ÉRTEKEZÉSEK

EMLÉKEZÉSEK

SZÉPFALUSY PÉTER

UNIVERZÁLIS TÖRVÉNYSZERŰSÉGEK NEMLINEÁRIS RENDSZEREK DINAMIKÁJÁBAN

49

AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST

ÉRTEKEZÉSEK
EMLÉKEZÉSEK

ÉRTEKEZÉSEK
EMLÉKEZÉSEK

SZERKESZTI
TOLNAI MÁRTON

SZÉPFALUSY PÉTER

UNIVERZÁLIS TÖRVÉNYSZERŰSÉGEK NEMLINEÁRIS RENDSZEREK DINAMIKÁJÁBAN

AKADÉMIAI SZÉKFOGLALÓ

1983. MÁRCIUS 30.

AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST

A kiadványsorozatban a Magyar Tudományos Akadémia 1982. évi CXLII. Közgyűlése időpontjától megválasztott rendes és levelező tagok székfoglalói — önálló kötetben — látnak napvilágot.

A sorozat indításáról az Akadémia főtitkárának 22/1/1982. számú állásfoglalása rendelkezett.

ISBN 963 05 4083 5

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó és Nyomda főigazgatója
Felelős szerkesztő: Szente László
A tipográfia és kötésterv Löblin Judit munkája
Műszaki szerkesztő: Érdi Júlia
Terjedelem: 1,58 (A/5) ív — AK 1806 k 8587
HU ISSN 0236-6258
14146 Akadémiai Kiadó és Nyomda
Felelős vezető: Hazai György

Printed in Hungary

1. BEVEZETÉS

Napjainkban sok jel mutat arra, hogy a nemlineáris jelenségek kutatása a fizika egyik fő fejlődési irányát jelöli ki. Szemben azonban a mai fizikában alapvető szerepet játszó egyéb irányzatokkal, ennek a területnek a körülhatárolása és célkitűzései kevésbé magától értetődőek. Maga az elnevezés is némi magyarázatra szorul, hiszen nemlinearitás valamilyen mértékben minden fizikai problémánál jelen van, így nem nyilvánvaló, hogyan lehet egy önálló, sajátos megközelítési módot és módszereket igénylő új diszciplína körvonalait kirajzolni, mely a nemlineáris jelenségek vizsgálatát tűzi ki céljául. A legjellemzőbbet kiragadva azt lehet mondani, hogy ez a terület a dolgok szingularitásaival és instabilitásaival foglalkozik, melyek az állapotaikat meghatározó paraméterek bizonyos értékeinél lépnek fel. Nyilvánvaló, hogy ezek a szingularitások a (fizika története folyamán főként tanulmányozott) folytonosan viselkedő tartományokat választják el, és a kutatási területek szétválasztása a határok közelében való viselkedést állítja szembe a tartományok belsejében uralkodó viszonyokkal. A tartományok belsejében az elméleti fizika megközelítésének stratégiája nagyon régi, mondhatni egyidős a természettudománnyal, és a lényege, hogy a bonyolultat gyengén kölcsönható és a maguk részéről már eleminek tekinthető részek összességének fogja fel. Ezek a részek természetesen maguk is általában összetettek, és a modellalkotás sarkalatos pontja éppen ezeknek megtalálása, mely feladat nemegyszer óriási intellektuális teljesítményt igényelt. A szilárdtest-fizikában ezek az objektumok a jól ismert kvázirészecskék, mint például a fononok, a különböző magnonok a rendszer mágneses állapotaiban, vagy éppen a szupravezető állapot kvázirészecskéi. Triviálisabb példaként lehetett volna említeni a ritka gázokat, amelyekben az elemi összetevők az atomok (illetve molekulák). Az állítás pontosítása érdekében azt kell kiemelni, hogy valójában nem elengedhetetlenül szükséges, hogy a kölcsönhatás ezen elemi összetevők között gyenge legyen, hanem csak az, hogy a rendszer állapotai a nem kölcsönható objektumokból álló rendszer állapotaiból, azaz a lineáris tartományból, egyértelműen kifolytathatók legyenek. (Formális oldalról tekintve ez azt jelenti, hogy a kölcsönhatást perturbációszámítás segítségével vehetjük figyelembe.) Más szóval feltesszük, hogy az eleminek tekintett objektumok kölcsönhatása nem változtatja meg alapvetően a rendszer tulajdonságait. Ezt lehetne a lineáris fizika vagy a gyengén nemlineáris fizika világának nevezni. Talán túlzás nélkül állítható, hogy az elméleti fizika nem kevéssé köszönhette sikerét éppen annak a szerencsés körülménynek, hogy a lényegében nemlineáris világunk számottevő részét lehetett hatékonyan ilyen módon modellizálni. Szingularitások, instabilitások közelében a vázolt program nem vihető keresztül. Pontosabban ezt érthetjük azon, hogy ott az erősen nemlineáris fizika világába lépünk, ahol új megközelítési módszerekre van szükség.

A nemlineáris rendszerek dinamikájának problémái nagyon szerteágazók, amit még fokoz az a körülmény, hogy egy erősen interdiszciplináris területről van szó. Magam is a témakör több aspektusával foglalkoztam. A jelen előadásom fő részében egyetlen megközelítési módot szeretnék kiemelni és azt három területen végigkövetni:

— a másodrendű (folytonos) fázisátalakulások dinamikájában,

— a határciklusra vezető bifurkációk dinamikájában és

— a kaotikus állapotra vezető periódus-kettőző bifurkációsorozatok dinamikájában.

2. MÁSODRENDŰ FÁZISÁTALAKULÁSOK DINAMIKÁJA

A másodrendű fázisátalakulások azzal jellemezhetők, hogy hőtermelés vagy hőelnyelés nélkül mennek végbe, és folytonosan változnak a termodinamikai potenciálok egyéb első deriváltjai is, azaz a termodinamikai állapotnak nincs ugrása. A másodrendű fázisátalakulásokat kísérő nemlineáris jelenségeket kritikus jelenségeknek szokás nevezni. Jól ismert példa a folyadék—gáz átalakulás és a folyadékszeparáció a kritikus pontban, ilyen a kondenzált hélium szuperfolyékony állapotának megjelenése, számos para-ferromágneses és egyéb mágneses átalakulás, továbbá egy sor kristályszerkezeti változás stb. A fázisátalakulás hőmérsékletén, az ún. kritikus hőmérsékleten túljutva kifejlődik az új, rendezettebb fázis, melynek jellemzésére a rendparaméter egyensúlyi értéke szolgál (pl. ferromágneses átalakulásnál a mágnesezettség). Ez szintén folytonosan változik a másodrendű átmenet kritikus hőmérsékletén, és zérus a rendezetlen fázisban [1], [2].

A kritikus hőmérséklethez közeledve, zérushoz tart a termodinamikai erő, mely a rendszert az egyensúlyi állapot felé hajtja, ha például egy fluktuáció keletkezésekor a rendparaméter az egyensúlyi értékétől eltért [3]. Ennek következtében minden határon túl növekszik a rendparaméter relaxációs ideje, vagyis egyre hosszabb idő szükséges ahhoz, hogy a rendszer visszatérhessen az egyensúlyi állapotába, ha tartunk az átalakulási ponthoz. Ez a kritikus lelassulásnak nevezett jelenség egyik alapvető vonása a folytonos fázisátalakulásoknak. Természetesen jelen vannak a rendszerben a mikroszkopikus folyamatokat jellemző karakterisztikus idők is, amelyek több nagyságrenddel kisebbek a divergáló karakterisztikus időnél a kritikus hőmérséklet közelében. A lineáris fizikai kép csak akkor lehet érvényes, ha a probléma szempontjából fontos események között eltelt idő sokkal nagyobb, mint a rendszer karakterisztikus időparaméterei. Ez a feltétel könnyen teljesíthető a mikroszkopikus karakterisztikus idők vonatkozásában, de a rendparaméter relaxációs idejét tekintve nem, ha közel vagyunk a kritikus hőmérséklethez. Következésképpen a transzport és a kinetikus együtthatók számítására használatos szokásos módszerek érvényüket vesztik ebben a tartományban. Egy új megközelítés lehetősége viszont éppen abban rejlik, hogy a rendparaméter relaxációs ideje vonatkozásában az ellenkező egyenlőtlenség teljesül. Ez nyilvánvalóvá válik, ha a rendszert a kritikus hőmérsékleten tekintjük, ahol ez a relaxációs idő végtelen hosszú. (A kép teljessége érdekében hozzá kell tenni, hogy a térbeli viszonyokat tekintve hasonló a helyzet, létezik egy olyan karakterisztikus hosszúság, amely a kritikus hőmérséklet felé tartva minden határon túl növekszik. Ez képezi alapját a statikus kritikus jelenségeknek, melyeknek tisztázása megelőzte a dinamikai kritikus jelenségek vizsgálatát [1], [2].)

A helyzet jól megvilágítható egy gondolatkísérlettel. Képzeljük el, hogy a rendszerben lejátszódó mozgásokat filmre vettük a kritikus hőmérsékleten, olyan módon, hogy az egyes képkockák közötti idő sokkal nagyobb, mint a mikroszkopikus idők, így azokat elimináltuk. Hasonlóképpen feltehetjük, hogy a filmfelvétel elmosta a mikroszkopikus hosszúságskálán lejátszódó eseményeket. Vetítsük a filmet először normál sebességgel. Azután további rövid idejű eseményeket olyan módon eliminálunk, hogy a filmet gyorsabban vetítjük. Azt várjuk, hogy fogunk találni egy olyan mértékű kicsinyítést, amely mellett lényegi vonásait tekintve ugyanazt a képet látjuk, mint előbb, hiszen sem karakterisztikus idő, sem karakterisztikus hosszúság nem maradt a rendszerben. Ez igaz lesz, azzal a feltétellel, hogy a kontraszton is állítunk, ami szükséges ahhoz, hogy a fluktuációk nagyságát a képen az előbbi szintre hozzuk. Ha nem vagyunk pontosan a kritikus hőmérsékleten, akkor a vetítési sebesség meg-változtatásával egyidejűleg még a hőmérsékletet is módosítani kell annak érdekében, hogy ugyanazt a képet kapjuk. Erre azért van szükség, hogy a divergáló relaxációs idő (és korrelációs hossz) az új egységben változatlan számértékű legyen. Kérdés, milyen következményei vannak a vázolt hasonlósági tulajdonságoknak. Könnyen belátható, hogy a kritikus hőmérsékleten ezzel az ún. skálainvarianciával csak hatványfüggvény-viselkedés fér össze. Ez azt jelenti, hogy ha valamilyen zavart keltünk a rendszerben, az az időben nem exponenciális gyorsasággal fog eltűnni, hanem csak az időnek valamilyen negatív hatványával. A hatványkitevő egy ún. kritikus exponenst definiál. (Hasonló a helyzet a zavar térbeli lecsengését illetően is.) Ha a kritikus hőmérséklettől kissé távolabb vagyunk, két tartományt kell megkülönböztetnünk. Először a zavar időbeli változása hasonlóan fog lejátszódni, mint a kritikus hőmérsékleten, de amikor az eltelt idő eléri a rendparaméter relaxációjára jellemző karakterisztikus időparaméter értékét, a lecsengés exponenciális gyorsaságúba csap át. Az utóbbi tartomány természetesen zérusra redukálódik, ha a hőmérséklettel a kritikus értékhez tartunk, hiszen akkor a szóban forgó karakterisztikus idő minden határon túl növekszik.

A rendszer dinamikai jellemzői (diffúziós állandók, kinetikus együtthatók) kifejezhetők különböző fluktuációk időre és térre vett integráljaival. A fellépő integrálok végességét általában csak az integrandusz exponenciális lecsengése biztosítja nagy idő- és távolságértékekhez tartozó járulékokra. Tegyük fel, hogy olyan fluktuációkról van szó, melyek csatolódnak a rendparaméterhez és az előbb vázolt módon változnak. Akkor arra következtethetünk, hogy a szóban forgó integrálok és a megfelelő dinamikai mennyiségek hatványfüggvényszerű szingularitást fognak mutatni a hőmérsékleteknek a kritikus hőmérséklettől való eltérése függvényében. Az itt megjelenő hatványkitevőket is kritikus exponenseknek nevezzük. Az elmélet univerzális kapcsolatokat is szolgáltat a kritikus exponensek között, az ún. dinamikai skálatörvényeket. Az első ilyen skálatörvények felállításában a hatvanas évek közepén magam is részt vettem [4]. Ezek általánosításai voltak az egyensúlyi jelenségekre vonatkozó statikus skálatörvényeknek, melyeket nem sokkal korábban Widom, Kadanoff, Patasinszki, Pokrovszki és mások állítottak fel [1], [2]. A dinamikai skálatörvények kiterjesztésével kapcsolatban elsősorban Halperin és Hohenberg nevét kell említeni [5]. Jelentős lépés volt a kezdeti értékre való skálázás felvetése és tulajdonságainak tisztázása, ami Rácz Zoltán nevéhez fűződik [6].

Előadásom célkitűzésének megfelelően a vázolt képben rejlő univerzalitást szeretném elemezni. A skálatörvények által megfogalmazott kapcsolatok igen általánosak. Léteznek továbbá ún. univerzalitási osztályok, amelyeken belül maguknak az exponenseknek a számértékei is megegyeznek. Mindazon rendszerek ugyanabba az univerzalitási osztályba tartoznak, amelyeknek csak a mikroszkopikus tulajdonságai különbözőek. Ilyen tulajdonság pl. a kristályszerkezet rácsállandója (általánosabban fogalmazva az atomok közötti átlagos távolság), az atomok közötti kölcsönhatás alakja stb. Így például ugyanazon univerzalitási osztályba tartozik valamennyi folyadék—gáz átalakulás. Vegyük most számba azokat a tényezőket, amelyek az egyes univerzalitási osztályokat végül is megkülönböztetik. Az egyik ilyen a tér dimenziószáma. Ez kézenfekvő már abból is, hogy a különböző fizikai mennyiségek számításakor fellépnek a térre vett integrálok. Nyilván nem lesznek közömbösek továbbá a kritikus lelassulást szenvedő mennyiség, a rendparaméter makroszkopikus tulajdonságai sem, hiszen ennek nemlineáris csatolódásai döntőek a rendszer kritikus dinamikája szempontjából. Ilyen sajátosság az, hogy milyen szimmetriatulajdonságokkal rendelkezik a rendparaméter (hány komponense van stb.). Lehetnek a rendszerben egyéb lassú makromennyiségek is, a megmaradó mennyiségek sűrűségei. Ezek lassú változását nem a fázisátalakulás közelsége okozza, hanem az kinematikai eredetű (nem tudnak lokálisan kiegyenlítődni). Mindazonáltal a rendparaméter ezekkel való nemlineáris összekapcsolódásának alakja is befolyásoló tényező. Ezt a megfelelő Poisson-zárójelekkel lehet jellemezni, melyek a makromennyiségek fizikai természetétől függnek, nem pedig mikroszkopikus tulajdonságokat tükröznek. A felsorolt megkülönböztető jegyek természetesen igen sok rendszert tartalmazó univerzalitási osztályokat engednek meg, és fizikailag teljesen eltérő rendszerek is tartozhatnak ugyanabba az univerzalitási osztályba. Így például a kondenzált hélium szuperfolyékony fázisátalakulását ugyanazok a kritikus exponensek jellemzik, mint egy olyan mágneses rendszerét, melynél a mágneses momentumok egy síkban szabadon elfordulhatnak [7], [8], [9].

A kritikus jelenségeknél jelentkező univerzalitás azok egyik legizgalmasabb vonása, és bizonyos szempontból éppen fordítottja annak, amire univerzalitásként szoktunk hivatkozni, nevezetesen, hogy makroszkopikusan nagyon különböző anyagok egyre kisebb hosszúság- és időskálán nézve egyre hasonlóbbakká válnak.

Itt viszont azt tapasztaljuk, hogy bizonyos mikroszkopikus szinten nagyon különböző rendszerek az erősen nemlineáris tartományban, lényegi vonásaikat tekintve, azonos viselkedést mutatnak. Ennek oka, hogy a meghatározó tényező magának a nemlinearitásnak a természete, amelyet egészen más tulajdonságok szabnak meg, mint a mikroszerkezetet.

Felmerülhet a kérdés, hogy mindez nem jelenti-e azt, hogy a nemlineáris jelenségek terén, bár egyes területeken belül univerzális törvényeket találunk, a fizika különböző fejezetei közötti kapcsolat gyengülne. A helyzet ennek éppen az ellenkezője, és az derült ki, hogy a másodrendű fázisátalakulások nagyfokú hasonlóságot mutatnak egy sor más problémával. Így például a hetvenes években igen szoros kapcsolat alakult ki a kritikus jelenségek vizsgálata és a relativisztikus kvantumtérelmélet között. Úgy tűnik, a fizika fejezeteit olyan rendszernek kell tekintenünk, amelyben a kapcsolatok sokrétűbbek, mint azt korábban gondolni lehetett. A hagyományosan hangsúlyozott kapcsolat azt emeli ki, hogy azok az objektumok, amelyek egy szinten az elemi összetevők szerepét töltik be, a következő szinten magát az újabb elemi összetevőkre bontandó egészet képviselik. A nemlineáris jelenségeken keresztül kialakuló kapcsolat a fizika különböző fejezetei között éppolyan intenzív lehet, mint a hagyományos, sőt közvetlenül köthet össze olyan fejezeteket, melyeket a hagyományos besorolásban több szint választott el egymástól.

A másodrendű fázisátalakulások és a kvantumtérelmélet közötti kapcsolat a nemlinearitás elemzésének magas szintjén valósult meg. Ezzel kapcsolatban elsősorban Kenneth Wilson nevét kell említeni, akit 1981-ben a másodrendű fázisátalakulások elmélete terén elért eredményeiért a fizikai Nobel-díjjal tüntettek ki. Wilson az ún. renormálási csoport módszert dolgozta ki, mely mind a jelenségekben rejlő lényegi vonások megragadása, mind pedig az alkalmazások szempontjából rendkívül hatékonynak bizonyult [10], [7], [8], [9].

Módszerét itt, Budapesten is számos kritikus dinamikai probléma vizsgálata során alkalmaztuk [11–18], [8]. Legyen szabad egyet kiemelnem, mely a nemlinearitás egy új aspektusával volt kapcsolatos [8], [14]. Wilson módszere a fizikai rendszerhez az azt specifikáló paraméterek terében egy pontot rendel. A renormálási csoport egyenletei azt írják le, hogyan vándorol ez a pont, ha a rendszerből a gyors változásokat elimináljuk és a megmaradt szabadsági fokokkal alkotott rendszert új, renormált paraméterekkel jellemezzük. A paramétertérben kirajzolt trajektóriát szolgáltató egyenletek maguk is nemlineárisak, így felmerül a kérdés, nem léphet-e fel ezekkel kapcsolatban is a bifurkáció jelensége. A válasz igen, és ilyen instabilitást találtunk egy általunk bevezetett általános modellben, mely speciális esetként tartalmazott bizonyos mágneses rendszereket és a szuperfolyékony héliumot leíró modellt is.

3. KRITIKUS DINAMIKA HATÁRCIKLUSRA VEZETŐ BIFURKÁCIÓ KÖZELÉBEN

Áttérve a bevezetőben felsorolt második témára, a határciklusra vezető, ún. Hopf-bifurkáció problémájáról csak igen röviden szeretnék szólni. Ez az instabilitás termodinamikai egyensúlytól távoli rendszerekben gyakran előfordul. Gondolhatunk valamilyen nyílt kémiai reakciórendszerre, konkréten pl. a Bjelouszov—Zsabotyinszkij-reakcióra; kontrollparaméternek tekinthető az ún. tartózkodási idő a reaktorban, illetve valamelyik kémiai összetevő koncentrációja [19].

Nem várható, hogy egy ilyen instabilitás közelében a dinamikai skálaviselkedés változatlan formában fennálljon. A renormálási csoport alkalmazása során ugyanis csak azok a gyors módusok küszöbölődnek ki, amelyek rövid hullámhosszal rendelkeznek. A Hopf-bifurkációnál jelen van egy olyan nem divergáló karakterisztikus idő, amelyikhez végtelen hullámhossz tartozik, így az nem küszöbölődik ki. Ki lehet mutatni, hogy a rendparaméter ebben az esetben egy komplex vektor, amelynek valós és képzetes része kifejezhető a vizsgált fizikai, vagy éppen kémiai rendszer paramétereivel. Azt a kérdést vetettük fel [20], nem lehetne-e ún. mértéktranszformációval a komplex síkban forgó koordináta-rendszerre áttérni, amelyből nézve a kritikus viselkedés már megegyeznék a fázisátalakulásoknál látottal. Természetesen az eljárás csak akkor tartalmas, ha maga a mértéktranszformáció mentes a kritikus szingularitásoktól. Általános renormálási csoport meggondolásokkal be tudtuk bizonyítani ilyen mértéktranszformáció létezését. A mértéktranszformáció paraméterét egy ún. releváns nemlineáris skálatér eltűnésének feltétele szabja meg. A feltétel kiértékelése általában csak közelítő eljárással lehetséges, például négy dimenzió körüli sorfejtéssel, és az eredménynek a fizikai három dimenzióra való extrapolálásával. A jelenlegi kísérleti lehetőségek sajnos nem teszik lehetővé a korrelációs függvényre kapott skálaalak mérési ellenőrzését. Tekintettel azonban a kísérleti technika gyors ütemű fejlődésére ezen a területen, remélni lehet, hogy a kísérleti ellenőrzés belátható időn belül megvalósulhat.

4. DINAMIKAI SKÁLÁZÁS PERIÓDUSKETTŐZŐ BIFURKÁCIÓSOROZATBAN

Végül a dinamikai skálázás problémakörének harmadik alkalmazásaként kaotikus állapotra vezető perióduskettőző bifurkációsorozatról szeretnék beszélni. Az ilyen folyamatok legegyszerűbb modellje egy alkalmasan választott egydimenziós leképezés, amelyhez például a következőképpen juthatunk. Tegyük fel, hogy valamilyen rendszeren szabályos intervallumokban méréseket végzünk. Ha egyetlen mennyiséget mérünk, akkor pl. az n-edik mérés reprezentálható egy valós számmal, és a mérések eredménye valós számok egy sorozata lesz. Egy nagyon egyszerű matematikai modellt úgy nyerhetünk, hogy feltesszük, az $(n+1)$-edik mérés eredménye csak az n-edik mérés eredményének a függvénye, és e függvény alakja nem függ n-től. Ebben a modellben tehát egy leképezőfüggvény iteráltjai érdekelnek bennünket, ha az időbeli fejlődést akarjuk követni. Konkrét rendszer esetében természetesen ellenőrizhető, legalábbis elvben, hogy egy ilyen egyszerű modellalkotás megengedett-e. Jelenleg a fejlődés fő iránya a modellek tulajdonságainak vizsgálata, mert kísérleti eredményekkel lehet alátámasztani ezek alkalmazhatóságát, mégpedig megdöbbentően szerteágazó területeken. Nemcsak fizikai rendszerekben, mint pl. a turbulens áramlás kialakulásánál, hanem kémiai és szinte valamennyi kaotikus viselkedést mutató egyéb nemlineáris rendszerekben is [21].

Alkalmasan választott ilyen egydimenziós leképezésben a kontrollparaméter változtatásával perióduskettőző bifurkációk végtelen sorozata lép fel, és ezek akkumulációs pontja felett kaotikus állapot alakulhat ki [21]. Az akkumulációs ponthoz tartva tehát egy divergáló karakterisztikus idő jelenik meg, a „pálya" periódusideje. Ez a körülmény lehetővé teszi durvaszemcsés leírás bevezetését, hasonlóan ahhoz, ahogy azt a másodrendű fázisátalakulások dinamikájánál tettük, feltéve, hogy olyan események érdekelnek bennünket, amelyek között eltelt idő hosszú. Az eljárás konkréten a következőt jelenti [22]: bevezetünk egy effektív leképezést, melyben egy lépés az eredeti leképezés valahányadik iteráltjának felel meg, azaz elimináljuk a gyors változásokat. Az új időegységet elegendően nagynak kell választani, de kisebbnek, mint a szóban forgó kontrollparaméter értékhez tartozó karakterisztikus idő. A két feltétel természetesen egyszerre csak akkor elégíthető ki, ha közel vagyunk az akkumulációs ponthoz. Az így kapott leképezés skálatranszformációval szemben invariáns lesz, mely tulajdonság általában azt jelenti, hogy egy változó megváltoztatása ekvivalens egy vagy több egyéb változó megfelelő változtatásával. A jelen esetben a dinamikai skálázás szellemében az időegység változtatása kompenzálható a koordináta-rendszer alkalmas nyújtásával és a kontrollparaméter renormálásával. A dinamikai skálázás speciális esetként tartalmazza az attraktorra vonatkozó Feigenbaum-féle skálatörvényeket, megadja viszont ezenkívül az attraktorhoz való tartás univerzális tulajdonságait is. Lényeges, hogy a két Feigenbaum-féle univerzális állandó ennek jellemzésére is teljesen elegendő, további univerzális állandó bevezetésére nincs szükség.

Az eddigiekben azokat az univerzális tulajdonságokat tekintettem át, amelyek instabilitások közelébe jutva a nemlineáris „világban" uralkodnak. A másodrendű fázisátalakulások törvényszerűségeinek tisztázása és az ennek kapcsán kidolgozott módszerek e terület fejlődését közvetlenül befolyásolták. Én természetesen az elméleti módszerekről beszéltem, de ez érvényes a kísérleti technika vonatkozásában is. Így például az első olyan mérés, amely képes volt szelektálni a turbulencia kialakulására vonatkozó elméletek között, olyan fényszórási technikával történt, amelyet először a dinamikai kritikus jelenségek tanulmányozására dolgoztak ki másodrendű fázisátalakulások közelében.

5. TOVÁBBI NEMLINEÁRIS JELENSÉGEK

Kérdés, mi történik, ha a kontrollparamétert tovább változtatva túljutunk az instabilitáson. Sok rendszer esetében ilyenkor újra a lineáris fizika világában találjuk magunkat, legalábbis átmenetileg. Vannak azonban kivételek már a másodrendű fázisátalakulások körében is, mégpedig azok, amelyeknél a fázisátalakulás során egy folytonos szimmetria sérült: ekkor a kritikus viselkedésre emlékeztető tulajdonságok uralkodhatnak az egész alacsonyhőmérsékleti fázisban. Ezekkel a kérdésekkel foglalkozva azt találtam például, hogy a korrelációk időbeli lecsengése hatványfüggvényszerű lesz, bár általában más exponenssel, mint a kritikus hőmérsékleten [23]. Jelentős effektus, hogy a szokásos hidrodinamikai kép érvényét vesztheti. A makrováltozók nemlineáris csatolásai oda vezetnek, hogy például az izotrop antiferromágnesben (melyre jó példa a $RbMnF_3$) a teljes mágnesezettség longitudinális diffúziós állandója a szokásos értelemben nem létezik, a hosszúhullámhosszú határesetben divergál. A diffúziós folyamat karakterisztikus ideje tehát nem a hullámhossz második hatványával, hanem annál alacsonyabb hatványával lesz arányos. Az együtthatóra végzett számolásunk jól egyezik a neutronszórási kísérletekkel [15], [23].

Hatványfüggvény szerint lecsengő korrelációk uralkodhatnak határciklust tartalmazó fázisban is, ahol ebből az állapotból lehetséges átmenet az ún. fáziskáoszba. Vizsgáltuk ennek az utóbbi átmenetnek is a tulajdonságait, és azt találtuk, hogy ennek jellegét a fluktuációk kvalitatíve megváltoztatják, egy átmeneti tartományban ugyanis nem lehetséges a fáziskáoszáról beszélni, mert a rendparaméter nagysága zérusra renormálódik a felerősödő kritikus effektusok miatt, és így a fázis értelmét veszti [24].

Végül, elérkezve bármilyen kaotikus állapotba, nyilvánvaló, hogy ott továbbra is a nemlineáris fizika világában maradunk, hiszen a kaotikus viselkedés az erősen nemlineáris viszonyok talán leglátványosabb megnyilvánulása. Az egydimenziós leképezésnél a periódus-kettőző bifurkációk akkumulációs pontján túljutva a kaotikus állapot fokozatosan fejlődik, meg-megszakítva közben egyszerű periodikus attraktorokkal. Végül a kontrollparaméter egy, a leképezésre jellemző értékénél eljutunk az ún. teljesen kifejlődött káosz állapotba, mely azzal jellemezhető, hogy a topologikus entrópia a maximumát érte el. Ennek a pontnak van érdekes történeti vonatkozása. S. M. Ulam és Neumann János a negyvenes évek végén tanulmányozta ilyen kürülmények között a másodfokú polinom leképezést, és meghatározta annak sztochasztikus tulajdonságait. Neumann János ezzel a turbulencia problémájának kapcsán foglalkozott, amely abban az időben kutatásainak egyik tárgya volt. Úgy tűnik azonban, nem tételezte fel, hogy ilyen módon valóban reálisan modellezni lehet a turbulens viselkedést; ez a felismerés még mintegy negyed századot váratott magára.

A hetvenes években a teljesen kifejlődött kaotikus állapotot azokban a leképezésekben vizsgálták, melyek konjugáltak a Neumann által tanulmányozott leképezéshez [25]. Nyilvánvalóvá vált azonban, hogy ez nem elegendő. Mi is foglalkoztunk a problémával, és specifikálni tudtuk azt az irányt a függvénytérben, mely — szemléletesen szólva — merőleges a konjugálás által kijelölt irányra [26]. Egy perturbációszámítási eljárást vezettünk be és dolgoztunk ki, mely alkalmas arra, hogy pl. a másodfokú polinom leképezés környezetében fekvő leképezések kaotikus jellemzőit számíthassuk [27]. A Kolmogorov—Sinai-entrópiára és a korrelációs függvényre kapott eredményeink egy sor, mások által talált számítógépes kísérleti eredmény elméleti magyarázatát szolgáltatták.

6. ÁTTEKINTÉS

Befejezésül a témakör néhány általános aspektusáról szeretnék szólni. Ha azt a folyamatot tekintjük, melynek eredményeként a nemlineáris jelenségek vizsgálata az érdeklődés homlokterébe került, megállapíthatjuk, hogy ez a fejlődés erősen interdiszciplináris volt. Azt lehetne mondani, hogy a fizika ebbe nagy intenzitással csak az utóbbi évtizedekben kapcsolódott be, annak ellenére, hogy a problémakör a fizikában egyáltalán nem új, hiszen a múlt század utolsó szakaszában ilyen irányú kutatások jelentős szerepet játszottak. Ez az irányzat azonban háttérbe szorult, hiszen a vezető szerepet joggal a 20. századi fizika nagy elméletei foglalták el, a relativitáselmélet és a kvantummechanika. Érdekes tény, hogy a modern fizika a század második felében sok szempontból hasonló problémákkal találta magát szemben, mint amelyeket a klasszikus fizika a múlt század végén befejezetlenül hagyott. Ennek a fejlődésnek egyik megnyilvánulása volt a már említett szoros kapcsolat a folytonos fázisátalakulások elmélete és a relativisztikus kvantumtérelmélet között. Említésre kívánkozik itt, hogy a kvantummechanikától egy másik irányba, a klasszikus mechanika felé tekintve egy igen aktív kutatási területét találjuk a nemlineáris jelenségeknek. Ez az ún. félklasszikus tartomány, és a problémafelvetés itt is meglehetősen régi. Einstein ugyanis már 1917-ben foglalkozott azzal a kérdéssel, hogy alkalmazhatók-e a Bohr-féle kvantumfeltételek, ha a klasszikus mechanikai rendszer nem integrálható, vagyis a mai szóhasználat szerint, ha kaotikus mozgást produkál. A terület igen gazdagnak ígérkezik — elsősorban a klasszikus és a kvantummechanika kapcsolatának mélyebb megértésére vezető — elvi jelentőségű eredményekben, ugyanakkor már alkalmazási lehetőségei is felmerültek.

Az a tény, hogy a fizikai alapkutatásokban a nemlineáris problémák hosszú időn keresztül háttérbe szorultak, természetesen nem jelenti azt, hogy az ilyen irányú fejlődés szünetelt volna. E tekintetben elsősorban a matematikát kell említeni, konkrétan mindenekelőtt a dinamikai rendszerek elméletét. A fizika kérdésfeltevései (mint pl. a statisztikus fizika megalapozásának problémája) sok tekintetben a fejlődés megindítói voltak. Különösen az utóbbi két évtizedben azonban olyan eredmények születtek, mint például a különös attraktor létezésének felismerése, melyek legkevésbé sem voltak előre láthatók, és fontos elemeivé váltak a jelenlegi fejlődésnek. Másik példaként a műszaki tudományokra lehet utalni. Napjainkban az egyik jellegzetesség, hogy olyan kérdések, amelyeket hosszú időn keresztül a műszaki tudományok vizsgáltak, visszakerültek a fizikai alapkutatás áramlatába. Ennek egyik eredménye, hogy egymástól elszigetelten tanulmányozott problémák, új szempontok szerint közelítve azokhoz, kapcsolatba kerülnek egymással. Jó példa erre a folyadékok turbulens áramlása és a nemlineáris elektromos áramkörök „determinisztikus zaja", vagy éppenséggel naprendszerünk stabilitásának kérdése. Megjegyzésre kívánkozik, hogy az elektromos áramkörök sokkal alkalmasabbak a káoszjelenség kvantitatív vizsgálatára, mint akár a turbulens áramlás, akár a kémiai reakciórendszerek kaotikus viselkedése, mert a karakterisztikus frekvenciák, és ennek megfelelően az információáramlási ütem, nagyobbak. Egyébként maga az a tény meglepő és elgondolkodtató, hogy egyszerű elektromos áramkörökben (amelyekben pl. egyetlen nemlineáris elemként egy alagútdióda szerepel) manapság alapvetően új jelenségeket lehessen felfedezni. Kézenfekvő, és nem akarok itt rá részletesen kitérni, hogy a kémia és biológia is felvetették az erős nemlinearitással kapcsolatos problémákat a saját területükön, és nagymértékben hozzájárultak az általános fejlődéshez. Vonatkozik ez a legújabb időben a kaotikus viselkedésre is. Így pl. a különös attraktorra vonatkozó egyik legrészletesebb mérés a Bjelouszov—Zsabotyinszkij-reakció vizsgálatából származik. Kimutatták, hogy egy ilyen, igen sok komponensű reakcióban a különös attraktor beágyazható egy háromdimenziós altérbe, az attraktor Hausdorff-dimenziója valamivel nagyobb, mint kettő.

A nemlineáris jelenségek kutatásának perspektívája szempontjából alapvető kérdést úgy lehetne megfogalmazni, hogy a valóság mekkora részének modellezésére képes a lineáris (pontosabban a gyengén nemlineáris) fizika, illetve milyen mértékben van szükség ehhez az erősen nemlineáris fizikára. Sajnos ezt a kérdést igazán megalapozottan jelenleg nem lehet megválaszolni. Talán nem érdektelen viszont utalni arra, hogy egy ezzel bizonyos mértékig rokon kérdés a klasszikus Hamilton-féle mechanikában megválaszolható. Ha elképzelünk ugyanis egy absztrakt teret, amelynek elemei a lehetséges Hamilton-féle függvények, akkor bizonyított tétel, hogy a nem integrálható mechanikai rendszerek, vagyis azok, amelyek kaotikus mozgást produkálnak, ebben a térben mindenütt sűrűn vannak, míg ez az integrálható rendszerekre nem áll fenn. Bizonyosra vehető, hogy a helyzet nem ennyire egyoldalú, ha kilépünk a Hamilton-féle mechanika keretei közül, de várható, hogy az erősen nemlineáris tulajdonságú rendszerek aránya számottevő marad.

Előadásom végére érve köszönetet szeretnék mondani az együttműködésért mindazoknak, akikkel az elmúlt évek folyamán ilyen problémákon együtt dolgoztam: feleségemnek, Menyhárd Nórának, akivel elsősorban a hatvanas években a dinamikai kritikus jelenségek területén dolgoztunk együtt, továbbá Kondor Imrének, Rácz Zoltánnak, Sasvári Lászlónak, Ruján Pálnak, Tél Tamásnak és Györgyi Gézának.

IRODALOM

1. L. D. LANDAU és E. M. LIFSIC, Elméleti Fizika V.: Statisztikus Fizika, Tankönyvkiadó, Budapest, 1981.
2. KONDOR IMRE és SZÉPFALUSY PÉTER, Kritikus jelenségek; a Fizika 75 kötetben, szerk. ABONYI IVÁN, Gondolat Kiadó, Budapest, 1975.
3. L. D. LANDAU és E. M. LIFSIC, Elméleti Fizika X.: E. M. LIFSIC és L. P. PITAJEVSZKIJ, Kinetikus Fizika, Tankönyvkiadó, Budapest, 1984.
4. R. A. FERRELL, N. MENYHÁRD, H. SCHMIDT, F. SCHWABL and P. SZÉPFALUSY, Ann. Phys. (N. Y.) *47*, 565, 1968.
5. B. I. HALPERIN and P. C. HOHENBERG, Phys. Rev. *177*, 952, 1969.
6. Z. RÁCZ, Phys. Rev. B*11*, 2564, 1976.
7. B. I. HALPERIN, Theory of Dinamic Critical Properties; in Statistical Physics, eds.: L. PÁL and P. SZÉPFALUSY, Akadémiai Kiadó, Budapest; North Holland, Amsterdam, 1976.
8. P. SZÉPFALUSY, Dinamic Critical Phenomena and the Renormalization Group; in Critical Phenomena, eds.: J. BREY and R. D. JONES, Springer, Berlin, 1976.
9. P. C. HOHENBERG and B. I. HALPERIN, Rev. Mod. Phys. *49*, 435, 1977.
10. K. G. WILSON, The Renormalization Group and Block Spins; in Statistical Physics, eds.: L. PÁL and P. SZÉPFALUSY, Akadémiai Kiadó, Budapest; North Holland, Amsterdam, 1976.
11. P. SZÉPFALUSY and I. KONDOR, A Model with Intrinsic Critical Dinamics; in Local Properties at Phase Transitions, eds.: K. A. MÜLLER and A. RIGAMONTI, North Holland, Amsterdam, 1976.
12. I. KONDOR and P. SZÉPFALUSY, Phys. Letters *47*A, 393, 1974.

13. L. SASVÁRI and P. SZÉPFALUSY, J. Phys. C7, 1061, 1974; Acta Phys. Hung. *37*, 343, 1974.
14. L. SASVÁRI and P. SZÉPFALUSY, Physica *87*A, 1, 1977.
15. L. SASVÁRI and P. SZÉPFALUSY, Physica *90*A, 626, 1978.
16. P. SZÉPFALUSY and T. TÉL, J. Phys. A*12*, 2141, 1979.
17. P. SZÉPFALUSY and T. TÉL, Condensed Matter — Z. f. Physik B*36*, 343, 1980 and *39*, 249, 1980.
18. P. SZÉPFALUSY and T. TÉL, Acta Phys. Hung. *51*, 81, 1981.
19. H. HAKEN, Szinergetika, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1984.
20. P. SZÉPFALUSY and T. TÉL, Condensed Matter — Z. f. Physik B*43*, 77, 1981.
21. A Káosz — véletlenszerű jelenségek nemlineáris rendszerekben, szerk.: SZÉPFALUSY PÉTER és TÉL TAMÁS, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1982.
22. SZÉPFALUSY PÉTER, nem publikált eredmények
23. P. SZÉPFALUSY, Critical Dinamics below T_c ; in Dynamical Critical Phenomena and Related Topics, ed.: CH. P. ENZ, Springer, Berlin, 1979.
24. P. SZÉPFALUSY and T. TÉL, Physica *112*A, 146, 1982.
25. S. GROSSMANN and S. THOMAE, Z. f. Naturforschung *32*a, 1353, 1977.
26. G. GYÖRGYI and P. SZÉPFALUSY, Condensed Matter — Z. f. Physik B*55*, 179, 1984.
27. G. GYÖRGYI and P. SZÉPFALUSY, J. Stat. Phys. *34*, 451, 1984.

Ára: 14,- Ft