

# tanulmányok

72/1977

1977 MAR 17



MTA Számítástechnikai és Automatizálási Kutató Intézet Budapest







MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
SZÁMITÁSTECHNIKAI ÉS AUTOMATIZÁLÁSI KUTATÓ INTÉZETE

MODELL-REFERENCIÁS ADAPTIV RENDSZEREK  
TERVEZÉSÉNEK NÉHÁNY PROBLÉMÁJA

Kandidátusi értekezés

Irta:

PHAM THUONG CAT

Aspiráns vezető:

DR SOMLÓ JÁNOS  
a műsz. tud. kand.

Tanulmányok 72/1977.

A KIADÁÉSRRT FELELŐS:

DR VÁMOS TIBOR

ISBN 963 311 055 6

ISSN 0324-2951

Készült az  
ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT  
Budapest, VIII., Reviczky u. 6.  
házi sokszorosító üzemében.  
P. v.: János Gyula

TARTALOMJEGYZÉK

<u>A DISSZERTÁCIÓBAN HASZNÁLT JELÖLÉSEK</u> .....	7
I. <u>BEVEZETÉS</u> .....	9
II. <u>ALAPFOGALMAK ÉS IRODALMI ÖSSZEFOGLALÁS</u> .....	12
Következtetések .....	26
III. <u>A HIPERSTABILITÁS FOGALMA ÉS NÉHÁNY ALAPTÉTELE</u> <u>A MODELLREFERENCIÁS ADAPTIV RENDSZEREK TERVEZÉSÉHEZ</u> .....	29
3.1 A hiperstabilitás definíciói A hiperstabilitás definíciói folyamatos rendszerekre .....	29
A hiperstabilitás definíciói diszkrét rend- szerekre .....	9
3.2 Modell-referenciás adaptiv rendszerek tervezésekor felhasznált néhány hiperstabilitás tétel .....	33
Folyamatos rendszerekre vonatkozó tételek	
1. Tétel .....	33
2. Tétel .....	36
Diszkrét rendszerekre vonatkozó tételek	
3. Tétel .....	41
4. Tétel .....	47
Késleltetési rendszerekre vonatkozó tétel	
5. Tétel .....	52
Összefoglalás .....	55
IV. <u>MODELL-REFERENCIÁS ADAPTIV RENDSZEREK TERVEZÉSE</u> ...	57
4.1 Folyamatos Modell-referenciás adaptiv rendszerek	57
4.1.1 Adaptiv irányítás paraméteradaptációval.	
A PID adaptációs algoritmus .....	57
Szimulációs példa .....	69

4.1.2	Adaptív irányítás paraméteradaptációval el nem érhető paraméterű folyamat esetén .....	81
4.1.3	Adaptív irányítás jeladaptációval .....	86
4.1.4	Adaptív identifikáció zajmentes esetben ....	94
4.1.5	Adaptív identifikáció zajos esetben .....	100
	Szimulációs példa .....	103
4.1.6	Nemlineáris folyamat adaptív irányítása ....	110
	Szimulációs példa .....	111
4.1.7	Értékelés és következtetések .....	117
4.2	Diszkrét modell-referenciás adaptív rendszerek	117
4.2.1	Adaptív irányítás paraméteradaptálással. A PID adaptációs algoritmus diszkrét esetben	117
	Szimulációs példa .....	128
4.2.2	Adaptív irányítás jeladaptációval .....	130
	Szimulációs példa .....	140
4.2.3	Modell-referenciás adaptív identifikáció zajmentes esetben .....	141
4.2.4	Modell-referenciás adaptív identifikáció zajos esetben .....	148
4.2.5	Nemlineáris diszkrét folyamat adaptív irányítása .....	153
4.2.6	Értékelés .....	157
4.3	Késleltetési modell-referenciás adaptív rendszerek .....	158
4.3.1	Paraméteradaptáció .....	158
4.3.2	Jeladaptáció .....	165
4.3.3	Adaptív identifikáció zajmentes esetben ...	169
4.3.4	Adaptív identifikáció zajos esetben .....	172
	Szimuláció .....	176
4.3.5	Neutrális típusú differenciál egyenlettel leírható folyamatok identifikálása .....	185
	Szimulációs példa .....	194
4.3.6	Funkcionális differenciálegyenlettel leírható folyamatok adaptív irányítása és identifikálása .....	195
4.3.7	Értékelés .....	201



4.4 Modell-referenciás adaptív rendszerek	
tervezése .....	203
4.4.1 Visszacsatolásos adaptív algoritmus .....	203
4.4.2 A PID adaptációs algoritmus levezetése	
Ljapunov féle direkt tervezési módszerrel ...	209
4.4.3 Szimulációs példa visszacsatolásos adaptív	
algoritmusra .....	212
4.5 Értékelés és további kutatási lehetőségek a	
témával kapcsolatban .....	217
V. Irodalom .....	219



A DISSZERTÁCIÓBAN HASZNÁLT JELÖLÉSEK

$R^n$	n-dimenziós euklideszi tér
$R_+$	pozitív számok halmaza
$R_-$	negatív számok halmaza
$A, B, C, \dots$	mátrixok
$e, z, v, x, y$	vektorok
$  x   = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}$	zajvektorok
$\xi(t), \zeta(t) \dots$	zajvektorok
$Z^n$	n-dimenziós zajtér
$\rho(v)$	v-nek $\rho$ operátora
$\lambda_i(A)$	az A mátrix i-edik sajátértéke
$\text{Re}\lambda_i$	$\lambda_i$ reális része
$\forall$	minden
$\forall t < 0$	minden $t < 0$ -ra
I	egység mátrix
$P^T, x^T$	P mátrix ill. x vektor transzponáltja
$P > 0$	P pozitív definit mátrix
$P \geq 0$	P pozitív definit vagy pozitív szemidefinit mátrix
$M\{\xi\}; \tilde{\xi}$	$\xi$ várható értéke
$  A   = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij}^2}$	
$\gamma(x_0)$	$\gamma$ szám, amely csak $x_0$ -tól függ
s	Laplace transzformáció operátora
z	z-transzformáció operátora
$\forall \text{Re}\lambda_i \in R_-$	minden $\lambda_i$ a komplex sík bal oldalán helyezkedik el
$ \lambda_i $	$\lambda_i$ abszolút értéke
$A_{ij}$	A mátrix ij-ik eleme
$x_i$	x vektor i-ik eleme
kvadratikus alak:	$x^T Q x > 0$





## 1. BEVEZETÉS

Az utóbbi évtizedben a modell referenciás adaptív rendszerek tervezése és megvalósítása az egyik legfontosabb téma az irányítás elméleti kutatásokban. A világ különböző országaiban megjelent számos publikáció a téma időszerűségét bizonyítja. Megemlítünk néhány ismert szerzőt, akik több cikket publikáltak erről a témáról.

a Szovjetunióból: В.Ю. Рутковский, И.Н. Крутова, С.Д.Земляков, Б.Н. Петров: [109] [132] [133] [63] [64]  
Nguyen Thuc Loan [77] - [81] [144]

az USA-ból: R.L.Caroll, R.V.Monopoli, Tudor Ionescu, G. Lüders, K.S. Narendra, P.Kudva [21] [22] [43] [33] [87]-[89] [95] [56] [59] [60].;

Angliából: P.C. Parkas, D.P. Lindroff [83] [84] [62] [37] [104] [105] 106]

Franciaországból: I.D. Landau [67] - [75]  
B. Courtial [18] [13] [23]

Canadából: B. Porter, M.L. Tatnall [107] [110] [112]

A témáról számos publikáció jelent meg, de továbbra is aktív kutatási terület maradt, amelyben újabb és újabb eredmények születnek. A technika, nevezetesen az elektrotechnika, a számítástechnika rohamos fejlődése lehetővé teszi a modell-referenciás adaptív rendszerek implementációját. Ezért a témával nem csak az elméleti irodalom foglalkozik, hanem a gyakorlati alkalmazásokról szóló beszámolók is megjelennek [126] [68] [4] [23] [30]. Mivel a modell-referenciás adaptív rendszerek megvalósítása a többi adaptív rendszerekkel szemben viszonylag egyszerűbben kezelhető, ezért várható, hogy a jövőben fontos szerepet fog játszani az irányítási és identifikálási feladatokban.

A disszertáció rendszeresen kívánja tárgyalni a különböző típusu /folyamatos, diszkrét és késleltetési/ modell-referenciás rendszerek stabilitási módszeren alapuló tervezési módszerét és újabb eredményeket nyújt a témával kapcsolatban. A bevezetés utáni rész a modell-referenciás adaptív rendszerekkel kapcsolatos alapfogalmakat, osztályozási módjaikat, tervezési módszereiket és az eddig kapott eredményeket közli.

A harmadik fejezetben alaptételeket ad modell-referenciás és adaptív rendszereknek hiper stabilitási módszerrel való tervezéséhez. A tételeket a 4. fejezet felhasználja különböző feladatok megoldásában. A 4. fejezet sorra veszi a folyamatos, diszkrét és késleltetési modell-referenciás adaptív rendszerek tervezését a 4.1., 4.2 ill. 4.3. alpontokban. Mindegyik részlegesen tárgyalja az adaptív irányítás és az adaptív identifikáció feladatait. A javasolt módszer minőségét szimulációs eredmények illusztrálják.

A 4.4. rész bemutatja a Ljupanov módszer alkalmazását modell-referenciás adaptív rendszerek tervezéséhez. Az itt kapott eredmények az előző pontokban kapott eredményekkel nagyon szoros kapcsolatban vannak.

Az adaptív tulajdonságu rendszerekre olyankor van szükség, amikor az irányított folyamatok paraméterei általában, előre nem becsülhető módon változnak a folyamat belső, ill. külső működési feltételeinek változásai következtében. Ilyenkor még a jól tervezett, állandó paraméterű PID szabályozó sem ad kielégítő megoldást. Az is tény, hogy az adaptív rendszerek megvalósítása költségesebb, mint a közönséges rendszereké, de ennek ellenére bevezetésük nélkülözhetetlen olyan folyamatoknál, ahol gyors alkalmazkodásra van szükség. Ilyen folyamatok pl: űrhajók, repülőgépek irányítása, kémiai reaktorok szabályozása, szerszámgépek optimális irányítása stb.



Az adaptációs folyamatra vonatkozó két legfontosabb követelmény a folyamat gyorsasága és stabilitása. Minimumot kereső módszerek általában jó eredményeket adnak, de nem biztosítják a rendszer globális stabilitását. A rendszer folyamatának gyorsasága attól is függ, hogy mekkora a kezdeti pont távolsága a minimumhelytől. A stabilitáson alapuló módszerek viszont biztosítják a globális stabilitást. Emellett a rendszer folyamatának gyorsasága a többi módszerekhez képest gyorsabb. Ez az oka annak, hogy jelenleg és várhatóan a jövőben is ezekre a stabilitási módszerekre irányulnak a leglényegesebb kutatások.

## II. ALAPFOGALMAK ÉS IRODALOM ÖSSZEFOGLALÁS

A Modell-Referenciás Adaptív Rendszerek /továbbiakban MRAR/ az adaptív rendszerek egy csoportját alkotják. Az adaptáció Я.З. Цыпкин [18] szerint a következő:

"Az adaptáció alatt azt a folyamatot értjük, amely a rendszer kezdeti meghatározottságának és működés közben előre nem becsülhető módon való változásainak ellenére megváltoztatja a rendszer strukturáját és paramétereit, működés közben kapott információk alapján úgy, hogy a rendszer viselkedése meghatározott optimális célt érjen el."

A MRAR pontos definiálásához tekintsük meg az 1. ábrán látható alap konfigurációt. A referencia modell az adaptált rendszer kívánt kimenetét adja. Tehát az adaptált rendszer minőségi követelményeit a modell tartalmazza.

Az adaptív kör feladata az, hogy a modell és az adaptált rendszer kimenete közötti eltérésre megfogalmazott célfüggvényt minimalizálja. Ez az adaptív rendszer paramétereit /paraméter adaptáció/ módosítja, vagy a bemenő jelhez hozzáadandó segédjelet hoz létre /jel adaptáció/.

Legyen az adaptált rendszer egyenlete a következő:

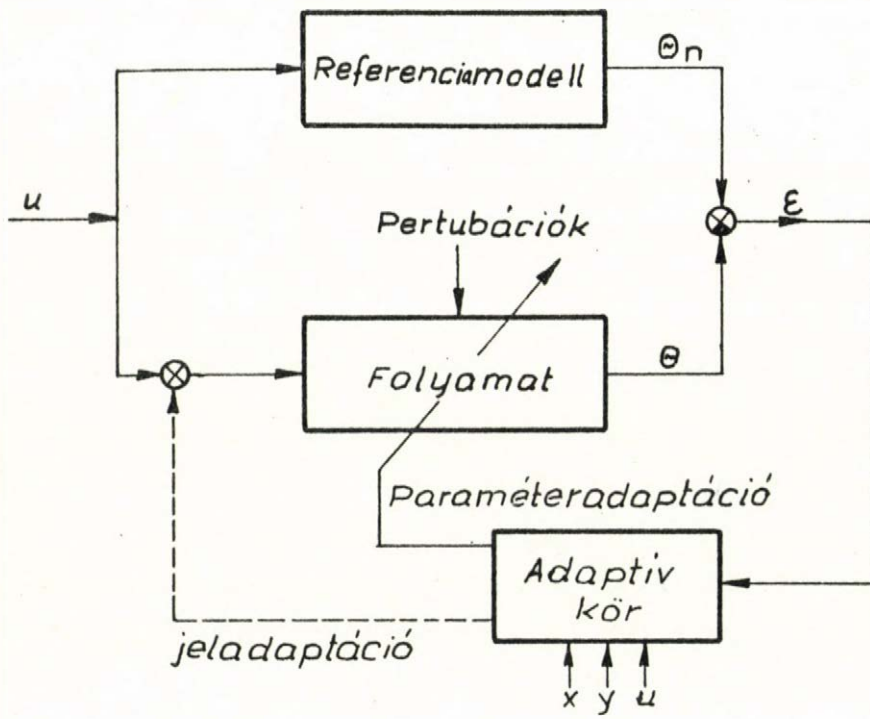
$$\dot{\theta}(t) = f(u, p, x, t)$$

a modell egyenlete:

$$\dot{\theta}_m(t) = f_m(u, p_m, y, t)$$

ahol  $x, y$  állapotvektorok / $n$  dimenziósak/,  $u$  bemenő vektor, / $m$  dimenziós/,  $p$  ill.  $p_m$  az adaptált rendszer ill. a modell paramétervektora /nem szükségszerűen azonos dimenzióúak/,  $\theta$  ill.  $\theta_m$  a kimenő vektorok / $r$  dimenziósak/.





1. ábra

A MRAR ALAP KONFIGURÁCIÓJA

Bevezetjük a következő definíciókat:

+ Állapóthiba vektor

$$e(t) = y(t) - x(t)$$

+ Kimeneti hiba vektor

$$\varepsilon(t) = \theta_m(t) - \theta(t)$$

+ Állapottávolság: az  $e(t)$  normája  $|||e(t)|||$

+ Paraméterhiba mátrix /vagy vektor/

$$H = P_m - P_I$$

+ Paramétertávolság: H normája  $|||H|||$

+ Célfüggvény

$$IP = F(H, e, t)$$

amely a modell és folyamat közötti eltérést kifejezi  
/F lehet funkcionál is/

+ Adaptált rendszer: olyan rendszer, amely paramétereinek változtatásával vagy /és bemenőjelek célszerű változtatásával szabályozza saját viselkedését.

+ Model Referenciás Adaptív Rendszer: olyan modellt és változtatható részt is tartalmazó rendszer, amely az IP célfüggvényt paraméter adaptációval, vagy jeladaptációval az adaptív körön keresztül minimalizálja.

A fenti definíció alapján nagyon sok típusu MRAR van. Osztályozásuk különböző szempontból következésképpen történhet:

+ Struktúra szerint:

Párhuzamos MRAR /2.a. ábra/

Soros MRAR /2.b. ábra/

Soros párhuzamos MRAR/2.c. ábra/

Egyéb strukturáju MRAR. Ide tartoznak pl. többszintű MRAR, MRAR-t alkalmazó optimális rendszerek, stb.

+ Adaptáció módja szerint:

Paraméter adaptáció: változtatjuk az adaptált rendszer paramétereit.

Jeladaptáció: Adaptációs segédjeleket hozunk létre, amelyek az  $u(t)$  bemenőjellel együtt vezérlik az adaptált rendszert.

Vegyes adaptáció: /Paraméter + jel adaptáció/

+ Célfüggvény szerint:

A kimeneti hiba normájának minimalizálása.

Az állapot távolság minimalizálása.

A struktúra távolság minimalizálása.

Egyéb célfüggvény minimalizálása.

+ Alkalmazás szerint:

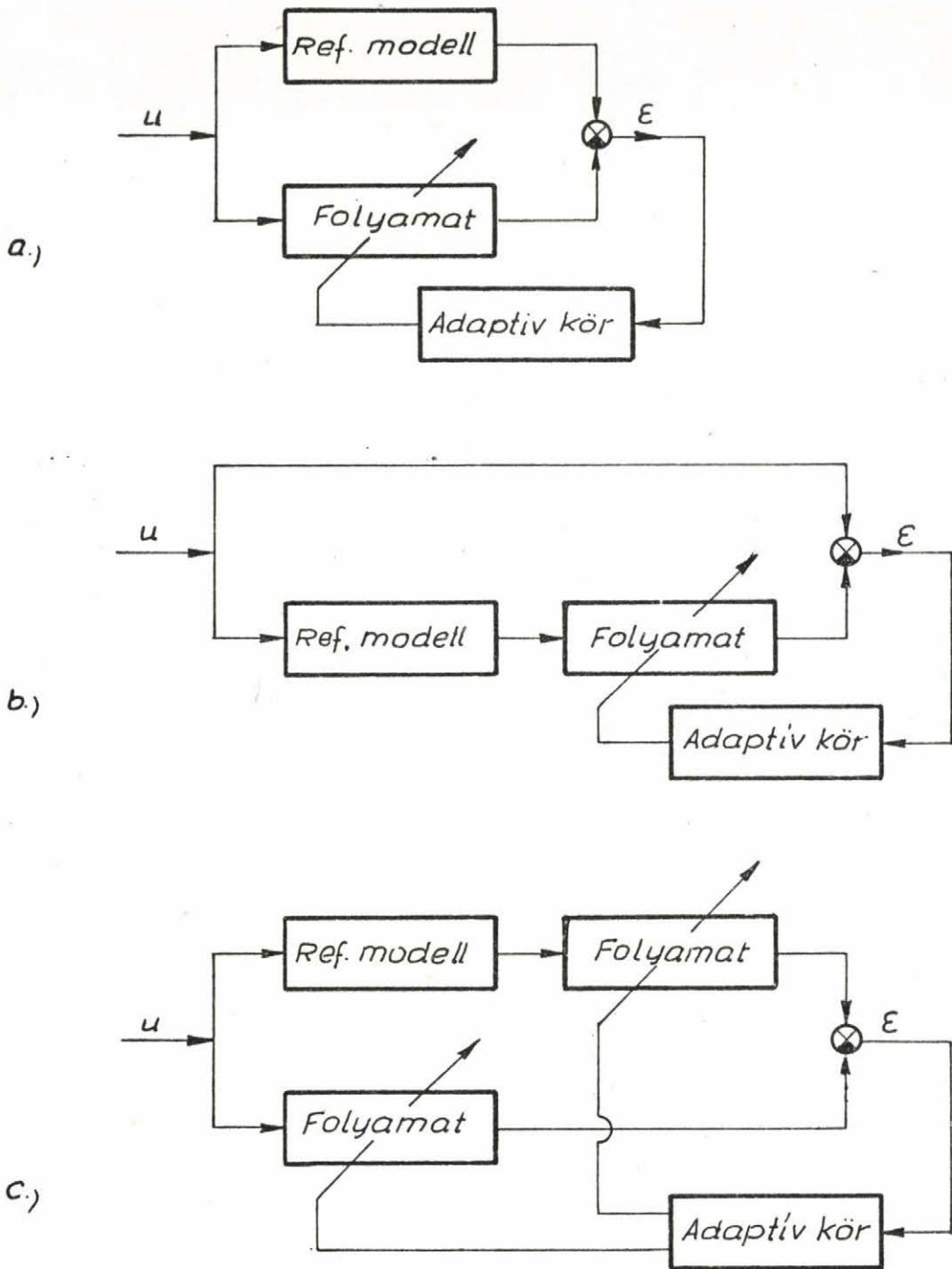
- Adaptív irányítás: adaptívan irányítjuk a folyamatot, hogy kimenete az előre megtervezett modell kimenetét kövesse.

- Modellel történő adaptív identifikáció:

Adaptáljuk a modell paramétereit, úgy, hogy a folyamat ismeretlen paramétereit kövessék.

- Adaptív stabilizálás: adaptívan vezéreljük a visszacsatoló ág paramétereit úgy, hogy az egész zárt rendszer stabilis legyen. /3. ábra/

- Adaptív állapotbecslés.



2. ábra

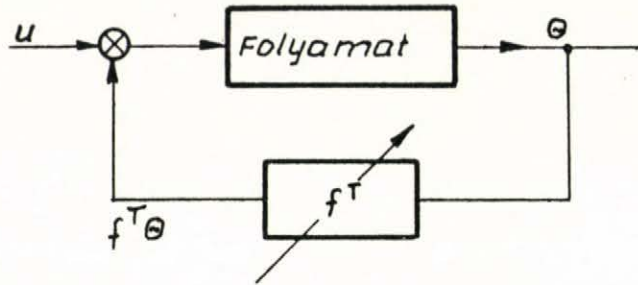
A MRAR ALAPSTRUKTÚRÁJA

a.) Párhuzamos

b.) Soros

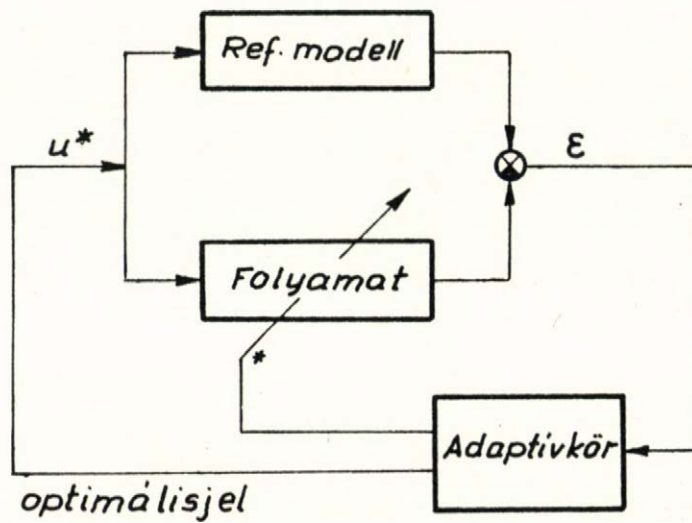
c.) Soros - Párhuzamos





3. ábra

ADAPTIV PÓLUS ELHELYEZÉS



4. ábra

OPTIMÁLIS ADAPTIV irányítás

- Optimális adaptív irányítás /4. ábra/
- + A folyamat jellemzői szerint:
  - Folyamatos MRAR: amikor a rendszert differenciál egyenlet írja le.
  - Diszkrét MRAR: amikor a rendszert differencia egyenlet írja le.
  - Késleltetéses: a MRAR dinamikájában időkésleltetés van.

Ezenkívül a folyamat dinamikájának lineáris ill. nem-lineáris voltától függően beszélünk lineáris ill. nem-lineáris MRAR-ról.

Megemlítjük, hogy a fenti osztályozási módok nem egyedüliek, vagyis kibővíthetők más szempontok alapján, vagy más csoportok alakíthatók ki.

A fenti osztályozási mód egyrészt nagyvonalu képet kíván adni a MRAR-ekről, másrészt a disszertáció későbbi részében használt alapfogalmakat kívánja definiálni. Fentebb használta az adaptált rendszer, referencia modell és folyamat fogalmakat. Az, hogy a folyamat mikor modellet, mikor adaptált rendszert képvisel, a feladattól függ. Például az adaptív irányításban a folyamat mint adaptált rendszer viselkedik; a referencia-modell egy előre tervezett vagy számítógépben szimulált rendszer. Az adaptív identifikációban ezek szerepet cserélnek. Ilyenkor a folyamat a referencia modell szerepét játssza és az adaptált rendszer lehet egy számítógépen szimulált rendszer.

MRAR-ek tervezésének fő problémája az adaptív kör tervezése. Ez tulajdonképpen az adaptációs algoritmus keresése. Ezenkívül szintén a tervezéshez tartoznak a MRAR megfelelő strukturájának megállapítása, a megvalósításhoz tartozó érzékelők, A/D, D/A átalakítók, stb. tervezése és megépítése.

A jelen disszertáció csak az adaptációs algoritmus és a feladatra orientált struktúra tervezését tárgyalja részletesen. Konkrét gyakorlati megvalósítást a rendelkezésre álló idő nem enged meg. Azonban az elvégzett szimulációs vizsgálatok megteremtik a gyakorlathoz való továbblépés közvetlen lehetőségét.

Az adaptív kör tervezésének számos módszere a következő csoportokba foglalható össze:

+ A paraméter optimalizáción alapuló módszerek:

Ezeknek a módszereknek lényege a következő:

Az IP kritérium a modell és az adaptált rendszer állapottávolságát és strukturatávolságát fejezi ki kvadrátikus alakban. Az optimális pont tehát:  $IP = 0$  értéknek felel meg.

A paraméter optimalizáció az  $IP = 0$  ponthoz vezető paraméter változás algoritmusát adja.

Ezeket a módszereket, számos esetben, az adaptív rendszerekben alkalmazzák. Ismert paraméter optimalizációs módszerek pl:

- gradiens módszer,
- a leggyorsabb ereszkedés módszere,
- a Newton-Raphson módszer.

Ezek a módszerek nem adnak globális stabilitást és konvergenciájuk lassu. Mivel ezek az adaptív és optimális rendszerek legismertebb típusai, az irodalom részletes taglalásukat adja [30] [38] [92] [136].

+ Stabilitási elméleten alapuló módszerek:

A feladat megfogalmazása a következő:

Adott  $e(t = t_0) \neq \infty$  -ra keresünk olyan adaptációs algoritmust, amely biztosítja:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} M\{e(t)\} = 0 \quad \begin{array}{l} \forall u(t) \in R^m \\ \forall \xi(t) \in Z^n \end{array}$$



ahol

$R^m$  bemenő jelek tere  
 $Z^n$  zajok tere.

A feladat megoldására először a Ljapunov módszert alkalmazták, zajmentes esetre [37] [90] [91] [84] [105]. Később a korlátos bemenet, korlátos kimenet és hiperstabilitás elméletének alkalmazása került az előtérbe [70] [72] [43] [78] [81]. A sztochasztikus stabilitás elméletének alkalmazása várhatólag vezető szerepet fog szerezni a MRAR-ok tervezésében, hiszen a valódi folyamat mindig zajos. Így a determinisztikus leírasmód nyilvánvalóan nem megfelelő.

A stabilitáson alapuló módszerek gyorsabban konvergáló eredményeket adnak [37] [68]. Ezenkívül biztosítják a globális stabilitást. Nyitott problémák maradnak még például: a szabad paraméterek optimális megválasztása és a zajos folyamatok modell-referenciás adaptív rendszere ...

+ Becsléselméleten alapuló módszerek:

Ezek a módszerek zajos MRAR-ek tervezésére szolgálnak. Alkalmazási területük főleg az állapot- és paraméter identifikáció. Legterjedtebb a legkisebb négyzetek módszere. A maximum likelihood módszer a MRAR tervezésére is használható [116]. A modellel történő identifikációra alkalmazható különböző becslési módszerek összefoglalása a következő munkákban található meg [5] [123]. A [137] munka olyan módszert javasol, amely a modell és az adaptált rendszer sajátvektorainak távolságát minimalizálja. Ez a gondolat további munkákban [76] [131] folytatódik.

A [124] munka az "esetleges stabilitás" fogalmát alkalmazza az IP kritérium csökkenési sebességének minimalizálását eredményező algoritmus bizonyítására.

A kibővített Kálmán szűrő elméletet és a feltételes Markov folyamatok elméletét alkalmazza a [53] munka. A [77] [78] munkák a struktúra hiba analizisére javasolták a Ljapunov függvény használatát. Az eddig publikált módszerekkel kapott eredmények előnyei és hátrányai mutatják, hogy még nem létezik olyan módszer, amely optimális adaptív kört eredményez. Az optimális szabad paraméterek megválasztásának módszere még nem ismeretes.

A módszerek összehasonlításából az derült ki, hogy a globális stabilitást a stabilitáson alapuló módszerek adják. A gyors adaptálási folyamatot szintén ezek eredményezik. Alkalmazásuk mátrix invertálást nem tesz szükségessé.

Ez számítástechnikailag előnyt jelent más módszerekkel szemben.

A strukturát tekintve legtöbb publikált MRAR párhuzamos típusu [29] [36] [118] [119] és ezeket főleg az adaptív irányításban alkalmazzák. Identifikációs feladatok megoldására elsősorban a soros-párhuzamos strukturájú MRAR-eket, másodsorban a párhuzamos MRAR-eket alkalmazzák. Mivel a feladat megoldása matematikailag több uton közelíthető, ezért elképzelhető, hogy ugyanarra a feladatra több strukturájú MRAR is alkalmas [27].

Mint említettük, az adaptációs algoritmus keresése jelenti a fő feladatot a MRAR-et tervezésében.

A Model Referenciás Adaptív Technikában az elsőnek tekinthető M.I.T. /"Model Reference Adaptive System for Aircraft" M.I.T. Instrumentation Laboratory Rept. R-154, 1958/ adaptációs algoritmustól kezdően mostanáig számos adaptációs algoritmust dolgoztak ki. Ezek az alábbi típusokba tartoznak:

- Integrált típusu /I. típus/ adaptációs algoritmus:



Az adaptálás a következő törvény szerint történik:

$$(\text{Par.}) = (\text{Sz.par}) \int_0^t (\text{hiba}) \cdot (\text{jel}) dt + (\text{Par}(0))$$

ahol

(Par(0))	kezdeti érték
(Par.)	adaptációs paraméter
(Sz.par)	szabadon választható paraméter
(hiba)	a modell és adaptált módszer közti hiba kompenzált értéke
(jel)	a folyamat megfelelő jele /bemenő-, kimenő-, vagy állapot jel./

Az I típusu algoritmus az alapvető algoritmus. Mivel a /jel/ és /hiba/ integrál alatt van, ezért zajokra kevésbé érzékeny és az alkalmazott /jel/ gyors változása nem idézi elő a paraméter gyors követését. Számos publikáció ezt a típust javasolja [107] [134] [91] [81] [70] [29].

- Arányos + Integrált típusu adaptációs algoritmus:

/PI: /Proportional + Integral /típus/

A PI típusu adaptációs algoritmus alkalmazásakor az integráló tag mellett arányos tag is van.

$$(\text{Par.}) = (\text{Sz.Par}) \int_0^t (\text{hiba}) \cdot (\text{jel}) dt + (\text{Sz.par}) (\text{hiba}) \cdot (\text{jel}) + (\text{Par}(0))$$

Arányos tag jelenlétében az adaptációs algoritmus a /hiba/ és a /jel/ negységára érzékenyebb.

Az adaptáció kezdetén, amikor a /hiba/ még nagy, az arányos tag hatása dominál. Az adaptáció végén, /hiba/ → 0 és /jel/ korlátossága miatt a PI típusu algoritmus úgy viselkedik mint az I típus.

A PI adaptációs algoritmusra a [36] [138] munkák Ljapunov módszerrel, a [72] munka hiperstabilitási módszerrel jutottak.

- Integral + Arányos + Differenciáló típusu adaptációs algoritmus. /PID típus: Proportional + Integral + Differential/.

Ez a típus a legujabban vált ismeretessé [24].

A jelen disszertációban ezt az algoritmust le is vezetjük. Ez a legáltalánosabb az ismertetett típusok közül. A PID típus a P és I tagokon kívül Differenciáló tagot is tartalmaz. Leírása tehát:

$$\begin{aligned} (\text{Par.}) = & (\text{Sz.par}) \int^t (\text{hiba})(\text{jel}) dt + (\text{Sz.par}) (\text{hiba})(\text{jel}) + \\ & + (\text{Sz.par}) \frac{d}{dt} (\text{hiba})(\text{jel}) + (\text{Par.}(0)) \end{aligned}$$

Mivel differenciálótag is szerepel, ezért az adaptáció a /hiba/ és /jel/ változásának sebességére is reagál. Gyorsabb adaptációs folyamatot eredményez, de nagyobb az oszcilláció veszélye ennek során.

A PID adaptációs algoritmus Ljapunov módszerrel is levezethető [27].

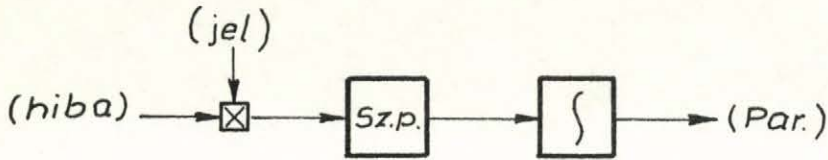
A fenti adaptációs algoritmusok az un. előre csatolt algoritmusokhoz tartoznak, mert hatás vázlatunk /5.a., 5.b., 5.c. ábra/ visszacsatolásmentes.

- Visszacsatolásos adaptációs algoritmus:

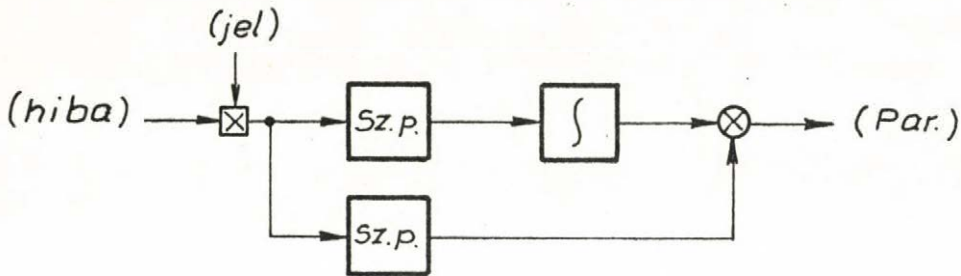
Működése az alábbi egyenlet szerint történik:

$$\frac{d}{dt} (\text{Par.}) = (\text{Sz.Par.}) (\text{Par.}) + (\text{Sz.Par.}) \cdot (\text{hiba})(\text{jel})$$

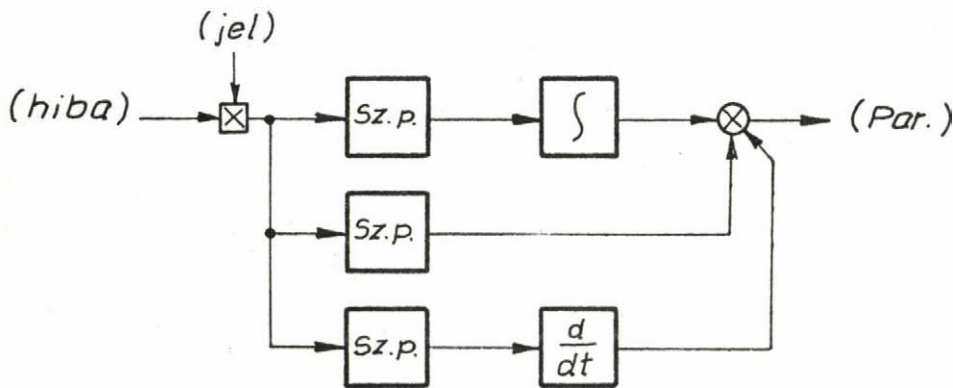




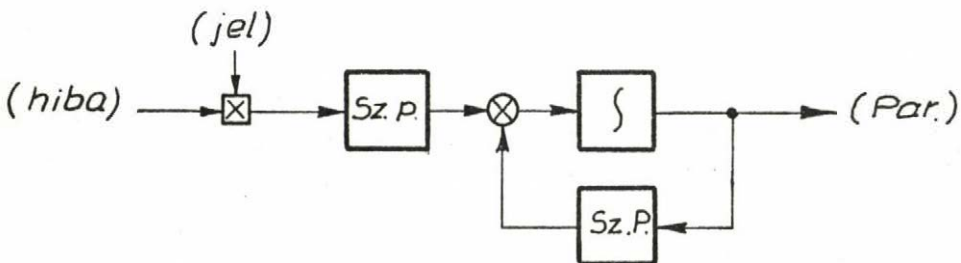
a.) Integral típusú (I) adaptációs algoritmus



b.) Proportional + Integral (PI) típusú adaptációs algoritmus



c.) Proportional + Integral + Differential (PID) típusú adaptációs algoritmus



d.) Visszacsatolásos adaptív algoritmus

5. ábra

ADAPTÁCIÓS ALGORITMUSOK

Az algoritmus levezetése a [27] munkában található meg.

A fenti algoritmusokon kívül természetesen létezhetnek más algoritmusok is.

Az alkalmazásokban az I típust szívesen használják egyszerűsége és stabilitási tulajdonsága miatt.

A diszkrét MRAR-ekben hasonló algoritmusokat dolgoztak ki. A különbség csak az, hogy integráló tagok helyett szummátorok és a differenciáló tagok helyett differenciaképző tagok szerepelnek. A diszkrét I típussal a [12] [43] [118] munkák, PI típussal [11] [73] munkák és a PID típussal a [31] munka foglalkoztak. Az egyes tagok hatása hasonló a folyamatos esetéhez.

Az eddig publikált MRAR-ek többségét először a lineáris folyamatos rendszerekre, majd a lineáris diszkrét rendszerekre dolgozták ki.

A sztochasztikus MRAR-okról megjelent néhány dolgozat [47] [125] [19], viszont a késleltetéses MRAR-okat a szakirodalom az eddigiekben még nem tárgyalta.

Ezt a hézagot is pótolni kívánja a disszertáció. A nemlineáris rendszerekre való kiterjesztéssel a [39] [86] [76] munkák foglalkoztak.

MRAR-ek megvalósításának lehetőségeit a számítástechnika fejlődése nagymértékben fokozza. Elsősorban a repülőgép, autopilóta és tengeri hajó önirányító berendezés tervezésében alkalmazzák [47] [6] [10] [75] [99]. Alkalmaznak MRAR-eket elektromechanikában [13] [23] [34] [107], hő és kémiai rendszerekben [139] [140] [141] [142].

A [38] munka belső égésű motorok MRAR-rel történő azonosítását tárgyalja. Nem meglepő, hogy a MRAR-ek alkalmazása a gyakorlati életben egyre terjed és a műszaki alkalmazások mellett közgazdasági, mezőgazdasági és orvosi tudomá-



nyi alkalmazásai is megjelennek.

A disszertáció matematikai alapjai: a lineáris algebra [115] [7] [8] [20]; differenciál, differencia egyenlet [9] [40] [41] [48] [51] [103] és stabilitáselmélet [15] [40] [49] [50].

A disszertáció az állapotter módszer alkalmazva [15] [16] [117] sorra részletesen megvizsgálja a lineáris folyamatos, diszkrét és késleltetési MRAR-eket.

Az említett MRAR-ek tervezésére a stabilitáson alapuló módszer használja.

A korrekt eredmények elérése érdekében először néhány egyszerű, de a MRAR-ek tervezéséhez alapvető, stabilitási tételek bizonyítottunk be.

#### Összefoglalás és következtetések:

- + A Modell Referenciás Adaptív Rendszerek analízisének és szintézisének témaköre a 60-as években vetődött fel, de a kutatási terület még ma is nagyon fiatal és új eredményeket, lehetőségeket nyújt az irányítástechnika jövőbeli fejlődéséhez.
- + A különböző tervezési módszereket összehasonlítva számítógépes szimulációs módszerrel, azt látjuk, hogy a stabilitáson alapuló módszer adaptációs folyamat globálisan stabilis rendszereket eredményez. Ezért a jövőben a gyors adaptálást igénylő folyamatok irányításában, várhatóan, a módszer alkalmazása el fog terjedni.
- + A stabilitáson alapuló tervezési módszer realizálható megfelelő Ljapunov függvény megválasztásával, vagy a hiperstabilitás biztosításával. A hiperstabilitási módszer tulajdonképpen V.M. Popov [113] [114] hiperstabilitási eredménye, Yakubovich és Kálmán [93] [143] rea-

lizálhatósági tételen alapszik, amelyek szorosan kapcsolódnak az átviteli mátrix *erősen pozitív reális* tulajdonságával.

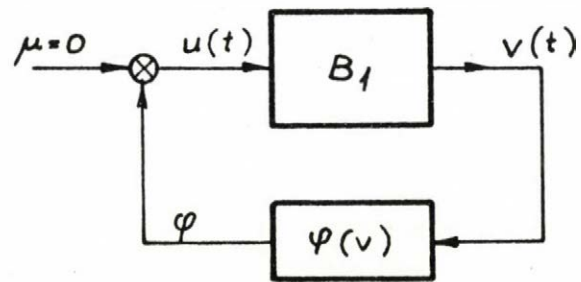
Az átviteli mátrix erősen pozitív reális tulajdonságának megállapítása nem könnyű feladat, ezért célszerű olyan megállapításokat tenni, amelyek lehetővé teszik ennek elkerülését.

- + A legtöbb publikáció folyamatos MRAR-ekkel foglalkozik. Vannak munkák diszkrét MRAR-ek területén is. A késleltetéses MRAR-ek még azért nem terjedtek el, mert matematikai hátterük még nincs tisztán kidolgozva. /A pozitív reális átviteli mátrix ezeknél még kevésbé ismeretes./

Vannak olyan folyamatok, amelyeknek leírása pontosabb időkésleltetéses differenciál egyenletrendszerrel mint differenciál egyenletrendszerrel. Ezért érdemes a modell referenciás adaptivtechnikát továbbfejleszteni az időkésleltetéses rendszerekre is.

- + Lényeges feladat az adaptációs algoritmusokat továbbfejleszteni, újabbakat kifejleszteni és elemezni. Mivel az adaptációs algoritmusok az elégséges feltételekből /Ljapunov elégségességi tétel, a hiperstabilitást biztosító elégségességi tétel/ fejleszthetők ki, ezért nem kizárt az, hogy az ismeretes algoritmusoknál léteznek még jobbak és konkrét feladatokra alkalmasabbak.
- + Végül célszerű zajos folyamatokra kiterjeszteni ezt a technikát, mert a valóságos folyamatok zöme zajos. A [80] [144] munkák ezt a kérdést érintették, de a feltett feltételek mellett az eredmények bizonytalanok.





6. ábra

III. HIPERSTABILITÁS FOGALMA ÉS NÉHÁNY ALAPTÉTELE A MODELL  
REFERENCIÁS ADAPTIV RENDSZEREK TERVEZÉSÉHEZ.

3.1 A hiperstabilitás fogalma és definíciói

A hiperstabilitás fogalmát először V.M. Popov román matematikus vezette be [2] [113] [114], hogy jellemezze a visszacsatolós rendszerek egy osztályának általános tulajdonságát.

Vizsgáljuk a 6. ábrán látható visszacsatolt rendszert. Az ábrázolt rendszer egy  $B_1$  főblokkból és visszacsatoló blokkból áll. A visszacsatolás módját a  $\rho(v)$  függvény írja le.

A hiperstabilitási módszer célja a fenti visszacsatolt rendszer stabilitási kritériumát megkeresné olyan  $\rho(v)$  visszacsatolási osztályra, amelyre teljesül a

$$\int_0^{\infty} \rho^T(v(t)) v(t) dt \leq \mu_0^2 \quad (3.1)$$

egyenlőtlenség, ahol  $\mu_0$  konstans. Vagyis, a hiperstabilitás nem más mint a  $B_1$  blokk olyan tulajdonsága, amely stabilis rendszert hoz létre olyan  $\rho(v)$  visszacsatolással, amely az (3.1) egyenlőtlenséget kielégíti.

Ehelyett azt szokás mondani, hogy a  $B_1$  blokk hiperstabilis.

A hiperstabilis blokk tulajdonságai közül megemlítünk néhányat [113].

- + stabilis
- + korlátos bemenőjelre a kimenőjel szintén korlátos
- + két hiperstabilis blokk párhuzamos, vagy visszacsatolt kapcsolásából adódó rendszer szintén hiperstabilis

A hiperstabilitás pontos matematikai definíciójára vezessük be a  $B_1$  blokk következő leírását.

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (3.2) \quad (3.2.a)$$

$$v = g(x, u) \quad (3.2.b)$$

ahol

$x$  a  $B_1$  blokk  $n$  dimenziós állapot vektora

$u, v \in R^m$

$f, g$  folytonos egyértékű vektor függvények:  
 $g(0, u) = 0$

Legyen  $U$  olyan halmaz, amelyre

$$\int_0^T v^T(t)u(t) dt \leq \delta [ \|x(0)\| ] \cdot \sup_{0 \leq t \leq T} \{ \|x(t)\| \} \quad (3.3)$$

egyenlőtlenség teljesül, ahogy

$$\delta [ \|x(0)\| ] \geq 0$$

### 1. Definíció

A (3.2) rendszert hiperstabilisnak nevezzük, ha Ljapunovi értelemben [15][49] stabilis és létezik olyan  $u(t), v(t)$  függvénytér, amely a (3.2) összefüggést és a (3.3) egyenlőtlenséget kielégíti.

## 2. Definíció

A (3.2) rendszer aszimptotikusan hiperstabilis, ha hiperstabilis és

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$$

Diszkrét rendszerekben a  $B_1$  blokk leírására nem a (3.2) differenciál egyenletet, hanem a következő differencia egyenletet használjuk:

$$x_{k+1} = f_*(x_k, u_k) \quad (3.4)$$

$$v_k = g_*(x_k, u_k); \quad g_*(0, u_k) = 0$$

ahol  $x_{k+1} = x(t_{k+1})$  és  $f_*, g_*$  egyértékű függvények.  
/A csillagot a folyamatos rendszerek vektorfüggvényeitől való megkülönböztetés kedvéért használjuk./

Legyen az  $u_k$  bemenő vektorok  $U_*$  halmaza olyan, hogy

$$\sum_{k=k_0}^{k_1} v_k^T u_k \leq \delta [ \|x_{k_0}\| ] \cdot \sup_{k_0 \leq k \leq k_1} \{ \|x_k\| \} \quad (3.5)$$

## 3. Definíció

A (3.4) rendszert hiperstabilisnak mondjuk, ha az Ljapunovi értelemben stabilis [15][50] és léteznek olyan  $u_k, v_k$  sorozatok, amelyek a (3.4) és (3.5) összefüggéseket kielégítik.

## 4. Definíció

A (3.4) diszkrét rendszer aszimptotikusan hiperstabilis, ha hiperstabilis és

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x_k = 0$$



A legutóbbi évtizedben számos publikáció jelent meg a hiperstabilitásról és alkalmazásáról [43],[69],[73] [79]. Ebben a fejezetben a modell referenciás adaptív rendszerek hiperstabilitáson alapuló tervezésének alaptételeit bizonyítjuk. A modell referenciás adaptív rendszerek olyan osztályozásával foglalkozunk a jelen disszertációban, amikor a modell és folyamat között fellépő hiba a következő alakban jellemezhető.

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= A e(t) = \rho(v,u) \\ v(t) &= \rho(e(t)) \end{aligned} \quad (3.6)$$

ill.

$$e_{k+1} = A_* e_k + \rho_k(v_k, u_k) \quad (3.7)$$

ahol

$$v_k = \rho_*(e_k)$$

$e(t), e_k$   $n$  dimenziós hibavektorok;  
/hiba rendszer állapotvektora/

$\rho(t), \rho_k \in \mathbb{R}^n$  a hiba rendszer bemenő vektora  
/egyben visszacsatoló vektor/

$v(t), v_k \in \mathbb{R}^n$  a hiba rendszer kimenő vektora  
/a hiba kompenzált jele/

$\rho, \rho_*$  a hibavektor operátora  
/ez meghatározza a kompenzált módot/

$A, A_*$  stabilis mátrixok  $\forall \lambda_i(A) \in \mathbb{R};$   
 $\forall |\lambda_i(A_*)| < 1/$

Ahhoz, hogy a folyamat kövesse a modellt, a hiba rendszernek (3.6) ill. (3.7) aszimptotikusan stabilisnak kell lennie. Ezt a következő két uton együttesen kell biztosítanunk:

+  $\rho(t), \rho_k \in U$  ill.  $U_*$  legyen

+ megfelelő  $\rho, \rho_*$  kompenzációs mód kiválasztása.

A következő részben ennek különböző megoldását egyszerű tételekben adjuk meg.

### 3.2 Modell referenciás adaptív rendszerek tervezéséhez használandó néhány hiperstabilitási tétel

#### 1. Tétel:

Ha a kompenzációs módot a következőképpen választjuk meg

$$v(t) = D\{\dot{e}(t) - A e(t)\} \quad (3.8)$$

ahol  $D$  tetszőleges szimmetrikus pozitív definit mátrix és

$$\int_0^T v^T(t) \rho(t) dt \leq \mu_0^2 \quad (3.9)$$

teljesül, ahol  $\mu_0$   $T$ -től független konstans, akkor a (3.6) rendszer aszimptotikusan hiperstabilis.

#### Bizonyítás:

A bizonyítás két lépésben történik. Először azt bizonyítjuk, hogy (3.8) és (3.9) teljesülésével (3.6) Ljapunovi értelemben aszimptotikusan stabilis; vagyis  $e(t)$  korlátos minden  $t > 0$ -ra és  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ .

Második lépésben (3.9)-ből következtetjük (3.3) teljesülését. Így a 2. definíció szerint (3.6) aszimptotikusan hiperstabilis.

Ezt (3.9)-be helyettesítve és  $T = \infty$  esetére vizsgálva kapjuk:

$$\int_0^{\infty} \rho^T(t) \rho(t) D \rho(t) \leq \mu_0^2$$

Mivel  $D = D^T > 0$ , ezért a fenti integrál integrandusza kvadratikusan alakú és az integrál korlátosságából azt vonhatjuk le, hogy  $\|\rho(t)\|$  korlátos és

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\rho(t)\| = 0 \quad (3.10)$$

Ismeretes [16], hogy (3.6) megoldása

$$e(t) = \exp\{At\} e(0) + \int_0^t \exp\{A(t-\tau)\} \rho(\tau) d\tau \quad (3.11)$$

$$\forall t \geq 0$$

ahol  $e(0)$  a kezdeti feltétel és  $\exp\{\cdot\}$  az exponenciális függvényt jelenti.

A norma háromszög tulajdonságából kapjuk:

$$\|e(t)\| \leq \|\exp\{At\}\| \cdot \|e(0)\| + \int_0^t \|\exp\{A(t-\tau)\}\| \cdot \|\rho(\tau)\| d\tau \quad (3.12)$$

Mivel  $A$  stabilis mátrix ( $\forall R_e \lambda_i(A) \in R$ ), ezért mindig található olyan  $p$  és  $\lambda$  számpár, hogy

$$\|\exp\{A(t)\}\| \leq p e^{-\lambda t} ; \quad \forall t \geq 0$$

$$||\exp\{A(t-\tau)\}|| < p e^{-\lambda(t-\tau)}; \quad \forall(t-\tau) \geq 0$$

Ezeket (3.12) -be helyettesítve kapjuk:

$$||e(t)|| \leq p e^{-\lambda t} ||e(0)|| + p e^{-\lambda t} \int_0^t e^{\lambda \tau} ||\rho(\tau)|| d\tau \quad (3.13)$$

Határértéket képezve kapjuk:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} ||e(t)|| \leq 0 + \lim_{t \rightarrow \infty} p \frac{\int_0^t e^{\lambda \tau} ||\rho(\tau)|| d\tau}{e^{\lambda t}} \quad (3.14)$$

A l' Hospitale szabályt alkalmazva kapjuk:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} ||e(t)|| \leq \lim_{t \rightarrow \infty} p \frac{\int_0^t e^{\lambda \tau} ||\rho(\tau)|| d\tau}{e^{\lambda t}} =$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} p \frac{\frac{d}{dt} \int_0^t e^{\lambda \tau} ||\rho(\tau)|| d\tau}{e^{\lambda t}} = \frac{p}{\lambda} \lim_{t \rightarrow \infty} ||\rho(t)||$$

$||\rho(t)||$  korlátos voltából és (3.10) -ből nyilvánvaló, hogy  $||e(t)||$  is korlátos minden  $t \geq 0$  -ra és

$$\lim_{t \rightarrow \infty} ||e(t)|| = 0 \quad (3.15)$$

vagyis (3.6) Ljapunovi értelemben aszimptotikusan stabilis.



Megmutatjuk, hogy (3.9)-ből  $\rho(t) \in U$  halmaz, amelyben a

$$\int_0^T v^T(t) \rho(t) dt \leq \delta [e_0] \cdot \sup_{0 \leq t \leq T} \{ ||e(t)|| \} \quad (3.16)$$

feltétel teljesül.

Mivel fent bebizonyítottuk, hogy  $||e(t)||$  korlátos és eltűnő mennyiség, ezért létezik véges supremuma, vagyis

$$\sup_{0 \leq t < \infty} \{ ||e(t)|| \} = k \neq \infty$$

Adott  $\mu_0^2$ -ra válasszuk meg a következő értéket

$$\delta = \frac{\mu_0^2}{k} \quad (3.17)$$

Ezt a (3.9)-be helyettesítve kapjuk a (3.16) összefüggést.

Igy a 2. definíció értelmében a (3.6) rendszer aszimptotikusan hiperstabilis.

## 2. Tétel:

Ha a kompenzációs módot a következők szerint választjuk meg

$$v(t) = D e(t) \quad (3.18)$$

ahol  $D = D^T > 0$  és kielégíti a

$$DA + A^T D = -Q \quad (3.19)$$

mátrix egyenletet, ahol  $Q = Q^T > 0$ , és teljesül a

$$\int_0^T v^T(t) \rho(t) dt \leq \mu_0^2 \quad (3.20)$$

feltétel, ahol  $\mu_0$  T-től függetlenül megválasztott állandó, akkor a (3.6) rendszer aszimptotikusan hiperstabilis.

Bizonyítás:

A tétel bizonyításának menete az előző tétel bizonyításának menetére hasonlít. Először bebizonyítjuk, hogy a feltételek teljesülése esetén a (3.6) rendszer differenciálegyenletének minden megoldása tetszőleges  $e(0) \neq 0$  kezdeti állapotból indulva korlátos és nullához tart. Induljunk ki (3.20) -ből. (3.6), (3.18) és (3.20) figyelembevételével kapjuk:

$$\int_0^T v^T(t) \rho(t) dt = \int_0^T e^T(t) D [\dot{e}(t) - A e(t)] dt = \quad (3.21)$$

$$= \int_0^T e^T(t) D e(t) dt + \int_0^T e^T(t) [-DA] e(t) dt \leq \mu_0^2$$

Vizsgáljuk meg a fenti egyenlőtlenség első integrálját, a D mátrixot diagonalizálva. /Az egyszerűség kedvéért feltételezzük, hogy D sajátértékei  $\lambda_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) egyszeresek kapjuk:

$$I_1(T) = \int_0^T e^T(t) D \dot{e}(t) dt = \int_0^T e^T(t) M^* \Lambda M e(t) dt \quad (3.22)$$

ahol az  $M$  mátrix  $D$  normalizált mondálmátrixa /t.i.  $M$  oszlopvektorai  $D$  lineárisan független normalizált sajátvektorai, ilyenkor  $M^* = M^{-1}$  és

$$\Lambda = \langle \lambda_1, \dots, \lambda_n \rangle$$

a  $D$  sajátértékeiből alkotott diagonális mátrix.  
/t.i.  $D$  szimmetrikus pozitív definitésége miatt  $\lambda_i > 0$ ;  
 $i = 1, 2, \dots, n$ / Az  $M^*$  mátrix az  $M$  mátrix adjungált mátrixa /tanszponált konjugáltja./  
Vezessük be a következő lineáris transzformációt:

$$z(t) = M e(t)$$

így

$$\dot{z}(t) = M \dot{e}(t)$$

Ezeket (3.22)-be visszahelyettesítve kapjuk:

$$\begin{aligned} I_1(T) &= \int_0^T z^T(t) \Lambda \dot{z}(t) dt = \sum_{i=1}^n \lambda_i \int_0^T z_i(t) \dot{z}_i(t) dt = \\ &= \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{z_i^2(T)}{2} - \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{z_i^2(0)}{2} = \mu_1^2(T) - \mu_1^2(0) \end{aligned}$$

ahol

$$\mu_1^2(T) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{z_i^2(T)}{2} \geq 0$$

$$\mu_1^2(0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{z_i^2(0)}{2} \geq 0$$



Vizsgáljuk továbbá a (3.21) egyenlőtlenség második integrálját:

$$I_2(T) = \int_0^T e^T(t) [-DA] e(t) dt \quad (3.23)$$

Szorozzuk be a (3.19) egyenletet jobbról  $e(t)$ -vel és balról  $e^T(t)$ -vel. Ekkor

$$e^T(t) DA e(t) + e^T(t) A^T D e(t) = -e^T(t) Q e(t) \quad (3.24)$$

Mivel

$$e^T(t) [DA] e(t) = \{e^T(t) [DA] e(t)\}^T$$

Ezt a (3.24)-be behelyettesítve, átrendezve kapjuk

$$e^T(t) [-DA] e(t) = \frac{1}{2} e(t) Q e(t) \quad (3.25)$$

Ez éppen a (3.23) integrál integrandusza Mivel  $Q=Q^T > 0$  ezért  $e^T(t) [-DA] e(t)$  kvadratikus alak. Emiatt az  $I_2(T)$  integrál pozitív lesz.

A (3.20) feltételből tehát

$$\int_0^T v^T(t) \rho(t) dt = I_1(T) + I_2(T) = \mu_1^2(T) -$$

$$- \mu_1^2(0) + \frac{1}{2} \int_0^T e^T(t) Q e(t) dt \leq \mu_0^2$$

Átrendezve:

$$\mu_1^2(T) + \frac{1}{2} \int_0^T e^T(t) Q e(t) dt \leq \mu_0^2 + \mu_1^2(0) = \mu^2;$$

$$\forall T \geq 0 \text{ -ra}$$

Mivel  $\mu_1^2(T)$  mindig nem negatív szám, ezért

$$\frac{1}{2} \int_0^T e^T(t) Q e(t) dt \leq \mu^2 \quad \forall T \geq 0 \text{ -ra}$$

Mivel az integrál integrandusza kvadratikus alak, így az egyenlőtlenség csak úgy teljesülhet, hogy

$$\|e(t)\| \leq m; \quad \forall t \geq 0; \quad m \text{ pozitív szám} \quad (3.26)$$

azaz  $\|e(t)\|$  korlátos, és

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0 \quad (3.27)$$

Vagyis a (3.6) aszimptotikusan stabilis.

(3.17) szerinti megválasztással teljesül a (3.3) feltétel is.

Tehát a 2. definíció szerint a (3.6) rendszer aszimptotikusan hiperstabilis.

Megjegyzés:

Ugyanerre az eredményre más úton jutottak a [70] [78] munkák szerzői. Ezekben a munkákban V.M. Popov eredményeit [114] és a Yakubovich lemmát [143] felhasználva bizonyították a tételt. Az itt bevezetett bizonyítás érdekessége, hogy csak az időtartományt használja.

Nem teszi szükségessé sem a operátor tartományra, sem a frekvencia tartományra való transzformálást.

A fenti két tétel a folyamatos rendszerek tételei. Hasonlóképpen a diszkrét rendszerekre is bizonyítottunk két tételt.

3. Tétel:

Ha a kompenzációs módot a következőképpen választjuk meg

$$v_k = D\{e_{k+1} - A_* e_k\} \quad (3.28)$$

ahol  $D$  tetszőleges szimmetrikus pozitív definit  $n \times n$  méretű mátrix, és a

$$\sum_{k=k_0}^{k_1} v_k^T \rho_k \leq \mu_0^2 \quad ; \quad \forall k_1 > 0 \text{ -ra}; \quad (3.29)$$
$$k_1 > k_0$$

feltétel teljesül, ahol  $\mu_0$ ;  $k_1$ -től független konstans, akkor a (3.7) rendszer szimptotikusan hiperstabilis.

Bizonyítás:

(3.28) és (3.7)-ből kapjuk

$$v_k = D\rho_k$$



Ezt a (3.29)-be behelyettesítve következőkre jutunk:

$$\sum_{k=k_0}^{k_1} \rho^T D \rho_k \leq \mu_0^2 ; \quad \forall k_1 > k_0 > 0 \text{-ra}$$

Mivel  $D$  pozitív definit, ezért a fenti egyenlőtlenség csak úgy teljesülhet  $k_1 = \infty$  választásával, hogy

$$\|\rho_k\| \leq m \quad m > 0 \quad \forall k > 0 \text{-ra} \quad (3.30.a)$$

és

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|\rho_k\| = 0 \quad (3.30.b.)$$

Tekintettel arra, hogy a (3.7) differencia egyenlet  $A_*$  mátrixa stabilis mátrix ( $\forall |\lambda_i(A_*)| < 1$ ) ezért (3.30.a) és (3.30.b) teljesülésekor  $e_k$  is korlátos és eltűnő lesz.

Ez a következőképpen látható be.

Induljunk ki a (3.7.) differencia egyenletből. A megoldást iteratív módon a következőképpen kapjuk:

$$\begin{aligned} e_1 &= A_* e_0 + \rho_0 \\ e_2 &= A_* e_1 + \rho_1 = A_*^2 e_0 + A_* \rho_0 + \rho_1 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \end{aligned} \quad (3.31)$$
$$e_{k+1} = A_*^{k+1} e_0 + \sum_{i=0}^k A_*^{k-i} \rho_i$$

Az egyszerűség kedvéért tételezzük fel, hogy  $A_*$  sajátértékei egyszeresek. Így az  $A_*$ -t diagonalizálva kapjuk:

$$A_* = M \langle \lambda_j \rangle M^{-1}$$

ahol

$$\begin{aligned} M \quad A_* \quad & \text{mondál-mátrixa} \\ \lambda_j \text{ az } A_* \text{ sajátértékei; } & |\lambda_j| < 1; \\ & j=1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

Igy 
$$A_*^k = M \langle \lambda_j^k \rangle M^{-1}$$

Ezt behelyettesítve a (3.31)-be kapjuk:

$$\begin{aligned} e_{k+1} &= M \langle \lambda_j^{k+1} \rangle M^{-1} e_0 + \\ &+ \sum_{i=0}^k M \langle \lambda_j^{k-i} \rangle M^{-1} \rho_i \end{aligned} \quad (3.32)$$

$\|\rho_k\| \leq m$  figyelembevételével a (3.32) jobboldali második tagjára igaz, hogy

$$\left\| \sum_{i=0}^k M \langle \lambda_j^{k-i} \rangle M^{-1} \rho_i \right\| \leq \|M\| \cdot \left\{ \sum_{i=0}^k \langle \lambda_j^{k-i} \rangle \right\} \cdot \|M^{-1}\| \cdot m.$$

Amikor  $k \rightarrow \infty$  a  $\{\cdot\}$  mátrix elemei egy-egy geometriai sor összegét alkotják. Mivel  $|\lambda_j| < 1$ ;  $j=1, 2, \dots, n$ , ezért a sor konvergál, mégpedig

$$\left\| \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^k \langle \lambda_j^{k-i} \rangle \right\| = \left\| \left\langle \sum_{i=0}^{\infty} \lambda_j^i \right\rangle \right\| = \left\| \left\langle \frac{1}{1 - \lambda_j} \right\rangle \right\|$$

Igy

$$\left\| \sum_{i=0}^k M \langle \lambda_j \rangle^{k-i} M^{-1} \rho_i \right\| \leq \|M\| \cdot \left\| \langle \frac{1}{1-\lambda_j} \rangle \right\| \cdot \|M^{-1}\| \cdot m =$$
$$= \text{konst.}$$

Tehát (3.32) jobboldalának második tagja korlátos. Az első tagja monoton csökkenő sorozatot alkot, amikor  $k$  növekszik és nullához konvergál. Ezek azt jelentik, hogy  $e_k$  is korlátos. Vizsgáljuk meg, hogy vajon teljesül-e a

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|e_k\| = 0$$

feltétel. Végezzük el a következő lineáris transzformációt:

$$z_k = M^{-1} e_k$$
$$\psi_k = M^{-1} \rho_k$$

Ezzel a (3.7) differencia egyenlet

$$z_{k+1} = \langle \lambda_j \rangle z_k + \psi_k$$

alakot vesz fel. Skaláris alakban a fenti egyenlet a következő:

$$z_{k+1}^j = \lambda_j z_k^j + \psi_k^j ; \quad j=1,2,\dots,n \quad (3.33)$$

/ahol  $z_k^j$  a  $z_k$  vektor  $j$ -edik eleme/

Nyilvánvaló, ha  $z_k$  nullához konvergál, akkor  $e_k$  szintén.

Mivel  $\|\psi_k\| \rightarrow 0$  (3.30.b) és  $e_k$  fent bizonyítottan korlátos, ezért létezik olyan  $N_1$  indexszám, hogy



$$|\psi_k^j| \leq \frac{\varepsilon}{\delta_1}$$

$$|z_k^j| \leq \delta_2 \quad j=1,2,\dots,n$$

minden  $k \geq N_1$  -re, ahol  $\varepsilon$  tetszőlegesen pozitív kis-szám és  $\delta_1, \delta_2$  pozitív számok.

A  $k > N_1$  indexekre (3.33) -ből érvényes, hogy

$$|z_{N_{1+1}}^j| = |\lambda_j z_{N_1}^j + \psi_{N_1}^j| \leq |\lambda_j| \delta_2 + \frac{\varepsilon}{\delta_1}$$

$$|z_{N_{1+2}}^j| = |\lambda_j^2 z_{N_1}^j + \lambda_j \psi_{N_1}^j| \leq |\lambda_j|^2 \delta_2 + \frac{\varepsilon}{\delta_1} \sum_{i=0}^1 |\lambda_j|^i$$

⋮

$$|z_{N_{1+s}}^j| = |\lambda_j^s z_{N_1}^j + \sum_{i=N_1}^{N_{1+s-1}} \lambda_j^{N_{1+s-1-i}} \psi_i^j| \leq |\lambda_j|^s \delta_2 + \frac{\varepsilon}{\delta_1} \sum_{i=0}^{s-1} |\lambda_j|^i$$

$$j=1,2,\dots,n$$

Elég nagy  $s$  index esetén található olyan  $N_2$  index, hogy érvényesüljön /mivel  $|\lambda_j| \leq 1$ / a következő összefüggés

$$|\lambda_j|^s \delta_2 \leq \frac{\varepsilon}{2} \quad ; \quad \forall s \geq N_2$$

Ha  $\delta_1$  értékét a következőképpen választjuk:

$$\delta_1 = 2 \sum_{i=0}^{\infty} |\lambda_j|^i = 2 \frac{1}{1-|\lambda_j|}$$

akkor igaz, hogy

$$|z_{N_1+s}^j| \leq |\lambda_j|^s \delta_2 + \frac{\epsilon}{\delta_1} \sum_{i=0}^{s-1} |\lambda_j|^i \leq \frac{\epsilon}{2} + \frac{\epsilon}{2} = \epsilon$$

minden  $s > N_2$  -ra;  $j=1,2,\dots,n$ .

Mivel  $\epsilon$  tetszőlegesen kis pozitív szám, ezért

$$\lim_{k \rightarrow \infty} |z_k^j| = 0; \quad j=1,2,\dots,n$$

Ezzel a

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|e_k\| = 0$$

határt bebizonyítottuk. Ez azt jelenti, hogy sikerült bebizonyítani, hogy a (3.28) és (3.29) feltételek teljesülésekor a (3.7) differencia egyenlet minden megoldása nullához tart. Az origó tehát aszimptotikusan stabilis pont.

Mivel  $\|e_k\|$  korlátos és eltűnő, ezért létezik véges szuprémuma, azaz

$$\sup_{0 \leq k \leq \infty} \{\|e_k\|\} = K \neq \infty$$

Adott  $\mu_0^2$ -re válasszuk meg

$$\delta = \frac{\mu_0^2}{K}$$

Ezt (3.29) -be helyettesítve kapjuk

$$\sum_{k=k_0}^{k_1} v_k^T \rho_k \leq \mu_0^2 = \delta \{ \|e_0\| \} \cdot \sup \{ \|e_k\| \};$$

$$\forall k_1 > k_0 > 0 \text{ -ra}$$

Ezzel a 4. definíció szerint a (3.7) hibarendszer aszimptotikusan hiperstabilis.

#### 4. Tétel

Legyen

$$v_{k+1} = D e_{k+1} \quad (3.34)$$

ahol

$$D = D^T > 0 \text{ és kielégíti a}$$

$$-A_*^T D A_* + D = Q; \quad Q = Q^T > 0 \text{ mátrix egyen-}$$

letet és

$$\sum_{k=k_0}^{k_1} v_{k+1}^T \rho_k \leq \mu_0^2; \quad \forall k_1 > k_0 > 0 \text{ -ra} \quad (3.35)$$

feltétel teljesül /ahol  $\mu_0$   $k_1$ -től független konstans/, akkor (3.7) hibarendszer Ljapunovi értelemben aszimptotikusan stabilis.



Bizonyítás

Helyettesítsük a (3.7) differencia egyenletet (3.34)-be, majd azt (3.35)-be. Ekkor a következőkre jutunk.

$$v_{k+1} = D\{A_* e_k + \rho_k\}$$

$$\sum_{k=k_0}^{kl} v_{k+1}^T \rho_k = \sum_{k=k_0}^{kl} e_k^T A_*^T D \rho_k + \sum_{k=k_0}^{kl} \rho_k^T D \rho_k \leq \mu_0^2 \quad (3.36)$$

Másrészt, ha  $\rho_k = e_{k+1} - A_* e_k$  kifejezést helyettesítjük (3.35)-be, kapjuk, hogy

$$\sum_{k=k_0}^{kl} v_{k+1}^T \rho_k = \sum_{k=k_0}^{kl} e_{k+1}^T D\{e_{k+1} - A_* e_k\} \leq \mu_0^2$$

Igy

$$\sum_{k=k_0}^{kl} e_{k+1}^T D e_{k+1} + \sum_{k=k_0}^{kl} e_{k+1}^T [-DA_*] e_k \leq \mu_0^2 \quad (3.37)$$

A (3.36) és (3.37) szerinti kifejezéseket összegezve és figyelembe véve  $e_{k+1}^T [-DA_*] e_k = e_k^T [-A_*^T D] e_{k+1}$  egyenlőséget, a következő egyenlőtlenségre jutunk:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=k_0}^{kl} e_k^T A_*^T D\{\rho_k - e_{k+1}\} + \sum_{k=k_0}^{kl} e_{k+1}^T D e_{k+1} + \\ & + \sum_{k=k_0}^{kl} \rho_k^T D \rho_k \leq 2 \mu_0^2 \end{aligned} \quad (3.38)$$

Mivel

$$\sum_{k=k_0}^{kl} e_{k+1}^T D e_{k+1} = \sum_{k=k_0}^{kl} e_k^T D e_k - e_{k_0}^T D e_{k_0} + e_{kl+1}^T D e_{kl+1}$$

és

$$\rho_k - e_{k+1} = -A_* e_k$$

a (3.38) egyenlőtlenség olyan alakra hozható, hogy

$$\begin{aligned} \sum_{k=k_0}^{kl} e_k^T (-A_*^T D A_* + D) e_k + \sum_{k=0}^{kl} \rho_k^T D \rho_k + \\ + e_{kl+1}^T D e_{kl+1} \leq 2 \mu_0^2 + e_{k_0}^T D e_{k_0} \end{aligned}$$

A fenti egyenlőtlenség jobboldala pozitív konstans, mely  $kl$ -től független; bal oldalán pozitív tagok szerepelnek.

Tehát az egyenlőtlenség csak úgy teljesülhet, ha külön a tagokra is fennáll a korlátosság.

Igy

$$\sum_{k=k_0}^{kl} \rho_k^T D \rho_k \leq \mu_1^2 \quad (3.39.a)$$

$$\sum_{k=k_0}^{kl} e_k^T + e_k \leq \mu_2^2 \quad (3.39.b)$$

$$e_{kl+1}^T D e_{kl+1} \leq \mu_3^2 \quad (3.39.c)$$

ahol

$\mu_1, \mu_2$  és  $\mu_3$   $k_1$ -től független konstansok és

$$\mu_1^2 + \mu_2^2 + \mu_3^2 \leq 2 \mu_0^2 + e_{k_0}^T D e_{k_0}$$

A (3.39) egyenlőtlenségekből egyértelműen következtethetjük, hogy  $\|e_k\|$  korlátos és  $\lim_{k \rightarrow \infty} \|e_k\| = 0$ , ami azt jelenti, hogy a (3.7) rendszer aszimptotikusan stabilis.

Megjegyzés: (3.34) és (3.35)-ből nem állapítható meg, hogy (3.7) aszimptotikusan hiperstabilis, hiszen a  $\rho_k \in U_*$  halmaz nem állapítható meg.

Ugyanis (3.35)-ből csak

$$\sum_{k=k_0}^{k_1} v_{k+1}^T \rho_k \leq \delta [\|e_{k_0}\|] \cdot \sup_{k_0 \leq k \leq k_1} (\|e_k\|)$$

állapítható meg nem pedig

$$\sum_{k=k_0}^{\infty} v_k^T \rho_k \leq \delta [\|e_{k_0}\|] \cdot \sup_{k_0 \leq k < \infty} (\|e_k\|).$$

A továbbiakban a késleltetéses rendszerekre is kiterjesztjük a gondolatot.

Legyen a vizsgálandó hibarendszer a következő:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= A(e)t + Be(t-\tau) + \rho(v(t), u(t)); \forall t > \tau \text{ -ra} \\ e(s) &= g(s); \quad -\tau \leq s < 0 \text{ -ra} \\ v(t) &= \rho\{e(t), e(t-\tau)\} \end{aligned} \quad (3.40)$$



ahol  $\tau$  : állandó késleltetési idő /pozitív/  
 $g(s)$  véges, egyértékű függvény.

Legyen továbbá a hibarendszer önbeálló, vagyis az  $A, B$   
 $n \times n$  méretű konstans mátrixok olyanok, hogy a

$$\det\{A + B \exp \{-\lambda\tau\} - \lambda I\} = 0 \quad (3.41)$$

karakterisztikus egyenlet gyökei a komplex sík bal oldalán helyezkednek el. A (3.40) késleltetéses differenciálegyenlet megoldása [9] [40] szerint a következő alakban adható meg:

$$e(t) = E(t)e_0 + \int_{-\tau}^0 E(t-s-\tau)B g(s)ds + \int_0^t E(t-s)\rho(s)ds \quad (3.42)$$

ahol az  $E(t)$  alaplátrixot a következő egyenlet adja meg:

$$\begin{aligned} \dot{E}(t) &= AE(t) + BE(t-\tau) \quad ; \quad t > \tau \\ E(0) &= I \\ E(s) &= 0 \quad ; \quad -\tau \leq s < 0 \end{aligned} \quad (3.43)$$

Az alaplátrix kiszámítása numerikus integrálással nem jelent különösebb nehézséget, explicit alakban is megadható [128].  $E(t)$  viselkedését a (3.41) karakterisztikus egyenlet gyökei döntenek el. Mivel (3.41) transzcendens egyenlet, ezért végtelen sok gyöke van.

Ha ezek mindegyike negatív valós részű, akkor  $E(t) \rightarrow 0$ , amikor  $t \rightarrow \infty$ . Sőt [40] /Lemma 1 a 4.96 oldalán/ szerint érvényes a következő megállapítás is.

Ha a (3.41) karakterisztikus egyenlet gyökei a komplex sík bal oldalán helyezkednek el, vagyis  $\operatorname{Re} \lambda_i \leq \mu < 0$ , és  $\|A\| \leq M$ ,  $\|B\| \leq M$ , akkor minden  $\sigma \in (0, \mu)$ -re létezik olyan  $k(\mu, \sigma, M) \cdot \exp(-\sigma t)$ , ahol  $E(t)$  (3.43) megoldása. Ezt a lemmát felhasználva bebizonyítjuk a következő tételt.

### 5. Tétel

Legyen

$$v(t) = D\{\dot{e}(t) - A e(t) - B e(t-\tau)\} \quad (3.44)$$

ahol  $D$  tetszőleges,  $n \times n$  méretű, szimmetrikus pozitív definit mátrix és teljesül a

$$\int_0^T v^T(t) \rho(t) dt \leq \mu_0^2 \quad \forall T > 0 \text{-ra} \quad (3.45)$$

feltétel, ahol  $\mu_0^T$  értéktől független konstans, akkor a (3.40) hibarendszer aszimptotikusan hiperstabilis.

### Bizonyítás:

(3.40) és (3.44) -ből

$$v(t) = D\{\dot{e}(t) - A e(t) - B e(t-\tau)\} = D\rho(t)$$

Igy a (3.45) feltétel szerint  $T = \infty$  esetre kapjuk

$$\int_0^{\infty} v^T(t) \rho(t) dt = \int_0^{\infty} \rho^T(t) D \rho(t) dt \leq \mu_0^2 < \infty$$

A  $D = D^T > 0$  miatt a fenti integrálból következte-  
jük, hogy

$$||\rho(t)|| \leq m \quad ; \quad m \text{ pozitív konstans} \quad (3.46.a)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} ||\rho(t)|| = 0 \quad (3.46.b)$$

Bebizonyítjuk, hogy  $||e(t)||$  is korlátos és eltűnő lesz.  
(3.42)-ből felírhatjuk:

$$||e(t)|| \leq ||E(t)|| \cdot ||e_0|| \int_{-\tau}^0 E(t-s-\tau) ds + \\ + \int_0^t E(t-s) \rho(s) ds \quad (3.47)$$

A fent említett Lemmát alkalmazva, behelyettesítjük  
az

$$||E(t)|| \leq k \exp\{-\sigma t\} \quad ; \quad k, \sigma, t > 0$$

egyenlőtlenséget a (3.47) összefüggésbe. Akkor a kö-  
vetkezőkre jutunk:

$$||e(t)|| \leq k \exp\{-\sigma t\} ||e_0|| + k \exp\{-\sigma(t-\tau)\} \cdot \\ \cdot \left( \int_{-\tau}^0 \exp\{\sigma s\} B g(s) ds + k ||\exp\{-\sigma t\} \cdot \right. \\ \left. \int_0^t \exp\{\sigma s\} \cdot \rho(s) ds \right) \quad (3.48)$$



Ebből az  $\|e_0\|, \|g(s)\|$  és  $\|\rho(s)\|$  korlátosságával az  $\|e(t)\|$  korlátosságra következtetünk és

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k \exp\{-\sigma t\} \cdot \|e_0\| = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k \exp\{-(t-\tau)\} \cdot \left\| \int_{-\tau}^0 \exp\{\sigma s\} \cdot \rho(s) ds \right\| = 0$$

Ezeket (3.48)-be helyettesítve kapjuk:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| &\leq \lim_{t \rightarrow \infty} k \left\| \exp\{-\sigma t\} \int_0^t \exp\{\sigma s\} \rho(s) ds \right\| = \\ &= k \lim_{t \rightarrow \infty} \left\| \frac{\frac{d}{dt} \int_0^t \exp\{\sigma s\} \rho(s) ds}{\frac{d}{dt} \exp\{\sigma t\}} \right\| \\ &= \frac{k}{\sigma} \lim_{t \rightarrow \infty} \|\rho(t)\| = 0 \end{aligned}$$

Igy a (3.40) hibarendszer aszimptotikusan stabilis. Továbbá (3.45)-ből az 1. tételhez hasonlóan kaphatjuk, hogy

$$\int_0^T v^T(t) \rho(t) dt \leq \delta [\|e_0\|] \cdot \sup_{0 \leq t \leq T} \|e(t)\|$$

A bebizonyítottak és a 2. definíció szerint a (3.40) hibarendszer aszimptotikusan hiperstabilis.

Megjegyzés: A kompenzációs módot választhatjuk, mint

$$v(t) = D e(t)$$

Ilyenkor  $D$  nem lehet tetszőleges szimmetrikus pozitív definitmátrix, hanem csak olyan, amely kielégíti a

$$DA + A^T D = -Q \quad ; \quad Q = Q^T > 0 \quad ; \quad D = D^T > 0$$

egyenletet.

(Az egyenletnek csak akkor van ilyen  $D$  megoldása, ha  $\forall \operatorname{Re} \lambda_i(A) \in \mathbb{R}$ ). A (3.45)-féle feltétel ilyenkor a következőképpen módosul

$$\int_0^T v^T(t) \{B e(t-\tau) + \rho(t)\} dt \leq \mu^2$$

Ez azért van így, mert

$$\rho^*(t) = B e(t-\tau) + \rho(t)$$

jelöléssel a (3.40.) hibarendszer átírható

$$\dot{e}(t) = A e(t) + \rho^*(t)$$

$$v(t) = \rho(e(t))$$

ami alakilag hasonlít (3.6)-ra és a 2. tétel értelmében a fenti megjegyzés belátható.

### ÖSSZEFOGLALÁS

- + A hiperstabilizálás tulajdonképpen a Ljapunov értelemben való stabilitás speciális esete. Ha rendszer hiperstabilis, akkor Ljapunov értelemben is stabilis /fordítva nem mindig/.

A hiperstabilitás felfogható mint disszipálódó rendszerek általánosításának matematikai megfogalmazása. Ugyanis a (3.3) és (3.5) feltétel  $(x(t))$  ill.  $x_k$  megfelelő

megválasztásával/ azt fejezi ki, hogy  $0-T$  és  $k_0-k_1$  időtartam alatt a rendszer kívülről betáplált energiája plusz kezdeti energiája nem lehet kisebb a rendszer ez idő alatt felhalmozódott energiájánál [2] [69]

- + A tételek különböző kompenzációs módokat javalolnak. Közülük (3.18) ismert /de másképpen jutottak hozzá/. A (3.9) , (3.20) , (3.29) , (3.35) és (3.45) feltételek teljesülését a következő fejezetben, különböző feladatoknak megfelelően biztosítjuk.
- + Az 5. tétel, az 1. tétel késleltetési esetre való kiterjesztése. A bizonyítások nagyon hasonlítanak egymásra. Mégis a teljesség és pontosság érdekében teljes bizonyítást adunk.
- + Ezeken a tételeken alapszik a folyamatos, diszkrét és késleltetési típusú modell referenciás adaptív rendszerek tervezése. A sztochasztikus modell referenciás adaptív rendszerek tervezésére viszont ezek a tételek nem alkalmasak. /ti. ilyenkor (3.6) és (3.7) nem determinisztikus, hanem sztochasztikus egyenletek /De a gondolatmenet kiterjeszthető a sztochasztikus esetek tételeinek megalkotására is.



#### IV. MODELL REFERENCIÁS ADAPTIV RENDSZEREK TERVEZÉSE.

##### 4.1 Folyamatos Modell Referenciás Adaptiv Rendszerek tervezése

###### 4.1.1 Adaptiv irányítás paraméteradaptációival.

###### PID adaptációs algoritmusok.

A feladat a 7. ábrán látható. Az ismert  $u(t)$  hatására adaptáljuk a folyamat paramétereit úgy, hogy a folyamat kimenet az előre tervezett modell kimenetét kövesse. A tervezett modell tehát ismertnek és stabilisnak választható. Az adaptációra azért van szükség, mert feltételezzük, hogy a belső és külső működési feltételek változása következtében a folyamat kimenete eltérhet a modell kimenetének követésétől. A helyes adaptáció hatására a folyamat stabilisan tér vissza a modell követésére. Tegyük fel, hogy a lineáris folyamat paraméterei elérhetőek és ezeket a következő egyenlet adja meg:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (4.1)$$

a referencia modell egyenlete pedig

$$\dot{y}(t) = A_M y(t) + B_M u(t) \quad (4.2)$$

ahol

$$x(t), y(t) \in R^n$$

$$u(t) \in R^m$$

$$A(t), B(t)$$

megfelelő méretű időva-

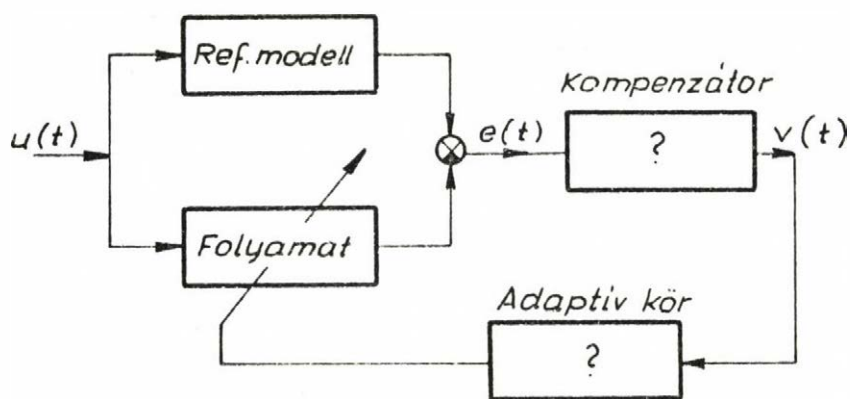
riáns mátrixok  $A_M, B_M$  mellé

$$A_M, B_M$$

megfelelő méretű állandó

mátrixok és  $\forall \text{Re} \lambda_i(A_M) \in R$

Az  $e(t) = y(t) - x(t)$  hibavektort definiálva, a (4.1) és (4.2) figyelembevételével kapjuk:



7. ábra

ADAPTIV IRÁNYÍTÁS TERVEZÉSE PARAMÉTER ADAPTÁCIÓVAL

$$\dot{e}(t) = \dot{y}(t) - \dot{x}(t) = A_M e(t) + \rho(t) \quad (4.3)$$

ahol

$$\rho(t) = [A_M - A(t)]x(t) + [B_M - B(t)]u(t) \quad (4.4)$$

Keresnünk kell tehát  $A(t)$  és  $B(t)$  adaptációjának a módját úgy, hogy

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$$

Alkalmazzuk az 1. tételt a (4.3) egyenletre. Ha biztosítani tudjuk a következő feltételt:

$$\int_0^T v^T(t) \rho(t) dt \leq \gamma_0^2 \quad (4.5)$$

$\gamma_0$  egy szám, amely  $T$ -től független

ahol

$$v(t) = D\{e(t) - A_M e(t)\}; D^T = D > 0 \quad (4.6)$$

akkor a (4.3) rendszer aszimptotikusan hiperstabilis. Ez egyben a kívánságunkat is kielégíti.

Helyettesítsük a (4.4) kifejezést a (4.5) egyenlőtlenségbe. Tagokra bontva kapjuk:

$$\int_0^T v^T(t) [A_M - A(t)] x(t) dt + \int_0^T v^T(t) [B_M - B(t)] u(t) dt =$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \int_0^T v_i(t) [A_{Mij} - A_{ij}(t)] x_j(t) dt + \quad (4.7)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \int_0^T v_i(t) [B_{Mih} - B_{ij}(t)] u_j(t) dt \leq \gamma_0^2$$



A (4.6) feltétel biztosítására elegendő, ha a szum-  
máorokban szereplő tagokra a következő egyenlőtlensé-  
get biztosítjuk

$$\int_0^T v_i(t) z_j(t) [A_{Mij} - A_{ij}(t)] dt \leq \gamma_{lij}^2 \quad (4.8.a)$$

$$i, j = 1, 2, \dots, n$$

$$\int_0^T v_i(t) [B_{Mij} - B_{ij}(t)] u_j(t) dt \leq \gamma_{2ij}^2 \quad (4.8.b)$$

$$i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$$

ahol  $\gamma_{lij}$ ,  $\gamma_{2ij}$   $T$  értékétől független számok.

Bebizonyítjuk, hogy ha az adaptációs algoritmust a  
következésképpen választjuk meg:

$$A_{ij}(t) = A_{ij}(0) + q_{ij}^A \int_0^t v_i(\alpha) d\alpha + p_{ij}^A v_i(t) +$$

$$+ r_{ij}^A \frac{d}{dt} v_i(t) x_j(t) \quad (4.9.a)$$

$$i, j = 1, 2, \dots, n$$

$$B_{ij}(t) = B_{ij}(0) + q_{ij}^B \int_0^t v_i(\alpha) u_j(\alpha) d\alpha + p_{ij}^B v_i(t) u_j(t) +$$

$$+ r_{ij}^B \frac{d}{dt} v_i(t) u_j(t) \quad (4.9.b)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$$j = 1, 2, \dots, m$$

ahol  $A_{ij}(0)$ ,  $B_{ij}(0)$  tetszőleges kezdeti értékek  
 $q_{ij}^A$ ,  $q_{ij}^B$ ,  $p_{ij}^A$ ,  $p_{ij}^B$ ,  $r_{ij}^A$ ,  $r_{ij}^B$  alkalmasan vá-  
 lasztott pozitív számok /  $q_{ij}^A$ ,  $q_{ij}^B$  /  $> 0$ ; többiek  
 lehetnek zérusok is/ akkor (4.8.a) ill. (4.8.b)-re  
 tudunk olyan  $\gamma_{1ij}$  és  $\gamma_{2ij}$  számokat meghatározni,  
 amelyek a (4.8.a), (4.8.b) egyenlőtlenséget bizto-  
 sotják tetszőleges  $T > 0$  értékre.  
 A bizonyítást csak (4.8.a)-ra végezzük el, mert  
 (4.8.b)-ra hasonlóképpen juthatunk.

Helyettesítsük a (4.9.a) kifejezést a (4.8.a) egyen-  
 lőtlenségbe. A következőkre jutunk:

$$\int_0^T v_i(t)x_j(t) \{A_{Mij} - A_{ij}(0) - q_{ij}^A \int_0^t v_i(\tau)x_j(\tau) d\tau\} dt -$$

$$- p_{ij}^A \int_0^T [v_i(t)x_j(t)]^2 dt - r_{ij}^A \int_0^T v_i(t)x_j(t) \frac{d}{dt} [$$

$$v_i(t)x_j(t)] dt \leq \gamma_{1ij}^2 \quad (4.10)$$

Legyen

$$\alpha_{ij} = \int_0^t v_i(\tau)x_j(\tau) d\tau - \frac{A_{Mij} - A_{ij}(0)}{q_{ij}^A}$$

Ekkor

$$\dot{\alpha}_{ij}(t) = v_i(t)x_j(t)$$

$$\ddot{\alpha}_{ij}(t) = \frac{d}{dt} \dot{\alpha}_{ij} = \frac{d}{dt} v_i(t)x_j(t)$$

Ezeket a jelöléseket a (4.10) egyenlőtlenségbe he-  
 lyettesítve kapjuk:

$$\begin{aligned}
 & -q_{ij}^A \int_0^T \alpha_{ij} \dot{\alpha}_{ij} dt - p_{ij}^A \int_0^T [\dot{\alpha}_{ij}]^2 dt - \\
 & - r_{ij}^A \int_0^T \dot{\alpha}_{ij} \ddot{\alpha}_{ij} dt \leq \gamma_{lij}^2
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

Vagyis

$$\begin{aligned}
 & -q_{ij}^A \left[ \frac{\alpha_{ij}^2}{2} \right]_0^T - p_{ij}^A \int_0^T [\dot{\alpha}_{ij}]^2 dt - r_{ij}^A \left[ \frac{\dot{\alpha}_{ij}^2}{2} \right]_0^T = \\
 & = -q_{ij}^A \frac{\alpha_{ij}^2(T)}{2} + q_{ij}^A \frac{\alpha_{ij}^2(0)}{2} - k_{ij}^2(T) - r_{ij}^A \frac{\dot{\alpha}_{ij}^2(T)}{2} + \\
 & + r_{ij}^A \frac{\dot{\alpha}_{ij}^2(0)}{2} \leq \gamma_{lij}^2
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

ahol

$$k_{ij}^2(T) = p_{ij}^A \int_0^T [\dot{\alpha}_{ij}]^2 dt \quad \text{ami nem negatív minden } T > 0 \text{-ra.}$$

A következő megválasztás esetében

$$\gamma_{lij}^2 \geq q_{ij}^A \frac{\alpha_{ij}^2(0)}{2} + r_{ij}^A \frac{\dot{\alpha}_{ij}^2(0)}{2}$$

(4.12) felső korlátosságának feltétele teljesül minden  $T > 0$ -ra. Ezzel a (4.9.a) adaptációs algoritmus érvényességét bebizonyítottuk. Hasonlóképpen, ha

$$\gamma_{2ij}^2 \geq q_{ij}^B \frac{\beta_{ij}^2(0)}{2} + r_{ij}^B \frac{\dot{\beta}_{ij}^2(0)}{2}$$

ahol

$$\beta_{ij}(t) = \int_0^t v_i(\tau) u_j(\tau) + \frac{B_{Mij} - B_{ij}(0)}{q_{ij}^B}$$

$$\begin{aligned}
 i &= 1, 2, \dots, n \\
 j &= 1, 2, \dots, m
 \end{aligned}$$

akkor a (4.8.b) feltétel teljesülni fog.  
A következőkben megválasztással

$$\gamma_0^2 \geq \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{lij}^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \gamma_{2ij}^2$$

vagyis

$$\begin{aligned} \gamma_0^2 \geq & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_{ij}^A \frac{\alpha_{ij}^2(0)}{2} + r_{ij}^A \frac{\dot{\alpha}_{ij}^2(0)}{2} + \\ & + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m q_{ij}^B \frac{\beta_{ij}^2(0)}{2} + r_{ij}^B \frac{\dot{\beta}_{ij}^2(0)}{2} \end{aligned}$$

a (4.7) feltétel teljesül, ami a (4.3) rendszer aszimptotikus hiperstabilitását biztosítja.

Ez egyben adja, hogy

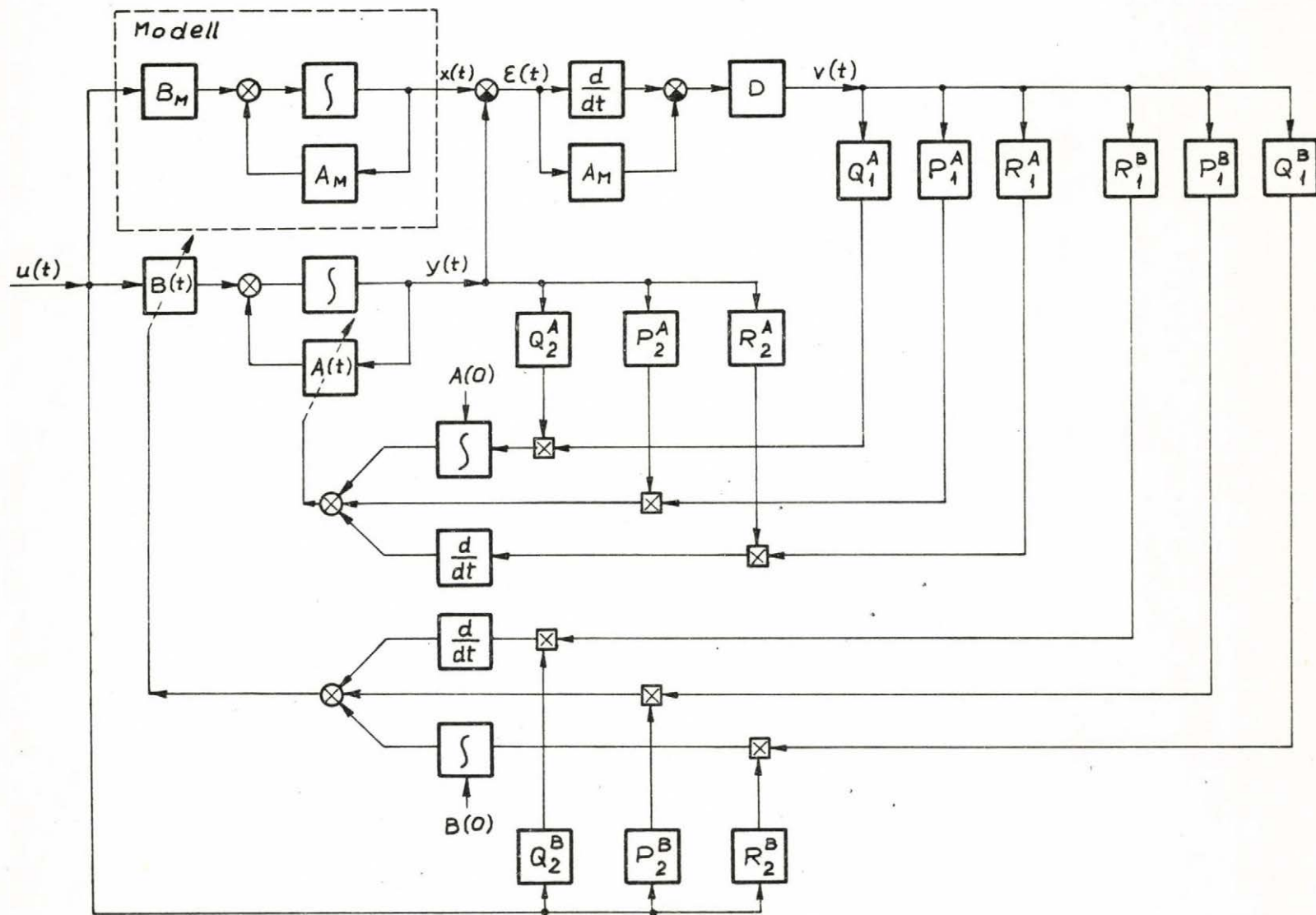
$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0,$$

vagyis a folyamat kimenete a modell kimenetét követi. A 8. ábrán tervezett modell referenciás adaptív rendszer blokkvázlata látható. A kompenzátor a (4.6) egyenlet szerint Differenciális és Arányos tagokból áll. Ilyenkor a D mátrix akármilyen szimmetrikus pozitív definit mátrix lehet. Ha  $v(t) - t$  úgy állíthatjuk elő, hogy:

$$v(t) = P e(t)$$

ahol a  $P = P^T > 0$  és az  $A_M^T P + P A_M = -Q$  Ljapunov egyenletet kielégíti, akkor a 2. tétel felhasználásával a kapott eredmény nem változik meg. Ilyenkor a





8. ábra  
MRAR PID ADAPTÁCIÓS ALGORITMUS SÁLL.

kompenzátor csak egy  $P$  arányos tagból áll. Az egyszerűség árán  $P$  nem lehet tetszőleges szimmetrikus pozitív definit mátrix, hanem meg kell oldani a mátrix Ljapunov egyenletet.

A (4.9.a) ill. (4.9.b) algoritmusok mátrix alakban következőképpen írhatók fel:

$$A(t) = A(o) + \int_0^t Q_1^A v(Q_2^A x)^T d\tau + P_1^A v(P_2^A x)^T + \\ + \frac{d}{dt} R_1^A v(R_2^A x)^T$$

$$B(t) = B(o) + \int_0^t Q_1^B v(Q_2^B u)^T d\tau + P_1^B v(P_2^B u)^T + \\ + \frac{d}{dt} R_1^B v(R_2^B u)^T \quad (4.13.b)$$

ahol

$A(o), B(o)$  tetszőleges mátrixok  
 $Q_1^A, Q_2^A, Q_1^B, Q_2^B$  szimmetrikus pozitív definit mátrixok  
 $R_1^A, R_1^B, R_2^A, R_2^B, P_1^A, P_1^B, P_2^A, P_2^B$  szimmetrikus pozitív definit, vagy pozitív szemi-definit mátrixok

A fenti algoritmusok érvényessége az  $R^n$  térben lineáris transzformálással és a pozitív definit mátrixok tulajdonságának felhasználásával bebizonyítható. Tudjuk azt, hogy egy szimmetrikus pozitív definit mátrix mindig felfogható, mint egy nem szinguláris mátrix saját transzponálásának szorzása.

Vagyis:

$$Q_1^A = (Q_{1*}^A)^T Q_{1*}^A ; \quad Q_2^A = (Q_{2*}^A)^T Q_{2*}^A ;$$

$$P_1^A = (P_{1*}^A)^T P_{1*}^A ; \quad P_2^A = (P_{2*}^A)^T P_{2*}^A ;$$

$$R_1^A = (R_{1*}^A)^T R_{1*}^A ; \quad R_2^A = (R_{2*}^A)^T R_{2*}^A$$

ahol a  $Q_{1*}^A, Q_{2*}^A, P_{1*}^A, P_{2*}^A, R_{1*}^A$  és  $R_{2*}^A$  nem szingulárisak.

/Hasonló sorozatok írhatók fel a B-re vonatkozó mátrixokra is./ Végezzük el a következő lineáris transzformációt az  $R^n$  térben:

$$v_1(t) = Q_{1*}^A v(t) ; \quad x_1(t) = Q_{2*}^A x(t) \tag{4.14}$$

$$v_2(t) = R_{1*}^A v(t) ; \quad x_2(t) = R_{2*}^A x(t)$$

A (4.8.a) feltétel a következőképpen írható fel mátrix alakban:

$$\int_0^T v^T(t) [A_M - A(t)] x(t) dt \leq \gamma_1^2 \tag{4.15}$$

$\gamma_1$  T-től független konstans.

A (4.14) transzformációkat és a (4.13.a) algoritmust (4.15)-be helyettesítve kapjuk:

$$\int_0^T v_1^T \left\{ - \int_0^t v_1 x_1^T d\tau + \tilde{A}_M \right\} x_1 dt -$$

$$- \int_0^T [v_1^T P_1^A v_1][x_1^T P_2^A x_1] dt - \int_0^T v_2^T \left\{ \frac{d}{dt} v_2 x_2^T \right\} x_2 dt \leq \gamma_1^2$$

ahol

$$\tilde{A}_M = (Q_{1*}^T)^{-1} \{A_M - A(0)\} Q_{1*}^{-1}$$

A kettős összezést felhasználva a (4.16) feltétel első integrálját a következőképpen írhatjuk fel:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^T v_1^T \left\{ - \int_0^t v_1 x_1^T d\tau + \tilde{A}_M \right\} x_1 dt = \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n - \int_0^T v_{1i} x_{1j} \left\{ \int_0^t v_{1i} x_{1j} d\tau - \tilde{A}_{Mij} \right\} dt = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left\{ \int_0^T v_{1i} x_{1j} dt - \tilde{A}_{Mij} \right\}^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (\tilde{A}_{Mij})^2 \leq \\ &\quad \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (\tilde{A}_{Mij})^2 \end{aligned}$$

(4.16) második integrálja a negatív előjellel mindig nempozitív minden  $T > 0$  -ra a harmadik integrálját elemezve kapjuk:



$$\begin{aligned}
 I_3 &= - \int_0^T v_2^T \left\{ \frac{d}{dt} v_2 x_2^T \right\} x_2 dt = \\
 &= - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \int_0^T v_{2i} x_{2j} \frac{d}{dt} v_{2i} x_{2j} dt \\
 &= - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n [v_{2i}(t) x_{2j}(t)]_0^T \leq \\
 &\quad + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \{v_{2i}(0) x_{2j}(0)\}^2
 \end{aligned}$$

Ezek után ha választjuk

$$\gamma_1^2 \geq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \{ [\tilde{A}_{Mij}]^2 + [v_{2i}(0) x_{2j}(0)]^2 \}$$

akkor (4.16) teljesülni fog. Hasonlóképpen (4.13.b) is bebizonyítható.

A későbbiekben gyakran fogjuk használni azt a speciális /de nem kevésbé általános/ esetet, amikor

$$Q_2^A = Q_2^B = P_2^A = P_2^B = R_2^A = R_2^B = I$$

Ebben az esetben a PID adaptációs algoritmusok

$$A(t) = A(0) + Q^A \int_0^t v x^T dt + P^A v x^T + R^A \frac{d}{dt} v x^T$$

(4.17.a.)

$$B(t) = B(0) + Q^B \int_0^t v u^T dt + P^B v u^T + R^B \frac{d}{dt} v u^T \quad (4.17.b)$$

alakot vesznek fel, ahol  $Q^A=Q_1^A$ ,  $P^A=P_1^A$ ,  $R^A=R_1^A$   
és  $Q^B=Q_1^B$ ,  $P^B=P_1^B$ ,  $R^B = R_1^B$ .

### Szimulációs példa

A PID adaptációs algoritmust néhány szimulációs példán szemléltetjük.

Jellemezzék a modellt és a folyamatot a következő egyenletek.

$$\dot{y}(t) = -3y(t) + 2 u(t)$$

$$\dot{x}(t) = a(t)x(t) + b(t)u(t)$$

Az alkalmazott bemenőjel legyen szinuszos függvény.

$$u(t) = \sin(0.0628)t$$

Legyen

$$v(t) = 1.0[y(t)-x(t)] = 1.0 e(t) \quad \text{/arányos kompenzálás/}$$

$$a(t) = a(0) + 5.0 \int_0^t v(t) dt + 0.05v(t)x(t) + 0.005 \frac{d}{dt} v(t) x(t)$$

$$b(t) = b(0) + 5.0 \int_0^t v(t)u(t) dt + 0.05 v(t)u(t) + 0.005 \frac{d}{dt} v(t)u(t)$$

- és a) esetben  $a(0)=b(0)=e(0)=0$   
b) esetben  $a(0)=5$ ;  $b(0)=5$  és  $e(0)=0$   
c) esetben  $a(0)=-5$ ;  $b(0)=-5$  és  $e(0)=0$

Az  $e(t)$  hiba alakulása a 9.a., 9.b., és 9.c. ábrákon látható.

A második szimulációs példa paramétereit úgy választottuk meg, hogy a PID algoritmus egyes tagjainak hatását megvizsgálhassuk. Legyenek a kezdeti értékek azonosak a felső esettel. Legyen a bemenőjel az egy-ségugrás

$$u(t) = 1(t)$$

A szabad paraméterek megválasztása

- d)  $q^A = q^B = 0.5$  és  $p^A = p^B = 0.005$   
e)  $q^A = q^B = 0.5$  ;  $p^A = p^B = 0.005$  ;  $r^A=r^B=0.0005$   
f)  $q^A = q^B = 5$ ,  
g)  $q^A = q^B = 5$  ;  $p^A = p^B = 0.05$   
h)  $q^A = q^B = 5$  ;  $p^A = p^B = 0.05$ ;  $r^A=r^B=0.005$ .

A hibák alakulásának értékeit 1. táblázat tartalmazza. A 10.a. és 10.b. e) és h) hibájának alakulását mutatják.

#### 4.1.2 Adaptív irányítás paraméter adaptációval elérhető paraméterű folyamat esetén

Az előző pontban ismertetett módszer csak olyan folyamatokra alkalmazható, amelyeknek a paramétereit közvetlenül elérhetőek. Tegyük fel, hogy ez a felté-



\*\*\*MIMIC SOURCE LANGUAGE PROGRAM\*\*\*

```

CONTB,9,DI
CONDIT1
CONDITM1
PAR(10,PAR,AM0,94,ED)
SIN(10,962817)
U
DX
A+X+3+U
NY
A+Y+8+M+g
X
Y
INT(10,9,1)
INT(10,9,1)
E
K-Y
D+E
V
V+Y
INT(V+Y,1,9)
AMI
DER(1, V*Y, B, 0)
PMI
INT(V+0,3,9)
F2
V+U
D=9,1, V*J, 0, 0, 1
AMI
AM
D+8*J+P+e+1+P+e+1
F IN(1, 3, 1)
MDR(10, A, 1, DF1, B, 0, DF2, E, P, 9, 9)
OUT(1, AM, DF1, 94, DF2, E)
PL(1, AM, 94)
2, 0, 1, E)
END

```

A -0.30000E+01      B -0.20000E+01      D -0.10000E+01

DT 0.50000E+00

DTMIN 0.50000E-01

Adaptiv irānītās simulācijas peldāšana  
MIMIC programma



CHART 2

THE INDEPENDENT VARIABLE T

SIGNED BY \*

-0.12000E+00

-0.80000E-01

-0.40000E-01

0.00000E+00

0.40000E-01

0.80000E-01

1.20000E-01

E

0.00000E+00

0.50000

1.00000

1.500

2.000

2.500

3.000

3.500

4.000

4.500

5.000

5.500

6.000

6.500

7.000

7.500

8.000

8.500

9.000

9.500

10.000

10.500

11.000

11.500

12.000

12.500

13.000

13.500

14.000

14.500

15.000

15.500

16.000

16.500

17.000

17.500

18.000

18.500

19.000

19.500

20.000

20.500

21.000

21.500

22.000

22.500

23.000

23.500

24.000

24.500

25.000

25.500

FORC

0.00000E+00

0.10000E-01

0.20000E-01

0.30000E-01

0.40000E-01

0.50000E-01

0.60000E-01

0.70000E-01

0.80000E-01

0.90000E-01

0.00000E+00

-0.10000E-01

-0.20000E-01

-0.30000E-01

-0.40000E-01

-0.50000E-01

-0.60000E-01

-0.70000E-01

-0.80000E-01

-0.90000E-01

0.00000E+00

0.10000E-01

0.20000E-01

0.30000E-01

0.40000E-01

0.50000E-01

0.60000E-01

0.70000E-01

0.80000E-01

0.90000E-01

0.00000E+00

0.10000E-01

0.20000E-01

0.30000E-01

0.40000E-01

0.50000E-01

0.60000E-01

0.70000E-01

0.80000E-01

0.90000E-01

0.00000E+00

0.10000E-01

0.20000E-01

0.30000E-01

0.40000E-01

0.50000E-01

0.60000E-01

0.70000E-01

0.80000E-01

0.90000E-01

ga. abra  
Hiba alakulása

$a(t) = b(t) = \epsilon(t) = 0$   
 $u(t) = \sin(0.628t)$



CHART 2

THE INDEPENDENT VARIABLE T

E	SIGNED BY +	-0.17500E+01	-0.12570E+01	-0.10000E+01	-0.75000E+00	-0.50000E+00	-1.25000E+00	0.00000E+00
0.000E+00	0.80000E+00							
0.500	-0.99121E-01							
1.000	-0.15275E+01							
1.500	-0.90478E+00							
2.000	-0.96123E-01							
2.500	-0.45411E-01							
3.000	-0.40541E-01							
3.500	-0.52319E-01							
4.000	-0.57457E-01							
4.500	-0.60426E-01							
5.000	-0.62924E-01							
5.500	-0.63722E-01							
6.000	-0.62150E-01							
6.500	-0.59293E-01							
7.000	-0.55894E-01							
7.500	-0.50845E-01							
8.000	-0.45812E-01							
8.500	-0.39735E-01							
9.000	-0.34102E-01							
9.500	-0.28616E-01							
10.000	-0.23432E-01							
10.500	-0.18696E-01							
11.000	-0.14509E-01							
11.500	-0.10923E-01							
12.000	-0.79044E-02							
12.500	-0.55600E-02							
13.000	-0.37052E-02							
13.500	-0.23140E-02							
14.000	-0.13002E-02							
14.500	-0.60967E-03							
15.000	-0.14555E-03							
15.500	0.14715E-03							
16.000	0.31993E-03							
16.500	0.41266E-03							
17.000	0.45460E-03							
17.500	0.45616E-03							
18.000	0.43086E-03							
18.500	0.40720E-03							
19.000	0.40321E-03							
19.500	0.41268E-03							
20.000	0.39603E-03							
20.500	0.38089E-03							
21.000	0.36747E-03							
21.500	0.35576E-03							
22.000	0.34567E-03							
22.500	0.33706E-03							
23.000	0.32983E-03							
23.500	0.32365E-03							
24.000	0.31904E-03							
24.500	0.31532E-03							
25.000	0.31263E-03							
25.500	0.31092E-03							
26.000	0.31017E-03							
26.500	0.31034E-03							
27.000	0.31144E-03							
27.500	0.31346E-03							
28.000	0.31642E-03							
28.500	0.32032E-03							
29.000	0.32521E-03							

g.b. abra

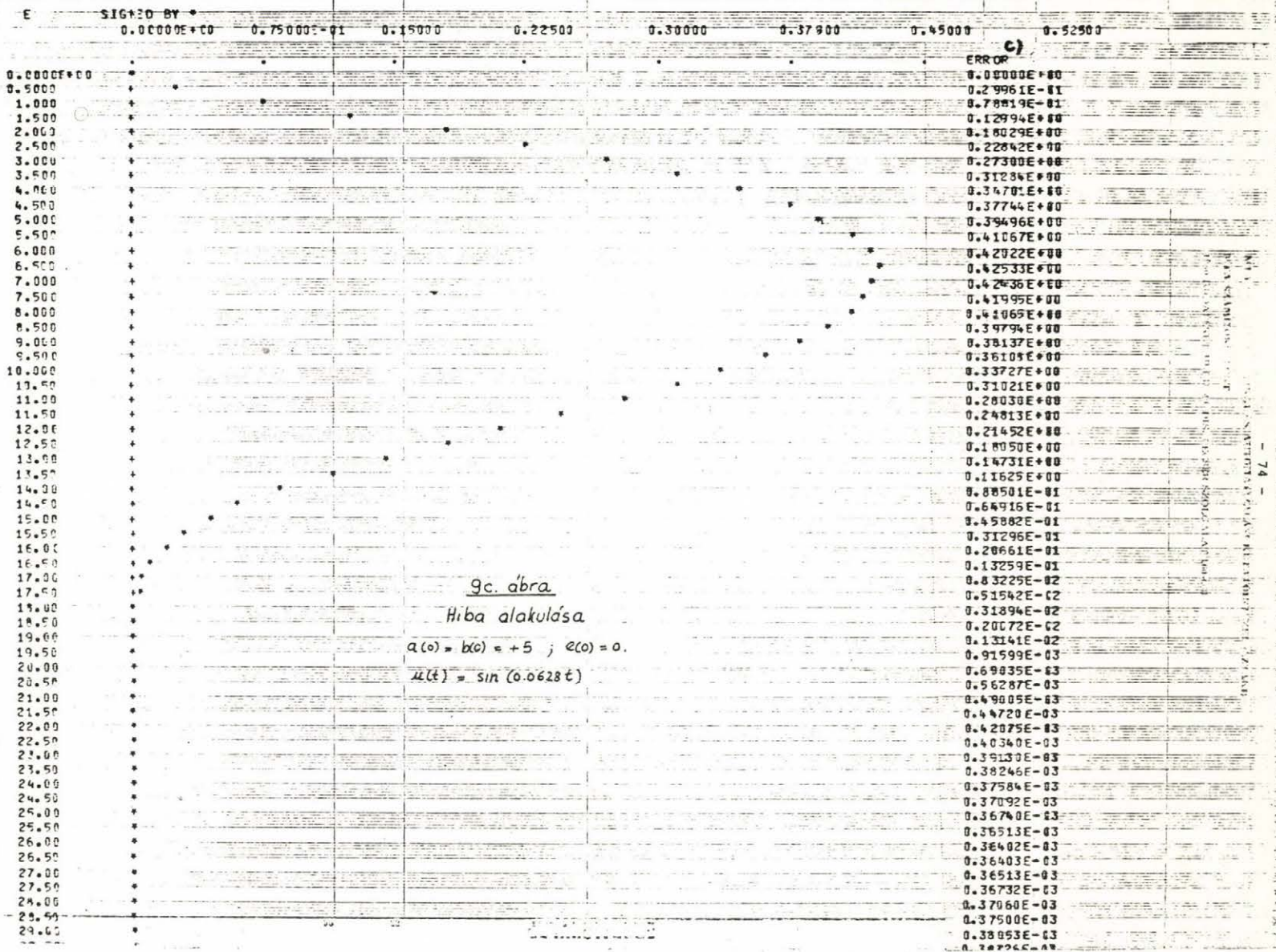
Hiba alakulása

$a(t) = -5$  ;  $b(t) = -5$  ;  $e(t) = 0$ .

$M(t) = \sin(0.0628t)$



THE INDEPENDENT VARIABLE X





	FB 0.00000E+00	EB 0.00000E+00	FB 0.00000E+00	FB 0.00000E+00	FB 0.00000E+00
	d)	e)	f)	g)	h)
IDO	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR
0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
0.50000E+00	0.50299E+00	0.50286E+00	0.37840E+00	0.37219E+00	0.37152E+00
0.10000E+01	0.54311E+00	0.54299E+00	-0.62056E-01	-0.66393E-01	-0.64773E-01
0.15000E+01	0.42643E+00	0.42639E+00	-0.42446E+00	-0.40714E+00	-0.40628E+00
0.20000E+01	0.23234E+00	0.23237E+00	-0.18917E-02	-0.41337E-02	-0.10507E-01
0.25000E+01	-0.48019E-02	-0.46560E-02	0.27709E+00	0.25920E+00	0.25021E+00
0.30000E+01	-0.24718E+00	-0.18113E+00	0.15730E+00	0.14582E+00	0.14386E+00
0.35000E+01	-0.43519E+00	-0.39331E+00	-0.10212E+00	-0.96164E-01	-0.89719E-01
0.40000E+01	-0.50256E+00	-0.50130E+00	-0.13454E+00	-0.12436E+00	-0.12298E+00
0.45000E+01	-0.42865E+00	-0.46470E+00	0.25271E-01	0.22779E-01	0.13615E-01
0.50000E+01	-0.26111E+00	-0.31513E+00	0.91037E-01	0.81604E-01	0.38497E+00
0.55000E+01	-0.70637E-01	-0.19910E+00	0.25534E-01	0.23294E-01	0.50234E+00
0.60000E+01	0.94189E-01	0.18721E-01	-0.45617E-01	-0.41803E-01	0.23030E+00
0.65000E+01	0.21234E+00	0.17304E+00	-0.31960E-01	-0.29232E-01	0.29820E-01
0.70000E+01	0.27915E+00	0.28596E+00	0.16188E-01	0.14664E-01	-0.15159E+00
0.75000E+01	0.29767E+00	0.33947E+00	0.25716E-01	0.23401E-01	-0.60205E-01
0.80000E+01	0.27477E+00	0.34057E+00	0.57912E-03	0.54653E-03	0.24430E+00
0.85000E+01	0.21949E+00	0.29907E+00	-0.15459E-01	-0.14005E-01	0.25030E+00
0.90000E+01	0.14243E+00	0.22637E+00	-0.61616E-02	-0.56053E-02	0.12492E+00
0.95000E+01	0.55509E-01	0.13479E+00	0.70378E-02	0.63330E-02	0.46149E-01
0.10000E+02	-0.28229E-01	0.37405E-01	0.64877E-02	0.58599E-02	0.11181E-01
0.10500E+02	-0.95709E-01	-0.51331E-01	-0.17396E-02	-0.15476E-02	0.99334E-03
0.11000E+02	-0.13641E+00	-0.11792E+00	-0.46175E-02	-0.41481E-02	-0.63665E-03
0.11500E+02	-0.14564E+00	-0.15254E+00	-0.71101E-03	-0.65211E-03	-0.42542E-03
0.12000E+02	-0.12629E+00	-0.15307E+00	0.25307E-02	0.22592E-02	-0.13880E-03
0.12500E+02	-0.87341E-01	-0.12506E+00	0.14137E-02	0.12704E-02	-0.24711E-04
0.13000E+02	-0.40202E-01	-0.73927E-01	-0.99047E-03	-0.87645E-03	0.19496E-05
0.13500E+02	0.48980E-02	-0.30007E-01	-0.12414E-02	-0.11074E-02	0.34476E-05
0.14000E+02	0.40794E-01	0.14754E-01	0.12354E-03	0.10404E-03	0.14869E-05
0.14500E+02	0.63705E-01	0.48167E-01	0.80202E-03	0.71062E-03	0.37796E-06
0.15000E+02	0.72726E-01	0.67518E-01	0.23518E-03	0.21173E-03	0.34430E-07
0.15500E+02	0.69109E-01	0.72890E-01	-0.39654E-03	-0.34851E-03	-0.21348E-07
0.16000E+02	0.55587E-01	0.66275E-01	-0.29601E-03	-0.26270E-03	-0.13912E-07
0.16500E+02	0.35780E-01	0.50873E-01	0.12670E-03	0.10966E-03	-0.46275E-08
0.17000E+02	0.13663E-01	0.30512E-01	0.22883E-03	0.20141E-03	-0.87311E-09
0.17500E+02	-0.69691E-02	0.91019E-02	0.11433E-04	0.11391E-04	0.58208E-10
0.18000E+02	-0.20333E-01	-0.98628E-02	-0.13465E-03	-0.11756E-03	0.14552E-09
0.18500E+02	-0.32589E-01	-0.23771E-01	-0.58949E-04	-0.52279E-04	0.13097E-09
0.19000E+02	-0.35084E-01	-0.31223E-01	0.59060E-04	0.51003E-04	0.13097E-09
0.19500E+02	-0.31282E-01	-0.32136E-01	0.58639E-04	0.51349E-04	0.13097E-09
0.20000E+02	-0.22932E-01	-0.27569E-01	-0.13238E-04	-0.11055E-04	0.13097E-09
0.20500E+02	-0.12262E-01	-0.19334E-01	-0.40749E-04	-0.35361E-04	0.13097E-09
0.21000E+02	-0.14727E-02	-0.95194E-02	-0.76949E-05	-0.69580E-05	0.13097E-09
0.21500E+02	0.76441E-02	-0.48007E-04	0.21791E-04	0.18725E-04	0.13097E-09
0.22000E+02	0.13921E-01	0.76129E-02	0.13094E-04	0.11443E-04	0.13097E-09
0.22500E+02	0.16868E-01	0.12594E-01	-0.81948E-05	-0.69202E-05	0.13097E-09
0.23000E+02	0.16611E-01	0.14628E-01	-0.11113E-04	-0.96010E-05	0.13097E-09
0.23500E+02	0.13748E-01	0.13961E-01	0.67895E-06	0.48341E-06	0.13097E-09
0.24000E+02	0.91811E-02	0.11208E-01	0.70195E-05	0.60002E-05	0.13097E-09
0.24500E+02	0.39265E-02	0.71945E-02	0.22989E-05	0.20240E-05	0.13097E-09
0.25000E+02	-0.10581E-02	0.27882E-02	-0.33778E-05	-0.28518E-05	0.13097E-09
0.25500E+02	-0.50137E-02	-0.12374E-02	-0.27019E-05	-0.23266E-05	0.13097E-09
0.26000E+02	-0.74721E-02	-0.43088E-02	0.10090E-05	0.82851E-06	0.13097E-09
0.26500E+02	-0.82873E-02	-0.61091E-02	0.20318E-05	0.17287E-05	0.13097E-09
0.27000E+02	-0.75095E-02	-0.65850E-02	0.17165E-06	0.16579E-06	0.13097E-09
0.27500E+02	-0.58887E-02	-0.59086E-02	-0.11684E-05	-0.98276E-06	0.13097E-09
0.28000E+02	-0.33762E-02	-0.44074E-02	-0.55569E-06	-0.47982E-06	0.13097E-09
0.28500E+02	-0.81984E-03	-0.24809E-02	0.49543E-06	0.40983E-06	0.13097E-09
0.29000E+02	0.14232E-02	-0.52079E-03	0.52908E-06	0.44878E-06	0.13097E-09
0.29500E+02	0.30448E-02	0.11512E-02	-0.96712E-07	-0.74884E-07	0.13097E-09
0.30000E+02	0.38922E-02	0.23217E-02	-0.35889E-06	-0.30067E-06	0.13097E-09
0.30500E+02	0.39641E-02	0.28990E-02	-0.79875E-07	-0.70737E-07	0.13097E-09

1. táblázat  
Hiba alakulásának  
értékei különböző  
esetekben

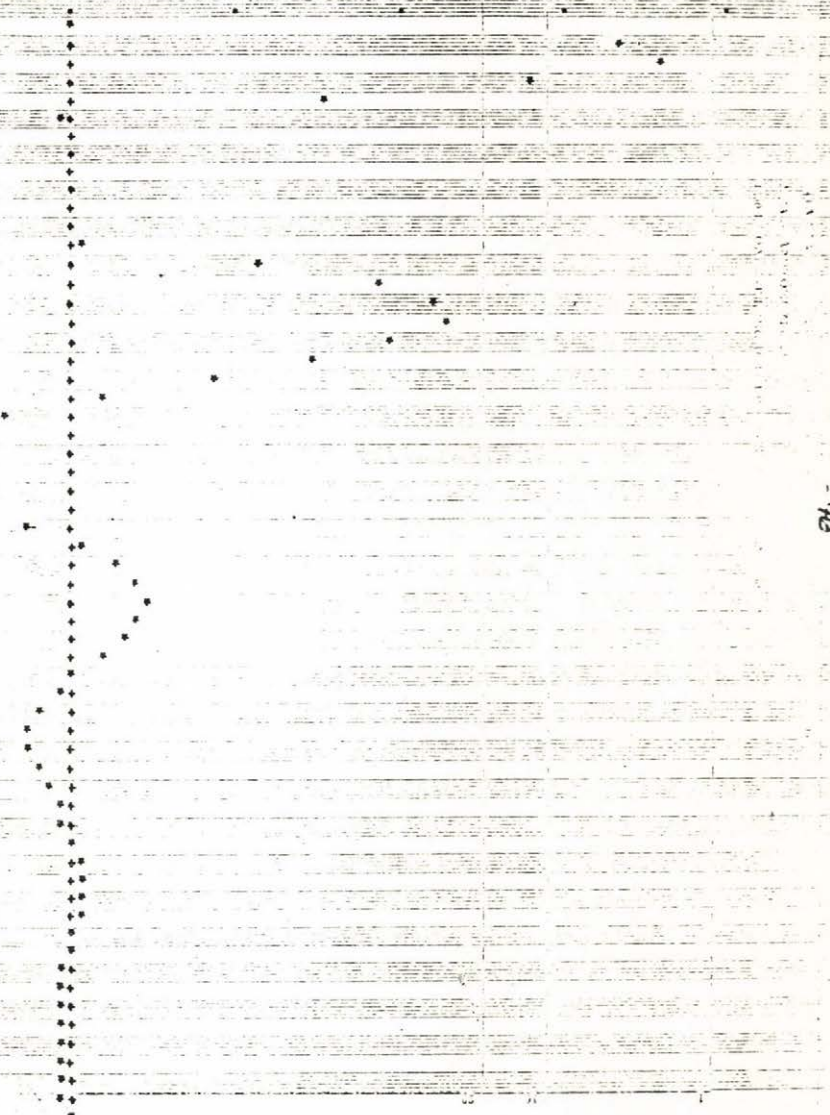


THE INDEPENDENT VARIABLE T

SIGNED BY \*  
 -0.50000E+00 -0.45000E+00 -0.30000E+00 -0.15000E+00 0.00000E+00 0.15000 0.30000 0.45000

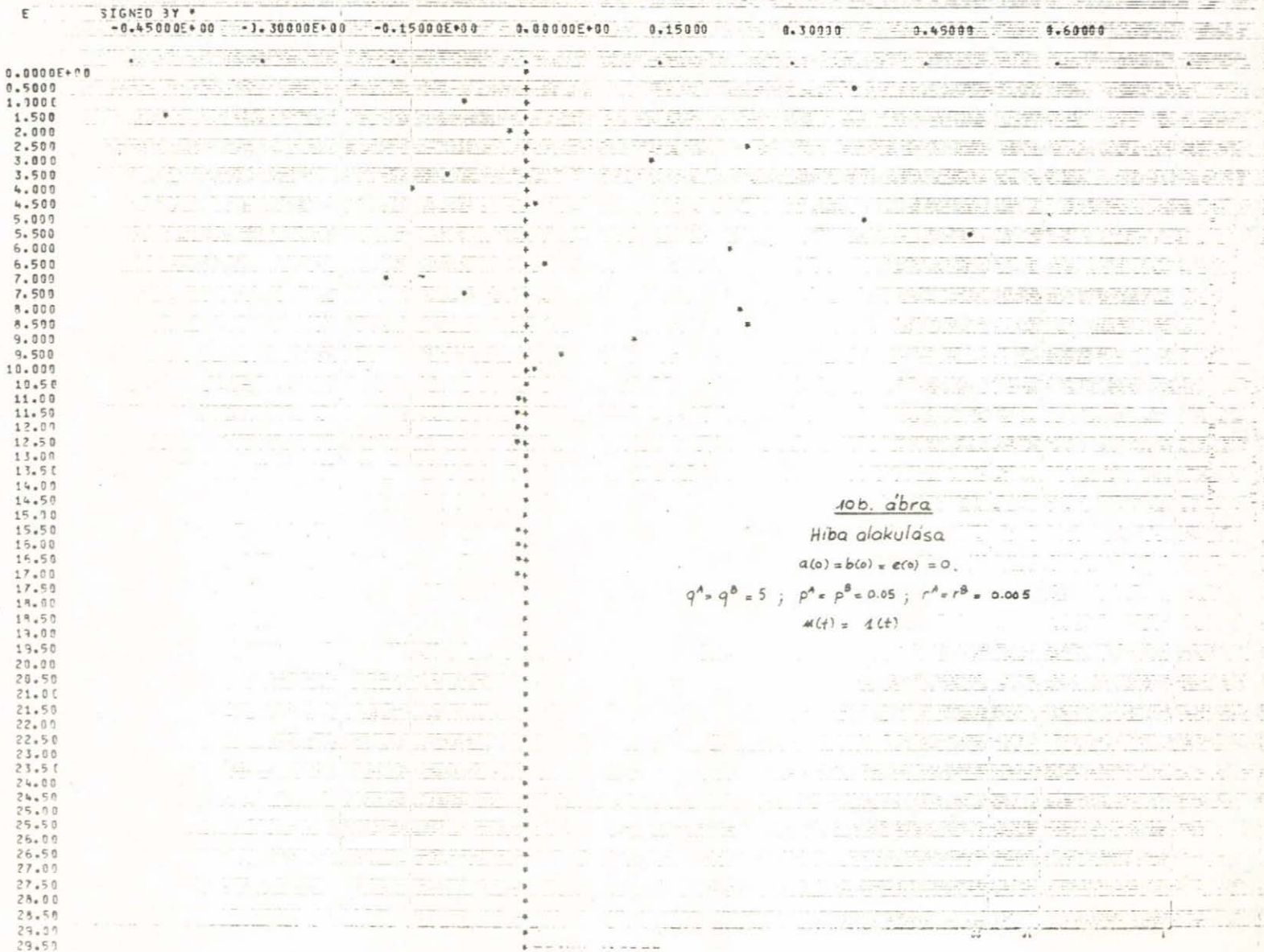
0.0000E+00  
 0.5000  
 1.0000  
 1.500  
 2.000  
 2.500  
 3.000  
 3.500  
 4.000  
 4.500  
 5.000  
 5.500  
 6.000  
 6.500  
 7.000  
 7.500  
 8.000  
 8.500  
 9.000  
 9.500  
 10.000  
 10.50  
 11.00  
 11.50  
 12.00  
 12.50  
 13.00  
 13.50  
 14.00  
 14.50  
 15.00  
 15.50  
 16.00  
 16.50  
 17.00  
 17.50  
 18.00  
 18.50  
 19.00  
 19.50  
 20.00  
 20.50  
 21.00  
 21.50  
 22.00  
 22.50  
 23.00  
 23.50  
 24.00  
 24.50  
 25.00  
 25.50  
 26.00  
 26.50  
 27.00  
 27.50  
 28.00  
 28.50  
 29.00  
 29.50

10a. ábra  
 Hiba alakulása  
 $q^A = q^B = 0.5$  ;  $p^A = p^B = 0.005$  ;  $r^A = r^B = 0.0005$   
 $u(t) = 4(t)$   
 $a(a) = b(a) = c(a) = 0.$



76

THE INDEPENDENT VARIABLE T



10b. ábra

Hiba alakulása

$$a(0) = b(0) = c(0) = 0.$$

$$q^A = q^B = 5 ; p^A = p^B = 0.05 ; r^A = r^B = 0.005$$

$$\mu(t) = 1(t)$$



tel nem teljesül. Ilyenkor a feladat megoldására a visszacsatoló és a bemenő ágakban végzett paraméter adaptáció szolgálhat.

Legyen a folyamat dinamikája

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u_f(t) \quad (4.19)$$

ahol  $A, B$  ;  $n \times n$  ill.  $n \times m$  méretű állandó mátrixok. További feltételünk az, hogy  $B$  ismert és létezik baloldali általánosított inverz mátrixa  $B^+$  (8) vagyis

$$B^+ B = I \quad (4.20)$$

A visszacsatoló és bemenő ági jelképzést jellemezze a következő összefüggés:

$$u_f(t) = F_1(t)u(t) + F_2(t) x(t) \quad (4.21)$$

ahol  $F_1(t), F_2(t)$   $m \times r$  és  $m \times n$  változtatható mátrixok.  $F_1(t)$  és  $F_2(t)$  olyan változtatása, hogy a folyamat kimenete a modell kimenetét kövesse.

Legyen a kívánt modell dinamikája:

$$\dot{y}(t) = A_M y(t) + B_M u(t) \quad (4.22)$$

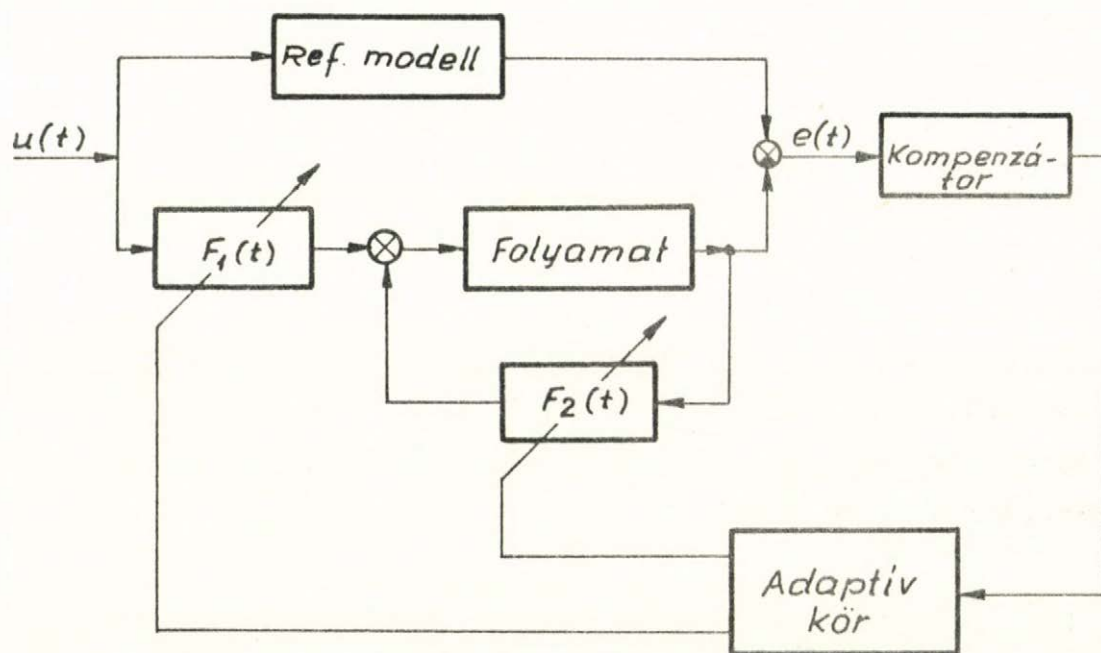
ahol

$A_M$   $n \times n$  méretű stabilis állandó, ismert mátrix,

$B_M$   $n \times r$  méretű állandó mátrix.

A (4.19) és (4.22)-ből a hibarendszerünk most a következő alakban adható meg





11. ábra

EL NEM ÉRHEŐ PARAMÉTERŰ FOLYAMAT ADAPTIV IRÁNYÍTÁSA

$$e(t) = y(t) - x(t)$$

$$\dot{e}(t) = A_M e(t) + \rho(t)$$

$$\rho(t) = [A_M - A - B F_2(t)] x(t) + [B_M - B F_1(t)] u(t)$$

Ebből látható, hogy (4.3)-hoz hasonló egyenletet kapunk. A különbség, hogy a  $-A$  konstans és a  $B$  szorzó mátrixok szerepelnek  $\rho(t)$ -ben. A PID adaptációban  $-A$  hatását  $A(o)$ -ként kezeljük és mivel  $A(o)$  tetszőleges lehet ezért azt mondjuk, hogy tetszőleges konstansokat hozzáadhatjuk a  $\rho(t)$  szögletes jelben lévő mennyiséghez. A PID adaptáció most olyan mint a (4.13). A különbség az, hogy a kifejezés baloldalán nem  $A(t)$  ill.  $B(t)$  szerepelnek, hanem  $B F_2(t)$  ill.  $B F_1(t)$ .  $B^+$ -szal jobbról való szorzás után kapjuk

$$F_2(t) = B^+ A(o) + B^+ \int_0^t Q_1^A v(Q_2^A x)^T dt + \quad (4.23)$$

$$+ B^+ P_1^A v(Q_2^A x)^T + B^+ \frac{d}{dt} R_1^A v(R_2^A x)^T$$

$$F_1(t) = B^+ B(o) + B^+ \int_0^t Q_1^B v(Q_2^B u)^T dt + \quad (4.24)$$

$$+ B^+ P_1^B v(Q_2^B u)^T + B^+ \frac{d}{dt} R_1^B v(R_2^B u)^T$$

Arányos kompenzálás esetén

$$v(t) P e(t) ; P^T = P > 0$$

ahol

$$A_M^T P + P A_M = -Q ; Q^T = Q > 0$$

Differenciáló kompenzálás esetén:

$$v(t) = D\{e(t) - A_M e(t)\}; \quad D^T = D > 0$$

kapható, hasonlóan mint az előző esetben.

#### 4.1.3 Adaptív irányítás jeladaptációval

A jeladaptáció alatt azt értjük, amikor a bemenőjelhez adaptációs segédjelet adunk. Az adaptív irányításban az adaptációs jelnek olyannak kell lennie, hogy a folyamat a modellt kövesse /lásd. 12 ábra/. Így a jeladaptáció a folyamat paramétereinek elérhetőségét nem követeli meg. Tehát olyan folyamatra alkalmazható, ahol folyamat paramétereit nem változtathatók közvetlenül, de a folyamat bemenő jele szabályozható.

Legyen a referencia modell leírása az előző esetekhez hasonló

$$\dot{y}(t) = A_M y(t) + B_M u(t)$$

ahol

$A_M$ ,  $B_M$   $n \times n$  ill.  $n \times m$  méretű állandó mátrixok

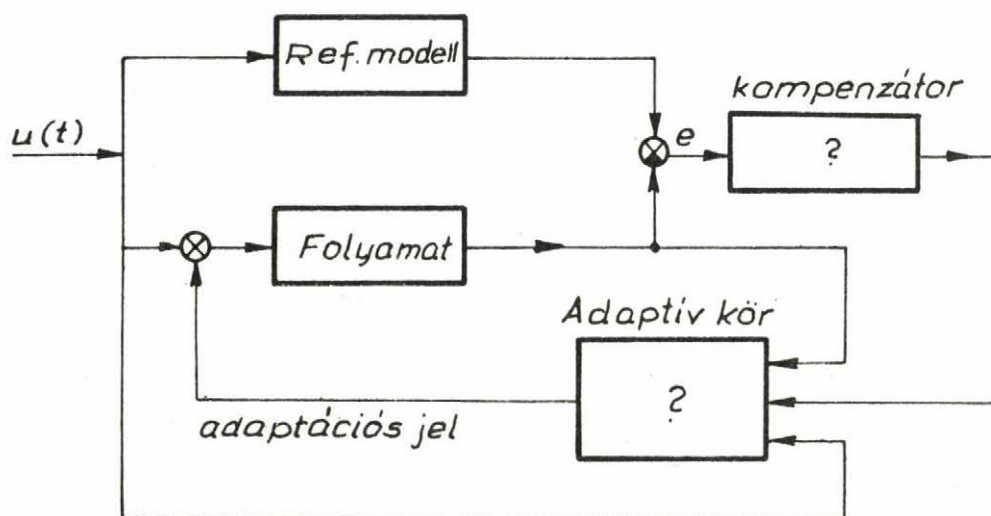
$$\forall \operatorname{Re} \lambda_i(A_M) \in \mathbb{R}.$$

A folyamat dinamikája:

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B\{u(t) + f(t)\}$$

ahol





42. ábra

JELADAPTÁCIÓ TERVEZÉSE

$A, B$   $n \times n$  ill.  $n \times m$  méretű mátrixok  
 $u(t)$  modell és folyamat közös bemenőjele  
 $f(t)$  adaptációs jel.

A feladat tehát olyan  $f(t)$  keresése, hogy az

$$e(t) = y(t) - x(t)$$

hibavektor eltűnjön.

A modell és a folyamat dinamikájából a hibaegyenlet alakja a következő:

$$\dot{e}(t) = A_M e(t) + \rho(t) \quad (4.26)$$

ahol

$$\rho(t) = [A_M - A]x(t) + [B_M - B]u(t) - B f(t) \quad (4.27)$$

Az  $f(t)$  jelet az  $u(t)$  és  $x(t)$  jelek lineáris kapcsolatának alakjában keressük.

$$f(t) = F_2(t)x(t) + F_1(t)u(t) \quad (4.28)$$

ahol  $F_1(t)$  és  $F_2(t)$  megfelelő méretű változó mátrixok. Feladat a változásuk törvényének megkeresése a modell követése érdekében. A (4.28) összefüggést a (4.27) egyenletbe behelyettesítve kapjuk:

$$\rho(t) = [A_M - A - BF_2(t)]x(t) + [B_M - B - BF_1(t)]u(t) \quad (4.29)$$

A legegyszerűbb megoldás  $F_1(t), F_2(t)$  olyan megválasztása, hogy a (4.29) egyenlet szögletes szorzó jelben levő mennyisége azonosan zérus legyen.

Ilyenkor, tekintettel  $A_M$  stabilis voltára  $e(t)$  eltűnik. Ebben az esetben az  $A$  és  $B$  mátrixoknak ismerteknek kell lenniük

$$A_M - A - BF_2(t) = 0$$

$$B_M - B - BF_1(t) = 0$$

Ezekből

$$F_2(t) = B^+ [A_M - A] \quad (4.30.a)$$

$$F_1(t) = B^+ B_M - I \quad (4.30.b)$$

ahol

$$B^+ B = I$$

Ezt a gondolatot először a [145] publikálta.

Abban az esetben, amikor  $A$  állandó, de nem ismert, akkor nyilván (4.20.a) nem alkalmazható. Ilyenkor a (4.23) és (4.24) adaptációs algoritmust alkalmazhatjuk a (4.26) rendszer aszimptotikus stabilitásának biztosítására. Végül, ha  $B$  sem ismert, akkor az  $F(t)$  jelet nem a folyamat bemenetére, hanem az integrátor elé szükséges bevinni.

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) + f(t)$$

A hibarendszerünk emiatt a következőképpen módosul:

$$\dot{e}(t) = A_M e(t) + \rho(t) \quad (4.31)$$

$$\rho(t) = [A_M - A - F_2(t)]x(t) + [B_M - B - F_1(t)]u(t) \quad (4.32)$$



A modell követésére szolgáló adaptív algoritmus most hasonlóan (4.17) kifejezéshez PID típusúnak vehető:

$$F_1(t) = F_1(o) + Q_1 \int_0^t v(t)u^T(t)dt + P_1 v(t)u^T(t) + R_1 \frac{d}{dt} v(t)u^T(t)$$

$$F_2(t) = F_2(o) + Q_2 \int_0^t v(t)x^T(t)dt + P_2 v(t)x^T(t) + R_2 \frac{d}{dt} v(t)x^T(t)$$

ahol

$Q_1, Q_2$  pozitív definit, szimmetrikus mátrix,

$P_1, P_2, R_1, R_2$  pozitív definit, vagy pozitív szemidefinit szimmetrikus mátrix,

$F_1(o), F_2(o)$  tetszőleges állandó mátrix.

A  $v(t)$  kompenzált jel az előző ponthoz hasonlóan előállítható.

#### 4.1.4 Adaptív identifikáció zajmentes esetben:

A feladat a folyamat ismeretlen, állandó paramétereinek meghatározása /identifikálása/ a modell segítségével.

A modell paramétereit úgy adaptáljuk, hogy konvergáljanak az ismeretlen rendszer paramétereire.

Az identifikálandó folyamat legyen a következő alakban megadható:

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) \quad (4.35)$$

ahol  $A, B$   $n \times n$  ill.  $n \times m$  ismeretlen állandó mátrixok. A (4.35) egyenletben nem szerepelnek a zajok  $\varpi$  a folyamat bemenetén sem a kimenetén. További feltételünk, hogy  $A$  stabilis és  $A, B$  teljesen vezérelhető párost alkot. Válasszuk meg az egész identifikálási rendszert, mint az a 13. ábrán látható. A feladat  $A_M(t)$ ,  $B_M(t)$  és  $u(t)$  adaptálásának módját megkeresi úgy, hogy

$$\lim_{t \rightarrow \infty} A_M(t) = A$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} B_M(t) = B$$

Képezzük az  $e(t)$  hibára az egyenleteket az ábra alapján:

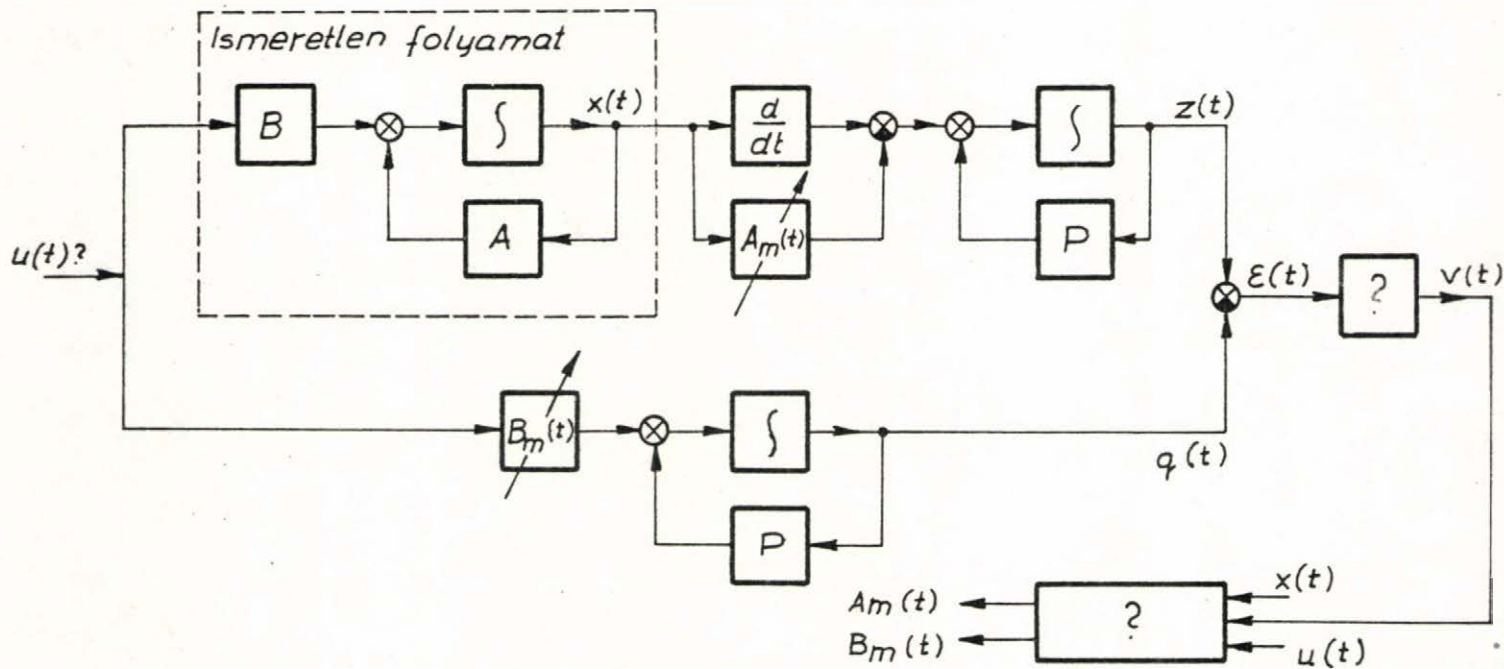
$$e(t) = y(t) - z(t)$$

$$\dot{y}(t) = \dot{x}(t) - A_M(t)x(t) + P y(t)$$

$$\dot{z}(t) = Pz(t) + B_M(t) u(t)$$

$$\dot{e}(t) = Pe(t) + [A - A_M(t)]x(t) + [B - B_M(t)]u(t)$$

(3.36)



13. ábra  
ADAPTIV IDENTIFIKÁCIÓ



Ha a  $P$  mátrixot stabilis /tehát  $\forall \text{Re } \lambda_i(P) \in \mathbb{R}/$  mátrixnak választjuk és az  $A_M(t), B_M(t)$  mátrixokat PID adaptációs algoritmussal adaptáljuk, vagyis

$$A_M(t) = A_M(0) + Q_A \int_0^t v(t)x^T(t)dt + \\ + P_A v(t) x^T(t) + R_A \frac{d}{dt} v(t)x^T(t) \quad (4.37)$$

$$B_M(t) = B_M(0) + Q_B \int_0^t v(t)u^T(t)dt + \\ + P_B v(t) u^T(t) + R_B \frac{d}{dt} v(t)u^T(t) \quad (4.38)$$

ahol

$$v(t) = D e(t) \quad ; \quad D = D^T > 0$$

$$P^T D + D P = -Q \quad ; \quad Q = Q^T > 0$$

$$Q_A, Q_B > 0$$

$$P_A, P_B, R_A, R_B \geq 0$$

akkor mint az előző esetekben a (4.36) hibarendszer aszimptotikusan stabilis lesz. Ez azt jelenti, hogy tetszőleges  $e(t_0)$  kezdeti állapotból indulva és tetszőleges folytonos, korlátos  $u(t)$  bemenőjelre érvényes, hogy

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}(t) = 0$$

amit a (4.36) egyenlettel összetéve, érvényes a következő egyenlet:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \{ [A - A_M(t)]x(t) + [B - B_M(t)]u(t) \} = 0 \quad (4.39)$$

tetszőleges folytonos  $u(t)$  -re

Vezessünk be új jelöléseket:

$$\phi(t) = A - A_M(t)$$

$$\psi(t) = B - B_M(t)$$

Be fogjuk bizonyítani először, hogy korlátos  $u(t)$  hatására érvényes:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \phi(t) = \text{konst.}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \psi(t) = \text{konst.}$$

Vagyis

$$\lim_{t \rightarrow \infty} A_M(t) = \text{konst.}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} B_M(t) = \text{konst.}$$

Mivel a hibarendszer aszimptotikusan stabilis, ezért

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = D \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = D \cdot 0 = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{v}(t) = D \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}(t) = 0$$

azaz a  $v(t)$  kompenzált jel is exponenciálisan eltűnő mennyiség mint  $e(t)$ . Másrészt az ismeretlen folyamat lineáris, stabilis és teljesen irányítható, ezért a korlátos folytonos  $u(t)$  bemenő jelre a  $x(t)$  kimenő válasz is korlátos és folytonos lesz. Így írhatjuk:

$$\max_{\forall t > 0} ||x(t)|| < \infty$$

$$\max_{\forall t > 0} ||u(t)|| < \infty$$

$$\max_{\forall t > 0} ||\dot{x}(t)|| < \infty$$

$$\max_{\forall t > 0} ||\dot{u}(t)|| < \infty$$

Ezeket figyelembevéve, kapjuk

$$v(t) x^T(t) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dt} v(t) x^T(t) \rightarrow 0$$

$$v(t) u^T(t) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dt} v(t) u^T(t) \rightarrow 0$$

Igy (4.37) és (4.38)-ből megállapítjuk, hogy:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} A_M(t) = A_M(0) + Q_A \int_0^t v(t) x^T(t) dt$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} B_M(t) = B_M(0) + Q_B \int_0^t v(t) u^T(t) dt$$



Mivel a fenti integrál integrandusza exponenciálisan eltűnő mennyiség, ezért az integrál létezik, vagyis

$$\lim_{t \rightarrow \infty} A_M(t) = \text{konst.}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} B_M(t) = \text{konst.}$$

amit bizonyítani akartunk.

Keressük most azt a feltételt, amely biztosítja, hogy

$$\lim_{t \rightarrow \infty} A_M(t) = \text{konst.} = A \quad (4.40.a)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} B_M(t) = \text{konst.} = B \quad (4.40.b)$$

Az  $u(t)$  bemenőjel tartalmában keressük ezt a feltételt.

Induljunk ki a (4.39) egyenletből.  $\phi(\infty) \neq \phi$  és  $\Psi(\infty) = \Psi$  jelöléssel kapjuk:

$$\phi x(t) + \Psi u(t) = 0 ; \quad t \rightarrow \infty \quad (4.41)$$

Mivel az identifikálható rendszerünk lineáris, ezért a lineárisan független  $u^i(t)$  /  $i=1,2,\dots$ / vektorokra lineárisan független  $x^i(t)$  válaszokat kapunk. Ha bemenőjelként

$$u(t) = \sum_{i=1}^k u^i(t)$$

jelet használunk ahol  $u^i(t)$  vektorok lineárisan függetlenek, akkor

$$x(t) = \sum_{i=1}^k x^i(t)$$

választ kapunk, ahol  $x^i(t)$  szintén lineárisan független vektorok. A (4.41) egyenletünket most

$$\sum_{i=1}^k \{\phi x^i(t) + \Psi u^i(t)\} = 0 \quad (4.42)$$

A lineáris függetlenség miatt érvényes:

$$\phi x^i(t) + \Psi u^i(t) = 0 \\ i=1, 2, \dots, k.$$

azaz

$$[\phi \ \Psi] \begin{bmatrix} x^i \\ u^i \end{bmatrix} = 0 \quad ; \quad i=1, 2, \dots, k.$$

A

$$g^i = \begin{bmatrix} x^i \\ u^i \end{bmatrix}$$

és

$$T = [\phi \ \Psi]$$

jelölésekkel (4.43) egyenletünk a

$$T g^i = 0 \quad ; \quad i=1, 2, \dots, k. \quad (4.44)$$

alakot veszi fel. Nyilvánvaló, ha tetszőleges  $g^i \neq 0$  -ra (4.44) teljesül, akkor ez csak úgy lehet, hogy  $T = 0$ . Feladatunk most éppen  $T = 0$ -ra vezető  $k$  - szám kijelölése. Mennyi az elegendő  $k$  /a bemenő lineárisan független vektorok száma/ szám, hogy teljesüljön  $T \rightarrow 0$ .

Tegyük fel, hogy  $T$  valamennyi eleme zérustól különböző. Jelöljük  $T$   $j$ -edik sorát  $T_j$ -vel. Így (4.44)-re írható

$$T_j g^i = 0 \quad ; \quad \begin{array}{l} i=1,2,\dots,k \\ j=1,2,\dots,n \end{array}$$

Ha  $k = n+m$  ( $T_j$  elemeinek száma), akkor a

$$G = [g^1, g^2, \dots, g^{n+m}]$$

jelöléssel írhatjuk:

$$T_j G = 0 \quad j=1,2,\dots,n \quad (4.45)$$

Mivel  $G$  oszlopvektorai lineárisan függetlenek, így

$$\det G \neq 0$$

és ezért a (4.45) egyenlet csak úgy teljesülhet, hogy

$$T_j = 0 \quad j=1,2,\dots,n.$$

Az elmondottak alapján megállapíthatjuk, hogy a (4.40.a), (4.40.b) feltételeket biztosító elégséges feltétel az, hogy az  $u(t)$  bemenő vektor legalább  $n + m$  lineárisan független vektorból tevődjön össze. Legegyszerűbben választható meg ilyen jel, amikor  $u(t)$  különböző diszkrét frekvenciákat tartalmaz. Ha  $u(t)$  elemeiként relaxációs jeleket használunk /relaxációs jel olyan, amelynek spektruma végtelen diszkrét értékű/, akkor a fent említett frekvencia feltétel mindig teljesül. De itt meg kell említenünk, hogy relaxációs jelek nem differenciálhatóak minden



$t > 0$ , ezért a PID adaptációs algoritmusban Differenciálós tag nem szerepelhet. Ilyenkor  $R_A = R_B = 0$ , vagyis csak PI adaptációs algoritmust alkalmazunk.

Az  $u(t)$  bemenőjelre fennálló frekvenciafeltétel gondolatával először Lion [82] foglalkozott. Később ezt a gondolatot a [62] [58] munkák továbbfejlesztették.

#### 4.1.5 Adaptív identifikáció zajos esetben

Tegyük fel, hogy az identifikálandó folyamat bemenetén  $\xi(t)$  és belsejében  $\zeta(t)$  adaptív zajvektor jelenik meg. A folyamat leírása ekkor

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B[u(t) + \xi(t)] + \zeta(t) \quad (4.50)$$

Tételezzük fel, hogy a zajok várható értéke ismert. Legyenek a várható értékek:

$$M\{\xi(t)\} = m_\xi$$

$$M\{\zeta(t)\} = m_\zeta$$

Az identifikálásra a következő modellt válasszuk:

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) = P y(t) + [A_M(t) - P]x(t) + B_M(t)[u(t) + m_\xi] + \\ + C_M(t) m_\zeta \end{aligned} \quad (4.51)$$

ahol  $P$  stabilis mátrix.

A hiba vektorra felírva az egyenletet

$$\begin{aligned}\dot{e}(t) &= \dot{x}(t) - \dot{y}(t) = \\ &= P e(t) + [A-A_M(t)]x(t) + [B-B_M(t)]u(t) + \\ &+ B\xi(t) - B_M(t)m_\xi + \zeta(t) - C_M(t) m_\zeta\end{aligned}$$

Képezzük a várható értékeket

$$\begin{aligned}M\{\dot{e}(t)\} &= P M\{e(t)\} + [A-A_M(t)]M\{x(t)\} + \\ &+ [B-B_M(t)](u(t) + m_\xi)\end{aligned}\quad (4.52)$$

Feltételezzük még, hogy

$$M\{\dot{e}(t)\} = M\left\{\frac{d}{dt} e(t)\right\} = \frac{d}{dt} M\{e(t)\}$$

Ezt a (4.52) egyenletbe helyettesítve kapjuk:

$$\frac{d}{dt} M\{e(t)\} = P M\{e(t)\} + \rho(t)\quad (4.53)$$

ahol

$$\begin{aligned}\rho(t) &= [A-A_M(t)]M\{x(t)\} + [B-B_M(t)](u(t) + m_\xi) + \\ &+ [I-C_M(t)]m_\zeta\end{aligned}$$

Látható, hogy a (4.53) egyenlet már determinisztikus a korábbi (4.36) egyenletre hasonlít. A különbség az, hogy az  $m_\xi$  várható értékvektor az  $u(t)$  bemenővektorhoz hozzá adódik és ezen kívül a  $[I-C_M(t)]m_\zeta$  tag szerepel a  $\zeta(t)$  belső zajvektor hatása miatt.

Ahhoz, hogy (4.53) aszimptotikusan stabilis rendszer legyen, a 2. tételben biztosítanunk kell az

$$\int_0^{\infty} v^T(t) \rho(t) dt \leq \gamma_0^2 \quad (4.53)$$

feltételt, ahol  $v(t) = D M\{e(t)\}$

$$DP + P^T D = -Q ; D = D^T > 0 ; Q = Q^T > 0$$

A  $\rho(t)$  kifejezést behelyettesítve, ha az

$$\int_0^{\infty} v^T(t) [A - A_M(t)] M\{x(t)\} dt \leq \gamma_1^2 \quad (4.54.a)$$

$$\int_0^{\infty} v^T(t) [B - B_M(t)] (u(t) + m_\xi) dt \leq \gamma_2^2 \quad (4.54.b)$$

$$\int_0^{\infty} v^T(t) [I - C_M(t)] m_\zeta dt \leq \gamma_3^2 \quad (4.54.c)$$

feltételek teljesülnek /ahol  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  konstansok/ akkor

$$\gamma_0^2 \geq \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2$$

választásával, (4.53) teljesül.

A PID algoritmus levezetéséhez hasonlóan (4.54.a) (4.54.b) és (4.54.c) feltételeket biztosító adaptivitási törvények sorra a következők:



$$A_M(t) = A_M(0) + Q_A \int_0^t v(t) M\{x^T(t)\} dt + \\ + P_A v(t) M\{x^T(t)\} + R_A \frac{d}{dt} v(t) M\{x^T(t)\}$$

$$B_M(t) = B_M(0) + Q_B \int_0^t v(t) [u(t) + m_\xi^T] dt + \\ + P_B v(t) [u(t) + m_\xi^T] + R_B \frac{d}{dt} v(t) [u(t) + m_\xi^T]^T$$

$$C_M t = C_M(0) + Q_C \int_0^t v(t) m_\xi^T dt + P_C v(t) m_\xi^T + \\ + R_C \frac{d}{dt} v(t) m_\xi^T$$

ahol

$A_M(0), B_M(0), C_M(0)$  tetszőleges kezdeti  
mátrixok

$$Q_A, Q_B, Q_C > 0$$

$$P_A, P_B, P_C, R_A, R_B, R_C \geq 0$$

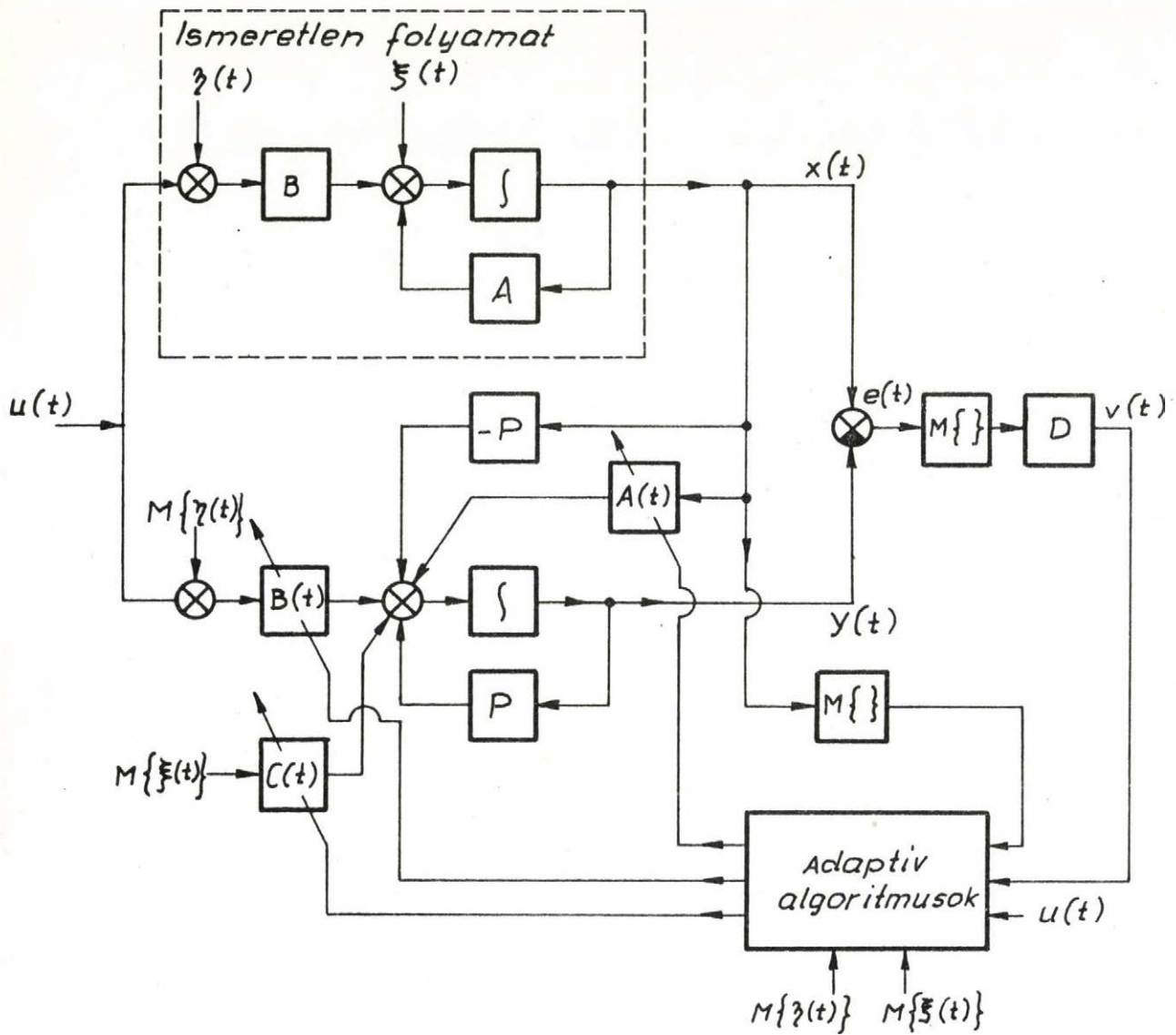
A

$$\lim_{t \rightarrow \infty} A(t) = A$$

és

$$\lim_{t \rightarrow \infty} B(t) = B$$

feltételeket az előző esethez hasonlóan, a frekvenciában elegendő  $u(t)$  biztosítja. A teljes



14. ábra

Adaptív identifikáció zajos esetben.

\*\*\*MIMIC SOURCE-LANGUAGE PROGRAM\*\*\*

```

CONT(M,S7)
CON(A,B,C)
CON(K1,K2,D)
CON(DT)
CON(NTMIN)
PAR(IE1,AM0,BM0,CM0)
U1 FSW(SIN(2.0*Y),-1.,0.,1.,0)
UZ U1+DM(G(M,SZ,M)E1)
U2 RNU(M,M,0.)E1
DY =S.*Y+(AM0S.)X+BM0(U1+K1)+CM0K2
DX A*X+D*U7+C*U2
X INT(DX,0.)
Y INT(DY,0.)
F X-Y
V D*E
AM Q*INT(V*X,AM0)
PM Q*INT(V*(U1+K1),BM0)
CM Q*INT(V*K2,CM0)
FIN(T*50.)
HOR(100,U7,AM,BM,CM,ERROR)
OUT(T,U7,AM,BM,CM,E)
PLO(T,AM,BM)
PLO(T,U,E)
END
M S7
0.50000E+00 0.10000E+00
B C
0.10000E+01 0.10000E+01 0.50000E+01
K1 D
0.10000E+01 0.11000E+01 0.10000E+01
DT
0.50000E+00
NTMIN
0.50000E-01

```

Adaptiv identifikacia peldajanak  
MIMIC programja.



identifikációs rendszer zajos esetben a 14. ábrán látható. A zajmentes esettel összehasonlítva látjuk, hogy várható értéket képző blokkok is szerepelnek és a modell alkotásában szerepelnek a  $m_\xi$ ,  $m_\zeta$  mennyiségek, a  $\xi(t)$  és  $\zeta(t)$  kompenzálására.

Megjegyezzük, hogy (4.53) nem sztochasztikus differenciálegyenlet, hanem determinisztikus, ezért kezelése történhet úgy, mint előző esetekben. Az  $A_M(t)$ ,  $B_M(t)$  és  $C_M(t)$  adaptálása szintén determinisztikusan történik, hiszen csak a sztochasztikus mennyiségek várható értékei szerepelnek az algoritmusban.

S z i m u l á c i ó : Példaként választjuk a következő zajmentes folyamatot.

$$\dot{x}(t) = a x(t) + b u(t)$$

ahol

$$a = -1 ; \quad b = 1.$$

Választott szabad paraméterek a következők:

$$\dot{y}(t) = -5 y(t) + [a(t) + 5] x(t) + b(t) u(t)$$

$$v(t) = 1[x(t) - y(t)]$$

$$a(t) = a(0) + 10 \int_0^t v(t) x(t) dt$$

$$b(t) = b(0) + 10 \int_0^t v(t) x(t) dt$$

$$u(t) = \text{négyszög impulzus sorozat } u_0 \pm 2; \\ T = 3,3 \text{ s.}$$

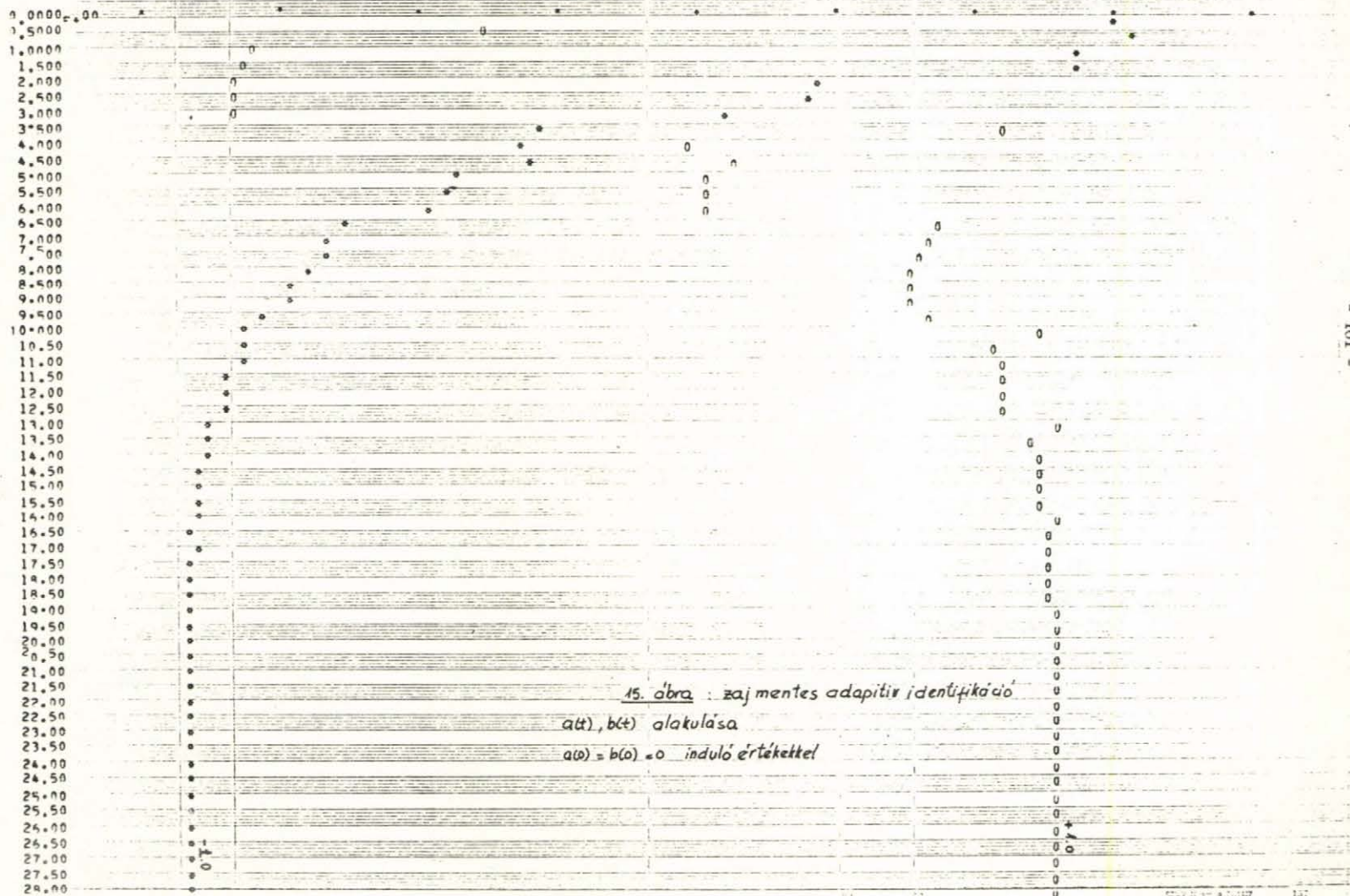
Az  $a(t)$ ,  $b(t)$  alakulása különböző kezdeti értékekből a 15. ábrán látható.

Összehasonlítás céljából zajos folyamatként az

THE INDEPENDENT VARIABLE T

SIGNED BY *	-0.00000E+00	-0.75000E+00	-0.60000E+00	-0.45000E+00	-0.30000E+00	-0.15000E+00	0.00000E+00
SIGNED BY 0	0.00000E+00	0.15000	0.30000	0.45000	0.60000	0.75000	0.90000

0.0000  
0.5000  
1.0000  
1.5000  
2.0000  
2.5000  
3.0000  
3.5000  
4.0000  
4.5000  
5.0000  
5.5000  
6.0000  
6.5000  
7.0000  
7.5000  
8.0000  
8.5000  
9.0000  
9.5000  
10.0000  
10.50  
11.00  
11.50  
12.00  
12.50  
13.00  
13.50  
14.00  
14.50  
15.00  
15.50  
16.00  
16.50  
17.00  
17.50  
18.00  
18.50  
19.00  
19.50  
20.00  
20.50  
21.00  
21.50  
22.00  
22.50  
23.00  
23.50  
24.00  
24.50  
25.00  
25.50  
26.00  
26.50  
27.00  
27.50  
28.00

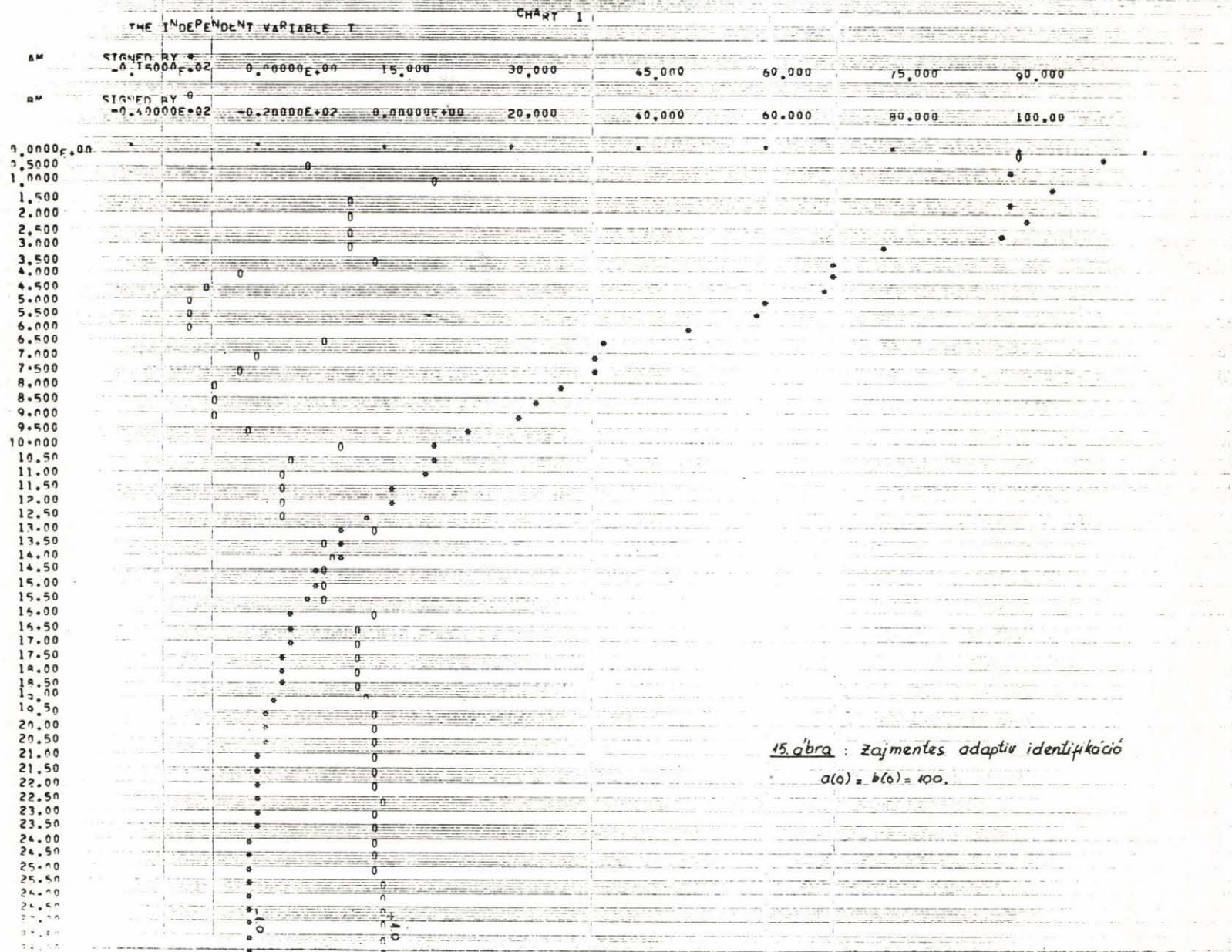


15. ábra : zajmentes adatok azonosítása

att), b(t) alakulása

a(0) = b(0) = 0 induló értékkel





15. ábra: Zajmentes adaptív identifikáció  
 $a(0) = b(0) = 100.$



előző folyamat példába az  $M\{\xi(t)\} = M\{\zeta(t)\} = 0.5$  várható értékű 0.2 szórású gauss eloszlású zajokat adjuk. A folyamat leírása most

$$\dot{x}(t) = -3 x(t) + 4[u(t) + \xi(t)] + \zeta(t)$$

A modell

$$\dot{y}(t) = -5 y(t) + [a(t) + 5] x(t) + b(t)[u(t) + 1] + c(t) 1,1$$

szabad paraméterek mint előző esetben választottak.

$$v(t) = M\{x(t) - y(t)\}$$

$$a(t) = a(0) + 10 \int_0^t v(t) M\{x(t)\} dt$$

$$b(t) = b(0) + 10 \int_0^t v(t) [u(t) + 1.0] dt$$

$$c(t) = c(0) + 10 \int_0^t 1.1 v(t) dt$$

$$u(t) = \text{mint előző esetben.}$$

Az  $a(t)$ ,  $b(t)$ ,  $c(t)$  alakulása fenti zajok megjelenésében, ugyanolyan kezdeti értékből indulva, a 16. ábrán látható. Összehasonlítva az előző eredménnyel azt látjuk, hogy zajok hatására paraméterek nem simán kovergálnak de a konvergencia sebessége nem romlik el.

#### 4.1.6 Nemlineáris folyamat adaptív irányítása

Tegyük fel, hogy a következő nemlineáris folyamatot akarjuk adaptívan irányítani oly módon, hogy kimenete egy előre megtervezett lineáris modell

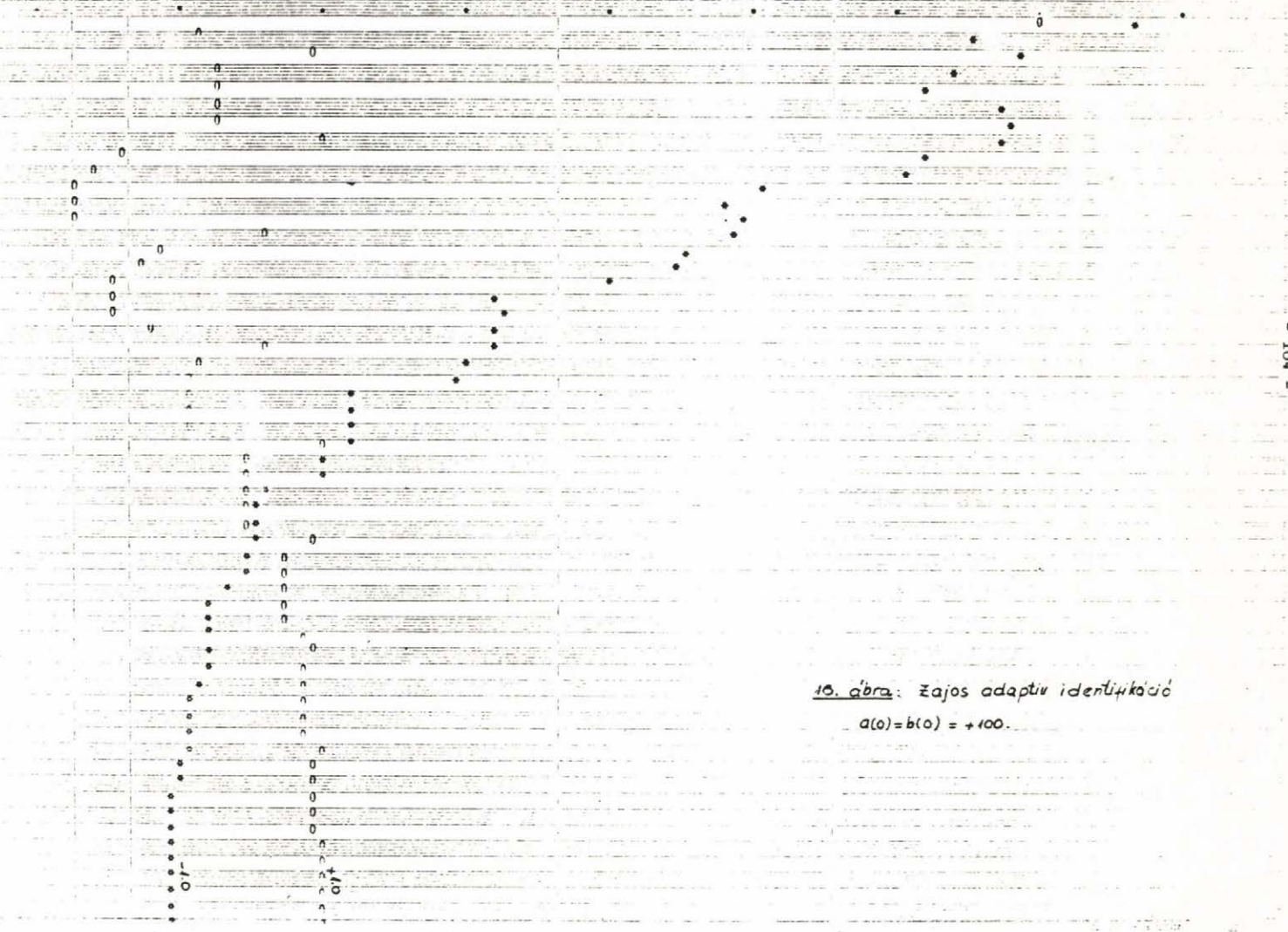
PROGRAM 177

THE INDEPENDENT VARIABLE Y

CHART 1

AM	STAGED BY *	0.14000E+02	0.00000E+00	15.000	30.000	45.000	60.000	75.000	90.000
BM	STAGED BY U	-0.40000E+02	0.00000E+00	20.000	40.000	60.000	80.000	100.000	

0.0000E+00  
 0.5000  
 1.0000  
 1.5000  
 2.0000  
 2.5000  
 3.0000  
 3.5000  
 4.0000  
 4.5000  
 5.0000  
 5.5000  
 6.0000  
 6.5000  
 7.0000  
 7.5000  
 8.0000  
 8.5000  
 9.0000  
 9.5000  
 10.0000  
 10.50  
 11.00  
 11.50  
 12.00  
 12.50  
 13.00  
 13.50  
 14.00  
 14.50  
 15.00  
 15.50  
 16.00  
 16.50  
 17.00  
 17.50  
 18.00  
 18.50  
 19.00  
 19.50  
 20.00  
 20.50  
 21.00  
 21.50  
 22.00  
 22.50  
 23.00  
 23.50  
 24.00  
 24.50  
 25.00  
 25.50  
 26.00  
 26.50  
 27.00  
 27.50  
 28.00



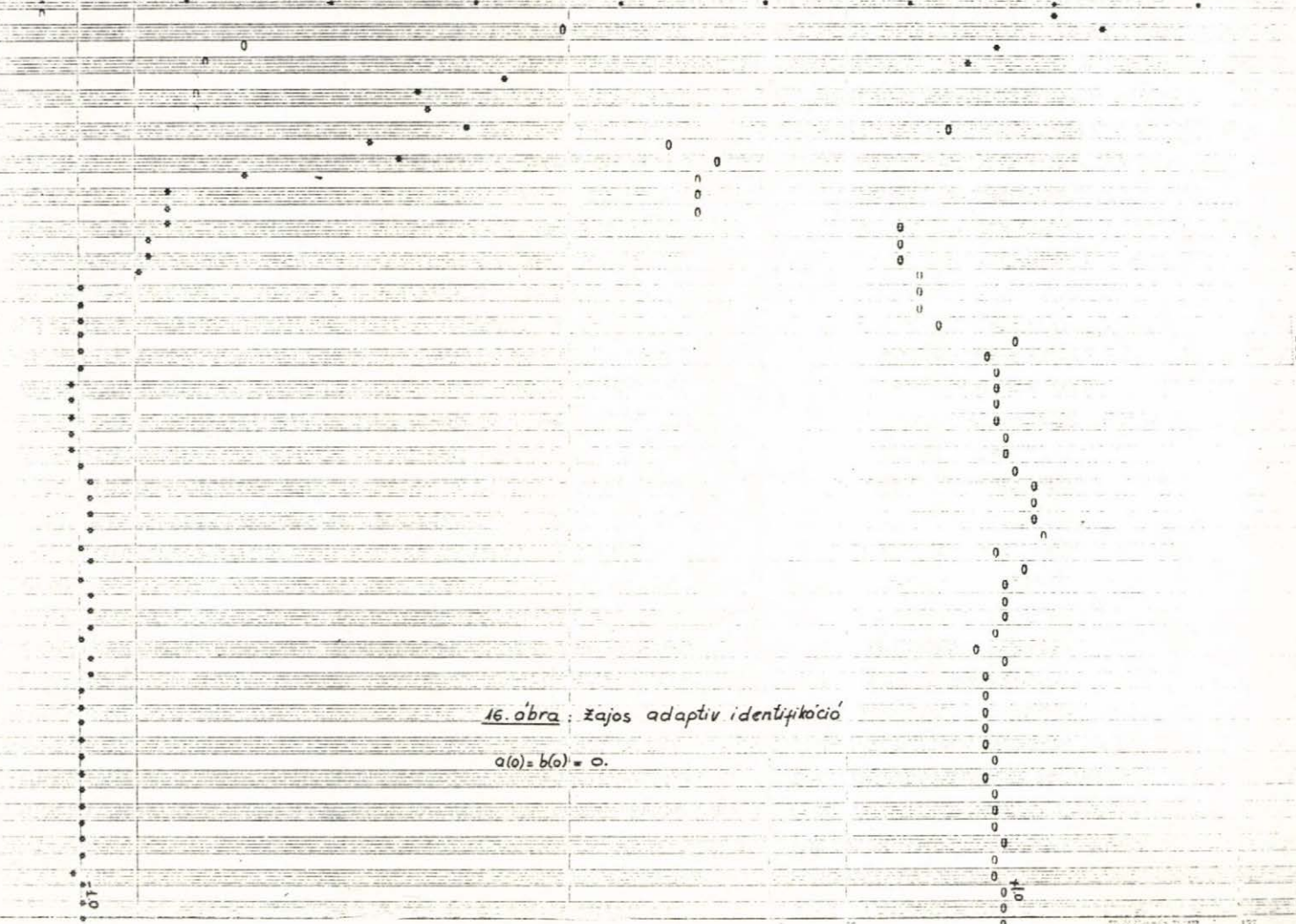
10. ábra: Zajos adaptív identifikáció  
 $a(0) = b(0) = +100.$



THE INDEPENDENT VARIABLE T

SM	SIGNED BY *	-0.00000E+00	-0.75000E+00	-0.60000E+00	-0.40000E+00	-0.30000E+00	-0.15000E+00	0.00000E+00
RV	SIGNED BY 0	0.15000	0.30000	0.45000	0.60000	0.75000	0.90000	1.05000

0.0000E+00  
0.5000  
1.0000  
1.500  
2.000  
2.500  
3.000  
3.500  
4.000  
4.500  
5.000  
5.500  
6.000  
6.500  
7.000  
7.500  
8.000  
8.500  
9.000  
9.500  
10.000  
10.50  
11.00  
11.50  
12.00  
12.50  
13.00  
13.50  
14.00  
14.50  
15.00  
15.50  
16.00  
16.50  
17.00  
17.50  
18.00  
18.50  
19.00  
19.50  
20.00  
20.50  
21.00  
21.50  
22.00  
22.50  
23.00  
23.50  
24.00  
24.50  
25.00  
25.50  
26.00  
26.50  
27.00  
27.50  
28.00



16. obra: Zajos adaptiv identifikacio

$a(t) = b(t) = 0.$



modell kimenetét kövesse:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + C(t)f(x,u) + B(t)u(t) \quad (4.55)$$

ahol

$$x(t) \in \mathbb{R}^n, \quad u(t) \in \mathbb{R}^m$$

$f(x,u)$   $n$  dimenziós, valós, egyértékű, folytonos nemlineáris függvény vektor /mérhető/

$A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $C(t)$  megfelelő méretű mátrixok.

A modell dinamikája:

$$\dot{y}(t) = A_M y(t) + B_M \cdot u(t)$$

ahol

$y(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $A_M, B_M$   $n \times n$  ill.  $n \times m$  állandó mátrixok,  $A_M$  stabilis mátrix.

A teljes rendszer blokk-sémája a 17. ábrán látható.

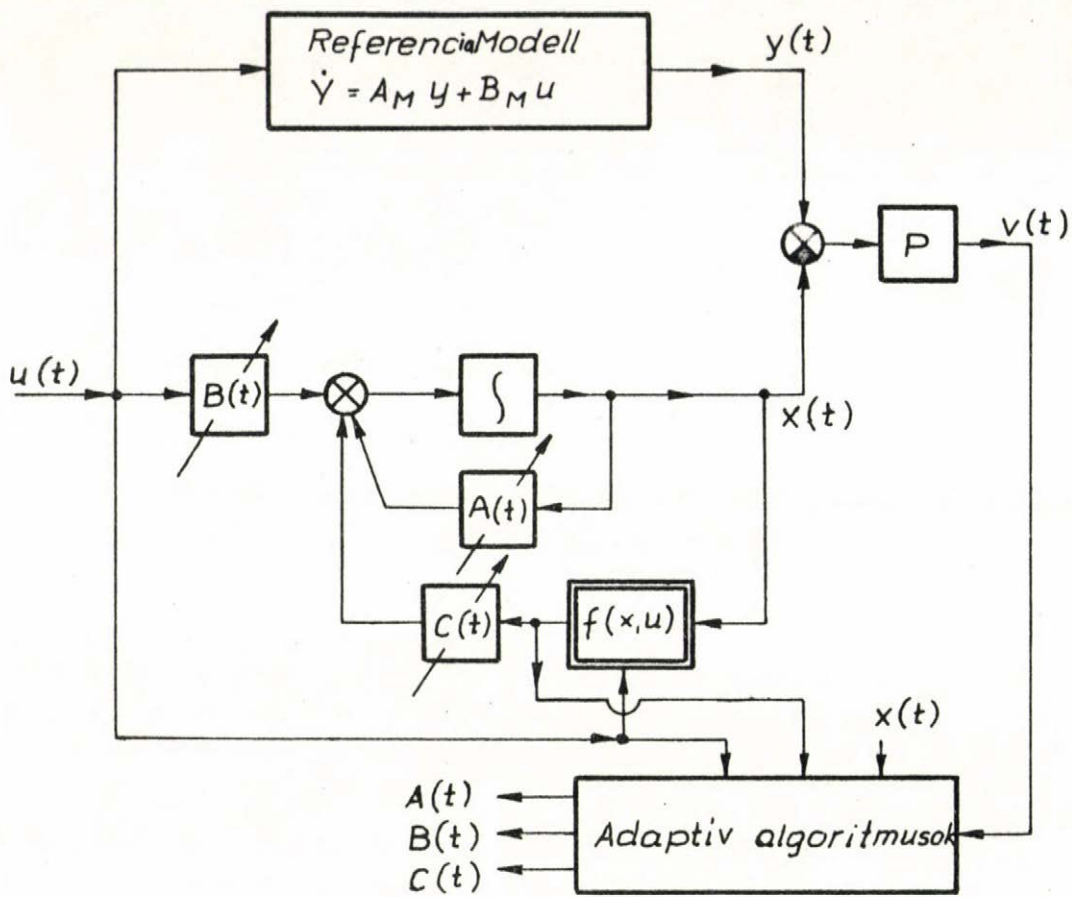
A hibaegyenlet

$$\begin{aligned} e(t) &= y(t) - x(t) \\ \dot{e}(t) &= A_M e(t) + \rho(t) \end{aligned} \quad (4.57)$$

ahol

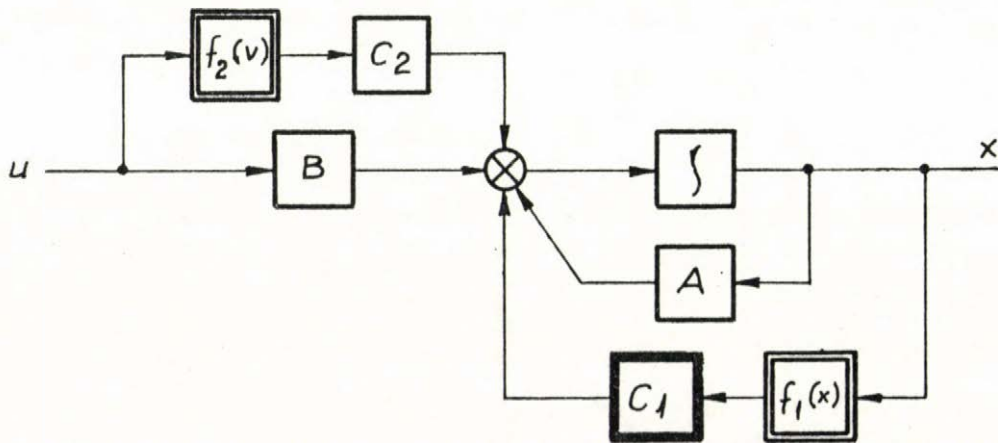
$$\begin{aligned} \rho(t) &= [A_M - A(t)]x(t) + [B_M - B(t)]u(t) - \\ &\quad - C(t)f(x,u) \end{aligned}$$

Ahhoz, hogy a folyamat a modellt kövesse, biztosítanunk kell a (4.57) hibarendszer aszimptotikus stabilitását. Alkalmazzuk az 1. vagy 2. tételt. (4.57) aszimptotikus hiperstabilis lesz, ha tel-



17. ábra

Nem-linearis folyamat adaptiv irányítása.



18. ábra

jesül a következő feltétel

$$\int_0^T v^T(t) \rho(t) dt \leq \gamma_0^2$$

vagyis

$$\int_0^T v^T(t) [A_M - A(t)] x(t) dt \leq \gamma_1^2 \quad (4.59.a)$$

$$\int_0^T v^T(t) [B_M - B(t)] u(t) dt \leq \gamma_2^2 \quad (4.59.b)$$

$$\int_0^T v(t) [-C(t)] f(x, u) dt \leq \gamma_3^2 \quad (4.59.c)$$

ahol

$$\left. \begin{array}{l} \gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 \quad T \text{ értékétől független konstansok} \\ v(t) = P e(t) ; \quad P = P^T > 0 \\ P A_M + A_M^T P = -Q ; \quad Q = Q^T > 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{lineáris kom-} \\ \text{penzálás ese-} \\ \text{tén} \end{array}$$

$$v(t) = P \{ e(t) - A_M e(t) \} ; \quad P = P^T > 0 \quad \text{Diffe-} \\ \text{renciáló kompenzálás ese-} \\ \text{tén.}$$

A feladat, tehát a (4.59) egyenlőtlenségek biztosítása. Láthatjuk, hogy PID adaptációs algoritmus alkalmazható. A (4.59.a.), (4.59.b) egyenlőtlenség biztosítására használhatjuk a (4.9.a), (4.9.b) vagy (4.17.a), (4.17.b) algoritmusokat. (4.59.c) biztosítására hasonlóképpen levezethető, hogy a



$$\begin{aligned} \dot{C}(t) = & Q_C v(t) f^T(x, u) + P_C \frac{d}{dt} v(t) f^T(x, u) + \\ & + R_C \frac{d^2}{dt^2} v(t) f^T(x, u) \end{aligned}$$

$$Q_C = Q_C^T > 0 \quad ; \quad P_C = P_C^T \geq 0 \quad ; \quad R_C = R_C^T \geq 0$$

algoritmus alkalmazható. A fenti algoritmus integrálása adja a PID típusu algoritmust.

Megjegyzés: Ha a folyamat paraméterei közvetlenül nem irányíthatók, akkor a jeladaptáció alkalmazásával az előzőekhez hasonlóan oldható meg a feladat. Ilyenkor a folyamatba egy adaptációs jelet vezetünk be:

Tehát:

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) + C f(x, u) + g(t)$$

ahol a  $g(t)$  adaptációs jelet a következőkben állítjuk elő:

$$g(t) = K_1(t)x(t) + K_2(t)u(t) + K_3(t)f(x, u)$$

és a  $K_1(t)$ ,  $K_2(t)$ ,  $K_3(t)$  mennyiségeket adaptívan irányítjuk a PID algoritmus szerint.

+ Adaptív iridentifikálásnál tehát az

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) + C f(x, u)$$

folyamat  $A, B, C$  állandó paramétereinek meghatározására a következő modellt alkalmazzuk:

$$\dot{y}(t) = D y(t) + [A_M(t) - D] x(t) + B_M(t) + C_M(t) f(x, u)$$

ahol  $D$   $n \times n$  méretű stabilis mátrix.

A modell  $A_M(t)$ ,  $B_M(t)$ ,  $C_M(t)$  paramétereit adaptívan irányítjuk PID adaptációs algoritmus-sal és megfelelő  $u(t)$  alkalmazásával elérhetjük azt, hogy

$$\lim_{t \rightarrow \infty} A_M(t) = A$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} B_M(t) = B$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} C_M(t) = C$$

+ Ha a nemlinearitás felbontható, két külön  $u$ -tól és  $x$ -től függő nemlinearitásra /lásd. 18. ábra/, akkor a jeladaptációnál az adaptációs jelet következőképpen állítjuk elő:

$$g(t) = K_1(t)x(t) + K_2(t)u(t) + K_3(t)f_1(x) + K_4(t)f_2(u)$$

ahol a  $K_1(t), K_2(t), K_3(t), K_4(t)$  mennyiségeket adaptívan irányítjuk.

#### Szimulációs példa:

Legyen a folyamat dinamikája:

$$\dot{x}(t) = -2x(t) - 0.3u(t) + f(x, u) + g(t)$$

ahol  $f(x, u) = -0.5x^2(t)$

A fenti egyenlet stabilis, nemlineáris folyamatot jellemez.

Legyen a választott modell:

$$\dot{y}(t) = -5y(t) + 2u(t)$$

A folyamatba bevezetett adaptációs jel:

$$g(t) = k_1(t)x(t) + k_2(t)u(t) + k_3(t)f(x,u)$$

ahol  $k_1(t)$ ,  $k_2(t)$ ,  $k_3(t)$  mennyiségeket I típusú adaptációs algoritmussal változtatjuk.

Nevezetesen

$$k_1(t) = q \int_0^t v(t)x(t) dt$$

$$k_2(t) = q \int_0^t v(t)u(t) dt$$

$$k_3(t) = q \int_0^t v(t)f(x,u) dt$$

$$v(t) = 2[y(t) - x(t)] = 2 e(t)$$

Két esetben vizsgáljuk a követést. Az "a" eset, amikor  $u(t) = 1$ ; egységugrás függvény. A "b" eset, amikor  $u = \sin(0.0628t)$ ; szinuszos függvény. A modellkövetés a két esetben a 19. ábrán látható.

#### 4.1.7 Értékelés és következtetések

+ A PID adaptációs algoritmus a legáltalánosabb az eddig publikáltak közül. A Differenciális tag bevezetésével az adaptáció gyorsabb. Akalmazásakor arra kell vigyázni, hogy csak differenciálható bemenő jellel és differenciálható kimenő jellel rendelkező folyamatokra érvényes. A PID algoritmusban az alaptag (az I tag) nem hiányozhat;  $Q_A, Q_B, \dots > 0$ . A P és D tagok csak a kezdeti szakaszon hatásosak, az adaptáció végén eltűnnek a hiba eltűnésével együtt.



\*\*\*MIMIC SOURCE LANGUAGE PROGRAM\*\*\*

```

CON(A,R,D)
CON(DT)
CON(DTMIN)
CON(K1,K2,K3)
PAR(F1,F2,F)
U SIN(0.0628*DT) *F1 *F2
F =0.5 *X**2
DX A *X**R *F**E
DY -5. *Y**2. *F1
X INT(DX,0.)
Y INT(DY,0.)
E Y=X
V DAE
K1 0 *INT(Y *X, K10)
K2 0 *INT(V *U, K20)
K3 0 *INT(V *F, K30)
G K1 *Y *K2 *U *K3 *F
FIN(T,55.)
HDR(I00,X,Y,E)
OUT(T,X,Y,E)
PLO(T,X,Y)
PLD(T,E)
END

```

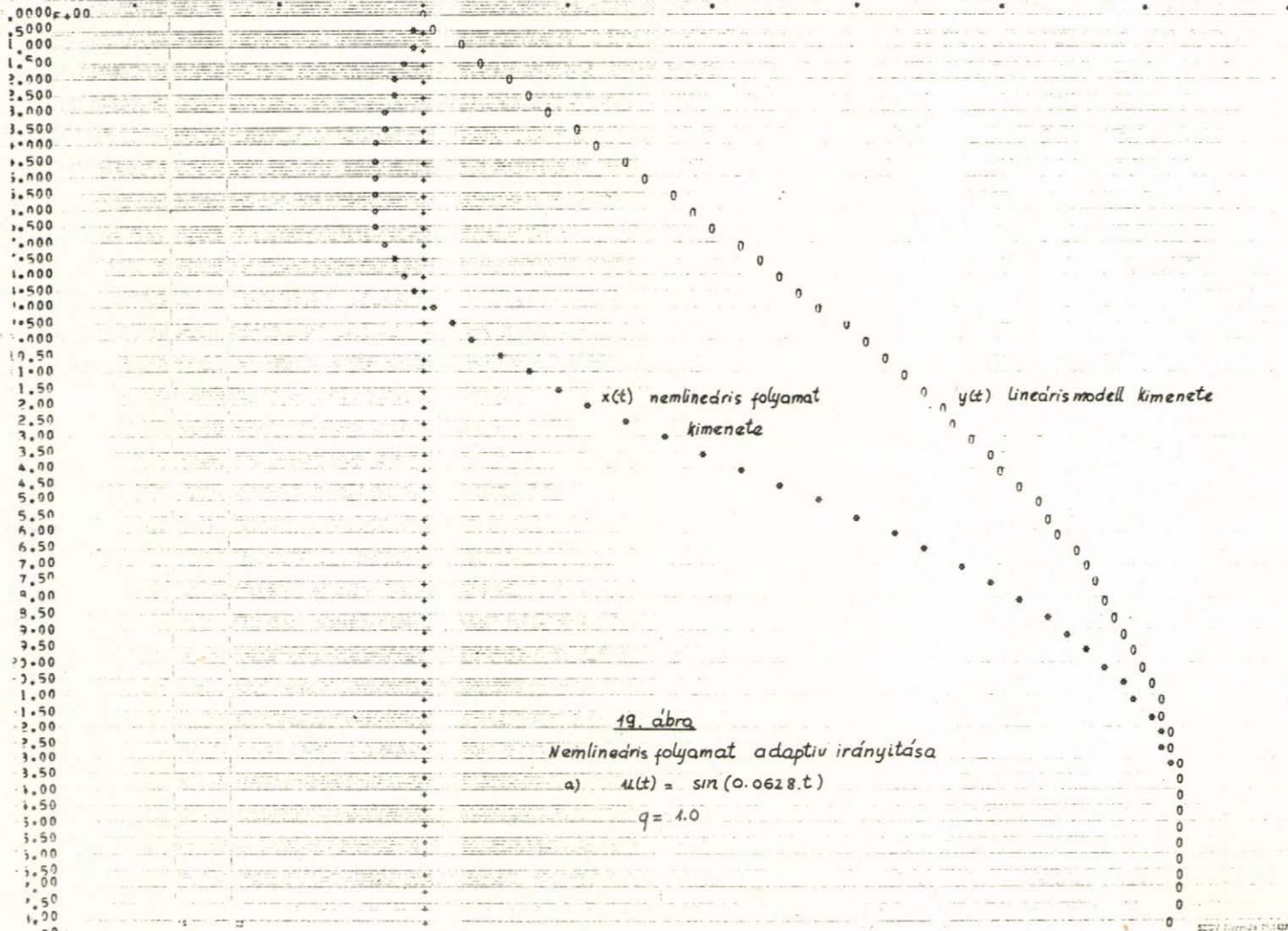
A	R	D
-0.20000E+01	-0.30000E+00	0.10000E+01
DT		
0.50000E+00		
DTMIN		
0.50000E-01		
K10	K20	K30
0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00

Nem lineáris folyamat adaptív irányítás  
példájának MIMIC programja

CHART 1

THE INDEPENDENT VARIABLE T

	SIGMA BY	0.15000E+00	0.25000E-01	0.00000E+00	0.75000E-01	0.15000	0.22500	0.30000	0.37500
X									
Y	SIGMA BY 0	0.15000E+00	0.25000E-01	0.00000E+00	0.75000E-01	0.15000	0.22500	0.30000	0.37500



19. ábra

Nemlineáris folyamat adaptív irányítása

a)  $u(t) = \sin(0.0628 \cdot t)$   
 $q = 1.0$



RESULTS FOR 2TH RUN

THE INDEPENDENT VARIABLE - T

CHART 1

SIGNED BY	-0.15000E+00	-0.75000E-01	0.00000E+00	0.75000E-01	0.15000	0.22500	0.30000	0.37500
SIGNED BY	-0.15000E+00	-0.75000E-01	0.00000E+00	0.75000E-01	0.15000	0.22500	0.30000	0.37500

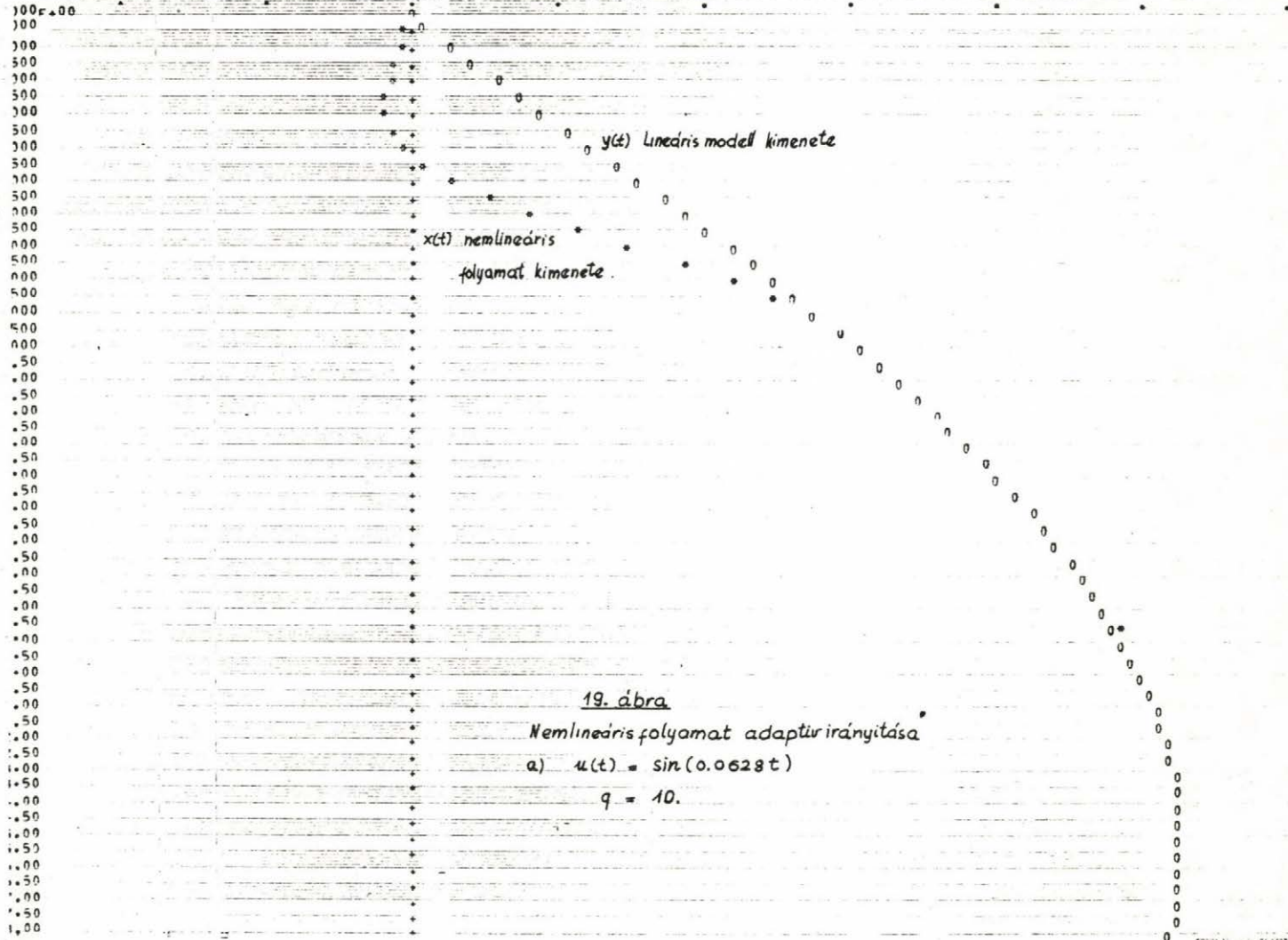
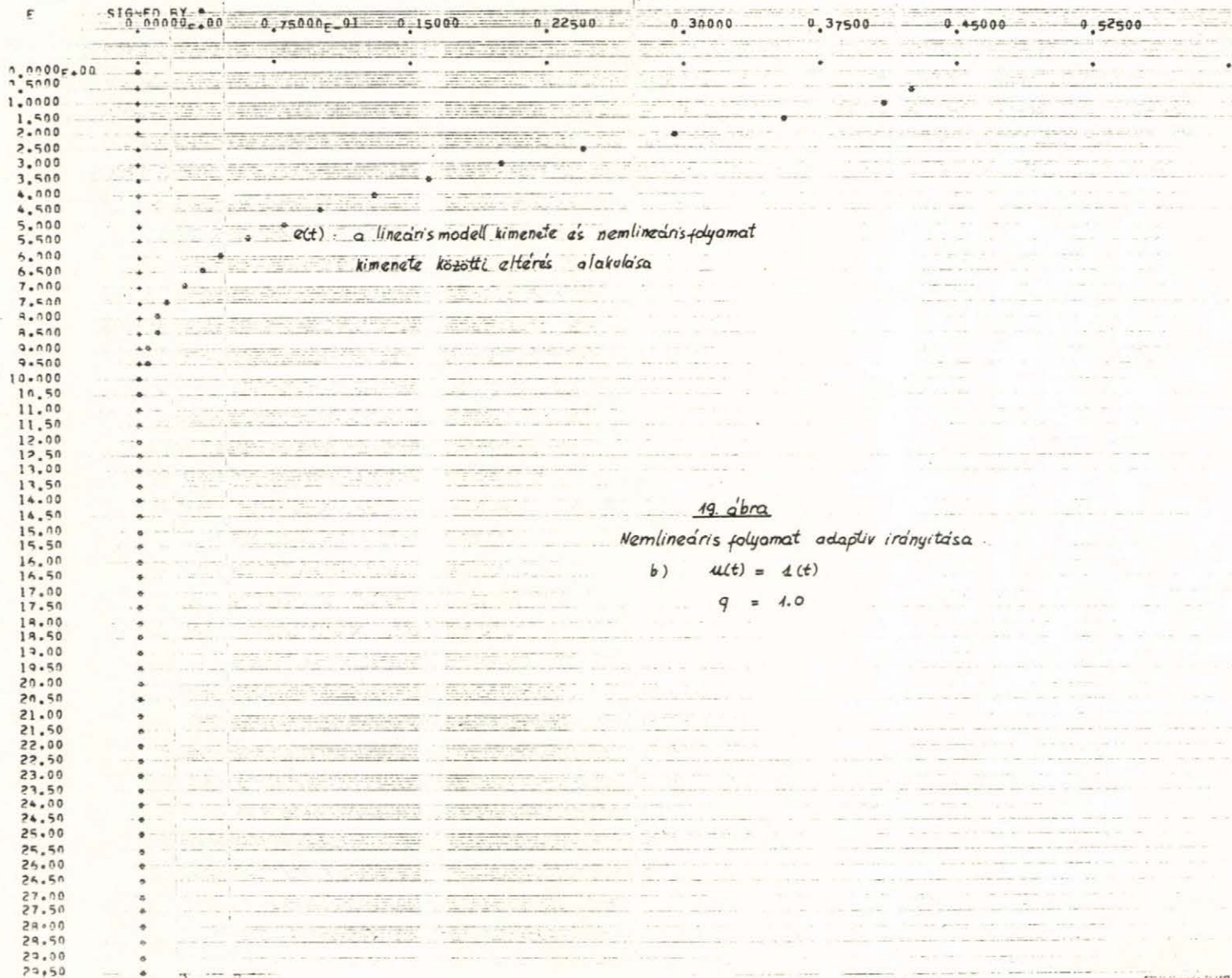




CHART 2

THE INDEPENDENT VARIABLE T



+ A szabad paraméterek kiválasztásával kapcsolatosan annyit levonhatunk a szimulációs eredményekből, hogy ha nagyobbra választjuk ezeket, akkor gyorsabb lesz a konvergencia. Azonban nem lehet túl nagy értékeket választani, mert ilyenkor lengések lépnek fel. Eljárás a szabad paraméterek megválasztására még nem ismeretes, de konkrét feladatoknál, számítógépes szimuláció útján, néhány próba után, hamar eldönthető az optimális szabad paraméterek értéke.

+ Az ismertett eljárást könnyű általánosítani olyan folyamatokra, amelyeknek a leírása a következő:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^n A_i x(t) + \sum_{j=1}^m B_j u_j(t) + \sum_{k=1}^r C_k f_k(x, u)$$

ahol

$A_i, B_j, C_k$	megfelelő méretű mátrixok
$f_k$	ismert nemlinearitások
$u_j(t)$	bemenő vektorok
$x(t)$	kimenő vektor

+ A szimulációk alapján azt a következtetést vonjuk le, hogy a konvergálási idő nem függ a kezdeti állapottól. Akár közel, akár messze van a kezdeti állapot a végértéktől, azonos idő alatt lecsengenek a tranziens jelenségek és beállnak az állandósult értékek.

+ Optimális adaptív rendszerek megvalósíthatók olyan módon, hogy a folyamatot az ismertett gyors, modellreferenciás adaptív identifikációs módszerrel identifikáljuk és a kapott új paraméterek birtokában az optimális  $u^*$  irányító vektor előállítható a Riccati féle mátrix egyenlet megoldásával.



+ Az adaptív stabilitás tulajdonképpen az adaptív irányítás speciális esete. Ugyanis, ha a folyamat követ egy előre specifikált sajátértékkel rendelkező modellt, akkor a folyamat és a modell ekvivalens osztályban vannak és, ha a modellt stabilisnak választjuk meg, akkor a folyamat is stabilis viselkedésű lesz.

#### 4.2 Diszkrét modell-referenciás adaptív rendszerek

Hasonló gondolatok a diszkrét rendszerekre is kiterjeszthetők. A diszkrét modell-referenciás adaptív rendszerek legújabb eredményei a [11] [21] [74] munkákban vannak publikálva. Az esetekben alkalmazott adaptációs algoritmusok PI /Proportional + Integral/ vagy PR /Proportional + Relay/ típusúak. A hibakompenzálásra szolgáló kompenzátor számítása bonyolult. A zajos folyamat identifikálására alkalmas modell-referenciás adaptív rendszert ritkábban tárgyalják. Ezekre a hiányosságokra a jelen fejezet igyekszik jobb megoldást nyújtani. A PID típusú adaptációs algoritmus, adaptív vezérlés, adaptív identifikáció témákat sorra vesszük a diszkrét folyamatokra.

##### 4.2.1 Adaptív irányítás paraméter adaptálással.

##### PID adaptív algoritmus diszkrét esetben.

Tegyük fel, hogy a folyamatot a következő differencia egyenlet írja le

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k \quad (4.2.1)$$

ahol

$x_k$  a folyamat kimenő vektora /n-dimenziós/

$A_k$  n x n méretű mátrix

$B_k$  n x m méretű mátrix

$u_k$  bemenő vektor /m-dimenziós/



Legyen az előre tervezett modell dinamikája:

$$y_{k+1} = A y_k + B u_k \quad (4.2.2)$$

ahol

$x_k$  a modell kimenő vektora /n-dimenziós/  
A, B n x n illetve n x m méretű állandó mátrix

A stabilis mátrix  $\forall |\lambda_i(A)| < 1$ . Mind a modell, mind a folyamat leírásában használt  $k$  index a  $t = k\Delta t$  időpontot jelzi / $\Delta t$  - a mintavételi idő/. Feltételezzük továbbá, hogy a folyamat paramétereit /tehát  $A_k$  és  $B_k$ / közvetlenül hozzáférhetőek. Képezzük a modell és a folyamat közötti hibát

$$e_k = y_k - x_k$$

A (4.21) és (4.22) egyenleteket figyelembe véve kapjuk:

$$e_{k+1} = A e_k + \rho_k \quad (4.2.3)$$

ahol

$$\rho_k = [A - A_k] y_k + [B - B_k] u_k \quad (4.2.4)$$

A modell követése érdekében /ami azt jelenti, hogy  $e_k \rightarrow 0$ / biztosítanunk kell azt, hogy a (4.2.3) differencia egyenlet minden megoldása, tetszőleges kezdeti állapotból kiindulva, nullához törekedjen. Vagyis a (4.2.3) hibarendszer aszimptotikusan stabilis legyen.

A feltétel biztosítására definiáljuk a következő kompenzáló jelet

$$v_k = D e_k \quad (4.2.5)$$

ahol

$$D = D^T > 0 \text{ és kielégíti a}$$
$$- A^T D A + D = Q ; Q = Q^T > 0 \text{ Ljapunov}$$

egyenletet.

A feladat a kompenzáló jel, a folyamat kimenőjele és bemenőjele alapján a folyamat paramétereit  $/A_k$ -t és  $B_k$  -t/ úgy változtatni, hogy

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e_k = 0$$

legyen.

Alkalmazzuk a 4. tételt erre az esetre. A tétel értelmében (4.2.3) aszimptotikusan hiperstabilis lesz, ha biztosítani tudjuk a következő egyenlőtlenséget:

$$\xi(k_1) = \sum_{k=k_0}^{k_1} v_{k+1}^T \rho_k \leq \gamma^2 \quad (4.2.6)$$

ahol  $\gamma$   $k_1$  -től független.

A szintézis abból áll, hogy  $A_k$  és  $B_k$  mátrixokat, úgy választjuk meg, hogy a (4.2.6) egyenlőtlenség teljesüljön.

Helyettesítsük a (4.2.4) összefüggést (4.2.6)-ba. Tagokra bontva kapjuk:

$$\xi(k_1) = \sum_{k=k_0}^{k_1} v_{k+1}^T [A - A_k] x_k +$$
$$+ \sum_{k=k_0}^{k_1} v_{k+1}^T [B - B_k] u_k \leq \gamma^2$$

A fenti egyenlőtlenség kielégül, ha teljesülnek a következők:

$$\xi_1(k1) = \sum_{k=k_0}^{k1} v_{k+1}^T [A-A_k] x_k \leq \gamma_1^2 \quad (4.2.8)$$

$$\xi_2(k1) = \sum_{k=k_0}^{k1} v_{k+1}^T [B-B_k] u_k \leq \gamma_2^2 \quad (4.2.9)$$

ahol  $\gamma_1, \gamma_2$   $k1$ -től független konstansok.

Bebizonyítjuk, hogy ha

$$\begin{aligned} A_k^{ij} = A_0^{ij} + q_A^{ij} \sum_{\ell=k_0}^k f_{\ell}^{ij} + p_A^{ij} f_k^{ij} + \\ + r_A^{ij} (f_k^{ij} - f_{k-mA}^{ij}) \end{aligned} \quad (4.2.10)$$

$$\begin{aligned} B_k^{ij} = B_0^{ij} + q_B^{if} \sum_{\ell=k_0}^k g_{\ell}^{ij} + p_B^{ij} g_k^{ij} + \\ + r_B^{ij} (g_k^{ij} - g_{k-mB}^{ij}) \end{aligned}$$

ahol

$A_k^{ij}, B_k^{ij}$  az  $A_k$  illetve  $B_k$  mátrixok  $ij$ -eleme.

$$f_{\ell}^{ij} = v_{\ell+1}^i x_{\ell}^j ; \quad \begin{aligned} i, j = 1, 2, \dots, n \\ \ell = k_0, k_0+1, \dots, k \end{aligned}$$

$$g_{\ell}^{ij} = v_{\ell+1}^i u_{\ell}^j ; \quad \begin{aligned} i = 1, 2, \dots, n \\ j = 1, 2, \dots, m \\ \ell = k_0, k_0+1, \dots, k \end{aligned}$$

$q_A^{ij}, q_B^{ij}$  pozitív konstansok

$p_A^{ij}, p_B^{ij}, r_A^{ij}, r_B^{ij}$  nem negatív konstansok



$A_0^{ij}$  ,  $B_0^{ij}$  tetszőleges kezdeti érték

$m_A$  ,  $m_B$  pozitív egész számok.

akkor ki tudunk választani olyan  $\gamma_1, \gamma_2$  konstansokat, hogy (4.2.8) illetve (4.2.9) teljesüljenek.

Bizonyítás:

Mivel (4.2.8) és (4.2.9) alakilag azonosak, ezért a részletes bizonyítást csak (4.2.8)-ra végezzük el. Az eredmény betűcserével átvihető a (4.2.9) esetre is. (4.2.8) tagokra való bontása után kapjuk:

$$\begin{aligned} \xi_1(k_1) &= \sum_{k=k_0}^{k_1} \sum_{i=0}^n v_{k+1}^i \sum_{j=1}^n (A^{ij} - A_k^{ij}) x_k^j = \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=k_0}^{k_1} v_{k+1}^i (A^{ij} - A_k^{ij}) x_k^j \end{aligned} \quad (4.2.12)$$

Behelyettesítve a (4.2.10) összefüggést a fenti egyenletbe és a további felbontást elvégezve kapjuk:

$$\begin{aligned} \xi_1(k_1) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=k_0}^{k_1} v_{k+1}^i \{ A^{ij} - A_0^{ij} - q_A^{ij} \sum_{l=k_0}^k f_l^{ij} - \\ &- p_A^{ij} f_k^{ij} - r_A^{ij} (f_k^{ij} - f_{k-m_A}^{ij}) \} x_k^j \quad (4.2.13) \\ &= - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_A^{ij} \sum_{k=k_0}^{k_1} f_k^{ij} \left\{ \sum_{\ell=k_0}^k f_\ell^{ij} + \frac{A_0^{ij} - A^{ij}}{q_A^{ij}} \right\} - \\ &- \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_A^{ij} \sum_{k=k_0}^{k_1} (f_k^{ij})^2 - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n r_A^{ij} \sum_{k=k_0}^{k_1} (f_k^{ij} - f_{k-m_A}^{ij}) f_k^{ij} \end{aligned}$$

Külön-külön megvizsgáljuk (4.2.13) egyes tagjait. Ha az egyes tagok kielégítenek egy (4.2.8)-hoz hasonló egyenlőtlenséget, akkor (4.2.8) is teljesülni fog.

(4.2.13) első tagjának belső két összegét kibontva, a megfelelő tagokat csoportosítva

$$\tilde{A}^{ij} = \frac{A_O^{ij} - A^{ij}}{q_A^{ij}}$$

jelöléssel kapjuk:

$$\begin{aligned} \xi_{11}(kl) = & - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_A^{ij} \sum_{k=k_0}^{kl} f_k^{ij} \left\{ \sum_{\ell=k_0}^k f_\ell^{ij} \right\} + \\ & + \frac{A_O^{ij} - A^{ij}}{q_A^{ij}} \left. \right\} = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_A^{ij} \left\{ \sum_{k=k_0}^{kl} (f_k^{ij})^2 + \right. \\ & + \tilde{A}^{ij} \sum_{k=k_0}^{kl} f_k^{ij} + \sum_{k=k_0}^{kl} \left[ \sum_{\ell=k_0}^{k-1} f_\ell^{ij} \right] \left. \right\} \end{aligned}$$

Figyelembe vesszük, hogy

$$\frac{1}{2} \sum_{k=k_0}^{kl} (f_k^{ij})^2 + \sum_{k=k_0}^{kl} f_k^{ij} \sum_{\ell=k_0}^{k-1} f_\ell^{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=k_0}^{kl} f_k^{ij}$$

Ezt a fenti kifejezésbe helyettesítve kapjuk:

$$\begin{aligned} \xi_{11}(kl) = & - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_A^{ij} \left\{ \frac{1}{2} \left[ \sum_{k=k_0}^{kl} f_k^{ij} \right]^2 + 2\tilde{A}^{ij} \left( \sum_{k=k_0}^{kl} f_k^{ij} \right) + \right. \\ & + (\tilde{A}^{ij})^2 \left. \right\} + \frac{1}{2} \sum_{k=k_0}^{kl} (f_k^{ij})^2 - \frac{1}{2} (\tilde{A}^{ij})^2 = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_A^{ij} \frac{1}{2} \left( \sum_{k=k_0}^{k_1} f_k^{+A} \tilde{A}_{ij} \right)^2 - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_A^{ij} \frac{1}{2} \sum_{k=k_0}^{k_1} (f_k^{ij})^2 + \\
 & + \frac{1}{2} q_A^{ij} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (\tilde{A}_{ij})^2 \leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_A^{ij} (\tilde{A}^{ij})^2 = \gamma_{11}^2
 \end{aligned}$$

(4.2.13) második tagja mindig negatív, vagy mindig kisebb egy tetszőleges pozitív számmal. Nevezetesen

$$\xi_{12}(k_1) = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_A^{ij} \sum_{k=k_0}^{k_1} (f_k^{ij})^2 \leq \gamma_{12}^2 ;$$

$\gamma_{12}$  tetszőleges szám

A (4.2.13) egyenlet harmadik tagjánál az

$ab = \frac{1}{2}(a^2 + b^2 - (a-b)^2)$  egyenlőséget alkalmazva kapjuk:

$$\begin{aligned}
 \xi_{13}(k_1) &= - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n r_A^{ij} \sum_{k=0}^{k_1} (f_k^{ij} - f_{k-m_A}^{ij}) f_k^{ij} \\
 &= - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n r_A^{ij} \sum_{k=0}^{k_1} \frac{1}{2} \{ (f_k^{ij} - f_{k-m_A}^{ij})^2 + (f_k^{ij})^2 - f_{k-m_A}^{ij} \} \\
 &= - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} r_A^{ij} \left\{ \sum_{k=k_0}^{k_1} (f_k^{ij} - f_{k-m_A}^{ij})^2 + \sum_{\ell=k_1}^{k_1} (f_\ell^{ij})^2 - \sum_{\ell=-m_A}^{k_0} (f_\ell^{ij})^2 \right\} \\
 &\leq \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} r_A^{ij} \sum_{\ell=-m_A}^{k_0} (f_\ell^{ij})^2 = \gamma_{13}^2
 \end{aligned}$$



Tehát, ha választjuk

$$\gamma_1^2 \geq \gamma_{11}^2 + \gamma_{12}^2 + \gamma_{13}^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_A^{ij} (\tilde{A}^{ij})^2 +$$

$$+ \gamma_{12}^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{\ell=-m_A}^{k_0} \frac{r_A^{ij}}{2} (f_{\ell}^{ij})^2$$

ahol  $\gamma_{12}$  tetszőleges szám lehet, akkor  $\gamma_1$  olyan mennyiség, ami független a  $k_1$  felső határától és

$$\xi_1(k_1) \leq \gamma_1^2$$

vagyis a (4.2.8) teljesül, amit bizonyítani akar-  
tünk.

Hasonlóképpen, ha választjuk:

$$\gamma_2^2 \geq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m q_B^{ij} (\tilde{B}_{ij})^2 + \gamma_{22}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{\ell=-m_B}^{k_0} (r_B^{ij} g_{\ell}^{ij})^2$$

ahol

$$\tilde{B}_{ij} = \frac{B_o^{ij} - B^{ij}}{q_B^{ij}}$$

$\gamma_{22}$  tetszőleges szám,

akkor (4.2.9) teljesülni fog. A (4.2.6) felté-  
telt a

$$\gamma^2 \geq \gamma_1^2 + \gamma_2^2$$

választásával kielégíthetjük és ezzel a (4.1.3) differencia egyenlet aszimptotikusan hiperstabilis lesz.

Tehát a (4.2.10) és (4.2.11) adaptációs algoritmussal a feladatot megoldottuk.

Vizsgáljuk meg ezeket az algoritmusokat.

Első tagjuk összegző, második arányos és harmadik differencia képző tag. Amikor  $k \rightarrow \infty$ , mivel (4.1.3) aszimptotikusan stabil, teljesülnek a következők:

$$\begin{aligned}
 e_k &\rightarrow 0 \\
 v_k &= D e_k \rightarrow 0 \\
 f_k^{ij} &= v_{k+1}^i x_k^j \rightarrow 0 \\
 g_k^{ij} &= v_{k+1}^i u_k^j \rightarrow 0 \\
 \lim_{k \rightarrow \infty} A_k^{ij} &= A_0^{ij} + q_A^{ij} \sum_{l=k_0}^{\infty} f_l^{ij} \\
 \lim_{k \rightarrow \infty} B_k^{ij} &= B_0^{ij} + q_B^{ij} \sum_{l=k_0}^{\infty} g_l^{ij}
 \end{aligned}$$

Tehát stacionárius állapotban megmarad összegző

tagjuk és a kezdeti érték  $A_0^{ij}$ ,  $B_0^{ij}$ . Az arányos és differencia-képző tagok eltűnnek.

Az adaptáció elején /k kicsi/ az arányos és differencia-képző tag még szerepet játszanak, mert ilyenkor a modell és a folyamat kiemenete még jelentősen eltérnek egymástól. Nagy k esetén hatásuk csökken az összegző hatása mellett.

A folytonos esethez hasonlóan nevezhetjük a (4.2.10) és (4.2.11) adaptációs algoritmusokat PID típusnak /itt az összegző integrálást végezzük./

Bebizonyíthatjuk, hogy a (4.2.10) és (4.2.11) algoritmus mátrixos alakja a következő:

$$\begin{aligned}
 A_k &= A_0 + \sum_{\ell=k_0}^k Q_A v_{\ell+1} x_{\ell}^T + P_A v_{k+1} x_k^T + R_A (v_{k+1} x_k^T - \\
 &- v_{k-m_A+1} x_{k-m_A}^T) = A_0 + \sum_{l=k_0}^{k-1} Q_A v_{l+1} x_l^T + \{(Q_A + P_A + R_A) \cdot \\
 &v_{k+1} x_k^T\} - R_A (v_{k-m_A} + x_{k-m_A}^T) \quad (4.2.14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_k &= B_0 + \sum_{\ell=k_0}^k Q_B v_{\ell+1} u_{\ell}^T + P_B v_{k+1} u_k^T + R_B [v_{k+1} u_k^T - v_{k-m_B+1} \\
 &u_{k-m_B}^T] = B_0 + \sum_{\ell=k_0}^k Q_B v_{\ell+1} u_{\ell}^T + (Q_B + P_B + R_B) v_{k+1} u_k^T - \\
 &- R_B v_{k-m_B+1} u_{k-m_B}^T \quad (4.2.15)
 \end{aligned}$$

ahol

$$Q_A, Q_B > 0 ; P_A, P_B, R_A, R_B \geq 0$$

$$Q_A = Q_A^T ; Q_B = Q_B^T ; P_A = P_A^T ; P_B = P_B^T ; R_A = R_A^T ; R_B = R_B^T$$

A bizonyítás bázis transzformálásával könnyen át-  
alakítható (4.2.10) illetve (4.2.11.) alakokra.  
Ezt itt nem részletezzük, a 4.1 pontban elemzett  
hasonló eljárás követendő.

$v_{k+1}$  becslése

Az  $A_k$  illetve  $B_k$  paraméterek kiszámítására  
meg kell becsülnünk  $v_{k+1}$  értékét. Mivel nem is-  
merjük  $x_{k+1}$  értékét a  $k$ -időpillanatban, ezért



ezt nem számíthatjuk ki közvetlenül, mint:

$$v_{k+1} = D e_{k+1} = D(y_{k+1} - x_{k+1})$$

$y_{k+1}$  kiszámítható az ismert modell alapján./

A  $v_{k+1}$  becslésének problémájával P, PI és PR adaptációs algoritmusokra a [73] [11] munkákban is foglalkoztak.

A PID algoritmus esete némi módosítást tesz szükségessé. Helyettesítsük be a (4.2.9), (4.2.4) és a (4.2.14), (4.2.15) egyenleteket a fenti egyenletbe, akkor azt kapjuk, hogy:

$$v_{k+1} = D \{ y_{k+1} - A_0 x_k - B_0 u_k - \sum_{\ell=k_0}^{k-1} Q_A v_{\ell+1} x_{\ell}^T x_k + R_A v_{k-m_A+1} x_{k-m_A}^T x_k - \sum_{\ell=k_0}^{k-1} Q_B v_{\ell+1} u_{\ell}^T u_k - R_B v_{k-m_B+1} u_{k-m_B}^T u_k \} - D \{ (Q_A + P_A + R_A) x_k^T x_k + (Q_B + P_B + R_B) u_k^T u_k \} v_{k+1}$$

Átrendezve:

$$v_{k+1} = \{ I + D(Q_A + P_A + R_A) x_k^T x_k + D(Q_B + P_B + R_B) u_k^T u_k \}^{-1}$$

$$D \{ \hat{e}_{k+1} - \sum_{\ell=k_0}^{k-1} Q_A v_{\ell+1} x_{\ell}^T x_k + R_A v_{k-m_A+1} y_{k-m_A}^T y_k -$$

$$\sum_{\ell=k_0}^{k-1} Q_B v_{\ell+1} u_{\ell}^T u_k + R_B v_{k-m_B+1} u_{k-m_B}^T u_k \}$$

ahol

$$\hat{e}_{k+1} = y_{k+1} - A_0 x_k - B_0 u_k = A x_k + B u_k - A_0 y_k - B_0 u_k$$

(4.2.16) számítás szempontjából viszonylag bonyolult kifejezés. Ha a  $\Delta t$  mintavételi időköz kicsi, akkor a szimulációs futtatások eredményei azt mutatják, hogy nem követünk el nagy hibát, ha (4.2.16) helyett használjuk:

$$v_{k+1} \approx \{I + D(Q_A + P_A + R_A)x_k^T x_k + D(Q_B + P_B + R_B)u_k^T u_k\}^{-1} v_k$$

(4.2.17)

A paraméteradaptációval történő adaptív irányítás teljes blokksémája a 20. ábrán látható.

### Szimulációs példa

Legyen a modell és folyamat dinamikája

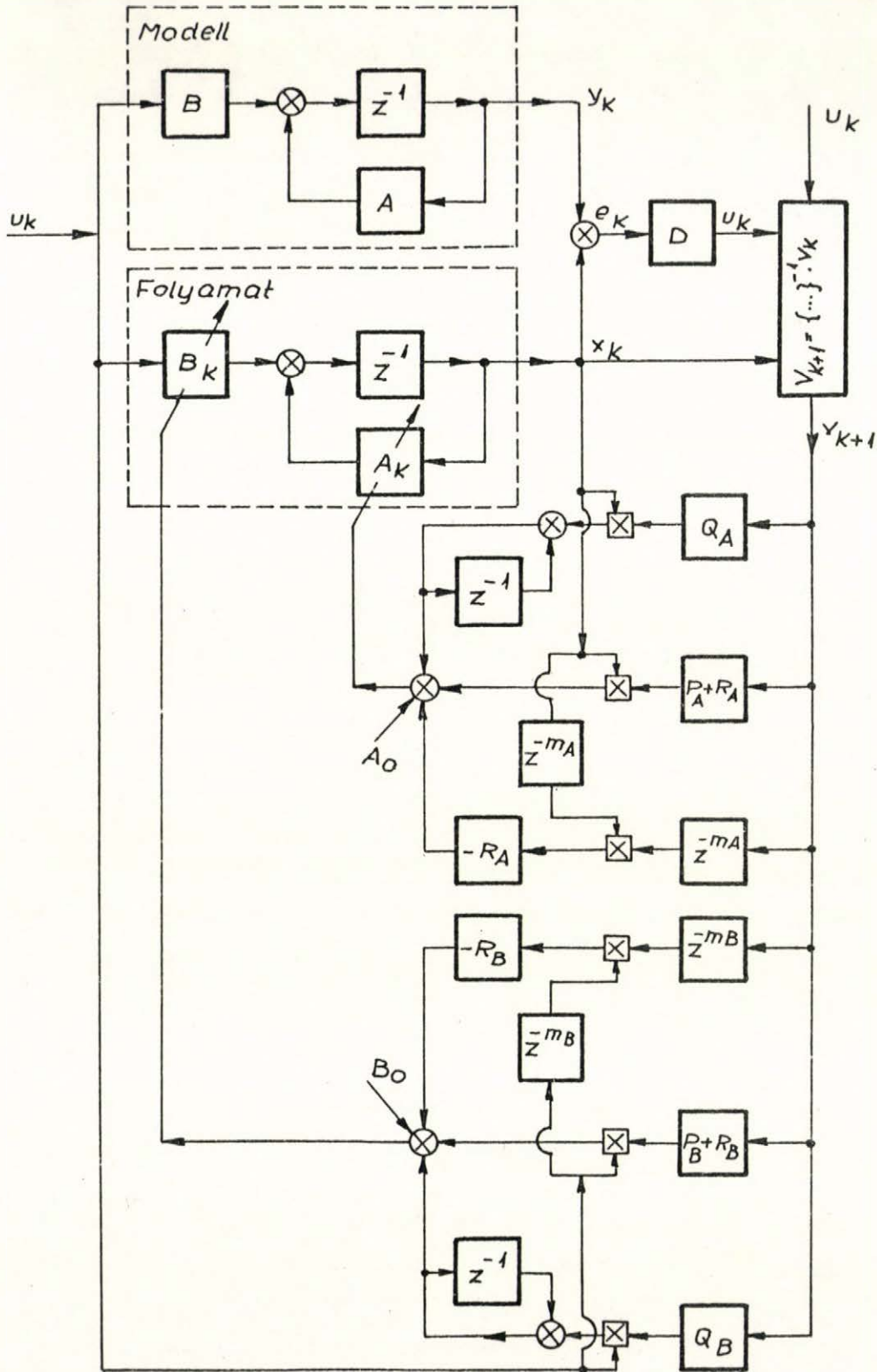
$$y_{k+1} = 0.5 y_k + 0.7 u_k$$

$$x_{k+1} = a_k x_k + b_k u_k$$

Legyenek:  $e_k = y_k - x_k$  ;  $v_k = d \cdot e_k$

$$a_k = a_0 + q \sum_{\ell=1}^k v_{\ell+1}^{x+P} v_{k+1} x_k + r \{v_{k+1} x_k - v_k x_{k-1}\}$$

$$b_k = b_0 + q \sum_{\ell=1}^k v_{\ell+1}^{u+P} v_{k+1} u_k + r \{v_{k+1} u_k - v_k u_{k-1}\}$$



20. ábra

DISZKRÉT MRAR PARAMÉTERADAPTÁCIÓVAL



$$v_{k+1} = (1+d(q+p+r)x_k^2 + d(q+p+r)u_k^2)^{-1}v_k$$

$$u_k = 1. \quad ; \quad k = 1, 2, \dots$$

$$d = 20 \quad ; \quad a_0 = 1,0 \quad ; \quad b_0 = 2,0$$

Az elkészült FORTRAN program neve ADAP3. A futtatások következő szabad paramétermegválasztásokkal történtek.

- |          |          |                         |
|----------|----------|-------------------------|
| a) eset: | q=0.1 ;  | p = r = 0               |
| b) eset: | q=0.05 ; | p = r = 0               |
| c) eset: | q=0.05 ; | p = 0.005 ; r = 0       |
| d) eset: | q=0.05 ; | p = 0.005 ; r = 0.0001  |
| e) eset: | q=0.05 ; | p = 0.0001 ; r = 0.0    |
| f) eset: | q=0.05 ; | p = 0.0001 ; r = 0.0005 |

A hiba  $e_k$  alakulásának értékei különböző esetekben 2. táblázatban láthatók. A táblázatból azt vonhatjuk le, hogy  $e_k$  gyorsabban konvergál nullához, ha a szabad paraméterek nagyobb értékűek. A differenciátag jelenlét ( $r \neq 0$ ) növeli a konvergencia sebességét.

#### 4.2.2 Adaptív irányítás jeladaptációval

Ha a folyamat paraméterei  $A_k, B_k$  közvetlenül nem szabályozhatók, akkor nem alkalmazhatunk paraméteradaptációt. Ilyenkor a folyamat bemenetébe visznek be úgynevezett adaptációs jelet és ennek hatására követi a folyamat a modellt. A feladat tehát ilyen adaptációs jel megtervezése.

Az elmondottak szerint a folyamatot leíró egyenlet a következő

```

LN 0001      PROGRAM ADAP3
LN 0002      READ 100*(M,H,A0,B0,D,U,N1,N2)
LN 0003      100 FORMAT(6F10.5,2I3)
LN 0004      PRINT 101
LN 0005      101 FORMAT(1H ,2HAM*8X*2HAM*8X*2HA0*8X*2HB0*8X*1HD*8X*1HU*8Y*2HN1.3X*2
LN 0006      1HN2)
LN 0007      PRINT 102*(M,H,A0,B0,D,U,N1,N2)
LN 0008      102 FORMAT(1H ,6(F8.3,2X),2(I3,3X))
LN 0009      DO 1 I=1,4
LN 0010      READ 103*(O,P,R)
LN 0011      103 FORMAT(3F10.5)
LN 0012      AK=A0
LN 0013      BK=B0
LN 0014      X=0.
LN 0015      Y=0.
LN 0016      SU=0.
LN 0017      SX=0.
LN 0018      V=0.
LN 0019      K=1
LN 0020      T=Q+P+R
LN 0021      PRINT 104*(Q,P,R)
LN 0022      104 FORMAT(1H1,2HD=,E10.5,3X,2HP=,E10.5,3X,2HR=,E10.5)
LN 0023      PRINT 105
LN 0024      105 FORMAT(1H ,1MK,5X,1HE,16X,1HX,16X,1HY)
LN 0025      2 Y1=AM*Y+R*U
LN 0026      X1=AK*X+B*U
LN 0027      E=Y1-X1
LN 0028      V=Q*E
LN 0029      V1=1/(1+T*X1**2+T*U**2)*Q*V
LN 0030      SX=SX+Q*V1*X1
LN 0031      SU=SU+Q*V1*U
LN 0032      AK=A0+SX+Q*V1*X1+R*(V1*X1-V*X)
LN 0033      BK=B0+SU+Q*V1*U+R*(V1*U-V*U)
LN 0034      X=X1
LN 0035      Y=Y1
LN 0036      PRINT 106*(K,E,X,Y)
LN 0037      106 FORMAT(1H ,I3,3X,3(E12.5,3X))
LN 0038      K=K+1
LN 0039      IF(K.LT.N2) GOTO 2
LN 0040      1 CONTINUE
LN 0041      END

```

USASY FORTRAN DIAGNOSTIC RESULTS FOR ADAP3

NO ERRORS

Y,L40

ADAP3 program lista.



	a)	b)	c)	d)	e)	f)	x	y
1	-0.13000F+01	-0.13000F+01	-0.13000F+01	-0.13000F+01	-0.13000F+01	-0.13000F+01	0.20000E+01	0.70000E+00
2	-0.12167F+01	-0.12167F+01	-0.12167F+01	-0.12167F+01	-0.12167F+01	-0.12167F+01	0.19013E+01	0.10500E+01
3	-0.17275F+00	-0.17275F+00	-0.17275F+00	-0.17275F+00	-0.17275F+00	-0.17275F+00	0.19856F+00	0.10266E+01
4	-0.17453F+00	-0.17453F+00	-0.17453F+00	-0.17453F+00	-0.17453F+00	-0.17453F+00	0.12700F+00	0.14395E+01
5	-0.28450E+00	-0.28450E+00	-0.28450E+00	-0.28450E+00	-0.28450E+00	-0.28450E+00	0.38821F+01	0.13174E+01
6	-0.30593F+01	-0.30593F+01	-0.30593F+01	-0.30593F+01	-0.30593F+01	-0.30593F+01	0.21624F+01	0.13565E+01
7	-0.84749F+01	-0.84749F+01	-0.84749F+01	-0.84749F+01	-0.84749F+01	-0.84749F+01	0.27854F+01	0.13612E+01
8	-0.48979F+02	-0.48979F+02	-0.48979F+02	-0.48979F+02	-0.48979F+02	-0.48979F+02	0.20113F+01	0.13701E+01
9	-0.22037F+01	-0.22037F+01	-0.22037F+01	-0.22037F+01	-0.22037F+01	-0.22037F+01	0.15125F+01	0.13744E+01
10	-0.18105F+02	-0.18105F+02	-0.18105F+02	-0.18105F+02	-0.18105F+02	-0.18105F+02	0.14601F+01	0.13827E+01
11	-0.55305F+02	-0.55305F+02	-0.55305F+02	-0.55305F+02	-0.55305F+02	-0.55305F+02	0.97019F+02	0.13899E+01
12	-0.48345F+03	-0.48345F+03	-0.48345F+03	-0.48345F+03	-0.48345F+03	-0.48345F+03	0.42856F+02	0.13930E+01
13	-0.13800F+02	-0.13800F+02	-0.13800F+02	-0.13800F+02	-0.13800F+02	-0.13800F+02	0.39569F+02	0.13957E+01
14	-0.12733F+03	-0.12733F+03	-0.12733F+03	-0.12733F+03	-0.12733F+03	-0.12733F+03	0.24504F+02	0.13974E+01
15	-0.34459F+03	-0.34459F+03	-0.34459F+03	-0.34459F+03	-0.34459F+03	-0.34459F+03	0.14970F+02	0.13984E+01
16	-0.33096F+04	-0.33096F+04	-0.33096F+04	-0.33096F+04	-0.33096F+04	-0.33096F+04	0.00574F+03	0.13991E+01
17	-0.84165F+04	-0.84165F+04	-0.84165F+04	-0.84165F+04	-0.84165F+04	-0.84165F+04	0.54378F+03	0.14000E+01
18	-0.85263F+05	-0.85263F+05	-0.85263F+05	-0.85263F+05	-0.85263F+05	-0.85263F+05	0.32974F+03	0.14000E+01
19	-0.21570F+04	-0.21570F+04	-0.21570F+04	-0.21570F+04	-0.21570F+04	-0.21570F+04	0.19557F+03	0.14000E+01
20	-0.21844F+05	-0.21844F+05	-0.21844F+05	-0.21844F+05	-0.21844F+05	-0.21844F+05	0.19273F+03	0.14000E+01
21	-0.54039F+04	-0.54039F+04	-0.54039F+04	-0.54039F+04	-0.54039F+04	-0.54039F+04	0.11402F+03	0.14000E+01
22	-0.55775F+06	-0.55775F+06	-0.55775F+06	-0.55775F+06	-0.55775F+06	-0.55775F+06	0.47735F+04	0.14000E+01
23	-0.13545F+05	-0.13545F+05	-0.13545F+05	-0.13545F+05	-0.13545F+05	-0.13545F+05	0.39923F+04	0.14000E+01
24	-0.14214F+06	-0.14214F+06	-0.14214F+06	-0.14214F+06	-0.14214F+06	-0.14214F+06	0.23429F+04	0.14000E+01
25	-0.33961F+06	-0.33961F+06	-0.33961F+06	-0.33961F+06	-0.33961F+06	-0.33961F+06	0.23429F+04	0.14000E+01
26	-0.36147F+07	-0.36147F+07	-0.36147F+07	-0.36147F+07	-0.36147F+07	-0.36147F+07	0.13707F+04	0.14000E+01
27	-0.85187F+07	-0.85187F+07	-0.85187F+07	-0.85187F+07	-0.85187F+07	-0.85187F+07	0.80049F+04	0.14000E+01
28	-0.02550F+08	-0.02550F+08	-0.02550F+08	-0.02550F+08	-0.02550F+08	-0.02550F+08	0.63004F+04	0.14000E+01
29	-0.21362F+07	-0.21362F+07	-0.21362F+07	-0.21362F+07	-0.21362F+07	-0.21362F+07	0.39972F+04	0.14000E+01
30	-0.22992F+08	-0.22992F+08	-0.22992F+08	-0.22992F+08	-0.22992F+08	-0.22992F+08	0.23429F+04	0.14000E+01
31	-0.53260F+08	-0.53260F+08	-0.53260F+08	-0.53260F+08	-0.53260F+08	-0.53260F+08	0.14741F+04	0.14000E+01
32	-0.58208F+09	-0.58208F+09	-0.58208F+09	-0.58208F+09	-0.58208F+09	-0.58208F+09	0.84819F+05	0.14000E+01
33	-0.13479F+08	-0.13479F+08	-0.13479F+08	-0.13479F+08	-0.13479F+08	-0.13479F+08	0.79922F+05	0.14000E+01
34	-0.11642F+09	-0.11642F+09	-0.11642F+09	-0.11642F+09	-0.11642F+09	-0.11642F+09	0.52491F+05	0.14000E+01
35	-0.34925F+09	-0.34925F+09	-0.34925F+09	-0.34925F+09	-0.34925F+09	-0.34925F+09	0.27220F+05	0.14000E+01
36	-0.29104F+10	-0.29104F+10	-0.29104F+10	-0.29104F+10	-0.29104F+10	-0.29104F+10	0.27083F+05	0.14000E+01
37	-0.58208F+10	-0.58208F+10	-0.58208F+10	-0.58208F+10	-0.58208F+10	-0.58208F+10	0.15784F+05	0.14000E+01
38	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.01913E+06	0.14000E+01
39	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.53493E+06	0.14000E+01
40	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.31115E+06	0.14000E+01
41	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.18082F+06	0.14000E+01
42	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.10512E+06	0.14000E+01
43	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.60885E+07	0.14000E+01
44	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.35332E+07	0.14000E+01
45	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.20489F+07	0.14000E+01
46	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.11874E+07	0.14000E+01
47	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.11933F+07	0.14000E+01
48	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.49267E+08	0.14000E+01
49	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.11933F+07	0.14000E+01
50	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.49267E+08	0.14000E+01
51	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.11933F+07	0.14000E+01
52	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.49267E+08	0.14000E+01
53	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.11933F+07	0.14000E+01
54	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.49267E+08	0.14000E+01
55	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.11933F+07	0.14000E+01
56	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.49267E+08	0.14000E+01
57	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.11933F+07	0.14000E+01
58	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.49267E+08	0.14000E+01
59	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.11933F+07	0.14000E+01
60	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.49267E+08	0.14000E+01
61	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.11933F+07	0.14000E+01
62	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.49267E+08	0.14000E+01
63	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.11933F+07	0.14000E+01
64	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.49267E+08	0.14000E+01
65	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.11933F+07	0.14000E+01
66	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	-0.00000F+00	0.49267E+08	0.14000E+01

A hiba (e<sub>1</sub>) alakulásának értékei különböző esetekben

2. táblázat



$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k (u_k + f_k)$$

ahol

$f_k$  az adaptációs jel.

A modellt leíró egyenlet, mint az előző esetben

$$y_{k+1} = A x_k + B u_k$$

A hiba vektor

$$\begin{aligned} e_{k+1} &= y_{k+1} - x_{k+1} \\ &= A e_k + [A - A_k] x_k + [B - B_k] u_k - B_k f_k \quad (4.2.18) \\ &= A e_k + \rho_k \end{aligned}$$

ahol

$$\rho_k = [A - A_k] x_k + [B - B_k] u_k - B_k f_k \quad (4.2.19)$$

Keressük az  $f_k$  mennyiséget olyan alakban, hogy

$$f_k = K_k^1 x_k + K_k^2 u_k \quad (4.2.20)$$

vagyis  $f_k$  lineáris függvénye  $y_k$  és  $u_k$  jeleknek. Megkeresendő tehát  $K_k^1$  és  $K_k^2$  adaptációs algoritmus.

A következő eseteket különböztetjük meg:

- a)  $A_k$  és  $B_k$  ismertek
- b)  $A_k = A_0$ ,  $B_k = B_0$  állandók, de nem ismertek
- c)  $A_k$  és  $B_k$  nem állandók és ismeretlenek.

Vizsgáljuk meg, hogy az egyes esetekben milyennek kell lennie  $f_k$ -nak.

a)  $A_k, B_k$  ismertek

Ilyenkor a legegyszerűbb megoldás, ha  $f_k$  olyan, hogy  $\rho_k$  azonosan nulla legyen minden  $k$ -ra. Ugyanis ilyenkor a hiba egyenletünkben egyszerűvé válik:

$$e_{k+1} = Ae_k + \rho_k = Ae_k$$

ami aszimptotikusan stabilis, mert a modell állapot mátrixa  $A$  stabilis mátrix ( $\forall |\lambda_i(A)| < 1$ ).

A  $\rho_k = 0$  feltételből és (4.2.19)-ből kapjuk:

$$[A - A_k]x_k + [B - B_k]u_k - B_k f_k = 0$$

Innen

$$f_k = B_k^+ [A - A_k]x_k + B_k^+ [B - B_k]u_k \quad (4.2.21)$$

ahol

$$B_k^+ = [B_k^T \ B_k]^{-1} B_k^T \quad B_k \text{ általánosított jobboldali inverzmátrixa.}$$

Összehasonlítva a (4.2.20) összefüggéssel, kapjuk:

$$\begin{aligned} K_k^1 &= B_k^+ [A - A_k] \\ K_k^2 &= B_k^+ [B - B_k] \end{aligned}$$

Ezt a gondolatmenetet először a [145] munka szerzője alkalmazta.

b)  $A_k = A_0 ; B_k = B_0$  minden  $k$ -ra;  $A_0, B_0$  isme-  
retlenek

Vezessük most az  $f_k$  adaptációs jelet a bemene-  
ti mátrix  $B_0$  után.

$$x_{k+1} = A_0 x_k + B_0 u_k + f_k$$

Helyetessítsük az  $f_k$  jelet (4.2.20) szerint

$$x_{k+1} = [A_0 + K_k^1] x_k + [B_0 + K_k^2] u_k$$

Ezt felhasználva a hibaegyenletünk:

$$e_{k+1} = A e_k + \rho_k \quad (4.2.22)$$

ahol

$$\rho_k = [A - A_0 - K_k^1] x_k + [B - B_0 - K_k^2] u_k$$

Vezessük be:

$$\tilde{A} = A - A_0$$

$$\tilde{B} = B - B_0$$

Igy

$$\rho_k = [\tilde{A} - K_k^1] x_k + [\tilde{B} - K_k^2] u_k \quad (4.2.23)$$

Látjuk, hogy a (4.2.22) és (4.2.23) egyenle-  
teink ugyanolyan alakúak, mint (4.2.3) és (4.2.4).  
Tehát az előző pontbeli eredményeket alkalmazhat-  
juk **betűcserével**. A kompenzált hibajel (4.2.5)



$$v_k = D e_k$$

ahol

$$D = D^T > 0 \text{ és kielégíti a}$$

$$- A^T D A + D = Q ; Q = Q^T > 0 \text{ egyenletet.}$$

Az adaptációs algoritmus (4.2.14) és (4.2.15) alapján  $K_k^1$ ,  $K_k^2$ -ra átírva

$$K_k^1 = K_0^1 + \sum_{\ell=k_0}^k Q_1 v_{\ell+1} x_{\ell+1}^T + P_1 v_{k+1} x_k^T + R_1 \{ v_{k+1} x_k^T - v_{k-m_1+1} x_{k-m_1}^T \} \quad (4.2.24)$$

$$K_k^2 = K_0^2 + \sum_{\ell=k_0}^k Q_2 v_{\ell+1} u_{\ell+1}^T + P_2 v_{k+1} u_k^T + R_2 \{ v_{k+1} u_k^T - v_{k-m_2+1} u_{k-m_2}^T \} \quad (4.2.25)$$

ahol  $K_0^1, K_0^2$  tetszőleges  $n \times n$  illetve  $n \times m$  méretű kezdeti mátrixok

$$Q_1, Q_2 > 0$$

$$P_1, P_2, R_1, R_2 \geq 0$$

$Q_1, Q_2, P_1, P_2, R_1, R_2$  szimmetrikus mátrixok.

A  $k$  időpontban becsült  $v_{k+1}$  vektort (4.2.16) vagy (4.2.17) adják. Ha  $B_0$  előzetesen ismert /de  $A_0$  nem/, akkor az  $f_k$  jelet a folyamat bemenetébe kapcsolhatjuk nem /szükségszerűen  $B_0$  után/. Ilyenkor a (4.2.24) és (4.2.25) adaptációs algoritmusok úgy módosulnak, hogy

bal oldalukon nem  $K_k^1$  illetve  $K_k^2$  szerepelnek, hanem  $B_o K_k^1$  illetve  $B_o K_k^2$ .  $B_o$  ismeretében  $K_k^1$  illetve  $K_k^2$  könnyen kiszámítható.

A teljes blokk-séma erre az esetre a 21. ábrán látható.

c)  $A_k, B_k$  nem ismeretesek és nem állandók

Tegyük fel, hogy  $A_k$  és  $B_k$  egy  $A_o, B_o$  középérték közül változnak. Azaz

$$A_k = A_o + \Delta A_k$$

$$B_k = B_o + \Delta B_k$$

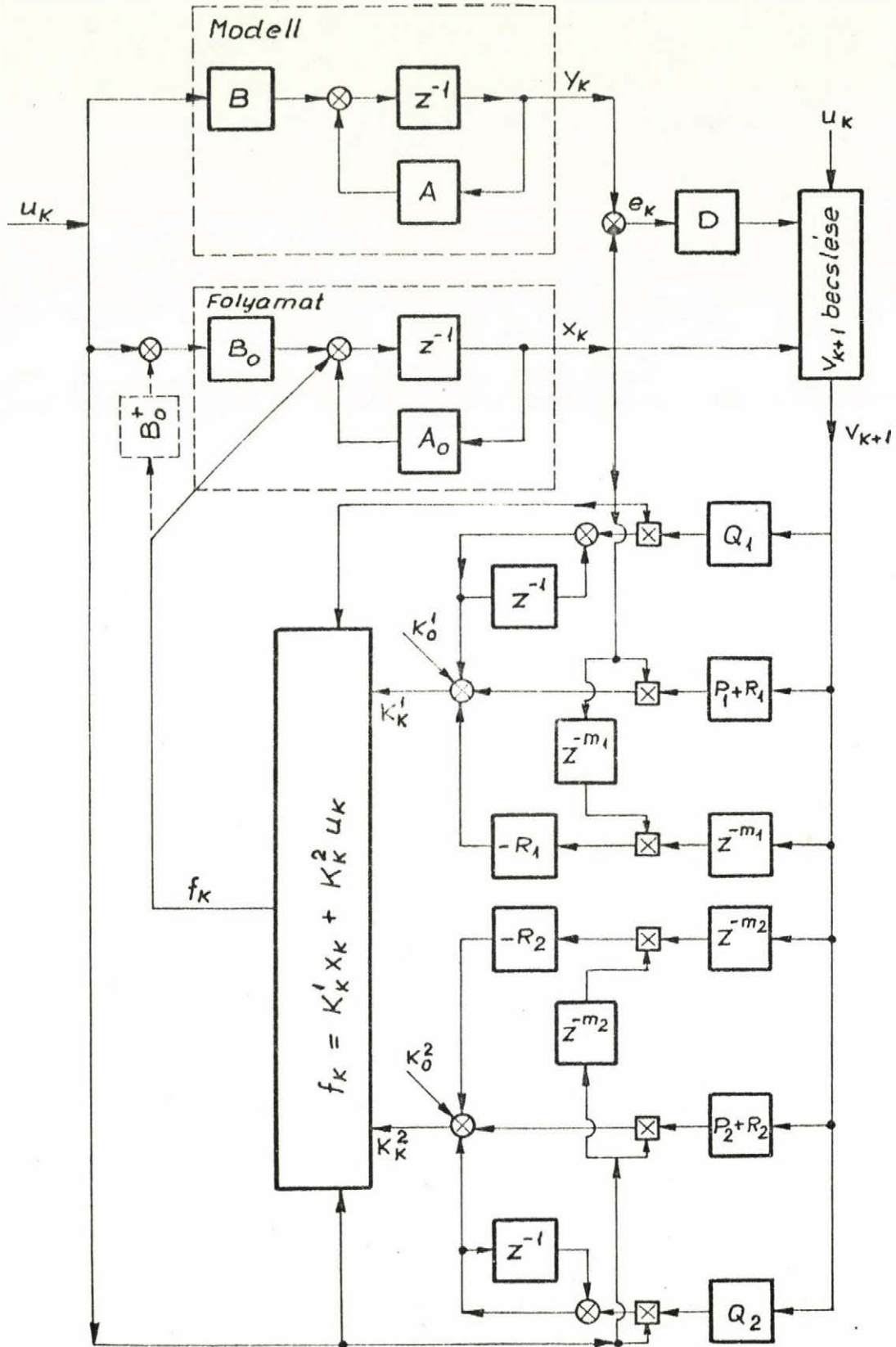
ahol  $A_o, B_o$  állandó, ismeretlen mátrixok;  $\Delta A_k, \Delta B_k$  a pertubációk.

Igy hibaegyenletünk:

$$e_{k+1} = A e_k + [A - A_o - \Delta A_k - K_k^1] x_k + [B - B_o - \Delta B_k - K_k^2] u_k$$

Mivel a  $\Delta A_k$  és  $\Delta B_k$  pertubációk ismeretlen módon változnak és közvetlenül nem szabályozhatók, ezért nem alkalmazhatjuk a (4.2.24) illetve (4.2.25) algoritmusokat megfontolás nélkül.

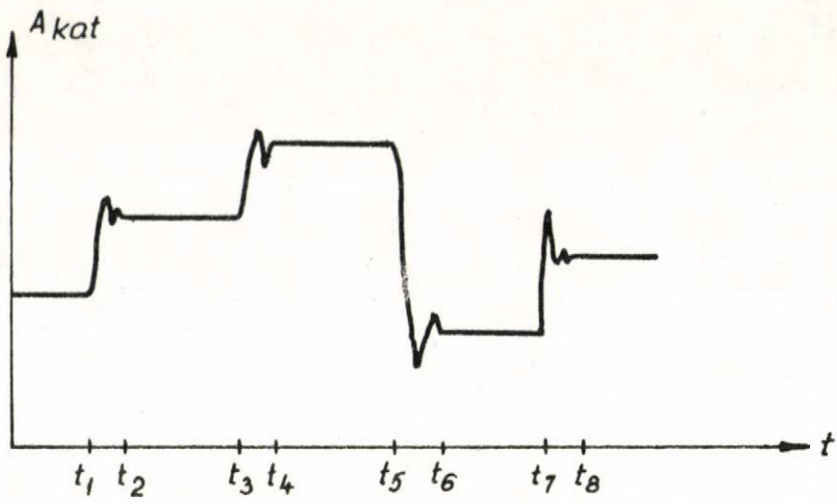
Ugyanis ezek az algoritmusok ismeretlen, de állandó  $A_k, B_k$  esetekben alkalmazhatók. Ha  $A_k$  és  $B_k$  lépcsőzetesen változnak, például amint a 22. ábrán látható módon, akkor a (4.2.24) és (4.2.25) algoritmusok még alkalmazhatóak megfelelő szabad paraméterek választásával. Tudnillik, hogy az adaptáció konvergenciájának sebessége a szabott paraméterek nagyságától függ. Legyen  $T_{0.1}$  az a pertubáció után eltelt időtartam  $/t_2, t_4, t_6, t_8$ -tól kezdve/, amikor



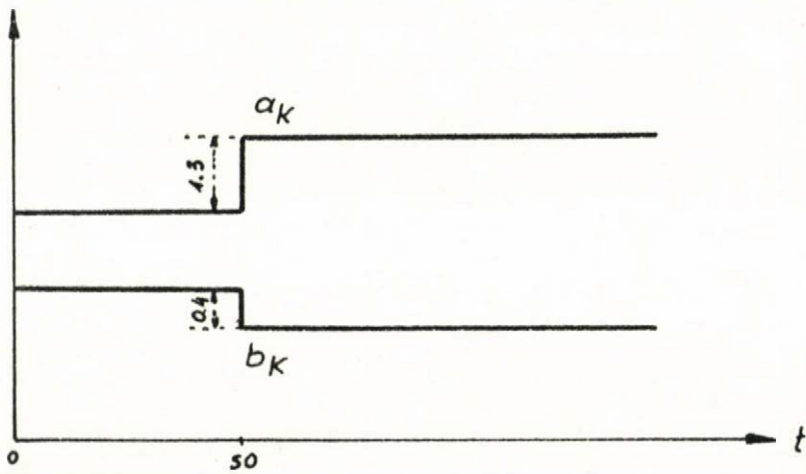
21. ábra

DISZKRÉT MRAR FELADAPTÁCIÓVAL





22. ábra



23. ábra

$\|e_k\| \leq 0.1$ . Ha a szabad paramétereket úgy választjuk, hogy  $T_{0.1} \ll t_3 - t_2, t_5 - t_4, t_7 - t_6$  akkor azt mondhatjuk, hogy a folyamat a perturbáció ellenére szakaszonként követi a tervezett modellt. Az egész perturbáció időtartam nagyobb részén a folyamat a modellt követi. A megfelelő szabad paraméterek választása néhány próba után eldönthető. A következő példa a fenti gondolat illusztrálására szolgál.

Szimulációs példa

Legyen a modell és adaptált folyamat dinamikája

$$y_{k+1} = 0.5y_k + 0.2 u_k$$

$$x_{k+1} = a_k + k_k^1 x_k + (n_k + k_k^2) u_k$$

változzanak  $a_k$  és  $b_k$  23. ábrán látható módon. Válasszuk először a következő összefüggéseket:

$$v_k = 2 e_k = 2 \cdot (y_k - x_k)$$

$$k_k^1 = \sum_{l=0}^k 10 \cdot v_{l+1} x_l + 0.1 v_{k+1} x_k + 0.01 \cdot$$

$$\cdot \{v_{k+1} x_k - v_k x_{k-1}\}$$

$$k_k^2 = \sum_{l=0}^k 10 \cdot v_{l+1} u_l + 0.1 v_{k+1} u_k + 0.01 (v_{k+1} u_k -$$

$$- v_k u_{k-1})$$

$$v_{k+1} = \{1 + 2(10 + 0.1 + 0.01)x_k^2 + 2(10 + 0.1 + 0.01)u_k^2\}^{-1} v_k$$

$$u_k = \sin(0.05 k)$$

Az elkészült FORTRAN nyelvű program neve ADAP.  
 $e_k$  alakulását a 3. táblázat mutatja be. A  
24. ábra  $e_k$  alakulását ábrázolja.

#### 4.2.3 Modell referenciás adaptív identifikáció zajmentes esetben

A folyamatos esethez hasonlóan a modell-referenciás adaptív identifikáció lényege az, hogy adaptáljuk a modell paramétereit, hogy kövessék az ismeretlen folyamat paramétereit. Tehát most a modell és folyamat szerepet cserélnek. Először vizsgáljuk meg a zajmentes folyamat identifikálását.

Legyen a folyamat leírása:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \quad (4.2.29)$$

ahol

$A, B$  az  $n \times n$  illetve  $n \times m$  méretű állandó, de ismeretlen mátrixok.

Válasszuk meg a modellt, mint

$$y_{k+1} = Cy_k + [A_k - C]x_k + B_k u_k \quad (4.2.30)$$

ahol  $c$  stabilis mátrix  $\forall |\lambda_i(c)| < 1$

Igy hibaegyenletünk:

$$\begin{aligned} e_{k+1} &= x_{k+1} - y_{k+1} \\ &= Ce_k + [A - A_k]x_k + [B - B_k]u_k \end{aligned} \quad (4.2.31)$$

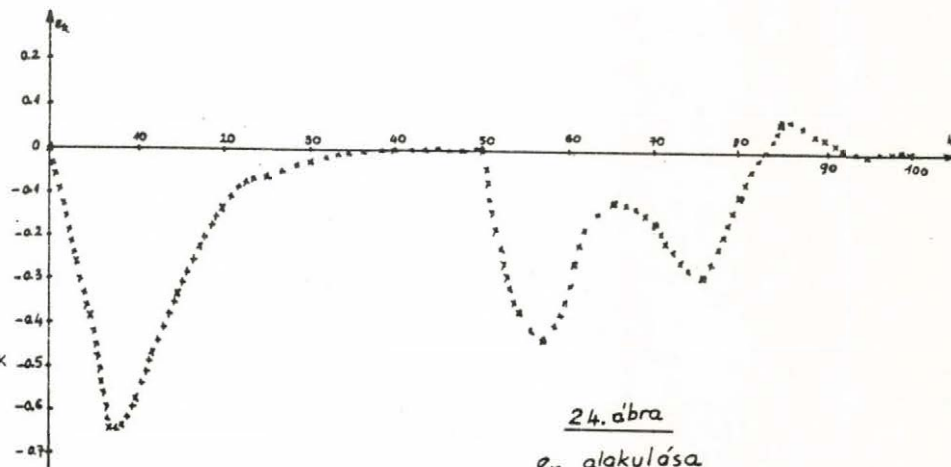
Látható, hogy a (4.2.31) egyenlet ugyanolyan alakú, mint a (4.2.3) egyenlet, ezért, ha  $A_k$ -t és  $B_k$ -t a PID adaptációs algoritmussal módosítjuk, nevezetesen:



```

LN 0001      PROGRAM ADAP
LN 0002      REAL KK, KKK
LN 0003      DO 3 I=1,3
LN 0004      READ 100,A,B,D,P,R,A0,AK,BK,AK1,BK1
LN 0005      100 FORMAT (10F8.4)
LN 0006      PRINT 101
LN 0007      101 FORMAT(1H ,1HA,8X,1H3,8X,1HD,8X,1HP,8X,1HR,8X,2HA0,7X,2HAK,7X,2HBK
LN 0008      1,7X,34A<1,6X,34BK1)
LN 0009      PRINT 102,A,R,Q,P,R,40,AK,BK,AK1,BK1
LN 0010      102 FORMAT(1H ,10(F8.4,1X))
LN 0011      PRINT 109
LN 0012      109 FORMAT(1H-,2X,1HU,12X,14E,12X,24KK,11X,3HKKK,10X,1HX,12X,1HV,12X,2
LN 0013      1HV1,11X,1HW,12X,2HSX,13X,1HC)
LN 0014      K=1
LN 0015      KK=0.
LN 0016      KKK=0.
LN 0017      SX=0.
LN 0018      SU=0.
LN 0019      Y1=0.
LN 0020      Y1=0.
LN 0021      V1=0.
LN 0022      V=0.
LN 0023      U1=0.
LN 0024      U=0.
LN 0025      Y=0.
LN 0026      X=0.
LN 0027      TT=Q**R
LN 0028      TT=TT**2
LN 0029      1 J1=SIGN(0.05*K)
LN 0030      Y1=1*Y+R*U1
LN 0031      X1=(A+KK)*X+(3K+KKK)*U1
LN 0032      E=Y1-X1
LN 0033      V=2*E
LN 0034      V1=1/(1+TT*X1**2+TT*J1**2)*V
LN 0035      SX=SX+ D*V1*X1
LN 0036      SU=SU+ 7*V1*U1
LN 0037      KK=SX+P*X1*V1+2*(X1*V1-X*V)
LN 0038      KKK=SU+P*U1*V1+Q*(V1*U1-V*U)
LN 0039      Y=Y1
LN 0040      U=U1
LN 0041      X=X1
LN 0042      K=K+1
LN 0043      PRINT 110,J,E,KK,KKK,X1,Y1,V1,V,SX,K
LN 0044      110 FORMAT(1H ,9(F12.5,2X),2X,I3)
LN 0045      IF(K.LT.50) GOFO 2
LN 0046      AK=AK1
LN 0047      BK=BK1
LN 0048      2 IF(K.LT.100)GOFO 1
LN 0049      3 CONTINUE
LN 0050      END

```



ADAP program listája

A 0.5000 B 0.2000 C 0.1000 D 0.0010 E 0.0001 F 0.5000 G 0.7000 H 1.2000 I 2.0000 J 0.8000

3. tablas

U	F	KK	<KK	X	Y	#1	V	SX	K
0.49379E-01	-1.49979E-01	-0.60535E-03	-0.50446E-03	0.59975E-01	0.99958E-02	-0.99335E-01	-0.99958E-01	-0.59876E-03	2
0.99833E-01	-0.13673E+00	-0.50351E-02	-0.32377E-02	0.16171E+00	0.24965E-01	-0.27148E+00	-0.27346E+00	-0.49885E-02	3
0.14944E+00	-0.24884E+00	-0.19323E-01	-0.10564E-01	0.29121E+00	0.42370E-01	-0.44871E+00	-0.49769E+00	-0.19175E-01	4
0.19867E+00	-0.37361E+00	-0.50530E-01	-0.24824E-01	0.43453E+00	0.60919E-01	-0.71423E+00	-0.74722E+00	-0.50211E-01	5
0.24740E+00	-0.49312E+00	-0.10311E+00	-0.47522E-01	0.57296E+00	0.79940E-01	-0.91465E+00	-0.98603E+00	-0.10258E+00	6
0.29552E+00	-0.58350E+00	-0.17494E+00	-0.78522E-01	0.68257E+00	0.99074E-01	-0.10446E+00	-0.11670E+00	-0.17422E+00	7
0.34293E+00	-0.62479E+00	-0.25680E+00	-0.11543E+00	0.74291E+00	0.11812E+00	-0.11306E+00	-0.12496E+00	-0.25599E+00	8
0.38942E+00	-0.61424E+00	-0.33740E+00	-0.15826E+00	0.75122E+00	0.13694E+00	-0.10732E+00	-0.12286E+00	-0.33661E+00	9
0.43497E+00	-0.57005E+00	-0.40953E+00	-0.20160E+00	0.72551E+00	0.15546E+00	-0.99599E+00	-0.11401E+00	-0.40887E+00	10
0.47443E+00	-0.51575E+00	-0.47171E+00	-0.24488E+00	0.68937E+00	0.17362E+00	-0.90279E+00	-0.10315E+00	-0.47110E+00	11
0.52289E+00	-0.46526E+00	-0.52511E+00	-0.28744E+00	0.65661E+00	0.19135E+00	-0.81452E+00	-0.93052E+00	-0.52458E+00	12
0.56464E+00	-0.42150E+00	-0.57144E+00	-0.32901E+00	0.63010E+00	0.20860E+00	-0.73641E+00	-0.84300E+00	-0.57099E+00	13
0.60513E+00	-0.38278E+00	-0.61191E+00	-0.36933E+00	0.60812E+00	0.22534E+00	-0.66533E+00	-0.76555E+00	-0.51151E+00	14
0.64422E+00	-0.34719E+00	-0.64723E+00	-0.40988E+00	0.58870E+00	0.24151E+00	-0.60172E+00	-0.69438E+00	-0.64693E+00	15
0.68164E+00	-0.31376E+00	-0.67812E+00	-0.44434E+00	0.57084E+00	0.25708E+00	-0.54104E+00	-0.62752E+00	-0.57782E+00	16
0.71736E+00	-0.28233E+00	-0.70349E+00	-0.47963E+00	0.55544E+00	0.27201E+00	-0.48336E+00	-0.56425E+00	-0.70463E+00	17
0.75179E+00	-0.25223E+00	-0.72802E+00	-0.51132E+00	0.53849E+00	0.28626E+00	-0.43015E+00	-0.50446E+00	-0.72779E+00	18
0.78333E+00	-0.22411E+00	-0.74790E+00	-0.54166E+00	0.52391E+00	0.29980E+00	-0.37998E+00	-0.44822E+00	-0.74770E+00	19
0.81342E+00	-0.19783E+00	-0.76489E+00	-0.56876E+00	0.51041E+00	0.31258E+00	-0.33348E+00	-0.39567E+00	-0.76472E+00	20
0.84147E+00	-0.17347E+00	-0.77934E+00	-0.59319E+00	0.49805E+00	0.32453E+00	-0.29073E+00	-0.34694E+00	-0.77920E+00	21
0.86742E+00	-0.15106E+00	-0.79193E+00	-0.61501E+00	0.48684E+00	0.33578E+00	-0.25175E+00	-0.30213E+00	-0.79146E+00	22
0.89121E+00	-0.13064E+00	-0.80193E+00	-0.63828E+00	0.47677E+00	0.34613E+00	-0.21654E+00	-0.26127E+00	-0.80178E+00	23
0.91276E+00	-0.11218E+00	-0.81092E+00	-0.65114E+00	0.46779E+00	0.35562E+00	-0.18500E+00	-0.22435E+00	-0.81044E+00	24
0.93204E+00	-0.09539E-01	-0.81773E+00	-0.66575E+00	0.45986E+00	0.36422E+00	-0.15593E+00	-0.19128E+00	-0.81766E+00	25
0.94988E+00	-0.08095E-01	-0.82371E+00	-0.67839E+00	0.45286E+00	0.37191E+00	-0.13232E+00	-0.16190E+00	-0.82365E+00	26
0.96356E+00	-0.06911E-01	-0.82844E+00	-0.68844E+00	0.44668E+00	0.37866E+00	-0.11077E+00	-0.13603E+00	-0.82866E+00	27
0.97572E+00	-0.05911E-01	-0.83273E+00	-0.69731E+00	0.44119E+00	0.38448E+00	-0.92074E-01	-0.11342E+00	-0.83266E+00	28
0.98545E+00	-0.04691E-01	-0.83661E+00	-0.70538E+00	0.43626E+00	0.38933E+00	-0.75990E-01	-0.93823E-01	-0.83597E+00	29
0.99271E+00	-0.36475E-01	-0.83861E+00	-0.71155E+00	0.43169E+00	0.39321E+00	-0.62211E-01	-0.76951E-01	-0.83866E+00	30
0.99749E+00	-0.31261E-01	-0.84084E+00	-0.71657E+00	0.42736E+00	0.39610E+00	-0.50477E-01	-0.62522E-01	-0.84082E+00	31
0.99978E+00	-0.25127E-01	-0.84253E+00	-0.72052E+00	0.42314E+00	0.39801E+00	-0.40593E-01	-0.50255E-01	-0.84253E+00	32
0.99997E+00	-0.19943E-01	-0.84393E+00	-0.72239E+00	0.41886E+00	0.39892E+00	-0.32225E-01	-0.39879E-01	-0.84398E+00	33
0.99999E+00	-0.15570E-01	-0.84494E+00	-0.72634E+00	0.41440E+00	0.39933E+00	-0.25202E-01	-0.31141E-01	-0.84493E+00	34
0.99166E+00	-0.11902E-01	-0.84579E+00	-0.72825E+00	0.40969E+00	0.39975E+00	-0.19310E-01	-0.23905E-01	-0.84572E+00	35
0.98193E+00	-0.08929E-01	-0.84631E+00	-0.72956E+00	0.40495E+00	0.39967E+00	-0.14371E-01	-0.17659E-01	-0.84630E+00	36
0.97385E+00	-0.06757E-01	-0.84671E+00	-0.73065E+00	0.39986E+00	0.39926E+00	-0.10225E-01	-0.12514E-01	-0.84671E+00	37
0.96102E+00	-0.04101E-01	-0.84697E+00	-0.73129E+00	0.39926E+00	0.39856E+00	-0.67343E-02	-0.82025E-02	-0.84697E+00	38
0.94630E+00	-0.22890E-02	-0.84712E+00	-0.73155E+00	0.39858E+00	0.39834E+00	-0.37799E-02	-0.45780E-02	-0.84712E+00	39
0.92895E+00	-1.75745E-03	-0.84717E+00	-0.73176E+00	0.39832E+00	0.39756E+00	-0.12593E-02	-0.15149E-02	-0.84717E+00	40
0.90936E+00	0.54737E-03	-0.84713E+00	-0.73163E+00	0.39809E+00	0.39704E+00	0.91619E-03	0.10347E-02	-0.84713E+00	41
0.88776E+00	0.16715E-02	-0.84703E+00	-0.73142E+00	0.39611E+00	0.39627E+00	0.28197E-02	0.33430E-02	-0.84703E+00	42
0.86321E+00	0.26541E-02	-0.84697E+00	-0.73103E+00	0.39513E+00	0.39404E+00	0.45152E-02	0.53082E-02	-0.84697E+00	43
0.83690E+00	0.35244E-02	-0.84665E+00	-0.73052E+00	0.39408E+00	0.39440E+00	0.60557E-02	0.70568E-02	-0.84666E+00	44
0.80850E+00	0.43226E-02	-0.84642E+00	-0.72992E+00	0.39295E+00	0.39390E+00	0.74307E-02	0.86453E-02	-0.84642E+00	45
0.77377E+00	0.50609E-02	-0.84613E+00	-0.72923E+00	0.39175E+00	0.39256E+00	0.88571E-02	0.10122E-01	-0.84614E+00	46
0.74571E+00	0.57640E-02	-0.84592E+00	-0.72847E+00	0.39046E+00	0.39104E+00	0.10191E-01	0.11528E-01	-0.84593E+00	47
0.71147E+00	0.64437E-02	-0.84541E+00	-0.72755E+00	0.29106E+00	0.29751E+00	0.11523E-01	0.12399E-01	-0.84549E+00	48
0.67546E+00	0.71328E-02	-0.84513E+00	-0.72678E+00	0.27671E+00	0.28385E+00	0.12810E-01	0.14268E-01	-0.84513E+00	49
0.63779E+00	0.78301E-02	-0.84475E+00	-0.72586E+00	0.25155E+00	0.26943E+00	0.14237E-01	0.15560E-01	-0.84476E+00	50
0.59847E+00	-0.92207E-03	-0.84553E+00	-0.73654E+00	0.34663E+00	0.25443E+00	-0.15814E-01	-0.18440E+00	-0.84559E+00	51
0.55798E+00	-0.11532E+00	-0.84615E+00	-0.75592E+00	0.43407E+00	0.23875E+00	-0.35491E+00	-0.39064E+00	-0.84599E+00	52
0.51500E+00	-0.29242E+00	-0.84934E+00	-0.78322E+00	0.51490E+00	0.22248E+00	-0.57816E+00	-0.58485E+00	-0.84931E+00	53
0.47213E+00	-0.37204E+00	-0.93221E+00	-0.81443E+00	0.57768E+00	0.20564E+00	-0.66881E+00	-0.74407E+00	-0.93182E+00	54
0.42738E+00	-0.42221E+00	-0.97853E+00	-0.84723E+00	0.61051E+00	0.18830E+00	-0.75315E+00	-0.84441E+00	-0.97817E+00	55
0.38166E+00	-0.47503E+00	-0.10254E+00	-0.87735E+00	0.50551E+00	0.17048E+00	-0.78838E+00	-0.87005E+00	-0.10259E+00	56
0.33499E+00	-0.41139E+00	-0.10690E+00	-0.90256E+00	0.56362E+00	0.15224E+00	-0.75597E+00	-0.82277E+00	-0.10686E+00	57
0.28743E+00	-0.35161E+00	-0.11023E+00	-0.92210E+00	0.61523E+00	0.13361E+00	-0.67826E+00	-0.72322E+00	-0.11022E+00	58
0.22105E+00	-0.27803E+00	-0.11253E+00	-0.93795E+00	0.61523E+00	0.11466E+00	-0.57452E+00	-0.60190E+00	-0.11260E+00	59



0.19042E+00	-0.24156E+00	-0.11423E+01	-0.94467E+00	0.33698E+00	0.95413E-01	-0.46332E+00	-0.48312E+00	-0.11418E+01	50
0.14112E+00	-0.19279E+00	-0.11521E+01	-0.94998E+00	0.26872E+00	0.75931E-01	-0.37952E+00	-0.39557E+00	-0.11520E+01	61
0.92465E-01	-0.15787E+00	-0.11587E+01	-0.95231E+00	0.21413E+00	0.56258E-01	-0.31232E+00	-0.31575E+00	-0.11587E+01	62
0.41581E-01	-0.13734E+00	-0.11635E+01	-0.95393E+00	0.17379E+00	0.36445E-01	-0.27292E+00	-0.27468E+00	-0.11634E+01	63
-0.8472E-02	-0.13013E+00	-0.11673E+01	-0.95370E+00	0.15667E+00	0.16541E-01	-0.25913E+00	-0.26026E+00	-0.11672E+01	64
-0.58374E-01	-0.13452E+00	-0.11703E+01	-0.95212E+00	0.13111E+00	-0.34042E-02	-0.26792E+00	-0.26903E+00	-0.11707E+01	65
-0.14920E+00	-0.14852E+00	-0.11745E+01	-0.94891E+00	0.12518E+00	-0.23341E-01	-0.29541E+00	-0.29794E+00	-0.11744E+01	66
-0.15775E+00	-0.17005E+00	-0.11789E+01	-0.94357E+00	0.12683E+00	-0.43220E-01	-0.33730E+00	-0.34110E+00	-0.11787E+01	67
-0.20690E+00	-0.19685E+00	-0.11840E+01	-0.93549E+00	0.13386E+00	-0.62390E-01	-0.38893E+00	-0.39371E+00	-0.11839E+01	68
-0.25554E+00	-0.22646E+00	-0.11904E+01	-0.92408E+00	0.14385E+00	-0.82603E-01	-0.44518E+00	-0.445293E+00	-0.11903E+01	69
-0.30354E+00	-0.25614E+00	-0.11981E+01	-0.90895E+00	0.15413E+00	-0.10201E+00	-0.50003E+00	-0.51229E+00	-0.11980E+01	70
-0.35073E+00	-0.28294E+00	-0.12073E+01	-0.88954E+00	0.15178E+00	-0.12116E+00	-0.54931E+00	-0.56588E+00	-0.12069E+01	71
-0.39715E+00	-0.30336E+00	-0.12165E+01	-0.86623E+00	0.16385E+00	-0.14001E+00	-0.58395E+00	-0.60772E+00	-0.12165E+01	72
-0.44252E+00	-0.31618E+00	-0.12262E+01	-0.83941E+00	0.15767E+00	-0.15851E+00	-0.59333E+00	-0.63235E+00	-0.12261E+01	73
-0.48679E+00	-0.31780E+00	-0.12347E+01	-0.80997E+00	0.14119E+00	-0.17661E+00	-0.60422E+00	-0.63561E+00	-0.12346E+01	74
-0.52994E+00	-0.30761E+00	-0.12412E+01	-0.77919E+00	0.11334E+00	-0.19427E+00	-0.58075E+00	-0.61523E+00	-0.12412E+01	75
-0.57155E+00	-0.28555E+00	-0.12452E+01	-0.74350E+00	0.74102E-01	-0.21145E+00	-0.53516E+00	-0.57110E+00	-0.12451E+01	76
-0.61186E+00	-0.25258E+00	-0.12463E+01	-0.71999E+00	0.24485E-01	-0.22810E+00	-0.46956E+00	-0.50515E+00	-0.12463E+01	77
-0.65063E+00	-0.21651E+00	-0.12450E+01	-0.69470E+00	-0.33665E-01	-0.24417E+00	-0.39774E+00	-0.42101E+00	-0.12450E+01	78
-0.68777E+00	-0.16180E+00	-0.12421E+01	-0.67447E+00	-0.97342E-01	-0.25964E+00	-0.29483E+00	-0.32363E+00	-0.12421E+01	79
-0.72319E+00	-0.11952E+00	-0.12391E+01	-0.66028E+00	-0.16494E+00	-0.27446E+00	-0.19711E+00	-0.23904E+00	-0.12389E+01	80
-0.75690E+00	-0.07300E-01	-0.12366E+01	-0.65254E+00	-0.23129E+00	-0.28859E+00	-0.10172E+00	-0.11450E+00	-0.12365E+01	81
-0.78893E+00	-0.02711E-02	-0.12360E+01	-0.65144E+00	-0.29279E+00	-0.30200E+00	-0.16117E-01	-0.18422E-01	-0.12360E+01	82
-0.81929E+00	0.30593E-01	-0.12379E+01	-0.65581E+00	-0.34525E+00	-0.31466E+00	0.52770E-01	0.61137E-01	-0.12379E+01	83
-0.84594E+00	0.58592E-01	-0.12417E+01	-0.66429E+00	-0.38511E+00	-0.32562E+00	0.99740E-01	0.11716E+00	-0.12417E+01	84
-0.87158E+00	0.72720E-01	-0.12451E+01	-0.67438E+00	-0.44030E+00	-0.33758E+00	0.12246E+00	0.14544E+00	-0.12467E+01	85
-0.89499E+00	0.73151E-01	-0.12519E+01	-0.68592E+00	-0.42094E+00	-0.34779E+00	0.12214E+00	0.14630E+00	-0.12519E+01	86
-0.91517E+00	0.62291E-01	-0.12562E+01	-0.69987E+00	-0.41942E+00	-0.35713E+00	0.10336E+00	0.12458E+00	-0.12562E+01	87
-0.93505E+00	0.44205E-01	-0.12592E+01	-0.70218E+00	-0.440379E+00	-0.35557E+00	0.73021E-01	0.88410E-01	-0.12592E+01	88
-0.95510E+00	0.23541E-01	-0.12607E+01	-0.70593E+00	-0.39665E+00	-0.37311E+00	0.38753E-01	0.47182E-01	-0.12607E+01	89
-0.96577E+00	0.44634E-02	-0.12611E+01	-0.70651E+00	-0.38417E+00	-0.37971E+00	0.73254E-02	0.49267E-02	-0.12610E+01	90
-0.97753E+00	-0.10071E-01	-0.12604E+01	-0.70488E+00	-0.37529E+00	-0.38536E+00	-0.15437E-01	-0.20143E-01	-0.12604E+01	91
-0.98694E+00	-0.18615E-01	-0.12592E+01	-0.70186E+00	-0.37144E+00	-0.39005E+00	-0.30391E-01	-0.37210E-01	-0.12593E+01	92
-0.99369E+00	-0.21098E-01	-0.12581E+01	-0.69845E+00	-0.37265E+00	-0.39376E+00	-0.34369E-01	-0.42196E-01	-0.12580E+01	93
-0.99835E+00	-0.18604E-01	-0.12561E+01	-0.69543E+00	-0.37789E+00	-0.39649E+00	-0.30244E-01	-0.37209E-01	-0.12568E+01	94
-0.99995E+00	-0.12832E-01	-0.12561E+01	-0.69336E+00	-0.38540E+00	-0.39823E+00	-0.20927E-01	-0.25663E-01	-0.12560E+01	95
-0.99932E+00	-0.56785E-02	-0.12557E+01	-0.69215E+00	-0.39330E+00	-0.39897E+00	-0.92094E-02	-0.11357E-01	-0.12557E+01	96
-0.99515E+00	0.11624E-02	-0.12557E+01	-0.69265E+00	-0.39988E+00	-0.39872E+00	0.18352E-02	0.23257E-02	-0.12557E+01	97
-0.99359E+00	0.64837E-02	-0.12552E+01	-0.69370E+00	-0.40395E+00	-0.39747E+00	0.10531E-01	0.12367E-01	-0.12562E+01	98
-0.98245E+00	0.95819E-02	-0.12563E+01	-0.69925E+00	-0.40491E+00	-0.39523E+00	0.15754E-01	0.19364E-01	-0.12568E+01	99
-0.97100E+00	0.17733E-01	-0.12575E+01	-0.69666E+00	-0.40273E+00	-0.39199E+00	0.17540E-01	0.21465E-01	-0.12575E+01	100

$u_k$

$e_k$   
(hiba)

k

3. Táblázat  
ADAP program eredménylapja.



$$A_k = A_0 + \sum_{\ell=0}^k Q_A v_{\ell+1} x_{\ell}^T + P_A v_{k+1} x_k^T + R_A \cdot \\ \{v_{k+1} x_k^T - v_{k-m_A+1} x_{k-m_A}^T\}$$

$$B_k = B_0 + \sum_{\ell=0}^k Q_B v_{\ell+1} u_{\ell}^T + P_B v_{k+1} u_k^T + R_B \cdot \\ \{v_{k+1} x_k^T - v_{k-m_B+1} x_{k-m_B}^T\}$$

ahol

$$v_k = D e_k \quad ; \quad D = D^T > 0 \\ -C^T D C + D = Q \quad ; \quad Q^T = Q > 0$$

akkor a (4.2.31) hibarendszer aszimptotikusan hiperstabilis lesz. Ez azt jelenti, hogy

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e_k = 0$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \{ [A - A_k] x_k + [B - B_k] u_k \} = 0 \quad (4.2.32)$$

A fenti egyenlet triviális megoldása az, amikor

$$\lim_{k \rightarrow \infty} [A - A_k] = 0, \quad \text{vagyis} \quad \lim_{k \rightarrow \infty} A_k = A \quad (4.2.33)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} [B - B_k] = 0, \quad \text{vagyis} \quad \lim_{k \rightarrow \infty} B_k = B \quad (4.2.34)$$

Azt akarjuk elérni, hogy  $A_k, B_k$  bármely kezdeti értékétől indulva /tetszőleges  $A_0, B_0$ -től/ a

(4.2.32) egyenlet mindig csak a triviális megoldásával érvényesüljön /hiszen az identifikálás feladata az A illetve B mátrixok meghatározása/. Folyamatos esethez hasonlóan az ezt eredményező feltétel az  $u_k$  bemenőjel elegendően magas frekvencia tartalmában kereshető. A PID adaptációs algoritmus most alkalmazható párhuzamosan relaxációs jelekkel, hiszen  $u_k$  differenciálhatósága a jelen esetben nem szükséges. A frekvencia feltétel szemléltetésére vizsgáljunk meg egy másodfokú rendszert. Legyen az identifikáló rendszer leírása:

$$\begin{bmatrix} x_{k+1}^1 \\ x_{k+1}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k^1 \\ x_k^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u_k$$

Az identifikálandó paraméterek tehát  $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}, B_1$  és  $B_2$ .

Legyen  $u_k = \sin(\omega_1 k \Delta t) + \sin(\omega_2 k \Delta t)$

Az adaptáció végén a (4.2.32) egyenlet

$$(A - A_k)(x_{k\omega_1} + x_{k\omega_2}) + (B - B_k)(u_{k\omega_1} + u_{k\omega_2}) = 0$$

a különböző frekvenciákra

$$(A - A_k) x_{k\omega_1} + (B - B_k) u_{k\omega_1} = 0$$

$$(A - A_k) x_{k\omega_2} + (B - B_k) u_{k\omega_2} = 0$$

Az  $(A - A_k) = \phi$ ;  $B - B_k = \psi$  jelölésekkel, tagokra bontva kapjuk:

$$\phi_{11} x_{k\omega_1}^1 + \phi_{12} x_{k\omega_1}^2 + \psi_1 u_{k\omega_1} = 0$$

$$\phi_{21} x_{k\omega_1}^1 + \phi_{22} x_{k\omega_1}^2 + \psi_2 u_{k\omega_1} = 0$$

$$\phi_{11} x_{k\omega_2}^1 + \phi_{12} x_{k\omega_2}^2 + \psi_1 u_{k\omega_2} = 0$$

$$\phi_{21} x_{k\omega_2}^1 + \phi_{22} x_{k\omega_2}^2 + \psi_2 u_{k\omega_2} = 0$$

Vagyis

$$[\phi_{11}, \phi_{12}, \psi_1] \begin{bmatrix} x_{k\omega_1}^1 & x_{k\omega_2}^1 \\ x_{k\omega_1}^2 & x_{k\omega_2}^2 \\ u_{k\omega_1} & u_{k\omega_2} \end{bmatrix} = [0, 0] \quad (4.2.35)$$

$$[\phi_{21}, \phi_{22}, \psi_2] \begin{bmatrix} x_{k\omega_1}^1 & x_{k\omega_2}^1 \\ x_{k\omega_1}^2 & x_{k\omega_2}^2 \\ u_{k\omega_1} & u_{k\omega_2} \end{bmatrix} = [0, 0]$$

Ebből még nem dönthető el, hogy teljesülnek-e a következő feltételek:  $[\phi_{11}, \phi_{12}, \psi_1] \rightarrow 0$ ,  $[\phi_{21}, \phi_{22}, \psi_2] \rightarrow 0$

Ez várható is volt, hiszen  $n+m=2+3$  míg  $u_k$  csak 2 diszkrét frekvenciát tartalmaz.

Ha  $u_k$  most

$$u_k = \sin(\omega_1 \cdot k \cdot \Delta t) + \sin(\omega_2 \cdot k \cdot \Delta t) + \\ + \sin(\omega_3 \cdot k \cdot \Delta t)$$



akkor (4.2.35)-höz hasonlóan kaphatjuk

$$[\phi_{j1}, \phi_{j2}, \psi_j] \begin{bmatrix} x_{k\omega_1}^1 & x_{k\omega_2}^1 & x_{k\omega_3}^1 \\ x_{k\omega_1}^2 & x_{k\omega_2}^2 & x_{k\omega_3}^2 \\ u_{k\omega_1} & u_{k\omega_2} & u_{k\omega_3} \end{bmatrix} = [0, 0, 0]$$

$$j=1, 2$$

Ebből már megállapítható, hogy  $\phi \rightarrow 0$ ,  $\psi \rightarrow 0$  hiszen a  $(x_{k\omega_i}^1, x_{k\omega_i}^2, u_{k\omega_i})^T$ ,  $i = 1, 2, 3$  vektorok egymástól lineárisan függetlenek.

#### 4.2.4 Modell-referenciás adaptív identifikáció zajos esetben

Tegyük fel, hogy a zajok a rendszer egyenletében a következő módon szerepelnek

$$x_{k+1} = Ax_k + B(u_k + \xi_k) + E\zeta_k \quad (4.2.35)$$

ahol

$\xi_k$  :  $m$  dimenziós bemenő zajvektor

$\zeta_k$  :  $r$  dimenziós állapot zajvektor

$A, B, E$  :  $n \times n$ ,  $n \times m$  ill.  $n \times r$  méretű állandó, de ismeretlen mátrixok

$u_k$  : determinisztikus bemenőjel

Továbbá tegyük fel, hogy becsülni tudjuk előre a zajok várható értékét, nevezetesen

$$M\{\xi_k\} = \delta_\xi \quad (4.2.36.a)$$

$$M\{\zeta_k\} = \delta_\zeta \quad (4.2.36.b)$$

Az identifikálásra szolgáló modell a jelen esetben

$$Y_{k+1} = CY_k + [A_k - C]x_k + [B_k(u_k + \delta_\xi) + E_k \delta_\zeta] \quad (4.2.37)$$

ahol

$C$   $n \times m$  méretű stabilis mátrix  $(\forall |\lambda_i(C)| < 1)$

Ezzel a hibaegyenletünk:

$$e_{k+1} = Ce_k + [A - A_k]x_k + B(u_k + \xi_k) - B_k(u_k + \delta_\xi) + E\zeta_k - E_k \delta_\zeta \quad (4.2.38)$$

Képezzük (4.2.38) várható értékét

$$\begin{aligned} M\{e_{k+1}\} &= CM\{e_k\} + [A - A_k]M\{x_k\} + [B - B_k](u_k + \delta_\xi) \\ &+ [E - E_k]\delta_\zeta = CM\{e_k\} + \rho_k, \end{aligned} \quad (4.2.39)$$

ahol

$$\rho_k = [A - A_k]M\{x_k\} + [B - B_k](u_k + \delta_\xi) + [E - E_k]\delta_\zeta \quad (4.2.40)$$

Látható, hogy az ismert alakra jutottunk. (4.2.39) aszimptotikus stabilitását biztosító feltétel most:

$$\sum_{k=1}^{\infty} v_{k+1}^T \rho_k \leq \gamma_k^2 \quad ; \quad \gamma_0 \text{ konstans.} \quad (4.2.41)$$

ahol  $v_k$  kompenzáló jel lineáris kompenzálás esetén

$$v_k = DM\{e_k\} \quad ; \quad D=D^T > 0; \quad -C^TDC+D = Q \\ Q=Q^T > 0$$

a differencia + lineáris kompenzálás esetén

$$v_k = D\{M\{e_k\} - CM\{e_{k-1}\}\}; D^T = D > 0$$

$\rho_k$  figyelembevételével ez a feltétel teljesül, ha

$$\sum_{k=0}^{\infty} v_{k+1}^T (A-A_k)M\{x_k\} \leq \gamma_1^2 \quad (4.2.42.a)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} v_{k+1}^T [B-B_k](u_k + \delta_\xi) \leq \gamma_2^2 \quad (4.2.42.b)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} v_{k+1}^T [E-E_k] \delta_\zeta \leq \gamma_3^2 \quad (4.2.42.c)$$

mert  $\gamma_0^2 \geq \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2$  választásával a (4.2.41)

feltétel teljesül.

A (4.2.42) egyenlőtlenségeket biztosító adaptációs algoritmusok most:

$$A_k = A_0 + \sum_{\ell=0}^k Q_A v_{\ell+1} \tilde{x}_\ell^T + P_A v_{k+1} \tilde{x}_k^T + R_A$$

$$\{v_{k+1} \tilde{x}_k^T - v_{k-m_A+1} \tilde{x}_{k-m_A}^T\}$$



$$B_k = B_0 + \sum_{\ell=0}^k Q_B v_{\ell+1} (u + \delta_\xi)^T + P_B v_{k+1} (u_k + \delta_\xi)^T + \\ + R_B \{v_{k+1} (u_k + \delta_\xi)^T - v_{k-m_B+1} (u_{k-m_B} + \delta_\xi)^T\}$$

$$E_k = E_0 + \sum_{\ell=0}^k Q_E v_{\ell+1} \delta_\zeta^T + P_E v_{k+1} \delta_\zeta^T + \\ + R_E \{v_{k+1} \delta_\zeta^T - v_{k-m_B+1} \delta_\zeta^T\}$$

és a becsült  $v_{k+1}$ :

$$v_{k+1} \approx \{I + D[(Q_A + P_A + R_A) \|M\{x_k\}\|^2 + (Q_B + P_B + R_B) \|u_k + \delta_\xi\|^2 + \\ + (Q_E + P_E + R_E) \|\delta_\zeta\|^2]\}^{-1} \cdot v_k$$

A fenti algoritmusok alkalmazása biztosítja a hibarendszer aszimptotikus hiperstabilizálását.

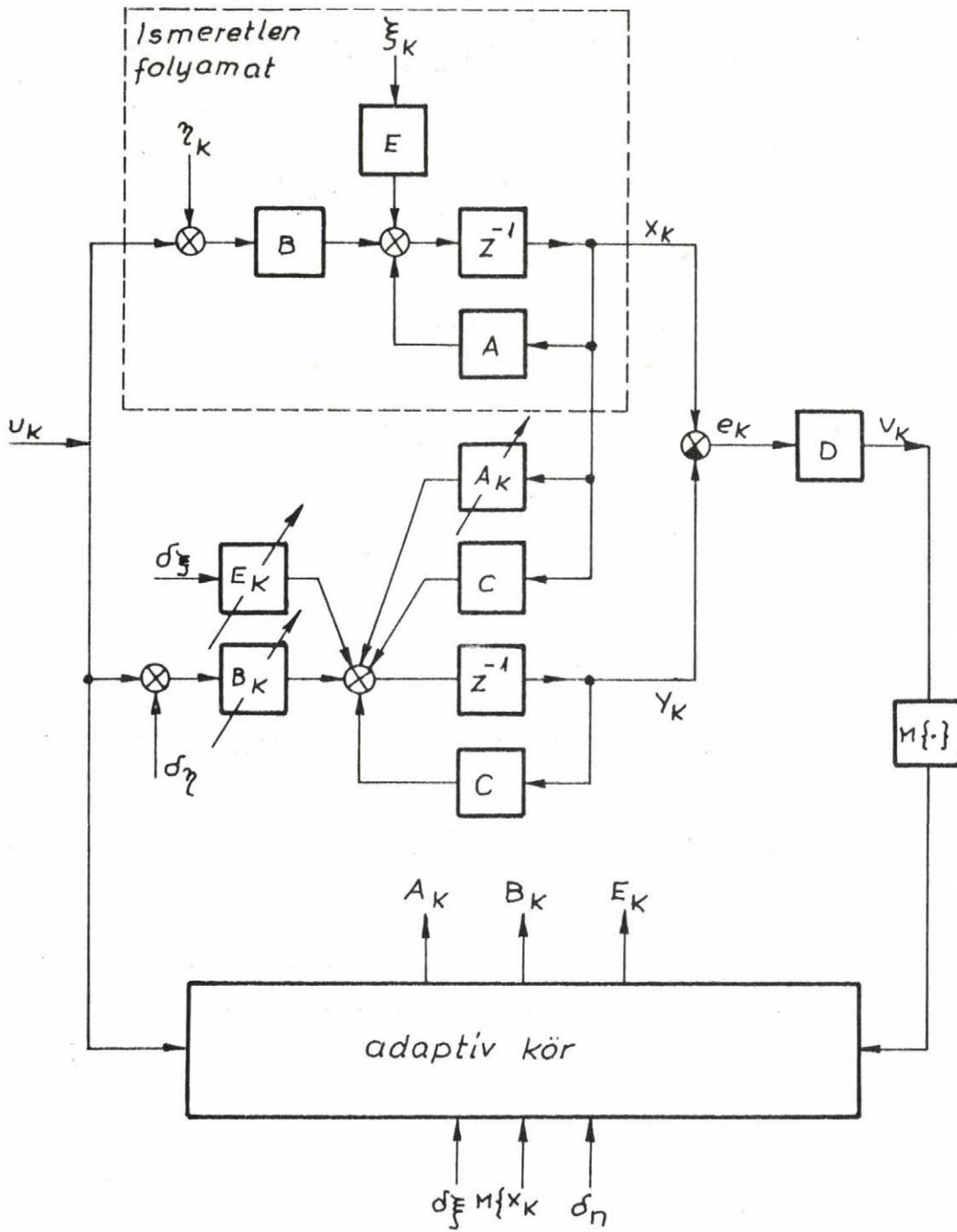
A

$$\lim_{k \rightarrow \infty} A_k = A$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} B_k = B$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E_k = E$$

feltételeket a diszkrét frekvenciában gazdag bemenőjel felhasználása eredményezi, mint az előző esetben. A teljes blokksema a 25. ábrán látható.



25. ábra .

DISZKRÉT MODELL REFERENCIÁS ADAPTIV  
IDENTIFIKÁCIÓ ZAJOS ESETBEN

Mivel sztochasztikus zajok vannak jelen, ezért az ábrán várhatóérték képző blokkok láthatók. Az előző esettől eltérően most fellép az  $E_k$  mátrix is. Ez természetesen E-hez konvergál, mint ahogy  $A_k \rightarrow A, B_k \rightarrow B.$

#### 4.2.5 Nemlineáris diszkrét folyamat adaptív irányítása

Legyen a folyamat dinamikája:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bf(x_k, u_k) + Cu_k + g_k \quad (4.2.43)$$

ahol

$$x_k \in R^n ; u_k \in R^m$$

A, B, C megfelelő méretű, ismeretlen mátrixok

$f(x_k, u_k)$  ismert nemlinearitás /r-dimenziós/

$g_k$  adaptációs jel.

Legyen a modell strukturája lineáris

$$Y_{k+1} = A_M Y_k + C_M u_k \quad (4.2.44)$$

ahol

$A_M$  stabilis mátrix

$A_M, C_M$   $n \times n$  illetve  $n \times m$  méretű állandó mátrixok.



Igy a modell strukturája eltér a folyamat strukturájától. A feladat  $g_k$  adaptálása úgy, hogy a folyamat a modellt kövesse. A  $g_k$  jelet a következő formában keressük:

$$g_k = K_k^1 x_k + K_k^2 u_k + K_k^3 f(x_k, u_k) \quad (4.2.45)$$

ahol

$K_k^1, K_k^2, K_k^3$  adaptálandó mátrixok.

A (4.2.43) - (4.2.45) egyenletekből kapjuk:

$$e_k = y_k - x_k$$

$$e_{k+1} = A_M e_k + \rho_k \quad (4.2.46)$$

$$\rho_k = [A_M - A - K_k^1] x_k + [C_M - C - K_k^2] u_k + [-B - K_k^3] f(x_k, u_k) \quad (4.2.47)$$

A (4.2.46) alakilag teljesen azonos a (4.2.18) egyenlettel.

Igy könnyű rájönni, hogy ha  $K_k^1, K_k^2, K_k^3$  mátrixokat PID féle algoritmussal adaptáljuk, akkor a (4.2.46) hibarendszer aszimptotikusan stabilis lesz, ami a modell követését jelenti.

Tehát

$$K_k^1 = K_O^1 + Q_1 \sum_{\ell=0}^k v_{\ell+1} x_{\ell}^T + P_1 v_{k+1} x_k^T + R_1 \{v_{k+1} x_k^T - v_{k+1-m_1} x_{k-m_1}^T\}$$

$$K_k^2 = K_O^2 + Q_2 \sum_{\ell=0}^k v_{\ell+1} u_{\ell}^T + P_2 v_{k+1} u_k^T + R_2 \{v_{k+1} u_k^T - v_{k+1-m_2} u_{k-m_2}^T\}$$

$$- v_{k+1-m_2} \cdot u_{k-m_2}^T \}$$

$$K_k^3 = K_0^3 + Q \sum_{\ell=0}^k v_{\ell+1} f^T(x_\ell, u_\ell) + P_3 v_{k+1} f^T(x_k, u_k) +$$

$$+ R_3 \{ v_{k+1} f(x_k, u_k) - v_{k+1-m_3} f^T(x_{k-m_3}, u_{k-m_3}) \}$$

$v_k = P e_k$  ;  $P = P^T > 0$  és kielégíti  $-A_M^T P A_M + P = Q$  egyenletet, ahol  $Q = Q^T > 0$

A  $k$ -időben becsült  $v_{k+1}$  most a következő egyenlettel számítható ki:

$$v_{k+1} = \{ I + P(Q_1 + P_1 + R_1) x_k^T x_k + P(Q_2 + P_2 + R_2) u_k^T u_k +$$

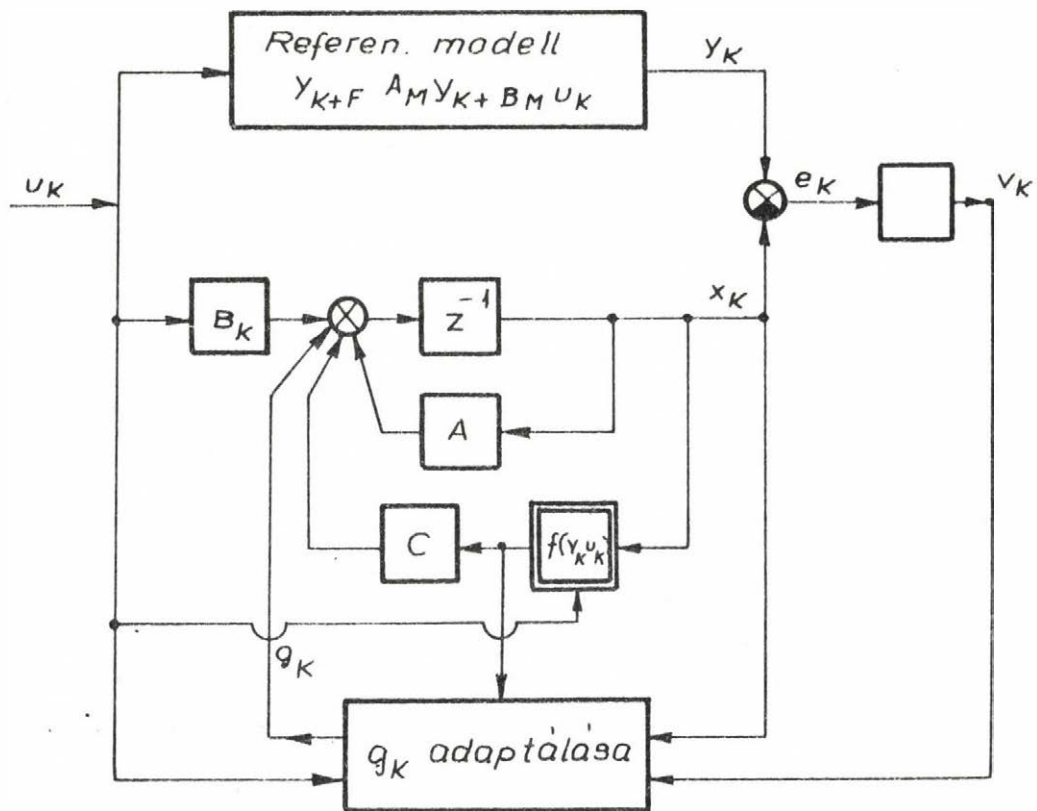
$$P(Q_3 + P_3 + R_3) f^T(x_k, u_k) f(x_k, u_k) \}^{-1} v_k$$

Az ismertetett rendszer blokksémája a 27. ábrán látható. Ha zajok is fellépnek a rendszer bemenetén és belsejében, nevezetesen

$$x_{k+1} = A x_k + B f(x_k, u_k + \xi_k) + C(u_k + \xi_k) + \zeta_k$$

akkor az identifikációs feladatnál ismertetett eljárással az adaptív irányítás közben tartható. Ilyenkor a modellkövetés a várható értékben értendő. Vagyis

$$\lim_{k \rightarrow \infty} M \{ y_k - x_k \} = 0$$



27. ábra

Nemlineáris, diszkrét folyamat adaptív irányítása



ahol  $M\{\cdot\}$  a várható értékkepző operátor. Ha a modell strukturáját nem (4.2.44) szerint választjuk meg, hanem

$$Y_{k+1} = A_M Y_k + B_M f(Y_k, u_k) + C_M u_k$$

akkor a modellkövetés biztosítható az ismert algoritmusokkal, azzal a különbséggel, hogy a  $g_k$  adaptációs jel ebben az esetben:

$$g_k = K_k^1 x_k + K_k^2 u_k + K_k^3 f(x_k, u_k) + B_M f(Y_k, u_k)$$

#### 4.2.6 Értékelés

+ A diszkrét PID algoritmusban szereplő paraméterek  $/Q, P, R/$  szerepéről és kiválasztásának módjáról a szimulációk eredményei alapján hasonló következtetéseket vonhatjuk le, mint a 4.1 részben.

+ Megfelelő módosításokkal a módszer általánosítható a következő folyamatokra:

$$x_{k+1} = \sum_{i=1}^n A_i x_k + \sum_{j=1}^m B_j u_k^j + \sum_{\ell=1}^r C_{\ell} f_{\ell}(x_k, u_k)$$

ahol

$A_i, B_j, C$  paraméter mátrixok

$f_{\ell}(x_k, u_k)$  ismert nemlinearitások

$u_k^j$  bemenő vektorok

$x_k$  kimenő vektorok

+ Amikor az a követelmény, hogy a rendszer kimenete egy adott adatsorozatot kövessen, akkor ez a vázolt elvek alapján szintén megvalósítható. Ilyenkor a választott modell kimenetét egy adat sorozat képviseli  $\hat{y}_k$ . A hibavektort tehát az  $e_k = \hat{y}_k - x_k$  összefüggés jellemzi.

#### 4.3 Késleltetési modell-referenciás adaptív rendszerek

Az előző 4.1 és 4.2 pontokban megvizsgáltuk a folyamatos és diszkrét folyamatok néhány modell-referenciás adaptív rendszerét. Ebben a paragrafusban megvizsgáljuk azt az esetet, amikor ismert  $\tau$  időkésleltetés is szerepel a folyamat dinamikájában. A paragrafus strukturája hasonló a 4.1 és 4.2 pontok strukturájához.

##### 4.3.1 Paraméter adaptáció

Ebben az esetben azt feltételezzük, hogy a folyamat paraméterei közvetlenül változtathatóak. Legyen a folyamat matematikai leírása [128].

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)x(t-\tau) + C(t)u(t)$$

$$x(t) = 0 ; t \leq 0$$

ahol

$x(t)$   $n$  dimenziós állapotvektor /egyben kimeneti vektor/

$u(t)$   $m$  dimenziós irányító vektor /ismert/

$A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $C(t)$  a folyamat paraméter mátrixai

$\tau$  késleltetési időállandó / ismert/.

Azt kívánjuk, hogy a folyamat kimenete  $x(t)$  kövesse az előre választott modell kimenetét. Ez történhet az  $A(t)$ ,  $B(t)$  és  $C(t)$  mátrixok megfelelő adaptálásával.

Legyen a választott modell:

$$\dot{y}(t) = A_M y(t) + B_M y(t-\tau) + C_M u(t) \quad (4.3.2)$$

$$y(s) = 0 ; \quad s < 0$$

ahol

$y(t)$  :  $n$  dimenziós vektor

$A_M, B_M, C_M$  állandó ismert mátrix és

$A_M, B_M$  stabilis pár / $a(\det A_M + B e^{-\lambda\tau} - I) = 0$  gyökei komplex sík baloldalán vannak./

Képezzük a hibavektort

$$e(t) = y(t) - x(t)$$

alakban, amelynek differenciális alakja (4.3.1) és (4.3.2) figyelembevételével

$$\dot{e}(t) = A_M e(t) + B_M e(t-\tau) + \rho(t) \quad (4.3.3)$$

$$e(s) = 0 ; \quad s < 0$$

ahol  $\rho(t) = [A_M - A(t)]x(t) + [B_M - B(t)]x(t-\tau) +$

$$+ [C_M - C(t)]u(t) \quad (4.3.4)$$

Legyen

$$v(t) = D\{e(t) - A_M e(t) - B_M e(t-\tau)\} \quad (4.3.5)$$



ahol  $D$  tetszőlegesen szimmetrikus pozitív definit mátrix. Az 5. tételt alkalmazva, ha biztosítjuk az

$$\int_0^T v^T(t)u(t)dt \leq \gamma_0^2 \quad ; \quad \text{ahol } \gamma_0 \text{ nem} \quad (4.3.6)$$

függ  $T$ -től

feltétel teljesülését, akkor a (4.3.3) hibarendszerünk aszimptotikusan hiperstabilis; ami azt jelenti, hogy  $x(t)$  követi az  $y(t)$  jelet. A (4.3.4) figyelembevételével a (4.3.6) feltétel teljesül, ha a következők teljesülnek:

$$\int_0^T v^T(t)[A_M - A(t)]x(t)dt \leq \gamma_1^2$$

$$\int_0^T v^T(t)[B_M - B(t)]x(t-\tau)dt \leq \gamma_2^2$$

$$\int_0^T v^T(t)[C_M - C(t)]u(t)dt \leq \gamma_3^2$$

ahol  $\gamma_1, \gamma_2$ , és  $\gamma_3$  a  $T$  értékétől független konstansok.

A fenti egyenlőtlenségeket kielégítő megoldás a 4.1 pontban levezetettekhez hasonlóan a következő:

$$A(t) = A(0) + Q_A \int_0^t v(t)x^T(t)dt + P_A v(t)x^T(t) + R_A \frac{d}{dt} v(t)x^T(t) \quad (4.3.7.a)$$

$$B(t) = B(o) + Q_B \int_0^t v(t)x^T(t-\tau)dt + P_B v(t)x^T(t-\tau) + \\ + R_B \frac{d}{dt} v(t)x^T(t-\tau) \quad (4.3.7.b)$$

$$C(t) = C(o) + Q_C \int_0^t v(t)u^T(t)dt + P_C v(t)u^T(t) + \\ + R_C \frac{d}{dt} v(t)u^T(t) \quad (4.3.7.c)$$

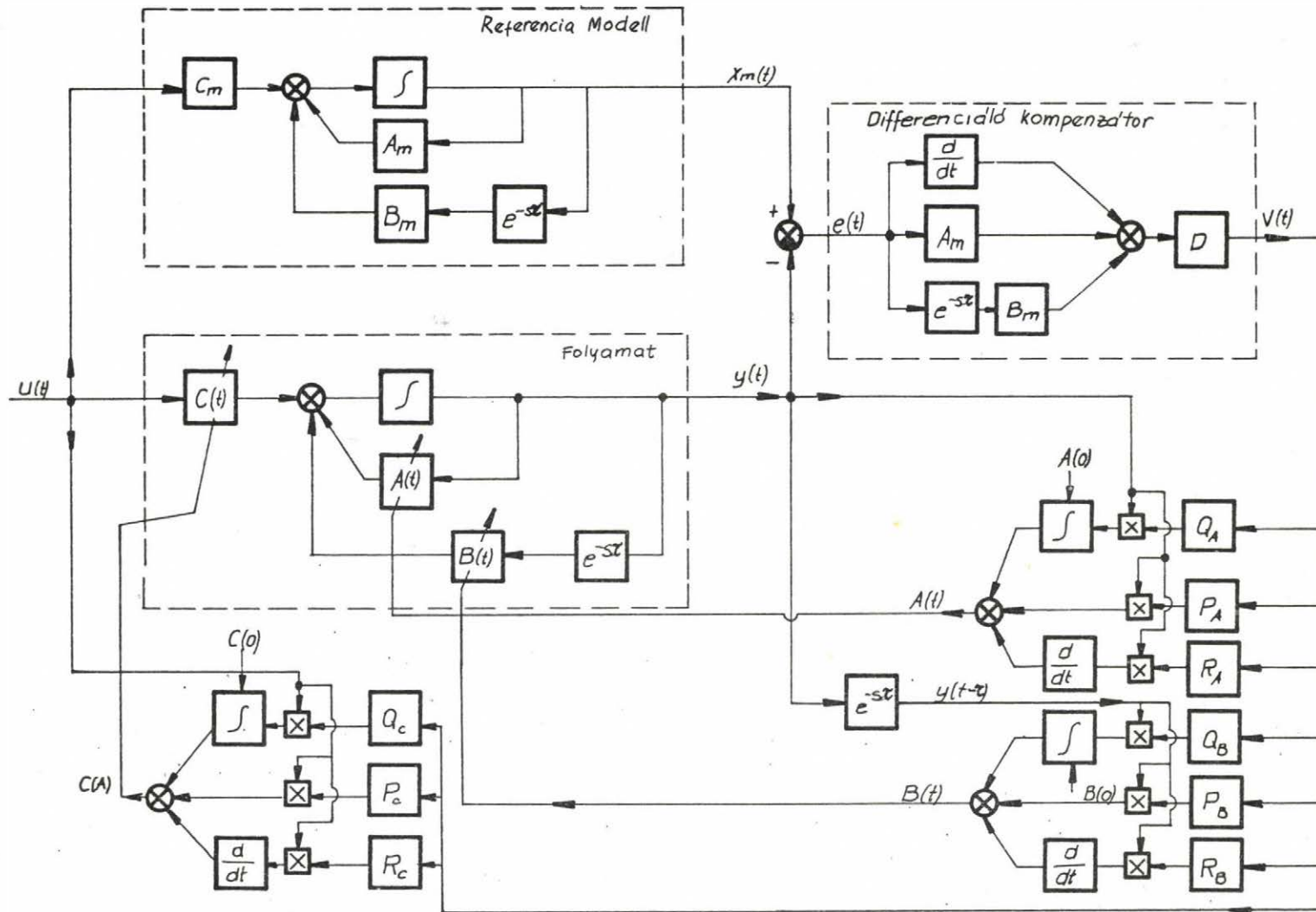
ahol  $A(o)$  ,  $B(o)$  ,  $C(o)$  tetszőleges  
állandó mátrix,

$$Q_A , Q_B , Q_C > 0$$

$$P_A , P_B , P_C , R_B , R_C \geq 0$$

Az egész rendszer bloksémája a 28. ábrán látható. Látjuk, hogy az egész rendszer a modellből, folyamatból, adaptív körből és kompenzátorból áll és a kompenzátor tartalmazza a differenciáló tagot is. Az adaptív algoritmus PID jellegű. Elkerülhetjük a differenciáló kompenzálást, ha a hibarendszert késleltetésmentessé alakítjuk ki. Ez ugy töreńnik, hogy egy  $f(t)$  segédjelet adunk a folyamat integráló tagja elé. Azaz:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)y(t-\tau) + C(t)u(t) + f(t) \quad (4.3.8)$$



28. ábra

Időkésésés paraméter adaptációs modell-referenciás adaptív rendszer differenciális kompenzátorral



Ezzel a hibarendszerünk

$$\dot{e}(t) = A_M e(t) + B_M e(t-\tau) + \rho(t) - f(t)$$

ahol

$$\rho(t) = [A_M - A(t)]x(t) + [B_M - B(t)]x(t-\tau) + [C_M - C(t)]u(t)$$

Ha

$$f(t) = B_M e(t-\tau)$$

segédjelet alkalmazzuk, ami a fentiek alapján előállítható mennyiség, akkor

$$\dot{e}(t) = A_M(e)t + \rho(t) \quad (4.3.9)$$

ami

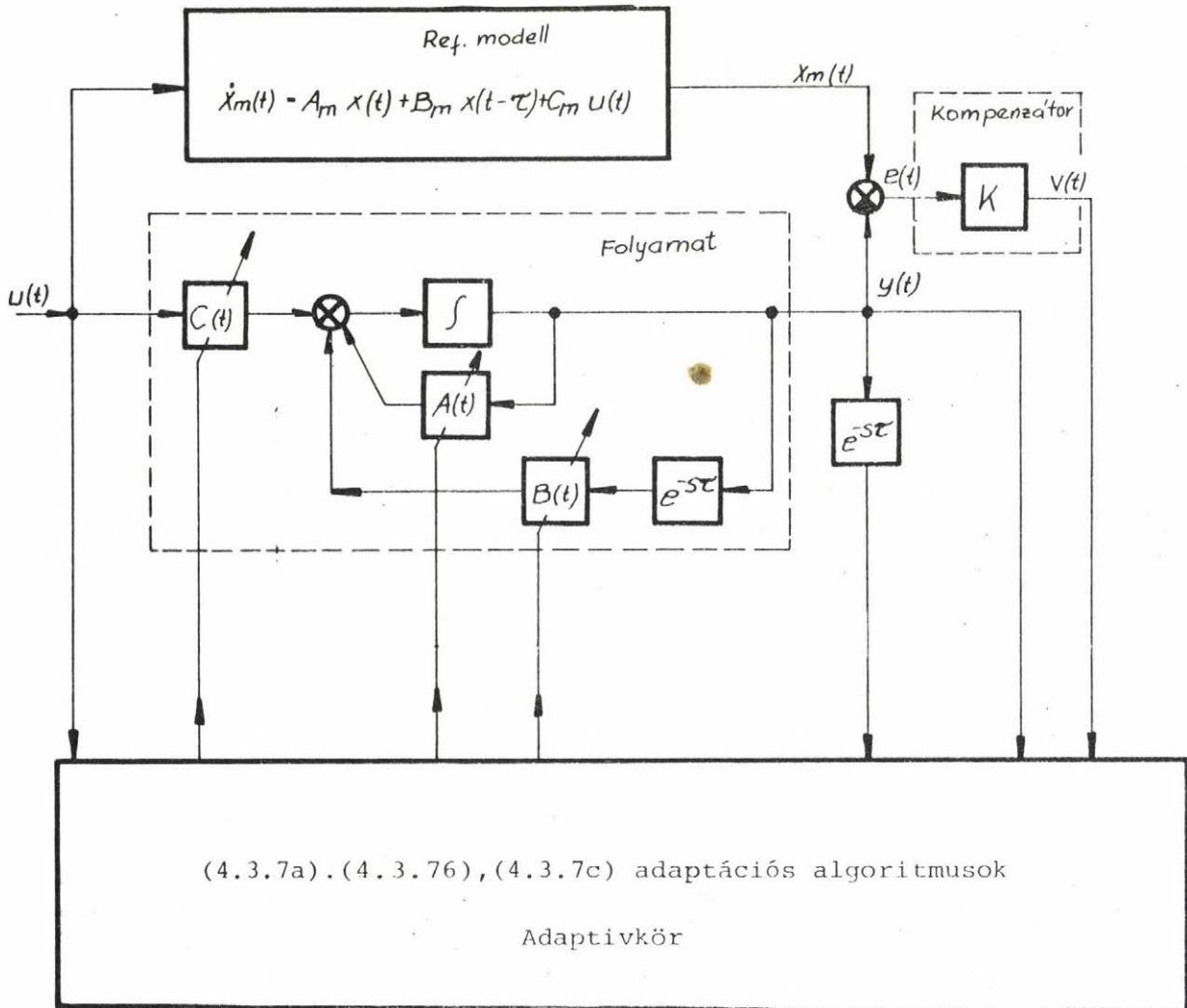
$e(t)$ -re láthatóan késleltetésmentes. A 2. tételt alkalmazva, ha sikerül biztosítani az

$$\int_0^T v^T(t)x(t)dt \leq \gamma_0^2 \quad ; \quad \gamma_0 \text{ független } T\text{-től}$$

(4.3.10)

feltételt, ahol

$$v(t) = D e(t) \quad ; \quad D = D^T > 0$$
$$DA_M + A_M^T D = -Q \quad ; \quad Q = Q^T > 0$$



29. ábra

Késleltetéses MRAR paraméter adaptációval és lineáris kompenzátorral

akkor (4.3.9) aszimptotikusan hiperstabilis. A (4.3.10) feltételt biztosítják a (4.3.7.a) és (4.3.7.b) algoritmusok. Így a kompenzátorunk csak a  $D$  erősítő mátrixból áll. Így egész rendszer egyszerűsödik /ld. 29. ábra/

#### 4.3.2 Jeladaptáció

Ha a folyamat paramétereit közvetlenül nem adaptálhatjuk, akkor az adaptív irányítás megvalósítható jeladaptációval. Legyen az adaptációs jel  $x(t)$ ,  $x(t-\tau)$  és  $u(t)$  lineáris függvénye.

$$g(t) = K_1(t)x(t) + K_2(t)x(t-\tau) + K_3(t)u(t) + f(t) \quad (4.3.11)$$

Ezt a jelet vezetjük a folyamat integráló tagja elé. Így a folyamat matematikai leírása az adaptációs jellel együtt a következő:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + Bx(t-\tau) + Cu(t) + g(t) \quad (4.3.12) \\ &= [A + K_1(t)]x(t) + [B + K_2(t)]x(t-\tau) + [C + K_3(t)]u(t) + \\ &\quad + f(t) \end{aligned}$$

Tegyük fel, hogy valamilyen perturbáció fellépése következtében az  $A, B$  és  $C$  paraméter mátrixok eltérnek működési értéküktől. Így  $x(t)$  eltér a modell  $y(t)$  jelétől. A feladat tehát olyan  $K_1(t), K_2(t), K_3(t)$  meghatározása, hogy a folyamat kimenete  $x(t)$  térjen vissza  $y(t)$  követéséhez. Definiáljuk, mint az előző esetekben, a hibavektort, mint

$$e(t) = y(t) - x(t)$$



amelynek derivális alakja (4.3.2) és (4.3.12) figyelembevételével:

$$\dot{e}(t) = A_M e(t) + B_M e(t-\tau) + \rho(t) \quad (4.3.13)$$

ahol

$$\begin{aligned} \rho(t) = & [A_M - A - K_1](t) ]x(t) + [B_M - B - K_2(t) ]x(t-\rho) + \\ & + [C_M - C - K_3(t) ]u(t) - f(t) \end{aligned}$$

Tegyük fel, hogy az adaptáció folyamán:  $A, B, C$  nem változnak, vagy változásuk olyan lassu az adaptáció sebességéhez képest, hogy nem idéz elő lengéseket. Ilyenkor a probléma matematikailag úgy kezelhető, mint az előző pontban, azzal a különbséggel, hogy itt  $K_1(t), K_2(t), K_3(t)$  adaptálásáról van szó, míg az előző pontban  $A(t), B(t), C(t)$  szerepelnek.

Tehát

$$\begin{aligned} K_1(t) = & K_k(0) + Q_1 \int_0^t v(t)x^T(t)dt + P_1 v(t)x^T(t) + \\ & + R_1 \frac{d}{dt} v(t)x^T(t) \quad (4.3.14.a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_2(t) = & K_2(0) + Q_2 \int_0^t v(t)x^T(t-\tau)dt + P_2 v(t)x^T(t-\tau) + \\ & + R_2 \frac{d}{dt} v(t)x^T(t-\tau) \quad (4.3.14.b) \end{aligned}$$

$$K_3(t) = K_3(0) + Q_3 \int_0^t v(t)u^T(t)dt + P_3 v(t)u^T(t) +$$

$$+ R_3 \frac{d}{dt} v(t) u^T(t) \quad (4.3.14.c)$$

ahol

$K_1(o)$  ,  $K_2(o)$  ,  $K_3(o)$  tetszőleges véges állandó mátrixok.

$$\left. \begin{array}{l} Q_1, Q_2, Q_3 > 0 \\ P_1, P_2, P_3, R_1, R_2, R_3 \geq 0 \end{array} \right\} \text{szimmetrikus mátrixok}$$

és  $v(t)$  differenciáló kompenzálás esetén

$$v(t) = D\{\dot{e}(t) - A_M e(t) - B_M e(t-\tau)\}$$

$$f(t) = 0$$

ahol  $D$  tetszőleges pozitív definit mátrix.  
Lineáris kompenzálás esetén:

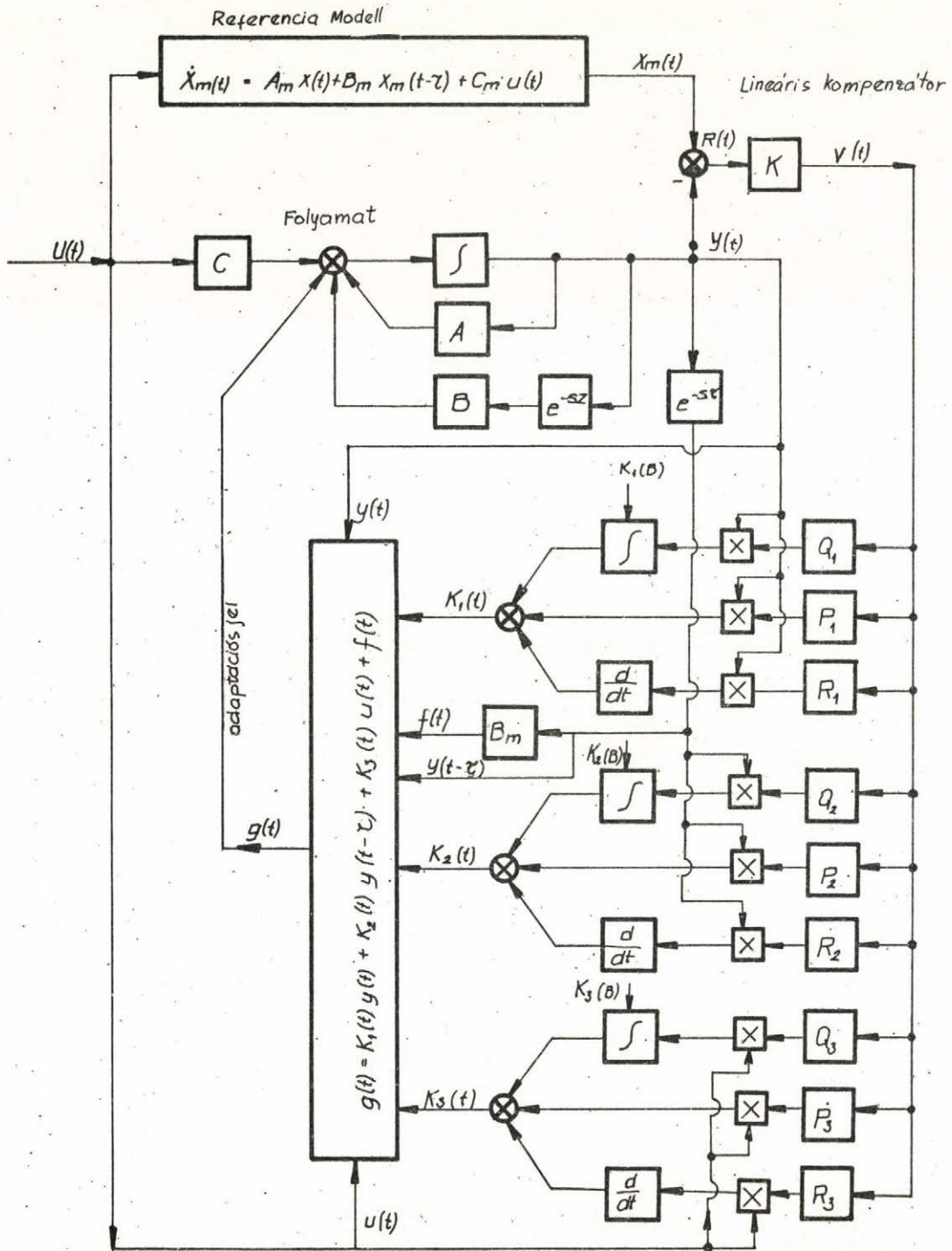
$$v(t) = D e(t)$$

$$f(t) = B_M e(t-\tau)$$

ahol  $D$  olyan szimmetrikus pozitív definit mátrix,  
amely kielégíti a következő Ljapunov egyenletet:

$$A_M^T D + D A_M = -Q \quad ; \quad Q=Q^T > 0$$

A jeladaptációs adaptív rendszer blokksémája a 30. ábrán látható. Az ábrán vázolt rendszer lineáris kompenzálást alkalmaz.



30. ábra

Késés MRAR lineáris kompenzátorral és jeladaptációval



#### 4.3.3 Adaptív identifikáció zajmentes esetben

Legyen az ismeretlen folyamat egyenlete

$$\dot{x}(t) = A y(t) + B y(t-\tau) + C u(t) \quad (4.3.15)$$

$$x(t) = 0 \quad ; \quad t < 0$$

ahol  $A, B, C$  ismeretlen állandó paramétermátrixok továbbá a folyamat stabilis. Az identifikálásra alkalmazzuk a következő modellt:

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) = P y(t) + [A_M(t) - P]x(t) + B_M(t)x(t-\tau) + \\ + C_M(t)u(t) \end{aligned} \quad (4.3.16)$$

ahol  $P$  stabilis mátrix  $\forall \operatorname{Re} \lambda_i(P) \in \mathbb{R}_-$

Ezzel a hibarendszerünk (4.3.15) és (4.3.16) figyelembevételével

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{y}(t) = P e(t) + [A - A_M(t)]x(t) + \\ + [B - B_M(t)]x(t-\tau) + [C - C_M(t)]u(t) = P e(t) + \rho(t) \end{aligned} \quad (4.3.17)$$

ahol

$$\begin{aligned} \rho(t) = [A - A_M(t)]x(t) + [B - B_M(t)]x(t-\tau) + \\ + [C - C_M(t)]u(t) \end{aligned}$$

Ha a PID adaptációs algoritmust alkalmazzuk  $A_M(t)$ ,

$B_M(t)$  ,  $C_M(t)$ -re

$$A_M(t) = A(o) + Q_A \int_0^t v(t) x^T(t) dt + P_A v(t) x^T(t) + \\ + R_A \frac{d}{dt} v(t) x^T(t)$$

$$B_M(t) = B(o) + Q_B \int_0^t v(t) x^T(t-\tau) dt + P_B v(t) x^T(t-\tau) + \\ + R_B \frac{d}{dt} v(t) x^T(t-\tau)$$

$$C_M(t) = C(o) + Q_C \int_0^t v(t) u^T(t) dt + P_C v(t) u^T(t) + \\ + R_C \frac{d}{dt} v(t) u^T(t)$$

ahol

$$v(t) = D e(t) ; \quad D^T = D > 0 ; \\ DP + P^T D = -Q ; \quad Q^T = Q > 0$$

$$\left. \begin{array}{l} Q_A, Q_B, Q_C > 0 \\ P_A, P_B, P_C, R_A, R_B, R_C \geq 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{szimmetrikus} \\ \text{mátrixok} \end{array}$$

akkor az előzőek szerint (4.3.17) aszimptotikusan hiperstabilis. Ez azt jelenti, hogy

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0, \quad \text{amelyből} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}(t) = 0$$

és így (4.3.17)-ből következik:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \rho(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} [A - A_M(t)]x(t) + [B - B_M(t)]x(t-\tau) + \\ + [C - C_M(t)]u(t) = 0 \end{aligned} \quad (4.3.18)$$

Legyenek

$$\phi(t) = A - A_M(t)$$

$$\psi(t) = B - B_M(t)$$

$$\rho(t) = C - C_M(t)$$

A 4.1 pontban közöltekhez hasonlóan bebizonyítható, hogy állandósult állapotban

$$\phi(t) \rightarrow \phi = \text{konst.}$$

$$\psi(t) \rightarrow \psi = \text{konst.}$$

$$\rho(t) \rightarrow \rho = \text{konst.}$$

Vagyis  $A_M(t)$ ,  $B_M(t)$ ,  $C_M(t)$  egy-egy állandóhoz konvergálnak. Így (4.3.18) állandósult állapota átírható a következő alakba:

$$\phi x(t) + \psi x(t-\tau) + \rho u(t) = 0 \quad (4.3.19)$$

Azt kívánjuk, hogy fenti egyenlet mindig úgy teljesüljön, hogy

$$\phi = \psi = \rho = 0$$

hiszen ez a feladat /t.i ilyenkor  $A_M(t) \rightarrow A$ ,



$$B_M(t) \rightarrow B, \quad C_M(t) \rightarrow C /.$$

Mind folyamatos, mind diszkrét esetben, alkalmas  $u(t)$  megválasztásával a feladat megoldható. A relaxációs jelek alkalmasak a frekvencia feltétel biztosítására, de mint előző esetekben nem differenciálhatók, így a  $D$  tagot ki kell hagyni a PID algoritmusból. Ez  $R_A=R_B=R_C=0$  értékek megválasztásával érhető el.

Az egész identifikálási séma a 31. ábrán látható. Megemlítjük, hogy a késleltetési ismeretlen rendszer esetén a (4.3.16) modell megválasztásával a hibarendszer a hibavektorra nézve közönséges differenciaegyenlet. Ez a magyarázata annak, hogy itt kompenzálásra csak  $D$  lineáris mátrix szerepel. Sem segédjelre  $f(t)$ -re sem differenciáló kompenzálásra nincs szükség.

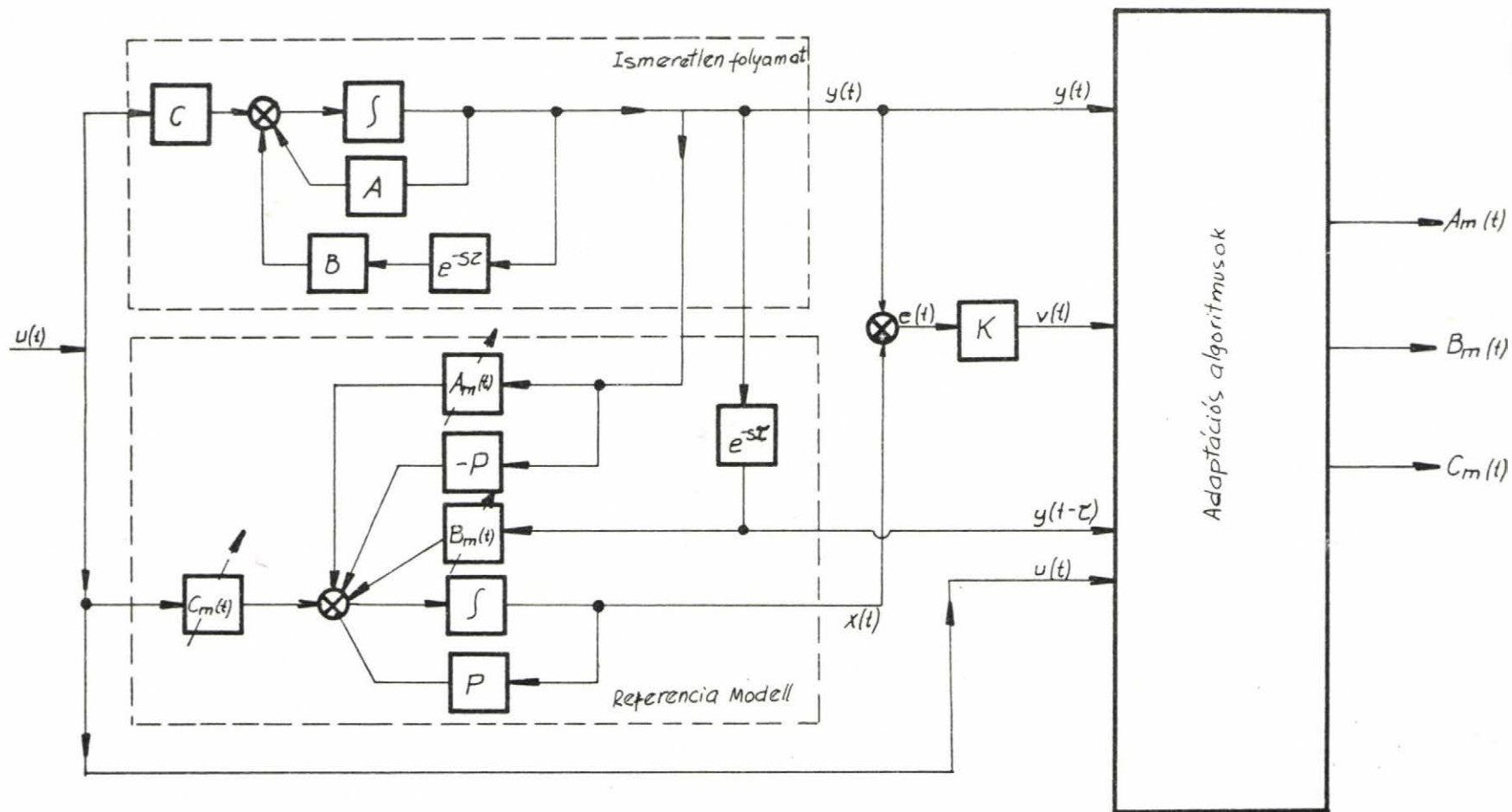
#### 4.3.4 Adaptív identifikáló zajos esetben

Tegyük fel, hogy a (4.3.15) ismeretlen folyamat bemenetén  $\xi(t)$  zajvektor és a belsejében  $\zeta(t)$  zajvektor hat.

A rendszer dinamikája tehát a következő egyenlettel jellemezhető:

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B x(t-\tau) + C(u(t)+\xi(t)) + \zeta(t) \quad (4.3.20)$$

Feltételezzük, hogy a zajok, mint előző esetekben is, amplitudóban korlátozottak és a bemenőjelhez és az  $x(t)$  jelhez képest kicsinyek. Továbbá várható



31. ábra  
Adaptív azonosítás zajmentes esetben

értékük ismert

$$M\{\xi(t)\} = \delta_\xi$$

$$M\{\zeta(t)\} = \delta_\zeta$$

Az identifikálásra ilyenkor a modellt a következőképpen választjuk meg:

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) = & P y(t) + [A_M(t) - P] x(t) + B_M(t) x(t-\tau) + \\ & + C_M(t) (u(t) + \delta_\xi) + K(t) \delta_\zeta \end{aligned} \quad (4.3.21)$$

ahol

$$P \text{ stabilis mátrix} \quad \forall \operatorname{Re} \lambda_i(P) \in \mathbb{R}_-$$

Ezzel az  $e(t) = x(t) - y(t)$  hibavektor differenciális alakja:

$$\dot{e}(t) = P e(t) + \rho(t) \quad (4.3.22)$$

ahol

$$\begin{aligned} \rho(t) = & [A - A_M(t)] x(t) + [B - B_M(t)] x(t-\tau) + C[u(t) + \xi(t)] - \\ & - C_M(t)(u(t) + \delta_\xi) + \zeta(t) - K(t) \delta_\zeta \end{aligned}$$

Képezzük (4.3.22) várható értékét.

$$M\{\dot{e}(t)\} = P M\{e(t)\} + M\{\rho(t)\} \quad (4.3.23)$$

ahol



$$M\{\rho(t)\} = [A - A_M(t)] M\{x(t)\} + [B - B_M(t)] M\{x(t-\tau)\} + \\ + [C - C_M(t)] (u(t) + \delta_\xi) + [I - K(t)] \delta_\zeta$$

Az adaptációs algoritmusok, amelyek (4.3.23) várható értékben az aszimptotikus hiperstabilitást biztosítják, az előző zajmentes esethez hasonlóan, lehetnek P, PI vagy PID típusúak. A különbség az, hogy most  $x(t)$ ,  $x(t-\tau)$  várható értéke,  $u(t) + \delta_\xi$  szerepel  $x(t)$ ,  $x(t-\tau)$ ,  $u(t)$  helyett és ezenkívül a  $K(t)$  mennyiséget is adaptívan változtatjuk.

Nevezetesen:

$$A_M(t) = A_M(0) + Q_A \int_0^t v(t) M\{x(t)\} dt + P_A v(t) M\{x^T(t)\} + \\ + R_A \frac{d}{dt} v(t) M\{x^T(t)\}$$

$$B_M(t) = B_M(0) + Q_B \int_0^t v(t) M\{x^T(t-\tau)\} dt +$$

$$P_B v(t) M\{x^T(t-\tau)\} + R_B \frac{d}{dt} v(t) M\{x^T(t-\tau)\}$$

$$C_M(t) = C_M(0) + Q_C \int_0^t v(t) [u(t) + \delta_\xi]^T dt + P_C v(t) [u(t) + \\ + \delta_\xi]^T + R_C \frac{d}{dt} v(t) [u(t) + \delta_\xi]^T$$

$$K(t) = K(0) + Q_k \int_0^t v(t) \delta_\zeta^T dt + P_k v(t) \delta_\zeta^T +$$

$$+ R_k \frac{d}{dt} v(t) \delta_\zeta^T$$

ahol

$$v(t) = DM\{e(t)\}$$

$A_M(0), B_M(0), C_M(0), K(0)$       tetszőleges  
állandó mátrixok

$$Q_A, Q_B, Q_C, Q_K > 0$$

$$P_A, P_B, P_C, P_K, R_A, R_B, R_C, R_K \geq 0$$

$$D = D^T > 0 \text{ és kielégíti a } DP + P^T D = -Q$$

Ljapunov egyenletet  $Q = Q^T > 0$  -ra.

Az  $A_M(t) \rightarrow A, B_M(t) \rightarrow B, C_M(t) \rightarrow C$  feltételek teljesülését a megfelelő  $u(t)$  jel megválasztása biztosítja.

Zajos folyamat adaptív identifikációjának blokk-sémája a 32. ábrán látható.

### Szimulációs eredmények

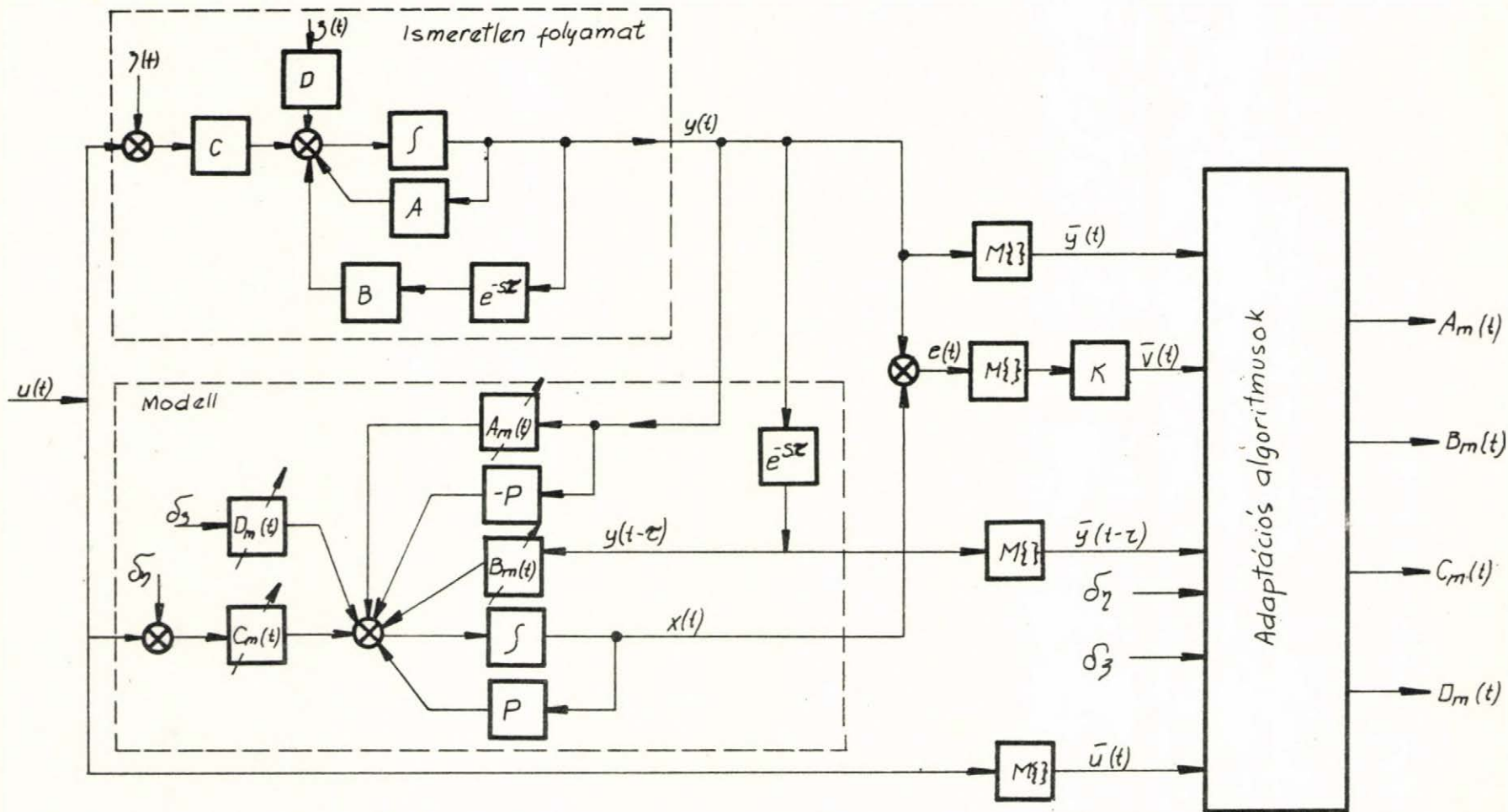
A szimulációt zajos rendszer identifikációjára végezzük el, mert ez a legbonyolultabb a fent említett adaptív irányítási és identifikációs feladatok közül. Az egyszerűség kedvéért végezzük el a szimulációt egybemenetű, egykimenetű elsőrendű rendszerre. Tegyük fel, hogy a következő rendszert identifikáljuk:

$$\dot{x}(t) = a x(t) + b x(t-1) + c u(t) + \xi(t) + \zeta(t)$$

ahol

$$a = -3; \quad b = -4; \quad c = 0,5$$

$$\left. \begin{aligned} \xi(t) &= 0.1 \sin(0.2 t) \\ \zeta(t) &= 0.2 \cos(0.1 t) \end{aligned} \right\} \text{pertubáció}$$



32. dbra  
Adaptív azonosítás zajos esetben



A modell

$$\dot{y}(t) = -5y(t) + [a(t)+5]x(t)+b(t)x(t-1)+c(t)[u(t)+ \\ + 0.1] + 0.2 k(t)$$

Legyen a bemenőjel négyszög impulzus sorozat, amelynek amplitudója  $\pm 2$  és periódikus ideje  $T = 3.3$   
Válasszuk továbbá::

$$v(t) = 2[x(t)-y(t)] = 2 e(t)$$

$$a(t) = a(0) + 10 \int_0^t v(t)x(t)dt + 0.001 v(t)x(t)$$

$$c(t) = c(0) + 10 \int_0^t v(t)[u(t)+0.1]dt$$

$$k(t) = k(0) + 10 \int_0^t v(t)dt + v(t)$$

$$b(t) = b(0) + 10 \int_0^t v(t)x(t-1)dt + 0.001 v(t)x(t-1)$$

A példát négy esetre futtattuk:

a)  $a(0) = b(0) = c(0) = k(0) = e(0) = 0;$

b)  $a(0) = -25; b(0) = -75; c(0) = -35; k(0) = 0;$   
 $e(0) = 0$

c)  $a(0) = +20; b(0) = +100; c(0) = 40; k(0) = 0;$   
 $e(0) = 0$

d)  $a(0) = -20; b(0) = -200; c(0) = -200; k(0) = 0;$

Az eredmények a 33. ábrán láthatók. Az eredmények mutatják, hogy bár kezdetben a paraméterek nagyon eltérnek a folyamat paramétereitől, de hamar kon-

```

CON(A,R,C)
CON(AA,RA,RA)
CON(AR,OR,OR)
CON(AC,OC,RC)
CON(AK,OK,RK)
CON(AT,1,1)
CON(AT,ATWIN)
CON(I)
OAP(AT,RTB,CTA)
OAM(CTM/2.000T),-2.,0.,02=01
II1 A,100TH,0,20T
II2 A,200TH,0,10T
IV A*200TH(L,Y,L)*C*(U+U)*U2
V INT(AV,A)
VX -C,AV*(AT+R,)+V,RTOTD(L(Y,L)+C*(U+D+I))*P,420KT
Y INT(AV,A)
Z X
ZB Z,0F
ZC V*Y
ZD V*Y
ZE V*Y
ZF V*Y
ZG V*Y
ZH V*Y
ZI V*Y
ZJ V*Y
ZK V*Y
ZL V*Y
ZM V*Y
ZN V*Y
ZO V*Y
ZP V*Y
ZQ V*Y
ZR V*Y
ZS V*Y
ZT V*Y
ZU V*Y
ZV V*Y
ZW V*Y
ZX V*Y
ZY V*Y
ZZ V*Y

```

	A	C
-1.100000E+01	-0.400000E+01	0.500000E+00
1.100000E+02	0.100000E-01	0.000000E+00
1.100000E+02	0.100000E-02	0.000000E+00
1.100000E+02	0.000000E+00	0.000000E+00
1.100000E+02	0.100000E+01	0.000000E+00
1.100000E+00	0.200000E+00	
1.500000E+00	0.100000E+00	
1.100000E+01		

Haltidős folyamat adapter  
 identifikációs programja





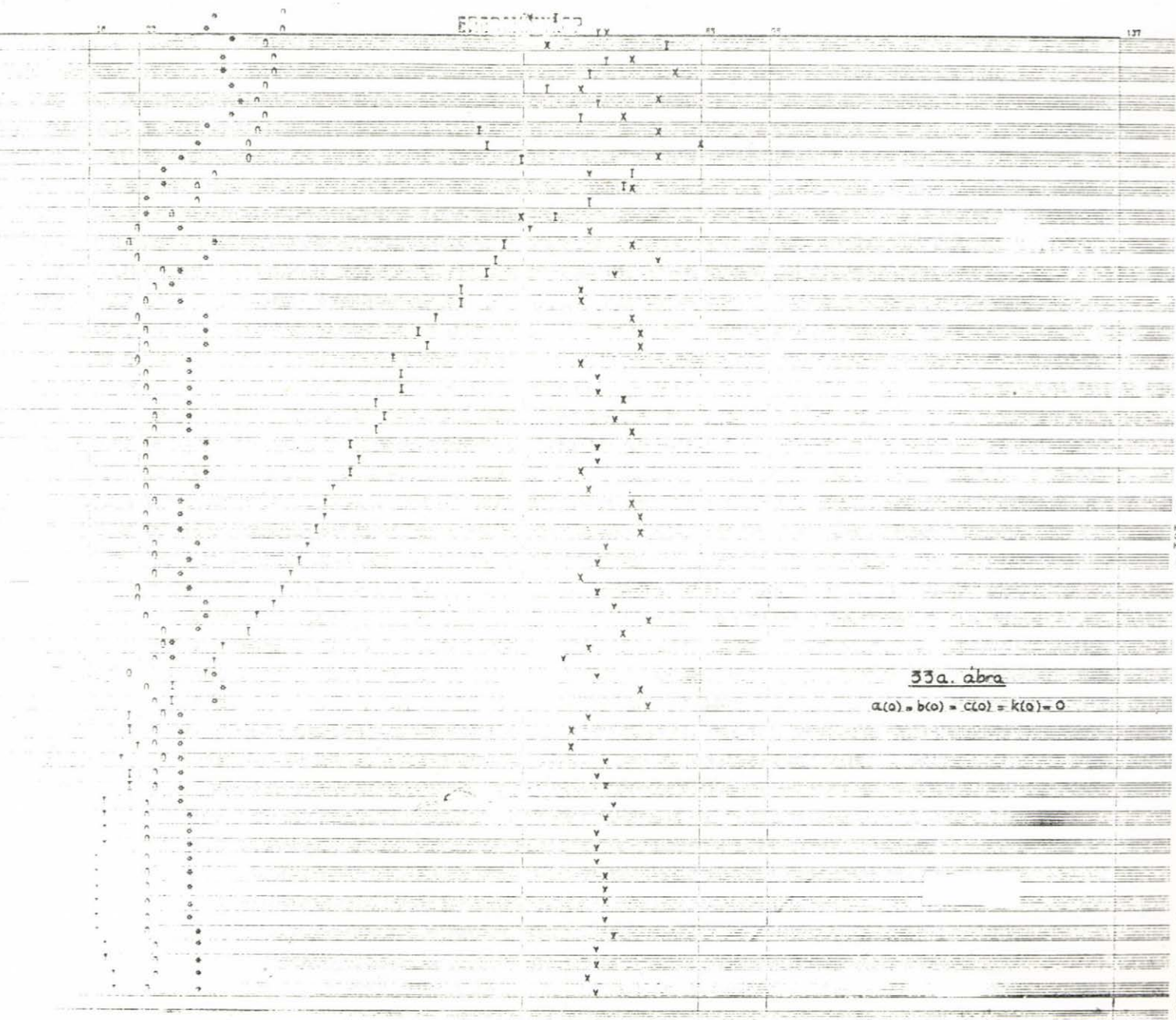


TABLE 33. DEPENDENT VARIABLES RELATIONS OF 33a

TABLE 33a

TABLE 33a

24.00  
24.50  
27.00  
27.50  
28.00  
28.50  
29.00  
29.50  
30.00  
30.50  
31.00  
31.50  
32.00  
32.50  
33.00  
33.50  
34.00  
34.50  
35.00  
35.50  
36.00  
36.50  
37.00  
37.50  
38.00  
38.50  
39.00  
39.50  
40.00  
40.50  
41.00  
41.50  
42.00  
42.50  
43.00  
43.50  
44.00  
44.50  
45.00  
45.50  
46.00  
46.50  
47.00  
47.50  
48.00  
48.50  
49.00  
49.50  
50.00  
50.50  
51.00  
51.50  
52.00  
52.50  
53.00  
53.50  
54.00  
54.50  
55.00  
55.50  
56.00  
56.50  
57.00  
57.50  
58.00  
58.50  
59.00  
59.50  
60.00  
60.50  
61.00  
61.50  
62.00  
62.50  
63.00  
63.50  
64.00  
64.50  
65.00  
65.50  
66.00  
66.50  
67.00  
67.50  
68.00  
68.50  
69.00  
69.50  
70.00  
70.50  
71.00  
71.50  
72.00  
72.50  
73.00  
73.50  
74.00  
74.50  
75.00  
75.50  
76.00  
76.50  
77.00  
77.50  
78.00  
78.50  
79.00  
79.50  
80.00  
80.50  
81.00  
81.50  
82.00  
82.50  
83.00  
83.50  
84.00  
84.50  
85.00  
85.50  
86.00  
86.50  
87.00  
87.50  
88.00  
88.50  
89.00  
89.50  
90.00  
90.50  
91.00  
91.50  
92.00  
92.50  
93.00  
93.50  
94.00  
94.50  
95.00  
95.50  
96.00  
96.50  
97.00  
97.50  
98.00  
98.50  
99.00  
99.50  
100.00



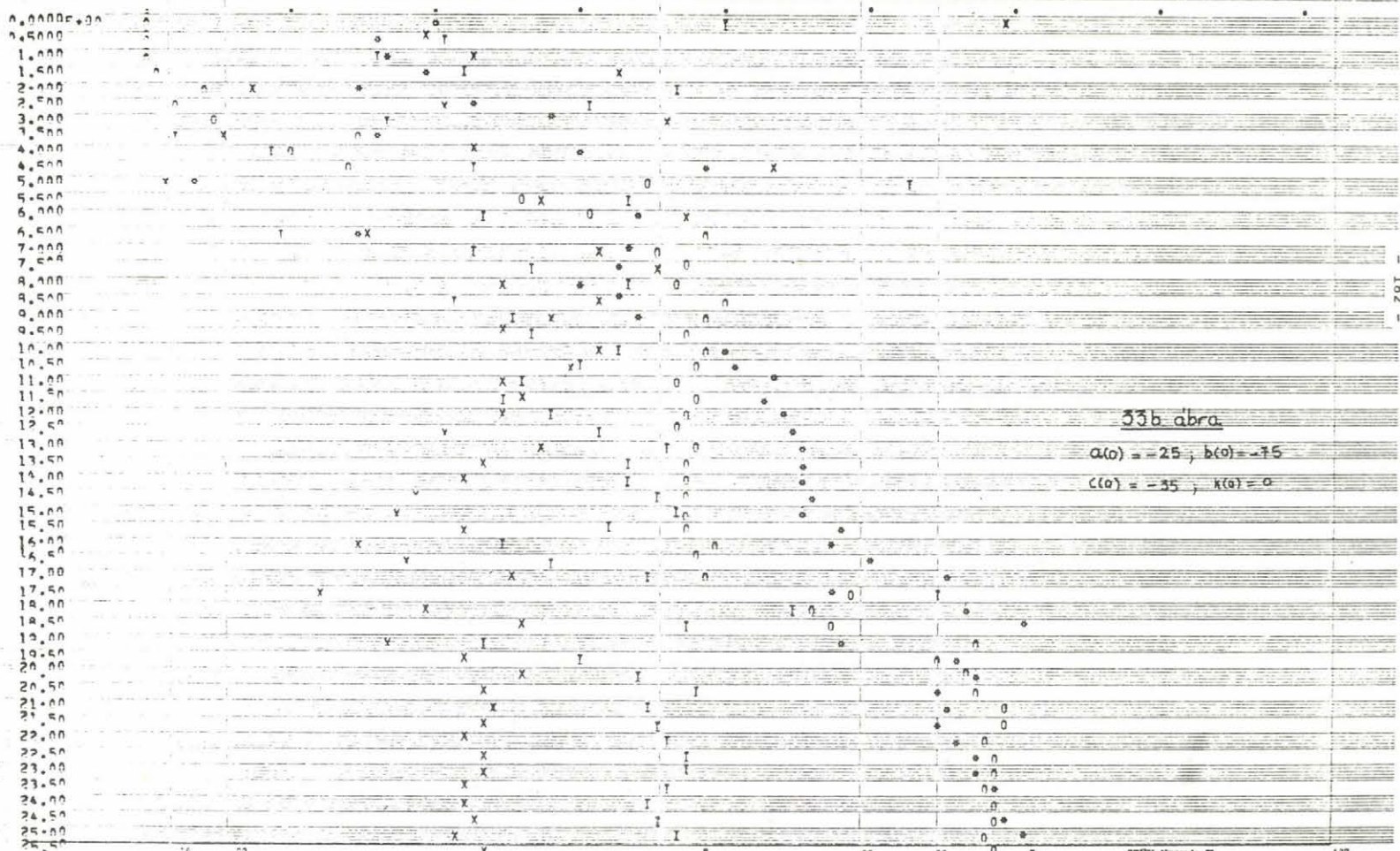
33a. abra

$$a(0) = b(0) = c(0) = k(0) = 0$$

CHART 1

THE INDEPENDENT VARIABLE Y

AT	SIGNED BY 0	-0.35000E+02	-0.25000E+02	-0.20000E+02	-0.15000E+02	-0.10000E+02	-0.50000E+01	0.00000E+00
BT	SIGNED BY 0	-0.70000E+02	-0.60000E+02	-0.50000E+02	-0.40000E+02	-0.30000E+02	-0.20000E+02	0.00000E+00
CT	SIGNED BY X	-0.70000E+02	-0.10000E+02	0.00000E+00	10.000	20.000	30.000	40.000
KT	SIGNED BY I	-0.70000E+02	-0.25000E+02	-0.15000E+02	-0.75000E+01	0.00000E+00	7.5000	15.000



33b abra

$a(t) = -25$ ;  $b(t) = -75$   
 $c(t) = -35$ ;  $k(t) = 0$

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25.









184



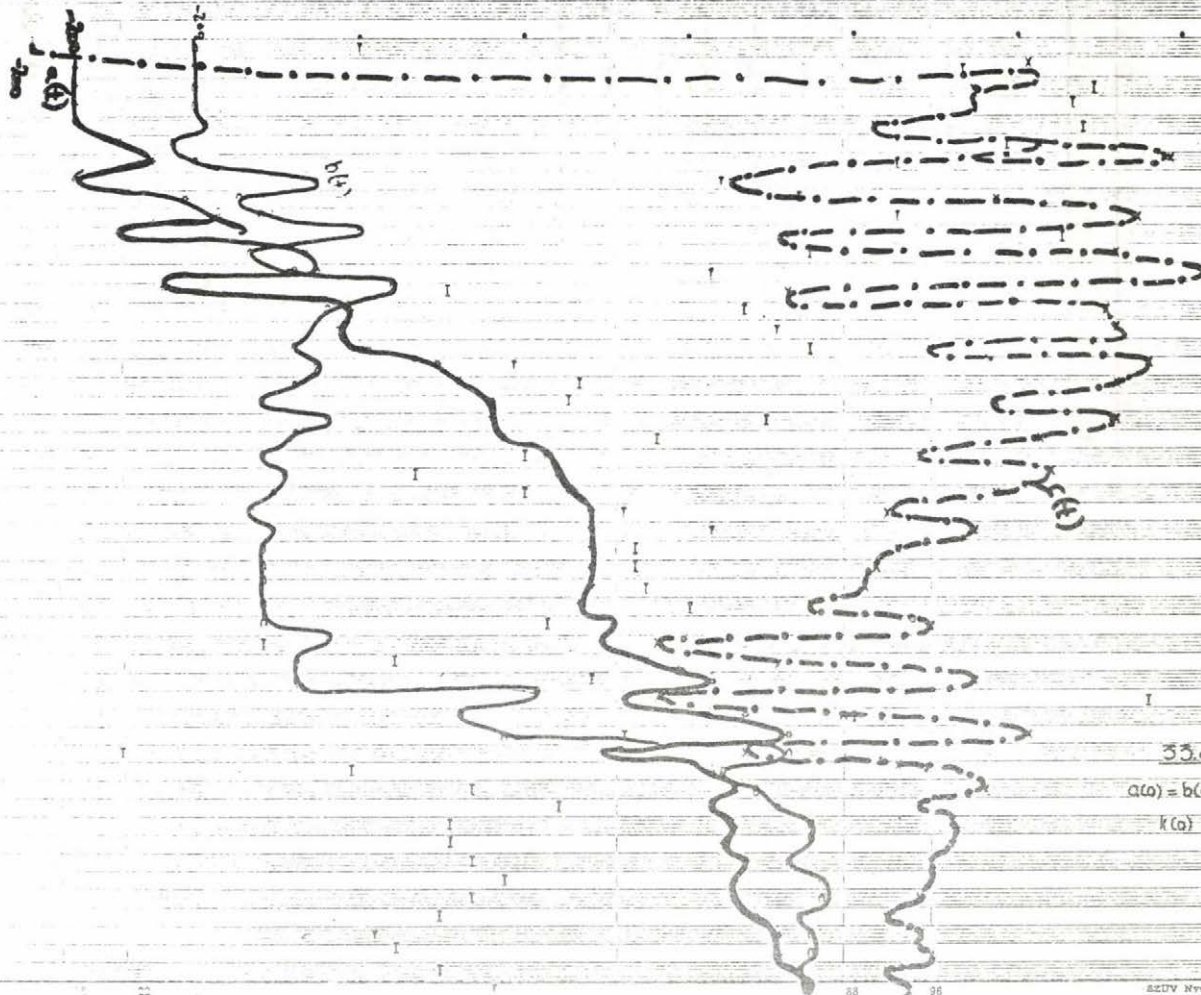




THE INDEPENDENT VARIABLE T

| Variable | STAGED BY   | 0            | 1            | 2            | 3            | 4            | 5           | 6      | 7      |
|----------|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-------------|--------|--------|
| AT       | STAGED BY 0 | -0.20000E+03 | -0.10000E+03 | -0.12000E+03 | -0.80000E+02 | -0.40000E+02 | 0.00000E+00 | 40.000 | 80.000 |
| BT       | STAGED BY 0 | -0.20000E+03 | -0.10000E+03 | -0.12000E+03 | -0.80000E+02 | -0.40000E+02 | 0.00000E+00 | 40.000 | 80.000 |
| CT       | STAGED BY X | -0.20000E+03 | -0.10000E+03 | -0.12000E+03 | -0.80000E+02 | -0.40000E+02 | 0.00000E+00 | 40.000 | 80.000 |
| KT       | STAGED BY I | -0.50000E+02 | 0.00000E+00  | 25.000       | 50.000       | 75.000       | 100.00      | 125.00 |        |

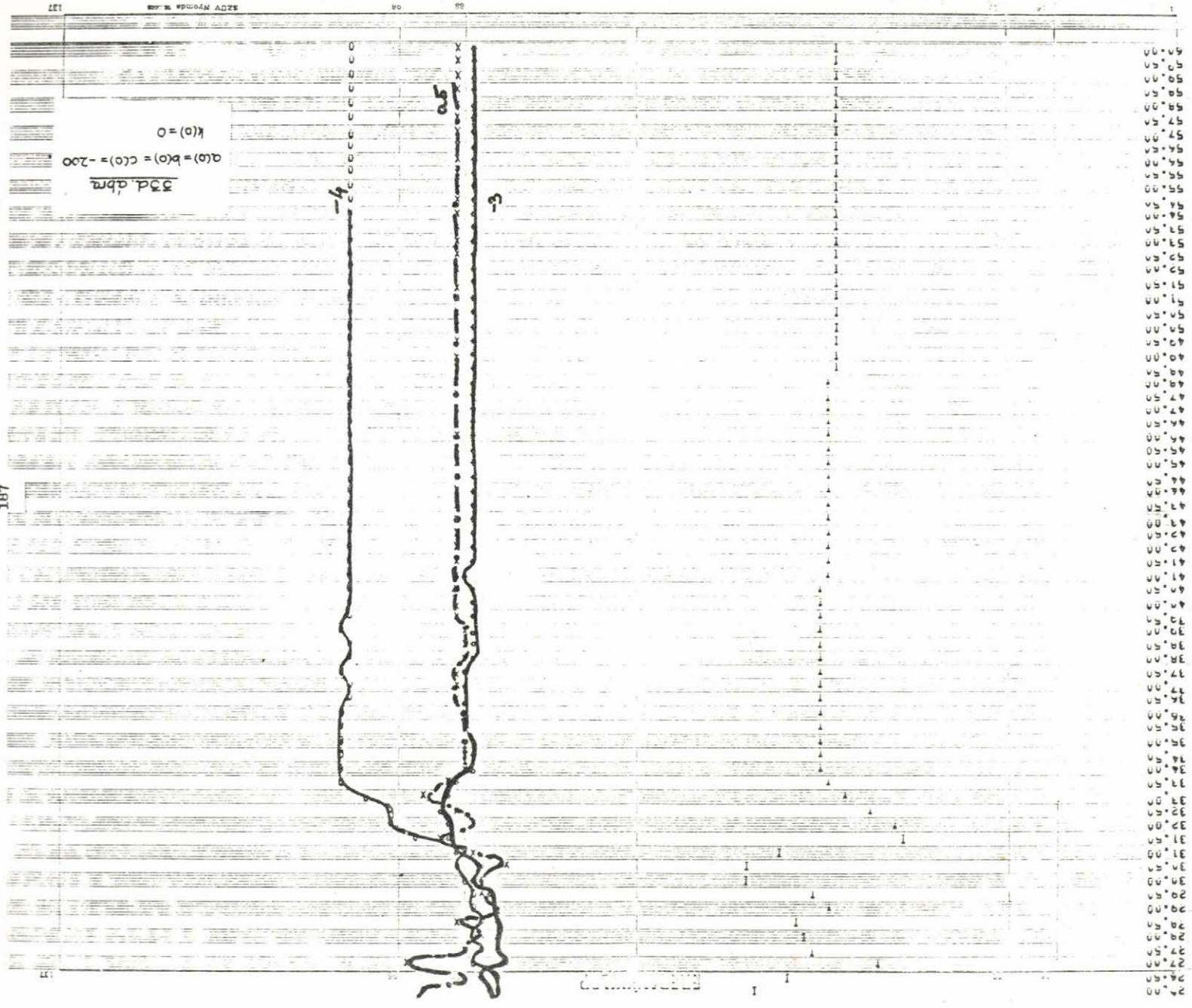
0.0000E+00  
 0.5000  
 1.000  
 1.500  
 2.000  
 2.500  
 3.000  
 3.500  
 4.000  
 4.500  
 5.000  
 5.500  
 6.000  
 6.500  
 7.000  
 7.500  
 8.000  
 8.500  
 9.000  
 9.500  
 10.00  
 10.50  
 11.00  
 11.50  
 12.00  
 12.50  
 13.00  
 13.50  
 14.00  
 14.50  
 15.00  
 15.50  
 16.00  
 16.50  
 17.00  
 17.50  
 18.00  
 18.50  
 19.00  
 19.50  
 20.00  
 20.50  
 21.00  
 21.50  
 22.00  
 22.50  
 23.00  
 23.50  
 24.00  
 24.50  
 25.00  
 25.50



35.d abra  
 $a(t) = b(t) = c(t) = -200$   
 $k(t) = 0$



187



187  
 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59

vergálnak.

A kezdeti tranziensek hamarosan lecsillapodnak. Ha nagyobbra választanánk  $q_A, q_B, q_C, q_K$  adaptív erősítési tényezőket, akkor a paraméterek konvergenciája még gyorsabb lenne.

#### 4.3.5 Neutrális típusú differenciál egyenlettel leírható folyamatok identifikálása

Sok irányítási folyamat leírása jobb, pontosabb neutral típusú differenciálegyenlettel, mint közösleges késleltetési differenciál egyenlettel. Ezért az ismert modell-referenciás rendszerek tervezésének gondolatát érdemes erre az esetre is kiterjeszteni. Csak az identifikálási problémával foglalkozunk részletesen, mert az adaptív irányítás feladata ebből követhető.

Írja le a folyamatot a következő neutrális típusú differenciál egyenlet [129]

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bx(t-\tau) + C \dot{x}(t-\tau) + Du(t) \quad (4.3.24)$$

ahol

$\tau$  ismert időállandó

$x(t)$  n-dimenziós kimeneti vektor

$u$  m-dimenziós bemeneti vektor

$A, B, C, D$  megfelelő méretű állandó mátrixok

Legyen a folyamat stabilis, tehát  $u(t) = 0$  esetén  $x(t) \rightarrow 0$  és a  $-\tau \leq t < 0$  időre  $x(t) = 0$ . Feladat az  $A, B, C$  és  $D$  mátrixok meghatározása  $u(t)$  és  $x(t)$  megfigyelésével.

Vezessük be a modellt a következő formában:

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) = E y(t) + [A_M(t) - E] x(t) + B_M(t) x(t-\tau) + \\ + C_M(t) \dot{x}(t-\tau) + D_M(t) u(t) \end{aligned} \quad (4.3.25)$$

ahol

$y(t)$  a modell kimeneti vektora /n-dimenziójú/

$E$  tetszőleges stabilis mátrix

$$\forall \operatorname{Re} \lambda_i(\mathbb{E}) \in \mathbb{R}_-$$

$A_M(t)$ ,  $B_M(t)$ ,  $C_M(t)$ ,  $D_M(t)$  adaptálható mátrixok.

Ezeket adaptáljuk úgy, hogy konvergáljanak az ismeretlen  $A, B, C$  és  $D$  mátrixokhoz.

Legyen a hiba a következőképpen definiálva:

$$e(t) = x(t) - y(t), \quad \text{akkor}$$

$$e(t) = E e(t) + \rho(t) \quad (4.3.26)$$

ahol

$$\begin{aligned} \rho(t) = [A - A_M(t)] x(t) + [B - B_M(t)] x(t-\tau) + [C - C_M(t)] \\ \dot{x}(t-\tau) + [D - D_M(t)] u(t) \end{aligned} \quad (4.3.27)$$

A 2. tételt alkalmazva, ha biztosítjuk az

$$\int_0^T v(t) \rho^T(t) dt \leq \gamma_0^2 \quad (4.3.28)$$

feltételt, ahol

$$v(t) = P e(t) \quad ; \quad P = P^T > 0$$

$$PE + E^T P = -Q \quad ; \quad Q = Q^T > 0$$



$\gamma_0$  T-től független konstans,

akkor (4.3.26) aszimptotikusan hiperstabilis, (4.3.27) és (4.3.28) alapján, ha találunk négy olyan  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$  konstans, amelyekre

$$\int_0^T v^T(t) [A - A_M(t)] x(t) dt \leq \gamma_1^2$$

$$\int_0^T v^T(t) [B - B_M(t)] x(t-\tau) dt \leq \gamma_2^2$$

$$\int_0^T v^T(t) [C - C_M(t)] \dot{x}(t-\tau) dt \leq \gamma_3^2$$

$$\int_0^T v^T(t) [D - D_M(t)] u(t) dt \leq \gamma_4^2$$

minden  $T > 0$ -ra, ahol  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$  függetlenek T-től, akkor  $\gamma_0^2 \geq \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 + \gamma_4^2$  választásával (4.3.28) teljesül.

A fenti egyenlőtlenségek biztosítására a PI adaptációs algoritmus szolgálhat.

Nevezetesen:

$$A_M(t) = A_M(0) + Q_A \int_0^t v(t) x^T dt + P_A v(t) x^T(t)$$

$$B_M(t) = B_M(0) + Q_B \int_0^t v(t) x^T(t-\tau) dt + P_B v(t) x^T(t-\tau)$$

$$C_M(t) = C_M(0) + Q_C \int_0^t v(t) \dot{x}^T(t-\tau) dt + P_C v(t) \dot{x}^T(t-\tau)$$

$$D_M(t) = D_M(0) + Q_D \int_0^t v(t) u^T(t) dt + P_D v(t) u^T(t)$$

ahol a szabad paraméterek megválasztása az előző esetekhez hasonló. Ezekkel, a hibarendszer szimptotikusan hiperstabilis, vagyis

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0.$$

Ebből

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} P e(t) = 0$$

Az  $x(t)$ ,  $u(t)$  jelek korlátosságából  $v(t) \rightarrow 0$  határmenettel kapjuk, hogy  $A_M(t)$ ,  $B_M(t)$ ,  $C_M(t)$ ,  $D_M(t)$  egy-egy konstanshoz konvergálnak.

$$\phi(t) = A - A_M(t)$$

$$\psi(t) = B - B_M(t)$$

$$\rho(t) = C - C_M(t)$$

$$w(t) = D - D_M(t)$$

Igy  $t \rightarrow \infty$  esetén

$$\phi(t) = \phi; \quad \psi(t) = \psi; \quad \rho(t) = \rho; \quad w(t) = w$$

A (4.30.26) összefüggésből

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \rho(t) = 0, \quad \text{vagyis}$$

$$\phi x(t) + \psi x(t-\tau) + \rho \dot{x}(t-\tau) + w u(t) = 0; \quad (4.3.29)$$

$$t \rightarrow \infty$$

Feladat most olyan  $u(t)$  alkalmazása, hogy a fenti egyenlet mindig csak

$$\phi = \psi = \rho = \omega = 0$$

egyenlőséggel teljesüljön. Az  $u(t)$  jelnek ekkor nyilvánvalóan több diszkrét frekvenciájú tagot kell tartalmaznia, hogy a fenti egyenlőség fennálljon. A relaxációs jel ebben az esetben is alkalmas, hiszen spektruma végtelen sok diszkrét frekvenciát tartalmaz.

A teljes identifikációs séma a 34. ábrán látható. Abban az esetben, amikor zajok is lépnek fel mind a bemeneten, mind a folyamat helsejében némi módosítást kell alkalmaznunk. Legyen a folyamat most

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bx(t-\tau) + C\dot{x}(t-\tau) + D[u(t) + \xi(t)] + \zeta(t) \quad (4.3.30)$$

ahol  $\xi(t)$ ,  $\zeta(t)$  ismert várható értékű stationárius zajok.

Legyenek

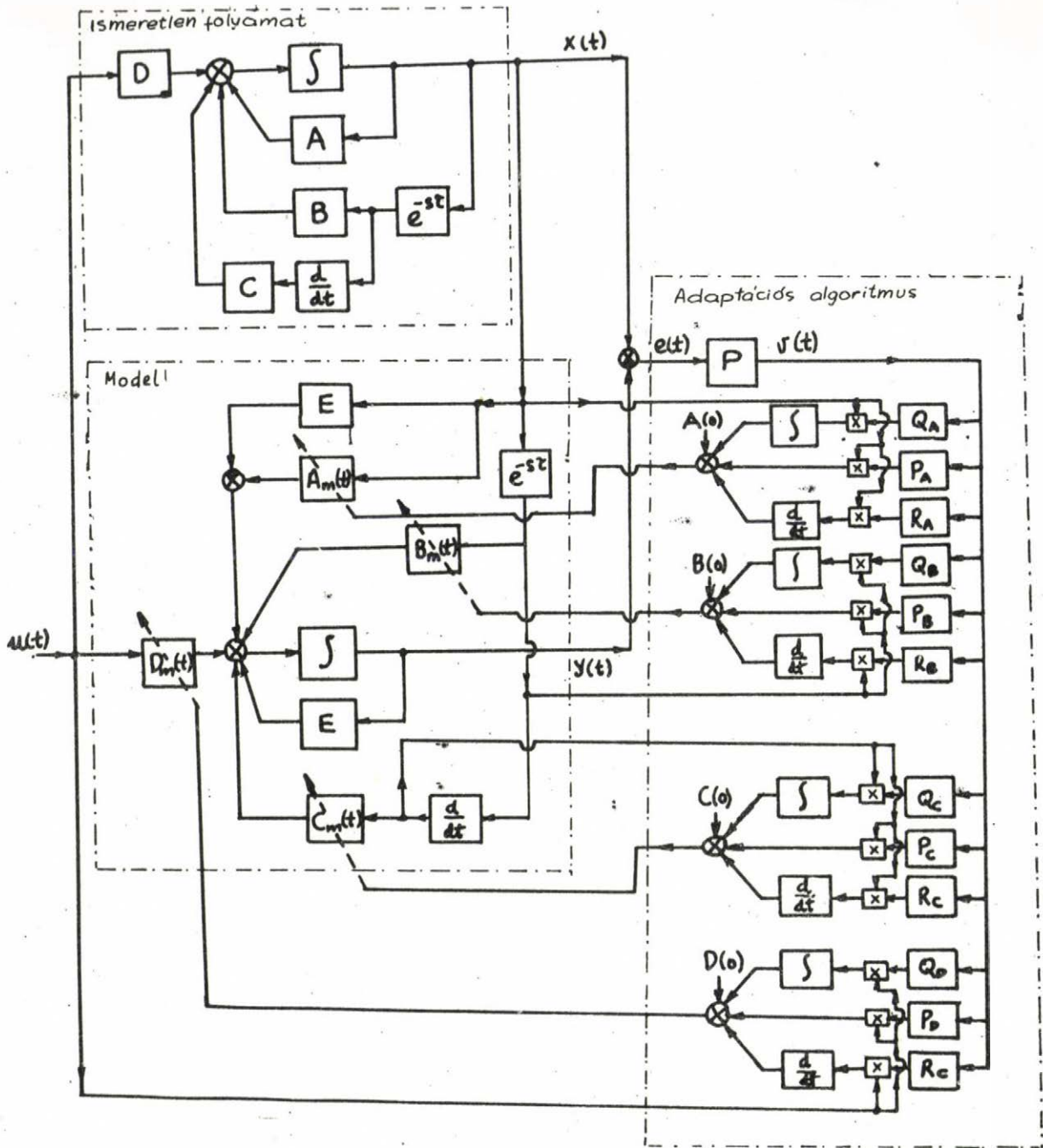
$$M\{\xi(t)\} = k_1$$

$$M\{\zeta(t)\} = k_2$$

Ilyenkor a modellt következőképpen választjuk:

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) = & E y(t) + [A_M(t) - E]x(t) + B_M(t)x(t-\tau) + \\ & + C_M(t)\dot{x}(t-\tau) + D_M(t)[u(t) + k_1] + F(t)k_2 \end{aligned} \quad (4.3.31)$$





35. ábra

Neutrális típusú folyamat adaptív identifikációja

A modell és a folyamat egyenletéből a hiba-  
egyenlet:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & E e(t) + [A - A_M(t)] x(t) + [B - B_M(t)] x(t-\tau) + \\ & + [C - C_M(t)] \dot{x}(t-\tau) + [D - D_M(t)] u(t) + D\xi(t) - D_M(t)k_1 + \\ & + \zeta(t) - F(t)k_2 \end{aligned} \quad (4.3.32)$$

Képezzük a várható értékét:

$$\begin{aligned} M\{e(t)\} = & E M\{e(t)\} + [A - A_M(t)] M\{x(t)\} + \\ & + [B - B_M(t)] M\{x(t-\tau)\} + [C - C_M(t)] M\{\dot{x}(t-\tau)\} + \\ & + [D - D_M(t)] (u(t) + k_1) + [I - F(t)] k_2 = \\ & E M\{e(t)\} + \rho(t) \end{aligned} \quad (4.3.33)$$

ahol

$$\begin{aligned} \rho(t) = & [A - A_M(t)] M\{x(t)\} + [B - B_M(t)] M\{x(t-\tau)\} + \\ & + [C - C_M(t)] M\{\dot{x}(t-\tau)\} + [D - D_M(t)] u(t) + k_1 + \\ & + [I - F(t)] k_2 \end{aligned} \quad (4.3.34)$$

Alkalmazhatjuk a PI adaptációs algoritmust a zajmentes esethez hasonlóan, mert (4.3.33) a várható értékben nem sztochasztikus egyenlet, hanem közönséges egyenlet a (4.3.26)-hoz hasonlóan. A módosítás csupán annyiban áll, hogy az  $x(t)$ ,  $x(t-\tau)$ ,  $\dot{x}(t-\tau)$  és  $u(t)$  jelek helyett a várható értékük és  $u(t) + k_1$  szerepelnek a PI adaptációs algoritmusban. To-

vábbá szükség van még  $F(t)$  adaptálására. Az adaptív kör tehát a következőket tartalmazza:

$$A_M(t) = A_M(0) + Q_A \int_0^t v(t) M\{x^T(t)\} dt + P_A v(t) Mx^T(t) \quad (4.3.35.a)$$

$$B_M(t) = B_M(0) + Q_B \int_0^t v(t) M\{x^T(t-\tau)\} dt + P_B v(t) M\{x^T(t-\tau)\} \quad (4.3.35.b)$$

$$C_M(t) = C_M(0) + Q_C \int_0^t v(t) M\{\dot{x}^T(t-\tau)\} dt + P_C v(t) M\{\dot{x}^T(t-\tau)\} \quad (4.3.35.c)$$

$$D_M(t) = D_M(0) + Q_D \int_0^t v(t) (u(t) + k_1)^T dt + P_D v(t) (u(t) + k_1)^T \quad (4.3.35.d)$$

$$F(t) = F(0) + Q_F \int_0^t v(t) k_2^T dt + P_F v(t) k_2^T \quad (4.3.35.f)$$

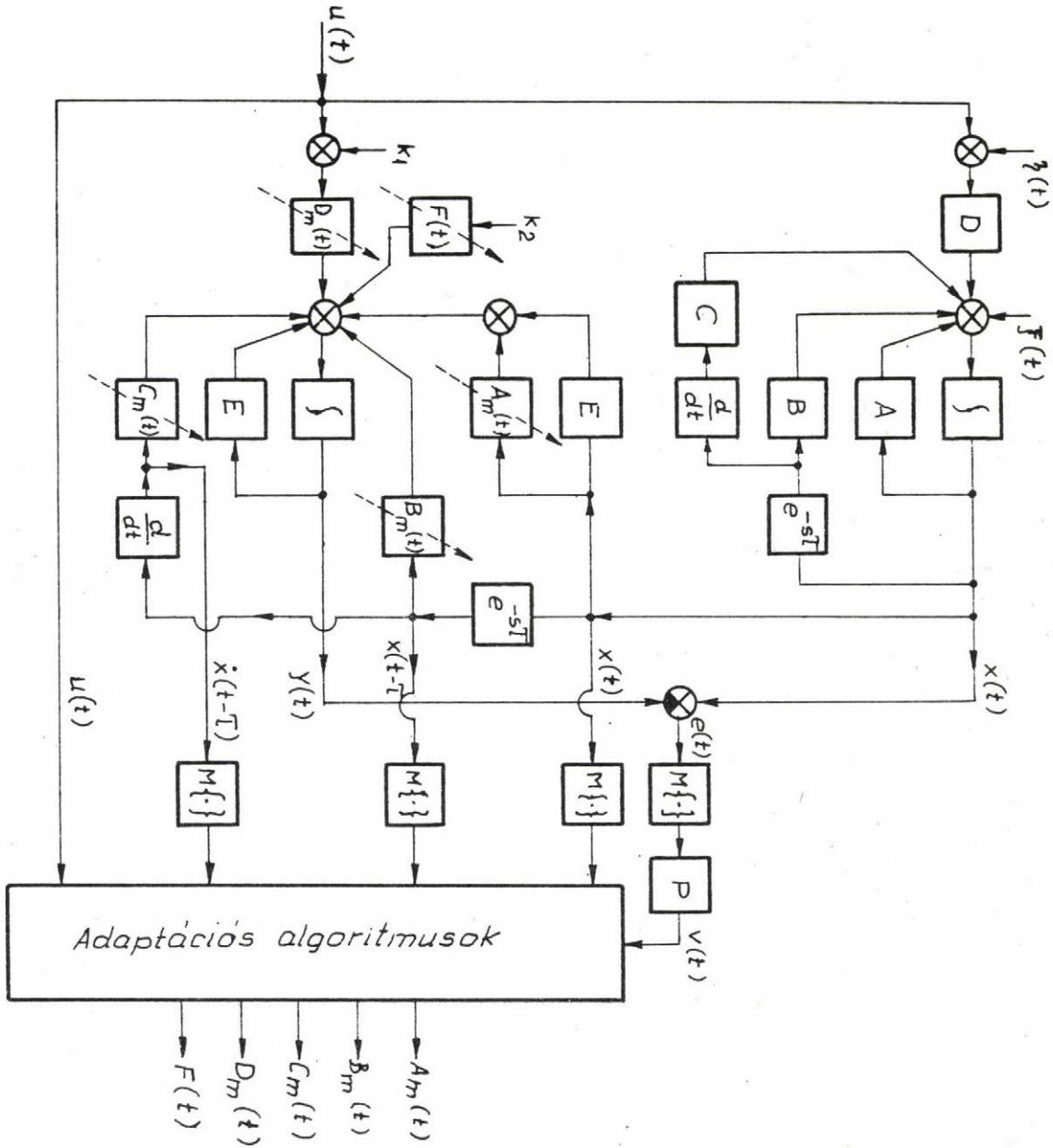
ahol

$$v(t) = P M\{e(t)\} ; \quad P = P^T > 0 \quad \text{és}$$

$$E^T P + P E = -Q ; \quad Q = Q^T > 0$$

$u(t)$  négyszögjeles impulzus sorozat. A zajos eset blokk-sémája a 35. ábrán látható.





34. ábra.

Zajos neutralis típusú folyamat adaptív identifikációja.

Szimuláció:

Az egyszerűség kedvéért zajmentes, elsőrendű neutrális típusú differenciál egyenlettel leírható folyamat identifikálását szimuláljuk.

Legyen a folyamat dinamikája:

$$\dot{x}(t) = ax(t) + bx(t-0.5) + c \dot{x}(t-0.5) + d u(t)$$

ahol

$$a=-3; \quad b=-4; \quad c=-0.5; \quad d=1$$

E=-5 érték megválasztásával a modell dinamikája:

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) = & -5y(t) + (a_M(t)+5)x(t) + b_M(t)x(t-0.5) + \\ & + c_M(t) \dot{x}(t-0.5) + d_M(t)u(t) \end{aligned}$$

Legyen

$$-q = -20$$

a Ljapunov egyenlet most skaláris

$$-2.5 \cdot p = -20 \quad p = 2$$

vagyis

$$v(t) = 2 e(t) = 2(x(t)-y(t))$$

Legyen  $u(t)$  négyszög impulzussorozat, amelynek amplitudója  $\pm 2,5$  és periódus ideje  $T=3.3$  sec. A PI adaptációs algoritmusok a választott szabad paraméterekkel a következők:

$$a_M(t) = a_M(0) + 15 \int_0^t v(t)x(t)dt + 0.1 v(t)x(t)$$

$$b_M(t) = b_M(0) + 15 \int_0^t v(t)x(t-0.5)dt + 0.1v(t)x(t-0.5)$$

$$c_M(t) = c_M(0) + 15 \int_0^t v(t)\dot{x}(t-0.5)dt + 0.1v(t)\dot{x}(t-0.5)$$

$$d_M(t) = d_M(0) + 15 \int_0^t v(t)u(t)dt + 0.01 v(t) u(t)$$

A szimulációt MIMIC nyelven végeztük és a CDC 3300-as számítógépen futott.

A szimuláció eredményeit a 36. ábra mutatja.

A vastag vonal az  $a_M(0) = b_M(0) = c_M(0) =$

$d_M(0) = -75$  értékből, a vékony vonal az

$a_M(0) = b_M(0) = c_M(0) = d_M(0) = +75$  értékből induló szimulációt jelzik.

#### 4.3.6 Funkcionális differenciál egyenlettel leírható folyamatok adaptív irányítása és identifikálása.

Jellemezze a folyamat dinamikáját a következő funkcionális differenciálegyenlet [130]

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t) \int_{-\tau}^0 x(t+\theta) d\theta + C(t)u(t) \quad (4.3.36)$$

ahol

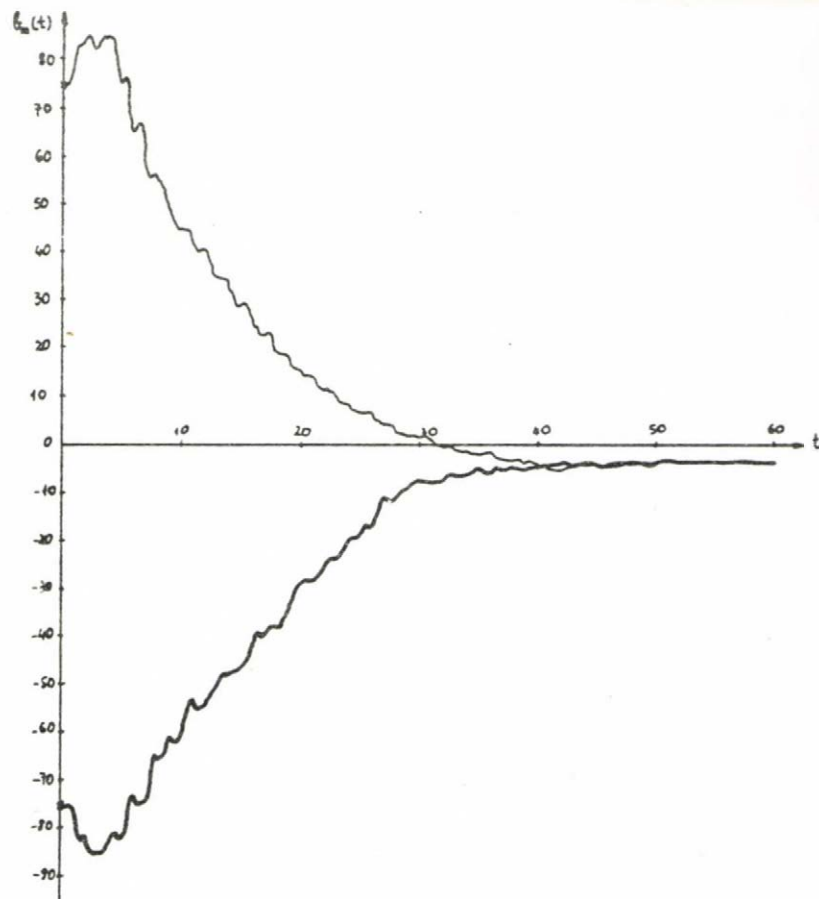
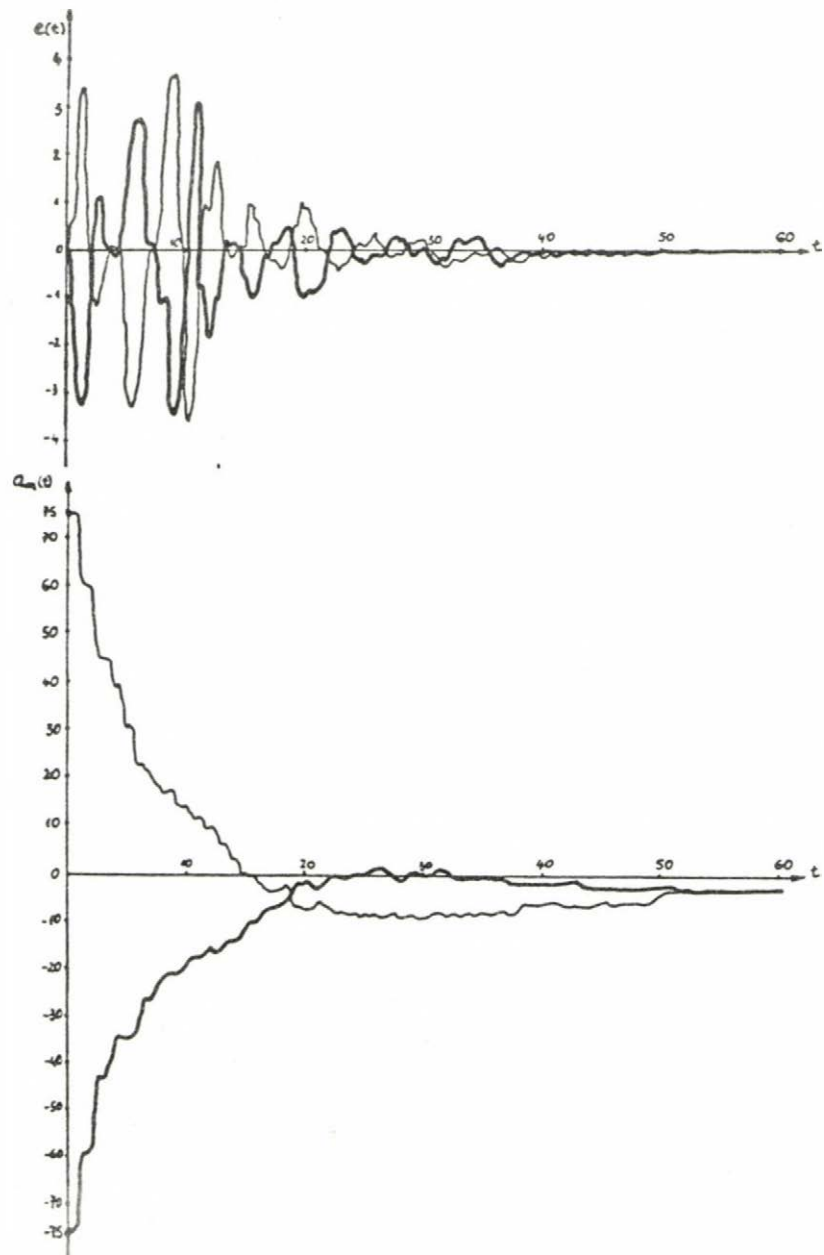
$x(t)$   $n$ -dimenziós vektor /mérhető/

$u(t)$   $m$ -dimenziós vektor /ismert/

$\tau$  pozitív konstans /ismert/

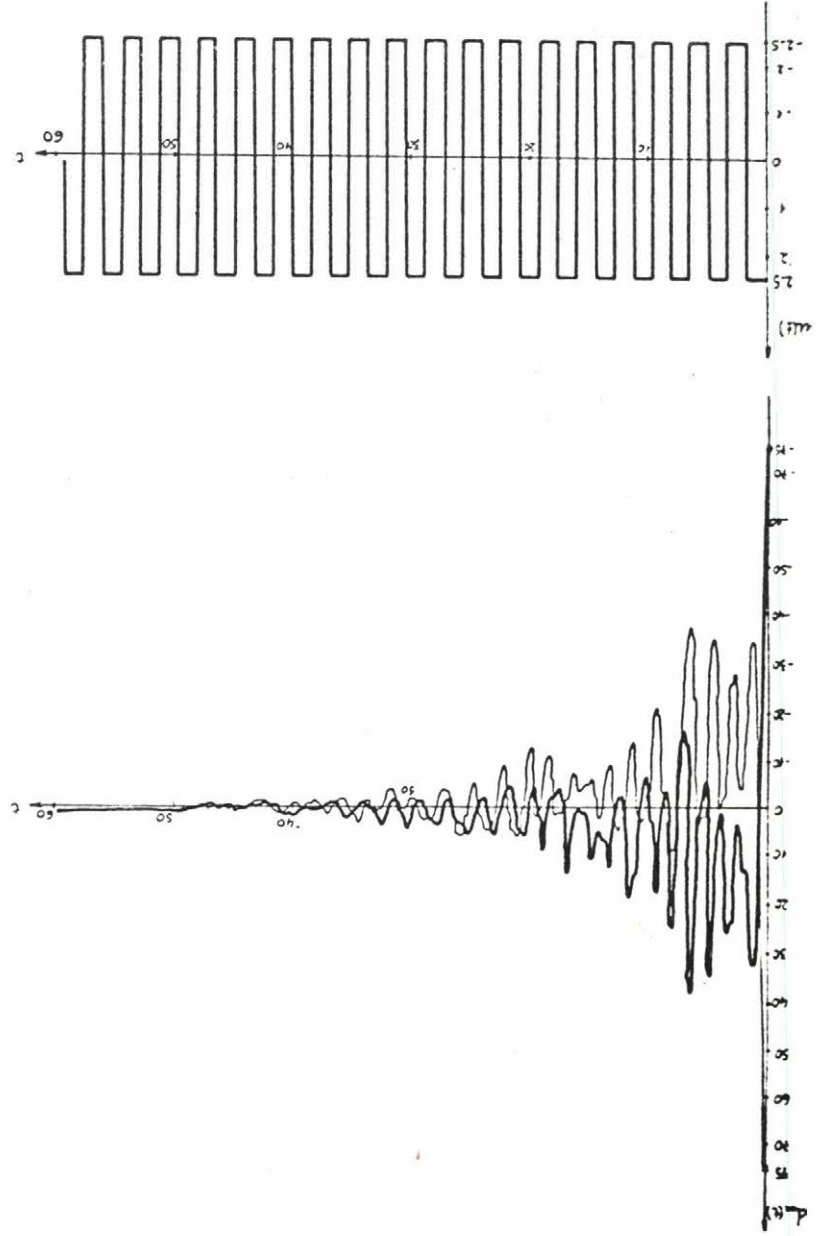
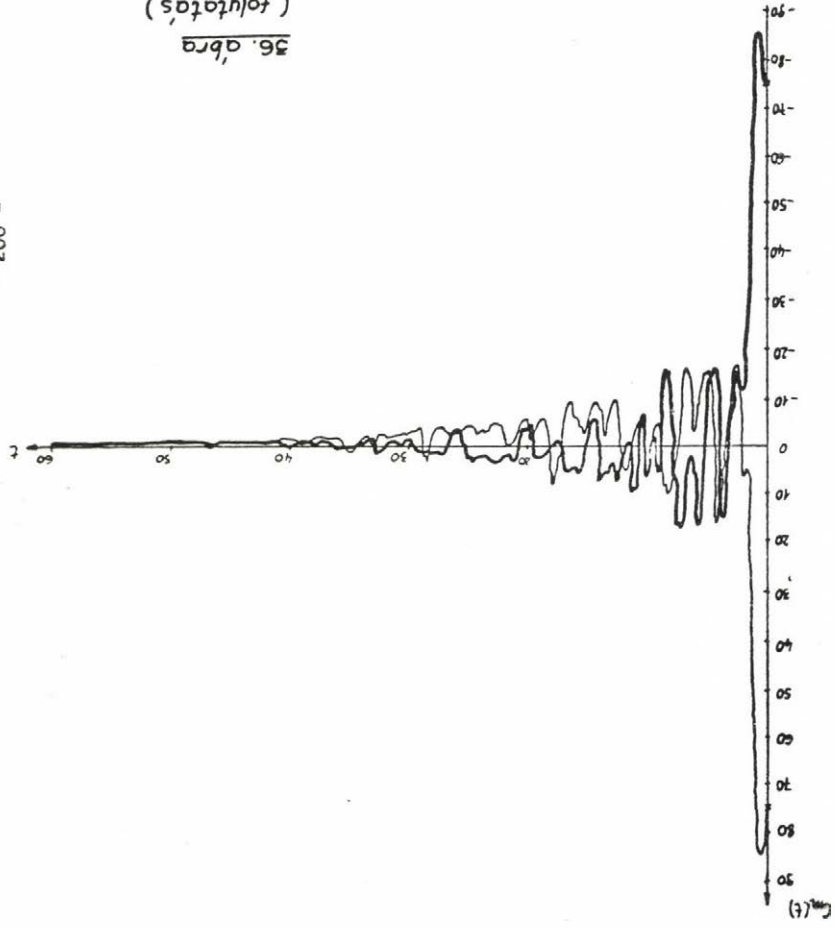
$A(t), B(t), C(t)$  a folyamat paraméter mátrixai





36. ábra  
 Neutrális típusú folyamat  
 adaptív identifikációjának simulációs eredményei

36. ábra  
(folytatás)



Tegyük fel, hogy a folyamat paraméterei elérhetőek. Így a paraméteradaptáció alkalmazható. Legyen a modell ugyanolyan strukturájú, mint a folyamat, mégpedig:

$$\dot{y}(t) = A_M y(t) + B_M \int_{-\tau}^0 y(t+\theta) d\theta + C_M u(t) \quad (4.3.37)$$

A modell  $A_M, B_M, C_M$  állandó paramétermátrixait úgy választjuk meg, hogy a modell stabilis legyen. A hibarendszer (4.3.36), (4.3.37) figyelembevételével a következő:

$$e(t) = y(t) - x(t)$$

$$\dot{e}(t) = A_M e(t) + B_M \int_{-\tau}^0 e(t+\theta) d\theta + \rho(t) \quad (4.3.38)$$

ahol

$$\begin{aligned} \rho(t) = & [A_M - A(t)]x(t) + [B_M - B(t)] \int_{-\tau}^0 x(t+\theta) d\theta + \\ & + [C_M - C(t)]u(t) \end{aligned}$$

Válasszuk meg a kompenzálást a következőképpen:

$$\begin{aligned} v(t) = & D \{ \dot{e}(t) - A_M e(t) - B_M \int_{-\tau}^0 e(t+\theta) d\theta \} \\ D = & D^T > 0 \end{aligned} \quad (4.3.39)$$

akkor az

$$\int_0^T v^T(t) \rho(t) dt \leq \gamma_0^2 \quad (4.3.40)$$

/ $\gamma_0$  T értékétől független konstans/



feltétel biztosításával az 5. tétel bizonyításához hasonlóan bebizonyítható, hogy a (4.3.38) rendszer aszimptotikusan hiperstabilis. Tehát olyan tulajdonsággal rendelkezik, hogy

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$$

amit kívántunk.

A (4.3.40) feltételt biztosító algoritmus, a 4.1 részben bevezetett PID típusu algoritmus-hoz hasonlóan a következőképpen módosul:

$$\begin{aligned} A(t) = & A(0) + Q_A \int_0^t v(t) x^T(t) dt + P_A v(t) x^T(t) + \\ & + R_A \frac{d}{dt} v(t) x^T(t) \end{aligned} \quad (4.3.41.a)$$

$$\begin{aligned} B(t) = & B(0) + Q_B \int_0^t v(t) \int_{-\tau}^0 x^T(t+\theta) d\theta dt + \\ & + P_B v(t) \int_{-\tau}^0 x^T(t+\theta) d\theta + R_A \frac{d}{dt} v(t) \int_{-\tau}^0 x^T(t+\theta) d\theta \end{aligned} \quad (4.3.41.b)$$

$$\begin{aligned} C(t) = & A(0) + Q_C \int_0^t v(t) u^T(t) dt + P_A v(t) u^T(t) + \\ & + R_A \frac{d}{dt} v(t) u^T(t) \end{aligned} \quad (4.3.41.c)$$

Ha a folyamat paraméterei hozzá nem érhetőek közvetlenül, akkor a feladat jeladaptációval megoldható, a 4.1 részben vázoltakhoz hasonlóan. Az identifikálási feladatnál tegyük fel, hogy a folyamat A, B, C paraméterei állandóak, de ismeretlenek.

A folyamat dinamikája tehát:

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B \int_{-\tau}^0 x(t+\theta) d\theta + C u(t)$$

Az identifikálásra alkalmas modellt a következőképpen választjuk meg:

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) = E y(t) + [A_M(t) - E] x(t) + B_M(t) \int_{-\tau}^0 x(t+\theta) d\theta + \\ + C_M(t) u(t) \end{aligned}$$

ahol  $E$  stabilis mátrix.

Igy a hibarendszer

$$\dot{e}(t) = E e(t) + \rho(t)$$

ahol

$$\begin{aligned} \rho(t) = [A - A_M(t)] x(t) + [B - B_M(t)] \int_{-\tau}^0 x(t+\theta) d\theta + \\ + [C - C_M(t)] u(t) \end{aligned}$$

$$v(t) = D e(t), \quad D = D^T > 0 \quad \text{és} \quad DE + E^T D = -Q,$$

$$Q = Q^T > 0$$

megválasztásával és (4.3.41.a) és (4.3.41.b) (4.3.42.c) adaptációs algoritmusok alkalmazásával a hibarendszer aszimptotikusan hiperstabilis lesz. Így az  $A_M(t) \rightarrow A$ ;  $B_M(t) \rightarrow B$ ;  $C_M \rightarrow C$  határmenet, alkalmas  $u(t)$  megválasztásával biztosítható.

Zajos esetben, ha a zajok a rendszer egyenleteiben a következőképpen szerepelnek:

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B \int_{-\tau}^0 x(t+\theta) d\theta + C(u(t) + \xi(t)) + \zeta(t)$$

ahol

$\xi(t)$ ,  $\zeta(t)$  ismert várható értékű zajok, akkor a probléma megoldható megfelelő módosítással, hasonlóan mint az előző zajos folyamatok adaptív identifikálásában.

#### 4.3.7 Értékelés és következtetések

+ Ha a folyamatnak többféle időkésleltetése van, nevezetesen

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + \sum_{i=1}^{n1} B_i x(t-\tau_i) + \sum_{j=1}^{n2} C_j u(t-\tau_j)$$

akkor a megfelelő új tagok bevezetésével a feladat ugyanúgy megoldható, mint egyszerű késleltetések esetében.

+ Hasonló módon nem tűnik nehéz feladatnak az adaptív algoritmusok kidolgozása, ha ismert nemlineáritások is szerepelnek a folyamat dinamikájában.

+ A gondolatmenet kiterjeszhető holtidős diszkrét folyamatokra, amelynek dinamikája:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bx_{k-m_k} + Cu_{k-m_u}$$

vagy ennél általánosabb:



$$x_{k+1} = \sum_{i=1}^{n1} A_i x_k + \sum_{j=1}^{n2} B_j x_{k-m_j} + \sum_{e=1}^{n3} C_e u_{k-m_e}$$

ahol  $x_{k-m_j}$ ,  $u_{k-m_e}$  az  $x$  és  $u$  jelek  $k-m_j$   
és  $k-m_e$  időpontbeli értéke  $/m_j, m_e > 0/$

#### 4.4 Modell-Referenciás adaptív rendszerek tervezése Ljapunov-féle direkt tervezési módszerrel

Az utóbbi évtizedekben a Ljapunov-féle tervezési módszer a szabályozási feladatok megoldásának egyik elterjedt hasznos eszköze lett. A modell-referenciás adaptív rendszerek tervezésében sokan használták ezt a módszert.

Az első adaptív integrál típusú algoritmus /P/ megjelenése után sorra újabb és újabb algoritmusok születtek [59] [36] [138]. Ebben a paragrafusban, egyrészt a hiperstabilitási módszerrel bizonyított PID adaptív algoritmust, a Ljapunov módszerrel újra levezetjük, másrészt egy visszacsatolt adaptív algoritmust /ti. a P,PI és PID előre csatolt típusuak/ levezetünk, hogy megmutassuk a Ljapunov tervezési módszer hatásosságát.

##### 4.4.1 Visszacsatolásos Adaptív algoritmus

Legyen az előre megtervezett modell matematikai leírása:

$$\dot{x}_M(t) = A_M x_M(t) + B_M u(t) \quad (4.4.1)$$

és legyen adott a folyamat a következő alakban:

$$\dot{x}(t) = A(t) x(t) + B(t) u(t) \quad (4.4.2)$$

ahol

$$x_M(t), x(t) \in R^n; u(t) \in R^m$$

$A_M, B_M$ ,  $n \times n$  illetve  $n \times m$  méretű állandó mátrixok

$A(t), B(t)$   $n \times n$  illetve  $n \times m$  változtatható mátrixok

Továbbá a modell legyen aszimptotikusan stabilis. A feladat a folyamat paramétereinek adaptív irányítása úgy, hogy a folyamat kimenete kövesse a modell kimenetét.

Tételezzük fel, hogy  $A(t)$  és  $B(t)$  elemei külön-külön szabályozhatók. Definiáljuk a hibavektort mint

$$e(t) = x_M(t) - x(t)$$

így ennek deriválás utáni alakja

$$\dot{e}(t) = A_M e(t) + [A_M - A(t)]x(t) + [B_M - B(t)]u(t)$$

vagyis

$$\dot{e}(t) = A_M e(t) + \phi(t)x(t) + \psi(t)u(t) \quad (4.4.3)$$

ahol

$$\phi(t) = A_M - A(t) ; \quad \psi(t) = B_M - B(t)$$

$n \times n$  illetve  $n \times m$  változó mátrixok.

Legyen a Lyapunov függvény a következő alakú:

$$V = e^T P e + \sum_{i=1}^n \phi_i^T \phi_i + \sum_{i=1}^m \psi_i^T \psi_i, \quad (4.4.4)$$

ahol  $\phi_i$  illetve  $\psi_i$ , a  $\phi$  illetve  $\psi$  mátrix  $i$ -edik oszlopvektora,  $P$  pedig a  $-Q = A_M^T P + P A_M < 0$  pozitív definit szimmetrikus megoldása.

Legyen továbbá az adaptációs algoritmus a következő:



$$\dot{\phi}(t) = -R\phi(t) - P e(t) x^T(t) \quad (4.4.5.a)$$

$$\dot{\psi}(t) = -S\psi(t) - P e(t) u^T(t) \quad (4.4.5.b)$$

ahol  $R$  és  $S$  tetszőleges, pozitív definit  $n \times n$  mátrixok.

Ekkor a Ljapunov függvény deriváltja:

$$\dot{V} = -e^T Q e - \sum_{i=1}^n \phi_i^T R \phi_i - \sum_{i=1}^m \psi_i^T S \psi_i \quad (4.4.6)$$

ahol  $-Q$  tetszőleges negatív definit,  $n \times n$  méretű mátrix.

Ekkor a  $V$  függvény pozitív definit,  $\dot{V}$  pedig negatív definit az  $E^{n+nx+n \times m}$  térben, amelynek

elemei  $z = (e_1, \dots, e_n, \phi_{11}, \dots, \phi_{nn}, \psi_{11}, \dots, \psi_{nm})$

A (4.4.5) adaptációs algoritmus és a Ljapunov függvény (4.4.4) módon történő kiválasztása tetszőleges, korlátos  $u(t)$  bemenőjel mellett együttesen biztosítják a feladat megoldását.

Ekkor ugyanis

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0, \quad \text{tehát} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \{x(t) - x_M(t)\} = 0,$$

vagyis állandósult állapotban  $x(t)$  tetszőleges pontossággal követi az  $x_M(t)$  jelet, továbbá, mivel

$$\dot{\phi}(t) = \dot{A}_M - \dot{A}(t) = -\dot{A}(t) = -R[A_M - A(t)] - Pe(t)x^T(t)$$

$$\dot{\psi}(t) = \dot{B}_M - \dot{B}(t) = -\dot{B}(t) = -S[B_M - B(t)] - Pe(t)u^T(t)$$

ezért

$$A(t) = A_M + A(0)e^{-Rt} + \int_0^t e^{-R(t-\tau)} Pe(\tau) x^T(\tau) d\tau \quad (4.4.7.a)$$

$$B(t) = B_M + B(0)e^{-St} + \int_0^t e^{-S(t-\tau)} Pe(\tau) u^T(\tau) d\tau \quad (4.4.7.b)$$

és

$$\lim_{t \rightarrow \infty} A(t) = \text{const} = A_M \quad (4.4.8.a)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} B(t) = \text{const} = B_M \quad (4.4.8.b)$$

Ez azért van így, mert  $V(z)$  pozitív definit az  $E^{n+nxn+nxm}$  térben, amelynek eleme  $z = (e_1, \dots, e_n, \phi_{11}, \dots, \phi_{nn}, \psi_{11}, \dots, \psi_{nm})$  és  $\dot{V}(z)$  ebben a negatív definit.

Tehát

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = 0, \quad \text{vagyis}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \phi_{ij}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \{A_{Mij} - A_{ij}(t)\} = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \psi_{ij}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \{B_{Mij} - B_{Mij}(t)\} = 0$$

A feladat megoldása a következő differenciál egyenlet rendszer megoldását jelenti:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t)$$

$$\dot{x}_M(t) = A_M x_M(t) + B_M u(t)$$

(4.4.9)

$$\dot{\lambda}(t) = -R\lambda(t) + P e(t) x^T(t) + R A_M$$

$$\dot{\mu}(t) = -S\mu(t) + P e(t) u^T(t) + S B_M$$

Ez összesen  $n(2+n+m)$  egyenletet jelent. Ilyen egyenletrendszerek megoldására sokféle, egyszerűen kezelhető algoritmus létezik, mint ez későbbi példáinkon is jól látható. A folyamat számítógéppel jól szimulálható, könnyen megoldható. A (4.4.7.a), (4.4.7.b) adaptív algoritmus struktúra visszacsatolt típusú. Használatuk csak az adaptív irányításban alkalmazható, amikor  $A_M$  és  $B_M$  is pontosan ismertek. Megemlítjük, hogy érdekes módon a (4.4.7) és (4.4.8) egyenletekből kiderül, hogy

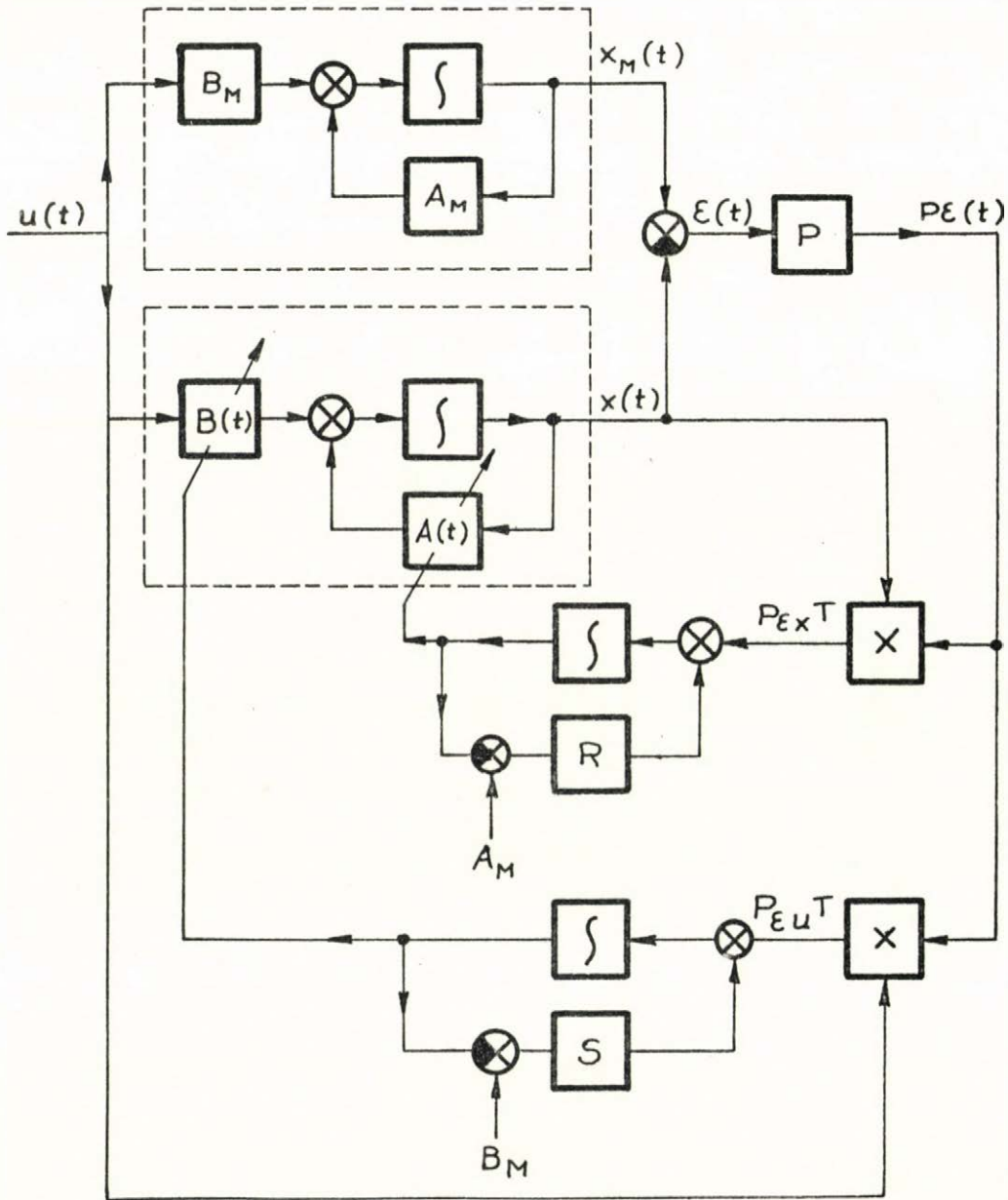
$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t e^{-R(t-\tau)} P e(\tau) x^T(\tau) d\tau = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t e^{-S(t-\tau)} P e(\tau) u^T(\tau) d\tau = 0$$

tetszőleges, korlátos  $u(t)$ -re érvényesek.

A visszacsatolás adaptív algoritmust alkalmazó adaptív irányítás teljes bloksémája a 37. ábrán látható.





37. ábra

Visszacsatolós adaptív algoritmus

4.4.2 A PID adaptációs algoritmus levezetése  
Ljapunov féle direkt tervezési módszerrel

Induljunk ki a (4.4.3) hiba egyenletből. Ennek aszimptotikus stabilitására legyen az adaptációs algoritmus PID jelelgű, /Proportional+Integral+Differential/, ami az eddigi algoritmusokhoz képest új. A hiperstabilitási módszerrel levezetett PID algoritmust most Ljapunov módszerrel vezetjük le. A  $P e(t)$  vektort  $w(t)$ -vel jelölve, legyen az adaptációs algoritmus a következő:

$$\dot{\phi}_{ij} = -\alpha_{ij}^A (w_i x_j + \beta_{ij}^A \frac{d}{dt} w_i x_j + \gamma_{ij}^A \frac{d^2}{dt^2} w_i x_j) \quad (4.4.10.a)$$

$$\dot{\psi}_{ij} = -\alpha_{ij}^B (w_i u_j + \beta_{ij}^B \frac{d}{dt} w_i u_j + \gamma_{ij}^B \frac{d^2}{dt^2} w_i u_j) \quad (4.4.10.b)$$

ahol

$\alpha_{ij}^A, \beta_{ij}^A, \gamma_{ij}^A, \alpha_{ij}^B, \beta_{ij}^B, \gamma_{ij}^B$  tetszőleges pozitív számok,  $\alpha_{ij}^A \neq 0, \alpha_{ij}^B \neq 0$ .

Válasszuk meg a Ljapunov függvényt a következőképpen:

$$V = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{1}{\alpha_{ij}^A} \{ \phi_{ij} + \alpha_{ij}^A \beta_{ij}^A w_i x_j + \alpha_{ij}^A \gamma_{ij}^A \frac{d}{dt} (w_i x_j) \}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{1}{\alpha_{ij}^B} \{ \psi_{ij} +$$

$$\begin{aligned}
 & + \alpha_{ij}^B \beta_{ij}^B w_i u_j + \alpha_{ij}^B \gamma_{ij}^B \frac{d}{dt} (w_i u_j) \}^2 + \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_{ij}^A \gamma_{ij}^A (w_i x_j)^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \gamma_{ij}^B (w_i u_j)^2
 \end{aligned}
 \tag{4.4.11}$$

ahol  $P$  a  $0 < Q = -\frac{1}{2} [A_M^T P + P A_M]$  mátrix egyenlet pozitív definit szimmetrikus megoldása.

(4.4.10.a) (4.4.10.b) figyelembevételével a Ljapunov függvény deriváltja:

$$\begin{aligned}
 \dot{V} = & -e^T Q e + x^T \phi^T w + u^T \psi^T w - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \{ \phi_{ij}(0) - \alpha_{ij}^A \int_0^t w_i x_j d\tau \} w_i x_j \\
 & - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \{ \psi_{ij}(0) - \alpha_{ij}^B \int_0^t w_i u_j d\tau \} w_i u_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_{ij}^A \gamma_{ij}^A w_i x_j \frac{d}{dt} \\
 & (w_i x_j) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_{ij}^B \gamma_{ij}^B w_i u_j \frac{d}{dt} (w_i u_j)
 \end{aligned}$$

$$\text{ahol } -Q = (A_M^T P + P A_M) \frac{1}{2}; Q = Q^T > 0$$

Mivel

$$\begin{aligned}
 x^T \phi^T w & = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \phi_{ij} w_i x_j = \\
 & = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \{ (\phi_{ij}(0) - \alpha_{ij}^A \int_0^t w_i x_j d\tau) - \alpha_{ij}^A \beta_{ij}^A w_i x_j -
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & - \alpha_{ij}^A \gamma_{ij}^A \frac{d}{dt} w_i x_j \} w_i x_j ; u^T \psi^T w = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \psi_{ij} \dot{w}_i x_j \\
 & = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (\psi_{ij}(0) - \alpha_{ij}^B \int_0^t w_i u_j d\tau) - \alpha_{ij}^B \beta_{ij}^B w_i u_j - \\
 & - \alpha_{ij}^B \gamma_{ij}^B \frac{d}{dt} w_i u_j \} w_i u_j
 \end{aligned}$$

Ezeket a  $\dot{V}$  kifejezésbe helyettesítve kapjuk:

$$\dot{V} = -e^T Q e - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_{ij}^A \gamma_{ij}^A (w_i x_j)^2 - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_{ij}^B \gamma_{ij}^B (w_i u_j)^2$$

(4.4.12)

A (4.4.11) és (4.4.12) egyenletekből látható, hogy a  $V$  Ljapunov függvény pozitív definit a  $V$  Ljapunov függvény deriváltja negatív definit az  $e \in E^n$  térben. Így az aszimptotikus stabilitás biztosított.

A (4.4.10.a) és (4.4.10.b)-ből  $\phi = A_M^{-1} A(t)$  és

$\psi = B_M^{-1} B(t)$  figyelembevételével írhatjuk:

$$\begin{aligned}
 - \dot{\phi}(t) = \dot{A}(t) & = \alpha_{ij}^A w_i x_j + \alpha_{ij}^A \beta_{ij}^A \frac{d}{dt} w_i x_j + \\
 & + \alpha_{ij}^A \gamma_{ij}^A \frac{d^2}{dt^2} w_i x_j
 \end{aligned}$$

$$- \dot{\psi}(t) = \dot{B}(t) = \alpha_{ij}^B w_i u_j + \alpha_{ij}^B \beta_{ij}^B \frac{d}{dt} w_i u_j +$$

$$+ \alpha_{ij}^B \gamma_{ij}^B \frac{d^2}{dt^2} w_i u_j$$

integrálás után:

$$A_{ij}(t) = A_{ij}(0) + \alpha_{ij}^A \int_0^t w_i x_j d\tau + \beta_{ij}^A w_i x_j + \hat{\gamma}_{ij}^A \frac{d}{dt} w_i x_j \quad (4.4.13.a)$$

$$B_{ij}(t) = B_{ij}(0) + \alpha_{ij}^B \int_0^t w_i u_j d\tau + \beta_{ij}^B w_i u_j + \hat{\gamma}_{ij}^B \frac{d}{dt} w_i u_j \quad (4.4.13.b)$$

ahol

$$\hat{\beta}_{ij}^A = \alpha_{ij}^A \beta_{ij}^A ; \quad \hat{\gamma}_{ij}^A = \alpha_{ij}^A \gamma_{ij}^A$$

$$\hat{\beta}_{ij}^B = \alpha_{ij}^B \beta_{ij}^B ; \quad \hat{\gamma}_{ij}^B = \alpha_{ij}^B \gamma_{ij}^B$$

$A_{ij}(0)$  ,  $B_{ij}(0)$  tetszőleges kezdeti érték.

Látható, hogy fenti algoritmusok pontosan a 4.1 részben levezetett (4.9.a) (4.9.b) PID adaptív algoritmusok.

#### 4.4.3 Szimulációs példa a visszacsatolt adaptív algoritmusra

A visszacsatolt adaptív algoritmus alkalmazhatóságának illusztrálására következő negyedfoku rendszert szimuláltuk. Legyen a folyamat egyenlete a következő:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t)$$

ahol

$$x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T$$

$$A(t) = 4 \times 4 \text{ méretű mátrix}$$

$$B(t) = 4 \times 3 \text{ méretű mátrix}$$

A modell egyenlete:

$$\dot{x}_m = A_M x_M(t) + B_M u(t)$$

ahol

$$A_M = \begin{bmatrix} 0. & 1 & 0. & 0 \\ 1.401E-4 & -2.038 & -1.9513 & 0.0133 \\ -2.505E-4 & 1. & -1.3239 & -0.0238 \\ -0.561 & 0. & 0.358 & -0.0279 \end{bmatrix}$$

$$B_M = \begin{bmatrix} 0. & 0. & 0. \\ -5.3307 & 6.447E-3 & -0.2669 \\ -0.16 & -1.155E-2 & -0.2511 \\ 0. & 0.106 & 0.0862 \end{bmatrix}$$



Ilyen strukturájú rendszer írja le például repülőgépek autopilótájának dinamikáját [75].

$$\begin{aligned} \text{Legyen } u_1(t) &= \cos(3t) ; u_2(t) = 0.5 \sin(t+2); \\ u_3(t) &= \cos(t-1) \end{aligned}$$

és

$$P = \begin{bmatrix} 58 & 16.5 & -24.6 & -0.8 \\ 16.5 & 5.4 & -6.9 & -1 \\ -24.6 & -6.9 & 12.1 & 0.3 \\ -0.8 & -1. & 0.3 & 1.5 \end{bmatrix}$$

Az adaptációs algoritmusok:

$$\dot{A}(t) = -RA(t) + P\{x_M(t) - x(t)\}x^T(t) + RA_M$$

$$\dot{B}(t) = -SB(t) + P\{x_M(t) - x(t)\}u^T(t) + SB_M$$

ahol  $R = \text{diag } /3, 2.5, 1, 1.5/$  és  $S = \text{diag } /1, 1.5, 2, 1.2/$   
A kiinduló értékek:  $A(0) = \{0\}$ ;  $B(0) = \{0\}$ ,  $x(0) = 0$   
és  $x_M(0) = (-1, 0, 1, -2)^T$ . A szimuláció eredményei a 38. ábrán látható. A 4. táblázat adja  $e(t) = x_M(t) - x(t)$  pontos értékeit  $t$  növekedésekor. Látható, hogy a hiba  $t=7.5$  -nél már  $10^{-3}$  nagyságrendű. Ugyanitt  $B(t) \rightarrow B_M$ ;  $A(t) \rightarrow A_M$  hasonló hiba nagyságrenddel.

A második futtatás adatai a következők voltak:

$$P = \begin{bmatrix} 765.8 & 217.8 & -320.8 & 1. \\ 217.8 & 63 & -90.8 & 2. \\ -320.8 & -90.8 & 137.7 & 0.2 \\ 1. & 2. & 0.2 & 18.7 \end{bmatrix}$$

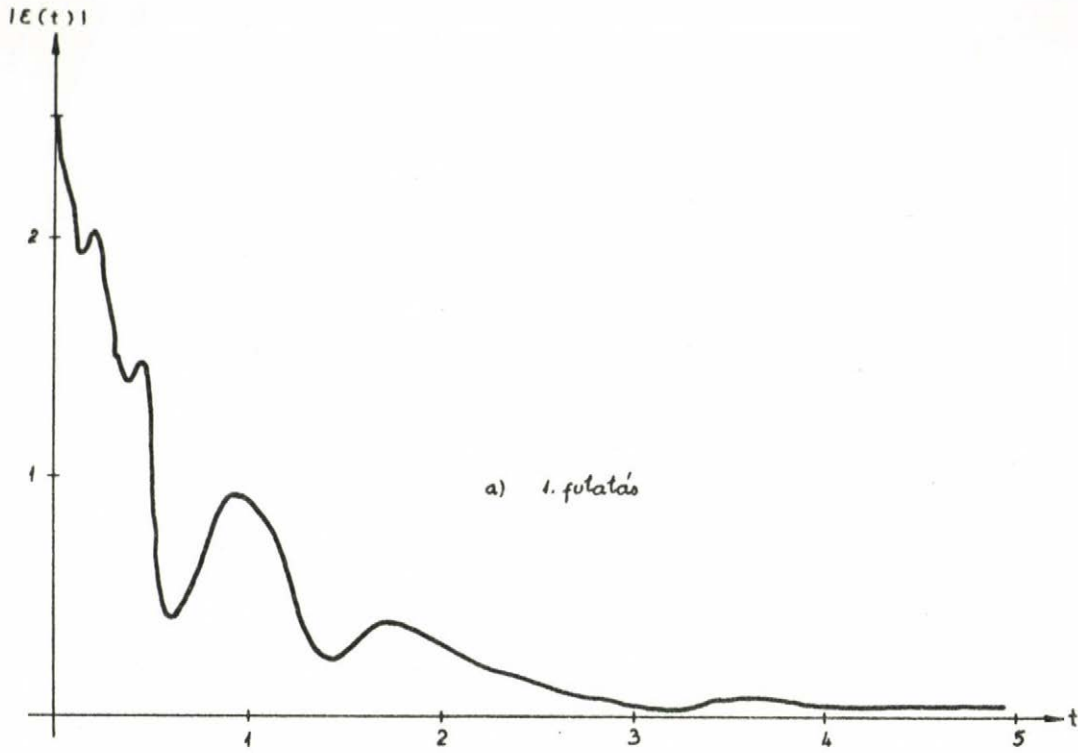
$$u = [\cos(3t) \quad , \quad 0.5 \sin(t+2), 1]^T$$

$$R = \text{diag}(30, 12.5, 15, 20)$$

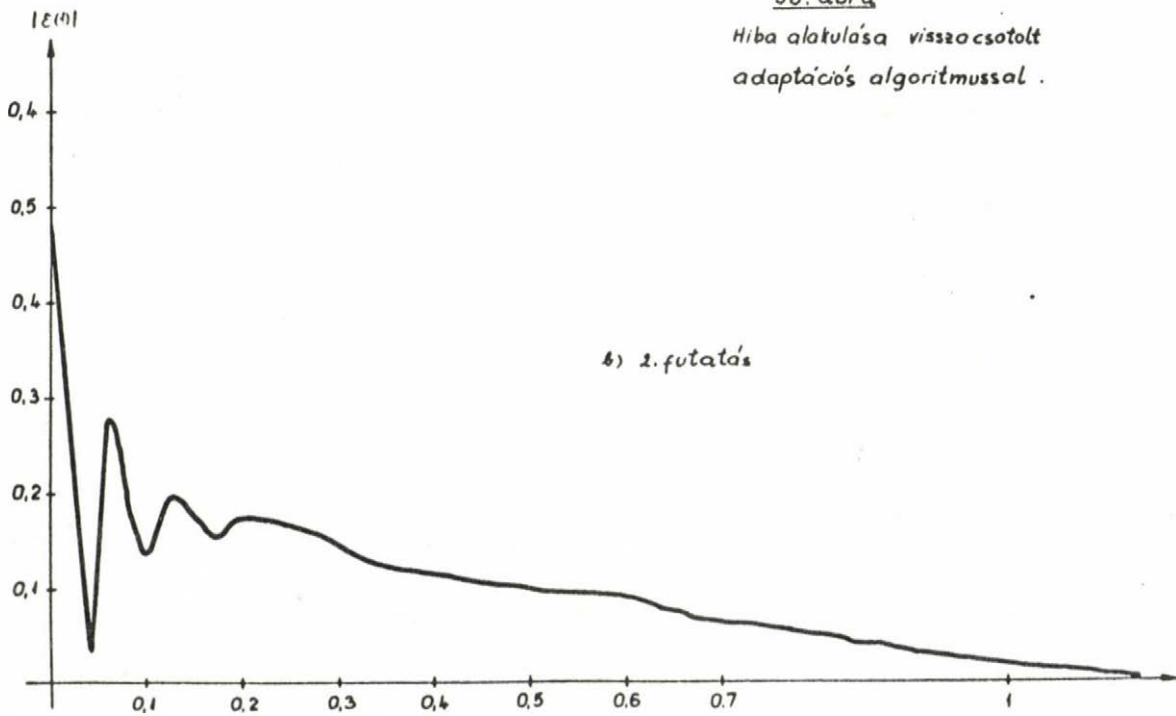
$$S = \text{diag}(15, 21.5, 30, 18)$$

$$x_M(0) = (-0.5, 0, 0.2, 0)^T$$

Az ábrán látható eredményekből látható, hogy a konvergencia sokkal gyorsabb. Ez várható, mert S, R mátrixok most kb. egy nagyságrenddel nagyobbak, mint az előző esetben. A hiba abszolút értéke  $t=3.0$ -nál már  $10^{-4}$  nagyságrendű. /lásd. 5. táblázat./ A hiba alakulása a 38.a. és 38.b. ábrákon látható.



58. ábra  
Hiba alakulása visszacsotolt  
adaptációs algoritmussal.





| t    | $e_1(t)$ | $e_2(t)$ | $e_3(t)$ | $e_4(t)$ | $  e(t)  $ |
|------|----------|----------|----------|----------|------------|
| 0.00 | -1.0000  | 0.0000   | 1.0000   | -2.0000  | 2.45       |
| 0.25 | 0.3204   | -0.6428  | -0.0593  | -1.4572  | 1.63       |
| 0.50 | 0.4144   | -0.4148  | -0.1808  | -0.4785  | 0.78       |
| 0.75 | 0.2861   | 0.0029   | 0.2551   | 0.5344   | 0.66       |
| 1.00 | 0.2307   | 0.0896   | 0.4668   | 0.7633   | 0.93       |
| 1.25 | 0.1141   | -0.0474  | 0.3340   | 0.3057   | 0.47       |
| 1.50 | 0.0615   | -0.1307  | 0.1272   | -0.1299  | 0.23       |
| 2.00 | 0.0798   | -0.1603  | 0.0605   | -0.1752  | 0.26       |
| 2.50 | 0.0616   | -0.1162  | 0.0787   | 0.0345   | 0.16       |
| 3.00 | 0.0207   | -0.0260  | 0.0211   | 0.0271   | 0.05       |
| 4.00 | 0.0040   | -0.0056  | 0.0114   | 0.0037   | 0.014      |
| 5.00 | -0.0029  | 0.0031   | -0.0040  | 0.0081   | 0.010      |
| 6.00 | 0.0014   | -0.0013  | 0.0013   | 0.0046   | 0.005      |
| 7.50 | 0.0001   | -0.0000  | 0.0000   | 0.0005   | 0.001      |

4. táblázat

| t   | $e_1(t)$ | $e_2(t)$ | $e_3(t)$ | $e_4(t)$ | $  e(t)  $ |
|-----|----------|----------|----------|----------|------------|
| 0.0 | -0.5000  | 0.0000   | 0.2000   | 0.0000   | 0.538      |
| 0.2 | 0.1284   | -0.1100  | 0.0333   | 0.0184   | 0.173      |
| 0.4 | 0.0412   | -0.1104  | 0.0413   | 0.0121   | 0.125      |
| 0.6 | 0.0277   | -0.0784  | 0.0131   | 0.0079   | 0.085      |
| 0.8 | 0.0144   | -0.0521  | 0.0012   | 0.0054   | 0.054      |
| 1.0 | 0.0056   | -0.0308  | 0.0074   | 0.0035   | 0.032      |
| 1.5 | -0.0013  | -0.0047  | -0.0064  | 0.0010   | 0.008      |
| 2.0 | -0.0015  | 0.0011   | -0.0028  | 0.0002   | 0.003      |
| 3.0 | -0.0001  | 0.0004   | 0.0001   | 0.0000   | 0.0004     |

5. táblázat

#### 4.5 Értékelés és további kutatási területek kijelölése a témával kapcsolatban

- + Az ismertett stabilitási módszerek jól alkalmazhatóak lassan változó paraméterű, vagy lépcsőszerűen változó paraméterű folyamatokra. Ha a folyamat paraméterei gyorsan változnak, akkor az adaptív rendszer felfogható mint a gyorsan változó paraméterű, nemlineáris visszacsatolási rendszer, amelynél nagyon nehéz értékelni a stabilitási tartományt. Ilyenkor a stabilitás megállapítására az időben változó paraméterű rendszerek elméletéből kell indulni. Időben gyorsan változó paraméterű rendszerek elmélete nincsen mélyen feldolgozva. Ennek ellenére a stabilitási módszerek konvergencia tartománya és sebessége sokkal tágabb és gyorsabb mint a többi módszereké.
- + Az alkalmazás szempontjából az adaptációs algoritmusok közül az I típusu a legkedvezőbb, hiszen egyszerűbben megvalósítható és stabilabb. A gyorsasága növelhető a szabad paraméter /Q/ megfelelő megválasztásával. A többi algoritmust /PI, PID/ az eddigiekben a gyakorlatban még nem alkalmazták. Azonban az elért elméleti eredmények komoly minőségjavulással kecsegtetnek.
- + Az optimális szabad paraméterek problémája szintén elméleti jellegű [9]. A szokásos paraméter szerinti deriválás módszerem nem vezet eredményre, hiszen igen bonyolult egyenlet megoldását eredményezi. Célszerűbbnek látszik, ha optimális Ljapunov függvény választásával próbálkozunk az optimális szabad paraméterek meghatározására.
- + Érdeemes elméletileg megállapítani további minőségi jellemzőket, nevezetesen:
  - A konvergencia tartomány szabad paraméterektől való függése.

- A konvergencia időtartamának megállapítása, /például, mikor csökken a hiba 0.01 érték alá?/
- Lengések, konvergencia, szabad paraméter közötti kapcsolat elemzése.
- Zajok hatása a konvergenciára.

+ További kutatási területek a témával kapcsolatban.

- Nem teljesen ismert bemenőjelű folyamatok adaptív irányítása.
- Sztochasztikus paraméterű folyamatok modell-referenciás adaptív rendszerének kidolgozása /sztochasztikus stabilitási elméleten alapszik/
- Optimális modell-referenciás adaptív rendszerek tervezése.
- Többszintű modell-referenciás adaptív rendszerek tervezése.
- Adaptív identifikáció az irányító bemenőjel alapján, tehát úgy, hogy nem kell külön az identifikálásra jellemző bemenőjelet alkalmazni, hanem a folyamat természetes irányítójelei használhatók fel.
- Nagy rendszerekre alkalmazni a modell-referenciás adaptív technikát, különösen a közgazdaságban. Stb.



IRODALOM

- [1] B.D.O. Anderson:  
A system theory criterion for positive real matrices.  
J.SIAM Control. Vol. 5., No. 2, 1967. pp.174-182.
- [2] B.D.O. Anderson:  
A simplified viewpoint on hyperstability  
IEEE Trans.Automat.Control, AC-13, pp.292-294.
- [3] B.D.O. Anderson and R.W.Newcomb:  
Linear Passive Networks: Functional Theory
- [4] J.V. Amerongen and A.J. Udink Ten Cate:  
Model Reference Adaptive Autopilots for ships  
Automatica, Vol.11, pp.441-449, 1975.
- [5] K.J. Aström and P. Eykhoff:  
System Identification, a Survey  
Proc.IFAC Symp. on Identification, Prague, 1970.
- [6] K.J. Aström and C.G. Källström:  
Identification of ship steering Dynamics  
Automatica, Vol.12, pp.9-22, 1976.
- [7] S. Barnett:  
Some topics in algebraic systems theory: a survey  
Int. J. Control, 1974, Vol. 19, No.4, pp.669-688.
- [8] S. Barnett:  
Matrices in control theory  
London Van Nostrand Reinhold, 1971.
- [9] R. Bellman and K. Cooke:  
Delay-Differential Equations  
Academic Press, 1963.

- [10] P. Berry and H. Kufman:  
Development of a digital adaptive optimal  
linear regulator flight controller  
6<sup>th</sup> IFAC Congress, Boston U.S.A. 1975. paper 58.5
- [11] G. Béthoux, I.D. Landau:  
Algorithms for discrete time model reference  
adaptive systems.  
6<sup>th</sup> IFAC Congress. Boston, U.S.A. 1975. paper 58.4
- [12] G. Béthoux, B. Courtiol:  
A Hyperstable discrete model reference adaptive control  
system.  
Proc. 3rd. IFAC symposium on "Sensitivity, Adaptivity  
and Optimality, Ischia, Italy, 1973. paper. 307-314.
- [13] B. Courtiol:  
Applying model reference adaptive techniques for the  
control of electromechanical systems.  
6<sup>th</sup> IFAC Congr. Boston, U.S.A. 1975. oo. 58.2.
- [14] Csáki Frigyes:  
Szabályozások dinamikája.  
Akadémiai Kiadó, Budapest. 1970.
- [15] Csáki Frigyes:  
Korszerű szabályozáselmélet  
Akadémiai Kiadó, Budapest, 1970.
- [16] Csáki Frigyes:  
Fejezetek szabályozástechnikából  
Műszaki Kiadó Budapest, 1973.
- [17] Csáki Frigyes:  
Irányítási rendszerek modellezése.  
Tankönyv Kiadó, Budapest. 1973.

- [18] Я.З. Цыпкин:  
Адаптация и обучение в автоматических системах.  
Москва, 1968.
- [19] A.Z. Cüpkin:  
Foundations of the Theory of Learning Systems  
Academic Press. New York, 1973.
- [20] C.T. Chen:  
Introduction to Linear System Theory  
New York, 1970.
- [21] R.L. Carroll and R.V. Monopoli:  
Modell Reference Adaptive Control, estimation and  
identification using only input and output signals.  
6<sup>th</sup> IFAC Congr. Boston U.S.A. paper 58.3.
- [22] R.L. Carroll and D.P. Lindroff:  
An adaptive observer for Single -Input Single-Output  
Linear Systems.  
IEEE Trans. Aut. Control AC-18, 1973, 428-435.
- [23] B. Courtiol and I.D. Landau:  
High speed Adaptation System for controlled  
Electrical Drives.  
Automatica, Vol.11. pp.119-127. 1975.
- [24] P.T. Cat:  
On the Design of Multivariable Model Reference  
Adaptive Control Systems by the Hyperstability Method.  
Problems of Information and Control Theory  
No. 2, 1977.
- [25] P.T. Cat:  
Késleltetéses Modell Referenciás Adaptív Rendszerek  
tervezése  
Mérés és Automatika  
1976. decemberi szám



- [26] P.T. Cat  
Design of Multivariable Delay Model Reference  
Adaptive Systems with an Asymptotic stability  
Method  
Nem publikált
- [27] P.T. Cat u Nagy Judit:  
Проектирование самонастраивающихся систем с  
моделью при помощи прямого метода Ляпунова.
- [28] P.T. Cat  
Identification of a class neutral type differential  
equation by Model Reference Adaptive System  
Nem publikált
- [29] R.M. Dressler:  
An approach to model referenced adaptive control systems  
IEEE Trans.Aut.Control AC-12, 75-80, 1967.
- [30] D.D. Donaldson and F.M. Kishi:  
Review of Adaptive Control System Theories and Techniques  
Modern Control Systems Theory  
Vol. II. pp.228-284. Mc.Graw-Hill New York 1965.
- [31] P.T. Cat:  
Diszkrét Modell Referenciás Adaptív rendszerek tervezése  
Nem publikált
- [32] V.W. Eveleigh:  
Adaptive Control and Optimization Technique  
Mc.Graw-Hill, New York, 1965.

- [33] J.W. Green and P.H. Walker  
Stable maximum descent: An improved method of reference  
model adaptive control  
Measurement and Control, Vol.7, 1974. pp.425-432.
- [34] J.W. Gilbert and G.C. Winston:  
Adaptive compensation for an optical tracking-telescope  
Automatica, Vol.10. pp.125-131, 1974.
- [35] K.F. Gill, G.E. Harland and J. Schwarzebach:  
Theoretical design of an adaptive controller for an I.C.  
Control and Instrumentation Vol.4. 1972. No.9. pp.50-53.
- [36] C.C. Hang:  
On the design of multivariable model-reference adaptive  
Control Systems.  
Int.Journal Control. 1974. Vol.19. No.2.pp. 365-372.
- [37] C.C. Hang and P.C. Parks:  
Comparative studies of model reference adaptive Control  
systems.  
IEEE trans on Control AC. 18. pp. 413-428. 1973.
- [38] C.C. Hang:  
An experimental study of a model reference system  
identification method  
Int.J. Control, 1976. Vol.23, No.3, pp.393-401.
- [39] M. Hasson and M.G. Singh:  
A hierarchical model-following Controller for Certain  
nonlinear systems.  
Int. J. Systems Sci, 1976. Vol.7., No.7. pp.727-730.
- [40] A. Habnay:  
Differential equations; stability, oscillations  
Time-lags New York, Academic Press. 1966.

- [41] J. Hale:  
Functional Differential Equations  
Springer-Verlag New York. Heidelberg, Berlin 1971.
- [42] G.E. Harland and K.F. Grill:  
Design of a model reference adaptive control for an internal  
Combustion engine  
Measurement and Control, Vol.6, 1973. No.4. pp.167-173.
- [43] T. Ionescu:  
Hiperstability of linear time-varying discrete systems  
IEEE Trans. Aut.Control AC. 1970. pp.645-647.
- [44] T. Ionescu and R. Monopoli:  
Discrete model reference adaptive Control with an augmented  
error signal  
6<sup>th</sup> IFAC Congress Boston U.S.A. 1975. paper 50.5
- [45] D.J.G. James:  
Stability analysis of a model reference adaptive Control  
with sinusoidal inputs  
Int. J. Control 9, 311 1969.
- [46] D.J.G. James:  
Stability of model reference control systems  
AIAA J.9, 950-952 1970
- [47] D.J.G. James:  
Application of stochastic stability theory to model  
reference Systems  
Int.J. Control 16, pp. 1169-1192, 1972.
- [48] R.E. Kalman and J.E. Bertan:  
A unified approach to the theory of sampling systems  
Journal of the Franklin Institute Vol.267, May 1959.  
pp. 405-436.



- [49] R.E. Kalman and J.E. Bertan:  
Control system Analysis and Design via the  
"Second method" of Ljapunov  
I. Continuous-Time systems  
J. Basis Eng. 82-D 1960 pp.371-393.
- [50] R.E. Kalman and J.E. Bertan:  
Control system Analysis and Design via the  
"Second method" of Ljapunov  
II. Discrete-Time systems  
Trans. ASME, 82-D 1960 pp. 394-399.
- [51] R.E. Kalman:  
Mathematical description of linear dynamical Systems  
J. SIAM Control No.1 1963, pp.152-192.
- [52] P. Kudva and K.S. Narendra:  
Synthesis of an adaptive observer using Ljapunov's  
direct method.  
Int. J. Control, 1973, Vol 18, No.6, pp. 1201-1210.
- [53] V.I, Kuhtenko, V.Ye, Mityurina and S.A. Prokorskaya:  
Optimization of self adaptive systems with stabilization  
of the dynamic characteristics.  
Aut.Remote Control 31, pp.2004-2015 1870
- [54] Kocsis János , Gál Tibor:  
Adaptív elektromos irányítás realizálásának néhány prob-  
lémája.  
Mérés és Automatika, XXI.evf.1973.5.sz. pp.161-166.
- [55] J. Kramarkar:  
Application of Positive Real Functions in hyperstable  
Discrete Model Reference Adaptive System Design.  
Proc. 5<sup>th</sup> International Hawaii Cont. on System Sci.  
Honolulu (Hawaii) pp.382-384. 1972.

- [56] P. Kudva and K.S. Narendra:  
An Identification Procedure for discrete Multivariable Systems.  
IEEE trans. Aut. Control, AC-19, pp.545-552 1974.
- [57] Y. Kamiya:  
Construction of a low parameter and disturbance sensitivity system by a model-following method.  
Int. J. Control, 1976, Vol.23, No.4. pp.515-524.
- [58] H.J. Kushner:  
On the Convergence of Lion's Identification method with Random Inputs  
IEEE trans. Aut. Control, AC-15, 1970, pp.652-654.
- [59] P. Kudva and K.S. Narendra:  
Adaptive Control and Identification of multivariable Systems using Ljapunov's Direct method.  
Report Yale University, June 1973.
- [60] P. Kudva and Prof. V. Gourishankar:  
Adaptive scheme for pole assignment in linear Systems.  
Proc. IEEE Vol.123. No.3. 1976. pp.267-270.
- [61] V.I. Kuhtenko, V.Ye Mityurina and S.A. Prokorskaya:  
Analytic design of adaptive systems with stabilization of the dynamic characteristics.  
Aut. Remote Control 33, pp.1310-1320 1972.
- [62] C.H. Kim, P.P. Lindroff:  
Input frequency requirements for identification through Ljapunov Methods.  
Int. J. Control, 1974. Vol.20. No.1. pp.35-48.

- [63] И.Н. Крутова, В.Ю. Рутковский:  
Самонастраивающаяся система с моделью I, II.  
Техническая Кибернетика, № 1, 2, 1964.
- [64] И.Н. Крутова, В.Ю. Рутковский:  
Исследование динамики самонастраивающейся системы  
с моделью при нелинейной характеристике объекта и  
переменных параметрах. "АиТ", № 6, 1964.
- [65] C.Kim, D.P. Lindroff, and E. Pererians:  
Convergence properties of adaptive observers.  
Proc. 1974. IEEE Conf. Decision and Control  
Nov. 20-22, 1974.
- [66] С.И. Климентов, Б.И. Прокопов:  
О синтезе асимптотически устойчивого алгоритма  
адаптивной системы с эталонной моделью прямым  
методом Ляпунова.  
Автоматика и Телемеханика, № 10, 1974, 97-104.
- [67] I.D. Landau:  
Model reference adaptive systems. A survey  
(M.R.A.S- What is possible and Wha?)  
Trans, ASME J.Dyn. Syst. Measure. Control 94. Series G,  
pp. 119-132. 1972.
- [68] I.D. Landau:  
A survey of model reference adaptive Techniques-Theory  
and Applications.  
Automatica, Vol.10. pp.353-379. 1974.
- [69] I.D. Landau:  
Hyperstability concepts and their application to discrete  
control systems.  
13<sup>th</sup> JACC. California, August 16-18, 1972. pp.12-2



- [70] I.D. Landau:  
A hyperstability criterion for model reference adaptive control systems.  
IEEE Trans.Aut.Control AC-14, 552-555, 1969.
- [71] I.D. Landau:  
Synthesis of discrete model reference adaptive systems.  
IEEE Trans.Aut.control AC-16, 507-508, 1971.
- [72] I.D. Landau:  
A generalization of the hyperstability conditions for Model Reference Adaptive Systems.  
IEEE Trans. Aut.Control AC-17, 246-247, 1972.
- [73] I.D. Landau:  
Design of discrete model reference adaptive systems using the positivity concept.  
Proc. 3rd IFAC symposium on "Sensitivity Adaptivity and Optimality", Ischia, Italy, pp.307-314. 1973.
- [74] I.D. Landau:  
Unbiased Recursive Identification Using Model Reference Adaptive Techniques.  
IEEE Trans.Aut.Control AC-21, No.2., 1976. pp.194-202.
- [75] I.D. Landau and B. Courtiol:  
Design of Multivariable Adaptive Model Following Control Systems.  
Automatica, Vol.10. pp.483-494, 1974.
- [76] K.N. Leiborich:  
The principle of contraction mapping in nonlinear and adaptive control systems.  
IEEE Trans.Aut.Control AC-9, 393-398, 1964.

- [77] N.T. Loan:  
Type of nonscanning adaptive System.  
Aut.Remote Control 32, 584-593, 1971.
- [78] N.T. Loan:  
Design and analysis of nonscanning adaptive systems.  
Aut.Remote Control 32, 912-923, 1971.
- [79] Н.Т. Лоан, Г.С. Чхартишвили, Е.П. Еремин:  
Беспоисковая система идентификации с моделью,  
синтезируемая по критерию гиперустойчивости.  
Автоматика и Телемеханика, № 5, 1973, стр. 54-65.
- [80] Н.Т. Лоан, Е.П. Еремин, Г.С. Чхартишвили:  
Синтез самонастраивающихся систем при случайных  
воздействиях.  
Автоматика и Телемеханика, № 7, 1974.
- [81] N.T. Loan:  
Some Methods of synthesizing Model Reference Adaptive  
Systems.  
Eng.Cybernetics, 9, 386-394, 1971.
- [82] F.M. Lion:  
Rapid identification of linear and nonlinear systems.  
AIAA J.5, 1835-1842, 1967.
- [83] D.P. Lindroff:  
Adaptive control of Multivariable Systems.  
Proc. 3rd Asilomer Conf. on circuits and Systems  
124-127. 1969.
- [84] D.P. Lindroff, R.L. Carroll:  
Survey of adaptive control using Ljapunov design.  
Int. J.Control 18, 897-910 1973.

- [85] D.P. Lindroff and R.L. Carroll:  
A reduced adaptive observer for multivariable systems.  
Report. 1974. JACC Univ. Texas, Austin, June 19-21.
- [86] R. Lal and M. Mehrotra:  
Design of model reference adaptive control systems for  
nonlinear plants.  
Int. J. Control 15, 993-996, 1972.
- [87] G. Lüders and K.S. Narendra:  
Ljapunov functions for quadratic differential equations  
with applications to adaptive control.  
IEEE Trans. Aut. Control. AC-17, 789-801, 1972.
- [88] G. Lüders and K.S. Narendra:  
An Adaptive observer and Identifier for a Linear-System.  
IEEE Trans. Aut. Control. AC-18, 496-499, 1973.
- [89] G. Lüders and K.S. Narendra:  
Stable Adaptive Schemes for state Estimation and Identifi-  
cation of Linear Systems.  
IEEE Trans. Aut. Control AC-19, 841-847, 1974.
- [90] R.V. Monopoli:  
Ljapunov's method for adaptive control systems design.  
IEEE Trans. Aut. Control AC-12, 334-335, 1967.
- [91] R.V. Monopoli, J.W. Gilbert and W.D. Thayer:  
Model reference adaptive control based on Ljapunov like  
technique.  
Proc. 2nd. IFAC Symp. on System Sensitivity and Adaptivity  
Dubrovnik paper F. 24-36. 1968.
- [92] J.M. Mendel:  
Gradient Identification for Linear Systems, in Adaptive,  
Learning and Pattern Recognition Systems.  
Academic Press. New York, 1970.



- [93] R.V. Monopoli:  
The Kalman Yakubovich Lemma in adaptive control design.  
IEEE Trans.Aut.Control AC-18, 527-529, 1973.
- [94] A. Stephen Morse:  
Structure and design of Linear Model Following Systems.  
IEEE Trans.Aut.Control AC-18, 346-354, 1973.
- [95] R.V. Monopoli:  
Model Reference Adaptive Control with an Augmented Error  
Signal.  
IEEE Trans.Aut.Control AC-19, 1974, 474-483.
- [96] R. Mukundan and R. Macier:  
A procedure for on-line adaption in linear control systems.  
Int. J.Systems sci. 1976.Vol.7, No.1. 83-95.
- [97] R.K. Mehra, D.E. Stepner and J.S. Tyler:  
A generalized method for the identification of aircraft  
stability and control derivatives from flight test data.  
Proc. 3rd, IFAC symposium on "Sensitivity, Adaptivity and  
Optimality, Ischia, Italy, pp. 525-534, 1973.
- [98] E.L. Morris, B.A. Abaza:  
Adaptive digital control of a steam turbine.  
Proc. IEEE, Vol.123, No.6. June 1976. pp.549-553.
- [99] D.L. Mellen:  
Application of adaptive flight control.  
IFAC Symposium, Rom, 1962. pp.163-176.
- [100] J.M. Mendel:  
Invariant poles feedback control of flexible highly variable  
space craft.  
IEEE Trans. Vol. AC-17, 1972. No.6. pp.814-821.

- [101] M.S. Beck and N.E. Gough:  
A model reference adaptive control system using a  
constant function criterion for diviers and other dead time  
processes.  
Int.J.Control Vol.6, 1967. No.1. pp.55-76.
- [102] R.W. Newcomb:  
Linear Multiport synthesis.  
Mc.Graw-Hill New York, 1966.
- [103] R.V. Pontrjagin:  
Közönséges differenciál egyenletek.  
Akadémiai Kiadó, Budapest, 1970.
- [104] P.C. Parks:  
Stability Problems of Model Reference and Identification  
Systems.  
Proc.IFAC Symp. on Process Identification, Prague 1967.
- [105] P.C. Parks:  
Ljapunov redesing of model reference adaptive control systems.  
IEEE Trans.Aut.Control Systems, AC-11, 362-367. 1966.
- [106] P.H. Phillipson:  
Design methods for model reference adaptive systems.  
Proc.Inst.Mech.Engics. 183, 695-700 1968-1969.
- [107] B. Porter:  
Self-optimizing machine tool control engineering.  
Control and Instrumentation, Vol.4. 1972. No.4. 45-47.
- [108] B. Porter:  
Self-optimizing machine tool control engineering.  
Control and Instrumentation, Vol.4., No.4,45-47.

- [109] Б.Н. Петров, В.Ю. Рутковский, И.Н. Крутова, С.Д. Земляков:  
Принципы построения и проектирования самонастраивающихся систем управления.  
"Машиностроение", Москва, 1972.
- [110] B. Porter and M.L. Tatnall:  
Performance characteristic of multivariable model reference adaptive systems synthesised by Ljapunov's direct method.  
Int. J. Control 10, 249-257. 1969.
- [111] B. Porter and M.L. Tatnall:  
Stability analysis of a class of multivariable model reference adaptive systems having time varying process parameters.  
Int. J. Control 11, 325-332, 1970.
- [112] B. Porter and A. Bradshaw:  
Design of linear multivariable continuous-time tracking systems incorporating error-actuated controllers.  
Int. J. Systems Sci. Vol7. No.8. 943-948.
- [113] V.M. Попов:  
Hyperstability of Control Systems.  
Springer-Verlag, 1973.
- [114] В.М. Попов:  
Решение новой задачи устойчивости регулируемых систем.  
Автоматика и Телемеханика, № 1, 1963.
- [115] Rózsa Pál:  
Lineáris algebra és alkalmazása.  
Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1974.
- [116] A.E. Rogers and K. Sterglitz:  
Maximum Likelihood Estimation of Rational Transfer Functions.  
Proc. of the JACC, 1967.



- [117] H.H. Rosenbrock:  
State-space and Multivariable Theory.  
John Wiley sons, inc. New York 1970.
- [118] O.A. Sebakhy:  
A discrete model reference adaptive system design.  
Int. J.Control, 1976. Vol.13, No.6. 799-804.
- [119] B.H. Swarick:  
A high-speed deterministic adaptive controller.  
Int. J.Control, 1972. Vol.15. No.5. 833-838.
- [120] H. Seraji:  
Design of the pole shifting and optimal controllers for a  
synchronous generator.  
Proc. IEEE. Vol.121, No.6., Jule 1974. 529-532.
- [121] N.K. Sinha:  
Adaptive control with incomplete identification  
Proc.IFAC symposium, Ischa,Italy, pp.343-348.
- [122] R.E.Strane and W.G. Vogt:  
Stabilization of Nonlinear Systems Using Linear observers.  
Trans.A SME, J. of Dynamic Systems, Measurement and control  
march 1974. pp.55-60.
- [123] A.P. Sage and J.L. Melsa:  
System Identification.  
Academic Press, New York, 1971.
- [124] A.C.Sondack, K.L. Suyonarayanan and S.G. Rao:  
An unified approach to discrete-time systems identification.  
Int.J. Control 14, 1009-1029 1971.

- [125] G.N. Saridis:  
Stochastic Approximation Method for Identification and Control - A survey.  
IEEE Trans. Aut.Control AC-19, 1974. pp.748-809.
- [126] H.Unbechauen and Chr. Schmid:  
Status and industrial application of adaptive control systems.  
Automatic Control Theory and Application Vol.3. No.1.  
1975, pp. 1-12.
- [127] H. Unbechauen:  
On the dynamic adaption of controller-settings in controlled processes with variable paramters.  
3rd IFAC Congress, London, 1966. pp.45.6.
- [128] A.C. Tsoi:  
Explicit solution of a class of delay - differential equations.  
Int. J.Control, Vol.21, No.1. 39-48, 1975.
- [129] A.C. Tsoi:  
Explicit solution to a class of neutral delay-differential equations.  
Int. J.Control, Vol.22. No.6. 787-799. 1975.
- [130] A.C. Tsoi:  
Explicit solution to a class of functional differential equations.  
Int. J.Control, 1975. Vol.22. No.6, 869-875.
- [131] V. Vimolvanich and T.C. Hsia:  
Model Reference Adaptive Control Design using Discrete Adjustment Technique.  
Proc. Nat. Electr. Conf. U.S.A. pp.12-17. 1969.

- [132] С.Д. Земляков, В.Ю. Рутковский:  
О синтезе самонастраиваемой системы управления  
с эталонной моделью.  
Автоматика и Телемеханика, № 3, 1966, стр. 78-88.
- [133] С.Д. Земляков, В.Ю. Рутковский:  
Обобщенные алгоритмы адаптации одного класса  
беспоисковых самонастраиваемых систем с моделью.  
Автоматика и Телемеханика, № 6, 1967, стр. 88-75.
- [134] C.A. Winsor and R.J. Roy:  
Design of model reference adaptive control by Ljapunov  
second method.  
IEEE Trans. Aut. Control AC-13, 204 1968.
- [135] W.A. Wolovich:  
The use of state feedback for exact model matching.  
SIAM J. Control Vol.10, No.3. 1972. 512-523.
- [136] D. Wile:  
A multivariable dichotomous optimum seeking method.  
IEEE Trans.Aut.Control AC-10, 85-87. 1965.
- [137] D.F. Wilkre and W.R. Perkins:  
Design of model following systems using the companion  
transformation.  
Automatica 5, 615-622, 1969.
- [138] R.L. Carroll:  
New Adaptive Algorithms in Lyapunov Synthesis.  
IEEE Trans.Aut.Cont.AC-21, 1976. pp.246-249.
- [139] G. Gillès and E. Sinner:  
Synthèse d'un système d'identification en temps réel fondé  
sur la théorie de l'hyperstabilités.  
Application á un échangeur thermique.  
Colloque Informatique et Pétroléochimie.Feb. 1971.



- [140] G. Bethaux et al:  
Identifizierung und Adaptiv Regelung durch Prozessrechner  
VDI/VDE-AFCET Aussprachetag "Industrielle Anwendung  
adaptiver Systeme"  
1973. pp. 115-136.
- [141] T.D, Ahlgreen and W.F. Stevens:  
Adaptive control of a chemical process system.  
AIChE Journal, Vol. 17, 1971. No.2. pp.428-435.
- [142] G.E. Harland and K.F. Grill:  
Design of a model-reference adaptive control for an  
internal combustion engine.  
Measurement and Control, Vol.6., 1973. No.4. pp.167-173.
- [143] R.E. Kálmán:  
On minimal partial realizations of a linear input/output  
map Report. Stanford University, California USA. 1971.
- [144] N.T. Loan:  
Control and Identification for adjusting systems in the  
presence of random effects.  
IV.IFAC Symposium, Tbilisi, USSR. September 1976.
- [145] H. Erzberger:  
On the use of Algebraic Methods in the Analysis and Design  
of Model Following Control Systems NASA TND 4663 1968.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

*Köszönetet szeretnék mondani a MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MINŐSÍTŐ BIZOTTSÁGÁNAK és a SZÁMÍTÁSTECHNIKAI ÉS AUTOMATIZÁLÁSI KUTATÓ INTÉZETÉNEK, hogy lehetővé tette kandidátusi értekezésem elkészítését.*

*Hálás köszönettel tartozom DR SOMLÓ JÁNOSNAK, aspiránsvezetőmnek a három éves kutatási munkámban és az életben nyújtott sok segítségért, DR FREY TAMÁS professzornak, DR KOCSIS JÁNOSNAK, DR KEVICZKY LÁSZLÓNAK, DR GERTLER JÁNOSNAK és DR NGUYEN THUC LOANNAK konzultációk során nyújtott tanácsaikért.*

*Ezuton is szeretném kifejezni őszinte köszönetemet mindazoknak, akik az egy évtizedes Magyarországon való tartózkodásom alatt valamilyen formában a segítségemre voltak. Köszönet illeti a BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEMEN volt tanáraimat, barátaimat és a Számítástechnikai és Automatizálási Kutató Intézetben dolgozó kollégáimat, különösen a Kende utcai Könyvtár dolgozóit.*

*NAGY JUDITNAK és NAGY ZSIGMONDNAK szeretném megköszönni az együttműködésüket a programozásban.*

*Végül megköszönöm SZAKÁCS EDITNEK disszertációm gondos gépelését.*









