10.23716/TTO.17.2010.23

MONHOR DAVAADORZSÍN

Adalékok Galileo Galilei néhány kevésbé ismert tudományos eredményéhez

Tanulmányában a szerző Galilei három kevésbé ismert munkájával foglalkozik. Ezek: az inga lengésére vonatkozó megfigyelések, amelyek egy, a betegek pulzusának mérésére szolgáló műszert eredményeztek (pulsilogium); a halmazelmélet, illetve a végtelen halmazok egyes kérdései; a hibaelmélet – a későbbi valószínűségelmélet előfutára – megfogalmazása.

BEVEZETÉS

Galileo Galilei (1564-1642) kiugróan előkelő helyen áll az emberiség nagy gondolkodói között. Az új mechanika elindításával, a távcső felfedezésével és a távcsővel végzett megfigyeléseivel, új kutatási módszereivel és a skolasztika korlátainak áttörésével Galilei nagy szerepet játszott az új tudományos világkép kialakításában, modern világképünk kialakulásában. Ezeket az eredményeket és azok filozófiai, ill., tudományos módszertani aspektusait a tudománytörténészek részletesen tanulmányozták.

Azonban Galilei szerteágazó, széleskörű tudományos teljesítményei között még mindig vannak olyan pontok, amelyek kevésbé ismertek vagy amelyeket csak érintőlegesen kutattak. A jelen dolgozatban röviden foglalkozunk hárommal ezek közül. Az első arról szól, hogyan fedezte fel Galilei az ingalengés izokronizmusát és mikor tette az ingára vonatkozó első észrevételeit. A második téma Galileinek a pozitív egész számok halmazára vonatkozó észrevételeiről szól. A harmadik kérdésként a hibaelmélet előfutáraként játszott szerepét elemezzük..

GALILEI ÉS A PULSILOGIUM DIÓHÉJBAN

1581-ben, 17 évesen a Pisai Egyetem orvostanhallgatójaként érte el Galilei első tudományos eredményét. Felfedezte az ingalengés izokronizmusát és az eredményt az orvostudományban használta: az ingalengés törvényére alapozva, olyan műszert alkotott, amellyel mérni lehet a betegek pulzusát. Santorio Santorio (1561-1636), olasz élettankutató, orvos, a Padovai Egyetem Professzora használta az orvosi gyakorlatban, s továbbfejlesztette. A *pulsilogium* nevet adta a műszernek.[1]

1596-ban Galilei foglalkozott egy hőmérő műszer gondolatával, s ebből lett a mai hőmérő elődje, a „termoszkóp". A műszert Santorio továbbfejlesztette és alkalmazta az orvosi gyakorlatban.

10.23716/TTO.17.2010.23

Galilei vette észre, hogy a pozitív egész számok halmazának és a pozitív egész számok négyzetei halmazának "ugyanannyi eleme" van. Ez egy tudománytörténetileg ismert tény, de nem túlságosan elterjedt. Nagyon ritkán említik a fenti megfogalmazásban vagy tartalmilag azzal egyenértékű formában matematikai szakkönyvekben és tankönyvekben. Az alábbiakban tanulmányozzuk Galilei e paragrafus elején említett észrevételét és annak jelentőségét. Erre vonatkozólag egyetlen egy forrásanyag van [6]. Szó szerint [a kivonat elemzésével kapcsolatos későbbi hivatkozásaink megkönnyitésére számoztuk a párbeszéd részeit] idézzük a tanulmányozandó a kivonatot [6]-ból a következőképpen.[2]

Az [7]-ben szereplő két személye, Salviati-t és Sagredot, Galilei valóságos személyekről mintázta. Salviati Galilei barátjára és tanitványára, Filipo Salviati-ra (1582–1614) utal. A műben általában Salviati, Galilei egyfajta szóvivőjeként szerepel, azaz Galilei gondolatait közvetíti. Sagredo szintén Galilei barátjára, Giovanni Francesco (1571–1620)-ra utal. Általában, értelmes, laikus és semleges személyként szerepel.

Ami Simplicio-t illeti, személyének kiléte nem olyan egyértelmű. Azt feltételezik, hogy a Simplicio név Simplicius of Cilicia-ra utal, aki a VI. században élt és Arisztotelész tanainak magyarázója volt. Másik feltevés szerint az angol "simple" szónak olasz megfelelőjével, "semplice"-vel asszociálható.

Az előbbi igen tömör és általános jellegű két megjegyzés a mű csillagászati és tudományos világképére vonatkozó gondolatban, eszmefuttatásban, ill. általános tudományos módszertani aspektusainak elemzésében jól illeszkedik [6]-hoz. Azonban ez a megjegyzés nem vonatkozik [7]-re. A végtelen halmaz számaira vonatkozó kivonat kontextusában az általános aspektusok helyett, konkrét matematikai kérdés fejlődési dinamikájában kell gondolkodnunk. Ilyen hozzáállással még ennél melyebb és konkrétabb konklúzióhoz juthatunk.

Az idézett kivonat (1) részének végén, Simplicio azt mondja " .. *egy végtelen mennyiséghez végtelennél nagyobb érték hozzárendelése jó magam felfogó képességét túlhaladja.* (..."*assigning to an infinite quantity a value greater than infinity is quite beyond my comprehension*"). Érdemes megfigyelni két dolgot. Az első az, hogy itt Simplicio nem tűnik fel Arisztotelész tanainak magyarázójaként és nem képvisel olyan nézetet, amely Galilei nézeteivel ellentétes. Egész egyszerűen, itt SIMPLICIO egy matematikai feladat ügyes megfogalmazójaként vagy egy matematikai feladat felvetését, ill., tárgyalását elősegítő kérdés feltevőjéként szerepel. Simplicio szóban forgó mondata kéri Galileitól [emlékezzük, hogy Salviati Galilei szóvivőjeként szokott szerepelni, igy tulajdonképpen Salviati maga Galilei] kéri a kérdés világos magyarázatát, akkori matematikai tárgyalásmód szerint: bizonyítását. Pontosabban és összefoglalóan, mit is bizonyított Galilei abban a részben, amelyet a jegyzetekben szó szerint idéztünk: Galilei bebizonyította a következőket. (i) Világosan megmutatta azt, hogy mivel jellemezhető a véges halmazban és a végtelen halmazban foglalt számok legalapvetőbb különbsége: a végtelen halmaz azzal jellemezhető, hogy a valódi részhalmazában és magában a végtelen halmazban a számok mennyisége ugyanaz lehet; viszont ez lehetetlen véges halmaz esetén. (ii) Ennek a fontos észrevételnek érvelése, vagyis bizonyitása is figyelemre méltó: kölcsönösen egyértelmű megfeleltetési technikát, azaz az invertálható függvényt használta. Ez azért is figyelemre méltó, mert Galilei koránál sokkal később, a 19. században Cauchy (1789-1857), Dirichlet (1805-1859) és mások munkássága alapján alakult ki a ma elfogadott függvényfogalom.

Azonban, Galilei tévedett—a mai mércével nézve— abban, hogy az "egyenlő", "nagyobb" és "kisebb" reláció nem alkalmazható a végtelen mennyiségek esetén [..."*and finally the attributes „equal," „greater," and „less," are not applicable to infinite, but only to finite, quantities*". (/5'/ Salviati)]. Ez a tévedés valójában nem is nevezhető tévedésnek, ha Galilei korában gondolkodunk a végtelen halmaz elképzeléseiről, hiszen csak Georg Cantor (1845-1918) ([2]-[5]

10.23716/TTO.17.2010.23

), a modern halmazelmélet megteremtője látta be először, hogy az "egyenlő", "nagyobb" és "kisebb" reláció alkalmazható a végtelen mennyiségek esetén is, ebből építette a halmazelméletet. Így az is mondható, hogy CANTOR előtt 250 évvel GALILEI igen közel volt a végtelen halmaz megértéséhez. Mindezekből világosan látható GALILEI észrevételének jelentősége.

GALILEI után BERNARD BOLZANO (1781-1848), cseh matematikus, filozófus és teológus "*A végtelen paradoxonjai*" c. művében [1] találhatók a végtelen halmaz kezdetleges gondolatainak elemei. Ebből is belátható, hogy GALILEI saját korát mennyire megelőzte a végtelen halmaz számainak fogalma terén.

GALILEI ÉS A HIBAELMÉLET

GALILEI hagyatékából előkerült egy kézirat, amelyben GALILEI foglalkozott három, kockadobással kapcsolatos elemi eseménnyel (a modern valószínűségelméleti terminológiával élve). GALILEI néhány kevésbé ismert tudományos eredménye közé tartozik ez a valószínűségelméleti tanulmánya is. Azt mondhatjuk, hogy GALILEI ennél tovább is ment a valószínűségelméletben. Ennek alátámasztására jegyezzük meg, hogy a hibaelmélet fontos szerepet játszott a valószínűségelmélet néhány fontos fogalmának kialakulásában ([8], [12]).

GALILEI a hibaelmélet előfutára volt, mert [6]-ban megtalálhatók a következő hibaelméleti alapgondolatok:

- A mérési hiba elkerülhetetlen, azaz minden mérésnél van egy bizonyos hiba;
- A kisebb hibák gyakoribbak mint a nagyobbak, következésképp a kisebb hibák javítása nem mindig szükséges;
- Negatív és pozitív hibák egyforma gyakorisággal fordulnak elő;

Nagyon sokszori mérés esetén a mérési eredmények a valódi érték körül csoportosulnak.Ezek a gondolatok a modern valószínűségelméleti nyelvre a következőképpen fordíthatók le: a mérési hiba egycsúcsos, szimmetrikus valószínűségi eloszlást követő valószínűségi változó Jegyezzük meg, hogy valószínűségi változó eloszlásának fogalma sokkal később alakult ki, valójában P. S. LAPLACE (1749 - 1827) és C. F. GAUSS (1777–1855) munkássága révén. A hibaelmélet kialakulásában fontos szerepet játszott a geodéziai, geofizikai és csillagaszati mérések matematikai feldolgozásának szükségessége és igénye ([8] - [12]).

ZÁRÓ MEGJEGYZÉSEK

A jelen tanulmány három része mindegyikében megtalálhatók tudománytörténeti észrevételeim, következtetéseim és megjegyzéseim, s így azok ismétlése fölösleges. Azonban szeretném említeni azt, hogy itt kifejtett észrevételeim további kutatására is szükség van, s így is tervezem. Jegyezzük meg, hogy már sokat kutatott területen is még mindig vannak tisztázni való kérdések. Erre csak egy példa: sok helyen azt állítják, hogy GALILEI ferde toronyról szabadesési kísérletet végzett. Ennek az ellenkezőjét is találhatjuk: [13]-ban például olvasható a következő: "… a legendával ellentétben GALILEI nem ejtegetett golyókat a pisai ferde toronyból". Így a jelen dolgozatom azzal az aforizmával zárom, amely úgy hangzik: "No problem is ever solved completely." (Egyetlen probléma sincs soha teljesen megoldva.)

10.23716/TTO.17.2010.23

JEGYZETEK:

[1] VINCENZO VIVIANI (1622-1703) olasz matematikus és GALILEI tanítványa szerint, GALILEI első észrevétele az ingára vonatkozóan véletlen megfigyelésből származik: a pisai székesegyházban a csillár lengését szemlélve, eszébe villant, hogy a lengések időtartama egyenlő lehet, és az ingát az orvostudományban is lehetne alkalmazni az érverés mérésére. VIVIANI 1639-ben, 17 éves korában, GALILEI segédje lett a annak haláláig tanítványa maradt. 1655 és 1656 között megszerkesztette az első kiadást GALILEI összegyűjtött munkáiból. Igy, van alapja annak, hogy VIVIANI állítása hiteles lehet.
Itt külön ki kell emelnümk azt a tényt, hogy fiatal első éves egyetemistaként érte el ezt az első tudományos eredményt, s már ebben az első tudományos észrevételében is világosan látszanak az új típusú gondolkodásmód—mérés és számításon alapuló kutatói hozzáállás—jellemzői.
Különösen jól ismertek GALILEInek az ingával kapcsolatos későbbi fontos kutatásai. A tudománytörténészek általában az 1602. évet szokták jelölni Galilei ingakutatásai kezdetének. Azonban már 20 évvel korábban is legalább kismértékben foglalkozott az ingával, ahogyan észrevétele és a pulsilogium mutatja.

[2] (1) *SIMPLICIO: Here a difficulty presents itself which appears to me insoluble. Since it is clear that we may have one line greater than another, each containing an infinite number of points, we are forced to admit that, within one and the same class, we may have something greater than infinity, because the infinity of points in the long line is greater than the infinity of points in the short line. This assigning to an infinite quantity a value greater than infinity is quite beyond my comprehension.*
Itt egy nehézség mutatkozik, amely nekem megoldhatatlannak tűnik. Mivel világos, hogy egy vonal hosszabb lehet, mint egy másik, és mindegyikben végtelen számú pont található, kénytelenek vagyunk belátni, hogy ugyanabban a kategóriában valami nagyobb lehet, mint végtelen, mivel a hosszú vonalban a pontok végtelensége nagyobb, mint a rövid vonalban. Egy végtelen mennyiséghez egy, a végtelennél nagyobb érték hozzárendelése számomra az értelmezhetőségen túl van.
(1') *SALVIATI: This is one of the difficulties which arise when we attempt, with our finite minds, to discuss the infinite, assigning to it those properties which we give to the finite and limited; but this I think is wrong, for we cannot speak of infinite quantities as being the one greater or less than or equal to another. To prove this I have in mind an argument which, for the sake of clearness, I shall put in the form of questions to Simplicio who raised this difficulty. I take it for granted that you know which of the numbers are squares and which are not.*
Ez egyike azon nehézségeknek, amelyek akkor lépnek fel, ha véges elménkkel megkíséreljük a végtelent magyarázni, hozzárendelve azokat a tulajdonságokat, amelyeket a végeshez és korlátozotthoz rendelünk; de azt hiszem, ez hibás, mert nem beszélhetünk végtelen mennyiségekről, ha az egyik nagyobb, vagy kisebb, vagy egyenlő egy másikkal. Ennek bizonyítására olyan érvem van, amelyet - az egyértelműség kedvéért kérdés alakjában fogok feltennei Simplicionak, aki ezt a nehézséget felvetette…Bizonyosra veszem, hogy ön tudja, a számok melyike négyzet, és melyike nem.
(2) *SIMPLICIO: I am quite aware that a squared number is one which results from the multiplication of another number by itself; this 4, 9, etc., are squared numbers which come from multiplying 2, 3, etc., by themselves.*
Teljesen tisztában vagyok azzal, hogy egy négyzetre emelt szám egy számnak önmagával képezett szorzata; ilyen a 4, 9 stb. Ezek négyzetek: a 2, 3 önmagával való szorzataiból adódnak.
(2') *SALVIATI: Very well; and you also know that just as the products are called squares so the factors are called sides or roots; while on the other hand those numbers which do not consist of two equal factors are not squares. Therefore if I assert that all numbers, including both squares and non-squares, are more than the squares alone, I shall speak the truth, shall I not?*
Rendben van; és ön azt is tudja, hogy ahogyan a szorzatokat négyzeteknek nevezzük, a szorzók a gyökök; az olyan számok, amelyek nem két egyenlő szorzóból keletkeztek, nem négyzetek. Ezért, ha azt állítom, hogy az összes szám, amely magában foglalja mind a négyzeteket, mind a nem-négyzeteket, több, mint a négyzetek egymagukban, akkor az igazat mondom, úgy-e?
(3) *SIMPLICIO: Most certainly.*
Bizonyára…
(3') *SALVIATI: If I should ask further how many squares there are one might reply truly that there are as many as the corresponding number of roots, since every square has its own root and every root its own square, while no square has more than one root and no root more than one square.*
Ha továbbá megkérdezném, hány négyzet van, arra az lehetne a valós válasz, hogy annyi, amennyi a megfelelő gyökök száma, mivel minden négyzetnek megvan a maga gyöke és minden gyöknek a maga négyzete, mivel egy négyzetnek sincs több mint egy gyöke és egy gyöknek sincs több mint egy négyzete.
(4) *SIMPLICIO: Precisely so.*
Pontosan így van.

10.23716/TTO.17.2010.23

(4') *SALVIATI: But if I inquire how many roots there are, it cannot be denied that there are as many as the numbers because every number is the root of some square. This being granted, we must say that there are as many squares as there are numbers because they are just as numerous as their roots, and all the numbers are roots. Yet at the outset we said that there are many more numbers than squares, since the larger portion of them are not squares. Not only so, but the proportionate number of squares diminishes as we pass to larger numbers, Thus up to 100 we have 10 squares, that is, the squares constitute 1/10 part of all the numbers; up to 10000, we find only 1/100 part to be squares; and up to a million only 1/1000 part; on the other hand in an infinite number, if one could conceive of such a thing, he would be forced to admit that there are as many squares as there are numbers taken all together.*

De ha megkérdezem, hány gyök létezik, nem tagadható, hogy annyi, ahány szám, mert minden szám valamilyen négyzet gyöke. Mivel ezt el kell fogadnunk, azt kell mondanunk, hogy annyi négyzet van, ahány szám, mert éppen akkora a számuk, mint a gyökeiké, és hogy minden szám gyök. Azonban kiinduláskor azt mondtuk, hogy sokkal több szám van, mint négyzet, mivel nagyobb hányaduk nem négyzet. Ezen túlmenően a négyzetek számaaránya csökken, ahogyan nagyobb számokhoz érkezünk. Így 100-ig 10 négyzetünk van, azaz a négyzetek az összes szám 1/10-ét alkotják; 10000-ig csak 1/100-ad részük négyzet, egy millióig 1/1000 részük; másrészről egy végtelen számban, ha ilyesmit el tudnánk képzelni, kénytelenek lennénk elismerni, hogy annyi négyzet van, ahány szám összesen létezik.

(5) *SAGREDO: What then must one conclude under these circumstances?*

Tehát mire kell következtetnünk ilyen körülmények között?

(5') *SALVIATI: So far as I see we can only infer that the totality of all numbers is infinite, that the number of squares is infinite, and that the number of their roots is infinite; neither is the number of squares less than the totality of all the numbers, nor the latter greater than the former; and finally the attributes „equal," „greater," and „less," are not applicable to infinite, but only to finite, quantities. When therefore SIMPLICIO introduces several lines of different lengths and asks me how it is possible that the longer ones do not contain more points than the shorter, I answer him that one line does not contain more or less or just as many points as another, but that each line contains an infinite number.*

Amennyire látom, csak azt következtethetjük, hogy az összes szám összessége végtelen, hogy a négyzetek száma végtelen, és hogy gyökeik száma is végtelen; s a négyzetek száma sem kevesebb mint az összes szám összessége, sem az utóbbi nem nagyobb, mint az előbbi; és végül, hogy az "egyenlő", "nagyobb" és "kevesebb" nem alkalmazhatók végtelen, csak véges mennyiségekre. Ha tehát Simplicio különböző hosszúságú vonalakat vezet be és azt kérdi tőlem, hogyan lehetséges, hogy a hosszabb nem tartalmaz több pontot mint a rövidebb, csak azt válaszolom neki, hogy az egyik vonal nem tartalmaz több vagy kevesebb vagy ugyanannyi pontot, mint a másik, de mindegyik vonal végtelen pontot tartalmaz.

IRODALOM

[1] *Bolzano B.*: Paradoxes of the Infinite. Translated from German by Fr. Prihonsky and furnished with a historical introduction by Donald A. Steele. Routledge and Kegan Paul, London, 1950.

[2] *Cantor G.*: Über eine Eigenschaft des Inbegriffs aller reellen algebraischen Zahlen, Journal für die reine und angewandte Mathematik, 77(1874), 258-262.

[3] *Cantor G.: Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre* ("Foundations of a General Theory of Aggregates"), Ein mathematisch-philosophischer Versuch in der Lehre des Unendlichen. B. O. Teubner, Leipzig 1883.

[4] *Cantor G.*: Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre, (1. Artikel) Mathematische Annalen. 46 (1895), 481-512.

[5] *Cantor G.*: Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre, (2. Artikel) Mathematische Annalen, 49 (1897), 207-246.

[6] *Galilei G.*: Dialogue Concerning the Two Chief World Systems, translated with revised notes, by Stillman Drake, foreword by Albert Einstein, second edition, University of California Press, 1967. [Az eredeti mű 1630-ban jelent meg].

[7] *Galilei G.*: Dialogue Concerning the Two New Sciences, translated by Henry Crew and Afonso de Salvio, New York Dover 1954. [az eredeti mű 1638-ban jelent meg].

[8] *Monhor D.*: Mérési hibák, központi határeloszlás tételek, Hagen-féle hipotézisek és normális eloszlás, Geodézia és Kartográfia, 2001/1, 11-16.

[9] *Monhor D.*: Hibaelmélettől valószínűségelméletig I, Geodézia és Kartográfia, 2006/7, 18-22.

[10] *Monhor D.*: Hibaelmélettől valószínűségelméletig II, Geodézia és Kartográfia, 2006/8, 22-26.

10.23716/TTO.17.2010.23

[11] *Monhor D.* –Takemoto S.: Understanding the concept of outlier and its relevance to the assessment of data quality: Probabilistic background theory, Earth, Planets and Space, 57(2005), 1009-1018.

[12] *Monhor D.–Takemoto S.*: Geodetic and Astronomical Contributions to the Invention of the Normal Distribution: Some Refinements and new Evidences, Journal of the Geodetic Society of Japan, 51 (2005), 175-185.

[13] *Pólya G.* Matematikai módszerek a természettudományokban, Gondolat, Budapest, 1984.

A szerző címe:
Nyugat-Magyarországi Egyetem
Geoinformatikai Kar, 8000 Székesfehérvár, Pirosalma u. 1-3.
E-mail: monhor@ella.hu