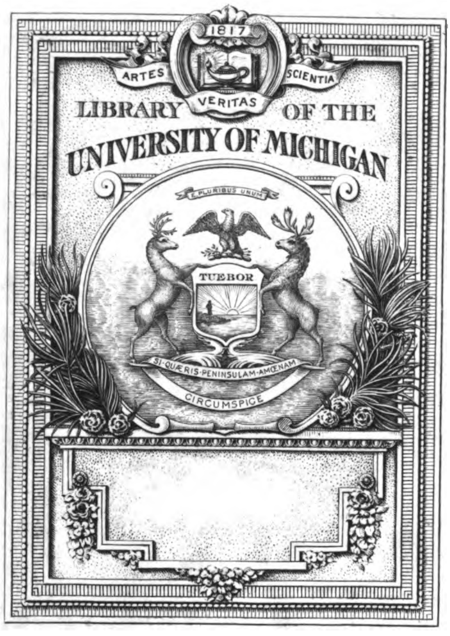
Professor Bolyai Farkas úr ajándokából birom e' könyvet

1853 Febr 14én. Koncz Josef



A'

MAROSVÁSÁRHELYT 1829-be nyomtatott ARITHMETIKA ELEJÉNEK

RÉSZINT RÖVIDITETT, RÉSZINT BŐVITETT, ÁLTALÁN JOBBITOTT, 'S TISZTÁLTTABB KIADÁSA.

Bolyai Farkas

A' szerző által.

MAROSVÁSÁRHELYT,

nyomúlt az ev. ref. kollégyom' betüivel
Felső-Visti Kali Simon által 1843.

Előszó.

Jollehet mintegy a' nemzet' tavaszán az egész tollas seregből mindeniknek joga van saját nyelvén szólani — 's azon 'séni-legiónak is, mely minden honi fábrikákból, hol a' könyvtárok' 25 elemei tanittattnak, szüntelen omlikki, tűzi gyakorlatait elkell nézni: mindazáltal hová-tovább a' virág hullást gyümölcsöző nyárnak kelletvén követni, a' belső élet-fáját nedvétől fosztó jövésekkel, 's béültetésekkel elfojtani minel kevesebbé kellene. De terjedésében van még a' ragadó korság; 's több író készűl mint olvasò, 's többen olvasnak csak azért hogy írjanak, 's tám olvasni is azért tanulnak, hogy írók legyenek — 's csak hamar a' Minerva' széken űlő napszámossainak hagyva a' tudományt, a' dics' mezejére szállnak ki; az holott gyúlnak az észlángok, 's mint hajdan a' vér, omlik a' tenta mindenfelé; 's papiros-nemesség váltja fel a' hajdoni tartósabb börre irttat, melynek a' kűllel belőlről egyebet nem, de el kell venni a' hűséget, hogy ne legyen szükség a' nemesítő állatná! keresni —; 's mind a' kettőnek cimerét, a' pirulni nem tudó akár papirosra akár börre, az emberi arczra szálló kerubnak kell írni. —

Szemérmes és szerény az erény; 's az igaz ész, akár kicsi akár nagy, a' nyilván tettel sem dicsekszik, nehogy előre kérkednék — tökélyt nem igényel, 's magából bálványt nem csinálván, mást irigység nélkűl méltányol — ki-méri keskeny mezejét, 's azt csendesen miveli a' hon' 's emberiség' első 's alsobb rangu csillagai' ege alatt: állandó, a' maga 's más idejét megkimélló, a' bút 's kisérteket elüző munkássággal; mivét is cégér nélkűl adja a' közre — nem elegyedik a vakitó tolvaj-lámpák közé, bár szokszor kicsi hóld saját világu napokat olt ki — nem buzditásokra mozdul, sem a' változó szellőkkel szállingozó babér-levelekre, sem a' divati kövek' emelkedésére; 's elmaradva az' oszlop-vágyig nött koszoru-vágytól ragadott, 's a' szél-ró'sán támadt új irányra hajlo észlángoktól, csak annyit vár, hogy lelki esmérete adja meg, hogy megtette a' mit tehetett. Valóban, vagy van tett vagy nincs; ha van, az az oszlop (a' mekkora), 's mire más? ha nincs tett, nincs miért —; a' természetben maradnak oszlopok, péld. kóro a' virág után, 's kell is a' ki alutt észláng vagy gyertya felibe mást. péld. *mili* fehér oszlopot tenni — 's bár az emberek' helyibe is kövek helyett emberek állanának! de így az a' ritka szerény, a' ki tudna írni, 's nem találván elég okot, nem ír, hogy az-alatt jobbat tehessen, (mert minden író egyéb kötelességből mellőz) 's más idejét se vegye el, kitünőbben álhatna a' 'sénik' kövekkel sürüdő temetőjén.

Ritka az igaz *génie*: századoknak oly elme-virága, melynek magvairól csak csinálttak lesznek — 's élet nélkűliek mint a' Raphael' képe, ha szintén a' halál ahhoz ment is helyette — Ilyen a' *pluralis* nélküli szókhaz tartozó *Shakespear*, *Paganini.* —

Vagy oly forrás ez a' lelkek' országában, mely végig növő nagy folyammal mind tágasabb mezőket nyit. —

Vagy oly támadó új nap a' belső egen, melynek a' jövő idők' mélyjébe hatnak sugárai.

Rendkivűli factumnak factoraiból áll, 's csak edjik magára nem hozza a' factumat elé: kisebb sereggel ugyan nagy generalis ármádát vér, mint *Socrates*, *Rousseau*..; nagy Generalis nagy erővel, *Plato; Archimedes, Newton*, 'sat.

De a' többet is az adta, a' ki a' kevesebbet, 's amaz többről számol; 's ennek is állandó akarattal valami (bár alsobb rendű) sikere lehet — *Gutta cavat* ... a' természet is csinál fővény-szemekből követ; — jó fárol oltott csemete is teremhet, 's edj széllel jött magból nagy fa nőhet, másról gyujtott gyertya is világolhat kis köreben — 's a' patak is segit vinni a' tengeri hajókat. —

'S sok féle az ész, mind termésére mind lakhelyére nézve: ritkább a' *monoecia*, közönséges a' *dioecia*, mely csak mással közösen terem; — némely sokkal szebben virágzik de termés nélkűl, mint rendszerint a' teljes virágok — némely elején más késön érő, 's jobb vagy roszabb gyümölcsű ... 's vannak mindég virágzók 's termők is — 's némely burjánnak oly ereje van, mely a' pompás virágnak nincs — 's kisebb elme is tehet mit a' nagyobb nem.

A' lakásra nézve: nagy vagy kicsi legyen a' ház, fő dolog, hogy ki lakik benne; de a' nagyban, ha hóni gyujtók által jól kivilágittatik, sok vendég mulathat, sőt sötéten is foliántoknak minden szalmájukkal adhat helyet — a' kicsiben a' szegény gazda alig fordulhat meg, de az ég kis lyukan is béjővén, legalább edj igaz könyve lehet — 's kicsi tokban is az óra azt mutathatja, mit a' toronyban, haszintén nem mondja is a' városnak — 's hegyek vannak meddő homokból is, 's alig emelkedő halmokban kezdődhetnek kincs-erek —. De igaz, hogy a' nagy siskak több pálinkamérget adnak, mint szeszt az üveg-rétorták: 's azért valamely könyvnek megitélését legkevésbé vétnék el a' nagy siskas birák, ha a' siskat cirkalommal (tehát geometrice) mérnék meg, 's úgy elolvasni se kelletvén, legkényelmesebb volna; a' megholt szerzőnek is csak kaponyáját kellene megszerezni, a' mikor az is nyilván meglátszván, hogy a' lélek' 'sellérei mekkora dombokban laktak, semmi kétség nem maradna. *Rousseau* ugyan az elsőt (a' mikor *Gall* nem volt még) babonának mondotta; a' másikról *Nápoleon* mondotta, hogy mikor a' természet különöst készit, müvészetét ujjak nem tapogathatják ki —:

De tám amannak se volt az eszének elég nagy a' háza, 's ennek is tám nem afféle közönséges dombjai voltak. És így ha nincs efféle adat, a' munkát kell megnézni, 's az itéletet megislehet tenni; hogy különben jó volna, ha a' csont-váz kétséget nem hagyna. — Igy a' számirást feltalált Indusnak kaponyája porrá válván; azt vagy méltánylani többé nem lehet, vagy elébb megkell itélni, hogy nagy kaponyája volt.

Azonban az efféle bolondság sok ifjat előre elcsüggeszt: de ezért bátran tanulhat, csak ha kicsi a' feje, ne tölcse csűrt kivánó szalmával.

A' kaponyai nagy űregek iránti minden tisztelet után, végre csak az a' kérdés: mit vitt, valaki, akár anyagilag, fővenyet, vagy téglát avvagy szeglet-követ, akár épitészetileg, a' tan' templomára? 's nem vihetett volna-e többet?

Az 1 ből 1 et, vagy ezeret ezerből adók, egyenlők arra nézve, hogy mindenik oda adta mindenét; 's csak az a' különbség, hogy annak a' ki többet adott, több volt adva — 's a' ki legtöbbet adott is, az érzi leginkább mely kicsit adott; Newton magát a' megmérhetlen tenger' szélén néhány csigát kapott gyermekhez hasonlitja? Hát más mihez hasonlítson? Hiában igényel akárki többet mint a' mi — hiában kivánja letörpítni az oriásokat, 's leontani a' bálványt, hogy maga áljon helyébe — Senki magasságát 1 singel se nevelheti, 's a' ro'sabokor a' tőlgyfát el nem érheti 's ez se virágozhat ro'sát — Legbiztosabb mód a' megnyugvásra; magából nagyot nem csinálva, akármely nagy nevek után megelégedni az évangéliomi hív szolga névvel: ezen edj nevet kéri a' szerző is, ki a' kevéssel, a' mi keveset éppen nem kedvező körűlményei közt lehetett, szerezni nem mulatta el; csupán az igazság' szeretetétől vitettve, a' nélkül, hogy irónak készült volna. —

Mind e' mellett is pedig, miután író lett, kötelességének esmeri (minden lelki esmeretes íróval együtt), mint edj itélő-szék elött megmenteni magát 's megmutatni, hogy nem csak semmivel terhelte elég sárban a' kimivelődés' szekerét. —

A' szerző' mentsége következő.

Elsőben az, hogy megvénűlve is helyeselvén azon útat, melyre még fiatalon csupa gondolkodás által ment; tisztálttabban reménylette eléadni; bár a' késő ösztől csak úgy lehet aszszu szöllöt várni, ha nyárban jég nem érte.

2*szor* az, hogy a' szerző, tanitó lévén, az első kiadást részint könnyitenddőnek, részint, bővitenddőnek látta; 's a' *Tentamen* nevű deák munkájának legalább első darabját valamennyiben nélkülezhetőbbé kivánta tenni.

Hogy pedig nem csak a' rendszer, hanem sok egyebek szokatlanok, két oka volt: szem-betegség 's tudatlanság. Ugyan is bizonyos szerencsétlen esettel lett szem-baj miatt az orvosok oly élet' nemét javalván, melyre szem nem kell; a' szerző igen kevés mathesisi esmerettel, kénytelen volt, mig szeme erősűlt, csupán gondolkodva tanulni. —

Az út-módon kivűl, az olyasbbak a' *tartalomban* megkülömböztetvék.

Az igazsághoz tiszta szeretettel 's tani okulattal iranddó ellenvetéseket sz. közönséges iratokban köszönettel fogadja; haszintén az által jobb útra világosittattnék is — oly esztelen őn-hitt nem lévén, hogy tökélyt állitson mivéről, annyival is inkább, hogy a' minden munkáiban késöbben latott hibák mutatják, hogy sok egyébtől vonattva el, edjikre se volt elég ereje. —

Végre engedelem légyen mindenről! 1*ben* hogy a' beszédes vénség kicsi udvarnak akkora kaput nyitott: 2*dszor* hogy mint a' gyermek, mig középpontnak nem tanulja tenni magát, szótárába nem téve a' (philosophiába tartozó) *ént* magáról mint másról úgy beszéll, sz. is mint megvénűlve majd 2dik gyermek a' ként szoll; 3*dszor* hogy a' nagy nevek közé nem illve, a' temérdek laistromot se szaporitja.

Vagy ér valamit, vagy nem: ha van becse, nem a' név adja — ha nincs, mire a' név? tett adja a' névnek az életet, nem megforditva, 's a' tett él név nélkűl is. Mindennek a' mi átmegy a' főldőn, nyoma van; 's minden nyomoknak együtt marad *ország-út* neve is. S mire az Oceánban tudni, ez amaz csepp melyik vőlgyről jött? ezen külön név nélkűl is ott van, az egésznek oriási neve alatt.

Bévezetés.

§. 1. A' ki tudja honnan, hány 's micsoda világokból, mintegy aluva hozatott, idegen helyt ébredve fel, azt kérdi: hol vagyok? mi vagyok? 's mit kell tennem?

Körűlnéz véghetlen környében — 's járatlan az itt találttaktól tudakozódik — 's vi'sgálni indúl.

§. 2. Lát valamely *A* tárgyat, 's valamely *B* tárgyat, 's ha *A* nem *B*; *különbözőnek* mondja *A*t *B*től, 's *B*t *A*tol, vagy *másnak*.

§. 3. Ha *A* valamely *C*ben van, *C*t az *A* *helyének* mondja. Ha *C* más *D*ben van, 's így tovább ha péld. *E* jön ki, 's *E* nincs másban: ezen *E*t az *A* *utolsó helyének* mondja. Péld. a' nap az ürben van, 's az idben is van, 's az ür is az idben van; mely is utolsò hely.

§. 4. A' környben láttatik azonegy különböző helyeken is, 's különbözök azonegy helyen: az egész körny elgondolttattván, marad az ür; 's minden képletet elgondolva, az *én* marad; 's mind az űr mind az ürbeni, 's mind az én mind az *én*beni különbözők, 's a' különböző helyeken azonegy, 's az *én*ben is azonegynek léte és nem léte is, felsőbb helyben van; mely *id*nek mondatik; mely is utolsó helye az az űri világnak; 's az énnek is legalább edjik utolsó helye.

Az ürnek 's idnek milységeiről van a' *Tentamenben* 's valamennyire itt alább is.

§. 5. Ha valamely *A* az idnek bizonyos részében *B* vel van; erre nézt nem *változottnak* mondatik az idnek azutáni azon részében, melyben ugyan *A* az említett *B* vel van: de ha ekkor *B* nélkűl van, *változásnak* mondatik. Kérdés támad; mi a' környbeni változások közt változatlan? felelet az úr, a' mennyiben csak abban változik, hogy most ennek majd annak adhat helyet. Az *én* beni változásokra nézt az *én* változatlan azonegy, 's az id minden kűlső 's belső változásoknak óramutatója.

§: 6. Lát az én továbbá más ént, meg mást...; 's az üri világtól különböző bel-világ nyilik fel.

§. 7. Kérdeni jön továbbá: akármely változás, sőt akármi légyen, az miért van? az-az előzte é meg azt valami, a' melyet ennek szükségesleg követni kellett? 's úgy látszik, hogy a' mi van 's nem volt, ilyennek kellett megelőzni, mely is *oknak* mondatik: és így minden váltózásnak is oka van, mely *erőnek* mondatik, és ez *külső* 's *belső*, mint a' változás.

Jegyzés. A' változatlan öröktől fogva lévőnek ily értelemben nincs oka: de a' nap és a' sütése ugyan, nem lehetnek edjmás nélkűl, még is mindenik sütést külön a' nap elözte meg.

§. 8. Mindent a' mi van, megesmérni, 's minden változásokat utolsó okokra 's törvényre vinni törökszik az *én*.

De ezen útjának elején kérdés támad: melyek azok az alap-igazságok, melyekhez kétség nem fér? 's mimódon lehet ezekből következtetni? Ezt lehet *Tan-tan* nak mondani.

§. 9. Az alap-igazságok közt az is kérdésbe jőn, hogy az a' mit gondolatomtól függettlennek látok, van-é a' gondolaton kivűl? 's a' jelen-életem nem csak edj krápulás álom-é? melyből a' gödörbe esve ébredek fel, örvendve hogy csak láz-képzelet volt.

Jegyzés. Péld. hogy a' világ szív nélkűl mosolyga, 's a' szívetlentől kinzott szívek sirtak— eszeveszett futás fáraszta mindent el, 's a' haladás' órája állott—'s mind küsde a' két óriás Árimán és Ormuzd -'s mint vérzék az időnek fegyveres bajnoka alatt az örökkévalóság' kedveltje a' fegyvertelen erény -'s hogy támadtak a' számtalan árnyak mindenfelé, semmiből nőve fel 's le kicsidűlve enyészve el — 's hogy ette edjik árny a' másikat; egyenesen szakgatva vagy csinoson készitve el rövid textusu hoszszu tüzes kalanddal—mint a' kicsi magvu csillag fárad az egen, míg hoszszan tüzesülve a' naphoz jút.

'S mily bohó szin-játék vala: a' gonoszság angyalnak öltözve igazában jádzotta azt magánál az angyalnál — 's a' csalárdság is törvényes mester emberek általi ruhában igazabb volt a' meztelen igazságnál — az eltakaró szemérem 2 *szer* kettő 4nek is fige-levelet kivánván, hogy ne is jútna a' hová nem kell — ; 's minden azt a' mi ő nem, jobban szerepelte; a' fa-vágó könnyebben bírván a' nyiretyüt mint a' fejsze-nyelet, 's a' húsvágó könnnyebben szelvén 's mérvén a' conust, mint a' má'sás csontokat — 's annyira megkönnyűlt minden nehéz, hogy a' hegy is, a' szülés' nehézsége után igen könnyet szült.

De minden felfordultság között, a' hiradó csengetyüre, értelmetlen hagyva a' játékat, leesett a' kortina: 's azután új toldalék-játékra, a' ki alutt gyertyak fáklyákká, 's a' csengetyü vándort kisérő harangá nővén, a' torony' komoly' szavával halkal indultak a' nézők, válási-zene kiserettel; szívekre hullámzottak a' hangok— ; 's végre mikor az idő' gyermekét át-vette az örökkévalóság; nyögő sohajak törtek-ki — sötétebben gombolyagtak a' fáklyák' füstjei, láng-villámok szakgatták az emelkedő felhőket, 's könny-esővel dörgött-le a' föld — a' más világ' ajtaja meg nyilt a' kopogtatásra, 's az azelöttire örökre bé-zárodott.

2. Van ugyan, a' mi ha álom volna is ez

az élet, nem csak az álom' valójára mutat, hanem ezen valóval az álomból is öszveköt: és erről valamint arról hogy vagyok, kétkednem nem lehet; nyilnak is (mint alább is mondatik) a' belső szemnyilással 's a' szív tisztulásával oly hít-virágok, melyek még itt axiomákká 'sendűlnek — 's mostani axiomáink is ezelött nyiltak.

§. 10. A' *tan-tan*nal az *én*, egész környét magával 's minden *én*nel együtt, tehát a' kűl és bel-világot vi'sgálni indulván, igazász lesz; 's az *Igaz* lesz az *első örök vágy*; az igaznak leánya leénd a' *szép*, 's a' kettőnek származata a' *jó*: az örökkévalóság' élet-fájának, oszlopa, virágzó koronája, 's mind tőkélyesülő gyümölcse, és így a' *való igazász, szépész* és *jóász* lesz; oly háromságban, mely bizonyos értelemben egy; 's az utolsóba megtestesűltt szépnek az első adja a' csontulatat.

Ugyanis az igazász sötétben kezdvén magában 's magán kivűl tapogatozni: hová-tovább világosodik az éjj — 's majd a' végesség' fellegeit belső hajnal aranyozza — láttatlan nap' fénye jelenik edjmáson — bel-tavasz' melege érzik — 's mennyei virág nyílik azon nap felé hajolva, melynek ereje hatja-át a' véghetlent, 's adja az életet mindennek — a' melynek világa a' bel-világ' lámpája, melege pedig minden *ént* edjmáshoz mind közelebb olvasztva, arra felé indit, a' honnan azon világ, és meleg jőn. Ez azon eredeti szépség' napja, melynek csak homályos sugárzata minden szép — 's ez azon közép-pontja a' belvilágnak, mely az onnan eredett testvéreket edjmáshoz 's együtt magához viszsza vonja. 'S ezen belső egyességre végnélkűli törekvés a' *jó*, mely is az *igazság*' oszlopán nyílt *szépség*' virágának *termése*; és a'

Jézsustól tanított *szeretet*: 's így az *igaz*, a' *szép* és *jó* maradó vágyai lesznek az örökkévalóság' útazójának. —

Jegyzés. 1. Ugyan ez a' bel-ég, mely az ő napjának szülöttje, nyilvánlik a' kűlnapi égben; 's megfelel edjik a' másiknak: az igaznak a' kűl-világ csak véghetlen könyvet tart véghetlen iddel —; a' belső szépnek külső felel meg; 's a' szeretetnek mintegy álom-vagy árny-képe a' köz vonzódás — sőt az *én*ek asymptotai közeledéssel is edjé nem lehetésének az áthatlanság felelmeg; ugyan is (mint alább leénd) végnélkűl finomuló testülettel, mindenik én külön egyénnek maradva, közelit végnélkűl edjmáshoz; 's együtt is mind nagyobb haladással tökélyesűlve az edjedűli tökélyhez mind közelebb mennek, de mindég véghetlen távra maradva, mint az űrnek vége el-érhetlen.

'S végre más erők is mind a' két világban tartják mozgási életben a' két eget; 's benn is mint künn minden öntengelye körűl forogva forog a' központ körűl

2. Ezen előlegiek után következik a' három fő pontról szólani.

§. 11. *Elsőben* az *igazra* nézve: legelső a' *tan-tan*; azután, mint a' *historiában* a' helyet kell tudni elébb: jollehet hogy *Kain Ábelt* hol ölte meg, nem tudatik, hanem ha *mindenütt* a' felelet —; 's a' dolog még is nagynak marad — tám azért-is hallgattatik el az év' első napján a' *Kain* név, hogy azután sohól se fordulva elé, év-vezérűl légyen — A' kül-világ' helye az *űr* 's a' legközelebbi bel-jelenetek' helye az *én*, 's mind a' *kettőnek* közhelye az *id*, jönek vi'sgálat alá: még pedig elébb tisztán, minden benneki változásoktól (tehát azokat eléhozó eröktől is) el-vonttan; azután mind azon erőkkel, melyek ez amaz feltéttel lehetnek; végre azokkal melyek voltak, vannak, lesznek—; ugyan is a' jelen a' múlt' leánya, anyja a' jövendőnek; 's ezen edjetlen szülött felsőbb lényi feladat a' jelenből — de ugyan az különbözőktől származhatván, jelenből a' mult nehezebb feladat. —

Innen lesz *űrtan*, *üdtan*, *én*tan; elébb tisztán, azután erőkkel párositva; 's ez is elébb közönien (úgymint ez-amaz fel-téttel) 's azután különien a' valóban lévőkre alkalmazva.

Az énben (tehát a' belvilágban) felsőbb erő jelenik meg: képek lebegnek az én előtt, melyek közzűl némelyek mozditják; 's a' midőn ezen képek vagy a' jelen' határain belől vannak' vagy túlunnan a' véghetlenből sugároznak, az *én* felnyitja az idő 's örökkévalòság kép-tárát —; 's ha a' szentek' szentéből a'szépség mind szépülő bájfénye minden más erőket meggyőz, az akadályok'számitása következik, 's ha ez is győzelmet igér, azon belvilági felsőbb jelenet születik, mely *akaratnak* mondatik; mely a' teremtői *Légyen*! szóban nyilvánlik, 's a' melyet *Lőn* követ, ha a' számítás el nem vétődött, vagy győzettlen más erők nem jőnek közbe; 's az *én*nek az égtől adott szabadsági nemes levele azon szükségességgel pecsétlődik, hogy nem teheti, hogy ne akarja a' jót. Ha a'szűletett csecsemőnek minden erő-csiráji, 's jövő körűlményei megadattatnának, felsőbb lény, egész életét, mint edj bujdosó csillag' utját, 's hogy mit fog ekkor 's ekkor akarni, felszámithatná. —

§. 12. *Második pont*: *eredeti szép* a mindenségben nyilvanlott edjetlen, a' kihez minden, mint edj szeretet-gyűrü a' fejéhez, az örök szent kört zárni viszsza-tér —: midőn minden külön *én*nek mind lét-szerinti mind örök vágyjainak ösz-hangzati teljesűlése köz vágy, 's mindenik nek öröme és fájdalma 's e [illegible] mindenike leéndvén, mindenik külön én megvéghetlenűl —;'s meg születvén a' mit az idő annyi fájdalommal méhében hordoz—, megvilágosodik a' legfelsőbb oltár — könnyekbe olvad-le a' menny — 's az újanszülöttnek neve *Szent-egység*: az angyalok' éneke félbe szakad az öröm miatt, mikor a' számtalan millió szívek azon egy véghetlen mellben vernek — 's minden ellenségek testvérekűl érkeznek az atyai karok közé. —

Addig folyjon a' jó *Lethe*! mig mosolyba végződő sohajjal tekintve viszsza, tovább haladunk az örökkévalóság elönkbe nyíló gyönyörü vidékein —: kicsoda kívánna oly kevés mennyeiért annyi izetlenséget 's poklot tartani meg? kedveseinket viszsza emlékezés nélkűl is titkos együtt-érzéssel megtalálhatjuk — 's az *én*, ha bőlcsőjére vagy némely órájára nem emlékezik is, ugyan az; 's a' hiányra mutató barátság is, tökélyesűlő életekkel végnélkűli terjedéssel nyerődik meg. —

Megfoghatlan Edjetlen! miként nevezhetni azt, ki a' mindenben nyilvánlott, hogy a' minden edjjé légyen — *Én*je minden *én*nék! *Fő Én*! eredeti kútfeje az *Igaznak*, *Szépnek*, *Jónak*! csak tűkör által láthatni — legszebb képe a' *nap*, 's legjobb neve *Atya* — a' halandó, *Istent* mond: csak gondolatja is örökkévalósági birtokú *donatióval* nemesit; 's csak edj szóra *nincsen*, ki alszik az egész mindenség' világossága, 's semminek sincs értelme — az egész természet' szépsége csak piperéje edj véghetlen halottnak, kít az ég temető gyertyákkal számtalan millio árvák sirása közt kisér.

De mikor az érzéketlen önzés' rút családja a' számůzött ártatlant jégmosollyal kiséri a' pusztára; 's az edjedül-hagyatott árva könnyes szemekkel nézve fel így sohajt, *oh Atyám! hol vagy?* mennyei zendülettel felel az ég-főld—élénkűl minden—zöldűl 's virágzik a' puszta—'s megvilágosodik, midőn a' *Véghetlen* egy sohajtó szívbe leszáll—'s a' világot potolja ki azon edjetlen tan, ki elött a' gonosz akármely dicsfények között reszket.—

'S eljön, hogy a' bel-mágnes ki mutassa a' köz Atyát—: nincs vonzás vonzó nélkűl; csak edj élet kell még, hogy az itt már bimbozható hit virágának megértt gyümőlcse legyen *Van Isten*, 's az egész mindenség' véghetlen pusztája el nem veszthető örök éden légyen.—

A' halál' angyala az, mely elébb az anyafőldi csics-téjtől választva el, minden új élettel edj-edj fátyolt von-el a' soha egészen fel nem fedhető eredeti szépség elől; ezen durva anyagban is (mint anya' méhében) készülő belső csecsemő, oly finom, az álgyutól bánthatlan testtel, 's oly érzékekkel születik, melyekről itt képzetünk se lehet—mint Sz. Pál mondja, melyeket szem nem látott sat. . .; itt is több érzék van ötnél; péld. a' meleg' érzését edjik kezében, azt különben mindenként használható erős ember elvesztette, mint a' ki valamely vagy mind a' két szemében a' világosság' érzését elveszti—mennyi a' mit nem látunk csak szobánk' falai közt, mivel az arra való érzék nints meg.

Jegyzés. 1. A' szülesnek 's születésnek is fájdalmai vannak, elébb a' megelőzők (falshe Wehe), azután a' mellyel a' csecsemő megszületik: de mind ezen fájdalmakkal is olcsó a' megszabadulás 's azutáni öröm; nékünk is fájt mikor ezen életre születtünk, csak elfeledtük. Minden testben finomabb belső alakul, melynek mind könnyülő halál által kell új életre születni, vég nélkűli tökélyüléssel, az Isten' szine elött ima tüzével égő seráfig.

A' mostani lét-alakban 9 honapig hordozza az anya a' főtdi gyermeket, a' mennyei csecsemöre nézt leg főlebb 9 év teszen 1 holnapot: micsoda *potentiaként* növénd ezután, meglátjuk — Annyi igen hihető: hogy az elszikkadtt agg testből a' jó lélek gyönyörü leénd; 's az ily szépségre vágyni kötelesség: és az itt legszebb testből is, az Isten képét elmocskoló lélek nyomorékat 's megbélyzett ábrázatut szül. — Az idő elött elholt csecsemőknek pedig ád az örökkévalóság felnevelő dajkákat.

2. De ha valahová, ide illik *non ultra crepidam*: valamikor a' halandó az örökkévalóság titkai fátyolát elvonandó, álmába beszéllő lesz, az időből vett edjdarabig sántikáló hasonlatossággal. A' bel-nap' erejéuek első mive a' kűl-nap lévén, mellyel a' magában láthatlan világosság megtestesült, mondathatik: hogy ezzel a' véghetlen, a' két nap felé sarkazott mágnessé lett, 's mint az akárhány felé tört mágnes, a' véghetlenhől az időben különbféle nyilvánlók is két-sarkuak lesznek; 's ezek közt is két olyan találkozhatik, melyek együtt tesznek oly új fokozatu mágnest, mely újra különbfélékben nyilvánlik, 's ez ismételttetik végnélkűl. Vagy a' hullámzat-tanból vétettvén valamenyire a' hasonlatosság, az mondatthatik: hogy a' két nap' erő-sugárzatainak bizonyos találkozásával, oly kettős lény jelenik meg, mely már testes szinüléttel sugárzik; 's ha az egyesületnek valamely fokozatán két ily lények, arra egészítik edjmást, hogy erő-sugárzataik bizonyos találkozása, folytassa a' két naptól eredett eléhozást; ezek vonzódnak edjmáshoz, a' midőn e-

zen mind tovább ismételtt eset, a' kútfőtől viszi a' teremtés' folyamát végnélkűl.

Azonban minden kettős lényben, a' kettőnek egyesületével mindenik fél szorosabban vonattva a' másiktól, eredetéhez viszsza-vágyra ébred: a' bel-napi 's ősi fő-rész a' durvábbtól mind válva el, finomabbal marad, 's a' kevésbé tartott salak viszsza esik; és tóvább az új finomban is a' főrész még finomabbat érlelvén, a' durvább újra viszsza hull—'s ez ismételttettvén végnélkűl, mind finomulò de elnem enyésző testülettel mind inkább vonòdunk a' bel-naphoz, 's edjmáshoz, de mindig külön maradva. —

3. Ezen a' 2-dik fő pontról szollo (12 dik §) hoz tartozik a' *Hit-tan*: áldanddók, valakik a' hideg zivatarok közt kétségbe-esett árván bujdosónak, a' mindenek felett jó Atyát megmutatták. —

4. De hogy a' fönnebb említett hítvirágai, inkább és szebben nyíljanak, 's itt és a' jövő életben meghozzák a' mit igérnek; még itt meg kell tenni, a' mit csak lehet: a' fenn írtt vágyak' lehetségigi teljesítésével nyílik a' menny—: *Plátó* azt mondotta, hogy a' *Mathesis nyitja fel a' belső szemet az eredeti szépnek* (*az Istennek*) *látására*—'s *Jézus* azt teszi hozzá, *Boldogok a' tiszta szívüek, mert azok meglátják az Istent*; soha szebbet 's igazabbat nem mondott senki. De az első is igaz annyiban; hogy a' mathesisi esmerettel néző mindenütt a' meddig el-ér, feneketlen mélységü bölcsességet talái - (edj csepp vizet lehet a' világ tengeréhez, edj gyertyát a' naphoz hasonlítani, de Newtont ehhez nem lehet); 's minél tovább haladva, annál többb rendetlenséget látván rendé világosodni ki a' csak látszolag viszszás plánéták' módjára; mind inkább

sejti, hogy csak megérthetnők, minden ellenkezés hármoniába olvadna.

'S e' mellett a' *mathesis* ki is emelve ebből a' szűk honból, mintegy Jákob-lajtorját téve az égre fel, kioltja annak nap-gyertyáit, 's edj gondolattal mindent eltakaritva, a' világok' minden lármájától csendes szent éjjben, felsöbb világosságot gyujtva, visgálja a' mindenség' véghetlen helyét —; 's kincs-bánya nyilván eleibe ott a' hol a' kűl-világból semmi sincs, a' túli érzékek még itt fejtődni kezdenek. — Végre mintegy 2 dik teremtés-képpen viszszatéve a' világokat, meggyujtott lámpáikkal újra inditja —. Azután viszsza szállva a' főldre, a' legkisebbben is szintúgy találja meg a' láthatlan napot, mint a' nagy égben — 's mint edj ármádával menőnek külön ereje megoriásul — magasabb polczra elevenűl az élet; midőn a' minden szegletből mindenfelől edjmásra hatólag megszűnés nélkűl munkás erők közt, a' véghetlen egészhez tartozni érezzük magunkat, 's együtt lenni féreg.. angyal.. 's a' véghetetlen mindennel — 's együtt vitettni az egésznek nagy céljára, az örökkevalóság folyamában, az edjedűl változattlan maradó Felség' eleibe. —

Oh! de mind mondva is érezzük, hogy csak gyermekileg gyügyögtünk: a' legszentebb érzéseknek nincs is szava, 's a' mennyei mihelyt a' főldi légre kijön, elhal —. Tartsa a' belső templomban szentjeit, a' kinek van — 's mutassa tetteivel —. Szép volt, hogy a' *Jehova* nevet ritkán volt szabad kimondani — 's szép a' nemzeteket 's világunk' elváltt részeit egybefoglaló tenger-gyürünek gyémánt-feje *London' Vasárnapja*; innepi csend a' legmiveltebb nemzet' fővárossában —; korcsma, kártya, tánez, szin... házak zárvák, 's csak a' templomok 's a' házokban Bibliák nyitvák — 's ugyan ott *Newton Istent* emlitve, kalapot emelt 's edj kis innepi pauzát tartott. —

§. 13. Az alsóbb rangu szép: ***közvetlen*** vagy ***közvetve*** szép.

Közvetlen szep, a' mi bár valamely képvonással az eredetire mutat: akár a' szemet nyitva, akár lát-csőt adva, akár az élet' napja' levitelével fedve fel felsőbb ég' csillagait — akár a' szent fátyolan át-ható fényre emelve-ki az agyagból repesni a' kérub rokonok felé —.

Szükséges ez: részint irányunkat eszünkbe juttatni, részint arra eleveníteni; 's szükség a' léleknek jelen-szállása' alkalmatlanságai közűl ki-ki menni honi egébe, hogy lélekzetet véve új tűzzel száljon le főldi pályája' folytatására —

Legkisebb is ébreszthet túli világra: péld. a' kedvesseink' sirhalmán le 's fel intő fűszál — 's a' felette zöldellő fa' leveleibe érkező mintegy túlról súgo követ —. Hát az elfogyó szótárral néma szív' tolmálcsa a' mu'sika! mely a' megszületni nem tudó érzést ki-hozza — 's a' melynek némely *Mozárti* vagy *Háydni* szavára, a' túl-világ felé fordul a' lélek, mintha odavalò rokoni szòlítanák — 's mint mikor a' tavaszi napfényre olvad a' téli ablak, a' záro falak közűl szabad égre kivánkozik. —

A' szembe lángoló álgyuk is az edjmásra ontott romok közt, a' bánthatlan istenit ébresztik fel: a' legnyilvánosabb végességben születvén a' véghetlenség érzése —.

A' sors' mostoha ostroma, a' jó lelket edjetlen tanujával, villám-vezetős fellegvárba emeli, az honnan az egész világ ellen bátran, a' dűhös viharra csendesen néz le — mig a' titkos bűnnel kűl-fénybe zárkozott szív reszket az edjetlen tanu előtt. — Ez mind másokban keresi a' rútságát szépitő tükört; amaz magában istent és mennyet talál — 's minden boruját elmúló fellegzetnek nézi.. —

Jegyzés. Kívételt mutat; a' ki (mintha az volna a' természete) mint a' vercse a' vérző galamb felett, mást lenyomva érzi jól magát, 's csak akkor nyugtalan, ha alacson célját nem éri — 's gyengének gúnyolja azt a' kinek nem csak az fáj, ha mást bántani talál, hanem az is, ha valakit jótétel nélkűl bocsát-el: és így a' *rosznak lelki-esmérete jobbnak látszik.*

Drága öltözet ez a' test, 's nincs a' kin fel ne vétessék az árra; boldog a' ki csak főldiből fizet érte, 's a' ki a' lélek-árru fattyu portékák' piaczán meg nem csalódik —: nehéz feladat az élet — röviden világultt meg-szakadása a' uagy éjjnek — mintegy fekete hajak közűl piruló két arcczal — reggel rósa-szin remény' harmatjával várva a' napot, 's estve könnyel kisérve le —. Nincs a' ki magával számot vetve élete' estvéjén, a' nagy Biró képében ne büntesse a' minden törvényes bizonyság nélküli vádolttat, azon különös Forumon, a' hól vádló, biró, tanu, azonegy személy —; de bukhatáson alapul a' bíztos járás, 's az éretlenség mint a' páris-alma, mikor érik elpirúl a' nap előtt. — sőt a' meg-bánás' könnyei meny-csirájinak nevelő essője — a' tövises vad fának pedig egész koronájának le kell vágattni, hogy szeliddé olttassék; 's járuljon csak külső nyomorékság is a' belsőhez, ott az elvégzett pokoli kép —.

A' kínokat égi csend' mosolyjával szenvedett *mártyrok* vérökkel írva 's hősi halállal pecsételve hagyták-meg a' jó lelki esméretnek világ feletti hatalmát — 's mind azok, kik mikor azon országnak melyet Jézus kérni tanit, zászlója a' legnagyobb áldozatu életfáról az egen lobog, a' halál' rém-teli mezején belső kéjjel estek el —.

'S hát a' halhatlan 's az élők közt követöt hól találó *Lucretia*, a' kinek vére' nevelte a' gyermek Romát főld-kereksége' oriásává—'s az a' római nő, a' ki nem vihetvén a' tömlöczbe éhségre itéltt öreg atyjához eledelt, szoptatva táplálta — nem bel-templomi képek-é? csak kár, hogy eltörtt üvegek védlen hagyván, a' bel-hiányt aranyos rámák pótolják. —

Nincs a' miben inkább érczhetni nemességünket, mint mikor az erény' tisztaságáért, az igazságért 's a' mások boldogságáért áldozunk: jollehet az utobbinak szinte csak a' szülékben, különösőn az anyákban láthatni nyomát, a' kik magzatjaikat többnyire magoknál inkább, sőt néha annyira szeretik, hogy a' mint szokás mondani, meg-is eszik. —

Második parancs: *ne csinálj magadnak faragott képet*! valaki bálványt csinál akár gyermekéből, akár szeretőjéből — akár a' földalatti sárkánytól örzött kincsből—vagy akármit istenit az *Igazon*, *örök-szépen* és *Jón* kivűl; azt legelébb az ő bálvány-istene bünteti meg. —

Csak-ugyan az anyai érzést nem lehet a' legkisebb állatban is belső részvét nélkül látni — valami szent van abban — éghelyetes a' főldön. —

Közvetölegi szép, a' mi gyakorolja az eredeti széphez repeső belső szárnyakat, szoktatván szabadon mozogni a' felső sphaerákban (*belső gymnastika*): ilyen a' távoliaknak közel hozása, 's a' közelieknek hirtelen eltávitása. A' elsőhez tartozik a' legkülönbözőbbeknek észrevett hasonlatossága 's az ellenkezök' egysége, a' 2 dik a' hasonlókban különbséget mutatva a' közeliket mintegy eltávítja; sőt a' jelen-bájt vagy rémet tanít meszsze az idűbe elé 's hátra tenni —; mennyivel kevesebb vétek volna, ha csak edj *Commando-szonk* volna *Fordulj*! hogy látnók a' szembe bájlónak hát-nyomorékságát.—

Az ily gymnastikához tartozik *a' számi öszsze-illet*, ürben, idben, alakilag:, 's színi, hangi, 's más mozgásilag — a' lét-nem 's meg-értés' fokozata szerint — 's ezekhez járúl még az egész' minden részeinek bizonyos célra megfelelő egyezete..

§. 14. De a' fönnebb írt szépség' jogait bitólja azon világ' boszorkánya, kinek minden milliók udvarólnak: ámbroziával, 's üdvet súgó aeol-lantról jövő zefirek járják körűl —; hajnali 's esti piruló arczai közűl harmatozó szemekkel rogyog mint csillag az égről — 's onnan a' légen le a' legalsobb mélységekre szálva, mindenné át-változik; 's akár a' légben repűljön, akár a' jeges tengerben úszszon, akár a' földön nyű'sögjön, vagy mászszon, mindenütt lángba borult ima kiséri —; 's még a' növény-országon is mintegy árny-vagy álom-képűl átmenve, majd a' főldről báj-kapcsokkal fogodzva áll fel, 's nőé válva mosollyal nézi a' lenyirtt haj-erővel kezében, mig Sámsonnak szeme tolyatik —; vagy tapasztalatlanokkal két ró'sa-levélre örök vásári contractusokat irat — 's holtig kamatlanddó adosság levelet pecsételtet égő veres spanyol-viaszszal —; vagy Trojákat pusztitni szedi az almákat számtalan *Pári*soktól, kik közűl edjiknek sem adja *Urania* a' *Newton* almáját, melyről óltani is ritka kiván 's még ritkább foganik; minden csak a' másikról kivánván óltani, 's a' hajdoni fige-levelü almafáról; keresve az elveszett paradicsomot, 's az eset' keserü gyümőlcseit szedve — 's kerűlve a' viszszaadatott élet-fát, mely a' legnagyobb példával áldozatra hivú, 's pillanati lemondásért örök életetJ ád. —

Ugyan is az időnek bálványa, a'Minerva leg-nagyobb ellensége, minden igaz széphez nagy-hozi tüzet magának vévő Istennő: melynek tiszteletére füstőlnek a' jegek közzűl lángoló Hekla-oltárok, 's áldozatúl égnek a' legszebb remények. —

A' jelen báj, mint a' kö a' kisebb de közel főldre nem a' napra esik, egész jövendőt le-gyöz, 's ezen éjji fényű Sz. János-bogár a' láthatár' napját ki-oltja: de rövid vakságot tarthat; mert a' nap-fogyatkozás, 's a' kis éjji fény elmulnak, 's holtigi fogyatkozás maradhat. —

Semi sincs, a' mi az egész embert, kiben az ég felé emelt főnek a' főldhez közelebb szív alárendeltetett, úgy fel-fordítsa: az éjji világu változó hóld, apadó növő, sárgán esőt, pirosan szelet hozó, 's a' kebleket kifosztók' 's más tolvajok' lámpássa, írja az elsetétűltt kamarába edj regényes pillanat alatt a' leg-rútabbnak is minden Daguert meghaladó báj-képét; mennyei zene köszönti a' boldogság-hozott isten-nőt — lázbeteg szív veri a' taktust, 's az okosság, mint edj elrengetett gyermek, boldogul paúzál, mig a' nap a' szűz jegyet el-érvén, az *r* es holnapokra ébred-fel. —

A' ifjuság edj álomjáró, irtoztató meredekek szélein látva a' legszebb 's leg kevésbé telő álmokat —. Ha valaha angyal angyallal találkozik is; legmennyeibb kép a' főldőn: de idővel az is elhagyja báj-színét; vagy hogy megmaradjon a' szép, megosztozik az ég a' főlddel; 's az elvett fél' helyén fakadtt könny-forrással tartja holtig elevenen az eltüntt boldogság' emlék-virágait. —

De többnyire azon igen szép álmok a' szerelem' rövid poëzise' hoszszu prózájával telnek bé: azon megforditott paradicsommal, melyből kimenni nem szabad, 's melyben edjetlen a' szabad fa, mind tiltott a' többi, 's mindenik tiltott alatt kigyó van; az edjetlen szabad fán pedig a' 'királynejuk' sárkányi szabadság-koronával vigyáz árgusi szemekkel —

Rousseau azt mondja; hogy *ha minden úgy esmerné edjmást*, *a' milyen*, *nem volna szerelem a' földön*: ez minden szív-lángokat elhalaványithatna — bár különben is az olaj 's mécsbél rövid ideig tartva sőtétben hágy.

Lehet ugyan mint a' haldokló' napjait nyújtani; ritkitással újitva, 's mindég hagyva fenn, még el-is véve, hogy legyen mit ajándékozni: de a' szin-játéknak csak vége lesz; 's ha az első felvonás után vígnak néz is ki, kisértetesen változó jelenések jönek elé, 's a' pillanat' szülöttje pillanat' halottja lehet; edj tekintet, edj álom-látás, edj lehellet — 's csak a' tükörből a' Gratiák sugják béomló halmaik közűl a' szárnyas istenke' szabadulását — minden örömek' napja oriásuló árnyékokkal enyész — 's a' bú' éjje jön; de nem az, melynek mint edj-szép-szerecsen hőlgynek kltetszöbben rogyognak csillagai, hanem az a' fekete ború, melyre a' féltés rémitő villámokkal írja a' paradicsomból kiüzetés' sententiáját —. Ritka a' ki, ha ifjan a' képzeltt űdvét nem érthette el, nem örvend azután —: a' mint sz. Pál szerint nem képzeljük a' mennyet, úgy nem képzeli az ifju a' mennyen túli poklát. — De mindennek elrendeltetése van: a' szöllőtő karóhaz fogodzva, azt is (mint maga termésével fénylő) élő fává teszi — 's szépek a' koszorns anyák — 's az apa anya gyermek szép földi háromság ha a' gyermekek lélekben és testben épok, virág-pótló gyümölcs.

Azonban ideje is van mindennek: igen tul, meg itélni, igen innen, szánni való bolondság: az első kor' lázában semmit se számitó ész magával együtt többeket szerencsétlenűl dőjt-be az örvénybe —. Akármikor is érezze pedig valaki igen mennyben magát: vegye észre, hogy bű-báj-körben van; 's lépjék külebb — nagyobb hős, a' ki itt el tud futni, mint a' ki ellenséges táborral megy szembe.

'S bár az éjji bujdosónak, mikor a' zivatarra, két ablak (minden *jalous-gatter* nélkűl) teljes fénnyel béfogadólag sűt-ki — jutna eszébe, hogy benn oly ellenség lappang, mely edjedűl a' leg-számosabb tábor — 's minden kűlső és belső kincsétől megfosztja, 's holtigi bilincsbe veti. —

De hat-ezer évvel is ez elött úgy per'selődött el az esti lepke a' tűznél, akármint hajtsa el a' veszélyét látó —. 'S hiába mondják az ifjunak is: ne bîzd el magad! ne menj tovább — *nincs oly rút*, *hogy közel széppé*, *'s nincs oly szép*, *hogy közel rúttá ne válhassék*. — Hiába, intik: *nagy lejtő jön*, *köss kereket*! hogy a' *K* és *L* cimű veszelmes fogadókat elkerűlve, az edjedűl biztos *M* cimübe érj —: az első minden kárt hozó *K*ákkal kináló korcsma; a' második *L* éthéje az okosság' minden leczkéjének, meszszire vakitó fehér, 's benn a' legvakitobb fehér *L* korcsmáros edj báj-hanggal vegyűltt cseppel mindent elfelejtet az elfelejtetön kivűl; bár ezen *Léthé*nek is van mindég más *L* cimű *Léthéje*. — Tele mind a' kettő, vigsággal csengve; de nézd a' ki jövő nyomorékokat! A' *Minerva*, *Munka* és *Mérséklet* cimű 3 dikban innepi csend — a' főld a' küszöbnél viszsza vonul, hol a' Minerva' származása' módjára, törnek a' fők, hogy épet szűljenek — itt az igaz bú-felejtető

Lethe: a' vendégségek közt el-éhűltt lélek itt eledelt 's nektárt kap; 's szerény erő tartva a' cirkalmat, nem előre képzeltt hanem mindég kimért jelen sugárral írva, mindent megtehet a' mit akar, semmit se akarván a' mit nem tehet. De az időt elvesztőnek, ha a' századokat 0 a' öszszitő *szokási Codexnek* adóba fizetné is, nincs bémenetele; annyival kevésbé azon templom-tolvajnak, ki a' más' idejét vagy azért veszi el, hogy csak a' másét, vagy hogy a' magáét is semminek tartja. Itt az idő-fösvénység gyüjti a' kincset — fontoltt igérést, pontos telyesítéstparancsolva, 's kerűlését az oly igéretnek, mely nagyobb kötelesség' idejét venné el, sőt néha választani kényszeritne, vagy *Ananiás* lenni, vagy parolát szegni — sőt néha *kettös holtigi pokol, vagy rövidebb 's más nyíllal meggyogyulható szív-seb közt, tenni a' fájdalmas de tiszta választást* — 's az emberek közt csak annyi mulatást engedve, hogy Friedriknek a' ki azt mondotta, hogy csoda, ha valaki úgy vénűlhet meg, hogy ember- gyülölő ne legyen, szava ne ismétlődjék — 's csak annyit, hogy a' másnak hívés, melynélkűl izetlen az élet, el ne veszszen — tanítva, hogy magának se hidjen senki igen sokat, 's *hidjen másnak is a' mennyit csak lehet; kisebb vesztés, határig csalódni is, mint senkinek sem hinni — türjön mást-is, a' ki magát tűrni akarja — 's jók-is az emberek többnyire, mikor nincs hasznuk roszak lenni — 's mindenkor jók, a' mikor roszak nem lehetnek.* —

§. 15. Oh! bár annyi haszna lenne a' szerencsétlenségnek, hogy mást lehetne meg-óvni az által: de mindenik ugyanzon helyen dőlve fel, szintúgy hiába prédikáll a' jővő ifjuságnak — Sőt hová-tovább a' megérkezettnek kell az útra indulótól tanácsot hallgatni; 's hiába dugta-bé füleit Ullisses a' Syrenekre; most arra nyítják ki, 's a' tapasztalás' oráculuma' szavára dugják bé. — A' tisztelni való öregei *Spártának*, az öregeket tisztelt ifjakból lettek — De az V *dik* parancs deválválódott: köszönjék meg a' szűlék, ha gyermekeik a' hajdoni verést a' 2dik gyermeknek hálául viszsza nem adják. — Most nem kell a' szinpadon keresni *Leart*, *Moort*, hanem igen-is a' szinte csak ott találtato több erények közt a' hálát, éleszteni az áldozat' szünetlen oltott szent tüzét.— A' hálára számitó nevelő, nem méltó reá: a' hálátlan pedig méltó hogy a' gyermekek sárral hajgálják, 's a' hőlgyek jéghidegen taszitsák; mert jóltévőt, tanítót, lévő és leéndő szüléket hűt.

Azonban a' szülék' 's gyermekek közti számítás oly végetlen sor: melyben a' hála-fizetés lefelé, 's a' hálátlaoság felfelé foly.

§. 16. A' mi a' 3dik poutot illeti (§.10.); származik a' *cél-tan*, sőt *céli-út-mód-tan.* Mennyi próbak tétettek oly rendezésre, mely a' köz célra legegyenesebben vigyen: nagy fel-adat: mióta nyargalnak-szét a' *kitünés*, *gazdagság* 'sat. mint furiák, égő fáklyá-kkal poklot gyujtani a' keblekben-'s a' szélvészszel rohanó lángok, tengereken át-ölelik a' földet—. 'S mikor mehet ki a' *civilizátio*' cimeréből a' (mintegy eddigi kapuja a' kimiveltt országnak) földünket olyigen szerető, ezelőtt télben nyárban, most csak áloé módra virágzó fa, mely virágzás nélkűl még bővebben terem?

Dússág és koldusság! két hideg-sarok, a' mely körűl forgó anya síró családjával bújdosik— ánnyi ezer évek csak az aranybálványt örizték oly magas fellegvárban, hogy az inség' kiáltása fel ne halljék—mozdulatlan csillag áll felette, 's alatta minden téli nyűsgés közt a' belső élet' üt-ere áll — 's jégvirág koszoruzza az oriás halottat. —

Itt az edj, a' mit kercsztyén 's pogány együtt imád: mikor jön-el az a' Mozes, ki széttörje az arany-bálványt? hogy az igaz Istent imádva, az anyai mellről *Mi Atyánk*! induljon az égre.

§- 17. Minden pallérozott országban szebb meg szebb útakat csinálnak: de az Isten' országára még rosz az út; törés, dőlés könnyü — 's a' haladás nehéz.

A' legelső; hogy kevesebb vétek legyen; erre pedig a' kell 1*ben* hogy kevesebb 's csak az legyen vétek, a' mi a' fő céllal ellenkezik, ha szintén így sok erény-név bitorlás a' vétekkel cserébe jöne is. 2*dszor* hogy a' lehetségig *minél kevesebb kisértetbe vitessenek az emberek*, (a *Mi Atyánk*ban minden kérés méllé fogadás-tétel értettvén). 3*dszor* azon országra kell szemet nyitni, melynek jőtét kérjük: felnyitva az örökkévalóság' kép-tárát, 's a' minden kép' Eredetijére mutatva, a' kié vagyunk mindnyájon, 's a' ki maga is mindnyájunké.

§. 18. Nincs is már a' Kárpátnál a' világ' vége, a' mióta a' könnyűltt útazás megtestesíti az eddigi (inkább helyt álló mint göz-sebesen futó) legszebb útazást; mellyel a' századok' nagyjainak, mintegy útsza-sori neveikkel cimezett házaik nyitvák, mig mulatni tetszik, addig fogadni bé —; csak a' mostani göz-útazás is lelkesűljön ezen régi lassabb és sújosabbal. — Mind a' kettőre mútat, a' megavult alkotmányunkra jövő új idők' hajnala; midőn a' gazdagabb fél a' szegényebben kiván könnyíteni; 's a' köz tanulás is inkább kezd köz feladat lenni, hogy a' külön gyertya-körek helyibe edj nap világoljon mindennek. —

Hála azon honi Génniusoknak! kiket az ég adott századunknak; 's hála azok felett azon *atyai Uralkodónak*, kinek kormánya alatt életre jöhet, a' mivel az idő oly rég terhes, 's a' mi nélkűl az életnek csak neve a' földön. —

§. 19 Lassu haladás ugyan a' végcélra a' nagyobbnak látszó változás is: úgymint.

1*ben* az *ősiség' eltörlés*e, hogy minden bíztoson szerezhessen es bírhasson; csak edj lépés a' leg ősibb bírtoknak az Ádám apánkról maradtt főldnek bírására: csak úgy lehetne mindennek mindene, ha bizonyos értelembe senkinek külön semmije se volna, kivéve azon darab földet, melyen megnyugszik, 's a' melyet senki se perel. —

2*dszor* az *öszszités* is, (bár az osztályokkal 's házasság által és egyébként szerzett birtokokkal új igazítást kivánna) edj lépés azon felsőbb *additióra*, hol a' *summa nagyobb az addálttaknál:* alsóbb példa a' külön szőllőszemeknek hordói öszete; de felsőbb emelet, a' többekből együlttek' együlete. Minden égi test az övéit táplálja; 's a' föld sem oly tejetlen anya, hogy minden gyermekeit ki ne elégíthetné, ha az igen keveset-dolgozva igen sokat, 's az igen sokat dolgozva igen keveset evők, az igen sokjukat megcserélnék, egésség-pótlási nyereséggel: nyujtja keblét az anya a' felnyitó kezeknek; 's az egész főldőn tartományra menő barázdák, kertelések sat. hány éhezőt nem táplálnának? Bár az úr-asztali edj kenyér a' részesülőket edj erkőlcsi egészszé táplálná! melyet az eredethez közelebbi keresztyének melegebb szíve elevenítene: hogy a' mit a' számtalan kenyér nem tehetett, az 1 tegye a' csodát, a' világot elégítve ki —; mikor a' falu innepileg menne a' mezőre, 's a' kék boltról függő lámpás alatt mintegy templomban a' *mindennapi kenyeröket* tettel kérnék; mint a' teli holdan edj eleven folyam' hullámjai, rogyogva mozog a' mező — száll le az áldás — hálá-zene indul — 's ég és főld szembe mosolyognak — a' mikor nem dajkák által, hanem egyenesen a' forrásból táplálódnak az anya' gyermekei, 's az annyiszor vérzett mellen, annyi ezer év után kinyílik a' köz egésség' és szeretet' állandó ro'sája — mikor mindennek elege lesz, 's az annyi méreg' kútfeje a' gazdagság 's szegénység (két iker-nyomorék) magyarázást kiváno eszme leénd — 's annyi mesterkedés után a' pátriárkai ház-tartásra viszen az okosság és szív viszsza; melyből csak a' Kain' gyilka (fegyveres tárokká növe) tartatott vala meg, hogy a' mennydörgő éggel vetélkedő mezők téstvér-vér' záporát oncsák. —

De bár addig is (közelítő lépésűl), az egész mező edjbe olvasztva, együtt miveltetnék, ideig választott fő alatt: mindenki volt birtoka szerént adva a' munkát, 's kapva illető részét az osztanddóból —Sőt lehetnének tovább közelitve) köz tárak, köz asztalak, közkereskedés; sőt mezőnek kerteknek 's egész helység' épitésének tervezete 'sat.

3*dszor* A' mi a' szolgálatat illeti: *munka* és *mérséklet* a' jel-szó: 's minden rész az egésznek 's annak minden részeinek kölcsönösön szolgája, 's úgy és csak úgy lesz rész és egész, úr külön és együtt, mint a' test a' tagokkal. Bár a' világ' tituláris szótárában az edj köszönés volna igaz: de ritka a' ki nem edjedűl magának (roszul számitó rendszerint önhittkevély, nem alázatos)szolgája —pedig akaratja ellen is napszámosa 's leendő alázatos szolgája azon számos urainak, kik majd a' megnőtt vacsora-csengetyű' szavára érkezve, megnézik mit készített. —

Legnagyobb uraság, legtöbbnek szolgálhatni, 's szolgálni is —; 's legutolsò a' világtól külön' váltt, a' ki senki-másnak nem szolgál —Ki szolgál többnek, mint a cháosból született dicső nap? mely körűl viszont járnak az edjszersmind ön tengelyeik körűl fordulok. —

'S mint a' nap-systéma, az emberi test is oly fői egész, bár sokszor a' szív rosz tanácsos: 's valamint ebben esztelenűl kivánná a' láb a' szemtől, hogy tapodjon már ő is; szintúgy áttett szerepekkel egész nemzet századokig helyt nyü'sögne —; a' különbözök' jól rendeltt egysége, jól jádzott szép synphonia, —

Mutasson a' szem; 's a' mútatott útan menjen a' láb 'sat.; kölcsönösön pótolván a' tagok edjmás' szükségeit, még pedig a' lehetségig mindenik azt adva a' másiknak a' mi nélkűl ellehet, 's azt nyerve a' mire szüksége van. —

Igy a' kűlső életben is az edjik pénzt ád, a' másik csizmát, 's edjik főldet a' másik munkát: csak ha birtoka valakinek valamely főld, *biztosabb az ideigi egyezkedés*; különben magáénak szokva meg, növő méltatlankodással fognak érte szolgálni—; az egyezkedésre pedig (mint a' ki-üthető folyónak) szabályzás kell, viszsza élés lehetvén a' más' szükségével, 's *volenti non fit injuria* nem illvén erszényét a' tolvajnak átadòra. — A' kamatnak is korlátja van.

4dszer. De nem csak edjmásnak, hanem együtt is az egésznek (ugyan a' részekre viszsza térő) tökélyére fontolttan határzott terv szerint ki ne kivánna annál többet adni, mínél többje van? Söt ki ne volna kész a' béke' szent rendének védelmére vérét is oda adni, még pedig megválthatlanúl, ki vévén a' sinlőt, 's azt a' ki olyan szívet mint az ővé pénzen is vehet. —

Mindenki abból áldozzék, a' mit néki a' Gondviselés adott: két mivelenddő mező van, a' főld és az ég; 's mindeniket mivelni kell mindenkinek; de mindenkinek azt inkább, a' mire ereje több. Sárguljón az igazász a' gyertyánál, mikor a' napon pirúlt munkás pihen — 's világoljón ennek a' főldről ki a' felsőbb életre — 's búzdítsa azon templom' égre emelkedő tornya' építésére, mely egész nemünket együtt tartsa — nem csüggedve el a' még szaporodó különbőző nyelvekkel is.

5 *dszer*. A' mi a' nyelvet illeti: nyerés is van a' több nyelvben; mert akármely nyelv a' nemzeti géniusnak oly mive, melyhez képest akármely tudos csinálmány természet-majmi ángol kertész — 's nem csak szók tanulódnak a' nyelvvel, hanem oly eszmék ébrednek, melyeket más nyelre át-tenni éppen úgy nem lehet, mint ha edjik madár' nyelvét a' másikéra kellene fordítani. De másfelől edj köz nyelvben annyi nyerés volna, hogy a' szilárdabb gondolatokat áttehetve, a' finomabb színületek' vesztése számba se jőne, ha minden azon folyna, és jőne ki; a' mellett minden nemzet mivelhetvén külön a' maga házi nyelvét is: nem telnék a' rövid élet kúlcs-keresésben el, estve érkezve a' tan' temploma' ajtajához — ; most már az edj deák helyett mind többet kell tanúlni, midőn minden nemzet a' magáét kivánja a' többi felibe emelni. —

Csak az a' kérdés, melyik legyen az a' köz-nyelv? mesterséggel készitetthez remény bájoson lehet; kérdés, nem lélektelen kő-szobor lenne é? Élőnek kell azon nyelvnek lenni: az pedig holtból csak úgy lehet, ha a' leányokat tanítanák rá, hogy az anya' nyelve adja kisdedeinek elevenen által; a' most élők közzűl kellene a' legmiveltebbet választani, ha nem kivánván mindeník a' magáét választtattni, azon a' fokozaton állana, mint az ámerikaiak, kik gyűlölve az ángolt magát, nyelvét közzé tették. Mind a' szép' mind az igaz' mezején rendkivűli eredeti felsőségnek kell lenni valamely nemzet' munkájiban, hogy minden más, darabonti holdja legyen.

Azonban ez a' mostani külön-válás is az edjre vihető út lehet: midőn a' nemzetek' geniussainak külőn nevelt világosságaik edj nappá olvadhat öszve.

§. 20 Addig pedig ugyan ezen célra, a' most kezdő nyelv igyekezzék a' tanban a' dolog' értelmétől elfacsaró mú-szók helyett, minél inkább arra mútatókat csinálni—; 's másfelől a' melyekben a' tan' értelme nem nyér, 's a' más nyelveni neveket úgy is megkell tanulni, oknélkűl nem nevelni az úgy is elég nagy szótárt —

§. 21. Sz. az első kiadásban is, ('s annyival inkább ebben) a' képzeteket az elsőben eredőkből természetes párosulások által származtatva, úgy kivánta alkotni, hogy a' mathesis' tárgyai 's munkálatai mind csaknem kézzel fogható valók légyenek, 's a' tan' mostani állásával is megegyezőleg mindenütt bíztoson áljon a' rendszer; 's édjszersmind a' műszókat nem rabszolgailag forditotta, hogy sokszor egyebet sőt ellenkezőt kelljen érteni, hanem a' mennyire tehette, a' mint alkotta a' képzeteket, a' neveket is arra mútatólag adta, kivéve a' *mennyiséget*; eredetére mutato oly nevet nem találván, mely az értést ne nehezítse; ugyanis a' mennyiség az egyenlőségből 's részből (még pedig elválhatóból) eredvén (6.), *eggyi* vagy *eggyvény* csak az egyenlőségbőli eredetre mutatna, *eggyváli* igen különös volna; *űrény*, *üdény* csak az első példányokra mutatnának; *mekkora* annyi mint, *mi a' kora?* tehát *mi id?* vagy *mi üd?* és így röviden lehetne *míd* vagy *műd* az első kiadás szerint. Az abban 's a' *Tentamen*' első darabjában lévő szók (kivéve némelyeket péld. *rangjel*, *félrang* 's a t.) keveset változtak.

Eggy egyenlőt tészen, 's a' megkülönböztetésért légyen szabad *edj*nek *debreceni* ábéce szerint 1 et tenni; 's *egy* tegyen *idemet*: eggy oldalu △, nem edj-oldalu. *Bély* nota, *bélyzet* definitio (196..).

Válhatlan rész (1.) *válható darab* (2.).

Milység qualitas: onnan *milyezni*, *milyzet*, *milyzett*, *milyezvény* vagy *millvény* (196.).

A' szám bezárva mindenütt lapot jelent, ha §. nincs ott, 's Tent. teszi *Tentament*.

Nézti respectivum: *nézti egyenlőség* (2) *nézti mennyiség* (6.), *nézti helycím* (32). *Elvételi* (vagy elvéti) milyzet-pár; *téti* positivum, *tételleni* negativum (11.), *ellenje B*nek oppositum ipsius *B*.

Főmérték Unitas (15), *szám-edj* unum (5.) *Egész szám* numerus integer, *tört-edj* fractio vera (17.).

Functio közkép, vagy Györi szerint *függvény*). *Főbb munkálatok.*

Idképezés (10 és Tent.), *hozzá adás* (2), *elvétel* (10), *elvételi milyzés* (11 és 193), *számlálás* (4), *mérés* (8), *főmértékzés* az az *edji milyzés* (16 és 196), *tisztának tisztával eleggyé foglalása* (18), *méret-képezés*, *fő-méretképezés* (19), *összezés* additio, *pót-zás* subtractio' (13 és

14), *eggymérttezés* röviden *mérttezés* multiplicatio) (20); *párzás* (divisio), nemei *főmérttezés* és *mertékzés* (23); *láncz-párzás* (24), *eggypótzás*,(15)*eggypárzás*(35),'s onnan *eggypári-sorzás*, 's *eggypárzati* (röviden *eggypári*) sorzás (26); 's ezen aritmetika 's geometrica seriesek' öszvekötése által, *hely-cimzés* (röviden *cimzés*) az-az logarithm-adás, *cimesítés*, *cimesbbittés*, (elevatio) *cimtlenebbités* (röviden cimtlenítés) (radicis extractio) (27...). *Rendezés* 's különböző feltéti *rakatok* (115). A' *szám-írás* (numeratio), *öszve-számítás* (additio), *számi-kivonás*, *számi mérttezés*, *többezés*, *osztás*, *cimtlenzés* (radix húzás). (77 ... és 131). *Sorzás*, 's ezek közt a' *növet-sorzása* valamely közképnek (233.), a' *növet-íz-képezése*, *növet-képezése*, (differentiatio), *alképezése* (237.), 's a' növetízképnek, növetképnek, alképnek, *főképezése* (integratio) (239.).

Széj-becsezés (limes-keresés) (33 és 203.)

Kép-viselet-szabás (191.)

Főbb származatok és származtatók.

Téti-mid (positivum) '*s tételleni* (negativum) (11); *Összset* (summa) (13), *pót-zat* vagy *pót-társ* (differentia), *tett-öszszet* (minuendus) *pótlanddó* (subtrahendus), *b*re pótja *a* nak (differentia ipsius *a* a' *b*) (14), *szám* (4); *Eggy pót-zat* (arithm. prop.); *eggypóti sor* (15). *Méret* (fractio) (8); *eggyméret* (proportio), az-az ha a' méret-képek egyenlők (19). *Fő-mérték* (unitas) (15). *Főmértékzet*, mellyel minden a' számitásba jövő midnek valamelyik elvételi milyzettel párositott főmérték adatik (196); *tiszta* mid, *tétedjű* (reale), vagy *ellenedjü* (imaginarium) (16), 's a' kettő öszve-kötve *elegy mid* (18); *méret-kép*, *fő-méretkép* (19 és 20), *eggyméret* (proportio) (19), *eggymértt* vagy *mérttezet* (factum), *főmértt* az-az a' főmértékre nézve mértt, vagy *mérttező* (multiplicator), *tett mérték* vagy *mérttezenddő* (mutiplicandus), 's a' főmértt 's tett mérték *nemzők* (factores) (20)

Párzat (quotus); *b* re *párzott a*, vagy *b* re párja *a* nak (*b* divisum per *a*). Nemei a' párzatnak a' *főmérttezet*, 's *mértékzet* (23).

Eggypárzat (quotorum aequalitas), (25); nemei az *eggyfőmérttezet* (63.), *eggymértékzet* (44.)

Párzati lánez (fractio continua) (25). *Egyy párzati* (röviden *eggypári*) sor (26).

Elő-szám (numerus primus), *'s öszve-állott szám* (numerus compositus) (54.)

Az eggypóti 's egypári sorok' öszve kötéséből *helycim* röviden *cim* (logarithmus); *cimes* (numerus logarithmo respondens). *c* szer *cimesb a* nál, vagy *c szer cimzett a*, *c szer cimtlenzett* (röviden *c* szer *cimtlen*) *C*; (amaz *a* elevatum ad c, ez radix exponentis *c* ex *C*; *félszer czimzett C* vagy 2 *szer cimtlenzett* vagy 2 szer *cimtlen C* (radix qnadrata ex *C* 'sat. *cimtleni-jel* '(exponens radicalis), *cimalj* vagy *cimalap* (basis logarithmica), (113.) *Helycimző* (modulus)(27...és 31.'s 173). *Cimzeti jel* exp. pot.

Akármely sorból pedig *m* dik *öszeti* vagy *póti* vagy *mérttezeti* avvagy *párzati* 'sat. sorok (152.); 1, $\frac{v}{1}$, $\frac{v}{2}$, $\frac{v}{3}$ . . . ból első mérttezeti sor ħ v ≃ (v+)v (154). A' sorban a' *sór-íz* vagy *íz-kép* (terminus generalis), *sorjel* (exponens seriei),

Küzképből a' *növet-sor*, *növet-ízkép*, 's a' *növet-kép* (differentiale), *alkép* (coëfficiens differentialis); melyeknek maga a' közkép *főképe* (integrale) (233. 's 173) *Eggyértekű* (238).

Széj-becs mindenütt a' hol van (203..) *Rendezet* (permutatio) 's különbözö *rakatok* (115)

Hármas képviselet, melyben akármiféle mid az egyeni képviseletü számitás' teremébe léphet (191),

Űrtani szók (258).

Lep, *kűl* vagy *terj* (superficies) (259).

Lap vagy *ter* (planum) (260), tér horizontalét téve. *Egyen* (recta). *Eggyközi* (egyközű helyett). *Eggyközény terji* vagy *telji*, és *egyeni* vagy *egyébi* (262).

Tetény terji vagy *telji*.

A' *tetény* héányai a' *szög* közönien; mérttezéssel lesz a' *hasonló* közönien; a' szögnek a' *folyó alak*, ennek a' *görbe* 's az *ormi szög*, *fertáj* vagy *negyed szög*, *a' fertáji* vagy *negyedszögi* vagy *negyedi* (perpendicularis), 's ennek a' *szembeni kép* 's *űri egyenlőség* (263..)

Bizonyos *h* dik *fokzatbani érintés* (tactus ordinis *h* ti); *érintő* (tangens), *szinte-érő* (asymptota); *görbi sugár* (radius osculi vel curvedinis); *érintény* a' tangens' bizonyos mennyisége; *érinti-aly* (subtangens); *sugárzány* (normal), *sugár-alj* (subnormal). (264).

Kigyózat (punctum flexus).

Hegyzet (cuspis)

Közép-pontozat vagy *lefejlődő* (evoluta), *sugárzat* vagy *fejlet* (evolvens) (265...)

Kettéző (diameter).

Fő-útak (abscisae), *al-útak* (ordinatae) 214., *csúp* (conus), *csúp-szelet* (conica sectio). *Gyülpont* (focus). A' csúp-szeletnek nemei, a' *két-karú*, *visszsza-térő*, 's *négy karú*: de mint sok egyébnek régi neveiket, mint más nemzetek, megtarthatjuk. Több nevei vannak a' Tentamenben.

Alj (basis), *iv*, *húr* is értettnek.

Béfogok (catheti), *átfogó* (hypotenusa), *átló* (diagonalis)·

Negyedszögény (röviden *negyedény*); *terji* vagy *telji* (268.).

Terj-láb szelet, *telj-láb-szelet* 'sat..(97.)
Négyög vagy *négyeg* (quadratum).
Végtáv, *kezdet-táv*, *középpont-táv* vagy *pót-végtáv* (sinus rectus, sinus versus. cosinus) (180).

Erő-tani szók. (271..)

Megszűnő erő.
Eggykénti mozgás (uniformis), *folytoni erő*, *eggyként sebesült* vagy *lassult* (unif. accel. ret.)
Nyúgpontos mozony (vectis közönien).
Függély (verticalis).
Súj-pont (272; 300; 307).
Ingati közép, *forgási hatály* (308).

Jegyek' magyarázatja.

$>$ $<$ különbsége $\trianglerighteq$ $\trianglelefteq$ től (13.); 's $\pm$ $-$nek $+$ $-$ tól (11); $\approx$ $\frown$ *a* (33).
Egyenlőség' jegyei $\doteqdot$, ⌶, ($\doteq$, $=$), ($=$, $)=$, $=($ (2; 9; 10; 28; 32; 205); $\stackrel{\circ}{=}$ (238). $(A)x$, $\dot{x}$, $\dot{y}$, $(a)m\dot{x}$, $(a)x$, (232); lg. lag, £g (32); $\widehat{v}$ $\widehat{p}$ (139). ♀ a' 32 lapon, ♄ *v*, ☾ *v*, ☽ *v* (154 lapon); ☾, ☽, ☽ (a' 165 lapon). ‖ és ⊥ esmertt jegyek; az első parallelt, a' 2 dik pedig perpendicularist teszen.
. . . *m* annyit teszen; mint . 1. 2. 3 . . . *m*.

Észre vett hibák' igazítása.

Lap.	Hiba.	Igazítás.
3	lehet ⌶ *q*	lehet *Q* ⌶ *q*.
6	de az Arcoléi	: de az Arcoléi
13 fölülről 10-dik rendben	is	és
14	jégyen	légyen
16 ra lásd		a' 193 és 324 lapokat

Lap.	Hiba.	Igazítás.
18 a' 2ik jegyz.		
4 r.	kimaradt	ha csak az a' kérdés, hány?
20 II után 2r.	10	*10
21	méretképben;	méretképben,
23	tett-eggymétrt	tett-eggymértt
24 alolrol 9r.	főmértékzés	főmérttezés
28 al. 4-dik r.	eleibe	*Jegyeik ezek.*
32 al. 14 r.	a^c szer	a^c c szer
34	$Z(=a^{\frac{n}{m}}$	$Z(= a^{\frac{n}{\mu}}$
38	lineával	lineázóval
	h.H.h	*h.H.a*
54 § 53 2r.	$\frac{a'}{a}$	$\frac{a}{a'}$
6r.	$\frac{na'}{na'}$	$\frac{na}{na'}$
57 6r.	n	a
60 és 61	$n-r$	$-(n-r)$ Lásd Tartal.
62	$6\mu+1$	$6\mu\pm1$
64	röviden v nek	röviden v' nek
75 alolrul	N	n
9 's 10 r.	n	N
76 9r.	(:)	(69)
10r.	;	:
alolrol 2 r.	főmértteztettvén	mértékeztettvén
78 al. 4 r.	jobb	bal
al. 6 's10 r.	balra	jobbra
79 *f.* 4 r.	jobbra	balra
f. 3 r.	balra	jobbra
84 § 82ben	a' pontok lefelé	letörlendők
89	473 25.4	473.25.4
103	(.B	.(B
104	nem 2—társi	nemz-társi
106 Jegyz.	az öszszet 1	az öszszet *s*

Lap.		Hiba.	Igazítás.
108		széj-cse	széj-becse
113	5r.	$p^4=$	$p^4(=$
	6r.	$y^{2.4})=$	$y^{2.4}(=$
123	10r.	sorfőnek	fő sornak
130	al. 9r.	$ae_m^{\frac{m}{}} = a$	$ae^{\frac{m}{m}} = ae$
131		$\sqrt[2]{N}$	$(\sqrt[2]{N})$
138	§ 114 4r.	xx	XX
141	6r.	lalamely	lamely
142	§120	♀ $\frac{1}{3}\widehat{p}^{*}\alpha(=$	♀ $\frac{1}{3}\widehat{p}^{*}\alpha(=)$
144	§123 1r.	$a^b. a^c (=)$	$a^b . a^c =)$
145	9r.	$E:E$	$E:E'$
151	5r.	r, d, h	r, h
16		$k+\omega \ldots \frac{(k+\omega)^3}{3}$	$(k+\omega) \ldots \frac{(k+\omega)^3}{3}$
164	al. 7r.	$(☾v)^3-(☽v)^3$	$(2☾v)^2-(2☽v)^3$
171	14r.	$1+px+p.$	$1+px$
	15r.	$\frac{(p-1)x^2}{2}$	$\frac{p.(p-1)x^2}{2}$
177	al. 12r.	$\sqrt[c]{C}$	$\sqrt[c]{C}$, 'sx(=log C;
182	9r.	yja	Yja
183	3r.	yja	Yja
185	al. 2r.	y sinu	y^* sin u (Lásd XLII 's 354.)
186		vagy y sinu	vagy y^*sinu
193	10r.	fejeziki	fejezni ki
228	al. 9r.	x	z
231	1r.	$z^3:2$	$z^3:3$
257	1r.	dlg	dlgy
265		eritény	érintény
268	7r.	páratlan	páros

Lap.	Hiba.	Igazítás.
XXI 7r.	terj	telj
alolrúl 6r.	b	𝔅
269 3r.	b	𝔅
279 2r.	𝔉𝔖𝔥𝔉	𝔉𝔖𝔥𝔍
285	IV	V
286	V	IV
299re		Lásd 326..

A' ♂, ♃, ♄, ♀ fölebb kifelejtett jegyekre lásd 237.., 326.

Az észre nem vett (hihetőleg sokkal több) hibákat a' kegyes olvasó, megértve a' rendszert, 's a' dolgon menve, maga is igazíthatja. Több írási hibák péld. lejendő, tejendő 'sat. kisebb szerűek; 's némely hibák a' Tartalomban is igazitvák.

A' 185 dik lapon, a' fenn álló 's vizfektü nyolczas alakoknak ott a' rövidségért elhagyatott okadata következő 3 's 4 dik képpel.

Légyen a' képben, q ✠ negyedkör, 's n ✠ egész szám, 's u legyen $= nq + u'$, 's $u' + v = q$; (mind u' mind v ✠ íveket téve).

Ha $n = 0$; $\sin u = \cos v$, 's $\cos u = \sin v$
$n = 1$; $\sin u = \sin v$, 's $\cos u = -\cos v$
$n = 2$; $\sin u = -\cos v$, 's $\cos u = -\sin v$
$n = 3$; $\sin u = -\sin v$, 's $\cos u = \cos v$

'S így tovább akárhányszor $4q$ adódik az n elébbi becseihez. 'S a' mint u nő 0 tól q ig, v apad q tol 0 ig: tehát $\sin u$ azalatt nő 0 tol 1 ig, 's $\cos u$ apad 1től 0 ig: 's az első q ban $\sin u$ ✠ 's $\cos u$ is ✠; a' 2 dik q ban $\sin u$ ✠, $\cos u$ —; a' 3 dik q ban $\sin u$ —, 's $\cos u$ is —, a' 4 dik q ban $\sin u$ —, $\cos u$ ✠.

Tehát csak azt kell megmutatni: hogy az első q ban $\mathfrak{pi} = \cos \mathfrak{p'p''}$, 's $\mathfrak{pb} = \sin \mathfrak{p'p''}$.

Látszik; hogy $\mathfrak{pip}$'s $\mathfrak{pbc}$ fél-köri szögek: tehát $\mathfrak{p'i} \llcorner \mathfrak{pp''}$, 's $\mathfrak{cb} \llcorner \mathfrak{pp''}$; és így $\mathfrak{pi} = \cos u$'s $\mathfrak{pb} = \sin u$. Azonban $\sin u' = \cos v$, 's $\cos u' = \sin v$.

Azután látott hibák.

A' 34dik lapon $\frac{\mu+1}{\mu}$ elött $\frac{1}{\mu}$ helyibe $\frac{\mu}{\mu} = 1$ kell.

A' 299-dik lapon $\dot{x}\sqrt{(2:x)}$ helyett $(\dot{x}\sqrt{2}):x$.
A' 354 dik lapon — (☽)^2 helyett — (☽ u)^2 kell.
A' XVI lap. 6 dik rend. *tan* helyett *tanu*
XXXIII *nyelre* helyett *nyelyre*
XXXVIII *héányai* helyett *léányai*.

Jegyzés. 1. A' 299 dik lapon (mint megmondatott, el kellett volna maradni (326 szerint) g nek: ugyan is a' cycloist író kör (*circulus genitor*) sugara közönien 1 nek vétettvén, lesz a' növetképe úgymint $i = (\dot{x}\sqrt{2}):x$, 's a' $y-x$ en szabadon esettnek végsebessége $2\sqrt{(y-x)}$ (az említett kör-sugár vétettvén 1 nek); 's végre $\pi:\sqrt{2}$ a' származat; mely is a' mennyidje 1 nek, annyidja a' keresett id azon id-főmértéknek, mely az úti főmérték 's annál fogva sebességi főmérték által meghatároztatik.

Más kérdés: mikor a' munkálat származatának a' főmérték' változásátoli függése vi'sgáltatik (*Tentam*).

2. A' 28 's 31 lapokon származó potentiákra nézve megjegyzendő: hogy arra az indiai szám-írás mutathatott; a' mennyiben . . . 1 1 1, 1 1 1 . . . ben ha 10 helyett röviden *a* iratik, lesz az edjes helyet nem számlálva az első helynek balra *a*, a' 2 diknak *aa* 'sat. a' becse; 's önként jön, a' felső végnélküli eggypári sor alá a' helymutato eggypóti sort is 2 felé végnélkűl kinyujtani; 's lesz

. . . . *aaa*, *aa*, *a*, 1, 1:*a*, 1:*aa* . . . .
. . . . 3, 2, 1, 0, —1, —2 . . . .

az holott szembe ötlik: hogy a' felső sor' akármely 2 ízei' mérttezetének alatta, az azok alatti eggypóti sor-ízek' összete áll; 's nem csak a' párzásra is alkalmaztattatik, hanem ha az eggypóti sorban 1 helyett *d* tétettvén ... $2d$, d, 0, —d, —$2d$... lesz, akkor is úgy van, 's látszik, hogy 1nek helye 0 szor akkora mint az *a* helye, 'sat.

Innen edj gondolat: hogy *a* és *d* akármit tehessenek, *sorfőnek* neveztettvén *a* az eggypáriban, *d* az eggypótiban; 's hogy mind a' két sorban minden két közelebbi íz közé úgy tétessék *m* számu íz, hogy a' felső sor eggypárinak 's az ízenként megfelelő alsó eggypótinak maradjanak; s még további lépés: hogy nem csak bizonyos állandó *a* neki megfelelő állandó *d*vel tétessenek; hanem mind *a* mind *d* tétedjű légyen, még pedig a' tétedjüek részéről; 's alkottassék az ellenedjüek' részéről is ilyen sorpár ellenedjü sorfőkkel, hogy *a*, *d*, $^*p$, $^*q$ tiszta és ✠ midek legyenek a' fők a' 4 sorban. Tulajdonképpen mind a' 4 sorfő (105 's 184) határoztatik meg: mikor oly *q* találtatik, hogy ♄ $^*q = ^*1$, és akármely $^*i$ íze legyen a' legalsó eggypóti sornak, ♄ $^*i$ a' felette álló ízet adja meg, ha ^{*1} tétetik sorfőnek; akkor önkényt jővén legfelső sorfőnek is ♄ *d* t venni; hogy akármely helycim *h* legyen, ♄ *h* az *h*nak cimesse legyen: sőt az edjszerüségért $d = 1$ nek tétettvén, születik a' *természetesnek mondott alkotvány*, melynek alapja ♄ $1 = e$.

De ezen meghatározásig is lehet közönien szólani: csak az *unum*, *numerus*, *unitas* 's minden az itt alkotott képzetek szerint érttessenek; péld. B^k ne egyebet tegyen, hanem csak azt a' minek *k*szor akkora a' helycime mint a' *B* helycime; a' helycimen az első edjszerübb képben is a' felső íz alatt állót, 's általán (28 és 31 sz.) értve.

A' szók közűl kimaradt *féret* közneve terjnek és teljnek. A' 183 dik lapon al. 3 dik r. ♄ $^*n$ helyett ♄ $(\surd,—1.u)$ érttessék a' más lapon.

Köz gyökere (a' tartalom szerint) az idtan' és ürtan' élőfájinak, melyeknek közföldе az id és ür.

§. 1. Az elme az elibe terjesztetteket szemlélve; el-von, öszve tesz, hasonlit 's rendel: környét a' lehetségig át-látandó, 's minden különbözőket egyitendő. A' jelen célra származnak következő eszmék.

§. 2. *Elvonás által* ered a' *rész*, és a' *semmi*: ha oly *a* vonatik gondolattal *A*ból el, a' mi *A*ból magáboli, 's nem *A*; mondatik *a* az *A részének*, 's *A* az *a*ra nézt *egésznek*. Ha pedig a' gondolatba tett *A*, ugyan onnan elvonatik: *semmi se* (röviden *semmi*) maradni mondatik (tulajdonképpen *A*ra nézve); 's ezen gondolati képzetbe, melyből *A* kizáratott, nem is bocsáttatik egyéb bé, mig nyilván nem mondatik. Jegye 0, neve *zéro*. Csupa semmi, az-az hogy semmi se legyen valóban, lehetlen: *nézti semmi* pedig (péld. üres erszény, sőt fő vagy szív) valóban is van.

—*Jegyzés* 1. Ha *a* olyan része *A*nak, hogy azt elvonás által ugyan lehet gondolat' tárgyává tenni, de *A*ból gondolattal se lehet úgy elvenni, hogy ott ne maradjon: az ilyen *rész elválhatlannak* mondatik. Péld. idpont, vagy pontok az idben, ürpont, vagy pontok a' lineában, 's ez a' terjben, 's ez is az ürben - - -
—2. Ha *a*nak bizonyos része *r*, *b*nek bizonyos részével ugyanazon: ezen *r* mondatik *a* és *b közösének*.
—3. Ha *a* is *b* is része *A*nak, 's *a* és *b* együtt ma-

ga az *A*; és vagy nincs *a*nak 's *b*nek közösük: vagy a' mi közösük van, az, elválhatlanja *a*nak is *b*nek is: mondatik *a* is *b* is *A*nak *darabjának*.
—4. Ha *A* olyan, hogy akármely ilyen *a* darabnak a' másik *b*vel közösük van: *szakadatlannak* mondatik.

§. 3. *Öszvetétel által* lesz a' *hozzáadás' munkálatja:* ha 0haz adódni mondatik *β*, és *β* nem 0; érttessék a' § 2-beli képzetbe *β* bé bocsátattni; ha pedig *β*haz (akár 0 legyen *β* akár nem) adódni mondatik 0, érttessék semmi se adódni; 's igy mind az elébbi mind az utóbbi esetben *β* vétessék származatul.

Ha pedig sem *α* sem *β* nem 0, 's valamelyikhez adódni mondatik a' másik: vétessék az származatnak, a' mi *α*n kivül még *β*t tartja magában, 's csupán *α* és *β*ból áll.

. *A* meg *B* tegye azon munkálat' származatát, ha *A*hoz *B* adódik.

§ 4. *Hasonlítás 's elvonás által* lessz az *egyenlőség*: ha *A*t *B*től, a' helytől megválva, megkülönböztetni nem lehet; *A egyenlőnek* mondatik *B*hez. Péld. akármit magától megkülönböztetni nem lehet; idpontot idponttól, óra' kezdetét a' végétől, ürpontot ürponttól, bizonyos idet bizonyos idtől 'sat. helytől elvonva megkülönböztetni nem lehet.

Jegye $A \doteq B$.

Nézti egyenlőség: mikor *A* és *B* bizonyos valamire nézt (egyebet elvonva a' gondolatban) meg nem különböztethető. Péld. 1 ezüst huszas egyenlő 50 réz krajczárhoz, arra nézve, a' mit azért és ezért adnak.

§. 5. Ezen nézti egyenlőségnek nevezetes neme a' *darabi egyenlőség* is: mely szerint ha nem is $Q \doteq q$, lehet arra nézve egyenlő, hogy darab darabhoz egyenlő, elvonattva darabnak darabhozi állása, következő módon.

Ha A, B --- közül mindenik, darabja Qnak, 's a, b--- közül mindenik, darabja $q$nak; 's $A \doteq a$, $B \doteq b$--- mind rendre, mig az elébbi rendben az utolsó az utóbbi rendbeni utolsóhaz $\doteq$; 's sem Qből sem $q$ból nem marad semmi fenn: akkor Q *darabként egyenlőnek* mondatik $q$haz,

Jegye lehet $Q \mathrel{\overline{\perp}} q$.

—*Jegyzés*, Ezen jegy' értelme következőképpen szélesittetik ki. Ha sem az elébbi sem az utóbbi rendben utolsó nincs, de akármely a darabja legyen Qnak, ugylehet mind az elébbi mind az utóbbi sort alkotni, hogy mind a' mi Qből kimarad, $a$nak darabjához, mind az a' mi $q$ból kimarad $a$nak darabjához $\doteq$ legyen: akkor is mondatik Q az q haz *darabként egyenlőnek*; az elébbi esetben *végesnek*, az utobbiban *végetlennek* mondattván a' *darabi egyenlőség*. És már $Q \mathrel{\overline{\perp}} q$ azt tegye, hogy Q vagy $\doteq q$, vagy Q és q közt véges avvagy végetlen darabi egyenlőség vagyon. Még ezután következik a' $\equiv$ jegy.

Péld. Két $\triangle$'ugyan azon egyközük közt, ha aljaik egyenlők, egymásból kirakható; 's meglehet mutatni, hogy akármely körre nézve van oly négyeg, melyből az úgy kirakható, hogy akármi kicsi a adódjék meg, a' körből is 's a' négyegből is kisebb marad fenn: amaz véges, ez végetlen darabi egyenlőség. A' hol lehet, mindenütt végest kell mutatni.

§ 6. *Öszvetétel által* az egyenlőségből 's *o* ból a' hozzáadás munkájával, ered a' *szám*, és a' *számlálás' munkálatja.*

Ha *u* akármit tévén, elébb *o* tétetik, azután *o* meg *u*, 's mindenikhez mely kijőn, megint *u* adódik; 's *v*vel is ugyan ez vitetik végbe; és a' következő kép szerint az *u* sorában *o* tétetik elől, 's a' *v* sorában is *o* tétetik elől, az elébbi *o*nak megfelelőleg; 's az *u* sorában *o* után következő *u*nak felel meg a' *v* sorában *o* után következő *v*; 's az akármely után következőnek az *u* sorában, felel meg az amannak a' *v* sorában megfelelő után következő, 'e szerint

o, *u*, *u* meg *u*, *u* meg *u* meg *u*, ---

o, *v*, *v* meg *v*, *v* meg *v* meg *v*, ---

Mind az alsó mind a' felső sornak akármely íze *számnak* neveztetik; a' felsőben *u*ra az alsóban *v* re nézve, még pedig a' felső sorban mindenik, külön névvel különböztetik meg, 's mindeniknek az alsó sorban is ugyanazon név adatik, a' mi a' néki megfelelőnek adatott, azzal a' különbséggel, hogy a' felsőben *u*ra az alsóban *v* re nezve mondatik. Tudni illik *o* mondatik *o* nevü számnak *u*ra nézve, 's *o* nevü számnak *v* re nézve is, *u* pedig 1 nevü számnak *u*ra 's *v*, 1 nevü számnak *v*re nézve, *u* meg *u*, 2 nevü számnak *u*ra 's *v* meg *v* 2 nevü, számnak *v*re nézve 'sat. - Röviden pedig, ha *n* számnevet teszen, *n* nevü szám *u*ra nézve mondatik *nu*nak, 's *n* nevü szám *v*re nézve mondatik *nv*nek.

Az *u* szintugy *v* neveztetik *számedjnek* (unum), az alábbi *unitástól* megkülönböztetenddő.

A' számlálás' munkája' származata pedig igy kérdezttetik: hány *u*? hány *v*? 's a' felelet, ha a' kérdés a' legelsőről van, *ou*, vagy *ov*, azaz 1 sem; ha az azutániról van, 1*u* vagy 1*v* 'sat---

*Több u*nak mondatik az 1 *u* után akármely *u*ra nézti szám, ha *u* nem *o*.

—*Jegyzés* 1. Szükséges az alábbiakra nézve meg jegyezni: hogy ha *u* nem *o*, *o* nem lehet más nevü szám *u*ra nézve csak *o* nevü; de ha *o*nak tétetik *v*, mindenik szám *v*re nézve *o* lesz (§ 3.); tehát *o* csak *o* nevü szám lehet nem *o*ra nézve, 's akármely nevü szám lehet *o*ra nézve.

2. 'S az is megjegyzenddő: hogy a' szám az itt adott képzet szerint lehet nem mennyiség is a' mindjárt következő értelemben; hanem ha bizonyos elvonás által tétetik azzá.

3. A' szám' származása után több kérdések támadnak: melyek közül szembe ötlöbbek ezek:

Ha *n* és *N* számnevek, *nu* meg *Nu* hány *u*? legyen *Mu* (számnevet tévén *M*).

Továbbá *Mu*ra hány *u* pótolja ki *nu*t?

'S hátha *U*=*nu*, *NU* hány *u*? legyen *mu* (*m* szám nevet tévén). 'S ha *mu* teszen *NU*t, *U* hány *u*? És ha *U* teszen *nu*t, *mu* hány *U*? Mely két utobbi közül, az elsőben *m*ből 's *N*ből kerestetik *n*, az utobbiban *m*ből 's *n*ből *N*.

Péld. Ha 6 húszas teszen 2 forintot, 1 forint hány húszas? 's ha 1 forint teszen 3 huszast, 6 huszas hány forint?

Látszik: hogy ezek a' közönséges négy Spécies' feladatai.

§ 7. *A' rész és egyenlőség' leánya a' mennyiség*, valaminek akármely két darabja' öszvehasonlitása által: ha *A*nak vagy nincs darabja, vagy akármely *a* és *b* darabjai olyanok, hogy *a* vagy maga vagy valamely darabja $\doteq$ vagy *b*hez magához vagy valamely darabjához; úgy *A mennyiségnek* mondatik.

—Péld. Az id (vagy üd), ür, gömbnek hengernek külje, a' ter (vagy lap, tér horizontale planumot téve), az egyen, kör, srófliuea, idpont, idpontok, ürpont, ürpontok, a' zeró, 's azonegy nemüek (szorosan véve) akármint tétettve öszve, mint azonegy sugaru kör' ívdarabjaiból akármint alkotott egész, nem különben egyenekből 'sat.

Jegyzés. Zerònak 's az idpontnak, szintúgy az ürpontnak nincs darabja. Az idpont annyira nem semmi, hogy az idből mindig csak idpont van, 's soha kettő együtt nincs; mozgás benne nem lehet de az Arcoléi hid' hőse, 's az észak' fagyhozó lángjai, vagy a' Niagara' vízomlása, csak idpontban fogva fel, maradhatnak a' vásznan.

§ 8. A' nem-mennyiség is, elvonás által lehet *nézti mennyiség:* ha (t. i.) általa olyan határoztatik meg, a' mi mennyiség; úgy az, *erre nézve mennyiségnek* mondatik.

—Péld. Akármely görbe linea azon egyenre nézve, melynek vége soha elnem éretik ugyan, de akárminél inkább közelittethetik, ha a' görbének edjik végétől a' másikig egymásután következő húrjai, azon egyen edjik végétől a' másikig egymásután tétettnekle, 's minden ív' végei egymáshoz mind közelebb vétettnek. Igy akármely görbéket, ha nem mennyiségek is, mint néztieket, lehet egymáshoz 's az egyénhez hasonlítani, hogy melyik mennyivel nagyobb 'sat. Különben két különböző sugaru körröl se lehet mondani, hogy edjik nagyobb a' másiknál, mint mindjárt kimutatja a' *nagyobb'* képzete. Minden lepet (vagy terjet) is hasonlòlag lehet lapra vonni; mikor a' nézti mennyiségről mint mennyiségről van szó, mindig az érttessék, a' mire nézt az mennyiség. Megjegyzenddő: hogy a' *quadratura circuli* feladata, a' kör által az elébbi módon meghatározott egyen' végének, tehát egy pontnak megadása, még pedig bizonyos számu kör-irás 's egyenvonás által.

§' 9. *B* mennyiséghez járulván *A*, az egyenlőség' eszméje által származik a' *nagyobb* és *kisebb*, és az *egyféle* mennyiségek, (quant. *homogeneae*) képzete; 's a' szám' eszméje által a' *mérés' munkálatja*. Ugyan is

1-ör Az elébbi azt a' kérdést támasztja: hogy *B* egyenlő-é *A*hoz? 's ha nem az, van-é oly darabja *A*nak, mely $=$ *B*? 's ha van, mi van még *A*ban az irtt darabon feljül? Ha van, akkor *A* *nagyobbnak* mondatik *B*nél, 's *B kisebbnek* *A*nál, $A > B$, vagy $B < A$val jegyeztettve; 's *A* az irtt darabon feljülivel *meghaladni* mondatik *B*t; 's azon mennyiségek, melyek közül akármelyik, ugyan azok közül akármely máshoz, vagy egyenlő, vagy nagyobb vagy kisebb nála, *eggyféléknek* mondattnak. Egyen és terj nem ilyenek; 2 sing 's 10 ől ilyenek.

2-or A' szám' eszméje által az a' kérdés támad: hogy szám-é *B* az *A*ra nézve? 's ha az, micsoda nevü? 's ha nem, nincs-é oly 3-dik *u*, melyre nézt *B* is *A* is szám legyen? 's ha van, micsoda nevü szám *B*, 's mi nevü szám *A* azon egy *u*ra nézt? Akármely oly *u* találtassék, melyre nézt *B* is *A* is szám legyen (akár legyen szám *B* az *A*ra nézt, akár nem), ha megtudatik, mi nevü szám *B*, 's mi nevü szám *A* azonegy számedjre nézve: *B* az *A*ra 's *A* a' *B*re nézt *megmérettetteknek* mondattnak; 's akármelyik vétetik á' másikra nézt méretettnek, amaz *mérttnek* 's ez *mértéknek*, 's a' munka származata *méretnek* mondattnak. Ezen származat pedig következőképpen jelenttetik ki: képviseljenek 3 és 2 akármely számneveket, 's *B* legyen 3*u* és *A* legyen 2 *u*; ekkor ha *B* mérettetik *A*ra nézt (vagy röviden *A*val), a' származat többként kérdeztettvén; ha ugy kérdezttetik, hogy *B mennyidje* (vagy hányadja) *A*nak? vagy *B micsoda mérete* Anak? (az az a' *mértt a' mértéknek*), a' felelet az, hogy 3 *kettőde* (nem 3 kettőd része); 's ha ugy kérdezttetik, hogy *milyen mértt B* az *A*ra nézt, felelet 3 *kettőd*. Sőt ha *A* csak 1 nevü szám *u* ra nézve azaz 1*u*; akkor *B* az *A*nak 3 edjede 's ha *B* az *u*ra nézt *o* nevü szám, 's *A* pedig 2 *u*, akkor *B* az *A*nak *o* kettőde.

—*Jegyzés*. De kiterjeszttetik a' mérés' munkája azon esetre is, a' mikor nincs oly *u*, melyre nézt *B* is *A* is szám legyen, következőképpen Legyenek u, u', u'' - - - oly számedjek, hogy mindenik a' megelőzőnek fele legyen; 's legyenek u, u', u'' --- és m, m', m'' --- számnevek; 's legyen $\omega < u$, $\omega' < u'$, $\omega'' < u''$ ---, 's légyen *A* a' mérték, melyre nézt *B* legyen a' mértt; és

A legyen *mu*, 's ez *m'u'*, 's ez *m''u''* legyen --- *B* legyen *nu* meg *ω*, 's ez *n'u'* meg *ω'*, 's ez *m''u''* meg *ω''* --- Ekkor arra a' kérdésre, hogy mennyidje *B* az *A*nak? a' felelet: *n* (*m*)ede, közelebb *n'* (*m'*) ede, *n''* (*m''*) ede, --- de úgy hogy *A*nak *n* (*m*)ede $<$ *B* $<$ *A*nak *n'* meg 1 (*m'*) edénél 's *A*nak n' (*m'*)ede $<$ *B* $<$ *A*nak *n''* meg 1 (*m''*)edénél — — — — — — — — — — — —

Hogy milyen mértt *B* az *A*ra nézt? éppen az a' felelet, csak hogy *ede* helyett *ed* mondatik.

Ilyenkor *B* és *A* *öszvemérhetleneknek* mondattnak: 's a' mérés' munkája soha se végződhetik bé; de végnélkül folyhat, 's akármely megadottnál kisebb maradhat *B*ből fenn. Ilyen a' négyeg oldala és átlója, 's számtalan mások.

2. Alább bizonyos milyzetek támadván, melyekkel a' mennyiségek öszvekötettnek: a' mérés' képe azokra is kifog terjesztettni.

3. A' mérés tör'sök anyja sarkalatos ezután származandó id és ürtani képzeteknek és munkálatoknak.

§ 10. Oly 2 mennyiségek jöhetvén elé, melyeket hogy egyenlők-é, 's ha nem, melyik mennyivel nagyobb a' másiknál, oly tisztán átlátni nem lehet, mint két idet, vagy egyent; önként jőn, minden mennyiséget ily képre vonni, (melynek lehetsége (Tent.) megmutattatik), 's következő képzetet alkotni.

Ha *A* ⌶ *A'*, *B* ⌶ *B'*, *C* ⌶ *C'*, --- 's *A'*, *B'*, *C'* --- közül akármely kettő vétessék, példl. *A'* és *C'*; *A'* vagy $\doteq$ *C'*, vagy valamelyik $\doteq$ a' másiknak darabjához: akkor *A*, *B*, *C* --- *idképre* (vagy *egyenképre*) *vonttaknak* mondattnak, vagy röviden *idi* vagy *üdi* avvagy *egyeni mennyisé-*

geknek. *A'* idképre vagy egyenképre vontt *A* 'sat. $A \doteq B$ azt teszi, hogy $A' \doteq B'$.

Jegyzés. Az Arithmetika a' mennyiséget idképre (vagy egyenképre) vonttan veszi által: azért üdi (vagy idi) vagy egyeni mennyiség-tan, röviden idi vagy *idtan*(az elébbi értelemben). Ide mutat az ürtanban a' mérnökök'láb-ujj..szelete.

§. 11. A' *nagyobb és kisebb' képzetéből, elvonás által* lessz az *elvétel' munkája:* ha (t. i.) A $\doteq$ vagy $<B$; 's *A*hoz $\doteq$ gondoltatik *B*ből el. Szokássá vált, ugy mondani, hogy *A* vétetik *B* ből el (jól érttendő). A' munka' származatának vétetik az a' mi marad *B*ből az elvétel után, mely ha $A \doteq B$, akkor zéró.

Gyökere az id-tan' előfájának (a' tartalom szerint).

§ 12. Az elébbinek megforditásával az a' kérdés támad: mennyi az a' nagyobbikból, a' mit a' kisebből elvenni nem lehet? péld. ha ezer forintot kell exequalni, 's csak száz van miből; kilenczszáz marad elvétettlen.

Innen az elvétel' munkája kiterjesztetik ezen esetre is; és akár $A \doteq B$, akár $A < B$, akár $A > B$, ha *A lehetségig elvétettni* mondatik *B*ből: a' munka' származatának vétessék a' két első esetben az a' mi *B*ből marad, miután *A* belőle egészen elvétetett, az utobbi esetben pedig azon része *A*nak, mely miután *B*hez $\doteq$ része vétetett *B*ből el, elvétettlen marad.

§ 13. Az elvétel' munkálatjából, ha valamely mennyiség *lehetségig elvejendőnek* tétetik, 's a' másik pedig annak, melyből azon elvétel legyēn, származik az *elvételi milyzet-pár:* bizonyos mennyiség az elvejendőség' milységével, másik azzal kötettvén öszve, hogy belőle légyen az elvétel; melyért is ezen *milyzés elvételinek* (röviden *elvétinek*) neveztetik.

Mondassék az, melyből az elvétel essék, *tétinek* (mintegy bizonyos célra tettnek gondoltattva), 's a' másik *tételleninek*; jegye lehetvén amannak ✠ ennek —; 's járuljon még ezen milyzéshez következő határozás.

1-ör. Akármely *a* mennyiség légyen, mikor az mondatik, hogy *a tételleninek tétetik*, értessék az: hogy valamikor téti mennyiséggel, péld. ✠ βval *öszszeztettni* mondatik, vétessék *a* lehetségig el βból; 's vétessék származatnak az a' mi marad, tétileg ha téti βből maradott, 's tétellenileg ha tételleni *a*ból maradott; az utobbi maradék azután is (az eléjöhető öszszezés' esetére) tételleninek tartattván.

2or. Ha *A* téti mennyiség, 's *B* tételleninek tétetik: *A* és tételleni *B ellenieknek* mondassanak; 's ha $A = B$, ugy *A* és tételleni *B* közül akármelyik a' másnak *ellenjének* mondassék.

3or. Akármely betü tehetvén akármely mennyiséget akármely milyzettel; $+\ a$ annyit tegyen mint *a*; de $-\ a$ ellenjét tegye annak, a' mit *a* teszen: péld. ha $a = 2$, akkor $-a = -2$, 's ha $a = -2$, akkor $-a = ✠ 2$, azaz 2; mert a' számi kifejezetnek, ha milyzete nem emlittetik, + milyzetünek érttetik.

4-er. A' téti 's tételleni mennyiségek, elvonás által adják a' +ot és —ot; úgymint ha a' téti gondoltatik el, *téti zéro*, 's ha a' tételleni gondoltatik el, *tételleni zéro* maradni mondatik.

§ 14. Innen az *ellenieki' szélesebb képzete* ered: ugymint ha *M* és *m* oly milyzetek, hogy bizonyos *f* feltét alatt, ha *A* tétetik *M* milyzettel, 's *B* pedig *m* milyzettel; a' származat *o* azon esetben ha $A = B$, más esetben pedig a' származat azon csupa *M* milyzetü, vagy csupa *m* milyzetü, a' mi ha nem volna, *o* lenne a' származat: akkor az *M*mel milyzett *A* 's az *m*mel milyzett *B ellenieknek* mondattnak (*f feltét alatt*); 's itt is valamelyik milyzet bizonyos célra vivőnek gondoltathatván, 's a' másik azelleninek, az előbbi nevek 's jegyek megmaradhatnak; sőt lehetne bizonyos esetekben *céli* 's *cételleni*eknek is mondani.

Péld. Bizonyos végetlen egyenen, a' jobbfelőli haladás vétethetik +nak, 's a' balfelőli —nak; 's *f* feltét az lehet, hogy bizonyos *a* ponttól kezdve mozogván bizonyos pont az emlitett egyenen, jobbra, balra; származatnak a' mozgott pont' utolsó helyének *a*tol jobbra vagy balra lett haladása vétessék. Igy ha a' pont jobbra ment 2 ölet 's balra 3 ölet: nyilván ha balra 1 öl nem volna, *o* volna a' származat; 's most éppen ezen balrai 1 öl a' származat, ennyire lévén balra a' mozgott pont. Szintugy egy végetlen laptól egy pontnak felfeléi távozása +nak, 's lefelé —nak, 's származatnak a' laptól utoljárai fel vagy lefeléi távja vétetthetik. Van más képzete is az elleniéknek (Tent).

Jegyzés. A' $>$ és $<$ a' milyzettől elvonva érttessék; szabad lévén ezen jegyzetet $\gtrdot$ és $\lessdot$ is felvenni: melyszerint 1 ncm $>$ *o*, 's —1 ncm $<$*o*, mert (§ 11) nem illik reá; hanem 1 $\gtrdot$ *o*, 's —1 $\gtrdot$ —3, de —3 $>$ 2. Tudniillik ezen ---—3, —2, —1, *o*, 1, 2, 3--- sorban, mindenik íz érttessék akármely jobbra utána lévőnél $\lessdot$nek (szóval *kevesebbnek*); *o*n tul $\lessdot$ és $<$ együtt vannak.

§ 15. Az elébbi szerint *milyzett mennyiségek öszvetétel által* szülik az *összszezés* munkálatját; melynek származata *összszezetnek* (röviden *öszszetnek*) mondatik.

Öszszeztetni mondattnak *a* és *b*; ha

Mikor *a* és *b* közül edjik se *o*, 's *a* és *b* elleniek; *f* feltét alatt az emlitett módon vétetik a' származat; 's ezen eseten kivül, a' hozzáadás munkája (§ 3.) vitetik *a*val 's *b*vel végbe, azzal a' határozással; hogy a' származat, vagy számilag gondolttassék, hogy mennyidje valaminek; vagy id (avvagy egyen) képileg gondolttassék, mintha edjik egyennek kinyujtásába utánna tétettnék a' másik; mely új egyen a' kettőnek öszszete, ha számilag kifejezve nem tudatnék is.

Jegyzés. 1. Akárhánynak öszszetének akármely *k*vali öszszete; azoknak *k*val együtti *összszetének* mondatik.

2. 'S megjegyzenddő még: hogy majd még bizonyos milyzet-pár támadván, az öszszet bizonyos értelemben szélesebb értelmet nyér.

3. Akárhánynak öszszete akármely renddel azonegy öszszetet ád (Tent).

§ 16. Mennyiségek' öszszete jegyeztetik következőképpen: ha *A*, *B*--- közül mindenik, az írtt módon akárhogy milyzett mennyiséget teszen, 's +, — jegyek közül valamelyik van mindenik után mely nem utolsó: az egész jegyzet tegye az utoljára kijövő öszszetetet, ha elébb az elsőnek 's utána következőnek öszszete vétetik, 's minden új öszszetnek a' következő mennyiséggeli öszete vétetik, mig az utolsóvali öszszet ki jőn; mindenik az *A*, *B*--- közül úgy vétettve (ezen öszszezésben) a' milyenné azt az elötte lévő + vagy — jegy határozza; az első elött akár + jégyen, akár ne legyen semmi, ugyan azt teszi. $A+B-C$ mondatthatik így ki. *A* meg *B* 's *ellen C;* úgy hogy ezután *A* meg *B* annyit tegyen, mint $A+B$, 's $+B=B$.

§ 17. Az öszszezésnek leánya a' *pót-zás*: úgymint miután *A*ból 's *B*ből kerestetett oly *S*, hogy $A+B=S$ legyen: kérdés támad, a' három közül akármely más kettőből keresni a' 3-dikat; péld *S*ből mint feltett öszszetből 's *A*ból, keresni *A*nak azon társát, mellyel öszszezve *S* jöjjön öszszetnek.

Ezen munkálat neveztethetik *pót-társazásnak* (röviden *pót-zásnak*), 's *S tett öszszettnek*, *A* pedig *pótlandónak* (vagy *pót-zandónak*), 's *B póttársnak* (röviden *pótnak*). *Differentia ipsius A ab S* mondatthatik *S*re pót-társa (röviden *pótja*) *A*nak, vagy *S*re *pót-zatt A*, a' pót-zás' munkájának, ha *S*re pót-zatik *A*, származatát értve.

Jegyzés. *A*nak pòtja *S*re nyilván *S—A*, mert *A*val öszszezve *S—A=S*

§ 18. Két pót-zásból (az egyenlőség' hozzájárultával) ered *az eggypót-zat*: ha az elsőnek pótja a' 2-dikra egyenlő a' 3-nak 4-rei pótjához. A' 2-dik pedig, ha egyenlő a' 3-dikhaz, *eggy póti középnek* mondatik.

§ 19. Több eggypòt-zat leánya az *eggypóti sor*: ha (t. i.) mindenik íz eggypóti közép a' megelőző 's következő között. Mindenik sor-iznek a' következőrei pót-társa *sorjelnek* neveztetik, még pedig *eggypóti sor-jelnek.*

Jegyzés. A' gondolat számtalan más törvénynyel folyható sorokra, 's más nemü sorjelekre mehet: melyről alább.

§ 20. Többeknek azonegyre nézti méréséből származik a' *köz* vagy *főmérték;* 's az erre nézti mérés mondatik *főmértékinek.*

Arra menvén a' gondolat; hogy minden öszszezhetőkre nézve bizonyos közmérték állittassék meg, *melyet a' mérés' származata' mondásában említeni se keljen*; *akármely más mértékre nézti mérést is meghagyván*, *a' mérték' megemlítésével*: azon közmérték, mint más mértékek közül (bár szabadon) választott, de azután, mig nyilván nem változtatik, megtarttandó, mondassék *főmértéknek* (*Unitas*), mely a' *számedjtől* (*Unum*) (l. 5) megkülönbözttetendő.

Ezen főmérték pedig oly változatlan tarttassék (mig nyilván egyéb nem mondatik); hogy péld. ha az egyenek' főmértékének tétetik bizonyos egyen *E*, ez még más egyenlővel se cseréltessék fel, csakhogy ugyanazon *E* kötetthetik akár téti akár tételleni milyzettel öszve; de *mind* ✠ *E*nek *mind* — *E*nek főmértéke ✠ *E legyen.*

— *Jegyzés* 1. Mikor valamely számnév számedj nélkül, vagy valamely méret mérték nélkül említtetik: az első esetben számedjnek, a' másodikban mértéknek a' főmérték érttetik. Péld. Ha 2 láb tétetik főmértéknek; ekkor 3 teszen 1 ölet; 's 3 kettőd teszi 2 lábnak 3 kettődét, az az másfél singet; ugyanez egyszersmind az ölnek 1 kettőde; amaz' főmértéki, ez másra nézti méretése ugyan azonnak.

2. A' főmérték által ered az *elvontt mennyiség* is: a' midőn több különbféle mennyiségek is egyenlők lehetnek arra nézve, hogy mindenik ugyanannyidja a' maga főmértékének; mely is neme a' nézti egyenlőségnek.

3. A' főmérték adja az alább irandó módot a' számitás egyszeritésére: a' midőn akármely különbféléket mind egyeni képviselők által lehet a' számitásba bévinni.

Ugyan ezt lehet tenni, az elébbi szerint a' főmértékek által minden a' számitásba jövőket elvontt mennyiségekké tévén: 's ez is elég tiszta lehet az öszszemérhetés esetében; amaz az öszszemérhetlenség' esetében is világoson határzott.

4. A' főmérték adja az úgynevezett *realet* és *imaginariumat* is: ha (t. i.) téti főmérték adatik valamely mennyiségnek, mondassék *tétetedjűnek* (*reale*), ha ellenedjü főmérték adatik, mondassék *ellenedjünek* (imaginarium). És ez megint *új milyzet-pár,* melyet lehet *edjinek* mondani: mely szerint *két milyzet-pár* leszsz; az *elvételi* 's az *edji.*

5. A' főmérték szolgál alapul (a' főmértéki

mérés által) az alább származandó *eggymértte-zés*, *párzás*, *cimesbités*, *cimtlenbités*, *cimzés* munkálatainak.

6. A' főmértékből ered az úgynevezett *fractio vera* (*törtedj*), a' mi kisebb a' főmértéknél, *'s a' numerus integer*, az-az a' mi szám a' fő mértékre nézve: péld. ha 1 öl a' főmérték, 2 sing tört edj, 1 öl, 2 öl -- egész számok.

§ 21. Minden a' számitásba vitt mennyiség köttessék (célszerint) *az öszszezésre nézve téti vagy tételleni milyzettel* öszve; 's az eléjőhető *főmértéki mérésre nézve adassék* néki (célszerint) vagy *téti* vagy *tételleni főmérték*: és igy minden a' számitásba vitt mennyiség két milyzettel bírónak vétessék; a' téti mennyiség, vagy téti vagy tételleni főmértékkel, 's a' tételleni is, vagy téti vagy tételleni főmértékkel.

Jegyzés 1. A' milyzet-adás' szabályairól alább lejéud.

2. Az igy milyzetteknek mind főmértéki mind egyébre nézti mérésök' szélesült képzete' mindjárt alább szabályoztatik.

§ 22. A' különbözőleg milyzett mennyiségek' eredetével, az öszszet' fölebbi (13) képzete szélesül annyiban: hogy a' tétedjüek' öszszete az ellenedjüek' öszszetével, mindenik külön tartattva, köttetik öszve.

Ezen öszvekötésnek 's öszve nem elegyitésnek oka az: hogy az ész a' különbözőket is öszvefoglalva, egy szabály alá vetni szereti; de az eléjöhető főmértéki mérésre nézve öszvezavarni ezeket nem lehet.

Az ellenedjü mennyiség, 's szintúgy a' tétedjü, *tiszta mennyiségnek*; a' tétedjü pedig ellenedjüvel kötve öszve *elegymennyiségnek* mondattnak.

Jegyzés 1. Az ellenedjü mennyiség megkülönböztethetnék veres tentával: itt jegyeztessék a' mennyiség jegye elibe tett * al.

Péld. 2 + *3 tegyen tétedjü 2 töt öszvekötve ellenedjü 3 al.

2. A' főmértéki mérés' esetén kivül (melyről mindjárt) akár téti akár tételleni főmérték adassék ennek, vagy annak, mind öszve lehet számitni(* Péld. ha 20 forintom van, 's tetszik 17 nek belöle téti 's 3 nak tételleni főmértéket adni: leszsz 17 + *3 forintom, mely csak annyi forint mint az elött: de nem mindegy ha főmértéki mérés kivántatik; ugyan-is az ész a' feladathoz képest a' legedjszerübb megfejtésre törekedvén, a' szerint adja a' főmértéket, 's rendeli a' munkálatokat; vagy maga adja fel, hogy ha ez vagy amaz főmérték adatik, bizonyos munkálatok' származata mi lejénd?

§ 23. Ugyan az emlitett módon milyzett mennyiségek eredetével, a' fölebb (9) irtt mérés képzete kiterjeszttetik a' milyzetekre is; hogy a' mértt a' mértékre nézve még inkább meghatározttassék. Az esetek következendők:

1-ször Mikor tiszta tisztával mérődik.

2-szor Mikor elegy mérődik tisztával;

3-szor Mikor tiszta avvagy elegy mérődik elegygyel.

De mindenik eset, tisztának tisztávali méréseire fog szakgattattni: a' tisztának tisztávali

(* főmértéktől válttan.

mérésében pedig következő 3 kérdésekre tett feleletek vétettnek a' munka' származatának

I. *Mennyidje a' mértt a' mértéknek?* (*a' milyszetet nem véve fel*).

II. A' *mértt a' mértékkel eggymilyszetüé az elvéti milyszetre nézt? vagy nem?*

Feleletül iródik II után: *Eggy* vagy *Nem*,

III. A' *mértt a' mértékkel eggymilyszetü-é az edji milyzetre nézt? vagy nem?*

Feleletül iródik III. után *Eggy* vagy *Nem* 'S ezen lefelé irtt I, II, III utáni feleletek együtt, *a' mérttnek a' mértékre nézti méretképének* neveztettnek: 's ha a' mérték a' főmérték; úgy a' méretkép *a' mértt' főméretképének*, 's *a' mérés főmértékinek* mondatik.

Tisztának tisztávali mérése e' szerint világos: a' más két eset' méretképe alább szabályoztatik.

§ 24. *Két mérésnek 's az egyenlőségnek leánya az eggyméret*: (u. m.) ha 2 és 3 akármely számneveket képviselve, $B \doteq 3u$, $A = 2u$, és $D = 3v$, $C = 2v$; tehát *B* mérettvén *A*ra nézt 's *D* mérettvén *C*re nézt, arra a' kérdésre, micsoda mérete a' mértt a' mértéknek? 3 kettőde (tehát ugyanazon) a' felelet; akkor *A*ra *nézt B* 's *C*re *nézt D eggyméret* (úgy értve, hogy *mérettvén egyenlő méret* jőn ki). Mondathatik úgy is ki, *A*nak *B annyidja mint C*nek *D*.

Szélesebb értelemben mondatik *A*ra *nézt B* 's *C*re *nézt D eggyméretnek*: ha mérettvén *B* az *A*ra nézt 's *D* a' *C*re nézt, *egyenlő méretképek* jőnek ki.

Példa. Akár — 2 mérődjék 3ra nézt, akár *10 mérődjék —*15re nézt; egyenlők a' méretképek, melyek az I, II, III utáni feleletekbe kijőnek. Ugymint

I. 2 *harmada:* melly is az első kérdésrei felelet, midőn a' milyzettől elvonva, 2 az 3nak, 's 10 a' 15nek 2 harmada:

II. *Nem:* midőn —2 és 3 's szintúgy + 10 és — *15 nem eggy elvéti milyzetüek.

III. *Eggy:* midőn —2 és 3 szintúgy *10 és — *15 eggy edji milyzetüek.

Tehát —2 az 3ra 's *10 az — *15re nézt eggyméret.

Jegyzés. Mikor ábrázatban vagy egyébben *proportio* mondatik: az inkább *számi öszszillet* vagy *számi egyezet.*

§. 25. *Az eggyméretnek és a' főmértéki mérésnek* leánya az '*eggymérttezés*' mukálatja: ha (t. i.) *K*nak *k*ra nézti méretképe, *q*nak főméretképével azonegy: *K* az *k*ra *nézt* *q*val *eggymérttnek* mondatik, az-az olyan mérttnek *k*ra nézt, a' milyen mértt *q* (mikor is a' mérték nem emlitettvén, a' főmérték érttetik mértéknek).

A' munka neveztetik *eggymérttezésnek* (röviden '*mérttezésnek*; a' midőn *k*nak mint feltett mértéknek (röviden *tett mértéknek*) *olyan mértt adatik, a' milyen mértt q* (a' főmértékre nézt értve, melyért is *főmérttnek* mondatik).

A' főmértt *q* mondathatik *mérttezőnek* is, 's a' tett mérték *mérttezendőnek* is; *eggymérttezőt* 's *eggymérttezendőt* értve.

A' főmértt 's tettmérték köznévvel mondattnak *nemzőknek* vagy *szerzőknek*: a' melyek eggyütt nemzik vagy szerzik az eggymérttett.

Jegyzés. 1. Az *k*ra nézt *q*vali eggymértt, vagy *k* mérttezve *q*val, jegyezttetik $k.q$val; jobb volna a' pontot a' betük' magassága' közepére tenni: a' kimondása röviden *q*szer *k*, szabad lévén ezen azt érteni.

2. Ha *q* (péld.) 2 harmad; nyilván *k*nak 2 harmada az eggymértt: tehát *k*t mérttezni 2 harmaddal, 's *k*nak 2 harmadát venni azonegy.

3. Két törvény fog alább a' mondattakból következtettni: 1ben hogy ha a' nemzők eggyjegyüek a' + —ra nézt, + az eggymért' jegye, 's ha nem eggyjegyüek a' nemzők, — az eggymértt' jegye. 2dszor hogy a' nemzők, ha összezhetők, megcserélve is ugyanazon eggymérttet adják.

De egyik se lehetne közönséges törvény, ha *mikor a' tett mérték tétedjü, 's a' főmértt ellenedjü*, ezen esetre következő szabály nem állittattnék: hogy *ekkor a' tett mértekre nézti méretképben; a' II után ellenkező felelet legyen, mint a' főméretképben*, az az a' főmértt nek főmértékére nézti méretképében; *ezen kivűl pedig az eggymérttnek a' tettmértékre nézti méretképe a' főméretképhez egyenlő legyen;* és az eggymértt ezen kivétellel érttessék.

Példa. Légyen elébb $q = -{}^*4$, 's $k = 2$; azután legyen $q = 2$'s $k = -{}^*4$; ezen szabály nélkűl, az első esetben az eggymért ^{*8}, a' 2dikban $-{}^*8$ lenne, következő képek szerint.

Az első esetben $-{}^*4$nek főméretképe (az az ő' főmértékére —1re nézti méretképe, 's szintúgy ^{*8}nak 2re nézti méretképe bal felől:

's a' 2dik esetben, 2nek főméretképe, 's —* 8nak —* 4re nézti méretképe jobb felől

I. 4edjede	I· 2edjede.
II. Eggy	II Eggy.
III. Nem	III. Eggy.

Az írtt szabály szerint pedig leszsz bal felől —* 4nek főméretképe (tehát az ő' főmértékére —1re nézti); 's jobb felől —* 8nak 2re nézti így.

I. 4 egyede	- - - -	I. 4 edjede.
II. Eggy.	- - - -	II. Nem.
III Nem	- - - -	III. Nem.

Az hol a' szabály szerint II után ellenkezik a' felelet jobbra, a' balra lévő főmértéki méretképben II utáni felelettel; és —*8 2re nézt —*4 eli eggymérttnek, ezen kivétel' oda értésével mondatik (21); 's megcserélve is a' nemzőket, ugyan —* 8 az eggymértt: mert 2nek a' maga főmértékére 1re nézti méretképe egyenlő —* 8nak —* 4re nézti méretképéhez.

4. Ha *q* vagy *k* vagy mind a' kettő, akármely elegy mennyiség volna is: alább mind a' főméretkép, mind más nézti méretképek úgy fognak szabályoztattni; hogy lessz oly *K*, melynek *k*ra nézti méretképe egyenlő lejénd *q*nak főméretképéhez, az írtt kivételi szabály ott is megtartattván.

De a' nélkül is rövidebben kilehet itt mindjárt terjeszteni az eggymértt' képzetét így: ha *A*, *a* tétedjü, 's *B*, *b* ellenedjü mennyiségek, és *S* összete az *A*ra nézt *a*vali eggymérttnek, 's ugyan az *A*ra nézt *b*veli egyymérttnek, *s* pedig összete a' *B*re nézt *a*vali eggymérttnek 's ugyan a' *B*re nézt *b*veli eggymérttnek: mondassék *S* az *A*ranézt, s' *s* is a' *B*re nézt, 's *S*+*s* az *A*+*B*re nézt, *a*+*b*veli *eggymérttnek.*

§. 26. Az *eggymérttezés' leánya a' párzás'* munkálatja: ugyan is miután *q*bol 's *k*bol kerestetett *K*; önként jön a' 3 közűl akármely kettőből keresni a' 3dikat; tehát *K*ból mint feltett eggymértből 's edjik nemzőből ennek oly párját keresni, mellyel együtt *K* eggymérttet hozzák elé: azon nemző, melynek párja kerestetik, *párzandónak* mondathatik, vagy *fő-nemzőnek;* ennek társa pedig *nemztársnak* (vagy amaz' *párjának*), 's *K tetteggymétrtnek*; és a' munka *párzásnak*, 's a' származata *párzatnak* is mondathatik.

Ha q a' párzandó, 's K tett eggymértt; jegye a' származatnak $\frac{K}{q}$ vagy $K:q$, 's ha k a' párzandó, $\frac{K}{k}$ vagy $K:k$; amaz *K*ra párzott *q*nak, ez *K*ra párzott *k*nak mondattván.

A' két pont helyett jobb volna ⁝ vagy ⁏ az irási két ponttol lejendő különbségért.

Jegyzés. 1. Főlebb is, (§. 17) volt edj társ kereső munka: de ott *pót-társ* itt *nemző társ* kerestetik.

2. A' párzásnak két neme van: mikor a' tett mérték a' párzandó, 's a' főmértt kerestetik, ezen munkálat *főmérttezésnek* mondatik; 's mikor a' tett mérték kerestetik (a' főmértt tétettvén párzandónak) *mértékzésnek* neveztetik:

a' származat az elsőben *főmérttezetnek*, az utobbiban *mértékzetnek* mondattván.

A' főmérttezésben olyan *q* kerestetik, mely a' főmértékre nézve olyan mértt legyen, mint a' tetteggymértt *K* a' párzandó *k*ra nézve; a' mértékzésben pedig olyan *k* kerestetik; melyre nézt a' tetteggymértt *K* olyan mértt, a' milyen mértt a' párzandó *q* (ezt a' főmértékre nézt értve).

Tehát arra a' kérdésre, hogy *K* mennyidje *k*nak? *K*ra kell *k*t főmérttezni: (péld) 1 forint mennyidje 2 garasnak? 1 forintra mint tett eggymérttre kell főmérttezni 2 garast; 's a' főmértt 10 azt is mutatja, hánynak juthat 1 forintból 2 garas.

Arra a' kérdésre pedig, hogy *K* minek (péld) 2 harmada? 2 harmad mértékzendő tett eggymértt *K*ra. Igy ha 1 forintra mértékeztetik 3 edjed az az 3, kijön 20 xr. mely azt is kimutatja, hogy ha 1 forint 3 felé oszlik, edjiknek mennyi jut.

2. A' főmérttezésben csak az nézetik: hogy a' nemzőtárs milyen mértt a' főmértékre nézt.

3. Mikor ellenedjüre párzatik tétedjü, a' (21) szabály nélkül a' főmértékzés 's mértékzés ellenkező származatot adhatnának: péld. *8ra 2 főmérttezve —*4, mértékezve pedig *4 volna; mint a' mondottak szerént a' méretképek kimutatják; az emlitett szabály szerint pedig *8 : 2nek edjetlen beose *4.

§. 27. A' tetteggymérttre 's párzandóra tett párzása ugyanazonnak szüli a' *párzati lánczat*: ugyan is legyen $\alpha : \alpha'$, és mind mértékzés értettvén legyen.

$$\alpha : A = a \quad \text{és} \quad \alpha' : A = a' + \frac{\beta}{A}$$

$$\beta : B = b \qquad A : B = b' + \frac{\gamma}{B}$$

$$\gamma : C = c \qquad B : C = c' + \frac{\delta}{C}$$

. . . .

Megmutattatik, hogy

$$\frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{\alpha : A}{\alpha' : A} = \frac{a}{a' + \frac{\beta : B}{A : B}} = \frac{a}{a' + \frac{b}{b' + \frac{\gamma}{B}}}$$

$$\frac{a}{a' + \frac{b}{b' + \frac{\gamma : C}{B : C}}} = \frac{a}{a' + \frac{b}{b' + \frac{c}{c' + \frac{\delta}{C}}}}$$

. . . . . .

Ha $A = \alpha$, $B = \beta$, $C = \gamma \ldots$, lessz

$$\frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}}$$

. . . .

§. 28. Két párzásból az egyenlőség' hozzá járultával lessz az *eggypárzat*; ha $A : B = C : D$; es ha $B = C$, ez *eggypárzati középnek* mondatik.

Jegyzés. A' párzásnak két származatait, úgymint a' főmérttezetet és mértékzetet (23) meglehetne az otti jegyek által is különböztetni: mig minden különbféle mennyiségek is egyeni képviseletben jelenvén meg a' számítás' teremében, a' párzatnak edjetlen becse lejénd: jollehet addig is edjetlen, a' menyiben a' mértékzet, (bár a' főmérték szerint akármely kicsi vagy akármely nagy lehet), ugyanannyidja a' főmértékének mindég, mint a' főmérttezet (Tent).

De péld. mikor alább 1 forintnak 2 harmada =nak mondatik $\frac{2}{3}$ forint-hoz; nyilván 2 forintra mértékzett 3 érttetik.

Sőt az eggyméretnek is lehet az eggypárzattól megkülönböztető jegye; a' midőn nem minden eggypárzat eggyméret, 's nem minden eggyméret eggypárzat, az (21) szabály miatt.

Péld. Ha $A = 2u$, $B = 3u$; $C = 2v$, $D = 3v$ akkor *A*ra nézt *B* 's *C*re nézt *D* eggyméret, 's egyszersmind az *A*ra főmérttezett *B* 's a' *C*re főmérttezett *D* is, 2 harmad (főmértékre nézt), akármit tegyenek *u* és *v*; mértékezve pedig ha *A* linea, linea, 's ha *C* pénz, pénz jön ki

Azonban 20ra nézt *5, 's * 8ra nézt 2, eggyméret: de 20ra párzott *5nek edjetlen becse —*4, akár főmértteztessék *5, akár mértékeztessék; *8ra párzott 2nek pedig ezen becse csak úgy jöneki, ha 2 a' *8ra az (21) szabaly nélkűl főmértteztetnék, mértékezve pedig mind szabály nélkűl, mind a' szabállyal akár mértékezve akár főmérttezve, *4 jönki.

2. Így ezen éggyméretben a' szélsők' eggymérttje sem = a' belsőkéhez; mely a' mint megmutattatik úgy van az eggypárzatban.

§. 29. Több edjmást követő eggypárzati középből ered az *eggypárzati sor* (röviden *eggypárisor*): ha *a*, *b*, *c*, *d*, - - sornak akármely íze eggypárzati közép, a' két szomszédja között. *Eggypárinak* mondathatik azért, mert könnyen megmutattatik, hogy mindeniknek azonegy a' nemző párja a' következőnek eléhozására; mely nemző társ *sorjelnek* mondatik, még pedig *eggypári sorjelnek*.

§. 30 Az *eggypári sor az eggypóti sorral öszve kötve*, szüli a' *cimesbités'*, *cimtlenbités'* és *cimzés'* munkálatait, következő módon; (elébb csak a' szorosabb, majd kiterjeszttendő értelemben).

Legyen az eggypári sor' jele x, 's az egypóti sor' jele $\frac{1}{\mu}$ (+ egész számot 's nem zérot téve μ); 's terjeszttessék ki mind a' két sor jobbra és balra végnélkűl; 's legyen az eggypáriban jobbra xtől kezdve μdik iz a, 's az eggypótiban ugyan jobbra $\frac{1}{\mu}$ től kezdve μ dik íz 1; 's neveztessék a az *eggypári sor' fejének*, 's 1 az *eggypóti sor' fejének*; az honnan mintegy kétfelé nyujtják elé és hátra karjaikat a' véghetlenbe; 's mondassék az eggypári sor a *fejünek*; és irassék az eggypári sorfő alá az eggypóti sorfő, tehát a alá 1; 's minden eggypári sorban jobbra következő îz alá irassék az eggypótiban jobbra következő íz, 's szintugy balra, hogy mindenik eggypóti soríz mintegy helyét mutassa a' felette lévő eggypári soríznek; ilyformán, ha 3 az μ képviselőjének nézetik, 's akármely + vagy − egész számot tegyen n, addigis, mig megmutattatik hogy péld. $\frac{n}{3}$ = a' főmérték n harmadához, úgy vétessék; és ha péld. b és c mennyiségeket tesznek, bc annyit tegyen, mint $b.c.$

$$\ldots \frac{1}{xx} \quad \frac{1}{x} \quad \frac{x}{x}=1 \quad x \quad xx \quad xxx=a \quad ax \ldots$$

$$\ldots \frac{-2}{3} \quad \frac{-1}{3} \quad 0 \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{3}=1 \quad \frac{4}{3} \ldots$$

'S akármit tegyen a, az a fejü sor' akármely izének az alatta lévő eggypóti sor-íz mondassék *a*ra *nézti helycimének* (röviden *a* i *cimének*)

'S ha $\frac{n}{\mu}$ az eggypóti sornak íze; akár $+$ akár $-$ egészszám legyen n), és felette az eggypári sorban N áll: mondassék. N az *a*ra *nézt* $\frac{n}{\mu}$ *cimüinek*, vagy az *a* nál $\frac{n}{\mu}$ *szer cimesbbnek* (minthogy *a*nak cime 1); 's *a* az Nnél $\frac{n}{\mu}$ sze *cimtlenbnek*; $\frac{n}{\mu}$ pedig Nnek *a*ra nézti (röviden *a* i) *cimének*; 's a' sorfő *a* mondassék *cimalapnak*, vagy *cim-aljnak*, (avvagy *cim-alnak*)

A' *cim* az a' mi *logarithmusnak* mondatik, mely itt csak tétedjü, mindjárt kiterjeszttendő.

$$N \ (= a^{\frac{n}{\mu}}; \quad a \quad (= \sqrt[\frac{n}{\mu}]{N}; \quad \frac{n}{\mu} \ (= \lg N \ (a\text{ra}$$

nézt) vagy lag N.

A' (= jegynek jelentése az, hogy az elötte lévőnek mindenik becse egyenlő valamelyik becséhez az utána lévő kifejezetnek; melynek meg látszik, hogy több becsei lehetnek.

Jegyzés. Fenn az összezésben (13) $A+B)=S$, 's (21) a' mértezésben az $k.q=K$; 's szintugy itt (ha $\frac{n}{\mu}=c$), $N=a^c$ lévén: mindenik esetben önként jön, a' három közűl akármelyik kettöből keresni a' 3dikat, (mint az első kiadásban is megmondatott).

Az elsőből jön az *összezés*, *pót-zás;* a' 2dikból a' mérttezés, 's párzásnak két neme, a' *főmérttezés* és *mértékzés*, a' *3dikból* a' *cimesbités*, *cimtlenbités*, és *cimzés*.

A' származatok lehetnek a' fennebbi nevekkel eggyütt: *öszvet*, *pót-zat*, *mérttezet*, *párzat*, *főmérttezett*, *cimesbzet*, *cimtlenbzet* (vagy *cimtlenzet*), és *cimzet*.

Potentia lehet röviden *cimes*, radix *cimtlenb* (röviden *cimtlen*), logarithm *cim*, 's a' megfelelő szám a' *cim*' *cimese*. A' 2dik potentia 2-szer *cimesb* (vagy 2szer *cimes*) vagy 2szer *cimzett*), radix *quadrata*, 2szer *cimtlenb* vagy 2 szer *cimtlen*).

Példa: a' nehézség visszáson függ a' 2szer cimzett távtol.

P^2 2szer cimesb P nél, (röviden 2szer *cimzett P*).

$\sqrt[c]{P}$ cszer *cimtlenb* Pnél, röviden cszer *cimtlen P.*

§. 30. További gondolat valamint a' tétedjü az ellenedjüvel öszve köttetett (17); két (28) szerinti sorpárt is, edjiket a' tétedjüek' másikat az ellenedjüek' részéről, kötni öszve, következő szabállyal.

1-ben A' sorfő edjikben se legyen 0; 's a' tétedjüek' részéről, mind az eggypári mind az annak megfelelő eggypóti sorban, téti és tétedjű legyen; ebben éppen 1, amabban akármi, csak 1 ne legyen; neveztessék $e$nek; az ellenedjüek' részéről pedig mind az eggypári 'mind az annak megfelelő eggypóti sorban, a' fő ellenedjü legyen; amabban éppen ^{*1} (az az ellenedjü 1), ebben akármely $^*q$ (az az ellenedjü q).

2dszor. A' sor-jel az e sorában $x$nek, az ^{*1} sorában Xnek neveztettvén: akármely ✠ egész számot tegyen μ, mind x mind X olyan legyen; hogy (attol bézárólag) μdik íz legyen a' sorfő.

3dszor x mindég tétileg 's tétedjüleg, X pedig tétileg, vétessék: hogy lehet akármely μre nézve tenni ezt, még pedig úgy, hogy akármint változtassék μ, azonegy eggypóti sor-íznek azonegy eggypári sor-íz feleljen, megmutattatik.

Jegyzés. Alább bizonyos tekintetből az e megfog határoztattni, ámbár akármely téti és tétedjű, mely $>$ vagy $<$ 1, vétetthetnék $e$nek, állandóul megtarttva: ugyan akkor a' megelőzöktől függetlenűl mutattatikmeg; hogy az ^{*1} sorában μdik ízig mind különböznek a' sor-ízek; a' 4μdiknek pedig megfelelő eggypóti íz $^*4q$ röviden $^*\alpha$nak neveztettvén; az is meglátszik, hogy akár hányadik $^*\alpha$ következzék az eggypóti sorban, ezen $^*\alpha$ban is a' rendre következő ízeknek, az eggypári sorban megfelelő ízek azon renddel következnek, mint az első $^*\alpha$ban.

'S ugyan akkor megfog látszani: hogy az ^{*1} sorában tiszta mennyiség csak az első 's akárhányadik $^*q$nak kezdete 's vége felett van, 's a' többi mind elegy mennyiség: az első $^*q$ felett (a' kezdete 's vége közt értve mindenik qt) téti a' tétedjü 's az ellenedjü is; a' 2dik felett tételleni a' tétedjü, 's téti az ellenedjű; a' 3dik felett tétellenni a' tétedjü, 's az ellenedjü is; a' 4-dikben pedig téti a' tétedjü tételleni az ellenedjü.

A' sorzat' képe ez.

$..\frac{1}{xx}$	$\frac{1}{x}$	1	x	xx	$..{}'e$	$ex..$
$..\frac{-2}{\mu}$	$\frac{-1}{\mu}$	0	$\frac{1}{\mu}$	$\frac{2}{\mu}$	$..\frac{\mu}{\mu}$	$\frac{\mu+1}{\mu}..$
$..\frac{1}{XX}$	$\frac{1}{X}$	1	X	XX	$..{}^*1$	$^*1.X..$
$..\frac{-2^*q}{\mu}$	$\frac{-1^*q}{\mu}$	0	$\frac{^*q}{\mu}$	$\frac{2^*q}{\mu}$	$..{}^*q$	$\frac{(\mu+1)^*q}{\mu}..$

És immár következő képzct alkottatik:

Ha van oly x és X, hogy N az x jelü sornak íze, 's M az X jelü fornak íze; 's Nnek helyét alatta álló $\frac{n}{\mu}$, 's Mnek helyét alatta álló $\frac{m^*q}{\mu}$ mutatják: mondassék $\frac{n}{\mu}$ az Nnek 's $\frac{m^*q}{\mu}$ az Mnek, és $\frac{n}{\mu}+\frac{m^*q}{\mu}$ az NM *helycimének* (röviden *cimének*); az utobbit úgy értve, hogy ha $NM = K$, ezen K, magzatja oly nemző párnak, melyek közül edjiknek a' tétedjüek részéről $\frac{n}{\mu}$, másiknak az ellenedjüek' részéről $\frac{m^*q}{\mu}$ helycime.

Továbbá $\frac{n}{\mu}$nek $\frac{m^*q}{\mu}$nek 's $\frac{n}{\mu}+\frac{m^*q}{\mu}$nak (mint cimeknek) mondassanak N, M, NM *,cimeseiknek;* (az elsó az elsónek, 2-dik a' 2diknak, 3dik a'

3diknak); 's akármely h cim legyen, ♀h azon h cimnek cimesét tegye. Ezen jegy az alább eléadandó cim-tanban sokat világosit.

'S ha ♀$k=a$, 's ♀$kc=C$; mondassék C az $a$nál $c$szer *cimesbnek* (Cnek cime kc, $c$szer akkora lévén mint $a$nak cime k), 's a pedig $c$szer *cimtlenbnek* Cnél, és c az Cnek $a$ra *nézti cimének;* következőképen jegyeztettvén: $C(=a^c$; $a(=\sqrt[c]{C}$, $c(=\mathrm{lag}\,C$; az $(=$ jegy (28) szerint értettvén.

Az elébbi helycim az lessz, a' mi *log-nat*nak mondatik: jegye lehet lg; ha $a=10$, akkor lag a' log-vulg, 's jegye lehet Lg.

Ha $x)=q$ azt teszi, hogy valamely[1] becse $x$nek egyenlő valamely becséhez $q$nak; lehet így mondani: ha Cnek valamely cime $c$szer akkora, mint valamely cime $a$nak; az az $\mathrm{lg}\,C)=c\,\mathrm{lg}\,a$; c mondatik Cnek $a$ra nézti (röviden ai) *cimének*, C pedig $c$nek $a$ra nézti (röviden ai) *cimesének*, vagy $a$nál $c$szer *cimesbnek*, a pedig Cnél $c$szer *cimtlenbnek*.

Röviden mondatthatik a^c $c$szer *cimzett* $a$nak, $\sqrt[c]{C}$ pedig $c$szer *cimtlen* Cnek, 's $\mathrm{lag}\,C$, Cnek ai *cimének*; $\mathrm{lg}\,C$ pedig C *cimének*; 's ha ez k, úgy C az k *cimesének*; 's ugyan C az c ai *cimesének*; jegyeztethetve (♀,a)$c$vel.

Jegyzés. Világos: hogy N,M közűl akármelyik sőt mindenik is lehet 1 is; 's a' felső eggypári sorban csak edjetlen íz $=1$, az alsóban számtalan. 'S látszik az is; hogy edjik, eggypári sorban sincs 0: tehát sem N sem M, sem NM nem lehet 0; és így $o$nak tulajdonképen nincs cime; csak széjbecsileg lejénd (valamint $\frac{1}{0}$ nak 's több ilyennek); következő közönséges szabály szerint.

De ezt még főlebb (9.) foganttatott képzet' meghatározásának kell megelőzni.

§. 31. Ottan az a' része Bnek, mely elébb n azután n' nevű szám, végnélkűl változik, valamint a' számedj elébb u, azután u' . . . ; 's könnyű megmutatni, hogy ezen számedj soha 0 nem leszsz, de 0 rai pótja akármely kicsinél kisebb lehet; és Anak n (m) de - - végnélkűl közelit Bhez, Brei pótja akármely kicsinél kisebb lehetvén.

Az honnan erednek legelébb a' *váltózónak* 's a' *széj-becsnek* (*limes*) eszméji.

1. Ha z közneve bizonyos mennyiségeknek, melyek közűl akarmelyik tétessék, más edj vagy több mennyiségek változattlan maradnak: úgy z *változónak*, a' többi *állandónak* mondattnak

2. *Véges mennyiségnek* mondatik V, ha akármely u darabjára nézve van oly számnév n hogy $nu > V$ legyen.

3 Ha a véges mennyiség vagy 0; és z közneve oly véges edjmásután következő mennyiségeknek, melyek közűl az elsőt más, 's azt megint más, 's mindeniket más-más követ; 's $a$hoz egyenlő z nincs, de akármely a' $z$vel öszszezhető ω adassék meg (zerón kivűl), van oly z, melynek $a$rai pótja kisebb ω nál: akkor a mondatik $z$nek *széj-becsének*. Jegye lehet $z \frown a$; kimondása lehet, $z$nek *széjbecse* a, vagy z *végnélkül közelg* $a$hoz; sőt kiterjeszttetik ezen nevezetnek és jegynek értelme: a' midőn, ha z mindég $+$ vagy mindig $-$, (legalább bizonyos becsén túl), és akármely vele öszszezhetőnél, mely nem 0, nagyobb lehet; mondatik az első esetben $z \frown \infty$, a' másodikban $z \frown -\infty$.

Hogy van széjbecs bizonyos feltét alatt: alább megmutattatik.

§. 32. Ha bizonyos $A \ldots x$ mennyiségekkeli bizonyos munkálat' származata Z; és a' midőn mindenik változó (ha van azon mennyiségek közt) a' maga széjbecséhez végnélkűl közelg, azonban $Z \frown Z'$; akkor a' mely névvel neveztetik Z az $A \ldots x$ re nézve, ugyan azon névvel neveztetik Z' ugyan arra nézve, a' mi lessz, ha $A \ldots x$ ben mindenik változó helyibe a' széjbecse tétetik.

Péld. Ha a állandó, 's $a.x.y = Z$, és $Z \frown Z'$, a' midőn $x \frown x'$'s $x \frown y'$; mondatik Z' is $a.x'.y'$ nak.

Így ha a egyen, vagy egyéb, 's b egyen, még pedig b öszszemérhetlen a' főmértékkel, 's $\frac{n}{\mu} \frown b$, és $Z(=a^{\frac{n}{m}}$; 's midőn $\frac{n}{\mu} \frown b$, akkor $Z \frown Z'$; úgy $Z'(=a^b$.

Így (mint alább meglátszik) ha $x \frown 0$; leszsz $\frac{1}{x} \frown \infty$, és $\frac{1}{0} = \infty$ az írt szabály szerint.

'S így leszsz alább $lg\,0 = -\infty$.

§. 33. A' fő idtani képzetek már alkotvák: a' gyökérről ezennel emelkedő élőfa' koronájával sarjazánd a' többi: de az oszlop' felindulása elött, mind az eddigiek világosságára mind ezutániak' alapjára, tartozik még ide valami; melyről a' tartalom útasit.

Oszlopa az idtan' élőfájának

(a' Tartalom szerint)

Legelébb a' mérttezésnek 's párzásnak alapképei.

Elsőben csupa téti és tétedjü mennyiségek: azután a' két milyzet-párral akámint köttetve öszve, vi'sgáltattnak.

§. 33. *Elébb a' mérttezésről.*

A' főmértt vagy egész szám, vagy nem: ha egész; vagy 0 vagy 1, vagy > 1; ha nem egész, vagy törtt 1 az az <1, vagy >1, de nem egész szám (17).

Mindenik esetben a' tett-mérték vagy 0, vagy nem: tehát ezen két esettel öszve köttetvén mindenik az elébbiek közűl, világos képekkel kimutattvák (Tent.)

De legyen itt is vagy két eset: mindenikben

B főmértt, a tett-mérték, b eggymért (20)

Legyen $1=3u$, $B=2u$; $a=3v$, $b=2v$;
az hól a' főmértt tört-edj, 's ha a nem 0, az eggymértt kisebb a' tett-mértéknél: 's megfordîtva, ha az eggymért kisebb a' tett mértéknél, törtt-edj a' főmértt.

Legyen $1=1u$, $B=0u$; $a=1v$, $b=0v=0$
az hòl a' főmértt 0, 's ha a ezer mérttfőld is, az eggymértt 0; sőt ha akármelyik vagy mindenik nemző 0, az eggymértt 0; 's ha az eggymértt 0, valamelyik, vagy mindenik nemző 0.

Ugymint legyen

$1=3u$; $B=2u$, $a=0=3v$, $b=2v=0$

'S $1=1u$, $B=0u=0$; $a=0=1v$, $b=0v$

Ugyan is 0 akármely nevű szám lehet 0ra nézve, az-az ha 0 vétetik számedjnek; de nem 0 számedjre nézve csak 0 nevű szám lehet: mely szerint $v=0$, hogy $3v=0=1v$ legyen, 's $0u=0$. és $2v=0=0v$. (5.)

Légyen továbbá $1=1u$; $B=1u$; $a=1v$, $b=1v$

*

az hól a' főmértt 1, 's az eggymértt eggyenlő a' tett-mértékhez: 's ha az eggymértt egyenlő a' tettmértékhez, 1 a' főmértt.

Légyen még $1=1u$, $B=3u$, $a=1v$, $b=3v$ az hól a' főmértt 3, 's az eggymértt $3v$; mely is, ha v nem 0, annyiszor tartja magában v tett mértéket, mint a' főmértt az 1 et. Tudniillik ha k számedj és nem 0, és K ezen $k$ra nézve n nevű szám: mondatik *n szer tartani k t magában*; viszont mikor n felé *esztattni* mondatik K, oly k kerestetik, hogy K az $k$ra nézt n nevű szám legyen.

Jegyzés. A' felső példában, az hól $1=3u$'s $B=2u$, az eggyméittnek olyannak kell lenni, a' mi 2 nevű szám legyen azon v re nézve, a' melyre nézt 3 nevű szám az a: az honnan úgy látszhatnék, hogy az a 3 ra oszolván a' divisio feltétetik; de itt még nem cél azon v t kiadni, hogy $a=3v$ legyen, 's nincs is mindég, (péld) ha $a=2$ idpont volna; hanem csak az mondatik, hogy ha van oly v, az arra nézt 2 nevü szám eggymértt, 's hogy eggymértt legyen, úgy kell lenni (20).

§. 34. *Másodszor a' párzásról.*

Mindenik mérttezés' képe a' párzásé is, 's mindenik párzás' képe mérttezés' képén alapúl. Az esetek ezek:

A' tett-eggymértt vagy 0, vagy nem; 's a' párzandó, a' mértékzésben (mikor is a' mérttezés' képében 2 dik helyen áll) vagy egész szám, vagy nem; ha egész szám, vagy 0 vagy 1 vagy $>$ 1; 's ha nem egész szám, vagy $<$1 vagy $>$ 1.

Ugyan a' párzandó a' főmérttezésben (mikor is a' 3dik helyre esik), a' tett-eggymértt vagy 0 lévén vagy nem, mindenik esetben vagy 0 lehet vagy nem; 's ha sem a' tett-eggymértt, sem a' párzandó nem 0, a' párzandó vagy kisebb vagy nagyobb a' tett eggymérttnél.

Mind ezekre nézve az ezt kimutató mérttezés' képei elkészittettvén, bizonyitják.

1. Hogy midőn a' tett eggymértt 0; a' *mértékzésben* 's szintúgy a' *főmérttezésben*, ha 0 a' párzandó, akármi lehet a' nemz-társ; ha pedig a' párzandó nem 0, 0 a' nemztárs.

2. Ha a' mértékzésben a' párzandó $=$1; a' nemztárs $=$ a' tett-eggymértthez; hapedig a' főmérttezésben a' párzandó $=$ a' tett eggymértthez, 's nem 0, úgy a' nemztárs $=$ 1.

3. Ha a' mértékzésben a' párzandó törtt 1; a' párja $>$ a' tett eggymérttnél; 's ha a' főmérttezésben a' párzandó $>$ a' tett-eggymérttnél, törtt-edj a' nemztárs.

4. Ha a' mértékzésben egész szám a' párzandó, 's a' tett-eggymértt nem 0, a' nemztárs annyiszor van meg a' tett eggymérttben, mint a' párzandóban az 1. Ha pedig a' főmérttezésben egész szám a' nemztárs; a' párzandó annyiszor van meg a' tett-eggymértben, mint a' nemztársban az 1.

5. Megmondatott (26) micsoda értelemben azonegy a' főmérttezet és mértékzet; 's hogy az egyeni képviselet által éppen azonegy lejénd.

§. 35. Megmondatott az is az első kiadásban, hogy a' sokszorozás, osztás 's a't. az eszet félre ficzamitò rabszolgai fordítások; valamint hogy a' mondottak szerint mely ellenkező a' mérttezés' edjszerű természetével azon köz állítás; hogy ha x egyenes lineát teszen, $xxxx$ nek 's $x+xx+xxx$ nek nincs érfelme; mivel azt mondják, hogy xx terjet, xxx teljet teszen, 's a' spatiumnak 4 dimensioja nincsen.

Az írttakból nyilván látszik: hogy egyen egyennel mérttezve, 's ezt akárhányszor ismételve mind egyent ád: az ürtan, akármely egyen tétessék főmértéknek, edjszerüen, (csupán cirkalommal és linéával) kimutatja (még pedig a' nélkűl, hogy számilag kifejeztettnék) nem csak az öszszetet, pót-zatat, és párzatat, hanem xx et, xxx et, $xxxx\text{---}x$ et is, még akkor is ha x a' főmértékkel öszszemérhetlen: mely az *ürtannak az idtan felettí szép tulajdona;* valamint az, hogy akárminek (péld; 2nek) radix quadratáját szintúgy tőkéllyel kiadja, oly esetekben is,melyekben az idtan az örökkévalóságon át csak végnélkűl közelíthet.

Azonban ha edj téglánynak hoszsza H, magassága a, széle h; $H.h$ egyen a' tégläny aljának terjféretét, $h.H.h$ egyen pedig a' tégläny' teljféretét mutatják, következő értelem ben. $H.h$ egyen annyidja ez egyeni főmértéknek, a' mennyidje az emlitett terj-féret a' terj főmértékének, ha ennek azon négyeg vétetik, melynek oldala az egyeni főmérték; 's $H.h.a$ egyen, annyidja az egyeni főmértéknek, a' mennyidje a' tégläny a' telj' főmértékének, ha ennek azon köb vététik, melynek oldala az egyeni főmérték.

Jegyzés. Légyen világosításul edj moz-tani példa, a' mérttezésnek' 's párzásnak eléadott módja szerint.

A' sebesség nézti mennyiség azon útra nézve, melyet a' mozony az id' főmértéke alatt ir: tehát azon út érttetik, mikor a' sebességről mint mennyiségről van szó; és igy ha U az út' főmértéke, 's I az id' főmértéke; a' sebesség' főmértéke az, mellyel I id alatt $U=1$ út iródik; mivel ezen sebesség, mint az $I=1$ alatt írtt útra nézti mennyiség, $=1$.

Feltétetik azonban; hogy a' mozony akármely egyenlő idek alatt egyenlő útakat írjon. Keresttessék bizonyos T id alatti útja S, 's legyen $I=1=2u$, $T=3u$, 's írjon a' mozony minden u alatt v útat; tehát az id' főmértéke alatt $2v$t írván, ezen $2v$ a' mozony' sebessége, mely legyen C; $T=3u$ alatt iródik $3v=S$.

Tehát $1=2u$, $T=3u$; $C=2v$, $S=3v$ nyilván a' mérttezés' képe, 's a' párzásé is; és $S=C.T$, $\frac{S}{T}=C$ (mértékezve), 's

$\frac{S}{C}=T$ (főmérttezve, a' midőn minden 3 kettőde a' főmértékének, tehát az idfőmértékéé is lehet nemztárs).

Ha $T=I=1$; akkor

$1=2u=1I$, $T=2u=1I$; $C=2v=1U$, $S=2v=1U$,

's $C=1=S=\frac{S}{T}=1$ (az út' főmértéke Ura nézt);

's $\frac{S}{C}=1$ (az id' főmértékére nézt).

A' mérttézésnek 's párzásnak 's az egyyméretnek, alapképei a' két milyzetpárra nézve, csupán tiszta mennyiségekkel.

§. 36. Minden eggyméretben két mérés van, 's mindenik mérésben a' mértt 's a' mérték: mindeniknek a' mostani célra csak a' milyzete irassék; 's külön vis'gálttassék a' romaî szám II utáni feleletre nézve, külön a' III utánira nézve; mely osztán könnyen öszveköttetik.

Így minden esete az elvéti milyzetnek, az eggyméret' négy izeire nézve a' ✠ és — jegyek közüli négy jeggyel kimutattatik.

Szintúgy ha a' tétedjü ezen §ban . val, 's az ellenedjü * val jegyeztetik: az edji milyzetre nézve az eggyméret' mindenik esete, az . és * jegyek közüli négy jeggyel kimutattatik.

Mely szerint az eggyméretnek a' milyzetre nézve következő képei lesznek.

§. 37. Elébb az elvéti milyzetre nézve.

✠✠✠✠, ✠✠— —, ✠—✠—, ✠— —✠
————, ——✠✠, —✠—✠, —✠✠—

Mert az első, vagy ✠ vagy nem: az első eset a' felső rendet adja, a' 2dik az alsót; 's a' milyen az első, vagy a' 2dik is olyan, vagy nem; 's mindenik esetben a' 3dik vagy ✠ vagy —; és a' mérés' szabálya szerint (20) a' IIdik kérdésre azonegy felelet kivántattván a' hátulsó mérésben, mint az elsőben, a' 4dik ezen képek szerint jönki.

§. 38. *Másodszor az edji milyzetre nézve* következők *az eggyméret' képei*

. . . .   . . * *   . * . *   . * * .
* * * *   * * . .   * . * .   * . . *

az hól szintúgy mint az elébb ezen esetek vannak, 's több nem lehet: mert az első vagy . vagy *; az első eset a' felső rendet adja, a' 2dik az alsót; továbbá a' milyen az első, vagy olyan a' 2 dik is, vagy nem: 's mindenik esetben, a' 3 dik kérdésre (a' mérés' emlitett szabálya szerint) azonegy felelelet kivántattván a' hátulsó mérésben, mint az elsőben, ezen képek szerint jön ki a' 4 dik.

Az honnan látszik, mind az elvételi milyzet' két felsőbb rendében, mind az edji milyzet' két alsó rendében: hogy ha a' két belső eggy milyzetü, a' két szélső is eggymilyzetű; 's ha a' két első eggymilyzetü, a' két hátulsó is eggymilyzetü; 's ha nem eggy milyzetű a' két belső, a' két szélső sem; 's ha a' két első nem, a' két hátulsó sem.

Továbbá látszik: hogy a' legfelső rendben az eggymilyzetü belsők 4 diknek ✠ ot, a' nem eggymilyzetüek ⊢ ot adnak; a' 2 dik rendben pedig az eggymilyzetü belsők 4 diknek ⊢ ot, a' nem eggymilyzetüek ✠ ot adnak; a' 3 dik rendben pedig az eggymilyzetü belsők 4diknek tétedjüt, a' nem eggymilyzetüek ellenedjüt adnak; a' 4 dik az-az legalsó rendben végre, az eggymilyzetü belsők 4 diknek ellenedjüt, a' nem eggymilyzetüek tétedjüt adnak.

2 dszor. A' márttezésre 's párazásra elég a' 3 felső rend, minthogy a' főmérték tétedjünek vétetik; ha tetszenék ellenedjüleg is venni, akkor a' 4 dik rendre is szükség lenne.

De a' főmérték, bár tétedjüleg vétettve is, vagy ✠ vagy ⊢ milyzettel adattván a' reá nézt mérettendő főmérttnek (20.), a' tétedjű főmértt' esetét a' legfelső rend, az ellenedjü főmérttét pedig a' 2 dik rend mutatja: 's látszik, hogy ha a' főmértt tétedjü, tehát 1 re nézti a' főmértéki mérés; mikor a' nemzők eggymilyzetüek, ✠ az eggymértt, 's ⊢ ha nem eggymilyzetüek; 's látszik tovább a' 2 dik rendből, hogy ha a' főmértt ellenedjü, tehát —1re nézt esik a' főmértéki mérés, az eggymilyetü nemzők' eggymérttje ⊢⊣, a' nem eggymilyzetüeké ✠.

Edjetlen kivétel a' (21.) szabály miatt a' • * • *, mikor elől —1 a' főmérték, 's még is ha a' nemzők eggy-elvéti milyzetűek, ✠ot, ha nem, ⊢⊣ot adnak; de a' szélsők az utobbiban eggymilyzetüek, az elsőben nem.

Mutatja továbbá a' 3dik rend: hogy ha tétedjü a' főmérték, akár ✠ akár ⊢⊣ legyen, az azonegy edji milyzetü nemzők tétedjüt, a' nem eggy edji milzetüek, ellenedjü eggymérttet adnak.

Példa az elvételi milyzetnek az edjiveli öszvekötésével.

$$*2.\ *3 = -6 = -*2.\ -*3$$

$$-*2.\ *3 = 6\ ;\ -*2.\ 3 = -*6$$

§. 39. Innen akármely tiszta mennyiségeket tegyenek $+a$ és $+b$ az-az a és b; $+a.+b = +(a.b)$ az-az $a.b$; és $(-a).(-b) = +(a\,b)$; $(+a).(-b)$ pedig $= -(a.b) = (-a).(+b)$; az az a' +, — ra nézt eggyjegyüek +t, a' nem eggyjegyüek —t adnak.

Mert akármely tiszta mennyiségeket tegyenek a' két nemzők a és b; vagy tétedjüek, vagy ellenedjüek, vagy edjik tétedjü a' másik ellenedjü; 's ha valamelyik előtt — jegy van; vagy mind a' kettő elibe tétetett — jegy, vagy csak az edjik elibe:

Ha a, b tétedjüek: vagy eggyelvéti milyzetüek, vagy nem; 's ha mind a' kettő elibe — jegy tétetik; az első esetben a' felső rendbeli két szélső, a' 2dik esetben a' két belső, képek váltják fel edjmást; az hól mind a' szélső képekben azonegy ✠ a' 4dik, mind a' belsőkben azonegy ⊢⊣ a' 4dik. Tehát $-a.-b$ is csak az a' mi $a.b$.

Ha pedig csak az edjik elibe tétetik — jegy, úgy ha eggymilyzetüek voltak *a* és *b*, — *a* és *b* nem egy milyzetüekké válnak; 's ha nem azok voltak, azokká válnak; tehát az elébbi *a*.*b* nek ellenje, az-az —(*a*.*b*) az eggymértt.

Ha *a*, *b* ellenedjüek: úgy is vagy eggy elvéti milyzetüek, vagy nem; 's ha mind a' kettő eleibe — jegy tétetik; az első esetben, a' 2 dik rendbe szélső képek, a' második esetben a' belsők váltják fel edjmást; a' hól mind a' két szélsőben —, 's a' két belsőben + a' 4 dik. Tehát itt is $(-a).(-b) = a.b$.

Ha pedig csak az edjik elibe tétetik — jegy; úgy ha *a*, *b* eggyelvéti milyzetü volt, nem azzá, 's ha nem azok voltak, azzá válnak: tehát az elébbi *a*.*b* nek ellenje az-az – (*a*.*b*) az eggymértt.

'S még csak az az eset van, mikor edjik tétedjű 's a' más ellenedjü: ekkor pedig (21.sz.) az eggymértt az elvéti milyzetre nézt úgy jön ki, mintha a' nemzők tétedjüek volnának (42.); tehát az első eset ide is alkalmazható.

§. 40. Innen a' párzásra is önként következik: hogy a' +, — ra nézt eggyjegyüek, mint a' mérttezésben a' párzásban is + t, a' nemeggy jegyüek — t adnak. Mert a' nemztárs az, mely a' főnemzővel a' tett eggymérttet hozza elé (23); tehát ha a' következő 4 képben a' 4 dik a' tett- eggymértt, 's a' belsők közűl edjik a' fő nemző, 's a' másik a' nemztárs, az elébbiből nyilvános ezen képek szerint.

$++++$, $++--$, $+-+-$, $+--+$

Jegyzés. Hogy 2 és 3 akármely számokat képviselve, 2 szer 3 annyi mint 3 szor 2; sőt 2 szer 3*u* annyi mint 3 szor 2*u*, 's mint (3szor2) szer *u*, könnyü megmutatni: sőt az is megmutattatik; hogy akármely mennyiségek (az öszszemérhetleneket 's milyzetteket se zárva ki) akármely rendben azonegy egymérttet, 's azonegy öszszetetet adják (feltéve mind a' két esetre, hogy öszszezhetők) (Tent.).

A' méret-tan' elemei.

Ha a' mennyiségek méretűl adattnak meg; kérdés támad: mi lessz, ha velek ez vagy amaz vitetik végbe? 's hogy ez vagy amaz legyen, mit kell tenni velek? Legedjszerübb eset: midőn $C = mu$, $B = nu$, (n,m akármely számneveket téve, 1 et 's 0 t is oda értve); tehát *B*, az *C* nek *n* (*m*)ede, *méret* *C* re nézt (18).

§. 41. *A' méret mértékzet*: az-az *C* nek *n* (*m*)ede $\frac{nC}{m}$, csak *m* ne legyen 0.

Mert légyen $C = 3u$, és $B = 2u$; akkor $2C = 2$ szer $3u = 3$ szor $2u$; tehát $\frac{2C}{3} = \frac{3 \text{ szor } 2u}{3}$, mely nyilván $2u$; mert 3 szor $2u$ban 3 szor van $2u$. És így *a' méret mértékzet* az írtt értelemben.

Egyszersmind *C* nek 2 harmada $= \frac{C}{3} . 2$, az-az két $\frac{C}{3}$ hoz: mert $\frac{C}{3} = u$ (36) 's $B = 2u$. Melyre nézve $\frac{2C}{3}$ ban az úgy nevezet *alsó* 3 mutatja ki az *u* t, az úgynevezet *felső* 2 pedig azt, hogy hány *u* vétetik. Az *u* neveztetik *vét-edjnek*, vagy ha az alsó >1, *vett-résznek*), a' felső *vét-*

számnak, az *alsó* (tulajdonképen *párzandó* sőt *mértékzendő*) *vét-edjzőnek*, mely a' vét-edjet határozza.

Mikor nincs oda téve *C*, melyre az alsó mértékeztetik, hogy az *u* kijöjjön; *C* helyett a' főmérték értetik. Azonban az alsó is lehet 1, azaz maga a' főmérték. Az alsó és felső a' *méret ízeinek* mondattnak.

Péld. 1 forintnak 4 ötöde $=\frac{4 \textit{forint};}{5}$'s ha

$C=1$ akkor $\frac{6C}{7}=\frac{6}{7}$, 's $\frac{2C}{1}=\frac{2}{1}=2$, mely a' főmérték' 2 edjede. Egyszersmind *C*nek 2 harmada $=C.\frac{2}{3}$ vala $=\frac{C}{3}.2$; tehát a' méret mértékzet is, mérttezetis az írt értelemben.

§ 42. Az első kérdés: miként változik a' méret' becse a' méret' izeinek változásával? azután miként változttassanak, hogy ugyanazon becs legkiseb számokkal fejezttessék ki? 's miként, hogy akárhány méret légyen, a' vett-rész mindenikben egyenlő, tehát mind öszve-zámlálható légyen, 's nyilván lássék, egyenlők-é, vagy melyik nagyobb? 's mennyivel? 's mivel ekkor köz alsónak kell lenni, hogy lehet a' legkisebbet megtalálni? sőt kiterjeszttetik a' kérdés azon esetre is, ha a' méretek különböző egyébként öszszezhető dolgokéi. Továbbá kérdés támad, bizonyos méretnek bizonyos mérete (péld. 4 ötöde) mennyi? 's bizonyos méret bizonyos méretnek, péld. $\frac{2C}{3}$ mennyidje $\frac{4C}{5}$ nek? 's $\frac{2C}{3}$ minek 4 ötöde?

'S még tovább, ha megadott alsó által meg határoztatik a' vett-rész: ennek mennyidjét kell venni, hogy bizonyos mérethez $=$ légyen? 's viszont ha meg van adva, mennyidjét kell a' vett-résznek venni; mire kell Ct párazni, hogy a' vett-rész kijöjjön? . . .

§. 43. Ha a' felső, 1 nél nagyobb egész számmal mértteztetik, annyiszor nagyobb lessz a' becs, ha a' felső nem 0.

Mert legyen 5 akármely szám' képviselője $\frac{5.2\,C}{3}$ annyi mint 5 . 2 szer $\frac{C}{3}$, az-az (5.2) szer u, az-az 5 szer $2u$, tehát 5 szer $\frac{2C}{3}$.

Viszont ha a' felsőre egész szám páraztatik, a' becs annyiszor kisebb: mert $\frac{2C}{3}$ kisebb 5 szer $\frac{5.2\,C}{3}$ nál.

§. 44. Ha az alsó mértteztetik 1 nél nagyobb egész számmal, a' becs annyiszor leszsz kisebb, ha a' felső nem 0.

Mert $\frac{2C}{5.3}$ ban a' vett-rész $\frac{C}{5.3}$ $=u'$ ha $u=5u'$; mert $C=u+u+u=5u'+5u'+5u'=(3.5)u'$.

Tehát $\frac{2C}{5.3}=2u'$, mely 5 szer van 5 szer $2u$

ban; az az 2 szer $5u'$ban; az az $5u'+5u'=u+u=$ $2u$ban.

Viszont ha az alsòra egész szám páraztatik, 's egész szám jön ki (most tovabb nem terjedve); annyiszor nagyobb a' becs: mert $\frac{2C}{3}$ nagyobb 5 szer $\frac{2C}{5.3}$ nál.

§. 45. Ha pedig mind a' felső mind az alsó azonegy egész számmal mértteztetik; a' becs nem váltózik.

Mert $\frac{5.2C}{5.3}$ ban a' vett-rész $\frac{C}{5.3} = u'$, 's $(5.2)u' = 2$ szer $5u' = 2u$.

Innen ha azonegy egész szám páraztatik mind az alsóra mind a' felsőre; úgy se változik a' becs: mert $\frac{2C}{3} = \frac{5.2C}{5.3}$.

§. 46. Az elébbiből következik elébb az eggy alsóra vonása több méreteknek (avvagy mértékzeteknek); másodszor a' méretnek legkisebb kifejezete. Az utobbira nézt annyi látszik, hogy minél nagyobb azonegy szám páraztatik a' felsőre is alsóra is, annál kisebb lessz a' kifejezet, becs változása nélkűl; de még erről több leszsz.

A' mi a' köz alsót illeti: a' szabály' rövidebb kimondásáért, a' megadott méretekhez gondolni kell edjet, melynek az alsója 1; 's *mindenik méretnek*, *mindenik ízét mérttezni* *kell a' többi méretek' alsojibóli eggyméréttel*: 's így mindenik méret helyibe egyenlő becsű jön; mert a' többi méretek' alsójiboli eggymértt egész szám, 's mind az alsó mind a' felső azzal mértteztetett; az alsó is köz, mert ugyan azon nemzőknek eggymérttje, bár különböző rendben is (44.).

Péld. Legyen $\frac{2C}{3}$ és $\frac{4C}{9}$; adodjék hozzá a' szabályért.

péld. $\frac{5C}{1}$; lessz $\frac{9.2.1C}{9.1.3}$, 's $\frac{1.3.4C}{1.3.9}$ és $\frac{3.9.5C}{3\ 9.1}$, mely utolsóra nincs szükség: de mutatja, hogy valamint $5C = \frac{5C}{1}$, szintúgy egész szám is lehet méret-alakuvá, 's jöhet egy szabály alá más méretekkel.

Jegyzés. 1. Ha az edjik alsó a' másikban bizonyos-szor van meg; ez a'röviditésl ehet: legyen $\frac{2}{3}$, 's $\frac{7}{3.4}$; leszsz $\frac{2}{3} = \frac{2.4}{3.4}$; mely eggy alsóju a' másodikkal.

2. A' legkisebb köz alsóról alább lejénd.

3. Ha a' méretek eggy alsójuakká lettek: akkor nem csak öszve lehet számitni a' felsőket, hanem azt is lehet látni, egyenlők-é a' felsők; vagy ha nem egyenlők, a' kisebb felsőt a' nagyobból le lehet vonni; a' köz alsot mind az öszszetnek, mind a' pót-zatnak alá írva.

Péld. $\frac{2c}{3}+\frac{4c}{9}=\frac{(2.9+3.4)c}{3.9}$; 's $\frac{2c}{3}-\frac{4c}{9}=\frac{(2.9-3.4)c}{3.9}$

§ 17. Ha nem azonegy dolog' méretjei, azévá lehet tenni így: legyen $\frac{2C}{3}$, 's $\frac{4D}{5}$, s legyen D az Cnek 7 hatoda, tehát $D=\frac{7C}{6}$ (44.); 's akkor $\frac{4D}{5}$, tehát Dnek 4 ötöde, Cnek 7 hatodának 4 ötöde; mely *méret' méretjének* mondatik, (bizonyos méretnek bizonyos mérete); 's megtaláltatik, ha $\frac{7C}{6}$ mértteztetik $\frac{4}{5}$ el; mert akkor 4 ötöde jönki $\frac{7C}{6}$ nak, az-az Cnek 7 hatodának (21.).

§. 48. Melyre nézve a' méretek' mérttezése' módja jó kérdésbe: legyen $\frac{2C}{3}$ mérttezendő $\frac{4}{5}$del; leszsz $1=5u$, $\frac{4}{5}=4u$; $\frac{2C}{3}=5v$, 's az eggymértt $4v$; tehát elébb v azután $4v$ megtalálandók: (46. bol) $v=\frac{2C}{3.5}$, 's $4v=\frac{4.2C}{3.5}$

Tehát az eggymértt' felsője a' felsőkbőli 's alsója az alsokbóli eggymértt.

Ha $C=1$, úgy az eggymértt $\frac{4.2}{3.5}$.

§. 49. Ha pedig az a' kérdés: $\frac{2C}{3}$ menyidje $\frac{4C}{5}$ nek? párazni kell az elsőre a' 2 dikat, még pedig főmérttezni (24.); 's a' főmértt lessz $\frac{2C}{3} : \frac{4C}{5} = \frac{2.5}{3.4}$; mert ezzel mérttezve a' párzandó $\frac{4C}{5}$ lesz $\frac{2.5.4C}{3.4.5} = \frac{2C}{3}$, mely a' tett-eggymértt.

Tehát a' nemztárs' felsője, a' tett eggymértt' felsőjéből 's a' párzandó' alsójábóli eggymértt a' levontt linea szerint, 's alsója a' tett eggymértt' alsójából 's a' párzandó' felsőjébüli eggymértt,

Lehet $\frac{2C}{3}$ at 's $\frac{4C}{5}$ at eggy alsóra vonni; 's a' vett-rész egyenlő lévén, $\frac{2C}{3}$ leszsz 5.2 olyan rész, 's $\frac{4C}{5}$ pedig 3. 4; tehát amaz ennek 5.2 háromszor 4 ede; a' mennyidje a' főmérttéknek az iminti $\frac{5.2}{3.4}$

Ha az a' kérdés: $\frac{2C}{3}$ minek 4 ötöde? akkor is párazni kell, még pedig $\frac{4}{5}$ et mértékezni $\frac{2C}{3}$ ra; 's leszsz $\frac{2C}{3} : \frac{4}{5} =$ $\frac{2.5C}{3.4}$; mert ez mérttezve $\frac{4}{5}$ el adja mint az imint $\frac{2C}{3}$ at; tehát ez (az-az $\frac{2C}{3}$), 4 ötöde $\frac{2.5C}{3.4}$ nek;

és így ez az, a' minek $\frac{2C}{3}$, 4 ötöde.

Így ha kérdés, 6 mennyidje? 3 nak; főmértetezet lessz $\frac{2}{1}$; 's ha az a' kérdés, 6 minek 2 edjede? mértékzet leszsz 3.

§. 53. Ha (mint soksor a' külső életben is) megadatik az alsó több méretekre nézve, 's keresttetik a' felső; péld. ha 7 adatik-meg alsónak, 's a' kérdés az, hogy $\frac{C}{7}$ nek mennyidje $= \frac{2C}{3}$?

Felelet 2.7 harmada; 's ilykor $\frac{2.7}{3}$ is *felsőnek* mondatik; 's ekkor is $\frac{2.7C}{3} : 7 = \frac{2C}{3}$. Ugyan is $\frac{C}{7}$ nek (2.7) harmada $= \frac{C}{7} \cdot \frac{2.7}{3} = \frac{2.7C}{7.3} = \frac{2C}{3}$; 's $\frac{2.7C}{3} : 7$ is $= \frac{2.7C}{3.7}$

§. 51. Ha pedig a' felső adatik meg, 's az alsó keresttetik: péld. mennyidje az C nek, a' minek 4 ötöde $= \frac{2C}{3}$? az-az mit kell mértékezni Cre, hogy a' mértékzetnek 4 ötödét véve, $= \frac{2C}{3}$ legyen? Legyen x azon keresett párzandó (tulandonképen mértékzendő); 's $\frac{4}{5}$ legyen

p; leszsz $x = \frac{3p}{2}$. Mert $C : \frac{3p}{2} = C :$ $\frac{3.4}{5.2} = \frac{5.2C}{3.4}$, melynek 4 ötöde $= \frac{4.5.2C}{5.3.4} = \frac{2C}{3}$. Itt mind mértékzés érttetik; 's péld. Cre mértékzett $\frac{3.4}{5.2} = \frac{5.2C}{3.4}$; mert akkor amaz főmértt, mellyel ez mérttesve $= C$.

§. 52. A. mondottakból könnyen látszik: hogy ha a' méret' izei nem csak egész-számmal, hanem mérettel mértteztettnek is, vagy azokra valamely méret párzatik, mi leszsz; 's hogy ha azon eggyel mértteztettnek, vagy azonegy párzatik a' méret izeire, nem váltózik a' becs.

'S 'ha a' felsőhez 's alsóhoz egyenlők adattnak, vagy belőlek egyenlők vétettnek el, mi leszsz; az is könnyen látszik. Péld. $\frac{2+5}{3+5} = \frac{2.3+5.3}{3.3+5.3} > \frac{2}{3}$; mert ez $= \frac{2.3+5.2'}{3.3+5.3}$; $\frac{2-1}{3-1} < \frac{2}{3}$; de $\frac{3+5}{2+5} < \frac{3}{2}$, 's a' t.

— *Jegyzés.* 1. Ha az alsò, péld. $\frac{4}{5}$, 's a' felső $\frac{2}{3}$, 's a' méret Cnek méretje: a' vett-rész leszsz Cre mértékzett $\frac{4}{5}$, az az $\frac{5C}{4}$; mert ez $\frac{4}{5}$ el mérttezve $= \frac{4.5C}{5.4} = C$. Tehát $\frac{5C}{4}$nek mint vett-résznek 2 harmada leszsz $\frac{2}{3} \cdot \frac{5C}{4} = \frac{2.5C}{3.4}$; melly is $= \frac{2C}{3}$ ra mértékzett $\frac{4}{5}$ hez; mert $\frac{2.5C}{3.4}$ mérttezve $\frac{4}{5}$ el $= \frac{4.2.5C}{5.3.4} = \frac{2C}{3}$.

— 2. Az ilyen alaku méretre is illik a' mérttezés' és párzás' (49 és 50.) szabálya.

Péld. Legyen a' mérttező csupán a' főmértékre nézve kifejezve $\left(\frac{6}{7} : \frac{8}{11}\right) = \frac{6.11}{7.8}$; ezzel mérttezve $\frac{2.5C}{3.4} = \frac{6.11.2.5C}{7.8.34}$. 'S ugyan ez jön a' felsők eggymérttjét véve, 's arra mértékezve az alsok eggymérttjét: mert $\frac{2C}{3}$ mérttezve $\frac{6}{7}$ el, $= \frac{6.2C}{7.3}$; 's $\frac{4}{5} \cdot \frac{8}{11} = \frac{4.8}{5.11}$; és $\frac{6.2C}{7.3} : \frac{4.8}{5.11} = \frac{5.11.6.2C}{7.3.4,8}$

A' párzásra nézve is szintúgy kijön.

—3. Az elébbi esetben, ha a' mi mérttező volt, párzandónak tétetik, 's ez is C nek mérete, 's az elébbi mérttezendő, tetteggymértt: a' főmérttezet leszsz = a' szabály szerint $\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{8}{11}\right)$: $\left(\frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7}\right) = \frac{2.8.5.7}{3.11.4.6}$; mertt ezzel mérttezve a' párzandó, melly $= \frac{6.11C}{7.8}$; lesz $\frac{6.11.2.8\ 5.7C}{7\ 8.3.11.4.6}$ mely is $= \frac{2.5C}{3.4} =$ a' tett eggymértthez.

4 Szintúgy ha A, B egyenes lineák, 's $A = 2u$, $B = 3u$, vagy A az Bnek 2 harmada; az Ara főmérttezett B, $= \frac{2}{3}$; mert $3u$ mérttezve $\frac{2}{3}$al $= 2u$. De ha B egyéb: akkor csak mértékezni lehet Ara Bt; 's azt is csak úgy, ha Bnek főmérték adatik (17); valamint a' nélkűl Bvel mérttezett Anak sincs értelme. Ha a' főmértéket változtatni tetszik; miképpen változnak a' kifejezetek' becsei; 's bizonyos esetben mire nézve nem; kimutattatik (Tent.)

§. 53. Megforditva ha két méret egyenlő; péld $\frac{a'}{a} = \frac{A}{A'}$; egyenlővel kell mértteztettni $a$nak hogy A jöjjön ki, mint a'nak, hogy A' jöjjön ki.

Mert legyen péld. $A' = \frac{na'}{m}$, 's $A = \frac{(n+1)a}{m}$; lenne

$$\frac{A}{A'} = \frac{(n+1)a}{m} : \frac{na'}{m} = \frac{(n+1)a}{na'} = \frac{na}{na'} + \frac{1a}{na'} = \frac{a}{a'} + \frac{1a}{n}$$

feltét ellen.

Jegyzés. Előszámnak mondatik az oly egészszám, melly az 1 en 's magán kivül egész számra nézt nem szám. Két különböző egész számok, ha nem szám mindenik az 1 en kivűl más azonegy egész számra nézt, *edjmásra nézti előszámoknak mondattnak.*

Péld. 0 nem előszám, mert akármely egész számot véve számedjnek, legalább 0 nevű szám (5.); 1, 2, 3, 5 előszámok; 3, és 8 edjmásra nézti előszámok.

§. 54. Ha a és a' edjmásra nézti előszámok: úgy $\frac{a}{a'}$ nak becse kisebb számokkal nem fejeztetthetik ki; péld. hogy a' felső $< a$ legyen. Mert legyen $\frac{b}{b'} = \frac{a}{a'}$ és $\frac{b}{b'}$ a' legkisebb kifejezet; az elébbi szerint $a = bq$, 's $a' = b'q$.

Ekkor q egész-szám nem; mert akkor a és a' nem előszámok edjmásra nézt feltét ellen: tehát q vagy törtedj, vagy egész szám e nek 's törtt edj t nek öszszete; az első nem, mert akkor $bq < b$'s $b'q < b'$ volna; tehát $bq = be + bt$, 's $b' = b'e + b't$; az hol bt, $b't$ egész számok; mert bq egész szám, szintúgy be, tehát bt is; 's szintúgy $b't$ egész szám.

Tehát $\frac{bt}{b't}$ mely $= \frac{b}{b'}$, ennél kisebb számu kifejezet lenne, mert $bt < b$, 's $b't < b'$.

§. 55. Ha $\frac{a}{a'} = \frac{A}{A'}$, és a, a' edjmásra nézti előszámok: azonegy egész szám Kval kell mértteztettni $a$nak, hogy A kijöjjön, mint a nak hogy A' kijöjjön.

Mert K törtt edj nem; mert akkor $aK < a$ volna, 's nem a' legkisebb volna a' kifejezet (az elébbi ellen); de egész szám e nek 's törttedj t nek öszszete sem; mert akkor (mint az elébb) at egész szám, és $< a$. Tehát K egész szám, és nem 1, mert feltétel szerint A nem $= a$.

Jegyzés. 1. Minden egész szám, mely nem előszám, *öszve-állott számnak* mondatik, azon előszámokból, melyeknek egymással mérttézéséből elé áll: a' midőn ha az 1en 's magán kivűl másra nézt szám, ez is vagy előszám, vagy szám másra nézt, 's így mind szálva előszám nemzőkre kell jöni.

Az öszve állott szám' *előszámképének* mondatik az; melyben mindenik előszám, melyből az öszve állott, annyiszor van mint nemző, a' mennyiből elé állott, 's edj más előszám sincs: a' nemzők' rendétől pedig az előszám-kép elvonattan vétetik; úgy hogy péld. 100nak 2. 2. 5.5 's 2. 5. 2. 5. és 5. 2. 2. 5 azonegy előszám képének vétetik.

2. Két öszveállott számok is lehetnek edjmásra nézt elő számok: péld. 8 és 9 mindenik öszve-állott szám, 's 1en kivűl azonegy egész számra nézt nem számok.

3. Két különböző előszámok edjmásra nézt is azok: mert mindenik csak magára 's az 1 re nézt szám; tehát különbözők lévén, csak az 1re nézt számok.

§. 56. *Akármely öszveállott számnak edjetlen előszámképe van.*

Mert ha igaz akármely számról, mely nem áll m számu előszám-nemzőknél többől, hogy az ki nem tehető más előszám-képbe; igaz az $m+1$ számu előszámokból állóról is: már pedig megmutattatik, hogy igaz a' két előszámból állóról, tehát igaz leszsz 3rol; igaz 3rol, tehát 4ről, 's úgy tovább.

I. Legyen I m számu előszámokból álló, 's járuljon hozzá előszám v, 's legyen Iv; ennek nincs más előszámképe, péld. Cp, melyben p előszámot teszen.

Mert ha $Iv=Cp$; akkor $\frac{v}{p}=\frac{C}{I}$; tehát v és p különböző előszámok lévén, egymásra nézt is előszámok; tehát valamely egész szám Knak kell lenni, hogy $vK=C$, és $pK=I$ legyen. Az honnan K áll $m-1$ előszámból, különben p is előszám lévén, I feltét ellen vagy több vagy kevesebb előszámból állana m nél. Tehát $C=vK$ is m számu előszámból áll; és így feltét szerint nem kitehető másként, hanem úgy hogy v és K benne legyen; Tehát Cpnek képe leszsz vKp, 's Ivnek pKv; mely két kép a' renden kül nem különböz.

II. Két előszámból állóról pedig igaz. Mert legyen $ab = Bq$, (a,b,q előszámokat 's b és q különbözőket téve): leszsz $\frac{a}{q} = \frac{B}{b}$; tehát $B = aK$, $b = qK$ (§. 55.); és így feltét ellen b nem volna előszám.

§. 57. Ha a, b.. különböző előszámok közűl mindenikre nézt szám N; úgy azoknak eggymérttjére nézt is szám.

Mert akkor az N előszám-képében mindeniknek benne kell lenni: mert ha edjikben a volna benne 's b nem; 's a' másikban b volna a nélkűl, nem volna edjetlen az előszámkép.

§. 58. Hogy $N = PK$ legyen (N, P, K egész számokat téve), Nnek edjetlen előszámképének az P edjetlen előszámképe képdarabja: mert az $N = PK$ba, Pnek Knak képeiket tévén, az az N képe leszsz, mely edjetlen.

Tehát a' P képébeni mindenik előszámnak megkell lenni annyiszor az N képében, a' hányszor az a' P képében van.

§. 59. Az honnan ha a' legkisebb oly egész szám N kerestetik, mely P, Q.. egész számok közül mindenikre nézt szám légyen: azon Nnek képében benne kell lenni mindenik előszámnak, mely valamelyiknek P, Q-- közűl képében van, még pedig éppen annyiszor, a' hányszor megvan abban, a' melynél többször edjikben sincs; 's csak oly előszámnak kell lenni, mely megvan valamelyikben.

Jegyzés. Ha nem volna bizonyos, hogy az öszve állott számnak edjetlen előszámképe van;

kétség volna: nem lennének é P, Q.. más előszámképekbe úgy kitehetők, hogy más kisebb Nnek valamely előszámképében, mindenik a' P, Q-- új képei közűl benne legyen?

§. 60 Ha mindenik, bizonyos méretek közűl, legkisebb számi kifejezetre vonatott, alsója 's felsője egymásra nézti előszámokká tététtvén: akkor ha az alsóik különbözők, 's egy alsóra kell venni; azon alsónak olyannak kell lenni, mely szám legyen mindenik alsóra nézve.

Mert ha a és a' edjmásra nézt előszámok; $\frac{a}{a'}$hoz $=$ $\frac{A}{A'}$ csak úgy leszsz, ha A' az a'tól különböző alsó, hogy a és a' azonegy egész szám Kval mértteztettnek; 's akkor $A = aK$, 's $A' = a'K$, a' mikor is $\frac{a}{a'} = \frac{aK}{a'K}$.

Itt pedig csak edjik alsó maradhat bizonyos esetben köz alsónak, a' mikor is $K = 1$, 's ekkor is minden különböző alsónak bizonyos egész számmal kell mértteztettni, hogy egyenlő becsű méret' alsója más legyen.

'S ha van oly egész szám, mely szám mindenik alsóra nézt; péld. $N = a'K$; akkor($\frac{N}{a'} = K$)val mérttezvén at, leszsz $\frac{a}{a'} = \frac{aK}{N}$.

Tehát csak a' legkisebb oly Net kell keresni (§. 59 sz.), mely mindenik alsóra nézt szám legyen.

Péld. $\frac{2}{1} - \frac{5}{2} \; \frac{4}{3} - \frac{7}{3.2.2}$; leszsz $N = 3.2.2$, 's péld. $\frac{4}{3} = \frac{4.2.2}{3.2.2}$; 'sat.

Így $\frac{2.4}{7.7}$ $\frac{3}{2.5.2}$ $\frac{3.3}{7.2.5}$ re nézt legkisebb köz alsó 7.7.2.2.5, 's péld. $\frac{3}{2.5.2}$ helyibe jön $\frac{7.73.}{7.7.2.2.5}$

§. 61. Ha valamelyiknek alsója 's felsője nem volnának edjmásra nézt előszámok; azokká kell tenni. (különhen nem a' leg kisebb köz alsó lejénd) : péld. ha $\frac{5.2.4}{5.7.7}$ volna, $\frac{2.4}{7.7.}$ tétessék helyibe: mely is arra viszen, hogy a' felsőben és alsóban is meglévő legnagyobb előszámkép mind a' kettőből letőrlődjék, hogy edj ugyanazon előszám se maradjon fenn és alatt is, a' mikor is a' felsőre és alsòra, a' legnagyobb ollyan szám páraszttatik, mely egész számot ád nemztársnak. *P* és *Q* ra nézve tehát az ily párzandò leszsz; ha oly előszámkép alkottatik, melyben csak mindenik oly előszám leszsz, mely mind a' kettőnek képében benne van, 's az éppen annyiszor, a' hányszor megvan abban, a' melynél kevesebbszer edjikben sincs.

Péld. 2.2.3.5.2.5 és 7.5.2.5 re nézt lesz 2.3.5.5

Jegyzés. A' másik módja az úgy nevezett legnagyobb köz-osztó keresésének; okával együtt az első kiadásból a' rövidségért kimarad.

§. 62 De az elébbiek nyilván az előszámkép' alkotására visznek: melyre nézve a' megadatott számra kellettvén párazni az előszámokat alolrul rendre fel; szükség van minél tőbb könnyitésére a' munkának; melyre solgálnak bizonyos jelek, a' melyekből előre lehet tudni, hogy a' megadott szám némely előszámra nézt szám é?

Jegyzés. Ha a' megmondandó módon készült szám-sornak jobbfelőli elsője, *N* nek jobbfelőli elsője alá iródik, 's mindenkor a' sornak bé irtt száma után balra következő, az *N* balra következő száma alá iratik, az *N* balfelőli utolsó helyéig; 's a' sornak mindenik külön száma mértteztetik a' felette lévővel; és ezen eggymérttek' öszszete szám az *n* re nézve, úgy *N* is szám az *n* re nézve; ha nem; nem.

Péld. Ezen sorok következők

....	0	0	0	0	0		0		1 --	(2 re 's 5 re nézt)
.....	1	1	1	1	1		1		1 --	(3 ra 's 9 re nézt)
..-5	-4	-6	5	4	6	-5	-4		-6 --	(7 re nézt)
..1	-1	1	-1	1	-1	1	-1		1 --	(11 re nézt)
.-4	-3	-12	4	3	12	-4	-3		-12 --	(13 ra nézt)
..-3	-1	5	9	6	4	-3	-2	10	1 --	(17 re nézt).
-----	-	-	-	-	-	-	-		---	

'S így akár hányra ki lehet csinálni, következő módon: irassék *N* nek első jobbfelőli száma alá 1 vagy *n*—1; 's minden *m* diknek (az elsőt nem számlálva), alája az a' mi marad, ha 1 után *m* cifra tétetik, 's arra *n* páraztatik, vagy ha ezen maradék *r*, irassék *n*—*r* az *r* helyett.

Ezen sorok' készitése akármely előszám *n* re edj példából meglátszik. Légyen péld. 7 az előszám: 1 : 7 maradékúl 1 et hágy, 10 : 7 pedig 3 at, 100 : 7 hágy 2 öt, 1000 : 7 hágy 6 ot 10000 hágy 4 et, 100 000 hágy 5 öt, 1000 000 hágy 1 et; 's azon túl a' maradékok megint azon renddel következnek végnélkül --- Irassanak ezen maradékok, vagy a' hol a' rendért tetszik, a' maradéknak 7 rei ¡pótja, *N* alá; az első az edjes alá, 2 dik a' tizes alá 's úgy tovább balra --

N =	2	4	2	1	8	3	5	6	4	9	3	8 alá
irva	5	4	6	2	3	1	5	4	6	2	3	1
vagy	5	4	6—	5—	4—	6	5	4	6—	5—	4—	6

az holott is 1 = 7—6, 3 = 7—4; 2 = 7—5; és. 3.10 : 7 hágy 3.3 maradékat, 9.100 hágy 9.2 öt

Lásd pag. 347.

's úgy a' többi. Tehát ha a' maradékok' öszszete szám a' 7re nézve, midőn Nnek többi reszei külön számok 7re nézve; könnyü átlátni, hogy az egész N is szám 7re nézve, és különben nem az.

Az alsó rendre nézve is látszik: hogy 8 szám 7re nézt 8.6 hijján, 's 3.10 szám 7re nézve 4.3 hijjáu, 9.100 szám 7 re nézt 5.9 hijján 'sat.. 's ha N bizonyos számu 7 hijján szám 7re nézve; úgy maga is szám 7re nézve: mert ha ezen hiány kipótlòdnék, szám volna 7re nézve, 's ha a' másik nem volna az, ezen pótlással se volna.

Igy a' hiányok öszszete itt a' többi maradékok' öszszetét 49 el haladja meg; mely szám lévén 7re nézve, az egész N is szám 7re nézt.

Az alsóbb rend azért jóbb, hogy hamarébb kezdődik a' sor újra.

Lehet venni páronként, hármanként, vagy többenként nagyobb számokra, sőt bizonyos törvény szerint elébb m azután μ--- helyeket; 's úgy írni alá a' maradékokat, vagy hiányokat, folytatva, mig valamely maradék újra elé áll, az honnan tovább megint úgy foly; elé kell pedig állani valamely maradéknak; mert péld. 7 nél mindenkor kisebb marad, tehát legfőlebb 6 munkálat után kell jöni annak a' mi már volt.

Ha több helyekből álló képek vétettnek; akkor csak az a' része ennek mértteztetik az alatta állò számmal, a' mi nem szám $n$re nézve; péld. ha akármely ily képnek magában külön gondolva becse p, 's alatta r áll, 's $p:n, k$ t hágy maradékul, csak k mértteztetik r el vagy$(n—r)$ el.

§ 63. Hogy micsoda előszámokbol áll valamely szám N, azt következőképen lehet megtudni: ha páros N, legyen $N:2=P$, ha P is páros, legyen $P:2=Q$; 's mind addig ismételve, mig páratlan jön ki; akkor, 's szintúgy ha N nem páros, ugyan ezt kell tenni 3 al; 's azután ('s szintugy ha N nem szám 3 ra nézt) 5 el, 's úgy tovább; mig kijőn; hogy melyik előszám és hányszor jön az N előszámképébe.

§ 64. Ha tudatnék hogy N előszám, úgy ezen munka hiába nem tétettnék: de ennek könnyü esmertető jele még nem tudatik.

I. Ha N nem jön vagy $6\mu \pm 1$ kép alá, nem előszám. Mert $N:6$ csak 1, 2, 3, 4, 5 közül valamelyiket hagyja maradékul: ha 2 töt hagyja vagy 4et; legyen az első esetben $N = 6p + 2$, ez $= 2.3p + 2 = 2(3p+1)$, a' 2dik esetben legyen $N = 2.3q + 4$, ez $= 2(3q+2)$; tehát ezen két esetben N öszveállott szám. Ha 3 a' maradék, legyen $N = 2.3.k + 3$; ez $= 3(2k+1)$; tehát N ekkor is öszveállott szám. Ha 5 a' maradék; legyen $N = 6.h + 6 - 1$; ez $= 6.(h+1) - 1$, mely $6\mu - 1$ kép alá jön. Ha 1 a' maradék; legyen $N = 6k + 1$; ez $6\mu + 1$ kép alá jön.

Tehát ha $N:6$ nem hágy maradékul 1 et vagy 5 öt, nem előszám; 's akkor vagy 2 vagy 3 benne van az előszámképben, 2 is 3 is pedig nem lehet, mert akkor 2.3 is benne volna. Innem ha N páratlan, 's az edjesen vett számok' öszszete nem olyan, hogy vagy edjet téve hozzá, vagy elvéve belőle edjet, 3nak többese legyen (62.); N nem előszám: de megforditva nem következik; péld. $25 = 4.6 + 1$, 's még sem előszám.

II. Ha N nem többese sem n nek sem n nél kisebb számnak (1 en kivűl); 's $N < nn$; úgy N bizonyosan előszám. Mert legyen $N = k\mu$, (egész számokat tévén k és μ); ekkor $k > n$, 's mivel $k\mu < nn$; $\mu < n$; és N feltét ellen többese volna $(\mu < n)$ nek.

Az eggyméret-tan' és eggypárzat-tan' elemei.

§. Mikor A öszvemérhető Bvel; az eggyméretnek (a' milyzeteket nem véve) képe (19.)

$A = nu$, $B = mu$; $C = nv$, $D = mv$

az hól u, v akármely szám edjeket (5 és 8) 's n, m akármely számneveket tehetnek (1 et 's 0 t se zárva ki):

Látszik 1. Hogy A a' Bnek $n(m)$ ede, 's szintúgy C a' Dnek; tehát ha m nem 0, az Ara főmérttezett B 's szintúgy a' Cre főmérttezett D, $= \frac{n}{m} = A : B = C : D$, és $A = \frac{n}{m}$ szer Bhez, 's $C = \frac{n}{m}$ szer Dhez, és így *ezen eggyméret eggy-főmérttezet.*

2. Viszont ha $A : B = C : D = \frac{n}{m}$; tehát $A = \frac{n}{m}$ szer B, 's $C = \frac{n}{m}$ szer D; akkor A az Bnek $n(m)$ ede, 's szintúgy C a' Dnek; tehát a' főlebbi kép elé áll.

3. Látszik az is: hogy B az Anak $m(n)$ ede, 's D ugyanannyidja lévén Cnek; D ki jön, ha Cnek $m(n)$ ede vétetik; az-az C mérttezttetik $\frac{m}{n}$ el (mikor n nem 0); ezen $\frac{m}{n}$ pedig a' Bre főmérttezett A. Tehát $D = C.(B:A)$.

4. Hasonlólag akármelyik 3 iziből az eggy-

méretnek kijön a' 4dik: ha (a' két elsőt mint öszszezhetőket *egymás' társának* nevezve, 's szintúgy a' két hátulsót), a' társatlan (a' milyennek kell kijöni) mértteztteti k azzal, a' mi kijön, ha mikor azon társatlan belső, a' másik belsőre, 's mikor külső, a' másik kűlsőre, főmértteztteti k ennek társa.

Péld. $B = A.\ (D : C)$

5. Ha az eggyméret nincs is a' felső edjszerű képbe megadva; azzá lehet tenni: 's azon kivűl is $D = C.(B : A)$. Péld. legyen

$A = \frac{2u}{3}$, $B = \frac{4u}{5}$; $C = \frac{7v}{9}$; leszsz $D =$

$\frac{7v}{9} \cdot \left(\frac{4u}{5} : \frac{2u}{3}\right) = \frac{3.4.7v}{9.5.2}$.

Mert A és B eggy alsőra vonattva, 's szintúgy C és ezen D; ha $\frac{u}{3.5}$ röviden u' nak, 's $\frac{7v}{9.5.2}$ röviden v nek neveztettnek; leszsz

$A = (5.2)u'$, $B = (3.4)u'$; $C = (5.2)v'$, $D = (3.4)v'$

Tehát A ra nézt B, 's C re nézt D eggyméret.

Hogy pedig $\frac{4u}{5} : \frac{2u}{3}$ (főmértteztést értve) $= \frac{3.4}{5.2}$, világos: mert $\frac{3.4}{5.2}$ vel mérttezve $\frac{2u}{3}$ éppen $\frac{3.4.2u}{5.2.3} = \frac{4u}{5}$.

Látszik az is miután A az nu, 's B az mu kép alá vétetett; hogy B az A nak, $m(n)$ ede, tehát annyidját kéllетvén venni *C*nek, *C* mérttеztetik $\frac{m}{n}$ el.

§ 66. A' (21.) szabály miatt 'nem minden eggyméret eggyfőmérttezet, 's nem minden eggyfőmérttezet eggyméret (26.): de ha ezen túl a' folyó § végéig úgy vétetik, mintha ezen szabály nem tétetett volna; úgy minden eggyméret eggyfőmérttezet, (akárhogy milyzett, 's tiszta vagy elegy mennyiség legyen akármelyik ize); sőt akármelyiknek 3 első iziből kijőn a' 4dik, ha a' 3dik mértteztetik a' 2dikra főmérttezett elsővel (mindent a' szabaly nélkűl értve itt).

Ugyan is legyen *a* ra nézt *b*, 's *c* re nézt *d* eggyméret; könnyen látszik (19.), hogy akkor *b* nek is *a* ra nézti 's *d* nek *c* re nézti méretképe eggy; 's az is megmutattatik alább, hogy van oly *q* és oly *k*, hogy *q* nak főméretképe (19.) egyenlő *b* nek *a* ra nézti méretképéhez, 's *k* nak főméretképe egyenlő *a* nak *b* re nézti méretképéhez. Tehát $b = a.q$, (mert *b* az *a* ra nézt eggymértt *q* val) (20.), 's $d = c.q$; és $a = b.k$'s $c = d.k$. És így *b* re főmérttezett $a = q$, 's $d =$ a' *b* re főmérttezett *a* val mérttezett *c* hez; és egyszermind *a* ra főmérttezett *b* = lévén a' *c* re főmérttezett *d* hez; az emlitett szabály nélkűl minden eggyméret eggyfőmérttezet volna. De a' szélsők' eggymérttje ezen szabály nélkűl se volna minden eggyméretben = a' belsőkéhez.

Péld *8 ra nézt 2 's 20 ra nézt *5 eggyméret (26): de $20.2 = 40$, 's $*5.*8 = -40$; jollehet $20 = *5.-*4$, 's $*8 = -*4$ el a' szabály nélkűl mérttezett 2hez, de $*5.(-*4.2)$ nem $= *5.(2.-*4)$; mert a' szabály nélkűl a' nemzők' rende nem mindegy; péld. az utobbiban 2 mérttezve

— *4 el a' szabály nélkűl * 8, 's — *4 mérttezve 2 vel a' szabállyal is a' nélkűl is — * 8.

Azonban 2 re főmérttezett $*8 = -*\frac{1}{4}$; mellyel ugyan a' szabály nélkűl mérttezett 20 megadja a' 4 diket az elébbi szerint.

§ 67. 'S már az irtt szabály' helyre állitásával visgáltatik az eggyfőmérttezet; még pedig csupán öszszezhetökről szolva, minha péld. mind egyenekről volna szó: az így következők majd az egyeni képviselet által akármely különbfélék jöjjenek[1] együtt bé a' számitásba, könnyen alkalmaztattnak. Igy pedig a' mértékzet és főmérttezet eggy, 's akármelyik a' két nemző közül mértteztessék a' másikkal, azoneggy az eggymértt; különben nyilván ha a' tettmérték pénz, pénz, ha linéa, linea jön ki eggymérttnek. *Példa* a' nemzők' megcserélésével azonegy eggymérttre; 's a' főmérttezettel azonegy mértékzetre; a' (35.) képek szerint, $v = \frac{4}{3.5}$, 's $v' = \frac{2}{3.5}$ vétettvén, $1 = 3u$, $\frac{2}{3} = 2u$; $\frac{4}{5} = 3\left(\frac{4}{3.5}\right) = 3v$, $2.\left(\frac{4}{3.5}\right) = 2v$; $1 = 5u'$, $\frac{4}{5} = 4u'$; $\frac{2}{3} = 5\left(\frac{2}{5.3}\right) = 5v'$, $4\left(\frac{2}{5.3}\right) = 4v'$, az hol a' felső eggymértt = az alsó eggymértthez. Legyen már a' tetteggymértt $\frac{2}{3}$, 's a' párzandó $\frac{4}{5}$; 's elsőben főmértteztessék $\frac{2}{3}$ ra $\frac{4}{5}$, azután mértékeztessék: abból is látszik ugyan, hogy azon. egy eggymérttnek csak a' nemzőji cserélőd nek meg, de a' tisztább látásra legyen ez a' két kép, melyben legyen $U=\frac{1}{3.4}$, $V=\frac{1}{3.5}$, 's $U'=\frac{1}{5}$'s $V'=\frac{2}{3.4}$; leszsz

$1=(4.3)U$, főmértt $=(2.5)U$; $\frac{4}{5}=(4.3)V$, $\frac{2}{3}=(2.5)V$; $1=5U'$, $\frac{4}{5}=4U'$; mérték $=5V'$, $\frac{2}{3}=4V'$

Az hól fölül a' párzandó a' 3 dik, alul a' 2 dik helyen áll, 's $(2.5)U=5V'$; az-az $\frac{2.5}{4.3}=\frac{5.2}{3.4}$

Mely szerint csupán eggypárzatról van szó; még pedig valamint másszor is (valamikor nyilván egyéb nem mondatik) olyan mennyiségekről van szó melyek közül akármelyik akármely nevü szám lehet; péld. egyenes lineákról; az alkalmazás külön esetekre könnyü lévén.

§ 68. Ha az Ara párzott $B=C$re párzott Dhez; a' szélsők' eggymérttje $=$ a' belsőkéhez: 's ha négy mennyiség olyan, hogy a' szélsők' eggymérttje $=$ a' belsőkéhez; akkor az elsőre párzott 2dik $=$ a' 3 dikra párzott 4 dikhez.

Mert I. Akkor $A=Bk$, 's $C=Dk$; tehát $AD=BkD$; 's $BC=BDk$; és $BkD=BDk$ (44.)

II. Ha $AD=BC$; akkor $\frac{AD}{BD}=\frac{BC}{BD}$; tehát $A : B=C: D$; 's akármely 2 = eggymérttből eggypárzat lehet.

Jegyzés. Innen ha a' szélsők' eggymérttje nem = belsőkéhez, nincs eggypárzat; péld. 2:3 nem = 5 : 7, mert 2.7 nem = 3. 5.

Továbbá II ból következő kérdés megfejtése, 's ok-adása foly.

§ 69. Tudni illik edj eggypárzatból, mi csoda más eggypárzaták, 's többől melyek következnek? $aq: a = bq: b$ böl mindenkor eggypárzat leszsz következő változtatásokkal.

A' belsőket megcserélve	$aq:bq=a:b$
A' külsőket - - -	$b : bq = a : aq$
Az edjik külsőt edjik belsővel	$bq : aq = b : a$
's másik külsőt a' más belsővel	$a : aq = b : bq$

Akármely külsőt, és belsőt azoneggyel mérttezve; péld.

$aqr : ar = bq : b$, vagy $aqr : a = bqr : b$ 'sat.

Melyszerint $45 : 6=5 : \frac{2}{3}$ ból leszsz $45:18=5:2$, az alsó eltünvén.

Akármely külsőre 's belsőre azonegyet pározva; péld. $\frac{aq}{h} : \frac{a}{h} = bq:b$, vagy $aq: \frac{a}{h} = bq : \frac{b}{h}$, 'sat.

Mert mindenikben a' szélsők' mérttezete =

a' belsőkéhez; valamint a' következőben

$\pm aq \pm a : \pm a = \pm bq \pm b : \pm b$, vagy

$\pm aq \pm a : \pm aq = \pm bq \pm b : \pm bq$, úgy értve, hogy a' két rend közül mindeníkben, aq és bq azonegy $+$ vagy $-$ jeggyel; 's a és b is azoneggyel vétessenek, noha a és b vétetthetnek különbözővel is attol, a' mellyel aq és bq vétettnek.

Alább meglátszik: hogy az eggyként cimzettek is eggypárzatban maradnak.

Jegyzés. Mind ezek közűl akármelyikből következik az első: péld.
aqr ar: $= bq : b$ ből következik $aq : a = bq : b$ (68.)
Az utólsó kép a' kiség haladott tanulóra bizatik.

Péld. Ha $A : B = B : C$, akkor $A - B : B = B - C : C$, 's innen $A - B : B - C = B : C$. De ebből is következik $A : B = B : C$ (melyre szükség van a' physicában a' barometerreli magasság mérésnél). Mert legyen $A : B = B : x$, leszsz $x = \frac{B.\ B}{A}$, 's az elébbiből $AC - BC = BB - CB$; tehát $AC = BB$; és így $C = \frac{BB}{A} = x$.

§ 70. $aq : a = bq : b$ és
$cr : c = dr : d$ ből következik

$aqcr : ac = bqdr : bd$ (ugyan az elébbi okbul); 's innen akárhány eggypárzat legyen: az elsők' eggymérttjére párzott 2 dikak' egygymérttje $=$ a' 3 dikak' eggymérttjére párzott 4 dikek' eggymérttjéhez. Mert ha igaz m számu eggypárzatrol, igaz $m + 1$ ről: mert az m számubol származott eggy párzat alá szintúgy irathatik az $(m+1)$ dik.

§ 72. Legyen akárhány eggypárzat $\frac{A}{B}=\frac{C}{D}=\frac{E}{F}$ - - - lesz $\frac{A+C+E\ldots}{B+D+F\ldots}=\frac{A}{B}$ (ugyan az elébbi okbul).

§ 72. Légyen végre két eggypárzat: 's a és b légyenek mind a' kettőnek izei; de az elsőnek a' más két ize közűl az, melyik elébb áll a' másiknál legyen c, a' másik d; a' másikban ugyan az a és b n kivüli két íz közül, a' melyik előbb áll a' másiknál, legyen f, 's a' másik g. Kérdés: c, d, f, g, betükkel mikor és milyen eggypárzat lehet? Mondassék a' két szélső, *párnak*, szintugy a' 2 belső.

Az a és b vagy mindenikben párt tesznek; vagy nem; ha nem, vagy edjikben sem, vagy edjikben igen, a' másban nem.

Ha mindenikben párt tesznek: úgy $ab=cd=fg$; tehát (68.) $c:f=g:d$ (*perturbatim*).

Ha edjikben se tesznek párt; vagy mindenikben elébb áll a mint b, vagy mindenikben b áll élébb mint a; vagy az edjikben a áll elébb, 's a' másikban b: a' két első esetben $c:d=f:g$ (*ordinatim*); az utobbiban $c:d=g:f$.
'S ha csak az edjikben csinál párt a és b; úgy csak b nek bizonyos becsére van eggypárzat csupán c, d, f, g betükkel;

Mert ha, a, b edjikben se tesznek párt, 's a mindenikben elébb áll mint b; úgy a edjikben sem utolsó; tehát csak az első 3 helyen lehet: ha az elsőn van, a' felsőben az utolsónak d nek kell lenni; mert ha b volna, a és b pár lenne, a' más kettő közűl pedig az elébbálló, c nek a' másik d nek neveztetik, tehát $ad=bc$; szintúgy a' másikban áljon péld. a a' 2dik helyen, b a' 4diken leszsz, 's f elől; tehát

$fb=ag$; az elsőből pedig $a=\frac{bc}{d}$, a' 2 dikból

$a=\frac{fb}{g}$. Tehát $\frac{bc}{d}=\frac{fb}{g}$; az honnan $\frac{c}{d}=\frac{f}{g}$, az-az $c:d=f:g$

Szintúgy ha b áll elébb; leszsz $a=\frac{bd}{c}=\frac{bg}{f}$, az honnan $\frac{d}{c}=\frac{g}{f}$, az-az $d:c=g:f$, mellyből (68.) $c:d=f:g$

Az eseteket könnyü átnézni, valamint a' következőben: a' midőn a edjikben elébb, a' másikban hátrább áll mint b. A' mikor is péld. áljon a ez elsőben elébb, 's a' 2dikban hátrább; lesz $ad=bc$, és $af=bg$; tehát $a=\frac{bc}{d}$ és $a=\frac{bg}{f}$.

Tehát $\frac{c}{d}=\frac{g}{f}$, az-az $c:d=g:f$.

Ha pedig péld. az elsőben a és b párt tesznek, 's a' másikban nem: leszsz $ab=cd$, és vagy $af=bg$, vagy $ag=fb$; tehát $a=\frac{cd}{b}$, 's ugyan a vagy $=\frac{bg}{f}$ vagy $=\frac{fb}{g}$; és így vagy $cd:b=bg:f$, vagy $cd:b=fb:g$; az hol csak bizonyos becsére $b$nek maradnak a' feltett 4 betük magokra; ha $b=1$ vagy $=$ valamelyikhez a' 4 közül; péld. ha az elsőben $b=f$, leszsz $cd:f=fg:f$, tehát $cd=fg$; 's úgy kijőnek a' több esetek is.

Ha $b=1$; úgy az elsőből lessz $cd:1=g:f$, mellyből $c:\frac{1}{d}=f:g$, a' 2dikból $c:\frac{1}{d}=f:g$.

A' hármas és többes (u.m) 5 ötes 7tes- - reguláról.

§ 73. Ha valamely dolog olyan, hogy annak mennyisége szerint határoztalik meg más dolog' mennyisége: úgy ez attól *függeni* mondatik. Ezen függés sokféle lehet: itt csak az vi'sgáltatik, a' midőn ha az a' mitől a' függő függ *k* szor akkora, a' függő vagy *k* szor vagy $(1:k)$ szor akkora; az első *egyenes függésnek*, az utobbi *visszszásnak* mondatik. Szélesebb értelemben is *egyenes* mikor annak nővésével nő, 's *visszszás*, mikor apad.

Péld. Két annyi sulyú vasnak két annyi az árra; bizonyos elégséggel 2 annyi ember $(1:2)$ az az fél annyi ideig éri meg 'sat.

§. 74 Tegyenek már az első betük bizonyos dolgokat, melyek közűl mindeniktől függ bizonyos dolog; 's akár kicsi akár nagy betü tegye azon dolognak, melyet azon betü jelent, mennyiségét; 's légyen a' függő' mennyisége φ ha az első betük által jelentett dolgok' mennyiségei a,b,c - - - : kérdés, hogy ha ezen dolgok' mennyiségei A,B,C - - lennének, 's $A=na$, $B=mb$, $C=pc$ - - ; mi lenne a' függő' mennyisége?

Mivel n,m,p - - - itt mint mérttezők úgy értettnek; leszsz $\frac{A}{a}=n$, péld. legyen $n=\frac{2}{3}$, leszsz

$A=\frac{2}{3}a$; tehát ha a mérttezve $\frac{2}{3}$ al $=A$,

ugy az A ra főmérttezett a is $=\frac{2}{3}$. Szintúgy

$m=\frac{B}{b}$, $p=\frac{C}{c}$ - - - (mind főmérttezéstt értve).

Tehát ha az első betűkkel jelentett mennyiségek nem a,b,c. ., hanem na, b, c, . .; a' függő leszsz $n\varphi = \frac{A}{a}\varphi$, ha az elsőtől egyenes a' függés; melyből, ha amazok' helyibe na, mb,c.. tétetik, $mn\varphi = \frac{A}{a} \cdot \frac{B}{b} \cdot \varphi$ leszsz a' függő, há itt is egyenes a' függés; 's ha na, mb,pc.. tétetik, az itt is egyenes függés' esetében $nmp\varphi = \frac{A}{a} \cdot \frac{B}{b} \cdot \frac{C}{c} \cdot \varphi$ leszsz a' függő. $\frac{A}{a} \cdot \frac{B}{b} \cdot \frac{C}{c}$ pedig $= \frac{ABC}{abc}$; úgy értve mind a' felső, mind az alsó mérttezetet: hogy A és a eggyfélék akármi azonegyre (akár a' főmértekre akár másra) nézve, számi kifejezetbe gondolttassanak, szintúgy B, b és C, c . .; 's ezen számi kifejezetek mérttezttessenek fölül és alul, 's az alsó mérttezet főmertteztessék a' felsőre; 's igy leszsz péld $\frac{A}{a} \cdot \frac{B}{b} = \frac{AB}{ab}$ (53.)

Tehát ha $x$nek neveztetik a' keresett, leszsz $x = \frac{ABC}{abc}\varphi$, ha mindenik függés egyenes; ha pedig valamelyik viszszás, péld. hogy ha b helyibe B tétettvén, a' függő $\frac{1}{m}$szer akkora leszsz, úgy $x = \frac{AbC\varphi}{aBc}$; mert $m = \frac{B}{b}$, 's $1 : m = 1 : \frac{B}{b} = \frac{b}{B}$. Az honnan látszík, mit kell tenni akármelyikkel, a' hól a' függés viszszás.

Az honnan következő a' szabály: csak le

kell páronként irni azokat a' melyektől a' függés van, 's a' függöt edjedűl jobbra.

Péld. ha *a* ember *d* id alatt meg-ás *b* hoszszu *c* szélü sánczat; *A* ember *B* hoszszu *C* szélűt mennyi id alatt ás meg?

Ember	*a*	*A*	*d* id
Hosz	*b*	*B*	
Szélesség	*c*	*C*	

Azután főlülről lefelé rendre kell kérdeni: miként függ *d*? péld. az emberek' számától viszszáson függ, a' hosztól 's szélességtől egyenesen; csak így téve a' kérdést: 2 annyi embernek 2 annyi idő kell é? 'sat.

A' hol viszszás a' függés, mint *B* nél mondatik, ott át-húzva (*B* és *b*) t, *B* mellé *b*, 's *b* mellé *B* iratik; azután az első esetben $\frac{ABC\varphi}{abc}$ ben, a' 2dikban $\frac{AbC\varphi}{aBc}$ ben, edj szoval abban a' mi leszsz, fölűl alul azoneggyel mértteznì, vagy azonegyet párazni a' fölülire és alolira szabad és kell is, hogy minél kisebbé váljék a' kifejezet. Péld. ha $B = \frac{4}{5}$, mérttezve 5 el 4 marad, de akkor fölűl is mérttezni kell; szintúgy ha $C = \frac{2}{3}$, mérttezni kell 3al fölűl alul; szintúgy ha péld. *A* vagy $\varphi = 100$, 's alul valamelyik $= 20$, amaz helyibe 5 iratik, 's ez kivonatik, vagy kivonattván 1 iratik mellé.

Ezt mind az elébbi leirásnál lehet véghez vinni: 's a' mi marad, az első lejtő sorban, azokból egymérttet kell alkotni, szintúgy a' 2dik lejtő sorból; 's erre főmérttezvén amazt, a' mi kijőn, az azzal mértezett φ leszsz az x.

Jegysés. Ha csak a, A, φ van: akkor Regula de tri; 's $x = \varphi . \frac{A}{a}$.

Péld. Ha 2 sing posztónak árra $\frac{11}{3}$ forint, $\frac{7}{9}$ nek mi az árra? Sing 2 $\frac{7}{9}$; $\frac{11}{3}$ forint: leszsz röviditve, 3 al mérttezve $\frac{11}{3}$at 's 2 öt, 's 9 el $\frac{7}{9}$et 's 2 öt; $\frac{7.11}{2.3.9}$ forint $= \frac{11}{3}$ forint. $\left(\frac{7}{9} : 2\right)$.

A' társasági reguláról.

§ 75. Tegyenek bé nyereségre ketten: edjik P a' másik p pénzt, amazé nyerekedjék I ezé i id alatt, 's a' köz nyereség legyen Q; kérdés mi jút az elsőnek? mi a másodiknak?

Ez nyilván egyenes függés, miud a' bé tett pénztől, mind a' nyerekedés idétől: tehát ha az elsőnek nyeresége N, 's a' 2 diknak n; lesz $n = N . \frac{PI}{pi}$; tehát $\frac{n}{N} = \frac{PI}{pi}$; és így (68.).

$pi : PI = N : n$; az honnan (69.)

$pi + PI : PI = (N + n = Q) : N$, avvagy

$pi + PI : pi = Q : n$.

'S akárhány legyen, mindeniknek pénzét mérttezni kell az idével (mind a' pénzt azonegyre fejezve ki mind az ideket); 's az eggymértek' öszszetének annyidja akármelyik eggymértt, mint az egész nyereségnek az azon eggyméttet illető nyereség.

Lajd pag 348

Mert ha igaz m számu ily eggymérttről, igaz leszsz $m+1$ számuról is; mert legyen S azon m számu eggymérttek összete, 's az S et illető nyereség R, 's valamelyik azon eggymértek közűl legyen F, 's az ezt illető nyereség K; 's legyen az új eggymértt f, 's nyeresége x; leszsz

$$S : F = R : K, \text{ és}$$
$$F : f = K : x ; \text{ tehát ( )}$$
$$\overline{S ; f = R : x, \text{ és } S+f : f = R+x : x.}$$

Jegyzés. Ha mindenik pénz egyenlő ideig nyert; akkor a' két elsőre pároztattván az id, csak a' pénzek maradnak. A' kár hasonlóul ószlik.

A' láncz-reguláról.

§ 76. A' különböző mértékek, pénzek' becseit szokták ezzel láncz sorban fólyó hasónlítás által meghatározni. Ha A,B,C,D bizonyos dolgokat, 's a, a', $b,b'c'$, - - - elvontt mennyiségeket tesznek; és

$$aA = a'B$$
$$bB = b'C$$
$$cC = c'D; \text{ leszsz mértékezve}$$

$$A = \frac{a'B}{a} = \frac{a'b'C}{ab} = \frac{a'b'c'D}{abc}. \quad \text{Tehát } A = \frac{a'b'c'D}{abc};$$

és így kijőn A mennyidje D nek csak az írt képbe kell tenni, és mivel $a'b'c'D$ re kell mértékezni abc t, az a' lejtő sorában és az a lejtő sorában a' (74.) röviditést kell tenni.

Látni való, hogy ez akármeddig folyhat, 's az is, hogy péld. $aA = a'B$ ből következik az is; hogy $A : B = a' : a$; mert mind aA ra mind $a'B$ re főmérttetztettvén a, leszsz

$$A = \frac{a'B}{a}, \text{ 's legyen péld } \frac{a'}{a} = \frac{2}{3}, \text{ tehát}$$

$A=\frac{2B}{3}$, nyilván $A=2u$, $B=3u$ kép leszsz, 's A az Bnek 2 harmada; 's az Ara főmérttezett $B=\frac{2}{3}=$ az a'ra főmérttezett $\grave{a}$hoz.

Péld. I. 2 arany $=$ 9 Rf. II. 2 veder bor $=$ 15 for.
1 Rft. $=$ 20 gar. 12 for. $=$ 3 véka b.

Tehát 1 arany $=$ $(\frac{20.9}{2.1}=90)$ garas; 's ha péld. 5 aranyrol kérdetik, hány garas, leszsz 5.90 garas.

A' második példában, 1 veder bornak becse $=\frac{15.3}{2.12}$ véka b. 's ha 12 vederről kérdetik, leszsz $=\left(\frac{12.15.3}{2.12}=\frac{45}{2}\right)$ véka b.

A' számirásról, 's a' számi öszsszezésről, kivonásrol, többezésről 's osztásról.

§ 77. Az úgy nevezet arabś számok csak testét adják azon indiai szép gondolatnak; mely 1 nél akárhánnyal több számjeggyel, csupán a' helyezés által akármely számnak tulajdon jegyet ád következőképen.

Zerónak jegye 0 volt; adassék *edjen* kezdve mindenik számnak a' melyikig tetszik, tulajdon jegy; ha tetszik azon végezve, a' melyen a' kezdet volt, az-az *edjen*; ha tetszik kettőnél... husznál . . . száznál . . . álva meg; 's neveztessék $n$nek a' 0al együtti számjegyek' száma; mely ha csak 0 és 1 volna, kettőt tenne, 's a' szokott szám-irásban tiz.

Gondolttassék továbbá következő eggypári sor, mely az 1től kétfelé nyulik a' véghetlenbe; balra mind n szer nevekedve, 's jobbra mind n szer apadva. 's gondolttassanak ezen sorizek alá a' * al jegyzett helyek, 's 1 alá jobbra tétessék vonat.

$$\ldots\ nnn \quad nn \quad n \quad 1 \quad \frac{1}{n} \quad \frac{1}{nn} \quad \frac{1}{nnn}\ \ldots$$

$$\ldots\ * \quad * \quad * \quad *, \quad * \quad * \quad *\ \ldots$$

És akármelyiken ezen helyek közül akármelyik a' fölebbi szám-jegyek közűl, tegye a' maga' kúlönbeni becsét mérttezve a' felette lévő sor-izzel; 's akárhány helyre tétessék számjegy, tegyék együtt, most nyert becseiknek öszszetét.

Akármely és akárhány helyekre tétessenek cifrák; az irtt becs nem változik: mert péld. az n alatti 0 nak becse $0.n = 0$.

Tehát akármely nem 0 számjegyek közti helyekre lehet cifrát tenni, 's ha tetszik *a' balra szélső számjegy elibe, 's a' jobbra szélső utan szintúgy, akárhány cifrát lehet tenni becs-változás nélkűl, ha a' vonat helyt marad*; mely mindég az 1 alatt áll.

Ha pedig a' felső sor egészen, az 1 alatti hely utáni vonattal együtt, jobbra vagy balra vitetik bizonyos számu helyekkel, 's az alsò sor helyt marad különben, csak a' vonat jött péld. az 1 alá eső hely eleibe, akkor ha a' vonat 1 hellyel ment balra, mindenik számjegynek mely nem 0, n szer nagyobb leszsz a' becse; mert a' mi az 1 alatt volt, n alá, 's a' mi n alatt volt, nn alá; 's mindenik n szer nagyobb alá esik; ha két hellyel ment balra, mindenik nn szer nagyobb alá esik; szintúgy látszik akárhány helyre nézt. 'S ha viszont innen jobbra gondoltatik a' mozgás, nyilván ha 1 hellyel ment a' vonat, mindenik számjegy n szer kisebb alá, 's ha kettővel, nn szer kisebb alá jön; 's

Lap pag 348.

szintúgy látszik akárhányra.

Tehát ha péld *nnn* szer nagyobbitandó a' becs, a' vonat balra 3 hellyel vitetik tovább; 's ha annyiszor kisebbitendő, 3 hellyel jobbra vitetik a' vonat.

A' felső sort pedig, a' vonat, *n*, 's a' helyek meghatározván; oda lehet gondolni, ha felirva nincs is.

Melyszerint ha $n=2$; leszsz 110, $1=2+4+1:2=..00110,10....$, 's ha $n=3$, úgy $0,2\doteq 2:3$, 's szintúgy átlátható *n* nek akármely becsére.

Hogy akármely *n* el lelehet akármely számot irui: valamint hogy péld. $n=10$ vétettvén a' köz divat szerint; az ezzel irtt számot hogy lehet leirni, az $n=2$ (vagy3...) szerint? vagy megforditva: a' tanulóra bizatik.

Ha sohol sincs vonat; úgy érttetik hogy a' végiről jobbra hagyatott el, miut elől a' +.

A' köz szám-irásban 10 mondatik *tiznek*, 100 *száz*nak, 1000 *ezer*nek, 1 000 000 az-az *nnn*. *nnn* az-az ezerszer ezer, *millionak*, millioszor millio, *billionak* melyben *n* mint nemző 2. 6 szor áll; 's a' melyben *n* mint nemző 6*m* szer áll, 's 1 után 6*m* cifrával iratik, *m tillionak* mondatván.

A' vonat előtt pedig balra az első hely *edjesnek*, a' balra következő *tizesnek*, azután százasnak 'sat... 's a' vonat után jobbra az első *tizedesnek*, azután *századosnak* 'sat. mondattnak.

Az egész számkép *tizi-képnek*, 's a' vonat után lévő helyek *tizedieknek* mondattnak: ha nincsen is vonat, a' végire lehet tenni, akárhány cifrával utánna (ha tetszik).

Ha a' számjegyek a' vonattol kezdve (jobbra balra) hármasan irattnak kis közzel; könnyen olvasható: az ezerekhez téve vonatokat zavar; inkább viszszafelé kell vonni.

Ha kérdetik; hogy péld 51 helből álló szám (a' vonatat a' végire gondolva), melyből az Ángol óriás Wallis edj éjjel setétben kihúzta a' radix quadrátát, mennyire menyen? 51=6.8+3, tehát az első hely száz octilios.

Az edj éves korában himlőben megvakult Ángol Saunderson számjegyeit is esmerje a' tanuló: hogy azokkal is az irtt módot látva, ne keresse az ugynevezett arabs számjegyekbeu a' valót.

§ 78. A' *tizi kép' becse olyan méret, melynek felsője azon kép a' végire tett vonattal, alsója pedig 1 annyi cifrával utánna, a' hány tizedi hely van a' képben.*

Mert $35{,}457 = \frac{35}{1} + \frac{4}{10} + \frac{5}{100} + \frac{7}{1000}$;

mely eggy alsóra vonattván, $= \frac{35000}{1000} + \frac{400}{1000}$

$+ \frac{50}{1000} + \frac{7}{1000} = \frac{35457}{1000}$.

'S viszont ez $= 35{,}457$; az-az azon méret, melynek alsója 1, bizonyos számu cifrával, = a' felsőjéhez, ha abban a' vonat úgy tétetik, hogy annyi tizedi hely legyen, a' hány cifra az alsóban van.

§ 79. A' *számi öszszezés* vagy öszsze számlálás' módja következő: (a' feladat az; hogy több tizi képnek öszszetét kell tízi képbe kiadni).

1. Irattassanak az öszszezendők úgy, hogy a' vonatak lefelé sorba essenek, szintúgy az edjesek, tízesek, százasok. . . tizedesek, századosok . . . külön lejtő sorokba essenek; ha nem

volna péld. tizedes, vonatát 's utána cifrát lehet gondolni.

2. Azután kezdődjék a' jobbra szélsőnél az öszve számlálása az azon fügélyi sor' külön számjainak, mindeniket csak annyinak véve, a' mit magára teszen; és ha azon a' helyen 1nek *a* volna a' becse, 's tiz *a*, a' mennyit 1 a' balra következő helyen teszen, *b* nek neveztetik; 's öszve számláltattván a' jobbfelüli szélső függélyi sorban a' számok, mindöszve az *a* száma lett *p* szer tiz + *m*, (a' 9et meg nem haladó számot tévén *m*, 's *p* akár 0t akár más számot): irattassék *m* az *a* sorába alol, 's *p* adódjék a' szintúgy öszveszámlálandó *b* sorhaz; 's ezen sorral ugyan az vitessék végbe, mintha ez volna az *a* sor, 's új *b* a' balra következő; 's miuden új sort új *a* sornak nézve, az irtt munka mind addig ismételttessék, mig nem csak az új sor = 0, hanem az ahhoz menő *p* is 0, 's nem marad balra a' 0an feljűli szám.

3. A' vonat az öszszetbe is az öszszezttettek' vonatainak sorába esik: és a' jobbfelüli szélsőn kezdve; nyilván mindenik sornak becse az öszszetbe van, 's azon kivűl egyéb nincs.

Péld. 497		986,7	
889	11	873,9	1120
1386		0,89	
		1861,49	

A' munka kigyózva folyjon, jobbra alolról kezdve felfelé, azután fölülről kezdve lefelé probáúl; mikor is a' ki irttnak egyezése biztosit; ha hoszu sornak péld. 327 volna az öszszete 32 tiz menyen által, 's ki-iródik (32).

Szokjék pedig a' gyermek *meg* nélkűl mondani péld. 8ra téve a' krétát 8, 's mikor kigondolta mennyi a' következővel, akkor téve 9 re a' krétát mondani 17, 's úgy tovább; 's az új sort a' künn maradtnál kezdeni.

Jegyzés. Hogy edjes-szám öszszete mennyi; az öszve-adási tábla, mely az öszszezésre 's kivonásra nézve olyan, mint az ezen alapuló Pythagoráse a' multiplicatióra 's divisióra nézve. Segítő szabály a' nagyobbikat a' másikból tízre pótolni; péld. $7+5=(7+3)+2=12$.

A' kivonásban ha péld. 12 ből kell 5 öt elvenni; tizre kell pótolni 5 öt, 's 2 öt azon pótthaz adni; 's ha 7 et kell elvenni, 7 nek tizre pótja 3, mely a' 2 vel leszsz 5.

§ 80. *A' számi kivonás* így megy véghez: (a' feladat az, hogy azt a' mivel edj tizi kép' becse a' másikat meghaladja, tizi képbe kell ki adni).

1. Irattassék a' kivonandó a' másik alá az elébbi szerint, mintha öszszezendők volnának: 's itt is szintúgy jobbról kezdve balra kell menni végig; de alól azt írva, mindenik kivonandó szám alá, a' mi ha ezzel öszszeztettnék, a' felső szám irattnék az öszszetbe: vagy a' hol az alsó nem nagyobb a' felette állónál, ebből kivonattván, irassék bé a' mi marad; ha pedig nagyobb az alsó szám, balra kell menni, 's az első nem 0 számjegyet 1 el kisebbitve, abból kell nevelni a' felső számot következőképen; ha éppen a' szomszédból vétetik azon 1, edj hellyel jobbra az tizet teszen; de ha meszszebbünnen jön, az első cifránál 10 leszsz, 's 1 elvétettve onnan, az megint tizet teszen az azutáni helyen, 's ott 9 marad; 's így ahárhány cifránál 9 maradván, végre azon számhaz melyből az alsó, kivonandó, tizet ád.

A' vonat a' vonatok sorába esik; 's látszik, az első módban, hogy a' mi kijött, az alsónak pótja a' felsőre; a' másodikban a' felsőből az alsóhaz részenként egyenlő vétetik el.

Példa.

5002	59,4	Az elsőben a' vonatat a' végire, 's az utobbiban 4 után cifrat kell gondolni
3987	45,37	
1015	14,03	

Azonban akár kivonjam a' ki vonandót, akár azt keressem, a' mivel öszszezve, a' felsőt adja meg, mind egy: péld. 7 et 12 ből 5, 's 5 meg 7 = 12, 's mintha a' két alsó rend öszszeztettnék, 's fölül irattnék az öszvet, a' künn maradt 1 meg 8 haz még 1 kell, hogy fenn 0 iródjék, 's úgy tovább.

§ 81. A' *többezés* így megy véghez:

1. A' 0-'s az 1 mérttez (25.) de nem többez, sőt a' 0 kevesebbez. Legyen a' többező elébb edjes szám 's > 1, péld. 6; 's a' többezendő legyen 974; keresttetik oly tízi kép, mely = 6 szor 974 hez.

Ez el-érődnék, ha 6 szor irattva le 974 az irtt módon öszszeztettnék; 's ugyan ez jön ki, ha a' helyett, hogy elébb 4 et 6 szor leirva öszszezném, röviden kérdem, hogy 6 szor 4 hány? 's azt írom bé, a' mit irnék ha öszszeztem volna, 's azt viszem által a' 6 szor 7 hez, az az 6 szor leirtt 7 nek öszszetéhez, a' mit öszszezve vittem volna által.

2. Ha pedig a' többező több helyből áll, péld. legyen 536 = 500 + 30 + 6; akkor 6 szor 974 hez még kell 30 szor 794, meg 500 szor 794; az-az 3.10.794 + 5.100.794 az-az (3.794). 10 + (5.797).100, Tehát 794 et 3 szor kell venni, 's vagy cifrát tenni utána, vagy a' 6 szor 794 alá úgy irni, hogy balra edj hellyel hátrább végződjék; 's még 794 et 5 szer kell venni, 's vagy 2 cifrát tenni utánna, vagy még edj hellyel

hátrább végezni, 's végre a' három sort öszszezni kell.

Akárhány helyből áljon a' többező; látszik, hogy akármely számával essék a' többezés, az alatt végződik a' többezet.

3. Legyen már a' vonat akár hol: ha nem a' többezendő' végén van; nem többezés, hanem mérttezés, 's a' méretek' mérttezése' szabálya alá jőn. Péld. 23,05 mérttezve 0,479 el $= \frac{2305}{100}$.

$\frac{479}{1000} = \frac{2305.479}{100\ 000}$ (49és 80.)

Az honnan látszik: hogy a' két tizi képet úgy vévén, mintha a' végeken volna a' vonat, a' mérttezővel többezni kell a' másikat; 's a' kijött többesben annyi tizedi helyet kell csinálni, a' hány van a' mérttezendőben és mérttezőben együtt, tehát 5 ezen esetben (80.)

§ 82. Ha az a' kérdés: bizonyos szám *D* mit tart magában *d* szer (*d* egész számot téve)? *D* mondatik *oszttandónak d osztónak*, 's az a' mit *D* magában *d* szer tart, *osztály-résznek*.

Legyen péld. 3673 forint felosztandó 9 ember között: következőképen megy véghez a' munka.

$$\begin{array}{r}
9)3673(408+\frac{1}{9}\\
\underline{36:.}\\
07.\\
\underline{0.}\\
73\\
\underline{72}\\
1
\end{array}$$

Úgymint 9et 3ba 0; 9 et 36 ba 4szer; 4szer 9 = 36, levonva marad 0; lehozva fölünnen a' következőt, 9et 7 be 0; 0szor 7 = 0, levonva, marad 7; lehozva mellé fölünen a' következöt, 9et 73 ba 8 szor; 8 szór 9 = 72; melyet levonva, marad 1; és jút edjnek 408 forint, 's még 1 forint 9 felé oszttandó. Ugyan ez felel meg azon kérdésre.

hogy 3673 forintból hányszor lehet elvenni 9 forintot? a' felelet ekkor az, hogy 408 szor lehet elvenni, tehát 408 embernek lehet adni kilencz forintot, 's 1 forint fennmarad, (mert 1 kilenced ember képtelen, bár ritka a' ki nem fractio).

Oka ezen munkának következő. Legyenek D, d, q, r, tizi képek, b, c, d edjes számjegyek, 's a' jelen ügyben D, r, q után tett edjes számjegy nem többezetet tegyen, hanem tiziképileg vétessék; péld Db legyen $D.10+b$, 's qc legyen $q.10+c$, 's $rb=r.10+b$.

Ha $D=$vagy $>q.d$, de $(q+1).d>D$; úgy d megvanDb ben qc szer, 's többször nincs, c valamely edjes számot téve 0 tol 9 ig (bézárolag). Mert a' legkisebb becse $Db=D.10+b$ nek, ha $b=0$, 's a' legnagyobb becse $D.10+9$; az első esetben $Db=10$ szer D hez, 's mivel d megvan D ben q szer, tiz D benis meg van tizszer q szor; tehát ($q0$ az-az $q.10$). d nem $>$ Db. De másfelől ($q9$ az-az $q.10+9$) szernél többször nem lehet d a' Db ben: mert $(q+1).d>D$, 's ha csak edjjel nagyobb is, tehát $(q+1).d=D+1$; úgy is $(q+1)$. $10.d=D.10+10$, és Db nek legalább ekkorának kellene lenni, hogy benne d többször legyen meg $q.10+9$ szernél; már pedig Db nek legnagyobb becse D.10+9.

Ugyan ebből látszik: hogy ha D bol kivonatik q szor d, 's r marad, és a' következő számjegy lehozatik, d az rb az-az $r.10+b$ ben is 9 szernél többször nem lehet meg; mert akkor Db ben $q.10+9$ szernél többször lenne meg d.

Mely szerint ha c úgy vétetik, hogy Db ben d meglegyen qc szer, de többször nem; úgy ha Db mintegy új D nek vétetik, D' nek neveztettve, 's utána új b tétetik b' nek neveztettve, 's qc is q' nak neveztetik: hasonlólag látszik; hogy van oly edjes szám c', hogy $D'b'$ ben d

megvan $q'c'$ az-az qcc' szer 's többszer nem; 's látszik, hogy ez megint új D vel, új b vel, új c vel végig folyhat; és a' hány számhely van az osztandóban azután a' hól d legelébb megtaláltatott, annyi hely jön az első q után.

§ 83. Hogy az osztás akármely megadottnál kisebb hibával menjen végbe, a' hol tökélyesen nem lehet is; péld. hogy 1 ezerednél kisebb legyen a' hiba, 3 cifrát, hogy 1 milliódnál kisebb legyen, 6 cifrát ('s úgy tovább) kell az osztandó után tenni; 's az osztást végezve, a' maradék' elhagyásával, abban a' mi ki jött, ánnyi tizedi helyet kell csinálni, a' hány cifra az osztandò után tétetett. Péld. $\frac{2}{7} = \frac{2000}{7000} = \frac{2000}{7} : 1000 = \frac{285 + (\omega < 1)}{1000} = 0,\, 285 + \frac{(\omega < 1)}{1000}$; 's szintúgy $\frac{2}{7} = \frac{2000000}{7000000} = 0,285714 + \frac{(\alpha < 1)}{1000\,000}$. Mely akármely számra alkalmazható, akár hány cifrával: 0, 285 edj ezerednél, 0,285714 edj milliódnál kisebb hibával $= \frac{2}{7}$.

Megjegyzendő pedig az utobbiban hogy végre éppen 2 maradván, ha végnélkűl folytattni gondoltatik, mind ez a' kép jön elé; 's ha 285714 röviden a nak 's 1 millio m nek mondatik; edj jobbra végetlen eggypári sor támad, melynek elsö ize $\frac{a}{m}$, a' sorjel $\frac{1}{m}$, 's leszsz $\frac{a}{m}$, $\frac{a}{mm}$, $\frac{a}{mmm}$ - - -, mely izek' öszszetének (az alábbiak szerint) széjbecse $\frac{2}{7}$.

Akárhány ilyen osztásban pedig szükségesképpen valamikor olyannak kell maradni, a' mi még maradék volt az előtt, ha nem elől, azután.

§ 84. Ha az osztandóban tizedi helyek vannak, 's az osztó egész szám: amazt úgy kell venni, mintha a' végin volna a' vonat, 's az osztást végbe vivén, abban a' mi ki jött annyi tizedi helyet kell csinálni, a' hány az osztandóban volt; sőt az egész számmá lett osztandó után akárhány cifrát téve, az elébbi § szerint lehet az osztást végbe vinni, csak a' származatban annyi tizedi hely tétessék, a' hány volt az osztandóban, 's a' hány 0 tétetett. péld. $2,3:7 = \frac{23}{10} : 7 = \frac{23}{7} : 10 = \frac{2300}{7} : 1000.$

§ 85. Ha tizedi hely van: edjik mód, az, hogy a' melyíkben (a' tett-eggymértt és párzandó közűl) kevesebb a' tizedi hely, cifrákkal pótoltassék ki annyira: a' vonat helyt maradásával a' becs nem változván (78.) mind a' ketten (80 sz.), eggyalsójú méretekké válnak; és így miután a' tett-eggymértt és a' párzandó eggyszámu tizedi helyüek; a' vonatat mindeniknek végire gondolva, amaz osztandóvá, ez osztóvá válik. Péld. $2,3 : 6,94 = 2,30 : 6,94 = \frac{230}{100} : \frac{694}{100} = \frac{230.100}{100.694} = \frac{230}{694}$. Hogy ekkor a' (§. 83) t használni lehet, szembe ötlik.

Jegyzés. 1. Hogy az öszve számlálás a' főlebbi öszszezés, a' kivonás a' pót-zás', a' többezés a' mérttezés', az osztás a' párzás' képzete alatt van, nyilvános.

2. A' kilencesekkeli próba mind a' 4 munkára, 's ennek hiánya, valamint az edjes számoknak az ujji 's még más számitás általi többezése' oka az első kiadásból a' rövidségért kimarad: az utobbi ebből áll. Péld... 7 szer 9 hány? lekell így irni

7	9	Tizből 7et 3, 's tizből 9et 1; 's
	6	3 szor 1 hez $(7-1)=(9-3)$ szer ti-
3	1	zet kell adni. Tehát ha $N.M$ kérdeztetik; leszsz

$$(10-N).(10-M)+\left[N-(10-M)\right]10=N.M,$$

melyet továbbacska a' tanuló' magától átláthat.

3. Az osztásnak probája, ha az osztályrész az osztóval többezve megadja az osztandót.

Szintúgy ha a' többezet osztattván a' többezővel, kijött a' többezendő, jó a' többezés.

4. Szintúgy az öszszezés 's kivonás, probáji edmásnak.

§ 86. Használhatobb rövidisései a' többezésnek ezek:

1. A' jobbfelőli cifrák* elhagyása: péld... 3700 szor $94=37.100.94=94.37.100$; tehát 94 szer 37 után kell tenni a' 2 cifrát, mellyel a' vonat jobbra 2 helyel vitetik (78).

370 szer $9400=37.10.94.100=37.94.10.100$ mely annyi mint 37 szer 94 után tenni 3 cifrát, úgymint annyit a' hány van a' többezőnek 's többezendőnek végeiken együtt.

2. Ha a' cifrák közbül vannak; csak az utánoki 's elötti szám képpel van baj: de minden részleti többezetnek, az öszszezésben meg kell helyi becsének adattni; és így akármely renddel lehet véghez vinni a' többező' számaival a' többezendő számai' többezését.

7694 többezve 3004 el; leszsz 4 szer 7694 + 3 szor 7694.1000.

7006 többezve 3004 el, leszsz 4 szer 7000+ 4.6 + 3 szor 7.1000.1000 + 6 szor 3.1000

3 Ugyanabból, hogy csak a' hely-becs megtarttassék, akármely renddel folyhat a' többezés; több módjai következnek a' többezésnek; de röviditésre szolgál ez: ha akár a' többezőben akár a' többezendőben a' tizi képnek valamely darabja többese más kép-darabnak, csak a' kisebbikkel vitetik a' munka véghez, 's ezen többezet többeztetik azzal, a' hányszor a' kisebb kép a' nagyobbnál kisebb. *Péld.* 96012.574=574.12 +8.(574.12).1000.

4. Ha a' többező=$n.m$; elébb n szer véve a' többezendőt,'s a' többezetet m szer véve annyi, mint n szer m szer venni. Igy (4.7.9) N annyi mint 9N többezve 7 el 's az többezve 4 el.

5. Ha $n=a+b$; $aN+bN=nN$; 's így péld. 11.729=7290+729; 102. 729=72900+2.729.

6. Szintúgy hiányt véve 998. 345=345000 —2.345.

7. Néha könnyebb n szer nagyobbal többezni, 's olyankor n szer kisebbiteni kell.

Péld. 473.5 =4730:2; mert 4730=473.5.2; 473.25=47300:4; mert 47300 =473.25.4. 473. 125=473000:8

8. Igy az imintiekkel együtt, 7525N=5.5N +3.5.5.100N; 'mely kijő, ha N után 2 cifra tétetik, 's negyede ahoz adódik, a' mi lesz, ha ez 3 al többeztettvén, 2 cifra tétetik utána.

'S több efféle esetek szerint könnyü gondolni; Marothiban sok efféle van.

§ 87. Az osztásban használhatóbb röviditések:

1. Ha az osztó végin cifra van; akárhány legyen, ki kell vonni, 's ugyan annyi helyet az osztó' végin is át kell húzni; 's mintha a' kivontt helyek nem volnának, úgy kell az osztást véghez vinni; de a' maradék mellé lekell hozni az

osztandó végén kihuzattat;'s az leszsz az egész maradék; 's ez potólja ki, ha alája iródik az egész osztó, az osztály-részt.

Mert péld. legyen 7314 Rfrt osztandó 300 felé; 7314 : 300 = 7300 : 300 + 14 : 300 = 73 : 3 + 14 : 300 = 72 : 3 + 1 : 3 + 14 : 300 = 24 + 100 : 300 + 14 : 300 = 24 + 114 : 300

2. Ha az osztandó is osztó is ugyan azon számmal maradék nélkűl osztható; megkisebbűlnek a' számok; 's péld. 72 : 15 = 3 . 24 : 3.5 = 24 : 5.

3. Ha az osztandónak valamely darabképe, többesse valamely másnak; minthogy akármely renddel osztassanak el a' kép-darabok, mindegy, csak a' helyi becs tartassék meg: rövidités lehet; 4384ben 84 = 2.42; tehát 4384 : 21 = 2.100 + 2.2 + 100 : 21

4. Ha az osztó' képe 1, utána 1 vagy több cifrával: a' hány cifra, annyi tizedi helyet kell csinálni.

5. Többeket gondolni könnyü: péld. ha *N* osztandó 5 felé, 2*N*be 1 tizedi helyet kell csinálni; ha az osztó 25, úgy 4*N*be kell 2 tizedi hely 'sat.

§ 88. Ha az öszszezendők különböző számedjekre vannak kifejezve: a' legkisebb számedjüeknél kezdve jobbról kell a' mind nagyobb szám-edjüekre menni, következő módon.

24 mása	79 font	30 lót	Az hól a' lótok
9 mása	34 font	20 lót	1 font 18 lotot té-
34 mása	14 font	18 lot	vén, 1 font át-vi

tetik, 's a' fontok is 1 mását 14 fontot tévén, a' mázsa átvitetik. 'S így akárhány sorrali bánás világos.

§ 89. Ha kikell vonni; ezt is jobbról kell kezdeni.

2 mása 9 font ból
1 máSát 17 fontot 's 2 harmad lótot

marad 0 mása 91 font 31 's 1 harmad lót.

A' fontból 1 teszen 32 lótot, melyből el vétettvén 2 harmad lót, marad 31 's 1 harmad lót; tovább a' 2 másából 1 mása tétettve a' 9 ből maradt 8 fonthaz; a' munka nyilvános.

§ 90. Ha 2 mását 75 fontot 30 lotot kell többezni 6 al; leszsz jobbról

16 mása 55 font 20 lót kezdve

ha csak annyi lót iratik, a' mi kisebb 1 fontnál, 's csak annyi font, a' mi kisebb 1 másánál. A' többező lehet oly nagy, hogy a' lótok is mására mennek; a' mikor is a' hány mására mennek, a' másákhoz, 's a' mi font marad, a' fontokhoz, 's a' mi lót. marad, a' lothoz menjen.

Ha pedig péld. 2 harmadát kell venni péld. 2 mása 7 fontnak; elébb többezni kell 2 vel, 's azután osztani 3 al; az osztás' módja pedig következő.

§ 91. Ha 19 mása 7 font 21 lót 3 felé osztandó: balról kell kezdeni; 19 mása 3 al osztva ád 6 mását, 's 1 mása a' fonthoz menvén, lesz 107 font, mely, 3 felé osztva, leszsz 35 font, 's 2 font a' lóthoz vitettve, leszsz 85 lót 3 felé osztva 28 + 1 harmad lót.

§ 92. Ha péld. 8 + 2 harmaddal kell mérttezni N et; vagy 8 al kell többezni, 's 2 harmaddal mérttezve a' származatokat öszszezni; vagy (8 + 2 harmad = 26 harmad) át venni N nek.

§ 93. Van oly osztály, hogy N et úgy kell elosztani, hogy péld. edjiknek jusson 2 rész, másnák 7 olyan rész, 's másnak 9; 's N ből semmi se maradjon. Legyen x az a' rész; leszsz $2x + 7x + 9x = 18x = N$, 's $x = N : 18$; az honnan kijön $2x$ 'sat.

De legyen hogy még edjnek jusson 2 harmada, olyan résznek a' milyent kettöt kap az első: legyen $2y$ az első' része, tehát amannak része $2(y:3)$, 's ekkor 2, 7, 9 is mind 3 alsójuakká tétettnek; 's leszsz $2y$ ból, $2.3(y:3)$, 's ha $y:3$ röviden $=u$; leszsz $2.3u+7.3u+9.3u+2u=N=56u$; tehát $u=N:56$; 's az első kap $2.3u$t 'sat.

Jcgyzés. Ez alkalmaztatik péld. ha a' csattanò por 3 suly-rész tiszta salétromból, 2 rész hamu'sirból 's 1 rész kénből áll; mennyit kell venni ebből 's amazokból, 1 fontra?

§ 94. Sokszor van még edj más osztásra szükség: péld. vásárnapon ment n számu véka a árron, m számu véka b árron, p számu c árron: 's *közép számot* kell találni, az az oly közép árrut, hogy ha mindenik véka úgy ment volna, ugyan annyi pénz jött volna érte.

A' pénz $= na+mb+pc$; 's a' közép árr $= (na+mb+pc):n+m+p$; mert ez többezve $n+m+p$ vel elé áll $na+mb+pc$. Még némely

Alkalmazás a' köz életre.

I. Ha valamiből 1 ölnek árra 2 f 27 xr, mi az árra 4 és (5:6) őlnek? Vagy 4 el többezni kell 2f+27 xrt, 's ugyan annak véve 5 hatodát, az elébbihez kell adni; vagy (2.60+27) xrnak kell (4.6+5) hatodát venni; mely is 147.29 xr nak hatoda = 710+ fél xr = 11 f + 50+ fél xr.

II. Edj negyvenesből mennyi jön bé, ha kupája 10 garason menyen, 's 1 vederért 6 kr. 's 10 vederre 1 kupa apadás az eladó' részére számittatik? 's viszont a' béjött pénzből, kerestethetik a' kupa árra 'sat.

III. Ha Rhftból magyart kell csinálni, ötödét hozzá kell adni; ha magyarforintból kell németet csinálni, hatodát kell levonni, az az n

Rhf teszen n Mftot meg n Mftnak ötödét: n Mf. pedig teszen n Rhftot n Rhftnak hatoda' hiján.

Mert $n\,\text{Rhf} = n.\frac{6\text{Mf}}{5}$; mert 1Rhf 1 Mftnak 6 ötöde; tehát $n\,\text{Rhf} = \frac{n6\text{Mf},}{5}$ ez pedig $= \frac{6n\text{Mf}}{5} = \frac{5n\text{Mf}}{5} + \frac{n\text{Mf}}{5} = n\,\text{Mf} + \frac{n\text{Mf}.}{5}$

A' 2dik esetben $n\,\text{Mf} = \frac{n5\,\text{Rhf}}{6}$; mert 1 Mf az 1 Rhfnak 5 hatoda; tehát $n\text{Mf} = \frac{5n\text{Rhf}}{6}$; mely $= \frac{6n\text{Rhf}}{6} - \frac{n\text{Rhf}}{6}$, 's ez $= n\text{Rhf} - \frac{n\,\text{Rhf}}{6}$.

Példa. Legyen elébb 291 Rhf, azután 712Mf; 's mindenik csináltassék azután viszsza: a' munkát következő képbe kell szokni; 's a' mi az osztással fenn marad, azt is úgy kell írni külön, mely is mindenkor tiz-krajtzárosok' száma.

5)	291		
	058	1	
6)	349	1	
	58	1	
	291		

6)	712		
	118	4	
5)	593	2	
	118	3	
	712		

Az elsőben 291 Rhf = 291 Mf meg 291 Mftnak ötöde: mely is 58 Mf + 1 ötöde a' Mftnak, mely is 1 tizes: tehát 291 Rhf = 349Mft+1tizes; és ez teszen 349 Rhft +1 tizest, 349 Rhftnak hatoda (az-az 58 Rhf 's 1 hatod Rht az-az 1 tizes) hiján; és így az elébbi' 291 Rhf viszsza áll.

A' második példában 712 Mf teszen 712 Rhftot 712 Rhftnak hatoda hiján; tehát ennyit (u m) 118 Rhftot meg 4 Rhf : 6 az-az a' Rhf 4 hatodát az-az 4 tizest lekell vonni; a' levonást 4nél kezdve, a' már németté vált 712 ből 1 et elvéve, ez teszen 6 tizest, melyből 4 et elvéve, marad 2 tizes; 8 Rhft már 11 ből 3, 's így tovább menve, 712 Mft $=$ 593 Rhf $+$ 2 tizes; mely $=$ 593 Mf $+$ 2 tizes $+$ 593 Mftnak ötödéhez, mely is 118 Mft 's $\frac{3\text{Mf}}{5}$ az-az 3 tizes; 's ezen 3 tizes a' 2 tizessel teszen 1 Mftot, melyet 8 meg 3 haz advân, 's folytatván, a' főlebbi elé áll.

Jegyzés. Az n ugyan tehet nem csak egész számot; péld. legyen $\frac{21\text{Rhf}}{4}$; leszsz ez $=\left(\frac{21}{4}+\frac{21}{4.5}\right)$ Mf. de könnyebb $\frac{21}{4}$ helyet $5+\frac{1}{4}$ et venni, 's leszsz 5 Rf $=$ 5Mf $+\frac{5\text{Mf}}{5}=$ 6Mf, melyhez 1 negyed Rhf $=$ 15 xr hozzá adódik. Szintúgy a' tizesekkel is úgy lehetne ok nélkűl veszteni az időt: 1 tizes $=$ 1 ötöd Mft; s' $\frac{1\text{Mf}}{5}=\frac{1\text{Rhf}}{5}-\frac{1\text{ Rhf}}{5.6}=\frac{6\text{Rhf}}{30}-\frac{1\text{Rhf}}{30}=\frac{5\text{Rhf}}{30}=\frac{1\text{Rhf}}{6}$.

IV. Mivel 4 ezüst (akár forint akár krajtzár ..) teszen tiz váltot; 1 ezüst 1 váltónak tiz negyede, 's 1 váltó 1 ezüstnek 4 tizede (77.), 's 1 ezüst $=\frac{10V}{4}$, 's 1 váltó $=\frac{4E}{10}$; és így $nE=\frac{10nV}{4}$, $nV=\frac{4nE}{10}$.

Az honnan n ezüstből váltó leszsz, ha n többeztetik tizzel, 's a' mi ki jön, annak felinek fele vétetik; tizszer pedig nagyobb leszsz n, ha a' számképben a' vonat edjjel jobbra vitetik, 's ha nincs vonat, tehát a' végén volna, 1 cifra tétetik utána.

Péld. 941 Ezüst = 9410 fele' feléhez; a' felezés pedig így leszsz 4705

2352 's fél; az hol 941*E* = 2352 's fél váltóhaz, ha forint, forinhaz, ha akármi egyéb, ugyan afféléhez.

'S csináltassék ugyan ez viszsza: lesz

2352 + fél. Többezve 4 el leszsz 4 szer fél = 2,

4 mely 4 szer 2 hez adva = 10, 's úgy

941, 0 tovább, és a' végén 1 tizedi helyet csinálva, elé áll a' 941 ezüst = 2352 's fél váltóhaz.

Legyen 4927 váltó; leszsz ez = 1970 's 8 ti-

4 zed ezüsthez, 's a' 0, 8 pedig

1 9 7 0, 8 ha Mf volt, 8 szor 5 krajtzár.

Legyen 1 váltó Rhft; leszsz 1.4 = 4, 's 4 : 10 = 0, 4; tehát 1 *V*Rhf = 0, 4 Ezüst; melyet viszsza csinálva, 0, 4 többezve tizzel leszsz 4 melynek felinek fele 1, és 0, 4 Ezüst Rhf, az az 4 ezüst susták = 1 váltó Rhf.

Jegyzés. Tehát a' német forintnak magyarra, 's a' magyarnak németté változtatásában 5 és 6, a' váltó 's ezüstben 10 és 4 a' szabályi számok: annak első esetében ötödét hozzá adni, a' másodikban 6 todát lekell vonni; ebben pedig 10 és 4 közűl edjikkel többezni, 's a' másikkal osztani kell; 's mikor több váratik, akkor kell a' nagyobbal többezni.

V. 100 tol a' kamat péld. 6; hát *n* nek mennyi a' kamatja? nyilván a' kamat egyenesen függ a' tökétől: tehát a' kamat $= \frac{n}{100} . 6$; és igy többezni kell *n* et 6 tal, 's a' többezetbe két tizedi helyet kell csinálni. Péld. 132 nek kamatja 7,92, mely ha Rhf volt, 7 f 9 susták 's 1,20 kr.

VI. Ha 6nak tőkéje 100, mennyi 591nek a' tőkéje? Itt is egyenes függés lévén, a' keresett tőke $\frac{59100}{6}$, mely megint $=$59100 felének harmadához.

Ha a' kamat 100 tól péld. $3\frac{+1}{2}=\frac{7}{2}$, az alkalmazás a' tanulóra bizatik.

VII. Ha a' kérdés, *n* garas hány Rhf? *n* et felezni kell, hogy sustákká váljon, 's 1 tizedi helyet kell csinálni.

VIII. *Toisierozásnak* mondatik a' terjnek 's teljnek a' mérnökök' helyes (10.) nyelvéni kiadása: a' szokottnál könnyebb 's kevesebb gyakorlást kivánó a' következő. Főmérték a' rud $=$ 2 öl, melynek 12 öde a' láb, melynek 12 öde az ujj (vagy hüvelyk), ennek 12 öde az első percz, 's ennek 12 öde másod percz 's úgy tovább. 'S a' terjet kimutatja 2 egyennek, a' teljet 3 egyennek mérttezete (38.), az űrtan utmutatása szerint. Tehát itt csak az egyenek' mérttezése jön kérdésbe: mely könnyen megesik a' (84.) tizi képek' mérttezése módján, csak azzal a' különbséggel, hogy itt nem tiz hanem 12, 's 10 és 11 úgy vétettnek, mintha a' tizenkét jegyi szám-irásbani jegyek volnának; 's az ölszám rúd-számmá változtatik, a' rúd 2 ölet tévén, 's 12 lábot tartván magában, mint a' láb 12 ujjat 's úgy tovább; a' vonat pedig a' csak tizi képbe irtt rúd szám után tétetik; és a' rúd vétettvén főmértéknek, valóságos mérttezés vitetik véghez, a' felsők mint (80) a' tizi képben, úgy mértteztettvén, mintha a' vonat a' végeken volna, 's az eggymérttben annyi 12 tödi hely tétettvén, a' hány együtt a' két nemzőben van; a' mikor is az eggymért egyenes lînea, és a' terjet kimutatja, annyidja lévén az a' linea a' főmértéknek, mely itt a' rúd, mint a' terj azon négyögnek, melynek a' rúd az oldala; szintúgy ha telj kerestettvén, ezen egyen 3dik egyennel mértteztetik, az eggymérttbe ki jövő egyen annyidja a' rúdnak, mint a' telj a' rúd oldalú kőbnek (Tent.).

Mindazáltal a' mérnökök' köz-életi nyelvére fordittatik által mindenik, következőképen: a' terji eggymértt jóbbról kezdve 2vel többeztetik a' vonatig, 's a' vonat elött 4el; a' telji pedig 4el a' vonatig, 's 8al a' vonat előtt; mind a' két esetben a' 12tők' számát (mint a' tizekét a' tízi képekbe) balra vive által, csak éppen a' vonat után a' hatokat víve a' vonat elötti eggymértthez.

Péld. Legyen edj *negyedszögénynek*

Hoszsza 2, 5 4 = 4° 5' 4"	'S edj fal' oldala
Széle 3. 1 1 7 = 7° 5' 7"	az elébbi 9, 8 3 9 4
0,1 5 1 4	vastagsága 0, 2
2,2 10 8	1, 7 4 7 6 8
7,4 0	8 4
9,8 3 9 4	A' telj = 12° 5' 6" 6''' 2^{IV} 8^{V}

a' terjben értve az ölön 1 öl oldalu négyeget, a' lábon 1 öl alju lábszeletet, az ujjan 1 öl alju ujj szeletet 'sat, a' teljben pedig 1 öl oldalu négyeg az alj, 's a' magasság adja a' nevet; mely szerint a' terjben és a' teljben, amabban 6 terj-lábszelet, ebben 6 teljlábszelet, a' terj-lábszeletben 12 terj-ujj-szelet, 's a' telj-láb-szeletben 12 telj-ujj-szelet van, 's úgy tovább, mint az ölben láb, lábban ujj 'sat. A' terj-szelet negyedközény, a' telj-szelet tégläny.

A' vonat elött a' terjben azért kell 4el, 's utána 2vel, 's a' teljben a' vonat elött 8al, 's utána 4el többezni: mivel 1 rúd oldalu négyeg = 4□ ől, 's ennek 12öde $= \frac{4\square\text{ől}}{12} = \frac{2\square\text{ől}}{6}$, 's ennek 12 öde $= \frac{2\square\text{ ől}}{6.12}$ 'sat. Tehát mivel $\frac{1\square\text{ől}}{6}$ = 1 láb-szelet; a' mely szám éppen a' vonat után van, annyi 12töde levén a' rudnak, azon számat 2vel kell többezni; szintúgy látszik jobbra tovább.

Az 1 rud oldalu köb pedig teszen 1 öl oldalu köbet 8at; tehát ennek 12öde = 8 telj-ölnek 12ödéhez, az-az 4 hatodához a' telj-ölnek; melyből hasonlólag látszik.

Éppen a' vonat után következő szám' eggymérttjéből pedig azért kell a' hatokat vinni által; mivel 6 láb-szelet teszen a' terjben terj-ölet, a telјben telj-ölet.

Megjegyzendő: 1ben; hogy akármekkora a' vonat elötti szám, az tizi képbe iratik; 2dszor; hogy mihelyt a' mérttezés kezdődik, ki kell pontokkal jelelni annyi 12tödi helyet, a' hány van a' két nemzőben együtt, 's a' vonatat balra a' pontok' elíbe kell tenni; 's ha valamelyik nemző' nagysága miatt a' 12ök' átvitelével azon pontok bételnének, 's még volnának is 12 ök, a' vonattal tovább nem vitettnek. 3dszor. A' rész-eggymérttek pedig edj hellyel balra mennek, a' vonatok ezekben függélyi sorba tétettvén. Példa

151,	11
1,	10
126,	7 2
151,	11
278,	6 2
4	2
1114•	0' 4''

Az hol 10.11=110=9.12+2; tehát 9 átmegy 10.151=1510 hez, 's lesz 1519, mely = 12.126+7hez; tehát elébb 2 iródik bé, azután 7, de csak két 12ödi hely lévén, 126 noha többese 12nek egészen a' vonat elébe megy. A' többi a' fölebbiből megérttetik

Jegyzés. Itt valósággal linea lineával mértteztetett a' fölebbi képzet-adása szerint a' mérttezésnek: a' főmérték 1 rúd =2öl, 's az-az eset volt, mint mikor péld. $\frac{2}{3}$ mértteztetik $\frac{4}{5}$ del, az-az a' főmérték 2 harmada a' főmérték' 4 ötödével; és az jött ki a' mi mértteztetett, tehát linea; 's abbol hozatott ki a' terj és telj. Az ür-tan az öszszemérhetlenség' esetében is kiadja az egyenek' mérttezetét, mihelyt a' főmérték meghatároztatik, még pedig egyenben, nem is lehetvén egyéb. De mikor mondatik; hogy linea lineával mérttezve terjet ád, talám azt értik, nem a' fölebbi képzetet adva a' mérttezésnek, hogy ha mind a' kettö azonegy számedjre nézve fejeztetik ki, 's péld. ha az alj 200 láb 's a' magasság 10 láb; a' negyedszögény' férete 200.10 edj láb oldalu négyeg; tehát nem linea lineával, csak azonegyre nézti számok mérttezete vétetik, 's az alkalmaztatik a' terj' számitására. Különben micsoda oly képzet-adás szerint mely minden mérttezésre iljék, leszsz a' hoszból terj? Ha főmértéknek 1 láb tétetik, úgy ha tiz láb a' mérttező, linea az eggymértt = 2000 láb; 's ha mindenik, ujjra nézt fejeztetik ki, ha a' főmérték ugyan az marad, az eggymértt is az elébbi leszsz; de ha újj a' főmérték, a' mérttező 10.12 újj lévén, akkor az eggymértt 10.12.200. 12 ujj leszsz, tehát annyiszor nagyobb, a' hányszor a' főmérték kisebb.

IX. A' többes regulára: ha a' mérttezendő 200', a' mérttező 10', 's a' főmérték 1'; akkor a' főlebbiek szerint az egymértt 2000'; mi leszsz az eggymértt, ha a' mérttezendő 20', a' mérttező 35', 's a' főmérték 1''=1' : 12? Az (74.) szabály szerint le irva: leszsz

Mérttezendők	200′	20′	Egymértt 2000′;
Mérttezők	10′	35′	de a' feladat szerint
Főmértékek	12″	1″	

Leszsz $\frac{20'}{200'} \cdot \frac{35'}{10'} \cdot \frac{12''}{1''} . 2000 = \frac{20.35.12\ 2000'}{200.10.}$

$= 20.35.12' = 84000'$.

Itt csak a' főmértéktől viszszás a' függés: a' rövidítést az első leirásnál is meglehet tenni.

Ha edj könyv 15 ívre menne, ha minden sorban 40 betü, 's minden lapon 40 sor volna: hány ív leszsz, ha a' sorban 37 betü, 's a' lapon 33 sor van?

Betű	40	37	15 ív: itt a' függés
Sor	40	33	mind viszszás: tehát

Leszsz $\frac{40.40}{37.33} . 15\,\text{ív}; = \frac{40.40.\ 5\,\text{ív}}{37.11} = \frac{8000\,\text{ív}}{407}$

$= 19 + \frac{267}{407}$ ív.

XII. Ha Pálnak 20 aranyja, 3 honapig; Péternek 35, két honapig; Jánosnak 7, öt honapig, társasági egyesületben nyernek együtt 100 forintot: kérdés mennyi a' Pál' nyeresége?

Legyen x: leszsz (76.)(20.3 + 352. + 7.5):20.3

$= 100f: x$; tehát $x = 100f. \frac{60}{165} = 36 + \frac{12}{33}$

forint. Szintúgy kijön akármelyiké, 's ha még edjiké ki jőn, az utolsóé megmarad.

A' 4 munka közönien, 's abból az eggypári sor' öszszete, 's sorközelités' jele.

§. 95 Ha (90.) 31 forint + 15 garashaz adatik 3 forint + 10 garas: 24 forint + 25 garas szintúgy öszszet, mint 25 forint + 5 garas; csak hogy ez kimutatja, hogy hány forint, 's a' mi még van (kisebb 1 forintnál) mennyi. De akár mit tegyenek *a* és *b*; 21*a* meg 15*b* meg

$3a$ meg $10b$, nyilván $24a$ meg $25b$; 's ez közönségesen igaz, ha szintén a mását, 's b fontot, vagy egyebet péld. a mért — főldet, 's b ölet teszen is.

Szintúgy ha a és b birtt, pénzt, 's $-a$, $-b$ (tétellenileg) adosságot tesznek; és $-5a-7b+9a+b$ öszszeztetnek: $9a-5a$ leszsz $4a$, 's $b-7b=-6b$ (13.), 's az öszszet $4a-6b$, akármicsoda pénzeket tegyenek a és b; 's mihelyt meghatározódik, hogy a mennyit 's b mennyit tegyen; azonnal tudatik, hogy a' ki bir $9a+b$ vel 's ados $5a+7b$ vel, bir $4a$ val 's ados $6b$ vel.

Söt ha a és b közül akármelyik vagy mindenik akár birtt pénzt, akár adosságot teszen is: akkor is igaz; hogy a' ki $9a-5a-7b+b$ vel van, az $4a-6b$ vel van. Mert ha a adosságot teszen, $9a$ is adosság 's $-5a$ vagyon, 's ez $4a$ adosságot teszen 'sat.

Szintúgy ha a, b, c . . jobbra balra tett útakat tesznek (12.) bizonyos egyenen bizonyos ponttól kezdve; 's a' kérdés az: hogy a' mozgott pont azon útak' végén, az első ponttól mennyire van jobbra vagy balra? A' jobbra tett haladás tétinek, a' balrai tétellieninek vétettvén; az első kiadásban megmutattatik, hogy az útak akármely rendben azonegy származatat adják, és ez az útak' öszszete; ha a' jobbra tett útak $+$ nak, 's a' balra tettek, $-$ nak vétettnek.

§. 96 Tégyenek már a, b, c . . akármely akármint (elvétileg és edjileg) milyzett (péld.) egyeneket, 's n, m, p . . tegyenek akármely mérttezőket: lessz $na+ma=(n+m)a$, 's $na-ma=(n-m)a$, mint a' rendre vett lehető esetek kimutatják; péld. legyen $a=-1$ ől, az az balraí ől, 's legyen $n=2:3$, és $m=5:3$; leszsz $-ma=(5:3)$ jobbrai ől; tehát az öszszet az első esetben ($2:3+5:3$) balra tett ől, 's a' második esetben az öszszet ($5:3$) jobbra tett ölből elvéve ($2:3$) balrai ölet, leszsz $\left(5:3-(2:3)\right)$ ől$=1$ öl jobbra, az az ($-2:3+5:3$) ől.

Az honnan ez, más betüre is illvén, akármely öszve-rakott kép által jelentett mennyiség jegye legyen is az: két más egyenlő betüknek, 's onnan többnek öszszetére is kiterjesztve; leszsz, ha n, m, q, p, r.. izfőmértteket (*coefficiens*) tesznek

$$\begin{array}{llll} na + & mb & -pc & +qd \\ +ra & -mb & -qc & \\ \hline \end{array}$$

$=(n+r)a+(m-m)b-(p+q)c+qd$; a' holott m-$m=0$ elhagyathatik, $-p-q$ pedig$=-(p+q)$; és az ily közönséges álorcza alatti mennyiségek' öszszezése' szabálya nyilván ez: hogy valahol az izfőmérttek melletti ményiség-kép egyenlő, az leírattván, íz főmérttjének tétetik az azon öszszezendő ízekbeni izfőmérttek' öszszete.

§. 97 Legyen akármely ily alaku mennyiség $=S$; 's legyen más ily alaku $=A$; 's kerestessék Anak Srei pótja B: leszsz ez $S-A$ (14.); mert $A+S-A=S$. Ez pedig megleszsz, ha az A mindenik izének $+$ jegye helyibe $-$'s $-$ helyibe $+$ tétettvén, Sel úgy öszszeztetik: mert úgy a' mi téti tétellenivé, 's a' tételleni tétivé lévén, ha A ban a' téti $=$ a' tétellenihez, $A=0$ volt, 's most is az leszsz; ha pedig Anak becse péld. téti 3 ől volt, most tételleni 3 ől lessz; 'sat. Az öszszezésben öszve nem zavaranddó ellenedjüekre is nyilvános. Tehát

$$\begin{array}{lll} 5a & -7b & +c \text{ re pótja } 3a+4b-d \text{ nek leszsz} \\ \pm 3a & \pm 4b & \mp d \\ \hline 2a & -11b & +c+d \end{array}$$

Igy 6forint vagyon $+$ 7 forint adosság, az-az
6f -7f $=1$f adosság $=-1$f;

's 1 forint adosságra pótja 6 forint vagyonnak 7 forint adosság : ugymint

$S = -1$ forint

$A = +6$ forint

$B = -1$ forint -6 forint $=(-1-6)$ forint $= -7$ forint.

§. 98 Ha a' mérttezendőben a' tétedjüek' öszszete A, 's az ellenedjüeké $^*B$, 's a' mérttezőben a' tétedjüek' öszszete a 's az ellenedjüeké $^*b$; egyenlők jönek ki: akár A, $^*B$ mértteztessék a, $^*b$ vel, akár mind azon izekkel külön melyeknek öszszete $a+{}^*b$, mértteztessenek külön mind azon ízek, melyeknek öszszete $A+{}^*B$, mindenik mérttezést a' fennebb irtt modón téve.

Mert légyenek péld. mind egyenek, minden ízek főmértékre nézt fejeztettve ki, 's köz alsóra vonva; 's légyen m ezen köz alsó; 's legyenek A', A''... egész-szám felsők' azon izekben, melyeknek, öszszete A, 's B', B''... a' $^*B$beli felsők, a', a''... az $a$beli felsök, 's b', b''... a' $b$beli felsők; leszsz elébb a' val mérttezve Anak minden felsőjit, osztán a'' val.

$$a'A'+a'A''\ldots = (A'+A''\ldots)\,a' \quad (49.)$$
$$a''A'+a''A''\ldots = (A'+A''\ldots)\,a''$$

- - - . - - - - - - - -

Az hol a' jobbfelőliek' öszszete $= (a'+a''\ldots)(A'+A''\ldots)$

Hasonlólag B', B'' . . . mérttezve a' a''... val, 's öszszezezve, $(a'\ a''\ldots)(.B'\ B''\ldots)$ jönki.

Szintúgy A', A'' . . . mérttezve b', b''... vel, s öszszezezve, $(b'+b''\ldots)(.A+A''\ldots)$ jönki; 's végre B', B'' . . . mérttezve b', b''... vel, $(b'+b''\ldots).(B'+B''\ldots)$ jönki.

Gondolttassék mindenik betü alá m mint alsó; 's az elsóben az A minden izei $a$nak minden izeivel mérttezve 's öszszezve adják az $a$val mérttezett At, a' 2dikban jön ki $a.{}^*B$, a' harmadikban ${}^*b.A$, 's a' 4dikben ${}^*b.{}^*B$

A' honnan a' mérttezenddőnek nindenik izét mérttezni kell a' mérttezőnek mindenik izével; 's ezen részletes eggymértteket öszszezni. Péld.

$(a+b).(a+b)=aa+ab+ab+bb=aa+2ab+bb$

$(a-b)(a-b)=aa-ab-ab+bb=aa\text{-}2ab+bb$

$$\begin{array}{l} ab\ -{}^*2-d \\ c\ \ +{}^*3 \\ \hline abc-{}^*2c-cd+{}^*3ab+2.3-{}^*3d \end{array}$$

§. 99. Legyen Dre párzanddó d; a' nemztárs akármely q lehet, ha pótlékúl $\frac{D-dq}{d}$ adódik.

Mert $q+\frac{D-dq}{d}$, $=\frac{qd+D-qd}{d}$ mérttezve $d$vel megadja Dt.

Melyből következik: hogy ha az első és fő tetteggymérttenkezdve, akármely tett-eggymértt Znek akármely izére párzattván $d$nek akármely íze, és z jövénki, $Z-zd$vel mint tett-eggymérttel ugyan az ismételtetik, mind addig, mig nemz-társoknak rendre péld. a, b, c jövénki, c nél tetszik meg állani; akkor $a+b+c$ az iminti q.

Mert a' tetteggymérttek rendre D, $D-ad$, $D-ad-bd$, 's $D-ad-bd-cd$ az utolsó, melynél péld. tetszik megállani; ez pedig $=D-d(a+b+c)=D-dq$. Tehát $D:d=a+b+c$ hozzá tétettvén $(D-dq):d$, mely is nem 2-társi pót minden esetben; 's hogy ez mikor lehet, $=$vagy $\frown$ 0 legyen, úgy kell a' párzásokban az izeket választani: melyet a' gyakorlott észre vehet; a' nemző társ pedig a' póttal mindég jó.

Példa

$$\begin{array}{ll} a+b)\,aa-bb\,(a-b & \qquad 1-x)\,1\,(1+x+xx\ldots+U+\frac{Ux}{1-x} \\ \underline{+aa+ab} & \qquad \underline{\pm1\mp x} \\ \underline{-ab-bb} & \qquad\quad x \\ \underline{\mp ab\mp bb} & \qquad \underline{\pm x\mp xx} \\ \quad 0 & \qquad\quad xx \end{array}$$

. . . .

Az elsőben $aa:a=a$, 's $a(a+b)'=aa+ab$, 's ennek pótja a' tett eggymérttre $=-ab-bb$, 's most szabad ugyan $-ab:b$ t venni, de csak a' cél késleltetik, mert $-a$ jöne ki, 's $a-a=0$, 's a' pót $(aa-bb):(a+b)$ volna; a' gyakorlott szem meglátja, hogy $-ab:a=-b$, 's $-b(a+b)$ pótnak 0 t hágy.

A' 2dikban $1:1=1$, 's $1.(1-x)=1-x$, melynek pótja 1 re $=x$; továbbá $x:1=x$; 's $x(1-x)=x-xx$, melynek pótja x re $=xx$, 's továbbá $xx:1=xx$; 's ez szembe tünő törvénnyel foly; úgy hogy akárhány x ek mérttezeténél (mely legyen U) meg lehet állani, 's az addigi sor' öszszetének pótja $Ux:(1-x)$.

Ha $x>1$; könnyü megmutatni, hogy ezen pót $\frown\ \infty$, 's ha $x<1$, akkor ezen pót $\frown\ 0$

Az honnan 1, x, xx.... eggypári sor' izei öszszetének (ha $x<1$) széjbecse $1:(1-x)$, 's $a(1+x+xx..)=a+ax+axx$...nek széjbecse $a:(1-x)$; 's ha $x=\frac{2}{3}$; $a+\frac{2a}{3}+\frac{2.2a}{3.3}..\frown a:(1-\frac{2}{3})$ $=3a$. 'S ide tartozik a' (87.) eset is.

Ha $x=1$; akkor $1:x=0$ lévén $1:0$ nak (34.) szerinti becse leszsz.

Ha $x-$, úgy a' sorban mindenik íz, melyben x páratlan számmal van $-$, a' hól páros, $+$; 's akármelyiknél meglehet állani, a' pótlékát oda adva.

Péld. ha $x = -1$; leszsz $1:(1-x) = 1:2 = 1-1+1-1 \ldots +1 -(1:2)$ vagy $1-1+1-1 \ldots -1 +(1:2)$.

§. 100. Ha pedig $1:(1-x) = 1+x+xx \ldots +U+ [Ux:(1-x)]$, mind a kétfelől $a$val mérttteztetik, 's $aUx:(1-x)$ pót-zatik jobbra és balra; leszsz $a:(1-x)-[aUx:(1-x)] = \frac{a-aUx}{1-x} = a+ax+axx \ldots +aU$; 's ha ezen eggypári sornak öszszete $s$nek, 's az utolsó aU röviden $u$nak neveztetik, leszsz $s = \frac{a-ux}{1-x} = \frac{ux-a}{x-1}$ (amannak felsője 's alsója — 1 el mértteztettetvén.

Jegyzés. 1. Ha az izek' száma n, az utolsó u, az öszszet 1, a' sor-jel x, 's az első iz a; $a$ból 's x ből és nből kijön u, 's osztán s; söt az alábbiak által, akármely 3 ból ezen 5 közzül, a' más kettö kitaláltatik.

2. Ha $x < 1$; úgy $s \frown [a:(1-x)]$; látszik (105.) bol. De lehet oly sor, melyben a' sorjel változó, péld. mindég ugyan <1, de mindenik íz nagyobbal mérttezve adja a' következőt; péld. $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \ldots$ sorban, $\frac{1}{2}$ a' következőt $\frac{2}{3}$al mérttezve adja, $\frac{1}{3}$ a' következőt $\frac{3}{4}$ el mérttezve, 's akármely $\frac{1}{n}$ kép alá jövő íz $\frac{n}{n+1}$ el mérttezve adja a' következő $\frac{1}{n+1}$ et. Az ilyen esetben, az első kérdés az: hogy a' sor *közelitő* é', az-az ha végnélkűl kinyulni gondolttatik, az izei öszszetének van é véges széjbecse? 2dszor hogy ez mennyi?

Ha a' sorjel mind nővén is bizonyos törtedjnél kisebb marad; akkor nyilván van véges széjbecs: mert ha azon törtt-edj volna is mindég a' sorjel; az elébbi szerint volna véges széjbecs.

De valamikor mind nő a' sorjel, ha (✠ ízeket értve) akármely sor-íz a 's ezen at mértező sorjel x legyen, $\frac{a+x-1}{x}$ ✠ és nem 0; az az ha $a+x>1$, a' sor nem közelítő.

Mert ha az elebbi $\frac{a-ux}{1-x}$be $\frac{a+x-1}{x}$ tétetik u helyibe; az azon u igi izeknek öszszete 1 leszsz, (a' mint kimutatja a' munkálat' végbe vitele); 's ha ugyan annyi íz vétetik a' kérdésbeni sorban, a' 2 első íz éppen akkorá, 's azután mindenik nagyobb mint az ugyanannyiadik az alkotott sorban; tehát a' kérdésbeni sor' azon izeinek öszszete $>$ 1, 's ezt ismételve a' hányszor tetszik, annyiszor nagyobb jön ki 1 nél.

Péld. az elébbi sorban a' kép $\frac{1}{n}$, 's az első sorjelt téve fel, $x=\frac{n}{n+1}$, az iminti $u=$ $\left(\frac{1}{n}+\frac{n}{n+1}-1\right):\frac{n}{n+1}$, mely$=\frac{1}{n^2}$ (mint a' munkálat kimutatja). Tehát az emlitett sor' öszvete $\frown$ ∞.

De több jelei vannak nem csak az ily távozó hanem a' közelítő sornakis: melyek közzül edjik a' következő. Akármely 2dik (r szá mu ízek) öszszete neveztessék R nek, 's az r dik íz v nek, a' $2r$ dik íz Vnek. Feltétettvén, hogy az ízek mind apadnak, 's mind ✠ ok, nyilván $rV<R$, tehát $2rV$ is $<2R$; de $rv>R$.

Láp pag 379

Ha a' sor közelítő: akármely r et vehetni kell oly meszsziről akármely megadott ωra nézve, hogy $R < \omega$ legyen, tehát $R \frown 0$; 's viszont ha $R \frown 0$, a' sor közelítő.

Ha pedig $R \frown 0$; akkor $2R$ is $\frown 0$; 's ekkor $(2rV < 2R) \frown 0$. Tehát ha a' sor közelítő, akkor $2rV \frown 0$.

Viszont ha $rv \frown 0$; úgy a' sor közelítő: mert $rv > R$; tehát R is $\frown 0$; és így a' sor közelítő.

Péld. az elébbi sorban az *ízkép* (az-az az n dik íznek képe) $\frac{1}{n}$; 's $n . \frac{1}{n} = 1$, 's nem $\frown 0$, akármint nőjjön n; tehát a' sor nem közelítő.

Legyen $\frac{1}{1.2}$ $\frac{1}{2.3}$ $\frac{1}{3.4}$ ...; melyben az n dik íz $\frac{1}{n(n+1)}$; 's $n . \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n+1} \frown 0$, ha $n \frown \infty$; tehát a' sor közelítő, 's mint alább meglátszik, öszszete' széjbecse 1. Ebben az elébbi $a+x < 1$; de a' sorjel ebben is nő, sőt $\frown 1$; könnyen látszik, hogy $\frac{1}{n(n+1)}$ nél a' sorjel $\frac{n}{n+2}$'s azutáni sorjel $\frac{n+1}{n+3}$; 's eggyal-sora vonva, az utobbi nagyobb; 's $1 - \frac{n+1}{n+3} = \frac{2}{n+3} \frown 0$.

Jegyzés. De sok esetben valyon $rv \frown 0$? 's hogy mi a' közelítő sor' öszszete' széj-cse? még ezután lehet szólani. Csak annyi még itt megjegyzenddő; hogy a' közelítő soroknál is, tudn kell akármely íznél, két minél közelebbi határt, melyek közt a' végetlen sor-fark' öszszete van.

A' 28 dik laponi cimességről.

Melyszerint még a' cimek csak tétedjüek; de x lehet nem tétedjü is, sőt x nek több becsei is lehetnek (mint alább' meglátszik). Ha $a=0$ vétetik, akkor x csak 0, és 0 : 0 nak becsei számtalanok, melyek közt van 1 és 0 is; azután balra mindenik íz lehet széjbecsileg (34.) ∞ is. Vétessék a' következőben a nem 0 nak, 's olyannak, hogy akármely ✠ egész szám legyen μ, legyen oly x, hogy az említett sorban μ dik íz a legyen: nyilván az otti képben, a' hól 3 képviselője μnek: $a=a^1$; x$(=a^{\frac{1}{3}}$; szintúgy $1=a^0$; $1:x(=a^{\frac{-1}{3}}$, 's a' balra következő 1:xx$(=a^{\frac{-2}{3}}$ 'sat.

Tehát ugyan az otti képzet szerint $a = \sqrt[1]{a}$; $a(=\sqrt[\frac{1}{3}]{x}$; ..'s $a(=\sqrt[0]{1}$; $a(=\sqrt[\frac{-1}{3}]{(1:x)}$; ..

§. 101. Tegyen továbbá b akármely mennyiséget, (csak ha 0, balra 1 en túl ne nyuljék a' sor), 's legyen $\mu=1$; az eggypári sor' fejének b tétettvén, ezen sorzat lessz

$$..\ \frac{1}{bbb}\quad \frac{1}{bb}\quad \frac{1}{b}\quad 1\quad b\quad bb\quad bbb\ ...$$

$$..\ \frac{-3}{1}\quad \frac{-2}{1}\quad \frac{-1}{1}\quad 0\quad \frac{1}{1}\quad \frac{2}{1}\quad \frac{3}{1}\ ...$$

Az hól nyilván $bb=b^2$, $\frac{1}{bb}=b^{-2}$ 'sat. 's $b=\sqrt[2]{bb}$, 's $b(=\sqrt[-2]{(1:bb)}$ 'sat. Látszik, hogy 2 helyibe akármely szám téttetthetik 0 an feljül.

§. 102 Az honnan ha a nem 0, és 2, 3 akármely'számokat képviselnek 0 an kivûl: látszik, hogy valamint főlebb ha $A=2u$'s $B=3u$ volt, mondatott (ha B vétetik mértéknek) A a' B két harmadának, 's B az A három 2ödének (ha A vétetik mertéknek); szintúgy itt ha $N=x^2$, 's $a=x^3$, mondatik (ha a vétetik sorfőnek) $N(=a^{\frac{2}{3}}$'s $a(=\sqrt[\frac{2}{3}]{N}$; ha pedig N vétetik sorfőnek, akkor $a(=N^{\frac{3}{2}}$'s $N(=\sqrt[\frac{3}{2}]{a}$; és ezek közül mindenik mondatik, ha oly x van, hogy $N=x^2$, 's $a=x^3$; 's edjik sem, ha nincs. Tehát Nnek annyi különböző becse lehet, a' hány különböző oly x van; hogy $x^3=a$ legyen; de akármely $N=x^2$ legyen, $\sqrt[\frac{2}{3}]{N}$ nek 's $N^{\frac{3}{2}}$ nek becse azonegy $x^3=a$.

Mert legyen akármely oly x; a' felső képben $N=x^2$ alatt cimül 2:3 áll; tehát $N(=a^{\frac{2}{3}}$, 's $a(=\sqrt[\frac{2}{3}]{N}$ (28 sz.)

'S ugyan ezen eggypári sorban, ha $N=x^2$ vétetik sorfőnek: legyen $\mu=2$; tehát N alatt $(2:2)=1$ áll, 's $a=x^3$ alatt 3:2 áll; tehát $x^3(=N^{\frac{3}{2}}$'s $N=\sqrt[\frac{3}{2}]{x^3}$

Az honnan látszik: hogy $\sqrt[\frac{2}{3}]{N}=x^3$, 's $N^{\frac{3}{2}}$ is $=x^3$ tehát $\sqrt[\frac{2}{3}]{N}=N^{\frac{3}{2}}$

Szintúgy ha $N=1:x^2$, tehát $N=a^{\frac{-2}{3}}$, 's $a(=$

$\sqrt[\frac{2}{3}]{N}$; akkor is $x^3 = N^{\frac{-3}{2}}$. Mert ugyan az elébbi eggypári sorban vétessék sorfőnek ezen N, 's μ legyen 2; az iminti x helyett $1:x$ leszsz a' sorjel; mert $(1:x)^2 = 1:x^2$; 's következő sorzat leszsz (az eggypári sor jobb és bal karjait megcserélvén).

$$\ldots x^3 \quad x^2 \quad x \quad 1 \quad \frac{1}{x} \quad \frac{1}{x^2} \quad \frac{1}{x^3} \ldots$$

$$\ldots \frac{-3}{2} \quad \frac{-2}{2} \quad \frac{-1}{2} \quad 0 \quad \frac{1}{2} \quad 1 \quad \frac{3}{2} \ldots$$

Az hol az elébbi $a = x^3$ $(= N^{\frac{-3}{2}}$, 's $N (= \sqrt[\frac{-3}{2}]{a}$

Az honnan látszik: hogy $\sqrt[c]{N} = N^{\frac{1}{c}}$ Péld. $\sqrt[-3]{a} = a^{\frac{-1}{3}}$.

Jegyzés. Abból hogy ha $N = x^{\pm 2}$, 's $a = x^3$ következik, hogy $N (= a^{\frac{\pm 2}{3}}$; de abbol, hogy $A^m = B^n$ ha n és m egész számok is, még az se következik, hogy $A) = B^{\frac{n}{m}}$ (32.). Péld. $1^2 = (-1)^2$; de -1 az $1^{\frac{2}{2}}$ nek edj becséhez sem egyenlő, ha $2:2 = 1$ nek vétetik, a' mint helyes is.

§. 102. $(\sqrt[3]{a})^2 = a^{\frac{2}{3}}$. Mert legyen $x (= \sqrt[3]{a}$; $(\sqrt[3]{a})^2 = x^2$; 's az elébbiből is $a^{\frac{2}{3}} = x^2$.

Szintúgy $(\sqrt[3]{a})^{-2} = a^{\frac{-2}{3}}$ Mert mind a' kettő $= 1:x^2$

Szintúgy; $(\sqrt[-3]{a})^2 = a^{\frac{-2}{3}}$, Mert mind a' kettő $= 1:x^2$;

mert $\sqrt[-3]{a} = a^{\frac{-1}{3}} = 1:x$, 's $(1:x)^{2} = 1:x^{2}$.

Szintúgy $(\sqrt[-3]{a})^{-2} = a^{\frac{-2}{-3}}$ az-az $a^{\frac{2}{3}}$. Mert $\sqrt[-3]{a} = 1:x$, 's $(1:x)^{-2} = x^{2}$; mert ha $1:x$ sorfőnek tétetik, 's $\mu = 1$ vétetik, x^{2} alatt ciműl —2 áll.

Jegyzés. De $(\sqrt[m]{a})^{n}$ csak $(=\sqrt[m]{(a^{n})})$, ha *n* és *m* nem egymásra nézti előszámok (melyről alább).

Péld. $(\sqrt[4]{1})^{2}$ csak $(=\sqrt[4]{(1^{2})})$; mert amannak csak 2 becse lejénd, ennek pedig négy.

§. 103. $(\sqrt[3]{a})^{2} = (\sqrt[3.5]{a})^{2.5}$. Mert legyen x(=) $\sqrt[3]{a}$, 's y (=) $\sqrt[3.5]{a}$; akkor $y^{3.5}$ az-az $(y^{5})^{3} = a$; tehát y^{5} (= x, és y (= $\sqrt[5]{x}$; de $\sqrt[5]{x}$ is (= y; mert legyen z valamely $\sqrt[5]{x}$; leszsz z^{5} (= x, 's $z^{5.3}$ (= a; tehát ezen z is az y ak közt van.

Tehát akármely x legyen 's akármely y; leszsz $x^{2} = y^{5.2}$ Az honnan $a^{\frac{2}{3}}$ kitehető $a^{\frac{2.5}{3.5}}$ el; 's mivel a' — jegyre is szintúgy megmutatható, a' cimzettek' cimjei eggyalsóra vonattathatnak.

§. 104. $a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{7}{3}} = a^{\frac{2+7}{3}}$; Mert az első $= x^{2}$, az utobbi $= x^{7}$. Tehát az eggymértt $x^{2+7} = a^{\frac{2+7}{3}}$

Tehát $a^{b} \cdot a^{c} = a^{b+c}$

Innen $a^{\frac{2}{3}} : a^{\frac{7}{3}} = a^{\frac{2-7}{3}}$. Mert ez mérttezve (az elébbi szerint) $a^{\frac{7}{3}}$ al, kijön $a^{\frac{2}{3}}$

§ 105. $(a^{\frac{2}{3}})^{\frac{4}{5}} =) a^{\frac{2.4}{3.5}}$. Mert legyen (112.) y; leszsz $y^5 = x$, 's $x = \sqrt[3]{a}$; és $x^2 = (\sqrt[3]{a})^2 = a^{\frac{2}{3}} = y^{5.2} = (y^2)^5 = p^5$, ha y^2 röviden $p$nek iratik. Ha pedig p^5 sorfőnek vétetik; (110.) leszsz $p^4 = (p^5)^{\frac{4}{5}}$ az-az $y^{2.4}) = (a^{\frac{2}{3}})^{\frac{4}{5}}$. De $y^{2.4} = a^{\frac{2.4}{3.5}}$ Tehát $a^{\frac{2.4}{3.5}}$ $(= (a^{\frac{2}{3}})^{\frac{4}{5}}$

Tehát $(a^b)^c =) a^{bc}$ De alább leszsz, hogy $(a^b)^c$ sem egy $(a^c)^b$ vel.

§. 106. $\sqrt[c]{a^b} =) a^{\frac{b}{c}}$. Mert $\sqrt[c]{a_b} = (a^b)^{\frac{1}{c}}$; ez pedig $=) a^{\frac{b}{c}}$

§. 107. $a^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{2}{3}} = (ab)^{\frac{2}{3}}$. Mert legyen $a = x^3$, $b = z^3$; leszsz $a^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{2}{3}} = x^2 z^2 = (xz)^2$. Tehát ha $ab = (xz)^3$ sorfőnek vétetik, akármelyik $(xz)^2$ leszsz $(ab)^{\frac{2}{3}}$.

Innen abc re 's onnan tovább akárhányra következik: valamint hogy $\sqrt[c]{a} . \sqrt[c]{b} .. = \sqrt[c]{(ab..)}$; mert $\sqrt[c]{a} = a^{1:c}$

§. 108. Az elébbiekből következik: hogy ha *a köz cim-alapnak* tétetik (*mint fenn a' főmérték*):

1 ben. A' nemzők' cimjei' öszszetének cimese az eggymértt. *Péld.* ha p (= *lag* P, 's q(= *lag* Q; $p+q$ (= *lag* PQ; tehát PQ cimese

$p+q$ nak, szintugy ha $Q=P$, leszsz P^2 cimese $2p$ nek, az az 2 $\log P$ nek.

2 dszor. A' párzandó cimének a' tett-eggymértt' cimérei pótjának cimese, a' nemzőtárs. Péld. $p-q$ cime $P:Q$ nak.

3 dszor. A' c szer cimesbitendő P nek c szer vett cimének cimese, c szer cimesb P nél. Péld. cp nek cimese P^c.

4 dszer. A' c szer cimtlenebbitendő P nek cimére párzott c nek cimese, c szer cimtlenebb P nél: péld. $p:c$ nek cimese $\sqrt[c]{P}$.

Mely szerint a' mérttezés öszszezéssé, a' párzás pót-zássá, a' cimesbbités mérttezéssé, 's a' cimtlenebbités párzássá fog könnyülni.

Söt mivel $z \log P = \log (P^z)$; leszsz ha $P^z = b$; $z \log P = \log b$; tehát $z = \frac{\log b}{\log P}$

A' két íz' † egész számszori cimesbitéséről, 's abból az öszszeti és póti sorzásról.

§ 109. $(a+b)^n$ (ha n ✠ egész szám, akármit tegyen a és b), $n+1$ számu oly izek' öszszetével kifejezhető, melyben az első ìz a^n, 's akármely m dik íz (az elsőt nem számlálva) $= \frac{n(n-1)..n-(m-1)}{1.2...m}) a^{n-m}b^m$; melyszerint $(a+b)^n =$

$$a^n + \frac{n}{1} a^{n-1}b + \frac{n(n-)1}{2} a^{n-2}b^2 + \frac{n(n-1)(n-2}{2.3.} a^{n-3}b^3 \ldots$$

Ezt sokképen lehet megmutatni: az első kiadásbeli legkönnyebb: de egyéb célra itt a' (Tent.) beli adatik elé.

I. $(1+a).(1+b) = 1+a+b+ab$; 's $(1+a).(1+b)(1+c) = 1+a+b+c+ab+ac+bc+abc$; az holott látszik, hogy az első íz 1, 's azután van mindenik betü külön, és azután mindenik pár a' melyet lehet azon betükből venni, 's végre minden hármas csoport, mely lehet azon betükből.

Nevezttessék *m* es *csoportnak* röviden *m* zetnek, ha bizonyos különböző dolgokból *m* számu külön szakaszttatik; péld. *a*, *b*, *c*, *d*... ből *ab*, *ac*... *cd* *két-zetek*, *acb*.. *bcd* *háromzatok* 'sat.

Ha *m* számu $1+a$ alakzatu nemzők' mérttezetében elől 1 áll, azután *a*, *b*... különböző, ugyan *m* számu betükből, elébb mindenik edjedűl, azután minden két-zet, háromzat - - - *m* zet megvan, 's egyéb nincs: akkor ha az $m+1$ dik olyan nemző járul is hozzá, a' mérttezet leszsz 1 mindenik $m+1$ számu betűvel, 's azután mindenik 2 zet 3 zat... *m* zet, 's $(m+1)$ zet, mely $m+1$ dologból lehető.

Mert legyen az $(m+1)$dik nemző $1+p$; az 1 el mérttezve, a' mérttezendő egészen megmarad; *p* vel mérttezvén pedig elébb 1 et, azzal *a*, *b*.. hez hozzá jön *p* is; 's *a*, *b*.. közűl mindenik mérttezve *p* vel, leszsz *ap*, *bp*..., tehát minden oly 2 zet, melyben *p* van, és így minden ezen $m+1$ dolgokból lehető 2 zet meg leszsz; mert a' *p* elöttiekből (feltét sz.) megvolt, mely meg is maradott. Hasonlólag a' 2 zetek 3 zatok mérttezve *p* vel megadják mind azon 3 zatot 4 zetet 'sa't. a' melyben *p* van; 's így minden azon $m+1$ dolgokból lehető 1 zetek 2 zetek 3 zatok - - kijőnek, az utolsó $(m+1)$ zettel, mely leszsz *p* nek az *m* zethezi jőtével.

Az honnan ha $a = b = c --- = x$, 's $m+1 = n$ vétetik: $(1+x)^n$ volna $= 1 + nx + Ax^2 + Bx^3 \ldots + Px^n$, ha *A* az *n* dolgok 2 zetei' számát teszi, *B* a' 3 zataiét... Mert ekkor $ab = x^2 = ac = bc$ 'sat.

Tehát a' kérdés ide jön: hány 2 zet vehetö *n* ből? hány 3 zat? 4 zet....

Legyenek megint a, b, c... ezen n számu dolgok: 's tétessék elébb mindeniknek jobbra utána, mindenik külön a' rajtą kivűliek közül, melyeknek száma $n—1$; ezzel születnek $n(n—1)$ számu két betüs egymástol mind különböző képek, melyek azon n számú dolgoknak minden 2zetei, minden lehető rendezetben. Mert legyen akármelyik 2zet' bizonyos rendezetében péld. c hátul d elől: ez származott akkor, mikor c mindeniknek a' többi közül, tehát d nek is után tétetett.

Ha pedig azon n számu dolgokból minden $m$zetek (m az $n$nél kisebb számot téve) kijöttek minden rendezetben; 's mindenik kép' végére tétetik mindenik külön az azon képben nem lévő betük közül, melyek $n-m$ számmal vannak: ki jönek az n dologból lehető minden $(m+1)$zetek minden rendezetben. Mert akármely legyen ezen $(m+1)$zetek közzül, 's legyen péld. k a' végén: ez valamelyik az n dogokbóli $m$zet után lévén, származott akkor, mikor azon $m$zet után tétetni kellett $k$nak, mint azon m dolgokon kivúl az n dolgok közülinek.

Tehát ha az m zetek' száma μ volt, az $(m+1)$ zetek' száma $\mu.(n-m)$. leszsz: és így a' 2 zetek' száma $n(n-1)$ lévén (a' mint megvala mondva, minden rendezetben értve), leszsz a' 3zatok' száma $n.(n-1).(n-2)$, 's a' 4zeteké $n(n-1)(n-2)(n-3)$'s úgy tovább, minden rendezetben.

Az honnan a' főlebbi célra csak azt kell tudni akármely m számu dolognak hány különböző rendezete van; az pedig könnyen metaláltatik. Mert a, $b$nek két rendezete van ab és ba, 's ha c hozzá jön, mindenikbe vagy elöl tétetthetik, vagy a és b közé, vagy hátul: tehát a' két kép közzül mindenik hármat szűl; így 3 dolognak 1.2.3 különböző rendezete lehet. Ha pedig m dolognak $1.2.3..m$ rendezete van, $m+1$

nek 1.2.3... $m(m+1)$ van; mert az $m+1$ dik, mindenik rendezetében az m dolognak, vagy elől tétethetik, vagy a' közökbe, vagy hátul, tehát a' közök' száma edjjel lévén kevesebb a' dolgoknál, mindenik képből $m+1$ kép leszsz.

Tehát mivel a dolognak főlebb $n(n-1)$ volt minden 2 zete' minden rendezeteinek száma; a' csupa 2 zetek' száma 1. 2 szer kevesebb, és így $= \frac{n(n-1)}{1.2}$; szintúgy a' 3 zatok' száma $\frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}$; szintúgy látszik a' többi.

Melyszerint $(1+x)^n = 1+nx \frac{n(n-1)x^2}{1.2} + \frac{n(n-1)(n-2)x^3}{1.2.3} \ldots \frac{+n(n-1)\ldots(n-r)x^{r+1}}{1.2\ldots(r+1)} \ldots\ldots$ (alúl a' vég-nemző 1 el nagyobb lévén, mint a' mi felette n ből elvétetik).

Ezen sor végnélkül folyhat ugyan, mert mihelyt $r=n$ leszsz, $n-r=0$ mindég benn maradván, azután minden sor-íz $=0$; de tulajdonképpen 1 után csak n ízből áll, utolsó lévén az melyben $r=n-1$, mely is $\frac{n(n-1)\ldots 1.x^n}{1.2\ldots n} = x^n$ tndni illik n dologból n es csoport csak 1 lehet.

Ha már $x = \frac{b}{a}$; úgy $\left(1+\frac{b}{a}\right)^n = \left(\frac{a+b}{a}\right)^n = \frac{(a+b)^n}{a^n}$; és $a^n . \frac{(a+b)^n}{a^n} = (a+b)^n$.

Követk. x helyibe az iminti sorban $\frac{b}{a}$ tétettvén, 's a^n el mértteztetvén a' sor' mindenik íze leszsz $(a+b)^n = a^n + \frac{na^{n-1}}{1} b + \frac{n(n-1)}{1.2} a^{n-2}b^2 +$

$\frac{n(n-1)(n-2)a^{n-3}b^3 \ldots}{1.2.3}$

Jegyzés. 1. Akármely tétedjüt tegyen n, ha $b < a$; ezen alakzat mindég igaz (Tent.); söt ha n ellenedjüt vagy elegyet tenne is, megleszsz alább.

2. Az elébbi ok-adás' utjában, megmutattatván, hogy n dologból hány m es csoportokat lehet venni, 's m dolognak hány különböző rendezete van: látszik, hogy péld. a' 9 számjegynek 1. 2. 3 ..... 9 különböző rendezete van; 90 számból $\frac{90.89}{1.2}$ ambo, $\frac{90.89.88}{1.2.3}$ terno 'sat. lehet.

Több ide tartozók a' rövidségért elhagyattnak

3. Kétszer cimzett öszszete akárhány íznek$=$ 2 szer cimzett mindeniknek külön, öszszetéhez, $+$ mindenik íznek az az-elöttiek' öszszete' 2 szeretéveli mérttezetéhez. Mert $(a+b)^2$ről, $(a+b+c)^2$ ről, a' magávali mérttezés kimutatja. 'S onnan ha igaz m számu ízről, igaz 1 el többről: mert legyen az m ízek öszszete u 's az $(m+1)$dik z; $(u+z)^2 = u^2 + 2uz + z^2$; tehát u^2 rol feltét szerint igaz, 's most az új z ről is.

Igy 3 szor cimzett akárhány íz' öszszete $=$ 3 szor cimzett mindenik íznek (külön) öszszetéhez, $+$ mindenik íz' 3 szoratának az azelöttiek' 2 szer cimzett öszszetéveli mérttezetéhez, $+$ 2 szer cimzett mindenik íznek az azelöttiek' öszszete 3 szoratávali mérttezetéhez. Az oka az elébbi módon ki jön. 'S szintúgy akárhány *megadott* n re ki lehet csinálni. Akármely n re közönségesen nem tartozik az itti célra.

4. Ha (105.) $x < 1$, $x^n \frown 0$, ha $n \frown \infty$. Mert legyen $x = h : h+1$; leszsz $x^n = h^n : (h+1)^n = h^n : (h^n + nh^n \ldots .) = 1 : (1 + n : h + \ldots)$ ha tud.

ni illik h^n párzatik, mind h^n re, mind $(h^n+nh^n..)$re.

§ 110. Ha n helyibe elébb -1, azután -2, $-3...$, 's a helyibe 1, és b helyibe -1 tétetik; az$(a+b)^n$ hez egyenlőnek találtatott sor szerint következő sorok származnak: ha péld. $n=-5$; leszsz $n-1=-6$, $n-2=-7$, 's úgy tovább; 's minden íz $+$ leszsz, mert a' $-$ nemzők mindenikben párosok; péld. $-5.-1$, $\frac{-5.-6.-1.-1}{1\,.\,2}$ $\frac{-5.-6.-7.-1.-1.-1}{1\,.\,2\,.\,3}$ 'sat.. és leszsz

$(1-1)^{-1}$ ből	$1+1+1+1+1\,..$
$(1-1)^{-2}$ ből	$1+2+3+4+5\,..$
$(1-1)^{-3}$ ból	$1+3+6+10+15\,..$
$(1-1)^{-4}$ ből	$1+4+10+20+35\,..$

\- - - - - - - - - - - - -

Ezen sorok közűl akármelyiknek (a' legfelsőbb után) akármely n dik íze (n $+$ egész számot téve), a' megelőző sor' első n izeinek öszszete.

Mert a' 2dikban, mely a' természeti számok' sora, úgy van: ha pedig igaz az m dik sorrol, igaz az $(m+1)$ dikről.

Mert az m dik $=1+\frac{m}{1}+\frac{m(m+1)}{1.\,2}\,....+$ $\frac{m(m+1)..(m+n-2)}{1\,.\,2\,..\,(n-1)}+\frac{m(m+1)..(m+n-1)}{1\,.\,2\,...\,n}$'s akármely n első íz' öszszeztessék, az $m+1$) dik sor' n dik íze jönki. Mert legelébb leszsz 1, azután $m+1$; 's ha igaz, hogy $n-1$ íz öszszete, az $(m+1)$ dor sor$(n-1)$dik ízét adja; ez az-az $\frac{(m+1)(m+2)...(m+n-1)}{1\,.\,2\,....\,(n-1)}$, ha az m dik sor' következő íze az az $\frac{m(m+1)\,...\,(m+n-1)}{1\,.\,2\,\,..\,\,(n-1)n}$ hozzá adódik, leszsz eggy alsòra vonva: (annak felsője 's alsòja n el mért-

teztetvén), az öszszet $\frac{(m+1)(m+2)..(m+n-1)m(+n)}{1\ .\ 2\ ..\ (n-1)\ .\ n}$,

mely éppen az $(m+1)$ dik sornak n dik íze.

Ha továbbá ezen sorok mértteztettnek a val, leszsz a' felső sorból $a+a+a..$, mely sor nevezstessék) α nak, az azutániból $a+2a+3a+4a$ . . . . . , szintúgy ha d vel mérteztttetnek, leszsz, $d+d+d...$, mely sor neveztesték δ nak, azután $d+2d+3d..$'s úgy tovább.

Az eggypòti sor' képe a $a+d$ $...a+(n-1)d$; mely neveztessék σ nak; melyből. a, a, a .. leszsz ha $d=0$, szintúgy eggypótisor.

Akármely S sor legyen pedig: az a' sor, melynek minden n dik íze, az S első n ízeinek öszszete, mondatik S nek *első öszszeti sorának*, 's ha s az S nek m dik öszszeti sora, az s első öszszeti sora mondatik S nek $(m+1)$ dik *öszszeti sorának;* maga S magának 0 dik öszszeti sorának mondattván.

Melyszerint σ nek öszszeti sorai

0 dik	a	$a+d$	$a+2d$ . . .	maga σ;
1 ső . .	a	$2a+d$	$3a+3d$ . .	
2 dik . . .	a	$3a+d$	$6a+4d$ . . .	

- - - - - - - -

mutatják: hogy az első íz mindenikben a, 's a' 2 dik ízében mindeniknek csak 1 d van, öszszezve 1 el több a val annál a' hányadik az öszszeti sor, mert mind csak 1 a val nő; a' 0 diknak pedig az első ízén túl akárhányadik (péld. az elsőtől számlálva n dik) íze, α nak 0 dik sora n dik ízének a' δ első öszszeti sora $(n-1)$ dik ízéveli öszszete; 's továbbá a' σ első öszszeti sorának n dik íze, az α első sora n dik ízének a' δ 2dik sora $(n-1)$ dik ízéveli öszszete; 's úgy tovább a'

σ μ dik sora n dik ízének δ nak $(\mu+1)$ dik sora' $(n-1)$ dik ízéveli öszszete.

Tehát ha $q(1-1)^{-m}$ sor, az $(1-1)^{-m}$ ből származott sort q val mérttezve teszi; σ nák μ dik öszszeti sora n dik íze, az $a(1-1)^{\mu-1}$ sor' n dik izének és $d(1-1)^{-\mu-2}$ sor' $(n-1)$ dik ízének öszszete. 'S ugyan a' σ sor μ dik öszszeti sora' n első ízeinek öszszete = lévén a' $\mu+1$ dik öszszeti sor n dik ízéhez; az nyilván az $a(1-1)^{-\mu-2}$ sor n dik ízének's $d(1-1)^{-\mu-3}$ sor $(n-1)$ dik ízének öszszete.

Péld. Az σ 0 dik öszszeti sora n első izeinek öszszete az-az $a+a+d+a+2d+\ldots+a+(n-1)d$ $= a(1-1)^{-2}$ sor n dik ízének, $d(1-1)^{-3}$ sor' $(n-1)$ dik ízéveli öszszetéhez; mely is $= na + \frac{3.4\ldots(n-1)n}{1.2\ldots(n-2)} \cdot d$; mert az $(n-1$ dik íznél az alsóban végső nemző 2 vel kisebb, tehát $n-2$; a' felsőben pedig a' fölüli nemző 2 vel nagyobb; mely szerint az alsóban 2 után jobbra, 's a' felsőben $n-1$ után balra minden letörlődik. És így az öszszet leszsz, $na+\frac{(n-1)nd}{2} = \frac{2na+(n-1)nd}{2}$

$$= \frac{n}{2}(2a+(n-1)d = \frac{n}{2}(a+U),$$ ha az n dik

íz σ ban U nak mondatik.

'S így σ nak akárhányadik öszszeti sorának n dik íze, 's az első n izei' öszszete, és akármelyiknek mind ízképe mind öszszeti képe könnyen kijön.

Jegyzés. Az $a=1$ nek vétettve, az első öszszeti sornak számjai, ha $d=1$, 3 *szögüeknek*, ha $d=2$, négyszögüeknek, 's ha $d=m$, $m+2$ *szögüeknek* mondattnak; mert annyi szögüt lehet belőlek kirakni.

A' 2 dik öszszeti sor' számjai pedig ha $d=m$, $m+3$ *szögü teténylyieknek* mondattnak: mivel annyiszögü alju tetényt lehet annyi golyóból kirakni.

2. Más akármely sornak is lehet öszszeti, vagy más munkálati sorait venni; 's lehet több sorokat többként öszve kötve, új sorokat alkotni.

§ 110. A' mint valamely sorrol annak öszszeti soraira lehet menni, szintúgy nem csak akármely öszszeti sornak, ha az m dik, az alapsor' m dik *póti sorának* mondathatik, maga 0 diknak mondattván; hanem akármely sorból (azt véve a' póti sorok' alapjának) lehet viszsza felé első, n dik póti sorokat alkotni: legyen a' jegyzés szokott módja szerint az alap-sor z, z', z'', 's az első póti sor Δz, $\Delta z'$, $\Delta z''$.., a' 2 dik póti sor $\Delta'' z$, $\Delta'' z'$, $\Delta'' z''$.., a' 3 dik póti sor $\Delta''' z$, $\Delta''' z'$, $\Delta''' z''$... 's úgy tovább; ezen képszerint

$$\begin{array}{lllll}
z & z' & z'' & z''' & z^{IV} \ldots \\
\Delta' z & \Delta' z' & \Delta' z'' & \Delta' z''' & \Delta' z^{IV} \ldots \\
\Delta'' z & \Delta'' z' & \Delta'' z'' & \Delta'' z''' & \Delta'' z^{IV} \ldots \\
\Delta''' z & \Delta''' z' & \Delta''' z'' & \Delta''' z''' & \Delta''' z^{IV} \ldots \\
- - - & - - - & - - - & - - - & - - -
\end{array}$$

akármelyik sorban akármelyik íz, pótja az éppen felette lévőnek az ez után következő ízre; péld¸. $\Delta' z = z' - z$, $\Delta' z' = z'' - z'$, 'sat. $\Delta'' z = \Delta' z' - \Delta' z$, $\Delta'' z' = \Delta' z'' - \Delta' z'$ 'sat.; tehát $z' = z + \Delta' z$, $z'' = z' + \Delta' z'$, 'sat $\Delta' z' = \Delta' z + \Delta'' z$ 'sat..., és így akármelyik iz, az azon sorban megelőzőnek az ezalattivali öszszete is.

A' honnan az alap-sornak akárhányadik íze kitehető, a' balra szélsőkkel; 's ugyan ezekkel kitehető az alap-sor' akárhány izeinek öszszete; sőt akárhányadik is a' balra szélső függélyi sorban, kitehető az alap-sor' ízeivel.

Tudni illik, ha $(P_m)z_n$ az m dik póti sornak az elsőn túl n dik ízét, 's $(P_m)_0$ söt (P_m) valamint $(P_m)z_0$ a' legelső ízét teszik, 's a' fő sor 0 dik póti sornak vétettvén, ha nem volna is (P_0) oda téve, oda értődik, 's a' hol Pnek nincs számjegye, (P_1), 's a' hol $z$nek nincs, z_0 értetik; 's S_n a' sorfőnek öszszetét teszi z_n ig (bézárolag): $z_n = z+n(P) + \frac{n(n-1)}{1.2}(P_2) + n(n-1)(n-2)(P_3): 1.2.3 \ldots$

$(P_n) = z_n - nz_{n-1} + \frac{n(n-1)}{1.2} z_{n-2} - \frac{n(n-1)(n-2)}{1.\ 2.\ 3} z_{n-3} \ldots$; $S_n = (n+1)z + \frac{(n+1)n}{1.2}$ $(P) + \frac{(n+1)n(n-1)}{1.\ 2.\ 3}(P_2) + \frac{(n+1)..(n-2)}{1.2..4}(P_3)$ ... Mert megmutattatik; hogy igaz 2 ről, 3 rol 's ha igaz m ről, igaz $m+1$ ről.

A' kép' kimutatása szerint mindenik oszlopban az z száma azonegy, 's a' $\triangle$ száma felfelé edjjel-edjjel apad; de mindenik vizfektü sorban azonegy: azonban ha n nem 0, 's $\triangle$ helyibe P tétetik, minden $(P_m)z_n = (P_m)z_{n-1} + (P_{m+1})z_{n-1}$; 's ugyan $(P_m)z_n = (P_{m-1})z_{n+1} - (P_{m-1})z_n$; az első leszálva szolgál az első és 2 dik alakzatnak, a' 2 dik felhágva a' 3 diknak megmutatására.

Ugyan is az elsőre nézve
$z_2 = (P_0)z_2 = (P_0)z_1 + (P_1)z_1$; $P_0)z_1 = (P_0)z_0 + (P_1)z_0$; $(P_0)z_0 = z$, $(P_1)z_0 = (P)$; $(P_1)z_1 = (P_1)z_0 + (P_2)z_0 = (P_1) + (P_2)$

Tehát $z_2 = z + 2(P) + (P_2)$.

Szintúgy $z_3 = z_2 + (P_1)z_2$, 's $(P_1)z_2 = (P_1)z_1 + (P_2)z_1$, és $(P_2)z_1 = (P_2)z_0 + (P_3)z_0$; tehát z_2 nek elébbi becsét véve, $z_3 = z + 3(P) + \frac{3.2}{1.2}(P_2) + (P_3)$; 's így jöhet ki z_4 is, mind a' fölebbi alakzat szerint. Látszik az is, hogy a' kifezezet edjjel több ízből áll, mint a' z száma.

Ha pedig jgaz z_m ről; igaz z_{m+1} ről. Mert akkor nyilván az első póti sor' m dik ízére is illik az alakzat; z_{m+1} pedig $= z_m + (P_1)z_m$; tehát következő két sor öszszezendő; $z_m = z + m(P) + \frac{m(m-1)}{1.2}(P_2)\ldots + \frac{m(m-1)\ldots(m-6)}{1.2\ldots\ldots 7}(P_7)\ldots$ és

$$(P)z_m = (P) + \frac{m}{1}(P_2)\ldots\ldots \frac{m(m-1\ldots(m-5)}{1.2\ldots 6}(P_7)\ldots$$

Az hol $m(P)+(P) = (m+1)(P)$; $m(m-1)(P_2):2 + \frac{2m(P_2)}{1.2} = \frac{(m+1)m}{1.2}(P_2)$; mert $m(2+m-1) = (m+1)m$.

Szintúgy (P_7)re nézve, ha az alsobbik 7 el többeztetik;

leszsz $\frac{m(m-1)\ldots(m-5)(m-6+7)}{1.2\ldots\ldots 7}(P_7) = \frac{(m+1)m(m-1)\ldots(m-5)}{1.2.3\ldots\ldots 7}(P_7$

Tehát $z_{m+1} = z + (m+1) + \frac{(m+1)m}{1.2}(P_2) + \frac{(m+1)m(m-1)}{1.2.3}(P_3)\ldots$

Az S_{m+1} is hasonlólag jönki: mert S_2 kijön $z+z_1+z_2$ ből, S_3 is $z+z_1+z_2+z_3$ ból mind az alakzattal egyezőleg (edjjel több ízben mint az S száma) : tehát csak azt kell megmutatni; hogy $S_m + z_{m+1}$ is az alakzat szerint adja meg S_{m+1} et: az pedig mint az elébb könnyen kijön. Mert

$$S_m = (m+1)z + \frac{(m+1)m}{1\,.\,2}(P) + \ldots\ldots$$

$$\frac{(m+1)m\ldots(m-5)}{1\,.\,2\ldots\ldots7}(P_7)\ldots;$$ és $z_{m+1} = z +$

$$\frac{(m+1)}{1}(P) + \ldots\frac{(m+1)m\ldots(m-4)}{1\,.\,2\ldots6}(P_7)\ldots$$

Mely öszszezve, az S_{m+1} alakzatját adja meg: mert $(m+1)z + z = (m+2)z$; 's a' végső két iznek képei eggyalsóra vonattván, 's öszszeztettvén, leszsz $\frac{(m+1)m\;\ldots(m-4)(m-5+7)}{1\,.\,2\ldots\ldots7}$

$$= \frac{(m+2)(m+1)m\ldots(m-4)}{1\,.\,2\,.\,3\ldots\ldots7}.$$

Akármely (P_n) alakzatja is hasonlólag jönki: itt már felfelé menve, elébb kimutattatván (P_2) re (P_3) ra, azután megmutattattván, hogy ha igaz m ről, igaz $m+1$ ről, még pedig azon alapitva, hogy $(P_{m+1})z_0 = (P_m)z_1 - (P_m)z_0$. Ugyan is akkor (P_m) feltét szerint az alakzat szerint tétettvén ki, pót-zatik az ugyan azon alakzat szerint (következő okbúl és modon) kitehető $(P_m)z_1$ re. Tudniillik ha a' fő sorban z_1 vétettnék elsőnek z után; csak a' balrai szélső oszlop maradna el; különben ugyanazon póti sorok lennének; s szintúgy kitehető volna $(P_m)z_1$ a' felső sorral, mint feltét szerint (P_m); csak hogy ennek kifejezetében z_m a' (P_m) után m dik (az-az $(P_m)z_m$ feletti, most pedig a' $(P_m)z_1$ után m dik íz felett z_{m+1} van 'sat; különben pedig az m megmarad a' $(P_m)z_1$ kifejezetében a' z ék előtt, csak ezek edjjel nagyobb számot kapnak. Melyszerint

$\left[(P_m)z_1 = z_{m+1} - m z_m + \frac{m(m-1)}{1\,.\,2} z_{m-1} \ldots \frac{m(m-1)\,.\,.\,(m-5)}{1\,.\,2\,.\,.\,.\,.\,6} z_{m-5} \ldots\right] + \left[-(P_m) = -z_m + \frac{m\,z_{m-1}}{1} \ldots \frac{m(m-1)\,.\,.\,(m-6)}{1\,.\,2\,.\,.\,.\,.\,7} z_{m-5} \ldots\right] = z_{m+1} - (m+1)z_m + \frac{(m+1)m}{1\,.\,2} z_{m-1} - \frac{(m+1)m(m-1)}{1\,.\,2\,.\,3} z_{m-2} \ldots = (P_{m+1})$ mint az előbb..

Jegyzés. 1. Ha a' fő-sor olyan, hogy bizonyos *m* re $(P_m) = 0$; sőt sokszor a' gyakorlatban, ha nincs is oly *m*, hogy $(P_m) = 0$ legyen, de lehet a' célra elég kicsi: haszonnal gyakoroltatik az *íz-közbelités* (interpolatio) következő módon.

Ilykor ha $\mu-1$ számu ízet kell két szomszéd íz közé tenni; olyan sor alkottatik, melynek íz-képe $z + \frac{n}{\mu}(P) + \frac{n}{\mu} \cdot \frac{n-\mu}{2\mu}(P_2) + \frac{n}{\mu} \cdot \frac{n-\mu}{2\mu} \cdot \frac{n-2\mu}{3\mu}(P_3) \ldots$ tudniillik *n* helyibe $\frac{n}{\mu}$ tétetik a' z_n főlebbi alakzatába; mely mind addig foly, mig (P_m) ig érkezik, mely $=0$ (legalább az emlitett értelemben.

Látszik: hogy mikor $n = \mu$, akkor a' főlebbi $z1 = z + (P)$ jön ki így is; úgymint, az új sorban z után *n* dik íz $(n:m)$ diknek mondattván, most $(\mu:\mu)$ dik az-az 1 dik leszsz $= z + \frac{\mu}{\mu}(P) + \frac{\mu}{\mu} \cdot \frac{\mu-\mu}{2\mu}(P_2) \ldots$, az hól $\mu - \mu = 0$, 's így ha

n=péld 3μ, az alábbi x_3 jönki.

2. Azon sor, melynek m dik pòti sora izei egyenlők, m ed *rendü arithmetikai sornak* szokott neveztettni.

3. Eggypótí sornak akárhányadik öszszeti soráról, ennek póti sorain bizonyosan olyanra lehet szállani, melynek ízei (péld. a hoz) egyenlők: de számtalan olyan sor van, melynek valahányadik póti sorának mindenik íze $= a$.

Tudiillik $a+b$, $2a+b$, $3a+b$. . . az a' sor melynek első póti sora a, a, a . . . ; 's akármely α, β, γ . . . sor legyen, $\alpha+k$, $2\alpha+k$, $2\alpha+k+\beta$, $2\alpha+k+\beta+\gamma$ . . . az a' sor, melynek első póti-sora α, β, γ . . .

Az honnan ha a, $a+b$, $a+b+c$, $a+b+c+d$... $a$rol emelkedő balfelőli sor, 's a az első α, 2 dik $a+b$ 'sat.; 's b az első k, 2 dik c 'sat: közönien kijön akármeddig menve fel minden olyan sornak képe, melynek valahányadik póti sorának mindenik íze $= a$; az holott b, c, d.. helyibe akármit lehet tenni.

Péld. 1^3 2^3 3^3 . . . = 1 8 27 64 . . nak
póti sorait véve 7 19 37 . . .
Az hol $a=6$, $a+b=12$, 12 18 . . .
$a+b+c=7$, $a+b+c+d$ 6 6 . . .
=1, tehát itt $b=6$; $c=-5$, 's $d-6$; és $2a+b$ =18 . . . ; $2(a+b)+c=19$; $2(a+b+c)+d=8$ 'sat . .

'S péld. ha $a=6$, $b=10$, $c=4$, $d=9$ vétetik;

2 49 85 143 . . . sornak is, a' 3dik póti sora
6 6 6 . . . . . . leszsz.

4. Az m szer cimzett természeti számok' sora' m dik póti sorának izei egyenlők, 's az $m+1$ diknek mindenik íze 0. Ugyan is legyen 1^m 2^m 3^m . . . röviden 1 A B C . . ., 's legyen az első pòti sor (P_1), $(P_1)_1$, $(P_1)_2$ . . . az holott $(P_1 = A-1$, $(P_1)_1 = B-A$ 'sat.; az n dik póti sor legyen (P_n), $(P_n)_1$, $(P_n)_2$ . .

Megmutatja a' próba; hogy ha $m=2$, akkor a' 3dik póti sornak mindenik íze 0, ha $m=3$, akkor a' 4dik mind 0; akármely m ről pedig ha igaz, igaz $m+1$ ről is.

Mert 1^{m+1} 2^{m+1} 3^{m+1} ... leszsz 1, $2A$, $3B$, $4C$ ...; 's ekkor pedig az első póti sor leszsz $(P_1)+A$, $2(P_1)_1+B$, $3(P_1)_2+C$ ....

A' 2dik póti sorban, ha csak A, B, C... volna, annak feltét szerint az $m+1$ dik póti sora 0, mely is a' fő sornak $m+2$ dike; tehát a' kérdés (P_1), $2(P_1)_1$, $3(P_1)_2$ ... ről van: ennek pedig póti sora $(P_2)+(P_1)_1$, $2(P_2)_1+(P_1)_2$, $3(P_2)_2+(P_1)_3$. Itt is $(P_1)_1$, $(P_1)_2$, $(P_1)_3$ ... nak póti sora az A, B, C .. vel egyszersmind leszsz 0 á; 's a' kérdés (P_2), $2(P_2)_1$, $3(P_2)_2$ ... ről van. Látszik: hogy ki jön valamikor $(P_{m+1})+(P_m)_1$, $2(P_{m+1})_1+(P_m)_2$ ..., mely mivel $(P_{m+1})=0$ feltétszerint, marad $(P_m)_1$, $(P_m)_2$ .. ; melynek az első póti sora 0.

5. Megjegyzenddő azonban: hogy akármely oly kifejezetet tegyen $(\alpha)n$, melyben n + egészszám, akármely megadott mennyiségekkel, akármely edjetlen származatú munkálatok által köttetett öszve: abból oly sor születik, melynek öszszete bizonyos, akármely íztől akármelyikig. Tudniillik $(\alpha)m$ azt téve a' mi kijőne, ha $(\alpha)n$ helyett m volna; tétessék rendre n helyibe $n-1$, $n-2$ .. 1, 0, ha tetszik elébb álva meg; 's legyen péld. következő sor $(\alpha)n-(\alpha)(n-1)$, $(\alpha)n-1-(\alpha)n-2$, $(\alpha)n-2-(\alpha)n-3$ Látszik: hogy a' közbelsők lerontván egymást, az öszszet $(\alpha)n-(\alpha)n-3$, 's ha péld $n=3$, az öszszet $(\alpha)3-(\alpha)0$; az első íz pedig $(\alpha)n-(\alpha)n-1$; a' 2dik $(\alpha)n-1-(\alpha)n-2$'s úgy tovább

Péld: (108.) $\frac{1}{1.2}$ $\frac{1}{2.3}$ ... kijőn $(\alpha)n$ nek tétettvén $n:(n+1)$; melyből leszsz az első íz $\frac{n}{n+1}-\frac{n-1}{n-1+1}=\frac{1}{n(n+1}$; melyszerint ha példₒ$n=3$, lessz a' sor $\frac{1}{4.3}+\frac{1}{3.2}+\frac{1}{2.1}=\frac{n}{n+1}-\frac{0}{0+1}=\frac{3}{4}$ ha $n=3$, 's lehet akármely kicsi ω ra nézt n et oly nagynak venni, hogy $1-\frac{n}{n+1}$ azaz $\frac{1}{n+1}<\omega$ legyen; csak n úgy v[illegible]sék, hogy $n+1>$ legyen $\frac{1}{\omega}$ nál. Tehát ha ezen sor balra végnélkûl kinyujtatik, öszszete [illegible] 1; a midőn akármekkora legyen n, $n:(n+1)$ mindég <1 marad.

Igy ha $(\alpha)n$ nek $ae^n:(e-1)$ vétetik: leszsz a' (106.) eggypári sor, melynek ízképe, (ha a elsőnek vétetik) $\frac{ae^n-ae^{n-1}}{e-1}=\frac{ae^{n-1}(e-1)}{e-1}=ae^{n-1}$, a' sorjel e,'s az öszszet (mint ott) ha $(\alpha)n-\alpha)0$ vétetik, $\frac{ae^n-ae^0}{e-1}$ az az $\frac{ae^n-a}{e-1}$ az az $\frac{ue-a}{e-1}$, ha u az a t elsőnek véve n diket tészi, a' mikor is $ae^n=ae^{n-1}e$.

Ha pedig n helyibe $n:m$ tétetik (akármely ✠ egész szám legyen m); leszsz $(\alpha)n-(\alpha)n-1)$ $=\frac{ae^{\frac{n-1}{m}}\left(e^{\frac{1}{m}}-1\right)}{e-1}$, mint a' munkálat kimutatja: mely is ha n helyibe 1, 2, 3 . . . rendre tétettnek, olyan sornak izeit adja meg, melyben mindenik íz $e^{\frac{1}{m}}$el mérttezve adja a' következőt, az öszszet pedig ntől 0ig $\frac{ae^{\frac{n}{m}}}{e-1}-\frac{ae^0}{e-1}=\frac{a(e^{\frac{n}{m}}-1)}{e-1}$; 's ha $n=m$ vétetik, úgy m számu íz' öszszete $\frac{a(e-1)}{e-1}=a$, 's ha $n=km$, úgy az öszszet $\frac{a(e^k-1)}{e-1}$, mely is $=a(1+e+e^2..+e^{k-1})=a+ae+ae^2..+ae^{k-1}$; mert $(e^k-1):(e-1)=1+e+e^2..+e^{k-1}$ mint a' (104 szerinti) párzás' munkálatja kimutatja.

És így amaz olyan eggypári sor, melynek k szor m izeinek öszszete, az $a\ \ ae\ \ ae^2$ ... sornak k számu izei' öszetéhez egyenlő.

Ha csak $m-1$ számu ìzet kell minden két szomszéd közé közbelítni ugyan eggypári sorban: meghagyattván a elsőnek, csak sorjelnek kell ugyan $e^{\frac{1}{m}}$ et venni; 's leszsz $a\ \ ae^{\frac{1}{m}}$, $ae^{\frac{2}{m}}$, . . $(ae^{\frac{m}{m}}=a)$ . . .

Szintúgy ha $(a)n=\frac{2na+n^2d-nd}{2}$; leszsz $(a)n-(a)n-1)=a+(n-1)d$; 's az öszszet $=\frac{n}{2}.\left[2a+(n-1)d\right]=\frac{n}{2}.(a+u)$, ha $a+(n-)d$ utolsónak vétettve u nak neveztthetik (mint följebb 121). 'S ha eggypóti sorba kell minden két szomszéd közé $m-1$ ízet közbelítni: meghagyattván a elsőnek, 's $d:m$ tétettvén sorjelnek; leszsz $a, a+d:m, a+2d:m ... a+md:m$ . . .

Hogy pedig (mint főlebb') *km* számu íz, *a* $a+d$ $a+2d$ . . . sor' *k* számu ízeinek öszszete legyen; vétessék $(\alpha)n = \frac{mn(2a-d)+n^2d}{2m^2}$, melyből a' főlebbi szerint ízkép 's öszszet kijönek.

Ha $(\alpha)n = n^2$; leszsz az ízkép $2n-1$, s 1 től fogva a' páratlan számok' sora; és 1 től az *n* dikig (bezárólag) az összet n^2.

6. Mint a' kútfőből $(\alpha)n$ ből önként foly a' sor, ízkép, öszszet: más kérdés, viszsza felé az ízképről a' sorfolyam' kútfejére menni . . .

A' tízi kép' cimtlenzéséről.

§. 111. Légyen *N* a' tizi kép, 's elébb egész szám; 's keresttessék elébb $\sqrt[2]{N}$ (mely rendszerint annyit teszen, mint $\sqrt{N}$, 2 szer *cimtlen* *N*, vagy *félszer cimzett* *N*, avvagy 2 szeri *cintlene* *N* nek, vagy *fél-cimzettje* *N* nek vagy *N* nél 2 szer *cimtlenebb*. (29.).

Ha *p* és *P* oly egész számok, hogy p^2 vagy $= P$, vagy $p^2 < P$ de $(p+1)^2 > P$; mondatik *p* *közelebbi* $\sqrt{P}$ nek.

Légyenek *K* és *r* akármely 's akárhány helyből álló tizi képek, 's *k* akármely 2 helyből álló tízi kép; 's legyen *b* edjes szám-jegy; 's tegyen itt $K'k$ annyit, mint $K'.\,10+k$, 's rb annyit tegyen, mint $r.10+b$, a' mit tízi képben tennének $K'k$ és rb. 'S légyen $K'k = K$.

Ha *r* közelebbi 2 szer *cimtlen* K'; úgy van oly b, hogy rb közelebbi 2 szer *cimtlen* ($K'k = K$).

Mert $K'k$ nak legkisebb becse $K'.100$, mikor $k = 00$, legnagyobb pedig $K'.\,100+99$; 's ha r^2 nem $> K'$, úgy $(r0 = r.10)^2$ sem $> K'.100$, tehát nem $> K'k$. De $r9$ az-az $r.10+9$ nél csak edjjel is nagyobb $r.10+10 = (r+1).10$; és

$[(r+1).10]^2=(r+1)^2.100$, ha $(r+1)^2$ csak 1 el is $> K'$, lenne $(K'+1).100=K'.100+100$; holott $K'k$nak legnagyobb becse $K'.100+99$.

Tehát ha $r.10$ röviden $a$nak mondatik; Knak közelebbi cimtlene $a+b$, és b valamelyik, 0tól 9ig bézárólag; mely rendre próbálva is megtaláltatik, de a' keresés' módja könnyittetni fog.

Ha pedig megtaláltatott, 's K után új k tétetik; (szintúgy mint (104.) az osztásban, öszszezésben) nézettessék ezen tízi kép új Knak az elébbi K új K'nak, rb új $r$nek; 's keresttessék az új b, mely rb után jön tízi képbe, 's új a legyen (az új r az-az rb).10.

'S ezen munka ismételttessék, akárhány pár hely legyen Nben az első K' után, csak ez úgy vétetett légyen, hogy bizonyos számú pár hely maradjon utánna: 's az egész N közelebbi cimtlene kijön.

Látszik innen: hogy ha Nnek helyei száma $2m$ vagy $2m-1$, a' cimtlen m számu helyből áll. Mert ha az első K'nak az első esetben az első pár, a' 2dikban az első szám vétetik: az első r edjes szám; mert $1=1^2$, 's $10^2=100$ nagyobb az első K'nál: azután pedig minden pár hely 1 helyet ád a' cimtlenbe.

A' b pedig következőképen keresttetik: $(a+b)^2=K'k$ az-az $K'.100+k$; 's ha r^2 kivonatik K'bol, 's $K'-r^2$ mellé lehozatik k, leszsz $(K'-r^2).100+k=2ab+b^2$; mert $a^2=(r.10)^2$, 's $(K'-r^2).100+k+(r.10)^2=K'.100+k=a^2+2ab+b^2$.

Tehát csak ezen $2ab+b^2$ hoz egyenlőt kellene $2a$val osztani, ha b^2 nem volna; így pedig $k$nak első helyével végződő osztandóban, keresttetik $2r$, 's ha megvan $b$szer, ezen a tízi képbe $2r$ után írattván, ugyan $b$vel mérttezttetik; mellyel $(2r.10+b)b=2ab+b^2$ jővén ki, ha ez nem $>(K'-r^2)100+k$, de $>$ volna, ha ezen b csak 1 el nagyobbnak vétettnék is; úgy ez a' keresett b.

Mely minden új K', új k, új r, új $b$re ilvén, a' munka végig ezen módon foly.

Péld. $\sqrt{6\ 96\ 64}$ (263 'S a' közelebbi cimtlen 263, kisebb ugyan az igaz cimtlennél, de ennél 264 már nagyobb.

$$\begin{array}{lr}
r^2 = & 4 \\
\hline
(K'-r^2).100+k= & 2\ 96 \\
2r.10+b=2a+b= & 46 \\
b= & 6 \\
\hline
2ab+b^2 = & 276 \\
\hline
\text{Új } (K'-r^2).100+k= & 2064 \\
\text{Új } 2r.10+b=2a+b= & 523 \\
\text{Új } b= & 3 \\
\hline
 & 1569 \\
\hline
 & 495
\end{array}$$

Jegyzés. 1. Akármely megadottnál kisebb hibával lehet ugyan ezen mód által az igaz cimtlenhez közelíteni: de az űdi-tan ezen széj-becshez csak mind inkább közelíthet, 's csak az ürtan adja tökéllyel ki.

A' közelítés módja ez: hogy $1:10^m$ nél kísebb legyen a' hiba, m pár cifrát kell a' cimtlenittendő után tenni; 's ennek megkeresett közelebbi cimtlenébe m tizedi helyet kell csinálni.

Mert akármely számok legyenek n, N, M; az Nre párzott Mnek $n$szeri cimtlene, az Nnek n szeri cimtlenére párzott $n$szeri cimtlene Mnek; az-az $\sqrt[n]{(N:M)}=\sqrt[n]{N}:\sqrt[n]{M}$. Mert legyen p $(=\sqrt[n]{N}$, 's $q(=\sqrt[n]{M}$; akkor $\left(\frac{p}{q}\right)^n=$ $\frac{p^n}{q^n}=\frac{N}{M}$.

'S innen mivel $N.\ 10^{2m}:10^{2m}=N$; leszsz

$\sqrt[n]{N}=\sqrt[n]{(N.10^{2m})}:(\sqrt[n]{10^{2m}}=10^m)$; tehát a' keresett közelebbi cimtlent 10^mszer kisebbiteni kell, mely m tizedi hellyel megesik.

2. Ha $\sqrt[n]{N}$ nem egész szám: úgy a' főmértékkel öszszemérhetlen. Mert legyen az $\frac{\alpha\beta\gamma\ldots}{pqr\ldots}$, ezen betük mind oly előszámokat téve, hogy az alúliak közűl edjik se legyen a' fólüliek közül edjikhez is egyenlő, $(\alpha\beta\ldots:pq\ldots)^n=(\alpha\beta\ldots)^n:(pq\ldots)^n$; mely nem egész szám, mert az alsó nem osztja a' felsőt (57.). Szintúgy ha r közelebbi $n$szer cimtlenzett K^1, 's k n helyből áll; $\sqrt[n]{K^1k}$ leszsz rb (a' főnebbi értelemben); és ha N nem áll nmnél több helyből, 's $(m-1)n$ helynél többől áll, a' közelebbi $\sqrt[n]{N}$ áll m helyből.

'S az $n$szeri cimtlenzés' módja az elébbi úton könnyen megtaláltatik; csak hogy itt k n helyből áll, 's $(a+b)^n=a^n+na^{n-1}b\ldots\ldots$ léven, b megtalálására nr^{n-1} az osztó, 's az oszttandó végződik itt is a' k első helyével, 's b úgy vevődik tág-osztással, hogy ha az $(a+b)^n$nek a^n utáni izei, (melyek, az a cimzeti-jele mind 1 el apadván, mind edjjel-edjjel jobbra végződnek) az öszszet ne legyen $>(K^1-r^n)\,10^n+k$, de $>$ lenne, ha b csak 1 el nagyobbnak vétettnék. Péld. ha $n=3$; az osztó leszsz $3r^2$, 's az izek $3r.^2b.100+3r.b^2 10+b^3$. Rövidebb módjairol alább.

A' cim-tan' alkalmazásá a' köz-életre.

§. (112.) Ha a tökéhez minden év' végével száz után c kamat járúl, mennyire nő az $n$dik év' végére? Nevezttessék $s$nek az a' mire nő akkorra.

Ha 100 bol edj év' végére $100+c$ leszsz, a' függés egyenes lévén, a ból leszsz $a.\frac{(100+c)}{100}=$ ap, ha p nek iratik $(100+c):100$. Ugyan ebből a' 2 dik év' végére lessz $app=ap^2$; 's folyttatva minden új év' végére 1 el nő p nek cimzeti-jele; 's az n dik év' végére leszsz $s=ap^n$; az honnan az n dik év' végére az írtt feltét alatt s é lejéndő $a=\frac{s}{p^n}$; mely is azon s nek a' jelenre vontt becse.

És így mivel nagy munkával készült oly könyvek vannak, melyből akármely mennyiségnek, közalapnak vett 10re nézti helycimét, 's akármely helycimnek cimesét könnyü megtalálni: az (114.) szerint, ha la helyett, midőn a' köz alap 10, lg iratik; leszsz $lg\,s=lg\,a+lg(p^n)$ $=lg\,a+n\,lg\,p$; az honnan $lg\,a=lg\,s-n\,lg\,p$, és $n=\frac{lg\,s-lg\,a}{lg\,p}$; és $lg\,p=\frac{ls-lg\,a}{n}$.

Ha a' kezelésért péld. a' kamatnak 7 százada fizettetik, 's az elébbi $c=6$; leszsz 100 után nem 6, hanem $6-0,42=5,58$, 's p nek kell tenni $(100+5,58):100$ at, mely is 1,0558, melynek *helycime* $=lg10558-4(114.)$.

Szokás az elébbi módon a' népesedést is számitani; megadattván, hogy 100 után mennyi a' szaporodás.

Söt a' fa' növésére is alkalmazttatik bizonyos határok között.

Ha valaki mostantól kezdve, minden év' végén kiván bizonyos intézettől a pénzt kapni: mennyit tegyen most le, az azon intézettől határzott p szerint? Legyen s a' mit most kell letenni.

Minden év' végéni a becsét jelenre vonva, öszszezni kelletvén: leszsz az első év' végéni a nak jelenre vont becse $a:p$, a' 2dik év' végéninek jelen-becse $(a:p^2)$'s úgy tovább; és így $s=\frac{a}{p}+\frac{a}{p^2}+\frac{a}{p^3}\ldots+\frac{a}{p^n}$, mely (106.) $=(a-\frac{a}{p^n}):(p-1)$, ha $a:p^n$ vétetik első íznek, a' mikor is p leszsz az eggypári sor-jel.

Tehát $s=\frac{a}{p-1}-\left(\frac{a}{p-1}:p^n\right)$. Az hol legalább p^n a' cimtan' segitségével keresttetik, a' midőn $\lg(p^n)=n\lg p$.

Ha a' főlebbi a hoz minden év' végén még b adódik: kérdés mennyire nő az n dik év' végére? 's ha b elvevődik a' helyett hogy hozzá adódnék, mi marad a' jelen s ből az n dik év' végén? Vagy mikor marad 0?

Az első b ből leszsz bp^{n-1}, az azutániból bp^{n-2}; és így az n dik év' végére leszsz $ap^n+bp^{n-1}+bp^{n-2}\ldots\ldots+b$; mely is $=ap^n+\frac{b(p^n-1)}{p-1}$, 's ha b az oda járulás helyett elvétetik, 's a' maradék R nek iratik, leszsz $R=ap^n-\frac{b(p^n-1)}{p-1}$; melyből, akármelyik a' többiből kijön, azon esetben is, mikor $R=0$ tétetik; használtattván (114.) a' hol szükséges.

Példákat nézzen a' tanuló Végában; az hol a' mondottak hoszszabban is kifejttettek: 's mind az ő logar. táblájiban mind másokban a' kezelési szabályokat, 's némelyeknek mind az efféle mind a' trigonometriai számitásokra nézve okmutatásait (Tent. Tom. II.) megláthatja.

A' Schach' találója, jutalmául az ostábla' első négyegére 1 buza szemet kért, 's minden következőre két annyit, mint az az elöttire: leszsz $1^0+2^1+2^2+\ldots 2^{63}=2^{64}-1$; mely az által jön ki, hogy $\mathfrak{L}g(2^{64})=64\ \mathfrak{L}g2$.

A' zen-tanban úgy nevezett gleichschwebende Temperaturára nézve oly x keresttetik, hogy 1 és 2 között 11 eggypárzati közép 's x legyen az első: mely szerint $1, x, x^2 \ldots (x^{12}=2)$ eggypári sor támad; 's x kijön (114 sz.), a' midőn $12\ \mathfrak{L}gx=\mathfrak{L}g2$, tehát $\mathfrak{L}gx=\frac{\mathfrak{L}g2.}{12}$; melynek cimese $\sqrt[12]{2}$

Ha valami, minden bizonyos téttel, edj *n* dét vesztiel: kérdés, mi marad *m* számú olyan tét' végén? vagy hogy *r* maradjon, *m* hány legyen?

Legyen elébb 1; leszsz az első tét' végén $1-\frac{1}{n}=\frac{n-1}{n}$, 's ebből a' 2 dik tét' végén leszsz $\frac{n-1}{n}-\frac{n-1}{n^2}$, mely $=\frac{n(n-1)-(n-1)}{n^2}=\frac{(n-1)(n-1)}{n^2}=\left(\frac{n-1}{n}\right)^2$; 's ha a' μ dik tét' végén $\left(\frac{n-1}{n}\right)^\mu$, az azutáni leszsz $\left(\frac{n-1}{n}\right)^\mu-\left(\frac{n-1}{n}\right)^\mu : n$; mely $=\frac{(n-1)^\mu}{n^\mu}-\frac{(n-1)^\mu}{nn^\mu}=\frac{(n-1)(n-1)}{n^{\mu+1}}=\left(\frac{n-1}{n}\right)^{\mu+1}$. Az honnan a' kérdések megfejtettnek, a' hol szükség (114) használtattván.

Péld: ha a' bornak edj *n* ede mindenkor kivétettvén, vizzel tőlttetik meg; mennyiszer leszsz kisebb 1 veder' árra az *m* dik üritès és tőltés után? Az eggyközi sugarak' ereje az *m* dik távra, 's a' hűlő test' melege m idő múlva, mennyiszer kisebb?

A' cimességről (szélesebb értelemben) a' 30 31 és 32 lapok szerint.

§. 113. $\sqrt[c]{C}$(=) $C^{\frac{1}{c}}$ (ha c nem 0).

Mert $\sqrt[c]{C}$nek akkor mondatik példul. a, ha lg$C$)= $c$lg$a$, az ott adott képzet szerint; ekkor pedig lg$a$)= $\frac{\text{lg}C}{c}$; a' mikor is (ugyan ott) a mondatik $C^{\frac{1}{c}}$ nek.

Viszont a akkor mondatik $C^{\frac{1}{c}}$nek, ha lg a)= $\frac{1}{c}$—lg C, ekkor pedig $c$lg$a$)=lg$C$; a' mikor is a mondatik $\sqrt[c]{C}$nek.

§. 114. Ha 2 akármely szám' képviselőjének nézetik: a' felső eggypári sorban xx alatt (2 : μ), (1 : xx) alatt —(2 : μ), az alsóban xx alatt (2*q : μ) áll helycimül; tehát xx 2 szer, 1 : xx pedig —2 szer cimesb x nél; mert x alatt 1 : μ áll helycimül, 's (2 : μ) = 2.(1 : μ), és —2 : μ = —2 .(1 : μ); 's szintúgy XX 2 szer, 's 1 : XX —2 szer cimesb X nél.

Továbbá 1 nek edjik helycime 0; mert a' felső eggypári sorban 1 alatt 0 áll, 's akármely NM nek legyen k valamely helycime, 1 nek azon helycime = 0 . k.

Az honnan (az emlitett képzet szerint) N = x^n, M=X^m, 's x (=$\sqrt[n]{N}$, X(=$\sqrt[m]{M}$, és NM = x^{n}X^m; 's 1 = $(NM)^0$, és NM(=$\sqrt[0]{1}$.

Annak, hogy $N=x^n$ iratik $\overline{N}$ ($=\overline{x^n}$ helyett, mikor n egész ✠ vagy — szám, oka az; hogy ekkor $\overline{x^n}$ is ($=\overline{N}$ Mert legyen péld. $n=2$; 's akármely oly μ' az e sorában, hogy xx és x ízei legyenek; 's legyen ≈ a' sorjel, 's áljon x alatt $r:\mu'$; azon íz, mely alatt $2r:\mu'$ van, tehát xnél 2szer cimzettebb, nyilván $=$ xx. 'S szintúgy látszik, ha 2 helyibe —2, vagy más egész szám tétetik. Söt mivel $e$nek edjik helycime 1, 's NMnek edjik helycime $(n+m^*q):\mu$; nyilván NM ($=e^k$, ha $(n+m^*q):\mu$ röviden $k$nak iratik), mely ezen értekezet' végéig is megtarttassék.

Végre az e sorában téti és tét-edjü lévén minden N, csak úgy lehet NM—, ha M $2^*q+\widehat{\nu}^*\alpha$ felett áll, a' mikor is $M=-1$; ugyanis (30 sz.) $\alpha=4q$ vétetik, 's a' mely betűn kalap van, az érttetik, hogy helyibe .—2,—1,0,1,2,.. közzül akármelyik tétethessék; melyszerint $2^*q={}^*\alpha:2$ felett $^*1.^*1=-1$ áll, a' mikor is $\nu=0$, 's szintúgy $^*\alpha:2+\nu^*\alpha$ felett —1 áll, akármely ✠ vagy — egész számot tegyen ν.

Hogy pedig máshelyt —1 nincs, meglátszik alább: az holott is mind a' négy sor szakadatlanúl láthatóittatik.

§. 115. Legyen ♀ megint szám-képviselő: az elébbiből $x^n.x^n=x^{2n}=N^2$ (mely alatt $2n:\mu$ áll helycimül); szintúgy $X^m.X^m=X^{2m}=M^2$ (mely alatt $2m^*q:\mu$ áll helycimül).

Tehát $x^{2n}.X^{2m}=N^2M^2=(x^n.X^m)^2=(NM)^2$ mert $NM.NM=N^2M^2$nek $2(n+m^*q):\mu$ helycime, mely 2szer akkora, mint $(n+m^*q):\mu$, mely is helycime NMnek.

§. 116. ♀$k$nak kimondása lehet: *cimese* $k$nak (ha k helyett egyéb van, *annak címesének* mondattván).

♀k. ♀$h=$ ♀$(k+h)$. Mert legyen $k=$

$\frac{n\dagger m^*q}{\mu}$ (mint 31.), 's $h = \frac{r\dagger s^*q}{\mu}$ (egész számokat tévén r, s); 's áljon $r:\mu$ felett R, 's $s^*q:\mu$ felett S; leszsz ♀$k = NM$, 's ♀$h = RS$; és ♀k. ♀$h = NMRS$. De $NR = x^{n\dagger r}$ alatt $(n\dagger r):\mu$ áll helyciműl, 's $MS = X^{m\dagger s}$) alatt $(m\dagger s)^*q:\mu$; tehát (31 sz.) $(n\dagger r\dagger(m\dagger s)^*q):\mu$ helycime az $NRMS$ nek; és így ♀k. ♀$h =$ ♀$(k\dagger h)$.

Hasonlólag jőn ki; ha n, m, r, s közzűl valamelyik vagy valamelyikek, vagy mind ⌴ ok.

Az honnan ♀k: ♀$h =$ ♀$(k—h)$. Mert ♀k. ♀$(k—h) =$ ♀$(h\dagger k—h) =$ ♀k.

§. 117. Mind 1 nek mind —1 nek számtalan helycimei vannak: de mind csak bizonyos ✠ vagy ⌴ számu $^*\alpha$ val különböznek.

Mert $0.^*\alpha = 0$ helycime 1 nek, de $1^*\alpha$, $2^*\alpha$... is azok: mert $^*q = {}^*\alpha:4$ felett ^{*1} áll, 's $(^*1)^{4h} = 1$ alatt $h^*\alpha$ áll (h egész ✠ vagy ⌴ számot téve). NM nek pedig $= 1$ becse csak úgy lehet, ha $N = 1$'s M bizonyos ✠ vagy ⌴ számu $^*\alpha$ felett áll; mert M nek tétedjü becse csak 1 és —1, melyek közzűl csak 1 az, mellyel mérttezvén, $N = 1$ jőnki; a' felső sorban mind téti 's tétedjű lévén minden N, 's csak edjetlen N, lévén $= 1$.

Szintúgy NM nek csak úgy lehet —1 hez $=$ becse; ha N nek az 1 hez $=$ becse vétetik, 's M nek $(^*\alpha:2) \dagger \widehat{\nu}^*\alpha$ feletti becse.

§. 118. Legyen NM rövidebben a; leszsz ha a' fölebbi $\frac{n\dagger m^*q}{\mu}$ röviden (az értekezet' végéig) k nak mondatik, $\lg a\,(=)\,k\dagger\widehat{\nu}^*\alpha$; úgy hogy a nak számtalan helycimei vannak, de csak bizonyos ✠ vagy ⌴ számu $^*\alpha$val különböznek.

Mert $a =$ ♀k; tehát k helycime a nak, és akármely h legyen helycime a nak; leszsz ♀$h = a$; tehát (116 §) ♀k: ♀$h =$ ♀$(k—h) = 1$; és így $k—h$

helycime 1 nek; tehát $k-h$ bizonyos (+ vagy −) számu $^*\alpha$ (117 §); 's légyen péld. $7^*\alpha$, leszsz $h=k-7^*\alpha$.

§ 119. a^c $(=)$ $♀\, c(k+\widehat{\nu}^*\alpha)(=)\,♀\, c\lg a$.

Mert a^c nek becse csak az, a' minek valalalamely cime c szer akkora, mint a nak valamely *cime*; minden olyan cím pedig, mely c szer akkora mint a nak valamely cime, $c\lg a$ képben foglaltatik: tehát a^c nek minden becse $♀\, c\lg a$ nak becsei közt van.

Viszont $♀\, c\lg a$ nak mindenik becse, valamelyik becse a^c nek; mert akármelyik a' becse vétessék $\lg a$ nak, $♀\, ca'$ nak címe c szer akkkora mint a' cime a nak.

Jegyzés. 1. Hogy pedig van $♀\, c(k+\nu^*\alpha)$, onnan látszik: hogy $ck+c\widehat{\nu}^*\alpha$, öszszete valamely tétedjü β 's ellenedjü γ nak, és így $\beta+^*\gamma$; 's β vagy + vagy −, 's szintúgy $^*\gamma$; 's megmutattatik (Tent.), hogyha β öszszemérhetlen is, edjetlen becs jön felibe az eggypári sorban; 's szintúgy $^*\gamma$ felibe; 's ha β felibe β', 's$^*\gamma$ felibe γ' jőn, $\beta'.\gamma'$ cimese $\beta+^*\gamma$ nak, mely is $♀\,(\beta+^*\gamma)$. Az öszszemérhetlenség' esetében széjbecs érttetik (34.). Alább láthatóittatik szakadattlanul négy sorral.

2. Látszik: hogy $\lg e(=)\ 1+\widehat{\nu}^*\alpha$, 's $♀\,(1+\widehat{\nu}^*\alpha)$ $=e$; legyen $C=♀\, b(1+\nu^*\alpha)$, és így C $(=e^b$.

Legyen C nek edjik cime $b(1+^*\alpha)$, 's akármely cime legyen l; leszsz $\lg C(=)\, l+\widehat{p}^*\alpha$; és C $=♀\, b(1+^*\alpha)=♀\,(l+\widehat{p}^*\alpha)$.

De innen hibás következtetés volna $b=\dfrac{l+\widehat{p}^*\alpha}{1+^*\alpha}$. Mert $b(1+^*\alpha)$ csak $(=l+\widehat{p}^*\alpha$; mert $\lg C$ $(=)\ b(1+^*\alpha)+\widehat{r}^*\alpha(=)\, l+\widehat{p}^*\alpha$; 's $b\,(1+^*\alpha)$ csak akkor $=b\,(1+^*\alpha)+\widehat{r}^*\alpha$, ha $r=0$ vétetik.

3. '*S* az is megjegyzenddő: hogy jollehet

$1 (= lge$, és $♀ 1 = e^1$'s $e^1 = e$; de e csak $(= e^{lge}$.

Mert ez $(=)$ $♀ (1 + \widehat{\nu}^* \alpha)(1 + \widehat{p}^* \alpha$; melynek e is becse, mikor vagy ν vagy p, vagy mindenik $= 0$ vétetik; de ha edjik se 0, 's valamelyik vagy mind a' kettő $\frown \infty$, úgy ha mindenik ✠ vagy mindenik — vétetik, az írtt becs $\frown$ 0; ha pedig edjik ✠ 's a' másik —, úgy $\frown \infty$.

Mert $(1 + \nu^* \alpha)(1 + p^* \alpha) = 1 + (p + \nu)^* \alpha - p\nu\alpha^2$, 's $♀ [1 + (p + \nu)^* \alpha - p\nu\alpha^2] = ♀ [1 + (p + \nu)^* \alpha] . ♀ - p\nu\alpha^2$, az hol az első nemző $= e$, a' 2dik pedig edj balra a' felső sorban minden megadhatónál kisebbé lehető címes. De ha valamelyik ✠ 's a' másik —, úgy $♀ - p\nu\alpha^2$ helyibe $♀\, p\nu\alpha^2$ jővén, az első nemző akkor is e leszsz, de a' 2dik $\frown \infty$.

§. 120. Az elébbiből látszik: hogy péld.

$$a^{\frac{2}{3}} = ♀ \frac{2}{3} (k + \widehat{\nu}^* \alpha); a^{\frac{1}{3}} (=) ♀ \frac{1}{3} (k + \widehat{\nu}^* \alpha).$$

$$\sqrt[3]{1} (= ♀ \frac{1}{3} \widehat{p}^* \alpha (= ♀ (\frac{\widehat{p}^* \alpha}{3} + \widehat{\nu}^* \alpha) (=) ♀ \frac{\widehat{p}^* \alpha}{3}$$

$$. ♀ \widehat{\nu}^* \alpha = ♀ \frac{\widehat{p}^* \alpha}{3} . 1.$$

$$\sqrt[2]{\sqrt[3]{1}} (=) ♀ \frac{1}{2} (\frac{\widehat{\nu}^* \alpha}{3} + \widehat{p}^* \alpha) (=) ♀ (\frac{\widehat{\nu}^* \alpha}{2 . 3} + \frac{\widehat{p}^* \alpha}{2}).$$

Látszik az is: hogy mivel $a^c (=)$ $♀ c(k + \widehat{\nu}^* \alpha)$ vala; ha péld. $c = \frac{2}{3}$, akár ez akar $\frac{2 . 5}{3 . 5}$ tétessék $♀ c (k + \widehat{\nu}^* \alpha)$ ba, mindegy lévén, $a^{\frac{2 . 5}{3 . 5}} (=) a^{\frac{2}{3}}$.

Az honnan a' cimzettek itt is egy alsóra vonatthatnak; mint (112).

§ 121. Ha m ✠ szám; $\sqrt[m]{1} =$ ♀ $\frac{\hat{\nu}^*\alpha}{m}$ nek m számú különböző becsei vagynak; a' melyek mind kijőnek, akár 1 től kezdve m ig (bézárólag) rendre tétessenek $\hat{\nu}$ helyibe a' számok, akár 0 tol $m-1$ ig; azon túl pedig mind csak azok kerűlnek elé. Szintúgy van, ha ⊢⊣ számok tétettnek.

Mert $\sqrt[m]{1} = 1^{\frac{1}{m}}$ (=) ♀ $\frac{1}{m}\nu^*\alpha$(142.); tehát $\sqrt[m]{1}$ nek ♀ $\frac{1^*\alpha}{m}$, ♀ $\frac{2^*\alpha}{m}$, ...(♀ $\frac{m^*\alpha}{m} =$ ♀ $^*\alpha =$ ♀ $0 = 1$) mind becsei; az is látszik, hogy akármely szám legyen n; ♀ $\frac{n^*\alpha}{m}$ nél m szer cimesb ♀ $\frac{mn^*\alpha}{m} =$ ♀ $n^*\alpha = 1$; tehát ♀ $\frac{-n^*\alpha}{m}$ az 1 nél m szer cimtlenebb.

Azontúl pedig mind azok jőnek elé rendre: mert ha n, σ ✠ egész számok, és $n < m$, 's $S = \sigma m + n$; lessz ♀ $S\frac{^*\alpha}{m} =$ ♀ $(\sigma^*\alpha + \frac{n^*\alpha}{m}) =$ ♀ $\sigma^*\alpha$. ♀ $\frac{n^*\alpha}{m} = 1$. ♀ $\frac{n^*\alpha}{m}$; mely megvolt már.

'S hogy mind különbözők, megmondatott, 's megfog mutattatni.

Ha $\hat{\nu}$ helyibe -1 től $-m$ ig (bézárólag) ⊢⊣ egész számok tétettnek is; mind azok jönek elé: mert legyenek h, σ, p ✠ egész számok, és $h + p = \sigma m$, tehát $h = \sigma m - p$; leszsz ♀ $\frac{h^*\alpha}{m} =$ ♀ $-\frac{p^*\alpha}{m}$; mert ♀ $\frac{h^*\alpha}{m}$: ♀ $-\frac{p^*\alpha}{m}$ lesszz h nak becsét véve $=$ ♀ $\sigma^*\alpha = 1$; tehát ♀ $\frac{h^*\alpha}{m}$

$= \text{♀} - \frac{p^*\alpha}{m}$, és mindenik $\sqrt[m]{1}$ nek becse; 's ha $\sigma = 1$ vétetik, 's $h + p = m$, $\text{♀}\, \frac{h^*\alpha}{m}$ és $\text{♀} - \frac{p^*\alpha}{m}$ egyenlő becsei $\sqrt[m]{1}$ nek.

§. 122. Hasonlólag $\sqrt[m]{-1}$ $(=)$ $\text{♀}\, \frac{1}{m} \left(\frac{^*\alpha}{2} + \widehat{\nu}^*\alpha\right)$ $(=)$ $\text{♀} \left(\frac{^*\alpha}{2m} + \frac{\widehat{\nu^*\alpha}}{m}\right)$. Mert -1 nek minden helycíme $\frac{^*\alpha}{2} + \widehat{\nu}^*\alpha$ (139.); tehát $(-1)^{\frac{1}{m}}$ $(=)$ $\text{♀}\, \frac{1}{m} \left(\frac{^*\alpha}{2} + \widehat{\nu}\, ^*\alpha\right)$. 'S ha h, p, σ azt teszik, a' mit a' közelebbi §. tettek; hasonlólag $\text{♀} \left(\frac{^*\alpha}{2m} + \frac{h^*\alpha}{m}\right)$ és $\text{♀} \left(\frac{^*\alpha}{2m} - \frac{p^*\alpha}{m}\right)$ egyenlő becseî $\sqrt[m]{-1}$ nek,

§. 123. $a^b \,.\, a^c$ $(=)$ a^{b+c}.

Mert a $(=)$ $\text{♀} \left[(k + \widehat{\nu}^*\alpha) + \widehat{r}^*\alpha\right]$ akármely más betük is tétetthetvén ν és r helyibe); továbbá

a^b $(=)$ $\text{♀} \left[b(k + \widehat{\nu}^*\alpha) + \widehat{r}^*\alpha\right]$

a^c $(=)$ $\text{♀} \left[c(k + \widehat{p}^*\alpha) + \widehat{s}^*\alpha\right]$

$a^b \,.\, a^c$ $(=)$ $\text{♀} \left[b(k + \widehat{\nu}^*\alpha) + \widehat{r}^*\alpha + c(k + \widehat{p}^*\alpha) + s^*\widehat{\alpha}\right]$

a^{b+c} $(=)$ $\text{♀} \left[(b+c)(k + \widehat{h}^*\alpha) + \widehat{t}^*\alpha\right]$

's az utolsó nyilván $(=$ az azelőttihez; mert abban lehet $\nu = h = p$, 's lehet $r + s = t$. De kérdés, lehet é akármelyik becse amannakis $=$ valamelyik becséhez ennek?

Legyen abban megadva ν, p és $r + s = u$; a' kérdés oda jön; hogy vannaké oly (akár $+$ akár $-$ egész) számok h és t, hogy $b\nu+cp\equiv(b+c)h+t$? mert ♀ $u^{*}\alpha=1$. Ha $b\nu+cp=\beta$, 's $m\beta$ egészszám, 's $b+c=n:m$ legkisebb kifejezetben; $nh+mt=m\beta$ ra van h és t.

De nincs péld. ha $b=2:9, c=1:9, \nu=5, p=4$

Ugyan is a' párzati láncz-tanban, ha $n>m$ úgy az $m:n$ hez, ha $m>n$, úgy az $n:m$ hez ha utolsò közelítő $E:E$; $m\beta$ szor E vagy $-E$ az edjik m és n közzűl, 's $-E'$ vagy E' a' másik (Tent.).

§. 122. Ha r, h egész számok; $(\sqrt[r]{a})^{h}$ $(\equiv)$ $a^{\frac{h}{r}}$

Mert $\sqrt[r]{a}$ (=) ♀ $\left[\frac{1}{r}(k+\widehat{\nu}^{*}\alpha)+\widehat{p}^{*}\alpha\right]$

$(\sqrt[r]{a})^{h}$ pedig (=) ♀ $\left[\frac{h}{r}(k+\widehat{\nu}^{*}\alpha)+h\,\widehat{p}^{*}\alpha\right]$

(=) ♀ $\frac{h}{r}(k+\widehat{\nu}^{*}\alpha)$. ♀ $h\,\widehat{p}^{*}\alpha$ (=) ♀ $\frac{h}{r}(k+\widehat{\nu}^{*}\alpha)$;

mert ♀ $h\widehat{p}^{*}\alpha=1$.

'S $a^{\frac{h}{r}}$ is (=) ♀ $\frac{h}{r}(k+\widehat{\nu}^{*}\alpha)$

Közönien pedig csak annyit mondhatni: $a^{\frac{c}{d}}$ (= $(\sqrt[d]{a})^{c}$, mint alább lejénd.

Innen 2, 3, 5 akármely számokat képviselve, $\sqrt[3\cdot5]{a})^{2\cdot5}$ (=) $\sqrt[3]{a})^{2}$. Mert ♀ $\frac{2.5}{3.5}(k+\widehat{\nu}^{*}\alpha)$ (=) ♀ $\frac{2}{3}(k+\widehat{\nu}^{*}\alpha)$

§. 123. Ha r, h egész számok is; közönien $a^{\frac{h}{r}}$ csak (= $\sqrt[r]{(a^{h})}$; de ha r és h egymásra nézti előszámok, úgy $a^{\frac{h}{r}}$ (=) $\sqrt[r]{a^{h}}$ (=) $(\sqrt[r]{a})^{h}$. 'S alább lejénd; hogy közönien csak annyit mondhatni; hogy $(\sqrt[d]{a})^c = \sqrt[d]{a^c}$.

Mert $a^{\frac{h}{r}}$ (=) ♀ $\frac{h}{r}(k+\nu^*\alpha)$; de a^h (=) ♀ $[h(k+\hat{\nu}^*\alpha)+\hat{p}^*\alpha]$, és $\sqrt[r]{a^h}$ (=) ♀ $\left[\frac{h}{r}(k+\hat{\nu}^*\alpha)+\frac{\hat{p}^*\alpha}{r}\right]$; mely (=) $(\sqrt[r]{a})^h$. ♀ $\frac{p^*\alpha}{r}$ (=) $a^{\frac{h}{r}}\sqrt[r]{1}$.

Péld. $(\sqrt[4]{1})^2$ (=) $1^{\frac{2}{4}}$; mely csak (=) $\sqrt[4]{(1^2)}$; ugyanis amannak becsei csak 1 és —1, ennek még *1 és —*1 is.

De ha h és r egymásranézti előszámok: akármely becse vétessék ♀ $\frac{h}{r}(k+\hat{\nu}^*\alpha)$ nak, ahhoz van = becse ♀ $\left[\frac{h}{r}(k+\hat{\nu}^*\alpha)+\frac{\hat{p}^*\alpha}{r}\right]$ nek; 's viszont ennek akármely becséhez van = becse amannak. Mert akármely ν vétessék az elsőben, az utobbiban is ν akkorának 's $p=0$ nak vétethetik: ha pedig az utobbiban adatik meg ν, p, csak az megmutatanddó; hogy vannak oly egész számok x és y (✠ vagy ╼); hogy $hx+ry=h\nu+p$; mert akkor

$$♀\left[\frac{h}{r}(k+x^*\alpha)+\frac{ry^*\alpha}{r}\right] = ♀\,\frac{h}{r}(k+\nu^*\alpha)+\frac{p^*\alpha}{r} =$$

$$♀\,\frac{h}{r}(k+x^*\alpha);\ \text{mert}\ ♀\,y^*\alpha=1.$$

Látszik: hogy ha $h$nak 's $r$nek köz osztójuk van, 's $h\nu+p$ olyan, hogy ugyan az nem osztja, úgy x és y egész számok nem lehetnek: de ha h és r egymásra nézti előszámok, minthogy itt x nek y nak akár ✠ akár ╼ becse le-

het, van x nek 'sy nak egészszám becse (144. sz.).
Ha $h\nu+p$ nek 's péld... $h$nak köz-osztoja van, ha ez nem osztja is $r$et, oszthatja ryt, mert y annak többese lehet.

§. 124. Ha h, s, r, t egész számok, $\left(a^{\frac{h}{r}}\right)^{\frac{s}{t}}$ közönien csak (=) $a^{\frac{hs}{rt}}$; de ha rt és hs egymásra nézti előszámok; úgy (=), 's szintúgy ha $s:t$ egész szám.

Mert $\left(a^{\frac{h}{r}}\right)^{\frac{s}{t}}$ (=) $\left(\sqrt[t]{a^{\frac{h}{r}}}\right)^{s}$ (=) ♀ $\left[\frac{hs}{rt}(k+\widehat{\nu}^{*}\alpha)+\frac{s\widehat{p}^{*}\alpha}{t}\right.$; és $a^{\frac{hs}{rt}}$ (=) ♀ $\frac{hs}{rt}$ $(k+\widehat{\nu}^{*}\alpha)$; mely utobbinak mindenik becse = az elsőnek valamelyik becséhez; mert p helyibe 0 tétetthetik; de nem megfordítva; péld... $\left[(-1)^{2}\right]^{\frac{1}{4}}$ csak =) $(-1)^{\frac{2}{4}}$, az-az $\sqrt[2]{-1}$ (= nem(=) $\sqrt[4]{1}$.

Az előszámi esetben pedig, akármelyik p tétessék $\widehat{p}$ helyibe 's ν a' $\widehat{\nu}$ helyibe; vannak oly x és y egész számok, (mint az elébb), hogy $\frac{hsx}{rt}+\frac{rty}{rt}=\frac{hs\nu}{rt}+\frac{rs}{rt}$ az-az $hsx+rty = hs\nu+rs$

Ha $s:t$ egész szám péld... 3; akkor is a' (=)nak van helye; mert az első kép akkor csak a' második mérttezve ♀ $3p^{*}\alpha = 1$ el.

§. 125. Söt $\left(a^{\frac{h}{r}}\right)^{\frac{s}{t}}$ sem (=) $\left(a^{\frac{s}{t}}\right)^{\frac{h}{r}}$ közönien; de $a^{\frac{hs}{rt}}$ mind a' kettőhez (=; az írtt előszámi esetben pedig (=) mindenikhez; tehát amazok is egymáshoz.

Péld. $[(-1)^2]^{\frac{1}{4}}$ nem (=) $[(-1)^{\frac{1}{4}}]^2$; ennek becsei *1 és —*1, annak még 1 és —1. Így $(1^3)^{\frac{1}{3}}$ csak =) $(1^{\frac{1}{3}})^3$; ennek becse csak 1, amannak még kettő van, mely edjik sem (3:3) * = 1 szer cimzett 1.

§. 126. $\sqrt[h]{(\sqrt[r]{a})}$ csak =) $\sqrt[hr]{a}$ közönien; de ha *r*, *h* egész számok úgy (=) az elébiből

Mert $\sqrt[r]{a}$ (=) $a^{\frac{1}{r}}$, 's $\sqrt[h]{(a^{\frac{1}{r}})}$ (=) $(a^{\frac{1}{r}})^{\frac{1}{h}}$ mely (ha *r*, *h* egész számok) (=) $a^{\frac{1}{rh}}$ (= $\sqrt[rh]{a}$

Ha pedig *n*, *m*, *s*, *t* egész számok, és $h = n:m$, $r = s:t$; úgy $\sqrt[h]{(\sqrt[r]{a})}$ csak =) $\sqrt[hr]{a}$ közönien, ugyan az elébbiből. Mert $\sqrt[h]{(\sqrt[r]{a})}$ akkor = $(a^{\frac{t}{s}})^{\frac{m}{n}}$, melyhez közönien csak =) $a^{\frac{tm}{sn}}$, az-az $\sqrt[hr]{a}$.

Jegyzés. Az eddig eléggé kimutatott mód, az ellenedjü cim-jelekre is alkalmaztattval, az egyenlőség' nemét tisztán kiadja. Péld. a' közelebbire. $\sqrt[*3]{a} =$ ♀ $\left(\frac{1}{*3}(k+\widehat{\nu}{}^*\alpha)+\widehat{p}{}^*\alpha\right)$; $\sqrt[*2]{\sqrt[*3]{a}}$ = ♀ $\frac{-1}{2.3}(k+\widehat{\nu}{}^*\alpha)+\frac{\widehat{p}\alpha}{2}$); 's $\sqrt[*2.*3]{a} =$ ♀ $\frac{-1}{2.3}(k+\widehat{\nu}{}^*\alpha)$ mely (= az elébbihez, ha $p=0$ vétetik; de nem megfordítva, ha péld. $p=2$; ♀α szor akkora az első, mint az utobbi.

§. 127. $(\sqrt[d]{a})^c$ közönien csak =) $a^{\frac{c}{d}}$, 's nem (=) sem (= csak) = $\sqrt[d]{a^c}$; jollehet főlebb

(144.) mikor h és r egész számok $(\sqrt[r]{a})^h$ (=) $a^{\frac{h}{r}}$ (=$\sqrt[r]{a^h}$, sőt ha r és h egymásra nézti előszámók, akkor $(\sqrt[r]{a})^h$ (=) $\sqrt[r]{a^h}$ voltak.

Mert legyen $c = s:t$, 's $d = r:h$; (s, t, h, r egész számokat téve) leszsz $\sqrt[d]{a}$ (= $a^{\frac{1:r}{h}}$ = $a^{\frac{h}{r}}$, 's $(\sqrt[d]{a})^c$ (=) $(a^{\frac{h}{r}})^{\frac{s}{t}}$ melyhez közönien csak =) $a^{\frac{hs}{rt}}$, az-az $a^{\frac{c}{d}}$

$\sqrt[d]{a^c}$ pedig (=) $(a^{\frac{s}{t}})^{\frac{h}{r}}$, melyhez megint csak =) $a^{\frac{hs}{rt}}$ az-az $a^{\frac{c}{d}}$

Tehát $a^{\frac{c}{d}}$ (= mind $(\sqrt[d]{a})^c$ hez, mind $\sqrt[d]{a^c}$ hez: és így a' két utobbiban is egyenlők az $a^{\frac{c}{d}}$ becseihez egyenlők; de többet közönien mondani nem lehet.

Az (147.) előszámi esetben pedig nyilván ittis $(\sqrt[d]{a})^c$ (=) $a^{\frac{c}{d}}$ (=) $\sqrt[d]{a^c}$.

Péld. $(\sqrt{1})^{\frac{3}{2}}$ (=) $♀\left[\frac{2}{1.2}\nu^{*}\alpha + p\frac{{}^{*}\alpha}{2}\right]$ (=) $\sqrt[3]{1}\cdot\sqrt[2]{1}$; $\sqrt{(1^{\frac{3}{2}})}$ (=) $♀\left[\frac{2}{3.2}\nu^{*}\alpha + \frac{2p^{*}\alpha}{3}\right]$ (=) $\sqrt[3]{1}.(\sqrt[3]{1})^2$; de $\sqrt[3]{1}$ nek becsei 1, $-\frac{1}{2}+\frac{{}^{*}u}{2}$ és $\frac{-1}{2}\frac{-{}^{*}u}{2}$ (az hol u oly téti és tétedjű, hogy $u.u = 3$; 's akármelyiket 3-

szor téve nemzőnek megadja 1 et), több becse $\sqrt[3]{1}$ nek megvolt mutatva, hogy nincs. Mely szerint $\sqrt[3]{1}\,.\sqrt[2]{1}$'nek becsei 1, $\frac{-1}{2}+\frac{*u}{2}$, $-\frac{1}{2}-\frac{*u}{2}$, -1, $\frac{1}{2}-\frac{*u}{2}$, $\frac{1}{2}+\frac{*u}{2}$.

$\sqrt[3]{1}\,.(\sqrt[3]{1})^2$ nek pedig becsei $1.1=1$, $\frac{-1}{2}+\frac{*u}{2}$, $-1-\frac{*u}{2}$ és

$(-\frac{1}{2}+\frac{*u}{2}).(-\frac{1}{2}+\frac{*u^2}{2})$ az-az $\frac{-1+3{*u}+3u^2-u^{2*}u}{8}$

és $(-\frac{1}{2}-\frac{*u}{2}).(-\frac{1}{2}+\frac{*u}{2})^2$ az-az $\frac{-1+{*u}-n^2+u^{2*}u}{8}$

és $(-\frac{1}{2}+\frac{*u}{2}).(-\frac{1}{2}-\frac{*u}{2})^2$ az-az $\frac{-1-{*u}-u^2-u^{2*}u}{8}$

és $(-\frac{1}{2}-\frac{*u}{2}).(-\frac{1}{2}-\frac{*u}{2})^2$ az-az $\frac{-1-3{*u}+3u^2+u^{2*}u}{8}$

'S csak a' 3 első becse$(1^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}}$nek = a' 3 első becseihez$(1^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}}$nak;'s ugyan ezek az $1^{\frac{2.1}{3.2}}$ nek az-az $1^{\frac{1}{.3}}$ nak becsei.

§. 128. $(ab)^c$ (=) $a^c.b^c$.

Mert legyen $b(=)$♀$(\beta+\widehat{p}{*\alpha})$; leszsz a^c (=) ♀$c(k+\widehat{\nu}{*\alpha})$,'s b^c (=) ♀$c(\beta+\widehat{p}{*\alpha})$ és $a^c.b^c$ (=) ♀$[c(k+\beta+\widehat{\nu}{*\alpha}+\widehat{p}{*\alpha})]$, és

$(ab)^c$ (=) ♀ $c(k \dagger \widehat{\nu}^* \alpha \dagger \beta + \widehat{p}^* \alpha)$; mert ab (=) ♀ $(k \dagger \widehat{\nu}^* \alpha \dagger \beta + \widehat{p}^* \alpha)$.

Látszik ugyan, hogy $\widehat{\nu}^* \alpha \dagger \widehat{p}^* \alpha$ kitehető $\widehat{r}^* \alpha$ val is.

§. 129.)$a^{rh} = b^{hm}$ ból, ha r, d, h, m egész számok is, az se következik; hogy $a^r) = b^m$; csak annyi következik; hogy $\sqrt[h]{(a^{rh})} = \sqrt[h]{(b^{hm})}$ tehát a^r (= $\sqrt[h]{(b^{hm})}$

Péld. $(-1)^{1.2} = 1^{2.2}$ ből nem következik $(-1)^1) = 1^2$; csak az igaz, hogy $(-1)^1$ (= $\sqrt[2]{(1^{2.2})}$'s 1^2 (= $\sqrt[2]{(-1^{1.2})}$.

§. 130. Közönien a^h (=)b^m ből (ha h, m egész számok is) az sem következik; hogy b)= $a^{\frac{h}{m}}$.

Mert ekkor annyi igaz, hogy $\sqrt[m]{b^m}$ (=) $\sqrt[m]{a^h}$, tehát mivel $b^{\frac{m}{m}} = b^1 (= \sqrt[m]{b^m}$; leszsz b(= $\sqrt[m]{a^h}$, és $a^{\frac{h}{m}}$ (=) $(\sqrt[m]{a})^h$; de ez csak (= $\sqrt[m]{a^h}$.

Tehát b is $a^{\frac{h}{m}}$ is (= $\sqrt[m]{a^h}$; de kérdés, hogy az $a^{\frac{h}{m}}$ becseihez = becsei $\sqrt[m]{a^h}$ nak, nem mind különböznek-é b től?

Péld. $1^2 = (-1)^2$; de $1^{\frac{2}{2}} = 1^1 = 1$ nem = -1.

Ha pedig h és m egymásra nézt előszámok: akkor $a^h = b^m$ ből következik b (= $a^{\frac{h}{m}}$. Mert

b (=$\sqrt[m]{a^h}$, 's ez pedig akkor (=)$a^{\frac{h}{m}}$ (145.).

§. 131. Viszont pedig b (=$a^{\frac{h}{m}}$ ből következik b^m (= a^h (ha h, 's m nem egymásra nézti előszámok is). Mert akkor b(= $(\sqrt[m]{a})^h$ (=)$(a^{\frac{1}{m}})^h$ (=)$a^{\frac{h}{m}}$, 's b^m(=$(a^{\frac{h}{m}})^m$ mely (=) a^h (144.).

Jegyzés. 1. Ezeknek különböző alkalmazására 's gyakorlati példákra nézve, hásználja a' tanuló Végát 's másokat: az eddigiekből látván, hogy akármely betűjegy vagy szám előtt fólül kis csillag van, annyit teszen, mintha a' csillag helyett azon jegyzet előtt mérttezőül $\sqrt{-1}$ volna írva, azzal a' különbséggel, hogy péld *2 nem (=) $\sqrt{-1}$, mert ennek becsei *2 és —*2; de $\sqrt{-1}+\sqrt{-1}$ sem (=) de = 2$\sqrt{-1}$, a' mint az egyenlőség' jegyei' magyarázatából meglátszik; ugyan is a' hól = van, minden egyenlő, akárhány becsü, jegyek helyett egyenlőket kell venni; az (=), (=, =) és)=, =(pedig (mint a' zen- tanban a' feloldò jegy) akármely egyenlő jegyeknek is különböző becseikét venni szabadítnak.

A' 122-ik lapon emlitett sorzásrol.

§. 132. Több akármely törvényekkel folyó sorokat akármely törvénnyel öszve lehet kötnî; 's akármely sorból, a' mint első 's *n* dik öszszeti vagy póti sorokat lehetett alkotni: szintúgy lehet első 's *n* dik mérttezeti vagy párzati, sőt cimzeti sorokat alkotni.

Péld. 1	A	B	C	. . .
's 1	*a*	*b*	*c*	. . .

's ebből $1\ Aa\ \ Bb\ \ Cc\ \ldots, 1\frac{A}{a}\ \frac{B}{b}\ \frac{C}{c}\ \ldots,$
$1\ A^a\ B^b\ C^c \ldots$; 's az öszszeti sorzás' módjára az utobbi elöttiből (melyre közelebbi szükség van), az első mérttezeti sor $1\ \frac{1.A}{a}\ \frac{AB}{ab}$
$\frac{ABC}{abc}$ . . . melyből további mérttezeti sorok is származhatnak.

Így a' cimesbités 's öszszezés által lehet a' két első sorból $1\ A^a\ B^{a+b}\ C^{a+b+c}$; 's ebből öszszeti, mérttezeti, 's több muukálatok' öszszetétesével 's különböző feltételekkel számtalan sorok származhatnak. Csak ha + + helyett + — tétetik; $+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\ldots$ mely (106.) $\frown\ \infty$, leszsz $\frown$ £g 2 (*e* re nézve, 30 lap); a' páros alsójuak' öszszete pedig $\frown$ 1 : 2 (129.), 's a' páratlanoké az 1 sugaru kör' nyolczada.

Ugyan azon sornak első mérttezeti sora leszsz közelebb vi'sgálanddó; mely közönibben véve a' főlebb írtt $1\ \frac{A}{a}\ \frac{AB}{ab}\ \frac{ABC}{abc}\ \ldots$ kép alá jön, ha a, b, c . . a' természeti számok, 's $A=B=C\ldots=1$.

De a, b, c . . ugyan a' természeti számokat tévén, ha A, B, C . . egyenlőknek vétettnek is, legyen mindenik külön $=v$; leszsz
$1+\frac{A}{a}+\frac{AB}{ab}+\frac{ABC}{abc}\ldots$ ből $v^0+v^1+\frac{v^2}{1.2}+\frac{v^3}{..3}+\frac{v^4}{..4}\ldots$, annyit téve ..3 mint 1.2.3, 's .. m, mint 1.2...m, 's akármely h legyen,

h^m a' (109.) szerint érttettvén, mig megmutattatik, hogy (31.) szerint van oly *NM*, mely $\neq h$ legyen.

Jegyezttessék az utobbi sor ♄$v$vel: meg fog mutattattni, hogy ♄v= ♀v = ☾v+☽v leszsz; ♄$v$nek kimondása lehet *v sora' széjbecse*, 's ☾v a' páros cimüeké, ☽v a' páratlanoké.

De az *A* sorának is bizonyos más törvénye lehet, 's szintúgy az *a* sorának: a' számtalan lehetők közzül inkább eléfordulók; midőn az *a* sora, mint az elébb a' természeti számok, 's az *A* sora mind edjjel-edjjel apad, vagy edjjel-edjjel nő; melyből leszsz 1 $\frac{n}{1}$ $\frac{n(n-1)}{1.2}$ $\frac{n..(n-2)}{..3}$ $\frac{n..(n-m)}{..(m+1)}$...; vagy 1 n $\frac{n(n+1)}{2}$ ... $\frac{n..(n+m)}{..(m+1)}$ ..

§. 133. Akármely határzott véges mennyiség legyen v; ♄$v$nek becse van, és az edjetlen: tudniillik $1+v+\frac{v^2}{2}+\frac{v^3}{..3}$ ... mindég közelítő sor, 's széjbecse neveztetik ♄$v$nek.

Mert akármely íz legyen $\frac{v^m}{..m}$, ez $\frac{v}{m+1}$ el mérttezve hozza elé a' következöt; tehát a' sorjel mindég apad, 's valamikor $v < m+1$ lejéndvén, a' sor közelítő (107.)

§. 134. ♄v sarkalatos a' mértanban: de vi'sgálására széj-becsrőli némely esméretek kivántattnak; az okmutatást inkább megkivánó a' következő (a' többire a' *tartalom* réámutat).

Itt most nem csak közelítő sorról, hanem olyanról van szó, melynek, akármely kicsi ω adassék meg, van ωnál kisebb ize is, a' kisebbség, nagyobbság, 's $<$, $>$ az (13.) szerint érttettvén itt és mindenütt. Mely szerint $a-b, c-d\ldots$ ha péld. mindenik $a, b\ldots$ közzűl nagyobb marad azonegy valaminél, ide nem tartozik most; bár a' sor közelítő lehet, ha péld. mind páronként véve $a-b=0{,}1$, $c-d=0{,}01$'s úgy tovább, mely meglehet, akármely nagyokká váljanak $a, b\ldots$; 's ekkor $a-b+c$ lehet $=1000{,}1$, holott páronként a' végetlen sor' széjbecse $1:9$.

Legyen az elébbi értelemben két közelítő sor; 's az edjiknek $m$dik íze legyen t_m, a' másiké u_m; 's akármely szám legyen p, amannak p számu izeinek öszszete legyen T, emennek U; 's T függjön péld. akármely nagynak vehető n től, U csupán ptől függvén: ha mindenik $t_m : u_m \frown 1$ midőn $n \frown \infty$; ekkor a' két sornak széj-becsei egyenlők.

Mert t_m és u_m helyett röviden t és u, 's a' mindjárt elé jövő $1:N$ röviden ϱ nak, irattván; ha $t:u, \frown 1$, akkor akármely nagy N adassék meg, van oly n, hogy $(t:u)-1<(1:N)$ legyen, a' mikor is $t-u<(u:N)$; tehát $t-u<\varrho u$; tehát van oly $+$ vagy $-$ törtt edj h, hogy $t-u=\varrho uh$.

Péld. $3-5=-2<\frac{5}{2}$, 's $-\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{2}=-2$; $-3-(-5)=2<-\frac{5}{2}$, 's $-\frac{4}{5}\cdot-\frac{5}{2}=2$.

Tehát a' két sorban, mivel h mindig <1 ugyan, de különböző lehet, az $m$dik íznél $t_m-u_m=u_m\varrho h_m$ irattván; leszsz (p akármely nagynak vétettvén)

$t_1 - u_1 = u_1 \varrho h_1$
$t_2 - u_2 = u_2 \varrho h_2$
$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$
$t_p - u_p = u_p \varrho h_p$

Tehát a' balról első oszlop' öszszete T, a' 2diké U lévén; ha jobbfelől mindenik h helyett x volna: lenne $T - U = U$x$:N$. Ezen x pedig a' célra így találtatik meg: legyen $u_1 h_1 + u_2 h_2 \ldots + u_p h_p = (u_1 + u_2 + \ldots u_p)$x; leszsz x$= \frac{u_1 h_1 + u_2 h_2 \ldots + u_p h_p}{U}$;

's legyen a' felsőben a' legnagyobb (akár $+$ akár $-$) íz, péld. $u_m h_m$; az $< u_m$, mert mindenik $h < 1$; legyen ezen $u_m h_m = k$; 's hogy (az alsó változatlan maradván) x minél nagyobbnak jöjjön ki, vétessenek a' felsőben lévő p számu izek, mind akkorának mint k és oly milyzetünek: leszsz x$= pk : U$; tehát a' jobbfelőli oszlop nem $> Upk : UN$ az-az $pk:N$nél; mely (akármely kicsi ω adassék meg) $= \omega$ leszsz, ha $N = pk : \omega$ vétetik, 's $< \omega$ leszsz, ha N nagyobbnak vétetik.

Következőleg ha $T - U = \lambda$, leszsz $T = U + \lambda$, és $\lambda \frown 0$, 's U széjbecse Tnek; 's ha a' T sorfarka τ, és a' végetlen sor' széjbecse T', és az U sorfarka ϑ, 's a' végetlen sor' széjbecse U'; leszsz $U' - T' = U + \vartheta - U - \lambda - \tau = \vartheta - \lambda - \tau$; mely $\frown 0$, mivel mindenik külön $\frown 0$, s öszszetők is könnyen látszik, hogy akármely megadottnál kisebb lehet.

Tehát $T' = U'$; mint két egyen, melyek közzűl edjik se nagyobb a' másnál.

Jegyzés. 1. Ha a' T sora nem végetlen is, hanem akármely n vétessék, az izek' száma határzott; de akármely kicsi ω adassék meg, a' p számu izek utáni véges számu izek' öszszetét (mely legyen az iminti τ) kisebbé lehet tenni ωnál; akkor is nyilván $T' = U'$.

2. Szintúgy ha a' T sorának (akár véges akár végetlen sor legyen) öszszete, akármek-

kora legyen n, mindég azonegy a, 's az elébbiek szerint $t:u \frown 1$; leszsz $a = U'$.

3. Az is világos, hogy az egymáshoz $= t$ és u ízek (jollehet ott $t:u =$ nem $\frown 1$) nem változtatják az egyenlőséget.

4. De két sor becsének egyenlőségére nem elég, hogy $t-u \frown 0$ legyen: péld. $\frac{1}{n}+\frac{1}{n}+\frac{1}{n} \ldots = 1$, (akármekkora legyen n) ha n számu ízek vétettnek, 's $\frac{1}{2n}+\frac{1}{2n}\ldots = \frac{1}{2}$, jollehet $\frac{1}{n}-\frac{1}{2n}=\frac{1}{2n} \frown 0$, ha $n \frown \infty$. De $\frac{1}{n} : \frac{1}{2n} = 2$ nem $=$ sem $\frown 1$.

5. Lesznek alább n től oly függő sorok: hogy mindeniknek mindenkor véges az izei' száma, 's ugyan annyi az edjiknek íze, mint a' másiknak, az elsőtől az utolsóig egymásnak megfelelőleg: 's ha ott is az egymásnak megfelelő izek t és u, olyanok, hogy $t:u \frown 1$, 's T n től függ, 's U változatlan; $T \frown U$. Szintúgy ha bizonyos egymásnak megfelelő ízek egyenlők; söt ha oly egymásnak megfelelő sordarabokon kivűl is, melyeket akárminél kisebbé lehet tenni; minden $t:u \frown 1$, tehát $t-u < (u:N)$, akkor is $T' \frown U'$.

Melyis a' *növet-kép-tan* alapja lejénd: a' midőn ha van más sor is, melynek íze z, 's n től független változatlan öszszete Z esmeretlen; ha $t:z$ is 's $t:u$ is $\frown 1$; akkor $Z = U$ lévén, az U 's egyitő t által megtaláltatik Z.

§. 135. Ha n ✱ egész szám $\frown \infty$; úgy

$(1+\frac{v}{n})^n \frown \hbar v.$

Mert $(1+\frac{v}{n})^n = 1+v+\frac{(n-1)}{n}.\frac{v^2}{2}\ldots$ $+\frac{(n-1)\ldots(n-m)}{\ldots n^m}.\frac{v^{m+1}}{\ldots(m+1)}\ldots;\ \hbar v = 1+v+$ $\frac{v^2}{2}+\ldots+\frac{v^{m+1}}{\ldots(m+1)}\ldots$

A' két első íz egyenlő a' két sorban; 's azon túl akárhányadik vétessék a' felsőben, 's ugyan annyiadik az alsóban, ha $\frac{v^{m+1}}{\ldots(m+1)}$ röviden $u$nak 's a' megfelelő $\frac{(n-1)\ldots(n-m)u}{n^m}$ röviden $t$nek iratik; $t:u \frown 1$ (az elébbi szerint).

Mert $m<n$; mivel mihelyt m akkorára nő, hogy $=$ legyen, azon ízen kezdve mind 0 leszsz; a' t ízek' száma a' két első után mindég $n-1$, akármekkora legyen n; az u ìzek' sora pedig végetlen; ez válttozatlan, amaz n től függő.

Azonban akármely kicsi ω adódjék meg; lehet az alsó sorban olyan p számu ízet venni, hogy az azutáni sor-fark' öszszete' széjbecse $<\omega$ legyen; tehát ha ugyan p számu íz vétetik a' felső sorból, az azutániak öszszete még kisebb lejénd; mert abban a' 2 első íz utan mindenik kisebb az alsóban megfelelőnél, 's akármekkora legyen (akármely nagynak vétethető) n, az első sorban a' p számu ízek után $n-1-p$ számu van. Azonban az alsó sornak íze mind kisebbülve $\frown$ 0.

Hogy tehát az elébbi § alkalmaztassék: vétessék $n-1$, $n-2$, ... $n-m$ közül mindenik nemző $n-m$nek; t nagyobb $\frac{(n-m)^m}{n^m}u$nál, de egy milyzetüek; mert az alsó nem változván a' felső apadott, mivel $n-1 > n-m$; azonban a' milyzetben változás nem esett.

És így ha $\frac{(n-m)^m}{n^m}u - u < \frac{u}{N}$ lehet, úgy

$t-u$ is $< \frac{u}{N}$ lehet; szintúgy $(n-m)^m$ helyibe

még kisebb ✠ tétettvén péld. λ, ha $\frac{\lambda}{n^m} - 1$

$< \frac{1}{N}$, akkor is $t-u < \frac{u}{N}$ lehet.

Ilyen λ pedig $n^m - \frac{2m^2 n^m}{2n-(m-1)m}$; mely kijöne (105 sz.) ha $(n-m)^m = n^m - mn^{m-1}m\ldots$ ben az n^m utáni ízek mind $-$'s a' sorjel a' 2 dik íznél kezdve állandónak vétettnének, hogy n^m ből annál több ronttassék le: λ pedig ✠, mihelyt $n > \frac{2m^2+(m-1)m}{2}$; midőn ha n ekkorának vétettnék, $\lambda = 0$ lenne.

Mely szerint $\frac{\lambda u}{n^m} - u = \frac{2m^2 u}{2n-(m-1)m}$,

mely is $< \frac{u}{N}$, ha $n > \frac{2Nm^2+(m-1)m}{2}$ vétetik.

'S minél nagyobbnak vétetik n, annál kisebb lévén $\frac{2m^2 u}{2n-(m-1)m}$; a' megadott N re nézve vétessék akkora n, melynél nagyobb n edjikre is a' felvett p számu ízek közzűl nem kivántatik arra, hogy $t-u < (u:N)$ legyen: a' mikor is az elébbi § alkalmaztatthatván, az állítmány igaz.

§. 135. $\hbar v . \hbar r = \hbar (v + r)$.

Mert $\left(1 + \frac{v}{n}\right)^n \frown \hbar v ; \left(1 + \frac{r}{n}\right)^n \frown \hbar r$; tehát $\left(1 + \frac{v}{n}\right)^n . \left(1 + \frac{r}{n}\right)^n \frown \hbar v . \hbar r$ (34.).

De $\left(1 + \frac{v}{n}\right)^n . \left(1 + \frac{r}{n}\right)^n = \left[\left(1 + \frac{v}{n}\right)\left(1 + \frac{r}{n}\right)\right]^n = \left[1 + \frac{r + v + rv : n}{n}\right]^n = \left[1 + \frac{k + \omega}{n}\right]^n$, ha $r + v$ röviden k nak $rv : n$ pedig ωnak iratik.

Leszsz $\left(1 + \frac{k + \omega}{n}\right)^n = 1 + k + \omega + \frac{(n-1)(k+\omega)^2}{2n} ..$

'S legyen $1 + k + \omega + \frac{(k+\omega)^2}{2} + \frac{(k+\omega)^3}{3} ..$; $\hbar k$ pedig $= 1 + k + \frac{k^2}{2} + \frac{k^3}{..3}$ .. 's legyen az első sornak íze (a' két első után) t, a' másodiké u', a' 3 diké legyen u; és alkalmazttassék az elébbi két §, h, f, f', ϱ, σ, $\maltese$ vagy $\vdash$ törtt edjet téve, tétedjűt a' hól csillagatlan, ellenedjűt a' hol csillagos. Akármely nagy N adassék-meg: vétetthetik n úgy, hogy $t - u' = \frac{hu'}{3N}$, tehát $t = u' + \frac{hu'}{3N}$; és ha $u' - u = \frac{fu}{3N} + \frac{{}^*f'u}{3N}$; tehát $u' = u + \frac{fu}{3N} + \frac{{}^*f'u}{3N}$; úgy $t - u = u' + \frac{h'u}{3N} - u = u + \frac{fu}{3N} + \frac{{}^*f'u}{3N} + \frac{hu}{3N} + \frac{hfu}{3.3N^2} + \frac{h^*f'u}{3.3N^2} - u = \frac{(f+h)u}{3N} + \frac{fhu}{3.3N^2} + \frac{{}^*f'u}{3N} + \frac{h^*f'u}{3.3N^2}$

Az hól $f \dagger h < 2$, $fh < 1$; tehát $\frac{f \dagger h}{3} + \frac{fh}{3} < 1$, szintúgy $\frac{f'}{3} + \frac{hf'}{3} < 1$. És így $t - u = \frac{\varrho u}{N} + \frac{{}^{*}\sigma u}{N}$ (lehetvén esetekben f vagy f' 's a' szerint ϱ vagy σ zéro). Tehát

$$t_1 - u_1 = \frac{\varrho_1 u_1}{N} + \frac{{}^{*}\sigma_1 u_1}{N}$$
$$t_2 - u_2 = \frac{\varrho_2 u_2}{N} + \frac{{}^{*}\sigma_2 u_2}{N}$$
$$\vdots \quad \vdots \qquad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$
$$t_p - u_p = \frac{\varrho_p u_p}{N} + \frac{{}^{*}\sigma_p u_p}{N}$$

Az honnan (ha a' balfelőli 2 oszlop öszszeztetik 's a' jobbfelőli 2 oszlop' öszszete az elébbi szerint változtatik), leszsz $T - U \frown 0$, 's $T' = U'$.

Hogy pedig $u' - u = \frac{fu \dagger {}^{*}f'u}{3N}$, meglátszik így: Az u' sorában az 1 után akármely íznek képe $\frac{(k \dagger \omega)^m}{..m}$, 's annak az u sorában felel meg $\frac{k^m}{..m}$, mely legyen A; 's csak azt kell megmutatni; hogy $\frac{(k \dagger \omega)^m}{..m} - A = \frac{fA}{3N} + \frac{{}^{*}f'A}{3N}$; $\frac{(k \dagger \omega)^m}{..m} = A + \frac{Am\omega}{k} + \frac{Am(m-1)}{1 \,.\, 2}\left(\frac{\omega}{k}\right)^2$ ... Légyen $A \dagger \frac{Am(\gamma + \delta)}{n} \dagger A\left[\frac{m(\gamma \dagger \delta)}{n}\right]^2$ . . . .; melyben $\gamma \dagger \delta$ következőleg értetik: lehet hogy $\omega = vr : n$, 's $k = v \dagger r$ közzűl, valamelyik vagy mindenik is, ellenedjü vagy elegy; legyen $\omega = \frac{a+{}^*b}{n}$, 's $k = c+{}^*d$

Közönségesen $(a+{}^*b):(c+{}^*d) = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{{}^*bc-{}^*ad}{c^2+d^2}$;

mert ez mérttezve $c+{}^*d$ vel, eggymérttnek $a+{}^*b$ jönki; legyen $c+{}^*d$ nek $a+{}^*b$ rei párzata $= \gamma:\mu + {}^*\delta:\mu$ (egész számokat téve γ, δ, μ); leszsz $\omega:k = (\gamma+{}^*\delta):\mu n$. Vétessék továbbá az utobbi sorban nem csak δ tétedjüleg, hanem vétessék ✠ mînd γ mind δ, ha tételleni volna is, 's az alsóból μ hagyassék ki: így ezen alkotott sorban, az első iz után akárhányadikbani tétedjü mérttezője A nak, nagyobb a' felette lévő sor' ugyan annyiadik ízébeni tétedjü mérttezőjénél ugyan A nak, mert $m(\gamma+\delta):n$ egészen ✠ 's tétedjüleg vétetett, $m(\gamma+{}^*\delta):\mu n$ ben pedig csak $m\gamma:\mu n$ tétedjü, 's ez is $< m\gamma:n$ ha μ nem $=1$; szintúgy tovább péld $m^3 > m(m-1)(m-2):2.3$, 's $(\gamma+\delta)^3$ nem kisebb azon tétedjünél, a' mit $(\gamma+{}^*\delta)^3$ ád; mert a' hól ellenedjüek vannak is, a' részleti eggymérttek ugyan azok, csak a' milyzetek által különbözhetnek, 's az ellenedjü nemző tétedjüvel ellenedjüt ád.

Tehát ha az u' sorában az első íz utáni ízek' öszszetében, mely $= \frac{(k+\omega)^m}{..m} - \frac{k^m}{..m}$, az A mérttezőjinek öszszete $ő$ és ${}^*ő'$'s az alkotott sorban ugyan az A köz nemzőjinek, melyek mind tétedjűek és ✠ ok, öszszete $Ő$; nyilván $Ő > ő$, 's ${}^*Ő > {}^*ő'$. Tehát $h', h'' < 1$ re

$$\frac{(k+\omega)^m}{..m} - \frac{k^m}{..m} = \frac{k^m}{..m} \cdot h'Ő + \frac{k^m}{..m} \cdot {}^*h''Ő.$$

De az alkotott sorban a' sorjel $\frac{m(\gamma+\delta)}{n} < 1$,

n a' felsőnél nagyobbnak vétettvén: következőleg $\text{Ő} = \frac{m(\gamma+\delta)}{n} : \left[1 - \frac{m(\gamma+\delta)}{n}\right] = \frac{m(\gamma+\delta)}{n - m(\gamma+\delta)}$, akármely nagy M adassék meg, $< 1 : M$, ha $n > m(\gamma+\delta)(M+1)$ vétetik. Tehát mind $h'\,\text{Ő}$ mind $^*h''\,\text{Ő}$ akármely kicsinél kisebb lehet.

És így $\frac{(k+\omega)^m}{..m} - \frac{k^m}{..m} = \frac{fk^m}{..mM} + \frac{{}^*f'^m}{..mM}$;

tehát $u' - u = \frac{fu}{3N} + \frac{{}^*f'u}{3N}$

Jegyzés. 1. Ezen t ről u' általi u ra menet lánczolatilag folyhat tovább.

2. A' hól elegy mennyiségek vannak; az ıtt kettős oszlop' módja is az alkotott sorral kielégítő ok-adást mutat.

3. Hogy pedig az eggymértt az öszvemérhetlenség' esetében is, széjbecsileg (34.) edjetlen: röviden ebből is látszik: légyen (n, m, N, M szám neveket tévén)
$A = nu$, $B = mu + \omega$; $C = nv$, $D = mv + \lambda$, és
$A = Nu'$, $B = Mu' + \omega'$; $C = Nv'$, $D' = Mv' + \lambda'$;
az hól ω, λ, ω', λ' mindenik $\frown 0$. Leszsz

$$B - B = 0 = mu - \frac{Mnu}{N} + \omega - \omega' = \frac{Nmu - Mnu + \omega - \omega'}{N}$$

tehát $\frac{Nm - Mn}{N} \cdot u = \omega' - \omega$; és így $\frac{Nm - Mn}{N}$ kisebb lehet $1 : P$ nél, akármely nagy legyen P; különben $\omega' - \omega$ nem lehetne $< u : P$. És így $\frac{Nm - Mn}{N} \cdot v$ is $< v : P$. Tehát $D - D' = mv + \lambda - (Mv' + \lambda') = \frac{Nm - Mn}{N} v + \lambda - \lambda' < \frac{v}{P} + \lambda - \lambda'$; mely akármely kicsinél kisebb lehet. Tehát D és D', mint két semmi megadhatóval nemkülönböző egyenek, egyenlők.

Ez ugyan az eggyméretről szóll a' milyzetektől megválva: de $A=1$ vétetthetik 's a' milyzetek fenn irtt törvények szerint adattnak.

§. 135. Az elébbiből ha $v=r$; leszsz $\hbar v . \hbar v = \hbar 2v$; 's edjjel mind tovább menve, m számu az $\hbar v$ hez $=$ nemzők' mérttezete leszsz $= \hbar mv$; 's n számu az $\hbar \frac{v}{\mu}$ hez $=$ nemzők' mérttezete $= \hbar \frac{nv}{\mu}$, mely $= \hbar v$ ha $n=\mu$. Végre $\hbar v : \hbar r = \hbar (v-r)$; mert $\hbar (v-r) . \hbar r = \hbar (v-r+v) = \hbar v$.

§. 136. Ugyan az elébbiből $\hbar v . \hbar -v = \hbar (v-v) = \hbar 0 = 1 = \hbar v : \hbar v$; 's $\hbar v : \hbar -v = \hbar 2v = \hbar v . \hbar v$.

De a' mérttezés 's párzás után, az öszszezésre 's pót-zásra is menvén a' gondolat: könnyen szembe ötlik; hogy $\hbar v + \hbar -v = 2 \text{☾} v$, 's $\hbar v - \hbar -v = 2 \text{☽} v$; 's $(\text{☾} v)^2 - (\text{☽} v)^2 = 1$ (154.)

$$\text{Ugyanis} \quad \hbar v = 1 + v + \frac{v^2}{2} + \frac{v^3}{..3} + \frac{v^4}{..4} \dots$$

$$\hbar -v = 1 - v + \frac{v^2}{2} - \frac{v^3}{..3} + \frac{v^4}{..4} \dots$$

$$\text{Tehát} \quad \hbar v + \hbar -v = 2\left(1 + \frac{v^2}{2} + \frac{v^4}{..4} \dots\right) = 2 \text{☾} v$$

$$\hbar v - \hbar -v = 2\left(v + \frac{v^3}{..3} + \frac{v^5}{..5} \dots\right) = 2 \text{☽} v.$$

Továbbá $(\text{☾} v)^2 - (\text{☽} v)^2 = (\hbar v + \hbar -v)^2 - (\hbar v - \hbar -v)^2 = \hbar 2v + 2 \hbar 0 + \hbar -2v - \hbar 2v + 2 \hbar 0 - \hbar -2v = 4 \hbar 0 = 4 = 4(\text{☾} v)^2 - 4(\text{☽} v)^2$. Tehát $(\text{☾} v)^2 - (\text{☽} v)^2 = 1$.

És ez így van akármit tegyen v; de legyen a tiszta tétedjü akár $+$ akár $-$, és így $^*a$ ellenedjü: leszsz $\hbar ^*a = 1 + {}^*a - \frac{a^2}{2} - \frac{^*(a^3)}{..3} + \frac{a^4}{..4} \dots$

Ekkor sem ☾*a sem ☽*a > 1 nem lehet, (mindjárt meglátszik); ♄ a ban pedig ☾ a is ☽ a is akármily nagy lehet, ha a elég nagynak vétetik; jollehet (☾ $a)^2$ — (☽ $a)^2$ mindig = 1.

Tegye ♄*a ban ☾ azt a' mit ☾*a, 's *☽ azt a' mit ☽*a; leszsz ☾²—(*☽)² = ☾²—(—☽²) = ☾²+☽² = 1.

§.137. Visgáljuk ♄*a ban a' ☾ sorát: az első párnak, 2 diknak . . . öszszetét véve; $\frac{a^n[(n+1)(n+2)-a^2]}{..(n+2)}$ leszsz azon pár' öszszete' képe, melyben az első íz $\frac{a^n}{..n}$'s a' 2 dik $\frac{a^{n+2}}{..(n+2)}$) az első pár is ezen kép alá jön, ugymint $\frac{a^0(0+1)(0+2)-a^2)}{..(0+2)} = \frac{1(1.2-a^2)}{1.2} = 1-\frac{a^2}{2}$.

Az honnan látszik: hogy ha $(n+1)(n+2)$ $-a^2$ + leszsz, ha addig ⊥ volna is, onnan kezdve minden pár' öszszete ✠; 's ha a elkezdve 0 tól mind nő; valamig $=\sqrt{2}$, az első pár öszszete ✠; mert ha $a=\sqrt{2}$ is, $a^2=2$, 's $1-(a^2:2)=0$, 's az azntáni pedig mindég ✠, valamig $a=\sqrt{30}$ leszsz; mert a' 2dik ízpárnál $(n+1)(n+2)=30$ volna ekkor $= a^2$, tehát a' 2 dik ízpár' öszszete 0, 's azután mind $(n+1)(n+2) > 30$.

Elég az, hogy ha a bizonyos pontnak bizonyos ponttól kezdve, körön vagy egyenen, mind további menete által végnélkűl nőni gondolttatik; 's mikor $a=0$, akkor ☾ $=1$, ezután pedig edj darabig mind ✠: kérdés támad; ✠ marad é mindég? 's apad é vagy nő? 's miként változik?

Az ürtan erre könnyen 's tisztán felel: de jóllehet onnan vette létét; a' nélkűl is származhatott volna, mind a' kérdés, mind a' felelet: ugyan is kevés probálgatás után kijöhetett volna, hogy (mint az ürtanból tudatik) ha $a >$ $2.(3,14):4$ (mely $= 1,57$) csak 1 századdal is, ☾ edj darabig ⌴. Legyen $a = 1,6$.

Ha az $\frac{a^4}{2.3.4}$ en kezdve az izek mind ✠ vétettnének is, 's (a' különben apadó) sorjelnek, $\frac{a^2}{(m+1)(m+2)}$ tarttattnék is meg, mellyel mértezve az, következőt ugymint $\frac{a^6}{..6}$ ot tétileg adná meg; az öszszet' széjbecse $\frac{5a^4}{120-4a^2}$ lenne (106. sz.) És így ha $a = 1,6$ nak vétetik: az első pár öszszete $1 - a^2 : 2 = -0,28$; $a^2 =$ $2,56$; $a^4 = 6,5536$; $5a^4 = 32,7680$; $120 - 4a^2 =$ $= 109,46$; $4a^2 = 10,24$, és $\frac{5a^4}{120-4a^2} =$ $\frac{32,7680}{109,76}$; mely $< 0,28$, tehát az első ízpár' öszszetét nem ronthatja le.

Ki jövén pedig az, hogy ☾ edj darabig mind ✠, 's valamikor ⌴; alkalmazván az alapigazságok utáni állitmányt: gondoltassék a' főlebbi pont' menete által növő a nak útja minden pontjában azon kérdés; ott végződik é azon út, melynek vége előtt minden a nak ☾ je ✠ volt? mindenütt vagy *igen*, vagy *nem* a' felelet; mindég *igen* nem lehet, mert úgy $a = 1,6$ on túl menve is *igen* lévén a' felelet, $a = 1,6$ nak ☾ je is ✠ lenne. Tehát valahól végződik; ott már kérdés: mi a' ☾ becse? 0? vagy egyéb ✠ vagy ⌴ ?

A' két utobbi nem lehet: mert ha ✠, azon túl is folyvást ✠ nem lehet; mert úgy a' végződés tovább lett volna; tehát vagy bizonyos ✠ és nem 0 ott, de azon túl miudjárt ⊔ vagy 0, vagy bizonyos ⊔ és nem 0, de az alatt mind ✠ volt; ✠ és ⊔ becse is pedig a' kérdésbeni ponton nem lehet; mert a becs edjetlen.

De ha ott ☾ nem 0; sem valamely ✠ *b* nem lehet, hogy azon túl töstént ⊔ vagy 0 legyen; sem ⊔ *b* nem lehet, midőn addig mind ✠ 's nem 0 volt; mert sem amaz sem ez töstént le nem ronttathatik.

Mert akármely nagy N legyeu; vétetthetik $\omega = 1:N$, 's az azon pontban végződő *a* hoz tétethetik ω; 's leszsz $♄\,(^*a + {}^*\omega) = ♄\,{}^*a \cdot ♄\,{}^*\omega$ $= (+ \text{ vagy} - b).(1 + {}^*\omega - \frac{\omega^2}{2} \ldots)$; 's ha ω az 1 utáni íztől kezdve az ízek mind tétedjüek 's mind ✠ ok, 's a' sorjel mind ω volna is, az 1 utáni ízek' öszszete' széjbecse volna $\omega:(1-\omega)$ $= 1:(N-1)$. Tehát akár ✠ akár ⊔ *b* legyen; hogy minél inkább lerontattnék, vétessék ω ⊔, 's az iminti öszszet is vétessék ⊔, mert $+$ vagy $-b$ mérttezve $1 + 1:(N-1)$ el, még nő; amúgy is pedig $1 - 1:(N-1)$ le nem rontja.

Követk. $♄\,{}^*a$ azon pontnál nem lehet egyéb, hanem $(☾ = 0) + {}^*☽$; a' midőn ✠, mivel $☾^2 + ☽^2$ $= 1$ most $= 0 + 1$; ottan $^*☽ = {}^*1 = ♄\,{}^*q$ ha az ott végződő *a* ezután *q* nak neveztteti k.

§. 137. Az emlitett ponton túl pedig ☾, az az a' páros cimzetjelü ízek' öszszete, mindjárt ⊔.

$$\text{Mert } ♄\,(^*q + \frac{^*q}{m}) = ♄\,{}^*q \cdot ♄\,\frac{^*q}{m} = {}^*1 \cdot ♄\,\frac{^*q}{m};$$

's az az elött $♄\,\frac{^*q}{m}$ ben volt ☾ most ^{*1} el mérttezve, ellenedjü leszsz, az akkor volt ✠*☽

pedig *1 el mérttezve ⊥ tétedjű lett. Hogy pedig *☽ ✠ volt, látszik abból; hogy a' felső íz kép $a^n \frac{[(n+1)(n+2)-a^2]}{\cdot\cdot(n+2)}$ arra is illvén, az első ízpárban is $n=1$, tehát $(n+1)(n+2)=6$; és így ha $a<\sqrt{6}$, az első ízpár is ✠.

§. 138. Azonban ♄ *a ban, mig az a elkezdve 0 tól q ig nő, ☾ az 1 től 0 ig apad; úgy hogy 2 különböző pontnak nem felel azonegy ☾ meg; 's nincs 1 és 0 közt oly becs, melyhez = ☾ ne legyen.

Mert azután hogy $a=0$ volt, a' mikor is ☾ $=1$, 's ☽ $=0$; miglen $a=q$ leszsz, ☽ mindig valamely ✠, tehát ☾ <1, mert ☾^{2}+☽$^2=1$; de ☽ is <1, mert ☾ is valámely ✠, mig $a=q$ leszsz.

Tehát ha m és ν is 's $m+\nu$ is $<\mu$; ♄ $\frac{m^*q}{\mu}=f+{}^*h$, 's ♄ $\frac{\nu^*q}{\mu}=f'+{}^*h'$ (törtt edjeket téve f, h, f', h'); és ♄ $\frac{(m+\nu)^*q}{\mu}=$ ♄ $\frac{m^*q}{\mu}$. ♄ $\frac{\nu^*q}{\mu}=(f+{}^*h)(f'+{}^*h')=ff'-hh'+f'^*h+f^*h'$; és $ff'-hh'$ (mivel ✠) $<f$.

Tehát ☾ apad mindig, mig $a=q$ leszsz; de 1 és 0 közt nincs oly ✠, hogy ahhoz = ☾ ne legyen.

Mert akármely nagynak vétessék N, 's legyen $\lambda=1:N$; vétetthetik ω oly kicsinek, hogy ♄ *ωnak ☾ je $>1-\lambda$, 's minél kisebb leszsz még ω egészen 0 ig, annál inkább ☾ $>1-\lambda$: mert ☾ $=1-\frac{\omega^2}{2}\ldots$; 's legyen $\omega=\frac{1}{N}$, 's legyen oly eggypári sor, melynek $\frac{\omega^2}{2}$ első íze, 's sorjele

ω, ennek öszszete' széjbecse $\frac{\omega^2}{2(1-\omega)} = \frac{1}{2N(N-1)}$, mely is $< \lambda$, 's még kisebb vonódik a' ☾ becsében 1 ből le. Ha pedig ω apad még, N 's az alsó nő, 's mindég kisebb annál, az a' mi 1 ből levonódik.

És így akármely β légyen 1 és 0 között, ♄ 0 tól kezdve edj darabig ☾ mind $> \beta$, azután pedig valamikor ☾ nem $> \beta$, mert ♄ $^*q$ ☾ je 0; azonban ☾ mind addig apad.

Tehát mint főlebb (166.) kérdezttessék a' q t 0 tól kezdve író pont' útjának mindenik helyen; ott végződik é azon út, melynek végén belől minden a nak ☾ je $> \beta$? valahól végződvén; ott ☾ vagy $= \beta$ vagy valamely darabbal nagyobb vagy kisebb β nál, vagy 0. Ha 0 lenne, az a' végén volna q nak, mert ott lett ☾ legelébb 0; akkor pedig (167) nem lehetett töstént az elött $> \beta$.. Szintúgy valami darabbal nagyobb vagy kisebb nem lehet: mert ha nagyob, azután is nagyobb nem lehet, mert úgy a' végződés tovább lenne; tehát azután kisebb lenne, mely képtelen (167. sz.), valamint az, hogy ott bizonyos darabbal kisebb, 's az elött mind nagyobb legyen, követk. $= \beta$.

§. 139. Innen akármely téti és tétedjüeket tegyenek A, B, p, 's $A = Bp$; akármelyikre nézve $A +^* B$, $-A -^* B$, $-A +^* B$, $A -^* B$ közzűl, van oly v, hogy ♄ v ahhoz $=$ legyen. Mert a' két első esetre vétessék ☾$^2 = [p^2 : (p^2+1)]$, akkor ☽$^2 = [1 : (p^2+1)]$, mert ☾$^2 +$ ☽$^2 = 1$. Azonban van oly x, hogy x^2 ☾$^2 = A^2$, 's x^2 ☾$^2 = B^2$; mert $A^2 + B^2 = x^2($☾$^2 +$ ☽$^2) = x^2.1$.

Tehát $x^2 = A^2 + B^2$, és $x = \sqrt{(A^2 + B^2)}$ ✠ becset véve, mely legyen tétedjü H; és így $A = H$☾, $B = H$☽.

Tehát ha van oly h, hogy ♄ $h=H$; mivel olyan u az elébbiből van, hogy ♄ $u=$ (☾†*☽) legyen: ha h†$u=v$, leszsz ♄ $v=A$†$^*B$. Hogy pedig van oly h, megmutattatik mindjárt.

—A—$^*B$ re nézt ♄ v nek csak —1 el kell mértteztetni; —1 pedig = ♄ 2^*q = ♄ $^*q$. ♄ $^*q$ = ^{*1}. ^{*1} = —1. Tehát ♄ (v†$^*2q$) = —A—$^*B$.

A' két utobbi esetre legyen ☾^{2} = 1 : (p^2†1), tehát ☽^{2} = p^2 : (p^2†1). Leszsz H☾ = A,'s H☽ = B; 's —A†$^*B$ re nézt, ☾†*☽ mérttezve ^{*1} el, leszsz — ☽†*☾ = ♄ (k†$^*q$), ha ♄ k = ☾†*☽. Tehát H ♄ (k†$^*q$) = —H☽†H^*☾; és így ♄ (h†k†$^*q$) = — A†$^*B$.

Az utolsó esetre (☾†*☽). — ^{*1} = ☽ — *☾ = ♄ k. ♄ 3^*q = ♄ (k†3^*q). Tehát ♄ (h†k†3^*q) = H☽—H^*☾ = A—$^*B$.

Hogy pedig van oly h, hogy ♄ $h=H$; meglátszik innen; legyen elébb $H > 1$, azután < 1; ha $H = 1$, akkor $h=0$, mert ♄ $0=1$.

Legyen mint az elébb ✠ és tétedjü $\lambda = 1 : N$; van oly ω tédedjü ✠, hogy ♄ $\omega < 1$†λ. Mert legyen $\omega = 1 : N^2$, leszsz ♄ $\omega = 1$†ω†$\omega^2 : 2$. . . < 1†λ; mert az 1 utáni ízek' öszszete (106.) $< \omega : (1 - \omega)$ az-az $1 : (N^2 - 1)$, mely nyilván $< 1 : N$ (eggy alsóra húzva). Azonban minél kisebb ω, az alsó annál nagyobb lévén, annyival inkább ♄ $\omega < 1$†λ. Tehát van edj darabig ♄ $\omega < H$.

Másfelől pedig ha $\omega = H$ vétetik, ♄ $H > H$. Tehát (166. sz.) ha az a t író' pont' utjának minden helyén az a' kérdés gondoltatik; ott végződik é azon út, melynek vége elött ♄ a mindig $< H$? itt is végződni kellvén; ott vagy ♄ $a = H$ leszsz, vagy $> H$, vagy 0, Edjik eset se lehet az elsőn kivűl.

Mert ha 0 volna, akkor ♄ 0 = 1 volna 1†a... holott a tétedjü ✠ és > 1. De (167.sz) se $> H$ nem lehet bizonyos darabbal, midőn az elött mind kisebb volt; se kisebb bizonyos darabbal, mert azután mindjárt nagyobb (ugyan 167. sz.).

Ha pedig $H<1$; legyen $=1:K$ (téti és tétedjüt tévén K, mely legyen $=\hbar k$); leszsz $H=\hbar 0:\hbar k=\hbar -k$.

§. 140. De kérdés támad; miként lehessen az említett vt fel is számítani? Vegyük a' legedjszerűbb esetet; a' midőn u $\maltese$ tétedjü és <1, 's keressünk oly βt, hogy $\hbar\beta=1+u$, 's oly γt, hogy $\hbar\gamma=1-u$ legyen.

Hogy p akármely tétedjüt tegyen, ha nem egész szám is, 's akár $\maltese$ akár $-$ legyen, ha $x<1$ (akár $\maltese$ akár $-$), $(1+x)^p=)\ 1+px+p\frac{(p-1)x^2}{2}+\frac{p(p-1)(p-3)x^3}{\ldots 3}$ . . a' *Tentamenben* megvan valamennyiben röviditbetőleg ugyan, de szigorun mutattva; innen pedig több egyebekkel a' szükség elhagyatta: ugyancsak alább eléfordúl; 's itt csak feltétetik.

Minthogy $u<1$, tehát $1-u<1$, $1+u<2$; látszik (169) ból, hogy van oly β és oly γ, hogy $\hbar\beta=1-u$, 's $\hbar\gamma=1+u$; tehát $\left(1\frac{+\beta}{n}\right)^n$

$\frown 1-u$, 's $\left(1\frac{+\gamma}{n}\right)^n \frown 1+u$ (158).

Tegyen u' olyat, hogy $\left(1+\frac{\beta}{n}\right)^n=1-u'$ legyen; leszsz $1+\frac{\beta}{n}\left(=n(1-u')\right)^{\frac{1}{n}}$; tehát $\beta\left(=n(1-u')\right)^{\frac{1}{n}}-1$; mely is így van akármely becsére n nek; hapedig $n\frown\infty$, úgy $u':u\frown 1$; mert $(1-u'):(1-u)\frown 1$; mert akármely nagy N vétessék, van oly n, hogy $(1-u')$

$-(1-u) < (1-u):N$ lehet; az honnan $-u'+u < (1-u):N$; tehát $u'-u < (u-1):N$, 's ha N helyett $N(u-1):u$ vétetik, $(u-1)N$ből leszsz $u:N$; 's minél nagyobbnak vétetthetik N még azon túl.

Azonban $n(1-u')^{\frac{1}{n}}-1=-u'+\frac{1-n}{n}$.

$\frac{u'^2}{2}-\frac{1-n}{n}.\frac{1-2n}{n}\frac{u'^3}{2.3}$.. mely $\frown -u-\frac{u^2}{2}$ $-\frac{u^3}{3}\ldots-\frac{u^m}{m}$..

Mert mind a' két sor közelítő, sőt a' soríz $\frown 0$; mert tört-edj $u$nál mindenkor kisebb a' sorjel, tehát u^m (annyival inkább $u^m:m$) $\frown 0$, ha $m \frown \infty$. Továbbá $[(1-n):n]:-1 \frown 1$, $[(1-2n):n]:-2 \frown 1$, 's úgy tovább, 's $u':u \frown 1$, tehát $\frac{1-n}{n}.\frac{1-2n}{n}\frac{u'.u'.u'}{1.2.3}$: $\left(\frac{-1.-2.u^3}{1.2.3}=\frac{u^3}{3}\right) \frown 1$; akár a' fönnebbi szerint, akár abból hogy ha $\frac{x}{y} \frown 1$, 's $\frac{z}{v} \frown 1$, akkor $\frac{xz}{yv}$ is $\frown 1$, 's így akárhány ilyen legyen, megvan mutattva (Tent.) 's meg leszsz alább is

Következésképen (158. szerint) leszsz $\beta=-u-\frac{u^2}{2}-\frac{u^3}{3}\ldots$; a' midőn $\frac{-1.-2\ldots(m-1)}{1.2\ldots(m-1)}.\frac{u^m}{m}$ből az alúl-főlüli lerontás után csak $\frac{-u^m}{m}$ marad; a' — jegy az zért lévén, mert ha m páratlan, $(-u)^m$ ⊔, 's az az elötti ⊔ nemzók' száma páros; ha pedig m páros, $\frac{(-u)^m}{m}$ ✠, de az azelötti ⊔ nemzók' páratlan száma ⊔ot ád.

Szintúgy $1+u$ ra nézve leszsz

$$\gamma = u - \frac{u^2}{2} + \frac{u^3}{3} - \frac{u^4}{4} + \frac{u^5}{5} \ldots;$$

Melyből $\gamma - \beta = 2(u + \frac{u^3}{3} + \frac{u^5}{5} \ldots)$; 's látszik, hogy ha $\frac{2u^m}{m}$ nél tetszik megállani, az azutáni ízek öszszete $< \frac{2u^m}{m} : (1-u^2)$; mert minden íznél a' sorjel <1; 's ha u^2 vétetik is állandóul, (106 sz.) a' széjbecs az iminti leszsz; szintúgy a' β és γ soraiban akárhól állva meg, ilyen jönki, melynél kisebb a' mi elmarad; 's a' mi elmarad $\frown$ 0, ha $m \frown \infty$.

Jegyzés. Az a' mivel $\gamma - \beta$ mértleztettetve, $\frac{1+u}{1-u}$ nak b re néztihelycimét adja meg, neveztetik b *alapi helycimzőnek* (*modulus*); 's ha a' modulus $=1$, akkor a' helycim *természetinek* (*log. nat*) mondatik; a' mikor is az alap ħ 1 lejénd mindjárt alább.

Akármely ✠ M tétedjű és nem 0 's nem is 1 legyen pedig, van oly ✠$u < 1$, hogy $\frac{1+u}{1-u} = M$, ha $u = \frac{M-1}{M+1}$ vétetik, mely $=0$, ha $M=1$.

Az honnan a' főlebbi sorban u helyibe tétettvén $\frac{M-1}{M+1}$, leszsz $2\left(\frac{M-1}{M+1} + \frac{(M-1)^3}{3(M+1)^3} \ldots\right)$, mely megint ha $M = 1 + U$, leszsz

$$= 2\left(\frac{U}{U+2} + \frac{U^3}{3(U+2)^3} \ldots\right)$$

Mely szerint ez mindenik természeti helycime lejénd Mnek; sőt lg $(1-u)$ is $=)\, -u - \frac{u^2}{2} - \frac{u^3}{3} \ldots$'s lg $(1+u) =)\; u - \frac{u^2}{2} + \frac{u}{3} - \frac{u^4}{4} \ldots$,

és lg$(1+1) =)\; 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \ldots$ lejénd.

§. 141. Ide tartozik a' számtalan nemzők' mérttezetének széjbecse is; $A.B.C \ldots \frown$ ħ$^{\alpha}$, ha lg$A$+lg$B$+lg$C \ldots \frown \alpha$, (113.); és így ha $\alpha = 0$, leszsz $ABC \ldots \frown 1$, 's ha $\alpha = -\infty$, úgy $ABC \ldots \frown 0$, 's ha $\alpha = +\infty$, úgy $ABC \ldots \frown \infty$.

Péld. ha... $A, B, C \ldots$ közzűl mindenik < 1, 's tétedjüleg 's a' könnyebbségért ✠ vétetik; 's mindenik $> 1:3$, 's Atól kezdve mind nőve a' mérttező $\frown 1$; 's legyen $1-A = a$, $1-B = b$'s úgy tovább; ekkor $a, b, c \ldots$ közzűl mindenik $< 2:3$. Tehát lg$A$ = lg $(1-a) = -a - \frac{a^2}{2} - \frac{a^3}{3} \ldots$;

lg$B$ = lg $(1-b) = -b - \frac{b^2}{2} - \frac{b^3}{3} \ldots$'s úgy tovább; az hól mindenik sorban az első íz nagyobb az azutáni ízek' öszszeténél (106 sz.), 's mindenik íz $\vdash\!\dashv$, 's hogyha tehát $a+b+c \ldots \frown \infty$, akkor $ABC \ldots \frown -\infty$; tehát... $ABC \ldots \frown 0$; ha pedig $a+b+c \ldots \frown \alpha$, 's az A elötti mérttezet $= P$, úgy ... $ABC \ldots \frown P$ħ$^{-\alpha}$.

Szintúgy ha mindenik .. A, B, C... közzűl $< 1+2:3$, 's péld. Atól kezdve mindenik mérttező apadva $\frown 1$; 's $A-1 = a$, $B-1 = b$'s úgy tovább; leszsz lg$A$ = lg$(1+a) = a -$

$\frac{a^2}{2}+\frac{a^3}{3}$ ..., 's szintúgy $\lg B = \lg(1+b) = b - \frac{b^2}{2}+\frac{b^3}{3}$ ... 's úgy tovább, 's itt is $a<1$, 's 's mindenik sorban az első íz > a' következők' öszszeténél; tehát ha $a+b+c$... ⁀ a; úgy ABC... ⁀ ћ a.

Jegyzés. Némely alkalmazása van a' Tentamenben: de mind erről, mind a' *Gauss*' ide tartozó soráról, nézze a' tanulò a' derék *Ettingshausent*.

A' 30-dik laponi q és e meghatározásáról, 's a' cimzeti alkotmány' láthatóitásáról.

§ 142. Ha q (167. sz.) olyan becse a nak, hogy ћ $^*q = {}^*1$; akkor a' 31 dik lapon $X =)$ ћ $\frac{^*q}{\mu}$, 's ћ $\frac{m^*q}{\mu}$ cimese $\frac{m^*q}{\mu}$ nek (164.).

Innen valamint az ellenedjüek' részéről, a' helycim megadja a' cimesét: önként jőn a' tét edjüek' részéről is ugyan azon módon hátározni meg a' 31 dik laponi állandó felső sorfőt; mely is a' 28 dik lapon változó 's akármi lehetett, itt pedig még eddig határozattlanúl, csak annyi kivánttatik meg, hogy téti és tetedjü, 's csak 1 és nem 0 legyen. Mely szerint ezen 30 dik lapon e nek nezezett sorfő az eggypári sorban, mely alatt helycimúl az eggypóti sorban 1 áll, volna ћ 1, 's a' 164 lap szerint $x =)$ ћ $\frac{1}{\mu}$, és ћ $\frac{n.1}{\mu}$ az az ћ $\frac{n}{\mu}$ az eggypóti sorbani $\frac{n}{\mu}$ nek mint helycimnek cimese.

És így a' 31 dik laponi NM(melynek hely-cime $\frac{n+m^*q}{\mu}$) leszsz $=$ ħ $\frac{n+m^*q}{\mu} =$ ♀ $\frac{n+m^*q}{\mu}$.

Sőt tovább, jollehet mind az $x$el mind az Xel, ha μ végnélkűl neveltetik, minden megadhatònál közelelebb vitetthetnek az eggypári sorok' edjmásutáni ízel, 's ezáltal az (34.) öszszemérhetlenség' esetére széjbecsileg kilehet a' helycimeket cimeseikkel terjeszteni: önként jőn a' 30 dik lapon, a' 4 sort úgy ábrázolni ki; hogy a' felső eggypóti sor tétedjű egyennel, az alsó egygypóti sór ellenedjű egyennel képezttesék; mind a' 2 egyen 2 felé végetlenűl gondolttattván, 's amabban 𝔞 ponttòl, ebben 𝔄 ponttól, jobbra ✠, balra — vétessenek az egyenek (mint valamely pontnak 𝔞 ból szintúgy 𝔄 ból, jobra, szintúgy balra tett útai); 's legyen $\mathfrak{ab}=1$, 's legyen 𝔟 pont akárhól ezen egyenen; 's gondolttassék az ellenedjű egyenen $\mathfrak{AE}=^*q$, 's legyen akárhól ezen egyenen 𝔎 pont; és emelttessék minden 𝔞𝔟 nek 𝔟 végéről oly negyedszögi y, mely $=$ ħ 𝔞𝔟 legyen; mely is a' főnebbiek szerint mindég tétedjü 's ✠ lejénd, 's ha 𝔟 pont 𝔟 be esik, $y=$ ħ 1 megadja az e megállitott sorfőt, valamint ha $\mathfrak{ab}=\frac{n}{\mu}$, leszsz $y=$ ħ $\frac{n}{\mu}$; 's hasonlólag akárhová essék 𝔎, legyen Y az ħ 𝔄𝔎 becse; mely is 𝔄𝔎 nak 𝔎 végéről emeltt negyedszögire következőképen tétessék; a' felső y ak mind tétedjüek és ✠ ok, 's az 𝔞𝔟 egyenen főlűl tétettnek, az Y becse pedig a' főnebbiek szerint lehet tétedjü is ellenedjü sőt elegy is, 's ✠ 's — becsek jöhetvén elé, a' ✠ becsek, akár tétedjüek akár ellenedjüek legyenek, a' + főlűl, 's a' — alól tétessenek, 's az ellenedjű a' tétedjütől különböztessék szinnel vagy pontozással, legyen amaz veres, ez fekete; 's az hól péld. együtt van ✠ akár — tétedjü és ellenedjű, ez a' tétedjű fekete mellett jobbra prémeződjék veresen, mig az ellenedjü tart, 's nyuljék ez veresen tovább, a' hól nagyobb ez; (mint az első táblâni kép kimutatja). ♄ 𝔄𝔈 pedig nyilván $=$ ✠*1.

Jegyzés. A' Tentamenben Tom. I. p. LVII, 's Tom. II. p. 369) $(f)a$val jegyezttetett ♄a; 's az mondatik: hogy akármely oly c legyen hogy $(f)c = C$; akármely (f) bc (és csak az) mondatik C^b nek, 's b mondatik mindenik C^b nek Cre nézti rangjelének; és akármely a ha $a^k = K$, mondatik $\sqrt[k]{K}$ nak.

De az egyenlőség' különböző jegyeit csak edj darabig használva, a' szokatlanság miatt folytatni nem volt elég bátorság: azokkal élve, határzottabbnak látszik ezen képzet következőképen (32. sz.)

Ha ♄$v = V$; mondatik v $(= \lg V$; 's ha $c.\lg a$ $) = \lg C$; mondatik $C(= a^c$; 's [illegible] egyszersmind mondatîk $a(= \sqrt[c]{C}$.

Melyszerint lehetne következő módot is követni: hogy elébb csak annyit mondva, hogy n ✠ egész számot téve, a^n tegye az n számu az $n$hez $=$ nemzők' mérttezetét, megmutatni ugyan $n$re, az $(a+b)^n$ alakzatját; azután a' széjbecsről 's sorokról a' szükségeseket eléadva, megmutatni az $\left(1+\frac{a}{n}\right)^n$ sorának (ha $n \frown \infty$) ♄a hoz $=$ széjbecsét; 's azután mind azokat megmutatni, a' melyek ♀ és ♄, 's ☾ és ☽ jegyekkel voltak, ♀ helyibe ♄ jegy tétetthetvén.

De a' 31 dik laponi mód, az azutáni ♀ jeggyeli mutatásokkal természetesebb világosabb, 's az ürtan segitségével láthatóbb, könnyebb és rövidebb (ha nem csalatkozom); 's midőn az élet nem hoszszul a' tanulanddók' tömege' nevekedésével, a' hòl a' szigor' vesztése nélkűl, az idtanban az űrtan 's az ürtanban az idtan által viságosságot 's időt nyerhetni, jóltévő ajándék a' tanulónak.

A' 31 dik lapi lehozatal a' kútfőből jőn: Stiefel régi német professor, 's azután az Ángol *B.* Neper, kötötték az eggypári sort eggypótival öszve; amaz a' binomialis coefficienseket is kitudta hozni edjmásután, csak előre nem akárhányadikat; Neper (mint Newton 's Archimedes) szeretvén a' mozgást használni; két egyeneni pont-mozgással, az alson egyformán, a' felsőn eggypárzatilag, kivánta a' két sort láthatóvá tenni; (Tent. Tom. I. p. XLVII. az egész munkája' foglalatja megvan). De az ellenedjüekről akkor nem volt szó.

'S mind azon munkát, mely kelle, hogy *q*, ☾, ☽ szigorral mutattassék ki, edj az ürtanba tett pillantással meglehet nyerni; még pedig oly világos láthatással, melyet az idtan minden munkával sem adhat meg ezen tárgyban; valamint többekben is: péld. ilyen felsősége az ürtannak az idtan felett, hogy az öszszemérhetlenség' esetében is, a'mérttezésben, eggyméretben, párzásban, 2 szeri cimtlenzésben 'sat. a' származatot tökéllyel edjszerre kiadja, a' mire az idtan örökkévalóságot kiván.

'S mire az örök testvéreket erőszakos fallal választani el? csak annak megmutatására, hogy mennyit tehet edjik a' másik nélkűl: észrevétettlen is reászorúl mindenik a' másikra; az idtanban szokszor üri rend kell, 's az ürben lesznek a' folytonian változóktól függők láthatóvá, 's szintúgy a' széj-becs, a' (169.) több helyen szükséges mód is ott kap életet; 's világosságot; 's általán az idtan üdi 's láthatobban egyeni alakra vont menyiséggel bánik, az egyen mintegy az örök folyamnak az űrben megállitott képe lévén; sőt (16. sz) legtisztább 's legedjszerübb mód, a' főmérték' képzete által, akárhány különbféléket is egyeni képviselők által vinni bé a' számitásba (66.).

Az edjszerű égkék tiszta szép görög ész a' mértant az űrtanon kezdette; sőt Euclidesnek az aritmetikája is űrtani; nehezebb módon, de oly szigorral, mely elött sok mostani csupa betüképezés úgy el pirulhat, a' mint elfordulna Euclides, ha olyan képzetről hallana (millyen az úgy nevezett *imaginarium*) melyről kimondatik, hogy semmi értelme nincs, de nagy haszna van a' mértanban, 's ily értelem nélkülire párzott értelem nélküli, valót (péld. *sinust*) ád, 'sat. melyre (különben szükségtelenné tehető) absurdumok' logikáját kell alkotni.

Csakugyan ezen, láthatóságra 's szigorra nézve dicséretes mód is, a' túlzásig ment még Newtonnál is; a' midőn sok ezen az úton nehezen érthetőket, idtanilag könnyü megfejteni: de másfelől ma éppen az egész mértan, idtani túlzásra ment; 's a' mi az űrtan' segitségével edjszerre szem elött van, idtani szövényeken tapogattatik ki a' betük' sürüsége' homályában, lerázattván az űrtan' szigora' igája, csupa képezetekkel bánva; holott valamikor valamely betüvel jegyzett mennyiségről van szó, mindenkor alá kell gondolni valamit; csak hogy akármelyiket szabad gondolni, a' minek azon betü köz neve, 's valamikor azon értekezetben azon betü jön, ugyan azt kell gondolni.

Mind a' kettő túlzás; rövid az élet, a' dolog 's nehézség sok: az időt 's erőt kímélnikell; 's az id és ür, két örök testvért, az erőszakos elválasztás helyett, egymás' kölcsönös segitségére öszve kell ölelkeztetni.

A' fönnebbi *köszgyökér* után lehetne okos választással kevés ürtan' elemeit tanítani; azután az idtanból az eggyméret, mérttezés, párzás végzése után visszatérve a' △ok' hasonlatosságát, az abból közelebb folyókkal, nem mulatván el a' mértezést párzást, √ 2 öt sat. kimutatni, és a' terjeket; azután $(a+b)^n$nek alakzatját (✠ egész szám becsére *n* nek), 's a' sorzásról szükségesebbeket; 's azután a' lapi trigonometriának elébb csak annyi elemeit adni elé, a' mennyi kivántatik a' cimzet-tanra, azután a' többit.

Azután jöhetne a' *functio* (közkép)-tan; a' hova jön az egyenlet-tan, nővetképtan sat..; a' hól szükség ürtanilag világositva; 's ily készületel lehetne az ürtan' felsőbb mezejére lépni.

§. 143.) A' közelebbiek láthatóitására, az ürtanból csak következők kellenek.

Legyen a' körben, valamely kezdet-pont p, az honnan edj pont jóbbra indulva, 's mind elé felé akármeddig menve, vagy balra indúlva akarmeddig menve, álljon meg w ben, mely mondassék *végpontnak*, 's neveztessék pw út *u* nak; 's az első út vétessék ✠ nak, az utobbi — nak: mind a' két esetben mondatik a' végpont' távja (a' kezdet-pontról vont kettézőtől értve) az *u végtávjának* (*sinus u*); 'a' kezdet pont' távja pedig (a' végtávtól értve) az *u kezdet-távjának* (*sinus versus*), 's a' közép-pont távja (ugyan a' végtávtól, az *u középpont-távjának* (*cosinus*), mely *pótvégtávnak* is mondatik, mivel megmutattatik, hogy ha az a' mit u hoz kell adni, hogy az öszszet negyedkör legyen, az u pótjának mondatik, ezen pót' végtávja $=$ az u közép pont-távjához; megjegyezvén, hogy a' cosinus a' kezdetponttól (a' hól $=$ a' sugárhaz) a' középpontig $+$ apad a' középpont felé, 's ott 0 lévén, azután $-$ nő a' sugárig, 's onnan viszsza felé apad 0 ig, 's azután $+$ nő a' sugárig, 's mind úgy jár a' ketezőnek két vége közt végnélkűl, a' sinus pedig, ha u $+$ nő 0 tól, nő 0 tol a' sugárig, melyhez $=$, mikor $u =$ negyed körhez, azután apad, mig 0 leszsz, midőn $u =$ fél-körhez; azon túl pedig a' másik félkörben $-$ vétettve, $-$ nő 0 tol a' sugárig, midőn $u = 3$ fertálykörhez, 's megint apad $-$ a' kezdetpontig).

Mindezek pedig a' kör 'sugárára nézt mondattnak; 's ha (mint ezután, mikor egyéb nem mondatik) a' sugár $= 1$ vétetik, könnyen látszik, hogy péld $\sin u$ azt is fejezi ki, hogy akármely sugáru körben u nak végtávja mennyidje a' sugárnak.

Ezenkivűl könnyen megmutatható; hogy $\sin(U+u) = \sin U.\cos u + \cos U.\sin u$. 's a' t. Melyből megint a' *Moivre* nagy következésű szép találmánya, a' két-íz' alakzatja segitségével, könnyen megmutattatik; hogy $\left(\cos\frac{u}{\mu}+\sqrt{-1}.\sin\frac{u}{\mu}\right)^{\mu} = \cos u+\sqrt{-1}.\sin u$, és

$$\left(\cos\frac{u}{\mu}+\sqrt{-1}.\sin\frac{u}{\mu}\right)^{n} = \cos\frac{nu}{\mu}+\sqrt{-1}.\sin\frac{nu}{\mu}.$$

Tehát ha u helyibe q tétetik; leszsz

$\left(\cos\frac{q}{\mu}+\sqrt{-1}.\sin\frac{q}{\mu}\right)^{\mu}=\cos q+\sqrt{-1}.\sin q$ $=0+{}^{*}1={}^{*}1$; és így $\cos\frac{q}{\mu}+\sqrt{-1}.\sin\frac{q}{\mu}$ meg adja a' 31 dik laponi *X* et, 's az azelötti, X^{*} et; 's mivel *cos* és *sin* mindenütt tétedjű, és *q* nak végéig mind *cos* mind *sin* téti, *X* nek becse, ha μ nem $=1$, öszszete leszsz téti tétedjünek, 's téti ellenedjünek, $\sqrt{-1}$ nek téti becse ertettvén.

Látszik az is; hogy akármely 𝔎 pont legyen (176.), 𝔄𝔎 nak *y* ja edjetlen: mert legyen péld. $\mathfrak{AK}=\frac{2}{3}q$, 's legyen elébb $\mu=3$; leszsz $X=\cos\frac{2}{3}q+\sqrt{-1}.\sin\frac{2}{3}q$; legyen új μ, 's $\mathfrak{AK}=\frac{\nu q}{\mu}$; ekkor ν egész számot tévén, valamely egész számnak péld. 5 nek kell lenni, hogy $\mu=5.3$, 's $\nu=5.2$ legyen (feltéve, hogy 𝔄𝔎 legkisebb kifejezetben volt elébb); és így az új $X=\cos\frac{q}{3.5}+\sqrt{1}.\sin\frac{q}{3.5}$, 's a' 𝔎 pont *Y* ja $=\cos\frac{2.5}{3.5}q+\sqrt{-1}.\sin\frac{2.5}{3.5}q=\cos\frac{2}{3}q+\sqrt{-1}.\sin\frac{2}{3}q$. Azon esetre is mikor 𝔄𝔎 öszszemérhettlen *q* val, széjbecsileg könnyü kiterjeszteni; 's szintúgy ha 𝔎 balra esik.

És így akármely ellendjü 𝔄𝔎 legyen helycímül, annak cimeséül a' 𝔎 pontrol emeltt negyedszögi *Y* (177) szerint tétettve $=\cos\mathfrak{AK}+\sqrt{-1}.\sin\mathfrak{AK}$. Továbbá a' 30 dik laponiak mind könnyen alkalmaztattnak; 's $^*q$nak Yja $= {}^*1$, 2^*qnak Yja $= -1$, 3^*qnak Yja $-{}^*1$, $4^*q =$ $^*\alpha$nak $y$ja 1; 's minden 𝔘𝔎nak akár ✠ akár ⊓ akár 0 legyen, Yja tisztán kimutattatik, akár tiszta tétedjü akár ellenedjü, 's akár ✠ akár ⊓ legyen, 's szintúgy ha elegy, mint a' táblán meglátszik.

§ 144. Innen midőn az ellenedjüek' részéről, az eggypári sornak nemcsak a' sorfeje, hanem mindenik íze, kijön a' helyciméből: arra menyen a' gondolat, hogy hasonló mód által határoztattnék meg a' tétedjüek' részéről is, mind a' sorfő mind mindenik íz, az ő helyciméből. 'S ezennel találtatik oly kifejezet, mely mind a' két eggypári sornak mindenik ízit, a' helyciméből adja meg.

Mert $\left(\cos\frac{u}{n} + \sqrt{-1}\,\sin\frac{u}{n}\right)^n = \cos u + \sqrt{-1},\ \sin u$ vala; 's edj gondolat feltenni; hogy $n \frown \infty$; a' mikor is $\frac{u}{n} \frown 0$, 's $\cos\frac{u}{n} \frown 1$, sőt hogy $\sin\frac{u}{n} : \frac{u}{n}$ is $\frown 1$, könnyü megmutatni, melyből $\left(\cos\frac{u}{n} + \sqrt{-1}.\sin\frac{u}{n}\right)^n : \left(1 + \frac{{}^*u}{n}\right)^n \frown 1$; és a' fönnebbieket alkalmazva, $\cos u + \sqrt{-1}.\ \sin u = 1 + {}^*u - \frac{u^2}{2} - \frac{{}^*(u^3)}{2.3} + \frac{u^4}{..4} + \frac{{}^*(u5)}{..5} - \frac{u^6}{..6} \ldots = \hbar\, {}^*u.$

A' honnan önként jőn: valamint akármely ellenedjü $^*u$ legyen, $\hbar\,{}^*u$ annak cimesét adja meg; hasonlolag ha a' tétedjü egyenen, $ab = 1$, a' sorfőnek, mely $e$nek neveztetett, $\hbar\,ab$ az-az

$\hbar$ 1 et venni; annyival is inkább; hogy már (164.) megmutattatott hogy $x = \hbar\frac{1}{\mu}$, 's $x^n = \hbar\frac{n}{\mu}$. Mely szerint azon egyen is akármely f pont legyen, annak $y$ja $= \hbar\, af$ leszsz; és így a' 31 dik laponi $N = \hbar\frac{n}{\mu}$, 's $M = \hbar\frac{m^*q}{\mu}$, 's $NM = \hbar\frac{n+m^*q}{\mu}$.

Jegyzés 1. $\hbar\, {}^*u = \cos u + {}^*\sin u$; tehát a' tétedjüek' öszszete $\cos u$, 's az ellenedjüeké tétedjüleg véve $\sin u$: de ebből nem következik, hogy ha azon sorban $u$nak mint ívnek, mely által ott megadatik a' végtávja 's középpont távja u ívnek; szintúgy ha u helyibe $^*u$ tétetik, ennek is megadattnék. Ugyan is akkor az egész sor mind tétedjü leszsz 's az 1 hez = sugáru körben, mind a' végtáv mind a' középpont táv akárminél nagyobb lehet, ha u elég nagynak vétetik; holott u nak akár téti akár tételleni főmérték adassék, a' végtáv 's közép-ponttáv azzal nem változik, 's ezeknek is lehet akár téti akár tételleni főmértéket adni.

Ahonban (164.) szerint $(☾ u)^2 - (☽ u)^2 = 1$.

2. Nem ellenkezik ezzel a' Tentamen első darabja végén lévő Appendix' szerzőjének, abból következetes szép gondolatja Tom. II. p. 380; mely a' lapi 's gömbi három-szögtan' alakzatait egyezteti: péld. ha a' (154.) jegyek használtattnak, leszsz p. 581. a' lapban, a' negyedszögi $\triangle$ban, melyben a' béfogók a és b, az átfogó c, 's $a$val α szög szembellik;

1 : $\sin\alpha = ☽ c : ☽ a$, 's a' gömbön

1 : $\sin\alpha = ☽^* c : ☽^* a$; $= \sin c : \sin a$.

A' többi is ezenképen menyen; de a' rövidségért elhagyatik: megjegyezttettvén, hogy az emlitett Appendix, foliántokat érő kis munka, a' tiszta igazsághoz hív mér-tanász elött oly szép, szükséges, eredeti és colossális mív, hogy annak szerzőjétől hasonlókat várni, sőt igényelni lehet. — Hány nagy fők hiába próbálták a' legújabb időkig, az Euclides' alkotmánya edjik fő alapját biztosítani? 's csak edj feltéten álló ürtan maradott; míg az emlitett kis munkában, attól független minden esetre igaz ürtan állittatott fel; 's megmutattatott, hogy van óly terj, melyben az egész Euclides systemája is igaz; 's a' gömbi három-szög-tan, a' gömb' terje 'sat. az Euclidesi XI. *Ax*tól független hozatott le, 's ezen XI *Ax*nak (melynek igazsága, a' többivel szintúgy megállhat, mint a' nem igazsága) nem igazsága' esetére a' kör négyszögittetett, 's a t. Ezen munka a' nagy *Gauss* dicséretét megnyerte: de még kevesen látják becsét, holott szó-szaporítás nélkűl, remek-tisztán van írva.

§. 145. Hogy minden akár tiszta akár elegy mennyiség, helycimével együtt elé állittassék: legyen (mint 171.) két mind a' két felől végetlen egyen $\mathfrak{ab}$, az otti minden pont' végéről fölűl ✠ negyedszögi y okkal; 's akármely $\mathfrak{p}$ pont legyen az emlitett egyenen, az arrol emeltt y ra tétessék $\mathfrak{p}$ pontból $\mathfrak{pp}'=1$, 's irattassék $\mathfrak{p}$ középpont körűl $\mathfrak{pp}'$ sugárral kör, 's induljon edj pont $\mathfrak{p}'$ből eléfelé ✠ menve, 's menjen a' körön végnélkűl; 's akármely u útat tegyen $\mathfrak{p}''$ ig, tétessék a' $\mathfrak{pp}''$ ponton kinyújtott sugárra $\mathfrak{p}$ pontból azon $\mathfrak{p}$ pont' $y$ja mérttezve $\cos u$ val.

Hasonlólag a' másik egyenen, mindenik $\mathfrak{p}$ pontból vétessék $y.\sin u$. És ez gondoltassék mindenik pontjáról a' két egyennek.

Így minden tiszta vagy elegy eléállitódik; a' tétedjü az *y.cosu* val; még pedig ha az *ab* egyenre a' körlap negyedszögileg gondoltatik, 's *p'* ponttól a' pont elé felé indúl, az első *q* ✠ ot, a' 2 dik 's 3 dik *q* ⊢ ot, a' 4 dik *q* szintúgy mint az első ✠ ot ád; 's leszsz az *y.cosu* nak végei által határozott linéa, fenn álló nyolczas szám alaku, két egymást a' középpontban érintő körből, melynek sugára $\frac{y}{2}$, 's a' felső ✠ az alsó ⊢. Szintúgy az *y.sin u* a' másik egyenen adja ezen nyolczas számot vizfektüleg; az hól az első köre a' nyolczas számnak ✠, a' másik ⊢ úgymint az 1 ső 's 2 dik *q* mutat ✠ ot 's a' 3 dik 4 dik ⊢ ot. De ebben minden pontból az *y.sin u* veresen irattván, mint ellenedjű, mindenik pont ∞ ja is veres, 's minden pontokéi is veres terjet adnak, valmint az elébbi fekete 8 alakukat.

Látszik a' fönnebiekből: hogy akármely tiszta avagy elegy, vagy *y.cosu*, vagy *y.sin u*, vagy $y.cosu+y.{}^*sinu$; sőt (169.) közönségesen $y(cosu+\sqrt{-1}.sinu)$, és így a' ket emlitett egyenek közzűl edjikre tett *y.cosu* 's a' másikra tett $y.{}^*$ sin *u* nak öszszete; megjegyezvén, hogy *cos u* és *sin u* közzül akármelyik, sőt mindenik is lehet 0, 's lehet 1 is. A' helycim $ap+{}^*\alpha+\nu{}^*\alpha$.

§ 146. Szokott kétség: hogy ha ⊢ péld. —2 *b* szer cimzettetik, 's *b* a' főmértékkel öszszemérhetlen, a' széjbecs vétetthettvén ✠ is ⊢ is, a' szerint a' mint *n* és *m* vétettnek, a' midőn $n:m \frown b$; melyiket kell venni?

Ha *m* páratlan vétetik, $\sqrt[m]{-2}$ nek tétedjü becse ⊢, mely ha *n* is páratlan vétetik ⊢, 's ha párosnak vétetik, ✠ ot ád.

De itt legyen ħ $k=2$; leszsz ħ $(k+2{}^*q)=-2$;

's ♄$(bk+2b^*q)$nak becse edjetlen, a' szerint határoztatva, a' mint tétedjü *b* nek mennyisége megadatik.

Jegyzés. Elhagyattván (kénytelen rövidítés miatt) többekkel együtt a' párzati láncz-tan: elébb némely megigérttek teljesíttettnek; azután a' növetképtan elemeiről lejénd rövid értekezet.

Szabályai a' 19 lapon igértt méretképeknek, midőn elegy is jön a' mérésbe.

§. 147. Ha *elegy* (*az-az tétedjü meg ellenedjü*) *méretik tisztára nézt*: az mérettessék elébb, a' mely eggy edji milyzetü a' mértékkel, 's azután a' másik: 's amaz elől az-az balra irassék I, II, III után, ez pedig jobbra; 's méret-képnek az vétessék, a' mi így jött ki azon renddel.

Elcgynek főméretképének pedig mondassék; ha mindenik a' kettő közűl, saját főmértékére nézt mérődik: de elől balra a' tétedjünek méretképe irassék az I, II, III után; 's mikor kérdezttetik, milyen mértt (mérték-említés nélkűl), ezen méret-kép légyen a' felelet.

Elegyre nézti méret-kép pedig így határoztatik: légyen a' mérték $a+{}^*b$ (tétedjüeket téve a és b), 's akár tiszta akár elegy legyen K; ha $K=P+Q$ (mind P mind Q elegyeket téve), és P, Q közül akármelyik péld. P mérettvén elébb tétedjü $a$ra nézt, azután a' másik mérettvén ${}^*b$re nézt, ugyanazon méret-képet adják: ezen kép vétessék Knak $a+{}^*b$re nézti méretképének.

Példák.

	8 † *12	's *14 —21
	4 re nézt	*7 re nézt
I.	2 edjed, 3 edjed	2 edjed, 3 edjed
II.	Eggy. Eggy	Eggy. Nem
III.	Eggy. Nem	Eggy. Nem

Az első, elegynek tétedjüre, a' másik elegynek ellenedjüre nézti méretképe. A' két méretkép öszszehasonlítása azt is mutatja: hogy a' II utáni feleletek különbözvén, jollehet ezen esetben a' két méretkép azon kivűl egyezik, eggyméret nincs; de eggypárzat van; $\frac{8 † {}^*12}{4}$

$= \frac{{}^*14 - 21}{{}^*7} = 2 † {}^*3.$

Mert 2†*3 nak főméretképe egyenlő 8†*12 nek 4 re nézti, 's *14—21 nek *7 re nézti méretképéhez, azt kivéve (21. sz.) mikor *12 mérődik 4 re nézve, 's csak az a' különbség, hogy II után ellenkező a' felelet, tehát (2†*3).4 = 8†*12, 's (2†*3).*7 = *14—21. Ugyan is 2†*3 nak főméretképe ez:

	2	* 3
	1 re nézt	—1 re nézt
I.	2 edjed	3 edjed
II.	Eggy	Nem
III.	Eggy	Nem

Mely a' főméretkép' példája is: 's látszik, hogy 8†*12 nek 4 re nézt ugyan ez a' méretképe, a' szabályi kivéttel; 's *14—21 nek is *7 re nézt ugyan ez a' méretképe.

Legyen már példája *K* nak *a*†**b* re nézti méretképének.

Legyen *K* = *c*†**d* = *P*†*Q* (tetedjüeket téve *c* és *d*); ekkor az egyméreti esetben, az-az hogy

P nek a ra nézti méretképe egyenlő legyen Q nak $^*b$ re nézti méretképéhez; könnyü megmutatni (de a' rövidségért elhagyatik), hogy $P = ax - a^*y$; 's $Q = {}^*bx - by$ (x, y tétedjüeket téve), és $x = \frac{d}{b} + \frac{abc - a^2d}{a^2b - b^3}$, 's $y = \frac{bc - ad}{a^2 - b^2}$; 's hogy pedig $\frac{P}{a} = \frac{Q}{^*b}$ legyen, arra $x = \frac{d}{b} + \frac{abc - a^2d}{a^2b + b^3}$, 's $y = \frac{ad - bc}{a^2 + b^2}$, és $P = ax + a^*y$, 's Q az iminti.

Példa. Legyen $K = 8$, $P + Q = c + {}^*d$, az hól $d = 0$; 's legyen $a = 2$, $b = 3$; leszsz az imintit alkalmazva,

az eggyméretre $x = -\frac{16}{5}$, $y = -\frac{24}{5}$

az eggypárzatra $x = \frac{16}{13}$, $y = -\frac{24}{13}$;

és az eggyméretre $P = ax - a^*y = -\frac{32}{5} + \frac{^*48}{5}$,

's $Q = {}^*bx - by = -\frac{^*48}{5} + \frac{72}{5}$; 's nyilván $P + Q = 8$.

Az eggypárzatra $P = \frac{32}{13} - \frac{^*48}{13}$'s $Q = \frac{^*48}{13} + \frac{72}{13}$, 's itt is $P + Q = 8$.

Lássuk már a' mérés' képeit, elébb az eggyméreti esetben, azután az eggypárzatiban: az elsőben eggyméret leszsz egypárzat nélkűl, a' másodikban eggypárzat leszsz eggyméret nélkűl.

$P = -\frac{32}{5} + \frac{*48}{5}$	$Q = -\frac{*48}{5} + \frac{72}{5}$
$a = 2$ re nézt	$*b = *3$ ra nézt
I. 16 ötöd . . . 24 ötöd	. 16 ötöd . . . 24 ötöd
II. Nem . . . Eggy	Nem . . . . Eggy
III. Eggy . . . Nem	Eggy . . . . Nem
$P = \frac{32}{13} - \frac{*48}{13}$	$Q = \frac{*48}{13} + \frac{13}{13}$
$a = 2$ re nézt	$*b = *3$ ra nézt
I. 16 tizenhar. 24 tizenh.	16 tizenh. 24 tizenhar.
II. Eggy . . . Nem	Eggy . . . Eggy.
III. Eggy . . Nem	Eggy . . . Nem

Az elsőben a' méretképek egyenlők; de $\frac{P}{a} = \frac{-16+*24}{5}$ nem $= \frac{Q}{*b}$ az-az $\frac{-16-*24}{5}$.

A' 2 dikban pedig $\frac{P}{a} = \frac{16-*24}{13} = \frac{Q}{*b} = \frac{48+72}{13.*3}$.

Az elsőben tehát a' szélsök' mértezete sem $=$ a' belsőkéhez, azntobbiban egyenlő.

A' 16, 17, 18, lapokon igértt milyzet-adásról 's egyeni képviseletről.

§ 148. A' mennyiségeknek téti vagy tételleni milyzettel, 's főmértékkel, még pedig tétivel vagy tételleniveli öszve kötése, 's a' több fönnebbi munkálatok, mind alkotott képzetek; a' szerint a' mint azt a' mindenféle mennyiségek felett szabadon vi'sgáló ész látta a' tani alkotvány alapzására.

Az honnan ezen kérdések támadnak: 1 ben.

Hogyha bizonyos mennyiségekkel bizonyos munkálatok vitettnek végbe: mi leszsz a' származat?

Péld. *2 mérttezve *3 al, leszsz —6; 's *2 mérttezve —*3 al leszsz 6, 'sat.

2 dszor. Hogy ha bizonyos származat kivántatik; micsoda mennyiségekkel micsoda munkálatoknak kell végbe vitettni?

Az első kérdéshez tartozik; hogy bizonyos milyzetüekkel; bizonyos munkálatok' származata, lehet é ez vagy amaz milyzetü? *Péld.* Van e oly tétedjü x, hogy $x^2 = -4$ legyen? a' felelet az, hogy nincs, szintúgy mint ellenedjü x nincs hogy $x^2 = 4$ legyen.

A' 2 dikra tartozik: hogy bizonyos kérdésre, micsoda mennyiségnek micsoda milyzeteket kell adni, 's továbbá micsoda munkálatokat kell velek tenni, hogy a' cél minél edjszerübben érődjék el? Vagy ha már a' mílyzetek megadattak, mimódon lehet a' kérdésre leg-edjszerübben megfelelni?

Péld. Arra a' kérdésre; hogy mi az a' mi magával mérttezve —4et ád? a' felelet, *2 és —*2 közül mindenik. Mi az, a' mi az ellenjével mérttezve, 4et ád? felelet: *2 és —*2; mert *2.—*2 = 4 = —*2.*2.

Mi az, a' mi 2 harmada (*10—3) ölnek?

Mi az, a' minek 2 harmada 7+*1 forint? 1 fontnak árra 2 forint, hát (2:3) fontnak? Ha C a' mozony' sebessége (39.), T id alatt mi az út? 'sat.. . : az hól az utobbi esetben, ha Cnek 's Tnek elleni edj adattnék; a' feleletre a' szabály az volna, hogy az eggymérttnek ellenje vétessék: Ha valakinek 20forintja van, 's tiznek téti 's a' más tiznek elleni főmérték adatik; leszsz 10 f. +*10 f. 's ha csupán az a' kérdés ekkor, hány forintja van annak?

a' felelet (tíz † tíz) forint, a' főmértéktől megváltattan számlálva öszve, ugyan annyi forintja lévén, haszintén tíznek téti, 's a' más tíznek elleni főmérték adatott is; hapedig az a' kérdés, hány tétedjü forintja van? 's hány ellenedjű? a' felelet 10 † *10.

De az okosság oknélkűl nem nyűgözve, 's lehetségig edjszeritve; azt teszi szabályúl: hogy valamikor nyilván nem mondatik, hogy ennek vagy amannak elleni fömérték adatik, (péld. az első kérdésnek akármely esetére) téti főmérték adattni értettessék; hogy mindenkor említeni ne keljen, a' főmértéken alapzó munkálatok' elé jöhető eseteiben.

Egyébaránt szintúgy azt lehetne szabályul tenni: hogy valamikor nyilván nem mondatik, hogy ennek vagy amannak téti főmérték adatik, elleni főmérték adattni érttessék.

Megmaradva a' szokás mellett: azon kivűl, mikor nyilván elleni főmérték adatík az első kérdés szerint, vagy mikor a' 2 dik kérdésre úgy rövidebb felelet jőne (mint 183.), csak akkor vétetik ellenedjü, (és akkor az vétetik) mikor valamely munkálat olyant ád származatúl; mellyel is tovább mint már olyannal vitethetnek megint, munkálatok végbe. 'S ha a' 2 dik kérdés szerint péld. 2 veder' árra kerestettnék, feltéve, hogy 1 vedernek 10 f az árra: nem volna okosság, a' tízből 6 nak elleni 's 4 nek téti, 's 2 vederből 1 nek téti 's a' másiknak elleni főmértéket adni; 's úgy mérttezni: holott (*6†4).(*1†1) =(*10—2) is megfelelne azon szabállyal; hogy kétszerete annak; midőn ellenedjü ellenedjűvel mértteztetett, adódjék oda, 's azután a' főmértékre nem nézve öszszeztessék; melyszerint lenne (4†*10—6†2.6) =10†*10, mely megadná a' 20 forintot.

De az okosság a' legedjszerűbb és rövidebb úton törekszik a' célra.

A' téti 's tételleni milyzeteket is, valahová a' 12 dik laponiak illenek, lehet adni; példa bizonyos ponttól jobbra balra, folűl alúl 's a't. bizonyos kifejezetekbe +, — milyzeteket vihetvén bé, 's a' kifejezet' +, — becseit a szerint mutathatván ki. Igy lehet vagyont, adósságot 'sat. oly milyzetekkel különböztetvé, valakinek állását fejezi ki.

§. 149. Miután a' mindenféle mennyiségek felett visgálódo ész, az ezen nézés' pontjából eredő képzeteket és elébb a' különbféléket is béfoglaló munkálatokat alkotta: a' főmérték' eredetével, útat talál a' számítás következő edjszerítésére.

Minden mennyiségek, akármely különböző nemüek legyenek; a' számitás' teremébe, egyeni képviseletben, 's valamelyik elvéti és edji milyzettel vitettnek bé: az hól (16.) a' főmérték E, mint a' mérttezésnek, párzásnak, cimzésnek lelke, vezérűl ki-van kettősön téve; ugymint ugyan az téti milyzettel, 's ugyan az tételleni milyzettel; még pedig úgy hogy az főmértékűl szolgáljon, 's más egyenlővel se cseréltetve fel; 's a' kettő közzűl valamelyik adassék cél szerint főmértékűl minden ide béjövő mennyiségnek, az eléjőhető mérés' munkálatjára (19.) nézve; mind $+E$nek mind $-E$nek pedig főmértékűl $+E$ adassék, úgy hogy E is $-E$ is tétedjűnek vétessék.

Hasonlólag az eléjöhető öszszezés' munkálatjára (17) nézve, minden ide béjövő mennyiségnek adassék célszerint téti vagy tételleni milyzet.

Az egyeni képviselet pedig azt teszi: hogy akármely mennyiség legyen a' számitásba vitetenddő, oly egyen vétessék, mely annyidja az egyenek' főmértékének, mint azon mennyiség a' maga főmértének; és csak ily egyeni képviseletben vétessék bé: 's az esmeretlen péld. valamely keresett x, is esmeretlen egyeni kéviselőül vétessék.

Melyszerint ezen hármas öltözetben bocsáttattván bé a' terembe akármely különböző mennyiségek, az alkotott képzetek párosulásának főlebb született leányai, fiukat várnak: ott van a' mindég uralkodó plánéta ♀ is, a' cimes fölűl a' cim-adóján (mint rendszerint), a' ☾, ☽ változó holdnak mintegy első 's utósó fertályaival, a' ♄ jegeibe végződve — bár az itti ♀ tól is, a' más teremitől melegülők, eléggé fáznak — csak az elnemhervadó örök-szép' hivei repesnek itt az Igazság' szentek' szente felé —

Edjszerü és biztos itt a' menetel: meghatározott értelme van minden mennyiségnek, milyzetnek, munkálatnak; nincs szükség képtelenségek' erőszakos alkotására, mint (179.); minden munkálat egyenekkel foly, a' főlebb alkotott határzott képzetek szerint; 's ha valamely keresett mennyiség x egyenlőnek jőn ki bizonyos egyenhez; a' mennyidje ezen egyen (a' milyzettől megválttan) Enek, annyidja az is, a' minek x képviselője, az ő főmértékének, 's a' milyen el véti 's edji milyzetű az $x$hez $=$ egyen, olyan milyzetű az is, a' mi keresttetett. Mert ha úgy nem volna; péld. azon keresett mennyiség, melynek x képviselője, 2 akkora volna; viszszamenve a' munkálatokon, azok a' melyek megmérettve vitettek bé, nem akkorák volnának; mert akkorákból x akkorának jönki. Sőt ezen képviseletben különbfélék is öszszeztetthetnek: péld. legyen az id' főmértéke félóra, 's az egyen' főmértéke 1 öl; 2 órának képviselője 4 ől leszsz; 's legyen más egyen $=2$ ől; 2 órának képviselője 2 őllel öszszezttettve $= 6$; 's ha nem tudatnék azon id, de kijóne az, hogy a' képviselője x öszszeztettve 2 vel, az-az $x+2$ $=6$; nyilván $x=4=4$ ől; az-az azon egyén, mely képviselője a' keresett idnek, a' maga' főmértékének 4 edjede, tehát azon id is annyidja a' maga főmértékének; és így azon keresett id $=2$ óra volna.

Megjegyzenddő azonban: hogy az, hogy a' mennyiségek egyenekké változttattak, nem azt teszi; hogy péld. két mennyiség' mérttezete ürtanilag adassék ki; hanem a' kérdés és a' célszerint legyen a' származat: ha úgy kivántatik, úgy legyen; ha számilag kivántatik, mindenik megmérettvén a' főmértékre nézt, a' származat számilag dolgozttassék ki; hapedig csak alakzatilag kivántatik, úgy vitessék minden végbe; minden léptet oly bíztoson tévén; hogy a' származó alakzat közöni állitmány lehessen (legalább meghatárzott kivéttel). Lehet a' főmérték által mind számi kifejezeteket is venni (16).

A' 34 dik lapon igértt, az oszlop' felindulása eleibe tartozóról.

§. 150. Ha x közneve mind azoknak, a' melyek bizonyos valamire nézt egyenlők, 's y közneve mind azoknak, a' mik valamire nézt egyenlők; 's minden x nevű az y nevüek közt van: az x nevűek *x nemben*, az y nevüek *y nemben lenni* mondattnak, 's az *x nem y* ra nézve *alnem*nek, mondatik, 's az *y nem főnem*nek x re nézve.

Alkothat pedig x nemet csupán az is; hogy közneve mind annak, a' mi bizonyos a, b . . . közzűl valamelyikhez egyenlő; valamint X lehetvén közneve mind annak, a' mi azon *a*, *b*... közzűl edjikhez sem egyenlő, *X* nemet alkot.

Akármely *A* akármiként légyen, helyre (idben, vagy egyébben) avvagy egyébre nézve: ha ezen létmód *milységnek* neveztetik, a' mi ezen kép alá jön, *A bizonyos milységgel van* vagy *bír; mondatnak* neveztik; *A* pedig *milyzettnek* vagy *milyzenddőnek*, 's a' mivel van vagy bír *milyezvénynek* (röviden *millvénynek*) mondathatik; (vagy amaz *birtasnak*, ez *biratnak*).

Péld. Ha *A* van, *B* is van; így is kitehető: *A* a' *B* vel léti milységgel van; melyhez járulhat; bizonyos idpontban, vagy az előtt vagy azután, vagy bizonyos id-darabnak mindenik idpontjában, vagy minden idpontban . . 's az ürben 's egyébben, itt amott . . . 's így-amúgy. Szintúgy *A* egyenlő *B* hez, így is kitehető: *A* a' *B* hez egyenlőségi milységgel van; vagy *A* azon milységgel bír, hogy azok közzűl való, melyek *B* től megkülönbözhetlenek.

Sőt akármint milyzett *A*, mint új milyzenddő, új milységgel milyeztethetik, 's ez megint újjal mind tovább.

Sőt akármely *x nem* vagy *y nem* is, (még pedig akár mindenik, avvagy akármely *x* vagy *y*, vagy csak *némely* az-az *valamely* vagy *valamelyek*) tétetthetnek milyzenddőnek.

§. 151. Valamely dolog *lét-jegy-adásának* vagy *lényegi bélyzésének* (röviden *bélyzésének*) neveztetik: ha annak oly milysége mutattatik, mely csupán annak tulajdona: valamely szó' *értelmesitésének* pedig mondatik (vagy *magyarázatjának*, ha annak, vagy azoknak, melyeknek az köznevűl adatik, oly milysége mondatik, mely mindenikben megvan, 's egyébben nincs.

Az hól ha azon milység áll *α*, *β*. . milységekből; és *a* ből következik *g*: elég csak *a* t mondani.

Akármelyiket pedig, még lehetleneket is szabad a' gondolatba öszvekötve megnevezni: azzal nem állitván hogy van, sőt ha lehetlen, állithatván hogy nincs, 's létét nem tévén valónak alapjául.

Így *y* lehet közneve *a* nak 's *b* nek, 's minden, a' mi egyenlő valamely *y* haz, edj nemet alkothatván, szabad oly képzetet is alkotni: hogy az a' mi vagy *a* vagy *b*, avvagy vagy *a* hoz vagy *b* hez egyenlő, neveztessék példa. *s* nek.

§. 152. Minden szót szóval magyarázni nem lehet. Mert légyenek *a*, *b*, . . *g* szók: ha az *a* magyarázatába belé jő *b*, a' *b* magyarázatába már nem jőhet sem *a* sem *b*; és így folyva, végre ha *g* az utolsó, mely az azelötti *f* magyarázatába belé ment, ezen *g* nek magyarázatába sem *a*, sem *b* . . . *g* nem mehet; tehát magyarázatlan marad. Ha pedig megint új szó támad, 's meg új mind tovább; végnélkűl folyva, soha se végződik bé.

§. 153. *Alap - igazságok* (röviden *alap-ig*, *alap-ok*, vagy *ön-látány*), azok melyeket magokban egyéb ok' hozzá járulta nélkűl úgy lenni látunk.

Valamelly állitmánynak *ok-adása*, annyit teszen: mint annak kimutatása, hogy az, az alap igazságokkal elválhatlanúl együtt van.

Az űrtannak tulajdon alap-igazságai is vannak: a' következők pedig mind az idtanra mind az űrtanra szolgálnak.

I. Akármi magától megkülönbözhetlen.

II. Ha mindenik, a' mi az *x* köz név alá tartozik, valamely *C* vel van; 's *A* az *x* köz név alatt van: úgy *A* is valamely *C* vel van; úgymint akkor *A* rol is mondatott.

III. Ha *A* *B*vel és *C*vel együtt van: úgy *A* *B*vel van.

IV. Ha *A* *B*vel van valamely idpontban, 's ugyan abban *C*vel van: úgy *A* azon idpontban együtt is *B*vel és *C*vel van.

V. Ha mindenik *x* az *y*ak közzűl való; 's mindenik *y* a' *z*ék közzűl való: minden *x* a' *z*ék közzűl való.

VI. Ha mindenik *x* egyenlő valamely *y* haz; nincs oly *x*, melynek hozzá egyenlő *y* ne feleljen meg: de van é vagy nincs oly *y*? melynek egyenlő *x* nem felelmeg, kérdésben marad.

VII. Ha csak annyi tudatik; hogy valamely *x* (vagy valamelyek) közűl mindenik egyenlő valamely *y* haz: kérdésben marad: nincs é oly *x*, melynek egyenlő *y* nem felelmeg, 's szintúgy nincsé oly *y*, melynek egyenlő *x* nem felelmeg?

VIII. Az id szakadatlan és végetlen, mind az elmúlt mind a' jövendő felé: de csak részetlen 's mind más-más pontja van; és mindenik eljő.., mind nem jőn el; 's akármely idpont elött nincs utolsò, sem utána első; 's ha *b* idpont *a* elött, 's *c* idpont *b* elött van, *c* idpont *a* idpont elötti.

IX. Ha *a*, *b*, *c*, *d* idpontok: *ab* és *cd* iddarabok vagy egyenlők, vagy valamelyik a' másiknak darabjához egyenlő (helytől válttan); 's akármely idpont akármely idponthaz egyenlő.

X. *B*nek *igenje* és *nemje*, az-az léte és nem léte ugyanazon idpontban nincs.

XI. Akármely *A* legyen (ha nem csupán oly gondolat, melyből nyílván kizáratik *B*nek igenje is nemje is); akármely idpontban, melyben az valóban van, bír *B*nek vagy igenjével vagy nemjével; az-az vagy *B*vel, vagy *B* nélkűl van.

XII. Azon *Q*, mellyel ugyanazon idpontban *B*nek igenje és nemje volna együtt, (a-az *B* vólna is nem is); nincsen.

XIII. Ha *A* egyenlő *B*hez, 's mind *A*val mind *B*vel egyenlő munkálat vitetik végbe: akármely származata légyen az *A*vali munkálatnak; ahhoz egyenlő származata van a' *B*veli munkálatnak.

Jegyzés. 1. A' szükséges rövidítés miatt az alap-okok' ottan-ottani említése nem tétetett.

2. Több helyeken azért véteték idpont: mivel van oly eset, hogy bizonyos *i* idpontban van valamely *A*, 's *i* után akármely-pont előtt már volt *A* is nem *A* is; péld. *ab* egyenen, *b* után nincs oly *c* pont, hogy az elött ne végződjék *a* bàn kezdödő (a' főmértékkel) öszszemérhető egyen, 's más öszszemérhetlen is. Sőt lehet bizonyos idpont elött és utána valami mindig, csak azon edjetlen idpontban nincs: péld. az öblös tüköri kép, ha a' tárgy a' tükör előtti véghetlenből menyen a' tükőr felé a' gyűl-ponton át mind folyvást; a' kép, mig a' tárgy a' közép-pontól a' gyűl-pontig menyen, hátrál felfordúlt testi alakban, 's csak azon idpontban nincs kép, mikor a' tárgy a' gyűl-pontba ér; azon túl mindjárt a' túlsó véghetlenben támadván fel az egyenes szellemi kép —; ezen részetlen idpont a' meghalási nem-lét' idpontját ábrázolja.

3. Tulajdonképpen olyant nem kellene az alap-okok közé tenni, mely a' többiből következik: de a' könnyebbségért 's tisztaságra jobb többet tenni ki; annyival is inkább, hogy a' tekervényes lehozatalba könnyen belé lopódzik a' megmutatanddó. Azonban minden okmutatásban azon axioma lappang: hogy meg nem csalatkozva jòl következtetünk.

§. 154. Az úgy nevezett *apogogica demonstratio* XII ön alapzik. Ugyan is az otti *Q* tegye *C* és *D* t együtt: ha megmutattatik, hogy *Q* val valamely *B* volna is nem is; akkor *Q* (az-az *C* és *D* együtt) nincs; és így ha *C* van, *D* nincs; mert *C* vel együtt *D* nincs. Tehát a' *C* létéből *D* nek nem léte bizonyos.

Ezen okmutatás' elve népszerüleg az: hogy minden igazság megegyez; s' a' mi megállított igazzal ellenkezik, képtelen és nem igaz.

§. 155 Ha *A* is *B* is egyenlők ugyan azon *C* hez: *A* is egyenlő *B* hez. Mert vitessék *A* és *C* egyenlőkkel *B* hezi hasonlítás' mukálatja végbe: *C* nek *B* hezi hasonlítása származata megkülönbözhetlenség; tehát XIII sz. *A* nak is *B* hezi hasonlítása' valamely származatának megkülönbözhetlenségnek kell lenni; megkülönbözhetőség is pedig nem lehet (*X*).

§. 156. Ha *A* egyenlő *C* hez, de *B* nem egyenlő *C* hez: úgy *A* nem egyenlő *B* hez. Mert *A* vagy egyenlő *B* hez, vagy nem (XI.): egyenlő nem lehet; mert akkor *B* és *C* ugyanazon *A* hoz egyenlők lévén, az előbbi szerint *B* egyenlő volna *C* hez (feltét ellen).

§. 157. Ha van valamelyik *a*, *b*, *c* közzül, 's sem *a* sem *b* nincs: úgy *c* van. Mert ha *c* nincs, *a*, *b* közzül kell lenni valamelyiknek; 's akármelyik volna, az volna is nem is X ellen.

§. Ha *y* közneve mind annak, a' mi egyenlő valamelyikhez *a*, *b*,. közzűl: úgy az a' mi egyenlő valamelyikhez *a*, *b*.. közzül, valamelyik az *y* ak közül. Mert légyen az egyenlő *a* hoz, minden a' mi egyenlő *a* hoz, az *y* ak közt van; tehát az is.

§. 159. Ha *a*, *b*, *c* .. van *d*, *e* . . vel: úgy akármelyik 's akármely az *a*, *b*, *c* . . közzül, akármelyikkel 's akármellyikekkel van az *d*, *e* .. közzűl: következik III és IV ből.

Péld. A' szép fehér hó, vakit és sárt hágy: tehát némely szép fehér, akár némely szép, akár némely fehér, vakit, akár sárt hágy, akár vakit és sárt hágy.

§. 160. Ha mindenik x az y ak közzűl való: abból nem csak az következik; hogy némely x az y ak közzül való; hanem az is, hogy a' mi nem az y ak közzül való, nem az x ek közzül való.

Mert akármi a' mi nem az y ak közzűl való, vagy az x ek közzül való, vagy nem: ha az x ek közzül való, úgy az y ak közzűl való is volna, 's a' feltétszerint nem is. Tehát nem az x ek közzül való.

§. 161. Ha akármi a' mi nem az x ek közzül való, nem az y ak közzül való: úgy minden y az x ek közzűl való.

Mert akármely y, vagy az x ek közzül való, vagy nem: nem az x ek közzül való nem lehet; mert úgy azon y nem volna az y ak közzül való.

Péld. Ha akármi a' mi nem a' fehérek közzűl való, nem hó: úgy minden hó fehér. A' fekete nem fehérből, nem következik, hogy a' nem fehér fekete; hanem az hogy a' fehér nem fekete, (fekete fehérnép, esztelen beszéd, csak külsőről szólva).

Jegyzés. Ez sokhelyt alkalmazttatik a' tanban: úgymint x és y bizonyos képzeteket tévén, ***eggyértekűeknek*** mondattnak, ha mindenik x az y ak közzül való, 's mindenik y is az x ek közzűl való. Ez pedig kijön, ha megmutattatik; hogy mindenik x az y ak közzűl való, 's akármi a' mi nem az x ek közzül való, nem az y ak közzűl való: mert az utobbiból ki jön (az iminti szerint) hogy mindenik y az x ek közzűl való.

Ígymutattatottmeg az első kiadásban, az ebben is adott proportio definitiojának, az Euclides' eléggé nem dicsérhető (az öszszemérhetlenségre is kiterjedő) definitiójávali egyértekűsége (kivéve a' zerót 's a' milyzeteket, melyre Euclides nem terjed ki).

§. 162. Minden állitmánynak nem lehet ok-adata: mert legyenek *a*, *b*..*g* mondatok, 's valamely ok-adásba jöjjön belé *a*; ennek ok-adásába már *a* nem jöhetbé, jöjjön belé *b*; már ennek ok-adásába sem *a* sem *b* nem jöhet bé; 's ez így folyva, az utolsó *g* az azelőtti *f* ok-adásába menvén, *g* ok-adattlan marad, a' midőn edjik se jöhet belé az ok-adásába. Ha pedig utolsó nincs: úgy feneketlen folyva az okmutatás, soha se végződik el.

§. 163. ***Ha* ab *szakadatlan idnek* a *pontton túl, minden pontjában van A*, *'s valamely* b *utáni* c *pontjában nincs A; elkell végződni valamely* p *pontban azon idnek, melynek vége előtt* a *ig minden idpontban van A; úgy hogy a'* p *ponton túl nyúló akármely idnek vége elött* a *ig nem minden pontban van A.***

Mert gondolttassék az idnek a tól kezdve c ponton túlig folyásának mindenik pontjában az a' kérdés: ott végződik é azon szakadatlan id, az-az az-é azon utolsó pont, melyelött az a után mindenik pontban van *A*? Vagy *igen* vagy *nem*, a' felelet mindenkor. Egészen c ponton túlig a' felelet mind *igen* nem lehet: mert c ben feltétel szerint nincs *A*. Tehát azon idnek vagy c elött vagy c ben kell végződni.

Neveztessék p nek azon pont, melyben azon id végződik. Ezen p ben vagy utólsò *A* leszsz, mely után edj darabig nincs *A*; vagy első *nem A* leszsz, még pedig vagy olyan, melyután edj darabig mind *nem A* van, vagy olyan, mely előtt és után edj darabig mind *A* van; fel téve, hogy p után nem olyan minden p' pont, hogy p és p' közt legyen *A* is *nem A* is (mint 199.).

Mert ha $\mathfrak{p}$ ben A van; úgy az utolsó A: mert $\mathfrak{p}$ ponton túl (feltét sz.) $\mathfrak{p}$ és $\mathfrak{p}'$ pontok közt nincs A is nem A is; tehát edj darabig vagy mind A, vagy mint *nem* A van. A nem lehet; mert úgy $\mathfrak{p}$ pontot tovább kellett volna venni: tehát $\mathfrak{p}$ ponton túl edj darabig *nem* A van; és így $\mathfrak{p}$ ben az utolsó A van.

Ha pedig $\mathfrak{p}$ ben *nem* A van: úgy $\mathfrak{p}$ ponton túl edj darabig vagy mind A vagy mind *nem* A lévén; az utobbi esetben $\mathfrak{p}$ pontban legelébb van *nem* A; tehát legelső *nem* A leszsz.

Péld. Ha végetlen egyen, valamely pontja körűl fordul mind tovább: a' hozzá eggyközit a' kezdet után mind vágja, 's van oly idpont, mikor legelébb nem vágja, de nincs a' melybe legelébb vagy utoljára vágja. Valamely egyen magához egyközileg szálva valamely rajta küli körfelé ugyanazon lapon; azt legelébb vágja mint érintő, 's azután mind tovább vágja, mig utóljára vágja.

§. 164. Innen a' *széjbecs* (*limes*) léte' okmutatása. Ha valamely q mind nő végnélkűl, azaz akármekkoraságot érjen, még annál nagyobb leszsz; de bizonyos véges Q nál mindég kisebb marad: van oly véges mennyiség β hogy $q \frown \beta$.

Mert legyenek Q és q valamely id-vagy egyen-képi mennyiségek, $Q = \mathfrak{ac}$, $q = \mathfrak{ab}$, 's $\mathfrak{b}$ től kezdve minden pontjában, edj onnan $\mathfrak{c}$ ig 's azon túl folyó pont útjának, kérdezttessék; annál végződik é azon id, melynek végén belől minden idpontban van A? azt téve itt A, hogy q nagyobb lehet az $\mathfrak{a}$ ban kezdődő 's ott végződő darabnál. Világos, hogy itt is leszsz utólsó $\mathfrak{p}$, melyről lehet mondani, hogy akármely $\mathfrak{f}$ pont legyen $\mathfrak{a}$ és $\mathfrak{p}$ között, $q > \mathfrak{af}$ lehet.

Ezen utolsó pont $\mathfrak{p}$ nél nincs A, sőt az első *nem* A van; mert akármely $\mathfrak{p}'$ pont legyen $\mathfrak{p}$ ponton túl, q sem ap nél sem ap' nél nagyobb nem lehet; mért úgy p pont tovább volna.

Tehát q vagy $= ap$, vagy mindég $<$ marad ap nél: az első nem lehet, mert feltétszerint q akármekkora leszsz, azon tul nő végnélkűl; és íg $q<ap$ marad.

De akármi közel p elött adassék meg p'' pont; $q>ap''$ és $ap-q<pp''$ lehet.

Tehát $q \frown ap$.

Innen továbbá *ha $Q=ac$ apad végnélkűl, de soha se leszsz* 0: *bizonyos véges mennyiség széjbecse van.*

Mert legyen az iminti q az apadatja Q nak; leszsz Q ból $Q-q$, mely a' q végnélkűli nővésével végnélkűl apad. Itt is q ra nézve éppen olyan kérdés tétettvén c ponton túlig minden pontban; hogy ott végzödik é azon a nál kezdődő id, melynek vége előtt akármely f pont legyen, $q>af$ lejénd? Itt is a' felelet valamely pontban *igen* leszsz; különben ha c ponton tulig mind *nem* a' felelet, úgy mikor $q=Q$ leszsz, $Q-q=0$ lenne (feltét ellen).

Végződjék tehát azon id p nél (akár c elött legyen az, akár c ben: $q>ap$ nem lehet; mert úgy p nek tovább kellene vétettni (mint az elébb) Tehát mindég vagy $q=ap$, vagy $q<ap$: az első nem lehet; mert q végnélkűl nő, 's ha valamikor $=ap$ lenne, azontúl is nővén, $>ap$ lenne. Tehát q mindég $<ap$ marad: de mint az elébb mindennél a' mi p elött végződik, nagyobb leszsz. Tehát Q ból soha se lehet $Q-ap$; de $Q \frown Q-ap$; és p ben *az első nem* A van, 's p ponton túl is folyvást, mind *nem* A van.

Ha p a' c be esik: úgy $Q \frown (Q-Q=0)$; 's Q nak széjbecse 0.

§. 165. Még azt is szükség az oszlop' felindulása elött megjegyezni: hogy némely munkálatnak több származatai vannak, melyek köz jeggyel fejeztettnek ki; mely *kifejezetnek* mindenik azon származatok közül *becsének* mondatik; azonban *minden egyenlő jegyek az értekezet' végéig egyenlőket jelentenek* következő megszoritással: 1 ben hogy az öszszezésben pélḍ. $A+A$ úgy $=2A$, ha az első A nem ugyanazon a' másodikkal, 's még közös darabjuk sincs; tehát ez így érttetik.

2-szor. Ha két kifejezet $=$nak mondatik; akkor az egyenlő kifejezeteknek becsei egyenlőknek értettnek; még pedig úgy hogy az egyenlő jegyek, egyenlőket tegyenek: de ez alúl következő jegyei az egyenlőségnek feloldást jelentenek; az-az ha két kifejezet közt $(=$, $=)$, $)=$, $(=)$ közűl valamelyik van; mindenik munkálatnak akármelyik becse vétethetik; mint az alábi példák kimutatják.
$x(=y$ szintúgy $y=)x$ teszi azt, hogy $x$nek akármelyik becse egyenlő valamely becséhez $y$nak.
$x(=)y$ pedig azt, hogy $x(=y$ és $x=)y$.
$x\ )=y$ tegye azt, hogy valamelyik becse $x$nek egyenlő valamelyik becséhez $y$nak; $x=y$ pedig azt tegye, a' mit $x(=)y$, azzal a'megszoritással, hogy minden egyenlő jegyek egyenlőket tegyenek abban.

Ha a' kifejezetnek csak edj becse van, az *akármely* vagy *valamely becs* csak azt a' becset teszi.

Péld.[r] Alább meglátszik: hogy $\sqrt{1}$ csak $)=\sqrt[3]{}-1$; $\sqrt{1}$ nek edjik becse -1, mely edjik becse $\sqrt[3]{-1}$ nek.

$2\sqrt{1}$ ($=$ sőt $=$ is, de nem $=)$ sem $(=)$) $\sqrt{1}+\sqrt{1}$; mert $2\sqrt{1}$ nek becsei 2 és -2, $\sqrt{1}+\sqrt{1}$ nek pedig (az írtt feloldással) edjik becse 0 is.

0 = sőt (= de nem =) 's nem (=) $\sqrt{1}-\sqrt{1}$; mert ennek az irtt jegyek általi feloldással, becsei 0, 2, -2.

$\sqrt{1}+\sqrt{1}$ (= sőt =) és (=) de nem = $\sqrt{1}-\sqrt{1}$; amannak is, ennek is, feloldással 0, 2, -2 lévén becseik.

A')= és =(legalsobb fokzat, mely mindenikkel megvan.

§. 166. És itt már két kérdés támad: 1 ben hogy az ezen jegyek szerint egyenlőkkeli egyenlő munkálatok mit adnak? 2 dszor hogy az ezen jegyek szerint ugyanazon 3 dikhaz egyenlők, egyenlőké vagy nem? 's ha azok, miként?

I. A' mi az elsőt illeti: legyenek K és k kifejezetek, 's Knak becsei A, B . . ., $k$nak a, b . . .; 's legyen K(=)k, vagy K(=k, vagy K)=k; 's vitessék bizonyos M munkálat Kval is $k$val is végbe; 's legyen péld. $A=a$; 's legyenek az Mmunkálatnak A boli származatai A', A'' . . . 's $a$ból legyen a', a''.

Az edjetlen 's egyenlő becsek egyenlő munkálattal egyenlő származatokat adnak: tehát ha Knak 's $k$nak az M munkálattali származatai K'val 's k'val jegyeztettnek, K' és k' közt éppen az-az egyenlőség marad meg, a' mi K és k közt volt; mert a' hány becse akármelyiknek K és k közűl egyenlő a' másiknak valamely becséhez; a' munkálat utani származatok azon egyenlőkből egyenlők.

De a' munkálat' származatát kell úgy fejezni ki, hogy az emlitett becsek közűl ne veszszenel valamelyik, 's új ne jöjjön. Péld. $\sqrt{1}+\sqrt{1}$(=)$\sqrt{1}+\sqrt{1}$, de $2\sqrt{1}$ nem(=) csak = és (= $\sqrt{1}+\sqrt{1}$.

II. A' mi a' 2 dikat illeti: legyen x vagy (= vagy =) vagy)= y, z is vagy (= vagy =) vagy)= y; mindenik x, y, z közül valamiknek közneve lévén ; tehetvén azonban mindenik edjetlent is, a' mikor is, ha péld x edjetlen, akkor x (=*y* ban akármely x magát x et teszi, úgy x)=*y* ban valamely x magát x et teszi.

Legyen (=nek neve *C*, =)nek *D*,)=nek *k*; a' szerint, a' mint valamelyik ezen *C*, *D*, *k* közzül x és *y* közé, 's valamelyik *y* 's *z* közé eshetik; következő esetek lehetnek *CC*, *CD*, *Ck*; *DC*, *DD*, *Dk*; *kC*, *kD*, *kk*. melyeket rendre visgálva, kikell mutatni mikor? mi a' következés? 's miért? 's mikor nincs, miért nincs?

CC - -	x(=*y*(=*z*	követk.	x(=*z*
CD - -	x(=*y* =)*z*	------ -	0
Ck - -	x(=*y*)=*z*	------ -	0
DC - -	x=)*y*(=*z*	-------	x)=*z*
DD - -	x=)*y* =)*z*	-------	x=)*z*
Dk - -	x=)*y*)=*z*	-------	x)=*z*
kC - -	x)=*y* (=*z*	-------	x)=*z*
kD - -	x)=*y* =)*z*	------	0
kk - -	x)=*y*)=*z*	------	0

Melyszerint csak *CC*, *DD*, *DC*, *Dk*, *kC* adnak következést; 's mivel *DD* csak *CC* vissza felé, négy eset marad; 's a' három utobbiban x)=*z*, az-az némely x=némely *z* hez.

Az okmutatás pedig következő: akárhány x vagy *y* avvagy *z* irassék edjmásután, ne értessék egyéb, csak azon nem alá tartozó különbözők; de az x alá irtt *y* tegye azt, hogy az az *y* egyenlő azon x hez, szintúgy az *y* alá irtt *z* egyenlő azon *y* haz.

CC nek kimutatója xx az hól minde-
yyy . . nik x egyenlő va
zzzz . . lamely *y* haz 's

mindenik *y* valamely *z* hez. Tehát mindenik x valamely *z* hez.

DC nek képe x x x . . *y y* . . *z z z*	az hól csak azon x ek e- gyenlők bizonyos *z* ék- hez, a' melyekhez, *y* ak vannak egyenlők.
Dk nak képe x x x *y y* . . . *z*	az hól csak azon *z*, mely valamely *y* haz egyenlő, e- gyenlő az ezen *y* haz egyen- lő x hez.
kC nek képe x x *y y* *z z z*	az hól csak azon x, mely- hez egyenlő *y* van, egyen- lő az ezen *y* haz egyenlő *z* hez.
CD nek képe x x *y y y y* *z z*	az hól mindenik x 's mindenik *z* lehet egyen lő valamelyik *y* haz, de edjik sem ugyanazon- haz.
Ck nak képe x x *y y y* *z*	az hol mindenik x egyenlő valamelyik *y* haz, de lehet hogy *z* más *y* haz egyenlő.
kD nek képe x x . . *y y y* *z z*	az hól mindenik *z* egyenlő valamely *y* haz, de lehet hogy nem ahhoz, mely x hez e- gyenlő.
kk nak képe x x *y y* *z*	az hól lehet hogy edjik x és *z* sem azonegy *y* hez e- gyenlők.

De az elébbiben x és *z*, ugyan azon 3-dik-haz hasonlittattak: kérdés támad; mi leszsz, ha x és *z* közzül edjik az *y* haz, 's másik az *Y* haz hasonlittatik? *Y* közneve lévén mind annak, a' mi edjik *y* haz sem egyenlő; péld. ha *y* közneve mind annak, a' mi bizonyos *a*, *b*.. közzül valamelyikhez egyenlő, 's *Y* közneve mind annak, a' miről nem igaz, hogy valamelyikhez *a*, *b* . . közzűl egyenlő, tehát a' mi edjikhez sem egyenlő.

Szintúgy érttessenek x és *X*, *z* és *Z*. Mely szerint *Y*)=*z* azt teszi, hogy valamely *z* nem egyenlő edjikhez is *a*, *b*. . közzűl. *Y*=)*z* azt teszi, hogy edjik *z* sem egyenlő edjikhez is *a*, *b* . . közzűl.

Y(=*z* pedig azt teszi; hogy minden a' mi nem egyenlő edjikhez is *a*, *b* . . közzűl, egyenlő valamelyik *z* hez.

Mert péld. *Y*=)*z* azt teszi tulajdonképen, hogy mindenik *z* valamely olyanhoz egyenlő, a' mi nem egyenlő edjikhez is *a*, *b* . . közzűl; de ez azt teszi, hogy edjik *z* sem egyenlő edjikhez is *a*, *b* . . közzűl: mert ha valamelyik *z* egyenlő volna *a* hoz; az egyszersmind nem volna egyenlő *a* hoz, a' midőn nem egyenlő edjikhez is *a*, *b* . . közzűl.

Az előbbi módon következő képek lesznek.

CC - - x(=*y*, *Y*(=*z* követk. *z*)=*X*
CD - - x(=*y*, *Y*=)*z* - - x(=*Z* és *z*(=*X*
Ck - - x(=*y*, *Y*)=*z* - - *z*)=*X*
DC - - x=)*y*, *Y*(=*z* - - 0
DD - - x=)*y*, *Y*=)*z* - - x)=*Z*
Dk - - x=)*y*, *Y*)=*z* - - 0
kC - - x)=*y*, *Y*(=*z* - - 0
kD - - x)=*y*, *Y*=)*z* - - x)=*Z*
kk - - x)=*y*, *Y*)=*z* - - 0

De a' hól 0 van is, annyi kijön: hogy valamely x nem egyenlő valamely *z* hez; sőt mindenik x mely valamely *y* haz egyenlő, egyenetlen minden oly *z* hez, mely valamely *Y* haz egyenlő.

Okát mutatják, mint az elébb a' következő képek.

CC nek képe *y y y* *z z z*; az hól mindenik
x x *YY* *x* egyenlő valamely *y* haz, de valamely *z* lehet egyenlő valamely *y* haz: azonban az a' *z*, mely alatt *Y* van, ed-

jik *y* haz sem egyenlő, tehát edjik *x* hez sem lehet egyenlő; mert mindenik *x* valamely *y* haz egyenlő.

CD nek képe $\begin{matrix} y\,y\,y & YYY \\ x\,x & z\,z \end{matrix}$ az hól mindenik *x* egyenlő valamely *y* haz, 's edjik *z* sem edjik *y* haz is; tehát edjik *x* se lehet egyenlő edjik *z* hez is; mert az akkor *y* haz egyenlő is volna, 's nem is.

Ck nak képe $\begin{matrix} y\,y\,y & Y\,Y \\ x\,x & z\,z \end{matrix}$ az hól mindenik *x* egyenlő valamely *y* haz, 's bizonyos *z* edjik *y* haz sem; tehát azon *z* edjík *x* hez sem egyenlő; mert akkor valamely *y* haz egyenlő, 's edjikhez sem volna egyenlő.

DC nek képe $\begin{matrix} x\,x\,x & z\,z\,z \\ y\,y & YY \end{matrix}$ az hól mindenik *y* egyenlő valamely x hez, 's minden a' mi nem egyenlő edjik *y* haz is, egyenlő valamely *z* hez: tehát annyi bizonyos, hogy az a' *z* mely alatt *Y* van, azon *x* hez mely alatt *y* van, nem lehet egyenlő.

DD nek képe $\begin{matrix} x\,x\,x & YYY \\ y\,y & z\,z \end{matrix}$ az hól mindenik *z* olyan, a' mi edjik *y* haz sem egyenlő: tehát az-az *x*, mely valamely *y* haz egyenlő, edjik *z* hez sem egyenlő.

Dk nak képe $\begin{matrix} x\,x\,x & z\,z \\ y\,y & YY \end{matrix}$ az hól megint annyi bizonyos, hogy a' mely *z* alatt *Y* van, azon *x* hez mely alatt *y* van, nem egyenlő.

kC nek képe $\begin{matrix} x\,x & z\,z\,z \\ y\,y & YY \end{matrix}$ az hól annyi bizonyos mint az imint.

kD nek képe $\begin{matrix} x\,x & YYY \\ y\,y & z\,z \end{matrix}$ az hól edjik *z* se lévén egyenlő edjik *y* haz is, a' mely *x* alatt *y* van, az edjik *z* hez sem egyenlő.

kk nak képe $\begin{matrix} x\,x & YY \\ y\,y & z\,z \end{matrix}$ az hól annyi bizonyos; hogy azon *x* mely alatt *y* van, nem egyenlő azon *z* hez a' mely felett *Y* van.

Jegyzés. 1. Ezen 2-dik táblából látszik; hogy ott van következés, a' hól elől *C* van, 's szintúgy a' hól hátúl *D* van; 's legtöbb a' következés, a' hól elől *C* 's hátúl *D* van: az elsőben ott volt következés, a' hól *D* volt elől, 's szintúgy ha *C* hátul volt, 's legtöbb következést adott 2*C* 's ennek megfordítása 2*D*.

2. A' (⩸) jegy kettőt foglal bé; úgymint x(⩸)*y* annyi, mint x(⩸*y* és x⩸)*y* együtt: a' mikor is xnek annyi különböző becse lehet csak, mint *y* nak; mert ezen kép

x x x szerint mindenik xnek felel meg hoz-
y y y zá egyenlő *y*, 's mindenik *y* nak hozzá egyenlő x; 's akárhány egyenlő xvan, annyi egyenlő *y* is van.

3. Innen akármelyiknek (⩸, ⩸),)⩸ jegyek közzűl, helyibe (⩸) tétessék: könnyü a' következtetés; a' midőn *C* és *D* közzűl, melyeket ezen jegy magában foglal, mindenik vétetthetik, a' mely következést ád.

Ha pedig x(⩸)*y*(⩸)*z*; akkor nyilván x(⩸)*z* leszsz

4. De mind a' két táblában a' következtetés csak xre és *z*re nézt volt; holott a' 2-dik táblában, nem csak *y* hanem *Y* is lévén, más következtetés is támad: úgymint x az *Y* körét 's *z* az *y* körét szűkiti; a' mennyiben mind azon x a' mely valamely *y* haz egyenlő, nem lehet edjik *Y* haz is egyenlő, tehát ki van zárva az *Y* köréből; hasonlólag mind azon *z*, mely valamely *Y* haz egyenlő, nem lehetvén edjik *y* haz is egyenlő, ki van az *y* köréből zárva.

5. Mind a' két táblában teheti x 's szintúgy *y*, 's szintúgy *z*, *nemjét* is valaminek: az honnan az első tábla alkalmazott különi esetében péld. ha *z* éppen *X*et teszi, az-az a' mi edjik xhez sem egyenlő, következik x(⩸*y*)⩸ X

ból az, hogy azon *y*ak száma, melyek közzül valamelyikhez egyenlő x van, legalább edjjel kisebb; úgy mint ha *y* az *a*, *b*, *c* nek közneve, 's x vagy *a* hoz vagy *b* hez vagy *c* hez egyenlő, mihelyt megbizonyosodik, hogy *c* valamely *X* hez egyenlő, már x csak vagy *a* hoz vagy *b* hez egyenlő.

6. Látszik; hogy azon két tábla, minden esetét kimutatja a' pár mondatbóli következtetésnek is; a' midőn (196.) szerint a' mondatot az irtt alakak közzűl valamelyikre lehet vonni: péld. ha x halandót, *y* embert, 's *z* Pétert tesz: leszsz az első táblai *DD*, úgymint x =) *y* =) *z* ből x =) *z* az-az *z* (= x; az-az. Péter halandó; 's ha x embert, *y* halandót, *Y* halhatlant, *z* angyalt teszen; a' 2-dik táblai *CD* az-az x (= *y*, *Y* =) *z* ből, x (= *Z* és *z* (= *X*, az-az edjik ember sem angyal, 's edjik angyal sem ember. A' rövidségért minden esetre könnyen készithető példák elmellőztettvén; csak az jegyezttetik meg: hogy jó volna az ifjunak eleibe adni olyas mondatokat; hogy az írtt alakba öntve, elébb kettőt párositva, azután a' származatat párositsa, 's folytassa a' kivánt következésig. Ilyen párósítás által szaporódva nőtt fel 's nő a' tan.

7. Sőt akármelyik, két mondatbòli kihozásban kérdés támad (mint 29.); *feltéve a' 3 dikat, 's mellé adva a' két nemző közzűl valamelyiket, keresni a' nemző-társát.*

Péld. A' 2 dik táblán *DD* képben a' két mondat' szülöttje x) = *Z*; 's ha ez feltétettvén mellé adatik *Y* =) *z*; ennek társát, mellyel a' feltettet elé hozzák, kimutatja a' tábláni azon kép, 's leszsz x =) *y*.

§ 167. Azonban az első kérdés az; hogy edj mondatból micsoda mondatok követtkeznek?

azutáni kérdés, 2ből 's többől? . . Az elsőre volt főlebb (200. .). Az utobbira megemlittenddő, a' mér-tanban sokszor használt mód; mely is az nről $n+1$ re végnélkűl vivő grádics: úgymint ha megmutattatik, hogy akármely szám legyen n, ha bizonyos A igaz nről, akkor igaz $n+1$ ről is; 's megmutattatik az is, hogy azon A igaz bizonyos számról péld. 2 ről; akkor n helyibe téve ezen számot, igaz edjjel többről; 's ekkor ezt téve n helyibe, az elébbit végnélkűl ismételni lehet.

Mely is az irtt alakok szerint így lenne: legyen z közneve mind annak, a' miről igaz A, az alakzatba 1 el nagyobb számot téve mint az elötte valóba; y legyen közneve mind annak a' mit azon alakzat teszen, minden szám' köznevével n el; x pedig tegye azon alakzatot 2 vel. Melyszerint, ha x (= y (= z; leszsz x(= z; és így A igaz 2 nél 1 el nagyobbról; 's azután 3 tétettvén 2 helyibe, 's úgy tovább, végnélkűl foly.

Ennyi röviden, a' mi az oszlop' felindulása eleibe kellett (34): viszsza, térve a' rendbe, következik.

Koronája az Id-tan' élőfájának.

§. 168. A' 29 dik lapon eredett a' *változók'* és *állandók'* képzete: a' változó rendszerint (mikor nyilván egyéb nem mondatik) az utolsó betükkel jegyezttetik, 's az állandó az elsőkkel; péld $ax+bx^2$ ban akár a akár b helyibe ugyan akármit lehet gondolni, de azon becsek' megmaradásával változhatik x valamely feltét szerint; péld. nőhet 0tol végnélkűl, edj felé $+$ más felé $-$.

Több változók is lehetnek, péld. x, y, z..

melyek vagy szükségesképen vagy valamely feltét szerint egymástóli függésben vannak; péld. valamelyiknek változásától függ a' többinek változása.

Minden eddigiek' öszvefolyásából támad az úgy nevezett *functio*; mely-is, akármely változó (avvagy változók) akármely állandóval (avvagy állandókkal) akármely (akár az idben, akár az ürben tett) munkálattal (avvagy munkálatokkal) köttessenek öszve, az azt kifejező képezetet teszi: a' mely közképe lévén mind annak, a' mit ez származatúl ád, akármelyik becse vétessék a' változónak; neveztetthetik *közképnek* a' *benne lévő változóra* (vagy változókra nézve). Mondatthatik *függvénynek* is *Győri* szerint.

Péld. $1.x$, $1.x^0$, ax^0, $a+bx^2$, xy, $a+bx^2y+z$ 'sat.

Sőt a' fügvény az urtan által következőleg láthatóittatik: Valamely egyenen nöjjön x valamely ponttól kezdve, 's minden x végéről bizonyos törvény szerint emelttessék negyedszögi, 's legyen ezen negyedszögiek' közneve y; maga y, 's szintúgy az $y$ak' tetejei' foglalatja, 's szintúgy azon terj, melyet ez és x az ő végéről $y$al zárnak, x tőli függvények. Sőt még láthatóbban emelttessék fölül ab egyenre negyedszögi ap, (mind ap mind ab végetlen kinyúlva vétettvén); 's menjen pab ugyan azon lapon, melybe esik, úgy hogy ab magában maradjon 's a az első helyétől mind tovább menvén jobbra, ezen út neveztessék *főútnak* 's péld xnek, és az alatt péld. a ból valamely pont mozogjon ap egyenen, úgy hogy a toli távozása al-útnak 's péld. $y$nak nevezttettvén, légyen péld. minden xnek végéről $y = \sqrt{(x-x^2)}$; 's vétessék péld. mind a' ✠ 's tétedjü becs: könnyü megmutatni, hogy az ap egyenen mozgott pont' útja oly félkör, melynek kettézője $=1$. Ha pedig ugyan a' negyedszögi *ap* alúl gondoltatik, 's ott a' $-$ becsek vétettnek, a' kör' másik fele is kijön.

'S ha ezen kifejezetnek az ellenedjü becsei vétettnek: $x=1$ en túl (a' mikor is $y=0$, mert ekkor $x-x^2=0$) leszsz azon *hyperbola*, mely *aequilaterának* mondatik; 's ha az elébbiek az első pont *a* tól balra vétettnek, az hól $x-$, a' másik fele jön ki azon hyperbolának; úgy hogy ha a' tétedjü feketén, 's az ellenedjű veresen jelenttetik; $\sqrt{(x-x^2)}$ fekete kört 's veres hyperbolát ád, valamint $\sqrt{(x+x^2)}$ fekete hyperbolát veres körrel, az elébbiek megcserélvén szineket.

'S mindenkor a' mikor valamely kifejezet ilyen vereset és feketét is ád; nyilván kérdés támadhat: mekkora ez? mekkora amaz?

Jegyzés. 1. Lehet úgy is képzelni; hogy *ap* melyen az ahít iródik, helyt maradjon, 's a' főúti egyen *ab* menjen magában péld. balra, a' lapot magában a' lapban magával vive, hogy az *ap* egyenen menőpont a' lineát (mint edj plajbász edj előtte menő papirosra) irja reá.

2. Ha olyan a' kifejezet, melynek mindenik íze $ax^p y^q$ kép alá jön (a állandót, 's p és q ✠ egész számokat tévén); és van olyan íze, melyben a nem 0, és $p+q=m$, nem 0 t de nyilván ✠ egész számot tévén, 's nincs oly íze, melyben a nem 0 's $p+q>m$; és a' kifejezet $=0$, de az y nak x től függő becsét meghatározó: akkor az y aknak (akármely de egyenlő szögre áljanak a' főúti egyenen) tetejeik által írt linea m dik *rangunak* mondatik. *Péld* $a+bx+cy=0$ ból $y=-\frac{a}{c}-\frac{bx}{c}$ egyent, $y^2-x+x^2=0$ a' fönebbi kört adják; amaz első, ez 2 dik rangu

linea. Azon egyenlet, mely a' lineát adja, ennek *egyenletének* mondatik.

3. Több mozgásokat is lehet öszve tenni; péld. az *abp* lapra az *y* végéről emeltt negyedszögin bizonyos törvényszerint mozgatni *f* pontot; sőt egyent mozgatva 1 pont körül azonegy lapban, azon egyenen bizonyos törvény szerint mozgatni valamely *i* pontot; sőt *ab* egyen körűl forditva bizonyos törvény szerint az elébbi *pab* lapját; az *y* egyenen bizonyos törvény szerint vitt pontnak, 's az elébbi esetekben *f*, *i* pontok' útját vizsgálni; sőt a' főútakat nem egyenen, hanem péld. kören vagy egyeben, 's az alútakat is egyeben lehet venni; 's számtalan esetei a' csupán űrtanilag öszvetett mozgásnak jöhetnek kérdésbe.

Itt csak a' függvényeknek az ürtan általi láthatóitására hozatott ennyi elé: hogy a' változónak 0 tól folyvást végnélkűli nővésével is lássék a' függvény mindenkori becse, és minden becseinek származata.

§. 169. A' függvény' eredetével, következő kérdések támadnak:

1. Mi leszsz, ha a' változónak bizonyos becse vétetik? 's mi? ha rendre bizonyos becsei vétettnek.

2. Hogy a' függvény' becse bizonyos megadotthaz egyenlő, vagy bizonyos milységű legyen; mekkora? vagy milyen legyen a' változó?

3. Bizonyos milységéből a' fügvénynek, egyéb a' fügvényt illető milység; vagy bizonyos a' fügvényt illető milységből a' függvény' milysége kérdezttetik.

Jegyzés. Példák (az elsőt hátrább hagyva)

1. Az egyenletek' feladata: ugymint mit kell tenni x helyibe, hogy a' függvény =0 le-

gyen? péld. ha $x^2=a$, leszsz $x^2-a=0$, 's ha $\sqrt{a}$ tétetik x helyibe, $\sqrt{a}.\sqrt{a}-a=0$. .

2. Mit kell tenni x helyibe, hogy a' függvény becse legnagyobb (vagy legkisebb) legyen? péld. $y=\sqrt{(x-x^2)}$ legnagyobb, ha $x=1:2$ vétetik.

3. Sőt az is; ha péld. ugyan annyi helynek legkisebb kerítése keresttetik: a' mikor is a' függvénybeni változó, bizonyos fügvényeknek közképe; melyek közzül az keresttetik, mely a' kérdésnek eleget teszen.

4. Így ha A egyen m számu darabokra oszlik, melyek legyenek $a, b \ldots$; kérdés, mekkorák legyenek a' darabok, hogy a' mérttezetök legnagyobb legyen? Egyenlőknek kell lenni. Mert könnyen kijőn, hogy $m=2$ ről igaz; 's ha igaz akármely m ről, igaz $m+1$ ről. Ugyan is legyen $A=a+b$; ha a nem $=b$, úgy valamelyik kisebb a' másiknál; legyen $A:2=\alpha$, és $a=\alpha-\omega$ (mindenik betü $+$ ot téve); leszsz $b=\alpha+\omega$, mert $\alpha-\omega+b=2\alpha$. Tehát $(\alpha-\omega)(\alpha+\omega)=\alpha^2-\omega^2$, mely $<\alpha.\alpha$.

Péld. Az egyenetlen párok' harcza az egyenlítő' kettézője; mely is a' hány mérttföld, annyi rezgés a' legmagasabb női hang.

Akármely m számu nemzőkről pedig $m+1$ számuakra következik.

Mert legyenek $a, b, c \ldots, m+1$ számuak, melyeknek öszszetök legyen $(m+1)\alpha$. Ha nem egyenlők, valamelyik $<\alpha$; legyen $a=\alpha-\omega$; ekkor $b+c \ldots = m\alpha+\omega$. 'S ha igaz m ről; úgy $b+c\ldots$, m számu nemzőkre szakgatva, legnagyobb mérttezetűl adja $\left(\frac{m\alpha+\omega}{m}\right)^m$ az-az $\left(\alpha+\frac{\omega}{m}\right)^m$ ét; mely is $a=\alpha-\omega$ val mérttezve $<\alpha^{m+1}$. Mert a' mérttezés képe következő.

$$\alpha^m+\alpha^{m-1}\omega+\frac{(m-1)\alpha^{m-2}\omega^2}{2}\,\frac{}{m}+\frac{(m-1)(m-2}{2.3}\alpha^{m-3}\,\frac{\omega^3}{m^2}\ldots$$
$$\alpha-\omega$$

$$\alpha^{m+1}+$$
$$\alpha^m\omega+\frac{(m-1)\alpha^{m-1}}{2}\cdot\frac{\omega^2}{m}+\frac{(m-1)(m-2)\alpha^{m-2}}{2\,.\,3}\cdot\frac{\omega^3}{m^2}\;\ldots$$
$$-\alpha^m\omega-\alpha^{m-1}\cdot\omega^2\;-\frac{(m-1)\alpha^{m-2}}{2}\,\frac{\omega^3}{m}\;\ldots$$

Mely $<\alpha^{m+1}$; mert (az felsőbeni első izet kivéve) az alsó sor $>$ a' felsőnél; mert $\alpha^m\omega-\alpha^m\omega=0$; de azután akárhányadik íz vétessék, a' felső íz kisebb az alsónál; mert péld. $\frac{m-1}{2m}<1$, $\frac{(m-1)(m-2)}{2.3m^2}<\frac{(m-1)}{2m}$, 's úgy tovább.

De az 1 (sőt akármely A) bár egyenlő n számú részekre oszolva, legnagyobb mérttezetet ád is; ha $n \frown \infty$, a' mérttezet $\frown$ 0; mert $f^n \frown 0$, ha $f<1$'s $n \frown \infty$.

5. Ide tartozó kérdés: hogy bizonyos alakú terjen, bizonyos azon pontok között megadott bizonyos pontig, melyik a' leg-rövidebb út? Péld. gömben a' legnagyobb kör íve 'sat.

Ilyen kérdés: edj pontról más nem azon függélyire micsoda alaku lineán eshetik le edj nehéznek gondoltt pont legkisebb id alatt?

6. Sőt még ezen példákhaz tartozik; minthogy a' Husvét és fársáng 'sat. az év-szám függvénye: a' folyó században, melyik a' legrövidebb, melyik a' leghoszszabb fársáng? Mikor leszsz utoljára együtt a' két Husvét? 's szörnyű idők után mikor leszsz megint legelébb együtt?

Legrövidebb fársáng ezen században ('s magában is lehető legróvidebb) 1818 ban; a' mikor is a' Husvét Martius 22 dikén volt, melynél beljebb nem eshetik; 1845-ben 1856 's 1875 ben csak 1 nappal hoszszabb, a' Húsvét Martius 23 dikára esvén; a' legkurtább is elég hozsszu oly rövid életből tébolygásra. Leghoszszabb ('s lehető leghoszszabb is) 1810 ben volt; 's 1867 ben csak edj nappal rövidebb; 2694 ben leszsz végső együtti Húsvét Mártius 22 kén (az ó szerint) mig a' hoszú elválás után legelső találkozás 47114 ben lejénd Április' 11 dikén (az ó szerint): mikorra a' belső tavasz napja is feljöhet a' hoszszú tél' jegeire; hogy az év-ezredek' sirján könnyező Anya tegye le gyászát, midőn a' testvéri vérrel festett mezők szeretet' rósáinak adják szinőket, 's üdvvel jön viszsza az éden; nem soká a' gyűrüt is béfejezvén azon új év' együtti kezdete, mikor (kedden *Mars* napján), a' főld az égre egy Atyához emelkedik; 's az egész században együtt tarttatik a' halhatlanság' innepe. Leszsz pedig ez '48902 (új szerint), 's az ó szerint 48901 ben.

Ezen (talám el nem hibázott) számitások' formulái, a' *Tentamen*' 2 dik darabjában részint megvannak, részint onnan alkotvák, 's az azt megértett jó tanolónak gyakorlás végett feladatúl szolgálhat. Vannak ott az azutáni időkre is végnélkűli számitások, azon nagy Cyclussal együtt, melyben ugyan azon renddel folynak az innepek. De megjegyzenddő: hogy itt a' megállitott szabályokon alapúl a' számitás; holott az időnek évi körében állandóitanddó kezdet-pont az új szerint is elmozdúl; ha jövendőben igazittattnék, ezen számitás is a' szerint igazúl.

§. 169 Azon állitásról, hogy ha $Ax+Bx^2+Cx^3\ldots=0$ minden becseire x nek 0 tól kezdve edj darabig; akkor $A=0$, $C=0$ 'sat. alább léjend: 's most az első kérdésből származó nővetkép-tan elött légyen edj-két szó röviden.

Az egyenletekről.

§ 170. Itt a' függvénybeni változó *ismeretlennek* mondatik, a' milyen lehet-csak edj, lehet több is: legyen elébb x. Ha a' kifejezet következő alakra hozatik, (mely is elrendelésnek mondatik) $x^n + ax^{n-1} \ldots + px^0 = 0$, ekkor az egyenlet n dik *rangúnak* neveztteik, ha n ✝ egész szám, 's $a..p$ közzűl mindenik esmeretes, (akármelyik lehetvén 0 is), n pedig mind 1 el apad 0 ig, a' mikor is $n-n=0$, 's $x^0=1$.

Mely szerint $x+a=0$ első rangú; a' mikor is $x=-a$; mert itt a' feladat annak keresése lévén, a' mi x helyibe tétettvén, a' függvény' becsét $=0$ á tegye, leszsz $-a+a=0$. $x^2+ax+b=0$ másod rangú, a' mikor is ha x helyibe $-\frac{a}{2}+\sqrt{\left(\frac{a^2}{4}-b\right)}$ tétetik, a' függvény becse $=0$ leszsz, mint a' próba kimutatja; még pedig akármelyik vétessék a' két becse közzül $\sqrt{\left(\frac{a^2}{4}-b\right)}$ nek.

Szintúgy $x^3+ax^2+bx+c=0$ harmadik rangu; az hól megint 0 leszsz a' függvény becse, ha x helyibe tétetik bizonyos esmeretes kifejezet (*Tent.*); mely valamint a' 4 dik rangu, a' rővidségért elhagyatik. *Megfejttettni* mondatik az egyenlet, ha találtatik oly becs, mely x helyibe tétettve a' becset 0 ra hozza. Mondassék az olyan, a' *függvényt* semmire (0 ra) *hozónak*.

§ 171. Azon főlül az egyenlet *felsőbbnek* mondatik; 's közöni megfejtés akkor nincsen, ha x^n+a kép alá nem jöhet a' függvény; a' mikor is $x=\sqrt[n]{-a}$; jollehet a' mint *Gauss* mutatta legelébb meg szigorral, mindenikre nézt van oly vagy tétedjü vagy ellenedjü vagy elegy, mely x helyibe tétettvén a' függvény' becse 0 légyen; mely igen szép okadat könnyítve megvan a' *Tentamenben.*

De az *n* rangú egyenletben nincsen több a' fügvényt 0ra hozó, *n* számunál (*Tent.*) sőt lehet akárhányadik rangu egyenletet alkotni; előre tudva a' függvényt 0 ra hozókat.

Péld. $(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$ 3dik rangu oly egyenletet ád, melyben a' függvényt semmire hozók, α, β és γ, 's negyedik nincs; ha pedig ezek egyenlők, úgy csupán α leszsz. Ha 4dik rangunak alkotására, az elébbi 3 nemzőkhez negyedik, űgymint $x-\delta$ járúl; α, β, γ, δ lesznek a' függvényt semmire hozók.

Csakugyan ha nincsen is az egyenlet előre így alkotva: van módja legalább minél inkábbi közelítéssel a' megfejtésnek (*Tent.*)

Több felsőbb egyenletek fejttettek meg különös esetekben; melyek közzűl legnevezetesebb $x^n-1=0$, melyben $x=\sqrt[n]{1}$ könnyen kijőn (143 és 182ből), de más (az elmének próba kövűl szolgálható) úton úgy fejttetett meg; hogy a' két származat' egyenlőségéből, a' kör-osztás-tannak határköve, mely addig Euclidesben lenni állittatott, az lett: hogy akármely olyan szám legyen mely 2^m+1 alaku előszám, vagy ilyen nemzők' mérttezete, de úgy hogy edjik is (kivéve 2őt, mely $=2^0+1$, és akár hányszor eléjöhet) edjszernél többszer elé ne jöjjön, a' kört csupa egyen és kör-irás' véges számu munkálataival, el lehet azon számra osztani, 's másra nem lehet. *Péld* a' 17 oldalu több-szög megadódik a' kör' 17 de cosinusa által *Gaussnál*; a' kinek ezen tan (sok egyéb nagyokkal) 20 éve előtti, nem rá bükkenés által, hanem járatlan nehéz útat törve keresett találmánya.

Jegyzés. 1. Ha a' függény' becse minden becsére x nek $= 0$; úgy az egyenlet 0 rangu; péld. $x^3 - a = 0$ harmadik rangu, de $x^3 - a - x^3 + a = 0$'s $x - x = 0$ annyi mint $0 = 0$; 's itt x nek számtalan becsei vannak.

'S ha X és X' oly x tőli μ nél nem $>$ rangú függvények, melyekben mindenik íz ax^m kép alá jön, m-t egész számot 's a edjetlen becsű állandót tévén, és számtalan olyan becse van x nek, melyek Xbe és X'be tétettvén, $X = X'$ tehát $X - X' = 0$ légyen: akkor minden becsére x nek $X - X' = 0$, tehát $X = X'$.

Mert $X - X' = 0$ bizonyos μ dik rangu egyenletben $X - X'$ et 0 ra hozó becse x nek μ számu volna (121.) nem számtalan (a' feltét ellen).

§ 172. Az egyeulet elrendelése, mikor cimtleni jegy nincs, könnyü: úgymint a' függvény megadattván, elébb ha péld n a' legnagyobb cimzeti-jel, minden ízből öszve kell gyüjteni x^n nek állandó nemző-társait, 's ha ezeknek öszszete $= a$, ezen a ra párazni kell á' függvénynek minden ízét; a' mikor is x^n mérttezőjétól tiszta íznek marad; azután akármely x^m legyen, mindenik ízből valahól x^m van, öszve gyüjtve ennek nemzőtársait, ezeknek öszetével mérttezve x^met, ebből is edj ízet kell alkotni; 's elől írva x^net, 's azután rendre írva, a' mint n apad 0 ig, egyenlítni kell 0 haz az így alkotott izek' öszetét.

Ha cimtleni jegyek vannak, vagy is az x cimzeti jelei nem egész számok: könnyü esetek is vannak; de vannak olyanok is, hogy lehetségét látva se volna edj ember *élete* reá elég, 's szörnyű számu izekre menne az elrendeltt egyenlet.

§ 173. Ha valamely $x^2 - 5x + 6$ függvényt, 2 's szintúgy 3 semmire hozók (220), mert x helyibe tétettvén, a' fügvény $=0$ leszsz; akkor $4-10 = -6$, 's $9-15 = -6$. Tehát ha az adattnék fel; mi az, a' mi 2szer cimzetten az ő 5 szereténél 6tal kisebb? nyilván 2, és 3 volna a' felelet; mert akkor az egyenlet' mind a' két tagja -1 el mérttezve lenne $5.2-2^2=6$, 's $5.3-3^2=6$; 's ugyan az leszsz, ha péld $4-10+6=0$ ban $4-10$ nek ellenje, az egyenletnek mind a' két tagjával öszszezttetik; 's szintúgy van $9-15+6=0$ ban.

Melyre nézve, ha valamely esmeretlen keresttetik bizonyos feltét alatt: az esmeretlent meg kell nevezni péld. x nek; 's a' feltét' erire induló elmével valamely egyenletet kell alkotni, 's az edjik péld. a' bal tagnak ellenjét mind a' két taggal öszszezni; a' mikoris bal felől 0 maradván, azután (222 sz.) elkell rendelni; 's végre az így elrendeltt függvényt 0 ra hozó becsét vagy becseit keresvén x nek; ha meg-találtattnak, ez mindenik olyan leszsz hogy x helyibe tétettvén a' legelső egyenletbe, a' két tag egyenlő leszsz; tehát a' feltétnek eleget teszen; feltéve, hogy minden munkálat, mellyel az első egyenletből az utolsó lehozatott, olyan, hogy ha péld. *A* ból következttetett *B*, következzék *B* ből is *A*.

'S ugyan-az is, az egyenletbőli következtetés' alapja: hogy az egyenlőkkel egyenlő munkálatok egyenlő származatot adnak (199). Ha péld. valamely ízt (vagy ízeket) valamely tagból elakarok törleni, annak (vagy azoknak) ellenjét öszezem mind a' két taggal. Ha valamely alsót elakarok tüntetni, azzal mind a' 2 tagot mérttezem; mely különösön szükséges, ha x valahól alsóban van. 'S átalán egyenlőkkel lehet mind a' két tagot mérttezni, 's a' származat egyenlet leszsz.

Ha valamely mértteződtől akarom a' társát megszabadítani, azt párzom mind a' két tagra.

Ha vagy edjszerítésre, vagy egyébb elnézésből, akármi helyibe egyenlő tétetik: azzal is csak az alak változhatik, de a' becs nem.

Több munkálatokat is lehet illő vigyázattal tenni: péld. mind a' két tagot cimesbiteni, vagy cimtlenezni, helycimjeit venni 'sat.

§. 174 Az elébbiekre vagy két péld.

$\alpha x - \frac{a}{b} + c = \beta x - \frac{d}{x}$ ből leszsz $0 =$

$\alpha x - \frac{a}{b} + c - \beta x + \frac{d}{x}$, 's ebből $\alpha x^2 -$

$\frac{a}{b} x + cx - \beta x^2 + d, = 0$ mely is $= x^2(\alpha - \beta) + x$

$(c - \frac{a}{b}) + d = 0$

melyből elrendelve leszsz $x^2 + \frac{bc - a}{b(\alpha - \beta)} x + d = 0$

melyből x kijön (220 sz). Tulajdonképen azon az úton is mehet a' tanoló: hogy igyekezzék, az esmeretlent edjik taggá tenni, hogy a' másik tag mind esmeretesből áljon.

Péld. Ha $ax^2 - b = 0$, $x^2 = \frac{b}{a}$, a' mikor is

$\sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{b}{a}} = x.$

§ 175. Az ilyen, 's szintúgy minden elrendeltt egyenlet, ha az esmeretlen csak edj ízben van, *tisztának* mondatik: az honnan, minthogy ilyenkor könnyü a' megfejtés, önként jön arra törekedni; hogy a' nem tiszta is tisztává tétessék. El is lehet edj xes ízt tüntetni; mely a' 2 dik rangut tisztává teszi: ugyan is ha x helyibe

$y+k$ tétetik x^2+ax+b be 's $k=-a:2$ vétetik; oly tiszta 2dik rangu egyenlet jönki, melyben y az esmeretlen, mint a' munka kimutatja; a' mikor is az y becséhez adatik $-a:2$, hogy az x kijöjjön; 's éppen a' főlebbi (220.) jönki.

§. 175. Ha több esmeretlen péld. x, y . . s ugyan annyi oly egyenlet van, hogy edjik se következzék a' többiből, 's mindenik esmeretlen csak 1szer cimzett legyen, 's edjik se legyen a' másikkal mérttezve: keresttessék ki az elsőből x, mintha a' többi esmeretes volna; 's ezen x becse, melynek ki fejezetében csak a' többi lehet, tétessék a' 2dik egyenletbe mindenüvé x helyibe, 's keresttessék ki ezen egyenletből az y becse; ennek kifejezetében már sem x sem y nincsen; tehát ha csak 2 esmeretlen volt, tétessék ezen y becse az első egyenletbe mindenüve y helyibe; 's keresttessék ki x.

Ha pedig még z is van; akkor az első egyenletből az x becsében csak y 's z lehet; melyet a' 2dik egyenletbe x helyibe téve, oly egyenlet ered, melyben csak y 's z lehet; 's az ebből kikeresett y becsében már csak z lehet; tehát az x becsében is csak y 's z lehetvén, x is csupa z vel kitehető; és így a' 3dik egyenletbe mind x mind y helyibe tétettvén ezen becseik, oly egyenlet jön ki, melyben csak z van; mely onnan kikeresttetik; a' mikor is ezen becse $z$nek, mind $y$nak mind xnek azon becseikbe, melyekbe csak z van, a helyibe téttetvén, mind a' 3 kijön.

Látszik innen az akárhányra lehető kiterjesztés: de itt is (mint az elébbi §ban), önként támad az a' gondolat; miként lehetne úgy változtatni az egyenleteket, hogy a' több esmeretlenek eltünjenek, 's csak edj maradjon? Példa a' következő 2 egyenlet közzűl az első b'

vel a' másik $-b$ vel mértteszttetik, 's öszeztett-nek, az y mérttezője 0 leszsz.

Légyen $ax+by=c$, 's $a'x+b'y=c'$ leszsz $ab'x+b'by=b'c$, 's $-ba'x-bb'y=-bc'$.

Tehát $x(ab'-ba')+y(bb'-bb')=cb'-bc'$

Az honnan $x=\frac{cb'-bc'}{ab'-ba'}$, mert a' 2 dik íz 0; s éppen ez jön ki az elébbi modon: a' midőn az első egyenletből $x=\frac{c-by}{a}$, mely a' 2 dikba tétettvén, leszsz $c'=a'\frac{(c-by)}{a}+b'y=\frac{ca'-ba'y}{a}+b'y$; az honnan $y(b'-\frac{ba'}{a})+\frac{ca'}{a}-c'=0$; az honnan $y=\frac{ac'-ca'}{a}:\frac{ab'-ba'}{a}=\frac{ac'-ca'}{ab'-ba'}$; mely az egyenletbe y helyibe tétettvén, kijön az x főlebbi becse.

Jegyzés. A' *Bezout* szabálya több esmeretle-nekre, 's az úgy nevezett határozattlan egyenletek, mikor több az esmeretlen mint az egyenlet, 's ha feltét által nem lenne az esmeretlen meg-szoritva, péld(hogy x egész szám legyen, számtalan becs tenne eleget, nem mint főlebb, az hól csak határzott számu becs lehet; a' kény-telen rövidítés miatt elmaradnak, sok egyéb-bel együtt: a' *Tentamenben* megtalálja a' tano-ló az egyenlet-tan' szükségesebbjeit; azután ol-vassa a' külliek mellett az *érdemes Honfiak'* munkáit is; a' felsóbb egyenletekről legújabb *D. Vállas.*

Több évekkel ezelőtt jött *Szász Károlytól; Első rangú egyenletek feloldásának új kezelési* *módja akárhány ismeretlenre nézve:* 's még szebbekkel termett hegy áll az öszszel szembe.

§. 176. Csak vagy két szó még, a' (219.) tett igéretről. Ha (x nek 0 tól kezdve legalább bizonyos becséig) akármely becse $ax+bx^2+cx^3\ldots$ nak $=$ vagy $\frown S$, és van valamely oly becse $Ax+Bx+Cx^3\ldots$ nak, mely $=$ vagy $\frown S$; akkor $a(=A$, $b(=B$, $c(=C$.., és ha (222. sz.) $a=X$, 's $A=X'$, 's $X(=X'$, és X nek számtalan becsei vannak; akkor $a=A$; 's ha b és B is, c és C 'sat. szintúgy oly x tűli függvények; akkor $a=A$, $b=B$, $c=C$ . . .

Mert vétessék x az írtt becsig akármekkorának, de az egész okadatban 0 nak soholt sem. Ha ω, λ közzűl mindenik vagy 0 vagy $\frown 0$, úgy

$$\frac{S}{x}+\lambda(=a+bx+cx^2\ldots$$

$$\frac{S}{x}+\omega\,(=A+Bx+Cx^2\ldots$$

Tehát $\lambda-\omega\,(=a-A+(bx+cx^2\ldots)-(Bx+Cx^2\ldots)$

És ez minden írtt (nem 0 becsére x nek így van: tehát x akármely kicsinek vétetthetik; akkor pedig mind $bx+cx^2\ldots$ mind $Bx+Cx^2\ldots$ (ha nem 0) $\frown 0$, ha $x\frown 0$.

Mert $x(b+cx\ldots)$ legyen $=$ vagy $\frown s$; 's ha csak a' balfelőli x kisebbíttetik n szer, a' belsők' meghagyásával is, s ből leszsz $s:n$, mely $\frown 0$, ha $n\frown\infty$.

'S szintúgy $Bx+Cx^2\ldots\frown 0$; tehát $bx+cx^2\ldots-(Bx+Cx^2\ldots)=$ vagy $\frown 0$; legyen $=k$.

Leszsz $\lambda-\omega+k\,(=a-A$. Az honnan $a(=A$, az-az a nak akármely becsére nézve van A nak oly becse, mely attól semmi megadhatóval nem különbözik.

De ha mind a mind A oly xtől függvények hogy (222 sz.) $a = X$, 's $A = X'$, és $X \neq X'$, de Xnek számtalan becsei vannak: akkor $X = X'$.

Inen $ax = Ax$; tehát $bx^2 + cx^3 \ldots (= Bx^2 + Cx^3 \ldots$

Legyen az elébbi S helyett ezen esetre σ; leszsz $\sigma + cx \ldots = \frac{\sigma}{x^2} + \omega'$, 's $\frac{\sigma}{x^2} + \lambda' (= B + Cx \ldots$

Az honnan szintúgy $b (= B$, sőt az iminti esettel $b = B$; tehát $bx^2 = Bx^2$; és így $cx^3 + dx^4 \ldots (= Cx^3 + Dx^4 \ldots$; az hól x^3 at kell mind a' kettőre 's a' széjbecsre párazni; mely nyilván mind tovább folyhat.

§. 177. Ez a' 'közöniség' ál-arcza alatti csalódhatásra vigyázatot kivánva, sok helyt rövidít.

Péld. az úgy nevezett *binomialis formula* (két ízi alakzat) nevezetes írókban azon alapitva mutattatik meg: hogy igaz egész szám cimzeti jelekről közöni betü-képek alatt, tehát igaz akármit tegyenek azok; tudni illik abból hogy ha p, q egész számokat tesznek, $(1+x)^p$. $(1+x)^q = (1+x)^{p+q} = (1 + px + \frac{p(p-1)}{2} x^2 \ldots)$. $(1 + qx + \frac{q(q-1)}{2} x^2 \ldots) = 1 + (p+q)x + \frac{(p+q)(p+q-1)x^2}{2} \ldots$, következtetik; hogy akármit tegyenek p, q, az első sor mérttezve a' 2dikkal, a' 3dikat adja. Az ebbeni homálynak elosztására, adatott elé a' fönnebbi: itt is oly sorok lévén, melyekről könnyü megmutatni; hogy ha $x < 1$, mindenkor az öszet vagy széjbecs véges. Legyen p helyibe x.

'S mértteztessék a' két első sor: a' mérttezet nyilván következő alakú leszsz $1+Az+Bz^2$.. 's az elébbi 3diknak is $1+az+az^2$.. a' képe; az hol A, B . . a, b . . az x függvényei, 's x mindenütt egészszer, 's mindeniknek valamely' ízében legtöbbszer cimzett.

Mert a' felső sor $1+xz+x\frac{(x-1)}{2}z^2$ . .

egészen megmarad, az alsó sor' első ízével 1 eli mérttezés által; 's akármelyik íz legyen βx^μ a' felső sorban, az alsó sornak több izeiveli mérttezetéből, minden ízbeni nemző társai z^μ nek, β val öszezttettnek; jőn ki pedig z^μ, ha $\mu=m+n$, minden két oly íznek mérttezetéből, melyek közzül edjik $m$dik 's a' másik $n$dik, (az elsőt nem számlálva); 's a' nemző társa is μ számu oly nemzők' mérttezete, hogy mindenikben csak 1 szer cimzett x van; 's edjikben sincs más betü xen kivűl csak q 's természeti számok.

Mely szerint akármely azonegy becsére q nak akármely cimzett $z$nek nemző társa x tőli függvény leszsz: legyen akármelyik péld. $C=X'$'s $c=X$. Itt nyílván $X(=X'$; de x nek számtalan becsei vannak akármely egész szám becsére $q$nak; tehát $x$nek $X'-X$ et 0 ra hozó becse számtalan; holott ha $X'=X$ nem volna, csak bizonyos számu volna. Tehát $X'=X$ (222 sz.)

Mely szerint $1+xz+\frac{x(x-1)z^2}{2}$ . . mérttezve magával, akármit tegyen x, leszsz $1+2xz+\frac{2x(2x-1)z^2}{2}$. . ., 's ezt megint az elsővel mérttezve, 's m szerig ismételve, ha $x=\frac{n}{m}$ (legkisebb kifejezetben); leszsz ($1+xz+$

$\frac{x(x-1)z^2}{2}$ . . $)^m = (1+z)^n$, ha x nek $n:m$ tétetik helyibe. Tehát $(1+z)^{\frac{n}{m}} = 1 + \frac{n}{m}z + \frac{n}{m}\frac{(\frac{n}{m}-1)z^2}{2}$ . . .

Ha $x = \frac{-n}{m}$; úgy $1-nz - \frac{n(-n-1)}{2}z^2$ . . . jön ki; mely (mivel mérttezve $1+nz+\frac{n(n-1)}{2}$)..vel, az elébbi szerint $= 1$); nyilván $= 1:(1+nz+\frac{n(n-1)}{2}z^2\ldots) = (1+z)^{-n}$; tehát

$(1+z)^{\frac{-n}{m}}$ leszsz $= 1 - \frac{n}{m}z$. . .

Széjbecsileg is kilehet (a' hol kell) terjeszteni, ha x öszszemérhetlen.

Ezen utóbbi mód van a' *Tentamenben* is: de hoszszabban mutattatik az meg, hogy $(1+xz\ldots)$ $.(1+qz\ldots) = (1+(x+q)z\ldots)$; noha egyenesen 's homályt nem hagyó szigorral, akármit tehetve x és q.

A' *La Grange* új állitmánya alkalmazásában például még eléjön a' *két-izi alakzat*.

§. 178. De ha x ellenedjü, könnyü szerrel nem lehet kiterjeszteni: mert a' két-ízi alakzat $(1+z)^{*n}$re sincs még megbizonyítva.

Hanem lehet a' tétedjü cimzeti jelre lett megmutatás után, az ellenedjüre, sőt elegyre is megmutatni következő módon; 's lehet a' *La Grange* emlitett állitmánya által is megmutatni.

Legyen ♄ $v = 1+z$ (169.); leszsz ha $z < 1$, (akár + akár − tétedjü legyen (173. sz.) $v = z -$

$\frac{z^2}{2}+\frac{z^3}{3}\ldots$; és $(1+z)^x = e^{xv} = 1+x(z-$

$\frac{z^2}{2}\ldots)+\frac{x^2}{2}(z-\frac{z^2}{2}\ldots)^2+\frac{x^3}{2.3}(z-\frac{z^2}{2}\ldots)^3\ldots$;

mely is $1+\alpha z+\beta z^2+\gamma z^3\ldots$ alakra hozattható, a' hól $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$, x függvényeit tészik; mert az 1 után első ízen túl nincs z, 's a' μdikén túl nincs z^μ; de minden μ dikben van z^μ, 's minden z^μ csak az azelötti $\mu-1$ számu izekben, 's mindenikben csak edszer jöhet elé; tehát z^μ nek csak μ számu oly nemzők' öszszete lehet a' nemzőtársa, melyek közzűl mindenikben egészszer cimzett x van, határozott számokon kivűl.

A' sor pedig közelitő (154); 's akármit tehet x. Mely szerint legyen ez $=1+Az+Bz^2\ldots$; 's a' mely esetre igaz, légyen $(1+z)^x = 1+az+bz^2\ldots$'s alkalmazttassék az elébbi X és X'.

Ha z ellenedjü is ha <1; mind az $(1+z)^k$ az $k$nak tétedjü becseire, mind v nek azon (172.) épülő kifejezete igaz; mert z^μ (μ egész számot téve μ) csak az edji milyzetre nézt különbözhetik áttól, hogyha z tétedjű volna; tehát az ezeknek alapjára megkivánttattak szintúgy meglévén; a' két-ízi alakzat igaz; x akármit tegyen, 's z akár tétedjü akár ellenedjü csak <1 legyen.

Ugyan ez látszik; ha z nek edj része tétedjű 's a' másik ellenedjü, 's együtt a' milyzettől válttan kisebbet tesznek 1 nél; 's akkor is ha ez Z nek nevezttetik, Z^μ csak kisebb lehet z^μ nél, nagyobb nem; 's mind a' tétedjü ízek' öszszetének, mind az ellenedjüekének széjbecse van.

'S ezen elegyre nézve még szorosabb határzást is lehet tenni.

§. 180. Viszsza térve az első kérdésre (216.); légyen vagy két szó (157, 's 156 sz.)

A' növet-kép-tanról.

§. 181. Akárhány változók x, y.. legyenek edjmástól akár szükségesképen akár feltét szerinti függésben; valamelyiknek péld. xnek bizonyos becse y, osztassék $+$, n számu egyenlő részekre, 's ezen változó mondassék *főváltozónak*, 's $\dot{x}$ tegyen annyit mint $y:n$; hogy pedig ezen egyenlő részek közzül mikor melyik érttessék, 's más változók megpontozva mit tegyenek, mindjárt megmondatik,

Legyen péld. x bizonyos *a* pontban kezdődő egyennel fejezveki, 's végződjék *c*ben, akármely x mely nem 0 és nem $>y$; 's akármely x es közképet tegyen (A)x, (akár legyenek xen kivül több változók, péld. y, z.., akár nem); 's legyen (A)x $= u$, (a' változó függvénye maga is változó lévén): x—$\dot{x}$ ben érttessék azon $\dot{x}$, mely xnek *c* vegétől a' kezdete felé tétetik; úgymint ha *bc* $= \dot{x}$, leszsz x—$\dot{x}$ $=$ *ab*; továbbá akkor $\dot{u}$ tegye (A)x—(A) (x—$\dot{x}$) et; azaz a' függvény' becsének azon növetét, melyet kapott az *ab* végétől az *ac* végéig; 's ha volnának a' kifejezetben más változók péld. z; ennek az *ac* végéni becse érttessék; 's $\dot{z}$ tegye az $z$nek nevezett változónak azon nővetét, melyet kapott x—$\dot{x}$ $=$ *ab* nek végétól az x $=$ *ac* nek végéig.

Jegyzés. Látszik: hogy (A)(x—$\dot{x}$) $= u-\dot{u}$, melyre alább szükség leszsz; 's látszik az is: hogy *bc* ha nem $= \dot{x}$, akkor is (A)*ac* — (A)*ab* az *bc* nek *megfelelő növetnek* mondatthatik, valamint (A)*ab* az *ab* nek *megfelelő növetnek* (A)0 tól értve; megjegyezvén, hogy (A)0 nem mindenkor 0; péld. ha (A)x $= b+$x^2, leszsz $(A)0 = b$.

§. 182. Akármely függvényből az (216.) első kérdés szerint oly sor támad, a' milyen (128.) mondatott: úgymint legyen elébb (A)x ben csak x változó; tetessék x helyibe $n\dot{x}$, mely is $=\gamma$ (az elébbi sz.), aztán $(n-1)\dot{x}$, $(n-2)\dot{x}$'s úgy tovább $(\mu-1)\dot{x}=\beta$ ig, (+ egész számot téve mind n mind μ). Önként menyen a' gondolat arra, hogy ezen sornak izei miként nőnek (+ vagy —)? az-az mik az $n$dik $\dot{x}$ nek, $(n-1)$ dik $\dot{x}$ nek 'sat. megfelelő növetek? Melyből származik a' következő, melyet is az (A)x *növet-sorának* lehet mondani.

$(A)n\dot{x}-(A)(n-1)\dot{x}$, $(A)(n-1)\dot{x}-(A)(n-2)\dot{x}$..— $(A)(\mu+1)\dot{x}$, $(A)(\mu+1)\dot{x}-(A)\mu\dot{x}$, $(A)\mu\dot{x}-(A)(\mu-1)\dot{x}$.

Melynek is öszete (mint 128.) $(A)n\dot{x}-(A)(\mu-1)\dot{x}=(A)\gamma-(A)\beta$; mivel a' közbelsők lerontván egymást csak a' szélsők maradnak.

Könnyen látszik: hogy az izek' száma $n-\mu+1$; 's ha n, $n-1$, $n-2$... μ nekközneve m, a' növet-íz-kép $(A)m\dot{x}-(A)(m-1)\dot{x}$, mely röviden $(a)m\dot{x}$ el, rövidebben (a)x el jegyeztetthetik, söt még rövidebben a_m el; az öszszet $(A)\gamma-(A)\beta$ pedig A val, úgymint a' közkép jelbetüjével, mely légyen a' világosságért nagy betű, hogy az ugyan azon nevű kicsi a' mondottat tegye; 's ugyan ez más betükre nézve így érttessék; péld. (B)x növet sorának, B az öszszetét tegye βtól γ ig, mely is $(B)\gamma-(B)\beta$, ízképét pedig mely is $(B)m\dot{x}-(B)(m-1)\dot{x}$ tegye $(b)m\dot{x}$ vagy (b) x vagy b_m

Látszik tovább: hogy ha n + egész szám ν szer nagyobbnak vétetik; $\beta=\nu(\mu-1)\dot{x}$'s az izek' száma $\nu n-\nu(\mu-1)$ leszsz, ekkor $\dot{x}$ en $\gamma:\nu n$ érttettvén; 's azonban akármekkorának vétessék n, a' növet-sornak izei' száma mindég véges; 's olyan a' sor-nem, melynek véges számu izeinek két szélsője van, tehát első 's utolsó íz van mindenkor; de utolsó sor nincs, n et végnélkűl szabad lévén nevelni.

Látszik az is, hogy van oly függvény melynek növet-sora öszszete ugyan-az marad, akármint nöjjön n; 's van olyan függvény, melynek növet-sora' öszszete függ n től: az mondassék n től *fũggettlen közképnek*, ez n től *függőnek*.

(*Péld.* Ha (A)x azon terjet teszi, melyet 214.) az $x=\beta$'s $x=\gamma$ nak y jai között az y ak tetejei által lett vonal és a' β tól γ igi főút zárnak: akármint nőjjön n, az $\dot{x}$ eknek megfelelő növetek külön végnélkűl apadnak, de öszszetök ugyan- az marad. Ha pedig péld. minden $\dot{x}$ mértteztetik az ő végéni y al, vagy mindenik az ő elejéni y al, vagy mindenik $y^2\pi$ vel, π az 1 hez = sugáru kör' terjét tévén, 's vagy mindenütt az $\dot{x}$ végéni y vagy mindenütt az elejéni érttettvén; 's péld. (V)x vagy (U)x az $\dot{x}$ eknek ezen alkotás szerint megfelelő nővetek' öszszete; (az holott mind olyan x et lehet venni, mely $\dot{x}$ nek többesse, könnyü lévén az n nevelésével a' széjbecsi kiterjesztés): mind ezen esetekben könnyü látni; hogy ha az említett vonal görbe, sőt ha az a' fő útat vágo egyen is, V, U függők n től.

§. 182.) Ha (A)x és (B)x n től független, közképek, 's (V)x n től függő; 's akármely nagy N adassék meg, van oly azonegy n, hogy mind a' három függvénynek növet-sorait alkotva (mindeniknek $n-(\mu-1)$ számu íze lévén β tól γ ig), mindenik egymásnak megfelelő $(a)m\dot{x}$, $(v)m\dot{x}$, $(b)m\dot{x}$ olyanok legyenek, hogy $(v)m\dot{x}-(a)m\dot{x}=f\,\frac{(a)m\dot{x}}{N}$, 's $(v)m\dot{x}-(b)m\dot{x}=f'\,\frac{(b)m\dot{x}}{N}$ legyen, (f, f' valamely + vagy − törtt edjeket tévén, mint 154.): akkor $A=B$, az az $(A)\gamma-(A)\beta=(B)\gamma-(B)\beta$, tehát $(A)\gamma=(B)\gamma+(A)\beta-(B)\beta$; es így ha (A)x esmeretlen, de (B)x esmeretes, csak $(A)\beta$ tudassék, $(A)\gamma=B+(A)\beta$

Mert (mint 156.) μ helyibe p tétettvén: leszsz

$$v_n - a_n = \frac{f_n a_n}{N} \qquad v_n - b_n = \frac{f'_n b_n}{N}$$

$$v_{n-1} - a_{n-1} = \frac{f_{n-1} \cdot {}_{n-1}}{N} \qquad v_{n-1} - b_{n-1} = \frac{f'_{n-1} b_{n-1}}{N}$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \qquad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \qquad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$v_p - a_p = \frac{f_p a_p}{N}, \qquad v_p - b_p = \frac{f'_p v_p}{N}$$

Tehát $V - A < \frac{A}{N}$, 's $V - B < \frac{B}{N}$; és így $V \frown A$, 's $V \frown B$; 's legyen $A = V + \omega$, 's $B = V + \lambda$; leszsz $A - B = \omega - \lambda$; mely $\frown 0$.

Tehát mint két egyen, melyek közzül edjik se nagyobb a' másiknál, A és B egyenlők.

Jegyzés. 1. Ha (K)x is oly ntől független, hogy $(a)m\dot{x}$ be a helyibe k tétettvén, a' főlebb mondottak szintúgy lesznek: akkor $(K)\gamma = B + (K)\beta$.

Melyre nézt mind (A)x mind (K)x mondatthatik a' (v)x *summázatjának* (vagy öszszezetének), amaz (A)x ez (K)x *közképre* nézt; mely is így íratik: (A)x ('s szintúgy (K)x) $= \int (v)$x $= (B)$x $+$ const.; mivel $(A)\gamma = (B)\gamma - (B)\beta + (A)\beta$, 's $(K)\gamma = (B)\gamma - (B)\beta + (K)\beta$, és $(A)\beta - (B)\beta$'s szintúgy $(K)\beta - (B)\beta$ állandók. De tulajdonképpen (A)x 's szintúgy (K)x csak ($= \int (v)$x, mert ennek számtalan becse van, bár mind csak változatlannal különbözők, mint alább leszsz.

2. A' főlebbi gondolat azon esmeretes ábrában eredett, melyet *Cicero* az *Archimedes* sirján tövis közé sülyedtt köven még látott: $abcb$ négyeg ca átlójával, 's a' c közép-pontból cb sugárral irtt negyed körrel, és akármely a' bc hez eggyközivel, egészen megfordulván cb körűl, a' négyeg henger, az átló csupat, a' negyedkör félgömbet, 's ha az x $c$nél kezdődik, 's $cb = r$,

az eggyközi is az átlóig nyilván $=$ x, a' négyeg túlsó oldaláig $=r$, a' negyed körig legyen y; a' megfordulással pedig három a' csupban félgömbben és hengerben egyszersmindi kör támad; 's a' gömbi kör $=$ a' hengerihez a' csupi hiján; az az $y^2\pi = r^2\pi - x^2\pi$.

'S itt (A)x a' félgömb, (B)x az írtt henger az irtt csup hijján; 's $\beta = 0$ tól minden $\dot{x}$ nek kezdetén és végén gondoltt eggyközi lapok közötti gömb-darabok az (A)x növet-sorizeit, 's az ugyanazon lapok közti henger és csup-darabok, a' csupét levonva a' hengeréből, a' (B)x növet-sor-ízeit, 's ugyan azon lapok közti $\dot{x}y^2\pi$, $\dot{x}r^2\pi$, $\dot{x}x^2\pi$ hengerek a' (V)x növetsor-izeit adják meg; úgymint (v)x leszsz $\dot{x}y^2\pi = \dot{x}\pi(r^2 - x^2)$, az hól $y = r^2 - x^2$ az x végére érttetik; 's a' mondottak könnyeu alkalmazttattván, minthogy $(A)\beta$ ekkor 0, leszsz, ha a' γ vége $\mathfrak{b}$ ponton alul vétetik, a' gömbi öv $= \gamma r^2\pi - \frac{\gamma^3\pi}{3}$, mely is γ magasságu 's $r^2\pi$ kör-alju henger, ugyan γ magasságu de $\gamma^2\pi$ kör-alju csup hijján; mely ha γ vége $\mathfrak{b}$ be vétetik, leszsz $\frac{2\pi r^3}{3} =$ a' félgömbhez, 's az egész gömb $= \frac{4}{3}\pi r^3$.

Archimedes csak annyit mond; hogy akárhól legyen az alolrúl fel eggyközileg menő lap; a' hengerreli vágatja $=$ a' gömbbeli és csúpi vágatok' öszszetéhez; melyből nyilván következik amaz.

Sőt az is könnyen látszik: hogy ugyan ezen példában $\frac{(A)x - (A)(x - \dot{x})}{\dot{x}} \frown y^2\pi$, 's

$\frac{(B)x-(B)(x-\dot{x})}{\dot{x}} \frown (r^2-x^2)\pi$; ha $n \frown \infty$, és ezen két széj-becs egyenlő; melyből $\frac{\dot{x}y^2\pi}{(a)x} \frown 1$, 's $\frac{\dot{x}y^2\pi}{(b)x} \frown 1$; az honnan a' fölebbi (157) sorzat, és az elébbi következik.

Tehát a' midőn lapokról következtet Archimedes a' teljre; ezen nevezetes széjbecset látta; 's az egyszersmind abból következő nővetsorokat.

§. 138. Akármely ntől független közképek legyenek $(K)x$, $(C)x$, 's z akár a' főváltozó akár attól szükségesképen vagy feltét szerint függő változó legyen; ha vagy csak edjetlen változó lévén $(K)x$ben, vagy ha több van, edj változón kivűl a' többi állandónak tétettvén fel, $\frac{(K)x-(K)(x-\dot{x})}{\dot{z}}$ = vagy $\frown (C)x$; mondatik $(C)x$ az (Kx) nek (mint főképnek) zre nézti *alképének*; 's ha csak x a' változó 's $\dot{z}$ helyett $\dot{x}$ van; nem is emlittetik, melyik változóra nézt vétetett: azonban akármelyikre nézt vétetett; ez *első* alképnek mondattván, a' μdik alkép' alképe, $(K)x$ nek $\mu+1$ dik *alképének* mondatik; az első alkép $J(K)x$ el jegyezttetthetvén, az elébb említett esetben, az elsőnek nem tétettvén oda hányadik; $^zJ^\mu u$ pedig teheti $u$nak zre nézt μdik alképét; 's u ezen alképnek zre nézt μdik *főképének* mondatthatik.

A' *főkép alképezttetni*, mondatik; ha annak alképe találttatik; 's az *alkép főképezttettni*, ha oly főkép találttatik, melynek amaz alképe: innen látszik, mit tégyen μ szer *alképezni a' főképet*, 's μ szer *főképezni az alképet*.

Akármely két nővetízkép legyen, $(K)x$ nek

$(k)x$, 's $(H)x$nak $(h)x$; ha $\frac{(h)x}{(k)x} \frown 1$; vagy $(h)x = (k)x$, ezen két növet-ízkép *eggyértekünek* mondatik, így jegyezttetthetvén $(k)x \doteq (h)x$

Az elébbiben $(C)x$ mondatott $\dot{x}J(K)x$nek; $\dot{x}\,(C)x$ pedig jegyezttetthetik $\dot{x}d\,(K)x$ el, $(K)x$nek $\dot{x}$re *nézti növetképének* mondattván.

Ha $(A)x$ben csak edj változó x van, és $(A)x$, $(D)x$ függetlenek ntől, 's $\frac{(A)x-(A)x-\dot{x})}{\dot{x}} =$ vagy $\frown (D)x$; akkor nyilván $\frac{(a)x}{\dot{x}\,(D)x} =$ vagy $\frown 1$, az-az $(a)x \doteq \dot{x}\,(D)x$, tehát $\dot{x}\,(D)m\dot{x}-(a)m\dot{x} = \frac{\int(a)m\dot{x}}{N}$ (154. sz.). 'S meglehet mutatni: hogy ha $(K)x$ ban több változó van, (mely így is jegyezttetthetik $(K)(x, y\,..)$); 's mindenikre nézt úgy vétetik növetképe, hogy a' többi állandónak tétetik; és $\dot{x}J(K)x = \dot{x}\,(E)x$, $\dot{y}J(K)x = \dot{y}\,(F)x$'s a' t; $(E)x$, $(F)x$ ntől függetleneket tévén: leszsz

$$\frac{(K)(x, y\,..)-(K)(x-\dot{x},\, y-\dot{y}\,..)}{\dot{x}.(E)x + \dot{y}\,(F)x\,..} = \frown 1;$$

az hól az alsó is közkép' növet-ízképének nézetthetvén; ez a' felső növet-ízképpel eggyértekü leszsz; a' mikor is a' fólebbi sorzat és summázat alkalmaztatthatnak.

Látszik pedig, hogy mind az elébb, midőn csak edj változó volt, mind az utobbiban, az hól akárhány lehet; az alsó növet-ízképnek, mindenik ízében van pontos betü, de csak edj van akármelyikben, 's se magával se más pontos betüvel mérttezve nincs.

Innen mind azon növet-ízképek között,

melyek a' főkép' növet-ízképével eggyértekűek, 's tehát mind a' fölebbi sorzatat mind a' summázatat épppen úgy adnák meg; legedjszerübb kifejezetű lévén ez: az olyan növet-ízkép, melynek mindenik íze, valamely pontos betű, *n* től független közképpel mérttezve, 's edjik ízében sincs pontos betü mint nemző 1 szernél többszer; mondatik, ha *n* től független $(A)(x..)$ nek nővet-ízképével egyértekü, *ezen főképnek növetképének*, (teljest értve), nem teljes is lehet a' nézti (238) ezenis ha egyéb nem mondatik, teljes érttetik.

Melyszerint x nek $\dot{x}$ nem csak nővet-ízképe $= m\dot{x}-(m-1)\dot{x}$, hanem növetképe is; szintúgy z nek $\dot{z}$; 's mindeniknek alképe 1, annak x re, ennek z re nézt: mert $\dot{x}:\dot{x}=1=\dot{z}:\dot{z}$, és $\dot{x}=1.\dot{x}$, 's $\dot{z}=1.\dot{z}$. Az holott 1 is *n* től független közkép $=x^0$; ax^0 nak növetképe $0=\dot{x}.0x$.

§. 184. A' 2dik 's további növetképek szükségtelenek; szükségesek az első, 2dik... alképek.

A' főkép, pedig nem csak az *alképnek*, a' *növetképnek*, sőt *növet-ízképnek* is *főképének* mondatik. péld. $\int(a)m\dot{x}$, $\int(\dot{x}(C)x=\dot{x}y)$, $\int(C)x$, $\int(D)x$; az első teszi mind azt, a' minek növetízképe $(a)m\dot{x}$; a' 2dik mind. azt, a' melynek növetképe $\dot{x}(C)x$; a' 3dik mind azt, a' mi főképe $(C)x$ nek, a' 4dik mind azt a' melynek x re nézt $(D)x$ az alképe.

A' főképezésben is mikor nincs megmondva, melyik változóra nézt vétetett az alkép; a' főváltozó érttetik.

Ezen $\int$ fölebb (235.) *summázatnak* mondatott, mikor is *a' főkép bizonyos közképre nézve* vétetik.

$\int^{\mu}(C)x$ mind azon főképet teszi, melynek μ dik alkepe $(C)x$, itt x re nézt, nem lévén egyéb mondva; de mondatthatik másra nézt is.

Jegyzés. 1. Az *Archimedes* egyszersmindi vágatjai (237.) éppen az alképek, 's $\int(A)x = \int(B)x$.

'S valósággal ha két az n től független közképeknek, azonegy változóra nézti alképeik egyenlők, $x$nek β becsétől γ ig (feltéve most, hogy sohól se 0 sem ∞ az alkép, melyről alább): akkor $A = B$, és $(A)\gamma = B + (A)\beta$.

Mert ha $\dfrac{(A)x - (A)x - \dot{x})}{\dot{x}} =$ vagy $\frown (C)x$; az első esetben a növet-ízkép $=$ a' növetképhez, úgymint $(A)x - (A)(x - \dot{x}) = \dot{x}(C)x$; a' 2 dik esetben $\dfrac{(A)x - (A)x - \dot{x})}{\dot{x}(C)x} \frown 1$, tehát $\dfrac{\dot{x}(C)m\dot{x}}{(a)m\dot{x}}$ is $\frown 1$, a' mikor is ha az alsó röviden $u$nak, 's a' felső $t$nek neveztetik, (155 sz.) leszsz $\dfrac{t}{u} \frown 1$, az-az akármely nagy N adassék meg, van oly n, hogy $\dfrac{t}{u} - 1 < \dfrac{1}{N}$ legyen (a' $<$ itt is 13 sz. érttetvén); tehát $\dfrac{t-u}{u} < \dfrac{1}{N}$, és így $t - u < \dfrac{u}{N}$; tehát (f bizonyos $+$ vagy $-$ törtt edjet tévén) $t - u = \dfrac{fu}{N}$. 'S ugyan ez $(B)x$ el is így lévén, ha megmutattatik az is, hogy van oly azonegy n az $(A)x$ és $(B)x$ növet-sorainak, azon növetsorral, melynek ízképe $\dot{x}(C)x$, öszve hasonlítására, $x$nek β becsétől γ ig: nyilván (235. sz.) $A = B$ lejénd, mint ott; 's $(A)x$ és $(B)x$ csak változattlannal különbözhetnek

2. De rövidebben is: csak változatlannal különbözőknek azonegy változóra nézt azonegy alképe van; 's az alképnek főképei csak váltó-

tozattlannal különbözhetnek Mert $(A)x+\alpha-[(A)(x-\dot{x})+\alpha]=(A)x-(A)(x-x)$; 's a' mi az utobbit illeti; ha $\frac{(A)x-(A)(x-\dot{x})}{\dot{x}} \frown (C)x$, 's egyszersmind $\frac{(K)x-(K)(x-\dot{x})}{\dot{x}} \frown (C)x$; légyen $(K)x=y(A)x$; leszsz $\frac{y(A)x-y(A)(x-\dot{x})}{\dot{x}}$ $\frown y(C)x$, mely nem $=(C)x$, ha y nem $=1$.

3. Van néha x ben oly külön pont a' hól az alkép 0 vagy ∞, az holott is péld. a' görbének, ha a' függvény azt ir, különös milysége van: de átalán valamikor a' kivétel csak oly darabjára van xnek, mely mind maga mind az annak megfelelő közképi növet $\frown$ 0; az öszszetre nem folybé, mint (157.) is megmondatott. Szintúgy ha $\beta=(\mu-1)\dot{x}$ helyett oly β' vétettnék, mely γ val öszszemérhetlen; a' mondottak széjbecsileg kiterjesztettnek.

4. A' növet íz-kép lehet − is, sőt lehet edj darabig +, 's edj darabig −; péld. ha $(A)x=a-x$; leszsz $(A)x-(A)(x-\dot{x})=a-x-[a-(x-\dot{x})]$; $=-\dot{x}$, 's a' körben az y növete a' negyed körig +, azután − a' félkörig.

§ 185. Az $(A)\beta$ pedig (234.) keresttetik következőképen: ha xnek bizonyos h becsére tudatik, hogy $(A)h=\alpha$, 's az ott mondottak illenek h tól β ig; leszsz $(A)\beta-(A)h=(B)\beta-(B)h$; az honnan $(A)\beta=\alpha+(B)\beta-(B)h$; tehát mivel ott $(A)\gamma=(B)\gamma-(B)\beta+(A)\beta$, leszsz $(A)\gamma=(B)\gamma+\alpha-(B)h$.

Szintúgy ha h tovább végződik mint β; leszsz $(A)h-(A)\beta=(B)h-(B)\beta$, az honnan $(A)\beta=\alpha-(B)h+(B)\beta$, mint az elébb; 's akármely x legyen β tol γ ig, leszsz $(A)x=(B)x+$ const. az holott is const. $=\alpha-(B)h$.

Ha pedig $(A)\beta$ egyenesen tudatik, akkor const. $=(A)\beta-(B)\beta$.

§. 186. Hogy vagyon azonegy n a' növet-sorok' (234.) szerinti öszvehasonlitására; meg látszik így: ha $(a)x$ az $(A)x$ növet-ízképét 's $(u)x$ a' növetképét teszik, 's $x=\beta$tol menve edj pont y végéig, $\frac{(u)x}{(a)x}$ — $\frown$ 1; tehát akármely nagy N re nézve van oly n, hogy $(u)x-(a)x=\frac{f(a)x}{N}$ (234. sz.); gondolttassék minden említett x végéről, mintegy al-úti $y$al fejezttettve ki, az azon x re elég nagy n; 's vétessék mind azon n et kifejező y aknál még nagyobb; a' midőn minden esetben könnyen meglátszik, hogy minél nagyobb n, bár mindég véges, annál inkább eleget teszen.

§. 187. A' növet-kép-keresés kétképen esik: 1-ben. Ha a' köz-kép idtani kifejezet, péld... $(B)x$ legyen $=x^2$; elébb a' növet-ízkép vétetik, mely is ezen esetben $x^2-(x-\dot{x})^2=2x\dot{x}-\dot{x}^2$; melyből a' növetkép (a' hól a' pontos betü csak edjszer cimzett) $2x\dot{x}$ leszsz, mert $\frac{2x\dot{x}}{2x\dot{x}-\dot{x}^2}$ — $\frown$ 1 (mint alább leszsz).

Látszik: hogy az ily esetben szükség tudni, micsoda kifejezet támad, ha x helyibe $x-\dot{x}$ tétetik; 's akkor az edjszer cimzett pontos betüs ízet vagy ízek öszszetétét kell venni növetképnek; mert annak a' növetízképpeli egyértéküségét minden esetben könnyü leszsz megmutatni.

2. Legyen $(A)x$nek növetízképe $(a)x$, mint péld. (214.) az otti terj; 's alkottassék két olyan az n től függő közkép $(V)x$ és $(U)x$, hogy $(v)x>(a)x>(u)x$, 's azonegy x re mind a' három +, vagy mind a' három −, 's a' (241.) kivéttel

minden $\frac{(v)x}{(u)x}$ ⌒ 1 legyen. Ugyan is ekkor $(v)x-(u)x < \frac{(u)x}{N}$; tehát $(v)x-(a)x < \frac{(a)x}{N}$, mert $(v)x-(a)x < (v)x-(u)x$, 's $(a)x > (u)x$, tehát $\frac{(a)x}{N} > \frac{(u)x}{N}$.

Ha pedig $(v)x-(a)x < (a)x$, akkor $\frac{(v)x-(a)x}{(a)x} < \frac{1}{N}$, tehát $\frac{(v)x}{(a)x}-1 < \frac{1}{N}$; és $\frac{(v)x}{(a)x}$ ⌒ 1. Hasonlólag $\frac{(u)x}{(a)x}$ ⌒ 1.

Tehát akár $(v)x$ akár $(u)x$, ha ntől független közkép csak edjszer cimzet pontos betüvel mérttezve; növetképe leszsz $(A)x$nek. Ilyen péld. $y\dot{x}$, ha y az emlitett példában az $\dot{x}$ ek végéni alútat, vagy mindenütt az elejénit teszi; az első esetben $(v)x$ az utobbiban $(u)x$.

Így az (236.) *Archimedes*'' példájában; $(A)x$ nek növetképe $y^2\pi\dot{x}$; $(B)x$ nek pedig $(r^2-x^2)\pi\dot{x}$, mely = az elébbihez, mert $r^2-x^2=y^2$. Itt is $(v)x$nek az $\dot{x}$ ék végéni $y$ak, $(u)x$nek az elejéniek, vétettnek.

§ 188. *Tisztának* mondatik a' növetkép; ha csak az az' edj változó van benne, mely meg van pontozva: 's mind ennek az eggyérteküek' megcserélése általi elérhetésére, mind a' növet-ízképből a' növetkép' keresésére, az eggyérteküségről következők szükségesek.

Előre meg-jegyzendő

1. Hogy a' < és > (13. sz.) érttettnek; 's N akármely nagy meg-adatott +ot teszen.

2. Ha $\frac{u}{u'}$ ⌒ 1; akkor nem csak $\frac{u-u'}{u'} < \frac{1}{N}$

lehet, hanem $u-u' < \frac{u'}{N}$ lehet: 's viszont ebből $u:u' \frown 1.$

3. Ha $u:u' \frown 1$; akkor u és u' eggyelvéti milyzetűek, 's $u:u'$ $\maltese$. Mert különben, $u-u' > u'$'s nem $< u':N$ volna.

És így

I. Ha $\frac{\omega}{u} \frown 0$; úgy $\frac{u+\omega}{u} \frown 1.$

Mert $\frac{u+\omega}{u} - 1 = \frac{\omega}{u}$, mely $< \frac{1}{N}$ lehet.

II. Megforditva 'ha $\frac{u+\omega}{u} \frown 1$; úgy $\frac{\omega}{u} \frown 0$. Mert akkor $\left(\frac{u+\omega}{u} - 1 = \frac{\omega}{u}\right) < \frac{1}{N}$ lehet.

III. Ha $\frac{u'}{u} \frown 1$; úgy $\frac{u'}{u} \frown 1$. Mert akkor $u-u' = f\frac{u'}{N}$, (az f, f' . . mint (154.) $\maltese$ vagy $-$ törtt edjeket téve); tehát $-(u-u') = -f\frac{u'}{N} = u'-u$; 's ha $u' = ku$, 's N helyibe kN tétetik; leszaz $u'-u = f'\frac{u}{N}$.

IV. Ha $\frac{u}{u'} \frown 1$, 's $\frac{\omega'}{u} \frown 0$; úgy $\frac{u+\omega'}{u'} \frown 1.$

Mert legyen $u = u'+\omega$; lehet $u-u' = \omega = f\frac{u}{2N}$;

's mind ω mind ω' végnélkül apadván, van a' mikor mindenik $<\frac{u'}{2N}$, tehat $\omega+\omega'$, ha együtt $+$ vagy együtt $-$ is, lehet $<\frac{2u'}{2N}$; és így $u+\omega'-u'=\frac{f'u}{N}$.

V. Megforditva, ha $\frac{u+\omega'}{u'} \frown 1$, 's $\frac{\omega'}{u} \frown 0$; $\frac{u}{u'} \frown 1$. Mert ha $u=u'+\omega$; lehet $u+\omega'-u'=\frac{fu'}{2N}=\omega+\omega'$, és $\omega'=\frac{f'u'}{2N}$; tehát $\omega=\frac{(f-f')u'}{2N}$ mely ha f és $-f'$ mind a' kettő $+$ volna is, $<\frac{u'}{N}$; és így $u-u'=\frac{f'u'}{N}$.

VI. Ha $\frac{u}{u'} \frown 1$, 's $\frac{\lambda}{u'} \frown 0$; akkor $\frac{u}{u'+\lambda} \frown 1$; mert (III ból) $\frac{u'}{u} \frown 1$; tehát (IV ból) $\frac{u'+\lambda}{u} \frown 1$; és így viszont (III ból) $\frac{u}{u'+\lambda} \frown 1$. 'S ha $u=u'$, I ből $\frac{u+\lambda}{u} \frown 1$; 's (III ból) $\frac{u}{u+\lambda} \frown 1$.

És így ha $\frac{u}{u'} \frown 1$, 's $\frac{\omega'}{u} \frown 0$, 's $\frac{\lambda}{u'} \frown 0$; akkor $\frac{u+\omega'}{u'} \frown 1$ (IV ből), 's $\frac{u+\omega'}{u'+\lambda} \frown 1$.

Viszont ha $\frac{u+\omega'}{u'+\lambda} \frown 1$, 's $\frac{\omega'}{u} \frown 0$, 's $\frac{\lambda}{u'} \frown 0$; úgy $\frac{u}{u'} \frown 1$. Mert (V ből) $\frac{u}{u'+\lambda} \frown 1$; 's (III ból) $\frac{u'+\lambda}{u} \frown 1$; 's viszont (V ből) $\frac{u'}{u} \frown 1$; 's (III ból), $\frac{u}{u'} \frown 1$.

VII. Ha $\frac{u}{u'} \frown 1$, 's $\frac{v}{v'} \frown 1$, úgy $\frac{uv}{u'v'} \frown 1$.

Mert legyen $u = u' + \omega$, 's $v = v' + \lambda$; lehet $u - u' = \frac{fu'}{3N}$, 's $v - v' = \lambda = \frac{f'v'}{3N}$; tehát $\omega v' = \frac{fu'v'}{3N}$, 's $\lambda u' = \frac{f'u'v'}{3N}$, és $\lambda\omega = \frac{f.f'u'v'}{9N^2}$. És így $uv - u'v' = \omega v' + \lambda u' + \lambda\omega = \frac{(f+f')u'v'}{3N} + \frac{f.f'u'v'}{9N^2}$; mely nyilván $< \frac{u'v'}{N}$.

VIII. ha $\frac{u}{u'} \frown 1$, 's $\frac{v}{v'} \frown 1$, 's $u'+v'$ nem 0; úgy $\frac{u+v}{u'+v'} \frown 1$.

Mert légyenek elébb u és v vagy $+$ ok vagy $-$ ok; akkor (244.) u, u', v, v' is együtt $+$ ok, vagy együtt $-$ ok: 's legyen $u = u' + \omega$'s $v = v' + \lambda$; lehet $u - u' = \omega = \frac{fu'}{N}$, 's $v - v' = \lambda = \frac{f'v'}{N}$; tehát $u + v - (u' + v') = \omega + \lambda = \frac{fu' + f'v'}{N}$;

mely $< \frac{u'+v'}{N}$.

Ha pedig u', v' közzűl edjik $\maltese$ a' másik $\vdash$; legyen v' $\vdash$, akkor $-v'$ $\maltese$ leszsz; legyen $p = \frac{u'-v'}{u'+v'}$; a' felső ekkor $\maltese$, 's az alsó pedig feltét szerint nem 0; és $u+v = \frac{u'-v'}{p}$.

Legyen $u-u' = \omega = \frac{fu'}{pN}$, 's $v-v' = \lambda = \frac{f'(-v')}{pN}$; leszsz (mint az elébb) $\omega+\lambda < \left(\frac{u'-v'}{pN} = \frac{u'+v'}{N}\right)$.

Az honnan 2ről 3ra, 's úgy tovább akár-hányra nyilvános a' következtetés.

Sőt ha $u = u'$, tehát $\frac{u}{u'} = 1$; akkor is $\frac{u+v}{u'+v'} \frown 1$. Mert ekkor legyen $u'+v' = \varrho v'$; lehet $u+v-(u'+v') = \lambda = \frac{fv'}{N:\varrho} = \frac{f\varrho v'}{\varrho(N:\varrho)} = \frac{f(u'+v')}{N}$.

IX. Ha $\frac{u}{u'} \frown 1$; akkor $\frac{u}{u'}$ $\maltese$ (244); 's ha $q > 1$'s $\maltese$ egész szám, és i = tétedjü $\sqrt[q]{\frac{u}{u'}}$, úgy nem csak $i^q \frown 1$, hanem i is $\frown 1$, az-az az elébbi $\sqrt[q]{\frac{u}{u'}} \frown 1$.

Digitized by Google

Mert $i-1 < \frac{1}{N}$ lehet: mert ha nem; úgy vagy $=$ vagy $>$, vagy sem $=$ sem $>$. Az utobbi esetben $i-1=0$ tehát $i=1$, és így $i^q-1=0$, 's nem $< \frac{1}{N}$ volna; már pedig ($i^q = \frac{u}{u'}$) $-1 < \frac{1}{N}$ (feltét. sz.)

Ebből látszik, hogy, $i=1$ nem lehetvén, vagy $>$ vagy <1, mert $i=0$ se lehet, mert akkor $i^q=0-1 < \frac{1}{N}$ nem lehetne: tehát csak az visgálanddó, hogy lehet-é $i-1 =$ vagy $> \frac{1}{N}$? akár nagyobb 1 nél i akár kisebb légyen.

Legyen elébb $i>1$; és $i-1$(✱, mert i ✱) vagy $= \frac{1}{N}$ vagy $= \frac{1}{N} + h$ (az hól h ✱).

Az első esetben $i = 1 + \frac{1}{N}$, és $i^q > 1 + \frac{1}{N}$; tehát $i^q - 1 > \frac{1}{N}$.

Ha pedig $i-1 = \frac{1}{N} + h$; akkor $i = 1 + \frac{1}{N} + h$, 's i^q még nagyobb leszsz.

Tehát ha $i>1$, úgy nem lehet $i^q - 1 < \frac{1}{N}$

Legyen már $i<1$: ekkor $i-1 -$, és $i-1$ vagy $= \frac{-1}{N}$, vagy $= \frac{-1}{N} - h$. De edjik se lehet: mert ha $i-1 = \frac{-1}{N}$, akkor $i = 1 \frac{-1}{N}$, és így i törtt edj lévén, $i^q < 1 \frac{-1}{N}$; legyen

$i^q + h = 1 - \frac{1}{N}$; leszsz $i^q = 1 - \frac{1}{N} - h$, és így $i^q - 1 = -\frac{1}{N} - h$, mely $> -\frac{1}{N}$ (tehát $> \frac{1}{N}$) volna (feltét ellen).

Ha pedig $i - 1 = -\frac{1}{N} - h$; leszsz $i = 1 - \frac{1}{N} - h$; melynél i^q kisebb, mivel ekkor $i < 1$; legyen $i^q + l = 1 - \frac{1}{N} - h$ (az hol $l \maltese$); leszsz $i^q - 1 = -\frac{1}{N} - h - l$, mely megint $> \frac{1}{N}$.

Tehát semmi más eset nem lehetvén, ha $\frac{u}{u'} \frown 1$, akkor $\sqrt[q]{\frac{u}{u'}} \frown 1$.

X. Az egyértekűek' edjmássali felcserélésére, az elébbiekből következő, inkább eléforduló (többekre is kiterjeszthető) esetek ezek.

1. Ha $\frac{v}{u'} \frown 1$, 's $\frac{v'}{v} \frown 1$; úgy (246.) $\frac{vv'}{u'v} = \frac{v'}{u'} \frown 1$.

Az-az ha kettő $\circeq$ harmadikhaz, edjmás közt is $\circeq$; itt u' és v' mindenik $\circeq v$, 's abból $u' \circeq v'$.

Szintúgy ha $\frac{u}{v} \frown 1$'s $\frac{v}{z} \frown 1$; akkor $\left(\frac{uv}{vz} = \frac{u}{z}\right) \frown 1$; itt $u \circeq v \circeq z$ ből $u \circeq z$; 's ott v helyibe tétetthetik v', itt v helyibe z; a' következő esetekben v és v' cseréltetthetnek fel

2. Ha $\frac{u+v}{u'} \frown 1$, 's $\frac{v'}{v} \frown 1$; úgy $\frac{u+v'}{u'} \frown 1$.

Mert $\frac{u}{u} = 1$; tehát $\frac{u+v'}{u+v} \frown 1$; és igy $\frac{(u+v)(u+v')}{u'(u+v)} = \frac{u+v'}{u'} \frown 1$.

3. Ha $\frac{\sqrt[q]{(u+v)}}{u'} \frown 1$; úgy $\frac{\sqrt[q]{(u+v')}}{u'} \frown 1$, ha $\frac{v'}{v} \frown 1$.

Mert (mint az imint) $\frac{u+v'}{u+v} \frown 1$; tehát $\frac{\sqrt[q]{(u+v')}}{\sqrt[q]{(u+v)}} \frown 1$. És igy $\frac{\sqrt[q]{(u+v)}\,.\,\sqrt[q]{(u+v')}}{u'\sqrt[q]{(u+v)}} = \frac{\sqrt[q]{(u+v')}}{u'} \frown 1$.

4. Ha $\frac{\sqrt[q]{(u^c+v^d)}}{u'} \frown 1$, ($c$ és d egész számokat tévén); úgy $\frac{\sqrt[q]{(u^c+v'^d)}}{u'} \frown 1$, ha $\frac{v'}{v} \frown 1$.

Mert $\frac{v'v'\dots}{vv\dots} \frown 1$; (246.); tehát $\frac{v'^d}{v^d} \frown 1$; de $\frac{u^c}{u^c} = 1$; tehát $\frac{u^c+v'^d}{u^c+v^d}$

$\frown 1$; és így $\frac{\sqrt[q]{(u^c + v'^d)} . \sqrt[q]{(u^c + v^d)}}{\sqrt[q]{(u^c + v^d)} . u'} =$

$\frac{\sqrt[q]{(u^c + v'^d)}}{u'} \frown 1.$

5. Ha $\frac{u+v}{u'}$ nem $\frown$ hanem $=1$, úgy is fellehet cserélni vt v'vel, ha $\frac{v'}{v} \frown 1$.

Mert $\frac{u}{u} = 1$, $\frac{v'}{v} \frown 1$; tehát $\frac{u+v'}{u+v} \frown 1$; 's mivel $u' = u+v$; tehát $\frac{u+v'}{u'} \frown 1$.

6. Ha $\frac{dy}{\dot{x}(C)x} =$ vagy $\frown 1$; akkor $(C)x = \mathcal{J}y$, és dy felcseréltetthetik $\dot{x}\mathcal{J}y$ al.

§. 189. Az alkalmazást megelőzenddő még némely jegyzések.

I. Akármely közkép' jegye elibe írassék d; azzal azon közképnek növetképe jegyeztetthetik; péld. $d(A)x$, dy, az $(A)x$, y növetképeit teszik; azzal a' megjegyzéssel; hogy $\dot{y} = dy$, mert ha a' főváltozó x, minden $\dot{x}$ nek megfelelő növet $\dot{y}$nak mondatott, csakhogy x nek mindenik $\dot{x}$ ének megfelelő növete mind egyenlő, 's akármelyik $\dot{x}$ ről legyen szó, y nak az azon $\dot{x}$ nek megfelelő növete érttetik.

'S meg-jegyzenddő: hogy ${}^{x}\partial y$ tulajdonképpen tehetné nem teljes igaz növetképét y nak (238), ha y ban több változó van 1 nél, péld. z, x, 's csak x re nézt vetettnék a' növetkép, z változattlannak tétettvén fel; a' mikor is a' mindenik változóra nézti növetképek' öszszete a' nővetkép: de ha az egyértekűség által mindenik pontos betű csak 1 re vonatik (péld... $\dot{x}$ re); az emlitett öszszet, mely különben is növetkép volt, x re nézt is egész növetkép leszsz; 's hasonlólag az $\dot{x}$ nemzőtársa x re nézt teljes alkép leszsz; különben a' növetkép 's az alkép is csak részintieknek nézetthetvén.

Teljes alkép péld... z re nézt oly n től független közkép, mely $\dot{z}$ vel mérttezve növetkép: 's meglehetne az oly növetképet 's alképet, mely péld... z re nézt vétetik, 's határozattlan, hogy a' nézti teljes-é, így különböztetni $({}^{z}d)y$, $({}^{z}\int)y$; mikor nincs bézárva, teljes alképet, 's növetképet értve, akármely változóra nézve vétetett légyen.

II. Ha ${}^{v}\!\int(A)v = (C)v$, akkor $\dot{v}(C)v \doteq {}^{v}d(A)v$; 's ha ${}^{v}\!\int {}^{v}\!\int^{p} (A)v$ az-az ${}^{v}\!\int^{p+1} (A)v = (D)v$; úgy ${}^{v}d\; {}^{v}\!\int^{p} (A)v = \dot{v}\int^{p+1} (A)v$.

III. Nemcsak a' változattlannak növetképe 0, hanem csak változattlannak növetképe 0; ki vévén némely függvénynek, az csak bizonyos pontban vagy pontokban végződő x különi beeseit, az hól a' növetkép' 's tehát az alkép' becse 0. A' nővetkép β tol γ ig ily kivétellel érttetik.

Mert ha $(A)x = \alpha x^0$; $\alpha(m\dot{x})^0 - \alpha\,[(m-1)\dot{x}]^0 = 0$; 's ha $d(A)x = 0$, mindenik növet 0; 's az öszszet is 0; 's $\dfrac{(A)x-(A)(x-\dot{x})}{0}$ nem $\frown$ 1; 's $(A)x-(A)(x-\dot{x}) = 0$ se lehet közönien, ha $(A)x$ nem $= (A)(x-\dot{x})$; 's ez se lehet, ha $(A)x$ nem állandó; mert $(A)(n\dot{x}) = (A)(n-1)\dot{x} = (A)(n-2)\dot{x}$ 'sat. csak úgy lehet. Tehát $\int 0$ nak becse minden változattlan.

IV. A' főképhez akármely változatlan adassék, a' növetképben 's alképben változást nem okoz; 's az egyértekü növetképeknek fő-kepeik, 's azonegy változóra nézti teljes $=$ alképeknek (azon változóra nézti) főképeik, csak változattlannal különböznek.

Mert legyen $(A)x+\alpha=(P)x$; nyílván $(A)x+\alpha-[(A)(x-\dot{x})-\alpha]=(A)x-(A)(x-\dot{x})=(P)x-(P)(x-\dot{x})$.

'S ha $(u)x$nek főképe $(D)x$, 's $(k)x$nek főképe $(E)x$, és $(u)x \overset{\circ}{=} (k)x$; akkor $(D)\gamma-(D)\beta=(E)\gamma-(E)\beta$; tehát $(D)x-(E)x=(D)\beta-(E)\beta$, mely különbség változattlan.

Az honnán az alképekre nyílvános: mert ha azonegy változóra nézt vétettve egyenlők; legyen a' változó z, 's mind a' két alkép r; akkor $r$nek $z$re nézti főképének az mondatik, a' mi $\dot{z}r$nek főképe.

V. Ha $(Q)x=(A)x+(B)x$.. ('s ezek véges számmal vannak); akkor $\partial(Q)x \overset{\circ}{=} \partial(A)x+\partial(B)x$..

Mert az utobbiból mind azokat kihagyva, a' melyek vagy külön is vagy együtt 0t tesznek, (a' minek főképe változatlan), hogy csak azok maradjanak, melyek közzűl sem edjik sem kettő sem több együtt nem 0; leszsz.. (ha péld. $(A)x$, $(B)x$ . . a' megmaradó növ...képek' főképei, melyeknek rendre növetízképei $(a)m\dot{x}$, $(b)m\dot{x}$, 's a t. ., vagy $d(A)x=(a)x$, vagy $\frac{d(A)x}{(a)x} \frown 1$,

's vagy $d(B)x=(b)x$ vagy $d(B)x \frown 1$; tehát vagy $d(A)x+d(B)x=(a)x+(b)x$, vagy $\frac{d(A)x+d(B)x}{(a)x+(b)x} \frown 1$; 's így lehet akárhányadik utolsóig következtetni (246.)

Ha pedig a' sor végetlen és közelítő, akármely megadott ωra nézve, lehet annyi ízet venni, hogy azok' öszszetének $(Q)x$ rei pótja $<\omega$ legyen.

Megfordítva az (A)x, (B)x . , növetképeik' főképeinek öszszete csak változattlannal különbözhetik (A)x$+(B)$x… től. Mertt $\partial(A)$x nek akármely főképe (A)x től, 's $\partial(B)$x nek akármely főképe (B)x től 's úgy a' többi csak változatlannal különbözhetnek. Az elmaradhatott növetképek is a' főképben csak változatlanra nézt tehetnek különbséget: mert ha 0 a' növetkép, változattlan a' főkép; 's akárhány növetkép' öszszete legyen u, ha olyan v jön hozza, hogy $u+v=0$, akkor $u=-v$, tehát főképeik csak változattlannal különközhetnének, v nek 's $-v$ nek pedig főképei csak abban különböznek, hogy az edjikben a' növetek elleniek a' másikbaniakkal; tehát az ezen u nak, v nek, megfelelő főképi ízek, csak változatlant adnának.

VI. Eddig a' könnyitésért az (A)x növetsora öszszete x nek β becsétől γ ig röviden A val jegyezttetett; szintugy használttattván más betük: ezentűl A, B . . . egyebek' jelenthetésére feloldozttattnak.

VII. A' növetképi és alképi módok közzűl, melyek a' növetképi keresés módja (242.) 's az alkép keresés módja (238); mindenik ott használttatik, a' hól világosabb.

§ 190. Ha u és v a' főváltozóval példl. x el öszvefüggésbeni, n től nem függő közképek: úgy $d(uv)=udv+vdu=u\dot{v}+v\dot{u}$; ha $\frac{\dot{u}}{u} \frown 0$, 's $\frac{\dot{v}}{v} \frown 0$.

Mert uv nek növetízképe $uv-[(u-\acute{u}).(v-\dot{v})]$; mert ha $u=(A)$x, 's $v=(B)$x; ezen növetízkép $(A)\text{x}.(B)\text{x}-(A)(\text{x}-\dot{\text{x}}).(B)(\text{x}-\dot{\text{x}})=uv-(u-\acute{u})(v-\dot{v})$; mert $(A)(\text{x}-\dot{\text{x}})=u-\acute{u}$, 's $(B)(\text{x}-\dot{\text{x}})=v-\dot{v}$. (232.); $(u-\acute{u})(v-\dot{v})$ pedig $=uv-u\dot{v}-v\acute{u}+\acute{u}\dot{v}$; tehát a' növetízkép $u\dot{v}+v\acute{u}-\acute{u}\dot{v}$; 's

$\frac{u\dot{v}+v\acute{u}-\ddot{u}\dot{v}}{u\dot{v}+v\acute{u}} \frown 1$, (244.); mert $\frac{u\dot{v}+v\acute{u}}{\acute{u}\dot{v}}$

$= \frac{u}{\acute{u}} + \frac{v}{\dot{v}}$, mely mindenik a' feltétből $\frown$

∞; tehát $\frac{-\acute{u}\dot{v}}{u\dot{v}+v\acute{u}} \frown 0$.

Az honnan 2 nemzőről 3 ra, 's onnan akárhányadikig következik; hogy akárhány ilyen nemző legyen, az egész mérttezet' növetképe jönki; ha a' mindenikre nézt külön vett nézti növetképek öszszezttettnek (mindenkor a' többi nemző állandónak tétettvén fel).

Mert légyen péld. $duvz$; ez $= uvdz + zduv = uv\dot{z} + zu\dot{v} + zv\acute{u}$; 's ha újpéld. y járúl hozzá, az elébbi ízek y al mértteztettnek, 's $\dot{y}$ al pedig azon változók' mérttezete melyekhez járult az új y.

§ 191. Innen ha $u = v = z$; akkor $uvz = u^3$, és $du^3 = 3u^2\acute{u}$; 's $du^r = ru^{r-1}\acute{u}$'s $^{u}\!\int u^r = ru^{r-1}$.

Péld. $dx^2 = 2x\mathring{x}$; 's ha $u = 1-x^2$, $du^3 = 3(1-x^2).\acute{u} = 3(1-x^2)^2.(-2x\dot{x})$, mert $\acute{u} = d(1-x^2)$; ez pedig $-2x\dot{x}$, mert $1-x^2$-nak 's $-x^2$ nak eggy a' növet-képe (253). Tehát $du^3 = -2.3x\dot{x}.(1-x^2)^2$, 's $^{x}\!\int u^3$ pedig $6x(1-x^2)^2$.

Sőt ezen növetképezés ha r nem egészszám is, hanem $= \frac{p}{q}$, 's p, q egész számok, akkor is igaz; 's az öszszemérhetlenség esetére is könnyü kiterjeszteni.

Mert $\frac{p}{q}$ legkisebb kifejezetben érttettvén, ha $u^p = v^q$; akkor $u^{\frac{p}{q}} = v$. Azonban $du^p = pu^{p-1}\acute{u}$, 's $dv^q = qv^{q-1}\dot{v}$.

Az honnan $\dot{v} = \frac{pu^{p-1}\acute{u}}{qv^{q-1}}$; mely ha v helyibe $u^{\frac{p}{q}}$ tétetik, leszsz $pu^{p-1}\acute{u} : qu^{\frac{p}{q}(q-1)} =$

$\frac{p}{q} u^{\left(\frac{p-1}{q}\right)}\acute{u} = ru^{r-1}\acute{u}$.

Jegyzés. 1. Ezen fontos igazság ugyan a' két-izi alakzat' ok-adata után önként foly: ha $[(A)x]^r = u^r = (A')x; (A')(x-\dot{x}) = (u-\acute{u})^r$ (232); tehát a' növet-ízképe u^rnek $u^r - (u-\acute{u})^r$, mely is $ur^{r-1}\acute{u} + \omega$ (a' 2-dik-íz utániakat ω nak nevezvén); az holott könnyü lévén megmutatni, hogy $\frac{\omega}{ru^{r-1}\acute{u}} \frown 0$, $\frac{ur^{r-1}\acute{u}}{ru^{r-1}\acute{u} + \omega} \frown 1$ (245).

2. Innen $ur^{r-1}\acute{u}$nak u^r főképe, 's $u^k du$ nak $\frac{u^{k+1}}{k+1}$ főképe: mert ennek $\frac{(k+1)u^k}{k+1} = u^k$ alképe.

§ 192. A' trigonometriai függvények, kevés trigonometriai elemek után könnyen növetképezttettnek: úgymint a' vég-táv, pót-végtáv 'sat. az ivet (mely legyen x) véve főváltozónak.

A' növet-ízképe $\sin x$ nak $\sin x - \sin(x-\dot{x}) = \sin x - \sin\dot{x}.\cos x + \cos\dot{x}.\sin x$; 's meglehet mutatni, hogy $\frac{\dot{x}}{\sin\dot{x}} \frown 1$, 's $\frac{1}{\cos\dot{x}} \frown 1$; tehát $\frac{\dot{x}\cos x}{\sin\dot{x}.\cos x} \frown 1$, 's $\frac{-\sin x.1}{-\sin x.\cos\dot{x}}$ $\frown 1$; azonban $\frac{\sin x}{\sin x} = 1$. Tehát (246.) $\frac{\sin x - \sin x + \dot{x}\cos x}{\sin x - \sin x.\cos\dot{x} + \sin\dot{x}.\cos x} \frown 1$; és így $\dot{x}\cos x = d\sin x$, $d\sin x = \cos x$. 'S így jönki $d\cos x = -\sin x$, 'sat. (Tent.). Igy $d\tan g x = \dot{x} : (\cos x)^2$.

§. 193. $\partial \lg = \frac{\dot y}{y}$, 's $^{y}\partial y = \frac{1}{y} = y^{-1}$.

Mert $\lg y - \lg(y - \dot y) = \lg\left(\frac{y}{y - \dot y}\right) =$ $\lg\left(1 : \frac{y - \dot y}{y}\right) = \lg 1 - \lg\frac{(y - \dot y)}{y} = - \lg$ $\left(1 - \frac{\dot y}{y}\right) = \frac{\dot y}{y} + \frac{\dot y^2}{2y^2} + \frac{\dot y^3}{3y^3} \ldots$ (172.).

'S ha az első iz utániak' öszszete ω nak, 's az első u nak mondatik, a' már többszer ismételtt módon $\frac{\omega}{u} \frown 0$, 's tehát $\frac{u + \omega}{u} \frown 1$ (244.), 's $\frac{u}{u + \omega} \frown 1$.

§ 194. $\partial\, a^x = a^x\, \partial \lg a^x$. Mert legyen $y = a^x$; leszsz $\partial \lg a^x = \frac{\partial a^x}{a^x}$; tehát $\partial a^x = a^x . \partial \lg a^x$. Mely megint $= a^x\, \partial(x \lg a) = a^x \lg a . dx$, $\lg a$ az utobbiban változatlannak tétettvén fel.

§ 195. A' görbe' hoszszának (melyet *Vega* a' növetkép-tan' szigorubbnak véltt módjára próba-kövűl ajánl), 's többféléknek növetképezésére; 's mind a' növetek' mind az alképek' hasznának többféle könnyebb példákkal lejendő kimutatására, némely űrtani és erőtani képzetek előre bocsáttanddok.

Megjegyzenddő azonban: hogy sokszor a' növetképezenddő, péld. ha (A)x görbének hoszszát (6.) 's több a' félét. . . teszen, nem oly láthatóúl adatik meg, mint (234.) a' terj az al-útak, fő-út 's az azokközti vonal közt, mikor a' növet-sor' izei is mind láthatók; hanem csak oly bizonyos változó Z adatik meg, hogy $Z \frown (A)x$, midőn $n \frown \infty$; a' mikor is megmutattattván, hogy Znek van széj-becse, ezen széjbecs éppen oly határzott kép alá vehető, mint az emlitett terj; 's éppen oly ntől nem függő közkép leszsz.

A' növetképezésre is szintugy két oly eggyértekü növetkép találttatván, hogy az edjik $>$ a' másik $<$ legyen a' növet-ízképnél, ugymint $(v)x > (a)x > (u)x$ (243.), $(v)x \overset{\circ}{\geqq} (a)x \overset{\circ}{\geqq} (u)x$ leszsz; 's csak oly esmertt $(B)x$ találttassék, hogy $(u)x$ vagy $(v)x \overset{\circ}{\leqq} (b)x$; a' fönnebbiek szerint megtaláltatik $(A)x$.

Mindenütt oda érttetik, x nek β becsétől x nek γ becséig, 's szintúgy a' (241.) kivétel. 'S látszik az is: hogy tulajdonképen az $(A)x$ megtalálására csak oly esmertt $(B)x$ kell; hogy az esmertt függvény' növetizképe az esmeretlen függvény növetizképével eggyértekü, ugymint $(a)x \overset{\circ}{=} (b)x$ legyen; 's péld. $(v)x$ e' két növetizképnek csak egyitője, ha $(a)x \overset{\circ}{=} (v)x \overset{\circ}{=} (b)x$; mert akkor $(a)x \overset{\circ}{=} (b)x$; 's ámbár $(A)x$, $(B)x$ ntől nem függők, $(A)\gamma - (A)\beta = (B)\gamma - (B)\beta$; mert a' (156 ba) irtt mód könnyen alkalmazttatik, az otti h ekkor, 0t is tehetvén.

Az emlitett űrtani 's erőtani képzetek.

I. Az űr' képzete a' kűl-világból elvonás által ered: de ezen elvonás csak gondolati; mert azt tenni, hogy az a' mi benne van, ne legyen, lehetlen.

Azonban szükségesleg véghetlennek látja az ész, és mennyiségnek; 's csak abban változhatónak, hogy most ennek majd amannak adhat helyet.

II. Az ürnek van oly véges mennyiség darabja *a*, melynek az azonkivüli ürrel közöse szakadattlan, 's elválhatlana *a* nak; és a' melynek van oly darabja *b*, melynek az *a* azonkülijével közöse szakadattlan, 's elválhatlana *b* nek; és a' melynek van oly darabja *c* melynek a' *b* azonkülijével közöse két olyan, melyek közzül edjiknek sincs darabja. Neveztetik az ilyen *ür-pontnak*, az *a* közöse *terjnek*, a' *b* közöse *lineának*. A' terj mondatthatik *lepnek* vagy *külnek* is. Ürpont pedig mindenütt van az ürben; s minden ür-pontok egyenlők.

Akármely terj' vagy terjek' bizonyos számu darabjaiból öszverakott is, terjnek mondatik; 's ugyan ez a' lineára is ki terjesztetik.

Az ürnek oly elválhatlana, mely szakadattlan, *alaknak* mondatik.

III. Az ürből a' kül-világba viszsza lépéssel alkottatik az *ürtani mozony*, az *egybe-illési alap-iggal (Axioma congruentiae)*: ugyan is az a' kérdés támadván, hogy *azon két helyek, melyekben ugyan azon test különböző idekben volt, egyenlők é?* a' felelet nyilván az lévén, hogy *egyenlők*; oly ürtani mozony alkottatik, mely gondolattal akar hová vitetthessék az ürbe, semmi egyéb tulajdont a' testtől nem véve a' mozoghatáson és azon kivűl, hogy azonegy idben különböző helyeken ne lehessen. A' mikor is nyílvánlik: hogy valamikor megmutattatik; hogy *ha ily gondolati mozony M az ürnek A részével öszve esvén, azután az ürnek B részével eshetik öszve; úgy A és B helytől válttan egyenlők.*

Jegyzés. A' mind finomabbúl hegyzett plajbász' nyomáról is a' gondolat észképileg az idpontra megy: 's innen a' *vonal* név (röviden *vony*).

Azon alak, melynek akármely pontjából a' pontnak csak véges számu útja van azon alakban, *linea*, még pedig *edjszerü*, ha edjik pontjából sincs 2nél több út; ha pedig mindenikből számtalan útja van a' pontnak, *terj*.

IV. Ha *A*nak 's *B*nek *C* oly közöse, mely elválhatlana *A*nak is *B*nek is: *A* és *B* edjmást *C*ben *vágni*, 's *C* *vágatnak* mondattnak.

V. Ha 𝔆 ponttól 𝔇 pontig, van 𝔠 ponttól 𝔡 pontigi valamely vonalhaz egyenlő: 𝔇 a' 𝔆től, 's 𝔡 a' 𝔠től *eggytávuaknak* mondattnak.

'S azonegy 𝔠 ponttól, minden a' 𝔡 ponttal eggytávu pontok' foglalatja, mondatik 𝔠 *középpontból* 𝔡 *ponttali gömbnek*.

'S ha 𝔆 és 𝔠 közép-pontokból két mindig egyenlő pár gömb gondolttatik, mindenik a' középpontjábol terjedve a' véghetlenbe; 's mindenik pár gömbnek közöse (mikor van) *y* nak neveztetik: minden *y*aknak foglalatja mondatik *lapnak*, vagy *ternek* (*tér* vizfektü teret téve.)

'S mivel meglehet mutatni; hogy edj darabig nem érik edjmást, azután legelébb 1 pontban érik, 's azután mindenik egyenlő pár gömb mind a' kettöt két-bolt darabra osztó körbe vágja edjmást, 's mindenik bolt-darabban oly közép-pont van, melytől azon körnek minden pontjai eggytávuak: mind ezen bolt-darabok közepeinek az edjetlen érintés' pontjával együtti foglalatja *egyen*.

Mind a' lap mind az egyen itt végetlen; de akármely szakadattlan darabja is a' lapnak, *lapnak*, 's az egyené *egyennek* mondatik.

Az egyent lehet mondani két lap' *vágatjának* is.

Egyébként az egyennek bélyzete az is: hogy 𝔞tol 𝔟ig olyan vonal, melyhez egyenlő attol különböző 𝔞tol 𝔟ig nincs.

Vagy: ha *A* olyan, hogy akármely *a* és *b* pontok vétessenek benne, akármely olyan *c* pont, mely *a*, *b* nek edjetlene, az *A* ban legyen; akkor *A* ha vonal, *egyennek*, ha terj *lapnak* mondatik; ha telj, az ∞ ür.

Az *a*, *b* *edjetlenének* mondatik *C*; ha nincs oly *C* től különböző *D*; hogy valamely főlebb irtt ürtani mozonyba *a*, *b*, *C* belé eshessenek, 's azután ugyan abba *a*, *b*, *D* is úgy eshessenek, hogy *a* és *b* az elébbi helyeikben maradjanak, 's *D* a' *C* elébbi helyével öszve essék.

Jegyzés. De ezek az ehhez tartozókkal mind megmutatanddók: a' Tentamenbeni röviditható, 's a' hiány pótolható.

VI Feltétettvén az esmeretes Eucl. Ax. XI. csak a' gömb és lap olyan, mely akármely pontja nyugvásával magában mozoghat: a' kör az, a' mit ilyen mozgásban akármely pont mind tovább menve a' viszsza-térésig ír. Lehet így is; akármely gömbnek a' közép pontján át-tett lappali vágatja, *körnek* mondatik.

Vannak, a' melyek magokban mozoghatnak, de nem pontjuk' nyugvásával: péld. az egyen, kör, sróf-linea, henger. Sok mozoghat magában bizonyos de nem akármely pontja körűl.

Jegyzés. Oly viszsza térő vonal, melynek mindenik pontja azonegy ponttol eggytávu, lehet kör, 's számtalan egyéb is.

VII. Két egyen(* szintúgy két lap, 's szintúgy egyen és lap, ha (mindenik végetlen gondoltattva) nem vágják edjmást: *eggyközieknek* mondattnak (az Eucl. *Ax.* XI feltételével). Jegye II. Legszélesebb értelemben van a' Tentamenben.

VIII. Ha *l* egyen, bizonyos (akármely alaku) *L* lap-darabban van; 's *l* az első helyé-

(* azonegy lapban

hez !! mozog mind tovább bizonyos helyig, mind azonegy P lapban maradva a' mozgás alatt, és nem P be eső L lap-darabot az első helyéhez !! vive magával: mind az l mind az L útja mondassék *eggyközénynek*; amaz *terj-eggyközénynek* ez *telj-eggyközénynek;* 's ha akár l nek akár L nek valamely pontja egyent ír, mondassék *egyeninek* az *eggyközény.*

IX. Akármely egyen, vagy akármely alaku lap-darab, légyen L; minden pontjairol azonegy c pontra lévő egyenek' foglalatja mondassék *teténynek*: ha L egyen, *terji-teténynek*, 's ha L lap, 's c nem esik az L lapba (ha ez kinyujtatik is), *telji-teténynek* mondattván.

Az eggyközényekben, az l útjának l, az L útjának L, 's a' teténynek is L, *aljának* mondatik: *magasságnak* pedig mondatik az l útjában az utolsó l nek, 's az L útjában az utolsó L nek, távja az első helyétől; a' tetényben pedig c pontnak távja L től, (*távon* ezen túl a' legrövidebb egyen: 's l, L kinyujtva érttettvén).

Az eggyközényben, ha lap az alj; az első 's utolsó helyek *fenekeknek* mondattnak.

Mind az eggyközénynek mind a' teténynek, mind az aljra, (mely lehet $\triangle$, kör 'sat.) mind az arróli emelkedésre nézve sok fajtáji vannak.

X. A' teténynek leányai: a' *szög*, 's a' mérttezés' hozzájárultával a' *hasonló*; a' szögnek pedig a' *folyó alak*, 's ennek a' *görbe*, 's az *érintő*, a' *szinte erővel*; 's az egyen' és lap' hozzájárultával, a' szögnek, görbének 's érintőnek leánya a' többféle $\llcorner$, 's ennek a' lappal leánya a' *szembeni kép*, 's az egyenlőségnek bizonyos neme. Ugymint

XI. Ha M nek, akár vonal akár terj legyen), mikor vonal, magának, mikor terj, valamely véghetlen lappali vágatjának (260.), *d* oly darabja, és ennek *f* oly bel-pontja; hogy ha bizonyos lap-fenekü teténynek *e* tetejéről bizonyos *P* lap a' fenékre menve, a' tetény' küljét *α* és *β* darabokra választja, *f* a' *c* be, 's *d* nek edjik darabja *α* és *P* közé, 's a' másik *β* és *P* közé essék: úgy *M szöget alakitni* mondatik *f* pontnál; 's szintúgy ha valamely *T* terjen oly *v* vonal van, melynek minden pontjainál szög van; *T* nek a' *v vonalnál szöge lenni* mondatik; 's az ilyen *ormi szögnek*, vagy *ormnak* avvagy *szegletnek* mondatthatik.

Jegyzés. A' szög, mint mennyiség, nézti; péld. mikor 2 egyen' szögéről, mint mennyiségről van szó: az nézetik, hogy mennyidje az akármely sugárral irtt, szárai közti ív, az egész körnek; innen a' *fertáj-szög*, *negyed szög* név, 's ha *ab*, *bc* egyenek negyedszöget csinálnak, edjik a' másikra *negyed-szöginek* (vagy *fertájinak* mondatik; jegye *ab* ∟ *bc*.

Egyennek *p* pontnál *lappali szöge'* mennyiségének vétetik, azon szögnek mennyisége, a' mely szögnél azon egyen edjik egyennel is, mely *p* pontról azon lapban van, kisebbet nem csinál. *Lapnak lappali szöge'* mennyiségének vétetik az, hogy mennyidje az egész körnek azon iv, melyet az edjiknek akármely pontja ír, mig ez a' köz vágat körűl a' másikig fordul; a' milyen kétfelől 2 van, 's túl a' töviek.

XII. *Folyó alaknak* mondatik; melynek edjik pontjánál sincs szöge: 's azon *folyó alak*, melynek edj darabja sem egyen sem lap, *görbének* mondatik.

XIII. Ha *A* és *B* folyó alakak' közöse *f* (pont vagy edjszerü vonal) olyan, hogy akármelyik pontjából *f* nak, van *A* nak oly *a* darabja, 's *B* nek oly *b* darabja; hogy *a* nak 's *b* nek foglalatja ;folyó alak legyen: ugy *A* és *B* edjmást *t* ban *érinteni* mondattnak. Az *érintés' fokozatai-ról* alább.

XIV. Ha *A* lap érinti *B* alakat p pontban, 's pq egyen *A* val negyedszöget csinál: úgy pq *negyedszöginek* mondatik nem csak *A* ra hanem *B* re is; 's ha *v* vonal *C* terjbe esik, 's *v* nek minden pontjairól van *C* re ∟; mind ezen ∟ ek' foglalatja is *C* re ∟ nek mondatik.

XV. Akármely *K* legyen *P* lapra nézt edjfelől: minden pontjairól *K* nak *P* re ∟ ek túl éppen annyira nyujttattván ki; mind ezeknek végiek' foglalatja mondatik *K* nak *szembeni* (vagy *szembei*) *képének*.

Jegyzés. Ezen kép egyenlő *K* haz: de nem mindenkor eshetik öszve; péld. a' jobbrai sróf-nak képe bal, ('s a' jobbrai forgás' képe is bal) 's a' jobb kéz' képére amannak keztyüje csak kifordítva illenék. *Ürileg egyenlőnek* mondatik *B* hez *A*, ha a' (259.) fölebbi mozony miután *A* val öszve esik, vagy *B* vel vagy ennek szembeni képével öszve eshetik.

XVI. A' *c* tetejü 's *M* alju tetény, mérttezéssel párosulván, ha *M* nem csak egyenre 's lapra szorittva, az űrből akármit tehetvén, (1 ponttól nap-systemákig), mindenik p pontján *M* nek azonegy c pontból 2 felé végetlen egyen gondoltatik, 's minden cp köznévvel x nek neveztte-tik; és minden x en *c* től kezdve $y=x.a$ vétetik (a minden x re azonegy tétedjü ✚ ot téve), még pedig vagy minden *y* a' cp egyenen arról felől vétetik a' hól p van, vagy minden *y* túl vétetik: akármelyik esetben minden *y* ak' végeinek foglalatja, *M* hez *hasonlónak*, 's akármely x nek vége az ő *y* ja végével, 's akármely x ek' végeinek foglalatja az azon x ek *y* jai végeinek foglalatjával *eggyfektüeknek* mondattnak akármelyikben a' 2 eset közzűl, azzal a' megjegyzéssel, hogy 2 dik esetben balkéz jön ki, ha *M* jobb kéz.

XVII. Ha *L* és *l* két vonal a' lapban, 's főválzó x nek mint fő-útnak végéni negyedszögi alútak Y és y; és $J^k\, Y = J^k\, y$, ha x nek α becse vétetik, 's k akármely ✚ egész számot tészen olyan h ig, hogy $J^{h+1}\, Y$ már x nek α becsére nem $=$ $J^{h+1}\, y$; akkor *L* és *l* az $x = \alpha$ végéni al-út' tetején edjmást *h* dik *fokzatban érinteni* mondattnak.

Megfog látszani: hogy az egyen csak első fokzatban érinthet; a' kör 2 dikban is; a' mikor is azon pontnál a' 2 dik fokzatban érintő körnek sugára, az érintett görbének *görbület-sugarának* mondatik, (röviden *görbi sugárnak* azon pontnál, vagy *görbe' sugárának*). 'S meglátszik: hogy valamint ha egyen az érintő, az egyen 's görbe között az érintés' pontjáról egyen nincs, azon kör 's a' görbe' közt sincs kör. A' kör helyibe gömbet téve, kiterjesztheto más alakakra is.

XVIII. Ha *E* egyen 's a' görbe közt nincs végnélkűl kinyujtott egyen, 's még sem éri *E* a' görbét, *szint-érőnek* mondatik: görbe görbéhez is közelithet végnélkűl; úgymint ha g vonalnak y, 's G vonalnak Y az alútaik ugyan azon főutra nézt; 's bizonyos ponttól kezdve 's végnélkűl menve, soha $y = Y$ nem leszsz, de $y - Y \rightsquigarrow 0$; g és G edjmást *szint-érni* mondattnak. Mikor egyéb nem mondatik, egyen érttetik nem csak a' szint-érön, az érintön is.

Ha mind az érintő, mind az erre az érintésipontról $\perp$ görbi sugár kinyujtatik a' főútig: azon ponttól a' főútig az érintő *érintény*nek (*tang*), a' sugár pedig *sugárzánynak* (*normal*), 's al-úttoli távja az érintény 's fő-út vágatjának *érinti-aljnak* (*subtang*) nak mondatik, 's ugyan azon alúttoli távja a' sugárzánynak a' fő úttali vágatjának, *sugár-aljnak* (*subnormal*) mondatik. A' *tang* és *subtan*; szöge legyen u.

Meglátszik majd: hogy $Jy =$ tang u, 's ha az érinti-alj s, a' sugár-alj σ, 's a' sugárzány N,

$$y^2 = s\sigma = \frac{y\sigma}{Jy}, \text{ 's } \quad \sigma = yJy, \text{ 's } \quad N^2 = \sigma(s+\sigma).$$

'S ha $\mathfrak{c}$ pontjából a' fő útnak, ennek a' *tang* ali vágatjáigi egyen p nek, s ugyan $\mathfrak{c}$ pontról a' főútrai $\llcorner$ nak *tang* ali vágatjáigi egyen z nek mondatik; és a' görbének valamely pontjától végnélkül menve, z, Jy, és p közzül, mindeniknek széjbecse van; még pedig vagy edjiknek széjbecse se 0 sem ∞; vagy z nek és Jy nak széjbecse egyszersmind 0 vagy egyszersmind ∞; és akármelyik legyen 0 és ∞ közzül; p nek széjbecse a' másik: ekkor az első esetében a' 2 dik esetnek (az-az ha $z \frown 0$, 's $Jy \frown 0$), a' fő út; a' 2 dik esetben (az-az ha $z \frown \infty$, 's $Jy \frown \infty$) a' $\mathfrak{c}$ pontróli $\llcorner$ szinteérő; a' legelső esetben pedig, ha $\mathfrak{d}$ a' $\mathfrak{c}$ ről i $\llcorner$ ban, 's $\mathfrak{f}$ a' főútban olyan pontok, hogy $z \frown \mathfrak{cd}$, 's $p \frown \mathfrak{cf}$; a' kinyujtott $\mathfrak{fd}$ szintérő egyen leszsz.

A' mikor is ha ezen egyen A nak neveztetik; lehet oly fő útat mutatni; hogy ha az emlitett görbének al-útja y, 's az A egyent iró al-út Y; az emlitett pontjától kezdve a' görbének, végnélkül $Y-y \frown 0$. 'S könnyü megmutatni, hogy ekkor A 's a' görbe közé egyent nem lehet vonni.

XIX. Ugyan az alképek által meglehet tudni, hogy a' görbe a' fő út felé homoru-é vagy domboru; sőt a' fő-útnak bizonyos becsére, nem edjfelől homoru másfelől domboru é? (mely utobbi *kigyózatnak* mondatik). Alább edj viszsza tekintettel meglátszanak a' következők.

1. Ha valamely pontnál y nak legelső nem 0 alképe páros számadik, 's ez $+$; ott a' görbe mind a' kétfelől domboru a' fő út felé, azon pontnáli érintön főlűl kezdődvén mind a' két felé; ha pedig $-$, úgy homoru, az érintön alúl kezdődvén.

2. 'S ha (bizonyos becsére a' fő-útnak) az első nem 0 alképe y nak páratlan számadik: úgy azon pontnál kigyózat van: mely is nem lehet, ha $J^2 y$ meghatárzott véges, 's nem 0; mert akkor ha ez $+$, a' görbe mind a' kétfelől domboru, ha $-$ homoru.

3. Ha pedig $J^2 y = \infty$ vagy $\frac{0}{0}$ a' főút x nek a becsére; minél kisebb ω val probálni kell $x = a + \omega$'s $a - \omega$ ra nézve, hogy a' görbe mind a 2 felől homorunak', domborunak, vagy kigyózatnak jön é ki.

4. A' hól kigyózat van, az különi pontnak mondatik; valamint a' hól az al-út y legnagyobb vagy legkisebb, legalább a' főút x nek bizonyos becsétől bizonyos becséig; szintúgy a' hól x nek bizonyos becsére y nak edjetlen becse van, de a' görbének több ágai lesznek; 's ezeknek is vagy azonegy, vagy külön érintőjek van azonegy pontban (mely utobbi esetben az alképnek is több becse van); továbbá az első esetben is vagy mindenik vagy csak az edjik forditja domboru arczát az érintő felé; 's mind a' 2 esetnek 2 esete van, a' mint a' fő út felé domboru vagy homoru. Ez *hegyzetnek* mondatik, *első* 's 2 dik *nemünek*, az elsőben az érintő a' kettő közé esik.

Vannak a' főútnak oly különi pontjai is némely egyenlet szerint: hogy sem innen sem túl azon különi ponton vagy pontokon kivűl, melyet az egyenlet ád, *y* nak tétedjű becse nincs; de az *y* ellenedjü becsei mit adnak, másfelől vi'sgálanddó.

5. Legnagyobb vagy legkisebb *y* más becsére xnek nem lehet, hanem a' melyre *y* nak legelső nem 0 alképe páratlan számadik, a' mint alabb meglátszik.

XX. Ha *V* es *v* két oly vonal, hogy *V* foglalatja a' *v* minden pontjároli görbület-sugárok' végeinek: úgy *V* mondatik a' *v közép-pontozatának*, *v* pedig a' *V sugárzatának*. Vagy mivel meglehet mutatni; hogy ilykor ha *V* re hozzá egyenlő (tökélyesen hajlónak képzeltt) egyen, elébb reá lapulva, azután mind érintőleg fejlődni-le gondoltatik; a' vége útja *v* leénd: mondatthatik *V lefejlődőnek*, 's *v fejletnek*.

XXI. Viszsza-térve (a' cél' közelitésére) az eggyközényre: ha az eggyközény egyeni (262.), 's akár *l* nek akár *L* nek pontja által írtt egyen az aljra ∟; akkor az *eggyközény negyedszögினek* mondatik (röviden *negyedszögénynek*).

A' negyedszögénynek fajtáji: a' *terj-negyedszögény*. (rectangulum), a' *terj-negyedszögény* (*téglány*); 's a' △ vagy számtalan más alak-fenekü telj-negyedszögények.

Szintúgy a' teténynek, állása 's feneke alakja szerint számtalan fajtáji vannak.

Légyen akármely terj-eggyközény 𝔄ℭ𝔅c, melynek 𝔄𝔅, ℭc átlóji f ban vágják edjmást; 's ezen fenékről emelkedő eggyközény' eléhozásában írjon ℭ pont ℭℭ' egyent; irnak ekkor 𝔄, b, c, f pontok ahhoz ∥ és = 𝔄𝔄', 𝔅𝔅', cc', ff' egyeneket; 's ha ℭ'ℭc a' fenékre ∟, és vagy ℭ'ℭ is az, vagy 𝔄ℭ = ℭ𝔅; az egész egyközény 𝔄𝔄'𝔅'𝔅 lap által △ 𝔄ℭ𝔅 fenekü és △ 𝔄c𝔅 fenekü oly eggyközényekre oszlik, melyek öszve eshetnek; más esetben pedig az edjiknek boritékját ki kell fordítani, hogy öszve eshessenek.

Tudniillik: ha 𝔄ℭ𝔟𝔠 nek felső szine (a' láthatóságért) feketének 's az alsó színe fehérnek gondolttatik; △𝔄ℭ𝔅 csak úgy fedheti 𝔄𝔠𝔅 △ot azon esetben ha 𝔄ℭ nem = ℭ𝔅, hogy a' különböző szinek essenek edjmásra, ha pedig 𝔄ℭ = ℭ𝔅, úgy az egyszinüek is fedhetik edjmást.

Légyen ℭ'ℭ𝔣, ⊥ 𝔄ℭ𝔅, de 𝔄ℭ nem = ℭ𝔅; 's légyen péld. ℭ'ℭ𝔣 hegyes szög, tehát 𝔠'𝔠𝔣 tompa: igy mikor 𝔣 magában maradván, 𝔠 pont ℭ be, 's 𝔄 pont 𝔅 be, 𝔅 pont 𝔄 ba esik (mindenik félkört irván), 𝔠' nem eshetik ℭ' be; mert ℭ'ℭ𝔣 hegyes 𝔠'𝔠𝔣 tompa szögek.

De ha 𝔄ℭ = ℭ𝔅; ekkor △𝔄'𝔠'𝔅' az alattai eggyközénnyel △𝔄𝔠𝔅 re szálva; 's így 𝔠' a' 𝔠 be, 𝔄' az 𝔄 ba, 's 𝔅' a' 𝔅 be esvén, ha △𝔄𝔅𝔠 az 𝔄𝔅 körűl a' fekete szinével △𝔄ℭ𝔅 nek fekete szinére fordul, magával vívc az alattai eggyközényt, 𝔠𝔠' egyen ℭℭ're esik; (mivel ℭ'ℭ𝔠 szög = ℭ'𝔠'𝔠), és a' két eggyközény öszve esik

Ha pedig ℭ'ℭ𝔣𝔠 lap nem ⊥ a' fenékre, 's edjik péld. 𝔄 felől *v* 's 𝔅 felől *u* szöget csinál; az elébbi fordulásokkal mikor 𝔠 pont ℭ be jön, 𝔣𝔠 egyen 𝔣ℭ be esik, de a' 𝔣𝔠 egyeneni lap *v* szöget vive magával, 𝔅 felől a' fenékkel *v* szöget csinál, tehát a' ℭ𝔣 egyeneni lappal, mely *u* szöget csinál, öszve nem eshetik, tehát 𝔠𝔠' sem ℭℭ' vel.

'S ha a' felső fenékből 𝔄'𝔠'𝔅' tétetik 𝔄ℭ𝔅 re is, szintúgy van: ezen felső △nak alsó fehér színe 𝔄ℭ𝔅 nek felső fekete szinére esvén; azon eggyközény, melynek felső feneke △𝔄'𝔠'𝔅' az 𝔄ℭ𝔅 △on alol esik: tehát semmiként a' két eggyközény öszve nem eshetik.

De az 𝔄𝔅𝔠 fenekü cggyközény' boritékát a' belső szinével kifordítva, az 𝔄𝔅ℭ △ra lehet tenni, 's az ezen fenekű elébbi eggyközénnyel öszve esik.

Jegyzés. Ilyen leszsz az ABC fehér fenekü eggyközénynek szembeni képe, ha a' könnyebbségért ezen fenék || az (264.) irtt *P*hez, 's a' fenék' fehér szine *P*felé van fordulva; 's Anak a, Bnek b, Cnek c a' képe: és így △AbC = △abc, 's szembe menve öszve ilhetnek; tehát a' főlebbi szerint △abcnek fekete szine van az ABC fehér szine felé: 's ha csak ezen edjetlen módon eshetnek öszve; a' mi péld. ABCtől balra van, az abctől jobbra esik.

'S szintúgy van, ha (264.) a' központtól (mely legyen q) mind másfelől vétettnek az *y* ak, 's *a* = 1; az ABC fehér szinének abcnek fekete szine a' maga lapjában fordulva szembeni képévé válhatik; de ha qABC tetény △ ABCtől péld. jobbra esik; mikor ABC öszve esik abcvel, qabc tetény balra esik.

Megjegyzendő: hogy a' szembeni képhez, és ahhoz a' mit a' közelebbi ád ha *a* = 1 vétetik, éppen egyenlő az a' mi kijön, ha a' boriték kiforditattik; de úgy alkottatik az új test, hogy minden darabjai és szögei azon módon következzenek edjmás után; úgy hogy minden elébbi szögnek, annak tövilegi kinyujtása feleljen meg, (a' görbe' pontján érintőkkel értve). Különben már bizonyos négy-lapi szög is adhat ugyanazon küli szinnel is, akár gödrös akár kiálló alakut: péld. edj négyeg fenekü negyedszögényre főlűl lehet tenni akár ki felfelé akár bé lefelé oly tetényt, melynek oldalai négy oly △ ok, melyek közzűl mindeniknek edjik oldala a' négyeg' oldálához, a' többi bizonyos azonegy olyanhoz egyenlő, a' mi nagyobb a' négyeg' félátlójánál.

XXII. Akármely egyeni keriték légyen a'

telj-negyedszögény' feneke, mivel ezen fenékből negyedszögényt lehet kirakni; ezek a' rajtok lévő telj-negyedszögényeket magokkal vihetvén, oly telj-negyed-szögényt alkotnak az elébbiből, melynek feneke is negyed-szögény. Sőt akármilyen légyen is a' fenék' kerítéke, széjbecsileg azon feneket negyedszögényé lehet változtatni.

Könnyű pedig megmutatni; hogy a' negyed-szögény' férete, az alja akár egyen akár negyedközény légyen, az aljnak a' magassággali mérttezésével ki jön: melyből majd mind a' terji féretek a' lapon, mind a' teljiek, a' csupa alkép' főképezése által kijönek; eggyaránt ilvén △ra, teténynyre, eggyközényre, körre, más görbékre, gömbre, 's más valamely linea megfordulása által lett testre. Ugymint ha az $\dot{x}$ elején y' az al-út, 's a' végén y, a' terjre nézt $\dot{x}y$ és $\dot{x}y'$ adván (v)x és (u)x et (242.), a' növetkép $\dot{x}y$'s az alkép y. Szintúgy a' megfordulással lett teljre nézt $y^2\pi$ és $y'^2\pi\dot{x}$ adván (v)x és (u)x et, a' növetkép $y^2\pi\dot{x}$'s az alkép $y^2\pi$.

Némely könnyebb erőtani képzetek.

I. A' *sebesség* nézti mennyiség azon útra nézve melyet a' mozony az id' főmértéke (mely legyen 1″) alatt ír: M mozony' sebessége' mennyisége i idpontnál azon út, melyet tenne, az i idpontban kezdődő 1″ alatt M, hareá sem i elött müködött sem i ben érkezett erők közzűl edjik se müködnék az i után, sem új ok nem járulna. Az ilyen *megszűnő erőnek* mondatik; 's eredménye egyenes és eggykénti mozgás: de ennek eléhozására nem elég 1 idpont, id kell (akármely észrevehetlen kicsi légyen is); péld. legyenek M és m egyenlők (mintegy pontoknak gondolttatva), 's érkezzék p idpontban c sebességgel M nyugvó $m$re; 's legyen y közneve az *m* nek p utáni akármikori sebességeinek; az y nő 0 tól, 's c mindig annyit apad, mig az *M* sebessége $c-y=y$ az-az $y=\frac{c}{2}$ lessz, mely azután változattlan. Addig is mind együtt mennek, noha *m* sebesűl, 's *M* az azonfölüli sebességével dolgozik *m* re: azonban az eggykénti mozgás előtt akármely i idpontnál *m* nek sebessége y volna ha *M* megszűnnék, 's az *M* sebessége $c-y$ ha *m* azon túl nem lenne.

II. A' *folytoni erő* is nézti mennyiség azon sebességre nézve, melyet az id' főmértéke (az az 1″) alatt változattlan működve azonegy mozonyra, elé hozna azon 1″ nek végére; tehát azon útra nézt, melyet a' mozony melyre azon ok változattlan dolgozott 1″ alatt, írna a' 2 dik 1″ alatt, ha sem azon ok nem volna az első 1″ en túl sem más ok nem járulna. Péld... nálunk a' nehézség' ereje mintegy 31 láb: mert a' szabadon eső test 1″ végén, akkora sebességgel bir, hogy a' 2 dik 1″ alatt 31 lábot menne (mint az Atwood gépe kimutatja).

III. Ha α akár vonalt akár terjet akár teljet tévén, van olyan pont, melyen által akármint tétessék olyan lap, mely azt két darabra választja, ezen két darab $=$ legyen: akkor ezen pont az α *közepének* mondatik. Tegyenek z, z_1 . . . ilyeneket, 's távjaikan közepeik' távjai érttessenek. 'S ha $\mathfrak{ab}$ egyen $\perp$ $\mathfrak{bc}$ egyenre, 's $\mathfrak{abc}$ lap *R* nek mondatik, melyre *P* és *Q* lapok $\mathfrak{ab}$ ről 's $\mathfrak{bc}$ ről negyedszögiek; 's *M* a' *P*, *Q*, *R* lapok közé esik; és $z \dagger z_1 \dagger z_2 \ldots =$ vagy $\frown M$, 's z, z_1, $z_2 \ldots$ nek távjai *P* től p, p_1, $p_2 \ldots$, *Q* tol q, q_1, $q_2 \ldots$, 's *R* töl r, r_1, $r_2 \ldots$, 's $pz \dagger p_1 z_1 \dagger \ldots =$ vagy $\frown p' M$, 's $qz \dagger q_1 z, \ldots =$ vagy $\frown q' M$, 's $rz \dagger r_1 z, \ldots =$ vagy $\frown r' M$; akkor azon pont, mely *P* től p' távra, *Q* tól q' távra, 's R től r' távra van, mondatik az *M úri súj-pontjának.*

A' görbe' hoszszának növetképéről.

§ 196. Legyen a' fő-útak' egyenére homoru és oly darabja a' lapi görbének, melyben az alútak mind nőnek: akármely görbe ilyen darabok' öszszete lehet, a' fő-útak úgy vétetthetvén.

I. Légyen t az $\dot{x}$ kezdetéről al-út' tetejéről az $\dot{x}$ végéről al-út' kinyujtásáig vontt érintő, 's c legyen a' görbének az $\dot{x}$ kezetéről alút tetejétől az $\dot{x}$ végéről alút' tetejéigi ivének húrja: 's leszsz $t:c \frown 1$, ha, $n \frown \infty$.

Mert azon $\triangle$ ban, melynek oldalai t, c és $\lambda—\dot{y}$, leszsz $t:c=sin(2R—\alpha—z):sin\,\alpha$; 's $sin\,[2R—(\alpha+z)]=sin\,(\alpha+z)$; tehát $t:c=sin\,(\alpha+z):sin\,\alpha$.

De $z \frown 0$, ha $n \frown \infty$, mert a' húr c a' kezdete körül fordúlva, az érintőhez akárminél közelebb mehet: tehat $\frac{sin(\alpha+z)}{sin\,\alpha}=\frac{t}{c}$ $\frown 1$.

II. Legyen $(V)x$ azon érintők' öszszete, melyek a' mindenik $\dot{x}$ kezdetének megfelelő pontjárol a' görbének, az $\dot{x}$ végéről alút' kinyújtását vágják; mint $a+b+c+d$. 'S légyen $(U)x$ öszszete a' minden $\dot{x}$ eknek mefelelő ivek' hurjainak, mint $a'+b'+c'+d'$.

Vétessék n két akkorának, 's gondolttassanak az említett érintök és húrak az új $\dot{x}$ ekre nézt is: az elébbi akármelyik $\dot{x}$ nek megfelelő érintő nagyobb lesz, mint az azon $\dot{x}$ ból lett 2 új $\dot{x}$ nek megfelelő érintők' öszszete; de a' 2 új $\dot{x}$ nek megfelelő ivek' húrjainak öszszete nagyobb az elébbi $\dot{x}$ húrjánál.

Az utóbbi világos: mert az ív a' húran fölűl esik, 's a' △ 2 oldala' öszszete > a 3 diknál. Az első pedig onnan látszik: hogy péld. $\alpha+\beta > a+b$, mert $\beta > b$; mert igaz görbéről (263.) lévén szó és a' mely a' fő útra homoru, 's alútai nőnek; b érintőnek kinyujtása főlűl esik ab húran, b pedig alúl az ab kinyujtásán; tehát ha bfb negyedszög, bbf > bcf, 's bcf pedig >afc; mert ag az a ból y'' ra ⊥ alul esik bfen, és így acg> afg; tehát bbf>afc; tehát ha bf az y' és y'' közt felvitetik, maga elött vive △ bbf et, mig b az i be esik, b alúl esik f ponton; következőleg if>bb.

Mely is mindenik $\dot{x}$ re nézt így lévén; ismetelttessék az n kettőztetése végnélkűl, 's legyen (V)x az érintők' öszszete, 's (U)x a' húroké; (V)x mind apad, (U)x mind nő, 's amaz az első (U)x nél mindig > marad, 's (U)x az első (V)x nél mindig < marad: tehát (V)x nek széjbecse van, melynél mindig nagyobb, 's (U)x nek is széjbecse van, melynél mindig kisebb marad (203.). Légyen az (U)x széjbecse (A)x; 's legyen bizonyos becsére n nek, az x végéről kezdete felé tett $\dot{x}$ nek megfelelő ív i, 's az x$-\dot{x}$ nek megfelelő ív legyen I; 's az $I+i$ be az n végetlen növésével irtt húrak' öszszetének széjbecse legyen $S=(A)$x, 's az I be irtt húrok' öszszéti széjbecse legyen s; leszsz (a)x azaz (A)x—(A)(x—$\dot{x}$)$=S-s$; és ez $=k$, ha az i be az n végetlen nővésével irtt hurak' öszszete $h \frown k$. Mert akkor az $I+i$ be irtt húrak' öszszete' széjbecse $s+k=S$; tehát $k=S-s$.

Hogy pedig a' főlebbi (273.) t és c vétettvén, nem csak $k>c$, hanem t is $>k$, látszik onnan: hogy ha n két akkorának vétetik, legyen T az új két t öszszete; $t>T$ lévén, legyen $t = T + g$; ezen T ha n végnélkül kettőztetik is, mindig nagyobb $h$nál; legyen λ az a' mivel nagyobb; leszsz az a' mivel t haladjameg ht, $g + \lambda$, az hól (mindenik + lévén) ákármint apadjon λ, állandóul marad g; tehát a' h széjbecse k sem $=$ sem $>$ t nem lehet; mert g nél kisebb $t - h$ nem lehet.

Mivel pedig (273.) $t : c \frown 1$, akármely N adassék mcg, van oly n, 's elébbi $\dot{x}$, a' megfelelő i jének t jével 's $c$jével, hogy $t - c < c : N$; tehát midőn $t > k > c$, 'vétessék (v)x nek t, 's (u)x nek c, 's leszsz $(v)x > (a)x > (u)x$, (mert $k = (a)x$ vala); tehát (243.) mivel $\frac{(v)x}{(u)x} \frown 1$, leszsz $\frac{(v)x}{(a)x} \frown 1$, 's $\frac{(u)x}{(a)x} \frown 1$.

De $c = (u)x = \sqrt{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}$ mely ha $\dot{y}$ (mely $= dy$) $= \dot{x} \, \mathrm{J}y$ leszsz $\sqrt{(\dot{x}^2 + \dot{x}^2(\mathrm{J}y)^2)} = \dot{x}\sqrt{(1 + (\mathrm{J}y)^2)}$; mely is tehát növetképe (A)x nek azaz a' lapi görbe hoszszának, az alképe pedig $\sqrt{(1 + (\mathrm{J}y)^2)}$; tehát csak ezt kell főképezni hogy a' görbe hoszsza kijöjjön, az-az az n nek végnélküli kettöztetéséveli hur-öszszet' széjbecse.

Jegyzés. De az a' kétség támad: hogy ha az ív' kezdetétől a' végéig folyvást ugyan, de másként tétettnek a' húrak, 's mindenik hùr $\frown 0$, nem lehet e a' széjbecs más?

Neveztessenek *rendes húroknak* az elébbiek, 's azonegy n re nézti $\dot{x}$ eknek megfelelő húrak' öszszete közönien legyen s, az ív' kezdetétől máskénti (legalább nem mind úgy tett) húrak' öszszete' közöni neve legyen S: megmutattattván mindjárt, hogy akármely S nél van nagyobb s, 's akármely s nél van nagyobb S; leszsz (akármely S legyen), $S' > s' > S$; legyen $s' = S + \omega$, 's legyen s nek széjbecse A, és $A - s' = \lambda = A - S - \omega$; az hól ha S akármint nővén, 's s' pedig azon főlűl végnélkűl nőhetvén, $\lambda \frown 0$, de ω nem $\frown 0$, hanem $\omega \frown h$; leszsz $\omega = h + \varrho$, (az hol $\varrho \frown 0$, 's ω, h ✠), 's $\lambda = A - S - h - \varrho$, tehát $\lambda + \varrho$ (mely $\frown 0$) leszsz $= A - h - S$; tehát $S \frown A - h$.

'S lehetvén olyan s', hogy $A - s' = \lambda < h$ legyen, 's lehetvén $S' = s' + p$; leszsz $A - h - S' = A - h - s' - p = \lambda - h - p$, mely $\smile$, holott $A - h - S'$ ✠.

Tehát $\omega \frown 0$, és így $S \frown A$.

Hogy pedig van minden Snél nagyobb s, 's minden $s$nél nagyobb S; meglátszik így.

Legyenek Snek hurjai $\mathfrak{AB}$, $\mathfrak{BC}$. az iv' kezdete $\mathfrak{A}$ tol a' vég $\mathfrak{K}$ ig. Gondolttassék akkora n, hogy nem csak mindenik húr' ivének megfelelő fő-úti darabban több $\dot{x}$ ek legyenek, hanem akármely kicsi w adassék meg, akármely két edjmás utáni alutakat tegyenek y és y' azon $\triangle$ban, melynek a' húr z péld. $\mathfrak{cd}$, és $\dot{x}$'s $y' - y$ oldalai, z legyen $<$ w : 2ν, ha ν az $\mathfrak{ABC} \ldots \mathfrak{K}$ szöghegyei' számát teszi; mely meglehet, mert $\dot{x} \frown 0$, szintúgy $y' - y$, tehát $z^2 = \dot{x}^2 + (y' - y)^2 \frown 0$.

Ekkor akármely rendetlen péld. $\mathfrak{AB}$ húrnak vége legyen $\mathfrak{B}$, ezen $\mathfrak{B}$ pont elött legközelebbi rendes húr' végétől péld. $\mathfrak{c}$ töli rendes húrnak $\mathfrak{cd}$ nek végeire vonattassanak $\mathfrak{cB}$ és $\mathfrak{Bd}$ húrak; 's ugyan ez tétessék minden rendetlenűl végződő húr' végénél; ilyen eset ν számunál több nem lehet. Neveztessék az olyan rendes huroknak, mint $\mathfrak{cd}$, melyek a' rendetlenűl végződők végeinél lesznek, öszszete $u$nak; 's azoknak melyek minden ilyen pontnál pároson vonattnak, mint péld. $\mathfrak{B}$ről $\mathfrak{Bc}$ és $\mathfrak{Bd}$, öszszete neveztessék u' nak: ilyen húr mint $\mathfrak{Bc}$, $\mathfrak{Bd}$ csak 2ν számmal lehet, 's ha mindenik $< z <$ w : 2ν, úgy 2ν számu olyan húrak' öszszete az-az $u' < \left(\frac{2\nu w}{2\nu} = w\right)$; azonban $\mathfrak{Bc} + \mathfrak{Bd} > \mathfrak{cd}$, tehát $u' > u$; de $\mathfrak{AbcB}$ is $> \mathfrak{AB}$, és így ha sből el-vétettnek az olyanok mint $\mathfrak{cd}$, 's helyibe tétettnek az olyanok mint $\mathfrak{cB}$, $\mathfrak{Bd}$ leszsz $s - u + u' > S$, az hól $u' - u$ ✠ és $u' < w$, ez pedig akármely kicsinek vétetthetik; legyen $u' - u = q$, és $s + q = S + r$; az n végnélküli kettőztetésével s mind nő, 's $q \frown 0$, S pedig változatlan marad; tehát r meghaladja qt és $(s = S + r - q)$ ban $r - q$ ✠ leszsz; a' mikor is $s > S$.

Hogy pedig mind $\mathfrak{Be}$ mind $\mathfrak{Bd} < \mathfrak{cd}$; látszik onnan, hogy $\triangle \mathfrak{cBd}$ ben $\mathfrak{B}$ szög legnagyobb az irtt feltét szerint; mivel $\mathfrak{B}$ ről, a' fő-útra bocsátott ∟ a' $\mathfrak{b}$ rőlire bocsátottal negyedszöget csinálnak, melynél $\mathfrak{cBd}$ nagyobb.

De akármely s is adassék meg, van olyan S, mely $> s$. Mert itt az s hurjai vétettvén állandóknak: minden húr' ivében akármely rendetlen edjmás után folyó húrak' öszete oly St ád, mely nagyobb az emlitett $s$nél; mert az s mindenik húrjánál nagyobb a' felibe tett húrak öszszete. Tehát van oly S, mely nagyobb a' megadott s nél.

De ha az Snek edjik húrja se végződnék is a' megadott s húrja végével: minthogy S nek is mindenik húrja $\frown 0$ (feltét sz.); légyenek s nek mindenik húrja' ivében annyi és oly kicsi húrjai Snek; hogy ide is alkalmazttassék az elébbi u', itt az s húrja végéről vonattván kétfelé az Snek azon pontot közbűl hagyó húrjára; 's u az S azon húrjainak öszszetét tévén melyek nem végzőgnek s húrjával; melyszerint itt s maradván változatlan, $S - u + u' > s$, 's $u' - u \frown 0$, 's az elébbi alkalmazttatik.

2. Ha pedig a' görbe nem lapi: akármely M nek akármely rajta kivüli P lapra min-

den pontjairol bocsátott negyedszögieknek (melyeknek közneve z legyen) P veli vágatjainak foglalatja μ mondassék az *M al-rajzának.* Légyen M a' jelen célra linea; 's ha P lapban $y \perp x$, és $=(F)x$ a' μ egyenlete, 's μ nek az y végével határzott pontjárol negyedszögi $z=(G)x$, 's az $\dot{x}$ nek megfelelő húrja μ nek $\sqrt{(\dot{x}^2+\dot{y}^2)}$ a' lapon legyen f, 's ezen f két végéről negyedszögi két z nek végei által határzott húrja Mnek $=\sqrt{(\dot{z}^2+f^2)}$; leszsz $dM=\sqrt{(\dot{z}^2+\dot{x}^2+\dot{y}^2)}$, mely megint $\overset{\circ}{=}\dot{x}\sqrt{[1+(\partial y)^2+(\partial z)^2]}$, az holott $\dot{z}= d(G)x$, 's $\partial z=\partial(G)x$, 's $\dot{y}=d(F)x$, és $\partial y= \partial(F)x$.

De a' rövidségért legyen ennyi elég erről; valamint a' következő csak megemlittetik.

3. Ha valamely lapi, az $y=(K)x$ által eredett linea, a fő-úti egyen x körűl megfordúl: az azon linea útjának (mely legyen $(A)x$) növetképe' keresésében a' főlebbi (273.) érintőnek 's hurnak (úgymint t és c nek) útjai vétettnek (242) $(v)x$ és $(u)x$ nek; az holott mind t nek mind c nek útjai óly elmetszett csupak, melyeket alul 's fölül $\parallel$ körök zárnak, 's $c= (\dot{x}^2+\dot{y}^2)^{\frac{1}{2}}$, a' két kör' sugarai a' c végeit megadó y ak, 's az ily elmetszett csup' külje (az alsó 's felső kört nem véve ide) $=$ a' két kör sugarai' öszszetéhez mérttezve π vel 's azután az oldalával. Az honnan az ily terj' növetképe

az-az $d(A)x' = (\dot{x}^2+\dot{y}^2)^{\frac{1}{2}} \cdot 2y\pi$, 's $\partial(A)x = [1+(\partial y)^2]^{\frac{1}{2}} 2y\pi$.

Az alkalmazásra néhány könnyebb példa.

§. 197. A' lapi terjekre nézve legyen P egyen $\parallel$ Q egyenhez, 's Pnek $\mathfrak{A}$ pontjából legyen

𝔄𝔅$\llcorner Q$; 's legyen 𝔎𝔏, 𝔓𝔔 is $\llcorner Q$; és *P*ből, (melybe péld. △ℭ𝔇𝔈nek teteje 's 𝔉𝔊ℌ𝔉 eggyközénynek 𝔉𝔊 feneke, 's 𝔎𝔐 görbének 𝔎 tóli, 's szintúgy 𝔗𝔑nek 𝔗 bőli kezdeteik esnek), mozogjón vele egybe eső *P'* lefelé mig *Q* ba esik: az 𝔄' útja leszsz 𝔄𝔅, legyen $=\gamma$, 's (A)x legyen azon terj, melyet *P'* fölülről elvág, péld. a' △ban ℭ𝔠𝔡, az eggyközényben 𝔉𝔊𝔤𝔥, a' következőben 𝔎𝔦𝔨, azután 𝔗𝔓𝔪𝔫.

Az honnan látszik mi légyen $(A)(\mathrm{x}-\dot{\mathrm{x}})$; úgymint a' △ban ℭ𝔞𝔟, az eggyközényben 𝔉𝔊𝔢𝔣. 'sat.

Tehát a' növetízkép az-az $(A)\mathrm{x}-(A)(\mathrm{x}-\dot{\mathrm{x}})$, az-az (a)x leszsz a' △ban 𝔞𝔟𝔠𝔡, az eggyközényben 𝔢𝔣𝔤𝔥, 's átalán az x és $\mathrm{x}-\dot{\mathrm{x}}$ végein volt *P'* egyenek közti *p*, *q*, *r*, *s*, *t* szeleteket növetízképeknek mutatjaki a' tábla.

Könnyü látni: hogy mindenik szeletben lehet két oly negyedszögényt (v)x, (u)x et alkotni, hogy $(v)\mathrm{x} > (a)\mathrm{x} > (u)\mathrm{x}$ legyen 's $(v)\mathrm{x}:(u)\mathrm{x} \frown 1$ ha $n \frown \infty$; ügymint a' △ban $\mathfrak{cd}.\dot{\mathrm{x}} > p > \mathfrak{ab}.\dot{\mathrm{x}}$, 's így mindenikben, ha *P'*nek felső 's alsó vágatjai közzűl (v)xre nézve mindeniknek azon végéről vétetik $\llcorner$ a' másikra, mely ről a' $\llcorner$ nem esik belől, 's (u)xre nézve arrol, melyről a' $\llcorner$ nem esik kivűl; a' negyedszögényről nem lévén szó (271.), az első esetben legalább valamelyik $\llcorner$ kivűl, 's a' 2dik esetben valamelyik belől esik.

Az honnan ha *P'*nek az x végéni vágatja az xnek *y*ának neveztetik rendre mindenikben; $\dot{\mathrm{x}}y$ növetképe leénd rendre mindenik (A)x nek, 's az alképe *y*; és (A)x nek, az-az a' terjnek megtalálására csak *y* az x változóra nézt az-az $\dot{\mathrm{x}}y$ főképezenddő, melyre is hogy a' növetkép tiszta legyen (243.), elébb *y* mint x függvénye xel kifejezenddő.

§. 198. A' telj' számitása csak abban különbözik: hogy erre nézt P és Q lapokat, 's tehát a' lefelé mozgó P' is lapot tésznek; 's △ℭ𝔇𝔈 helyett Q bani lap-darabon álló ℭ tetejü tetény, 's azután Q bani lapdarabon álló eggyközény, 's azután 𝔎𝔏 körűl megfordult 𝔎𝔐nek 's azután 𝔓𝔔 körűl megfordult 𝔗𝔑nek teljei jönek visgálat alá. A' mikor is ha (A)x ezeknek teljeit teszi rendre; a' növet-ízképei (A)xnek lesznek azon szeletek, melyek az x és x— $\dot{x}$ végein volt P' lapok közt lesznek; 's ha P'nek az x végéni vágatja elébb a' tekénnyel, 's azután rendre mindenikkel Ynak mondatik, a' növetképe mindeniknek rendre $\dot{x}Y$, 's alképe Y leénd. Tehát a' terj és telj megtalálására, az is látzsik hogy akármely alakuak legyenek H és K, ha P'nek akármely x végén, H vali vágatja $=K$ vágatjához, és igy az első esetben mindenik y az Hban $=$ a' Kban vele egyszersmindi $y$haz, 's a' 2dik esetben mindenik Y az Hban $=$ a' K ban vele egyszmindi Y haz; $H=K$ leszsz.

§. 199. Melyek szerint az első esetben

I. Legyen △𝔏𝔇𝔈 röviden b 's 𝔄𝔅$=\gamma$; leszsz $\gamma : x = b : y$, tehát $y = \frac{b}{\gamma}x$, 's a' növetkép $\frac{b}{\gamma}x\dot{x}$ (279.); melyeknek főképe $\frac{bx^2}{2\gamma}$, mert ennek xre nézti alképe 's növetképe (255.) éppen azok. Tehát $(A)\gamma - (A)\beta = \frac{b\gamma^2}{2\gamma} - \frac{b\beta^2}{2\gamma}$; és így ha $\beta = 0$ vétetik, $(A)0 = 0 = \frac{b.0^2}{2\gamma}$ lévén, leszsz $(A)\gamma = \frac{b\gamma}{2}$; az-az a' △ férete $=$ a' magassággal mérttezett aljnak feléhez.

Legyen már $\mathfrak{H}\mathfrak{J}$ az eggyközény alja $= b$; lesz $y = b$ az x re nézti alképe (A)x nek, ha ez itt az eggyközény' féretét teszi; növetképe pedig $b\dot{x}$, melyeknek főképe bx. Tehát $(A)\beta$ itt is $= 0 = b.0$ lévén, lesz $(A)\gamma = b\gamma$; mely *is* az aljjal mérttezett magasság.

III. Legyen $\mathfrak{K}\mathfrak{M}$ nek $\mathfrak{K}\mathfrak{L} = \gamma$ ra mint fő úti egyenre tett $\llcorner$ alútakkal, egyenlete $y = px^{\frac{1}{2}}$, mely is a' *parabola* egyenlete. Itt a' terji növetkép $\dot{x}px^{\frac{1}{2}}$, 's az x re nézti alkép $px^{\frac{1}{2}}$, melyeknek főképe $px^{\frac{3}{2}} : \frac{3}{2} = px^{\frac{1}{2}}x$; mert ennek növetképe 's alképe azok (256). Tehát itt $(A)\gamma = \frac{2}{3}y\gamma$; mert $p\gamma^{\frac{1}{2}} =$ a' γ végéni y haz, 's a' *const.* itt is 0.

IV. Ha $\mathfrak{O}\mathfrak{P} = \mathfrak{P}\mathfrak{T} = 1$, 's $\mathfrak{P}$ től $\mathfrak{Q}$ felé vétettnek a' fő-utak, 's az arra $\llcorner$ y ak irják $\mathfrak{T}\mathfrak{n}\mathfrak{R}$ et; ez az lesz a' mi *hyperbola aequilaterának* mondatik, ha $y = \frac{1}{1+x}$; és itt is ha (A)x az $\mathfrak{P}\mathfrak{T}, \mathfrak{P}\mathfrak{Q}$ és $\mathfrak{T}\mathfrak{R}$ közti terjet teszi, a' növetízkép $\dot{x}y = \frac{\dot{x}}{1+y}$, 's az alkép $y = \frac{1}{1+x}$ lesz; melyeknek főképe (257sz.) lg $(1+x)$. Tehát mivel itt is szintúgy mint elébb 0 a' *const*, $(A)\gamma =$ lg$(1+\gamma)$.

Jegyzés. A' 241 ik laponi mód által a' *const.* megtaláltatik, midőn x nek bizonyos péld. h becsére tudatik, hogy $(A)h = a$; mert az ott mondottak szerint *const.* $= a - (B)h$ ha (B)x az esmertt főképe $\int(A)$x nek.

§. 200. A' 2 dik esetben a' telj szintúgy kijön.

I. Légyen $\triangle$ CDE helyett C tetejü tetény,'s az alja Q lapban legyen b; lesz $Y = \frac{bx^2}{\gamma^2}$ mert az űrtan' elemeiből $\gamma^2 : x^2 = b : Y$.

Tehát $\dot{x} \frac{bx^2}{\gamma^2}$ nak mint növetképnek, 's $\frac{bx^2}{\gamma^2}$ nak mint alképnek főképe $\frac{bx^3}{3\gamma^2}$ lévén (256.), midőn itt is $(A)0 = 0$, 's a' *const.* $= 0$; lesz (A)x a' tetény' telje $= \frac{b\gamma^3}{3\gamma^2} = \frac{b\gamma}{3}$, mely is az alj mérttezve a' magasság' harmadával.

II. Ha (A)x az FGHI terj-eggyközény helyett P és Q lapokba eső, b fenekü telj-egyközényt teszen: $\dot{x}Y = \dot{x}b$ nek mint növetképnek, 's x re nezti alkép b nek főképe lévén bx, lesz ha $\beta = 0$, itt is *const.* $= 0$, 's $(A)\gamma = b\gamma$; az-az a' telj-eggyközény' férete is $=$ a' magassággal mérttezett aljhoz.

III. KM parabolára nézt $y = px^{\frac{1}{2}}$ vala; tehát ha (A)x a' KL körül megfordult KM teljét teszi; $Y = y^2\pi = p^2x\pi$ az alkép, 's $\dot{x}p^2x\pi$ a' növetkép: melyeknek főképe $\frac{p^2x^2\pi}{2}$ (256.);

Tehát ha $\beta = 0$ vétetik, a' mikoris a' *const.* itt is 0, leszsz $(A)\gamma = \frac{p^2\gamma^2\pi}{2}$, a' KML nek KL körűli megfordulásával lett telj.

IV. Ha PTQR fordul-meg PQ körűl: itt $y = \frac{1}{1+x}$ lévén, $Y = \frac{\pi}{(1+x)^2}$ az alképe

(A)x, nek ha ez itt az irtt teljet teszi; a' növetkép pedig $\frac{\pi\dot{x}}{(1+x)^2}$, 's mindeniknek főképe szintúgy $\frac{\pi x}{1+x}$ mint $-\frac{\pi}{1+x}$; mert (mint mindjárt meglátszik) akármelyiknek növetképe éppen az elébbi; 's (241 sz.) ezen főképek csak változatlannal is különböznek; úgymint $\frac{\pi x}{1+x}-\frac{(-\pi)}{1+x}=\pi$. Tehát akármelyik főkép vétessék, a' *const.* adja meg a' különbséget. Ha $\beta=0$ vétetik. $(A)\gamma$ $-(A)0=\frac{\pi\gamma}{1+\gamma}-\frac{\pi.0}{1+0}=\frac{-\pi}{1+\gamma}-\frac{-\pi}{1+0}=\frac{\pi\gamma}{1+\gamma}=$ $(A)\gamma$, mert $(A)\beta=0$.

Megjegyzenddő: hogy ha γ helyibe akármekkora x tétettvén, a' (281) terj mindig $=$ $\lg(1+x)$'s itt a' telj mindig $\frac{\pi x}{1+x}$ lévén; ha x $\frown\infty$, a' terj $\frown\infty$, de a' telj $\frown\pi$, mely is a' $\mathfrak{PT}=1$ sugáru kör' terjét is fejezi ki (38.).

Hogy pedig $\partial\left(\frac{\pi x}{1+x}\right)=\frac{\pi\dot{x}}{(1+x)^2}=\partial\left(\frac{-\pi}{1+x}\right)$, következik (254..) ből: melyszerint $\partial\,[(u:v)=uv^{-1}]$ $=u\partial v^{-1}+v^{-1}\partial u=-uv^{-2}\dot{v}+v^{-1}\acute{u}=\frac{\acute{u}}{v}-\frac{u\dot{v}}{v^2}=$ $\frac{v\acute{u}-u\dot{v}}{v^2}=\partial\left(\frac{u}{v}\right)$; melyet is az elébbi példára csak alkalmazni kell.

Ha az 1 hez $=$ sugaru kör-negyedbe x a' közép-ponttól vétetik, az x re $\llcorner\, y=\sqrt{(1-x^2)}$ $=(1-x^2)^{\frac{1}{2}}=1-\frac{1x^2}{2}-\frac{1.1}{2.4}x^4-\frac{1.1.3x^6}{2.4.6}$

$-\frac{1.1.3.5x^9}{2.4.6.8}$ . . . . (117.); mely is alképe (A)x nek, ha ez, az x$=0$ alutja (mely $=1$), és az onnan tovább vett x 's az addig irt ív közti terjet teszi; a' növetkép pedig ugyan az, ugymint y mérttezve $\dot{x}$ el. Tehát a' főkép kijő (254. sz.) ha ezen közelitő sor' izei rendre főképeztettnek, 's ezen főképek öszszeszttetnek. mely szerint, mivel ha $\beta=0$ vétetik, $(A)\beta$'s az egész *const.* $=0$; lesz átlátszó törvénnyel (254. sz.) $(A)\gamma=\gamma-\frac{1\gamma^3}{3.2}-\frac{1.1.\gamma^5}{5.2.4}-\frac{1.1.3\gamma^7}{7,2.4.5}-\frac{1.1.3.5\gamma 9}{9.2.4.6.8}$ . . .; mely ha $\gamma=1$ vétetik; a' kör' terjének negyede $=1-\frac{1}{3.2}-\frac{1}{5.2.4}-\frac{3}{7.2.4.6}-\frac{3.5}{9.2.4.6.8}$ . . . .

Mert valamig x <1, addig x^2 is <1, tehát mind akkor (228.) y az irtt közelítő sorhaz egyenlő; és az abból (254.) kihozott főképezeti sor megadja az (A)x terjet. 'S légyen x$=1-\omega$, 's $\omega \frown 0$; akármely egész szám legyen m, lesz $\frac{(1-\omega)^{m\,n}}{1} \frown 1$; tehát a' főlebbiek szerint (154.) ha az (A)xet kifejező sorba $1-\omega$ helyibe 1 tétetik, ez amannak széjbecse leénd, de $(A)1$ terj is szintúgy széjbecse $(A)(1-\omega)$nak: tehát az $1-\omega$ helyibe 1 tétettvén a' főlebbi sor a' kör-terj' negyede.

Jegyzés. 1. Ha ezen kör-negyed' megfordulásával eredő fél gömb' telje (A)x nek mondatik: lesz ennek növetképe $\dot{x}(1-x^2)\pi$, 's az alkép $(1-x^2)\pi$, és ennek főképe $\pi x-\frac{\pi x^3}{3}$;

tehát $(A)\gamma-(A)\beta=\pi\gamma-\frac{\pi\gamma^3}{3}-(\pi\beta-\frac{\pi\beta^3}{3})$, 's ha $\beta=0$ vétetik, $(A)\beta$'s az egész *const.* $=0$, 's $(A)\gamma=\pi\gamma-\frac{\pi\gamma^3}{3}$; mely (ha $\gamma=1$ vétetik) lesz $=\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{2}{3}\pi$.

2. Legyen például ezen fél-gömb' külje a' (278.) irtt ily megfordulással eredő terj' alképére nézve, mely is $2y\pi[1+(\partial y)^2]^{\frac{1}{2}}$ volt.

Itt $\partial y=\partial(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$, mely is $=\frac{1}{2}(1-x^2)^{\frac{-1}{2}}$. $-2x=x(1-x^2)^{\frac{-1}{2}}$ tehát $(\partial y)^2=\frac{x^2}{1-x^2}$; 's $1+(\partial y)^2=\frac{1}{1-x^2}$; tehát $[1+(\partial y)^2]^{\frac{1}{2}}.2(1-x^2)^{\frac{1}{2}}\pi=2\pi$.

Követk. 2π nek mint xre nézti alképnek (az holott $2\pi\dot{x}$ a' növetkép, főképe $2\pi x$ lévén; ha $(A)x$ a' keresett terjet teszi, lesz $(A)\gamma=2\pi\gamma$, 's ha $\gamma=1$ vétetik, $(A)1$ az-az az egész terj $=2\pi$; mert itt is ha $\beta=0$ vétetik, $(A)\beta$'s a' *const.* is $=0$.

IV. Legyen ugyan az elébbi kör-negyed példa a' görbe hoszszának (275.) alképére; mely is ott xre nézt (a' lapban) $[1+(\partial y)^2]^{\frac{1}{2}}$ lévén, itt (az imintiből) $\left(\frac{1}{1-x^2}\right)^{\frac{1}{2}}=(1-x^2)^{\frac{-1}{2}}$; mely is (228.) $=1+\frac{1}{2}x^2+\frac{1.1}{2.4}x^4+\frac{1.1.3}{2.4.6}x^6$ $\frac{1.1.3.5}{2.4.6.8}x^8\ldots$; melynek főképe szintúgy és éppen az mint *V*ben, csak hogy itt mind $+$ ok az izek.

Követk. ha $(A)x$ az $x = \gamma$ nak megfelelő ívnek hoszszát teszi, 's $\beta = 0$ vétetik, itt is *const.* $= 0$ lévén, az $(A)\gamma$ sora kijön, a' főképezeti sorba x helyibe γ tétettvén; sőt a' kör' negyede jön ki, ha x helyibe 1 tétettvén, x egészen letörlődik a' főképezeti sorból; (ide is a' (284.) alkalmaztattván).

Jegyzés. 1. Az *V*be kijött kör-terj' negyedéből is kijöhet más uton is a' kör' negyede; csak 2 vel mérttezni kell az otti főképezeti sort; mert a' sugár $= 1$ lévén, ha a' kör-negyed $= z$, a' terj $= \frac{1}{2} z$, tehát ha ez $= \alpha$, akkor $z = 2\alpha$.

2. Sőt mivel (256.) $\dot{x} \cos x \overset{\circ}{=} d \sin x$ (az hol főváltozó x a' körnek 0 tol nevekedő ivét teszi); lesz $\dot{x} = dx \overset{\circ}{=} \frac{d \sin x}{\cos x} = (1-s^2)^{\frac{-1}{2}} \dot{s}$ (ha $\sin x$ röviden s nek mondatik, a' mikor is ha $\cos x$ is c vel iratik, $c = (1-s^2)^{\frac{1}{2}}$; mely szerint x ívnek s re nézti alképe. $(1-s^2)^{\frac{-1}{}}$, 's növetképe ugyan ez $\dot{s}$ el mérttezve, tiszta növetkép s re nézt (243.); főképe pedig ezeknek az $(1-s^2)^{\frac{-1}{2}}$ nek (117 sz.) ki fejtett sorának *V* szerinti főképezeti sora; mely csak abban különbözik ettől, hogy itt az izek mind $+$ ok, 's az otti x helyett itt s van. Tehát ha $\beta = 0$ vétetik, 's $(A)x$ az itti x ív' hoszszát teszi, a' *const.* itt is 0 lévén, $(A)\gamma$ az-az γ ívnek hoszsza megadatik az itti főképezeti-sor által, ha s helyibe $\sin \gamma$ tétetik; péld. ha $\gamma =$ hatod kör', $\sin \gamma = 1 : 2$, 's ha γ negyed-kör, $s = 1$; ekkor alkalmaztatván (284).

3. 'S szintúgy (256.) x az 1 hez $\stackrel{\circ}{=}$ sugaru kör' ívét, t pedig *tang* x et téve; $\dot{t} \stackrel{\circ}{=} \dot{x} : c^2$ lévén, $\dot{x} \stackrel{\circ}{=} \dot{t}c^2$; 's lesz $\dot{x} \stackrel{\circ}{=} \dot{t}(1+t^2)^{-1}$ tiszta növetkép t re nézt; mert $c^2 = (1+t^2)^{-1}$; mert $c^2 = 1 : \frac{1}{c^2} = 1 : \frac{c^2+s^2}{c^2} = 1 : (1+t^2) = (1+t^2)^{-1}$, mert $s : c = t$.

Tehát ha (A)x azon x ív' hoszszát teszi, melynek t a' *tang*ja; kikell fejteni (117 sz.) az $(1+t^2)^{-1}$ sorát, (mely mindig helyes, mig $t^2 < 1$, sőt (284.) ha $t^2 = 1$ is), 's azt (mint Vben) főképezni. Itt is $\beta = 0$ vétettvén 's a' *const.* is 0 lévén, lesz $(A)\gamma = t - \frac{t^3}{3} + \frac{t^5}{5} - \frac{t^7}{7} \ldots$ melynek törvénye nyilvános; 's ha $\gamma =$ a' kör' nyolczadáhaz, akkor t az-az *tang* $\gamma = 1$ lévén, lesz a' kör' nyolczada $= 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \ldots$, mely is a' Leibnitz sora.

4. A' hosznak alképe szintúgy $[1+({}^{y}\!Jx)^2]^{\frac{1}{2}}$ (235), ha péld. van oly n től független z, hogy $\frac{\dot{x}}{\dot{y}z} \frown 1$, a' mikor is $\frac{x-(x-\dot{x})}{\dot{y}} \frown z$, tehát $z = {}^{y}\!Jx$ (237).

Mert ekkor (275) a' hosz' növetképe $\dot{x}(1+(Jy)^2)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{(\dot{x}^2+\dot{y}^2)} = \sqrt{(\dot{y}^2z^2+\dot{y}^2)} = \dot{y}(1+({}^{y}\!Jx)^2)^{\frac{1}{2}}$; tehát $[1+({}^{y}\!Jx)^2]^{\frac{1}{2}}$ a' hosznak y ra nézti alképe, valamint $[1+({}^{x}\!Jy)^2]^{\frac{1}{2}}$ az x re nézti.

Péld. azon lineának, melyet $y^3 = ax^2$ ád, (*Neil cubica parabolája*): a' növetképe $\sqrt{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)} = \dot{y}\sqrt{(1 + \frac{9y)}{4a}}$

Mert $dy^3 = 3y^2\dot{y} = \partial ax = 2ax\dot{x}$; tehát $\dot{x} = \frac{3y^2\dot{y}}{2ax}$;

azonban $x = \sqrt{\frac{y^3}{a}}$; tehát $\dot{x}^2 = \frac{9y^4\dot{y}^2}{4a^2} : \frac{y^3}{a} = \frac{9y\dot{y}^2}{4a}$; és így $\sqrt{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)} = \dot{y}\sqrt{(1 + \frac{9y}{4a})}$;

melynek főképe $\frac{8}{27}a\left(1 + \frac{9y}{4a}\right)^{\frac{3}{2}}$; mert ennek növetképe (255.) $\frac{3}{2} \cdot \frac{8a}{27} \cdot \frac{9\dot{y}}{4a}\left(1 + \frac{9y}{4a}\right)^{\frac{1}{2}}$ mely is éppen az elébbi.

Tegye $(A)x$ ezen linea' hoszszát, 's $(B)x$ az emlitett főképet, 's legyen $\beta = 0$, 's $x = \gamma$ nak y ja legyen Y; lesz $(A)\gamma - (A)0 = (B)\gamma - (B)0$; tehát mivel ha $x = 0$, akkor $y = 0$, és $(A)0 = 0$; lesz $(A)\gamma = \frac{8a}{27}\left(1 + \frac{9Y}{4a}\right)^{\frac{3}{2}} - \frac{8a}{27}$, a' *const* $= 0 - (B)0$ (241) lévén.

Jegyzés. 1. Itt $y = \sqrt[3]{ax^2}$; az holott is a és x tétedjüleg vétettvén, az y nak vétetthetnek ugyan csupán a' tétedjü becsei: de vétetthetvén a' más két becsei is, visgáltathatik ezen származat is, akármely elegyben a' tétedjü feketén, 's az ellenedjü péld. veresen különböztethetvén.

2. Az emlitett hosz' kiadása nem csak öszezési, mérttezési, 's cimtlenzési véges számu munkáknál egyebet nem kíván; hanem csupa cirkalommal 's lineázóval megeshetik: igen sok esetekben pedig a' főkép vagy végetlen sor ál-

tal, vagy oly bézárt alakban adatik meg, melyben *helycim* vagy köri avvagy úgynevezett ellipsisi függvény jön bé. De a' kiszabott terv, az *alképek' főképezése* nagy munkájának, csak legelső alapvonásairól engedi *ez úttal* szollani: két század' oriásai' szorgalma sok szépet hágy a' készülenddő rendszeres épületre.

§.201 Ha F főképnek növetképe f; akármely növetképre illjék az f képe: azon növetképnek főképe az F kép alá jőn. A' főlebb növetképezett főképek itt következnek bal felől, a' jobbra utánnak tett növetképeikkel.

I. Főkép $\frac{ax^{m+1}}{b(m+1)}$ nek növetképe $ax^m \frac{dx}{b} = \frac{ax^m}{b} dx$, ha m nem—1, a' mikor a' II alá jőn.

II.	$\frac{lgx}{b}$ nek	$\frac{1}{x}\frac{dx}{b} = \frac{dx}{bx}$	(257.)
III.	$\frac{a^x}{blga}$ nak	$\frac{a^x dx}{b}$	(257.)
IV.	uv nek	$udv+vdu$	(255.)
V.	$\frac{u}{v}$ nek	$\frac{vdu-udv}{v^2}$	(283.)

'S ha s a' x ív' sinusát, 'c a' cosinusát, t a' tangensét teszik, az 1 hez = sugaru körben:

VI. s nek növetképe cdx; tehát $ds = cdx$, 's $dx \overset{\circ}{=} ds:c$ (256.)

VII. c nek	$-sdx$	
VIII. t nek	$\frac{dx}{1+t^2}$	(287.)

IX. s nek az s ívének $\frac{ds}{c} = \frac{ds}{\sqrt{(1-s^2)}}$ (VI, VII, VIIIbol)

az c ívének — $\frac{dc}{s} = \frac{-dc}{\sqrt{(1-c^2)}}$

a' t ívének $\frac{dt}{1+t^2}$

X. Az $X+X'$...nek növetképe $dX+dX'$... (253:)

Jegyzés. 1. akármelyiknek a' balfelőli oszlopban tétessék elibe d; az $\stackrel{\circ}{=}$ az utánna jobbra lévőhez; 's akármelyiknek a' jobbfelöli oszlopban tétessék $\int$ jegy elibe; a' balra elötte lévő azon egész jegyzet' becsei közzűl való; $\int$ itt csupán főképét tévén azon növetképnek, melynek $\int$ elibe tétetett, a' nélkűl, hogy meg mondattnék, micsoda főképre nézt vétetik (235).

2. Ha I ben $m = -1$; akkor $\int \frac{adz}{bz}$ nem $\frac{a^{1-1}}{b} = \frac{az^0}{b}$, hanem II. szerint $\frac{a}{b}$ lgz.

3. Ugyan I ben z akármekkora kifejezet lehet; 's ha $b=1$, $az^m dz$ nek főképe $\frac{az^{m+1}}{m+1}$; de legyen péld. $b=2$'s $z = k+hx^2$; lesz $dz = 2hx\dot{x}$, 's $\frac{az^m dz}{2} \stackrel{\circ}{=} a(k+hx^2)^m hx\dot{x}$; melynek főképe $\frac{a(k+hx^2)^{m+1}}{2(m+1)}$; mert ennek növetképe $\frac{(m+1)a(k+hx^2)^m . 2hx\dot{x}}{2.(m+1)}$, mely is az elébbi.

Ugyan ez a' többire is alkalmazható. péld. ha IX ben ds, dc, dt helyett ads, adc, adt tétetik, a' főkép a szor akkora; péld. $\int \frac{adt}{1+t^2}$ —

$= a . arc. tang. t$, az-az az 1 hez $=$ sugaru körbeni t érintőnek íve, a val mérttezve, mely is az a sugáru körnek ugyan annyidja.

4. Ugyan IX ben akármely kifejezet tétethessék $= s$ vagy t, 's akármely növetkép essék a' jobbfelőli képek közűl valamelyik alá, (ha a val mérttezve van is) kör-ív által főképezttetik.

Söt ha a' t ív nővetképébe $+$ helyibe $-$ tétetik is, kész a' főkép: mert $lg\,\frac{1+t}{1-t}$ nek növetképe II szerint $\left(d\,\frac{1+t}{1-t}\right):\frac{1+t}{1-t}$, és ($V$ szerint) $d\,\frac{1+t}{1-t}=\frac{(1-t)\dot{t}+\dot{t}(1+t)}{(1-t)^2}=\frac{2\dot{t}}{(1-t)^2}$, melyre párzattván $\frac{1+t}{1-t}$ lesz $\frac{2\dot{t}}{(1+t)(1-t)}=\frac{2\dot{t}}{1-t^2}$, melynek tehát főképe $lg\,\frac{1+t}{1-t}$; 's ennek fele, főképe $\frac{\dot{t}}{1-t^2}$ nak.

5. VI bol $ds = dx . c = dx\sqrt{(1-s^2)}$; tehát ennek főképe s. De $dx\sqrt{(1-\alpha s^2)}$ az-az $dx\sqrt{[1-\alpha(sinx)^2]}$ nak főképe mégeddig sem köri függvénnyel, sem helycimmel ki nem tétetthetvén, csak végetlen sor által adatik meg. Ezen növetkép' főképezésétől függvén az ellipsis hossza, (mi is kimutattatik alább), az ilyen, *ellipsisi függvénynek* mondatik; mely név most szélesebb kép alá vétettvén, az újabb időknek edjik tárgya.

5. IV ból $\int u dv = uv - \int v du$; tehát ha u nak 's dv nek kifejezetei úgy választatthatnak, hogy $\int dv$ az-az v esmertt legyen, 's ez által

$\int vdu$ is, ha nem mindjárt is, ismételtt munkával kijöhessen, vagy oly sor támadjon, melyben a' pótlék ⁀ 0; akkor $\int udv$ vagy bévégezve, vagy közelítőleg ki jön.

Péld. Keresttessék $\int x^2 cdx$; legyen $u = x^2$, 's $dv = cdx$; lesz $v \doteq s$ (289.); és $\int x^2 cdx = x^2 s - \int (s . 2 x dx = \int 2x . sdx]$. Ismételve lesz $\int 2x\, sdx = -2xc - \int -c . 2dx$ (most $2x$ lévén az új u, 's sdx az új dv); 's ekkor már $\int -2cdx = -2s$; 's bévégződvén, 's alolról felfelé a' találttakat helyeikre tévén, ki jön a' keresett főkép.

Mely módon ha m + egész szám $\int x^m s dx$'s $\int x^m c dx$ mindenkor bévégződik; 's mindenik átlátszó törvénnyel kijön,

Ugyan IV ből bizonyos módon $\int s^m c^p dx$ is kijön, akármely egész számok legyenek m és p; 's csak ezzel is sok feladat megfejttetik.

6. 'S még ezeken kivűl az irtt alapi elemek által több mesterséggel főképeztettek különböző alakzatok: melyek az alkalmazás' könnyittésére táblákba is rendelttettek.

§. 202. Légyen vagy két könnyebb erőtani példa is.

Ha az (271..) adott képzetek szerint, akármely t id' végén a' sebesség' közneve v, a' folytoni erő w, 's az addig t id alatt irtt út s, és t vétettvén főváltozónak, $\dot{t} = \gamma : n$, (γ bizonyos becsét téve t nek): akkor $\dot{s} \stackrel{o}{=} v\dot{t}$, 's

$$\dot{v} \stackrel{o}{=} w\dot{t}. \text{ az-az } \frac{v\dot{t}}{\dot{s}} \frown 1, \quad \frac{\dot{v}}{w\dot{t}} \frown 1.$$

Mert légyen $(\mathfrak{S})t$ a' t id alatt irtt út, $(\mathfrak{V})t$ a' t végéni sebesség, $(\mathfrak{W})t$ a' t végéni folytoni erő; tehát az első annyit teszen mint s, a' 2 dik $= v$, a' 3 dik $= w$. Követk. $(\mathfrak{B})t = v$ nek növet-ízképe $\dot{v} = (\mathfrak{B})t - (\mathfrak{B})(t - \mathfrak{t})$, melyben (232) sz.) $(\mathfrak{B})(t-\mathfrak{t}) = v - \dot{v}$; 's szintúgy $\mathfrak{W}()t = w$ nek növet-ízképe $\dot{w} = (\mathfrak{W})t - (\mathfrak{W})(t - \mathfrak{t})$, melybe $\mathfrak{W}(t - \mathfrak{t}) = w - \dot{w}$; és akármely t vétessék, v az azon t tehát vele végződő $\mathfrak{t}$ végéni sebességet teszi, $v - \dot{v}$ pedig az azon t vel végződő $\mathfrak{t}$ nek elejéni, az-az $t - \mathfrak{t}$ nek végéni sebességet teszi; szintúgy w a' t vel végződő $\mathfrak{t}$ végéni, 's $w - \dot{w}$ az azon $\mathfrak{t}$ elejéni folytoni erőt teszik, a' midőn $\dot{v}$ és $\dot{w}$ az azon $\mathfrak{t}$ nek kezdetétől végéigi növeteit teszik v nek és w nek (232) Melyszerint

I. Az egykénti mozgásban v változatlan lévén, $v\mathfrak{t}$ nek főképe vt; tehát $(\mathfrak{S})\gamma - (\mathfrak{S})\beta = v\gamma - v\beta$, 's mivel ha $\beta = 0$ vétetik, $(\mathfrak{S})0 = 0$, lesz $s = (\mathfrak{S})\gamma = v\gamma + (const. = 0 - v.0) = v\gamma$.

II. Sőt $\dot{s} = d(\mathfrak{S})t \stackrel{\circ}{=} v\mathfrak{t}$, ha folytoni erő (akár változatlan akár változó légyen) sürgeti is a' mozonyt.

Mert legyen elébb a' folytoni erő w változatlan, mely minden $1'' = 1$ alatt w láb sebességet hoz elé (272.): mindenik $\mathfrak{t}$ nek elején kisebb a' sebesség mint a' végén, az-az $(\mathfrak{B})(t - \mathfrak{t}) < (\mathfrak{B})t$, az-az $v - \dot{v} < v$; 's az ezen $\mathfrak{t}$ alatt valóban írt út kisebb annál, mely eggykénti mozgással v sebességgel íratott volna az alatt, 's nagyobb mint ha $v - \dot{v}$ sebességgel íratott volna; mert $v - \dot{v}$ mind nött $\mathfrak{t}$ alatt, 's csak $\mathfrak{t}$ nek végére nött v re.

Tehát $v\mathfrak{t} > \dot{s} > (v - \dot{v})\mathfrak{t}$; azonban (245 sz.) $v\mathfrak{t} : (v - \dot{v})\mathfrak{t} \frown 1$; mert $\dfrac{v\mathfrak{t}}{v\mathfrak{t} - \dot{v}\mathfrak{t}}$ ben $\dfrac{\dot{v}\mathfrak{t}}{v\mathfrak{t}} = \dfrac{\dot{v}}{v} \frown 0$ ha $n \frown \infty$. Az honnan $\dfrac{v\mathfrak{t}}{\dot{s}} \frown 1$; és így $v\mathfrak{t}$ növetképe $(s = (\mathfrak{S})t)$ nek;

mely, mivel a' változatlan folytoni erő ha $1''$ $=1$ alatt c sebességet hoz elé, $t$nek végére $v=ct$ leénd, lesz $=ct$ì; melynekis főképe $ct^2:2$. Tehát $(\mathfrak{S})\gamma-(\mathfrak{S})\beta=(c\gamma^2-c\beta^2):2$; 's ha $\beta=0$ vétetik, $(\mathfrak{S})\gamma=c\gamma^2:2$, mert $const=(\mathfrak{S})0-(c\,.\,0^2:2)$ $=0$ (241.). Az honnan ha $t=1$ alatt, g út iródik; $g=\frac{c}{2}$, 's $c=2g$; és $s=t^2g$, 's $t=\sqrt{(s:g)}$, 's $v=2tg=2g\sqrt{(s:g)}=2\sqrt{sg}$.

'S ha a' folytoni erő változó is, $\dot{s}\,\underline{\circ}\,v\dot{t}$. Mert a' folytoni erő w péld. növőleg vétettvén, $\dot{t}$nek elején $w-\dot{w}$, 's a' végén w, 's a' sebesség $\dot{t}$nek elején $v-\dot{v}$, a' végén v lesz. Azonban azon úthaz mely a' $\dot{t}$ elején (az-az $t-\dot{t}$ végén) lévő sebességgel eggykénti mozgással iródik $\dot{t}$ nek végéig, mely is $\dot{t}(v-\dot{v})$, ha hozzá gondoltatik azon út, mely irodnék $\dot{t}$ nek végeig, ha a' $\dot{t}$ nek elejéni folytoni erő $w-\dot{w}$ változattlan maradna; ezen két út öszszete kisebb a' $\dot{t}$ alatt valosággal irtt út $\dot{s}$ nél, mert a' folytoni erő az-alatt is nött; de ugyan az $\dot{s}$ nél nagyobb, ha ugyan az iminti $\dot{t}(v-\dot{v})$hez azon út adódik, mely ha w volna változatlan, iródnék, $\dot{t}$ alatt, mert a' folytoni erő $\dot{t}$ nek vége elött mindig kisebb w nél.

Melyszerint $\dot{t}(v-\dot{v})+\frac{\dot{t}^2w}{2}>\dot{s}>\dot{t}(v-\dot{v})+\frac{\dot{t}^2(w-\dot{w})}{2}$; az hól (az elébbiből) ha $\dot{t}$ alatt, oly folytoni erő, mely $1''=1$ alatt w láb sebességet hozna elé, változattlan müködik, azon $\dot{t}$ alatt $\dot{t}^2w:2$ láb iródnék, 's ha $1''$ alatt $w-\dot{w}$ láb sebességet szerző erő $\dot{t}$ alatt változatlan marad, $\dot{t}^2(w-\dot{w}):2$ láb iródnék.

Azonban $\frac{\dot{t}(v-\dot{v})+\dot{t}^2w:2}{\dot{t}(v-\dot{v})+(\dot{t}^2(w-\dot{w}):2)}\frown 1$;

mert $\frac{\dot{t}(v-\dot{v})}{\dot{t}(v-\dot{v})}=1$, 's $\dot{t}^2w:\dot{t}^2(w-\dot{w})=$ $w:(w-\dot{w}) \frown 1$, mert $\dot{w}:w \frown 0$ (245.).

Továbbá $\frac{\dot{t}v}{\dot{t}(v-\dot{v})+\dot{t}^2w:2} \frown 1$; mert $\frac{v}{v-\dot{v}} \frown 1$, mert $\frac{\dot{v}}{v} \frown 0$, 's $\frac{\dot{t}^2w:2}{\dot{t}(v-\dot{v})}=$ $\frac{\dot{t}w:2}{v-\dot{v}} \frown 0$.

Tehát $\frac{v\dot{t}}{\dot{s}} \frown 1$; és így (𝔖)$t=s$nek növetképe $v\dot{t}$ csak $v$nek kell t végére kifejeztettni, mindenik esetben; 's ezen növetképnek s en kivűl esmertt becsü főképét keresni.

III. A' t végéni sebesség $v$nek pedig növetképe $w\dot{t}$, azon lábok számát téve w, a' hány láb sebességet hozna elé a' t végéni folytoni erő 1″=1 alatt valtozatlan müködve (272.).

Mert itt is a' folytoni erő növőleg vétettvén, $\dot{v}$ az-az a' $t$vel végződő $\dot{t}$ alatti növete a' $t-\dot{t}$ végéni sebességnek (mely is (𝔅)$(t-\dot{t})=v-\dot{v}$), nagyobb, mint ha ezen $\dot{t}$ alatt a' $t-\dot{t}$ végéni folytoni erő (𝔚)$(t-\dot{t})=w-\dot{w}$ változatlan müködnék azon $\dot{t}$ végéig, 's kisebb mintha w müködnék; mert $\dot{t}$ nek kezdete után a' folytoni erő mind nő, 's csak a' végén lesz w.

Tehát $w\dot{t} > \dot{v} > (w-\dot{w})\dot{t}$; tudniillik ha a' folytoni erő 1″=1 alatt w láb sebességet szerez, $\dot{t}$ alatt $w\dot{t}$ láb sebességet szerez; 's szintúgy 1 alatt $w-\dot{w}$ láb sebességet szerző erő, $\dot{t}$ alatt $(w-\dot{w})\dot{t}$ lábat ád.

Azonban $w\dot{t}:(w-\dot{w})\dot{t}=w:(w-\dot{w}) \frown 1$, mert $\dot{w}:w \frown 0$. Tehát $\frac{w\dot{t}}{\dot{v}} \frown 1$; és így $w\dot{t}$ növetképe $v=$(𝔅)$t$nek; 's ha a' t végéni w

kifejezttetik 's főképe találttatik, az írtt módon $(\mathfrak{B})\gamma$ kijön.

IV. Minthogy pedig $\frac{v\dot{t}}{\dot{s}} \frown 1$, 's $\frac{\dot{v}}{w\dot{t}} \frown 1$; lesz az elsőből $\frac{\dot{s}}{v} : \dot{t} \frown 1$, 's a' 2dikból $\frac{\dot{v}}{w} : \dot{t} \frown 1$, 's a' két elsőből (249.) $\frac{v\dot{v}\dot{t}}{w\dot{s}\dot{t}} = \frac{v\dot{v}}{w\dot{s}} \frown 1$.

Tehát $\dot{t}$ nek főképe t, 's $\frac{\dot{s}}{v}$ nek és $\frac{\dot{v}}{w}$ nek főképei csak változattlanual különbözhetnek; 's szintúgy $v\dot{v}$ nek főképe $v^2 : 2$ a' $w\dot{s}$ főképétől csak változatlannal különbözhetik.

És így $v^2 = 2(\int w\dot{s} + const.)$; és $v = \sqrt{2(\int w\dot{s} + const)}$.

Példa az utobbira: legyen $\mathfrak{c}$ a' föld közepe, 's r a' sugara, 's $\mathfrak{ac} = a$, 's $\mathfrak{ab} = s$, $\mathfrak{cb} = x = a - s$; kérdés hogy mekkora $(\mathfrak{B})\gamma$; ha a' test $\mathfrak{a}$ bol esve t alatt σ utat ír, és a' köz nehézkedés' törvénye szerint $w = \frac{r^2 g'}{(a-s)^2}$, a' midón $(a-s)^2 : r^2 = g' : [r^2 g' : (a-s)^2]$; azon lábok' számát tévén g', a' hány láb sebességet a' nehézség' ereje a' föld' szinén 1'' alatt hoz elé.

Itt $w\dot{s} = \frac{r^2 g' \dot{s}}{(a-s)^2}$, melynek főképe $(B)t = \frac{r^2 g'}{a-s}$ (283); t nek $B)t$ oly fügvényét téve, melyben a' t alatt írtt s a' változó: úgy hogy $(B)\gamma$ azt tegye, a' mi lesz, ha $(B)t$ be a' t alatt írtt út s helyibe a' γ alatt írtt út σ tétetik.

Melyszerint $v\dot{v} \overset{\circ}{=} w\dot{s}$ lévén, és amaz

$[(\mathfrak{B})t]^2:2$ nek; ez $(B)t$ nek növetképe lévén; lesz $[(\mathfrak{B})\gamma]^2:2-[(\mathfrak{B})\beta]^2:2=(B)\gamma-(B)\beta$; 's ha $\beta=0$ étetik, $(\mathfrak{B})0=0=[(\mathfrak{B})0]^2:2$; tehát $[(\mathfrak{B})\gamma]^2:2=(B)\gamma-0-(B)0$ (241.); és így mivel 0 id alatt 0 az út, $(\mathfrak{B})\gamma=\sqrt{2}\left(\frac{r^2g'}{a-\sigma}-\frac{r^2g'}{a}\right)=r\sqrt{2g'\left(\frac{1}{x'}-\frac{1}{a}\right)}$ ha x′ a' γ id végéni x et teszi.

Jegyzés. Ha $x'=r$ vétetik, hogy az a magasságról esett testnek a' föld' szinéni sebessége legyen kérdésben: lesz a' végsebesség $r\sqrt{2g'\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{a}\right)}$; mely $\frown r\sqrt{\frac{2g'}{r}}$, ha $a\frown\infty$, mert $\frac{1}{a}\frown 0$; a' mikor is azon magosság, melyről a' föld-szinéni nehézséggel eső test, ezen végsebességet kapná, lenne $\frac{r^2 2g'}{2g'r}=r$; mert ha c a' sebesség 's a a' magasság, $a=\frac{c^2}{2g'}$ a' mint könnyen kijön a' c sebességnek (úgy nevezett) megfelelő magassága (294 ből).

'S minthogy akármely égi testre nézve az otti g' vétettvén, a' mondottak szintúgy alkalmaztathatnak; 's azonban az a magasságról az égi test szinére esettnek végsebessége éppen az (minden egyéb akadályt elgondolva) a' mellyel fel lövődve, sebességét az a tetején vesztené el, (a' lefelé sebesítő felfelé lassítóvá válván): azon legkisebb sebességnek, mellyel valamely égi test' színéről, sugára' irányában a' golyó úgy lövethetnék el, hogy soha viszsza ne térjen (minden akadályt elgondolva), megfelelő magasság azon égi test' sugára. Igy (megfordítva) az ∞ ből az égi testre érkezőnek legkisebb sebessége ugyan az.

Jegyzés. Ha a' vonzó csak 1 pontba úgy mint c be gondoltatik a' tömeg' eltünésével, 's a' Ac eső is csak pontnak vétetik: az írtt törvény, c előtt mind véges de végnélkűl növő, 's éppen c ben ∞ sebességet ád; de c előtt a' végnélkül növő sebesség' ide végnélkül apadván véges út lesz, c ben pedig csak idpontban a' ∞ sebesség is semmi útat nem ád; 's azon túl mindjárt egyenlő távokra egyenlő apadatokkal, éppen annyira menne (minden ellentállást félre téve), mint volt c elött; 's ugyan ez ismételttettnék végnélkűl; ha az is feltétetik, hogy a' mozgó pont c ponton is szabadon átjárhatna.

V. Minthogy III ból t nek növetképe $\frac{\dot{s}}{v}$;

csak ennek főképét kell a' feladott esetben keresni a' t megtalálására; mert akkor azon főkép a' t től csak változattlannal különbözhetik; 's ha az id$=(A$ x, 's az említett főkép $=(B)$x, lesz $(A)\gamma-(A)\beta=(B)\gamma-(B)\beta$, 's a' γ végéni t lesz $(A)\gamma=(B)\gamma-(B)\beta+(A)\beta=(B)\gamma+$ const, és const $=c-(B)h$, ha bizonyos x$=h$ vétettvén, $(A)h=c$. (241).

Péld. Keresttessék a' leforditott *cycloisani* esés' *ide*; a' két $=$ részre osztó függélyi egyenen vétettvén x az alsó ponttól kezdve: minthogy pedig a' cycloist (fölűl fordítva) azon út ábrázolja melyet az egyenes uton ment kerék legalsobb pontja ír, mig azon egyenes útba vissza-tér, mely a' kerék tovább mentével mind ismétlődik; az emlitett függélyi x nek legnagyobb becse a' cycloist nemző kör' kettézője. Az alút y pedig az emlitett főút x től úgy függ, hogy ha a' nemző körben x nek alútja y' nak, 's az $\dot{x}$nek megfelelő ív (melynek y' végtávja, 's x kezdettávja) x' nek mondatik, lesz, ha mind y mind x' jobb felől ✠ balfelől — vétetik, $y = y' + x'$, 's növetképe a' cycloisnak $\dot{x}\sqrt{(2:x)}$ a' mint kimutattatik (*Tent.*), de a' rövidségért elhagyatik.

Vétessék $x$nek az alsó pont a tól kezdve akármely becse k, 's azon fölül akármely becse γ, 's légyen γnak $y$ja vége g, 's $k$nak $y$ja vége legyen f; tudatik, hogy gf ív görbe lévén, az ezen íven g től f ig esett nehéznek vett pontnak végsebessége akkora mintha gf' függélyi egyenen esett volna le, tehát $2\sqrt{g \cdot gf'}$, ha g a' szabadon esőnek 1'' alatti útját teszi.

'S ha már x apad γ tol le bizonyos β ig, $\gamma = n\dot{x}$ tetején 0 az íveni út, 0 az id; az $(n-1)\dot{x}$ tetején lesz bizonyos $\dot{s}$ út, az annak megfelelő $\dot{t}$ id alatt; az $(n-2)\dot{x}$ tetején az elébbi $\dot{s}$ hez új $\dot{s}$ járul, 's új $\dot{t}$ az elébbi $\dot{t}$ hez, 's így tovább az x apadásával nő a' tetejéni vég-sebesség, a' mint nő az ív g től, 's az onnani leesés' ide; és így az x ✠ növeteire nézt — ok az ív' és id' növetei; és $\dot{t}$ is $\dot{s}$ is — ok; és így a' t ellenjének növetképe (mivel az x tetéjéni $v = 2\sqrt{(\gamma - x)g}$), lesz $-\dot{x}\sqrt{2}:2\sqrt{(\gamma-x)g} = \frac{\dot{s}}{x} = \frac{\dot{s}}{v} =$

$$-\frac{\dot{x}}{\sqrt{2x(\gamma-x)g}},$$ melynek főképe $\frac{-\dot{x}}{\sqrt{2g}}$, ha x az 1 hez $=$ sugáru körben, $1 - \frac{2x}{\gamma}$ hoz $=$ *cosinusnak* nak ivét teszi, mely is ha $x = \gamma$, az -1 nek mint cosinusnak ive $= \pi$. Ugyanis az emlitett körben (257.) ha nem az ív mint ott, hanem az itteni x vétetik is fő-változónak, mely szerint $\dot{x}$ nek mint fő-változói növetnek $\dot{z}$ ívi növet felel meg, szintúgy d cos z

$\underline{\underline{o}} - \dot{z}\sin s$, tehát $\dot{z} \underline{\underline{o}} - \frac{d\cos s}{\sin s}$. Mely szerint ha $1 - \frac{2x}{\gamma}$ hoz = cosinus vétetik, (mely lehet is, mert x nem $> \gamma$ nem > 2); lesz — $\frac{d\cos s}{\sin s} = \frac{2\dot{x}}{\gamma} : \sqrt{\left[1 - \left(1 - \frac{2x}{\gamma}\right)^2\right]} =$ $\frac{\dot{x}}{\sqrt{x(\gamma - x)}}$. Tehát ha (B)xnek neveztteti $\frac{-s}{\sqrt{2g}}$, és (A)x az $x = \gamma$ nak $y$ja' végéről a' cycloís' ívén az $x = \beta$ nak $y$ja végéig leesett pont' útja idének ellenjét teszi; lesz $(A)\gamma - (A)\beta = (B)\gamma - (B)\beta$; a' leesés' keresett ide pedig = — $[(A)\gamma - (A)\beta)] = -[(B)\gamma - (B)\beta)] = -(-\pi +$ arc. $(\cos = 1 - \frac{2\beta}{\gamma}) : \sqrt{2g}) = \frac{1}{\sqrt{2g}}(\pi -$ arc. cos. $(1 - \frac{2\beta}{\gamma})$, a' midőn is $(A)\gamma = 0$, és arc. cos. h a' h hoz = cosinus ívét szokta tenni.

Hogy ha pedig $\beta = 0$ vétetik, akkor $1 - \frac{2\beta}{\gamma} = 1$, melynek mint cosinusnak íve 0; tehát a' g től a' legalsó pontigi esés ide lesz $\frac{\pi}{\sqrt{2g}}$; még pedig ha $\beta = 0$, akárhól vétessék g a' cycloisan az alsó ponton fölűl; azonegy id kivántatik, mindenkor azon egy jövénki függettlen γ tól.

Jegyzés. 1. Itt ugyan az 1 hez = súgáru kör vétetett, az hol π a' fél kört teszi: de akár mekkorának vétetthetvén 1, péld r szer akkorának, π helyibe nyilván $r\pi$ jön. $\sqrt{2rg}$ vel.

2. A' (241.) módon *constanssal* is így jön

ki: úgymint $(A)x$ lesz $=(B)x$ † const. $= \frac{-s}{\sqrt{2g}}$ † const.; de $(A)\gamma = 0$, tehát const. $= 0 - (B)\gamma = \frac{\pi}{\sqrt{2g}}$; tehát $(A)x = \frac{-s}{\sqrt{2g}} + \frac{\pi}{\sqrt{2g}}$, mely ha $x=\beta$, az elébbi—$(-(A)\beta) = (A)\beta$.

A' $\sqrt{2g}$ pedig itt is főlebb is $\pm$ értetik.

VI. Légyen az (272.) említett súj-pontra is néhány könnyebb példa. Itt is szintúgy meg lehet előre mutatni, hogy van és az edjetlen; mint a' görbe hoszszára nézve volt; 's tulajdonképen az az egyenes út: de rövidebb megfordítva, ha a' sp sor valamely ntől függő $(K)x$nek növetsora, 's ennek izképének főképe $(B)x$; a' mikor is ezen $(B)x$ megtalálásával jön ki, hogy van széjbecs; a' midőn $(B)\gamma-(B)\beta-[(K)\gamma-(K)\beta)] \frown 0$, tehát $(K)\gamma-(K)\beta$nak széjbecse $(B)\gamma-(B)\beta$; 's ha $\beta=0$, akkor a' széjbecs $=(B)\gamma-(B)0$.

Jegyzés. Mely mód minden íly esetekre alkalmaztathatik, 's a' görbe' hoszszára nézve is az útat annyiban rövidíti: a' midőn ha meg nem mutattatott volna is, hogy van a' húrok' öszetének széjbecse $(A)x$, mihelyt $\dot{x}\sqrt{(1+(Jy)^2)}$nak (mely nyílván ntől függő közkép' növet-izképe), találtatik főképe $(B)x$; azonnal $(B)\gamma-(B)0$ azon széjbecs leénd, mely is $=(A)\gamma-(A)o = (A)\gamma$, mivel $(A)0=0$. *Péld.* (291.) ha a' *Tentamen* szerint az ellipsisben $y^2 = \frac{a}{4} - \frac{u^2}{a}$, 's a' fő út u helyibe x, 's x helyibe $a \sin \frac{s}{2} = \frac{as}{2}$ tétetik (s mint (289.) $\sin s$'s c $\cos s$ lévén, 's s változó 0tól nővén); lesz $y =$

$\surd\left(\frac{a}{4}-\frac{a^2s^2}{4a}\right)=\frac{\surd a}{2}(1-s^2)=\frac{c\surd a}{2}$; 's $\dot{x}$ $=\frac{\dot{z}ac}{2}$, $\dot{y}=-\frac{\dot{z}s\surd a}{2}$; és $\dot{x}^2+\dot{y}^2=\frac{\dot{z}^2a^2c^2}{4}$ $+\frac{\dot{z}^2s^2a^2}{4a}=\left(\frac{\dot{z}a}{2}\right)^2\left(c^2+\frac{s^2}{a}\right)=\left(\frac{\dot{z}a}{2}\right)^2\left(1-s^2+\frac{s^2}{a}\right)$ $=\left(\frac{\dot{z}a}{2}\right)^2\left(1-s^2\left(1-\frac{1}{a}\right)\right)$

De $\dot{z}=\frac{2\dot{x}}{ac}$, tehát $\dot{y}=-\frac{2\dot{x}}{ac}\cdot s\cdot\frac{\surd a}{2}=$ $-\frac{\dot{x}s}{c\surd a}$; és így $(\dot{x}\dot{y})^2=\frac{s^2}{c^2a}$. Követk. $\dot{x}\left(1\right.$ $\left.+(\dot{x}\dot{y})^2\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{\dot{z}ac}{2}\left(1+\frac{s^2}{c^2a}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{\dot{z}a}{2}\left(c^2+\frac{s^2}{a}\right)^{\frac{1}{2}}$ $=\frac{\dot{z}a}{2}\left(1-s^2\left(1-\frac{1}{a}\right)\right)^{\frac{1}{2}}$; mely is a' keresett hossz' növetképe; és mái napig is csak végetlen sor által főképezttetik.

VII. Ha (272.) P laptól oly Mnek (mely vagy linea vagy lineákból álló, avvagy terj vagy terjekből álló, avvagy telj vagy teljekből álló), odjik pontja sincs $a$nál kisebb távra, sem nagyobbra $a+\gamma$nál; 's $a$nak, mely legyen $\perp P$, kinyujtásán az a végétől vétettnek a' fő úti x ek; és Pből P' lap mozog hozzá $\parallel$ a' γ végéig: minden $\dot{x}$nek kezdeténi 's végéni P' lapok közé az M növet-sorának edj íze esik; 's ha M linea, a' növetkép egyen, ha terj vagy telj, negyedszögényekre vonható, 's ezeknek mind közepe van; és ha a' $\dot{x}$ sort dM váltja fel, mérttezőnek p helyett $a+$x tétettvén, csak $(a+\mathrm{x})\mathrm{d}M$nek találttassék főképe; $\frac{\int(a+\mathrm{x})\mathrm{d}M}{M}$ megadja a' sújtávot, a' főképbe x helyibe y tetettvén.

Tulajdonképpen ugyan a' közepek távja nem $a+x$, hanem $a+x-\frac{\dot{x}}{2}$; de $a+x-\frac{\dot{x}}{2}:(a+x) \frown 1$ (245.).

Jegyzés. 1. Az honnan az is látszik: hogy ha $M=(C)x$; azon terj, melyet azon linea, melyben az alút $= \frac{(a+x)J(C)x}{M}$ zár $x=y$val 's az ennek végéni alnttal; egyennel fejeztettve ki (191.), az említett súj-pont-táv: úgy hogy ha ez Mnek Ptől fő-távjának neveztteik, következő bélyzet is lehet: ha P, Q, R oly 3 lap, melyek közzűl edjik pár se $\|$; az a' pont, mely Mnek fő-távja mind a' 3 laptól, mondatthatik az M *üri suj-pontjának*; ugyan is látszik, hogy azon terjnek alképe $\frac{(a+x)J(C)x}{M}$, 's ennek főképe az.

2. Söt vétetthetik z mind egyenlőnek; a' lineában mind egyenlő egyenek vétettvén, a' terjekben $=$ négyegek, a' teljekben $=$ kőbek: és ekkor ha péld m számu z van, lesz m számú p, és $\frac{z(p+p_1+p_2\ldots)}{M} = \frac{z(p+p_1+p_2\ldots)}{mz} = \frac{p+p_1+p_2\ldots}{m}$, tehát a' keresett táv az távok' aritmetikai közepe lesz; melynek széjbecse kerestetik, ha a' z ék' öszete nem éppen maga az M. 'S így is lehet a' súj-pont' bélyzetét adni.

Ha pedig M véges m számu pontokból áll: akkor egyéb feltétel nélkűl, a' sujpont-táv azon m számu távok' öszetére párzott m: és akkor könnyü megmutatni; hogy a' súj-pont edjetlen.

De ha M az elébbi értelemben vétetik is:

csupa ürtanilag kell megmutatni, hogy van fő-nebbi üri suj-pont, és ez edjetlen, akármint vétessenek a' közelebbi P, Q, R lapok.

Hogy van, könnyü átlátni; midőn a' $\mathfrak{x}$ ket úgy lehet venni, hogy edjszer nagyobb más szor kisebb jön ki, 's az $\dot{\mathfrak{x}}$ apadásával egymáshoz akármely megadhatónál közelebb lehet hozni: de azt kell megmutatni; hogy ha R lap a' tábla lapja, melybe esik $\mathfrak{bab}$ negyedszög, 's $\mathfrak{ab}$ ról P lap $\llcorner R$, 's $\mathfrak{ab}$ ról Q lap $\llcorner R$, tehát Q $\llcorner P$; és M ezen (mintegy) köb-szegletbe egészen belől esik, és sújpontja $\mathfrak{f}$; akármely K lap legyen Men kivűl, Mnek attóli főtávja annyira esik Ktol, mint $\mathfrak{f}$ ugyan Któl.

K vagy $\|$ R, vagy nem: ha nem, Knak R eli vágatja vagy vágja $\mathfrak{ab}$ egyent (kinyujtva) vagy nem; 's mindenik esetben vagy $K \llcorner R$ vagy nem.

Legyen elébb $K \llcorner R$, 's az Reli vágatjához legyen $\|$ $\mathfrak{ag}$, melyről legyen K' lap $\llcorner R$; 's legyen $\mathfrak{ab}$ (melyen $\mathfrak{a}$ tól kezdve az $\mathfrak{a}+\mathrm{x}$ ek vétettek) $=\mathfrak{a}+y$, 's legyen $\wedge\mathfrak{gab}=u$, mely is a' K' lapnak Qvali szöge.

Légyen $\mathfrak{f}$nak távja Q tól k; 's légyen akármely $\mathfrak{x}$nek közepe $\mathfrak{i}$, (akár R be akár felibe essék); 's az $\mathfrak{i}$ ről Q ra $\llcorner$ essék $\mathfrak{p}$ pontba; 's a' kinyujtása vágja $\mathfrak{q}$ ba K' lapot: legyen $\mathfrak{p}$ ponton K'' lap $\|$ K' 's legyen $\mathfrak{il} \llcorner K''$; 's $\mathfrak{pr} \llcorner K'$; lesz $\mathfrak{il}+\mathfrak{pr}$ az-az $\mathfrak{ip}.cos\,u+\mathfrak{pa}.\sin u$ az $\mathfrak{i}$ pont távja K' tól.

Vétessenek $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{i}$, $\mathfrak{p}$ közönien: 's minden $\dfrac{\mathfrak{x}.\mathfrak{ip}.\cos u+\mathfrak{x}.\mathfrak{pa}.\sin u}{M}$ öszszetének széjbecse lesz Mnek K' tóli suj-pont-távja; 's ugyan az $=$ minden $\dfrac{\mathfrak{x}.\mathfrak{ip}\cos u}{M}$nek öszete' széjbecséhez, hozzá adva a' minden $\dfrac{\mathfrak{x}.\mathfrak{pa}.\sin u}{M}$nak öszete' széjbecsét, melyek közzűl az első lesz $k \cos u$, ha a' minden $\frac{z\,.\,ip}{M}$ öszete' széjbecse k, az-az M nek Q tóli súj-pont-távja, a' másik $k' \sin u$ ha a' minden $\frac{z\,.\,pa}{M}$ az-az $\frac{z(a+x)}{M}$ öszete' széjbecse k'.

Tehát az a' kérdés: hogy ha oly p' pontja vétetik Q nak, melyről K ra $\llcorner$ egyen $= k'$, ezen p ponton át-tett a' K' hoz $\parallel$ laptól, mely legyen L, annyi táv lesz-é $k \cos u$, mint Q tól k? Mely is úgy van; mert a' mi Q tól k távra esik, az L től $k.\cos u$ távra van.

Ha pedig K túl esik balra K' lapon b távra, nyilván a' L laptoli sujpont-táv b vel nő, valamint ha alul esik b távra, akármely z nek ha elébbi távja t volt, $b-t$ leénd.

'S hogyha ag az ab egyentől jobbra esik: jobbra b nél kell a' $\parallel$ lapot tenni, 's a' mondottat akalmazni.

Legyen továbbá az-az eset, mikor ag ről K' nem $\llcorner$ áll P re; hajoljon péld. ag körűl jobbra fordúlva, mig R rel ω hegyes szöget csinál, ag oly meszsze vétettvén, hogy M egészen az ω szögbe essék. Legyen az elébbi K helyett H lap ag ről $\llcorner$ R, 's i pontnak távja H tól legyen i; 's i nak távja ugyan H tól k; mindenik $i = \varrho + \sigma$, ha a' H ra i róli $\llcorner$ ban, a' mi i től K' ig van ϱ nak 's azon tul H ig σ nak neveztetik. 's ha K' toli távja i nek közönien t nek neveztetik: lesz nyilván $t = \varrho \sin \omega$; és ha minden $\frac{zt}{M}$ az-az minden $\frac{z\varrho \sin \omega}{M}$ öszete' széjbecse t', ezen t' az M nek K' tóli súj-pont-távja; azonban a' minden $\frac{zi}{M}$ öszete' széjbecse, az-az a' minden $\frac{z\varrho}{M}$ öszete' széjbecse, a' minden $\frac{z\sigma}{M}$ öszszete' széj-becsével együtt, az-az $\varrho'+\sigma'$ (ha amaz ϱ'nak, ez σ'nak neveztteti k), a' Htóli súj-pont-táv k. Tehát a' K' lapnak oly $\mathfrak{p}'$ pontjárol, melyről Hra $\perp$ egyen $=\sigma'$, ezen $\perp$ kinyujttatván $\mathfrak{p}'$ ponton túl ϱ' nagságra; a' kérdés az: hogy ezen ϱ'nak vége K' laptól annyira van-é, mint $\mathfrak{f}$? 's úgy van; mert K' tól ϱ'sinω távra esik ϱ' nak vége.

A' többi esetekre a' mondottak könnyen alkalmaztatthatván: látszik, hogy akármely 3 lap ugyan azon $\varkappa$ ékkel azonégy súj-pontra viszen, 's az is látszik, hogy Mnek $\mathfrak{f}$ súj-pontján át akármely lap L tétessék, mely Met két darabra $m$re és μre oszsza, ha $m$nek Ltőli súj-pont-távja t 's μnak τ; lesz $mt=\mu\tau$, 's ha edjik $+$'s a' másik $-$ vétetik, öszetők 0.

Mert legyen Men kivűl $L' \parallel L$, 's Mnek $\mathfrak{f}$ súj-pontjának L'tőli távja T'; 's L' től $m$nek súj-pont-távja T, μnek T''; lesz $\frac{mT+\mu T''}{m+\mu}=T'$; az honnan $mT+\mu T''=mT'+\mu T'$; tehát $m(T'-T)=\mu(T''-T')$, az-az $mt=\mu\tau$.

Látszik továbbá az is: hogy ha Mnek és M'nek súj-pontjai $\mathfrak{f}$ és $\mathfrak{f}'$, melyeknek valamely az Men és M'en küli K laptól távjai k és k'; ekkor M meg M'nek Któli súj-pont-távjára nézve mindegy, akár az elébbi $\varkappa$ ék mértteztessenek az ő távjaikkal, akár csak M az ő suj-pontja' távjával, 's M' az övével.

Mert legyen péld. Mben $\varkappa p+\varkappa_1 p_1 \ldots =kM$. 's M' ben $\varkappa' p'+\varkappa'_1 p'_1 \ldots = k'M$; lesz a' két balfelőlinek őszete $=kM+k'M'$, melyre párzattva $M+M'$ a' súj-pont-távot adja.

'S látszik továbbá: hogy ezen M meg M'nek sújpontja, $\mathfrak{f}\mathfrak{f}'$ egyenbe $\mathfrak{f}$ és $\mathfrak{f}'$ közé esik.

Mert legyen K lap $\parallel$ $\mathfrak{f}\mathfrak{f}'$ egyenhez: ekkor $k=k'$, és így $\frac{Mk+M'k'}{M+M'}=k$ távra esik a súj-pont; légyen azon lap K' mely K tól k távra van; 's ha péld. K alatta gondoltatik $\mathfrak{f}\mathfrak{f}'$nak, légyen L lap a' $\mathfrak{f}\mathfrak{f}'$ egyenen kűl $\|\mathfrak{f}\mathfrak{f}'$ és $\perp K$, 's légyen l a' $\mathfrak{f}$ ('s szintúgy $\mathfrak{f}'$) távja L től, 's legyen L' az L től l távra $\mathfrak{f}$ ponton át $\|\mathfrak{f}$ lap; ez $\mathfrak{f}'$ ponton is átmegy, 's a' súpont nyilván L' be esik szintúgy mint az elébb K' ba; K' és L'nek pedig közöse $\mathfrak{f}\mathfrak{f}'$. És így a' súj-pont a' $\mathfrak{f}$ és $\mathfrak{f}'$ pontok' egyenébe esik: 's csak az a' kérdés, hová esik?

Legyen a' $\mathfrak{f}$ és $\mathfrak{f}$ pontok közti egyenen kűl edj 3-dik lap, melyre $\mathfrak{f}\mathfrak{f}'$ (kinyujtva) $\perp$ legyen; 's legyen attóli távja $\mathfrak{f}$nak t's $\mathfrak{f}$nak t','s légyen péld. $t'=t+b$ (valamelyik tovább esvén a' másiknál): a' sujpont-táv lesz $\frac{Mt+M't'}{M+M'}$ (306), mely is $=$ $\frac{(M+M')t+bM'}{M+M'}$; mely is nagyobb t nél, de kevesebbel b nél; mert $\frac{bM'}{M+M'}<b$. Tehát a' sujpont a' t végén túl 's a' $t'=t+b$ végén belől esik.

3. A' fölebbi módokon kivűl M, x, p, vétetthetnek következőleg is, (mely mindjárt egyebekre is alkalmazttatik): vétessék M a' 303 lap szerint; 's ha bizonyos számu pontokból áll, mindenik x edjik-edjik pont légyen, különben pedig mindenik x nek feleljen meg Mnek bizonyos darabja, 's minden másnak más, 's edjik x nek se legyen más x vel, sem az Mből megfelelőknek, közös darabja; 's légyen minden $x$re nézve azonegy P lap, 's azonegy s gömb; és akármelyik x az Mből neki megfe-

lelővel s hez $=$ gömbben legyen; 's p tegye $x$nek azon pontjának, melynél azon $x$nek Phez közelebb pontja nincs, Ptőli távját; 's végre mindig m számu edjmáshoz egyenlő $x$ék vétessenek, csak hogy mikor M nem pontokból áll, vétessék $m \frown \infty$'s $s \frown 0$, 's mx a' pontok' esetében $=M$, máskor $\frown M$ légyen.

Ez a' suj-pontra nézt is így vétetthetve, a' főlebbiek könnyen alkalmazttattnak.

Ha pedig P lap helyett E egyen vétetik, 's a' pontok' esetében $x(p_1^2+p_2^2\ldots)=F$, 's $mx=M$, különben pedig $x(p_1^2+p_2^2\ldots)\frown F$, 's $mx \frown M$; mondatik F az Mnek Ere *mint fordulati tengelyre nézti hatályának*, az holott is M az E vel öszve-köttetve gondolttatik; mondatthatik (mint meglátszik) Mnek *pontra vett fordulati vagy forgási hatályának* is.

Ha pedig az M súj-pontjának c nek E tőli távja D; úgy az Eről a' sújponton átmenő $\llcorner$ ben az a' pont, melynek távja Etől $=\frac{F}{MD}$ mely legyen L, mondatik *ingati középnek* (*centrum oscillationis*), vagy Mel *egyként-ingónak*; megmutattattván, hogy ha E nem a' súj-ponton menyen-át, 's vizfektüleg gondolttatik, 's a' c suj-pontról Ere $\llcorner$ ce az c ponròli függélyivel φ szöget csinál; annyi id kivántatik arra, hogy a' súj-pont azon függélyibe leérkezzék, mintha L egyen (nehézség nélkűl gondolttatva) edjik álló vége körűl, az onnani függélyitől φ szögre emeltettnék, 's a' másik végére tett nehéz ponttal leeresztteteték; tehát ezen *edjszerinek* nevezett *inga* (vagy logó) eggyingásu az emlitett E körűl ingò Mel (az írtt értelemben).

Elsőben tudniillik a' fordulatra nézve: mikor M fordul az E körűl, azonegy idben minden mozgó pont egyenlő szögre fordul; úgy is hogy ha a' mindenik x ről E rei $\perp p$ egyenen, E től kezdve 1 hez = egyen vétetik, 's ennek vége t nak neveztettetik, azonegy idben minden t egyenlő útat ír. Legyen valamely id' végén t nak sebessége ω, az az akkora, hogy ha változatlan maradna, t az id' főmértéke 1'' alatt ω útat írna (271); akkor nyilván $p\omega$ útat írna x, tehát az emlitett id' végén sebessége $p\omega$ volna. A' hatálya tehát x nek $xp\omega.p = xp^2\omega$ volna, mert x massa $p\omega$ sebességel p távra hatna; ugyan is ha $xp\omega$ túl tétettnék ellenkezőleg, p távra kellene tenni a' nyúglétre.

Gondolttassék f massa péld. D távra E től; ennek is $D\omega$ sebessége lévén, hatálya lesz $fD^2\omega$; mekkorának kell lenni f nek, hogy ellenkezőleg dolgozva péld. M nek D távu sujpontjára, M ne mozduljon? Erre nyilván $fD^2\omega = \omega x(p_1{}^2 + p_2{}^2 \ldots + p^2{}_m)$, az az $fD^2 = x(p_1{}^2 + p_2{}^2 \ldots + p_m{}^2)$, tudniillik ha ez = vagy $\frown F$, úgy $f = \frac{F}{D^2}$; mely a' D végére vett M. 'S szintúgy akármely k távra vett M lesz $\frac{F}{k^2}$, 's ha a' k végére tétetik $\frac{F}{k^2}$ massa, az M elvétettvén, szintúgy leénd a' forgás.

Másodszor az *ingásra* nézve: legyen akármely hoszu, csak a' végére gondolt nehéz ponttal L egyen, a' függélyitől α szögre emelve; 's legyen azon pontról akkora függélyi h, melyen a' pont t alatt szabadon esnék le: ezen út $= t^2 g$ (294) bonttassék el 2 ugyan eggyként sebesűlttre, melyek közzűl edjik érintő, a' másik az L kinyujtásában van; az utobbi elronttatván, marad a' másik $= \mathfrak{t}^2 g \sin\alpha$ (az 1 hez = sugaru körbeni sinus érttettvén). Ezen $\mathfrak{t}$ nek végéni sebesség pedig $\frac{2\mathfrak{t}^2 g \sin\alpha}{\mathfrak{t}} = 2\mathfrak{t} g \sin\alpha$, 's $w = 2g\sin\alpha$; mert (295) $s = \frac{vt}{2}$, tehát $v = \frac{2s}{t}$.

Világos pedig, hogy ez akármely pontjánál Lnek így volna. Fölebb (295) pedig $\dot{v} = w\mathfrak{t}$; $\mathfrak{t} = \frac{s}{\varphi}$, 's $v\dot{v} = ws$.

Legyen t a' főváltozó, 's a' $\mathfrak{t}$ alatt írtt út Φ, 's t alatt φ az 1 hez = sugaru körben; 's feleljenek meg $t = \gamma$nak $\varphi = \alpha$, $t = \beta = 0$ nak 0φ; 's legyen $(A)t$ a' t alatt irtt φnek végéni sebesség.

Itten $w\mathfrak{t} = 2g\sin(\alpha - \varphi)\mathfrak{t} = \dot{v}$, és $ws = 2g\sin(\alpha - \varphi)\dot{\Phi} = v\dot{v}$

Az elsőből ha $\varphi = 0$, lesz az első $\mathfrak{t}$ végén $\dot{v} = 2\mathfrak{t} g \sin\alpha$; a' 2-dikból $\int ws = \frac{v^2}{2}$ lévén, a' φ végéni sebesség $2\sqrt{g[\cos(\alpha - \varphi) - \cos\alpha]}$ (256), mely ha $\varphi = \alpha$, lesz $2\sqrt{g[\cos 0 - \cos\alpha]}$, az-az $2\sqrt{g \operatorname{sinvers}\alpha}$, mert $\cos 0 = 1$, 's $1 - \cos\alpha =$ sinvers α. 'S éppen ez a' végsebesség lenne a' görbéni leeséssel. 'S mivel 1 akármekkorának vétetthetnék, ha r vétetik sugárnak, lesz alatt a' végsebesség $2\sqrt{gr \operatorname{sinvers}\alpha}$, az-az $2\sqrt{g \operatorname{Sin vers}\alpha}$, ha Sin, Cos 's a' t. az r sugáru körben érttettnek: alább megmutattatik, az efféle a' főmértékre nézt közönien megmutatottak miként határozttattnak meg, határzott főmértékre nézve.

Az is megjegyzenddő: hogy *ezen ingati käzép a' sújponton alol esik*, kivéve azon esetet, ha E hez || egyenbe esnek a' zék. Mert ha a' zék' távjai nem mind egyenlők,

$$\frac{x(p_1^2+p_2^2\ldots+p^2_m)}{mx[(p_1+p_2\ldots+p_m):m]}=\frac{p_1^2+p_2^2\ldots+p^2_m}{p_1+p_2\ldots p_m}>\frac{p_1+p_2\ldots+p_m}{m}.$$

Mert legyenek $p_1+p_2\ldots$ helyett a, $b\ldots$'s legyen mindenik tétedjü és nagyobb az utáninál: lesz $\frac{a^2+b^2\ldots}{a+b}>\frac{a+b\ldots}{m}$; mert $m(a^2+b^2\ldots)^2$, $>(a+b\ldots)^2$ valamikor $a, b\ldots$ nem mind egyenlők.

Mert legyen elébb csak a, b és $a>b$, 's legyen $a=b+\lambda$, lesz $2(a^2+b^2)=2a^2+2b^2$; és $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$; téhát csak a^2+b^2 rol 's $2ab$-ról van a' kérdés; $a^2+b^2=2b^2+2b\lambda+\lambda^2$; 's $2ab=2b^2+2b\lambda$, az hól az első $>$ a' 2diknál λ^2 al.

De akárhány egyenlő legyen μ számmal; $\mu(a^2+a^2\ldots)=(a+a\ldots)^2$; mert amaz $=\mu(\mu a^2)$, emez $=(\mu a)^2=\mu^2a^2$.

Tegye B akárhánynak $a,b\ldots$ közzűl öszetét, úgy hogy a' mi ezután főlül van, péld. c ne legyen $=$ edjikhez is közzülök : ha B^2 az az $(a+b\ldots)^2=$ vagy $<A$, mely legyen $=a^2+b^2\ldots$, (mind azokat véve ($a, b\ldots$ közzűl, melyeknek öszete B); akkor $2(A+c^2)>(B+c)^2$.

Mert ez $=B^2+2Bc+c^2$; 's legyen $2A+2c^2=B^2+2Bc+c^2+k$; lesz ha $A=B^2+\varrho$, akár 0 legyen ϱ akár egyéb ✠, $\varrho+A+c^2=2Bc+k$; tehát $c^2-2Bc-k+\varrho+A=0$, az honnan (220) $c=B+\sqrt{(B^2-\varrho-A+k)}$ volna; az hól k nyilván ✠, különben c tétedjü nem lehetne.

Annyival inkább $m(A+c^2>(B+c)^2$ ha $m>2$.

Légyen már E egyen, viz-fektü Plapban; 's erre E ről ∟ lap Q; 's legyenek a' zék távjai Ptől a', $b'\ldots$; ekkor $D=\frac{a'+b'\ldots}{m}$, mely $<$

$\frac{a+b\ldots,}{m}$, ha csak mindenik x nem esik Qba; mert ha Q és P közé esik valamely x, arrol Pre ∟< mint az ugyan E re ∟.

Tehát midőn $m(a^2+b^2\ldots) > (a'+b'\ldots)^2$, tehát $\frac{a^2+b^2\ldots}{a'+b'\ldots} > \left[\frac{(a'+b'\ldots}{m} = D\right]$.

Az emlitett kivételi esetben pedig $\frac{ma^2}{ma} = D$.

Az is *megjegyzendő*: hogy ha mindenik x az emlittett függélyi lap Qba esik, 's az $x$ek az E ről Qba eső ∟ on vétettnek; könnyen látszik, hogy $\frac{\int x^2 dM}{MD}$ lesz az ingati közép' távja E től.

Ezen edjszerübb eset mondatott *oscillatio in planum* (nem *ad latus*): 's a' *Tentamenben* csak az van, más módon *Bernoulli János* szerint; de nincs kiterjesztve közönien.

Hogy pedig (308) az *ingati közép'* távja, avagy az ott emlitett edszerü inga hoszsza $L = \frac{F}{MD}$; meglátszik onnan: hogy ha a' logó' súj-pontja a' függélyi állásról φ szögre emelttetik, az első t végén lesz a' sebesség $2gt \sin \varphi$ a' fölebbi szerint (110), mely mérttezve Mel 's D távval, lesz a' súj-pont' hatálya $2gt \sin \varphi MD$. Mindenik $x$nek pedig ugyan az első t végén légyen szögi sebessége ω; lesz $xp\omega$ a' x sebessége, 's hatálya $xp^2\omega$, ha p közönien azon $x$nek E tőli távját teszi. Az honnan $2gt \sin \varphi MD = \omega x(p'^2+p_2^2\ldots+p^2_m) = F$, tehát $\omega = \frac{2gt \sin \varphi MD}{F}$. De ωL az E től L távra lévő pont' sebessége; tehát $L\omega$

$= \frac{2Lgt \sin\varphi MD}{F}$. Másfelől pedig tudatik (310), hogy az L hoszu edjszerü inga végének sebessége $2gt \sin\varphi$. Tehát ha L úgy vétetthetik, hogy $L\omega$ az-az $\frac{2gt \sin\varphi MDL}{F} = 2gt \sin\varphi$ légyen, akkor M nek L távra lévő pontjának sebessége ugyan az leénd; ez pedig meglesz, 's csak úgy lehet, ha $L = \frac{F}{MD}$ vétetik; a' mikor is $\frac{2Lgt \sin\varphi MD}{F} = \frac{2Fgt \sin\varphi . MD}{MDF} = 2gt \sin\varphi$. Mely is φnek minden kisebb becseire is illvén, a' két logó eggy idű.

Megjegyzendő még a' *folytoni erőnek* következő *szokott kifejezete* is.

Légyen M' massa főld-szint M font; azon erő, mely M' massára dolgozva, μ szer M fontuvá tenné, μ szer akkora mint a' főldszinti nehézség' ereje. A' főldszinti nehézség' pedig 1'' alatt $2g$ láb sebességet hoz elé, és így azon erö mely' M' massát μM fontuvá teszi, 1'' alatt $2\mu g$ láb sebességet hozna elé. Követk. ha μM röviden Pnek mondatik, a' folytoni erő-nek mint nézti mennyiségnek kifejezete $\frac{2gP}{M}$, az hól $\frac{P}{M} = \mu$.

Világosítja az *Atwood'* elmés gépe: ha a' csigáról edjfelől 2 fontu a massa, másfelől 3 fontu b massa függnek; ezen 3 font ellen, ha mérlegnek edjik serpenyőjébe gondoltatik, a' túlsó serpenyőbe a' 2 fonthaz csak 1 font ellen-súj kellene; és így ha a' mérleg elgondoltatik, a és b ezen erő által eggyütt esnek, 's azon $a+b$, mely különben főldszint (2+3) font volna, most (3—2=1) font; tehát itt a' folytoni erő $w = \frac{2g(b-a)}{a+b}$ (surlás 's egyéb elgondolttattván).

Legkönnyebb példák a' sújpontra, forgási hatályra, 's ingati középre.

Keresttessék γ egyennek elébb *sújpontja* azután *forgási hatálya*, 's végre *ingati közepe*.

Vétessenek a' sujpontra nézt az x ek a' kezdetétől, 's a legyen 0; lesz (256) $\int \dot{x}x = \frac{x^2}{2}$, 's $M=\gamma$; tehát x helyibe γ tétettvén, a' sujpont táv a' γ kezdetén reá $\llcorner$ laptól

$$\frac{\gamma^2}{2} : \gamma = \frac{\gamma}{2}.$$

A' *forgási hatályra* nézt, (308) legyen γ nak edjik vége megszegzett, 's a' z ék légyenek az elébbi $\dot{x}$ ek; légyen $(K)x$ oly n től függö közkép, melynek növetképe $\dot{x}x^2$, 's légyen $(A)x$ ennek főképe, mely is $\frac{x^3}{3}$; lesz

$(A)\gamma - (A)0 - [(K)\gamma - (K)0] \frown 0$; mely mivel $(A)0=0$) lesz $\frac{\gamma^3}{3}$. És így $\frac{\gamma^3}{3\gamma^2}$, az-az $\frac{\gamma}{3}$ a' γ végén annyi, mint a' z ék mind együtt a' helyeiken.

A' *forgási hatály F* pedig maga $= \frac{\gamma^3}{3}$ lévén (309) 's az otti $D = \frac{\gamma}{2}$, 's $M=\gamma$; tehát a' γ kezdetéről reá $\llcorner$ egyentőli távja az *ingati középnek* $\frac{F}{MD} = \frac{\gamma^3}{3} : \frac{\gamma^2}{2} = \frac{2}{3}\gamma$.

Ha a' parabolának, melyben $y = a\sqrt{x}$, a' tetején a' fő-úti egyenre ⊥laptoli súj-pont-távja keresttetik: lesz $\varkappa p$ közönien $\dot{x}yx = a x^{\frac{3}{2}}\dot{x}$; melynek főképe $a x^{\frac{5}{2}} : \frac{5}{2}$; tehát mivel M (a' fél parabola vétettvén) $= \frac{2}{3}xy = \frac{2}{3}ax^{\frac{3}{2}}$, lesz a' súj-pont-táv ($x$ helyibe γ tétetvén) $\frac{2}{5}a\ \gamma^{\frac{5}{2}} : \frac{2}{3}a\gamma^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{5}\gamma$.

'S ha a' főúti egyentől vétetik: lesz $\varkappa p$ közönien $\frac{y\dot{x}.y}{2}$, itt a' táv fél y levén. Tehát lesz $\int \dot{x}y^2 = \int \dot{x}a^2x = \frac{a^2x^2}{2}$ és $\frac{\int \dot{x}a^2x}{M} = \frac{a^2x^2}{2} : \frac{2}{3}ax^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{4}a\sqrt{x}$.

Így a' parabolának az elébbi főúti egyen körűli megfordulásával lett testben $\varkappa p$ közönien $\dot{x}y^2\pi x = \dot{x}a^2x^2\pi$; melynek főképe $\frac{a^2x^3\pi}{3}$, 's x helyibe γ tétettvén, 's M nek (282) szerinti becse vétettvén, lesz $\frac{a^2\gamma^3\pi}{3}$: $(M = \frac{a^2\gamma^2\pi}{2}) = \frac{2}{3}\gamma$.

§. 202 Nehezebb példákra, mind ezekre mind egyebekre nézve, a' fölebb eléhozott főképezésekhez, nem főlesleges még a' következőket hozzá adni.

I. Ha $\dot{x}x^m(a+bx^n)^p$ főképezenddő; p vagy ✠ egész szám, vagy nem; ha az, úgy nyilván $p+1$ íz-számu sorral fejeztetthetik ki, melyek ízenként főképeztettetnek (253). De ha p nem

✠ egész szám is; a' kifejezet arra az esetre hozatik, ha $q-1$ ✠ egész szám; midőn vagy $a+bx^n=z$ tétetik, 's ebből x, $\dot{x}$ nek becsei kikeresttettvén, $\dot{x}x^m(a+bx^n)^p$ helyibe $(1:ab^q)\dot{z}z^p(z-a)^{q-1}$ jön, 's ekkor q nak $\frac{m+1}{m}$ mondatik; vagy $z=(a+bx^n):x^n$ vétettvén, 's ebből keresttettvén ki x, $\dot{x}$, az $\dot{x}x^m(a+bx^n)^p$ helyibe $-(1:na^q)\dot{z}z^p(z-b)^{q-1}$ jön, 's $-\frac{(m+1+p)}{n}$ mondatik q nak. A' tanoló ezen számítást maga véghezviheti; ha megakad, Végában is megtalálja példákkal is hoszszabban.

II. De legyen $\dot{x}x^m(a+bx^n)^p$ főképezenddő (291 sz.). Ha t ✠ egész szám, 's $u=x^{m-(t+1)n+1}$'s $\dot{v}=x^{n-1}(a+bx^n)^p\dot{x}$ vétetik; $\dot{x}x^{m-tn}(a+bx^n)^p=u\dot{v}$ lesz. Ekkor pedig ha $a+bx^n$ röviden z nek, $m-(t+1)n+1$ pedig k nak mondatik, lesz $\dot{u}=kx^{k-1}\dot{x}$, 's $v=\frac{z^{p+1}}{nb(p+1)}$; és ha $nb(p+1)$ röviden P nek $\frac{k}{P}$ pedig Q nak mondatik, lesz $u=x^k$, 's $uv=\frac{x^k z^{p+1}}{P}$ és $\dot{u}v=Qx^{k-1}z^{p+1}\dot{x}=$ $Qx^{k-1}z^p(a+bx^n)\dot{x}=aQx^{k-1}z^p\dot{x}+[bQx^{k-1+n}z^p\dot{x}=$ $bQx^{m-tn}z^p\dot{x}=bQu\dot{v}$

Tehát (mivel $\int u\dot{v}=uv-\int v\dot{u}$), lesz $\int u\dot{v}$ $=uv-\int aQx^{k-1}z^p\dot{x}-\int bQu\dot{v}$.

És így $\int u\dot{v}\ (1+bQ)=uv-\int aQx^{k-1}z^p\dot{x}$.

Az honnan $\int u\dot{v}=\frac{uv-aQ\int x^{k-1}z^p\dot{x}}{1+bQ}$.

Mely (mivel $1+bQ=\frac{P+bk}{P}$), lesz $=$

$\frac{uvP}{P+bk} - \frac{aPQ}{P+bk}\int x^{k-1}z^p\,\dot{x}$; és ez megint (mivel $uv = \frac{x^k z^{p+1}}{P}$, 's $\frac{PQ}{P+bk} = \frac{Pk}{(P+bk)P} = \frac{k}{P+bk}$), lesz $= \frac{x^k z^{p+1}}{P+bk} - \frac{ak}{P+bk}\int x^{k-1}z^p\,\dot{x}$; 's ez megint (mivel $k = m-(t+1)n+1$, 's $P+bk = nb(p+1) + b(m-(t+1)n+1) = b(1+m+pn-tn)$, lesz

$$= \frac{x^{m+1-(t+1)n} z^{p+1}}{b(1+m+pn-tn)} - \frac{a(m+1-(t+1)n)}{b(1+m+np-tn)}\int x^{m-(t+1)n}z^p\,\dot{x}$$

's ez tehát $= \int x^{m-tn}z^p\,\dot{x}$ lévén; ugyan ez, ha $m+1-n$ röviden f nek 's $1+m+pn$ pedig Fnek iratik, lesz $=$

$$\frac{x^{f-tn}z^{p+1}}{b(F-tn)} - \frac{a(f-tn)}{b(F-tn)}\int x^{m-(t+1)n}z^p\,\dot{x}.$$

Melyből látszik: hogy x^{m-tn} ből az utolsó ízbe $x^{m-(t+1)n}$ jött; 's az is látszik, hogy ha t elébb 0nak tétetik, lesz $\int x^m z^p\,\dot{x} = \frac{x^f z^{p+1}}{bF} - \frac{af}{Fb}\int x^{m-1n}z^p\,\dot{x}$, 's ha $t=1$ tétetik, 's az utolsó íz is kifejttetik az elébbi alakzat szerint, akkor az utolsó ízben $t=2$ leénd, 's ennek hasonló kifejtésében az utólsó ízben $t=3$ lesz, 's úgy tovább. Mely szerént t mind edjjel nővén; ha lesz oly t, hogy az utolsó ízben $m-(t+1)n$ $=$ legyen oly q haz, hogy $\int x^q z^p\,\dot{x}$ esmeretes legyen; akkor $\int x^m(a+bx^n)^p$ meglesz fejttve.

Könnyü pedig azon izeknek, melyekkel $\int x^m z^p\,\dot{x}$ kifejezttetik, törvényét átlátni. Tudniillik rendre kidolgozva $t=3$ ig, 's azután az nről $n+1$ re szokott következtetéssel, kijön: hogy

$$\int \dot{x}\,x^m z^p = \frac{x^f}{bF}.z^{p+1} - \frac{af.\,x^{f-n}z^{p+1}}{b^2(F-n)}$$

$$+\frac{a^2 f(f-n)}{b^3 F(F-n)(F-2n)} x^{f-2n} \cdot z^{p+1} - \frac{a^3 f(f-n)(f-2n)}{b^4 F(F-n)(F-2n)(F-3n)} \cdot x^{f-3n} \cdot z^{p+1} \; \ldots \ldots$$

mind addig mig (ha van) olyan t jön elé a' kipótló utolsó ízben a' $\int$ jegy alatt, a' mint mondatott.

Hasonlólag ha van oly ✠ egész szám ν, hogy $f-\nu n=0$ legyen, azon utolsó íz, melyben a' $\int$ előtt, $f-\nu n$ mint nemző jőn, azon útolsót $=0$ á tévén, a' főképezés bévégződik, 's a' keresett főképet az azelöttiek' öszete meg adja; 's csak a' *const.* kerestetik hozzá.

Péld. Legyen $\int \frac{\dot{x} x^m}{\sqrt{(1-x^2)}}$ az-az $\int \dot{x} x^m (1-x^2)^{\frac{-1}{2}}$, itt $a=1$, $b=-1$, $p=-\frac{1}{2}$'s $n=2$; és így $f=m-1$, $F=m$; 's ha m egész szám; vagy páros vagy páratlan; ha páratlan, úgy f páros, 's mivel $n=2$, bizonyos számú n akkor az elébb említett mérttezetet 0 hoz egyenlővé teszi; hapedig m páros, úgy van bizonyos (péld. c) számu n, mely $=m$; tehát $\int \frac{\dot{x} x^{m-cn}}{\sqrt{(1-x^2)}} = \int \frac{\dot{x}}{\sqrt{(1-x^2)}}$, mely az 1 hez $=$ sugaru körben az x hez $=$ sinus' íve (290). Igy az m nek 0 tól edjjel-edjjeli növésével, táblák alkotvák: de a' rövidségért elhagyattnak.

'S ugyan azon táblák kimutatják azon esetet is, mikor $x \frown 1$; a' mikor is $\int \frac{\dot{x}}{\sqrt{(1-x^2)}} \frown \frac{\pi}{2}$, és $\int \frac{\dot{x} x^{2r}}{\sqrt{(1-x^2)}} = \frac{1.3.5..(2r-1)}{2.4.6..2r} \cdot \frac{\pi}{2}$, és $\frac{\int \dot{x} x^{2r-1}}{\sqrt{(1-x^2)}} = \frac{1.2.4..}{1.3.5..}\,\frac{(2r-2)}{(2r-1)}$, úgy hogy r számu a' páratlan szám, 's főlűl 1 után edjjel kevesebb páros, mint páratlan alatt.

Azonban $x^m(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$ is $= x^m(1-x)^{-\frac{1}{2}} - x^{m+2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}$; az honnan $\int \dot{x} x^m \sqrt{(1-x^2)} = \int \frac{\dot{x} x^m}{\sqrt{(1-x^2)}} - \int \frac{\dot{x} x^{m+2}}{\sqrt{(1-x^2)}}$.

III. *Megjegyzendő* az is: hogy $\int\int X(dt)^2$ annyit szokott tenni, mint $\int (dt \int Xdt)$ az-az $dt \int Xdt$ nek főképe; így $\int\int\int X(dt)^3$ annyit szokott tenni, mint $\int dt \int dt \int dt.X$, az hól az $\int$ a' jobbra utánira terjed, 's jobbról kezdve balra menyen.

Így $\int\int Xdxdy$ annyit szokott tenni, mint $\int dy \int Xdx$; péld. $\int\int y^2 dxdy = \int \dot{x} \int y^2 \dot{y}$; melyet többre is könnyü kiterjeszteni.

IV. Nem felesleges a' szokott *felső differentialról*, a' mikor is a' legelső változatlannak tétetik, 's ezen únalmas homály' elkerűléséről szólani valamit: ${}^{t}dX = \dot{t}\,{}^{t}\partial X$; ${}^{t}d^2X$ pedig annyit szokott tenni, mint $\dot{t}^2\,{}^{t}\partial^2 X$, 's ${}^{t}d^3X$ annyit mint $\dot{t}^3\,{}^{t}\partial^3 X$, 's a' mi ${}^{t}d^p X$ nek iratik, annyi mint $\dot{t}^p\,{}^{t}\partial^p X$, 's ${}^{t}\partial^p X$ rendszerint $\frac{d^p X}{(dt)^p}$ vel iratik, a' mint éppen a' mondottból következik; 's a' szokott módon is $d(\dot{t}\partial X)$, az-az ${}^{t}d^2X$, ha a' ${}^{t}\partial X$ elött $\dot{t}$ helyibe változatlan a tétetik, lesz $da\,{}^{t}\partial X = a\dot{t}\,{}^{t}\partial^2 X$, mely ha a helyibe $\dot{t}$ viszszatétetik, lesz $\dot{t}^2\,{}^{t}\partial^2 X$; 's így d^3X lesz $d(\dot{t}^2\,{}^{t}\partial^2 X = \dot{t}^3\partial^3 X$'s úgy tovább.

Így $d\left(\frac{dX}{t^2}\right)^2 = d({}^t\!\int X)^2 = 2\,{}^t\!\int X . d\,{}^t\!\int X =$

$2\,{}^t\!\int X . {}^t\!\int^2 X t = 2 \frac{dX}{t}\,{}^t\!\int^2 X . t = 2 dX\,{}^t\!\int^2 X$; és így

$\int 2dX({}^t\!\int^2 X) = ({}^t\!\int X)^2 = \frac{(dX)^2}{t^2}$.

'S így ha $\dot{x} = v\dot{t}$, 's $\dot{v} = a\dot{t}$; a' szokott módon lesz $\frac{dx}{dt} = v$, 's $d\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2 x}{dt} = dv$ (válltozattlannak tétettvén dt); mely $= adt$; tehát $\frac{d^2x}{(dt)^2} = a$; az honnan $2dx$el mérttezvén, lesz $\frac{2dxd^2x}{(dt)^2} = 2adx$; és így $\int\frac{2dx.d^2x}{(dt)^2} =$ $\int 2ax = 2ax$.

De ezen sok tekervény nélkűlezttetik következőleg; ha $\dot{x} = v\dot{t}$, 's $\dot{v} = a\dot{t}$; $\frac{\dot{x}}{\dot{t}} = {}^t\!\int x =$ v, 's $\frac{\dot{v}}{\dot{t}}$ az-az ${}^t\!\int v = a$. Tehát $\int {}^t\!\int x$ az-az ${}^t\!\int^2 x$ $= {}^t\!\int v = a$, 's $\int 2 . {}^t\!\int v . dx = \int 2adx = 2ax$.

VI. Említést érdemel *La Grange*nak a' főképezésre, az alább iranddó *Taylór*nak (a' két ízi fügvényt kimutató) sorához, hasonló sora. Úgymint (291 sz.) ha $v = x$, 's $X = u$, 's $u$nak növetképe $x$re nézt vétetik, lesz $\int \dot{x} X =$ $(\int \dot{v}\, u = xX) - (\int \dot{u} v = \int \dot{x}\; {}^x\!\int X . x)$; 's új v, u vétettvén, $\int \dot{x} \int X . x = \frac{x^2}{2} \int X - \int \frac{x^2}{2} \dot{x} \int^2 X$; 's megint új v, u val ismételve $\int \frac{x^2}{2} \dot{x} \int^2 X = \frac{x^3}{2.3} \int^2 X$ $- \int \frac{x^3}{2.3} \dot{x} \int^3 X$; 's folytattva, lesz

$\int X\dot{x} = xX - \frac{x^2}{2} \partial X + \frac{x^3}{2.3} \partial^2 X - \frac{x^4}{\ldots 4} \partial^3 X \ldots$'s itt is mint (331) a' pótlék határoz.

§. 203. *Néhány könnyebb példa a' világosításra.*

I. Legyen abcd lapi negyedszögény, 's vétessenek b től az x ek bd forgási tengelyen: 's minden $\dot{x}$ nek végeiről emelttessenek a' tengelyre ⊥ ek a' szembellő ac ig, melyeknek akármeddig érjenek a' tengelytől, köznevök legyen y, 's minden $\dot{x}$ nek 2 végéröli ⊥ ek, a' tengelytől kezdve minden $u = ab : m$ távra a' tengelyhez ∥ egyenek által, alakitsák a' z ket; mindenik z oly negyedszögény lesz, melynek alja $\dot{x}$, magassága $(\dot{y})$, így különböztettetvén meg az $\dot{x}$ el együtti $\dot{y}$ tól; mivel jollehet m is $\frown$ ∞ szintúgy mint n, de m független n től, 's az $\dot{x}$ maradásával is nőhet.

Ekkor $z = \dot{x}(\dot{y})$, 's a' tengelytöli távja y lévén, határya lesz $\dot{x}(\dot{y})y^2$; 's a' minden ilyennek öszete' széjbecse tehát $\int \dot{x}(\dot{y})y^2$ vagy is $\int \dot{x} \int (\dot{y})y^2$; mely is $= \frac{\int \dot{x} y^3}{3} = \frac{\int \dot{x}.ab^3}{3} = \frac{xy^3}{3}$

$= \frac{bd.ab^3}{3}$, mikor $y = ab$'s $x = ab$; a' const. nyilván 0.

Könnyebb ugyan az x eket ab egyenen venni, 's ugyan az jönki.

II. Légyen edj körnek közepéről, lapjára ⊥ a' tengely, 's keresttessék ezen körlap' forgási hatálya: vétessenek az x ek a' középtől, 's írassék ugyan onnan kör minden $\dot{x}$ végével; 's az alakultt gyűrük belső körének közneve legyen y; osztassék ezen y is az x végétől kezdve m számu egyenlő részekre, 's legyen $(\dot{y})$ edj ilyen rész, 's $\dot{x}(\dot{y})$ legyen z. Itt z nek távja a' tengelytől x; tehát a' minden $\dot{z}x^2$ öszete széjbecse kerestetik, az-az $\int \dot{x} x^2 \int (\dot{y}) = \int \dot{x} x^2 2x\pi = \frac{2x^4\pi}{4}$; 's ha a' súgár γ, lesz x helyibe γ jővén $\frac{\gamma^4\pi}{2}$; az hól (309 sz.) a' γ végére tett massa $\frac{\gamma^2\pi}{2}$, tehát fél akkora mint a' kör-terj, 's ezen massa mérttezttetik a' 2 szer cimzett távval.

III. Keresttessék az iminti körön álló, b magasságú hengernek forgási hatálya: vétessenek az alsó kör' közepétől a' tengelyen a' b tetejéig $\dot{x}$ ek, 's minden $\dot{x}$ végéről az alsó körhez || lapok által oszolják a' henger rétegekre; az iminti gyűrűhez || gyűrük altal az elébbi terji $\dot{z}$ ékből telji $\dot{z}$ ék alakulnak, amazok $\dot{x}$ el mértezttettvén; 's $\int \frac{\dot{x}\gamma^4\pi}{2}$ lesz $\frac{x\gamma^4\pi}{2}$, 's x helyibe b tétettvén lesz $\frac{b\gamma^4\pi}{2}$, 's a' const. $= 0$.

IV. Keresttessék az 1hez = hoszu, a' függélyitől α szögre emeltt ingának leesése' idje: ez annyi lévén, mintha az α nak az 1 hez = sugáru körben megfelelő íven esnék le. Vétessenek az x ek a' függélyin alólrul sinvers αig, mely legyen σ; akármely x tetejéig essék le, ott a' vég-sebesség annyi mintha szabadon σ—x en esett volna le. Azonban $\dot{t} = \frac{\dot{s}}{v}$, és $\dot{s} = \frac{-\dot{x}}{\sqrt{(2x-x^2)}}$ (285 szerint); az emlitett vég-sebesség pedig $= \sqrt{4g(\sigma - x)}$, melyet, ha az 1 közönien 's határzattlan vétetik, lehetne 's jobb is volna $2(\sigma-x)$nek tenni akármely határzanddó főmértékre nézt, a' következő § ban adanddó szabály szerint.

De addig így hagyattván, lesz az id' növetképe $-\dot{x}$

$$\frac{}{\left(1-\frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{2}}.\sqrt{2x}.\sqrt{(\sigma-x)}4g}=\frac{-1}{2\sqrt{2g}}$$

$$\frac{1\ .\ \dot{x}}{\left(1-\frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{2}}.\sqrt{(\sigma-x)}}$$, 's ennek főképe t

megtaláltatik, ha $\left(1-\frac{x}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}$ az (228) szerint kifejttettvén, mindenik íz $\frac{\dot{x}}{\sqrt{(\sigma-x)}}$ el mértteztettetve a' közelebbiek szerint főképeztetik, 's végre $x=0$ tétetik. A' rövidségért elhagyattván; lesz végre $t=\frac{\pi}{2\sqrt{2g}}\left(1+\left(\frac{1}{2}\right)^2\frac{\sigma}{2}+\left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2+\left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2\left(\frac{\sigma}{2}\right)^3\ldots\right)$; hogy a' bézártt közelítő sor látszik, mivel $\sigma:2$nek legnagyobb becse is <1, a honnan a' főlebbiekből kijön.

§. 204. De jóllehet (193) az mondatott, hogy a' főmérték változatlan áljon, 's az egyeni képviseleti számitásban ki legyen téve, (mint péld. a' *Verböczi* Ije Trip. P. I. t. 133); 's lehetne is azon E éppen az, a' mennyit Budán a' csillagász-toronyban 1″ alatt esik a' test, a' mi rendszerint $g$nek iratik; 's valóban, akármely egyeneket tegyenek a, b, főmérték nélkűl nincs határzott becse $\sqrt{a}$nak, még abnek sincs, miután nem a' görög mód szerint a és b oldalu negyedszögényt teszi, ugyan is ha $a=1^0$ $b=2^0$, lesz ha 1^0 a' főmérték, $ab=2^0$, 's ha 1′

a' főmérték, $ab=72'=12°$; így $\sqrt{a}$ az első esetben 1°, a' 2dikban 2,449... láb. Lesz ugyan mindjárt felső rendű főmértékekről szó, de más tekintetben, 's az egyeni képviseleti számitásban, ezek is csak az alsó legedjszerűbb egyeni főmértékre nézt fejezttettve ki, jelenhetnek meg.

Azonban (15) úgy van, hogy a' főmérték azonegy maradjon, *mikor nyilván egyéb nem mondatik*; és szabad a' főmértéket közönien és határazattlan is venni; 's az ily származatnak határzott esetrei alkalmazásáról, szükség (noha szokatlan) szólani.

Ha valamely alakzatról megmutattatik, hogy akármekkora főmérték vétessék közönien f'nek mondattván, ha péld. $\frac{2}{3}f'$ jön ki származatul; a' keresett mennyiség is 2harmada a' maga azon főmértékének, mely F' a' mikor f' az egyeni képviseleti főmérték: úgy ha a' közöni f' különi $f=1$nek határozttatik, 's F' úgy függ f'től, hogy a' mikor f lett az f', az F'ből F lett; a' keresett mennyiség $\frac{2}{3}F$.

'S megjegyzenddő, hogy ezen F bizonyos esetekben olyan, hogy ha az egyeni képviseleti számitásban $f=nu$, 's a' származat péld. $\frac{2}{3}f$, tehát a' keresett mennyiség $=\frac{2}{3}F$; ezen F ekkor $n^m u$, mint mindjárt meglátszik; 's az ilyen főmérték $m$dik *rendűnek* mondatthatik; de az egyeni képviseletben csak f a' képviselője.

Példák.

I. Légyen valamely lapi negyedszögénynek alja 2, magassága 4, közönien vett főmértékre nészt: lesz a' férete 8 edjede oly főmértéknek, mely ha péld. $f = 6' = 72''$, F az első esetben $(6^2)'$, a' másodikban $(72^2)''$, de más 's nem lineai tekintetben; így ha az elébbi negyedszögényre 1^0 magasságu téglány gondoltatik, F lesz az első esetben $(6^3)'$, a' 2dikban $(2^3)''$, megint nem mint linea; 's mind a' lapi négyedszögény mind a' téglány az egyeni képviseleti számitásban, az f nek 8 edjede lesz, mint mindenik a' maga főmértékének.

II. Legyen α szög; ennek az 1 hez = sugaru körben *secans*a $\frac{1}{\cos\alpha}$, mely legyen péld. 2 harmada a' főmérték f' nek: ha a' közöni f' meghatározva f lesz, akkor a' kör' sugara f lévén; a' *secans*a α nak, f nek 2 harmada lesz; tehát $\frac{f}{\cos\alpha}$ lesz; ez pedig $= \frac{ff}{f\cos\alpha} = \frac{f^2}{\mathrm{Cos}\,\alpha}$, ha az f sugáru körbeni cos, Cos nak iratik.

III. A' főmértékek' kölcsönös függésére legyen példa az eggykénti mozgás: legyen g az út, a' mit a' szabadon eső $1''$ alatt ír; de akármely τ id légyen, azt szabad id főmértéknek tenni, 's azon útat, (mely legyen u) is melyet a' szabadon eső ír τ alatt, szabad úti főmértéknek venni, és már ekkor a' sebességi főmérték csak az, mellyel $\tau = 1$ alatt $u = 1$ iródik (271); azonban az u aljáni és τ végéni sebesség $v = 2u = 2$, mert $1 = \tau$ alatt azon sebességgel $2u$ iródnék eggykénti mozgással; sőt az úti főmérték' változásával, nem csak a' sebességé hanem az idé is változik; ha $u = g = 1$, a' sebességnek mint nézti mennyiségnek is főmértéke $u = g$, az idfőmérték pedig ekkor $1''$; 's ha péld. $u = 9g = 1$ lesz, a' sebességi főmérték is $9g$, de az idfőmérték $3''$.

Akármely T id alatt szabadon esési út legyen pedig U, 's az aljáni végsebesség V; tudatik, hogy

$(u=1) : U = (\tau=1)^2 : T^2$

's $(u=1) : U = (2u)^2 : V^2$; az honnan $T=\sqrt{U}$ (az $u=1$ re nézti munkálattal, 's $V=\sqrt{4Uu}$, avvagy $2\sqrt{U}$ (az $u=1$ re nézti munkálattal); 's ha péld. $U=9u$, lesz $T=3\tau$, 's $V=2.3u$.

Bizonyos főmértékre nézti munkálat rövidebben is fejeztetthetnék ki; péld. ha K valamely kifejezetet teszen, $K \updownarrow q$ teheti azt, hogy K kifejezetben minden a' mi a' főmérték változásával változik, azzá légyen, a' mivé lesz, mikor q a' főmérték, 's minden q tól függő főmértékeknek is a' $q=1$ el együtti főmértékek vétessenek; 's minden a' főmértéktől függő munkálat $q=1$ re nézve vitessék végbe; és ha péld. 2 harmada jön ki q nak, 's a' keresett mennyiségnek ekkori főmértéke Q, a' keresett mennyiségnek vétessék Q nak 2 harmada.

Melyszerint $\sqrt{U} \updownarrow g$ azon másod perczek' számát adja meg, mely alatt a' test szabadon esve U útat ír, 's $\sqrt{U} \updownarrow u$ azon τ idek' számát mely alatt az említett út íródik; $2\sqrt{U} \updownarrow g$ pedig azon g útak' számát, mely az U aljáni végsebességgel 1'' alatt iródnék, 's $2\sqrt{U} \updownarrow u$ azon u útak' számát, mely τ alatt iródnék; 's ezen 2 sebesség' becse egyenlő, 's annyi mint $2U$, avvagy 2 ha U vétetik 1 nek.

IV. Melyek szerint a' cycloisani leesésben (299), ha közönien 's határzattlanul tétetik úti főmértéknek a' szabadon esőnek útja; nem kellene g nek elé-jöni; (a' mikor is $g=1$'s $\pi=3,14..g$); 's jöne ki $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$, úgy hogy π azon $f'=1$

re nézt 3, 14..., 's $\sqrt{2}$ ugyan azon $f'=1$ re nézt 1, 41 . . ; és ha a' határzott f péld. $=9g$, a' mikor is az idfőmérték $3''$; lesz a' keresett id $\frac{3,14\ldots}{1,41\ldots}.\sqrt{9g}\updownarrow g$.

Az honnan ha a' sugár $9g=1$, lesz a' származat $\frac{\pi}{\sqrt{2}}.\sqrt{9g}\updownarrow g$, 's az id $t=\frac{\pi}{\sqrt{2}}.\,3''=\frac{\pi\sqrt{9}}{\sqrt{2}}$ másod percz; mely ha előbb $g=1$ volt, 's azután r szer akkorának vétetik, 's az említett laponi $\pi=\pi'g$ tétetik (π' vétettvén $=3,14$. .) annyi mint $\frac{\pi r}{\sqrt{2rg}}=\frac{\pi' rg}{\sqrt{2rg}}\updownarrow g$; mert az $=\frac{\pi\sqrt{r}}{\sqrt{2g}}\updownarrow g$; ugyan ez $=\pi'\sqrt{\frac{rg}{2g}}=\pi'\sqrt{\frac{r}{2}}$.

Látszik azonban; hogy az otti $2\sqrt{(\gamma-x)g}$ helyibe $2\sqrt{(\gamma-x)}\updownarrow f'$ jöne: de mivel az f' közöni 's határzattlan főmérték, mindenütt azonegynek tarttattváu, nem szükség oda jegyezni.

V. Hasonlólag a' kör-íveni esés' idének (323) kifejezete ily közöni határzattlan főmértékre nézt jövén ki; ott is (mint mondatott) nem kell a' g; 's σ is sinvers α azon határzattlan akármely $f'=1$ sugáru körben, ha péld. 2 harmad, f' re nézt, 's az egész kifejezet péld 5 hatoda f'nek; a' keresett id határzott f főmértékkel, lesz 5 hatoda annak az F id-főmértéknek, mely akkor van, mikor a' közöni f' megtestesűl f ben, a' szabadon esőnek f útja vétettvén úti főmértéknek.

Melyszerint ha a' bézártt sor Znek íratik, 's $f=rg$, lesz a' származat $Z.\left(\frac{\pi\sqrt{rg}}{2\sqrt{2g}}\updownarrow g\right)$, 's a' keresett id lesz $Z.\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{rg}{2g}}\updownarrow g$ másod percz (π itt $=3,14$.. érttettvén).

VI. Fölebb (321) a' kör' forgási hatályára nézt szintúgy vétetthetik a' sugár $\gamma = 1$ közönien 's határzattlanul; 's akkor a' sugár végére teenddő lapi massa $\frac{\pi}{2}$ volna, 's a' 2 szer cimzett távval mérttezve, hatálynak is csak $\frac{\pi}{2}$ jöne ki: de meggondolanddó, hogy itt a' (324 sz) felső rendű főmérték jön elé; ugymint mikor $\pi = 3,14\ldots$ az 1hez $=$sugaru kör' féretének mondatik, az érttetik, hogy azon féret 3,14.. ede azon négyögnek, melynek az egyeni főmérték az oldala; tehát ha péld. a' sugár (mint emlitett 1) $= 5'$ lesz, az 5 lábu sugárnak végére teenddő massa $\frac{\pi}{2}$ de lesz 5szer 5'nek, mint az akkor akkora felső rendű főmértéknek. Azonban hogy az egész hatály kijöjjön, megint ily felső rendü főmértékkel kell mérttezni; 's lesz $\frac{3,14..5^4}{2}$ láb-negyög.

'S hasonlólag a' (322) henger' forgási hatályára nézve: légyen péld. az otti b magasság γ sugárnak 5 harmada; lesz közönien véve a' sugárt $=$ 1nek, a' sugár' végére teenddő massa, 's a' hatály is $\frac{5\pi}{3.2}$; de ha az egyenek' főmértéke γ, a' massa' főmértéke felsőbb rendű 's $= \gamma^3$, 's hogy a' hatály ki jöjjön, ennek is γ^2el kell mértteztettni. Melyszerint lenne $\frac{5\pi}{3.2}\gamma^5$; de ugyan ez $=$ az otti $\frac{b\gamma^4\pi}{2}$; mert $b = \frac{5\gamma}{3}$.

Sok okok kényszeritvén többeket elhagyni: csak azon módnak, mellyel rövid ingát is tetszés szerint lehet lassitni, vagy sebesítni; okmutatása a' tanolónak hagyatik: ugyan is valamely egyennek c pontján menjen át a' reá ⊥ tengely, 's legyen az alsó végén P súlyjú pont, a' másikan p, 's Pnek távja legyen T, $p$nek t (azonegy c től), 's légyen $PT > pt$; az *ingati középnek* távja c től lesz $\frac{PT^2 + pt^2}{PT - pt}$; az hól a' kivántt sujpont-távból 's Pből 's Tből, megtaláttatik pt a' kivántt sebességre.

§. 205. A' *La Grange Maclaurin* és *Taylor* állitmányaikrol.

Légyen x most változatlan, 's z a' főváltozó, $\beta = 0$ tól $\gamma = 1$ ig, 's x—zx neveztessék v nek; 's légyen $(A)v$ az u től független közkép; 's $(A)0$ azt tévén, a' mi lesz, ha $(A)v$ be v helyibe 0 tétetik, $J^r . (A)0$ tegye azt a' mi lesz, ha $^vJ^r (A)v$ be v helyibe 0 tétetik; 's $^vJ^{p+1} (A)v$ legyen röviden Z, 's $\frac{x^{p+1}}{1.2\ldots p}$ légyen α.

Így értve a' jegyzeteket: ha $(A)v$nek v re nézt van (252.) akárhányadik alképe, és $z\alpha z^p$ Znek, van oly főképe $\alpha(B)z$, hogy $(B)0 = 0$; akkor feltéve, hogy $(A)0$ nem ∞, 's az alképek sem, lesz $(A)x = (A)0 + x J . (A)0 + \frac{x^2}{2} J^2 .$

$(A)0 + \frac{x^3}{2.3} J^3 . (A)0 \ldots + \frac{x^p}{2.3..p} J^p . (A)0 + \alpha(B)1$;

az holott is az utolsó íz, pótléka a' megelőző akármeddig folytatott sornak; és ezen pótléknak határai, melyek közé esik, $\frac{\alpha\, h}{p+1}$ és $\frac{\alpha\, i}{p+1}$, úgy hogy az edjiknél nem $>$'s a' másiknál nem $<$ (13.), h és i olyan becseit téve Znek, hogy edjik becse is Znek nem $> h$, 's nem $< i$. Tehát a' pótlék $\frac{x^{p+1} J^{p+1}(A)w}{1.2...(p+1)}$ (w az x és 0 köztit téve.)

Ok-adat. Légyen $xz = u$; tehát $\dot{u} = x\dot{z}$, $\dot{v} = -x\dot{z}$, mivel $v = x - xz$; légyen továbbá $(A)v + uJ(A)v + \frac{u^2 J^2(A)v}{2} + \frac{u^3 J^3(A)v}{2.3} \ldots + \frac{u^p J^p(A)v}{2.3..p} = (L)z.$

Fő változónak maradván z, vétessenek növetképei mind $(L)z$ nek, mind azon sornak, melyhez egyenlőnek mondatott; lesz (253..) $d(L)z \doteq \dot{v}J(A)v + \dot{u}J(A)v + u\dot{v}J^2(A)v + \frac{2u\dot{u}J^2(A)v}{2} + \frac{u^2\dot{v}J^3(A)v}{2} \ldots + \frac{pu^{p-1}\dot{u}J^p(A)v}{2.3..(p-1)p} + \frac{u^p\dot{v}J^{p+1}(A)v}{2.3..p}$; holott is mivel $\dot{v} = -x\dot{z}$, és $\dot{u} = x\dot{z}$, az első íz lerontja a' 2 dikat, 's mindenik pár utáni íz az azutánit; és marad $d(L)z \doteq \frac{u^p\dot{v}J^{p+1}(A)v}{2.3...p} = -\frac{\dot{z}z^p x^{p+1}J^{p+1}(A)v}{2.3...p} = -\dot{z}\alpha z^p Z$, melynek tehát $(L)z$ főképe; 's hogyha ennek főképe $-\alpha(B)z$ is; lesz (234) $(L)1-(L)0 = \alpha(B)1 + \alpha(B)0$; mely $= -\alpha(B)1$, mivel $(B)0$ feltét szerint 0.

Az honnan $(L)0-(L)1 = \alpha(B)1$.

De $(L)0 = (A)x$, mert z mindenik ízben az $(A)v = (A)(x - xz)$ után mérttező lévén, a' fölebbi sorban lesz $(L)0 = (A)(x - x.0) + 0 + 0 \ldots = (A)x$.

Tehát $(A)x = (L)0 = (L)1 + \alpha(B)1$; mely $(A)0 + xJ.(A)0 + \frac{x^2J^2.(A)0}{2} + \frac{x^3J^3.(A)0}{2.3} \ldots + \frac{x^pJ^p.(A)0}{2.3...p} + \alpha(B)1$; mert az utolsò íz elötti sorrá válik az, a' mihez $(L)z$ egyenlő volt, ha $z=1$ lesz mindenik ízben, a' mikor is $x-xz=v=0$, 's $(L)z=(L)1$ lesz; 's a' sor' teljes pótléka $\alpha(B)1=\frac{x^{p+1}}{2.3...p}(B)1$.

Igen sokszor is megkell a' pótlék' határaival elégedni: melyek minél tágabbak, az alakzat annál kevesebbet ér; ha pedig végnélkűl közelednek edjmáshoz, akkor a' sor közelítő. 'S megjegyzenddő; hogy néha a' más úton könnyen kijövő pótlék e' szerint bizonytalan. Csak ugyan gyakran használható, 's megérdemli a' *La Grange* szavait *théoreme nouveau et remarquable*; bár csak az ok-adattal 's a' pótlékkal haladja is meg *Maclaurint*.

De szükséges az említett határokra nézve $(B)1$ et láthatóítani. Ha z re mint fő úti egyenre, $z=0$ tól $z=1$ ig minden pontról alút $y=z^pZ$ emelttetik; 's megmutattatik, hogy az al-útak vagy mind apadnak, vagy $z=1$ olyan darabokból áll, melyek közzűl akármelyikről az alútak vagy mind nönek vagy mind apadnak, vagy mind egyenlők; 's megmutattatik az is, hogy akármely z nek al-útja legyen y, 's $z-\dot{z}$ nek al-útja y', valamikor nem $y=y'$, akármely nagy N re nézve van olyan n, hogy $y-y'<\frac{y}{N}$ legyen; akkor nyilván $\dot{z}Zz^p=\dot{z}y$ növetképe azon terjnek, mely az alútak' tetején menő vonal és $z=1$, 's ennek végéni al-út közt van. Légyen B ezen terj, 's a' vonal b; azon B főképe $\dot{z}Zz^p$ nek, 's αB pedig $\alpha\dot{z}Zz^p$ nek, és $\alpha\dot{z}Zz^p$ nek főképe αB; és így ez a' fönnebbi $\alpha(B)z$, a' midőn $(B)0=0$, mert ha $z=0$, az alút is terj is $=0$. Követk. az igaz pótlék az említett terj mérttezve αval, az-az αB.

Ha már továbbá még két vonal állittatik

elé, ugyan $z=0$ tol fogva $z=1$ ig, az edjikre nézve tétettvén alútnak $Y=z^p h$, a' másikra nézve $\mathfrak{Y}=z^p i$; akármely z legyen, Y nem $\lessdot y$, 's y nem $\lessdot \mathfrak{Y}$, mert h nem $\lessdot Z$ nem $\lessdot i$, tehát mivel z^p vagy 0 vagy azon fölűl $\maltese$, $z^p h$ nem $\lessdot z^p Z$ nem $\lessdot z^p i$.

Légyen az Y vonala c, az $\mathfrak{Y}$é a, az yé b vala; legyen a' c vonal terje C, az a vonalé A, a' b vonalé B vala; 's tétessék minden $\dot{z}$ re negyedszögény az azon $\dot{z}$ végéni alúttal, mind a' három vonalra nézve; 's neveztessék minden $\dot{z}\,Y$nak ($z=0$ tol fogva $z=1$ ig) summája C'nek, minden $\dot{z}\,y$é B'nek, 's minden $\dot{z}\,\mathfrak{Y}$é A'nak; 's légyen $C'-C=\omega$, $B'-B=\lambda$, 's $A'-A=k$.

Ekkor mivel Y nem $\lessdot y$ nem $\lessdot \mathfrak{Y}$, tehát $\dot{z}\,Y$ nem $\lessdot \dot{z}\,y$ nem $\lessdot \dot{z}\,\mathfrak{Y}$; nyilván C' nem $\lessdot B'$, nem $\lessdot A'$, tehát $C+\omega$ nem $\lessdot B+\lambda$ nem $\lessdot A+k$; és igy $C+\omega-(B+\lambda)$, 's $B+\lambda-(A+k)$ vagy 0 vagy azon fölyül $\maltese$.

Az honnan $C-B$, 's szintúgy $B-A$ nem lehet $\vdash$; mert $C-B=\vdash s$ nem lehet; mivel $\omega \frown 0$, $\lambda \frown 0$, tehát $\omega-\lambda \frown 0$; s pedig állandó, mivel C is B az. Tehát C nem $\lessdot B$ nem $\lessdot A$.

De $C=\int \dot{z}\,Y=\int z\,z^p h=\frac{z^{p+1}h}{p+1}=\frac{h}{p+1}$ midőn $z=1$; hasonlólag $A=\int z\,\mathfrak{Y}=\frac{i}{p+1}$; az honnan $\frac{h}{p+1}$ nem $\lessdot B$ nem $\lessdot \frac{i}{p+1}$. Következőleg ha $\alpha \maltese$, úgy mind a' hármat mérttezve α val, $\frac{\alpha h}{p+1}$ nem $\lessdot \alpha B$ nem $\lessdot \frac{\alpha i}{p+1}$; ha pedig $\alpha \vdash$, úgy $\lessdot$ helyibe $\gtrdot$ jön.

§ 206 *Ennek alkalmazására vagy két példa.*

Légyen $(A)x=(1+x)^n$; lesz az írtt módon

$(A)x = (A)0 + x\,J.(A)0 + \frac{x^2}{2}\,J^2.(A)0 + \frac{x^3}{2.3}\,J^3.(A)0 \ldots$
$+ \frac{x^p}{2.3..p}\,J^p.(A)0 \ldots$ mely is az esmeretes (228)
két-íz' alakzatját adja meg, ha $\frac{b}{a} = x$ tétetik;
a' pótléknak pedig, ha $q(q-1)(q-2)\,..\,(q-p)$
röviden Qnak íratik, két határai $\frac{\alpha Q(1+x)^{q-p-1}}{p+1}$
és $\frac{\alpha Q}{p+1}$; melyek közzűl edjik $\frac{\alpha h}{p+1}$ a' másik
$\frac{\alpha i}{p+1}$, tehát $\frac{x^{p+1}\,.\,Q(1+x)^{q-p-1}}{..(p+1)} = \left(\frac{x}{1+x}\right)^{p+1}.$
$\frac{Q(1+x)^q}{..(p+1)}$ az edjik, 's a' másik $\frac{x^{p+1}\,Q.}{..p+1}$

Mert $(A)v$ itt $=(1+x-xz)^q$, 's $Z = q(q-1)\ldots(q-p)(1+x-xz)^{q-p-1}$; tehát h és i közzűl edjik lesz, ha $1+x-xz$ helyibe a' Z kifejezetében $1+x$ az edjikre 's 1 tétetik a' másikra; mert $q-p-1$, ha ✠ egész szám p nő, végre végnélkűl nőhető — lesz, legyen $-k$; lesz $\frac{1}{(1+x-xz)^k}$ nak legnagyobb becse $\frac{1}{(1+x)^k}$ ha x —, 's legkisebb 1 (midőn $z=1$); ha pedig x ✠, akkor legnagyobb becs 1 's legkiseb $\frac{1}{(1+x)}$ (midőn $z=0$).

Tehát csak $\left(\frac{x}{1+x}\right)^{p+1} Q\,\frac{(1+x)^q}{..p+1}$ nek, 's $\frac{x^{p+1}}{..p+1}\,Q$ nak mint a' pótlék' határainak becseit kell vi'sgálni: ha q tétedjü, és ✠ 's $x<1$, vagy

$q-$, és x vagy $\pm < 1$, vagy $-$'s nem $> \frac{1}{2}$, könnyü a' főlebbiekből látni, hogy mindenik határ $\frown$ 0. De ha x $-$'s $> \frac{1}{2}$, akkor $\frac{x}{1+x} > 1$, tehát $\left(\frac{x}{1+x}\right)^{p+1} \frown \infty$, és így az edjik határ $\frown \infty$ ha $p \frown \infty$, a' másik $\frown$ 0; tehát ezen esetben ezen pótlék semmit sem ér; noha másként megmutattatik, hogy a' sor kölítő, 's a' végetlen sorfark $\frown$ 0 (230).

Jegyzés. Ha x ellenedjü vagy elegy is, ha q tétedjü, akkor is jó az alakzat, mint (231.) mondatott: 's ügyan ezen épűlvén a' $d\lg y = \frac{\dot y}{y}$ a' (257.) lapon; azon esetre is, midőn q akár ellenedjű akár elegy, következtetni lehet így:

Legyen $1+v = X$; lesz $(1+v)^q = X^q$; 's lg X legyen l; lesz $dl = \frac{\dot v}{X}$'s $X^q = e^{ql} = 1 + ql + \frac{q^2 l^2}{2} + \frac{q^3 l^3}{2.3} \dots$ (176..); $dX^q = de^{ql} = \frac{q\dot v}{X} + \frac{q^2 l \dot v}{X} + \frac{q^3 l^2 \dot v}{2X} + \frac{q^4 l^3 \dot v}{2.3X} \dots = \frac{\dot v}{X}\left(q + q^2 l + \frac{q^3 l^2}{2} + \frac{q^4 l^3}{2.3} \dots\right) = \frac{\dot v q e^{q-1}}{X} = \dot v q \frac{X^q}{X} = \dot v q X^{q-1}$.

Az honnan látszik: hogy X^q nak van akár hányadik alképe, a' mint (329.) megkivánttatott, mert szintúgy qX^{q-1} nek növetképe $\dot v q(q-1)X^{q-2}$, 's alképe $q(q-1)X^{q-2}$, 's úgy tovább. Tehát a' mondottak alkalmazttathatnak.

Több idetartozók könnyen kimutattattván, légyen még vagy két példa.

Ha $(A)\mathrm{x} = \sin(a+\mathrm{x})$; lesz $(A)v = \sin(a+\mathrm{x}-z\mathrm{x})$, 's $v = \mathrm{x} - z\mathrm{x}$; és ${}^{v}J(A)v = \cos(a+\mathrm{x}-z\mathrm{x})$'s ${}^{v}J.(A)0 = \cos a$'s úgy tovább. Tehát

$$\sin(a+\mathrm{x}) = \sin a + \mathrm{x}\cos a - \frac{\mathrm{x}^2}{2}\sin a - \frac{\mathrm{x}^3}{2.3}\cos a \ldots$$

's a' pót-határok, péld. ha a' 4 dik íznél tetszék megállani, $-\frac{\mathrm{x}^4}{\ldots 4}\sin(a+\mathrm{x})$ és $-\frac{\mathrm{x}^4}{\ldots 4}\sin a$; mely ha $a = o$, lesz $(A)\mathrm{x} = \sin\mathrm{x} = \mathrm{x} - \frac{\mathrm{x}^3}{2.3} + \frac{\mathrm{x}^5}{..5} - \frac{\mathrm{x}^7}{7}$ . ., mert akkor $\sin a = 0$, 's $\cos a = 1$; a' pót-határok pedig itt $-\frac{\mathrm{x}^8}{\ldots 8}\sin\mathrm{x}$ és $-\frac{\mathrm{x}^8}{\ldots 8}\sin 0 = 0$.

Az utobbiban látszik, hogy a' pót $\frown 0$, 's a' sor közelítő; mert valamikor alúl x nél nagyobb nemző jőn, 's azután mind edjjel nagyobbak jőnek alul, melyek felett csak x ek lesznek; mely az elébbire is alkalmazttatik.

Ha $(A)\mathrm{x} = \lg(a+\mathrm{x})$, itt $(A)0 = \lg a$, 's $J.(A)0 = a^{-1}$, mert $J\lg(a+\mathrm{x}) = (a+\mathrm{x})^{-1}$ (257), 's x helyibe 0 tétettvén, lesz a^{-1}. Így a' többi is kifejttettvén, lesz $\lg(a+\mathrm{x}) = \lg a + \frac{\mathrm{x}}{a} - \frac{\mathrm{x}^2}{2a^2} + \frac{\mathrm{x}^3}{3a^3}$ . . . , 's a' póthatárok péld. itt $-\frac{1}{4}\left(\frac{\mathrm{x}}{a+\mathrm{x}}\right)^4$ és $-\frac{1}{4}\left(\frac{\mathrm{x}}{a}\right)^4$; az hól ha a nem 0, és mind $\frac{\mathrm{x}}{a+\mathrm{x}}$ mind $\frac{\mathrm{x}}{a} < 1$, látszik, hogy a' pót. $\frown$ 0, ha az íz-szám $\frown \infty$.

A' *Tayloré* következik az elébbiből itt .

az a' kérdés; mi leénd (A)x ből, ha x helyibe $x+\omega$ tétetik?

Neveztessék $(C)\omega$ nak $(A)(x+\omega)$, 's a' főlebbi v legyen itt $\omega-z\omega$, 's csak z legyen változó: a' mondottakat alkalmazva, lesz $(C)\omega=$
$(C)0+\omega\partial.(C)0+\frac{\omega^2}{2}\partial^2.(C)0+\frac{\omega^3}{2.3}\partial^3.(C)0\ldots=$
$(A)x+\omega\partial(A)x+\frac{\omega^2}{2}\partial^2(A)x+\frac{\omega^3}{2.3}\partial^3(A)x\ldots$ hozzá adva itt is az elébbi szerinti pótlékat, mellyel *Taylort* is *Lagrange* egésziti ki.

Jegyzés. Ha elébb a' két ízi alakzat megmutattatik; 's $(A)x=\alpha+Bx^b+Cx^c\ldots$; akkor ha $\omega<x$, mindenik ízbe x helyibe $x+\omega$ tétettvén, 's kifejttettvén $B(x+\omega)^b$, $C(x+\omega)^c\ldots$, lesz $(A)(x+\omega)=\alpha+[\omega(Bbx^{b-1}+Ccx^{c-1}+\ldots=\omega\partial(A)x)]+[\frac{\omega^2}{2}(Bb(b-1)x^{b-2}+Cc(c-1)x^{c-2}\ldots$
$=\frac{\omega^2}{2}\partial^2(A)x)]\ldots\ldots$

Melyből közelítő sor jönki, 's éppen a' *Tayloré*.

§. 207 Ha a' sorban x nek cimzeti jele mind edjjel-edjjel nő, 's mindenik ízben a' cimzett x nek nemző társa bizonyos végesnél kisebb marad: lehet x et oly kicsinek venni, hogy akármelyik íz $>$ az azutáni ízek' öszeténél.

Mert ax^m után vétessék (akármely egész szám, legyen k) annyi számu íz, úgymint a_1x^{m+1} $a_2x^{m+2}\ldots a_k x^{m+2}$; 's legyen h nagyobb akármelyiknél a_1, $a_2\ldots a_k$ közűl, 's légyen x kisebb 1 nél és $a:kh$ nál is. Ekkor x kisebb mindeniknél $\frac{a}{ka_1}$, $\frac{a}{ka_2}\ldots\frac{a}{ka_k}$ közűl, mert az alsó mindenütt $<kh$. Tehát $a_1x<\frac{aa_1}{ka_1}=$

$\left.\frac{a}{k}\right)$, szintúgy a_3 x $< \frac{a}{k}$, tehát $a_2 x^2 < \frac{a}{k}$ (mert $x < 1$), 's így $a_3 x^3 < \frac{a}{k}$ 'sat.

Tehát öszezve a' k számu ízeket, less $a_1 x + a_2 x^2 \dots + a_k x^k < \left(\frac{ka}{k} = a\right)$; és így $x^m(a_1 x + a_2 x^2 \dots + a_k x^k) < a x^m$.

§. 208 Ha $(F)x$ olyan, hogy x nek a becsére $(F)(a+\omega)$ vagy $<(F)a$ vagy $>(F)a$, akármely kicsinek vétessék ω; úgy $(F)a$ *maximum* vagy *minimum* lesz. Mert

$$(F)(a+\omega) = (F)a + \omega \partial (F)x + \frac{\omega^2}{2} \partial^2 (F)x \dots$$

$$(F)(a-\omega) = (F)a - \omega \partial (F)x + \frac{\omega^2}{2} \partial^2 (F)x \dots$$

Az hól ha $\omega \frown 0$, mindenik íz (ha edjik se 0 sem ∞) $>$ lesz az utániak öszeténél: az honnan $\partial(F)x$ az a becsére x nek szükségesképpen 0, ha $(F)a$ *maximum* vagy *minimum*; különben ω vétetthetnék oly kicsinek, hogy $(F)(a+\omega)$'s $(F)(a-\omega)$ becsei közzűl edjik $+$'s a' másik $-$ lenne. A' két sorban a' hól az alkép' száma páros, egyenlők az ízek: 's hogy *maximum* vagy *minimum* legyen, nyilván minden alképnek 0 nak kell lenni a' μ dikig (μ páratlant téve), úgy hogy a' $\mu+1$ dik ne legyen 0; 's ha ez $-$ *minimum*, ha $+$, *maximum* lesz.

Péld. Legyen 1 a' henger sugára: hogy lesz belőle legnagyobb gerenda? Vétessenek az x ek a' kör' közepéről, lesz $y = \sqrt{(1-x^2)}$, 's a' gerenda alja $2y.2x = 4x(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$; melynek (254) alképe $4(1-x^2)^{\frac{1}{2}} - 4x^2(1-x^2)^{\frac{-1}{2}}$;

mely $=0$ tétettvén, 's mind kétfelől $(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$ el mérttezvén, lesz $4(1-x^2)-4x^2=0$, tehát $1-2x^2=0$, és így $x=\sqrt{\frac{1}{2}}$

Azonban pedig megmutáttatik, hogy a' gerenda annál erösebb, minél nagyobb a' 2szer cimzett magassággal mérttezett széle. Melyszerint a' legnagyobb erőségre, a' hoszat nem véve fel, $(2y)^2.2x=8x-8x^3$ nak legnagyobb becsére keresttetik x.

Ennek pedig alképe $8-3.8x^2=0$ tétettvén, lesz $1-3x^2=0$; tehát $x=\frac{1}{\sqrt{3}}$

Jegyzés. Van, a' mikor az alkép ∞; 's még is lehet a' *maximumat* vagy *minimumat* megkapni. Ugymint ha $\mathcal{J}(F)x=\infty=\frac{1}{0}$, az-az ha $z\frown 0$, $\frac{1}{z}\frown\infty=\mathcal{J}(F)x$; ekkor $z\mathcal{J}(F)x\frown 1$, tehát $\frac{1}{\mathcal{J}(F)x}\frown 0$. De probálni kell itt-is minél kissebb $+$ és $-\omega$val, hogy maximum-é vagy minimum?

Péld. Ha $(F)x=b-x^{\frac{2}{3}}=y$, lesz $\mathcal{J}y=-2:3x^{\frac{1}{3}}$ mely $=0$ nem lehet, sőt ∞ lesz ha $x=0$, a' mikor $(F)0$ éppen maximum.

De $\frac{1}{\mathcal{J}y}=-\frac{3x^{\frac{1}{3}}}{2}=0$ ból $x=0$ lesz.

§. 209. Van a' mikor bizonyos b becséig x nek mindig $\frac{u}{v}=z$, de mikor $x=b$ azon pontnál $\frac{u}{v}=\frac{0}{0}$ lesz, mely akármit tehet: addig

$u=zv$ lévén, midőn x $\frown$ b, $\partial u \frown 0+z\partial v$, mert $v=0$ lesz.

Az honnan z ekkor $=\frac{\partial u}{\partial v}$. Hogyha pedig ∂u is $=0=\partial v$, ismétleni kell, 's lehet tovább is.

Péld, Az eggypárzati sornak, ha x a' sorjel, μ az ízek' száma, 's az első íz a, öszete $\frac{ax^\mu-a}{x-1}$; mely mikor $x=1$, lesz $\frac{0}{0}$, holott a' sor öszete $=a+a+a+a\ldots$; de $\frac{\partial(ax^\mu-a)}{\partial(x-1)}=$ $\frac{\mu ax^{\mu-1}}{1}=\mu a$ mikor $x=1$.

Így ha $z=\frac{a^2-x^2}{a-x}$; ez ha $x=a$, lesz $\frac{0}{0}$
De $\frac{\partial(a^2-x^2)}{\partial(a-x)}=\frac{-2x}{-1}=2a$ mikor $x=a$, és a' midőn x $\frown$ a, akkor $\frac{a^2-x^2}{a-x}\frown 2a=a+(a=x)$.

§.210 Megemlittendő az úgy nevezett *Regula falsi* is, mint a' melyuek a' Taylori alakzaton alapúl okmutatása.

Ha oly x keresttetik, hogy $y=(f)x=0$ legyen, 's valami módon két oly közelítő becse találtatik x nek, ugymint $a=x+\omega$, 's $a'=x+\omega'$, hogy mind $Y=(f)(x+\omega)$ mind $Y'=(f)(x+\omega')$ nak Taylor-sori kifejtésében, az első alkép utániak elhagyatthatnak; lesz $Y=y+(a-x)\partial y$'s $Y'=y+(a'-x)\partial y$; 's ha $Y-y=b$'s $Y'-y=b'$, mellyek is a' két fel-tétel' hibáji; lesz $\frac{Y-y}{Y'-y}=\frac{a-x}{a'-x}$ $=\frac{b}{b'}$; az honnan $x=a-\frac{(a-a')}{b-b'}$ és ezen munka az x még inkább közelítésére ismételttetthetik.

'S ez a' *transcendensekben* is használhato. Péld. Legyen $x^x = 10$; tehát $x\lg x - 1 = 0$; ha x helyibe 2,5 és 2,6 tétettnek, jön ki $x = 2,5061$; 's ha azután x helyibe 2,5062 és 2,5063 tétetnek, a jobbitott $x = 2,506190$ lesz, melyet még folytatni lehet.

§. 211 A' Taylor alakzata több változókra, 's a' *Calc. Variat.* 's a' 265 és 266... lapokon mondattak megvannak a' *Tentamenben*, a' mennyiben az alapra kell, *Brachystochrona* 's egyéb példákkal. A' tanoló ezekről nagyobb munkákra mehet. Ugyan csak nehány szót a' 265 dik laponi érintésről:

Ha $(F)x$, $(\varphi)x(\varphi')x$ három vonal' alútait teszik, és magok 's alképeik a' h dikig (bézárólag) egyenlök mikor $x = a$, de a' $h+1$ dik alképe csak az elsőnek $=$ a' másadiknak $h+1$ dik alképéhez, könnyü látni hogy a helyibe $a + \dot{x}$ tétettvén a' Taylor' sorában, az azutáni sor-öszpet $\frown 0$, tehát a' 3 dik vonal a' közös pontról a' más kettön vagy fölül vagy alúl menyen.

Az honnan a' körnek közöni képe $y = b + \sqrt{(r^2 - (x - a)^2)}$ lévén, kijön $J^2 y$, 's abból r a' görbületi sugár, 's az a és b is könnyen kijönek. 'S alkalmazva, ha N a' *normalis*, minden *sectio conicánál* ezen $r = N^3 : \frac{p}{4}$, ha p a' *parameter*; 's a' *cycloysan* az alsó pontnál r négyakkora, mint a' nemző kör 'sugara

§. 212 A' főútakat lehet körön is venni, 's 'a közép c ből az alútakat: péld. ha cb egyen $= 1$ fordúl c körűl a' lapban, 's a' b pont' útja u a' főút, 's al-útja a' c től az u végén vett r; úgy $r = au$ az *Archimedes' spiralját*, $r = a^u$ a' *logarithmica spiralist* adják. 'S ha az x re $\perp$ y nak x tőli függése tudatik: azt is lehet edj pontra vonni; 's mivel $x = r\cos u$, 's $y = r\sin u$, ebből $\dot{x}$, $\dot{y}$ kijövén, lesz (275) a' vonal' növetképe $\sqrt{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)} = \sqrt{(\dot{r}^2 + r^2\dot{u}^2)}$.

Tartalom.

Az elő-szóbani ígéretre lásd a' vég-szót.

Köz gyökere az üd és űrtan' élőfájinak.

Elvonás által ered a' *rész* és a' *semmi*: elválhatlan rész, darab, csupa semmi, nézti semmi (1).

Öszvetétel által lesz a *hozzá adás*' munkálatja (2).

Hasonlítás 's *elvonás* által lesz (2) az *egyenlőség*: *nézti egyenlőségnek* sok nemei közt, edjik a' *darabi* (3).

Öszvetétellel az *egyenlőségből*, *hozzá adás* munkájával lesz (4) a' *szám*, 's *számlálás*' munkája, 's a' *szám-edj* unum: de az *unitas* (fő-mérték) még ezután születendő (5).

A' rész és egyenlőség' leánya a' *mennyiség*: példák: id-pont' különös tulajdona; 's *nézti mennyiségre* a' görbék 'sat., *quadrat.circuli* feladata (6..).

B mennyiség *A* mennyiséggel az *egyenlőség*' által szűli a' *nagyobbat*, *kisebbet*, 's az *egyféléket* (*homogenea*); 's a' *szám*' *eszméje* által lesz a' *mérés* munkálatja, *mérték*, *mértt*, *méret*, *öszvemérhetlen* (7..). *A' mérés Tör'sök-anyja sarkalatos űr és üd tani képzeteknek 's munkálatoknak*: azért a' mathesisnek nem helytelen neve *mértan*.

De ugyan *B* az *A* val, az egyenlőség kérdése által szűli az *üdi* vagy *egyeni* az-az id vagy egyen-képre vontt menyiséget: 's erre vanttan veszi az üd-tan által (9).

A' *nagyobb* 's *kisebb* képzetéből elvonás által lesz az *el-vétel* munkája, a' kisebbhez egyenlő vétettvén el (10).

I. *Külön gyökere az üd-tan' élőfájának* (az-az az üd-tan' külön alap-képzetei, 's abból származható munkálatok). Megfordítva támadó kérdéssel, hogy mi az a' nagyobbikból, a' mit a' kisebbből elvenni nem lehet: születik az *elvételi-milyzet-pár*, a' *teti* 's *tételleni*, 's az *elleniek* (11.)

Ezen milyzetpár az öszve-tétel által szűli az *összszezés* munkáját (13).

Az *összszezés' leánya* a' *pót-társazás* vagy *pót-zás*; a' *pót-társ* vagy *pót*, *pót-zás*, *pótzanddó* nevekkel (14).

Két pót-zatból az egyenlőséggel, lesz az *eggy pót-zat*; 's ennek leánya (15) az *eggypòtí sor*, *a' sor-jellel.*

Melyek után a' *mérés* mint emlitett *tör'sök-anya* szűli főként a' következőket.

Többeknek azon egyre nézti méréséből származik a' köz vagy *főmérték* (unitás) határozása: az honnan lesz az *egész szám* numerus integer, *törtt edj* fractio vera, az *elvont mid*; és kétféle *mérés*, a' fő vagy *főmértéki*, mikor a' mid a' főmértékre nézt, 's *nézti* a' mikor akármely megadott mértékre nézt mérődik. Mely két mérés majd öszvehasonlittanddó lévén, születik a' *főmértékzés*, mellyel a' midnek + vagy — főmérték adattván, származik a' *tét-edjű* (reale), 's *ellen-edjű* (imaginarium), 's a' kettőnek öszve kötéséből az *elegy-mid.* (15...). Az holott a' 18 lapon (17+*3) forint csak úgy érttetik 20 forintnak, ha az a' kérdés: hogy elvonva attól, hogy 17 forintnak téti, 's 3nak tételleni főmérték adatott, hány forint?

Az említett két mérés öszve hasonlításából származnak a' *méret-képek*, mint a' mérés' munkája' származatai, 's innen az *eggy-méret*, *egymérttezés* (19..) röviden *mérttezés* (multiplicatio), *párzás* (divisio) (23), *eggypárzat* (25), *címesbítés* elevatio, *címtlenbítés* vagy *címtlenítés* radicis extractio, *helycím* vagy *cím* logarithmus,*címzés* logarithm-adás (27.), 's mind ezen munkálatokhaz tartozók; sőt a' párzás munkájának is két neme, ugymint a' *mértékzés* és *főmérttezés* (23), 's végre azon munkálat, mely által akármely különbözők edjszerűen számittattnak (19 's 191).

Az új milyzet-párral szélesűl az *összezés*, de az elegy midekben a' főmértéki mérés a' tisztákat külön tartva (17).

A' *mérés' szabályai*: tiszta mérődik tisztával, elegy tisztával, tiszta vagy elegy eleggyel: *méret-kép*, *főméret-kép* (19 's 187).

Két mérésnek 's az egyenlőségnek leánya az *eggyméret* (proportio); mikor tudniillik a' két méret-kép egyenlő.

Az *eggyméretnek 's főmérteki mérésnek* leánya az *egymérttezés*: a' *főmértt* vagy *mérttező* multiplicator, *tett-mértek* vagy *mérttezenddő* multiplicandus, *nemzők* factores, *eggymértt* factum nevekkel: a' mikor is *az eggymérttnek a' tett mértékre nézti méretképe a' főméret-képhez bizonyos okból határzott edjetlen kivétellel egyenlő* (21).

Az eggymérttezés leánya a' *párzás* (23); melyben a' *párzanddónak* avvagy *főnemzőnek* divisor *nemző társa* quotus keresttetik a' *tett-eggymérttnek* dividendus eléhozására: ha a' tett mérték a' párzanddó, a' főmértt keresttettvén, *főmérttezés*, 's ha a' párzanddó a' fómértt, *mértékzés* a' munka (23).

A' tett-eggymérttre 's párzanddóra párzása azonegynek szüli a' *párzati lánczat*.

Két párzás az egyenlőséggel szűli az *eggypárzatat*, 's ebből az *eggypárzati közepet* (25).

Több édjmást követő eggypárzati középből ered az eggypárzati (röviden *eggypári*) sor, *series geometrica* (26).

Az eggypári sor az eggypóti sorral öszve kötve szűli a' *cimesbites*, *cimtlenbites*, és *cimzés* munkáit; elébb keskenyebb azután teljes értelemben (27...)

De a' mérésből származott munkák az öszszemérhetlenség esetében a' széj-becsre visznek; 's ennek származásával a' *munkák a' széj-becsekre is kiterjesztettnek*. (33..)

II. *Oszlopa az id-tan' előfájának* (34).

Az oszlopot teszi az eredett munkálatok' képzeteinek megvalósulása; vi'sgáltattván azoknak lehetsége, származataiknak milysége, száma, 's keresése: koronáját pedig a' munkák' öszve folyásából eredvén a' *köz-kép* (functio), teéndi a' *közkép-tan* (213).

Do az oszlop' felindulását a' *mér-tanra kivántató Logika* elózi meg (195), néhány *bélyzettel*, 's néhány *alap-igazsággal*, 's 2 mondatból minden lehető következtetés' módjával, 's edjszersmind itt is (mint a' 29dik lapon 3 dolog lévén) akármelyik kettőből a' 3 diknak megtalálásával; 's ezek felett a' *széj-becsnek, a' milyen szokatlan, olyan szükséges okmutatásával*, *és ennek oly alapjával*, *mely sok helyt talám edjedűl szabadít* (202).

A' mérttezésnek 's párzásnak alapképei: elsőben téti 's tétedjüekkel (35...)

A' sokszorozás, osztás 's több egyéb rabszolgai fordítások: sorzás, szerzés legalább nem ferdít.

Az' ürtannak az üdtan feletti szép tulajdona (38).

Egyen egyennel mérttezve egyen, 's akárhányszor ismételve mind egyen lesz: de terj, telj, kiadódik ily mérttezéssel (38 és 99).

A' mérttezésnek 's párzásnak példáji a' moztanból (39).

A' mérttezés párzás' 's eggyméret' alapképei tiszta midekkel: elébb az elvételi azután az edji milyzet-párra-nézve (39).

Innen a' tiszta tisztával, szintúgy a' mérttezésben mint a' párzásban + t ád, ha mindenik eggy jegyű, 's — t ha nem eggyjegyűek (42..).

A' nemzők' rendével nem változik az eggymértt, 's az öszszezenddőkével sem az öszszet (44). Hogy van eggymértt minden esetben, megvan a' Tentamenben; 's az ürtan mutatja ki legtisztábban; hogy edjetlen, mutatja (163).

A' *méret-tan elemei* (44).

A' méret mértékzet.

A' méret' izeinek változásátòli függése a' méret becsének (46); az hol legalul *u* helyett *u'* kell. Innen a' közalsó (47).

Több méret közűl melyik a' legkisebb? 's hogy lehet öszve számlálni, vagy a' kisebbet levonni, ha azon egy valaminek méretjei.

Ha nem azonegy dolognak méretjei, hogy lehet azonegyéivé tenni? mi a' méret' mérete?

Onnan a' méretek mérttezése, 's onnan a' párzása (49..)

Ha az a' kérdés, mi a' az a' mi $\frac{2C}{3}$ nak 4 ötöde, az-az $\frac{2C}{3}$nak 4 ötöde mennyi? $\frac{4}{5}$ del mérttezni kell $\frac{2C}{3}$ at. Ha pedig az a' kérdes, $\frac{2C}{3}$ mennyidje (vagy hányadja) $\frac{4C}{5}$ nek vagy mennyiszer(közbeszédszerint hányszor)van meg $\frac{2C}{3}$ ban $\frac{4C}{5}$? akkor $\frac{4C}{5}$öt párazni kell $\frac{2C}{3}$

ra, még pedig főmérttezni. 'S ha az a' kérdés mi az, a' minek 4 ötöde $\frac{2C}{3}$? az-az hogy $\frac{2C}{3}$ minek 4 ötöde? vagy (a' köz beszéd szerint) $\frac{2C}{3}$ $\frac{4}{5}$ re osztva, mi jút 1nek? vagy mi van $\frac{2C}{3}$ ban $\frac{4}{5}$ szer? $\frac{4}{5}$ det mértékezni kell $\frac{2C}{3}$ra (50).

Meg adott alsóra, vagy megadott felsőre vonni a' méretet (51).

Az oly méretről, melynek ízei mérettel mértteztettetnek, vagy méret-alakuak (52..)

Ha A, B nem eggyfélék, 's A mértteztte-tik Bvel: a' származat a' főmértéktől miként függ? mely egyéb munkálatokra is kiterjedő kérdés (54).

Nem csak ha a' méret' ízei egyenlőkkel mértteztettetnek, a' becs nem változik: sőt ha a' becs nem változik, egyenlőkkel mérttez-vék az ízek (54).

Előszám, *edjmásra nézti előszámok*, *öszve állott szám*; annak *előszámképe*.

Ha a' méret ízei edjmásra nézt előszámok; a' méret legkisebb számokkal van kifejezve.

Az öszveállott számnak edjetlen előszámi-képe van (56).

Innen a' legkisebb köz alsó; 's a' legna-gyobb köz osztó (58).

Némely ismertető jelek arra, bogy ez vagy amaz szám osztja é a' megadott számot; 's arra is, hogy előszám é a' megadott.

A' 60dik lapon látszik, azon a' 11re nézt esméretes szabály: hogy a' tízi képet osztja 11, ha a' szám-jegyek edjesen vétettvén, a' páros helyiek' öszete P, 's a' páratlanoké p, és $P-p$ szám (akár ✠ akár ⏑) a' 11re nézt (0 is (4 sz.) a' számok közé vétettvén).

Ugyan is a' 60-dik és 61 dik lapon $n-r$ tétellenileg íratik következő okon: légyen B a' megadott szám, 's B' azon szám-jegyek' becsei öszete, melyek alá r az-az a' maradék íratott, 's B'' azon számjegyek' becsei' öszete, melyek alá $n-r$ íratott; és M öszete minden az rből 's a' felettei számbóli mérttezetnek, 's H öszete minden az $n-r$ ből 's a' felettei számbóli mérttezetnek; úgy könnyü látni, hogy $B'-M$, $B''+H$, tehát $B'-M+B''+H$, az-az $B-M+H$ mind számok az $n$re nézve. Tehát ha $H-M$ szám az $n$re nézt, akár ✠ akár ⏑, úgy B is szám az $n$re nézt. Mindegy pedig ezen célra, akár H vétessék ✠ akár M; 's a' megkülönböztetésért tetszik az $n-r$ et ⏑ írni. Akármelyik az M és H közűl lehet 0, ha nem tetszik írni valamelyiket.

Az is könnyen látszik, hogy ellenkező esetben n nem osztja B t.

Az eggyméret-tan' 's eggypárzat-tan' elemei (63)..

Az eggyméret' képe: az öszvemérhetés' esetében, 's a' milyzettől válttan.

Így minden eggyméret eggyfőmérttezet: 's minden eggyfőmérttezet eggyméret.

Szabály akármely 3 ízéből az eggyméretnek, megtalálni a' 4 diket.

A' 21 dik laponi szabály miatt nem minden eggyméret eggyfőmérttezet, 's nem minden eggyfőmérttezet eggyméret; de ha az nem tétettnék, úgy volna (26 és 187..)

Az írtt szabállyal egyenekről szólva, a' főmérttezet ⇄ a' mértékzethez: az-az az Ara párzott Bnek edjetlen becse van.

Ha $A:B=C:D$, akkor $AD=BC$; 's ha $AD=BC$, akkor $A:B=C:D$.

Innen az eggypárzat' esmertető jele.

Edj eggypárzatból micsoda mások következnek? 's többekből mik?

Ha 2 eggypárzatnak *a* és *b* közös ízei; mikor 's micsoda eggypárzat következik?

A' hármas, többes, társasági, 's láncz reguláknol.

Micsoda egyenes vagy viszszás függés visgálttatik itt?

Jegyzés. A' 75-dik lapon §. 75ben az alolról 8 dik renden fölül 2 sorban az *n* és *N* meg cseréltettek hibából:

Melyszerint lesz $N=n.\frac{PI}{pi}$, tehát $\frac{N}{n}=\frac{PI}{pi}$, és így (63) $PI:pi=N:n$; az honnan (69)..

A' szám-írásról, 's számi öszszezésről, kivonásról, többezésről 's osztásról, 's mérttezésről, és párzásról.

Az indiai szám-írás' becse nem az arabs számjegyekben áll.

Jegyzés. A' 78 dik lapon alolrúl a' 4 dík 6 dik és 10 dik rendben alolrúl, s szintùgy a' 79 dik lapon a' 3 dik rendben 's 4 dikben *jobb* helyett *bal* 's *bal* helyett *jobb* igazittassék. A' 78 dik lapon mind a' felső, mind az alsó sornak ízei, li egyenek' egyenlő osztály-végeinél legyenek: 's a' felső egyen magában jobbra vagy balra ùgy mozogjon, hogy az 1- mellől jobbra le a' vonatig vontt egyent magával vigye; melyszerint a' vonat is annyit és arra menyen.

Az osztásnak a' 85-dik laponi okadata' végén: *Db* nek azért kellene legalább $D.10+10$ nek lenni; mert $(q.10+9).d$ nél edj *d* vel nagyobb $(q+1)$szer tíz *d*, mely legalább $=D.10+10$.

Az osztás' végnélkűl közelítő munkája.

Rövidítései a' többezésnek, 's osztásnak.

Mind ezen munkák különböző szám-edjűekkel.

Az űgy nevezett *egyenetlen osztás*, 's az *arithmetikai közép*.

Alkalmazás a' köz életre. A' példák közt van a' *toisirozás* (96).

Az összszezés, *pót-zás*, *mérttezés*, *párzás* közöni jegyekkel, 's okadattal; 's a' párzásból az eggypári sor' öszszete, 's sor-közelítés' jele (100.)

A' 28 *laponi edjszerübb cimességről* (109.

Beesei az a^{s}, a^{e}, $a^{e} \ldots a^{-e}$, $a^{\frac{2}{3}}, a^{\frac{-2}{3}}$, $\sqrt[1]{\ }$, $\sqrt[e]{\ }$, $\sqrt[\frac{2}{3}]{\ }$, $\sqrt[\frac{-2}{3}]{\ }$ nak beesei.

Ha $a = x^{s}$, 's $N = x^{e}$; a ($= N^{\frac{s}{e}}$, 's N ($= \sqrt[\frac{s}{e}]{a}$; $\sqrt[e]{N} = N^{\frac{1}{e}}$.

Abból hogy $A^{m} = B^{n}$, még az sem következik, hogy A) $= B^{\frac{n}{m}}$, ha n, m egész ✠ számok is, de $(\sqrt[m]{a})^{n} = a^{\frac{n}{m}}$.

Azonban $(\sqrt[m]{a})^{n}$ csak ($= \sqrt[m]{(a^{n})}$, ha n, m nem edjmásra nézti előszámok.

$a^{b} \cdot a^{c} = a^{b+c}$; 's $a^{b} : a^{c} = a^{b-c}$.

$(a^{b})^{c} =$) a^{bc} ; de $(a^{b})^{c}$ sem egy $(a^{c})^{b}$ vel.

$a^{k} \cdot b^{k} \cdot c^{k} \ldots = (abc \ldots)^{k}$.

Ha a közcim-alap (mint fenn közmérték a' főmérték): a' logarithmok általi közönséges számitási könnyítések (113).

A' két-íz ✠ *egész számszori cimesbitésről*, (114).

's abból az öszeti és póti sorzásról (114).

Ha n ✠ egész szám; az $(a+b)^n$ nek becsét kiadó alakzat: 's ennek keresése útján n dologból az m zetek' száma.

2 szer vagy többszer cimzett akárhány íznek öszszete.

Ha $x < 1$, $x^n \frown 0$, ha $n \frown \infty$.

Az elébbi alakzat szerint $(1-1)^{-n}$ ha n helyébe 1 en kezdve rendre tétettnek a' számok: abból az eggypóti sor' akár hányadik öszszeti sorának mind n dik íze, mind az első n számu izeinek öszszete ki jön (119).

Akármely sort alap-sornak véve; 's ebből 1 ső, 2 dik . . . m dik póti sorokat alkotva: az alap-sor' akárhányadik íze kitehető a' póti sorok első izeivel; 's ezekkel az alap-sor' akárhány ízei' öszszete; sőt akárhányadik póti sor' első íze is kitehető az alap-sor ízeivel (120..)

Azon sor' melynek m dik póti sora ízei egyenlők, m ed *rendü arithmetikai sor*nak mondatik: de számtalan sor van, melynek valahányadik póti sorának mindenik íze a.

Az m szer cimzett természeti' számok' sora m ed rendü árithmetikai sor.

Izközbelítes; néhány példákkal: mely alkalommal (inkább a' közkép-tanra tartozó) mód is hozatik elé; mely szerint bizonyos közképből olyan sor ered, melynek öszszete akármely íztől akármelyikig bizonyos (126..)

A' tízi kép cimtlenzéséről(131).

Módja, okadattal.

Ha N, n egész számok, $\sqrt[n]{N}$ a' főmértékkel öszvemérhetlen, ha nem egész szám.

A' cim-tan alkalmazása a' közéletre (134).

Példák: pénz, népesedés, fa-nővés, Schach, gyérűlés, 's edj zentani példa (134).

A' cimességről (*szélesbb értelemben* 30 . . . *szerint*.

$\sqrt[c]{C} (=) C^{\frac{1}{c}}$; (138).

Ha $a = NM$, 's N a' felső eggypári sor' íze, 's M az alsóé (közönien); 's Nnek alatta $n:\mu$, 's Mnek $m^*q:\mu$ áll, úgy $n:\mu$ helycime Nnek, $m^*q:\mu$, Mnek, 's $(n+m^*q):\mu$ (mely röviden legyen k) helycime $a$nak; minden helycime pedig $a$nak $k+\widehat{\nu}\ {}^*\alpha$ képben van. Azonban 1 az e alatt álván, helycime $e$nek, 's a' felső sorbani 1 alatt 0 álván, 0 helycime 1nek, 's ezen $0 = k.0$; tehát $1 = a^0$, 's $a (= \sqrt[0]{1}$, 's $a (= e^k$

Azonban a csak úgy lehet ⊣, ha M alatt $2\,{}^*q + \widehat{\nu}\,{}^*\alpha$ áll.

$aa = a^2$ (akármely egész számot képviselve 2).

♀k. ♀h = ♀$(k+h)$, az hol ♀$k = a$, cimességét teszi $k$nak.

Mind 1nek mind —1nek számtalan belycimjei vannak, de csak ✠ vagy ⊣ egész számu $^*\alpha$val különböznek (140).

$a^c (=)$ ♀$c\,(k+\widehat{\nu}\,{}^*\alpha) =$ ♀c lg a; lg $e (=)$ $1 + \widehat{\nu}\,{}^*\alpha$; 's 1 (= lg e; de e csak $(= e^{\lg e}$.

Ha $C =$ ♀$b(1+{}^*\alpha)$ nak valamely helycime l, úgy lg $C (=) l + \widehat{p}\,{}^*\alpha$, 's $C =$ ♀$b(1+{}^*\alpha) =$ ♀$(l+\widehat{p}\,{}^*\alpha)$; de nem következik $b (=) \dfrac{l+\widehat{p}\,{}^*\alpha}{1+{}^*\alpha}$;

$a^c =$ ♀$c(k+\widehat{\nu}\,{}^*\alpha)$; az honnan a' cimzettek eggy alsóra vonathatnak.

Ha m ✠ egész szám; $\sqrt[m]{1}$ nek ('s szintúgy $\sqrt[m]{-1}$ nek m számu különböző becsei vannak, 's több nincs (143).

$a^b \cdot a^c =) a^{b+c}$.

Ha *r*, *h* egesz számok, $(\sqrt[r]{a})^h$ (=)$a^{\frac{h}{r}}$; és ez (=)$\sqrt[r]{(a^h)}$ ha *r*, *h* edjmásra nézti előszámok, különben csak (=; közönien pedig $a^{\frac{c}{d}}$ csak (=$(\sqrt[d]{a})^c$, 's ez csak)=$\sqrt[d]{(a^c)}$.

$a^b \,.\, a^c$ csak =) a^{b+c} közönien (144).

Ha *h*, *s*, *r*, *t* egész számok, $(a^{\frac{h}{r}})^{t}$ közönien csak =) $a^{\frac{hs}{rt}}$; de ha *rt* és *hs* edjmásra nézti előszámok, úgy (=); szintúgy ha *s* : *t* egész szám (147). Sőt közönien $(a^{\frac{h}{r}})^{\frac{s}{t}}$ sem (=) $(a^{\frac{s}{t}})^{\frac{h}{r}}$

Igy $\sqrt[h]{(\sqrt[r]{a})}$ csak =) $\sqrt[hr]{a}$ közönien: de ha *r*, *h* egész számok, úgy (=); (148)

Az elébbi módok az ellenedjú cim-jelekre is alkalmaztathatók.

$(\sqrt[d]{a})^c$ közönien csak =)$a^{\frac{c}{d}}$, 's csak)=$\sqrt[d]{(a^c)}$; a' főlebbi előszámi esetben pedig (=).

$(ab)^c$ (=)$a^c \,.\, b^c$ (150).

$a^{rh}=b^{hm}$ ből ha *r*, *h*, *m* egész számok is, az se következik, hogy a^r)=b^m (151).

Közönien a^h (=)b^m ből, ha *h*, *m* egész számok is, az se következik, hogy *b*)=$a^{\frac{h}{m}}$; ha pedig *h*, *m* edjmásra nézti előszámok, úgy *b* (=$a^{\frac{h}{m}}$.

D *b* (=$a^{\frac{h}{m}}$ ből (ha *h*, *m* nem edjmásra nézti előszámok is) következik, b^m (=a^h (152).

A' 122 dik lapon említett sorzásról. (152).
Két sor öszvetételéből származó sorok' több nemei 's példáji között jön elé ♄ *v*, mely is = ♀ *v* = ☾*v* + ☽*v*, melynek ha *v* véges, véges széjbecse van. De elébb megmutattatik; hogy két közelítő sorok' széjbecseik' egyenlők, ha közönien az edjmásnak megfelelő ízek *t* és *u*, 's *t*:*u* ⌒ 1. (154...)
♄*r*. ♄*r* = ♄(*v*+*r*) (160..)
($a+{}^*b$)re párzott ($c+{}^*d$)nek becse (162).
Az eggymértt' edjetlensége az öszvemérhetlenség' esetében is (163.)
(☾*v*)^2—(☽*v*)^2=1 (164); ☾^{2}+ ☽^{2}=1(165).
♄$^*a$ban ha *a* nő 0 tol kezdve, edj darabig ☾ mind ✠, valamikor ⌣; az honnan §. 163 által, van oly *q*, hogy ♄$^*q$ban ☾*q*=0 ott, 's azontúl ⌣, 's innen ✠, és ott ☽=1, 's *☽ = *1.(165..)
Akármely β legyen 1 és 0 között; ♄ 0 tol kezdve ☾ mind apad 1 től kezdve, mig edjszer = β lesz (169).
Akármely elegy mid legyen, van oly *v*, hogy ♄*v* ahhoz = legyen. (169.)
Az említett *v* fől-számítása, 's az alapi helycimző (171..)
A' számtalan nemzők' mérttezete' széjbecse (174,)
A' 30 laponi q és e meghatározásáról 's a' cimzeti alkotmány' láthatóitásárol (175).
Midőn ♄$^*q$=*1, a' 31-dik lapon X=)♄ $\frac{^*q}{\mu}$, 's ♄ $\frac{m^*q}{\mu}$ cimesse $\frac{m^*q}{\mu}$ nek.
'S hogy az *e* sorában is a' helycim-szintúgy adja meg a' cimessét: lesz x=)♄ $\frac{1^!}{\mu}$, 's

$\hbar\,\underset{\mu}{\underline{n}}$ az $\underset{\mu}{\underline{n}}$ nek cimesse (175).

A' Tentamenbeni definitioja a' potentiának, logarithmusnak; határzottabban (177).
A' mértan tanítása' könnyebbítése az űr és üd örök testvéreknek okosan rendeltt, kölcsönös segítségével (178...).

cos$u$ $+\sqrt{-1}\sin u = \hbar\,{}^*u$ az ${}^*u$ cimesse. 'S hasonlólag az e sorában, határozttatik a' helcimből annak cimesse; péld. $\hbar\,1 = e$, $\hbar\,\underset{\mu}{\underline{n}} = N$,

$\hbar\,\underset{\mu}{\underline{m^*q}} = M$, 's $NM = \hbar\,\underset{\mu}{\underline{(n+m^*q)}}$ (184).

A' $\hbar\,{}^*u$ sorában a' tétedjüek' öszszete $=$ cos u; de hiba volna ezen kifejezetében cos u nak, u helyibe ${}^*u$ t tévén cos${}^*u$ t várni; azonban mindig $(\complement u)^2 - (\supset)^2 = 1$ (184).

Minden akár tiszta akár elegy míd C, maga sőt minden lehető helcimeivel együtt láthatóittatik (185 's 186) az 5 dik képben, minden pontjairól a' főútaknak, 2 felé végnélküli kinyújtással: ugyan is (169 sz.) van oly v, hogy $\hbar\,v = C$; az holott lehet $v = \mathfrak{ap} + {}^*u$; mert ha v egészen tétedjü, u lehet $= 0$. Ekkor pedig $\hbar\,v = \hbar\,\mathfrak{ap}\cdot\hbar\,{}^*u = y(\cos u + \sqrt{-1}.\sin u) = y\cos u + {}^*y\sin u$; 's $\mathfrak{lg}\,C (=) \mathfrak{lg}\,\hbar\,\mathfrak{ap} + \mathfrak{lg}\,\hbar\,{}^*u (=) \mathfrak{ap} + \widehat{p}{}^*\alpha + {}^*u + \widehat{r}{}^*\alpha (=) \mathfrak{ap} + {}^*u + \widehat{\nu}{}^*\alpha$.

Tehát nemcsak $y\cos u$ kimutattatik a' $\mathfrak{p}$ ről az u végére vontt 's $\mathfrak{p}$ ponton álló fekete 8 i alakban határzódó egyennel, hanem ${}^*y\sin u$ azaz $y^*\sin u$ is alul a' $\mathfrak{p}$ ről az u végére vontt, 's a' $\mathfrak{p}$ ponton állo veres ∞ i alakban határzódó egyennel kimutattatik. 'S minden helcim is ott van, úgymint $\mathfrak{ap}$ egyen, hozzá adva ellenedjüleg (tehát veresen írva) az 1 hez $=$ sugáru körben u t, 's a' kört akár hányszor $\maltese$ vagy $-$.

Szabályai a' 19 laponi méretképeknek, midőn elegy is jön a' mérésbe (187).

Elegynek tisztára nézti méretképe' szabálya, azután elegynek főméretképe; végre Knak elegyre nézti méretképi szabálya. 'S ha $K=P+Q$, 's P és Q elegy mídek, Pnek Qnak becsei az eggyméretre, 's becsei az eggypárzatra.

A' milyzet-adásról 's egyeni képviseletről (191).

Az alkotott képzetek szerint, két kérdés:

1. Bizonyos milyzett mídek bizonyos munkálattal micsoda származatat adnak?

2. Hogy bizonyos származatra, micsoda mideket hogy kell mílyezni, 's micsoda munkálatot kell tenni?

A számítás teremébe akármely különböző midek bémehetnek, hármas öltözetben; az egyeni főmerték E változatlan feltéve áll, (mint a' Verb. kitett I je) 's minden míd M oly egyenűl jelenik meg, mely annyidja Enek, mint M a' maga főmértékének; 's ennekfelette vagy téti vagy tételleni milyzettel ruházttatik az öszezés lehető munkájára nézve, 's edjszersmind vagy tétedjü vagy ellenedjü milyzettel a' mérésből következő munkálatokra nézve. Ha nyilván tetszik feltételesen más főmértéket tenni; a' kifejezetek becsei' változásáról szoll a' Tentamen. Ha pedig bizonyos igazság megmutattatik akármely határzatlanul vett főmértékre nézt; mimódon alkalmaztassék határzott esetre, Lásd (324).

III. *Koronája az Id-tan' előfújának* (213).

Változó, *változatlan*, *közkép* (Györi szerént *fügvény*) láthatóitva *főutak* 's *alútak* által ((214).

Első 's *m*dik *rangu linea* (215).

A' fügvénnyel támadó kérdések (216): az honnan az egyenletek' feladata, a' *maximum* 's *minimum*, 's a' *differentialis calculus*, 's onnan viszsza az *integralis*.

Némely előlegi példák: azonegynek legnagyobb factumrai osztása, — legmagasabb női hang — a' két Húsvét' elválása, 's viszonti találkozása.

Az egyenletekről legelébb tanulanddók: a' többire nézt a' Tentamenre útasítva 's másokra: a' fractio Continuára, 's abbol következő megfejtésére az első rangu határzatlan egyenletnek, hasonlólag a' tentamenre útasittatik a' tanolo.

Azon álításrol, hogy ha $Ax + Bx^{2} \ldots = 0$ minden becseire x nek, $A = 0$ 'sat. (219 és 227).

Az ez általi következtetésről; mikor közöni jegyekkel mutattatik meg valami, egész számról: péld․ a' *bimomialisformula*, kiterjesztve az elegy-míd cimzeti jelre (228. .).

A' növetkép-tannak és *főkép-tannak* elemeiről, annak ídtani, űrtani 's erőtani alkalmazásával (232....), láthatólag.

Fő változó, más *változók*: értelme a' pontozott betüknek; különbség ha a' betü, mely felett pont van, fő vagy más változót jelent. (A)x nek 's (A)(x,y..) nek értelme.

Ha $(A)x = u$, $(A)(x - \dot{x}) = u - ú$ (7dik kép).

Akármely (K)x közképből (128 sz.) *növetsor*, 's annak *növet-ízkepe* $(K)m\dot{x} - (K)(m-1)\dot{x}$ röviden $(k)m\dot{x}$; 's ennél felsőbb értelme (k)x nek (233). A' sor öszete (x nek β becsétől γ becséig) $(K)\gamma - (K)\beta$; mely jelenttessék Kval (míg egyéb nem mondatik);

Ha K nem függ ntől, (K)x az ntől *független* mondatik, 's ha függ, *függőnek*.

Ha (A)x, 's (B)x függetlenek ntől, 's (V)x függő; 's akármely nagy Nadassék meg, van oly azonegy n minden edjszersmindi $m$ekre nézt, hogy $(v)m\dot{x} - (a)m\dot{x} = f(a)m\dot{x}:N$, 's $(v)m\dot{x}$ —

$(b)m\dot{x}=f'(b)m\dot{x}:N$ (valamely tõrtt edjet tére, f és f' akár $+$ akár $-$); akkor $A=B$; az-az $(A)\gamma-(A)\beta=(B)\gamma-(B)\beta$. Tehát ha (B)x esmertt, csak $(A)\beta$ tudassék, $(A)\gamma=(B)+(A)\beta$ az-az $(B)\gamma-(B)\beta+(A)\beta$, az hol $(A)\beta-(B)\beta$ változattlan; 's azért *const.* a' jegye; úgy hogy $(A)\gamma=(B)\gamma+$ *const.* Ezen *const.* megtaláltatik (241).

Ha (v)x : (a)x $=$ vagy $\frown$ 1, 's ugyan (v)x : (b)x $=$ vagy $\frown$ 1, (az x nek elébbi β becsétől γ ig) : úgy az elébbiek illenek; és $A=B$; 's ha (v)x nek kifejezete oly edjszerű, hogy annak mindenik ízében van pontos betü, 's mindenikben csak edj van, 's az is csak edjszer cimzett; úgy (v)x mind (A)x nek mind (B)x nek *növetképének* differentiale, 's az a' mivel a' pontos betü mérttezve van, azon változóra mely-felett a' pont van, nézti *alképének*, az n től független közkép pedig mind a' növet-ízképének mind a' növetképének mind az alképének *főképének*, 's $B+(A)\beta$, (v)x nek (A)x re nézti *summázatának* integrale mondattnak. A' növetkép jegye d, az alképé ∂, a' summázaté $\int$; sőt vannak felsőbb alképek, 's summázatok (235...) ∂^{μ} jelenti a' x re nézti μ dik alképet. Felsőbb növetkép szükségtelen (319); de az első és felsőbb alképek szükségesek.

A' növetkép' számtalan főképei csak változatlannal különböznek (253). Növetkép' keresése (242 ..), 's az eggyértekűség-tan által tisztávátélele' modja (243..).

Növetképezése 's alképezése a' közképeknek (..289...).

Főképezése a' növet-képeknek, (289..'s 316..)

Példák az űr-tanból 's erő-tanból: görbe' hoszsza (273), több terjek, teljek (278...), a' földtől akármely távróli esés (296.); sujpont (302...), ingati közép (308), mely a' suj-ponton alól esik (310), forgási hatály (314) , Atwood (313), Cycloisani esés öszve nézve (326) lappal, 's kör-íveni esés.

Ha megmutattatik valami akármely határzatlan vett főmértékre nézt: miként kelljen ezt meghatárzott esetre alkalmazni? (324....).

A' *La Grange'* pótja (láthatóitva is), 's alkalmazva a' binómiumra ..(328..)

Maclaurin, *Taylor*, maximum, minimum (336..), 's Regula Falsi (339).

Az űrtani 's erő-tani képzetek nagy részint megemlittettvék (XXXVIII): 's átalán az aprájábani említésre hely 's kőlcség elfogyott, mivel az elejéni kicsi szabásból a' test kinött, 's a' sok *errata*' legnagyobbika a' kölcség' elvétett számítása; melyet az ezt, a' főldi hiában rázott elő-fának (nem számítva az örüket) rég hullott gyümölcseivel követhető munkáknak, ígazítani kellene.

Aprόbb azután látótt hibák pedig: 49 lap. 4r. 44 hellyett 41; 's 54 lapban rend' végén *n* helyett *na* kell; 's 344 lapon *sorzás szerzés* helyett *szorzás szerrezés* kell, 's az 51 dik lapon *mennyidje a' C*nek helyett, következetesebb *mennyidje C annak*. Az elején több helyre elől azért tétetett vonás, hogy az első tanítással azok mellőzttessenek.

Az 5 dik képen a' *u* út, *p'* ból a' szembe álló tábla megé indulván: a' 2 első *quadrans* túl esik, 's a' jobra növő 's balra apadó 's (a' táblára ⌊⌋) 8 és ∞, 2 felé végetlen testet alakit, a' felsőt feketén, az alsót veresen.

Vég-szó. Az elő-szóban tett igéret hasonlítván némileg a' szűz' elmondott eskéhez; a' szerző arra határzódott; hogy az első kiadásról már régi, 's ezen újjal csak idősülő itélet a' *különczködés'* lévén, elég lesz annyit mondani: hogy *különczködés nélkül, sokban különbözik*, mind egész-ben *rendszeríleg*, mind *többként* a' részekben; 's ezt az ország-útat esmerök megláthatják: de csak ott különbözik, a' [hól vagy különben megnyúgodni nem tudott, vagy jobbítani vélte; nem igényelve semmit a' mindenki' jogán kivűl. T. i. elvonás 's öszvetevés által képzeteket, 's a' 191 laponi kérdésekkel munkálatokat alkotni szabad; még pedig úgy, hogy csak következetlenséget mutatva, vagy rövidebben annyit szigorral állitva elé, legyen szabad ellent mondani. Köszönet annak! ki jobbat teénd: ámbár haszna, inkább a' lelkek' igazság-szomjának enyhitése lévén, az azt nem érzőkre közvetlen nem terjed ki.

Ezen jóg szerint alkottattak (bár szokatlanul) az alapok a' 44 lapon túlig 's 259 . . . . , és a XXXIX 's XLII laponi jegyek: (csak ezen könyvről szolva, melyben igen sok nincs meg a' *Tentamenből*, bár némely jobban van).

Ha botrány; hogy 0 's 1 *számok*, 's *unum* 's *unitas* megkülönböztetnek, 's a' *mérés*' köz-életi értelme az itt alkatottnál keskenyebb: szabad más neveket adni; péld. a' 4 dik lap' sór-ize lehet *hánylat* 's az otti *unum hány-alj* 'sat.

Több botrány a' rend-szer' át-nézésével enyészhetik el: péld.

1. Az említett megkülönböztetett jegyek: nagy hasznuk meglátszik.

2. A' két milyzet-pár, 's ezen milyzetekkeli öszveköttetése a' mideknek.

3. A' mértékek közűl *főmértéknek*, a' mérések közűl *főmérésnek* (*főmértékinek*), 's a' méretképek közűl *főméretképnek* kiemelése.

4 Azon *rendelés*: hogy a' főmérték E(193) egyenlővel se cseréltettvén fel, valamikor valamely midnek *főmérése* parancsoltatik; ugyan azon E szolgáljon + vagy — milyzettel a' szerint a' mint azon midnek ezen esetre a' főmé-

retkép' előhozására főmértékűl adatott; 's ha pedig éppen azon + vagy − E nek főmérése parancsoltatik, mind + Enek mind − E nek + E adatott légyen főmértékűl; azonban más az E hez = nak az említett munkálatra célszerint adatthatván akár + E akár − E.

5. 'S így láthatoítása a' *munkálatoknak*, *lineák' lineafactumának*, *imaginariumnak*, és *a' potentiának* (csupán helyrenéztinek vététvén, mint sokszor hely adja a' rangot) minden *logarithmairal*: ħ $q\sqrt{-1}=\sqrt{-1}$ re q nem csak ürtanilag, csupa calculussal is megmutattattván; csak az *imag. arcus* sinusa cosinusa jegyezttetvén másként.

6. Az egyenlőség' sokféle jegyeivel szokatlan *logika a' mathesisre*, 's abban a' *limes* alapja 's theoriája.

7. A' közönien vett Unitásra nézti okadatnak alkalmazása a' különi esetre.

8. Az akárhányéfle mideknek a' táblára hármas öltözetbeni lépése.

9. Az *infinitesimalis calculusnak* végesre vonttan megkönnyitett szigoru kimutatása, felső differential nélkűl, ür-'s erö-tani példákkal'sat.

'S szabad is (bár mi kevés tégla mész fővény vitellel) a' templomtol meszsze-halomra kis kápolnát épiteni: könnyebben is telhetvén meg; ha vagy oly Prometheus volna, ki a' honi agyagba felsöbb tüzet tudna hozni, mielött a' közformából megkeményülve jővén ki, a' múlt felé remény' sírköveivé válva, a' jövendő felé csak vésőt várhat; 's ha a' kevés felfelé indultakat is a' darabos ösvényre nem úntatnák, a' széles úton maradók; milliokat veszteni vivő zászló alól mútatva Pallás' nehány halottját— 's másfelé a' kényelmet, 's az örömek' 2 vezércsillagait, melyek a' hol az ég' est-pirult arczát csokolja az oceán, vizek közűl báj-fénnyel égnek — de a' sima menny-tükörre orkánokat hoznak.

A' Mathesist Gróf Sternau jó-lelkü öreg-asszonyhaz hasonlitja; mely száraz csont-kezével az arczról letörli a' könnyet: de ez se törölheti azokról le, a' kik inkább ifju által szereznek többet is — A' halál' angyala törli mind le: minden ábrázaton, vagy a' remény' csalfa mosolyja, vagy évek' bú-írata — 's a' számtalan forrásokból jaj-zúgva omló árban a' más-iránti érzés' kereke meredtten áll; 's alig vehetni-el edj-két cseppet a' keserűség' tengeréből. —

Végtére engedelem légyen! 1. Hogy *a' figurák a' tábláról mutatnak a' lapra*; 's átalán minden hibákért bocsánat!

2. Hogy a' 107 lapon a' sor-távozás' okadata igen rövid: ugyan is az u ott jön ki $1=(a-ux):(1-x)$ből, 's azon eggypári sorban, melynek első ize a, 's sorjele <1, van u nál kisebb íz; 's akkor az addigi őszet még >1, mert a bol kisebb vonódik le. A' következő lapon is hiba, hogy nincs megmondva, miért közelitő a' sor, ha $R \frown 0$.

3. A' 177 lapon 1'rend maradott ki: de a' dolog csak az; hogy ha $\hbar v = V$, mondatik $v(=\lg V$; 's ha c, C, 'a edjetlen becsűek. (ha $c=0$ volnais), és $c\lg a) = \lg C$; mondatik $C(=a^c$, 's $a(=\sqrt[c]{C}$ és $c(=\lg_a C$ az-az a ra nézt (32 sz.) Oka a')=nak az: hogy ha k valamely helycime a nak, 's kc valamely helycime Cnek; akkor (140) $\lg a = k + \widehat{\nu}\,{}^{*}\alpha$, 's $\lg C = kc + \widehat{r}\,{}^{*}\alpha$ lévén, közönien $c\lg a$ nem $(=\lg C$, sem $\lg a(=\lg C:c$; mert az elsőre akármely ν vétessék, volna óly r, hogy $r=c\nu$, 's a' 2dikra volna oly r akármely νre, hogy $\nu = r:c$; és ha péld. $c=2:3$, 's az első esetben $\nu=5$, egész számnak kellene lenni $3.5:2$nek, 's a' 2dikban is ha $\nu=5$, egész számnak kellene lenni $2.5:3$nak.

'S igy (138) az)=jeggyel is kijön: hogy akármelyik a becse $\sqrt[c]{C}$nek, becse $C^{\frac{1}{c}}$nek, 's akármely becse $C^{\frac{1}{c}}$nek becse $\sqrt[c]{C}$nek.

4. Hogy kimaradt az *álgebrai* szokott *radix-húzás*: mely (annál a' mi, többet igérő) betüzésen az ifju inkább kap, mint a' számi radix-húzás' szigorú okadatán. A' dolog ebből áll: legyen Bnek valamely izének rádixa a, 's $B-a^2$nek valamely izére párzott $2a$ légyen b; vétessék $B-a^2-(2ab+b^2)$ az-az $B-(a+b)^2$; és akármely $B-a^2$ jöjjönki, annak valamely izére párzott valamely ize 2αnak legyen β, vétessék $B-\alpha^2-(2\alpha\beta+\beta^2)$ az-az $B-(\alpha+\beta)^2$, mely legyen $=\varrho$; 's ez mind addig folyjon, okoson választva a' párzásban az izeket, míg a' mikor lehetséges, $\varrho=0$ lesz. Bár $B=(\alpha+\beta)^2+\varrho$ mindég, 's akármely p legyen $\alpha+\beta$, 's az igaz radix $p+q$, mindig $q=-p\pm\sqrt{(p^2+\varrho)}$; 's ha $\varrho=0$, úgy $\alpha+\beta(=\sqrt{B}$.

Ha pedig ϱ soha $=0$ nem lehet, oly végetlen sor eléhozására kell törekedni, hogy ha s a' széjbecse, $B-s^2=\varrho'$nak felszámitott becse kicsi hiba legyen: különben haszontalan betüzés. Péld. ha $B=1-x$, a' szokott módon jöhet ki $1-\frac{x}{2}-\frac{x^2}{2^3}-\frac{x^3}{2^4}-\frac{x^4}{2^6}\ldots$, mely ha $x:2>1$, $s\frown-\infty$; de ha $x:2<1$, könnyű (106 sz.) felszámitni, hogy $\varrho'=x^4:16(2:x)$.

Hasznosabb a' binom. formula szerint az $(a^2\pm x)^{\frac{1}{2}}$ kifejtése; a' mikor is ha x nem csak $<a^2$, minél többször kisebb $a$nál, annál kevesebb izzel közelit a' sor a' becshez. Péld. $\sqrt{30}=(6^2-6)^{\frac{1}{2}}=(5^2+5)^{\frac{1}{2}}$ kifejtve, az első néhány izzel eléggé közelit; sőt ha x elég kicsi, 2 iz elég. A' Cubicára is alkalmazhatók.

Toldalék a' 219 laponi szokatlan fel-adat' megfejtését kérdők' számára (a' Tentamenbeli alap szerint); 's még némely hibák' igazítására: a' thékák is ezer évek' erratájival akkorák.

§. 1. Tegye *s* azon napok' számát, mellyel az *n* dik Juliusi év kezdődik az *n* dik *G*reg. év' kezdete után: *S* pedig azon napok' számát, mellyel az $n+1$ dik *G* év kezdődik az *n* dik *I* kezdete után.

§. 2. Mihelyt $s > 34$, a' két Husvét együtt nem lehet, 's mig *S* nem apad 34 ig addig kérdés nem lehet.

Mert *H* ☉ (az-az húsvéti holdtöltének) a' Mart 20:dika utáni első vétetik (a' Nicaeai szabály sz.) tehát az első esetben a' *I* napot *G* re húzva, haszintén a' *I. H.* legbeljebb 's a' *G. H* legkűlebb esnék is, 's *x* azon napok' száma, melyet 21 hez kell adni a' *I H* ra, 's *z* a' mit *G H* ra kell adni 21 hez: lesz az együttire $21+x+s=21+z$; tehát $s=z-x$; 's a' legnagyobb *s* re *z* nek legnagyobbnak, 's *x* nek legkisebbnek kell lenni. De a' legnagyobb $z=35$, 's a' legkisebb $x=1$; mert *z* legnagyobb, mikor *G* ☉ 74—25 Martiusra 's éppen vasárnapra esvén, szabály sz. az azutáni vasárnap Martius' $49+7=21+35=56$ dikán, az-az Apr. 25 dikén esik (legkülebb); legbelebb pedig esik *I H* Martius' 22 dikén.

Szintúgy van *S* el, ha az $n+1$ dik *G* év' napja az *n* dik *I* kezdetére vonatik: mert ha az együtti *H* ra *h* a' napok' száma, melyet a' *G H* ra kell adni 21 hez, 's *y* a' mit a' *I H* ra kell adni, lesz $21+h+S=21+y$; az hol $y-h$ nak legnagyobb becse (mint az imint) $35-1=34$.

§. 3. Ha *e* a' *Juliusi epacta*, 's *E* a' *Gregori*, 's *l* az igazitanddó *e* hez (szabály sz.) adandó napok' számát teszi: valamig $s < 35$, az E mindig $e + l - s$. Mert E és e itt ✠ vétetik; 's $s < 35$, $l - s < 30$, 's e mindig alul van 30 an; tehát mivel $e + l - s$ vagy ⌣ vagy nem ⌣, 's az első esetben $E = e + l - s + 30$, 's a' másikban $E = e + l - s$, mindenik alul van 30 an.

§. 4. Tudatik, hogy minden év *póti*, ha száma többese 4 nek, kivéve azon G évet, mely többese 100 nak, de nem többese 400 nak. Legyen az év' hosza 365 nap $+ \omega$; 's az ezt ábrázoló körön legyen ♃ az 1601 G kezdete; 's vétessenek ezen körön a' távok ♃tol eléfelé ✠, 's hátrafele ⌣; 's legyen $\omega + h = 6$ óra, 's h legyen péld['] 11'.

Az 1601 végződik $-\omega$ val, az-az ♃ elött ω val; 1602 végződik $- 2\omega$ val, 1603 végződik -3ω val, 1604 pedig -4ω val végződnék, de az 1 napi pótiással $-4\omega + 4\omega + 4h = 4h$ val végződik; 's ez 24 szer ismételtettvén, 1696 végződik $24.4h$ val; 's azután 7 évben mind ω val végződvén hátrább, 1703 végződik $24.4h - 7\omega$ val, 1704 pedig $1.(24.4h - 4\omega) + 4h$ val, 1803 továbbá $2(24.4h - 4\omega) - 3\omega$ val, 1903 végződik $3.(24.4h - 4\omega) - 3\omega$ val, mely is a' legnagyobb eltávozás ♃tól, úgymint $-$ (1 nap 10 óra 27'). Azután 2000 végződik az ♃tol $3.(24.4h - 4\omega) + 100h$ val, mely ✠ 1 óra 's 20'; 's minden 400 évvel annyit menve eléfelé, 18 szor annyi mulva 1 nappal végződvén ♃ után, hogy a' hiba ne nöjjön, akkor a' szabályi 366 helyett, 1 szer, 365 öt kellene venni. Az említett legnagyobb távozás pedig 2000 en túl, apad a' ⌣hoz elébb 1 szer azután többszer ✠ 1 ora 20' adatván. Látszik azonban azon két határ, a' mely közt jár az év- kezdet.

Ha úgy rendelődött volna, hogy a' főlebbi körbe ♃nál kezdve minden év ω val végződjék azon pont előtt, melynél kezdődött, míg 1 nappal vagy azon fölűl még $i<\omega$ val végződnék 𝔄 elött, 's ekkor pedig végződjék 𝔄 nál az első esetben, 's i vel elötte a' másikban: mindig ezen szabály' folytatásával, az év vagy 𝔄 ban vagy 𝔄 elött 1 nappnál kisebbel végzódvén, igazitás sem kellene.

§. 5. Ha n G nem *póti* év, az n I kezdettől az $n+1$ G kezdet $365-s$; de ha n G póti, $366-s$; az $n+2$ G kezdet pedig $366-s+365$ re van az n I kezdettől, tehát az $n+1$ I kezdettől $366-s+365-366=365-s$. És így az elébbi esetben 1 nappal nőtt S újra viszsza áll. Söt ha n G póti is, az n I Martius-kezdetétől az $n+1$ G kezdet $366-s-60$, mert n I is póti lévén Februárja 29; 's az $n+1$ G kezdettől Martiusa kezdetéig 59 nap van, mert Februárja 28; tehát az n I Martius-kezdetétől az $n+1$ G Martius-kezdetéig $366-s-60+59=365-s$. És így a' Húsvétra nézt $S=365-s$ nek vétethetik. Megjegyzenddő: hogy az $m.100$ dik G év kezdete után az ugyan-annyiadik I. év csak annyival kezdődik későbben, mint az azelőtti év; és ha csak ezen I póti év, az $m.100+1$ dik I kezdődik 1 nappal későbben, mint az ugyan-annyiadik G. év. Azonban az $m.100+1$ I év' kezdeténi s és l az egész százasban ugyan az marad; de l az alábbi szabály szerint az $(m+1)$. 100 kezdeténél változhatik.

§. 6. Ha az ujság $e+l$ nappal esik az n dik I év' kezdete előtt; az, az $n+1$ dik G év' kezdete előtt $S+e+l$ nappal van: tehát ha a' két újság közti id $L=29$'s fél napnak vétetik; lesz az a' hold az $n+1$ dik G kezdetén $e+\mu$ napos, ha $S+l=k.(59:2)+\mu+p$, az hol $k,\mu+$ egész számok, 's $\mu<59:2$, 's $p<1$. Neveztessék λ nak ezen μ, 's az $n+1$ G epactája lesz $e+\lambda$, ha <30, különben $e+\lambda-30$.

A' μ megtalálására, mely mellől az egész napnál kisebb elhagyatik, legkönnyebb kisebb számokban ez: ha $S+l=i.30+r$, 's i egész szám, és $r<30$; akkor $S+l=i(29+\text{fél}+\text{fél})+r$ $=i(59:2)+\text{fél}\ i+r$; az hol fél $i+r=$ vagy $>$ $(59:2)$ vagy $<$; az utobbi esetben maga vétetik, az elsőben az a' mi marad, elhagyva az egészen fölülit.

§. 7. Melyszerint $s<35$ elött az együtti H ra szükség; hogy l ne legyen >6, és vagy e nem >23, 's nem $<l-s$, ha pedig $<l-s$, $e+l-s+30>23$ legyen, vagy mind e mind $e+l-s>23$; 's $S<35$ ön túl pedig szükség, hogy $S-\lambda$ ne legyen >6, és vagy $e+\lambda$ nem >23, vagy $e>23$, de $e+\lambda-30$ nem >23, vagy $e>23$'s $e+\lambda<30$ de >23 legyen.

Mert az elsőre; a' G re vont $I☽-G☽$nek 8 képe lehet, melyek közül csak 3 lehető; úgy mint

$$\frac{44-e+s}{44-(e+l-s)} \qquad \frac{44-e+s}{74-(e+l-s+30)} \qquad \frac{74-e+s}{74-(e+l-s)}$$
$$l \qquad\qquad\qquad l \qquad\qquad\qquad l$$

az hol a' felső a' $I☽$ a' hozzá adott s el, alatta a' $G☽$, 's legalol az a' mivel meghaladja a' felső az alsót. A' $I☽=44-e$, a' $G☽=44-E$, az-az amaz annyiadikára esik az ó Martiusnak, ez ennyiedikére az újnak; 's ha $e>23$, akkor 44 helyett 74 vétetik, szintúgy van E vel; de $E=e+l-s$, melyhez (mig $s<35$) mikor $e<l-s$, hozzá adódik 30. A' 3 dik kép, mihelyt $l-s>4$, lehetlen.

A' 2 dik esetre megint 8 lehető képek közül csak ezek lehetők.

$$\frac{44-(e+\lambda)+S}{44-e} \qquad \frac{44-(e+\lambda-30)+S}{74-e} \qquad \frac{74-(e+\lambda)+S}{74-e}$$
$$S-\lambda \qquad\qquad\qquad S-\lambda \qquad\qquad\qquad S-\lambda$$

Itt a' felső a' G☾ de Ire vonva, alatta az azelötti évbeni I☾, 's legalul az a' mivel meg haladja a' felső az alatta lévőt. A' többinek lehetlenségére tudni kell, hogy mikor 44500-ban $S=33$, $S-\lambda=8$, 's azután S sebessebben apadván mint l, apad $S-\lambda$, mig λ növe, mikor $S=0$, $S-\lambda=-9$ lesz.

§. 8. Mind a' 2 esetre pedig, ha valamelyik százasban edjszerre tetszik megtudni az együtti Húsvétokat: gondoltassanak edj körön nyil-irányulag elé-felé $ab...g$ helyett 1 2..7, 's mikor a' két H☾ edjmástól 6 napnál nem esik meszebb, neveztessenek azoknak betü-számjai p és q val, q a' későbbit téve; együtti H akkor lehet, mikor vasárnap $q$tol (kizárólag) eléfelé $p$ig (bézárólag) esik. Mert ha $q$ba esik, akkor annak a' melyiknek ☾ja p, a' Hja éppen azon vasárnap lesz, mert q utána van $p$nek; a' másiknak Hja pedig az azutáni vasárnap lesz; azonban $p$be lehet vasárnap, mert akkor H az azutáni (edjszersmind q utáni) vasárnap lesz.

Innen az együtti Hra, az első esetben, midőn q a' I☾, vasárnap a' nyil-irányon q számon túl $7-l$nél többel nem lehet $p$ig (ezt bézárólag értve); sem a' másik esetben, midőn $p$be esik a' I☾, vasárnap q számon túl (mely ekkor $=p+S-\lambda$) többel nem esik eléfelé $7-(S-\lambda)$nál. Az honnan ha v a' vasárnapi betü-szám: az első esetben $v-q$, a' másikban $v-(p+S-\lambda)$ kimutatja, hogy vasárnap q és $p+1$ közé esik é (eléfelé értve); 's ha $v-q$ nem 0 's nem $>7-l$ az első esetben, 's a' másikban nem $>7(S-\lambda)$; a' két H akkor van együtt; csak ha $v<q$, vétessék v helyett $7+v$; mert v eléfelé lévén $q$tol $v<q$ akkor lehet, mikor q az 1től hátrá felé esik, akkor pedig az 1 eléfelé $7+1$dik; 2 szintúgy $7+2$dik, mely eléfelé ép-

pen q elöttig folyhat; péld. ha $q=6$, 's $v=5$, lesz $v-q=5-6$ helyett $7+5-6$.

§. 9. Innen ha az Ndik százban kerestte-tik az együtti H; 1-ben kerestessék meg $N.100+1$nek arany-száma, legyen A.

2 dszor kerestessék ugyan $N.100+1$nek I vasárnapi betü-száma β.

3 dszor Irassék le 35 háromszor, úgy hogy az elől 's az azután írtt közé 335 edjszer 's az 2 ik 's 3 dikszor írt köze 3 szor iródjék, 's az első 3 alá irassék 4, 's mindenikből a' követ-kező úgy származzék, hogy a' fölűl jobbra következő adódjék hozzá, 's mikor 7 nél na-gyobb jön ki, csak a' 7 en fölüli irassék. Ne-veztessék az így kijött, *u sornak*, mely a' 19 aranyszámoknak megfelelő I☉ket mutatja ki; akármely arany-szám αnak megfelelő $I☉=4+(\alpha-1).3+2x$, az hol az $\alpha=7$ ig (bézárólag) $x=\alpha:3$ (nem véve az egészen fölülit), azután pedig $=(\alpha+1):3$ az utolsó $\alpha=19$ ig, a' mikor még 1 adódik hozzá.

4 dszer A' 2 dik esetre az u sorból bizo-nyos U sor készűljön; az u sornak mindenik ízéhez, $S-\lambda$ adatván (itt is ha >7 jön ki, csak a' 7 en fölülit írva).

5 dszer Ekkor irattassanak le 1 től 19 ig az arany-számok, 's ezek alá irassék le a' q sor, az-az a' másiknál később ☉ betüszámjait jelen-tő; mely is az első esetben az u sor, a' 2 dik-ban az U sor (kivéve az együtti új-év felé, mikor $S-\lambda$ — lesz, 's az u sor lesz a' q sor, mint alább meglátszik).

Azután (§. 14 sz.) A alá irassék β, azután $\beta-1$, $\beta-2$, $\beta-4$; 's akármely 4 dik legyen μ, azután $\mu-1$, $\mu-2$, $\mu-4$ következzék, mind ad-dig folytatva edjmásutáni rendekbe, mig száz év bévégződik. Ez a' v sor. A' — a' (§ 8) körön hátráltat.

6 dszor. Ekkor csak azon arany-számnál, a' hol e olyan mint fenn iratott, kell nézni hogy $v-q$ nem nagyobb-e az első esetben $7-l$ nél, 's a' másikban $7-(S-\lambda)$nál.

§. 10. Igy a' vég—húsvét lesz 2698 ban Apr 6 dikán (ó szerint); mikor is $s=18$, $e=8$, $v=5$, q (mely ekkor $=u$) $=4$, 's $v-q=1$ nem $>7-l$, mert $l=6$, mely is már 2700 ban $=7$.

Az első együtti H pedig (ha L § 6 szerint vétetik) esik 44926 I Apr. 22 dikén, az-az 44927 G 23 Mart. a' mikor $e=28$, $v=7$, $\lambda=24$, $S=30$, $S-\lambda=6$, 's 44927 Gben a' G vas. betü-szám 5. Az hol megjegyzenddő, hogy itt a' G vas. betü a' I év után következő évi. Az elött 44800 ban $S=31$, $\lambda=24$, $S-\lambda$ még $=7$.

Azután pedig 486 százig (bézárolag) mind van együtti H, 's azután megint nincs (az írtt szabály sz.) Légyen feljűl a' százak száma, 's alol a' megfelelő $S-\lambda$.

449..	455..	460..	470..	480..	446,-	487,	488,	489
6	6	3	0	—4	—5	—6	—8	—9

§. 11. Tudniillik képtelen lévén, hogy mikor a' két év együtt kezdődik, ugyan azon hold különböző koru legyen, azon száz-évben együtt kellene lenni: de ha az addigi szábúlyoknál tetszenék maradni, úgy akkor éppen nem lehet együtt, 's a' 405880 dik százban volna legelébb együtt.

Mert $S=0=\lambda$ akkor lenne, mivel 480, 486, 487, 486 százak mulva lesznek az együtti év kezdetek (Tent). Az honnan jóllehet $489-18=471$ (§. 16), tétessék e' helyett 470, 's vétessék 489 után a' 3 elsőnek öszete 1460, 's kerestessék oly 2 egész szám x és y, hogy $4+\frac{8.470}{25}+\frac{8.1460x}{25}=\frac{59}{2}y$ legyen: ki jön $x=278$'s $y=4408$; az hol y egész holdak' száma;

's ha 471 tétetik is, $4+\frac{8(471+1460.278)}{25}=4408.$ $(59:2)+\omega$, 's $\omega < 1$ napnál.

Ugyan csak a' fenn emlitett 72 százan kivűl még a' hóld is igazitást kiván; 's ki tudja, meglesz-e még az ember is a' földön.

§. 12. A' fölebbi módon az *u* sor a' felső, 's alatta a' 449 százra az akkori *q* sor.

4	7	5	1	4	2	5	3	6	2	7	3	6	4	7	3	1	4	2
3	6	4	7	3	1	4	2	5	1	6	2	5	3	6	2	7	3	1

§. 13. *Első Példa* a' vég-husvét a' 26 százban csak 2698 an kezdve; az hol az első $v-q=5-4=1$ nem $>(7-l=1)$.

Ár. szám	1	2	3
q sor	4	7	5
v sor	5	4	2

Jegyzés. 1. Akármely százra legyen az aranyszámok alá írva az *u* sor, 's ennek alája a' *v* sor; a' *I H* esik $44-e+v-q$ dik Martii; csak ha $e>23$, 44 helyett 74 vétessék, 's ha $v=$ vagy $<q$, hozzá adassék 7. Tulajdon képpen akármelyik *H*☉ napszámát tegye *n*, 's betű számát *b*, 's azon év vas. betü-számát *B*, az a' *H* esik $n+B-b$ dik Mart. az elébbi megjegyzéssel.

2. A' mely százban 24 és 25 együtt jönek az *E* becseire, 24 helyett 25 's 25 helyett 26 vétetik. (Tent).

3. De az *l* formulája hibás mikor a' százak' száma nem >18; a' mikor is $8(N-6):25$ hez akkor kell 1 et adni mikor a' maradék >13; más esetre jó az otti formula

4. A' jelen százban $l-s=-8$ lévén az együtti *H* ra 3, 8, 11, 14, 19 aranyszámokan kivűl kell keresni; ugymint a' hol *e* nem >23 's 7 en fölül, vagy 1 és 8 közt van.

§. 14. 2 ik *példa*. 44926re; 44901nek ar. száma 6.

Ar. szám	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
q sor	3	6	4	7	3	1	4	2	5	1	6	2	5	3	6	2	7	3	1
v sor					3	2	1	6;	5	4	3	1;	7	6	5	3;	2	1	7
- -	5;	4	3	2	7;	6	5	4	2;	1	7	6	4;	3	2	1	6;	5	4

Az hol az első $v=7$, mely a' célnak megfelel: mert ezen 7nek fenn 6 felelmeg, 's $v-q$ nem $>7-(\varsigma-\lambda)$; azonban $e=28$, tehát a' *I H*ra. $74-e$ van, de $\lambda=24$, 's $e+\lambda-30$ nem >23, 's lesz a' *G H*ra $44-22+V'-q$dik Martii, ha V' a' következő *G* év' vas. betűszáma. Arany-szám 7 alatt ugyan $v-q$ elébb tenne eleget; de ott $e=14$, 's a' kép lehetlen. Latszik azonban, hogy itt csak 8, 11, 19 arany számok alatt kell keresni.

§. 15. Az *n I* és $n+1$ *G* években, együtti *H*ra más mód is lehet: legyen $n+1$ *I*nek epactája e'; az $n+1$ *G* epactája kijön, ha e'hez az $(l-s)$: *L* maradéka (mely legyen $-\varrho$) hozzá adódik; az hól *L* nagyobb hibával mint § 6, 30nak vétetik, 's $e'=e+11$ (kivéve mikor $e=26$, a' mikor is tudatik, hogy $e'=e+12-30$; ha más $e+11$ is >30, ez levonatik, 's ha $e+11-\varrho$ — hozzá adódik 30.

Ezzel is mint főlebb minden esetek kicsináltatván meglátszik, hogy együtti *H*t csak

$$\begin{array}{l} 44-(e+11-\varrho)+S \\ 74-e \\ \hline -41+S+\varrho \end{array}$$

adhat 's $S+\varrho<7$, és 48 's 34 közé eső, ϱ pedig nem <13; és ekkor ha $-41+S+\varrho$ ✠, ezt az *u* sórnak mindenik izéhez hozzá kell adni a' q sor eléhozására, 's ha $v-q$ nem $>7-(-41+\varrho+S)$'s $-41+\varrho+S$ nem >7, együtt van a' 2*H*.

Volna edj kép, melybe $-41+S+\varrho$ jönki alul, de ez se lehet az együtti új évig; mert a'

Századok	**476**	**477..**	**486**	**487**	**488**	**489**
$S+\varrho$	35	34..	31	1	1	0

Tehát ezen módon lenne az első együtti H 44733 Iben 25 Apr. az-az 44734 Gben 24 Martii; a' mikor is $S=31$, $e=25$, $v=7$, $q=3$, $\varrho=13$, mely 44600 ban még 12; 's $-41+\varrho+S=3$, 's $v-q$ nem $>7-3$.

Jegyzés. Az emlitett lapon több számitás hibás, a' jelen században a' leghoszabb 's legrövidebb fársángra nézt is: amazt 1810 en ezt 1818 an kezdve, mind 19 év távra kell keresni; amarra nézve $A=6$, $e=3$, $E=25$, $G☉=49$, a' másikra $A=14$, $e=1$, $E=23$, $G☉=21$, 's mind a' kettőben a' $G☉$ betü-száma 3; tehát csak a' G vas. betüszámot kell keresni, 's ha ez V, lesz az elsőben $49+V-3$. a' másikban $21+V-3$, csak ha $V=$ vagy <3, hozzá kell adni 7 et. Mely szerint lesz G. H.

1818	1837	1856	1875	1894
22M	26M	23M	28M	25M
1810	1829	1848	1867	1886
54M	50M	54M	52M	56M

Tehát lehető leghoszabb is lehető legrövidebb is, edjszer van ezen században; amaz 1886 ban lesz, ez 1818-ban volt.

Elég is lévén az irtt feladatra: légyen szabad még el szortság 's idős szem miatt azután tanitás közben látott hibákat igazítani, 's némely lapok' világositásával rekeszteni bé.

Lap.		Hiba.	Igazitás.
119	al. 3r.	dor	dik
121	fel. 1r.	n-dik	n ik ize az α μdik sora $n$dik
124	al. 5r.	$(m+1)$	$(m+1)P$
128	al. 9r.	$(\alpha)n$	n
131	al. 11r.	$K'.10$	$K'.100$

Lap.		Hiba.	Igazitás.
140	fel. 2r.	$s\dagger^{*}q$	$s{*}q$
153	fel. 14r.	1:2(129)	(1:2)lg2 (174.)
162	al. 8r.	az u'	az u' és $-u$
	al. 7r.	izek' öszetében	íz-párok' képében
164	fel. 10r.	$-r\dagger v$	$-r\dagger r$
167	fel. 3r.	az alatt	az elött
	fel. 14r.	's ha ∞ az	's ha az
169	al. 5r.	x^2 ☾ $^2 = B^2$	x^2 ☽ $^2 = B^2$
170	f. 9r.	H☾ $= A$'s H☽ $= B$	H☽ $= A$'s H☾ $= B$
	al. 5r.	vagy 0	vagy 0 vagy $< H$
	al. 3r.	♄ $0 = 1$	♄ $a = 0$
	al. 2r.	✠ és > 1	✠
171	f. 10r	$1\dagger u$	$1 - u$
	f. 11r	$1 - u$	$1 + u$
	al. 5r.	$u(1-u')$	$(1-u')$
	al. 4r.	-1	$-n$
172	f. 3r.	$(u-1)N$	$(u-1):N$
	f. 6r.	-1	$-u$
174	al. 3r.	mindenik mérttező	a' mérttező
182	alúl	cos$\mathfrak{A}\mathfrak{K}$'s sin$\mathfrak{A}\mathfrak{K}$ban	vétessék $\mathfrak{A}\mathfrak{K}$ tétedjüleg
183	f. 18r.	$\sqrt{-1}$, sin$u$	$\sqrt{-1}$. sin$u$
193	al. 13r.	's más	más
227	f. 7r.	Bz	Bz^2
228	f. 7r.	a	b
229	f. 9r.	βx^{μ}	βz^{μ}
230	f. 3r.	$n(n-1)$	$n(n-m)$
238	al. 15r.	J	d
242	f. 7r.	$(u)x-$	$(u)x$
244	al. 8r.	Ha $u':u$	Ha $u:u'$
	al. 1r.	fu	fu'
245	f. 4r.	$f'u$	$f'u'$
247	f. 5r.	$u\dagger v$	$u'\dagger v'$
255	al. 11r.	$3(1-x^2)$	$3(1-x^2)^2$
256	al. 7r.	sin$\dot{x}$cos$x\dagger$cos$\dot{x}$sin$x$	sin$x$cos$\dot{x}\dagger$cos$x$sin$\dot{x}$
257	f. 1r.	dlg	dlg$y$
		$^{\mathrm{y}}$Jy	$^{\mathrm{y}}$Jlg$y$

Lap.		Hiba.	Igazítás
265	f. 10r.	edjmást	edjmást, (ha érik)
280	al. 8r.	$\mathfrak{LDE}$	$\mathfrak{LDE}$ alja
281	al. 9r.	$1+y$	$1+x$
290	al. 10r.	a^{l-1}	az^{l-1}
291	f. 8r.	t ív	t íve'
297	f. 4r.	$(B)\gamma-0$	$(B)\gamma$
311	f. 7r.	$m(a^2+b^2..)^2$	$m(a^2+b^2...)$
312	al. 5r.	$zp\omega$	$p\omega$
320	f. 1r.	$d\left(\frac{dX}{t^2}\right)^2$	$d\left(\frac{(dX)^2}{(dt)^2}\right)$
	f. 9r.	$2ax=2ax$	$\int 2adx=2ax$
	al. 4r.	$(\int \dot{v}\, u=$	$(vu=$
325	al. 16r.	eggykénti	eggyként sebesült
334	al. 8r.	$q-1$	ql
335	al. 5r.	$+$	$-$
336	al. 5r.	$m+2$	$m+k$
337	f. 7r.	$a+\omega$	$a\underline{+}\omega$
360	al. 12r.	*vagy*	töröltessék el

A' képekre nézt: a' 13 dikba $\mathfrak{b}\mathfrak{b}=b$ felett nem kell az ív, 's y'' főlűl alább végződik: a' 17 dikbe $\mathfrak{b}$ kell főlűl a' jobb végén, 's a' 21 dikbe $\mathfrak{c}$; a' 23 dikban 's 24 dikben pedig A és B meg vannak cserélve.

Világosittattnak: a' 16 dik lap 193, 323 és 355 ben, a' 28 és 31 pedig xLIII és xLIV és 354 ben, a' 60 dik 347 ben, a' 78 és 85 dik 348 ban; a' 107 és 108 dik (375) ben; a' 138 dik 351 ben; a' 159 pedig így világosittatik: ha $t=t'u$'s t' ✠, úgy t' nagyobb törtt-edj mint $\left(\frac{n-m}{n}\right)^m$; tehát ha $\left(\frac{n-m}{n}\right)^m-1<\frac{1}{N}$, úgy $t'-1<\frac{1}{N}$, 's ha $\lambda'<t'$, és $\lambda'-1<1:N$, úgy $t'-1<1:N$. Ilyen λ' pedig

$\lambda : n^m$, ha $\lambda = n^m\left(1 - \frac{2m^2}{2n - m(m-1)}\right)$, az hol a' bézárt jön ki $\left[\frac{n-m}{n}\right]^m = \left[1+\frac{m}{n}\right]^m$ból az ott írtt módon.

A' 162 dikben az u sorának ize a' $-u'$ sora' ugyan anyiadik izével öszezttetik.

174 és 175 ben $\hbar\,\alpha$ helyibe $\hbar\,\alpha'$ kellettvén, α' valamely végest teszen; 's 175 ben kimaradott; hogy ha $a+b+c\ldots \frown \infty$, $ABC\ldots \frown \infty$; 177 et világositja 361.

A' 185 és 186 dik világosittatik XLII, XLIII és 354 's 358 ban.

A' 107 dik lapra világosit a' 361; de a' Tentamenben szélesebben van, hogy ha közönien $a:(1-x)$ nem $\frown 0$, a' sor távozó; mely meg forditva is igaz a' mindjárt mondandó III jel szerint.

A' 108 dik laponi sorközelités-jel *Olivier*től van: hiba volt csak mellősleg véve úgy hagyni, a' mint egy hajdoni kedves tanitvány Bécsből irta volt; kitól ujabban az a' tudositás jövén, hogy azóta sohol emlitve se találta, de a' *Burg' Mathésisében* (melyet magát még nem láttam) megvan mutatva, hogy ha $\frac{U_n \cdot U_{n+1}}{U_n - U_{n+1}} \frown 0$ (midőn $n \frown \infty$), úgy a' sor közelit, különben távozó; elhagyatnak több az Olivier' megmutatására tett nem könnyü probák; midőn a' *Burgéból* azonnal következik; de különös, hogy oly szép és edjszerü szabály nem is emlittetik.

Tudni illik ha $nU_n \frown 0$, akkor $\frac{U_n \cdot U_{n+1}}{U_n - U_{n+1}}$ is $\frown 0$; mert ekkor $U_n = \frac{1}{n\omega}$'s $U_{n+1} =$

Lásd p. 379.

$\frac{1}{(n+1)\omega'}$, 's $nU_n = \frac{1}{\omega}$ és $(n+1)\,U_{n+1} = \frac{1}{\omega'}$ lévén, ω akárminél nagyobb lehet, 's hovátovább nő; $\frac{U_n \,.\, U_{n+1}}{U_n - U_{n+1}}$ pedig $= \frac{1}{(n+1)\omega' - n\omega} \frown 0$; mert ha ω' nem volna is $> \omega$, úgy is az alsó $= \omega$ volna; mely $\frown \infty$.

Jegyzés. Légyen szabad vagy kettőt említeni azok közzül, melyek az *Olivier*ről gondolkodás közbe származtak.

I. Azon sor-jel, mellyel az $(n-1)$dik íz mérttezve adja az n diket, $\frac{n-m}{n}$ kép alá jöhetvén: ha (bizonyos izen túl mindenütt) $m = 1 + z$'s z ✠ 's bizonyos változattlan b nél mindenütt nagyobb, a' sor közelit, különben távozó. Mely is más ide nem férő úton jött ki.

II. 'S itt is z úgy érttettvén; ha $\frac{nU_n}{U_{n-1}}$ avagy $\frac{(n-1)\omega_{n-1}}{\omega_n} = n - (1+z)$; a' sor közelit, különben távozó.

III. Ha $\frac{U_{n-1}}{1-x} \frown 0$ (a' főlebbi sorjelt téve x), a' sor közelit, különben távozó: mely így is kitehető ha $\frac{(U_{n-1})^2}{U_{n-1} - U_n} \frown 0$.

Vegyük az elsőt: legyen elébb $m = 1$, 's legyen az első íz $= a$; 's n elébb 2 azután 3, 's úgy tovább; a' sor jelek lesznek $\frac{2-1}{2}$, $\frac{3-1}{3}$, $\frac{4-1}{4}$..., tehát az izek a, $\frac{a}{2}$, $\frac{a.2}{2.3}$, $\frac{a.2.3}{2.3.4}$...

azaz a, $\frac{a}{2}$, $\frac{a}{3}$, $\frac{a}{4}$ ... $= a(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \ldots) \frown \infty$, 's világos, hogy ha $(n-m):n$ ben még kisebb vonódik le n böl, a' *sor-jel nagyobb 's az izek nagyobbak lévén, a' sor még távozobb.*

De lássuk, hogy ha n ből 1 nél nagyobb vonódik le? Legyen $m=2$, akármi legyen az első 's 2 dik íz, akkor n nek legkisebb becse 3, melyből 2 levonattván, ne 0 maradjon; 's ha péld. $m=7$ volna, 8 volna a' legkisebb n, mely $(8-7):8=1:8$ at adna sorjelnek, melylyel a' 7 dik íz mértezve a' 8 dik ízt adná, 's a' sor közelitésre az azelöttiek nem tesznek. Ha $m=2$, a' sorjelek a' 2 dik izen kezdve (mely legyen péld. $(1:2)$), lesznek $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{5}$, . . . 's az izek ha az első $=1$, lesznek 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2.3}$, $\frac{1}{3.4}$ . .

De legyen $m=(2+v):2$, 's $v \maltese$'s <1; a' sor-jel, n nek 2, 3 . . becsei szerént lesz $(2-v):4$, $(4-v):6$, $(6-v):8$ 'sat. 's az n dik $\big(2(n-1)-v\big):2n$; és így ha az első iz $=1$, az n dik lesz $1:n\omega_n$ $=\big((2-v):4\big).\big((4-v):6\big).\big((6-v):8\big)\ldots\big(2(n-1)-v):2n\big)$; az honnan $\omega_n=\big(2:(2-v)\big).\big(4:(4-v)\big)\ldots\big((2n-1):(2(n-1)-v)\big)=\big(1+v:(2-v)\big)$ $\big(1+v:(4-v)\big)\ldots\big(1+v:(2(n-1)-v)\big)$. Tehát ω_n $>\big(1+v:2\big).\big(1+v:4\big)\ldots\big(1+v:2(n-1)\big)$; ez pedig $\frown\ \infty$; mert $(v:2)+(v:4)+v:6)\ldots$ $=v\big((1:2)+(1:4)+(1:6\ldots\big)\frown\ \infty$ (375). És igy $nu_n \frown 0$, tehát a' sor közelitő.

Az honnan ha v akármely kicsi b nél mindig nagyobb bizonyos izen túl; vétessék azon m, melyet b ád; ez közelitő sorn, 's a' hol a' nagyobb v vel nagyobb vonódik le n ből, a' sorjellel a' sor is apad.

Csak azon eset van még, 'ha $m>1$, de $\frown 1$; akkor $v \frown 0$; melyből az φ széjbeese véges, és ez távozó sort ád. Ugyanis ha $v = 1:\nu$, 's $v \frown 0$; úgy $\nu \frown \infty$, 's $v:(2 - v) + v:(4 - v) + v:(6 - v))\ldots$ sornak izképe $1:(2\nu(n-1)-1)$, mely légyen $1:\mu n$; az hol $\mu = (2\nu(n-1)-1):n$, mely $\frown \infty$, ha $\nu \frown \infty$. Tehát a' sor-öszet, és így ω véges; következőleg a' fő-sor-öszet $\frown \infty$.

A' többi is könnyen kijön: de a' nagy kiterjedésü tárgy külön munkát érdemel.

201. § 161 a' 2dik táblára így vonható: $X\,(= Y$, $y\,=)\;y$ bol $y\,(=$ nem X az az x.

Ugyan is a' 209 lapon ha Y volna elől 's az-után' y, az y annyi mint nem Y.

Jegyzés. 1. C és D együtt nincs, annyi mint van C nincs Dvel 's van D nincs Cvel.

2.. B, C.. közűl valamelyik van, annyi, mint nincs B nincs Cvel nincsen, az-az nincs B, Cvel van.

3. Ha A van Bvel, 's van C, ez Dvel van; annyi mint Bvel 's Cveli A, Dvel van (mely is többként kitehető); 's ha y a' Bvel 's Cveli A neme, 's z a' Dvelieké, $x(=y\,(=z$ ből lesz az első táblá szerint $x(=z$; tehát azon Bveli A, Cvel 's Bvel van.

Ha pedig Dnincs, 's y a' Dveli Cnem, 's z a' nem lévőké, 's x a' Bveli A, 's ez Dveli Cvel van; lesz $x\,(=y\,(=z$ből $x\,(=z$, az-az Bveli A nincs.

4. Ha Avan, vagy B vagy Cvan; annyi mint Aval, B, C közűl valamelyik van; az-az nincs B nincsen nincs Cvel, az-az nincs B, C vel van.

213 ban legyen x péld. 2veli A, 's y az n eli A, z pedig az 1el nagyobb számmali A.

255. $du^{-1} = -u^{-2}\dot{u}$, mert $(1:u) - [1:(u-\dot{u})] = -u^{-2}\dot{u}$. Továbbá $d(u^{-2} = u^{-1}.u^{-1}) = -2u^{-3}\dot{u}$, 's a' többi.

Jegyzés a' 375 *dik lapra:*

I. Megkapván az ott irt könyvet: az okadatat hiánosnak találtam; 's valóban az állitás sem áll, tehát az azzal öszve függő Olivier' megforditása sem. Mert ha az izkép $1 : n\lg n$, lész $U_n . U_{n+1} : (U_n - U_{n+1}) = 1 : [(n+1)\lg(n+1) - n\lg n]$; mely (valamint nU_n) $\frown o$; holott alább meglátszik, hogy a' sor távozó. 'S szintúgy ha $m \frown 1$ bár > 1, lehet a' sor közelitő, péld. ha az izkép $1 : nn^h$'s $h = 1 : \sqrt{\lg n}$, mint alább meglátszik.

II. A' *Maclaurin*é áll, tudniillik: *ha a' sor-izhez = y al irtt terj* $\frown \infty$, *távozó a' sor, különben közelitő.* Mert ha a' sor-izek oly négyedszögényekkel fejeztettnek ki, melyeknek aljaik az $x = o$ tol következő 1 ek, 's magasságaik az 1 ek' kezdeténi y ak; a' terjnél nagyobb a' sor-öszvet, de az első iznél kisebbel. Tehát $\int y\dot{x}$ a' kérdés?

III. De ebből *Montucla* hibáson következteti, bizonyosnak állitván: hogy ha a, b, c akármely 3 ëdjmásutáni izeket tévén, $a.(b-c) : (a-b) > c$, a' sor közelitő. Ugyan is ez meg lesz, ha a, b, c helyett $\frac{1}{\omega}$, $\frac{1}{\omega'}$, $\frac{1}{\omega''}$ irattván, $\omega'' - \omega' > \omega' - \omega$, mert akkor $\frac{\omega'' - \omega'}{\omega' - \omega} = \frac{(\omega'' - \omega')\omega\omega'}{(\omega' - \omega)\omega\omega'} > 1$; tehát $\frac{1}{\omega} . \frac{(\omega'' - \omega')\omega\omega'}{(\omega' - \omega)\omega'\omega''} = a . \frac{b - c}{a - b} > (\frac{1}{\omega''} = c)$.

'S legyen az ízkép $1 : [\frac{n-1}{2^1} + \frac{n-2}{2^2} \ldots \frac{n-(n-1)}{2^{n-1}}]$, 's 3 edjmásutáni alsók legyenek $\frac{n-1}{2} + \frac{n-2}{2^2} \ldots + \frac{1}{2^{n-1}}$, $\frac{n}{2} + \frac{n-1}{2^2} \ldots + \frac{2}{2^{n-1}} + \frac{1}{2^n}$,

$\frac{n+1}{2}+\frac{n}{2^2}\ldots+\frac{3}{2^{n-1}}+\frac{2}{2^n}+\frac{1}{2^{n+1}}$.
lesz $\omega'-\omega=\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}\ldots+\frac{2}{2^{n-1}}+\frac{1}{2^n}$, és $\omega''-\omega'=$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}\ldots+\frac{1}{2^{n-1}}+\frac{1}{2^n}+\frac{1}{2^{n+1}}$; 's az utóbbi az elébbit az utolsó izzel haladja meg; tehát a' *Montucla* kivánata meg van: holott a' sor távozó; mert ω' haz 1 nél kisebb adódik az ω'' eléhozására, 's ehez is 1 nél kisebb az azutánira, 's úgy tovább, holott ha mind 1 adódnék is, távozó volna.

IV. Ha az izkép $1:nn^h$ alakra vonatik, 's $h=o$; az izkép $1:n$ lévén, a' sor távozó, 's még inkább ha $-$. Ha pedig $h \frown o$, akkor n^h vagy $\frown \infty$, vagy nem: az utobbiban távozó a' sor; mert ha közelítő, akkor $nU_n \frown o$. A' kérdés a' másik esetről van; mert ha h nem $\frown o$, bizonyos b nél mindig nagyobb marad.

'S ekkor legyen $n=1+x$, 's $y=1:(1+x)^{1+b}$; 's az x fő-útra y al-uttal irtt görbe' férete legyen $(A)x$; a' növetképe ennek $y\dot{x}=\dot{x}(1+x)^{-(1+b)}$; melynek fő-képe $(B)x=-(1:b)(1+x)^{-b}$; tehát $(A)x-(A)o=(B)x-(B)o$, 's mivel $(A)o=o$, lesz $(A)x=-\frac{1}{b}(1+x)^{-b}-(-\frac{1}{b}(1+0)^{-b}=\frac{1}{b}-$ $\frac{1}{b}(1+x)^{-b}$; mely $\frown \frac{1}{b}$, ha $x \frown \infty$: mert a' hátulsó iz $\frown$ 0.

Innen az $1:n^a$ izképü sor közelitő, ha a nem $<1+b$.

V. Az $1:n^a$ izképü sor' közelitésével vagy távozásával pedig az $1:nl^a$, szintúgy az $1:ll_1{}^a$ az $1:nll_1l_2{}^a$'s közönien az $1:nll_1\ldots l_r{}^a$ izképü sor' közelitése vagy távozása együtt van; ha

$l = \lg n$, $h = \lg l$, 's $h = \lg h{-}1$, 's n akkorának vétetik, hogy h nem < 1.

Mert legyen $\frac{1}{10.l^a} + \frac{1}{11.l^a} + \frac{1}{12.l^a} \dots \frac{1}{100.2^a}$ $+ \frac{1}{101.l^a} \dots + \frac{1}{1000.3^a} + \frac{1}{1001.l^a} \dots$ az hol l az azelötti $n$nek logarithma. Az izek' száma az elsőtől addig a' hol 100 van, 90, onnan 100ig 900 sat- 'S ha mindenütt az első (mint nagyobb mindenik azutáninál) mértteztetik az izek' számával, 's az első öszvet α, azutáni β, 'sat.. lesz $\frac{1}{10}.90 > \alpha$, $\frac{1}{100.2^a}.900 > \beta$'s úgy tovább. Tehát $9(1 + \frac{1}{2^a} + \frac{1}{3^a} \dots) > \alpha + \beta + \gamma \dots$; és így ha a' lbézártt sor közelit, a' feltett sor is közelit.

De ha az első helyett mindenütt az utolsó (mely kisebb akármely azelöttinél) mértteztetik az izek' számával, 's az izek' öszszetei vétettnek megint; lesz $\frac{90.1}{100.2^a} + \frac{900}{1000.3^a} \dots$ az-az $\frac{9}{10}(1 + \frac{1}{2^a} + \frac{1}{3^a} + \frac{1}{4^a} \dots) < \alpha + \beta + \gamma \dots$

Tehát ha a' bézártt sor távozó, a' feltett is az.

Ha pedig $\frac{1}{C_p.l..} + \frac{1}{(C_p+1).l..} + \frac{1}{(C_p+2).l..} \dots$ ről (melylegyen A) igaz; $\frac{1}{C_{p+1}.l..} + \frac{1}{(C_{p+1}+1).l..}$ $+ \frac{1}{(C_{p+1}+2).l..} \dots$ ről (mely legyen B) is igaz; az hol az alsók' jegyzete' értelme' ez: C_o tegyen itt annyit mint 0, 's C_m annyit mint 1 utána irtt C_{m-1} cifrával; tehát $C_1 = 1$ utána 0 cifrával, $C_2 = 1$ utána C_1 az-az 1 számu cifrával; $C_3 = 1$ utána C_2 az-az tiz cifrával 'sat,; 'az honnan C_{p+1} annyi mint C_p szer cimzett 10, tehát $C_p = \log C_{p+1}$; Továbbá l teszi az elötte lévőnek logarithmát, 's az utána tett 2 ponttal olyan mérttezetet, melyben az első nemző l, mindenik az azelöttinek logarithma, 's a' nemzők' száma edjjel kevesebb, mint az l elötti Cnek aljáni szám, 's az utolsó a szor cimzett, 's nem < 1. Mely szerint Bben C_{p+1} hez mind 1 adattván, edjszer kijőn $C_{p+1} . 10$. azután $C_{p+1} . 100$, osztán $C_{p+1} . 1000$ 'sat.; 's az elsőtől $C_{p+1} . 10$ ig az izek' száma $C_{p+1} . 10 - C_{p+1}$, 's onnét $C_{p+1} . 100$ ig $C_{p+1} . 100 - C_{p+1} . 10$'s úgy tovább. 'S ha mindenik első mértteztetik az izek számával, 's az elsők öszvete k, az azutániaké k' 'sat.; lesz $\frac{C_{p+1} . 10 - C_{p+1}}{C_{p+1} . l ..}$ az-az $\frac{9}{C_p . l ..} > k$ (mert C_{p+1} után (mint log) C_p következik); továbbá $\frac{C_{p+1} . 100 - C_{p+1} . 10}{(C_{p+1} . 10) . l ..}$ az-az $\frac{9}{(C_p + 1) . l ..} > k'$; ugyanis $\log (C_{p+1} . 10) = C_p + 1$; mely tovább folyva lesz $9 \left(\frac{1}{C_p . l ..} + \frac{1}{(C_p + 1) . l ..} + \frac{1}{(C_p + 2) . l ..} .. \right) > k + k' + k'' ...$ Tehát ha a' bézárt (úgymint A) közelit, B is közelit.

Ha pedig Bben az izek' számával mindenütt az utolsó mérttesztetik, lesz $\frac{C_{p+1} . 10 - C_{p+1}}{(C_{p+1} . 10) . l ..}$ az-az $\frac{9}{10 . (C_p + 1) . l ..} < k$, 's $\frac{C_{p+1} . 100 - C_{p+1} . 10}{(C_{p+1} . 100) . l ..}$

az-az $\frac{9}{10.(C_{p}+2).l..} < k'$'s úgy tovább; az első l az elsőben $\log C_{p+1} + \log 10 = C_{p}+1$, a' 2dikban $\log C_{p+1} + \log 100 = C_{p}+2$ 'sat. Tehát $\frac{9}{10}\left(\frac{1}{(C_{p}+1).l..} + \frac{1}{(C_{p}+2).l..} + \frac{1}{(C_{p}+3).l..}..\right) < k + k' + k''...$ És így ha a' bézártt (ugymint A) távozó, B is távozó. Tehát az alsobbról meglévén mutatva, edjjel főlebb akár meddig is igaz.

VI. Innen sok esetben segitő szabály: hogy *ha van oly r, mely $\frown \infty$, közelit a' sor, 's ha nem > 1, távozó.* Tudni illik az izkép $1 : nn^{h}$ra vonva, légyen $n^{h} = l^{r}$, a' mikor is $r = hl : l_{1}$, 's ha $r > 1$, legyen $l^{r} = ll_{1}^{r'}$; 's ha $r' > 1$, legyen $l_{1}^{r'} = l_{1}l_{2}^{r''}$, 's úgy tovább; lesz $n^{h} = l_{1}^{r} = ll_{1}^{r'} = ll_{1}l_{2}^{r''} = ll_{1}l_{2}l_{3}^{r'''}$; az honnan 3 akármely számot képviselvén, lesz $l_{3}^{r'''} = n^{h} : ll_{1}l_{2}$; tehát $r''' = [hl - (l_{1} + l_{2} + l_{3})] : l_{3+1}$; 's ugyan $r''' = (r'' - 1)l_{3} : l_{3+1}$ (ha r'' is az r''' módján tétetik-ki): Tehat ha $r'' - 1$ nem $\frown 0$, $r''' \frown \infty$: a' mikor is $r'' > 1 +$ const. tehát a' sor közelitő.

Van ugyan akármely $t$re oly h, hogy r_{t} az-az r (t számu accentussal) $= a$ legyen, akármi végest tegyen a 's mindenik azelötti $r > 1$'s $\frown 1$ legyen; mert ha $h = (l_{1} + l_{2} .. + l_{t} + al_{t+1}) : l$, az r_{t} kifejeztébe $h$nak ezen becse tétettvén a jön-ki; 's legyen azelötti r péld r_{3}; ez $= (l_{4} : l_{4}) + (l_{5} + l_{6} ... + al_{t+1}) : l_{4} = 1 +$ olyhaz mely $\frown 0$.

VII. Az a' mód, mely a' 376dik lapon emlittetik, következö: tudniillik hogy ha azon sor-jel, mellyel az $n-1$dik iz mérttezve az $n$diket adja $(n-m) : n$ képre vétettvén, bizonyos izen túl az $m \maltese$. 's $> 1 +$ const., a' sor közelitö; így jött-ki.

Legyen v 's nem >1, $m=(2+v):2$, a' sor-jel lesz $(n-m):n=\frac{2(n-1)-v}{2n}$; 's első iznek 1et téve, az $n$dik $=\frac{2-v}{4}\cdot\frac{4-v}{6}\cdots\frac{2(n-1)-v}{2n}=\frac{1}{nn^h}$; és $n^h=\frac{2}{2-v}\cdot\frac{4}{4-v}\cdot\frac{6}{6-v}\cdots\frac{2(n-1)}{2(n-1)-v}=(1+\frac{v}{2-v})\cdot(1+\frac{v}{4-v})\cdots(1+\frac{v}{2(n-1)-v})$'s innen $n^h>(1+\frac{v}{2})(1+\frac{v}{4})\cdots(1+\frac{v}{2(n-1)})$; tehát $h\lg n>\lg(1+\frac{v}{2})+\lg(1+\frac{v}{4})+\lg(1+\frac{v}{6})\cdots+\lg[1+v:2(n-1)]$; tehát ha a' jobbfelőli tag σnak neveztetik, lesz $h>\sigma:\lg n$. De $\lg n$, az $n=1+x$ vétettvén, azon esmeretes görbe férete, melynek $y$ja $=(1+x)^{-1}$, és azon féret az elébbiekből $=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdots+\frac{1}{n-1}-(\varrho<1)$; és innen $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\cdots+\frac{1}{2(n-1)}=\frac{1}{2}(\lg n+\varrho)$.
Az (173 sz.) pedig

$$\sigma=v\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\cdots+\frac{1}{2(n-1)}\right)$$
$$-\frac{v^2}{2}\left(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{6^2}\cdots+\frac{1}{[2(n-1)]^2}\right)$$
$$+\frac{v^3}{3}\left(\frac{1}{2^3}+\frac{1}{4^3}+\frac{1}{6^3}\cdots+\frac{1}{[2(n-1)]^3}\right)$$

. . . . . .

A' hol ha a' felső sor $s$nek mondatik, $\sigma>\frac{3s}{4}$. Mert akármely függélyi sornak izei legyenek $a,-b,c,-d$.. az elsőn kezdve lefelé; az öszvet $>a-b$'s $<a$; mert $a-b$ hez jön

$c-d\ldots$," és $a-b+c-d=a-(b-c+d)$, az hol $b>c$, 's akármeddig lehet folytatni.

Azonban közönien $a=\frac{v}{2(n-1)}$'s $b=\frac{v^2}{2.4(n-1)^2}$; tehát $a-b=\frac{4(n-1)v-v^2}{2.4(n-1)^2}=\frac{v}{2(n-1)}\cdot\frac{4(n-1)-v}{4(n-1)}$ $=a\cdot\frac{4(n-1)-v}{4(n-1)}=a-\frac{av}{4(n-1)}$; melynek legkisebb beese ha v legnagyobb 's $n=2$, a' mikor is az öszvet $>\frac{3a}{4}$; tehát $\sigma>\frac{3s}{4}$. Tehát $\sigma>\frac{3}{4}\cdot\frac{v}{2}(\lg n+\varrho)$; és így h mely $>\frac{\sigma}{\lg n}$ vala, $>\frac{3v}{8}$. Ha tehát v nem $\frown 0$, h sem $\frown 0$; és így ha $m>1$'s nem $\frown 1$, a' sor közelit.

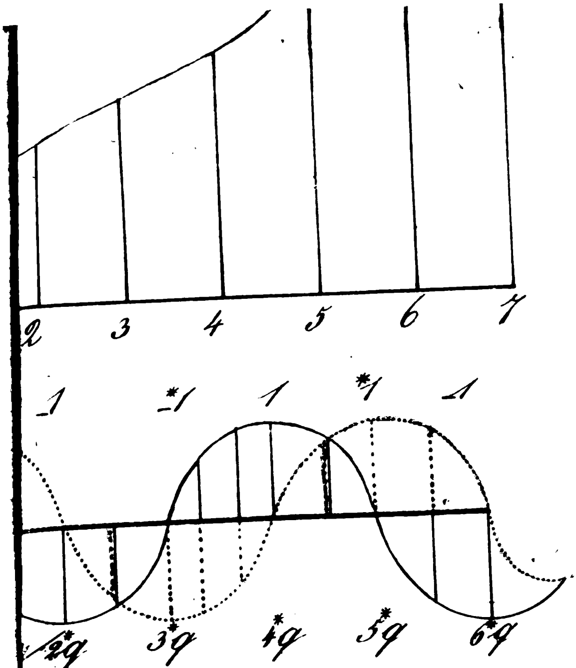
VIII. Ha pedig bár $m>1$, de $\frown 1$; akkor $v\frown 0$, 's a' sor lehet közelitő, 's lehet távozó, (holott az I szerint mindig távozó volna): péld. ha az izkép $1:nn^h$, 's $h=l_1:l$, távozó, mert $r=1$ akkor, 's $n^h=l$, 's ha $h=1:\sqrt{l}$, közelitő, mert $r=\sqrt{l}:l_1$ mely $\frown\infty$; mindenikben látszik, hogy $h\frown 0$, $n^h\frown\infty$, 's hogy $m>1$'s $\frown 1$, meglátszik mindjárt. A' sorjel $\frac{n-m}{n}=\frac{U_n}{U_{n-1}}$ lévén, $m=n-n\frac{U_n}{U_{n-1}}$; az hol vigyázni kell, mert $n\frac{U_n}{U_{n-1}}\frown\infty\cdot 0$, 's ámbár $\frac{U_n}{U_{n-1}}\frown 1$, azért $n\frac{U_n}{U_{n-1}}$ nem $\frown n$. Péld. ha az izkép $\frac{1}{n(n+1)}$, a' sor jel $\frac{n-1}{n+1}$, 's $m=n-\frac{n(n-1)}{n+1}$

$=2n:(n+1) \frown 2$. Ha $U_n : U_{n-1} = (n-1):n$; akkor $m=1$, 's lesz $1:n$ az ízkép: de ha $U_n : U_{n-1} < (n-1):n$, akkor $m>1$. 'S ha $h=h_1:l$, lesz $U_n : U_{n-1} = [(n-1):n] . [(n-1)^{L_1:L} : n^{l_1:l}]$ (az L en $lg(n-1)$'s L_1 en lgL értetvén); 's csak az kérdés, hogy a' jobbfelőli nemző kisebb é 1 nél? 's kisebb, mert a' logarithma $L_1 - l_1 -$. Szintúgy ki jön a' másikba, hogy $m>1$. 'S az elébbiből $v \frown 0$; különben h nem $\frown 0$; tehát $m \frown 1$.

VIII. A' 136 lapra: ha az a kamatja k, 's $b=k\pm q$; lesz $R=a\pm(100q:c)(1-p^n)$; és így R apad $+ q$ val, azután tétellenileg nő, mert $p^n>1$, $-q$ val pedig tétileg nő. 'S innen $a=R\pm(100q:c)(p^n-1)$; 's a' többi is ki-jön, csak p viszen felsőbb egyenletre; 's olyan lehet a' többi, hogy $p>1$ nincs.

A' 103 lapra: az egyeni képviseletben a' terj E magassági negyedszögénynek, a' telj E oldalú négyeg véglapú téglánynak hoszsza lévén, látszik mindeniknek főmértéke. De ezen képviselet inkább gondolati, 's nem ürtani munkát parancsoló: tökéllyel adja ki ugyan az ürtan $a+b$, $a-b$, ab, $a:b$, a^c t, ha mindenik a, b közül öszvemérhetlen is a' főmérték E vel, csak az utolsó esetben $c=n:2^m$ legyen - 's ha csak véges mértten adattnak is meg, min; denik egyent ki-adja, tudván a' főmértéket osztani, 's akárhány részt venni. Szintúgy tudja az egyent mérni a' főmértékre nézt, mikor végesen lehetlen is, 's mikor tökéllyel nem ád, végnélkül közelit: a' számito tan ab t se adhatja ki másként, ha mindenik öszvemérhetlen; söt nem is mozdulhat, mig meg nem mérettnek, mint az ürtan főmérték nélkül nem teheti.

A' 326 lapon 2:3 *helyett* 3:2 *kell*, 's f^2 az elébbi 1 re nézt van.


2 3 4 5 6 7
1 *1 1 *1 1
*2q 3q *4q *5q 6q