ÉRTEKEZÉSEK

EMLÉKEZÉSEK

NAGY KÁROLY

AZ ELEKTROMÁGNESES SUGÁRZÁS KVANTUMELMÉLETE ANIZOTROP KÖZEGEKBEN

19

1828

AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST

ÉRTEKEZÉSEK
EMLÉKEZÉSEK

ÉRTEKEZÉSEK
EMLÉKEZÉSEK

SZERKESZTI

TOLNAI MÁRTON

NAGY KÁROLY

AZ ELEKTROMÁGNESES SUGÁRZÁS KVANTUMELMÉLETE ANIZOTROP KÖZEGEKBEN

AKADÉMIAI SZÉKFOGLALÓ

1982. SZEPTEMBER 29.

1828

AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST

A kiadványsorozatban a Magyar Tudományos Akadémia 1982. évi CXLII. Közgyűlése időpontjától megválasztott rendes és levelező tagok székfoglalói — önálló kötetben — látnak napvilágot.

A sorozat indításáról az Akadémia főtitkárának 22/1/1982. számú állásfoglalása rendelkezett.

ISBN 963 05 3915 2

Printed in Hungary

BEVEZETÉS

Előadásomban a fénykvantumok (a fotonok) fizikai sajátságairól fogok beszélni. Ismeretes, hogy a foton fogalmát EINSTEIN vezette be, amikor a fényelektromos jelenség magyarázatához feltételezte, hogy a fény energiája és impulzusa a frekvenciától függő $h\nu$, illetve $h\nu/c$ adagokból (kvantumokból) tevődik össze. (h a Planck-állandót, ν a fény frekvenciáját, c a vákuumbeli sebességét jelenti.) A kvantummechanika módszereinek az elektromágneses térre történt kiterjesztésével megalkotott kvantumelektrodinamika már az elmélet következményeként tartalmazza a fotont, mint az elektromágneses sugárzás energia- és impulzuskvantumát [1]. Eszerint ugyanis a tér U energiája és $\mathbf{G}$ impulzusa:

$$U = \sum_i h\nu_i \left(n_i + \frac{1}{2} \right), \tag{1}$$

$$\mathbf{G} = \sum_i \hbar \mathbf{k}_i n_i, \tag{2}$$

ahol $n_i = 0, 1, 2, \ldots$ egész számok, $\mathbf{k}_i$ az i-edik síkhullám* hullámszámvektora, $\hbar = h/2\pi$. Az összegezés a sugárzási teret előállító parciális

* A térerősségeket különböző frekvenciájú és terjedési irányú síkhullámok szuperpozíciójaként állítjuk elő.

(sík) hullámokra történik. Minden parciális hullám ugyanannyi energiakvantumot tartalmaz, mint impulzuskvantumot, hiszen ezek számát az n_i egész szám adja meg. A $h\nu$ energiájú és $\hbar\mathbf{k}$ impulzusú kvantumot nevezzük fotonnak.

A későbbi megfontolásaink szempontjából érdemes megemlíteni, hogy a foton energiája és impulzusa úgy transzformálódik, mint a részecskék energiája, illetve impulzusa, ha egy inerciarendszerről másikra térünk át. A relativitáselmélet fogalmait használva, azt mondjuk, hogy négyes vektort — az ún. négyes impulzust — alkotnak. Ennek komponensei:

$$\begin{aligned} p_1 &= \hbar k_x, \qquad p_2 = \hbar k_y, \\ p_3 &= \hbar k_z, \qquad p_4 = \frac{i}{c} h\nu . \end{aligned} \tag{3}$$

A négyes impulzus komponenseinek négyzetösszege a relativitáselméletből ismert

$$p_i p_i = -m_0^2 c^2 \tag{4}$$

összefüggést elégíti ki. (A szokásos jelölésrendszert használva, ha egy képletben valamelyik index kétszer fordul elő, akkor arra összegezés értendő 1-től 4-ig. Tehát: $p_i p_i = \sum_{i=1}^{4} p_i^2$.) m_0 a részecske nyugalmi tömegét jelenti. A foton négyes impulzusának (3) értékeit behelyettesítve látszik, hogy a foton nyugalmi tömege vákuumban zérus. A tehetetlen tömege viszont $h\nu/c^2$. A foton $\hbar k = h\nu/c$ impulzusa a tehetetlen tömegével ugyanolyan kapcsolatban van, mint a részecskék impulzusa. Nevezetesen:

$$\mathbf{p} = m\mathbf{c}. \tag{5}$$

A klasszikus mechanikából eredő részecskefogalmat azonban nem lehet teljesen alkalmazni a fotonra, mert sem a foton helyének, sem pályájának nincs értelme.

Felmerül a kérdés, az elektromágneses sugárzás itt említett részecsketulajdonsága megmarad-e akkor is, amikor az átlátszó közegen halad keresztül? Az elektromágneses tér ugyanis kölcsönhat a közeget alkotó molekulák, atomok elektromosan töltött részeivel, azok mozgását megváltoztatja, energiát és impulzust ad át nekik; a rezgő töltések viszont energiát és impulzust sugároznak ki. A kölcsönhatás tehát energia- és impulzuscserét eredményez a tér és a közeg között. Vajon a térenergia és térimpulzus a közegben uralkodó fizikai körülmények között is kvantumos lesz-e? Ha igen, megtartják-e ezek a kvantumok a vákuumban érvényes részecsketulajdonságukat? Vagy az is elképzelhető, hogy a fotonkép csak a vákuumra korlátozódik.

E kérdésekre a válasz nem nyilvánvaló, mert pl. LAUE a frekvencia és az energia különböző módon történő Lorentz-transzformációjából a relativitáselméleti könyvében [2] arra a következtetésre jut, hogy a fotonkép csak vákuumra érvényes. Ahhoz, hogy a kérdéseinkre megnyugtató választ kapjunk, a kvantumelektrodinamika módszereit kell alkalmazni a szigetelőkbeli elektromágneses térre. Az elméleti vizsgálatok izotrop szigetelőkre több mint harminc évvel ezelőtt megtörténtek [3, 4], és eredményül adódott, hogy a vákuumbeli esethez hasonlóan, a sugárzási tér energiája és impulzusa kvantált. Az energiakvantumok száma ugyanannyi, mint az impulzuskvantumoké. Úgy tűnik tehát, hogy a fotonkép átlátszó izotrop szigetelőkben is érvényes. A foton energiájára

$$u = h\nu, \tag{6}$$

impulzusára

$$\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k} \tag{7}$$

adódik. Figyelembe véve a hullámhossz és a törésmutató közötti kapcsolatot,

$$|\mathbf{p}| = \frac{h\nu}{c} n, \tag{8}$$

ahol $n = \sqrt{\varepsilon\mu} \sim \sqrt{\varepsilon}$ a közeg törésmutatója. (ε a dielektromos együttható, μ a mágneses permeabilitás, amely közelítőleg egynek vehető.) A foton m_0 nyugalmi tömegére (4), valamint (6), (7) alapján kapjuk:

$$m_0^2 = -\frac{h^2\nu^2}{c^4}(n^2-1). \tag{9}$$

Mivel $n > 1$, ezért m_0 képzetes.

A foton impulzusa arányos a fény közegbeli c/n sebességével, de az arányossági tényező nem egyezik meg az $m = h\nu/c^2$ tehetetlen tömeggel. A foton impulzusa tehát nem tömeg $\times$ sebesség alakú, ahogy annak a közönséges anyagi pont esetén lennie kell.

Még furcsább eredmény adódik a foton energiájára és impulzusára a fotonnal együttmozgó, ún. nyugalmi vonatkoztatási rendszerben. Nevezetesen:

$$p_0 = \frac{h\nu}{c}\sqrt{n^2-1} \neq 0, \quad u_0 = 0. \tag{10}$$

Eszerint a foton impulzusa nem zérus abban a rendszerben, amelyben az nem mozog, ugyanakkor a nyugalmi energiája pedig zérusnak adódik.

Azt látjuk tehát, hogy a sugárzási tér energiája és impulzusa ugyan kvantált, de ezek az energia- és impulzuskvantumok egyáltalán nem illeszthetők be a részecskékről alkotott fogalomrendszerbe, vagyis nem rendelkeznek olyan részecsketulajdonságokkal, mint a vákuumbeli fotonok.

A kezdeti tudományos munkám — mintegy harminc évvel ezelőtt — ehhez a problémához kapcsolódott. Arra voltam kíváncsi, hogy mi lehet az oka ezeknek a szokatlan eredményeknek. Kiderült, hogy szoros kapcsolatban vannak a fenomenológiai elektrodinamika energia-impulzus-tenzorával, amely körül fél évszázadon át folyt tudományos vita. Ebben a relativitáselmélet olyan kiváló tudósai vettek részt, mint pl. EINSTEIN, LAUE, MØLLER, TAMM és a magyar NOVOBÁTZKY KÁROLY [5], hogy csak a legfontosabb munkákat idézzem.

Az átlátszó közegekbeli elektromágneses tér energia-impulzus-tenzorára az irodalomban több kifejezés szerepel. Ezek közül különösen kettő, az ABRAHAMtól [6], illetve MINKOWSKItól [7] származó váltott ki nagy érdeklődést. A vitában komoly érvek merültek fel mindkét tenzor mellett és ellene. Mivel a kettő közötti különbség rendkívül kis mérhető hatásban mutatkozik meg, a döntő kísérletre sokáig kellett várni [8].

Az ezerkilencszázötvenes évek elején NOVOBÁTZKY KÁROLY és tanítványai a problémakör teljes vizsgálatát elvégezték, és arra a következtetésre jutottak, hogy az ABRAHAMtól származó energia-impulzus-tenzor írja le helyesen az átlátszó közegekben az elektromágneses tér dinamikai sajátságait. Az eredmény a következőképpen foglalható össze röviden. Az elektromágneses sugárzás hatására az átlátszó szigetelőben változó elektromos és mágneses polarizáció jön létre, amely sugárzása révén megváltoztatja a közegen áthaladó elektromágneses hullámot. Ebből következik, hogy a vákuumból beeső sugárzási energia még a teljesen átlátszó közegben is adott pillanatban csak részben van jelen elektromágneses energia formájában. Ugyanis annak egy része a polarizált molekulák mozgási és potenciális energiájaként jelenik meg. Periodikusan változó hullám esetén a tér energiát és impulzust ad át a szigetelőnek, amelyet a következő félperiódusban visszakap tőle. A kölcsönhatás tehát általában energia- és impulzuscserében nyilvánul meg. Ha a szigetelő nyugalomban van, akkor a tér által kifejtett erő a közeget makroszkopikusan nem tudja elmozdítani, ezért munkát nem végez, hanem feszültségeket kelt az anyagban, amelyek kompenzálják a molekuláris deformációkat keltő erőt. Abban a vonatkoztatási rendszerben, amelyben a szigetelő mozog, a kölcsönhatást munkavégzés kíséri, aminek következtében a sugárzás energiájának egy része a molekuláris dipólusok mechanikai energiájaként jelenik meg. A közegen áthaladó sugárzás energiája és impulzusa tehát részben elektromágneses, részben mechnikai természetű. A jellemzésére szolgáló S_{ik} energia-impulzus-tenzor ennek megfelelően két részből áll: az elektromágneses tér T_{ik} tenzorának, valamint a tér által keltett feszültségeket, továbbá a mechanikai energiát és impulzust magába foglaló t_{ik} energia-impulzus-tenzornak az összegéből [9].

$$S_{ik} = T_{ik} + t_{ik}\,. \tag{11}$$

Jelöljük t^0_{ik}-val a közeg energia-impulzus-tenzorát akkor, ha elektromágneses tér nincs jelen. A szigetelőből és elektromágneses térből álló zárt rendszer Θ_{ik} energia-impulzus-tenzora a t^0_{ik} és az S_{ik} összege:

$$\Theta_{ik} = t^0_{ik} + S_{ik}\,, \tag{12}$$

amely (11) alapján:

$$\Theta_{ik} = t^0_{ik} + t_{ik} + T_{ik}\,. \tag{13}$$

Mivel a teljes rendszer zárt, ezért Θ_{ik} divergenciamentes:

$$\frac{\partial \Theta_{ik}}{\partial x_k} = 0. \tag{14}$$

Továbbá, Θ_{ik}-nak szimmetrikusnak kell lennie:

$$\Theta_{ik} = \Theta_{ki}. \tag{15}$$

Erőmentes tér esetén a közeg t^0_{ik} tenzora is divergenciamentes és szimmetrikus, mert ekkor $\Theta_{ik} = t^0_{ik}$. Tehát

$$\frac{\partial t_{ik}^0}{\partial x_k} = 0; \qquad t_{ik}^0 = t_{ki}^0. \tag{16}$$

Ennek alapján:

$$\frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} = -\frac{\partial t_{ik}}{\partial x_k}. \tag{17}$$

A t_{ik}-nak a szigetelőhöz rögzített vonatkoztatási rendszerben csak a térszerű része különbözik zérustól, mert ebben csak feszültségeket kelt az elektromágneses tér. Ezt a

$$t_{ir}u_r = 0 \tag{18}$$

egyenlet fejezi ki. u_r a szigetelő négyes sebességét jelenti. A (17), (18) és a $t_{ik} = t_{ki}$ egyenletek a t_{ik}-t meghatározzák. Ennek alapján adódik:

$$t_{ik} = -\frac{n^2-1}{n^2}(\delta_{ir}+u_i u_r)(\delta_{ks}+u_k u_s)T_{rs}, \tag{19}$$

ahol δ_{ir} a Weierstrass-szimbólum. A fentiekből az is következik, hogy a sugárzás S_{ik} tenzora divergenciamentes:

$$\frac{\partial S_{ik}}{\partial x_k} = 0. \tag{20}$$

Az itt röviden összefoglalt eredmények alapján azt mondhatjuk, hogy a szigetelőkbeli elektromágneses sugárzás dinamikai mennyiségeit (energiát és impulzust, valamint energiaáram-sűrűséget) az S_{ik} energia-impulzus-tenzor írja le. Ez az Abraham-féle T_{ik} tenzorból a (11) és (19) alapján határozható meg.

A SUGÁRZÁSI TÉR KVANTUMELEKTRODINAMIKÁJA IZOTROP SZIGETELŐKBEN

A sugárzás kvantumelméleti tárgyalásánál a fentiek értelmében az S_{ik} tenzort kell alapul venni. A belőle képezett

$$G_k = \frac{1}{ic} \int S_{k4} \mathrm{d}V \tag{21}$$

négyes vektor első három komponense a sugárzás impulzusát, a negyedik komponense pedig az energia i/c-szeresét adja meg. G_k a sugárzás négyes impulzusa.

Mivel a G_k négyes vektorként transzformálódik Lorentz-transzformációkor, ezért a számítás egyszerűsítése céljából a szigetelő nyugalmi rendszerében dolgozhatunk, és a kapott eredményeket Lorentz-transzformációval bármely inerciarendszerre átvihetjük. Ebben a nyugalmi rendszerben a sugárzás impulzusa:

$$\mathbf{G} = \frac{1}{c} \int \mathbf{E} \times \mathbf{H} dV, \tag{22}$$

energiája:

$$U = \frac{1}{2} \int (\mathbf{ED} + \mathbf{HB}) \, \mathrm{d}V. \tag{23}$$

Ezután a kvantumelektrodinamikából ismert eljárást követve, meghatározzuk a sugárzás energiájának és impulzusának operátorait, majd kiszámítjuk ezek sajátértékeit. Eredményül adódik: [10]

$$\mathbf{G} = \sum_i \frac{\hbar \mathbf{k}_i}{\varepsilon\mu} n_i, \tag{24}$$

$$U = \sum_i \frac{\hbar k c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \left(n_i + \frac{1}{2}\right), \tag{25}$$

$$n_i = 0, 1, 2, \ldots.$$

A sugárzás impulzusa és energiája kvantált, a

$$\mathbf{p} = \frac{\hbar \mathbf{k}}{\varepsilon\mu} \tag{26}$$

impulzuskvantumok és

$$u = \frac{\hbar k c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \tag{27}$$

energiakvantumok egész számú többszöröseként áll elő. Ezek az energia- és impulzuskvantumok az átlátszó közegben értelmezett fotonok. A (26), (27) kifejezések a

$$\mathbf{v} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \frac{\mathbf{k}}{k}$$

fázissebesség és a ν frekvencia közötti

$$\frac{kv}{2\pi} = \nu$$

kapcsolat figyelembevételével a következő alakba írhatók:

$$\mathbf{p} = \frac{h\nu}{c^2}\mathbf{v}, \qquad (28)$$

$$u = h\nu. \qquad (29)$$

E kettő egybevetéséből adódik:

$$\mathbf{p} = \frac{u}{c^2}\mathbf{v}. \qquad (30)$$

Az u^9c^2 a foton tehetetlen tömege. A foton impulzusa a részecskékre jellemző tömeg × sebesség alakú.

A foton impulzusának és energiájának (28), illetve (29) kifejezése a szigetelőhöz rögzített vonatkoztatási rendszerben érvényes. Mivel a sugárzás impulzusa és energiájának i/c-szerese négyes vektort alkot, a foton impulzusát és energiáját bármely inerciarendszerben a (28), (29) mennyiségekből Lorentz-transzformációval kaphatjuk meg. A szigetelőhöz képest az x tengely mentén V sebességgel mozgó rendszerben:

$$u' = u\frac{1-\frac{\beta}{n}}{\sqrt{1-\beta^2}} = h\nu\frac{1-\frac{\beta}{n}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad (31)$$

ahol $\beta = V/c$, $n = \dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ a közeg törésmutatója.

A frekvencia

$$\nu' = \nu \frac{1-\beta n}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{32}$$

transzformációs képletét figyelembe véve:

$$u' = h\nu' \frac{1-\dfrac{\beta}{n}}{1-n\beta}. \tag{33}$$

Ebből látszik, hogy a foton energiája általában nem $h\nu$, csak a szigetelőhöz rögzített vonatkoztatási rendszerben egyezik meg vele. (Az u/ν hányados nem invariáns skalár.)

Nézzük meg most, milyen fizikai sajátságai vannak az S_{ik} sugárzási tenzor alapján számított fotonoknak átlátszó közegekben.

Mivel sebességük kisebb a fény vákuumbeli sebességénél, ezért nyugalmi tömegüknek zérustól különbözőnek kell lennie. Ezt a (4) képletből számíthatjuk ki a (28), (29) kifejezések figyelembevételével. Így a foton nyugalmi tömegére

$$m_0 = \frac{h\nu}{c^2 n}\sqrt{n^2-1} \tag{34}$$

adódik. Ez pozitív valós mennyiség.

A foton nyugalmi energiája:

$$u_0 = m_0 c^2 = \frac{h\nu}{n}\sqrt{n^2-1}. \qquad (35)$$

Az $m = u/c^2$ tehetetlen tömege és az m_0 nyugalmi tömege között a részecskékre jól ismert,

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \qquad (36)$$

relativisztikus összefüggés áll fenn. Itt v a foton sebességét jelenti, amely csak a szigetelőhöz rögzített vonatkoztatási rendszerben egyezik meg a fényhullám fázissebességével. Mivel v-re az Einstein-féle sebességösszetevés képlete érvényes, ezért ennek alapján bármely inerciarendszerben kiszámítható a nyugvó szigetelőbeli $v = c/n$ értékből.

Visszatérve az előadás elején feltett kérdésekre, azt mondhatjuk, hogy az elektromágneses sugárzás energiája és impulzusa izotrop közegekben is kvantált. Az izotrop szigetelőkben értelmezett fotonok a valódi részecskékre jellemző tulajdonságokkal rendelkeznek. Nevezetesen: impulzusuk tömeg × sebesség alakú, tehetetlen tömegük energiájuk c^2-ed része, és a zérustól különböző valós nyugalmi tömeggel ugyanolyan kapcsolatban van, mint amit a relativitáselmélet ad a részecskék tömegnövekedésére. Ugyanakkor, a vákuumbeli fotonokhoz hasonlóan a fotonok helyének és pályájának nincs értelme.

Látjuk, hogy az elektromágneses tér és a közeg kölcsönhatását figyelembe vevő S_{ik} sugárzási energia-impulzus-tenzorra alapozott fenomenológiai kvantum-elektrodinamika mentes azoktól a fizikailag értelmetlen fotonsajátságoktól, amelyek a Minkowski-tenzor alapulvételével adódtak. Ennek tulajdonképpen az a magyarázata, hogy az elektromágneses tér + szigetelő zárt rendszerének teljes impulzusát MINKOWSKI hibásan bontja fel a sugárzás és a közeg impulzusának összegére. Nála az elektromágneses tér impulzusába belekeveredik a közegre jellemző rész is.

ANIZOTROP KÖZEGEK FENOMENOLÓGIAI KVANTUMELEKTRODINAMIKÁJA

Az energia-impulzus-tenzor körüli vita az utóbbi tíz évben újra felélénkült. Eközben kísérleti döntés született az Abraham-tenzor javára [8]. Ez indított arra, hogy a régebbi vizsgálataimat kiterjesszem anizotrop közegekre.

A közeg mágneses permeabilitása jó közelítéssel egynek vehető, a dielektromos tulajdonságok pedig az ε_{ik} szimmetrikus tenzorral írhatók le. A feladat ugyanaz, mint az izotrop esetben volt. Meg kell határozni a sugárzás energiájának és impulzusának az operátorait, majd ezek sajátértékeit kell keresni. Az energiára a következő eredmény adódik: [11]

$$U = \sum_i \left[\varepsilon_i^{(a)} \left(n_i^{(a)} + \frac{1}{2} \right) + \right. \left. + \varepsilon_i^{(b)} \left(n_i^{(b)} + \frac{1}{2} \right) \right], \tag{37}$$

ahol

$$\varepsilon_i^{(a)} = \frac{\hbar k_i c}{n_a}, \qquad \varepsilon_i^{(b)} = \frac{\hbar k_i c}{n_b}, \tag{38}$$

$$\frac{1}{n_{a(b)}^2} = \sum_{j=1}^{3} \frac{(e_{ji}^{a(b)})^2}{\varepsilon_j}. \qquad (39)$$

$n_{a(b)}$ a kristályos közeg törésmutatója, ε_j dielektromos együttható a kristály főtengelyrendszerében, $\mathbf{e}_i^{a(b)}$ az a, illetve b-vel jelölt két lineáris polarizáció irányát meghatározó egységvektorok. Érdemes megjegyezni, hogy a polarizációs irányok egyértelműen kiadódnak abból a követelményből, hogy az indukcióvektor divergenciája legyen zérus a Maxwell-egyenleteknek megfelelően, továbbá a sugárzás energiaoperátora legyen diagonális. Ezek teljesen megegyeznek a klasszikus kristályoptikában más úton levezetett polarizációs irányokkal.

Az energiakvantum (38) kifejezése ugyanolyan alakú, mint az izotrop esetben (27), azzal a különbséggel, hogy a két polarizációs iránynak megfelelő $n_{a(b)}$ törésmutató különböző, tehát irányfüggő.

A kvantumelektrodinamikában megszokott eljárást követve, felírható a sugárzási tér impulzusának az operátora. Az a meglepő eredmény adódik, hogy az elektromágneses tér energiasajátállapotai nem sajátállapotai a térimpulzusnak. Ugyanis, nem lehet a két operátort egyszerre főtengelyre transzformálni. Ha viszont az impulzusoperátornak az energia-sajátállapotokban vett középértékét képezzük, akkor ez impulzuskvantumok egész számú többszöröse lesz:

$$\langle \mathbf{G} \rangle = \sum_i \hbar \left(\mathbf{g}_i^{(a)} n_i^{(a)} + \mathbf{g}_i^{(b)} n_i^{(b)} \right), \tag{40}$$

ahol

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_i^{(a)} &= \hbar \left(\mathbf{k}_i \alpha_i - \mathbf{e}_i^{(a)} \sum_{j=1}^{3} \frac{e_{ji}^{(a)} k_j}{\varepsilon_j} \right), \\ \mathbf{g}_i^{(b)} &= \hbar \left(\mathbf{k}_i \beta_i - \mathbf{e}_i^{(b)} \sum_{j=1}^{3} \frac{e_{ji}^{(b)} k_j}{\varepsilon_j} \right), \end{aligned} \tag{41}$$

$$\alpha_i = \sum_{j=1}^{3} \frac{e_{ji}^{(a)2}}{\varepsilon_j}; \qquad \beta_i = \sum_{j=1}^{3} \frac{e_{ji}^{(b)2}}{\varepsilon_j}. \tag{42}$$

A (41) kifejezések a foton polarizációs állapottól függő impulzusaként értelmezhetők anizotrop közegekben. A foton $\mathbf{g}_i^{a(b)}$ impulzusa és $\varepsilon_i^{a(b)}$ energiája között a

$$\mathbf{g}_i^{a(b)} = \frac{\varepsilon_i^{a(b)}}{c^2} \mathbf{v}_{a(b)}^* \tag{43}$$

összefüggés van. $\mathbf{v}^*$ a foton sebessége a közegben, amelyet a $\mathbf{k}$ hullámszámú $a(b)$ polarizációjú síkhullámra a

$$\mathbf{v}_{a(b)}^* = \frac{\mathbf{S}}{u} \tag{44}$$

képlettel definiálunk. S a hullám Poynting-vektora, u pedig az energiasűrűség. Az itt nem részletezett számítás eredményeként adódik:

$$\mathbf{v}^*_{a(b)} = c\left(\frac{\mathbf{k}}{k}\frac{1}{n_{a(b)}} - \mathbf{e}_{\mathbf{k}}^{a(b)}\, n_{a(b)} \sum_{j=1}^{3} \frac{e_{j\mathbf{k}}^{a(b)} k_j}{\varepsilon_j k}\right). \quad (45)$$

Az $\varepsilon_i^{a(b)}/c^2$ a foton tehetetlen tömege. A foton impulzusának iránya a (43) és a (44) szerint megegyezik az energiaáram-sűrűség irányával, de anizotrop közegben nem esik egybe a fény terjedését jellemző hullámszámvektor irányával.

A térimpulzus operátorának nem diagonális tagjai az ugyanazon hullámszámú, de különböző frekvenciájú és polarizációjú hullámok keveredéséből adódnak. Ezek időfüggése $\exp\,[i(\varepsilon_{\mathbf{k}}^{(a)} - \varepsilon_{\mathbf{k}}^{(b)})t/\hbar]$ alakú. Ennek középértéke zérus, ezért nem ad mérhető járulékot. Könnyen belátható, hogy ez a jelenség a közeg anizotrópiájából fakad és nem kvantumfizikai eredetű, mivel a kristályoptika klasszikus elméletében is fellép. Ha kiszámítjuk a $\mathbf{k}$ hullámszámú és két különböző polarizációjú elektromágneses síkhullám szuperpozíciójának Poynting-vektorát, akkor ez is tartalmaz „interferenciatagokat” a fenti időfüggéssel. Mivel ezeknek a tagoknak az időátlaga eltűnik, az eredő intenzitáshoz ezek nem adnak járulékot.

Ha adott („*a*” vagy „*b*”) polarizációjú elektromágneses síkhullámot tekintünk, akkor kevert tagok természetesen nem fordulnak elő. Következésképpen az energia és impulzus operátorai diagonálisak lesznek és a sajátértékeik fotonenergiák, illetve fotonimpulzusok összegeként adódnak. Az elektromágneses sugárzás részecsketulajdonsága ilyen értelemben érvényes az anizotrop közegekben is. Az általános esetben azonban a fotonokat anizotrop közegekben „kvázirészecskéknek” kell tekintenünk abban az értelemben, hogy az impulzusuk csak középértékként adható meg.

Összefoglalásul azt mondhatjuk, hogy az elektromágneses sugárzás kvantumos szerkezete a tér és a közeg bonyolult kölcsönhatása során is megmarad és a fotonkép még anizotrop közegekben is érvényes a fenti értelemben.

IRODALOM

1. W. HEITLER, A sugárzás kvantumelmélete, 67. o. Akadémiai Kiadó, Bp. 1959; NAGY KÁROLY, Kvantummechanika, 272. o. Tankönyvkiadó, Bp. 1978.
2. M. v. LAUE, Die Relativitätstheorie, I., 107, 1951.
3. V. L. GINZBURG, J. Phys. USSR **2,** 441, 1940.
4. J. M. JAUCH and K. M. WATSON, Phys. Rev. **74,** 950, 1948.
5. A. EINSTEIN, J. LAUB, Ann. Phys. **26,** 541, 1908; M. v. LAUE, Z. Phys. **128,** 387, 1950; C. MØLLER, The Theory of Relativity, 165, Clarendon Press, 1955, Oxford; I. E. TAMM, Osznovi tyeorii elektricseszt-va, 506, Gosz. Izd. 1954, Moszkva; K. NO-VOBÁTZKY, Acta Phys. Hung. **1,** 25, 1949.
6. M. ABRAHAM, Rend. Circ. Matem., Palermo, **28,** 1, 1909; **30,** 5, 1910.
7. H. MINKOWSKI, Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, **53,** 1908.
8. G. B. WALKER, D. G. LAHOZ, G. WALKER, Can. J. Phys. **53,** 2577, 1975.
9. G. MARX, K. NAGY, Acta Phys. Hung. **4,** 297, 1955.
10. K. NAGY, Acta Phys. Hung. **5,** 95, 1955.
11. K. NAGY, T. TÉL, Acta Phys. Hung., **51,** 125, 1981.

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó és Nyomda főigazgatója
Felelős szerkesztő: Klaniczay Júlia
A tipográfia és a kötésterv Löblin Judit munkája
Műszaki szerkesztő: Érdi Júlia
Terjedelem: 1,38 (A/5) ív — AK 1714 k 8487
HU ISSN 0236-6258
13.443 Akadémiai Kiadó és Nyomda
Felelős vezető: Hazai György

Ára: 14,- Ft