézve. E végre pedig a felső mennyiségtanban azon feltét alatt, hogy a bolygó a napközel pontjából indúl ki, ennek valódi szögletes mozgására nézve e következő egyenletet vezetik le:

$$v = nt + 2e \sin v,$$

hol v azon szög, melyet a bolygó vezérsugara a pálya nagyobbik tengelyével képez a napközel pontjából számítva s ezen szög a bolygó valódi rendhagyásának (wahre Anomalie) neveztetik. Ha az előttünk álló kifejezésben e helyébe 0-t teszünk, a bolygó nyilván körben mozog, melyre nézve tehát: $v = nt$, azaz a bolygó szögletes mozgása az idővel egyenes viszonyban lesz, ami különben nagyon világos, mert ez esetben a bolygó mozgása egyenletes és így egyenlő idők alatt egyenlő utakat hagy hátra. $v = nt$ szöget a bolygó közép rendhagyásának (mittlere Anomalie) nevezzük. S ha ezen érték a fentebbi egyenletben v helyébe tétetik, lészen:

$$v = nt + 2e \sin nt,$$

mely nevezetes egyenlet segítségével a bolygó valódi rendhagyása, vagyis valódi helyzete pályájában mindig meghatározható, hacsak pontosan ismerjük azon időt, melyben a bolygó a napközel pontján ment keresztül. Ha ugyanis T a bolygó keringési ideje és T-nek 36-ik része mult el volna azóta, mióta a bolygó a napközelben fordúlt elő, akkor nyilván lenne: $nt = \frac{360}{36} = 10^{0}$, azaz a bolygó közép-rendhagyása 10

foknyi és ezen érték segítségével most vajmi könnyű a bolygó valódi rendhagyását meghatározni. Ugyanis:

$$v = 10^0 + e \sin 10^0$$

Hasonlóképpen a felsőbb mennyiségtan szerint a bolygó vezérsugarára nézve ezen egyenlet áll:

$$r = a\,(1 - e \cos nt),$$

hol a a bolygó pályájának nagyobbik féltengelyét képviseli. Megvan tehát azon két általános képlet, melyek segítségével a bolygó helyzete pályájában mindig könnyen meghatározható, hacsak a és e mennyiségek ismeretesek.

Hogy ezen képletek alkalmazását láthassuk, vegyük fel e következő kérdés megfejtését. Hol volt a Föld junius 10-én 1872-ben és milyen nagyságú vezérsugárral birt, tudván azt, hogy a fent nevezett év január 1-én tartózkodott a napközel pontjában? Itt azonnal láthatjuk, hogy január 1-étől junius 10-ikéig 162 nap mult el és igy $nt = 162 . \frac{360}{365{\cdot}24} =$ 150 fok és minthogy továbbá $e = 0{\cdot}01687$, lészen:

$$v = 150 + 2 . 0{\cdot}01678 \sin 150^0 \text{ avagy:}$$
$$v = 150 + 2 . 0{\cdot}01678 \sin 30^0;$$

mivel pedig $\sin 30^0 = {}^1/_2$, lesz tehát: $v = 150{\cdot}01687$ fok, avagy $150^0\ 1'$. Ez pedig a Föld valódi rendhagyása, mely a közép rendhagyásnál 1 perccel nagyobb.

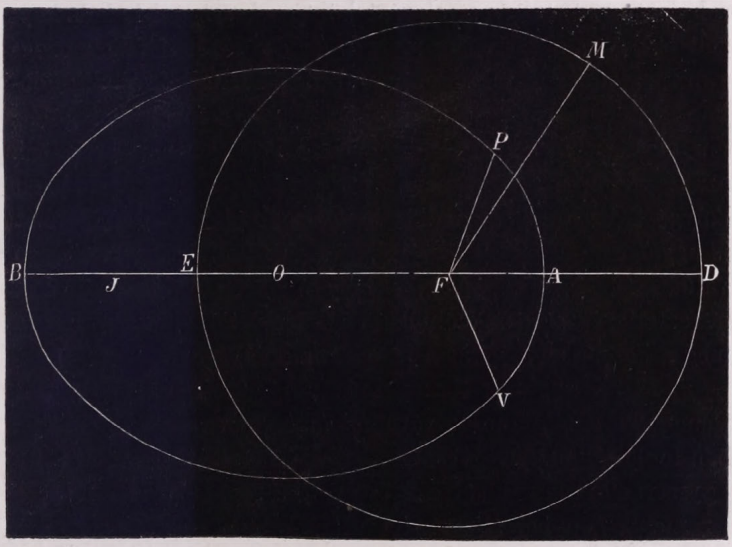
Továbbá a vezérsugárra nézve:

$r = a\ (1 - e \cos 150^0) = a\ (1 + e \cos 30^0) =$ $a\,(1 + 0{\cdot}01678) = 1{\cdot}0145\ a$,

a bolygó vezérsugara tehát ez esetben $0{\cdot}0145\ a$ mennyiséggel nagyobb, mint a pálya nagyobbik féltengelye, melyet 20682000 mérföldnek véve, a kérdéses vezérsugár 20981889 mérföldnyi lesz.

11). **A valódi és a képzelt bolygó mozgása.** A fent előhozott ($v = nt + 2e$ sin. nt) egyenlet segítségével a valódi bolygó mozgása a kerülékben és a képzelt bolygóé a körben, könnyen s következő módon terjeszthető elő. Legyen e végre AB (82-ik idom) a valódi bolygó pályájának nagyobbik ten-

gelye, O a kerüléki pálya középpontja, F pedig azon gyúpont, melyben a Nap tartózkodik. Ezután F pontból EMD kör iratik le, melyben a képzelt bolygó (astre fictiv) egyenletesen mozog. Tegyük fel mindenekelőtt, hogy ugyanazon pillanatban, midőn a valódi bolygó A pontból kiindúl, a képzelt bolygó D pontból kezdi mozgását, mind a kettő tehát ugyanazon egyenesben: BD-ben fordúl elő. S miután a valódi bolygó A-ban a lehető legnagyobb sebességgel bir, holott a képzelt bolygó az említett körben egyenletesen s közép sebességgel



82. idom.

mozog: tehát így a képzelt bolygó a valódi bolygóra nézve hátra fog maradni és pedig úgy, hogy midőn a valódi bolygó A-tól P-ig ment, a képzelt bolygó D-től M-re jutott, és ha FP és FM sugarakat húzzuk, akkor az így eredő $PFM \sphericalangle$ azon szögek különbségét állítja elő, melyek ugyanazon idő alatt a két bolygó által F pont körül irattak le. Ezen nevezetes $\sphericalangle$ pedig a csillagászok által központi egyenletnek neveztetik (Mittelpunktsgleichung) és a fennebbi egyenlet ($2e$ sin. nt) tagja által van képviselve, míg az (nt) tag a képzelt bolygó mozgására vonatkozik. Látjuk továbbá azt is, hogy midőn a valódi bolygó A

pontból P felé indúl, mindig jobban és jobban közeledik pályájának B pontjához, tehát mindig jobban és jobban eltávozik a Naptól és így sebessége folyvást fogy. A képzelt bolygó tehát, mely közép sebességét mindig megtartja, a valódi bolygóhoz közeledik és azt B pontban el is éri, azaz, midőn a valódi bolygó B pontba jő, a képzelt bolygó E-be érkezik, mind a kettő tehát ismét ugyanazon BD egyenesben fordúl elő és mint látjuk, pályája felét mindkettő ugyanazon idő alatt hagyja hátra.

B pontba érkezvén a valódi bolygó, itt a lehető legkisebb sebessége van, és így a folyvást közép sebességgel haladó képzelt bolygóra nézve hátra marad. Ámde B-től A felé mozogván a valódi bolygó, sebessége folyvást nő, mivel mindig jobban és jobban közeledik a Naphoz, tehát a képzelt bolygóhoz mindig közelebb és közelebb jő és azt A pontban el is éri, azaz: midőn a valódi bolygó A pontba érkezik, a képzelt bolygó D-be jő s így mindkét bolygó pályájának második felét is ugyanazon idő alatt hagyja hátra. Az AFP szög a bolygó valódi, az MFD $\sphericalangle$ pedig a bolygó közép rendhagyásának neveztetik, és már az előbbiekben láttuk, miként határozható meg a közép rendhagyás a valódi rendhagyásból.

12). **A bolygók tömegei és sürüségei.** Valamely test tömege alatt általánosan véve az anyagnak a kérdéses testben foglalt mennyiségét kell érteni. A test tömegétől függ egyszersmind annak súlya is, és pedig a test súlya a tömeggel egyenes viszonyban áll, azaz ha valamely test 2-szer, 3-szor vagy n-szer több anyagi részecskét foglal magában, akkor annak súlya is 2-szer, 3-szor vagy n-szer nagyobb lesz. Ugyanis, ha a testet bizonyos számú és változhatatlan súlyú elemek összetételének képzeljük, akkor nyilvánvaló, hogy a test súlya a benne foglalt elemek súlyainak összegéből áll, és így minél több elem foglaltatik valamely testben, annál nagyobb súllyal bir az.

Ha most különböző, de egyenlő térfogatú testeket veszünk figyelembe, azt fogjuk tapasztalni, hogy azok súlya korántsem egyenlő; minek oka nyilván abban rejlik, hogy különböző testekben ugyanazon térfogat mellett, különböző számú elemek fordúlnak elő. Ez által pedig a test sürűségé-

nek fogalmához jutottunk. Ha valamely test 2-szer, 3-szor, *n*-szer több elemet foglal magában ugyanazon térfogat mellett: akkor sűrűsége is 2-szer, 3-szor, *n*-szer nagyobb. Ha pl. egy köbláb vizet és egy köbláb aranyat veszünk tekintetbe, a tapasztalás azt mutatja, hogy egy köbláb arany 19-szer többet nyom, mint egy köbláb viz, minek oka abban keresendő, hogy egy köbláb aranyban 19-szer több elem foglaltatik, mint egy köbláb vizben. Az arany sürűsége tehát 19-szer nagyobb mint a vizé. Ezekből láthatjuk, hogy két test sűrűségének viszonya alatt ezen testek súlyainak egymáshoz való viszonyát kell érteni.

Hogy tehát a természetben előfordúló testek sűrűségeit meg lehessen határozni, mindenekelőtt szükséges volt valamely test sűrűségét egységnek felvenni, hogy a többi testek sűrűségeit eszerint lehessen kifejezni. E végre pedig a lepárolt viznek 3 Reuamur-foknyi hőmérsék melletti sűrűségét választották. És már most tudjuk, hogy mit jelentenek e fogalmak: a vas sűrűsége 7·2, a gránitkőé: 2·5, a tölgyfáé: 0·75 s. i. t. Ha valamely test sűrűségét tudjuk, akkor könnyen meghatározhatjuk ezen test súlyát is, hacsak egy köbláb víznek súlyát tudjuk; ez pedig kisérletek által 56·4 ℔-nyinak találtatott. És így pl. 1 köbláb arany súlya nyilván: 19. 56·4 = 1071·6 ℔-ot tesz.

A testnek egységnyi térfogat melletti súlya fajsúlynak mondatik.

A Föld különféle sűrűségű testekből van összetéve, és így ha az előbbiek előrebocsátása után a Föld sűrűségéről általánosan véve szólanánk, itt nyilván csak bizonyos közép sűrűséget kell értenünk, melynél fogva a Föld éppen annyit nyomna, mint a különféle sűrűségek mellett. És ugyanígy a többi bolygóknál is csak középsűrűségről szólhatunk. A bolygók sűrűségeinek és tömegeinek tárgyalásánál okvetlen szükséges, hogy a Föld sűrűségét, nemkülönben tömegét is, 1-nek vegyük.

Lássuk most, miként határozható meg a Nap tömege és sűrűsége a Föld tömegéhez és sűrűségéhez viszonyítva. Az evégre szolgáló legegyszerűbb mód abban áll, hogy ezen két égi test vonzerejének hatása ugyanazon távolságra nézve ha-

tároztassék meg, mivel könnyű felfogni, hogy ugyanazon távolságra nézve ezen vonzerők a tömegekkel egyenes viszonyban állanak.

Ezekre nézve pedig tudjuk, hogy a Föld vonzó erejének hatása 15·1 parisi láb által méretik egy földsugárnyi távolra nézve. És már most kérdezhetjük, hogy mily hatást gyakorol a Föld vonzereje a Napra? Tudjuk, hogy a Nap távola a Földtől 24000 földsugárnyi és igy az általános nehézkedési törvény szerint a Nap

$$\frac{15{\cdot}1}{(24000)^2} = \frac{15{\cdot}1}{576000000} = 0{\cdot}0000000262$$

párisi lábat esik a Föld vonzerejének hatása folytán Földünk középpontja felé másodpercenkint.

Most még csak azt kell tudnunk, mily nagy azon hatás, melyet a Nap vonzereje a Földre gyakorol, avagy mennyi utat esik a Föld másodpercenkint a Nap középpontja felé? Ezen tétel megfejtése végett a (80-ik idom)-hoz folyamodunk, hol O-ban a Napot, A-ban pedig a Földet képzeljük. Továbbá An iv azon út legyen, melyet a Föld pályájában egy másodperc alatt hagy hátra és igy $mn = Aq$ nyilván a Földnek egy másodperc alatti esése a Nap középpontja felé. Ámde az előbbiek szerint:

$$Aq = \frac{(An)^2}{AB} = \frac{16{\cdot}81}{41000000} = 0{\cdot}00000041$$

mérföldnyi avagy 0·00000041. 22869 = 0·0093763 párisi lábnyi és igy a Nap vonzereje úgy áll a Földéhez, valamint = 0·0093763 : 0·0000000262 = 357874 : 1. Miből már szabad következtetnünk, hogy a Nap tömege 357874-szer nagyobb, mint a Föld tömege, azaz a Nap 357874-szer többet nyom, mint a Föld.

És már most könnyű lesz a Nap sürűségét is meghatározni, ha t. i. a Föld sürüségét egységnek veszszük. Ugyanis ha a Nap sürűsége egyenlő volna a Föld sürűségével, akkor a Nap térfogatának is 357873-szer nagyobbnak kellene lennie a Föld térfogatánál. Ámde az előbbiekből tudjuk, hogy a

Nap térfogata 1405000-szer nagyobb, mint a Földé és igy sürüsége csak

$$\frac{357874}{1405000} = 0{\cdot}254$$

= közel $\frac{1}{4}$ részét teszi a Föld sürüségének.

13) **A Naprendszer keletkezése.** Nagy érdekü lesz itt a naprendszer keletkezésére nézve Laplace, kitünő francia tudós nézetét előadnunk. Egykoron ugyanis e világegyetemben az úgynevezett ősanyag tömege vala egyenletesen elterjedve, mely tömeg roppant kiterjedésü, a Neptun bolygó pályáján túl is elterjedett gömböt képezett, mely gömb tehát több, mint 1200 millió mérföldnyi átmérővel birt. Ezen gömb nyugatról keletre saját tengelye körül is forgott. Az őstömeg saját részeinek vonzereje folytán mindig sürübbé és sürübbé lőn. Folyvásti megsüritésénél fogva benne jelentékeny hő és fény fejlett ki. Világitani és melegiteni kezdett. Az igy folytonosan összehúzódó tömeg részeinek más és más volt a sebességök és pedig úgy,hogy a tengelytől legtávolabb eső részek a legsebesebben, a tengelyhez közelebb fekvők pedig kisebb sebességgel mozogtak. A nagy sebességgel mozgó tömegrészek röpereje annyira nőtt, hogy a főtömegtől elváltak, saját vonzerejöknél fogva gömbbé alakúltak és a főtömeg vonzereje folytán nyugatról kelet felé körülette mozogtak. Az ily elválások egymást követték. Igy jöve létre a naprendszer, melynek főtömege, királya a Nap. Igy keletkezék a Saturnus, Jupiter világa sat. Ugyanezeket kisérletileg Plateau is igazolta.

Az előbb emlitett őstömeg kivilágitási és melegitési tulajdonát annak zöme : a Nap ma is gyakorolja, mert nagyon valószinü, hogy mindazon meleg és fény,mely a Nap felületén dacára a roppant kisugárzásnak, folyvást uralg, csakis ezen hatalmas égi test folytonos összehúzodásának tulajdonitandó, jóllehet a Napot a hőben és fényben a beléeső szamtalan üstökösök is gyámolitják, úgyszólván fütik azt.

Mivel pedig az előbbiekben bebizonyitottuk, hogy a Nap mostani sürüsége csak 4-*ed* része a Föld sürüségének, következik ebből, hogy a Nap még sokáig lesz összehúzódási állapotában, hacsak azt teszszük fel, hogy a Nap összehúzodása

addig fog tartani, míg az a Földdel egyenlő sűrűségűvé lesz. Ha a Nap ezen határon túl nem volna képes többé sűrűbbé lenni, akkor a folytonos hőkisugárzás miatt meg kellene hűlnie és így idővel mind melegítési, mind világítási tehetségét lassankint elvesztené, minek következtében a Földön uralkodó élet is megszünik.

Különben minden tudományosan mivelt ember belátja, hogy az életnek a Földön, valamint minden más égi test felületén is, csak bizonyos korszak van szentelve, melynek leteltével az élet is eltűnik a Föld felületéről. Mert valamint a multban nem tagadható oly időtartam, melyben az élet nem mutatkozott a Föld felületén: úgy a jövőben is be kell állania egy korszaknak, melyben már nem lesz élet a Földön. Ugyanis az első korszak idején a szerves élet fentartásához szükséges levegő és viz gőz alakjában vette körül a Földet, mely még akkoron folyó és izzó vala, és így ezen korszakban a szerves élet jelei még nem mutatkozhatának. Hasonlóképpen a jövőben is be kell állania oly korszaknak, melyben a viz és vele együtt a levegő is el fog tünni, s ennélfogva a szerves élet is megsemmisül, mely szomorú jelenet, mint könnyű belátni, egyrészt a Nap összehúzodásától, másrészt a Föld kihűlésétől függ.

Kétséget nem szenved tehát ezek után, hogy a Nap összehúzodása még folyvást tart, miszerint így bennünket a szükséges fénynyel és meleggel képes legyen ellátni. Ezen összehúzodás következtében a Nap átmérője folytonosan fogy, s itt nyilván kérdezhetjük, hogy mily határig kell fogynia a Nap átmérőjének, hogy a Nap növekedő sürűsége a Föld sürűségével legyen egyenlő?

Már az előbbiekben találtuk, hogy a Nap tömege 357874-szer nagyobb a Föld tömegénél, míg a Nap mostani térfogata 1405000-szer oly nagy, mint a Földé, hogy tehát a Nap sürűsége oly nagy legyen, mint a Földé, térfogatának is csak 357874-szer oly nagynak kell lennie, mint a Föld térfogata. És most már csak azt kell megmutatni, hány földsugárnyi azon gömb sugara, melynek térfogata 357874-szer nagyobb a Föld térfogatánál. Ha a földsugárt egységül veszszük, leend a Föld térfogata $= \frac{4}{3}\pi$, a kérdéses testé pedig $= \frac{4}{3} r^3 \pi$ és

így a kérdéses r sugár meghatározására ezen egyenlet fog szolgálni:

$$\tfrac{4}{3}\,\pi\,357874 = \tfrac{4}{3}\,r^3\,\pi \text{ avagy:}$$

$$r^3 = 357874, \text{ miből}$$

$$r = \sqrt[3]{357874} = 71,$$

azaz a Nap akkori sugara, midőn t. i. a Földdel egyenlő sűrűségűvé lesz, 71 földsugárt fog tenni. Mivel pedig a Nap jelenlegi sugara 112 földsugárnyi, következik ebből, hogy a Napnak még: 112 — 71 = 41 földsugárral kell összehúzodnia, hogy a kérdéses sűrűséget érje el. Hogy pedig ezen összehúzódás még hosszú ideig tarthat, azt már onnan is lehet látni, miszerint a Napra vonatkozó szorgalmas észleletek folytán annak átmérője sok száz év alatt is csak végtelen csekély változást szenvedhetett. A Napnak összehúzodása tehát fölötte lassan történik. A legújabb kutatások szerint mintegy 2290 év kívántatik, hogy a Nap átmérője az összehúzodás folytán 20 mérföldel kisebbedjék, mely összehúzodás oly csekély, hogy azt a Földről észrevenni lehetetlen. Ugyancsak az újabb időben tett kutatások szerint 13 millió év kívántatik ahhoz, hogy a Nap sürüsége a Föld sürűségével legyen egyenlő. Valjon pedig ezen hosszú időn át a Földön még folyton lesznek élő lények, az nyilván a Föld kihülésétől függ. Ha ez hamarább áll be, akkor a szerves élet is hamarább fog eltünni a Földről.

14) **A Nap tömege valamely más bolygóra nézve.** A Nap tömege valamely más bolygó irányában is könnyen meghatározható, ha a kérdéses bolygónak legalább egy holdja van. Már az előbbiekben a Nap vonzerejének mértékeül bármely bolygóra nézve, melynek nagyobbik féltengelye és keringési ideje ismeretes, ezen képletet találtuk:

$$\mu = \frac{4\,\pi^2\,A^3}{T^2}.$$

Mivel továbbá a vonzerő az egymást vonzó testek tömegeivel egyenes viszonyban áll, ha M a Nap, m pedig a kérdéses bolygó tömegét jelenti, lesz

$$M + m = \frac{4\,\pi^2 \,.\, A^3}{T^2}.$$

Ha pedig valamely más bolygót veszünk, melynek keringési ideje t, pályájának nagyobb féltengelye a és tömege m', szintén lesz:

$$M + m' = \frac{4\,\pi^2 a^3}{t^2}$$

És így: $(M + m) : (M + m') = \frac{A^3}{T^2} : \frac{a^3}{t^2}$.

Mivel pedig Kepler 3. szabálya szerint ezen aránylat jobb részének tagjai egyenlők, a bal rész tagjainak is egyenlőknek kell lenniök és igy:

$$M + m = M + m',$$

mely egyenlet csak úgy állhat fel, ha mind m, mind pedig m' elenyészik M irányában, miből már láthatjuk azon nagy fontosságú igazságot, hogy az egyes bolygók tömegei a Nap tömege irányában elenyészők. Hasonlóképpen a holdak tömegei is elenyésznek a főbolygó tömege irányában. Ha tehát mindezek folytán valamely bolygó tömegét m-mel, pályájának nagyobbik féltengelyét A-val, keringési idejét pedig T-vel jelképezzük; továbbá a hozzá tartozó hold tömegét m'-mel, pályájának nagyobbik féltengelyét a'-val, keringési idejét pedig t'-vel jelöljük, lészen:

$$m + m' = \frac{4\pi^2 a'^3}{t'^2}$$

és igy:

$$M + m : m + m' = \frac{A^3}{T^2} : \frac{a'^3}{t'^2},$$

és mivel az előbbiek szerint m elenyészik M irányában, m' pedig m irányában, lészen:

$$\frac{M}{m} = \frac{A^3 \,.\, t'^2}{T^2 \,.\, a'^3},$$

mely képlet által nyilván a Nap tömegének viszonya a kérdéses főbolygó tömege irányában van kifejezve. Hogy pedig e

képletnek alkalmazását láthassuk, legyen m a Föld tömege tehát $A = 24000$ földsugár, $T = 365{\cdot}24$ nap és $a' = 60$ földsugár, $t' = 27{\cdot}25$ nap. Lészen tehát ezek folytán:

$$\frac{A}{a'} = \frac{24000}{60} = 400, \text{ következőleg: } \frac{A^3}{a'^3} = 64000000,$$

továbbá $\frac{t'}{T} = \frac{27{\cdot}25}{365{\cdot}24} = \frac{1}{35{\cdot}5}$, tehát: $\frac{t'^2}{T^2} = \frac{1}{180}$

és igy:

$$\frac{M}{m} = \frac{64000000}{180} = 355555,$$

azaz a Nap tömege 355555-ször nagyobb a Föld tömegénél, mint előbb.

Nagyon érdekes lesz megmutatni, mily nagy a Nap tömege a Jupiter bolygó tömegéhez képest. Ez esetben $A = 107500000$ mf. $= 125000$, földsugár, T pedig $= 4331$ nap, Jupiter IV. holdjára nézve pedig: $a' = 245420$ mf. $= 285$ földsugár és $t' = 16$ nap, lészen tehát:

$$\frac{A^3}{a'^3} = 85184000 \text{ és: } \frac{t'^2}{T^2} = \frac{1}{73441}, \text{ tehát igy:}$$

$$\frac{M}{m} = \frac{85184000}{73441} = 1159$$

azaz a Jupiter tömegénél 1159-szer nagyobb a Nap tömege. És igy Jupiter tömege nyilván: $\frac{355555}{1159} = 307$-szer nagyobb a Föld tömegénél. Ezt tudván, már most könnyű lesz Jupiter sürűségét is meghatározni a Föld sürűségéhez képest. Mindenek előtt megemlitjük, hogy Jupiter térfogata $(11)^3 = 1331$-szer nagyobb a Föld térfogatánál és igy sürűsége nyilván: $\frac{307}{1331} = 0{\cdot}24 =$ közel $\frac{1}{4}$ részét teszi a Föld sürűségének. Ezen bolygó tehát a Nappal csaknem egyenlő sürűséggel bir.

Hasonló módon lehet meghatározni a Nap tömegét Saturnus tömegéhez viszonyitva. Ugyanis ez esetben $A = 195500000$ mf $= 227325$ földsugár, T pedig $= 10764$ nap;

mig Saturnus Titán nevű holdjára nézve: $a = 168800$ mf $=$ 196 földsugár és $t' = 16$ nap. Mindezekből:

$$\frac{A^3}{a'^3} = 1560896000 \text{ és: } \frac{t'^2}{T^2} = \frac{1}{452929}$$

$$\text{Igy tehát: } \frac{M}{m} = \frac{1560896000}{452928} = 3424$$

azaz a Nap tömege 3424-szer nagyobb, mint Saturnusé. És e szerint Saturnus tömege: $\frac{355555}{3424} = 104$-szer nagyobb, mint a Földé. Mivel továbbá Saturnus térfogata: $(10)^3 = 1000$-szer nagyobb a Föld térfogatánál látni való, hogy Saturnus sürűsége a Föld sürüségének: $\frac{104}{1000}$ = közel $\frac{1}{9}$ részét teszi.

15) **A Föld közép-sürüségének meghatározása.** Eddig megmutattuk, miként lehet a Napnak, valamint néhány bolygónak is sürűségét meghatározni, ha a Föld sürűségét egységnek veszszük. Most tehát nyilván azon következetes kérdést tehetjük, hogy mily szám által fejeztetik ki a Föld valódi közép sürűsége, mert csak igy nyerhetünk majd tiszta fogalmat a Nap és a bolygók sürűségéről.

Ezen kérdés megfejtése bizonyos kisérleten alapszik mely mérón (piom) segitségével történik. E készülék, t. i. a piom, egyik vége meg van erősitve, másik végén pedig egy nehéz test van alkalmazva. Ha ezen készülék szabadon lelóg és nyugvásba jő, függőleges irányú lesz. Ha azonban ezen készülék közelébe nagy vas- vagy ólomgömböt hozunk, akkor az ezen gömb vonzerejénél fogva a függőleges iránytól többé — kevésbbé el fog térni, mely eltérés nyilván a kérdéses gömb vonzerejének mértékéül tekintendő. És ha igy ezen eltérést megmérhetnők, akkor az emlitett gömb vonzerejét a Föld ismert vonzerejével lehetne viszonyba hozni és ebből következtetések által a Föld közép sürűségét határozhatnók meg.

Ilynemű kisérletek azonban sok nehézséggel járnak, mivel: 1-ször) okvetetlenül kivántatik, hogy a kérdéses gömb tömege a Föld tömege irányában el ne enyészszék; 2.) mivel az inga emlitett eltérése oly csekély, hogy azt megmérni alig lehetséges. Ezen a bajon azonban könnyen segithetünk az

által, ha a piommal például róna vidékeken magánosan álló nagy tömegű hegyek mellett teszszük meg a kisérletet. Igy a hires Maskelyne a Skótiában lévő Shehallien nevű, magánosan álló hegyre nézve tőn kisérletet 1772-ben. Ingáját (piom) legelőször is az emlitett hegy déli oldalán állította fel és egyszersmid a szükséges műszereknek is kellő állást adott. Könnyű belátni, hogy a hegy vonzereje folytán az inga nehéz pontja éjszak felé, tehát a hely tetőpontja dél felé esett. Ez állásban pedig megmérte valamely álló csillagnak tetőponti távolát, melynek nyilván az inga eltérésének mértékével kell kisebbnek lennie a kérdéses csillag valódi tetőponti távolánál. Ennek megtörténte után a hegy éjszaki oldalán eszközlé a kisérletet, a hol az inga nehéz pontja a hegy vonzásánál fogva dél felé, tehát a hely tetőpontja éjszak felé tolatott. Itt is megmérte az emlitett álló csillag tetőponti távolát, melynek ez esetben bizonyára az inga eltérésének mértékével kell nagyobbnak lennie a kérdéses csillag valódi tetőponti távolánál.

Tegyük fel, hogy az emlitett álló clillag valódi tetőponti távola $= z$, a hegy déli oldalán megmért tetőponti távola $= z'$, a hegy éjszaki oldalán talált tetőponti távola pedig $= z''$, s végre nevezzük az inga kérdéses eltérését a-nak. Lészen tehát:

$$z' = z - a \quad \text{és} \quad z'' = z + a$$

$$\text{tehát: } z'' - z' = 2a \text{ miből } a = \frac{z'' - z'}{2}$$

azaz, a keresett eltérés egyenlő a megmért tetőponti távolok külömbségével. Ily módon Maskelyne az emlitett eltérés mértékeül 6 ivmásodpercet talált. Ha már most a hegy vonzó erejét k-val, a Föld vonzó erejét pedig K-val jelöljük, az inga hosszát pedig l-lel lészen:

$$k : K = \text{sin. ver. } a : a.\ l,$$

$$\text{mivel pedig sin. ver. } a = 1 - \cos. a = 1 - \left(1 - \frac{a^2}{2}\right) = \frac{a^2}{2}$$

minthogy a szög csak csekély lehet, tehát a cos. a sorban annak magasabb hatványait el lehet hanyagolni, ennélfogva a fentebbi arányzat még így is irható:

$$1)\ k : K = \frac{a}{2} : l$$

Ha továbbá a hegy tömege m-mel, az inga távola a hegytől s illetőleg annak súlypontjától r-el, a Föld tömege M-mel, a földsugár pedig R-el jelöltetik, lészen az általános nehézkedési törvény szerint:

$$2)\ k : K = \frac{m}{r^2} : \frac{M}{R^2}$$

Az 1) és 2) alatti arányzatokból következik:

$$3)\ \frac{a}{2} : l = \frac{m}{r^2} : \frac{M}{R^2}$$

Mivel pedig R sugarú gömb térfogata $= \frac{4}{3}\ \pi\ R^3$, ha tehát a Föld sürűségét x-el jelöljük, lészen:

$$M = \frac{4}{3}\ \pi\ R^3.\ x, \text{ és igy:}$$

$$\frac{a}{2} : l = \frac{m}{r^2} : \frac{4}{3}\ \pi\ R.\ x, \text{ miből:}$$

$$x = \frac{3ml}{2R\ r^2.\ a.\pi},$$

mely képlet szerint a Föld sürűsége azon pontossággal határozható meg, mely pontossággal a mennyiség volt megmérve. Oly módon Maskelyne azt találta, hogy a Föld középsürűsége a kérdéses hegy anyagának kettős sürűségével egyenlő, mivel pedig ezen anyag gránitkő, melynek sürűsége $= 2{\cdot}5$ ha t. i. a viz sürűsége $= 1$, lészen tehát a Föld sürűsége $= 2{\cdot}5.\ 2 = 5$, azaz a Föld középsürűsége 5-ször nagyobb a viz sürűségénél. Mindezekből továbbá következik, hogy a Föld térfogata azon esetre, ha egészen az emlitett gránitkőből állana, 2-szer oly nagy lenne, mint jelenleg.

Ismervén igy a Föld közép sürűségét, a többi ismert tömegű égi testek sürűségeit is könnyen meghatározhatjuk. Igy már az előbbiekben találtuk, hogy a Nap sürüsége csak 4-ed részét teszi a Föld sürűségének, miből következik, hogy a Nap sürűsége $= 1{\cdot}25$ azaz a Nap $1{\cdot}25$-szer sürűbb, mint a

viz. Jupiter sürűsége szintén ily nagy. Saturnus sürűsége 10-ed részét teszi a Föld sürűségének, tehát Saturnus sürűsége = $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$, azaz Saturnus sürűsége kétszer kisebb mint a vizé.

A mi a Hold sürűségét illeti, erre nézve tudnunk kell, hogy a Hold tömege a Föld tömegének $\frac{1}{80}$ részét, a Hold térfogata a Föld térfogatának pedig $\frac{1}{50}$ részét teszi s így a Hold sürűsége a Föld sürűségének nyilván $\frac{1}{80} : \frac{1}{50} = \frac{5}{8}$ részét teszi és így a Hold sürűsége = $5. \frac{5}{8} = 3{\cdot}1$, azaz aHold sürűsége 3·1-szer nagyobb a viz sürűségénél.

16) **A testek szabadesése némely égi testeken.** Miután az eddig előadottak segitségével megmutattuk, hogyan kell az égi testek sürűségét és tömegét meghatározni, könnyű lesz már most az ezen égi testeknek megfelelő szabad-esési törvényeket is lehozni.

Tudjuk, hogy azon út, melyet valamely szabadon eső test bármely égi test felületén az első másodperc alatt fut meg, azon nehézkedési, vagy ha így tetszik, nehézségi erő mértéke, melyet a kérdéses égi test saját felületére gyakorol. Ezen nehézségi erő pedig a test sugarának négyzetével fordított viszonyban van, a mint azt az előbbiekben be is bizonyítottuk. Ha tehát valamely tetszésszerinti égi test tömegét M-el, sugarát R-el és a szabadesési, első másodperc alatti utat G-el, s ugyanazon mennyiségeket valamely más égi testre m-el, r-el, g-el jelöljük, lészen:

$$G : g = \frac{M}{R^2} : \frac{m}{r^2}, \text{ avagy:}$$

$$\frac{G}{g} = \frac{M.\ r^2}{R^2.\ m}$$

Ez azon általános kifejezés, melynek segitségével a szabadesési G mennyiség mindig meghatározható, ha M, R, továbbá g, m és r mennyiségek ismeretesek. Ha ezen utóbbi mennyiségeket a Földre vonatkoztatjuk s r-t valamint m-t is 1-nek veszszük, leend:

$$\frac{G}{g} = \frac{M}{R^2}$$

Igy pl. M a Napra nézve = 360000 és R = 112 lesz

tehát $\frac{G}{g} = \frac{360000}{(112)^2} = \frac{360000}{12544} = 28{\cdot}6$

azaz a szabadesési, első másodperc alatti út 28·6-szor nagyobb a Napon, mint a Földön és mivel g = 15 párisi láb, lészen G = 28·6. 15 = 431·86, azaz a Napon szabadon eső testek 431·86 párisi lábnyi utat hagynak hátra az első másodperc alatt.

Jupiterre nézve M = 307, R = 11 és igy:

$$\frac{G}{g} = \frac{307}{(11)^2} = \frac{307}{121} = 2{\cdot}53,$$

azaz Jupiteren a szabadesési, első másodperc alatti út 2·53-szor oly nagy mint a Földön.

$$G = 2{\cdot}53.\ 15 = 38{\cdot}2 \text{ p. l.},$$

azaz Jupiteren a szabadon eső testek 38·2 párisi lábnyi útat irnak le az első másodperc alatt.

Marsra nézve M = 0·14, R = 0·5 és igy:

$$\frac{G}{g} = \frac{0{\cdot}14}{(0{\cdot}5)^2} = 0{\cdot}48 \text{ következőleg:}$$

$$G = 0{\cdot}48.\ 15 = 7{\cdot}2$$

Saturnusra nézve M = 104, R = 10 és igy:

$$\frac{G}{g} = \frac{104}{100} = \text{közel 1.}$$

Tehát G = 15, éppen annyi tehát, mint a Földön.

Végre a Holdra nézve $M = \frac{1}{80} R$ = 0·27 és igy:

$$\frac{G}{g} = \frac{1}{80.\ (0{\cdot}27)} = \frac{1}{5{\cdot}84} \text{ következőleg:}$$

$$G = \frac{15}{5{\cdot}84} = 2{\cdot}5$$

Minthogy elvégre a szabadon eső test súlya csakis azon test vonzerejének következménye, melyen az szabadon esik, következtetnünk kell ebből, hogy azon test, mely a Földön 1 ℔-ot nyom, a Nap felületén már 28 ℔-ot fog nyomni, Jupiter

felületén 2·6 ♂-ot, Saturnus felületén 1 ♄-ot, a Hold felületén pedig csak 0·2 fontot, vagyis 6 latot.

17). **A bolygók hajított testeknek tekintendők.** Hogy a Nap körül mozgó bolygók, valamint az egyes bolygók körül mozgó holdak is a térben hajított testeknek tekintendők, az már az eddigi értekezésekből is belátható. A hajítási erő által t. i. a bolygóval ama sebesség közöltetett, melylyel az pályájában bir.

A mechanikából ismeretes előttünk, hogy a testek azon esetre, ha azokat ferde szög alatt hajítjuk felfelé, az úgynevezett hajítási görbét (trajectorie) irják le s bizonyos magasságot elérve, ismét visszaesnek a Földre. Ezen visszaesésnek okát csak abban kell keresnünk, hogy a hajított test középpontfutó ereje nincsen egyensúlyban a Föld vonzó erejével. Az utóbbi erő ugyanis nagyobb és így a hajitott testnek ismét vissza kell esnie a Földre. Mivel azonban a Föld vonzó ereje annál kisebbé válik, minél nagyobb magasságra halad a hajított test: itt nyilván kérdezhetjük, hogy mily nagy kezdő sebességgel hajitandó valamely test, hogy az oly magasságra haladjon, melyben a középpontfutó erő a középretartó erővel egyensúlyban van? Ezen kérdés megoldására az előbbiekben lehozott e következő képletet használhatjuk:

$$Aq = \frac{(An)^2}{AB} \text{ , miből:}$$

$$An = \sqrt{Aq \,.\, AB},$$

melynek segítségével a hajítandó test kezdő sebessége könnyen meghatározható. Ezen esetre ugyanis $AB = 1720$ mf., mint a Föld átmérője, Aq pedig nyilván $= 15$ párisi láb. És így e képletbe behelyettesítvén Aq-nak és AB-nek egynemű értékeit, lészen a keresett kezdő sebesség:

$$An = \sqrt{\frac{1}{1700} \,.\, 1720} = \text{közel 1 mf.}$$

Azaz: a testet 1 mf.-nyi kezdő sebességgel kellene a Földről elhajítani, hogy az a Földre többé ne essék vissza, hanem körülötte egy görbe vonalban mozogjon. És így számtalan hol-

dat teremthetnénk a Föld körül, hacsak lehetséges volna a hajtandó testtel 1 mérföldnyi sebességet közölni. Ez azonban nem könnyen lehetséges: ugyanis a leghatalmasabb ágyúink által is csak 1000 lábnyi sebességet vagyunk képesek producálni.

Éppen így folytathatjuk tovább az okoskodást a többi bolygók világára, valamint magának a Napnak egész egyetemére nézve is.

18) **A Föld és a Hold közötti vonzás határa.** Nem régen még azt hivék a természettudósok, miszerint az úgynevezett lebkövek a Holdon működő vulkánok ereje által hajíttatnak a Föld felé és így a Földre esnek. De ezen vélemény hibás, mit igen könnyen kimutathatunk az által, ha meghatározzuk ama távolt, melyre ezen testeknek a Holdról hajíttatniok kell, hogy a Hold vonzási határát átlépvén, a Föld ama vonzási határába érkezzenek, a honnan a Földre kell esniök. A Hold vonzereje a Föld felé, a Föld vonzereje pedig a Hold felé fogy és pedig ezen ismert törvény szerint:

$$K : k = \frac{M}{R^2} : \frac{m}{r^2},$$

hol M a Föld tömege, m pedig a holdé, r egy bizonyos pontnak a Holdtól, R pedig ugyanazon pontnak a Földtől való távola, végre K a Föld, k pedig a Hold vonzereje. A Föld és Hold között okvetlenül kell egy oly pontnak lennie, melyre nézve $K = k$. Azon határ, melyben e pont fekszik: a Föld és Hold közötti vonzás határa. E pont fekvésének meghatározására, legyen R annak távola a Földtől, r pedig a Holdtól és így a feltétel szerint:

$$\frac{M}{R^2} = \frac{m}{r^2},$$

mivel pedig: $R = 60 - r$ és $\frac{m}{M} = \mu$, lészen:

$$\mu\,(60 - r)^2 = r^2, \text{ miből:}$$

$$\mu \,.\, 3600 - \mu \,.\, 120\, r + \mu r^2 = r^2 \text{ avagy:}$$

$$r^2 + \frac{120\,\mu r}{1-\mu} = \frac{3600\,\mu}{1-\mu} \text{ miből:}$$

$$r = -\frac{60\,\mu}{1-\mu} \pm \sqrt{\frac{3600\,\mu^2}{(1-\mu)^2} + \frac{3600\,.\,\mu}{1-\mu}}.$$

A négyzetgyök előtti nemleges jelt elhagyván, lesz:

$$r = -\frac{60\,\mu}{1-\mu} + \frac{60}{1-\mu}\sqrt{\mu^2 + \mu\,(1-\mu)}, \text{ avagy:}$$

$$r = -\frac{60\,\mu}{1-\mu} + \frac{60\sqrt{\mu}}{1-\mu}.$$

Mivel pedig $\mu = \frac{m}{M} = \frac{1}{80}$, lészen végre:

$$r = -\frac{240}{316} + \frac{4800}{711} = 7.$$

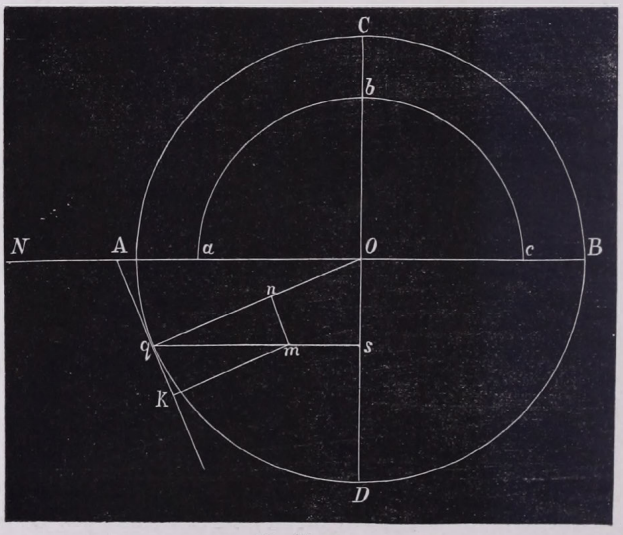
Azaz a Hold és Föld közötti vonzási határ a Holdtól 7, a Földtől tehát 60 — 7 = 53 földsugárnyi távolban van.

És így az említett lebkőnek a Holdon működő vulkánok ereje által 7 földsugárnyi távolra kellene hajíttatnia, mert csakis így eshetnék a Földre. Ez azonban már csak azért sem lehet valószinű, minthogy a Földön működő vulkánok is, melyek pedig mindenesetre nagyobb hajitási erővel birnak, alig képesek valamely testet 1 mérföldnyi magasságra emelni. S ennélfogva biztosan állíthatjuk, hogy a Holdról a Földre semmiféle test sem eshetik.

19) **A bolygók haladó és forgó mozgása.** Miután csalhatatlan észleletek által be van bizonyítva, hogy a bolygók nemcsak haladó mozgással birnak, azaz nemcsak a Nap körül keringenek, hanem bizonyos meghatározott tengelyeik körül is forognak: nem lesz érdektelen ezen mozgások keletkezésére nézve a legvalószinűbb nézetet előterjeszteni. Minthogy pedig a bolygók mind gömbalakú testek, melyek egyik átmérőjük körül forognak, a jelen értekezésben csakis a gömböt veszszük figyelembe.

Mindenekelőtt kétséget nem szenved, hogy minden mozgás, tehát a bolygók említett mozgása is, csak valamely működő erő következménye lehet. Hogy pedig ezen erő hatásait megitélhessük, ennek felvilágositására szolgál a (83-ik idom). Az itt előállított kör valamely gömb központi keresztszelvényét

tehát legnagyobb körét képviseli, melynek középpontja O-ban van. Ha most valamely erőt képzelünk, mely a középponton: O-n, keresztül menő NA irányban hat a gömbre, akkor ezen erő által, ha semmiféle akadály sem fordúl elő, a gömb bizonyosan mozgásba hozatik. De ezen mozgás, mint könnyű belátni, csak haladó lesz és NA irányban fog történni. Mert ha az emlitett erőt a gömb elemei között egyenletesen felosztva képzeljük, és az igy eredő erők mindegyike NA-hoz párhuzamos irányban hat az illető elemre: akkor a párhuzamos erők



83. idom.

egy bizonyos rendszere támad, melynek eredője a ható erők összegével egyenlő; ezen eredőnek támadási pontja pedig nyilván a gömb középpontja, vagyis sulypontja. Valamint pedig a párhuzamos s ugyanazon irányban ható erők rendszere csakis haladó mozgást képes létrehozni: éppen úgy az NA irányban ható eredőjük is szintén csak haladó mozgást fog létrehozni. Hogy valamely erő a gőmbnek forgó mozgását hozza létre, kell, hogy ezen erő a gömb érintőjének irányában hasson.

Tehát hogy valamely gömbnek forgó mozgását is létrehozzuk, s egyuttal láthassuk, mily körülmények között hozatik

létre mind a haladó, mind a forgó mozgás egy és ugyanazon erő által: vegyük fel, hogy bizonyos meghatározott erő a gömbnek q pontjára qm irányban hat, melynek meghosszabbitása a gömb OD sugarát épszög alatt metszi és a gömb középpontján, O-n nem megyen keresztül. Ilyetén erő által a gömbnek nemcsak haladó, de forgó mozgása is létrehozatik. Ugyanis képviselje qm vonal a kérdéses erő irányát s egyuttal nagyságát, s bontsuk fel azt $kqnm$ egyenközény szerkesztése által két mellékerőre, melyek egyike: qn a gömb középpontján megy keresztül s igy a gömb haladó; másika pedig: qk a gömb érintőjének irányában hat s igy annak forgó mozgását hozza létre.

És igy ezekből már láthatjuk, hogy egy és ugyanazon erő által hozható létre a gömbnek mind forgó, mind pedig haladó mozgása is azon esetre, ha ezen erő iránya nem megy a gömb középpontján körösztül. Hogy pedig ilyetén erőnek hatását közelebbről megitélhessük, legyen az Aq iv, mint az AOq ∢ mértéke $= v$, és igy nqm ∢ is $= v$, lesz tehát az nqm háromszögből:

$$qn = qm \cos v, \text{ és: } nm = qm \sin v,$$

hol v iv nyilván a támadási q pontnak A-tól való távolát állitja elő. Ezen egyenletekből világosan láthatjuk, hogy azon esetre, ha $v=o$, vagyis ha a támadási pont A-val összesik, $qn=qm$, és $qk=o$ lesz, azaz az egész ható erő haladó mozgásra fordittatik és forgó mozgás nem jő létre. Ha azonban $v=90^o$, mely esetben az egész erő a gömbnek D pontjára fog hatni, még pedig a gömb érintőjének irányában, akkor $qn=o$ és $qk=qm$ azaz az egész erő csakis forgó mozgásra fordittatik és haladó mozgás nem jő létre. Mindezek után könnyű felfogni azt is, hogy a forgási tengely O ponton megy keresztül és az $ABCD$ kör síkjára függélyesen áll, mely kör tehát a gömb egyenlitőjét képviseli.

Látjuk továbbá, hogy azon esetre, ha az A és D között fekvő pontok vétetnek támadási pontoknak, mind a forgó, mind pedig a haladó mozgás is létre jő, még pedig a forgó mozgás annál gyorsabb lesz, minél közelebb fekszik a támadási pont D-hez. Végre még azt észrevehetjük, hogy a kérdéses gömb

egyenlitöjének fekvése és igy a forgási tengely helyzete is egyedül csak a működő erő irányától függ.

Midőn tehát igy valamely gömbnek minden elemei egy *O* ponton keresztülmenő és az *ABCD* kör síkjára függélyesen álló tengely körül forognak, könnyü belátni,hogy középpontfutó erőt nyernek, mely erő annál nagyobb, minél nagyobb a kérdéses elemnek a forgási tengelytől való távola. És miután ezen középpontfutó erő a forgási tengelyre függélyesen hat, müködése nyilván oda irányúl, hogy az emlitett tengelyt helyéből elmozditsa, még pedig úgy, hogy például *c* elem (83-ik idom) központfutó ereje a tengelyt *Oc* irányban húzza; mivel azonban *c* elemnek átellenes oldalán fekvő *a* elem középpontfutó ereje által a tengely *Oa* irányban húzatik, e két egyenlő erő egymást megsemmisiti s igy a tengelyre semmiféle hatást sem fog gyakorolni. És minthogy ugyanez áll a gömbnek minden más elemére nézve is, következik, hogy a forgási tengely a gömb elemeinek középpontfutó ereje által nem háborgattatik, s igy helyzetét változatlanul megtartja, miért is *szabad tengelynek* szokott neveztetni. Ilyen szabad tengely körül Földünk is forog, valamint minden más bolygó is.

Az erők ily módon történö hatása által azon nevezetes tulajdonság van bebizonyitva, hogy a Föld, valamint minden más bolygó is teljes és tökéletes egyenletességgel forog tengelye körül, mely jelenet fölötte nagy fontosságú. minthogy csak ez által lehetséges az idő pontos mérése.

20) **A működő erőnek megfelelő emeltyűkar meghatározása.** Miután az előrebocsátottakból világosan lehet látni, hogy valamely gömb annál gyorsabban forog tengelye körül, minél nagyobb a támadási *q* pontnak *A* ponttól való távola (83-ik idom), vagyis minél nagyobb *qm* erőnek *Os* emeltyűkarja: nagy érdekü lesz tehát a bolygók különböző forgásaira nézve ezen emeltyűkar meghatározása. Ennek kellő megitélésére mindenekelőtt szabad felvennünk, hogy a bolygók haladó és forgó mozgása csak egy és ugyanazon erő által hozatott létre. S ezt felvéve e következő analytikai kifejezésre jutunk ezen nevezetes emeltyűkarokra nézve:

$$\frac{x}{r} = \frac{2}{5} \cdot \frac{r.T}{R.t.},$$

hol T a kérdéses bolygó keringési, t pedig ugyanannak forgási ideje, továbbá R a bolygó pályájának, r pedig magának a bolygónak sugara, végre $\frac{x}{r}$ a kérdéses Os emeltyűkarnak a bolygó sugarához való viszonyát jelenti.

Lássuk most ezen képlet alkalmazását különféle bolygókra nézve.

1-ső eset.) A Földre nézve $r = 1$, $R = 24000$, tehát $\frac{r}{R} = 0{\cdot}000043$, továbbá $T = 365{\cdot}24$ nap, $t = 1$ és így: $\frac{T}{t}$ $365{\cdot}24$; mindezeknek helyettesítése által lesz:

$$\frac{x}{r} = \frac{2}{5} \cdot 0{\cdot}000043 \cdot 365{\cdot}24 = 0{\cdot}006,$$

azaz a kérdéses emeltyűkar a Földre nézve, ezen égi test sugarának 0·006 részét teszi. És ha r sugár 860 mérföldnek vétetik, leend a kérdéses emeltyűkar 5·16 mérföldnyi; azon erő tehát, mely által a Földnek mind haladó, mind forgó mozgása hozatott létre, a Föld középpontjától számítva 5·16 mérföldnyi távolban hatott.

2-ik eset.) Jupiterre nézve:

$$r = 10000 \text{ és } R = 107000000 \text{ mf.}$$

következőleg: $\frac{r}{R} = 0{\cdot}00009.$

Továbbá $t = 9{\cdot}8$ óra $= 0.4$ nap, T pedig $= 4331$ nap, következőleg: $\frac{T}{t} = 10468$ és így:

$$\frac{x}{r} = \frac{2}{5} \cdot 0{\cdot}00009 \cdot 10468 = 0{\cdot}378,$$

azaz a kérdéses emeltyűkar Jupiter sugarának 0·378 részét teszi és így nyilván $= 3780$ mérfölddel. Tehát azon erő, mely által Jupiter haladó és forgó mozgása hozatott létre, annak középpontjától számított 3780 mf.-nyi távolban hatott. Ezen nagy emeltyűkar oka annak, hogy gyors tengelye körüli forgása van, mely csak 9 óráig és 56 percig tart.

3-ik eset.) A Holdra nézve $r = 235$, $R = 51800$ mf. következőleg: $\frac{r}{R} = 0{\cdot}0046$. Mivel továbbá a Holdra nézve $T = t$, lészen tehát: $\frac{T}{t} = 1$, és így:

$$\frac{x}{r} = \frac{2}{5} \cdot 0{\cdot}0046 = 0{\cdot}0019,$$

azaz a kérdéses emeltyűkar a Hold sugarának: 0·0019 részét teszi, tehát nyilván 0·47 mérfölddel egyenlő. És így azon erő, mely által a Holdnak mind haladó, mind pedig forgó mozgása hozatott létre, annak középpontjától számítva alig $\frac{1}{2}$ mérföldnyi távolban hatott, s ez az oka annak, hogy a Hold oly lassan forog tengelye körül, miszerint minden keringése alatt csak egy forgást tesz.

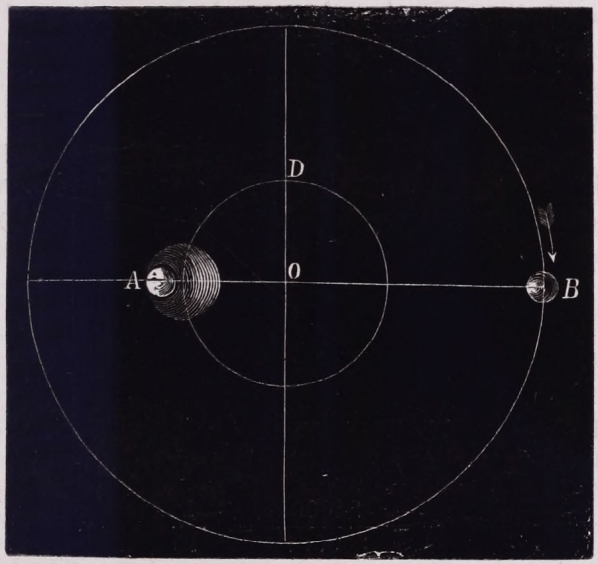
21) **Két összekötött test egymáskörüli forgása.** Ez alkalommal még azt is megakarjuk mutatni, hogy nemcsak egyes testnek, hanem két, egymással valami módon összekötött test rendszerének is, ha azt forgó mozgásba hozzuk, szabad tengely felel meg.

Ennek bebizonyitására vegyünk figyelembe valamely kétkarú: AB emeltyűt, (84-ik idom), melynek A végpontján gömbalakú M tömeg, B végpontján egy más szintén gömbalakú m tömeg van alkalmazva. Az emeltyű elméletéből tudjuk, hogy egyensúly alkalmával a forgási O pontra nézve:

$$M : m = BO : AO,$$

azaz, a kérdéses tömegek az emeltyűkarokkal fordított viszonyban állanak. Ha most még azt is képzeljük, hogy B gömbbel bizonyos, OB-re függőlegesen ható erő által mozgás közöltetik, melynél fogva az O pont körül forogni és OB sugarú kört lesz kénytelen leirni: akkor könnyű belátni, hogy az A-ban lévő gömb is, minthogy B gömbbel változatlanúl össze van kötve, O pont körül AO sugarú kört fog leirni, mindkét gömb tehát egy és ugyanazon, O ponton keresztülmenő tengely körül fog forogni. És ezen tengely szintén szabad tengely, mivel helyzetét a két mozgó gömb nem háborítja.

Ugyanis tudjuk, hogy A gömb súlypontjának sebessége okvetetlenül kisebb, mint B gömb súlypontjáé, mivel az A gömb súlypontjának távola 0 ponttól kisebb, mint B gömb súlypontjáé. Tudjuk továbbá azt is, hogy ezen két gömb sebességei egyenes viszonyban vannak az emelty\u0171karokkal, ha tehát B gömb súlypontjának sebességét $\mathfrak{V}$-vel, A gömb súlypontjának sebességét pedig $\mathfrak{v}$-vel jelöljük, lészen:



84. idom.

$$\mathfrak{V} : \mathfrak{v} = B0 : A0,$$

mely aránylatot az előbbivel összehasonlítván, lesz:

$$M : m = \mathfrak{V} : \mathfrak{v}$$

és így: $M\mathfrak{v} = m\mathfrak{V}$; azaz a kérdéses gömbök moztani hatásai egyenlők. Ámde egyenlő hatások által egyenlő középpontfutó erők is hozatnak létre, és így a két gömb középpontfutó ereje egyenlő lévén, azok a forgási tengelyre gyakorlott húzá-

saikat kölcsönösen megsemmisítik, tehát a tengely ez esetben is szabad tengely.

22) **Az eddig mondottak alkalmazása.** Az eddig mondottakat a Föld mozgására a Nap körül, nemkülönben a Holnak a Föld körüli mozgására is lehet alkalmazni. A Föld és a Nap ugyanis két oly térbeli testnek tekinthető, melyek kölcsönös vonzerő által szoros összekötetésben vannak. Ugyanigy a Hold és a Föld. Ennek következtében azonnal látjuk, hogy nem csupán a Földnek kell mozognia a Nap körül, hanem mindkét testnek is bizonyos közös pont körül, éppen úgy mint annak a Föld- és Holdnál van helye. S itt nyilván azon kérdést intézhetjük, hol fekszik ezen pont, hogy találjuk azt meg?

Legyen e végre M a Nap tömege, m a Földé, D pedig ezen két test súlypontjainak egymástól való távola, végre legyen x a kérdéses forgási középpontnak a Nap súlypontjától való távola és igy az előbbiek szerint:

$$M : m = D - x : x \text{ avagy:}$$

$$M + m : m = D : x, \text{ miből: } x = \frac{Dm}{M+m}.$$

A Nap és a Földre nézve: $m = 1$, $M = 360000$, D pedig $=$ 24000 földsugárral és igy

$$x = \frac{24000}{360001} = \frac{1}{15}$$

azaz a kérdéses forgási pont a Nap súlypontjától $\frac{1}{15}$ földsugárral, azaz 57 mérfölddel áll el. Ezen nevezetes pont tehát a Nap testében fordul elő és pedig igen közel áll annak súlypontjához. Ezen pont körül nemcsak a Föld, de a Nap súlypontja is mozog, csakhogy a Föld mozgása világosan észrevehető, mi nem mondható a Napra nézve.

Ha pedig a fentebbi képletet a Holdnak a Föld körüli mozgására nézve akarnók alkalmazni, akkor $m = 1$, $M = 80$ és $D = 60{\cdot}26$ fölgsugár és igy:

$$x = \frac{60{\cdot}26}{81} = 0{\cdot}75$$

azaz a kérdéses forgási középpont a Föld középpontjától $\frac{3}{4}$ földsugárral vagyis 645 mérfölddel áll el. E pont tehát a Föld testében fekszik, s e körül forog mindkét test.

Ha végre képletünket még Jupiterre és a Napra nézve akarjuk alkalmazni, akkor $m = 1$, $M = 1159$ és $D = 125000$ földsugár és igy:

$$x = \frac{125000}{1160} = 107$$

azaz a kérdéses forgási pont a Nap súlypontjától 107 földsugárnyi távolban, tehát még mindig a Nap testében fekszik. Hogy pedig ezen közös forgási pont egyszersmind a kérdéses két test rendszerének közös súlypontját képezi, az az emeltyű elméletéből világosan következik. Ugyanis ha valamely emeltyűnek mindkét karjára több, egymással egyensúlyt tartó erő hat, akkor az emeltyűnek úgynevezett forgási vagyis támasz-pontja mindig a reá ható erők súlypontja, mivel a ható erők eredőjének e ponton kell keresztülmennie, és igy ha ezen emeltyűt forgó mozgásba hozzuk, az emlitett támpont egyszersmind a közös forgási pont is lesz.

Az előterjesztett okoknál fogva már könnyű felfogni, hogy naprendszerünk összes bolygói magával a Nappal együtt egy közös súlypont körül forognak, mely súlypont még mindig a Nap testében van, minthogy a Nap tömege 800-szor nagyobb az összes bolygók tömegénél. A Nap sulypontja is e közös súlypont körül kénytelen forogni.

23) **A bolygók háborgatásai.** A bolygók háborgatásainak meghatározása a legnehezebb csillagászati feladványok közé tartozik. Háborgatások alatt ama változásokat értjük, melyeket valamely bolygó pályája elemeiben a többi bolygók vonzása folytán szenved. Ha pl. föltennők, hogy egyedül csak a Föld mozog a Nap körül, akkor az tökéletes kerületet irna le a Nap körül, melynek egyik gyúpontjában a Nap áll s egyszersmind könnyű lenne minden időre nézve a Földnek a Naptól való távolát, továbbá hosszúságát és sebességét is meghatározni.

Ámde a Földön kivül még a többi bolygók is mozognak a Nap körül, melyek mindegyike vonzólag hat nehézke-

dési erejénél fogva, mi által a Föld pályájának alakja, továbbá a Föld hosszúsága, sebessége is bizonyos, habár kicsiny változásokat fog szenvedni, és ezen változások a Föld mozgásában és pályájában való sebességében: háborgatásoknak neveztetnek. Hacsak három test vétetik tekintetbe, akkor ezek valamelyikét illető háborgatások meghatározása nem éppen győzhetetlen akadályokkal jár, azért is az úgynevezett három test feladványa (Problem der drei Körper) elégséges pontossággal fejtetett meg.

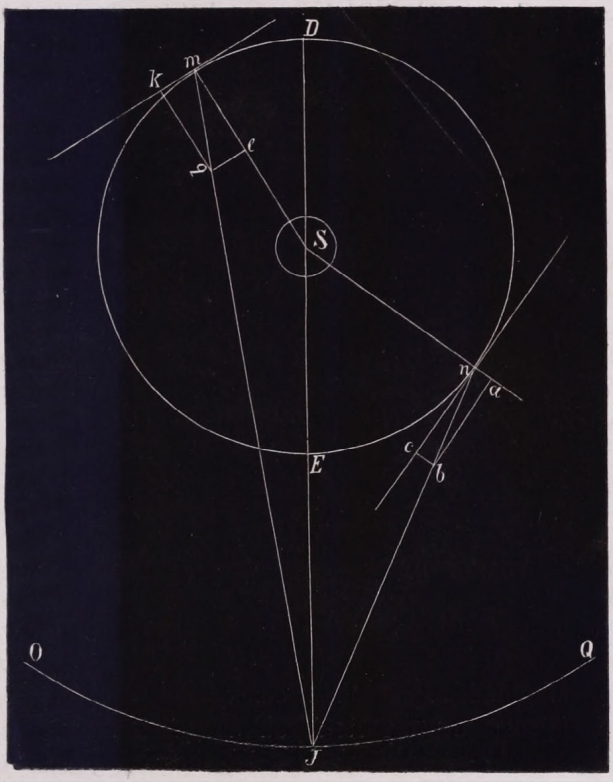
Az első ki e munkához fogott, Clerout, francia tudós volt. De fölötte bonyolodottakká, majdnem keresztülvihetetlenekké lesznek a számitások, ha azon háborgatásokat mind meg akarjuk határozni, melyeket valamely bolygóra a többi összes bolygók gyakorolnak. Szerencsénkre maga a természet gondoskodott arról, hogy e bajon a naprendszernek célszerü berendezése által segitsen.

Ismeretes ugyanis előttünk, hogy a világegyetemben előforduló testek nehézkedése tömegeikkel egyenesen, a távolság négyzetével pedig visszásan aránylik. Minthogy továbbá az emlitett »három test« közöl az egyik okvetlenül a Nap, mely itt is a főszerepet játsza, még pedig azon oknál fogva, mivel a Nap tömege a bolygók összes tömegét jelentékenyen felülmulja: tetemes számitási előnyt kell tehát keresnünk: 1-ször) abban, hogy az egyes bolygók tömegei a Nap tömege irányában csaknem elenyészők, 2-szor) abban, hogy a bolygóknak egymástól, valamint a Naptól való távola is fölötte nagy és igy a háborgatások csak nagyon kicsinyek lehetnek. Igy pl. fölötte csekélyek lehetnek azon háborgatások, melyeket az Uranus és a Neptunus gyakorol a Földre, minthogy ezen bolygók roppant nagy távolban vannak a Földtől. A Földre vonatkozólag elégséges lesz azon háborgatásokat hozni számitásba, melyeket arra a Jupiter gyakorol, mert jóllehet pl. a Mars sokkal közelebb áll a Földhöz, de tömege csak fölötte kicsiny, tehát vonzása csekély befolyással lesz a Földre.

A mi bolygók holdjainak háborgatásait illeti, itt a Nap játsza a fő szerepet, mivel a Holdak háborgatásai többnyire a Nap által hozatnak létre. Igy pl. tudjuk, hogy Holdunk tetemes háborgatásoknak van kitéve a Nap részéről, miért is pályája

nagyon is eltér azon alaktól, melyet az egyedül csak a Föld vonzerejénél fogva irna le a Föld körül.

Általánosan véve kétféle háborgatásokat kell megkülönböztetnünk, u. m.a körszaki és a százados háborgatásokat. A körszakiak rövid időközök alatt ismétlődnek, mig a százado-



85. idom.

sak csak hosszú és határozatlan idő elteltével következnek egymásra.

24). **A háborgatások előterjesztése idomban.** A háborgatások folyamának kellő megitélésére legyen *S* a Nap (85-ik idom), *E* a Föld, melynek pályája ezuttal *EnDm* kör által van képviselve, továbbá *J*-ben a Jupiter bolygó forduljon elő, és *OIQ* legyen pályájának egy darabja. Tegyük fel továbbá még

azt is, hogy az érintett két pálya sikjai összeesnek, mi által nem követünk el jelentékeny hibát, minthogy e két pálya hajlási szöge valóban kicsiny. Jelöljük továbbá a Nap, Föld és Jupiter tömegeit sor szerint M —, m —, és m'-el. És ha legelőször is felteszszük, hogy a Föld ellentétben van Jupiterrel, akkor ezen három testnek egymástól való távolai: $SE = R$, $IS = r$ és $EI = \varrho$ által jelöltetvén, a kérdéses égi testeknek egymásra gyakorolt vonzására nézve e következő kifejezéseket kapjuk:

A Nap vonzereje a Földre: $A = \frac{M.\,m}{R^2}$

A Nap vonzereje a Jupiterre: $A_1 = \frac{M.\,m^1}{r^2}$

A Jupiter vonzereje a Földre: $A_2 = \frac{m.m'}{\varrho^2}$

Mivel pedig a felvett állásban a Nap- és a Jupiternek a Földre gyakorlott vonzerői ellentétes irányúak, a Nap vonzereje nyilván megkisebbittetik e következő értékkel:

$$A - A_2 = \frac{Mm}{R^2} - \frac{m.\,m'}{\varrho^2},$$

és így a Föld pályájából úgyszólván kirántatik, vezérsugara tehát megnő és azon út, melyen a Föld a Nap felé esik megkisebbedik a nélkül, hogy a terület megtartás törvénye változást szenvedne. Meg kell még itt jegyezni, hogy a Föld pályájának minden pontjában bizonyos érintői erővel bir, melyet E pontra nézve T-vel fogunk megjelölni.

Ha továbbá a Föld EnD irányban mozogva bizonyos idő elteltével pályájának D pontjára jő és Jupiter még mindig I-ben tartózkodik: akkor a Nap vonzereje a Földre nézve még mindig: $A = \frac{M.m}{R^2}$, de a Jupiteré már kisebb lesz mint előbb volt és pedig: $A_2 = \frac{m.m'}{JD^2}$, mivel pedig mindkét vonzás a Nap felé van irányozva, a Föld nyilván $A + A_2$ erővel fog a Nap felé vonzatni, mi által pályájából ujra kirántatik, de úgy hogy már most vezérsugara fogy, mig esése a Nap

felé nő, mi által pályájának alakja ismét megváltozik. Ez esetben a Föld Jupiterrel conjunctióban van.

Ha most a Földet pályájának *n* pontjában, a Jupitert pedig még mindig *I*-ben képzeljük, akkor Jupiter *In*, a Nap pedig *Sn* irányban fog hatni a Földre. Ha tehát Jupiter vonzerejét *nb* vonal képviseli, könnyü lesz ezen erőt az *ncba* egyenközény szerkesztése által két mellékerőre bontani, melyek egyike: *na* a Nap vonzereje ellen hat és igy a Földet pályájából kirántja, a pálya alakja tehát ujra változni fog. A második mellékerő: *nc* pedig a Föld mozgásával ellenes érintői iránynyal bir s igy a Föld sebességét nyilván megkisebbiti, tehát a Föld hosszúságában szül változásokat.

Ha végre a Földet pályájának *m* pontjában, a Jupitert pedig még mindig *I*-ben képzeljük, akkor Jupiter *Im*, a Nap pedig *Sm* irányban fogja vonzani a Földet; és ha Jupiter vonzerejét *mq* vonal által jelképezzük és azt *kmeq* egyenközény szerkesztése által ismét két mellék erőre bontjuk: akkor ezek egyike: *me* a Nap vonzó erejét nagyobbitja, mi által a Föld pályájának alakja megint megváltozik. A másik mellékerő: *mk* a Föld mozgásával azonos érintői iránynyal bir és igy a Föld sebességét, tehát hosszúságát is, megváltoztatja.

Az eddig mondottakból látni lehet, hogy a kérdéses háborgatások nagysága mindig csak a felvett három test egymáshoz való állásától függ.

Az emlitett (85-ik idomból azon háborgatások is könnyen megérthetők, melyeknek Holdunk a Nap részéről van kitéve, csak azt kell felvenni, hogy *S*-ben a Föld, *I*-ben pedig a Nap tartózkodik és hogy végre *EnD* a Hold pályáját képviseli. A megvizsgált rajzból könnyü belátni, mily változásoknak van a Hold mozgása, valamint annak pályája is kitéve a Nap vonzása következtében. A legtetemesebb változás az, melyet a Hold hosszúságában szenved és ezen változás evectiónak (kivezetés) neveztetik. Ha végre a bolygók pályái nem fekszenek egy és ugyanazon síkban, mint annak a természetben valóban van helye, akkor a háborgató test még oldalvást is bizonyos húzást gyakorol, melynél fogva a pálya hajlási szögét igyekszik megváltoztatni.

Különösen nagy háborgatásokat szenvednek az üstökösök a bolygóktól azon esetre, ha hozzájok nagyon is közel jönnek. Igy pl. tudjuk, hogy az 1770-iki üstökös pályája Jupiter vonzereje által annyira megváltoztatott, hogy ezen üstököst valószinüleg soha sem fogjuk többé látni.

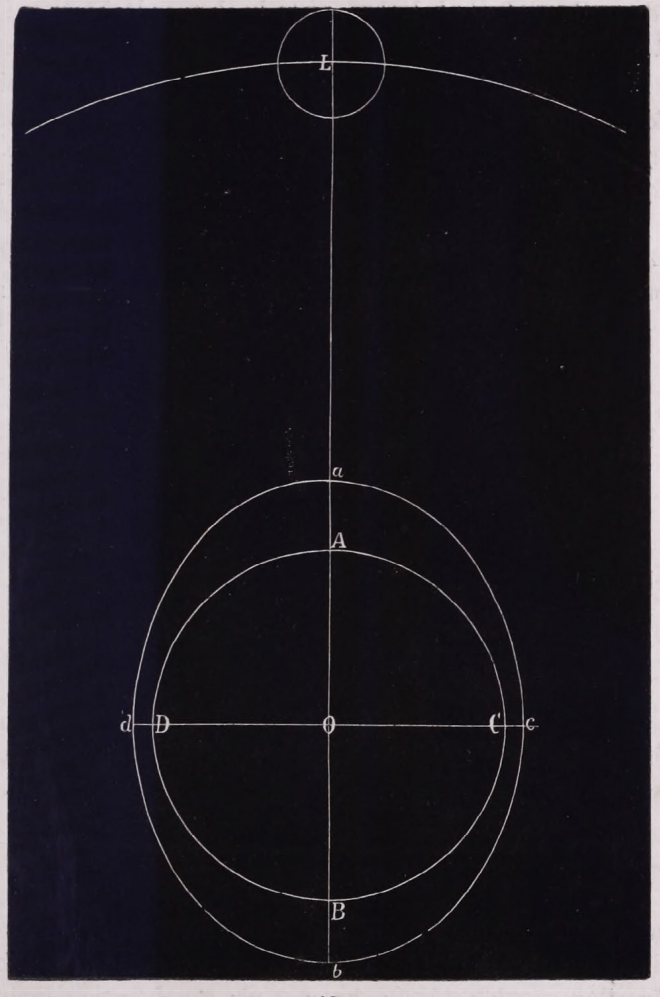
Azon háborgatások közé, melyeknek Földünk ki van téve, tartozik az árapály is, mely a Nap és Hold együttes hatása által hozatik létre. Ez alkalommal azonban, a mint később látni fogjuk, a Hold játsza a főszerepet.

A háborgatások nagy fontossággal birnak a csillagászatban. A csillagászati évkönyvek — s táblázatokban előforduló adatok csak úgy lehetnek pontosak, ha azoknak kiszámításánál a háborgatások is tekintetbe vétettek. A háborgatások, mint azt a hires Mädler mondja, valóságos szellemi távcsövek. Ezen szellemi távcsövek segítségével sikerült a legújabb időben Le Verriernek Neptunus bolygót felfedezni.

25). **A dagály és apály.** Ezen két megnevezés alatt azon tüneményt értjük, miszerint a Földön előforduló tengerek részint bizonyos magasságra emelkednek, megdagadnak s ez a dagály, részint bizonyos mélységre szállnak le: s ez az apály. Mindegyik tünemény hat óraig tart s igy naponkint kétszer van dagály, kétszer pedig apály. Mindkét tüneményt együtt véve árapálynak nevezzük. Ezen nevezetes tünemény oka Holdunknak a Földre gyakorolt vonzó erejében keresendő, habár jelentékeny befolyása van erre nézve a Napnak is.

Ezen tünemény folyamát a (86-ik idom)-ban lehet látni, hol *ADBC* kör alatt a Földnek gömbalakú szilárd részét kell érteni, mely minden oldalról egyenlő magasságban vizzel van körülvéve, minek akkor lehetne csak helye, ha a Földet körülvevő viz egyensúlyban van. Ha most a Föld körül mozgó Holdat *L*-ben képzeljük, az az *A*-nál lévő vizrészecskéket a legjobban, a *B*-nél lévőket pedig a leggyengébben fogja vonzani, míg a *D*- és *C*-nél lévő vizrészecskék ugyanazon vonzásnak lesznek kitéve, mint a Föld középpontja. Ezen vonzás következménye az lesz, hogy *A*- és *B*-nél lévő viztömegek felemelkednek, megdagadnak, még pedig a *B*-nél lévők azért, mivel ezeket a leggyengébben vonzza a Hold, ezek tehát mintegy elesnek a Föld középpontjától; ennek további következménye

az, hogy a *C* és *D*-nél lévő vízrészek leapadnak. A Hold ezen állása mellett tehát *A*- és *B*-nél a dagály, *C*- és *D*-nél pedig az apály áll be. Mivel pedig 6 óra mulva a Föld tengelye



86. idom.

körüli forgása folytán *A* pont *D*-re, *C* pont *A*-ra és *D* pont *B*-re jut, világosan láthatjuk, hogy 6 óra elmúltával *A* és *B* helyeken az apály, *D* és *C* helyeken pedig a dagály áll be. És

így a dagály és apály tartama hat-hat órát tesz. Magától értetődik, hogy L pont az A pontnak tetőpontja és így AB az A pont délkörének átmérője, miből következik, hogy a dagály csak azon helyeken támad, melyekre nézve, a Hold tetőzik, az apály pedig csak oly helyeken, melyeknek épen látkörében látható a Hold.

Hogy továbbá azon különbséget is lássuk, mely a Holdnak az A, O és B pontokra gyakorolt vonzásai között van, jegyezzük meg rendszerint e vonzásokat P—, P_1— és P_2-el, vegyük továbbá a Föld középpontjának a Holdtól való távolát 60 földsugárnak, tehát B pont távola a Holdtól lészen 61 és A pont távola pedig 59 földsugárnyi és végre vegyük a Hold tömegét M-nek s így az emlitett három vonzásra nézve áll:

$$P = \frac{M \cdot k}{(59)^2},\ P_1 = \frac{M \cdot k}{(60)^2},\ \text{és}\ P_2 = \frac{M \cdot k}{(61)^2},$$

mely egyenletekből e következő arányzatok kaphatók:

$$P : P_1 = \frac{1}{(59)^2} : \frac{1}{(60)^2}\ \text{és}\ P_2 : P_1 = \frac{1}{(61)^2} : \frac{1}{(60)^2},$$

melyekből ezen eredmények nyerhetők:

$$P = P_1 \frac{(60)^2}{(59)^2} = 1{\cdot}033\ P_1 = P_1 + \frac{P_1}{30},$$

azaz a Hold vonzása A pontra nézve $\frac{1}{30}$-dal nagyobb ama vonzásnál, mely a Föld középpontjára gyakoroltatik. Hasonlóképpen kapjuk:

$$P_2 = P_1 \frac{(60)^2}{(61)^2} = P_1 - \frac{P_1}{30},$$

azaz a Hold vonzása B pontra nézve $\frac{1}{30}$-dal kisebb ama vonzásnál, mely a Föld középpontjára gyakoroltatik. S ebből már világosan következik, hogy a viz B-nél éppen annyival eltávozik a középponttól, a mennyivel A-nál fölemelkedik, mely jelenetből már eléggé van kimutatva az A- és B-nél létre jövő dagály, melynek ismét a C és D pontoknál mutatkozó apály a következménye.

Hogy a tenger dagálya és apálya főleg a Hold működése által jő létre, azt abból is lehet következtetni, hogy ezen jelenet a Hold keringésének tökéletesen megfelel. Ugyanis a Hold pályájában nyugatról kelet felé mozog, még pedig naponkint, azaz 24 óra alatt 12·5 foknyi ivet ir le. Ezen iv pedig a Földnek tengelye körüli forgására nézve 50 percnyi idő alatt megy keresztül a délkörön és igy a Hold következő tetőzése 50 perccel később, azaz csak 24 óra és 50 perc múlva fog beállani, és éppen ennyivel késik *naponkint* a bekövetkezendő dagály.

Hogy továbbá a tenger dagálya nem pontosan a Hold tetőzése alkalmával áll be, hanem csak 1·5 avagy 2 órával később, az onnan magyarázható, hogy a viz mozgása közben különféle ellentállásoknak van kitéve, tehát mindig bizonyos időt vesz igénybe, hogy a kivánt magasságra emelkedjék.

Már az előbbiekben is emlitettük, hogy a dagály és apály nem csupán a Hold vonzereje által, hanem inkább a Nap és Hold együttes működése folytán jő létre, mi szintén már számtalanszor észlelt jelenetekből következtethető. Ugyanis a tapasztalás azt bizonyitja, hogy újhold és teli-hold alkalmával, midőn tehát a Hold oppositióban s illetőleg conjunctióban van a Nappal, a dagály mindig a lehető leghatalmasabb, mivel ez alkalommal a Nap és Hold együttesen működik közre a dagály nagyobbitásán. Az ily dagály szökőárnak neveztetik. Ha azonban a Holdat az első vagy utolsó negyedben képzeljük, mely esetben 90°-nyira áll el a Naptól: akkor a Hold *A* és *B* pontokban (86-ik idom), a Nap pedig *C* és *D* pontokban igyekszik dagályt létre hozni, minél fogva ezen dagályok egymást gyengíteni fogják, azért is a Hold ezen állásának megfelelő dagály a legalacsonyabb és gyenge-árnak neveztetik.

Még egy körülmény létezik, melynél fogva a dagály vagy megerősithető vagy meggyengíthető. Ha ugyanis a Hold új vagy teli-hold alkalmával egyszersmind perigaeumban is tartózkodik, akkor a dagály feltétlen maximumát éri el. Ellenben ha a Hold apogaeumban fordúl elő, akkor a dagály, bármely állásban van is a Hold a Nappal, gyengíttetni fog. Mindezen, csalhatatlan észleletek által megalapitott jelenetek

kétségtelenné teszik, hogy az árapály oka csakis a Hold és Nap együttes működésében keresendő.

Ami a dagályok magasságát illeti a Föld felületének különböző helyeire nézve, e végből tudjuk, hogy a dagályoknak azon helyeken kell legnagyobb magassággal birniok, melyeknek tetőpontjában tartózkodik a Hold. Ámde a Hold pályája 5 foknyi szöget képez az ekliptika sikjával, s minthogy az ekliptika ferdesége 23 foknyi, következik tehát, hogy a Hold az egyenlitötől 28 foknál nagyobb távolsággal nem birhat és igy két, 28°-nyi szélességgel biró öv létezik a Föld felületén; melyek egyike az éjszaki, másika pedig a déli félgömbön fekszik, mely övekben előforduló helyek tetőpontjaiban tartózkodhatik a Hold. A leghatalmasabb dagályok tehát ezen övekben fordúlnak elő, innen éjszak és dél felé tovább is kiterjeszkednek, de magasságuk folyton fogy, úgy hogy a 65. sz. fok alatt már nem dagad a tenger. A sarkkörüli tartományokban tehát az árapály nem fordúl elő. Könnyű felfogni, hogy a dagály a legnagyobb azon helyre nézve, melynek éppen tetőpontjában tartózkodik a Hold, mig ezen hely körül lévő pontokra nézve kisebb és kisebb, mig végre elenyészik. Megemlitjük még, hogy azon időt, mely újhold alkalmával a Hold tetőzési pillanatától a dagály beléptéig múlik el, rövidőnek nevezik s ez különféle fekvésű helyekre nézve, kölönböző tartamú.

Kiki belátja, hogy az eddig mondottak csak azon esetre helyesek, ha a Földgömb egyenletesen volna vizzel körülöntve. Ennek azonban nincs helye a természetben, mivel a Föld felületének nagy részét a tengerekből kiálló szárazföld teszi, minek következtében a dagályok magassága is jelentékeny változást szenved. Igy pl. tudva van, hogy Brest révben, Frankhonban, a dagály közép magassága: 19·25 lábnyi, mig sz. Maló révben 50 lábra is felrúg. Hogy végre a legnagyobb dagály a forró éghajlat alatt, az egyenlitő közelében mutatkozik, azt könnyű belátni. Igy például déli Amerika keleti martjainál a dagályok oly hatalmasak, hogy az Amazon folyam, torkolatától a tartomány belsejéig számitott 4 mérföldnyi távolban is jelentékenyen felemelkedik. A Fundy tengeröbölben a dagály 70 lábnyi magasságra emelkedik.

Habár a Nap vonzása a Földre sokkal nagyobb, mint a

Holdé, a Nap még sem képes oly magas dagályokat létre hozni, mint a Hold, mivel a dagályok magassága nem ezen két test feltétlen vonzásától, .hanem inkább ama vonzások különbségétől függ, melyeket ezen testek mindegyike a Föld középpontjára és a kérdéses égi testhez egy földsugárny távolra közelebb vagy távolabb fekvő pontokra gyakorol. A vonzások eme különbsége sokkal nagyobb a Holdnál, mint a Napnál s ennél fogva a Hold sokkal magasabb dagályt is hoz létre, mint a Nap.

Ennek bebizonyítására legyen M a Nap, m a Föld, M' pedig a Hold tömege, továbbá D a Napnak a Földtől, d pedig a Földnek a Holdtól való távola, végre P a Nap vonzereje a Földre, P' pedig a Holdé, akkor az általános nehézkedési törvény szerint:

$$P = \frac{M.m.k}{D^2} \text{ és } P' = \frac{M'.m.k}{d^2}, \text{ miből:}$$

$$P : P' = \frac{M}{D^2} : \frac{M'}{d^2}.$$

Tudjuk, hogy $M = 360000.m$ és $M' = \frac{1}{80}.m$, továbbá $d = 60$ földsugár és $D = 24000$ földsugár, lészen tehát:

$$P : P' = \frac{360000}{(24000)^2} : \frac{1}{80.(60)^2} = 180 : 1,$$

azaz a Nap vonzása a Föld középpontjára 180-szor nagyobb, mint a Holdé. Ha pedig az O és B pontokra (85-ik idom) gyakorlott vonzások különbségét veszszük figyelembe és azt a Napra nézve δ-val, a Holdra nézve δ'-el jelöljük, lészen:

$$\delta = M.m.k\left[\frac{1}{(24000)^2} - \frac{1}{(24001)^2}\right] \text{ és:}$$

$$\delta' = M'.m.k\left[\frac{1}{(60)^2} - \frac{1}{(61)^2}\right], \text{ honnan:}$$

$$\delta : \delta' = M\left[\frac{1}{(24000)^2} - \frac{1}{(24001)^2}\right] : M'\left[\frac{1}{(60)^2} - \frac{1}{(61)^2}\right].$$

Ha pedig M és M' helyébe ismert értékeiket teszszük, lészen:

$$\delta : \delta' = 3 : 8, \text{ miből: } \delta' = \frac{8}{3}\delta;$$

azaz a Hold vonzásának kérdéses különbsége $\frac{8}{3}$-da a Nap vonzása különbségének. S minthogy így e különbség majdnem 3-szor oly nagy a Holdnál, mint a Napnál, könnyű belátni, hogy az árapály létrehozásánál a Hold eldöntő szerepet játszik.

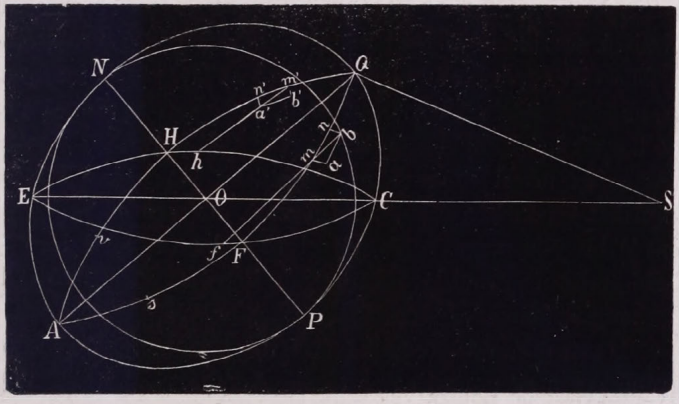
26) **A nap-éjegyeni pontok haladásának oka.** A nap-éjegyeni pontok haladásának oka nyilván ama vonzásban keresendő, melyet a Hold és a Nap a Földre, mint *kerülékdedre* gyakorol. Ezen jelenet szinte a háborgatások egy neme. A Földnek háborgatásait illetőleg pedig tudjuk, hogy ezek csak azon esetre lehetnek tetemesek, ha a háborgató test vagy fölötte nagy tömeggel bír, vagy pedig közel áll a Földhöz, mivel itt csak a vonzások azon különbségét kell figyelembe vennünk, melyeket a háborgató test a Földnek feléje s tőle elfordított részeire gyakorol. Ebből következik, hogy a nap-éjegyeni pontok mozgásánál a bolygók vonzását minden figyelmen kivül lehet hagyni, mivel azoknak nagy távola irányában a Föld átmérője elenyészik. A nap-éjegyeni pontok mozgására nézve tehát elégséges lesz csak a Nap és Hold vonzását venni figyelembe, még pedig az elsőt a Nap roppant tömege, a másodikat pedig a Hold csekély távola miatt. Célszerűnek tartjuk a kérdéses jelenet mibenlétét csakis a Napra vonatkozólag előterjeszteni, minthogy ezután az a Holdra nézve is könnyen lesz érthető.

Ha a Föld egyenletes sűrűségű gömb volna, akkor a Nap részéről a Föld egyes pontjaira gyakorlott vonzások eredője a Föld középpontján menne keresztül és így ilyetén feltételek mellett a Földnek csakis haladó mozgása lehetne. Egészen másképpen áll azonban a dolog, mihelyt felteszszük, hogy a Föld kerülékded alakú, tehát a sarkoknál összenyomott, az egyenlitőnél pedig kinyúló, a mint az a valóságban is így van.

Hogy a Nap vonzásának működését ez esetre láthassuk, vegyük figyelembe a (87-ik idomot), hol $ANPQ$ a kérdéses kerülékded, mely tehát az N és P sarkoknál összenyomott, az AQ egyenlitőnél pedig kinyuló alakkal bír. Az idomban NP a Föld tengelyét, AQ pedig az egyenlítő átmérőjét képviseli, míg $AHQF$ keresztmetszés az egyenlítő síkját, továbbá $EHCF$

sík az ekliptika síkját állítja elő és így F és H pontok: a napéjegyeni pontokat képviselik. Ha most az $ANQP$ kerülékdedbe $ON = OP$ sugarú gömböt képzelünk beirva, azonnal látjuk, hogy a tömeg az egyenlitőnél fel van halmozva, a sarkok felé pedig mindinkább fogy.

A Nap középpontját, mivel az az ekliptika síkjában fekszik, szabad lesz EC-nek meghosszabbitásában: S-ben képzelni. S ezek után már láthatjuk, hogy a Nap azon vonzása, melyet a kerülékdednek hozzá közelebb fekvő PNQ felére, jelesül pedig a Q-nál felhalmozott tömegre gyakorol, sokkal hatalmasabb lesz a Földnek középpontjára: O-ra gyakorlott



87. idom.

vonzásánál. Ellenben a Napnak a kerülékdednek tőle legtávolabb fekvő NAP felére gyakorolt vonzása sokkal gyengébb, mint az, melyet az O pontra gyakorol. Ezen nevezetes vonzásoknál fogva tehát a Q pontnál lévő részek hatalmas vonzatások által úgyszólván felemelkednek a középponttól, míg az A-nál lévő részek gyenge vonzatásuk folytán mintegy elesnek az O ponttól.

Miután tehát a Nap vonzása az egyenlitő Q pontjára a legerősebben hat, működése folytán Q pontot lefelé vonzza, azaz az egyenlitő síkját az ekliptika síkjához közelebb rántja s így az ekliptika ferdesége kisebbedik, a földtengely pedig mindig nagyobb és nagyobb szöget fog képezni az ekliptika

síkjával. Könnyü továbbá belátni, hogy a kérdéses vonzás annál nagyobb lesz, minél nagyobb QOC szög, és igy legnagyobb lesz azon esetre, midőn a Nap a fordulati pontokban, a legkisebb pedig akkor, midőn a Nap a nap-éjegyeni pontokban tartózkodik. A Nap eme vonzásának hatása azonban a Földnek tengelye körüli forgása folytán következő különös változást szenved.

Tegyük fel t. i., hogy a Föld FQH (87-ik idom) irányban forog tengelye körül és vegyük tekintetbe az FQ negyedlőben m forgó pontot s legyen mn azon út, melyet e pont bizonyos, de csak nagyon kicsiny időrészecske alatt hagy hátra, ellenben ma legyen azon út, melyet ezen pont ugyanazon idő alatt a Nap vonzásánál fogva irna le: akkor ismert mechanikai elvek szerint az m pont nyilván az mn és ma vonalakból szerkesztett egyenközény mb átlóján lesz kénytelen mozogni. Ebből pedig azt kell következtetnünk, hogy az egyenlitő nem mn, hanem mb irányban fog forogni és igy helyzetét megváltoztatta és mivel mb-nek meghosszabbitása hátra felé, az ekliptikát f pontban metszi, látni való, hogy a nap-éjegyenpont F-ből f-be ment át és mivel továbbá az f-nél lévő $\sphericalangle$ kisebb, mint az F-nél lévő, láthatjuk, hogy az ekliptika ferdesége megkisebbedett.

Ha azonban a második: QH negyedlőben előforduló s egyenfekvésü m' pontot veszszük figyelembe, mely nyilván QH irányban forog és $m'n'$ lenne azon út, melyet e pont a fent emlitett időrészecske alatt hagy hátra, $m'b'$ pedig azon út melyet a Nap vonzásánál fogva ugyanazon idő alatt kénytelen leirni: akkor ezen pont ismert okoknál fogva az $m'n'a'b'$ egyenközény $m'a'$ átlóját irja le. Az egyenlitő tehát kénytelen lesz $m'a'$ irányban forogni, mely iránynak meghosszabbitása h pontban metszi az ekliptikát és igy látjuk, hogy a H nap-éjegyeni pont h-ba ment át. Mivel továbbá, a h-nál lévő szög nagyobb a H-nál lévőnél, látjuk, hogy ezen mozgás által az ekliptika ferdesége megnagyobbodott. Az eddigelé mondottakból világosan láthatjuk, hogy az ekliptikára nézve a Nap vonzó ereje az FQ és HQ negyedlőkben ellenkező hatásokat hozott létre s igy az ekliptika ferdesége e két negyedlőben nem fog változást szenvedni. Ugyanaz áll az egyenfekvésü s és v pon-

tokra nézve is, melyek a többi két negyedlőben fekszenek; ott tehát az ekliptikának ferdeségére gyakorlott hatások szintén megsemmisítik egymást.

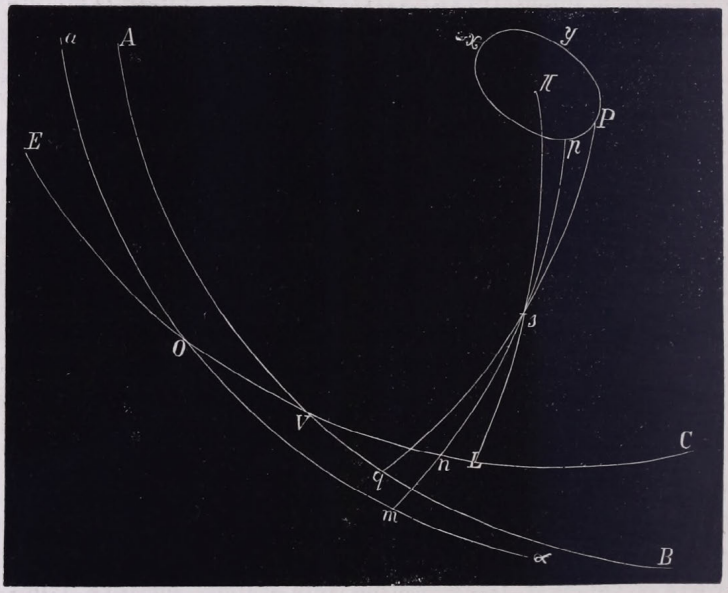
Könnyű továbbá belátni azon mozgásokra nézve, melyek mb és $m'\ a'$ irányokban történnek s melyek mind a négy negyedlőben ugyanazon iránynyal birnak, hogy általuk tehát az egyenlitő valóban mozgásba hozatik, még pedig úgy, hogy az maga-magához párhuzamos marad, minélfogva az ekliptika ferdesége ugyan nem fog változást szenvedni, de az egyenlitö, helyzetének folyvásti változtatása folytán az ekliptikát mindig más és más pontokban fogja metszeni s így ime előttünk van a nap-éjegyeni pontok mozgásának oka. Ezen pontok mozgása azonban csak igen lassan megy előre és évenkint csak 50 ivmásodpercet tesz. Az egész keringésre tehát mintegy 25920 év kivántatik.

Hasonlóképpen megmutathatjuk, hogy a Hold vonzása is oda működik, hogy a nap-éjegyeni pontok ezen úgynevezett praecessiója jöjjön létre.

Könnyű elvégre felfogni, hogy az egyenlitőnek ilyetén mozgása melett, annak sarka sem maradhat nyugvásban, hanem szinte mozgásba kell jönnie, melynél fogva az ekliptika sarka körül kör alakú utat ir le, melynek sugara a két sark egymástól való távolával egyenlő. Ezen nevezetes mozgás a (88-ik idom)-ból könnyen megitélhető. Legyen ez idomban EC az ekliptika, AB az egyenlítő, Υ a tavaszi nap-éjegyeni pont, továbbá π az ekliptikának, P pedig az egyenlitőnek sarka, végre S valamely tetszésszerinti álló csillag, melynek tehát hossszúsága $= \Upsilon L$, szélessége $= Ls$, egyenes emelkedése $= \Upsilon q$, eltérése pedig $= qs$. Ha most az egyenlitő oly mozgást tenne, melynél fogva AB helyzetéből $a\alpha$ helyzetbe megy át, az ekliptikát tehát O pontban metszi: akkor ez esetben ugyanazon csillag hosszúsága $= OL$ ív, tehát nagyobbá lett, mig szélessége Ls ugyanaz maradt, látjuk továbbá, hogy az s csillagnak egyenes emelkedése $= Om$, eltérése pedig $= ms$, tehát mindkettő változást szenvedett ez esetben, még pedig azért, mivel midőn a tavaszi nap-éjegyenpont V-ből O-ra ment át, az egyenlitőnek P sarka nyilván p-be jutott. És már világosan láthatjuk, hogy mig Υ pont egy egész keringést végez,

az egyenlitőnek P sarka is π sark körül Pxy kört ir le, melynek $P\pi$ sugara az ekliptika ferdeségével egyenlő.

Az eddigiekből meggyőződhetünk arról, hogy a nap-éjegyeni pontok mozgása folytán a csillagok hosszúságai, egyenes emelkedései és eltérései változást szenvednek, szélességeik azonban ugyanazok maradnak. Egyuttal meggyőződhettünk arról is, hogy az egyenes emelkedések változása nem egyenlő a hosszúságok változásával.



88. idom.

P sark mozgásából következik ovábbá, ›gy a mostani sarkcsillag nem mindig marad annak. Ugyanis P sark körben mozog s igy idővel új és új csillagokkal találkozik, melyek tehát sarkcsillagokká lesznek.

Végre szorgalmas észleletek azt tanusítják,hogy az egyenlitőnek éjszaki sarka nem marad pontosan az emlitett kör kerületében, hanem vagy befelé vagy kifelé hajlik el attól. S igy az ekliptika sarkához majd közeledik, majd eltávozik tőle még pedig úgy, hogy azon esetre, ha a nap-éjegyenpontok

praecessiója nem léteznék, az éjszaki sark kis kerületet irna le, melynek nagyobbik tengelye az ekliptika sarka felé volna irányozva s 18 másodpercnyi hosszúsággal birna, mig a kisebbik tengely csak 13·7 másodpercet foglalna magában. Ezen kerülék középpontja azon pont, melyet a sark az emlitett kör kerületében elfoglal. Ebből tehát láthatjuk, hogy a földtengely bizonyos ingadozásoknak is ki van téve, melyek körszakilag ismétlődnek és a tengely ingadozásainak (nutatio) neveztetnek, melyeknél fogva az egyenlitő sarka az ekliptika sarka körül nem kört, hanem bizonyos kigyódzó vonalat ir le. Ezen nevezetes jelenetnek oka pedig szinte a Napnak és a Holdnak vonzásában rejlik.

FÜGGELÉK.

A naptárról.

1). Az idő felosztása egyike a legkényesebb tárgyaknak s mégis a gyakorlati életre fölötte nagy fontosságú és a csillagászattannal szoros összeköttetésben van. S éppen azért nem vélünk felesleges munkát végezni, midőn néhány szóval a naptár vagyis kalendárium készitéséről és összeállitási módjáról megemlékezünk; annyival is kevésbbé, mert a naptár a közéletben a legfontosabb szerepet játsza.

A kalendárium szó eredetét veszi a római Calendae szótól, melylyel a rómaiak minden hónap első napját szokták volt megjegyezni s mely napon a római nép általános ülésre hivaték össze. A görögöknek is volt kalendáriumuk, de Calendae jelentésű napjaik nem voltak; a honnan »ad Calendas graecas« közmondás származott, melyet a hamis állitásoknál gúnyképpen szoktak használni.

Mai napon minden művelt ember előtt tudva van, de sőt az ókorban sem vala ismeretlen, hogy a Földnek tengelye körüli forgása és a Napnak látszólagos mozgása azon csillagászati tünemények, melyek alkalmat nyujtottak arra, hogy az idő napokra és évekre osztatott föl. Ezekután az időnek további azaz: a napoknak órákra, az óráknak percekre, a perceknek másodpercekre való felosztása önkényt következék. Nem sok gondolkozás kellett továbbá ahhoz, hogy az emberek észrevegyék, miszerint a Nap különböző állása az Égen szolgál a nappal egyes szakaszainak meghatározására, mert hiszen a Nap állása szolgál az emberek foglalkozásának szabályozá-

sára. Nemsokára ezután fedezték fel ama különbséget, melynek a csillag- és középidő között van helye. Erről azonban már az előbbiekben is kimeritőleg szólottunk. Jelenleg tehát már csak a hét-, hónap-, és az úgynevezett aerákról köll a kellő felvilágosítást megadnunk.

2) **A heti napok nevei.** A hét oly időszak, mely alatt a Föld hétszer fordul meg tengelye körül, mely tehát hét napot tartalmaz. Történelmi adatok szerint már a zsidók és a régi egyptomiak is éltek e felosztással. Innen jutott e felosztás a nyugati tartományokba. A rómaiak kezdetben nundinae-k szerint számítottak; egy ily időszak 8 napot tartalmazott.

A hét napjainak neve kétségtelenül az akkoron ismert bolygóktól, melyek közé a Nap és a Hold is lőn számítva, kölcsönöztetett. E hét bolygót, ismertető jegyeikkel együtt, e következő sorban tüntetjük elő:

Saturnus, Jupiter, Mars, Nap, Venus, Merkur, Hold.

♄ ♃ ♂ ☉ ♀ ☿ ☾

E sor korántsem tünteti fel a hét napjait azok valóságos egymásutánjában. Erre nézve Dio-Cassius, római consul állított fel szabályt. Ő t. i. az ős egyptomi csillagjósokra hivatkozva azt mondja, hogy a nap minden egyes órájának más s más bolygó az uralkodója és pedig a fentebb jelzett sorrendben. A mely bolygó a kérdéses nap első órájának uralkodója attól veszi az illető nap a nevét. Az akkori időben a hét első napja a szombat volt s ennek főuralkodója a Saturnus vala, mivel ez uralkodott szombat első órájában. Innen lőn ez elnevezés: dies Saturni (szombat). Ha tehát felveszszük, hogy az első nap első órájának uralkodója a Saturnus volt: akkor a második óráé Jupiter, a 3-iké Mars, a 4-iké a Nap, az 5-iké Venus, a 6-iké Merkur, a 7-iké pedig a Hold. S azután e sort ismételvén oda jutunk, hogy a 14-ik és 21-ik óra uralkodója ismét a Hold, a 22-iké Saturnus, a 23-iké Jupiter, a 24-iké pedig Mars és igy a 25-ik óra, vagyis a következő nap első órájának uralkodója a Nap. Tehát Saturnus napjára (Szombat) a Nap napja = dies Solis (vasárnap) következik.

Ha most a vasárnap első órájából, melynek uralkodója a Nap, kiindulunk: a 2., 3., 4., 5., 6. és 7. órának uralkodói

sorszerint Venus, Merkur, Hold, Saturn, Jupiter és Mars. E sort ismételve könnyen meggyőződünk, hogy a 14 és 21. órának uralkodója megint Mars, minélfogva a 22-ik óráé a Nap, a 23-diké Venus, a 24-iké Merkur, és igy a 25-diké, vagyis a következő nap első órájának uralkodója a Hold, tehát a vasárnapra, vagyis a Nap napjára a Hold napja=dies Lunae =Mondtag (Hétfő) következik.

Az előbbiekhez hasonlólag a hétfő első órájából, melynek uralkodója a Hold, kiindulván: a 2., 3., 4., 5., 6. és 7. órának uralkodóiúl a Saturnus, Jupiter, Mars, Nap, Venus és Merkur jő ki és igy ugyanezen nap 14. és 21. órájának uralkodója szintén Merkur, következőleg a 22-ik óráé a Hold, a 23-iké Saturnus, a 24-iké pedig Jupiter, következőleg a 25-iké vagyis a következő nap első órájáé a Mars s igy a dies Lunae után a dies Martis (Kedd) következik.

Ha szintúgy, mint ezelőtt a kedd első órájából, melynek uralkodója Mars, kiindulunk, azt fogjuk találni, hogy a 2., 3., 4., 5., 6. és 7. óra uralkodója sor szerint a Nap, Venus, Merkur, a Hold, Saturnus és Jupiter és igy ugyanezen nap 14. és 21. órájának uralkodója ismét Jupiter, következőleg a 22-ik óráé Mars, a 23-iké a Nap, a 24-iké pedig Venus; tehát a 25-iké, vagyis a következő nap első órájáé Merkur lesz. Ebből könnyen meggyőződhetünk, hogy a dies Martis után a dies Merkurii következik.

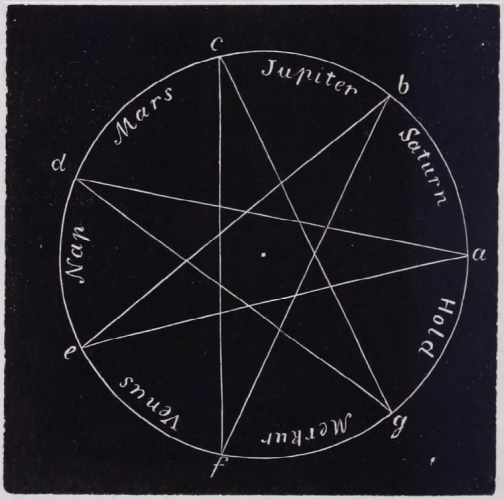
Hasonló okoskodások alapján könnyű belátni, hogy a hét napjai e következő sorrendben következnek egymásra:

Dies Saturni, Solis, Lunae, Martis, Merkurii, Jovis, Veneris
Sombat, vasárnap, hétfő, kedd, szerda, csütörtök, péntek.

A napok ezen sorát könnyen megkaphatjuk, ha valamely kör kerületét 7 egyenlő részre osztjuk, mint azt az ide mellékelt idom mutatja, s ezen részekre rendszerint Saturnus, Jupiter, Mars, Nap, Venus, Merkur és a Hold nevét jegyezzük fel. Ennek megtörténte után a fennebb leirt módon intézvén a számitást, a napoknak elébb előhozott sorát nyerjük meg.

A csillagjósok (astrologusok), kik a csillagászok helyét pótolták az ókorban, a hét napjainak fennebbi sorát e következő módon hozták le. A kör kerületét szintén hét egyenlő részére osztották fel, mint azt a (89-ik idom) mutatja, melyben

b, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, és *a*, pontok az osztási pontokat jelölik. Ezen osztási pontokra sor szerint a Saturnus, Jupiter, Mars, Nap, Venus, Merkur és a Hold bolygókat helyezték. Húzzunk most minden osztási pontból az átellenes két ponthoz egyeneseket és pedig *b* pontból *be* és *bf*, *c* pontból *cf* és *cg*, *d* pontból *dg* és *da* egyeneseket s. i. t. Ez által hét egymást metsző egyenest kapunk, melyek által vajmi könnyen juthatunk a hét napjainak sorára. Ugyanis ha Saturnus helyéből, azaz *b* pontból kiindulunk: *be* egyenes vonalon a Naphoz jutunk, azaz szombatra a vasárnap következik; továbbá *ea* egyenesen a Naptól a



89. idom.

Holdra jutunk, vagyis vasárnapra a hétfő következik; hasonlóképpen *a* pontból Marsra érkezünk, tehát a hétfőre kedd következik s. i. t. mely nevezetes eljárás, mint látjuk. igen egyszerű. Általában véve e szám: 7 az ókorban nagy tiszteletben tartatott és azt különféle csodás tulajdonságokkal ruházták fel, melyek mint az akkoron ismert hét bolygóra vonatkoztak. Furcsán járhatott volna az, kinek ez időben eszébe jutott volna egy 8-ik bolygot felfedezni! Bizonyosan keresztre feszitik vala.

Mindezek után tisztelt olvasóim azt kérdezhetik, hogy a hét említettem napjai közöl melyik az első? Erre nézve a

párisi tudományos Akadémiával felelünk, mely sok fontos oknál fogva kimondta, hogy a hét első napja a vasárnap és igy az utolsó szombat. Hogy Némethonban a hét első napjául már régóta a vasárnapot tekintik, bizonyitja a Mittwoch, mely Mitte der Woche-ből van összevonva és a hét középső napját jelenti, tehát a szerda előtt állott a kedd, hétfő és vasárnap, utána következett pedig csütörtök, péntek és szombat.

Az eddig elősorolt hét nap a különböző nemzeteknél különböző nevet visel s éppén ezért nem látszik érdektelennek a főbb nemzeteknél divatozó elnevezéseket e helyütt elősorolni.

A magyaroknál:

Vasárnap, hétfő, kedd, szerda, csütörtök, péntek, szombat.

A rómaiaknál:

Dies Solis, Lunae, Martis, Merkurii, Jovis, Veneris, Saturni.

A németeknél:

Sonntag, Mondtag, Dienstag, Mittwoch, Donerstag, Freytag, Samstag.

A francziáknál:

Dimanche, Lundi, Mardi, Mercredi, Jeudi, Vendredi. Samedi.

Az olaszoknál:

Domenica, Lunedi, Martedi, mercoledi, Giovedi, Venerdi, Salbato.

Az angoloknál:

Sunday, Monday, Tuesday, Wednesday, Thursday, Friday, Saturday.

A spanyoloknál:

Domingó. Lúnes, Mártes, Miércoles, Juéves, Viérnes, Sábado.

A portugáloknál:

Domingo, Secunda feria, Tercza feria, Quarta feria, Quinta feria, Sexta feria, Sabbadó.

3) **Az év felosztása.** Nagyon kényelmetlen dolog volna s sokszor nagy számok használatára vezetne, ha az időnek hosszabb tartamát napokban kellene kifejezni s éppen ezért már régóta célszerünek tartják, hogy az évben foglalt napok száma időszakokba csoportositassék, mi a hónapok és hetek behozatala által lőn elérve. A hétről már szólottunk és igy már csak a hónap mibenlétéről és tartamáról kell említést tennünk.

Már a hónap (holdnap) neve világosan mutatja, hogy azon időszak, melyet imígy nevezünk, a Holddal, vagyis inkább a Hold tüneményeivel szoros összeköttetésben áll. És ez valóban igy van; mert azon időszakot, mely a Holdnak két egyenlő fényváltozata között telik el, vagyis a Holdnak synodikus keringési idejét, mely 29·5 napot teszen, szoktuk hónapnak nevezni és pedig fényváltozati hónapnak, mely pontosan 29 napig, 12 óráig, 44 percig és 3 másodpercig tart.

A fényváltozati hónapon kivül még ötféle hónapot különböztetünk meg. U. m.: 1). a csillaghónap, mely alatt a Hold a Föld körüli pályáját futja meg. Ez 27 nap, 7 óra, 43 perc és 11 másodperc alatt történik meg. 2). a sárkányhónap, mely alatt a Hold egyik csomópontjából eltávozván, ugyanabba visszatér. A sárkányhónap 27 napig 5 óráig, 6 percig 56 másodpercig tart. 3). az eltérési hónap, mely 27 napig, 13 óráig, 18 percig és 37 másodpercig tart s mely alatt a Hold a földközel vagy földtávol pontjából ugyanabba visszatér. 4). a periodicus hónap, mely 27 napot, 7 órát, 43 percet és $4\frac{1}{2}$ másodpercet tesz s mely alatt a tavaszpontból kiindult Hold ugyane pontba érkezik vissza. 5) a naptári hónap, mely ezek egyikével sem egyezik meg.

A régi népek e hónapok közöl többnyire a fényváltozati hónapot használták.

Az ókori történelem szerint az egyptomiak eredetileg 12 hónapra osztották az évöket és e hónapok mindegyikét 30 nappal számíták. És igy náluk egy esztendő 360 napot tett. Később azonban átlátták, hogy az ő éveik nem ütnek össze a csillagos ég jelenségeivel, a 12 hónaphoz tehát még egyet toldottak, mely 5 napból, minden 4-ik évben pedig, mely szökőévnek neveztetett, 6 napból állott. Az egyptusoknál tehát

az év tulajdonképpen 13 hónapból állott. U. m.: 1). Thoth, 2). Phaophi, 3). Athyr, 4). Choiak, 5). Tybi, 6). Mechir, 7). Phamenoth, 8). Pharmuthi, 9). Pachon, 10). Payni, 11). Epiphi, 12). Mesori, az 5 napból álló 13). hónap Resi nevet viselt, ha pedig az év szökő volt, mely alkalommal a 13. hónap 6 napból állott, akkor ezen 6 napi időszak Kebusnak neveztetett. E felosztás már 2782. évben K. e. lett megállapítva.

A régi görögök szintén 12 synodikus hónapot értettek egy év alatt. Hónapjaikat 29 és váltva 30 napjával számították. És ez nagyon természetes, mert a fényváltozati hónap 29·5 napból áll, tehát a félnapot a következő hónaphoz kellett számítani. Az ekkép számított és használt év azonban csak 354 napot tőn és igy ha azt akarták, hogy az év egyes szakai a természeti tüneményekkel megegyezzenek, az évet meg kellett toldani. Ezen toldásra Meton cyclusa lőn használva, mely 19 évi időkörből állott s melyen később a jeles Hypparch sokat javitott. Minden 19 évi cyclusban 12 évet 12 hónappal és 7 évet 13 hónappal számitottak. Tehát e szerint 19 évi cyclusban 235 synodikus hónap, azaz 6939 nap $16\frac{1}{2}$ óra volt. Ezen 235 hónap közöl 125-re 30 napot, 110-re pedig 29 napot számítottak.

Nagy érdekkel bir a hónapok keletkezése a rómaiaknál. Romulus ugyanis, a rómaiak első királya, 10 hónapot hozott be, melyek elsejét Mars istentől Martiusnak nevezték el, hihetőleg azért, mert Romulus Marstól származottnak állitá magát. A második hónapot Áprilisnak hivták »aperire« szótól, mivel e hónapban a természet új életre ébred. A harmadik hónap Május nevet nyert Mája istennőnek tiszteletére, ki. Merkur anyja volt. A 4. hónap neve Junius, Junónak tiszteletére. A többi hat hónap nevei sor szerint ezek: Quintilis, Sextilis, September, October, November és December. E felosztás következtében azonban az év szakai nagyon is elütöttek a természeti jelenetektől, azért Numa Pompilius, a rómaiak második királya, ezekhez még két hónapot csatolt. Az egyik Janustól Januáriusnak, a másik pedig Februustól Februáriusnak lőn elnevezve. Ezen elnevezések a későbbi időkben némi változásokon mentek keresztül; t. i. Quintilis

helyett Julius Sextilis helyett pedig Augusztus lett behozva Caesar és illetőleg Augustus tiszteletére.

Az előbb említett 10 hónap összesen 304 napot tartalmazott e következőleg beosztva. Március, Május, Quintilis és October hónapokra 31 napot számítottak, a többiekre pedig 30-at. Numa e napokhoz még 51-et csatolt és így az év 12 hónapból azaz 355 napból állott. Hogy pedig az új két hónapban kellő számú nap legyen, azt rendelte el Numa Pompilius, hogy Március, Május, Quintilis és October 31 napot tartalmazzanak egyenkint; Április, Junius Sextilis, September, November és December pedig 29-et. Januáriusra 29 napot, Februáriusra pedig 28-at számítottak.

De ez ujabbi felosztás sem vezethetett célhoz. A rómaiak kényszerítve voltak, egy új hónap beiktatására, minélfogva minden második év 13 hónapból állott. A 13-ik hónap felváltva 22 és 23 napból állott és Mercedoniusnak neveztetett. E hónap napjai Februárius 23-ika és 24-ike közé iktattattak be.

Mercedonius hónap beiktatása által az évet 366 napra osztották be és így a rómaiak éve hosszabb lett, mint a csillagászati napév. E körülmény később nagy zavarokat okozott az időszámitásban, minthogy az egyes ünnepek az év más s más szakára estek. E zavar Julius Caesar idejében már tartathatlanná lőn, s éppen ezért e nagy férfiu kényszeritve látta magát az idő számitást gyökeresen rendbe hozni.

Ő érintkezésbe bocsátkozék Szoszigenes, hires egyptomi csillagászszal, kinek javaslatára kimondotta, hogy az év 365·25 napból álljon és minthogy a nap negyedrészét nem lehetett számítani, elrendelte, hogy minden 4-ik év 366 napból álljon. Ez az úgynevezett szökőév. E szökő évben Februáriusra 29 napot számítottak, más évben pedig 28-at. Mercedonius hónap az által lett kiküszöbölve, hogy hét hónapra 31, 4 hónapra 30, Februáriusra pedig 28 s illetőleg a szökő évben 29 napot számítottak. Julius Caesárnak az időszámitás körül tett emez érdemét a Julián-naptár maiglan is hirdeti.

E naptárjavitás Róma épittetése utáni 708-ik évben történt. Ekkor a rómaiak éve a csillagászati évtől már jelentékenyen eltért úgy, hogy Julius Caesar kénytelen volt ez

évre 445 napot számitani, tehát 80-nal többet 365-nél. Három új hónapot iktatott be ezen évbe egy Mercedonius hónapot, mely 23 napot tartalmazott és még két másikat, melyek egyike 33 másika pedig 24 napnyi volt s melyek December és November közé lettek beiktatva. Ezen nevezetes év a K. előtti 46-ik vala és joggal nevezték el azt a zavarok évének (annus confusionis).

Markus Antonius consul belátván Caesar ezen intézkedésének célszerűséget, azon inditvánnyal lépett fel, hogy ezen nagyszerü és jótékony munkálatért Quintilis, Julius Caesar születési hónapja, ezentul Juliusnak neveztessék Julius Caesar tiszteletére.

Az emlitett nap beiktatása ezután a római főpapokra bizatott. Ezek annyira buták voltak, hogy azt hitték, miszerint 3. $\frac{1}{4} = 1$ és igy ezen napot minden 3-ik évben iktatták be. Igy ment az 36 éven át egész 730-ik évig a római aera szerint számitva, midőn is a hires Augustus uralkodék. Ő egyszerűen ezen hibás számitás által származott 8 napnyi többlet elhagyását parancsolá. Ezen és még sok más érdemeiért a Sextilis hónap róla neveztetett el Augustusnak.

A Julius Caesar által behozott naptárjavitás korántsem volt elégséges az időszámitás teljes rendezésére. Ugyanis az úgynevezett tropikus év tartama nem 365·25 nap, mint azt Julius Caesar vette, hanem 365·2422. Az itt előforduló 0·2422 tört 4 év alatt tehát nem egy egész napot, hanem csak annak 0·9688 részét teszi és igy a Julián féle naptárban elkövetett hiba 4 éven át 0·0312 napnyi. E hiba ugyan csekély, de az idő lefolytával oly nagyra nőhet fel, hogy az idő számitásban jelentékeny zavarokat okozhat. Ugyanis e hiba 1000 év alatt 7·8 napnyi lesz. Ennek következtében történt, hogy a Nap a tavaszi nap-éjegyeni pontban nem március 21-én, hanem 11-én jelent meg. E hiba kijavitására Clavius bibornok és Lili Alajos csillagász tanácsára XIII. Gergely római pápa azt rendelé 1582-ben, hogy ez év october 4-ike után 10 nap elhagyassék s rögtön october 15-ike irassék.

Miután továbbá e hiba 400 év alatt 3·12 napnyi lesz hogy ez a jövöben elháritassék, azt rendelé XIII. Gergely, hogy csak oly századévek legyenek szökők, melyeknek száza-

sai 4-el oszthatók. Ezen rendelet által az vala elérve, hogy minden 400 évben 3 szökőnap elesett és igy a kérdéses 3 napnyi hiba el vala mellőzve. Hátra maradt még a 400 év lefolyta alatt jelentkező 0·12 napnyi hiba, mely 3333 év alatt egy napot tesz s ez az időszámitásban még mindig előforduló hiba.

4) **Az ünnepek meghatározása.** Tudva van, hogy a naptárban a keresztény ünnepek a legnagyobb szerepet játszák, azért is minden naptár szerkesztésénél ezen ünnepek kellő meghatározása szükséges. Ezen ünnepek a Hold phásisaival vannak szoros összeköttetésben, mivel azonban e phásisok változók, magok az ünnepek is változók lesznek, azaz különböző években különböző napokra esnek. A változó ünnepek között legfontosabb a húsvét, melyen a keresztények Krisztus feltámadását ünneplik. Minthogy Krisztus feltámadása nemsokára a tavasz beállta után történt és azt holdtölte előzte meg: azért is ezen ünnep a régi időben a tavaszi nap-éjegyenlőség után beálló holdtöltére következő vasárnapon tartatott meg. A 225-iki nicaeai zsinat azt határozta, hogy a tavaszi nap-éjegyenlőség után beálló holdtöltére következő vasárnap legyen a husvét vasárnapja. Ha ezen holdtölte vasárnapra esik, a húsvét ez esetben is csak a következő vasárnapra tétessék át. E rendeletből következik, hogy a húsvét vasárnapja nem eshetik március 22-ikénél előbbre, március 22-ikére is csak akkor, ha március 21-ikén szombat és holdtölte van. Könnyen beláthatjuk továbbá azt is, hogy a husvét április 25-ikénél későbbre nem eshetik s e napra is csak akkor, ha március 20-ikán szombat és holdtölte van. Ugyanis ez esetben a husvét csak az április 18-án következő holdtölte utáni vasárnapra eshetik és mivel április 18-ika vasárnapra esik az előbbi feltevések mellett, tehát a husvét csak április 25-ikén lesz ünnepelhető.

A husvét vasárnapja március 22-ikére esett 1598-, 1693-, 1761- és 1818-ban és ugyancsak március 22-ikére fog esni, 2285-ben is.

A husvét vasárnapja április 25-ikére esett 1666- és 1734-ben és ugyancsak április 25-ikére fog esni 1886-, 1943-2038- és 2190-ben.

Ha a húsvéti vasárnap meg van határozva, a többi változó ünnepek ideje is könnyen meghatározható, ugyanis ezek a húsvéti vasárnapra bizonyos meghatározott idő elteltével következnek. Igy az áldozó csütörtök a húsvéti vasárnap után 40 nappal később áll be, a pünkösdi vasárnap 50 nappal később. A pünkösd utáni hét csütörtökére esik az Úrnapja.

5). **Az epakták.** Az epakta szó a görögöktől veszi elnevezését. A görögök ama 11 napot, melyekkel a napév hosszabb volt, mint az ő 354 napból álló évök, betoldott napoknak (*ἡμέραι ἐπαωαί*) nevezték. Jelenleg egész más értelme van az epakta szónak. Epakta alatt ugyanis a Hold korát értjük, vagyis azon napok számát, melyek az előbbi év utolsó holdujságától kezdve a következő év január 1-sejéig múltak el. Az epakták felállítását a húsvét vasárnapjának, tehát az azt megelőző teleholdnak kiszámíthatása tette szükségessé.

Már a görögöknél is az évenkinti ünnepek megtartására nézve azt rendelé a hires Orákulum, hogy azok a Hold ugyanazon phasisai mellett tartassanak meg. Ezen napok meghatározása nem csekély nehézségekkel volt összekötve. Ez alkalommal történt, hogy Meton 433-ik évben K. e. az olympiai játékok alkalmával azon jelentést tevé a görögöknek, hogy minden 19 év múlva a Hold phasisai az év ugyanazon napjaira esnek és hogy igy az ünnepeket minden 19 év eltelte után ugyanazon napokon kell megtartani. Ez volt az úgynevezett Meton-féle holdkör, mely 19 évből állott. Meton ezen jelentésének hallatára oly enthuziasmusba jöttek a görögök, hogy ezen történetet arany betükkel nyilvános emlékekre jegyzék fel és azon számokat, melyek jelezték, hogy bizonyos év a holdkörnek hanyadik éve, aranyszámoknak nevezték el.

A 325-ben tartott nicaeai zsinat azt határozta, hogy az újhold meghatározására a Meton-féle cyclusokat kell használni. Ezen határozathoz képest e következő módon keresték ki az epaktákat. Ugyanis a holdköröket a K. e. 1. évtől számittották, mely év 354. napjára esett az ujhold. Az epakta szó mutatta, hogy minden előző év utolsó ujholdjától mennyi nap telt el a következő év első napjáig. Valamely év aranyszámát pedig megkapták, ha ezen évhez 1-et adtak és az igy keletkezett összeget 19-czel elosztották. Ezen osztás maradéka volt

az aranyszám. Könnyű belátni, hogy a K. e. első év aranyszáma: 1 és az epaktája XI. A következő évben az utolsó újhold 11 nappal ismét előbb állott be, mint az előző évben, mivel a 12 fényváltozati hónapból álló holdév 11 nappal rövidebb, mint a napév. Ezen év aránszáma: 3, egy újhold ismét 11 nappal előbb állott be, mint az előző évben, tehát a kérdéses év 322-ik napján. Ámde ezen újhold még nem volt az utolsó, mert erre 30 nap mulva egy más újhold következett, tehát a szóban lévő év 362. napján s ez volt az utolsó újhold. A 3 aranyszámmal biró év epaktája ennélfogva: III volt. Ezek után már világos, hogyan kell bármely aranyszámnak megfelelő epaktát kiszámítani. Az előző aranyszámnak megfelelő epaktához hozzáadunk 11-et és ez összeg mutatja a kérdéses epaktát. Ha az említett összeg 30-nál nagyobb, akkor belőle 30-at le kell számítani.

Így járván el tovább is, az aranyszámok és az epakták között e nevezetes viszonyt találhatjuk fel.

Aranyszám.	Epakta.	Aranyszám	Epakta.
1	XI.	11	I.
2	XXII.	12	XX.
3	III.	13	XXIII.
4	XIV.	14	IV.
5	XXV.	15	XV.
6	VI.	16	XXVI.
7	XVII.	17	VII.
8	XXVIII.	18	XVIII.
9	IX.	19	XXIX.
10	XX.		

Könnyü belátni, hogy az epakta lehet XXIX, de annál nagyobb sohasem.

Az epakták ezen sora a Julián naptárra vonatkozik, s így hibás, mint a Juliánféle naptár maga, mely a napévnek 365·25 napot tulajdonít. E hibán Lili segített, behozván az úgynevezett egyházi epaktákat. Ő ugyanis tekintettel lévén arra, hogy a Gergelyféle naptárban az időszámításban a Juliánféle kalendárium által tett 0.0132 napnyi és 4 évre eső hiba már mel-

lőzve van, oda nyilatkozott, hogy ezen hibát a K. előtti 1. évtől számítva a kérdéses évre nézve keressük ki, és az így kijövő számot a Juliánnaptárra vonatkoztatott epaktákból vonjuk ki és megkapjuk a Gergelyféle kalendáriumra nézve az epaktákat. Ha a kisebbítendő nagyobb, mint a levonandó, a Juliánféle epaktához előbb 30-at csatolunk és ezután történik a levonás. Így pl. az 1700-tól egész 1900 eső évekre nézve a szóban lévő hiba 11 napot tesz. 11-et tehát le kell vonnunk az előbbi táblázat egyes epaktáiból s megnyerjük az 1700 és 1900 között fekvő évekre nézve az egyes aranyszámoknak megfelelő és a Gergelyféle naptára vonatkoztatott epaktákat. Ezeknek sora tehát e következő lesz:

Aranyszám.	Epakta.	Aranyszám.	Epakta.
1	0	11	XX.
2	XI.	12	I.
3	XXII.	13	XII.
4	III.	14	XXIII.
5	XIV.	15	IV.
6	XXV.	16	XV.
7	VI.	17	XXVI.
8	XVII.	18	VII.
9	XXVIII.	19	XVIII.
10	IX.		

Jelenleg a húsvét idejének meghatározására többnyire a Gauss csillagász által felállított szellemdús szabályt használják.

6). **A vasárnapi betű.** A vasárnapi betű arra szolgál, hogy a már egyszer elkészített naptár minden következő évre használható legyen. A közönséges év 365 napot, tehát 52 hetet és egy napot tartalmaz magában. Ha most felteszszük, hogy az ujév vasárnapra esik, akkor ugyanazon év utolsó, azaz 365. napja szintén vasárnap lesz. A következő év első napja tehát hétfő lesz és hasonlóképpen az utolsó napja is. Az erre következő év első és utolsó napja kedd lesz s. i. t. Mindezekből következik, hogy az oly kalendárium, melyben a hét napjai a vasárnap, hétfő, kedd s. a. t. elnevezésekkel jelezvék, a követ-

kező évre már nem lesz használható. E végből a vasárnapot *A*-val, a hétfőt *B*-vel, a keddet *C*-vel, a szerdát *D*-vel, a csütörtököt *E*-vel, a pénteket *F*-fel, a szombatot pedig *G*-vel jelezzük, feltévén, hogy oly évvel van dolgunk, mely vasárnappal kezdődik. Ez esetben minden vasárnapra *A* betű esik, tehát *A* a vasárnapi betű. A következő év hétfővel fog kezdődni s minthogy ez, mint az év első napja *A*-val jeleztetik, látni való, hogy ezen évben *G* lesz a vasárnapi betű.

A vasárnapi betű tehát minden évben egy betűvel hátrább megy. A szökő években február 24-ikére és 25-ikére ugyanazon betű iratik. Az ilyen években tehát két vasárnapi betű van. Az egyik február 24-ikéig, a másik pedig azontúl érvényes. A vasárnapi betű az úgynevezett örökös kalendárium készítésére szolgál.

7) **Az aerákról.** Legvalószínűbb, hogy az aera szó latin eredetű s e következő négy szó első betűinek összetételéből áll: »Ab exordio regni Augusti«. Ezen szóval akarjuk jelölni 1-ször) azon időpontot, melyben valamely nevezetes esemény történt; 2-szor) az évek egész sorát, melyek a kérdéses esemény óta elmúltak.

A legnevezetesebb, de egyszersmind a legbadarabb aera a világ-aera. Ez által a világ létezésének idejét akarják kifejezni. E világ-aera körül csoportosulnak a legesztelenebb nézetek és a legvakmerőbb állitások. Mintha a természet tanulmányozása által könnyen nem juthatnánk azon meggyőződésre, hogy az anyag, melyből a természetben lévő testek állanak örökös idő óta létezik s hogy ennélfogva a világegyetemben csakis folytonos alakváltozások fordúlnak elő, melyek végnélküliek! Ezen alakváltoztatások közben a testek különféle tulajdonságokat nyernek, melyek folyton a természet különféle célok elérésére lesz képessé. Igy pl. kétségtelen, hogy a Föld felülete egykoron oly állapotban volt, hogy rajta élő lények nem létezhettek. Idővel azonban a Föld tömege jobban és jobban összehúzódott; felülete inkább s inkább hült és nemsokára oly állapotba jutott, hogy azon már élő lények is létezhetének. Mily módon s mikor jött létre ez állapot, az ma még a természet titkaihoz tartozik, melyekről meséket költeni a legnagyobb esztelenségnek és butaságnak tartjuk.

Lássuk most e csodás világ-aerákat.

a) Egy bizonyos Julius Africanus nevű férfiú azt állitotta, hogy a világ időszámításunk előtt 5500 év óta létezik. Ezen idő az úgynevezett alexandriai aera, mely szerint a világ keletkezése és a mai nap között 7375 év léteznék. Mily esztelen felfogás!

b) Az úgynevezett antiochiai aera szerint, melyet Pandorus nevű szerzetes állitott fel a világ a K. előtti 5493-ik év óta létezik. Ily rögeszme csak egy buta szerzetes szüleménye lehet.

c) Az úgynevezett byzanci vagyis konstantinápolyi aera a világ keletkezését a K. előtti 5509-ik évre teszi.

d) Pater Pezron a világ keletkezését a K. előtti 5873. évre helyezi.

e) Usserius nevű hóbortos ember a világ korát Kristusig számítva 4004. évnyinek mondja. Ezen adatot a hires Bossuet francia pap is pártolta, mi különben nem csoda, minthogy ily ámító nézetek a papokkal tökéletesen összeférnek.

f) Josephus Flavius zsidó történetiró a világ keletkezésének idejéül a K. előtti 4163-ik évet állitja. Ezt korántsem csodáljuk, ismeretes lévén előttünk, hogy a fanatisticus zsidópapok minden esztelenség állitására és elhivésére hajlandók.

A többi, valóban létező aerák közöl a fontosabbakat emlitjük meg.

A) Az olympiai aera a görögöknél. Ennek kezdetét a K. előtti 776. évre teszik és julius hótól kezdve szokott számittatni a minden 4 év alatt visszatérő olympiai játékok szerint. Az emlitett 4 évi időszak olympiade nevet visel. Ha azt akarjuk tudni, hogy bizonyos számú napév hány olympiadét tesz akkor az adott évek számát csak 4-gyel kell elosztanunk.

B) A római aera, mely Róma alapitásától számittatik. Ezen idő Varro szerint 753. évet tesz Kristusig. Ha azt akarjuk tudni, hogy valamely K. utáni év hányadik a római aera szerint, akkor a kérdéses évhez 753-at kell hozzáadnunk.

C) A keresztények aerája vagyis a jelenlegi időszámitás, mely Dyonisius Exiguus római apát által lőn megállapitva. 532-ben K. u. Dyonisius Kristus születésének évét a római

aera 753-ik évébe tevé, mások pedig a 749-ik, sőt a 747-ik évébe is Róma épittetésének.

D) Az úgynevezett actiumi aera, mely az actiumi csatától vette nevét s a K. előtti 31-ik évtől számittatott, midőn is az emlitett ütközetben Julius Caesar által Pompejus teljesen legyőzetett és Egyptomba futott. Ezen aera szerint csak a K. utáni 284-ik évig számitottak, mely időben Diocletián Caesar lépett a trónra, ki a Diokletiánféle aerat rendelé el. Ezen aera a martyrok aerájának is neveztetik, mivel Diocletián alatt a keresztények 10-ik üldöztetése lőn elrendelve. Ezen aera Nyugaton egész Nagy Károly császár idejéig volt használatban.

E) A Seleucidok aerája, mely a bátor és hóditó Seleucusnak Babilon városába történt bevonulása óta számittatik, vagyis 312-ik évtől K. e. Ezen aera babiloniai aerának is neveztetik és Keleten egészen a K. utáni 1000-ik évig használtatott.

F) A zsidók aerája, mely tulajdonképpen világaera, minthogy a világ teremtésétől számitják. Az általános concilium alkalmával, mely 680-ban K. u. tartatott, az lőn elhatározva, hogy a világ 5508-ban teremtetett K. előtt. A görög keresztények szintén ezen aera szerint számitottak egész 1700-ik évig.

G) A mohamedánok aerája. Ezen aera Mohamed prófétának Mékkából Medinába való futásával kezdődött, vagyis a K. utáni 622-ik évben. Mivel a mohamedánok holdévek szerint számitanak, melyekből 33 tesz 32 napévet, ha tehát ezen éveket a keresztény aera szerint akarjuk kifejezni, minden 33 mohamedán évből egyet levonunk és a nyert eredményhez még 622-öt számitunk.

8) **A mohamedánok éve.** A mohamedánok hold évek szerint számitanak. Minden holdévben van 12 synodikus hónap, melyek összesen 354 napot tartalmaznak. A mohamedánok újéve folyvást más s más napra esik a mi időszámitásunk szerint. A mohamedán év legelső hónapja Moharem nevet visel. 1874-ben ezen hónap első napja február 18-ikára esett, mely alkalommal a mohamedán aera az 1291-dik évet jelezte. Ha febr. 18-ától 11 nappal hátrább megyünk, február 7-ikét kapjuk, vagyis azon napot, melyen a mohamedánok újévöket ünne-

pelték 1875-ben. Hasonló eljárással találjuk, hogy 1876-ban a mohamedánok újéve január 27-ikére fog esni. A mohamedánok ünnepei e következő rendben ismétlődnek.

A moharem nevű hónap első tiz napja Ali fiának, Husseinek van szentelve, kit e hónap 10-ik napján meggyilkoltak, mely nap Achura nevet visel. A második hónap neve Safár és e hónap 29-ikére esik Mohamed halála. A harmadik hónapot Rebi-el-avvelnek nevezik, és e hónap 12-ikén ünneplik Mohamed születési napját. A negyedik hónap Rebi-el-achernek hivatik; erre semmi jelentékeny ünnep sem esik. Az 5-ik hónap neve: Dschemadi-el-avvel, melynek 20-ikán Constantinápoly meghóditását ünneplik. A 6-ik hónapot Dschemadi-el-achernek hívják; ennek 20-ikán Mochamed nejének, Fatimének születésnapját ünneplik. A 7-ik hónap Redschebnek neveztetik, e hónap 29-ikén ünneplik Mohamed menybemenetelét, mely Mohamednek Borak nevű szamáron való nyargalása alkalmával történt. A 8-ik hónap neve: Schaban: e hó 15-ikén ünneplik a Koránnak az égből történt leesését, melyet Mohamed prófétának sok próbatétje előzött meg. A 9-ik hónapot Ramadannak nevezik, ez a mohamedánok böjthónapja. E hónap elsejétől kezdve naponkint a Nap felkelte előtt két órai ima van, ezután a Nap lenyugtáig teljes böjt. A 10. hónap neve Sthevval, e hónap kezdetével a böjt megszünik, mit is a 3 napig tartó Bairam nevű vig ünnep által tüntetnek ki. A 11. hónap Dsul-Kade nevet visel; ebben semmi jelentékeny ünnep sem fordul elő. Végre a 12-ik hónapot Dsul-hedschenek nevezik, e hónap 10-ikén az ünnepek legnagyobbika fordul elő, melyet Kurban Bairamnak neveznek. Ez alkalommal a Mekka város közelében fekvő Mina völgyben áldozatokat mutatnak be s számos praedicatiókat tartanak a mindenhonnan oda zarándokolt mohamedánoknak.

Minthogy a holdhónap, vagyis a Hold synodikus keringési ideje 29·5 napot tesz, azért is a hónapokat váltva 29 és 30 nappal számítják. 30 naposak e következők: Moharem, Rebi-el-avvel, Dschemadi-el-avvel, Redscheb, Ramadan és Dsul-Kade, a többiek 29 naposak. Hogy az időszámításban rend legyen, időről időre a törökök is kénytelenek voltak külön hónapokat beiktatni.

811285

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA

9) **A zsidók éve.** A zsidók éve szintén 12 synodikus hónapból állott, melyeknek e következő neveik voltak: 1). Nissan, 2). Ijar, 3). Siwan, 4). Thamus, 5). Ab, 6). Elul, 7). Thischri, 8). Maschevan, 9). Kislev, 10). Tebeth, 11). Schebat, 12). Adar. Ezen hónapok váltva 29 és 30 nappal birtak, az egész év tehát szintén 354 napot tartalmazott, mint a mohamedánoknál. Azon 11 napnyi különbség, mely a zsidók éve és a tulajdonképeni napév között létezett, az évszakokat idővel nagy rendetlenségbe hozta. Ennek következtében a zsidók kénytelenek voltak új hónapot beiktatni, melyet Veadarnak neveztek el. Ezt mindig oly módon kellett beiktatni, hogy a »Pascha« nevü ünnep, vagyis a húsvét állandóan Nissan hó 15-ikére essék.

A zsidóknál az év kezdete, mielőtt még Egyptomból kivonúltak volna, a tavasz kezdetével esett össze. A kivonulás emlékezetére az év kezdetéül ezután Nissan hónap szolgált, mivel e hónapban távoztak el Egyptomból. A polgári év kezdetét Tischri hónapban vette, mig a Nissan hónapban kezdődő évet vallási évnek nevezték.

A zsidóknak három fő ünnepök van. A pascha, vagyis pessah; a hetek ünnepe és az úgynevezett Lauberhütten ünnep. Az első az Egyptomból történt kivonulás; a második a Sinai hegyen hozott törvények és a harmadik az igéret földére való bevonulás emlékezetére ünnepeltetik.

A Pascha-ünnep első napjának közel kell esnie a tavaszi nap-éjegyenhez s nem szabad szerda-, péntek-, vagy vasárnapon megtartatnia, sem pedig a tavaszi nap-éjegyent túlhaladnia. Ezen feltételeken kivül még Nissan hó 15-ikén kell ünnepeltetnie. Minthogy azonban a váltva egymásra következő, 29- és 30 napból álló hónapok által a Nissan hó 15-ike annyira előre mozdítható, hogy az a tavaszi nap-éjegyen után eshetnék, e bajt el kell háritaniok az emlitett Veadár hónap kellő beiktatása által. A hetek ünnepe (pünkösd) mindig az 50 napra esik a Pascha-ünnep első napjától számítva. Végre a Lauberhütten ünnep Tischri hó 15-ikén kezdődik és tart a szüret bevégeztéig. A folyó $187\frac{4}{5}$-ik zsidóév szökő év. Nissan hó elseje 1874-ik évi mártius 19-ikére, a beiktatandó Veadar hó elseje pedig az 1875. év mártius 8-ikára esik.

Magyar Tudományos Akadémia Könyvtára 17099/1951 sz.

Értelemzavaró sajtóhibák.

Lapszám	sor	helyett	olvasandó
12	felül 9	—	=
13	felül 19	meghoszbítása	meghosz-szabbítása
23	felül 10	ponton	ponton való
33	felül 13	átellen	átellenes.
67	az idomban	s	S
	és	S	S'
85	felül 18	alapok	alap-ok
85	alól 7	hogy	akkor
97	felül 10	külpontiságot	külpontiságát
97	alól 1	G 111477	G = 111447
100	felül 5	utóbb	utóbbi
102	felül 4	mennyiségtan	mennyiségtanban
103	felül 6	látszólagos	látszólagost
115	alól 7	mint	mit
136	felül 8	oldatott	megoldatott
142	felül 4	szerzet	szerzett
152	alól 9	el	elmúlik
171	alól 5	Hestia	Hestiáé
172	felül 5	64	64-szer
172	felül 6	512	512-szer
179	felül 5	ha	ha a
193	feiül 2	az	azt
208	felül 10	ér	éri
226	felül 15	használhassak	használhassák
229	felül 2	semm	semmi
230	felül 13	esetnek	esetben
278	alól 13	sugara	sugara és
282	felül 10	igen	égen
286	felül 5	észrevetőknek	észrevehetőknek
286	felül 7	még	míg
300	felül 10	nap	Napnak
301	alól 2	ezen	ez
303	felül 14	Nap	Nap a
336	felül 1	is.	is,
143	alól 5	igénybe :	igénybe : hanem csak azt óhajtottuk jelezni.

III. kötet. I.—VIII. szám. 1874.

1. szám. **Vész János Ármin.** Adalék a visszafutó sorok elméletéhez. . 10 kr.
2. » **Konkoly Miklós.** Az ó-gyallai csillagda leirása s abban történt napfoltok észlelése néhány spectroscopicus észlelés töredékeivel. 1872 és 1873. (3 táblával). . . . . 40 kr.
3. » **Kondor Gusztáv.** Emlékbeszéd Herschel János k. tag felett . 10 kr.
4. » **B. Eötvös Loránd.** A rezgések intenzitása, tekintettel a rezgési forrásnak és az észlelőnek mozgására. . . . . 10 kr.
5. » **Réthy Mór.** A diffractio elméletéhez. . . . . 12 kr.
6. » **Martin Lajos.** Az erőműtani csavarfelületek. — A vizszintes szélkerék elmélete (számos fametszettel). . . . . 1 frt.
7. » **Réthy M.** A kerületre redukálható felület-egészletek elméletéhez 15 kr.
8. » **Galgóczy Károly.** Emlékbeszéd Vállas Antal külső tag felett. 10 kr.

IV. kötet. 1875.

1. » **Schulhof Lipót.** Az 1870. IV. sz. üstökös definitiv pályaszámítása 10 kr.
2. » **Schulhof Lipót.** Az 1871. II. sz. üstökös definitiv pályaszámítása 10 kr.
3. » **Szily Kálmán.** A hő-elmélete második főtétele, levezetve az elsőből (székfoglaló) . . . . . 10 kr.

Euklides elemei. XV könyv. Fordította Brassai Sámuel, Számos fametszvénynyel. 1865. 8-adr. XIV és 635. lap. . . . . 1 frt.

Fabini János tanítmánya a szembetegségekről. A második kiadás után fordította Vajnócz János 1837. 8-rét, 332 lap. . . . . 20 kr.

György Sándor. A felsőbb analysis elemei. I. és II. füzet. 1836—40. 4-rét, 264 lap. . . . . 1 frt 40 kr.

Hradnay Fer. Számolási segéd, a közéletben gyakorta előforduló pénzszámolások tábláit s egyszersmind szabályait foglaló. 1841. 8-rét, 290 lap. . . . . 20 kr.

Hunfalvy János. A magyar birodalom természeti viszonyainak leirása. A M. T. Akadémia megbizásából. I—III. köt. Pest, 8-adr. I. kötet VI és 539 lap. II. kötet. Pest, 1864 8-adr. 689 lap. III. kötet. 1865. 744 lap. (Athenaeum kiadása). . . . . 12 frt.

Kalchbrenner Károly. Magyarország hártyagombáinak válogatott képei. (Icones selectae Hymenomycetum Hungariae.) Magyar és latin szöveggel.
I. Füzet: X szines képtáblával és 1—20 lap . . . . . 5 frt.
II. Füzet: X szines képtáblával és 21—36 lap . . . . . 5 frt.
III. Füzet: X szines képtáblával és 37 - 50 lap . . . . . 5 frt.

Kruspér István. Légtüneti észleletek. Kiadja a M. T. Akadémia Mathematikai és Természettudományi Bizottsága. 1866. 4-edr. 225 lap. . . . . 60 kr.

Mathematikai és természettudományi közlemények vonatkozólag a hazai viszonyokra. Kiadja a magyar tudományos Akadémia mathematikai és természettudományi állandó bizottsága. Szerkeszti **Szabó József**, osztálytitkár. 1851—1872. 8-rét. Az eddig megjelent I—X. kötet együtt megrendelve . . . . . 11 frt 20 kr.

Pályamunkák. (Mathematikai) Első kötet: Taubner K. Az első és másodrendű görbék öszrendesekre átvitele és főbb tulajdonságaik. 8 tábl. 1844. 8-rét XII. 104 lap, fűzve. . . . 20 kr.

Pályamunkák. (Természettudományi)
1. kötet. Toperczer T. A magyarorsz. pokolvar, annak természete, okai, óvó és gyógymódjai 1837. 8-rét, 150 lap . . . . . 10 kr.
2. kötet. Balogh J. A magyarorsz. szikesvidékek természettudományi tekintetben. 1840. 8-rét. VIII és 120 lap . . . . . 10 kr.

3. kötet. Wagner D. Magyarországnak közgazdaságilag nevezetes termékeiről. — D. Török József. Ugyanazon tárgyról. 1844. 8-rét. VI és 243 lap. . . . . 20 kr.

4. kötet Szabó J. Pest-Buda környékének földtani leirása. Egy földtani abroszszal. 1858, 8-rét 58 lap. . . . . 30 kr.

Petényi S. János hátrahagyott munkái. Szerkeszté Kubinyi Ferencz. I. füzet. 4 képtáblával. 1864. 8-rét. 130 lap. . 20 kr.

Dr. Soltész János. A fűvészet alapvonalai, tekintettel a müveltebb néposztály szükségeire. Koszorúzott pályamunka. Számos fametszettel. 1873. Kis 8-rét. II. és 246 lap. . . . . 80 kr.

Spiegler Gyula. Uj módszer az adott számból annak természetes logarithmusát és viszont logar. táblák nélkül kiszámitani. 1858. 8-rét. 16 lap. . . . . 10 kr.

Szabó Ignácz. A lég. Népszerű legtünettan. (Meteorologia.) Különös tekintettel hazánk légtüneti viszonyaira. Két földabroszszal s számos ábrával. Koszorúzott pályamunka. 1874. Kis 8-rét. 220 l. 80 kr.

Szabó József. Magyaritás a természettudományban, s különösen annak gyakorlati jelentősége. 1861. 8-rét. 24 lap . . . 10 kr.

—»— Pest-Buda környékének földtani leirása. Egy abroszszal. 1858, 8-rét. 58 lap. . . . . 30 kr.

Sztoczek József. Utasitás meteorologiai észleletekre. 1 táblával. 1861. N. 4-rét. 70 lap. . . . . 50 kr.

Vállas Antal. Felsőbb egyenletek egy ismeretlennel. 2 füzetben 1842. 1848. rét. VI. és 574 lap. . . . . 1 frt.

Vész János Ármin. A háromél leirati feloldása. 1858. 8-rét. 15 lap 3 táblával. . . . . 35 kr.

—»— A legkisebb négyzetek elmélete és bevezetésül a valószinüségi hánylat elemei. 1869. 8-rét. 92 lap. . . . . 60 kr.

☞ 7 frt helyett 2 frtért kapható: ☜

FELSŐBB MENNYISÉGTAN.

Irta: **Dr. Petzval Otto.**

I. kötet: Külzeléki hánylat, alkalmazásával együtt.
II. kötet: Egészleti hánylat, alkalmazásával együtt.

A Magyar Tud. Akadémia

KÖNYVKIADÓ VÁLLALATA.

E vállalat keretében oly eredeti és fordított munkák fognak kiadatni, a melyeknek megválasztásában irodalmunk legszembetünőbb hiányainak betöltése és a müvelt közönség szükségeinek kielégitése lesznek a fő szempontok.

A vállalat **három különálló sorozatból** áll, melyek:

I. Sorozat:

A történelem (évenként 80 iv) . . . . . Ára 4 frt.

II. Sorozat:

Az irodalom (évenként 60 iv) . . . . . ; Ára 3 frt.

III. Sorozat:

A jog- és állam-tudomány (évenként 60 iv) . . . . . Ára 3 frt.

egész körét fogják felkarolni.

Az aláirás egy sorozatra is elfogadtatik, **de három évfolyamra kötelező.**

Budapest, 1875. Nyomatott az Athenaeum nyomdájában.