

# ÉRTEKEZÉSEK EMLÉKEZÉSEK

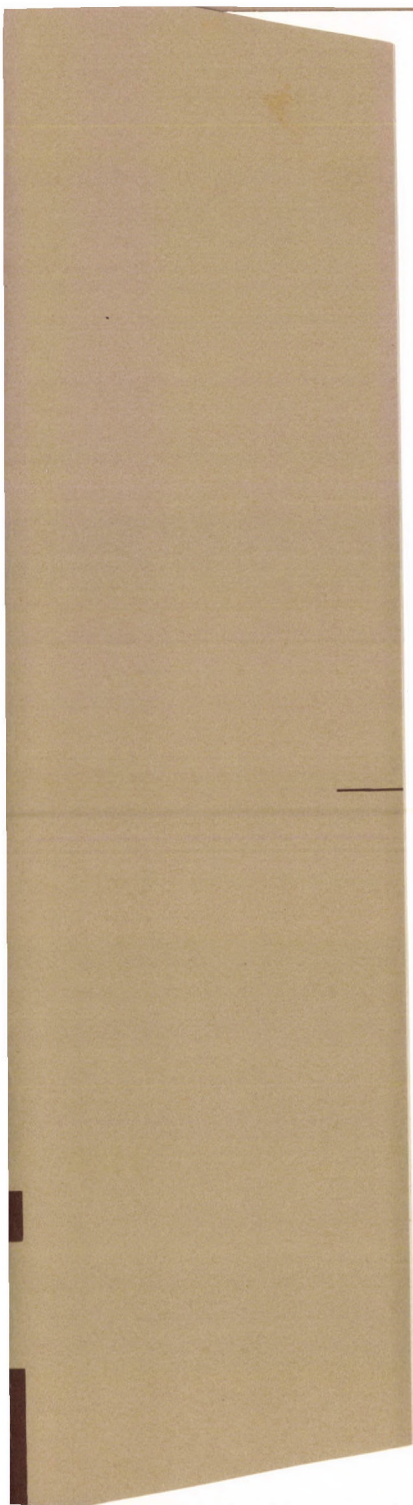
TERPLÁN ZÉNÓ

FOGASKEREKEK, HAJTÓMŰVEK,  
FOGASKERÉK-BOLYGÓMŰVEK



98

AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST



ÉRTEKEZÉSEK  
EMLÉKEZÉSEK

# ÉRTEKEZÉSEK EMLÉKEZÉSEK

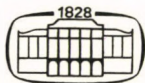
SZERKESZTI  
TOLNAI MÁRTON

TERPLÁN ZÉNÓ

FOGASKEREK, HAJTÓMŰVEK,  
FOGASKERÉK-BOLYGÓMŰVEK

AKADÉMIAI SZÉKFOGLALÓ

1990. OKTÓBER 1.



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST

A kiadványsorozatban a Magyar Tudományos Akadémia 1982.  
évi CXLII. Közgyűlése időpontjától megválasztott rendes  
és levelező tagok székfoglalói — önálló kötetben — látnak  
napvilágot.

A sorozat indításáról az Akadémia főtitkárának 22/1/1982.  
számú állásfoglalása rendelkezett.

ISBN 963 05 6375 4

Kiadja az Akadémiai Kiadó, Budapest

© Terplán Zénó, 1992

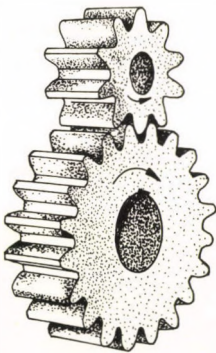
Minden jog fenntartva, beleértve a sokszorosítás, a nyilvános  
előadás, a rádió- és televízióadás, valamint a fordítás jogát,  
az egyes fejezeteket illetően is.

Printed in Hungary

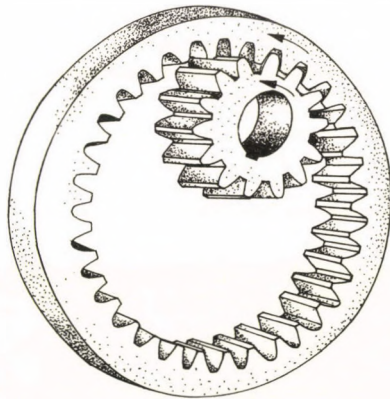
## 1. BEVEZETÉS

Azért választottam a *fogaskerék-bolygóművek* elé bevezetésnek a *fogaskerekeket* és a *hajtóműveket*, mert ha a gépszerkezettan tudományágán belül a gépelemek hazai kutatásait áttekintjük, akkor kétségtelenül a fogaskerekek, és az ezekből komplex egységgé kialakított hajtóművek azok a gépegységek, amelyek elméletében, számításában és megvalósításában néhány már elhunyt magyar gépészmérnök nemzetközi elismerést is elért, és amelyeknek művelése ma is világszínvonalon folyik Magyarországon.

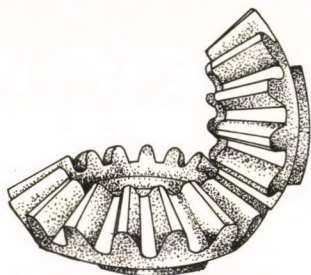
Mielőtt megnevezném szakmánknak ezeket a régi nagyjait, először néhány szóval össze kell foglalni azt, mi is a fogaskerék, a fogaskerékpár, melyek a gyakorlatban is legtöbbször alkalmazott változatai; és milyenek a fogaskerék-bolygóművek?



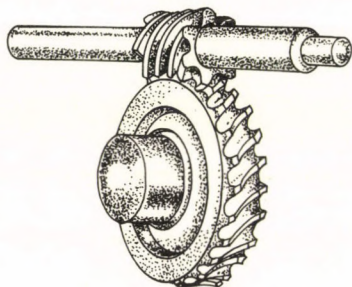
1. ábra. Külső, egyenes fogazatú hengeres fogaskerékpár



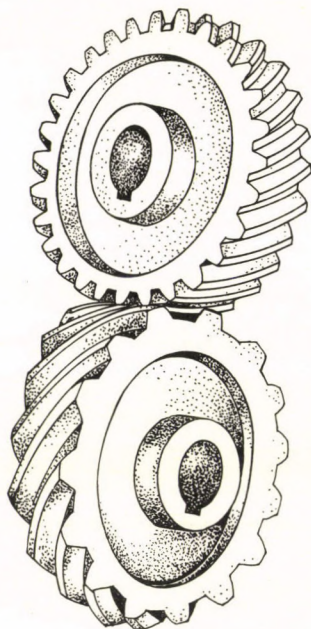
2. ábra. Belső, egyenes fogazatú hengeres gyűrűkerék kapcsolódása a külső, egyenes fogazatú hengeres kerékkal



3. ábra. Külső, egyenes fogazatú kúpke-  
rékpár



5. ábra. Csiga-csigakerékpár



4. ábra. Csavarkerékpár

Az 1. ábra a legegyszerűbb és leggyakrabban használt *hengeres fogaskerékpárt* mutatja. A tárcsa alakú testek furata és fészke a tengelyre erősítést szolgálja. A kerek párhuzamos tengelyeivel azonos irányú fogak (egyenes fogazat) egymáson legördülve, fogszámviszonyuknak megfelelő fordulatszám-áttételt és nyomatékmódosítást valósítanak meg. A fogak vezetése lehet ferde is, ritkán ívelt is, amely azonban az áttételen nem változtat, egyéb előnyei vannak.

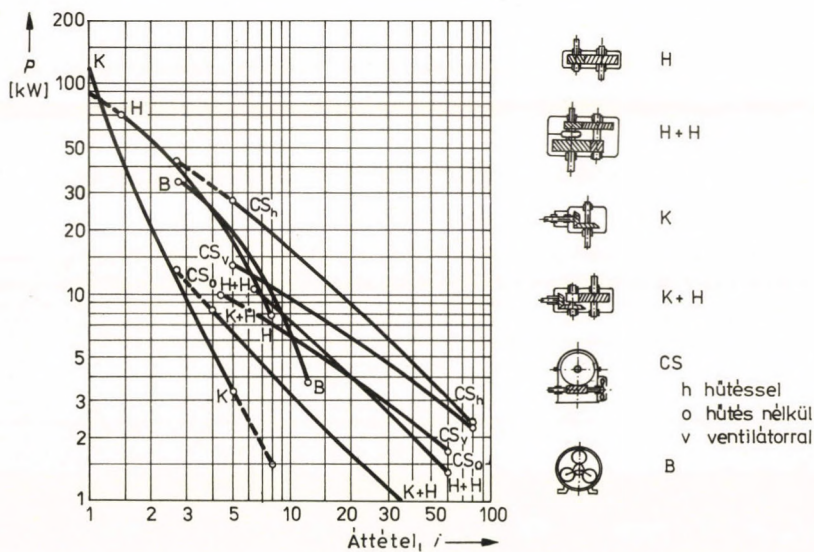
Fogazható azonban a test a belső hengerén is (2. ábra), amikor egy külső fogazatú keréssel kapcsolódva a belső fogazatú gyűrűkerék ugyancsak a fogszámviszonynak megfelelő áttételt kapunk úgy, hogy közben a forgás értelme nem változik az ellenkezőre, mint az 1. ábrabeli kerékpárnál.



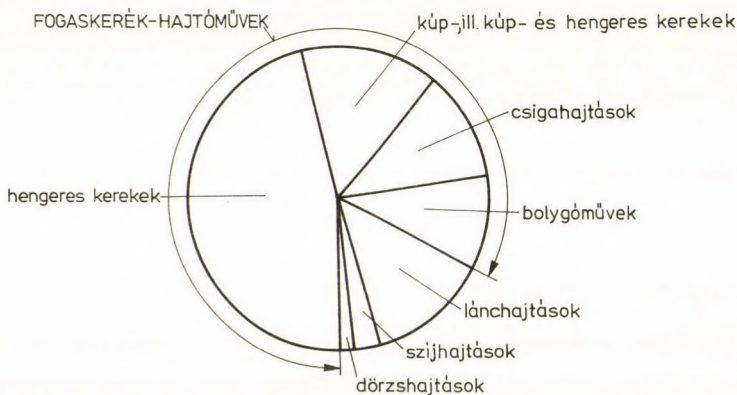
A fogaskerékpárok nagy családjának további gyakoribb fajtája az, amelynél a kerekek geometriai tengelyei metszik egymást, vagyis a *kúpkerékpár* (3. ábra), vagy amikor a kerekek geometriai tengelyei kitérőek, mint a *csavarkerekek* (4. ábra), ill. a *csigahajtás* esetén (5. ábra).

Akkor beszélünk *fogaskerék-hajtóműről*, ha egy vagy több fogaskerékpár fogaskerékszekrénybe szerelve úgy kezelhető, mint a nevezetes *black box* (fekete doboz) be- és kihajtó tengelyekkel, megnevezvén az *eredő áttételt*, a *behajtó fordulatszámot* és az *átvihető teljesítményt*.

A 6. ábra már ilyen fogaskerék-hajtóműveket mutat be vázlatosan, amely ábrán összehasonlító diagram látható az egyszerű, külső, ferde fogazatú hengeres kerékpár, az előtét tengelyes sorba



6. ábra. Mechanikus hajtóművek teljesítményei a kinematikai áttétel függvényében, azonos  $n_1 = 1000 \text{ min}^{-1}$  behajtó fordulatszám és azonos ár esetén (H ferde fogazatú hengeres kerékpár, H + H előtét tengelyes sorba kapcsolt két fogaskerékpár, K kúpkerékpár, K + H sorba kapcsolt kúp- és hengeres kerékpár, CS csigahajtás, B normál fogaskerék-bolygómű betűjelekkel)



7. ábra. A hajtómű termelési arányai az NSZK-ban egy évre vonatkozóan

kapcsolt két kerékpár, a kúpkerékpár, a sorba kapcsolt kúp- és hengeres kerékpár, a csigahajtás és a normál bolygómű hajtóműveire, azonos előállítási árat és azonos behajtó fordulatszámot feltételezve (célszerűen átalakított *Niemann*-diagram).

A 7. ábra az NSZK évi termelési statisztikája alapján mutatja, hogy néhány fogaskerék-hajtómű-fajta hogyan viszonylik egymáshoz és a rugalmas hajtásokhoz. A 6. és 7. ábra egyaránt bizonyítja a *fogaskerék-bolygóművek* létjogosultságát. Előadásomban az egyszerű külső és belső fogazatú hengeres kerékpárokról, és a belőlük kialakított fogaskerék-bolygóművekről lesz szó.

A fogaskerekekről szóló nemzetközi szakirodalom *három* magyar, már elhunyt szakember kutatási eredményeit ismerte el:

- Vidéky Emilét (1879—1960),
- Szeniczai Lajosét (1898—1960),
- Botka Imrét (1906—1974).

*Vidéky Emil* 1908-ban alkalmazta először a fogaskerék-kapcsolódás felületi igénybevételének kiszámításához a *Hertz*-feszültséget. Mint idős korában megírta, az ötletet a sokoldalú

*Kármán Tódortól* (1881—1963) kapta, aki akkor *Bánki Donát* (1859—1922) professzor tanársegéde volt Budapesten. Vidéky Emil a 30-as években kidolgozta a Hungária fogazási rendszert. Az 50-es években megjelent angol nyelvű tanulmányaira a müncheni *G. Niemann* (1899—1982) professzor is hivatkozott 1961-ben, a nevezetes „Maschinenelemente” című könyvének II. kötetében.

*Szeniczai Lajos* 1941-ben a saját kiadású „Az általános fogazás” című könyvével vált ismertté Magyarországon, majd az 50-es években írt német nyelvű tanulmányt *Erney Györggyel* a fogazati határokról, amelyre Niemann professzor ugyancsak hivatkozott.

*Botka Imre* 1951-ben tette közzé a Ganz—Botka-féle új fogazási rendszerét, és mutatott rá a fogaskerékgyártás okozta különleges interferenciajelenségekre. Német nyelvű tanulmányát Niemann professzor ugyancsak idézte az előbb megnevezett könyvében.

Ahhoz, hogy az elmúlt évtizedekben a fogaskerekkel kapcsolatos elméleti és gyakorlati kutatások magas szinten továbbfejlődhettek, meghatározó szerepük volt a fogaskerekekről szóló egyetemi jegyzeteknek és tankönyveknek, szakkönyveknek. A mai hazai szakemberek zöme *Herrmann Miksa* (1868—1944) professzor 1924-ben megjelent „Gépelemek” című könyvéből és *Vörös Imre* (1903—1984) professzor 1956-ban először, majd 1972-ben átdolgozott formában megjelent „Fogaskerek” című könyvéből sajátította el a fogaskerékajtás alapjait. A tudományos alapozáshoz jó segítséget nyújtott még a kb. 1910-ben kiadott *Cserhádi Jenő* (1855—1910) professzor előadásait tartalmazó „Gépelemek” című egyetemi jegyzet, annak idején nagyon korszerű „Fogaskerek” része, továbbá *Vidéky Emil* kétkötetes „Fogaskerek” című könyve 1911—1912-ben.

Ezen az alapokon készültek azután újabb magyar nyelvű könyvek — mint pl. a többszerzős, *Erney György* által szerkesztett „Fogaskerek” 1983-ban —, amelyek általában eltérnek a

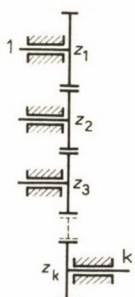
külföldi szerzők hasonló című könyveitől, mert a gazdag magyar hagyományokon épülnek fel.

Nagy hatást fejtettek ki a hazai fogaskerekekkel foglalkozó kutatásokra a *magyarra lefordított* könyvek, amelyek közül elegendő kiemelni *ten Bosch* „Gépelemek” című könyvét (annak „Fogaskerekek” részét) 1957-ben, továbbá *Litvin* „A fogaskerék-kapcsolás elmélete” című könyvét 1972-ben.

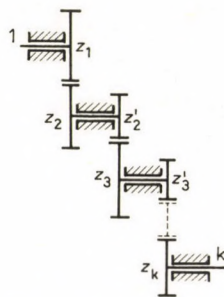
A leggyakrabban használt, legegyszerűbb fogaskerékpárokról (külső és egyenes fogazattal, evolvens fogprofilal) sok mindent tudunk, vagyis az acél fogaskerékpárokat kellő biztonsággal tudjuk méretezni és gyártani, szélsőségesen nagy teljesítményekre és fordulatszámokra is, de a finommechanika számára is.

Több ilyen fogaskerékpárt a legváltozatosabb módon kapcsolhatunk össze, hogy fogaskerék-hajtóműveket kapjunk. A 8. ábrán pl. sorba kapcsolt fogaskerékpárokat láthatunk leegyszerűsített, „dörzhajtásszerű” vázlatban. A 9. ábra az előzőnek parazitakerekes változata. Ezeknek a hajtóműveknek kinematikai áttétele állandó.

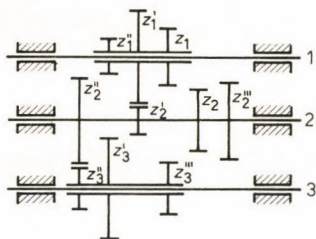
A fogaskerékpárok sorba és párhuzamos kapcsolásával jutunk el az ún. *sebességváltóhoz*, amelynek 10. ábrabeli változatával — a különféle kapcsolási variációk következtében — *kilenc*



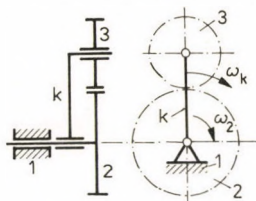
8. ábra. Sorba kapcsolt fogaskerékpárok vázlata



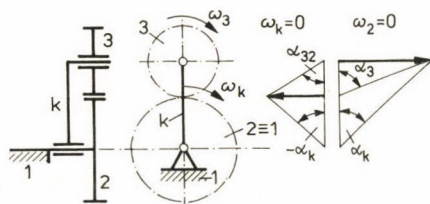
9. ábra. Sorba kapcsolt fogaskerékpárok vázlata parazitakerekekkel



10. ábra. Fogaskerékpáros sebességváltó



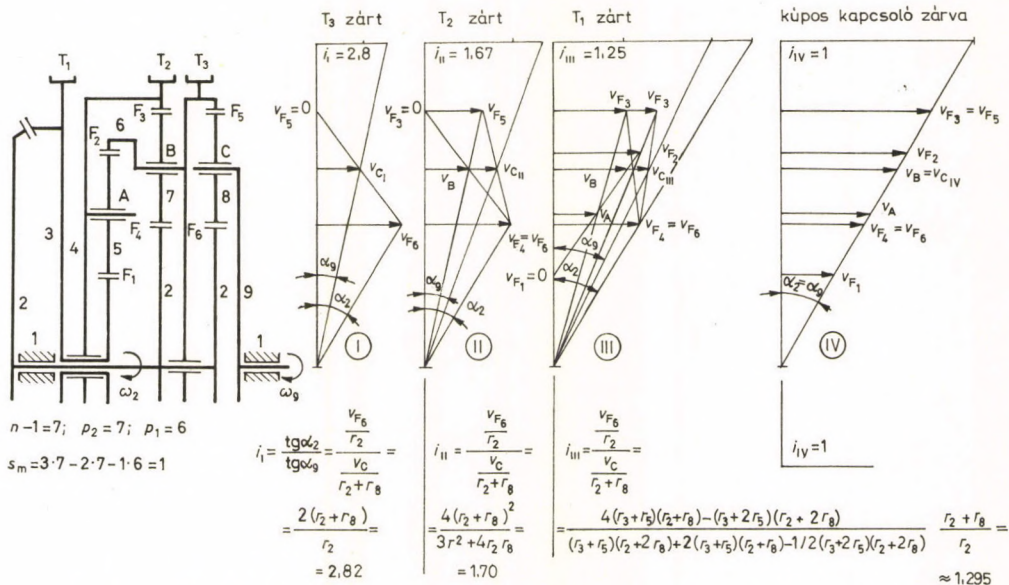
11. ábra. Két szabadságfokú epiciklikus hajtómű (bolygómű) ( $\omega$  a szögsebesség jele)



12. ábra. Álló napkerekű, egy szabadságfokú epiciklikus hajtómű

különböző kihajtó fordulatszámot nyerhetünk a behajtó fordulatszámhoz képest.

Ha a fogaskerékpárt olyan mechanizmusnak tekintjük, amelyben a tengelytávnyi hosszúságú, eddig helytálló házrész mozgó karként forogni tud, akkor két szabadságfok esetén mindkét fogaskerék és a kar is forog, éspedig az egyik fogaskerék és a kar helytállóan csapágyazott tengellyel, míg a másik fogaskerék saját tengelye körül, és tengelye egy másik tengely körül végez összetett mozgást úgy, hogy közben legördül egy másik fogaskeréken. Ezt a mozgásállapotot mutatja a 11. ábra. Ennek egyszerűbb változata látható a 12. ábrán, amelyen az egyik fogaskereket a házhoz rögzítettük, vagyis itt a mechanizmus már csak egy szabadságfokú. Azokat a mechanizmusokat, amelyeknek vannak összetett mozgást végző fogaskerekei (bolygókerekei), epiciklikus

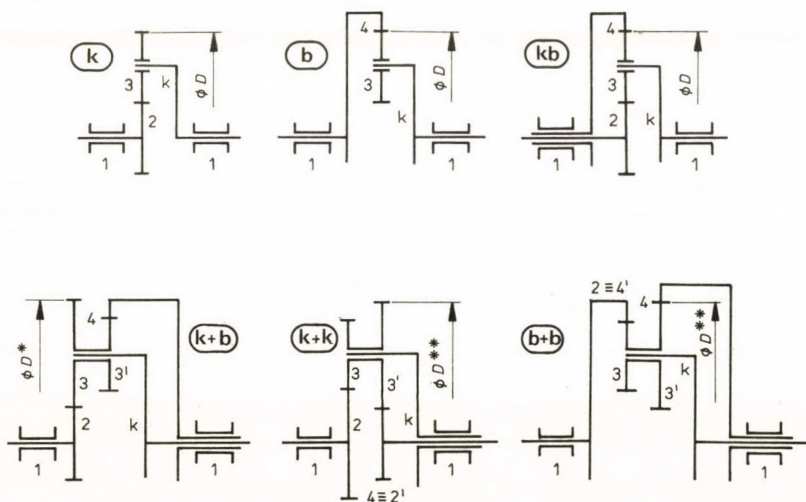


13. ábra. A Wilson-féle epicyklikus hajtómű (sebességváltó) négy állételre a sebességábrákkal

hajtóműveknek vagy — kifejezőbb magyar szóval — *fogaskerék-bolygóműveknek* nevezik.

A fogaskerék-bolygóműveknek számos jó tulajdonsága közismert. Az egyik, hogy *fokozatmentes* sebességváltás is megvalósítható velük. A 13. ábra ilyen példát mutat: az ún. *Wilson-féle* sebességváltót. A belső fogazatú koszorúk fékezésével, majd rögzítésével érhető el a fokozatos sebességváltás. Ebben a sebességváltóban három fogaskerék-bolygómű is látható, amelyek azonban eltérnek a 11. és 12. ábrabeliektől.

A legbonyolultabb fogaskerék-bolygóművek mindig felbonthatók a 14. ábrán látható hat alaptípus valamelyikére. A **k** betű a külső-külső, a **b** betű a belső-külső fogazatkapcsolásra utal. Megkülönböztetjük tehát a **k**, **b** elemi, a **kb** normál, továbbá a kettős bolygókerekes **k + b**, **k + k** és **b + b** alaptípusokat. Az ábrában mindegyik alaptípus *két* szabadságfokú.



14. ábra. A fogaskerék-bolygóművek hat alaptípusának vázlatai (**k** a külső-külső, **b** a belső-külső fogazatkapcsolásra utal; 1 a hajtóműház, 2 a napkerék, 3 a bolygókerék, 4 a gyűrűkerék,  $D$  a *Poppinga*-számbeli befogó méret átmérője; \* az első, \*\* a második bolygókerékre utal kettős bolygókerék esetén)

A bolygómű tagjainak (elemeinek) megnevezése: 1 hajtóműház, 2 napkerék, 3 bolygókerék, 4 gyűrűkerék, k a bolygókereket tartó kar. További jelek: \* az első, \*\* a második bolygó fogaskerekre utal a kettős bolygókerék esetén,  $D$  a befogó átmérő, amely majd előfordul az ún. *Poppinga*-szám ( $P = D/r_{\min}$ ) számlálójában.

A Miskolci Egyetem Gépelemek Tanszékének célja az volt, hogy ennek a hat alaptípusnak lehetőleg minden részletproblémáját megismerje, és az elemzések, kutatások eredményeit a gépkonstruktőrök rendelkezésére bocsássa. Ennek érdekében áttekintettük:

- a kinematikai áttételek teljes mezőjét,
- a fogsámviszonyhatárokat,
- a szerelési és szomszédsági feltételeket,
- az alaptípusok alkalmazásait és összehasonlításait,
- a geometriai és szilárdsági méretezés különleges eseteit.



## 2. A FOGASKERÉK-BOLYGÓMŰVEK KINEMATIKAI ÁTTÉTELEI

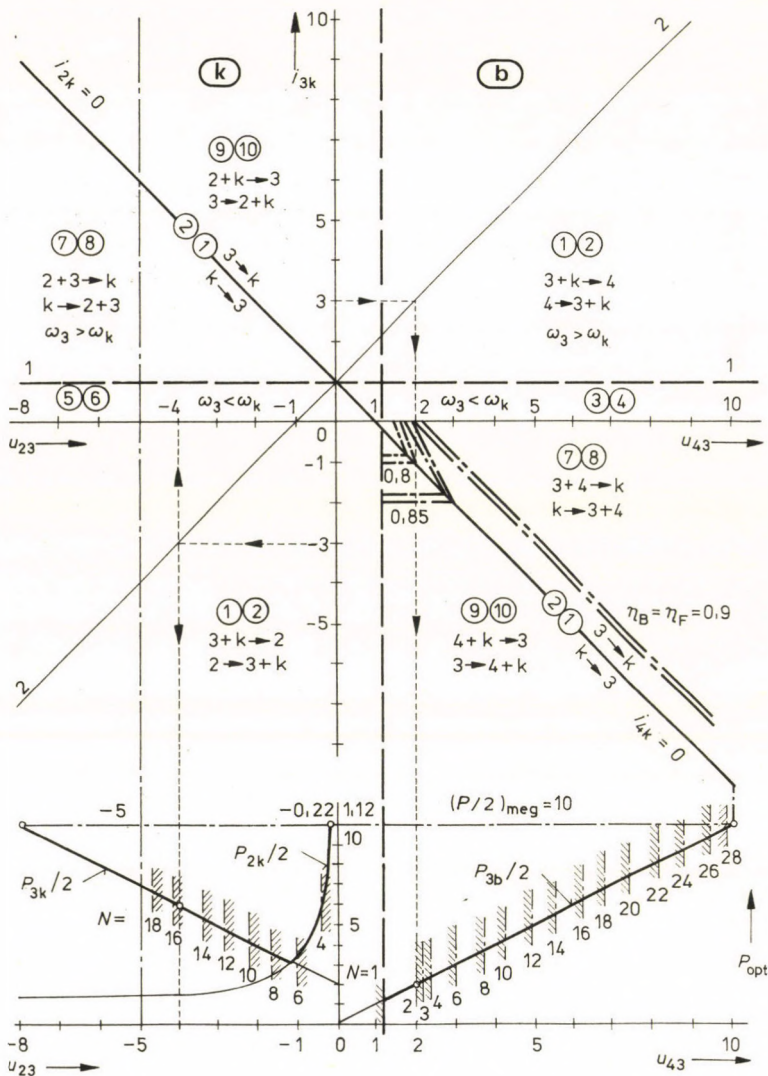
A szakirodalomban rendszerint a konkrét bolygómű kinematikai áttételeit találhatjuk meg. Kimutatható viszont, hogy mind a hat alaptípus kinematikai áttételei egyetlen képlettel összefoglalhatók a fogsávviszony függvényében:

$$i' = 1 - u + ui'' , \quad (1)$$

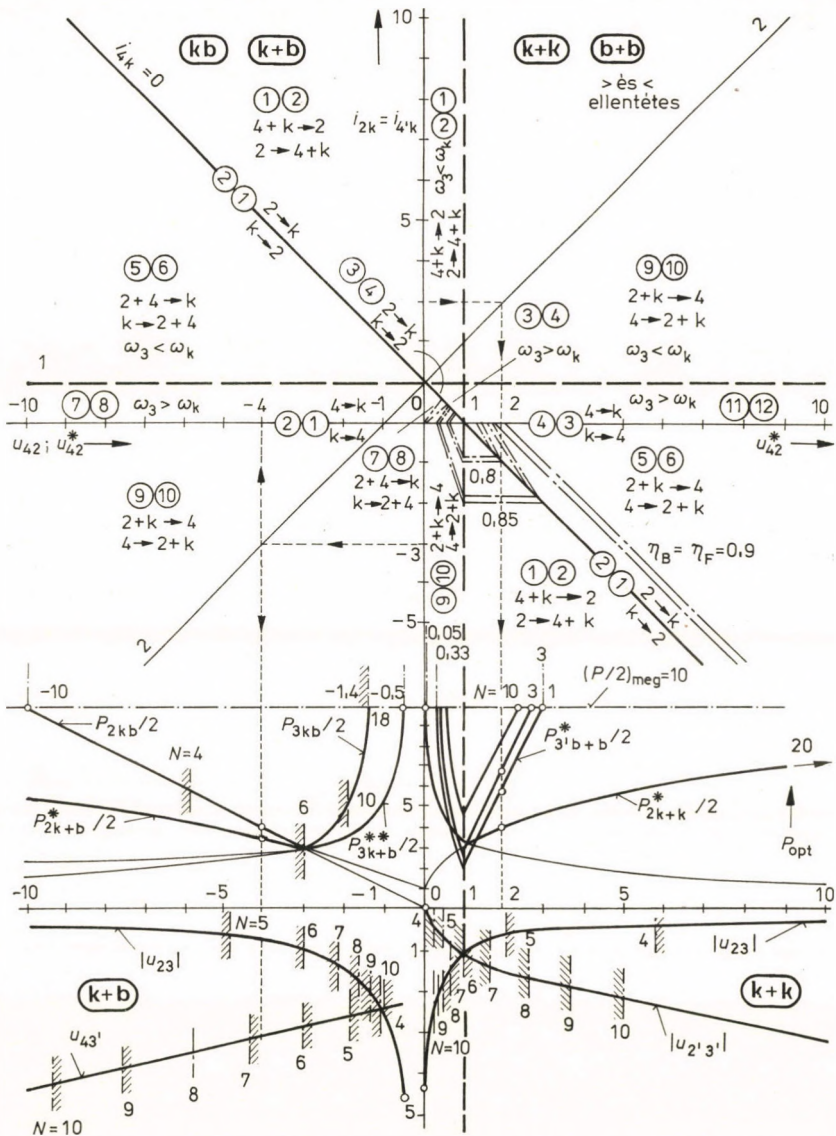
ahol  $i$  a kinematikai áttétel és  $u$  a fogsávviszony jele.

**1. táblázat** A fogaskerék-bolygóművek alaptípusainak kinematikai áttételei a fogsávviszonyok függvényében ( $i$  a kinematikai áttétel,  $u$  a fogsávviszony és  $z$  a fogsáv jele; az indexek az 14. ábrán látható bolygóműutagokra utalnak)

Az alap- típusok jele	Képletek	Fogsávviszo- nyok
<b>k</b>	$i_{3k} = 1 - u_{23} + u_{23} i_{2k}$	$u_{23} = -\frac{z_2}{z_3}$
<b>b</b>	$i_{3k} = 1 - u_{43} + u_{43} i_{4k}$	$u_{43} = \frac{z_4}{z_3}$
<b>kb</b>	$i_{2k} = 1 - u_{42} + u_{42} i_{4k}$	$u_{42} = -\frac{z_4}{z_2}$
<b>k + b</b> } <b>k + k</b> } <b>b + b</b> }	$i_{2k} = 1 - u_{42}^* + u_{42}^* i_{4k}$	$u_{42}^* = -\frac{z_4}{z_2} \frac{z_3}{z_3'}$
		$u_{42}^* = \frac{z_2'}{z_2} \frac{z_3}{z_3'}$
		$u_{42}^* = \frac{z_4}{z_4'} \frac{z_3}{z_3'}$



15. ábra. A k és b típusú, ún. elemi fogaskerék-bolygómuvek kinematikai áttételének nomogramjai és  $P$  Poppinga-függvényei az  $u$  fogszámviszony függvényében (az indexek és a teljesítményfolyamok az előző ábrabeli tagokra utalnak,  $\omega$  a szögsebesség jele). A függőleges pont-vonalas egyenesek a tartományhatárra utalnak. A többi pont-vonalas egyenes az  $\eta_B$  bolygómuhatásfokot mutatja  $\eta_F = 90\%$ -os fogaskerék-hatásfok esetén. A sorszámok a 7. táblázzal kapcsolatosak. A vonalkázott határok az  $N$  bolygókerékszám-tól függően mutatják a megvalósítás határát. A másik határt  $P_{meg} = 20$  adja. A pontozott egyenes az  $|i_{3k}| = 3$ -ra mutatja az  $|u|$  értékeit, ha  $i_{2k} = 2$



16. ábra. Az előző ábrához hasonló nomogramok ugyanazokkal a betűjelekkel, de a kb típusú normál, továbbá a k + b, k + k, b + b kettős bolygókeres bolygóművekre. A függőleges és vízszintes szaggatott vonalak a tengelykapcsoló-kiképzést, ill. tengelykapcsoló-szerű működést mutatják. A kettős bolygókeres alaptípusok Poppinga-függvényei a Magidovics-féle optimális rész-fogszámviszony szerintiek. A pontozott egyenes az  $|i_{2k}| = |i_{4'k}| = 3$ -ra mutatja az  $|u|$  értékeit, ha  $i_{4k} = i_{2'k} = 2$

A 14. ábra jeleivel az egyes típusokra az 1. táblázat szerint konkretizálható az (1) képlet. Ennek alapján rajzolhatók meg a 15. és 16. ábra egymáshoz hasonló nomogramjai. Nézzük pl. a 16. ábrát részletesebben. Az  $i_{2k} = f(u_{42}^*; i_{4k})$  nomogram két elválasztó (szaggatott) egyenese azonnal berajzolható:

— az  $i_{2k} = i_{4k} = 1$  tengelykapcsoló-szerű működés (amikor tehát nincs bolygó mozgás);

— az  $u_{42}^* = 1$  (azaz  $z_3 = z_3'$ ) tengelykapcsoló-szerű kialakítás.

Ezután  $i_{4k} = \text{konst.}$  paraméterekkel rajzolható fel a nomogram sugársora, amelynek az  $i_{2k} = 1$  és  $u_{42}^* = 0$  a közös pontja.

A sugársor kiemelkedő (vastag) egyenese az  $i_{4k} = 0$  esete (azaz álló gyűrűkerék vagy  $\mathbf{k} + \mathbf{k}$ -nál az egyik álló napkerék). A sugársor többi tagját úgy szerkeszthetjük meg, hogy a függőleges szaggatott egyenest metsző sugárra  $i_{4k}$ -ként a leolvasott  $i_{2k}$ -t írjuk rá. A 16. ábrán pl. az  $i_{4k} = 2$  esetét rajzoltuk be vékony vonallal. Az ábrának van még egy különleges,  $i_{2k} = 0$  (álló napkerék vagy  $\mathbf{b} + \mathbf{b}$ -nél az egyik álló gyűrűkerék) üzeme. Ekkor az  $i_{4k} = \text{konst.}$  egyeneseknek az abszcisszatengelyt metsző pontja adja meg a függvénykapcsolatot. Fokozatmentes üzemben a nomogram  $u_{42}$ , ill.  $u_{42}^*$  valamelyik állandó értékén, egy-egy függőleges vonalon kaphatjuk meg  $i_{2k}$  és  $i_{4k}$  összetartozó értékeit.

Az a kérdés még megválaszolatlan, hogy a 15. és 16. ábra kinematikai áttételmezője meddig használható, vagyis melyek a működési határok?

### 3. A FOGSZÁMVISZONYHATÁROK

A 2. táblázat foglalja össze a kiinduló fogszámviszonyhatárokat, a 3. táblázat pedig az ún. *Poppinga*-szám ( $P = D/r_{\min}$ ) megengedett értékével ( $P_{\max} = 20$ ) nyerhető határokat.

A kettős bolygókerékes alaptípusokra ( $\mathbf{k} + \mathbf{b}$ ,  $\mathbf{k} + \mathbf{k}$ ,  $\mathbf{b} + \mathbf{b}$ ) az  $u_{42}^*$  fogszámviszonyrészeire ezek a táblázatok a 4. táblázatbeli ún. *Magidovics*-féle optimumszámítás eredményeit figyelembe vették.

**2. táblázat** A fogaskerék-bolygóművek alaptípusainak  $u$  fogszámviszonyhatárai, kiindulva  $0,2 < |u_{23}| < 5$ -ből és  $u_{43 \max}$ -ra a fogakadásból ( $N=1$ ), ill. a szomszédsági feltételből (ha  $N > 1$ ). ( $\mathbf{k} + \mathbf{b}$  esetén  $N_{\min} = 2$ )

Az alaptípusok jele	Fogszámviszony-tartományok	Megjegyzések
<b>k</b>	$0,2 \leq  u_{23}  \leq 5$	
<b>b</b>	$\left. \begin{array}{l} 1,12 \leq \\ 2,00 \leq \\ 2,15 \leq \\ \vdots \\ 4,24 \leq \end{array} \right\} u_{43} \leq 10$	$N = 1$ $N = 2$ $N = 3$  $N = 10$
<b>kb</b>	$1,4 \leq  u_{42}  \leq 11$	$u_{42} = 1 + 2/ u_{23} $
<b>k + b</b>	$0,4 \leq  u_{42}^*  \leq 50$	$u_{42}^* = u_{43}/ u_{23} $
<b>k + k</b>	$0,04 \leq u_{42}^* \leq 25$	$u_{42}^* =  u_{2'3'} / u_{23} $
<b>b + b</b>	$0,112 \leq u_{42}^* \leq 8,9$ $0,200 \leq u_{42}^* \leq 5,0$ $0,215 \leq u_{42}^* \leq 4,6$ $\vdots$ $0,424 \leq u_{42}^* \leq 2,3$	$N = 1, u_{42}^* = u_{43}/u_{4'3}$ $N = 2$ $N = 3$  $N = 10$

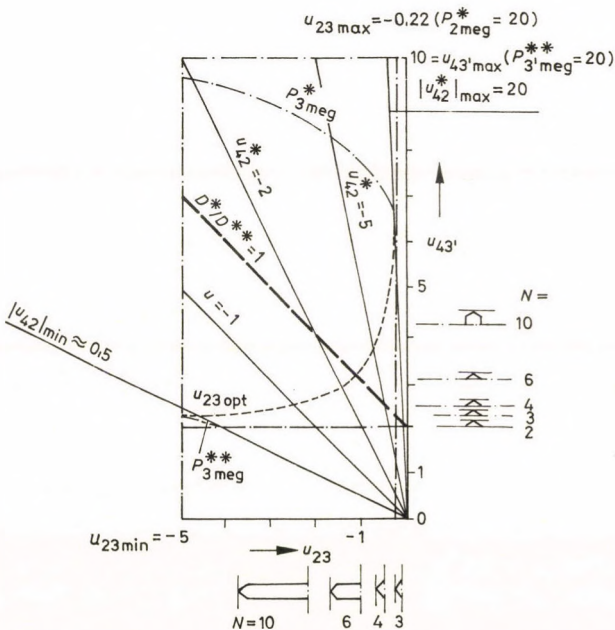
3. táblázat A fogaskerék-bolygóművek alaptípusainak tartományhatárai a  $P=D/r_{\min}$  Poppinga-függvények és  $P_{\text{meg}}=20$  alapján

Az alaptípusok jele	Képletek	A fogsávviszony határai
<b>k</b>	$P_2 = 2 \left( 1 + \frac{2}{ u_{23} } \right)$ $P_3 = 2(2 +  u_{23} )$	$ u_{23} _{\min} = 0,22$ $ u_{23} _{\max} = 8$
<b>b</b>	$P_3 = 2 u_{43} $	$ u_{43} _{\max} = 10$
<b>kb</b>	$P_2 = 2 u_{42} $ $P_3 = 4 \frac{ u_{42} }{ u_{42}  - 1}$	$ u_{42} _{\max} = 10$ $ u_{42} _{\min} = 1,25$
<b>k + b</b>	$P_{2 \text{ opt}}^* = 2 \left( 1 + \frac{2}{ u_{23} _{\text{opt}}} \right) = 4\sqrt{1 +  u_{42}^*  - 2}$ $P_{3 \text{ opt}}^{**} = 2(1 + 2 u_{23} _{\text{opt}}) = 2 + \frac{4}{\sqrt{1 +  u_{42}^*  - 1}}$	$ u_{42}^* _{\max} = 29$ $ u_{42}^* _{\min} = 0,5$
<b>k + k</b>	$P_{2 \text{ opt}}^* = 2 \left( 1 + \frac{2}{ u_{23} _{\text{opt}}} \right) = 2(1 + 2\sqrt{ u_{42}^* })$	$u_{42}^*_{\max} = 20$ $u_{42}^*_{\min} = 1/20 = 0,05$
<b>b + b</b>	$P_{3 \text{ opt}}^{*'} = 2 \frac{z_4'}{z_3'} = 4u_{42}^* \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{1}{u_{42}^*}} \right)$ $(P_{3'}^{*'})_{N=2} = 2 \frac{4,16u_{42}^* - 2,04}{1,04}$ $(P_{3'}^{*'})_{N=3} = 2 \frac{5u_{42}^* - 2,24}{1,24}$ $\vdots$ $(P_{3'}^{*'})_{N=10} = 2 \frac{20,3u_{42}^* - 4,5}{3,5}$	$N = 1; u_{42}^*_{\max} = 3$ $u_{42}^*_{\min} = 1/3 = 0,333$ $u_{42}^*_{\max} = 2,99$ $u_{42}^*_{\min} = 0,334$ $u_{42}^*_{\max} = 2,75$ $u_{42}^*_{\min} = 0,364$ $u_{42}^*_{\max} = 1,94$ $u_{42}^*_{\min} = 0,515$

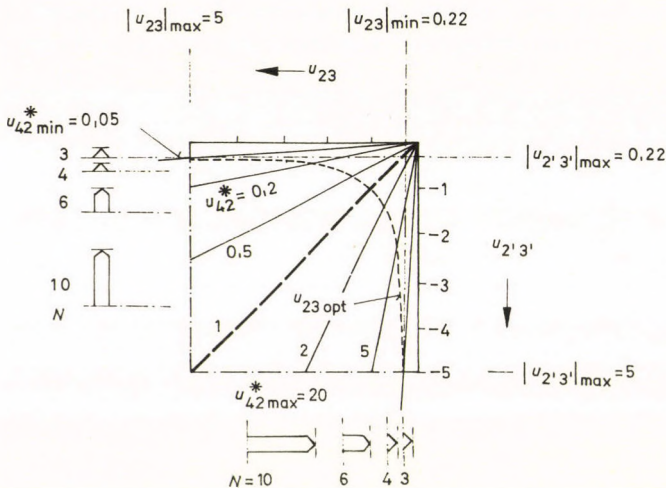
A táblázatban szereplő  $N=1, 2, 3, \dots, 10$  a bolygóműbe párhuzamosan beépíthető bolygókerékek számát jelenti (pl. a 6. ábrán  $N=3$  volt). Az  $N$  bolygókerékszám előfordul azokon a segédábrákon is, amelyeket célszerű figyelembe venni a kettős

4. táblázat Az  $u_{42}^*$  fogszámvizony a Magidovics-féle  $|u_{23}|_{\text{opt}}$  vagy  $u_{43' \text{ opt}}$  optimális rész-fogszámvizony függvényében

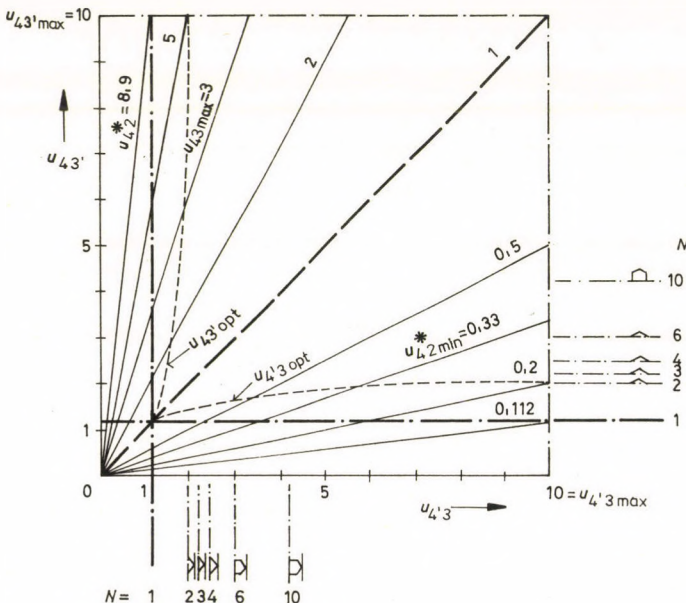
Az alap-típusok jele	Képletek
<b>k + b</b>	$ u_{42}^*  = \frac{2 u_{23} _{\text{opt}} + 1}{u_{23 \text{ opt}}^2}$
<b>k + k</b>	$u_{42}^* = \frac{1}{u_{23 \text{ opt}}^2}$
<b>b + b</b>	$u_{42}^{*-1} = 1 - (u_{43' \text{ opt}} - 1)^2; N = 1$



17. ábra. Segédábra a **k + b** alaptípus rész-fogszámvizonyai közötti összefüggések és tartományhatárok bemutatására [ $u_{42}^* = u_{43'} / (-u_{23})$ ]. A  $D^*/D^{**} = 1$  szaggatott vonal tengelykapcsoló-szerű kiképzést jelent. Láthatók a  $P_{\text{meg}} = 20$  alapján számítható tartományhatárok, továbbá néhány  $N = \text{konst.}$ -ra a szomszédsági és szerelési feltételekből adódó határnyilak. A pontozott görbe a Magidovics-féle optimumfüggvény



18. ábra. Segédábra a  $k+k$  alaptípus rész-fogsávviszonyai közötti összefüggések és tartományhatárok bemutatására ( $u_{42}^* = u_{2'3'}/u_{23}$ ). Az  $u_{42}^* = 1$  jelenti a tengelykapcsoló-szerű kiképzést. A pontozott görbe a Magidovics-féle optimumfüggvény



19. ábra. Segédábra a  $b+b$  alaptípus rész-fogsávviszonyai közötti összefüggések és tartományhatárok bemutatására ( $u_{42}^* = u_{43}'/u_{4'3}$ ). Az  $u_{42}^* = 1$  jelenti a tengelykapcsoló-szerű kiképzést. A pontozott görbe a Magidovics-féle optimumfüggvény  $N=1$  esetén



5. táblázat A fogaskerék-bolygóművek alaptípusainak javasolt fogsószámviszonyhatárai

Az alaptípusok jele	Fogsószámviszony-tartományok	Megjegyzések
<b>k</b>	$0,22 \leq  u_{23}  \leq 5$	
<b>b</b>	$\left. \begin{array}{l} 1,12 \leq \\ 2,00 \leq \\ 2,15 \leq \\ \vdots \\ 4,24 \leq \end{array} \right\} u_{43} \leq 10$	$\left. \begin{array}{l} N=1 \\ N=2 \\ N=3 \\ \\ N=10 \end{array} \right\} \text{megegyezően a 2. táblázattal}$
<b>kb</b>	$1,4 \leq  u_{42}  \leq 10$	
<b>k + b</b>	$0,5 \leq  u_{42}^*  \leq 20$	$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{megegyezően a 3. táblázattal}$
<b>k + k</b>	$0,05 \leq u_{42}^* \leq 20$	
<b>b + b</b>	$\begin{array}{l} 0,333 \leq u_{42}^* \leq 3,00 \\ 0,334 \leq u_{42}^* \leq 2,99 \\ 0,364 \leq u_{42}^* \leq 2,75 \\ \vdots \\ 0,515 \leq u_{42}^* \leq 1,94 \end{array}$	$\left. \begin{array}{l} N=1 \\ N=2 \\ N=3 \\ \\ N=10 \end{array} \right\} \text{megegyezően a 3. táblázattal}$

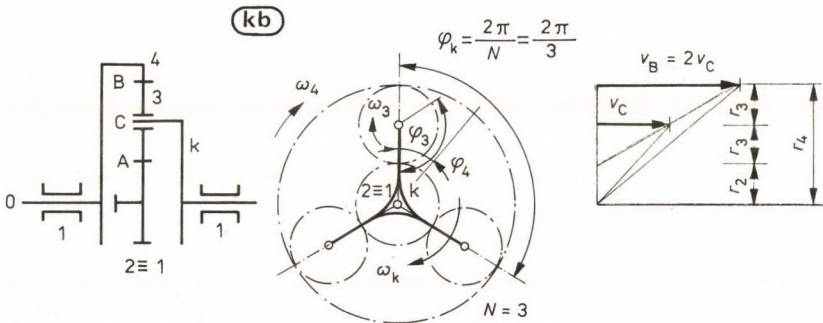
bolygókeres alaptípusok  $u$  fogsószámviszonyainak rögzítése előtt (17—19. ábra). Ezek a segédábrák az  $u_{42}^*$  eredő fogsószámviszony rész-fogsószámviszonyait mutatják az abszcisszán és az ordinátán, az  $u_{42}^*$  pedig az origón átmenő sugársor paramétere. Látható továbbá mindhárom esetben a Magidovics-féle optimumfüggvény (pontozott görbék). A szaggatott elválasztó vonal itt is a tengelykapcsoló-szerű kialakítást ( $z_3 = z'_3$ ) jelenti.

Ha a 17—19. ábrákba a 2. és 3. táblázatból a legszűkebb  $0,22 < |u_{23}| < 5$  tartományhatárokat, továbbá a 17. ábrába néhány Poppinga-függvény görbéjét is berajzoljuk, akkor ezeknek az alaptípusoknak  $u_{42}^*$ -határai tovább szűkülnek. Ezeknek az elemzéseknek végeredményeit (javaslataimat) foglalja össze az 5. táblázat.

Ez a javaslat nem jelenti azt, hogy ne lehetne tartományhatárokön kívüli eseteket megvalósítani, de akkor számolni kell bizonyos megvalósítási nehézségekkel vagy konstrukciós aránytalanságokkal. Pl. a  $P_{\text{meg}} = 20$ -at túllépve már groteszk aránytalanságokat kapunk.

## 4. SZERELÉSI ÉS SZOMSZÉDSÁGI FELTÉTELEK

Az idevágó szakirodalmi tárgyalást annyiban fejlesztettem tovább, hogy meghatároztam a **k**, **b** és **kb** alaptípusokra a szerelési és szomszédsági feltételek maximumait és minimumait, majd a „veszélyességi tartományhatárokat” berajzoltam a 15—19. ábrákba. Ez jó jelzés a gépkonstruktőröknek, hogy a fogaskerék-adatok végleges rögzítése előtt még egyszer ellenőrizniük kell esetleg a szerelési és szomszédsági feltételeket is.



**20. ábra.** A **kb** típusú normál fogaskerék-bolygómu egyik *egy* szabadságfokú (álló napkeres) vázlatát két képen és az ehhez az üzemiállapothoz tartozó sebességábrára ( $v$  a kerületi sebesség,  $\varphi$  a szögváltozás és  $N$  a bolygókerékszám jele)

A *szerelesi (szerelehetőségi) feltétel* egyébként azt jelenti, hogy — a kisebb méretre törekvés miatt több,  $N$  számú bolygókerékre elágaztatva a teljesítményt — *mindegyik bolygókeréknek adott pillanatban azonos kapcsolódási helyzetben kell lennie*. Ez pl. a **kb** típus esetén (20. ábra) azt jelenti, hogy álló napkerék mellett a

kar  $\varphi_k = 2\pi/N$  elfordulásával a 4 gyűrűkerék  $\varphi_4$  szöget ír le. A szerelési feltétel ekkor:

$$r_4 \varphi_4 = pE', \quad (2)$$

ahol  $r$  általában a fogaskerék gördülőköre (osztóköre), vagyis  $r_4$  a gyűrűkeréké;  $p$  a gördülőkörbeli osztás és  $E'$  tetszőleges egész szám.

Forgó napkerék esetén:

$$r_2 \varphi_2 + r_4 \varphi_4 = pE''. \quad (3)$$

Levezethető, hogy *általánosan* fenn kell állnia a következő egyenlőségnek ( $z$  fogszámmal):

$$z_2 + z_4 = NE. \quad (4)$$

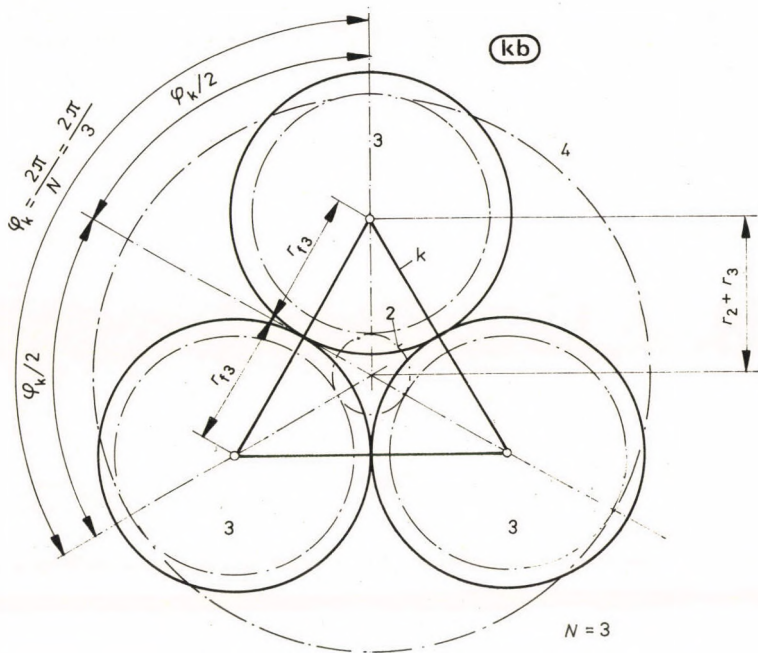
A *szomszédsági feltétel* azt jelenti, hogy a bolygókerék száma nem nőhet annyira, hogy két szomszédos bolygókerék fejkőre (fejhengere) érintse egymást.

A 21. ábra a **kb** típus határesetét mutatja  $N=3$  bolygókerék esetén. A legegyszerűbb *elemi fogazatot* feltételezve, a szomszédsági feltétel kiinduló összefüggése a következő:

$$\underbrace{(z_3 + 2)m}_{\text{a bolygókerék fejkörátmérője}} = \underbrace{(z_2 + z_3)m \sin \frac{\pi}{N}}_{\text{a karátmérő vetülete}}, \quad (5)$$

ahol  $m = p/\pi$  a fogaskerek szabványosított *modulja*. Figyelembe véve (4)-et, továbbá a **kb** alaptípus  $2z_3 = z_4 - z_2$  *egytengetyűségi* egyenlőségét, levezethető, hogy

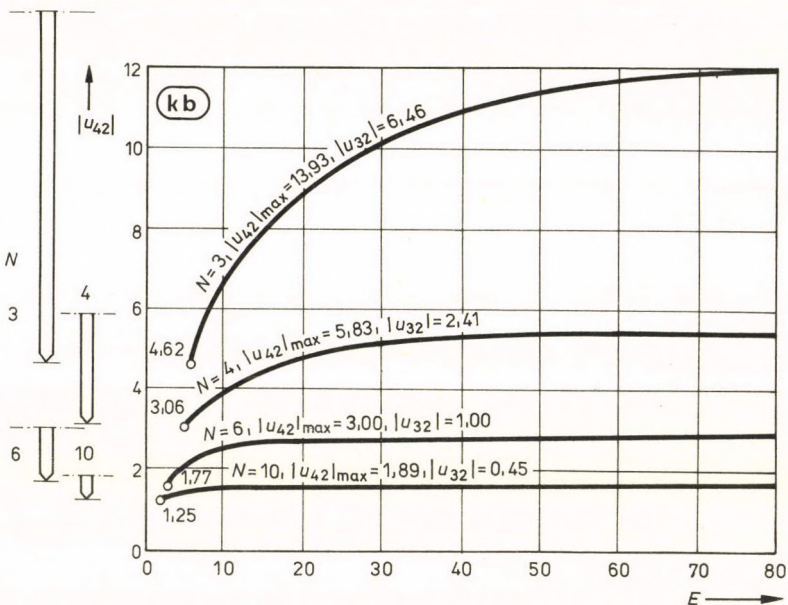
$$|u_{42}| = \frac{z_4}{z_2} = \frac{1 + \sin \frac{\pi}{N} - \frac{4}{EN}}{1 - \sin \frac{\pi}{N} + \frac{4}{EN}}, \quad (6)$$



21. ábra. A kb típusú normál fogaskerék-bolygómű szomszédsági határesetre  $N=3$  db bolygókerék esetén ( $\varphi$  a szögváltozás,  $r$  a gördülőkör-,  $r_f$  a fejkörsugár jele; a gyűrűkerék  $\varphi_4$  elfordulási szögét a bolygómű tengelykapcsoló-szerű és fogaskerékszerű működésének összegezése adja)

amely képletből konkrét  $N$ -re kiszámítható  $|u_{42}|$  maximuma  $E \rightarrow \infty$ -re, majd belőle  $|u_{32}|$  maximuma (22. ábra). Az  $|u_{42}|$ , ill.  $|u_{32}|$  minimumait a fogaskerekek egyik közismert interferenciája: az *alámetszés* szolgáltatja. Még megjegyzendő, hogy a kb típus esetén  $N < 3$  bolygókerékszámnál nem léphet fel a szomszédsági zavar.

A 22. ábrához hasonló elemzés végezhető el a k és b típusú bolygóműre (23. és 24. ábra). Ezek a fogsámhatárok láthatók a 15. és 16. ábrák, továbbá a 17—19. segédábrák nomogramjain,



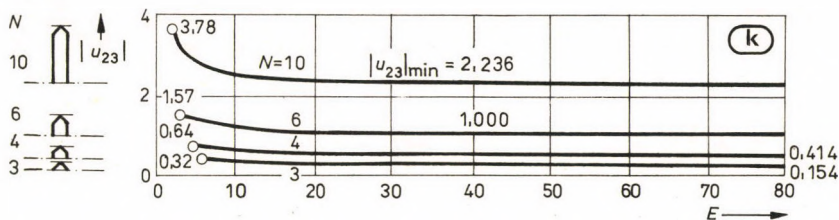
22. ábra. A kb típusú normál fogaskerék-bolygómű  $|u_{42}| = f(E; N)$  görbéi elemi fogazatra, amelyek alapja az egytengelyűségi-szerelhetőségi-szomszédtsági feltétel ( $u$  a fogszámviszony,  $E$  egy tetszőleges egész szám,  $N$  a bolygókerékszám jele). Az  $|u|_{\max}$ -ok az  $E \rightarrow \infty$ -hez tartoznak, az  $E_{\min}$ -ok az alámetszés határfogszámából határozhatók meg

mint lehetséges tartományhatárok. A pontosabb számértékeket a 6. táblázat foglalja össze.

A b típusú bolygóműben  $N = 1$ -re felléphet az interferencia egy másik jelensége: a fogakadás mint tartományhatár (a levezetés mellőzésével ennek következményét a 24. ábrába is ábrázoltam, és feltüntettem az  $u_{43} = 1,12$  minimumot).

A szerelési és szomszédtsági vizsgálatok kiterjeszthetők a korrigált (pl. a később ismertetett kompenzált) fogazatokra is.

A kettős bolygókerékes alaptípusokban 2-2 fogaskerékpár szerepel. Ezek egyike mindig „veszélyesebb” a másikinál, és formailag megegyezik az előzőleg bemutatott k vagy b alaptípussal.

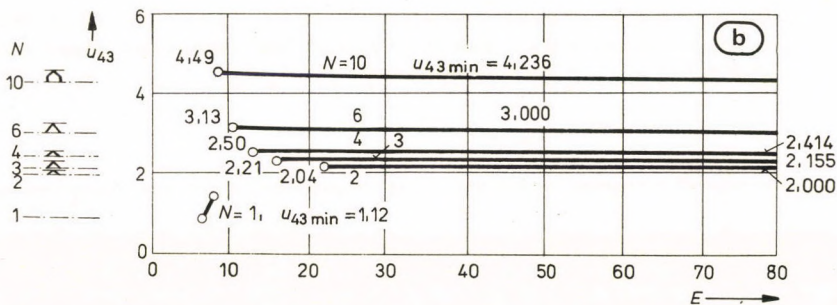


23. ábra. A k típusú elemi fogaskerék-bolygómű  $|u_{23}| = f(E; N)$  görbéi elemi fogazatra, amelyek alapja a szerelhetőségi-szomszédsági feltétel ( $u$  a fogsávviszony,  $E$  egy tetszőleges egész szám,  $N$  a bolygókerékszám jele). Az  $u_{\min}$ -ok az  $E \rightarrow \infty$ -hez tartoznak, az  $E_{\min}$ -ok az alámetszés határfogszámából határozhatók meg

Ha viszont a kettős bolygókerék két fogaskereke egymáshoz képest *nem* fordítható el (mert pl. egytestű), akkor további szerelési megfontolásokat kell tenni.

Léteznek természetesen *más* tartományhatárok is. Ezek közül néhány érdekesebb a következő:

- $E$ . Alt szerint a bolygóművek teljesítményének a felső határa a gyűrűkerék  $D_{4 \max} = 1,5$  m átmérője, ill. a fogaskerék-kapcsolódások  $v_{\max} = 100$  m s<sup>-1</sup> kerületi sebessége;



24. ábra. A b típusú elemi fogaskerék-bolygómű  $u_{43} = f(E; N)$  görbéi elemi fogazatra, amelyek alapja a szerelhetőségi-szomszédsági feltétel ( $u$  a fogsávviszony,  $E$  egy tetszőleges egész szám,  $N$  a bolygókerékszám jele). Az  $u_{\min}$ -ok az  $E \rightarrow \infty$ -hez tartoznak, az  $E_{\min}$ -ok pedig  $N \geq 2$  esetén az alámetszés határfogszámából, míg  $N=1$  esetében a fogakadás határesetéből határozhatók meg

6. táblázat  $u_{\max}$  és  $u_{\min}$  a szerelési és szomszédsági feltételből számítva ( $E$  az egész szám,  $N$  a bolygókerékszám jele,  $z_h = 17$ , az alámetszés határfogszáma  $\alpha = 20^\circ$ -ra)

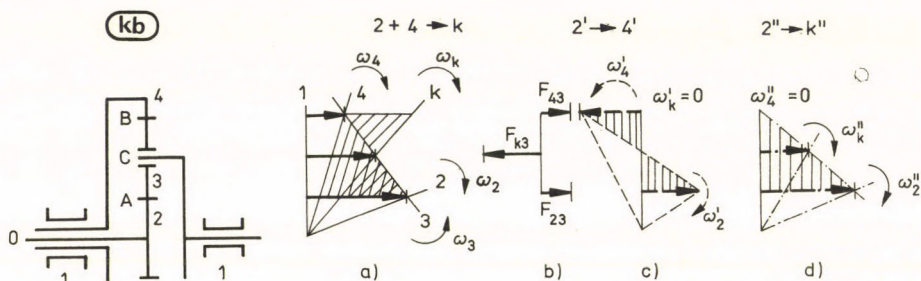
<b>k</b>	$ u_{23}  = \frac{1 - \sin \frac{\pi}{N} + \frac{2}{EN}}{\sin \frac{\pi}{N} - \frac{2}{EN}}; \quad  u_{23} _{\min} (E \rightarrow \infty); \quad  u_{23} _{\max} \left( E_{\min} = \frac{17}{N} \right)$								
$N$	3	4	5	6	7	8	9	10	
$ u_{23} _{\min}$ $ u_{23} _{\max}$	0,154	0,414	0,701	1,000	1,305	1,613	1,924	2,549	
	0,32	0,64	1,05	1,57	1,95	2,34	3,33	3,78	
	11	12	13	14	15	16	17	18	
	2,549	2,864	3,179	3,494	3,810	4,126	4,442	4,759	
	4,24	4,69	5,15	5,61	6,07	6,54	7,01	7,68	
<b>b</b>	$ u_{43}  = \frac{1 + \sin \frac{\pi}{N} - \frac{2}{EN}}{\sin \frac{\pi}{N} - \frac{2}{EN}}; \quad  u_{43} _{\min} (E \rightarrow \infty); \quad  u_{43} _{\max} (\text{alámetszésre})$								
$N$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$u_{43} \min$ $u_{43} \max$	1,12	2,000	2,155	2,414	2,701	3,000	3,305	3,613	3,924
	—	2,04	2,21	2,50	2,80	3,13	3,47	3,80	4,15
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
	4,236	4,545	4,864	5,179	5,493	5,810	6,129	6,442	6,759
	4,49	4,82	5,20	5,55	5,92	6,23	6,57	6,92	7,26
	19	20	21	22	23	24	25	26	27
	7,076	7,394	7,711	8,027	8,342	8,663	8,981	9,299	9,613
	7,61	7,95	8,29	8,65	8,98	9,43	10,00	10,12	10,47
	28								
	9,937								
	10,83								
<b>kb</b>	$ u_{42}  = \frac{1 + \sin \frac{\pi}{N} - \frac{4}{EN}}{1 - \sin \frac{\pi}{N} + \frac{4}{EN}}; \quad  u_{42} _{\max} (E \rightarrow \infty); \quad  u_{42} _{\min} \left( E_{\min} = \frac{17}{N} \right)$								
$N$	3	4	5	6	7	8	9	10	
$ u_{42} _{\max}$ $ u_{42} _{\min}$	13,928	5,820	3,852	3,000	2,629	2,240	2,040	1,894	
	4,62	3,06	2,27	1,77	1,65	1,55	1,27	1,25	



- *K. Stölzle* tanulmánya szerint a teljesítménynek  $P_{\max} = 22$  MW a felső határa;
- *H. Zink* szerint a fordulatszám legnagyobb értéke:  $n_{\max} = 10^5 \text{ min}^{-1}$ ;
- *K. Seeliger* kizárja azokat a bolygóműveket a gyakorlatból, amelyeknek 50%-nál kisebb a hatásfokuk.

## 5. A HATÁSFOK

A szakirodalomban sokan foglalkoztak a fogaskerék-bolygóművek hatásfokvizsgálatával. Vizsgáljuk meg először a **kb** alaptípus hatásfokát. A 25. ábrán a bolygómű vázlatával mellet a két szabadfokú működés sebességábrája (a), a bolygókerék erőábrája (b), az állókarú működés (c) és az álló gyűrűkeres üzem (d) sebességábrája látható.



25. ábra. A kb típusú normál fogaskerék-bolygómű vázlatával, továbbá a) a  $2+4 \rightarrow k$  teljesítményfolyam sebesség- és b) a bolygókerékre vonatkozó erőábrája, c) az a)-ból szerkeszthető fogaskerékszerű üzem sebességábrája, d) az állógyűrűs működés sebességábrája ( $F$  a kerületi erő,  $\omega$  a szögsebesség jele)

A bolygóműre ható külső nyomatékok egyensúlya a következő:

$$M_2 + M_4 + M_k = 0. \quad (7)$$

Ugyancsak egyensúlyi egyenlet írható fel a két szabadságfokú működés  $2+4 \rightarrow k$  teljesítményfolyamára ( $\eta$  hatásfok- és  $\omega$  szögsebességjellel):

$$(M_2 \omega_2 + M_4 \omega_4) \eta_{2+4 \rightarrow k} + M_k \omega_k = 0. \quad (8)$$

A fogaskerékszerű működés  $2' \rightarrow 4'$  teljesítményfolyamára viszont a következő írható:

$$M_2 \omega'_2 \eta_{2' \rightarrow 4'} + M_4 \omega'_4 = 0, \quad (9)$$

vagyis

$$M_4 = -M_2 \frac{\omega'_2}{\omega'_4} \eta_{2' \rightarrow 4'} = -M_2 u_{42} \eta_{2' \rightarrow 4'}, \quad (10)$$

amelyben  $|u_{42}| = z_4/z_2 = \omega'_2/\omega'_4$  a fogszámviszony (ún. belső át-tétel).

Álló gyűrűkerekű üzemben  $2'' \rightarrow k''$  a teljesítményfolyam:

$$M_2 \omega''_2 \eta_{2'' \rightarrow k''} + M_k \omega''_k = 0, \quad (11)$$

azaz

$$M_k = -M_2 \frac{\omega''_2}{\omega''_k} \eta_{2'' \rightarrow k''} = -M_2 i''_{2k} \eta_{2'' \rightarrow k''}. \quad (12)$$

A behelyettesítések és egyszerűsítések

$$(1 - u_{42}) \eta_{2'' \rightarrow k''} = 1 - u_{42} \eta_{2' \rightarrow 4'} \quad (13)$$

eredményt adnak. Ezek után (8)-ből kifejezhető a keresett bolygómuhatásfok:

$$\begin{aligned} \eta_B = \eta_{2+4 \rightarrow k} &= \frac{-M_k \omega_k}{M_2 \omega_2 + M_4 \omega_4} = \frac{-\frac{M_k}{M_2}}{\frac{\omega_2}{\omega_k} + \frac{M_4}{M_2} \frac{\omega_4}{\omega_k}} = \\ &= \frac{(1 - u_{42}) \eta_{2'' \rightarrow k''}}{i_{2k} - u_{42} \eta_{2' \rightarrow 4'} i_{4k}} = \frac{1 - u_{42} \eta_{2' \rightarrow 4'}}{i_{2k} - u_{42} \eta_{2' \rightarrow k'} \left[ 1 + \frac{1}{u_{42}} (i_{2k} - 1) \right]} = \\ &= \frac{1 + |u_{42}| \eta_F}{i_{2k} (1 - \eta_F) + (1 + |u_{42}|) \eta_F}, \quad (14) \end{aligned}$$

ha közben átírjuk az  $\eta_{2' \rightarrow 4'}$ -et  $\eta_F$ -re és  $-u_{42}$ -t  $|u_{42}|$ -re.

A (14) azonban csak egyetlen,  $2+4 \rightarrow k$  teljesítményfolyamra vonatkozik. Előfordulnak azonban más lehetőségek:

$$\begin{array}{cccc} 2+4 \rightarrow k & 2+4 \rightarrow k & 2+k \rightarrow 4 & 4+k \rightarrow 2 \\ \underbrace{k \rightarrow 2+4} & \underbrace{k \rightarrow 2+4} & 4 \rightarrow 2+k & 2 \rightarrow 4+k. \end{array} \quad (15)$$

$$\omega_3 < \omega_k \qquad \omega_3 > \omega_k$$

A 25. ábra és a bemutatott levezetés ebből a *nyolc* lehetőségből az *elsőre* vonatkozik, de a módszer a többi hét teljesítményfolyamra hasonlóképpen alkalmazható. Az itt most nem közölt képlethalmaz bizonyos formai rokonságot mutatott. *K. Stölzle* disszertációjában találtam olyan képletet, amely négy alaptípusra (**kb**, **k + b**, **k + k**, **b + b**) egyetlen hatásfokképletet írt fel. Ezt sikerült kiterjesztenem mind a hat alaptípusra. A közös hatásfokképlet a következő:

$$\eta_B^\lambda = \frac{x(1+y) + y(1-x)\eta_F^\kappa}{1+y - (1-x)\eta_F^\kappa}, \quad (16)$$

amely képletben a  $\lambda$ ,  $\kappa$ ,  $x$  és  $y$  a 7. táblázatból olvasható ki.

Ellenőrizzük az előzőleg levezetett (14) képletet a (16)-ból. A 25. ábrabeli üzemállapot a 16. ábra kinematikai áttételmezőjében az ⑤ jelű esetnek felel meg, vagyis a 7. táblázatból  $\lambda = -1$ ,  $\kappa = -1$ ,  $x = i_{4k}$  és  $y = -i_{2k}$  olvasható ki. Ezzel a (16) átírható

$$\eta_B^{-1} = \frac{i_{4k}(1-i_{2k}) - i_{2k}(1-i_{4k})\eta_F^{-1}}{1-i_{2k} - (1-i_{4k})\eta_F^{-1}} \quad (17)$$

alakúra. Felhasználhatjuk még az 1. táblázatból az

$$i_{4k} = 1 + \frac{1}{u_{42}}(i_{2k} - 1) \quad (18)$$

összefüggést. A behelyettesítések és egyszerűsítések után megkapjuk a (14)-et. Szokás a hatásfok alakulását diagramban is ábrázolni. A hatásfokelemzésekéből a következők foglalhatók össze:

- a **k**, **kb**, **k + b** alaptípusokban  $\eta_B > \eta_F$ ;
- a **b**, **k + k**, **b + b** alaptípusoknál bizonyos teljesítményfolyamok esetében előfordulhat  $\eta_B < \eta_F$ , vagyis ilyenkor pl.  $\eta_{\min} = 50\%$  is jelenthet tartományhatárt!

A 15. és 16. ábrák kinematikai áttételmezőjének jobb alsó részén ezért láthatók pont-vonallal kihúzott határvonalak, amelyek  $\eta_F = 90\%$ -ra mutatják, mennyire csökkenhet az  $\eta_B$ .

7. táblázat A Stölzle-féle hatásfokképlet paraméterei, kiterjesztve a fogaskerék-bolygóműveknek mind a hat alaptípusára (14–16. ábra)

Sor-szám	Kitevők		<b>k</b>		<b>b</b>		<b>kb, k + b, k + k, b + b</b>	
	$\lambda$	$\varkappa$	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>x</i>	<i>y</i>
1	+1	-1	$i_{2k}$	0	$i_{4k}$	0	$i_{2k}$	0
2	-1	+1	$i_{2k}$	0	$i_{4k}$	0	$i_{2k}$	0
3	+1	+1			$i_{4k}$	0	$i_{2k}$	0
4	-1	-1			$i_{4k}$	0	$i_{2k}$	0
5	-1	-1	$i_{3k}$	$-i_{2k}$			$i_{4k}$	$-i_{2k}$
6	+1	+1	$i_{3k}$	$-i_{2k}$			$i_{4k}$	$-i_{2k}$
7	-1	+1	$i_{3k}$	$-i_{2k}$	$i_{3k}$	$-i_{4k}$	$i_{4k}$	$-i_{2k}$
8	+1	-1	$i_{3k}$	$-i_{2k}$	$i_{3k}$	$-i_{4k}$	$i_{4k}$	$-i_{2k}$
9	+1	-1	$i_{3k}$	0	$i_{3k}$	0	$i_{4k}$	0
10	-1	+1	$i_{3k}$	0	$i_{3k}$	0	$i_{4k}$	0
11	+1	+1					$i_{4k}$	0
12	-1	-1					$i_{4k}$	0

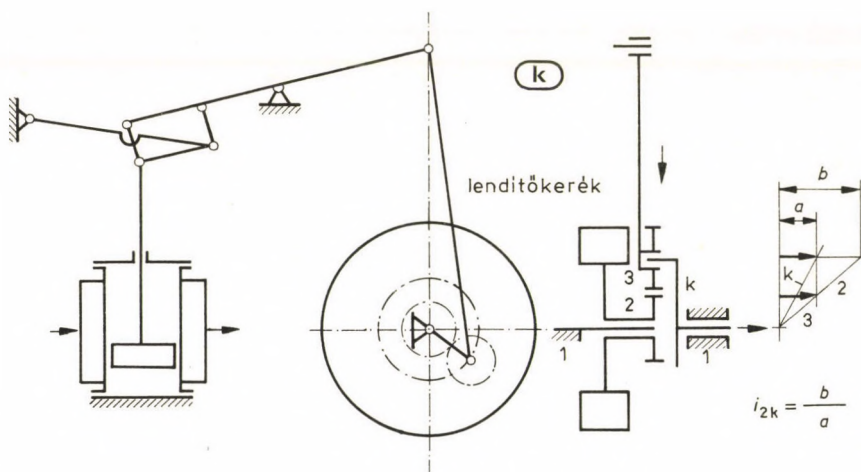
  

Az (1)-ből és az 1. táblázatból:	$i_{3k} = 1 - \frac{1 - i_{2k}}{u_{32}}$	$i_{3k} = 1 - \frac{1 - i_{4k}}{u_{43}}$	$i_{4k} = 1 - \frac{1 - i_{2k}}{u_{42}^*}$
----------------------------------	--	--	--

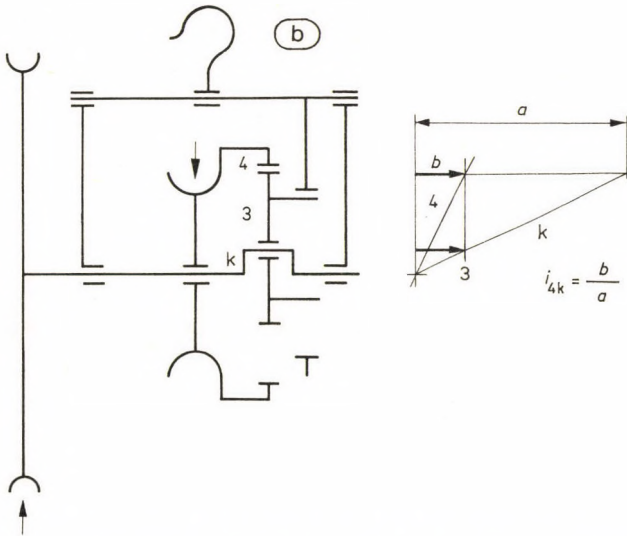
## 6. RÉGI ÉS ÚJ FOGASKERÉK-BOLYGÓMŰVEK

A következőkben mind a hat alaptípusra *alkalmazási példákat* mutatok be, amellyel mód nyílik régi és egészen új beépítések ismertetésére.

A **k** alaptípust alkalmazta *J. Watt* (1736—1819) több mint 200 éve nevezetes dugattyús gőzgépében az akkor szabadalommal védett forgattyús hajtómű megkerülésére. A 26. ábrán látható a gőzgépmechanizmus vázlata, az ún. Watt-féle egyenesbevezető mechanizmus, a **k** alaptípusú bolygómű a himba hajtórúdjaival és a lendítőkerék. A sebességábra jól mutatja, hogy a lendítőkerék tengelye a forgattyúkaréhoz képest kétszeres fordulatszámmal működik.



26. ábra. *J. Watt* nevezetes gőzgépszabadalmában **k** típusú fogaskerék-bolygóművet alkalmazott

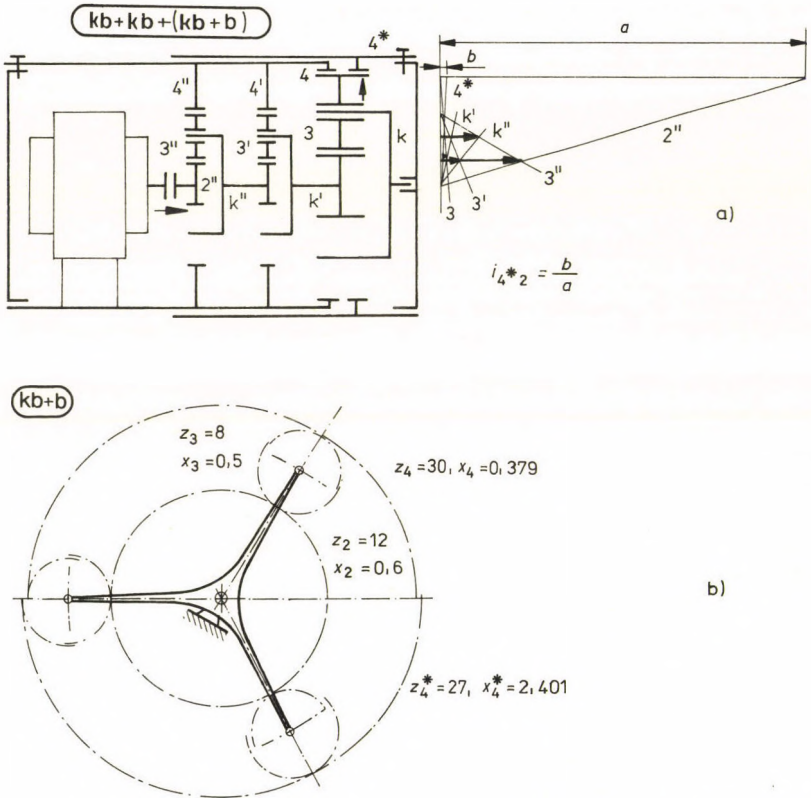


27. ábra. Egy kézi mozgatású lánckerék lassító áttételét **b** típusú fogaskerék-bolygómuével oldották meg, amelyben  $\omega_{3k} = 0$

A **b** alaptípust alkalmazták egy kézi mozgatású lánckerék mozgatására (27. ábra). Az  $i_{4k}$  lassító áttétel a sebességábrából leolvasható. Érdekesség, hogy itt a bolygókerék nem fordul el, a kar körmozgását viszont minden pontja le tudja másolni.

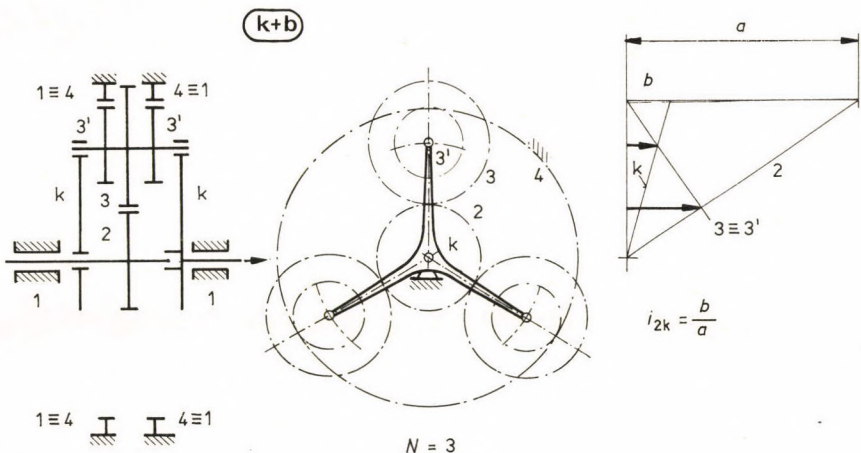
A **kb** alkalmazását egy érdekes, összetett, bonyolultabb bolygómué egységeként mutatom be. A 28. ábrán egy **kb + kb + (kb + b)** jelű bolygómué látható (*W. Richter* tervezte a CERN számára), amely egy manipulátor karcsuklóját mozgatja nagyon nagy eredő áttétellel. A bolygómué tehát két, sorba kapcsolt normál bolygómuéből, majd folytatódólagosan vele kapcsolt ún. *Wolfrom*-bolygómuéből áll. Érdekesség, hogy a bolygókerék 3 fogszámmal kisebb fogszámú gyűrűkeréket hajt, mint amilyen a támasztó gyűrűkerék fogszáma. A 28. ábra b) része jól mutatja, hogy a bolygómué tervezője profileltolásokkal oldotta meg a feladatot. A nagyon nagy áttétel a sebességábrából érzékelhető.

A **k + b** alaptípust a *Flender*-gyár alkalmazta az UNITED-bolygóművébe (29. ábra). A gyár katalógusa kiemeli, hogy két-karos [(**k + b**) + (**k + b**)] szerkezetben a 900-at is elérheti az eredő kinematikai áttétel. Előbb már szó volt az  $\eta_B > \eta_F$  előnyéről. A gyár 97—98,5%-os hatásfokot ígér a **k + b** egykaros bolygómsorozatára.



28. ábra. Egy manipulátor karcsuklójának lassított mozgását **kb + kb + (kb + b)** összetett (két sorba kapcsolt normál és egy hozzá kapcsolt *Wolfrom*-féle) fogaskerék-bolygóművel valószínűsítette meg *W. Richter*



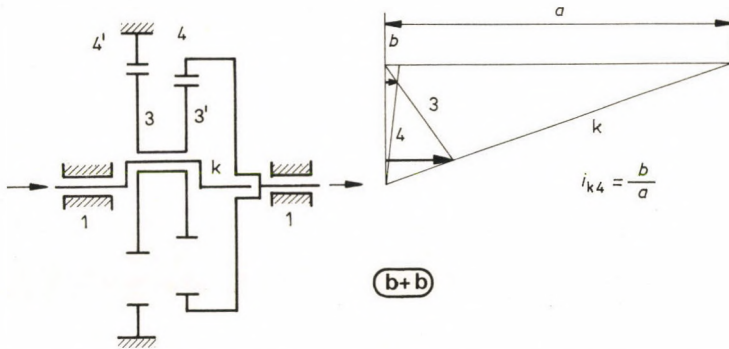


29. ábra. A Flender-gyár UNITED-féle bolygóműve  $k + b$  alaptípussal

A  $k + k$  alaptípus alkalmazására megint technikatörténeti érdekesség mutatható be, hiszen *H. Ford* híres T-modelljében — vagyis a magyar *Galamb József* (1881—1955) konstrukciójában — a sebességváltó előre- és hátramenetének sebességét ilyen típusú bolygómű oldotta meg (30. ábra). 1908—1927 között ilyen T-modellből több mint 15 millió készült. Nyilvánvaló előnyt jelentett, hogy nem kellett belső fogazatú gyűrűkerék, így kisebb az interferenciaveszély, egyszerűbb volt a kizárólag külső fogazatú fogaskerekek sorozatgyártása is, szerelése is. Az a hátrány, hogy ennél a típusnál  $\eta_B < \eta_F$  fordult elő mindkét sebesség esetén, az akkori gépkocsisebességek mellett nem okozott számottevő veszteséget.

Végül a  $b + b$  alaptípusra egy intelligens szem-kéz rendszerű végrehajtó mechanizmus hajtómű-próbálkozását mutatom be (31. ábra). Az volt a kitűzött feladat, hogy a  $6000 \text{ min}^{-1}$  fordulatszámú egyenáramú szervomotorok a csuklók mozgatását kb. 800-as áttétellel csökkentsék le, a megjelenési forma pedig





31. ábra. Egy intelligens szem-kéz rendszerű végrehajtó mechanizmus  $b + b$  fogaskerék-bolygóművel

tárcsaszerű legyen [mint pl. a 28. ábra a) része], és megvalósuljon az egytengelyűség (a koaxibilitás).

Ezekből a példákban látható, hogy a fogaskerék-bolygóművek alaptípusainak gyakorlati alkalmazása, az ipari forradalmat megindító Watt-gőzgéptől, a gépipar minden ágában elterjedt, és ma már a korszerű atomtechnikai, automata robotgépek szerkezeti egységeiként is felhasználják őket, és még inkább alkalmaznák őket, ha széles körben ismert volna minden üzemi tulajdonsága és viszonylag egyszerű gyártása.

## 7. AZ ALAPTÍPUSOK ÖSSZEHASONLÍTÁSA

A 15. és 16. ábrákban a kinematikai áttételmezők alá megrajzoltam a *Poppinga*-függvényeket (figyelemmel a Magidovics-optimumokra) és a már tárgyalt egyéb tartományhatárokat. Mindezek alapján a következők foglalhatók össze:

**k alaptípus.** Az  $|u_{23}|$  fogsávviszonyt 0,22...5 között választhatjuk.  $\eta_B$  mindig jobb, mint  $\eta_F$ . Álló napkerék esetén  $i_{3k}=1,22\dots6$ . Hátrány, hogy álló napkerekes üzemben külön kell gondoskodni a bolygókerék (bolygókerékek) be- vagy kihajtásáról, amely viszont csökkentheti az összehatásfokot. Az  $N$  bolygókerékszám növelése csökkentheti az  $|u_{23}|$  tartományát.

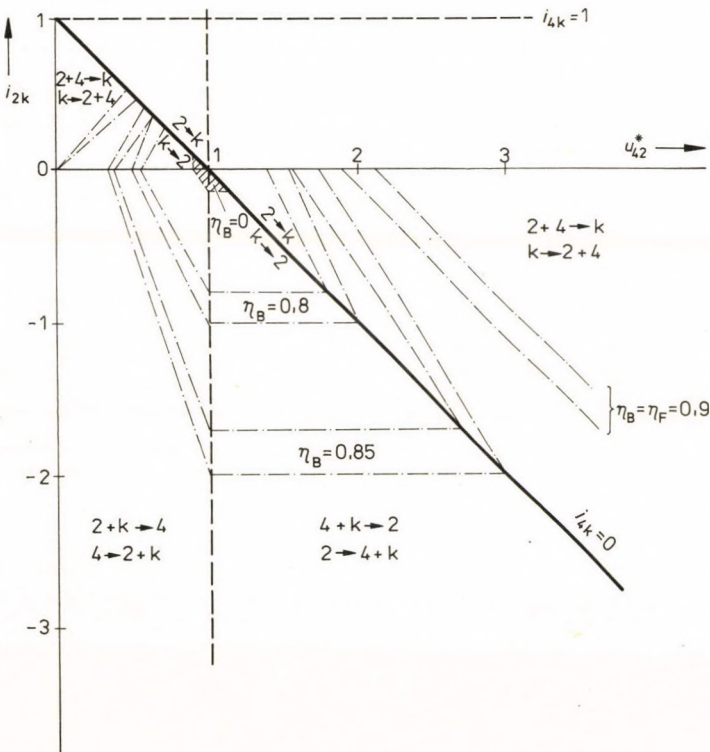
**b alaptípus.** Az  $u_{43}$  fogsávviszony 1,12...10 között választható  $N=1$  esetén.  $N$  növelésével szűkül az  $u_{43}$  alsó határa. Álló gyűrűkerék esetén  $i_{3k}=-9\dots0,12$ . Itt is romolhat az összehatásfok a bolygókerék (bolygókerékek) külön hajtása következtében. A tartományt szűkítik  $\eta_B < \eta_F$  esetei.

**kb alaptípus.** Az  $|u_{42}|$  fogsávviszonyt  $N=1, 2$  és  $3$  esetén 1,14...11 között választhatjuk.  $N > 3$  esetén szűkülhet a tartomány.  $\eta_B$  mindig jobb, mint  $\eta_F$ . Álló gyűrűkerék és  $N \leq 3$  esetén  $i_{2k}=2,4\dots11$ . Ezt a bolygóműtípust alkalmazzák leggyakrabban a hat alaptípus közül, és ezért sorozatban is gyártják.

**k + b alaptípus.** Az  $|u_{42}^*|$  fogsávviszony tartományhatára szélesebb, mint a **kb**-é (0,5...20), viszont a kettős bolygókeréket célszerű kiegyensúlyozni a billenő hatás elkerülésére, ami bonyolultabb szerkezeti kialakítást jelent.  $\eta_B$  mindig jobb, mint  $\eta_F$ . Ha az  $|u_{42}^*|$ -on belül az  $|u_{23}|$ -at a Magidovics-féle optimum szerint választjuk, akkor egyébként azonos feltételek mellett *kisebb radiális méreteket kapunk*, mint **kb**-nél. Álló gyűrűkerék esetén  $i_{2k}=1,5\dots21$ . Ezt a típust is viszonylag gyakran alkal-

mazzák, különösen nagy teljesítményű hajtóműként. Szintén gyártják sorozatban is.

**k + k alaptípus.** Az  $|u_{42}^*|$  fogszámviszony még szélesebb, mint a **k + b**-é (0,05...20), de vigyázni kell az alsó határ közelében  $\eta_B < \eta_F$  miatt (vagyis nem csökken-e a bolygómű hatásfoka 50% alá). Itt is célszerű a kettős bolygókereket kiegyensúlyozni. Alkalmazva a fogszámviszonyrészre a Magidovics-féle optimumot, viszonylag kis radiális méreteket kapunk (nincs gyűrűkerék). Ha az



32. ábra. A 16. ábra egyik részlete felnagyítva (az  $\eta_B = 0$  terület az önzárás mezejét jelenti)

egyik napkerék áll, akkor  $u_{42}^* < 1$  esetén  $i_{2k} = -19 \dots 0,11$ ; ha  $u_{42}^* > 1$ , akkor  $i_{2'k} = 0,1 - 0,95$ . Ezt a típust is nagyobb teljesítményekre használják.

**b + b alaptípus.** A hat alaptípus ritkábban alkalmazott fajtája. Viszonylag szűk az  $u_{42}^*$  tartománya ( $N=3$  esetén  $u_{42}^* = 0,36 \dots 2,75$ ). Ugyancsak szűkítheti a tartományt, hogy  $\eta_B < \eta_F$ . További hátránya, hogy itt adódnak a legnagyobb radiális méretek.  $N > 1$  esetén nincs Magidovics-féle optimum a fogszámviszonyrészre. Ha az egyik napkerék áll, akkor  $N=3$ -ra és  $u_{42}^* < 1$  esetén:  $i_{4k} = -1,78 \dots 0,11$ ; ha  $u_{42}^* > 1$ , akkor  $i_{4'k} = 0,1 \dots 0,63$ .

Mivel a 16. ábrának az a részlete viszonylag kis méretű, amelyen belül  $\eta_B < \eta_F$  előfordul, a 32. ábrán ezt a részt felnagyítva még egyszer bemutatom.

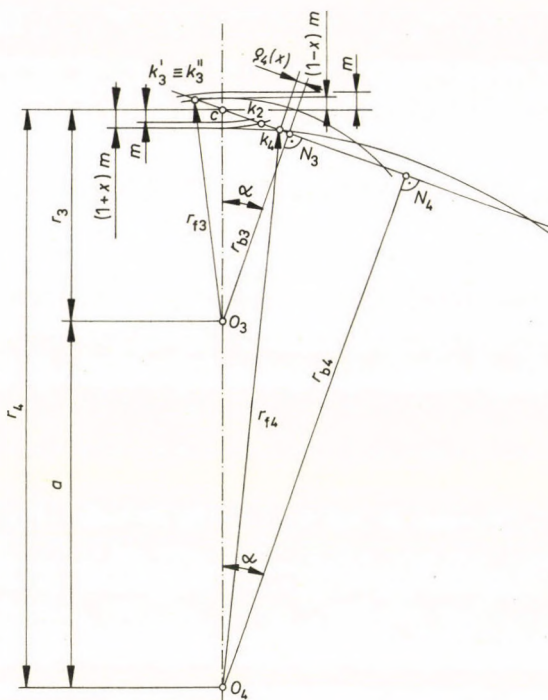
## 8. A GEOMETRIAI ÉS SZILÁRDSÁGI MÉRETEZÉS KÜLÖNLEGES ESETEI

A hat alaptípus közül egyedül a **kb** típus okoz különleges méretezési problémákat. A többi öt alaptípus az  $N$  bolygókerékszámval csökkentett fogerővel méretezhető szilárdságilag a fogaskerékszerű működés kerületi sebességével. A geometriai méretezés pedig ennél az öt alaptípusnál az  $u$  eredő vagy rész-fogszámviszonyok ismeretében nem bonyolultabb, mint az egyszerűbb fogaskerékpároké vagy az előtétengelyes hajtóművéké. A bolygómű többi eleme mindig simul a fogaskerek meghatározó méretéhez. Vagyis a fogaskerek a bolygómű nagyságát meghatározó elemek.

A **kb** normál típusú fogaskerék-bolygómű azért okoz *különleges* méretezési problémákat, mert egy vagy több bolygókereke *egyszerre* kapcsolódik a külső fogazatú napkerékkel és a belső fogazatú gyűrűkerékkel. Köztudott, hogy a korrigált fogazás előnyösebb az elemnél, és előnyei mellett a gyártása se drágább. A kérdés az volt, hogy az *általános fogazat* hogyan valósítható meg a kettős kapcsolódású bolygókerekkel?

Először az általános fogazat egyik egyszerűbb esetével, a *kompenzált fogazat* megvalósításával foglalkoztam. A profileltolás számos fizikai alapelven nyugvó megoldása közül — egyszerűsége és hazai hagyományai miatt — a *kiegyenlített csúszást* választottam a fogpárkapcsolódások szélső pontjaiban.

A kompenzált fogazatnál nem változik az alapprofilszög, sem a tengelytáv (33. ábra). Ez a tény megengedi, hogy a külső-külső kapcsolódás kapcsolóvonalát tükrözzük a belső-külső kapcsolódás kapcsolóvonalára, és a további vizsgálatokat a *négy* szélső kapcsolódási pontban ( $k_2, k'_3, k''_3, k_4$ ) végezzük el. A feladat az volt, hogy közülük kettőn kellett a relatív csúszást kiegyenlíteni úgy, hogy a másik két helyen a kiegyenlítettél kisebb értékeket



33. ábra. A belső-külső fogaskerék-kapcsolódás elemi és kompenzált fogazatának fejkörív helyzetei ( $O$  a fogaskerék-középpontok,  $C$  a főpont,  $m$  a modul,  $r$  az osztókör sugarak,  $r_f$  a fejkör sugarak,  $r_b$  az alapkör sugarak,  $x$  a profileltolási tényező,  $a$  a tengelytáv,  $\alpha$  az alaprofil szög,  $N$  a talppontok,  $\rho$  a körevelvénss görbületi sugarainak a jele)

kapjunk. *Apró Ferenc* munkatársam később bebizonyította, hogy a  $k_4$  helyett a  $T$  pont az a szélső kapcsolópont, amely még nem okoz interferenciát (34. ábra). Ki is számította az ehhez szükséges fogcsonkítási tényezőt a  $z_4$  gyűrűkerék fogszám és az  $x$  profileltolási tényező függvényében ( $f' = 1$  fejmagasság-tényezőre és  $\alpha = 20^\circ$  alaprofil szögre). Figyelembe véve saját vizsgálataimat, továbbá *Apró Ferenc* és néhai *Buzgó József*





$$\eta_3' = \frac{-(z_2 + z_3) \sin \alpha + \frac{z_2 + z_3}{z_3} \sqrt{(z_3 + 2 \oplus 2x)^2 - (z_3 \cos \alpha)^2}}{(z_2 + z_3) \sin \alpha - \sqrt{(z_2 + 2 \oplus 2x)^2 - (z_3 \cos \alpha)^2}}; \quad (20)$$

$$\eta_3'' = \frac{-(z_2 + z_3) \sin \alpha + \frac{z_2 + z_3}{z_3} \sqrt{(z_3 + 2 \oplus 2x)^2 - (z_3 \cos \alpha)^2}}{(z_2 + z_3) \sin \alpha + \sqrt{(z_2 + 2 \oplus 2x)^2 - (z_3 \cos \alpha)^2}}; \quad (21)$$

$$\eta_T = \frac{2(1 \ominus x)}{z_3 \sin^2 \alpha - 2(1 \ominus x)} \frac{z_2 + z_3}{z_2 + 2z_3}. \quad (22)$$

Ha összevetjük a (20)-at a (21)-gyel, akkor azonnal szembetűnik, hogy azonos a számláló, és  $\eta_3''$  nevezője mindig nagyobb, mint  $\eta_3'$ -é, vagyis *mindig* fennáll az  $\eta_3' > \eta_3''$ , úgyhogy  $\eta_3''$ -vel nem kell a továbbiakban számolni.

A képletekben az  $x$  tagok előjeleit bekarikáztam. Ez arra figyelmeztet, hogy a felírt előjelek  $|u_{23}| < 1$ -nek felelnek meg.  $|u_{23}| > 1$  esetén ezek az előjelek mind ellenkezőre váltanak.

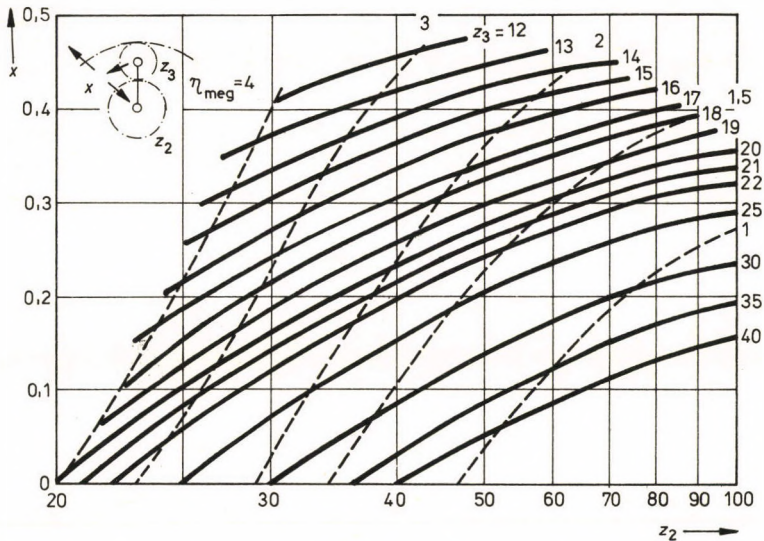
Számítógéppel kiszámítottuk az

$$\eta_2 = \eta_3' > \eta_T; \quad \eta_2 = \eta_T > \eta_3'; \quad \eta_3' = \eta_T > \eta_2 \quad (23)$$

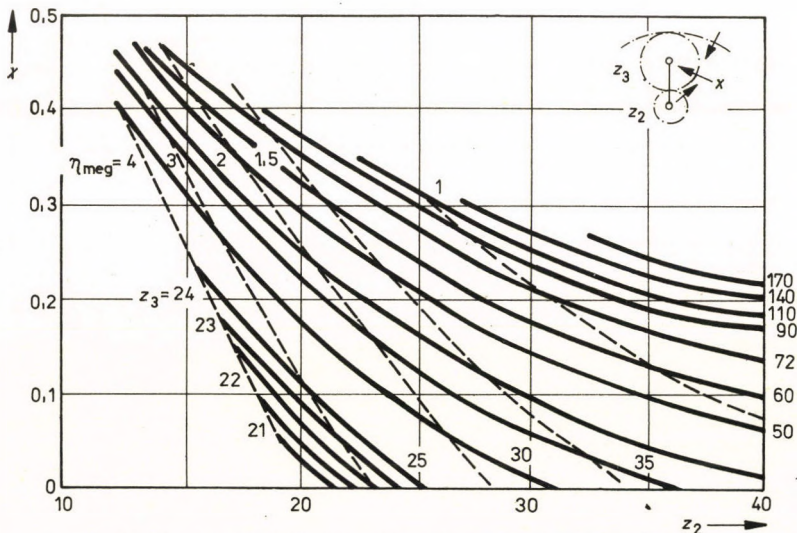
kiegyenlített relatív csúszásokhoz szükséges  $x$  profileltolási tényezőket.

A 35. ábra  $|u_{23}| < 1$  esetére mutatja az  $x = f(z_2; z_3)$  nomogramot (szaggatott vonallal az  $\eta = \text{konst.}$  relatív csúszásértékeket kiemelve); a 36. ábra az  $|u_{23}| > 1$  esetére adja meg a nomogramot.

*H. Blok, Botka Imre és Lévai Imre* munkáit figyelembe véve, a részletes levezetést mellőzve, a kapcsolódás hőmérsékletcsúcsainak teljesítményarányaival kimutatható, milyen arányban javul a teljesítménytovábbíthatóság kompenzált vagy az általános fogazat egy másik, különleges megoldása esetén.



35. ábra. A kb típusú normál fogaskerék-bolygómű kompenzált fogzatainak  $x$  profileltolási tényezői a  $z_2 - z_3$  fogszámpárok függvényében, szaggatott vonalakkal kiemelve a négy szélső kapcsolódási pontból kettőnek kiegyenlített relatív csúszási értékeit ( $\eta = \text{konst.}$ ), amikor a másik kettő mindig kisebb a kiegyenlítettnél,  $|u_{23}| \leq 1$  esetén



36. ábra. Az előzőhöz hasonló nomogram, de  $|u_{23}| \geq 1$  esetére



$$E_A = \frac{Q_{3A}}{a} = \frac{\sqrt{(z_2 + 2)^2 - (z_3 \cos \alpha)^2}}{z_2 + z_3}. \quad (26)$$

A teljes szimmetria miatt az  $|u_{23}| < 1$  esetére nem kell a képleteket újra felírni. A belső-külső fogazat kapcsolási viszonyai kedvezőbbek, ezért azt nem kell külön megvizsgálni.

Az általános fogazat egy *másik* (a kompenzált fogazattól részben eltérő) különleges esete az, amikor az elemi fogazat fogszám-választásából kiindulva, a bolygókerék fogszámát  $\Delta z_3 = z_3 - \bar{z}_3 = 1, 2$  vagy  $3$  foggal csökkentjük, és a külső-külső kapcsolódást *általános* fogazattal valósítjuk meg, majd ezt a bolygókeréket *kompenzált* fogazattal kapcsolatjuk a belső fogazatú gyűrűkerékkel (38. ábra). Erre az esetre is felírható a teljesítménynövelő hatás képlete (á általános és e elemi betűjelekkel):

$$\frac{P_{\dot{a}}}{P_e} = \frac{\cos \alpha_{wt}}{\cos \alpha} \left( \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_{wt}} \right)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{V_{A'} \sin \alpha_{wt} - V_{A'}^2}{E_A \sin \alpha - E_A^2} \right)^{\frac{1}{3}} \times$$

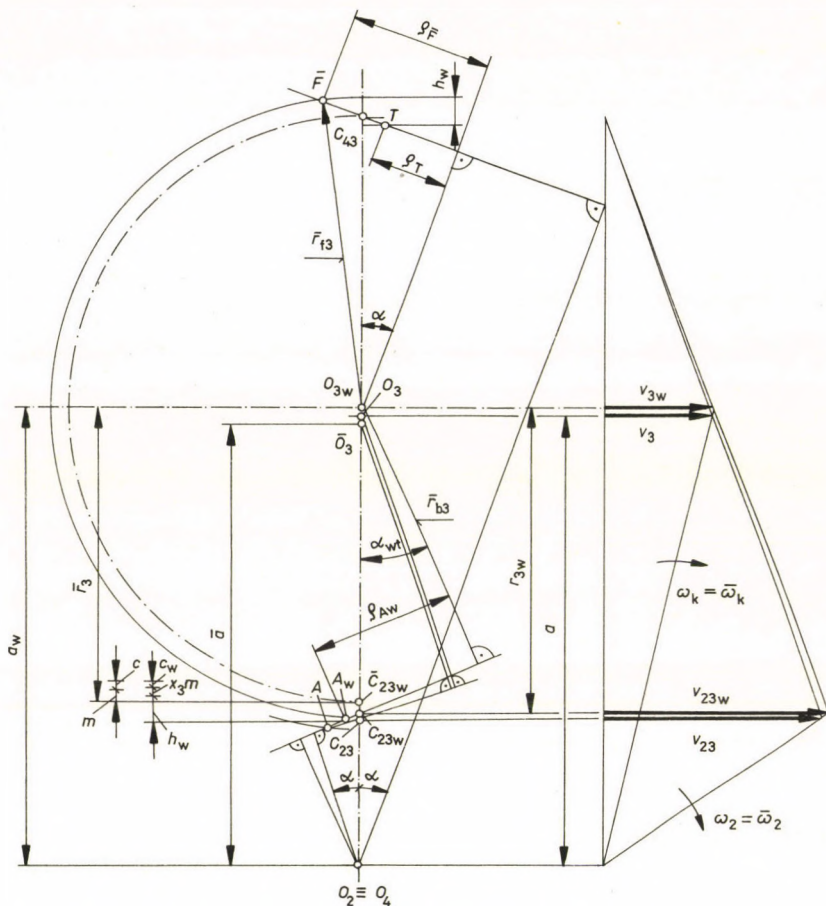
$$\times \left( \frac{\left| \sqrt{\frac{E_A}{1/u}} - \sqrt{\sin \alpha - E_A} \right|}{\left| \sqrt{\frac{V_{A'}}{1/u}} - \sqrt{\sin \alpha_{wt} - V_{A'}} \right|} \right)^{\frac{4}{3}}, \quad (27)$$

ahol

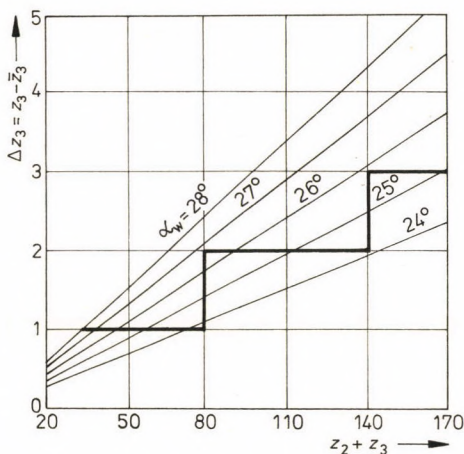
$$V_{A'} = \frac{Q_{3A'}(x)}{a} = \frac{\sqrt{(\bar{z}_3 - 2 + 2x_3 + 2h/m)^2 - (\bar{z}_3 \cos \alpha)^2}}{z_2 + z_3}, \quad (28)$$

$$E_A = \frac{Q_{3A}}{a} = \frac{\sqrt{(z_3 + 2)^2 - (z_3 \cos \alpha)^2}}{z_2 + z_3}. \quad (29)$$

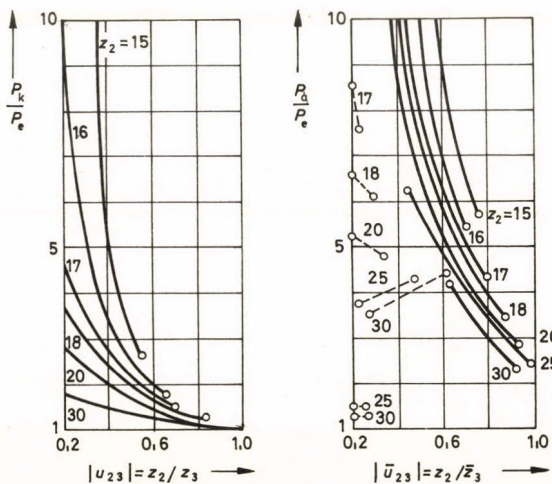
A  $\Delta z = f(z_2 + z_3; \alpha_{wt})$  választására *Apró Ferenc* adott diagramot (39. ábra). A (24) és (27) alapján  $|u_{23}| < 1$  esetére a 40. ábra mutatja a teljesítményarányokat. Hasonló ábra szerkeszthető  $|u_{23}| > 1$  esetére is.



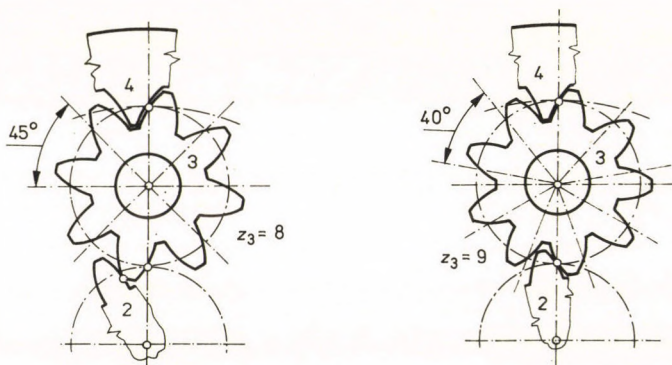
38. ábra. A kb típusú normál fogaskerék-bolygómu általános fogazatának egyik különleges esete: az  $a$  tengelytávú 2–3 kapcsolódás  $\Delta z_3 = z_3 - \bar{z}_3 = 1$ -gyel csökkentve  $\bar{a}$  elemi, ill. ehhez viszonyított  $a_w$  általános fogazatú tengelytávot kapunk. A bolygó- és napkerék vázlatával a sebességábra látható, bizonyítékkul arra, hogy a kinematikai áttétel álló gyűrűkerék esetén változatlan. A betűjelek általában azonosak a 33. ábrabeliekkel. A főülhúzás a módosított bolygókerék-fogszámú kapcsolódásra, a w index az általános fogazatra utal



39. ábra. A bolygókerék  $\Delta z_3$  fogszámcsökkenése a nap- és bolygókerék  $z_2 + z_3$  fogszámösszegének és az  $\alpha_{wt}$  kapcsolószög függvényében



40. ábra. A kompenzált fogazat  $P_k/P_e$  és az általános fogazat  $P_k/P_e$  teljesítménynövelő hatása az elemi fogazathoz képest, a napkerék  $z_2$  fogszámának és az  $|u_{23}|$  fogszámviszonyának a függvényében  $|u_{23}| < 1$  esetén, a kb típusú normál fogaskerék-bolygóműre. A folytonos vonalak  $\Delta z_3 = 1$ , a szaggatott vonalak  $\Delta z_3 = 2$  és a pontozott vonalak  $\Delta z_3 = 3$  fogszámcsökkentésre (39. ábra) vonatkoznak



41. ábra. Páros és páratlan fogszámú bolygókerék a **kb** típusú fogaskerék-bolygóműben

A szakirodalomban található *hasznos* táblázatok, amelyekből kiválaszthatók **kb** alaptípusra — elemi és kompenzált fogazatra — a *fogszámok*, *Apró Ferenc* pl.  $N=3$  db bolygókerékre, álló gyűrűkerékre készített el jól használható fogszámválasztási táblázatot, megjelölve, hogy mely esetekben szükséges fogazathelyesbítés az alámetszés elkerülésére. Ez a bő választék azonban szűkíthető, ha el akarunk kerülni további esetleges zavarokat. Nem célszerű pl. páros számú bolygókerékfogszám, mert egyidejű kapcsolódások eltérő képet mutatnak (41. ábra); amellet célszerű elkerülni az olyan fogszám párosításokat, amelyeknek van közös osztójuk.

A 8. táblázatban az Apró-féle fogszámválasztékból az  $|u_{23}|=0,22$ -es blokkot választottam ki példaként. A 22 sorból — az előbb mondottak alapján — célszerű kihagyni:

- az alámetszési veszélyt adó kis napkerékfogszámokat,
- a páros bolygókerékfogszámokat,
- azokat a fogszám párokat, amelyeknek közös osztójuk van.

A megmaradó öt sor is elengedő, hiszen az álló gyűrűkerékkel megvalósítható  $i_{2k}$  kinematikai áttételek eléggé közel esnek egymáshoz:

10,736      10,758      10,846      10,928      10,956.



**8. táblázat** Normál fogaskerék-bolygómű fogszámai és a kinematikai áttétel közötti kapcsolatok  $N=3$  db bolygókerék, álló gyűrűkerék ( $\omega_4=0$ ) és  $|i_{23}|=0,22$  fogszámviszony esetén

	$i_{2k}$	$z_2$	$z_3$	$z_4$
b	10,714	28	122	272
a	10,714	14	61	136
	10,736	19	83	185
c	10,750	24	105	234
	10,758	29	127	283
b	10,800	30	132	294
b	10,800	25	110	245
b	10,800	20	88	196
a	10,800	15	66	147
	10,846	26	115	256
c	10,857	21	93	207
a	10,875	16	71	158
b	10,888	27	120	267
b	10,909	22	98	218
	10,928	28	125	278
b	10,941	17	76	169
	10,956	23	103	229
b	10,969	29	130	289
c	11,000	30	135	300
b	11,000	24	108	240
c	11,000	18	81	180
a	11,000	12	54	120

Hasonló eredményre jutunk a többi  $|u_{23}|$ -bloknál is.

A bolygóművek *szilárdsági* méretezésében ugyancsak a **kb** alaptípus ad föl *különleges* problémákat ugyancsak a kettős kapcsolódású bolygókerék, továbbá a több bolygókerék beépítése miatt, amely a kettős bolygókerekes alaptípusok esetén még további különleges megfontolásokat jelenthet.

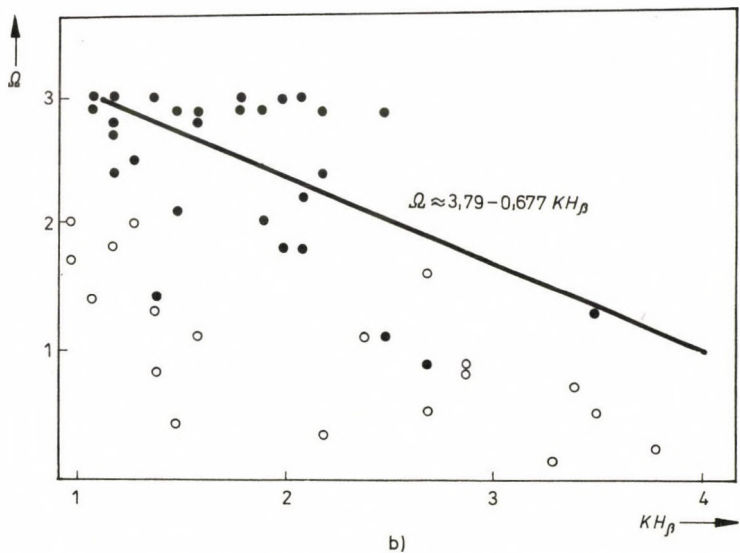
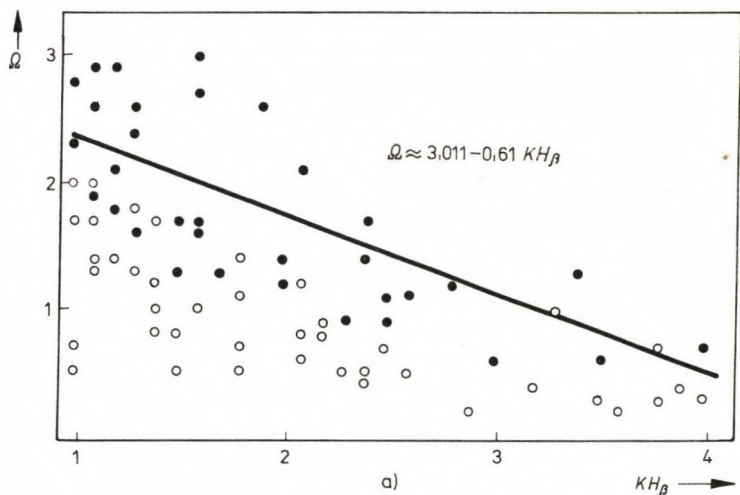
A *bolygókerék fogtöve* a **kb** alaptípusban a kettős kapcsolódás következtében többlet-igénybevételt szenved az egyszerű fogaskerékhez képest. Hasonlít a helyzet a parazita fogaskerekéhez,

amelyekre acélanyag esetén *G. Niemann* 0,7-es csökkentő tényezőt javasolt a megengedett anyagjellemzőre. A Miskolci Egyetem Gépelemek Tanszékén *műanyag fogaskerek*ekkel végzett kísérleteket *Fancsali József*, majd *műanyag bolygókerék*ekkel *Antal Miklós* az általuk kifejlesztett fásasztóberendezéseken. Az összehasonlítás nagyjából — a megvizsgált műanyag kerekre — ugyancsak 0,7-et mutatott.

A többi bolygókerék beépítése — amint már szó volt róla — a teljesítménymegosztást célozza. Az átvitt teljesítmény  $N$ -nel való osztása azonban csak akkor végezhető el, ha az  $\Omega$  ún. *terheléselosztási tényező* közel 1-gyel egyenlő.

A kettős bolygókerékes alaptípusoknál fellépő billenési hajlam a foghosszmenti terheléselosztás egyenlőtlenségét okozhatja, amelyet  $KH_\beta$  tényezővel szokás figyelembe venni. A  $KH_\beta$ -t és az  $\Omega$ -t a szakirodalom is, a szabványok is egymástól függetlenül kezelik, ami túlméretezéshez vezethet. *Döbröczeni Ádám* a Miskolci Egyetem Gépelemek Tanszékén — együttműködve az Odesszai Politechnika Intézet Géptani és Gépelemek Tanszékével — végzett  $\mathbf{k} + \mathbf{b}$  alaptípuson eredményes elméleti, számítási és kísérleti vizsgálatokat. Eredményei így foglalhatók össze:

- A  $KH_\beta$  és  $\Omega$  tényezők nem függetlenek egymástól. Ha  $KH_\beta$  növekszik,  $\Omega$  csökken (a 42. ábra szerint is a mért pontok közé egyenes rajzolható realizálható egyenletekkel).
- A véletlen súlyok módszerével kiválaszthatók azok a konstrukciós, pontossági stb. tényezők, amelyekkel befolyásolhatók a foghossz mentén fellépő terhelésszétosztás és a párhuzamos teljesítményfolyamok közötti terheléselosztás egyenlőtlenségei, pl. a bolygómű kimenő elemként működő karának célszerűbb kialakításával, a bolygókerék tengelyének kellő karcsúsításával, tudatosan bevitt fogaskerékhibákkal elérhető az egyenletesebb hordkép, vagy a fogazat domborításával egy olyan lokalizáció, ami kedvezőbb kapcsolódást eredményez.

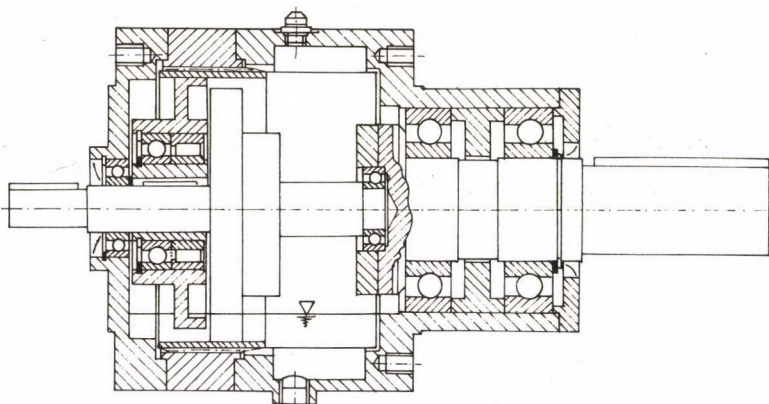


42. ábra.  $\Omega=f(KH_{\beta})$  interpolált egyenesek a **k + b** típusú fogaskerék-bolygómuire  $N=3$  bolygókerék esetén [a) a napkerékre, b) a gyűrűkerékre vonatkozik]. A teli kör a mértékadó, az üres kör a nem mértékadó érték. Az egyenesek természetesen csak a vizsgált területen belül érvényesek

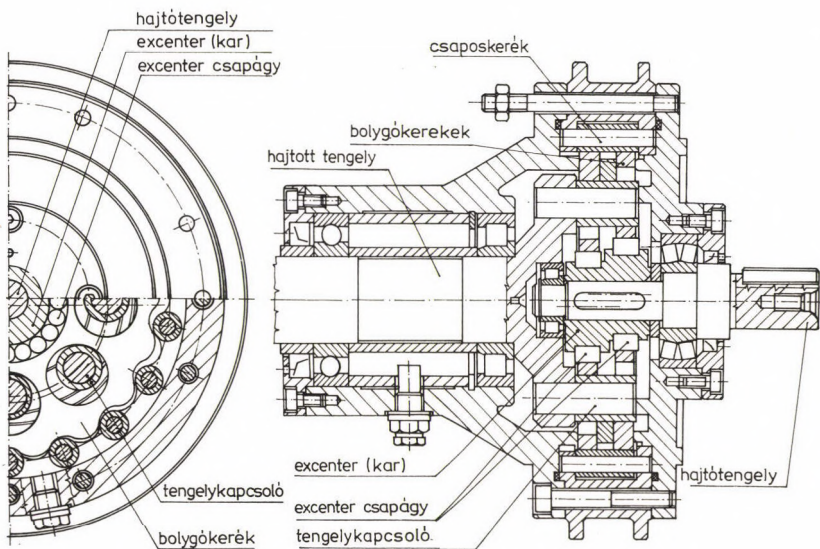
## 9. UTÓSZÓ

A Miskolci Egyetem Gépelemek Tanszékén tehát számos bolygóműproblémát sikerült megoldanom egyedül vagy munkatársaim közreműködésével. Munkatársaim közül név szerint is szerepelt már

- *Antal Miklós* műanyag bolygókerekkel végzett kísérleteivel,
- *Apró Ferenc* a gyűrűkerék foglenyesésének kiszámításával, a fogszámválasztási táblázatának összeállításával,
- *Döbröczeni Ádám* a foghosszmenti terheléeloszlási és a bolygókerek közötti terheléeloszlási tényező egymásra hatásának elméleti és gyakorlati kimutatásával,
- *Fancsali József* a műanyag fogaskerekkel végzett kísérleteivel,
- *Lévai Imre* a fogaskerék-méretezés számos problémájának kidolgozásával.



43. ábra. Péter József hullámhajtómű-konstrukciója a győri REKARD számára

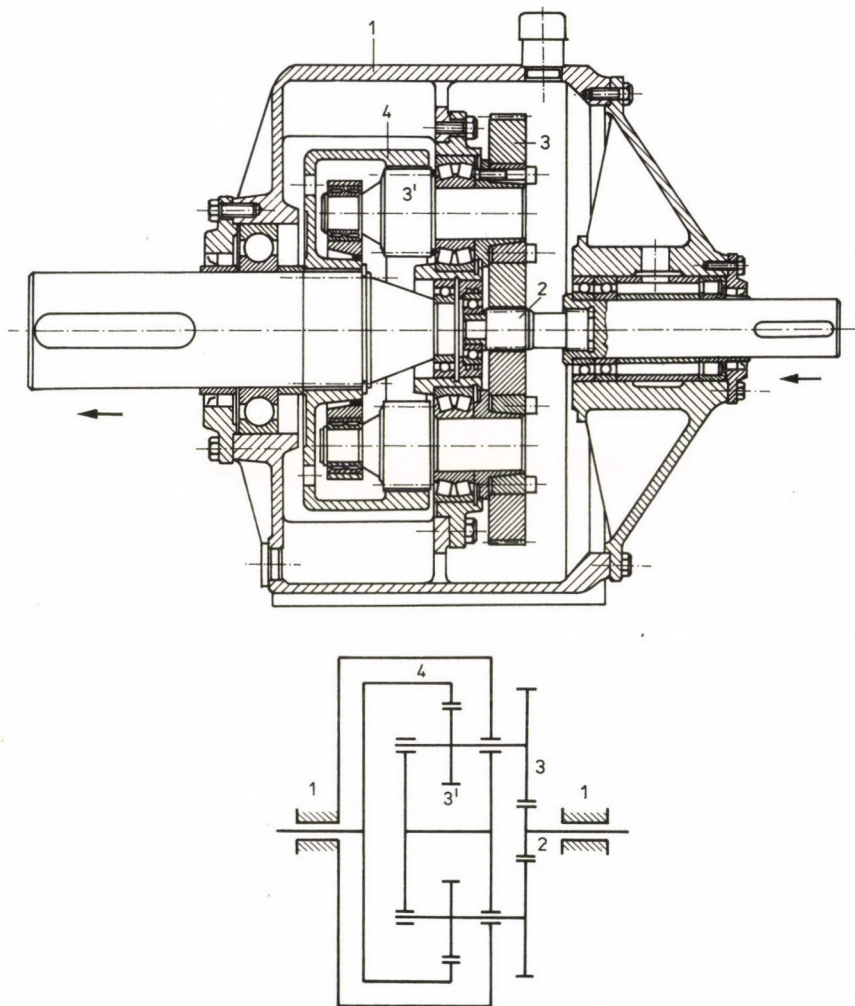


44. ábra. Békés Attila csaposbolygómű-konstrukciója a debreceni MGM számára

Kiemelhető, hogy közülük *Apró Ferenc* kidolgozta még az egykarú és két **kb** típusból összekapcsolt kétkarú bolygóművek hatásfokváltozásait egy szabadságfok esetére, továbbá a *Wolf-rom*-bolygómű teljes elemzését; *Döbröczöni Ádám* pedig foglalkozott a bolygómű indításának (fékezésének) üzemével, a bolygóműveken belül fellépő járulékos erők vizsgálatával.

Átnézve a szerzőtársakkal együtt írt tanulmányaimat, a névsor tovább bővíthető *Buzgó Józseffel*, *Drobni Józseffel*, *Horváth Péterrel*, *Kamondi Lászlóval*, *Kinczel Ferencsel*, *Szente Józseffel*, *Szota Györggyel*, *Tatár Ivánnal*, *Tomori Zoltánnal*, akik a bolygóművek vagy a fogaskerekek egy-egy további fontos részproblémájának megoldásához járultak hozzá a fogaskerék-hajtóművek vagy a fogaskerék-bolygóművek egészének fejlesztéséhez, tökéletesítéséhez.

Külön is meg szeretném említeni még két munkatársamat. Mindketten egy-egy *különleges bolygómű* kutatási programját



45. ábra. A Dolstener cég Solidor típusú fogaskerék-hajtóműve  $k + b$  bolygómű elven,  $N > 1$  fogaskerékkel

fogadták el, amikor fiatal oktatóként a tanszékre kerültek. Péter József a hullámhajtóművek kapcsolási elméletét dolgozta ki, és ellenőrizte saját konstrukciójú hajtóművén (43. ábra) megállapításait; Békés Attila pedig a *cyclo-hajtómű* elméleti kérdéseivel foglalkozott, és ugyancsak saját konstrukciójú hajtóművén (44. ábra) végzett kísérleteket. Mindketten ma már országosan elismert szakemberek, én meg annak is örülök, hogy a bolygóművek fontos *perifériális eseteiben* is tudott a tanszék hasznosat nyújtani a magyar gépipar számára, nem csak a bolygóművek hat alaptípusára és a Wolfrom-féle típusra.

Tizenkét éve egy nemzetközi tudományos ülésen a fogaskerék-bolygóművek hazai alkalmazásai széles körű elterjedésének *akadályairól* tartottam előadást, amely később, 1981-ben nyomtatásban is megjelent. Sajnos, az akkor felsorolt akadályok ma is tények. Már abban az előadásomban propagáltam, hogy a bolygóművek előnyeit *állókarú* működésre is ki lehetne használni, mert így a fogaskerék-hajtóműveknél kisebb méreteket és kedvezőbb terhelésselosztást kapnánk. Példaként a Dolstener cég ún. *Solidor*-típusát mutattam be (45. ábra), amelyen jól kivehető az állókarú, de egyébként bolygómű szerkezetére emlékeztető hajtómű.

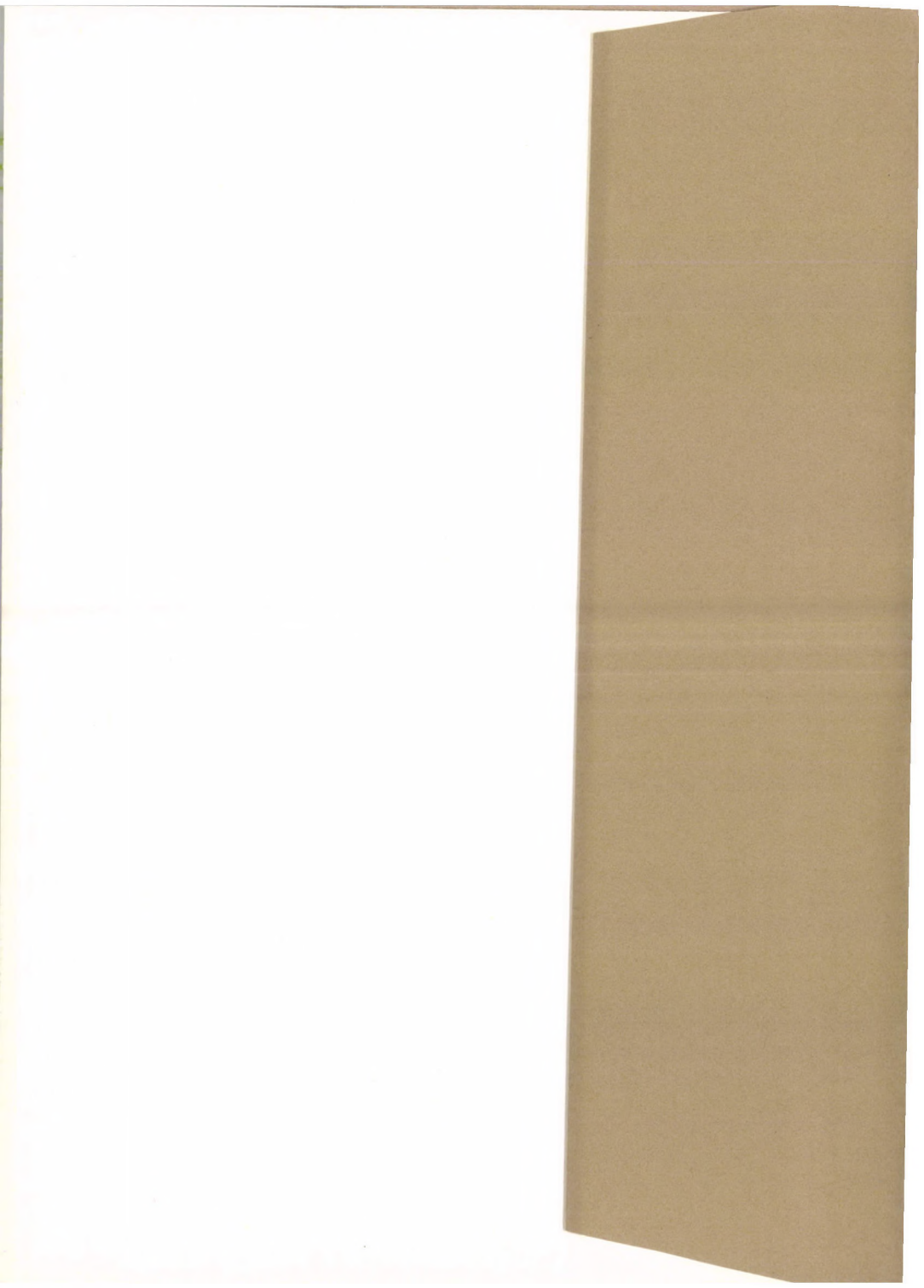
## 10. IRODALOM

- Terplán, Z.*: Dimensionierungsfragen der Zahnrad-Planetengetriebe. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1974. 1/304.
- Terplán Z.—Apró F.—Antal M.—Döbröczöni Á.*: Fogaskerék-bolygóművek. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979. 1/258. (Kiadói nivódíjban részesült. Átdolgozása folyamatban van.)
- Terplán, Z.*: „Spezielle Probleme der Zahnrad-Planetengetriebe mit zweistufigen Planetenrädern.“ in Proceedings of the Fifth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms. Vol. 1. Montreal, 1979. 759/762.
- Terplán, Z.*: Die ehemaligen und heutigen Zahnrad-Planetengetriebe. in Zborník referátov XXI. konferencie katedier častí strojov. Bratislava, 1980. 311/320. — Régi és új fogaskerék-bolygóművek. — Borsodi Műszaki-Gazdasági Élet. 30 (1985) 2. 7/9.
- Terplán Z.*: A fogaskerék-bolygóművek hazai alkalmazásai széles körű elterjedésének akadályai. NME Közl. III. sorozat (Gépészet) 27 (1981) 1—4. 13/26.
- Terplán, Z.—Apró, F.*: Characteristic of Gearing of Epicyclic Gear Trains. NME Gépelemek Tanszékének Közleményei. 457. sz. Miskolc, 1982. 1/4.
- Leistner, F.—Terplán, Z.*: A bolygóművek tervezési kérdései. NME Közl. III. sorozat (Gépészet) 29 (1982) 1—3. 27/53.
- Terplán, Z.—Péter, J.*: “Differences between harmonic drives and epicyclic gear drives according to the gear tooth action.” in Proceedings of the Sixth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms. Vol. II. New Delhi, 1983. 846/849.
- Terplán, Z.—Kamondi, L.*: Eine Verallgemeinerung der Profilüberdeckungsberechnung bei evolventen- und schrägverzahnten Zylinderpaaren mit V-Verzahnung und mit Zahnkopfrücknahme. in Tagung „Zahnradgetriebe“. T. 2. TU, Dresden, 1984. 331/338.
- Terplán, Z.*: Von der Zähnezahlwahl und von den Zahnradeingriffsverhältnissen der normalen Zahnrad-Planetengetriebe. Periodica Polytechnica 29 (1985) 1—3. 223/229.
- Terplán Z.*: A normál fogaskerék-bolygómű fogszámválasztásáról és fogazatkapcsolódási viszonyairól. Gépgyártástechnológia 25 (1985) 5. 199/201.
- Terplán, Z.—Szente, J.—Marton, G.*: “Method of the skiving cutter design.” in 2ème Congress Mondial des Engrenages. Vol. 2. Paris, 1986. 751/758.
- Zablonszkij, K. I.—Terplán Z.—Döbröczöni Á.*: Fogaskerék-bolygómű terheléeloszlására ható tényezők összehasonlító elemzése. Gép 38 (1986) 2. 79/81.
- Terplán, Z.—Döbröczöni, Á.*: “The further development of the sizing of epicyclic gear trains.” in Proceedings of the Seventh World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms. Vol. III. Sevilla, 1987. 1331/1334.
- Békés A.*: Csapos bolygóművek tervezési és gyártási problémái. NME Gépelemek Tanszékének Közleményei. 566. sz. Miskolc, 1988.



- Bernáth, M.—Bernáthné Kaszala, Cs.:* Die Untersuchung der Planetenradlager (Versuch und Simulationsprogramm). in Proceedings of ICED '88. Vol. III. Budapest, 1988. 197/203.
- Döbröczöni, Á.:* Effort of construction to load-bearings capacity of planet gear. in Proceedings of ICED '88. Vol. III. Budapest, 1988. 212/216.
- Antal M.:* Nemfémes szerkezeti anyagok alkalmazása fogaskerék-bolygóművekben. GTE „Géptervezők 7. Országos Szemináriumának” anyaga. Miskolc, 1989. 9/15.
- Terplán, Z.—Döbröczöni, Á.:* Vergleichsanalyse der Belastungskonzentrationsfaktoren an im Eingriff stehenden Zahnradern in Umlaufgetrieben. in Tagung „Zahnradgetriebe“. T. 1. Dresden, 1989. 234/239.

A kiadásért felelős  
az Akadémiai Kiadó és Nyomda Vállalat igazgatója  
A nyomdai munkálatokat  
az Akadémiai Kiadó és Nyomda Vállalat végezte  
Felelős vezető: Zöld Ferenc  
Budapest, 1992  
Nyomdai táskaszám: 21102  
Felelős szerkesztő: Sente László  
Műszaki szerkesztő: Kiss Zsuzsa  
Kiadványszám: 70  
Megjelent: 4 (A/5) ív terjedelemben  
HU ISSN 0236-6258



Ára: 130,- Ft