CSILLAG-ÉSZLELÉS

A

KELET-NYUGOT VONALBAN.

(EGY SZÁMTÁBLÁVAL.)

IRTA

Dr. HOITSY PÁL.

A M. T. Akad. III. oszt. ülésén 1876. nov. 6. beterjesztette Kondor G.

BUDAPEST, 1877.

A M. T. AKADÉMIA KÖNYVKIADÓ HIVATALA.

(Az Akadémia épületében.)

Budapest, 1877. Nyomatott az Athenaeum r. társ. nyomdájában.

Csillag-észlelés,
a kelet-nyugot vonalban.

I. FEJEZET.
Észlelés egy tökéletes eszközön.

A csillag különféle összrendezői közül legfontosabbak az eltérés (Declinatio) és az egyenes emelkedés, (Rectaascensio), s a csillag látszólagos helyének meghatározására észlelés által majdnem mindig ezek puhatoltatnak ki. Mindkettő az egyenes emelkedés, és az eltérés, az észlelési hely délkörében felállított eszköz, s egy pontosan járó óramű által nyeretik közvetlenül, de mindkettő ilyetén meghatározása sok mindenféle körülmény által nehezíttetik meg. Az eltérés a függélyesen felállított körnek leolvasása által nyeretik, hanem a leolvasás a micrometer csavar használata mellett sem ad az iv-másodpercz ötödrészénél nagyobb pontosságot. Ehhez járul még a többi nehezítő körülmény: a kör központkivülisége, az elosztási hibák, a zenithpont ingadozása, az egyenlőtlen kiterjedés, és legfőképen a refractió, mely kétféleképp is afficiálja az észlelést.

Először feljebb emeltetik általa a csillag az eszközben, másodszor gyorsíttatik a magasság nagyobbodása által az út, mig a távcső egyik fonalától a másikig érkezik.

Az egyenes emelkedés meghatározása sem jár nehézség nélkül. A csillag óraszöge itt a leggyorsabban változik, s az idő meghatározásában tett hiba, különösen a zenithtől nem messze eső csillagoknál, megnagyobbítva folyik be az eredménybe. Ehhez járulván még azon alkalmatlan körülmény, hogy mindkét összrendezőt egy észleletből akarjuk nyerni, az egyenes emelkedéshez a távcső fonalainak csak fele észlelhető, miután, az eltéréskör leolvashatása végett, a középső fonalnál beállítva kell hagyni a készüléket, az eltérés pedig egy, kedvező esetben két beállításból nyerendő.

Mindezen körülmények, — az eszköz hibás felállításából eredő hibákat nem is említve itt, kényelmetlenné, s kevésbé biztossá teszik az észlelést. Ugyananazért, midőn az álló csillagok összrendezőinek lehető pontos meghatározásásáról van szó, milyenek p. o. a fénytörés, aberratio, praecessio, stb. állandóinak meghatározásánál szükségesek, az ezen uton nyert eredményekre alig támaszkodhatunk, s ilyen esetekre Roemer Olof ajánlotta először a kelet-nyugot vonalban felállított eszköz által való észlelést. Egy ily eszközt, a hasonló czélokra berendezett pulkovai csillagdán Struve fel is állított [1].

Nem az egészen ismeretlen csillagok összrendezőinek közelitő meghatározásáról van itt szó, mint inkább a már közelitőleg ismert összrendezők lehető pontos nyeréséről. Feladatunk leend a következőkben ezen észlelések közelebbi feltételeit venni szemügyre.

Vegyük először a legegyszerübb esetet, vegyük fel, hogy az eszköz hiba nélküli, s hogy pontosan a kelet nyugot vonalban van felállítva. Mindkettő természetesen oly feltevés, mely a gyakorlatban teljesen soha sem vihető ki. Az égisark, a csillag, és az észlelési pont zenithje közötti háromszög adja:

$$\cos h \cos A = \cos \varphi \sin \delta + \sin \varphi \cos \delta \cos t,$$
$$\sin \delta = \sin \varphi \sin h - \cos \varphi \cos h \cos A.$$

Miután a kelet-nyugot vonalra nézve

$$A = 270^0, \text{ és } A_1 = 90^0,$$

lesz még
$$O = -\cos \varphi \sin \delta + \sin \varphi \cos \delta \cos t,$$
$$\sin \delta = \sin \varphi \sin h, \text{ és:}$$
$$tg\, \delta = \cos t . tg\, \varphi \quad \ldots\ldots \quad 1)$$
$$\sin h = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

---

[1]) Sur l'emploi de l'instrument des passages pour la détermination des positions géographiques. St. Petersb. 1838.

Első, mit itt azonnal észre kell vennünk, az, hogy ezen észlelés nem minden csillagra alkalmazható. A 1) alatti képletből $\cos t = \frac{tg\,\delta}{tg\,\varphi}$, s ha itt

$\delta > \varphi$ akkor

$\cos t > 1$, tehát képzetes értéket kapunk, azaz a csillag a kelet-nyugot vonalba nem jön, hanem a sark és zenith között éri el legnagyobb magasságát, azaz tetőz. A végső határ tehát, melynél a csillag még az igy felállitott eszközben megjelenik,

$$\delta = \varphi$$

Látni való ebből az is, hogy ezen észlelésekre annál alkalmasabb valamely hely, mennél nagyobb földrajzi szélessége, mert annál több csillag létezik, melyre nézve

$$\varphi > \delta.$$

Az egyenlitőnél $\varphi = o$ lévén,

$$\cos t = \infty$$

mi onnan is világos, mert ez esetben minden csillag, a kelet nyugot vonalával párhuzamos körben látszik mozogni, a föld napi forgása következtében.

A δ meghatározása egészen az 1. alatti egyenlet feloldásától van függővé téve, hol φ adva van, t pedig az óra észlelés által nyerhető, s tudva levőleg

$t_0 = (\alpha - \Theta)\, 15$ ha keleten történt az észlelés, és

$t_1 = (\Theta_1 - \alpha)\, 15$ ha nyugaton.

Θ jelenti itt az észlelésnek megfelelő valódi csillag időt α a csillag egyenes emelkedését.

Ha α helyett valamely hibás érték vétetett volna is fel, az egy keleten, és egy nyugaton tett észlelés összekapcsolása által ki fogja magát egyenliteni. Tegyük, hogy α helyé valamely $\alpha + \Delta\,\alpha$ hibás értéket vettünk, akkor ez által t_0 helyé $(t + 15\,\Delta\,t)$-t kapunk keleten, és t_1 helyé $(t - 15\,\Delta\,t)$-t nyugaton. Tehát

$$t_0 = t + 15\,\Delta\,t = (\alpha + \Delta\,\alpha - \Theta_0)\,15$$
$$t_1 = t - 15\,\Delta\,t = (\Theta_1 - \alpha + \Delta\,\alpha)\,15$$

a kettőt összeadva $(t + t) = \Theta_1 - \Theta_0$

és $t = \frac{1}{2}(\Theta_1 - \Theta_0)\ 15$, mely érték, mint látni, α-tól egészen független. Maga α különben igen egyszerűen meghatározható két ily észlelésből, s mint látni való

$$\alpha = \tfrac{1}{2}(\Theta_1 + \Theta_0).$$

Tájékozottságot akarván szerezni az iránt, milyen csillagokra nézve legelőnyösebb a kelet nyugot vonalban való észlelés, az 1.) alatti képletet kell δ és t szerint külzelnünk, φ természetesen állandónak vétetvén,

$$\frac{d\,\delta}{\cos^2\delta} = -\,dt \sin t\, tg\, \varphi, \text{ és innen } \frac{d\delta}{dt} = -\sin t\, tg\, \varphi \cos^2\delta$$

Hogy itt az első külzeléki hányados $= o$ legyen, következőleg a függvény minimumát érje el,

$$\sin t = o$$
$$t = o$$

kell lenni, azaz a csillag óraszöge $= o$ legyen. Ez az eset akkor fordul elő, ha a csillag épen a zenithben tetőzik s mint-

hogy $\sin h = \frac{\sin\delta}{\sin\varphi}$, ez akkor fog előállani

ha $\delta = \varphi$

Az eltérés meghatározásánál tehát legkisebb hibát oly csillagoknál követünk el, melyeknek eltérése az észlelési hely földrajzi szélességével közel összeesik, ellenben legnagyobbat ott, hol a kettő közti különbség közel 90^0, azaz oly csillagoknál, melyek a kelet-nyugat vonalon közel a horizonthoz mennek át. Ez utóbbi esetben t. i. az óraszög leggyorsabban, az előbbiben pedig leglassabban változik.

Ha a legkedvezőbb esetet vesszük is fel, azaz oly csillagokat észlelünk, hol φ és δ csak kevéssé térnek el, az eredmény egészen hiba nélküli nem lehet. A hiba, mely az óraszög meghatározásánál — tehát az inga óra megfigyelésében — elkövettetik, nem jelentéktelen, noha nem folyik be a δ meghatározására való nagyságában, hanem $dt \sin t\, tg\, \varphi \cos^2\delta$ arányában, hol dt az óraszög meghatározásában elkövetett hibát jelenti.

Igy p. o. a Sárkány γ csillagának eltérése 1875. jul. 30-án körülbelül

$$\delta = 51^0\ 30^1\ 18'',$$

s óraszögét ugyanaz nap, a negyedlő nyugati felén való átmenetelkor

$$t = 1^h\ 0^m\ 45^s,\ 99$$
$$= 15^0\ 11^1\ 29'',\ 85\text{-nek találtam. s}$$

az észlelés Berlinben történt, melynek sarkmagassága

$$\varphi = 52^0\ 30^1\ 16'',\ 68$$

Ha az óra megfigyelésében $1^s = 15''$ hiba követtetett volna el, az a »δ« meghatározására

$$d\delta = 1'',\ 985$$

befolyással lett volna. Ellenben a Bootes α csillagának nyugati óraszöge ugyanaz napon a kelet-nyugot vonalban

$t = 73^0\ 55^1\ 30''$-nek észleltetett, s miután e csillagra nézve megközelitőleg

$$\delta = 19^0\ 50^1\ 00''$$

lesz a t meghatározásánál elkövetett $15''$-nyi hibának megfelelő hiba az eltérésben

$$d\delta = 16'',\ 62.$$

A t meghatározása pedig sohasem történhet kellő pontossággal. Magának az aequatornak közvetlen közelében, hol a t leggyorsabban változik, nem lehet elegendő pontossággal megfigyelni a pillanatot, midőn a távcső szála a csillagot épen kettémetszi. A hallási hibán kivül, mely a másodpercz inga megfigyelésénél nyilvánul, még a láthiba is befolyással van itt, ugy a hogy a chronograph használata sem nyujt az óramásodpercz tizedrészénél nagyobb pontosságot a leggyakorlottabb észlelő kezében sem. Chronograph nélkül e hiba jóval nagyobb. Struve, az utolérhetlen észlelő, $0,^s072$-nek találta, mig a látási hibát, kedvező körülmények között, 180-szoros nagyitás mellett

$a = o^s,\ 016$-nak, mely utóbbi eredmény mellett Encke is csaknem felényivel hátramaradt.

Eme személyes hibákhoz járul még egy, már az észlelő személyétől egészen független, mely a csillag rezgéséből származik. Látnivaló ugyanis, hogy midőn az észlelési hely levegője nem áll, a mi ritkán az eset, hanem mozog, a rajta keresztül jövő csillag-fénysugarak is módosítást fognak szenvedni, miután a szél alakjában nyilvánuló levegőmozgás a fény sebességéhez összemérhető arányban áll. Ha a levegő épen a kelet-nyugot vonal irányában mozogna, úgy ez a csillag óraszögére változással nem lehetne, mert ez által csak ezen vonalban való magassága módosulhatna, ellenben ha a levegő ezen irányhoz valamely szög alatt mozog, ugy a csillag rezegni fog, mely rezgésnek közép nagyságát Encke közelítőleg $\pm$ 1″ egész $\pm$ 1,″5-re becsülte. A zenithez közel tetőző csillagoknál még egy további hiba az által áll elő, hogy a csillag nem egy pillanat alatt megy át a távcső fonalán, hanem egész másodperczeket késik ott, de ép ezen csillagoknál a *t* meghatározásánál elkövetett hiba, mint láttuk, az eltérésre kicsiny befolyással van.

Mind e hibák elkerülésére, melyek tehát egy tökéletes szabatosan felállított pontos eszköznél is szükségkép előjönnek, s melyek az ivmásodperczen alól maradnak mégis, csak az vezethet, ha lehetőleg sok észlelést kapcsolunk együvé, s az észlelések középértékét veszszük. Sok észlelést pedig nyerhetünk nemcsak az által, ha lehetőleg sok egymásután való napon észleljük ugyanazt a csillagot, hanem az által is, ha a távcső különböző fonalán tett észleléseket a közép, vagyis a láttani tengellyel együvé eső fonalra vonatkoztatjuk, illetőleg átszámítjuk.

Most tehát eme átszámítási móddal kell megismerkednünk legelébb. Egy oly eszközről levén mindenekelőtt szó, mely minden hibától ment, fel kell vennünk, hogy a látvonal (Absehens Linie) az eszköz forgási tengelyére merőleges s hogy e vonalba esik tehát az eszköz középső pókszála is. Ez esetben a középső szálon tett pontos észlelés az észlelések netovábbja, s az észlelési hely földrajzi szélességének pontosan megfelel. A többi pókszálaknak távolsága a középsőtől ivmásodperczekben fejezhető ki, mely ivnek középpontja a szemlencse gyúpontjában fekszik. Ha egy ilyen, a közép fonaltól f, f_1, f_2, ivmásodperczny távolságra éjszak felé eső szálon történt az észlelés, épen annyi, mintha a középszálon észleltünk volna egy oly helyen, melynek földrajzi szélessége f, f_1 f_2.... ivmásodperczny ivel nagyobb azon helyénél, melyen az észlelés valósággal történt. Ellenben egy kelet felé fekvő fonalon való észlelés, egy oly helynek felel meg, melynek földrajzi szélessége $\varphi = f$, $\varphi = f_1$, $\varphi = f_2$....

Az 1. alatt adott képlet tehát igy módosul:

$$tg\ \delta = \cos t'\ tg\ (\varphi \pm f)$$

Ez egyenlet azonban nem áll egész szigorusággal. Midőn t. i. egy ily oldalszálon történik az észlelés, a látvonal már nem esik össze az eszköz forgási vonalával. A horizontban ez nem hozhat elő változást, hanem az által nyilvánul épen zavarólag, hogy minden magasságra más és más értéket fog felvenni. Ez lehet oka, hogy e képletet tankönyvekben nem találjuk, noha a horizonttól nem messze eső csillagoknál igen kényelmesen alkalmazható. Pontosan akarván kifejezni az általa előhozott változásokat, kellene tenni

$$tg\ \delta = \cos t\ tg\ (\varphi + \mu), \text{ hol}$$

$$\mu = \frac{fo}{\cos h \sin \varphi}$$

A horizonthoz közel eső csillagok magasságának cosinusa = 1-nek levén vehető, a viszony állandó jelleget vesz fel. Látnivaló egyszersmind, hogy a középtől nem messze eső szálon észlelvén, eme elhanyagolás okozta hiba nem lesz oly nagy, mintha a szál nagyon oldalt esik. Igy p. o. 6^0 magasságig, ha

$f < 200''$, — — a való és észlelt érték közti külömbség $0,''99$ alatt marad; ellenben

$f > 720'' = 12'$-nél már majdnem $4''$-et tesz.

Ez utóbbi esetben nemcsak a látvonal képez nagyobb szögletet, az eszköz forgási vonalával, hanem sugártörés-zavarásokat hoz elő. — Ugyanis mig nyugaton a csillag egy keleti száltól a középszálig jut; azalatt magassága kisebbedik, s igy a fénytörés nagyobbodik, azaz a csillag nagyobb arányban emeltetik magasságában, mint elébb, s igy az út egyik száltól a másikig nem az aequatorral megy parallel, hanem a horizonthoz közeledik, s minthogy a szálak a horizont által merőlegesen metszetnek át, a csillag utja megrövidittetik. A keleti észlelésnél ellenkezőleg a csillag magassága kisebbittetik, de miután itt a látszólagos mozgás fölfelé irányult (a horizonttól a zenith felé) az út itt is kisebbittetni fog, s igy a fonalközt egy kevéssé kisebbnek találjuk a valódinál. Egészen pontosan akarván eljárni, a legutóbb adott képlet még e magasság változás miatt is igazitandó lenne. Mindezt el lehet kerülni s az egyszerü 3) alatt adott képlettel végezhetni a számitást, az észlelés czélszerü berendezése által. Különbség ugyanis, mint mondva volt, a való és észlelt érték között az által áll elő, hogy a csillag magassága változik, még pedig egy keleti észlelésnél a magasság nagyobbodik, nyugatinál kisebbedik. Az észlelést tehát ugy rendezzük be, hogy ugyanazon csillagot észleljük keleten és nyugaton is, s a két észlelésből származott eredmények középértékét veszszük. Hogy annál tökéletesebb legyen az eljárás, a keleti és nyugati észlelés között a távcsövet megforditjuk. Pontos eredményre a következő uton is juthatunk: Ha t az óra szög valamely helyen, melynek földrajzi szélessége φ, és t^1 az óraszög egy más, φ^1 földrajzi szélességgel biró helyen, úgy az 1) alatti képlet szerint:

$$\cos t = \frac{tg\,\delta}{tg\,\varphi}, \text{ és } \cos t^1 = \frac{tg\,\delta}{tg\,\varphi^1} \ldots\ldots a).$$

Miután $\varphi' = \varphi + f$ (éjszaki észlelésnél)

s $$tg\,\varphi^1 = \frac{tg\,\varphi + tg\,f}{1 - tg\,\varphi\; tg\,f}, \text{ lesz még}$$

$$\cos t^1 = \frac{tg\,\delta\,(1 - tg\,f\; tg\,\varphi)}{tg\,\varphi + tg\,f}.$$

A két egyenlet, levonva egymásból s közös nevezőre hozva:

$$(\cos t^1 - \cos t) = \frac{tg\,\varphi\, tg\,\delta\,(1 - tg\,f\, tg\,\varphi) - tg\,\delta\,(tg\,\varphi + tg\,f)}{tg\,\varphi\,(tg\,\varphi + tg\,f)}$$

$$tg^2\varphi + tg\,f\, tg\,\varphi)(\cos t' - \cos t) = tg\,\varphi\, tg\,\delta\,(1 - tg\,f\, tg\,\varphi)$$
$$- tg\,\delta\; tg\,\varphi - tg\,\delta\; tg\,f.$$

Az egyenletet felbontva, s egyszersmind

$$tg\,\delta = \cos t\; tg\,\varphi$$

helyettesitést eszközölve az oldalszál távolának meghatározására, kapjuk:

$$tg\,f = \frac{1}{tg\,\varphi \cos t} - \frac{tg\,f}{\cos t^1} \;\ldots\ldots\; 4).$$

Miután f mindég igen kicsiny, magát az ivet is vehetjük helyébe, osztva 1''-nek megfelelő tangens logarithmusával. Ez által természetesen f ivmásodperczekben nyeretik, s ha sugári részekben akarjuk kifejezni, a talált logarithmusból levonandó:

log 5, 3144251.

A képlet használata nem oly fáradságos, mint első pillanatra látszik, miután $\frac{t}{tg\,\varphi \cos t}$ állandó egy ugyanazon csillagra s észlelési helyre nézve, s csak cos t' logarithmusa ütendő fel minden szálra külön.

Egyébiránt a 4)-el jelölt képletnek más tetszőleges alakot is adhatunk.

Egy ilyen p. o.

$$tg\,\varphi \cos t = tg\,\delta,\text{ és } tg\,\varphi = \frac{\cos\delta}{\cos t}$$

helyettesitése által ered, s lesz

$tg\,f = \frac{\cos t \cos t' - \sin\delta}{tg\,\delta \cos t \cos t^1}$, mely láthatólag tovább is egyszerűsithető, s melyben φ helyett, ha az tökéletesen ismeretes nem lenne, vagy épen annak pontos meghatározásáról lenne szó, δ fordul elő. Ilyenkor tehát ismeretes eltéréssel biró csillagot kell választanunk, a szálak egymástóli távolának meghatározására.

Valamivel csinosabb alakot a képletnek az által véltem még adhatni, ha az a) alatti képleteket közvetlenül vonom ki egymásból, közös nevezőre hozom, s $tg\,(\varphi + f) = \frac{\sin(\varphi + f)}{\cos(\varphi + f)}$ szerint fejtem fel. Ekkor egyszersmind ezen eredményre jutunk: $\cos t' - \cos t = \dfrac{tg\,\delta \sin^2\varphi \sin f + tg\,\delta \cos^2\varphi \sin f}{(\cos\varphi \sin f - \sin\varphi \cos f)\sin\varphi}$

vagy még

$$\{\sin^2\varphi \cos f + \sin\varphi \cos\varphi \sin f\}\,(\cos t^1 - \cos t) =$$
$$= 2\,tg\,\delta \sin f \cos^2\varphi - tg\,\delta \sin f.$$

$$\sin^2\varphi\,(\cos t' - \cos t) = 2\cos^2\varphi\, tg\,\delta\, tg f - tg f\, tg\,\delta -$$
$$- tg f \sin\varphi \cos\varphi\,(\cos t' - \cos t),$$

$$tg f = \frac{tg^2\varphi(\cos t' - \cos t)}{2\,tg\,\delta} - tg\,\varphi - \frac{\sin^2\varphi(\cos t' - \cos t)}{tg\,\delta} =$$
$$= -\tfrac{3}{2}\,tg\,\varphi + \sin\varphi\cos\varphi +$$
$$+ \frac{\cos t^1 \sin^2\varphi \cos\varphi}{\cos t \sin\varphi}\left\{\frac{1 - 2\cos^2\varphi}{2\cos^2\varphi}\right\}$$

$$tg f = \frac{-3\cos t \sin^2\varphi\cos\varphi + 2\cos t\cos^2\varphi\sin^2\varphi}{2\cos^2\varphi\cos t\sin\varphi} +$$
$$+ \frac{\cos t^1 \sin^2\varphi\cos\varphi}{2\cos^2\varphi\cos t\sin\varphi} =$$
$$= \tfrac{1}{2}\,tg\,\varphi\,\{-3 + 2\cos^2\varphi\} + \tfrac{1}{2}\,tg\,\varphi\frac{\cos t'}{\cos t}, \text{ végül}$$

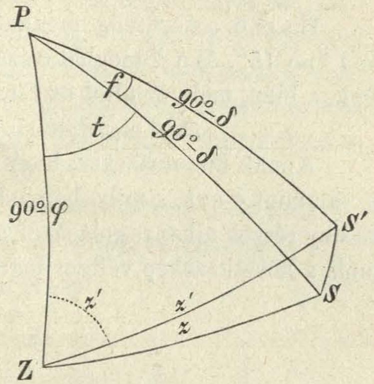
$$tg f = \tfrac{1}{2}\,tg\,\varphi\left\{\frac{\cos t^1}{\cos t} + 2\cos^2\varphi - 3\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots 5).$$

E képlet, mint látjuk, δ-tól csak annyiban függ, a menynyiben t és t' δ-nak függvényei. Valamennyi benne előforduló mennyiség, cos t' kivételével, egy ugyanazon csillagra állandó, s csak cos t' helyé veendő minden szálra a megfelelő érték. Egyébiránt itt is állanak azon megjegyzések, melyeket feljebb 4)-re felhoztunk, s egyszersmind látni való, hogy δ ide is behozható. Egész hasonlón kapjuk akkor

$$tg f = \frac{tg\,\delta}{\cos t}\left\{\tfrac{1}{2}\frac{\cos t'}{\cos t} + \cos^2\varphi - \tfrac{3}{2}\right\}\ldots\ldots\ldots 6)$$

hol azonban φ még mindig előfordul.

E képleteket jónak láttam itt megállapitani inkább annak feltüntetésére, menynyire sokoldalulag fejthető ki e kérdés, mely eddig oly kevés méltatásban részesült. A közönségesen használtatni szokott képlet, ha jól tudom, Struvetól ered, s mennyiségtani előállitását következőkben véltem megállapithatni. Legyen a mellékelt ábrán P a világtengely sarka, Z a zenithpont, S a hely, hol a csillag a kelet-nyugat vonalon átmegy, és S^1, hol az valamely oldalszálon észlelve látszik, s végül a csillag zenithtávola S és S'-ben jelöltessék z és z'-vel,



A PZS gömbháromszögből

$$\sin z \cos 90^0 = 0 = \cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \cos t.$$

$$\cos \varphi \sin \delta = \sin \varphi \cos \delta \cos t,$$

$S'PZ$-ből pedig

$$\sin z' \cos Z' = \sin z' \sin S'ZS = \sin f = \cos \varphi \sin \delta - \varphi \cos \delta \cos t^1,$$

hol t' az S'-nek megfelelő óraszög, s igy még

$$\sin f = (\cos t - \cos t^1) \sin \varphi \cos \delta$$

$$\sin f = (\sin^2 \tfrac{1}{2} t - \sin^2 \tfrac{1}{2} t^1)\, 2 \sin \varphi \cos \delta \,.\,.\,.\,.\,.\; 7).$$

Itt f közvetlen sugári részekben nyerhető, s különösen az által válik igen könnyen kezelhetővé a képlet, hogy léteznek táblák, melyek — más czélokra berendezve ugyan, — $\sin^2 \frac{1}{2} t\, \varrho$-ot hol t óra s perczekben van adva, közvetlenül ivmásodperczekben fejezik ki. ϱ itt

$$\log \varrho = 5{,}3144251.$$

Ilyen táblákat Warnstorff számított ki [1]), valamint Encke és Schultz [2]) s kevés számítás mellett, a Valentiner által adott táblák is használhatók [3]).

A fentebbi képlet külzelése által ered

$$\Delta f = \sin \varphi \sin z \,\Delta\, (t_0 - t) - tg\, \delta \frac{f''}{\varrho''} \Delta\, \delta$$

---

[1]) Astronomische Hülfstafeln.

[2]) Declinations Bestimmungen mit dem Dollondschen Durchgangs Instrumente auf der Berliner Sternwarte.

[3]) Geographische Orts Bestimmungen.

E kifejezés p. o. a Sárkány β csillagára igy módosul:

$$\Delta f = 0{,}035494\ \Delta (t_0 - t) - 0{,}0050355\ \Delta \delta$$

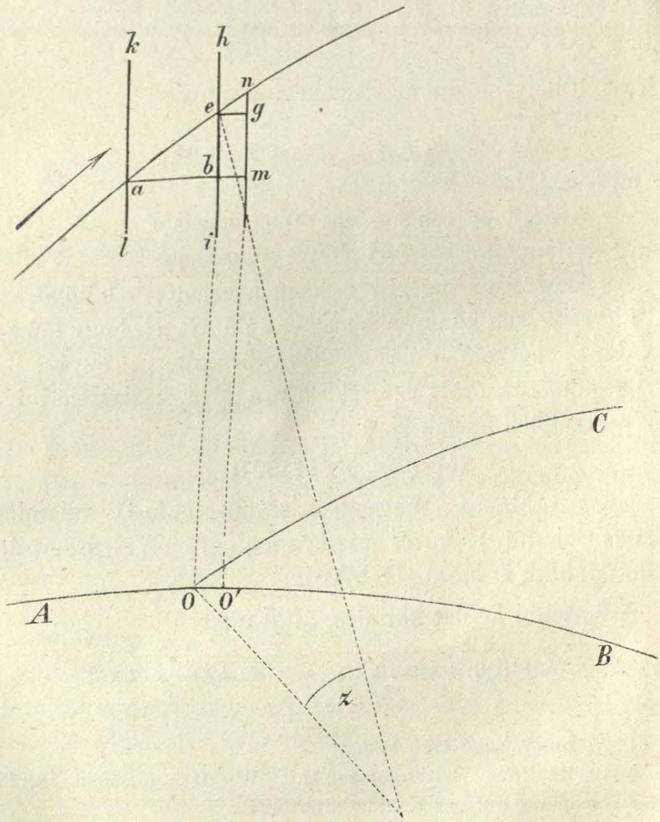
ha egy fonalszálra számítjuk a hibát, melynek a középszáltól való távola

$$f = 800''$$

Ha p. o. az óraszög meghatározásában elkövetett hiba $= 1^s = 15''$, és a δ meghatározásában $1' = 60''$ hibát tettünk, a hiba, mely ez által az f meghatározásában előáll,

$$\Delta f = 0'',3001 = 0^s,0200$$

Annak kimutatására, hogy a t, milyen függvénye a z és φ, valamint δ-nak, s mily bonyodalmas a viszony, ha az igen kicsiny részek elhanyagolásával magunkon segiteni nem akarunk, a következőkép véltem legczélszerübben eljárni. Az ide



mellékelt ábrán »*h i*« az eszköz közép fonal szála, *kl* valamelyik oldal fonal, melynek távolát $ab = f$-et akarjuk meghatározni. Keleti észlelésnél a csillag a nyillal jelölt irányban látszik a földnek saját tengelye körüli forgása következtében mozogni, s az »*e*«-nél levő óraszöget t_0-vel, az a-nál levőt t^1-el jelölve, *ae* vonal nem egyéb, mint a kettő közti különbség. Ha most az óraszöget valamely igen csekély részszel, dt-vel nőni engedjük, nőni fog f is, df-el, valamint az észlelési helynél lemért, s a csillag látszólagos magasságának megfelelő z szög is dz-vel.

A csillag az aequatorral parallel-körben mozogván, az *ieg* szög nem egyéb, mint φ, és igy az *eig* háromszögből

$$df = dt \sin \varphi$$

$$f = \int_0^{2\pi} dt \sin \varphi$$

Most dt helyébe kell más értéket tennünk.

$$\cos t = \frac{tg\delta}{tg\varphi}, \quad \text{s ennek külzelése által}$$

$$-dt \sin t = \frac{\frac{d\delta}{\cos^2\delta}\, tg\,\varphi - \frac{d\varphi}{\cos^2\varphi}\, tg\,\delta}{tg^2\varphi}$$

miből

$$-dt \sin \varphi = \left\{ \frac{d\delta}{\cos^2\delta} \cos\varphi - \frac{d\varphi\, tg\,\delta}{\sin\varphi} \right\} \sin t$$

$$\sin \varphi \text{ helyé} = \sqrt{1 - \left(\frac{tg\,\delta}{tg\,\varphi}\right)^2} \text{ - téve}$$

$$-dt \sin \varphi - \frac{d\delta \sin\varphi}{\cos^2\delta \sqrt{tg^2\varphi - tg^2\delta}} -$$

$$- \frac{d\varphi\, tg\,\delta}{\cos\varphi \sqrt{tg^2\varphi - tg^2\delta}}$$

és igy

$$f = \int_0^{2\pi} \frac{d\delta \sin\varphi}{\cos^2\delta \sqrt{tg^2\varphi - tg^2\delta}} -$$

$$-\int_0^{2\pi} \frac{d\,\varphi\; tg\,\delta}{\cos\varphi\,\sqrt{tg^2\varphi - tg^2\delta}}$$

mely kifejezésnek egészelése vagy részlegesen történik, vagy más változóknak behozása által, φ és δ helyé, oly módon, hogy az egyik kifejezésben csak az egyik, a másikban csak a másik forduljon elő, s mely műtételre z t alkalmas mennyiségek. Ha az $e\,g\,n$ háromszögből kiindulva tettük volna

$$df^2 = dt^2 - dz^2, \text{ és}$$

$f - \int \sqrt{dt^2 - dz^2} + C$, akkor a dt és dz értékeiket helyettesítve, még hosszasabb kifejezésre jutottunk volna, hol 12 külön egészlettel lenne dolgunk, melyek azonban mind igen egyszerüen feloldhatók.

Miután az alkalmazandó képletek, a használt eszköz hibái folytán, bizonyos módosulásokat szenvednek, s később a tárgyra ujra vissza kell térnünk: jelenleg e tárgyat elhagyhatjuk, csupán annyit jegyezve meg, hogy az f meghatározására oly csillagok választandók, melyek közel a zenithez mennek át a kelet-nyugot vonalon. Az ily csillag ugyanis igen lassan halad egyik száltól a másikig, s minden szálon észlelhető, s a netalán ejtett észlelési hibák magára a száltávolságok meghatározására csekély befolyással vannak.

A további feladat, mely megoldásra vár, abban áll: az egyes oldalszálakon tett észleléseket a középszálra, vagyis az eszköz opticai tengelyére vonatkoztatni, midőn tehát az egyes oldalszálak távola a középsőtől már ismertnek tételeztetik fel.

Látni való, hogy e feladat nem egyéb, mint megfordítása az előbbinek, s igy a fentebb kapott képletek által is megoldható. A 4. 5. 7. alatt adott egyenletekből ered

$$\left.\begin{aligned}
\cos t &= \frac{\cos t_1}{tg\,\varphi + tg\,f\cos t_1} \;\ldots\ldots\ldots \\
\cos t &= \tfrac{1}{2}\,\frac{tg\,\varphi\cos t_1}{tg\,f + \frac{3}{2}\,tg\,\varphi - \cos\varphi\sin\varphi} \;\ldots \\
\sin^2 \tfrac{1}{2}\sin^2\tfrac{1}{2}\,t_1 &- \frac{f}{2\cos\delta\sin\varphi} \;\ldots\ldots
\end{aligned}\right\}\ldots 8.$$

Mind e képletek logarithmusi számításokra is alkalmazhatók, noha ez felesleges, miután e czélra más kényelmesebbet hozhatunk le.

A 7-el jelölt egyenlet más alakban igy is irható :

$$f = \frac{\cos\delta \sin\varphi}{\sin 1''}(\cos t_1 - \cos t) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot 9.$$

$$= \frac{2\cos\delta \sin\varphi}{\sin 1''} \sin\tfrac{1}{2}(t + t^1) \sin\tfrac{1}{2}(t - t^1) \text{ ebből}$$

$$\sin\tfrac{1}{2}(t - t^1) = \frac{f \sin 1''}{2\cos\delta \sin\varphi \sin\frac{1}{2}(t - t^1)}, \text{ mivel}$$

pedig egy és ugyanazon csillagra

$\frac{f \sin 1''}{2\cos\delta \sin\varphi}$ állandónak tekinthető, jelöljük ezt rövidség okáért $= F$-el, akkor

$$\sin\tfrac{1}{2}(t - t^1) = \frac{F}{\sin\frac{1}{2}(t + t^1)} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot 10.$$

E képlet, látnivalólag, közelités által oldandó fel, s legtöbb esetben már a második közelités elégséges levén, gyakorlati szempontból igen nevezetes. Ha T és T' az észlelési idő, mely t és t' óraszögeknek megfelel, — hol már $\Delta\, T$, az óraigazítás is be van tudva, — úgy $t^1 = T^1 - \alpha, t = T - \alpha$; mint első hypothesis felvétetik tehát:

$$\frac{t - t^1}{2} = \frac{(T - \alpha) - (T^1 - \alpha)}{2} = u$$

$$\frac{t + t^1}{2} = s,\ s = (T - \alpha) - u$$

$$\frac{F}{\sin s} = \sin u^1$$

A második hypothesis azután

$$\frac{t - t^1}{2} = u^1,\ \frac{t + t^1}{2} = (T - \alpha) - u^1 = s^1$$

$$s^1 = s - (u^1 - u)$$

Ha e hypothesis nem lenne elég, s ha β-val jelölöm azon logarithmusi differentiát, mely $\sin\left(\frac{t + t^1}{2}\right) 1''$ má-

másodperczényi növekedésének megfelel, ellenben γ-val a sin $\left(\frac{t - t^1}{2}\right)$-nek megfelelőt, úgy még:

$$\log \sin s^1 = \log \sin s - (u' - u)\,\beta$$
$$\log \sin u'' = \log \sin u' + (u' - u)\,\beta$$

A harmadik hypothesis azután:

$$\frac{t - t^1}{2} = u'' = u' + (u' - u)\frac{\beta}{\gamma}$$
$$\frac{t + t^1}{2} = (T - \alpha) - u'' = s' - (u'' - u')$$
$$s'' = s' - (u' - u)\frac{\beta}{\gamma}$$
$$\log \sin s'' = \log \sin s' - (u' - u)\frac{\beta}{\gamma}\,\beta$$
$$\log \sin u''' = \log \sin u'' + (u' - u)\frac{\beta}{\gamma}\,\beta$$

Mint negyedik hypothesis:

$$\frac{t - t^1}{2} = u''' = u'' + (u' - u)\frac{\beta^2}{\gamma^2}$$
$$u''' = u' + (u' - u)\left\{\frac{\beta}{\gamma} + \frac{\beta^2}{\gamma^2}\right\}$$

egész általánosságban

$$\frac{t - t^1}{2} = u + (u' - u)\left\{1 + \frac{\beta}{\gamma} + \frac{\beta^2}{\gamma^2} + \frac{\beta^3}{\gamma^3} + \ldots\right\}$$

a hol csak ritkán fog kelleni a második hypothesisnél tovább menni. A gyakorlati számításokra a 9. alatt közölt képletet akként is fel lehet oldani, ha ($\cos t' - \cos t$) szerint sorba fejtjük. Struve ez uton ily alakra hozta e képletet:

$$\vartheta = \frac{f}{\alpha} + \frac{7.5\,\beta \sin 1''}{\alpha}\,\frac{f}{\alpha^2} + \ldots\ldots \quad 11.$$

midőn nála

$$\vartheta = t - t^1$$
$$\alpha = \sqrt{\sin(\varphi + \delta)\,(\sin \varphi - \delta)}$$
$$\beta = \cos \varphi \sin \delta$$

A 7. alatt adott képletet még másként is feloldhatjuk. Miután $t^1 = t + \Delta t$ midőn Δt-vel van jelölve az f-nek megfelelő változás az óraszögben:

$$\cos(t + \Delta t) = \cos t - \frac{\sin f}{\sin\varphi\cos\delta}$$

$$t + \Delta t = \text{Arc}\cos\left\{\cos t - \frac{\sin f}{\sin\varphi\cos\delta.}\right\}$$

Ezen sor szerint

$$\text{Arc.}\cos(\chi + \Delta\chi) = \text{Arc.}\cos\chi + \Delta\chi\,\frac{\text{d Arc.}\cos\chi}{\text{d}\chi} + \ldots$$

ha $\chi = \cos t$, lesz:

$$t + \Delta t = t + \Delta\chi\,\frac{dt}{d\cos t} + \tfrac{1}{2}\Delta\chi^2\,\frac{d^2t}{d\cos^2 t} + \ldots$$

de itten

$$\frac{d\cos t}{dt} = -\sin t,\ \frac{dt}{d\chi} = -\frac{1}{\sin t};$$

$$\frac{d^2t}{d\chi^2} = \frac{\cos t}{\sin^2 t}\,\frac{dt}{dz} = -\frac{\cos t}{\sin^3 t}$$

$$\frac{d^3t}{d\chi^3}\left\{\frac{1}{\sin^2 t} + \frac{3\cos^2 t}{\sin^4 t}\right\}\frac{dt}{d\chi} = -\frac{\sin^2 t + 3\cos^2 t}{\sin^5 t} =$$

$$= -\frac{1 + 2\cos^2 t}{\sin^5 t.}$$

$$\frac{d^4t}{d\chi^4} = -\frac{9\cos t - 6\cos^3 t}{\sin^7 t}$$

$$\frac{d^5t}{d\chi^5} = -\frac{9 + 72\cos^2 t + 24\cos^4 t}{\sin^9 t}$$

— — — — — — — — — —

tehát

$$t + \Delta t = t + \frac{\sin f}{\sin\varphi\cos\delta\sin t} - \frac{\frac{1}{2}\sin^2 f}{\sin^2\varphi\cos^2\delta}\,\frac{\cos t}{\sin^3 t} +$$

$$+ \frac{\frac{1}{6}\sin^3 f}{\sin^3\varphi\cos^3\delta}\cdot\frac{1 + 2\cos^2 t}{\sin^5 t},$$ s mivel

$\sin t\cos\delta = \sin z,$

$$\triangle t = \frac{\sin f}{\sin \varphi \sin z} - \tfrac{1}{2} \operatorname{cotg} t \left(\frac{\sin f}{\sin \varphi \sin z}\right)^2 +$$

$$+ \frac{1 + 2 \cos^2 t}{6 \sin^2 t} \left(\frac{\sin f}{\sin \varphi \sin z}\right)^3 \ldots\ldots -$$

$$- \frac{9 \cos t + 6 \cos^3 t}{24 \sin t^3} \left(\frac{\sin f}{\sin \varphi \sin z}\right)^4 +$$

$$+ \frac{9 + 72 \cos^2 t + 24 \cos^4 t}{120 \sin^4 t} \left(\frac{\sin f}{\sin \varphi \sin z}\right)^5 + \ldots\ldots$$

A második tagnál tovább sohasem fog kelleni menni, p. o. Berlinre nézve, ha $\delta = 45^0$-nek vétetik fel, s $f = 12^1\ 30''$, a harmadik tag csak $= 0^s$, 01-et ad. Téve röviditésül:

$$\frac{f}{\sin \varphi \sin z} = F$$

$$\tfrac{1}{2} \operatorname{cottg} t = m$$

$$\tfrac{1}{6} (1 + 3 \operatorname{cotg}^2 t) = n, \text{ lesz}$$

$$t^1 - t = F - m F^2 + n F^3 + \ldots\ldots \quad 12).$$

A második tag előjele természetesen + lesz, ha egy oly szálon történt az észlelés, melyen hamarább ment át a csillag, mint a középsőn.[1]) Fontosságot e képletnek az is tulajdonit, hogy F, F^2, F^3... táblákba is foglalhatók, melyek m és n argumentummal birnak.

Ha oly csillagok észleltetnek, melyeknek elhajlása az észlelési hely földrajzi szélességével közel megegyezik, ugy következőleg is eljárhatunk:

$\cos t' = \cos t + \dfrac{f}{\cos \delta \sin \varphi}$. Levonva mindkét oldalt 1-ből, azután öszszegezve 1-el, s a kettőt elosztva

$$tg^2 \tfrac{1}{2} t^1 = \frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} t \cos \delta \sin \varphi - f^1}{2 \cos^2 \frac{1}{2} t \cos \delta \sin \varphi + f^1}$$

A kelet nyugat vonalra azonban

$$\cos t = \frac{tg\, \delta}{tg\, \varphi}$$

[1]) »Berliner Astronomisches Jahrbuch.« 1843. 316., 317 l.

$$1 - \cos t = 2 \sin^2 \tfrac{1}{2} t = \frac{\sin \varphi - \delta}{\cos \delta \sin \varphi}$$

$$1 + \cos t = 2 \cos^2 \tfrac{1}{2} t = \frac{\sin \varphi + \delta}{\cos \delta \sin \varphi}$$

és igy $$tg^2 \tfrac{1}{2} t' = \frac{\sin (\varphi - \delta) - f}{\sin (\varphi + \delta) + f} \ldots\ldots 13)$$ *).

II. FEJEZET.

Az eszköz hibái.

A csillagászat, lehet mondani, mennyiségtani pontokkal és vonalakkal dolgozik, melyek irányában még a legnagyobb szorgosság és gonddal készitett eszköz is, vastag tökéletlenségeket mutat fel. E tökéletlenségekből hibák állanak elő az észlelésben, s ha e hibák bizonyos határok között kisebbithetők is, azokat egészen elkerülni, a közvetlen észlelésben, sohasem fog sikerülhetni. A feladatot más oldalról igyekszünk megfejteni, kiszámitjuk az ejtett hiba nagyságát, s az észlelésből kapott értékeket a szerint igazitjuk meg.

A hiba, mely az eszközön előfordulhat, s mely az észlelési eredményt kétessé teheti, 3-féle lehet.

1. Az eszköz nincs a kelet-nyugat vonalban felállitva. 2. Az eszköz láttani tengelye nem áll a forgási tengelyhez merőlegesen. 3. Az eszköz forgási tengelye nem fekszik vizirányosan.

Látni való, hogy az eszközre más és máskép folyik be minden hiba, s hogy e hibák más és más befolyással leendnek más és más csillagokra.

Eme hibák számitásba vételénél jónak tartottuk, valamint az egész értekezésben is, a legegyszerübb eseteket venni tárgyalás alá, s ugy menni át az összetettekre.

Vegyük, hogy az eszköz forgási tengelye nem fekszik pontosan az éjszak-dél vonalban, hanem azzal valamely *k* szö-

---

*) »Brünnow Lehrbuch der Sphärischen Astronomie, Berlin, 1871., 507. l.

get képez, (az azimuth irányában számitva, tehát éjszakról kelet, vagy pedig délről nyugat felé) s hogy az észlelés a földsarkon történik. Ez esetben egy csillag, mely az aequatorba, vagy ahhoz közel esik, a horizontot majdnem érinti, s azzal parallel körben fog mozogni, ugy, hogy e körnek középpontja maga az észlelési hely. E csillag tehát nem fog a távcsőben a kelet nyugat vonalon átmenetekor látszani, hanem akkor, midőn k másodperczuyivel odább ment, ugy hogy az észlelési időből csak le kell vonni az óramásodperczekké átváltoztatott »k«-t.

Egy más csillag, melynek eltérése δ_2, a horizont fölött valamely h magasságban fog látszani, és az előbbivel parallel körben, (ugynevezett almucantaratban) mozogni, mely kör vetülete az észlelési hely horizontján szintén kör leend, s e kör középpontja az észlelési hely maga. E csillag képe az eszköz által szintén el fog térittetni a kelet nyugot vonalból, s minthogy e vetület nagysága csakis a h magasság cosinusától függ, az eltérités is nem lesz akkora, mint a horizontban levő csillagé, hanem annak csak e cosinussal szorzott része. Ha eme csillagra k_1-val jelölöm az eltérés nagyságát, akkor

$$k_1 = k \cos h, \text{ vagy}$$

$$k_1 = k \sin z,$$

hol $z = 90^0 - h$. Látni való tehát, hogy mentül közelebb esik egy csillag a világpolushoz, annál kevésbé fog egy ily hibásan felállitott eszköz által a kelet nyugot vonalról eltérittetni, s egy egészen a sarkon fekvő csillag pedig, (mint amugy is világos,) folyton e vonalban fogna látszani.

Ha azonban az észlelet egy tetszőleges helyen történik, melynek fokokban kifejezett távola a sarktól ($90^0 - \varphi$), e helyre nézve egy aequatoriális csillag oly körben fog mozogni, melynek sikja az észlelési hely horizontális sikjával φ szöget képez, s igy a csillag nem k-val, hanem

$$k \sin \varphi\text{-vel}$$

fog elérittetni. A többi csillagok parallel körökben mozognak, mely köröknek concentricus vetületi sikja az aequator, s igy a sark észlelésekre fentebb talált értéket még sin φ-vel kell szoroznunk, s egész általánosságban

$$k_0 = k \sin z \sin \varphi, \text{ mivel}$$

$$\cos z = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi}, \text{ és}$$

$$\cos t = \frac{tg\, \delta}{tg\, \varphi}, \text{ lesz még}$$

$$k_0 = \frac{k}{\cos \delta \sin t}$$

Ez által meg van adva az ejtett hiba nagysága, az aequatorral parallel legnagyobb körre, vagyis az óraszögre vonatkoztatva. Sokszor előfordulhat azonban az az eset, mikor az ejtett hiba nagyságát valamely más egységben, p. o. az észlelési hely zenithjétől való eltérités által akarjuk kifejezni.

Tudvalevőleg

$$\sin \delta = \sin \varphi \cos z - \cos \varphi \sin z \cos A$$

ez egyenletnek külzelése által δ és φ állandók levén,

$$o = - \{ \sin \varphi \sin z + \cos \varphi \cos z \cos A \} \, dz$$
$$+ \cos \varphi \sin z \sin A \, dA$$

s ha rövidség okáért

$$\cos \delta \sin N = \cos \varphi$$

$$\sin N = \frac{\cos \varphi}{\cos \delta} \text{ tétetik}$$

$$0 = - \cos \delta \cos N \, dz + \cos \delta \sin N \sin z \, dA$$

$dz = tg\, N \sin z \, dA$; és mivel a kelet nyugot vonalra

$$\cos z = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi}$$

$$dz = \text{cottg } \varphi \, dA$$

Ha tehát a k által az Azimuthban dA változás hozatik létre, a zenith távol e mennyiség $\frac{1}{\text{cottg } \varphi}$ részével fog változni. Ez azonban csak azon esetre áll, ha k az Azimuth, vagyis horizont legnagyobb körének iv részeiben van adva, (mint azt előbb is feltettük) s ha a k nagysága az óraszög másodperczeiben volna adva, akkor ezen mennyiség még sin φ-vel lenne szorzandó. Látni való egyszersmind az is, hogy dA nem minden csillagra egyenlő, sőt azok zenithtőli távolának sinusával nő, s igy ha egy tetszőleges csillag zenith távola eltéréséről lenne szó, s azt nem dA, de k által akarnók kifejezni, még ezen együttható is számitásba lenne veendő.

Egész szigorusággal véve a dolgot, itt még egy más tényező is befolyással bir. Az által t. i. hogy a csillag zenithtávola változást szenved (keleten kisebbé, nyugaton nagyobbá lesz), a refractióban is történik változás, mely a zenithtávolság változására visszahat (keleten nagyobbá, nyugaton kisebbé teszi). E változás azonban, mely $(z—z_1)$ mennyiség nagyságától függ, legtöbb esetben csekély, s közel a polushoz, mely az észlelésekre általán a legkedvezőbb hely, elenyésző. Igy p. o. ha δA Budapestre $= 1'$, (oly hiba, melynek csak kevésbé pontos észlelésnél is nem szabad előjönnie)

$$dz = 0', 91633 \text{ leend,}$$

s egy csillagra, melynek horizont fölötti magassága 25^0, az ez által refractiobani változás $= 0''$, 1643, mig

$$70^0 \text{ foknál} = 0'', 016$$

E módon, ha adva van valamely eszközre a k hiba nagysága, azaz, ha meg van határozva, mekkora szöget képez az eszköz forgási tengelye a dél-éjszak vonallal, akkor igen könnyü lesz a kapott eredményt minden egyes csillagra megigazitani. De a fentebb adott képletek által egyszersmind a k meghatározása is könnyüvé van téve, s legczélszerűbben eszközölhető az által, ha egy, a csillag katalogus által pontosan meghatározott csillagot észlelünk, midőn az eszközön áltálmegy, kelet és nyugaton. Tegyük, hogy a katalogusból számitott óraszögek kelet és nyugaton Θ_0 és Θ_1-vel jelöltetnek, az észlelés t_0 és t_1 időben történt, mely még Δ t-vel, (az óraállással) *) igazitva, a csillagidőt adja, akkor

$$\Theta_0 = \alpha - \left(t_0 + \Delta\, t_0 - \frac{k}{\sin z \sin \varphi}\right) \text{ keleten}$$

$$\Theta_1 = \left(t_1 + \Delta\, t_1 - \frac{k}{\sin z \sin \varphi}\right) - \alpha \text{ nyugaton}$$

*) Óraállás = Uhr-Stand. Szószerinti forditás ugyan, de a melynek igazolása ugy hiszem, nyelvünk természetében fekszik. Legalább ide mutat az az egészen magyaros szólásmód : »hogy áll az idő ?«

$$\text{vagy } \Theta_0 = \alpha = (t_0 + \Delta t_0) + \frac{k}{\sin z \sin \varphi}$$

$$\Theta_1 = t_1 + \Delta t_1 - \alpha \frac{k}{\sin z \sin \varphi}$$

$$k = \frac{2 t_0 + \Delta t_0 \mp t_1 - 2 \alpha}{2} . \sin z \sin \varphi$$

vagy a már említettek szerint:

$$k = \frac{t + \Delta t - \alpha}{\cos \delta \sin t}$$

Minthogy $\Theta_0 = \Theta_1$ egyenlő, ezek a két egyenlet kivonása által kiesnek s ismeretök nem szükséges.

Most még csak az lenne hátra, megmutatni, milyen csillagok választandók e czélra. Az óraszög nagysága, és a zenithtávol teljesen függetlenek a csillag egyenes emelkedésétől, külzelvén tehát az utóbbi egyenletet oly módon, hogy α állandónak tekintetik, s jelölve egyszersmind $t + \Delta t =$ egyszerűség kedvéért egy betűvel ϑ-vel, lesz

$$\vartheta - \alpha = k. \cos \delta \sin \vartheta$$

$$d\vartheta = dk \cos \delta \sin \vartheta + k \, (d\vartheta \, cottg \, \vartheta - d\delta \, tg \, \delta)$$

Minthogy k rendszerint igen kicsiny mennyiség, a hiba nagysága látnivalólag e kifejezés első tagjától lesz leginkább függővé téve, s minthogy e mennyiség legnagyobb értékét a zenithben éri el, legkisebbet a horizontban, a k meghatározására a horizonttól nem messze eső csillagok a legalkalmasabbak, mihez még az a más körülmény is járul, hogy a zenithez közel, a csillagok bissectioja nehány másodperczig is tarthat, mig a zenithtől távol még az időmásodpercz tizedrésze hallás által is pontosan meghatározható. Igy ha p. o. Budapesten akarnók egy ily eszköz hibáit meghatározni, melynél k körülbelül $= + 15''$, s választanók erre a Bradley (68) csillagot, melynek a greenwichi »seven Years Catalog«-ból 1875. végére átszámított elhajlása,

$$\delta = 47^0 \; 10' \; 30''$$

a fentebbi egyenlet igy alakulna.

$$dk = \frac{dt}{9,1538} - 5,8617 \, (d\vartheta. \, 0,6688 - d\delta. \, 0,0330)$$

hol a számok logarithmusokat jelentenek, s *dk*-*t* másodperczekben fejezik ki. Ha felveszszük most, hogy az idő meghatározásában 1 idő, — tehát 15 ivmásodperczny hibát követtünk el, s az elhajlás nagysága csak másodperczny pontossággal ismeretes, akkor

$$dk = 105'',3 - 0'',0039, \text{ azaz}$$

az ejtett hiba kétszer akkora lesz, mint maga *k*.

Ha ugyan e körülmények között az α Canis Minoris, (kis kutya) csillagot határozzuk meg, egy tizedmásodpercz pontossággal, (melyre nézve $\delta = + 5^0 32' 43''$)

$$dk = 0'', 1514.$$

Egy másnemü hiba egy eszköznél az által állhat elő, hogy láttengelye nem képez forgási tengelyével 90⁰ szöget, hanem vagy nagyobbat, vagy kisebbet. Az eszköz forgási tengelyének azon felét, mely a magassági körrel van ellátva, egyszerüség kedvéért körtengelyfélnek nevezve, vegyük fel, hogy ez a tengely-fél a láttani tengelylyel $(90^0 + c)$ szöget képez, akkor ezen eszköz forgása által nem egy a horizonton keresztülmenő legnagyobb kör fog leiratni, hanem egy azzal párhuzamos, mely az előbbitől *c*-nyire áll el, hol *c* az Azimuth másodperczeiben van kifejezve. Egy ily eszközben a csillagok nem akkor fognak feltünni, midőn a kelet-nyugat vonalon mennek át, hanem valamivel előbb, ha keleten a körtengelyt délnek, és nyugaton éjszaknak fordítjuk; valamivel később pedig, ha a keleti észlelésnél éjszak, a nyugatinál dél felé van fordítva a körtengely. Látnivaló egyszersmind az is, hogy az Azimuth irányában való eltérítés minden csillagra $\frac{1}{\sin h}$ arányban foly be, hol *h* a csillag horizont fölötti magasságát jelenti, a kelet-nyugot vonalban. Egészen másként áll azonban a dolog az óraszögre nézve, mely itt főkép tekintetbe jön. Ismeretes a gömbi csillagászat következő kifejezése:

$$\cos \delta \cos t = \sin h \cos \varphi + \cos h \sin \varphi \cos A.$$

hol A az azimuthot jelenti. Ha itt

$A = 90 + c$ teszszük, akkor az eszköz által leirt körben megjelenő csillagokra idomul át e kifejezés, s lesz

$$\cos t = \frac{\sin h \cos \varphi}{\cos \delta} + c \frac{\cos h \sin \varphi}{\cos \delta}$$

miután c mindig oly kicsiny, hogy $\sin c = c$-nek vehető. A nyugat-kelet vonalban levő óraszöget t_1-vel jelölve,

$\cos t_1 = \frac{tg\,\delta}{tg\,\varphi}$, s miután t és t_1 egymástól csak keveset különböznek, lehet még tenni:

$$\cos t - \cos t_1 = (t - t_1)$$

akkor

$$t - t_1 = \frac{\sin h \cos \varphi}{\cos \delta} + c \frac{\cos h \sin \varphi}{\cos \delta} - \frac{tg\,\delta}{tg\,\varphi}$$

s miután

$$\sin h = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi},$$

$$(t - t_1) = c \frac{\cos h \sin \varphi}{\cos \delta}, \text{ továbbá}$$

$$\cos h = \cos \delta \sin t,$$

$$(t - t_1) = c \sin \varphi$$

vagy a horizontfölötti magasság által akarván kifejezni,

$$(t - t_1) = c\, cottg\, h\, tg\, \delta.$$

E kifejezés által meg van adva minden csillagra nézve a két óraszög közötti különbség, t. i. egy hibás, és egy hiba nélküli eszköz által mutatott óraszögek között.

Az eszköz hibája által a zenithtávolban okozott eltérés oly csekély, hogy a magassági kör által legtöbb esetben le nem olvasható, theoreticai levezetésére azonban a következő utat gondolnám követendőnek:

Egész általánosságban:

$$\sin \delta = \sin \varphi \cos z' - \cos \varphi \sin z' \cos A,$$

a kelet-nyugot vonalra:

$$\sin \delta = \sin \varphi \cos z \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad \alpha)$$

$$\sin z', \cos A = tg\,\varphi\,(\cos z' - \cos z), \text{ s miután}$$

$$\sin c = \sin z' \sin A,$$

$$= - \sin z' \cos A', \text{ lesz még}$$

$$\sin^2 z' = \sin^2 c + tg^2 \varphi (\cos z' - \cos z)^2$$

$$\sin \delta = \sin \varphi \cos z' + \sin c \cos \varphi \ldots \beta)$$

Az α) és β) alatti egyenlet levonása által:

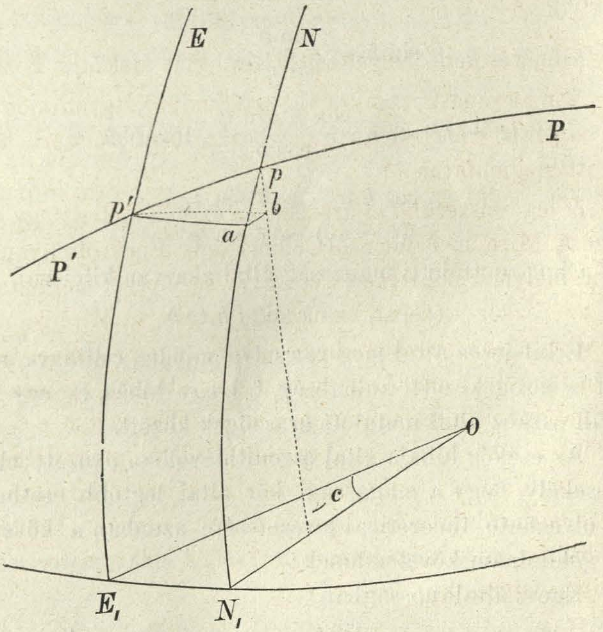
$$0 = \sin \varphi (\cos z' - \cos z) + \sin c \cos \varphi$$

$$0 = 2 \sin \varphi \sin \tfrac{1}{2} (z - z') \sin \tfrac{1}{2} (z + z') + \sin c \cos \varphi$$

$$2 \sin \tfrac{1}{2} (z' - z) = \frac{\sin c}{tg\, \varphi \sin \frac{1}{2} (z_1 - z)}$$

(Ez utóbbi egyenletet gyakorlati számításokra akarván idomítani, legkényelmesebben sorba-fejtés által érünk czélt.)

Ha a hiba nagyságát az illető csillag által leirt kör másodperczeiben akarnók meghatározni, (tehát nem az aequator részeiben, vagyis időben) — s ezen hibát d-nek neveznők, akkor a mellékelt ábra értelmében, hol KN a kelet-nyugot



vonalon és a zenithen keresztül fektetett legnagyobb kört képviseli, EE_1 az eszköz által valóban leirt kört, PP' pedig a csillag által leirt utat ábrázolja:

$$d^2 = pp'^2 = c^2 + ap^2$$

miután a pp' háromszög, mint igen kicsiny (c legfeljebb 15 másodperczny lehet) sikháromszögnek tekinthető.

Továbbá:

$$ap = \frac{bp}{\sin h},$$

$$bp = pp' \sin \varphi, \text{ tehát}$$

$$d^2 = c^2 + \frac{pp'^2 \sin^2 \varphi}{\sin^2 h}$$

$$d^2 \left(1 - \frac{\sin^2 \varphi}{\sin^2 h}\right) = c^2$$

$$d^2 = \frac{c^2 \sin^2 h}{\sin^2 h - \sin^2 \varphi}$$

$$d = \frac{c \sin h}{\sqrt{\sin^2 h - \sin^2 \varphi}}$$

mely kifejezés kellő helyettesítés által más alakra is hozható.

Mind e vonatkozásokra visszatérendünk ugyan még egyszer, hanem a c nagyságának meghatározását czélszerü leend már itt megmutatni.

A legczélszerübb eljárás, ha az eszköz mellett egy úgynevezett Mire meridienne, (Collimations Fernrohr) van felállitva, melynek mikrometer csavarja segélyével meghatároztatik az eszköz középső szálának fekvése, a Mire-re nézve (ugy állitva be az eszközt, hogy a Mire és az észlelési távcső láttani tengelyei lehetőleg egymás folytatásába essenek). Az után megfordíttatik helyzetében az észlelési távcső, ugy hogy ha előbb a körtengely éjszakra volt fordítva, most délnek áll vagy megfordítva, s meghatároztatik ujból a középső szál fekvése, a mozdulatlanul maradt Mire-re nézve. A két leolvasás közötti különbség lesz = 2 c-vel, a mikrometer csavar részeiben fejezve ki.

Hogy ezt azután az Azimuth legnagyobb körének másodperczeiben fejezhessük ki, nem kell mást tudnunk, minthogy a mikrometer csavar egy egész fordulásának a legnagyobb körben hány másodpercz felel meg, s ezt vagy heliometer segélyével határozzuk meg, vagy az által, hogy a mikrometer mozogható szálát az észlelési távcső két szálára állitjuk be egymás után, melyeknek egymástóli távola, — az azimuth másodperczeiben ismeretes.

A berlini csillagda hasonló uj eszközén a mikrometer csavar fordulásának századrészét lehet szemmértékkel leolvasni s egy ily századrész a kelet-nyugot vonalban felállitott Dollond-féle eszközön, számitásaim szerint

$0'',16109$-nek felel meg,

hol egy-egy beállitás közép hibája

$\pm\ 0'',05796$ volt.

Ha azonban egy ily eszköz nem állana rendelkezésünkre, vagy ha félni kellene, hogy a Mire nem egészen mozdulatlan, akkor c csillagészlelésekből is meghatározható. A már használt kifejezésekkel élve, s t_1-el nevezve a való, t'-vel pedig az észlelt óraszöget, lesz ugyanis

$t_1 = t_1' \pm \frac{c}{\sin\varphi \sin t}$ keleten, hol a felső jel a körtengely éjszaki, az alsó a déli fekvésének felel meg, és

$t_0 = t'_0 \pm \frac{c}{\sin\varphi \sin t}$, nyugaton, a körtengely hasonló fekvésénél.

Ha a két átmenet között az eszköz tengelyét megforditjuk, s keleten a körtengelyt éjszaknak, nyugaton délnek fektetve észlelünk (vagy pedig forditva), az előjelek meg fognak változni, s

$$t_1 = t_1' \pm \frac{c}{\sin\varphi \sin t}$$

$t_0 = t_0' \mp \frac{c}{\sin\varphi \sin t}$, a kettő levonása által

$t_1 - t_0 = t_1' - t_0' + \frac{2\,c}{\sin\varphi \sin t}$, vagy a másik esetben

$$t' - t_0 = t_1' - t_0' - \frac{2\,c_1}{\sin\varphi \sin t},$$

lesz $c = \frac{1}{2}\,(t' - t_0')\sin\varphi \sin t$, vagy

$c_1 = \frac{1}{2}\,(t_0' - t^{1'})\sin\varphi \sin t.$

Látni való különben már itt is, hogy a két átmenet között megforditva az eszköz tengelyét, a hiba ki fogja magát teljesen egyenliteni, s

$$\tfrac{1}{2}(t_1{}' + t_0{}') = t_1 = t_0$$

ugy hogy a két észlelt óraszög középértéke a való óraszöggel összeesik.

A c meghatárzására legalkalmasabban fekvő csillagokról levén szó, tegyünk a fentebbi képletbe

$t_1^1 - t_0{}'$ helyébe, rövidség okáért

t'-et, akkor

$$dc = \tfrac{1}{2}\, dt' \sin\varphi \sin t + \tfrac{1}{2}\, t' \sin\varphi \cos t\, dt$$

s minthogy $dt' = d\,(t_1{}' - t_0{}^1)$ másodrendü kicsiny dt mellett, a c-ben ejtett hiba nagysága a második tagtól, tehát cos t-től fog függni kiváltképen, s a c meghatárzására a zenith közelben levő csillagok legalkalmasabbak.

A harmadik rendü hiba, mely által az észlelés az eszköz folytán terhelve lehet, a miatt támad, hogy az eszköz forgási tengelye nem esik vizirányosan. A más két tárgyalt hiba egy meglehetősen stabilisan épült eszköznél, huzamosabb időn keresztül állandónak tartható fönn, mig ez folytonos ingadozásoknak van kitéve, ugy annyira, hogy a két — keleti és nyugati — átmenet között is nagyobb változások állhatnak elő. E változások minősége és nagysága sok mindenfélétől függ, a helyiség épitési módja, (miként fekszenek az ablakok és nyilások), a szél iránya, az eszközt tartó oszlopok anyaga s különösen pedig a napi hőmérsék változása, mint nevezetes tényezők hatnak be. A berlini csillagda Dollond-féle eszközén Weyer 1836-ban (oct. 28—31) ugy tapasztalta, hogy a hő okozta egyenlőtlen kiterjedés miatt a déli oszlop emelkedése az éjszaki fölött

$$i = \chi + y \cos (M + v)$$

kifejezés által állitható elő, hol M a valódi napidőtől függ, s a kifejezés számértékei

$$= 1,879 + 1,073 \sin (M + 71^0\, 01^1)$$

találtattak. A kifejezés maximumát éri el valamivel délután, vagyis 13 óra 16 perczkor, a mikor = + 2, 951; minimumát 1 óra 16 perczkor, a mikor = + 0, 806, hol egységül a vizmérték egy elosztási része vétetett fel, melynek az eszköz tengelyén nem egészen 2″ felel meg, a legnagyobb kör részeiben.

A mi e hiba befolyását az észlelésre illeti, látni való, hogy az eszköz horizontális állásánál, (tehát az aequátorhoz közel eső csillagok észlelésénél) az eszköz a kelet nyugat vonalból ki nem térittetik, bármennyire emelkednék is az egyik oszlop a másik fölött, miután az eszköz ez által csak láttani tengelye körül fordittatik meg. A zenithben történvén az észlelés, a csillag azimuthja i-vel fog eltérittetni, egy tetszőleges magasságban levő csillagé $i \cos z$ arányában, ha i jelenti a szöget, melyet az eszköz forgási tengelyének éjszakra forditott fele a horizonttal képez, mindenkor a horizonttól a zenith felé számitva. Ezen eltéritést azután az óraszög által akarván kifejezni, a csillagászat eme képletéből indulunk ki:

$$\sin z \cos A = - \sin \delta \cos \varphi - \cos \delta \sin \varphi \cos t.$$

Ha pontosan a kelet nyugot vonalban történt az észlelés,

$$o = \sin \delta \sin \varphi - \cos \delta \sin \varphi \cos t$$

ellenben i hibával

$$i \cos z = \sin \delta \cos \varphi - \cos \delta \sin \varphi \cos t$$

kivonva a kettőt

$$i \cos z = \cos \delta \sin \varphi (\cos t_1 - \cos t)$$

$$\cos t_1 - \cos t = \frac{i \cos z}{\cos \delta \sin \varphi}.$$

s mivel

$$2 \sin \tfrac{1}{2} (t_1 - t) \sin \tfrac{1}{2} (t_1 + t) = \frac{i \cos z}{\cos \delta \sin \varphi}$$

és mivel t és t_1 egymástól csak kevésbé eltérő mennyiségek, közelitőleg tehető:

$$t_1 - t = \frac{i \cos z}{\cos \delta \sin \varphi \sin t} - \frac{i \cos z}{\sin z \sin \varphi}$$

$$t_1 - t = \frac{i}{\operatorname{tg} z \sin \varphi}$$

A mi az előjelt illeti, az a tengely megforditásával nem változik, s ha i igenleges, azaz ha a tengely éjszak felé irányzott fele fekszik magasabban, akkor mindig igenleges, ha pedig ez alacsonyabb, akkor nemleges.

Meg levén határozva az arány, mely szerint a hiba minden egyes csillag észlelésére befolyik, könnyü lesz e miatt az egész eredményt megigazitani, ha csak a hiba nagysága tudva van. Ennek meghatározására nem folyamodhatunk a csillag-észlelésekhez, miután e hiba folyton változásoknak van kitéve, de nincs is reá szükség, a mennyiben a lejtmérő által sokkal könnyebb szerrel, majdnem perczenként meglehetősen pontos eredményekhez jutunk. A lejtmérő, (Libelle, Niveau) használata, s elosztási részeinek átszámitása a legnagyobb kör ivmásodperczeire ugyanaz, a mi a meridián készüléknél, a pontosság, melyet általa elérni lehet: itt is oly csekély. Nagyobbá lehet a pontosságot tenni az által, ha a leolvasás lehetőleg gyorsan történik, s ha a lejtmérő megforditása is kevés időt vesz igénybe. A világitó lámpa nem eléggé gyors leolvasásnál ugyanis megmelegiti a lejtmérőt, s ez által nemcsak az üvegben levő léghólyag hossza szenved változást, hanem az üvegcső maga is egész szabálytalanul terjed ki, s a hólyag helyzetére nézve változásokat hoz elő, melyek szabálytalanságuknál fogva többé számitásba nem vehetők.

Mind az itt, mind az előbb mondottakra meg kell jegyeznünk, hogy csak közelitő értékeket adtunk, melyek csak az adott feltételek között adják az eredményt, az ivmásodpercz századrészéig pontosan. Biztosabban e szabálytalanságok befolyását az eredményre, adjuk a következendőkben.

III. FEJEZET.

Az eszköz ugy a mint van.

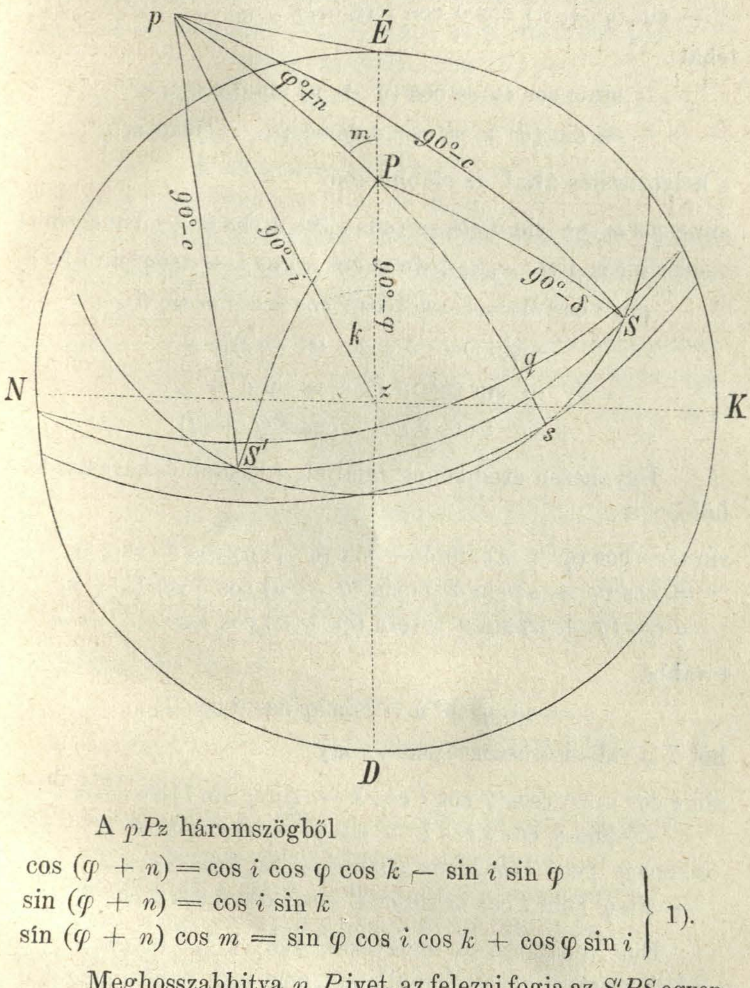
Az eszköz, ugy a mint van, mind a három hibában szenved; forgási tengelye nem fekszik az éjszak-dél vonalban, nem is vizirányosan, láttani tengelye nem esik erre merőlegesen. Ebből aztán az következik, hogy a fentebbiekben adott hibákhoz még más másodrendüek fognak járulni, mert ha p. o. a k által az óraszögben okozott hiba cos δ sin t-től fog függni egy másként helyes eszköznél, látni való, hogy e hiba nagyobbodni fog, midőn még a collimatio hiba (c) is hozzájárul, miután eme hiba következtében az eszköz nem mozog többé a kelet-nyugot vonalban, hanem egy azzal párhuzamos körben. És viszont a »c« által ejtett hibára, mint másodrendű mennyiség, befolyással bir a »k« és »i«.

A következőkben jónak látszott azért egész általánosságban venni figyelembe egy eszköz hibáinak befolyását az észlelésre.

A mellékelt ábrán legyen $KDNE$ a horizont köre, KN a kelet-nyugot, DE a déléjszak vonal, mely utóbbiba az eszköz tengelye nem esik bele, s tegyük fel, hogy annak éjszaki sarka valamely p pontban érinti az égboltot, mely p pontnak fekvése a zenith pontra nézve k és i által legyen adva, ugy, hogy k az azimuthbani eltérés szögét jelentse, (tehát Ep ivet, melynek polusa Z, a zenith,) i pedig a szöget, melylyel p a horizont alatt fekszik, egy oly legnagyobb kör ivrészeiben számitva, mely a p és z pontokon megy át, s melynek polusa tehát a K ponttól k-nyira fekszik E felé.

Legyen továbbá a világtengely éjszaki sarkának vetülete P-ben, s nevezzük az ivet, melylyel p pont P-re nézve a horizont alatt áll, »n«-nel, s a mennyire E ponttól eltér, »m«-el, akkor egy igy felállitott eszköz látvonalának meghosszabbitása nem fog többé egy legnagyobb kört leirni, (mi akkor áll elő, ha csak k hiba jön tekintetbe,) hanem egy oly kört, mely az N ponttól D felé, s a K ponttól E felé k-nyira eső pontokon s egy a zenithtől i-nyira éjszak felé eső ponton megy át.

Ha az eszköznek látvonalbeli hibája még c-vel jelöltetik, a valóságosan leirt kör emevvel párhuzamosan fog menni, s tegyük fel, hogy S és S^1 pontokon fog benne valamely csillag feltünni. Jeleljük e két pontbani óraszöget t és t_1-vel.



A pPz háromszögből

$$\left.\begin{aligned} \cos(\varphi + n) &= \cos i \cos \varphi \cos k - \sin i \sin \varphi \\ \sin(\varphi + n) &= \cos i \sin k \\ \sin(\varphi + n) \cos m &= \sin \varphi \cos i \cos k + \cos \varphi \sin i \end{aligned}\right\} 1).$$

Meghosszabbitva $p\ P$ ivet, az felezni fogja az $S'PS$ egyenszáru gömbháromszöget, s lesz

$$\sphericalangle\, sPS = \tfrac{1}{2}(t_1 - t)$$
$$\sphericalangle\, pPS = 360^0 - t_1 - m$$
$$\tfrac{1}{2}(t_1 - t) + m = 180^0$$

$$m = 180^0 - \tfrac{1}{2}(t_1 + t)$$
$$t + m = 180^0 - \tfrac{1}{2}(t_1 - t)$$

A pPS háromszögből

$$\sin c = \cos(\varphi + n)\sin\delta -$$
$$- \sin(\varphi + n)\cos\delta\cos\tfrac{1}{2}(t_1 - t) \ldots\ldots\ldots\ 2)$$

tehát

$$\sin c\cos m = \cos(\varphi + n)\sin\delta\cos m -$$
$$- \sin(\varphi + n)\cos\delta\cos\tfrac{1}{2}(t_1 - t)\cos m$$

s helyettesités által az előbbiekből

$$\sin c\cos m = \sin\delta\cos m(\cos i\cos k\cos\varphi - \sin\varphi\sin i)$$
$$- \cos\delta\cos\tfrac{1}{2}(t_1 - t)\,\{\sin\varphi\cos k\cos i - \cos\varphi\sin i\}\ .\ 3)$$
$$\sin c\cos m = \cos\varphi\,[\cos i\cos k\cos m\sin\delta -$$
$$- \sin i\cos\delta\cos\tfrac{1}{2}(t_1 - t)] -$$
$$- \sin\varphi\,[\sin i\cos m\sin\delta +$$
$$+ \cos i\cos\delta\cos k\cos\tfrac{1}{2}(t_1 - t)]$$

Ugyanezen eredményt találjuk a fentebbi háromszögből igy is:

$$\sin c = \cos(\varphi + n)\sin\delta - \sin(\varphi + n)\cos\delta\cos\tfrac{1}{2}(t_1 - t)$$
$$= \cos(\varphi + n)\sin\delta + \sin(\varphi + n)\cos\delta\cos(t + m)$$
$$= \cos(\varphi + n)\sin\delta + \sin(\varphi + n)\cos\delta\cos(t_1 + m)$$

továbbá

$$o = \cos\varphi\sin\delta - \sin\varphi\cos\delta\cos T.$$

hol T a valódi óraszöget jelöli, s igy

$$\sin c\cos m = (\cos\varphi\cos i\cos k - \sin\varphi\sin i)\cos m\sin\delta -$$
$$- (\sin\varphi\cos i\cos k + \cos\varphi\sin i)\cos\delta\cos T.$$
$$= \cos\varphi\,\{\cos i\cos k\cos m\sin\delta - \sin i\cos\delta\cos T\} -$$
$$- \sin\varphi\,\{\sin i\cos m\sin\delta + \cos i\cos k\cos\delta\cos T\}.$$

Eme vonatkozások segélyével, melyek az eszköz egyes rendellenességei között fennállanak, nem lesz nehéz magokat a mennyiségeket az észlelésekből levezetni. Legczélszerűbb itt először az m nagyságát kipuhatolni, mi pontos időmeghatározást követel, s

$$m = a - \tfrac{1}{2}(t_1 - t)$$

képlet által nyerhető, hol α a csillag egyenes emelkedését jeleli.

A 3) alatt adott egyenletbe

$$\cos m = 1 - 2 \sin^2 \tfrac{1}{2} m$$
$$\cos k = 1 - 2 \sin^2 \tfrac{1}{2} k\,.$$

helyettesitéseket vivén végbe, ilyen alakot nyerünk:

$$\begin{aligned}\sin c \cos m &= \cos \varphi \sin \delta \cos i - \sin i \cos \varphi \cos \delta \cos \tfrac{1}{2}(t_{\prime} - t)\\ &- 2 \cos \varphi \sin \delta \cos i \sin^2 \tfrac{1}{2} k -\\ &- 2 \cos \varphi \cos i \sin \delta \{ \sin^2 \tfrac{1}{2} m - 2 \sin^2 \tfrac{1}{2} k \sin^2 \tfrac{1}{2} m \} -\\ &- \sin \varphi \sin i \sin \delta - \cos i \sin \varphi \cos \delta \cos \tfrac{1}{2}(t_{\prime} - t) +\\ &2 \sin \varphi \sin i \sin \delta \sin^2 \tfrac{1}{2} m +\\ &+ 2 \sin \varphi \cos i \cos \delta \cos \tfrac{1}{2}(t_1 - t) \sin^2 \tfrac{1}{2} k \quad \ldots \quad 4)\end{aligned}$$

Eme képletnek további átalakítása már most a czéltól fog függni, melyre nézve a hibák nagyságát megitélni kivánjuk. Legczélszerübb a kelet-nyugot vonalban a $(\varphi - \delta)$ mennyiség meghatározása, miből aztán vagy δ határozható meg, a legnagyobb elérhető pontossággal, ha φ ismeretes, vagy φ, ha δ lenne adva. A fentebbi egyenlet e czélra való tekintettel legelőnyösebben igy alakitható át:

$$\begin{aligned}\sin c \cos m &= \cos (\varphi + i) \sin \delta -\\ &- \sin (\varphi + i) \cos \delta \cos \tfrac{1}{2}(t - t_1) -\\ &- 2 \cos (\varphi + i) \sin \delta \sin^2 \tfrac{1}{2} m -\\ &- 2 \{ \cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \cos \tfrac{1}{2}(t' - t) \} \cos i \sin^2 \tfrac{1}{2} k +\\ &+ 4 \cos \varphi \cos i \sin \delta \sin^2 \tfrac{1}{2} k \sin^2 \tfrac{1}{2} m\end{aligned}$$

s rövidség okáért irva:

$$M \sin N = \sin \delta$$
$$M \cos N = \cos \delta \cos \tfrac{1}{2}(t_{\prime} - t),$$ a fentebbi

képlet igy módosul:

$$\begin{aligned}\sin c \cos m &= M \{ \cos (\varphi + i) \sin N - \sin (\varphi + i) \cos N \} -\\ &- 2 \cos (\varphi + i) \sin \delta \sin^2 \tfrac{1}{2} m -\\ &- 2 M \{ \cos \varphi \sin N - \sin \varphi \cos N \} \cos i \sin^2 \tfrac{1}{2} k +\\ &+ 4 \cos \varphi \cos i \sin \delta \sin^2 k \sin^2 \tfrac{1}{2} m\end{aligned}$$

vagy miután még

$$\begin{aligned}M \sin N \cos (\varphi + i) &= \sin \delta \cos (\varphi + i) =\\ &= \tfrac{1}{2} M \sin (N + \varphi + i) + \tfrac{1}{2} M \sin (N - \varphi - i)\\ M \sin N \cos \varphi &= \sin \delta \cos \varphi = \tfrac{1}{2} M \sin (N + \varphi) +\\ &+ \tfrac{1}{2} M \sin (N - \varphi)\end{aligned}$$

át fog alakulni a második és negyedik tag is, s lesz

$$\begin{aligned} M \sin (N - \varphi - i) &= \sin c \cos m + \\ &+ M \sin (N + \varphi + i) \sin^2 \tfrac{1}{2} m \\ &+ M \sin (N - \varphi - i) \sin^2 \tfrac{1}{2} m + \\ &+ 2 M \sin (N - \varphi) \cos \delta \sin^2 \tfrac{1}{2} k \\ &- 2 M \sin (N + \varphi) \cos i \sin^2 \tfrac{1}{2} k \sin^2 \tfrac{1}{2} m \\ &- M \sin (N - \varphi) \cos i \sin^2 \tfrac{1}{2} m \sin^2 \tfrac{1}{2} k \end{aligned}$$

Az eszköznek csak közelítőleg helyes felállításánál is m, n, c, k, és i mennyiségek kicsinyek, s a fentebbi képlet jobb oldalának második tagja másodrendü kicsiny, a harmadik és negyedik tag harmadrendü, a következők negyed- és ötödrendüek, s mint ilyenek a gyakorlati számításnál a lehető legnagyobb pontosság elérése mellett is elhagyhatók. A harmadrendü mennyiségeket véve csupán tekintetbe, tegyük e helyettesitést:

$$\sin \Delta \varphi = \frac{\sin c}{M} + 2 \sin (\varphi + i) \cos N \sin^2 \tfrac{1}{2} m + \\ + 2 \sin (N - \varphi) \cos i \sin^2 \tfrac{1}{2} k \quad \ldots\ldots\ldots \quad 5)$$

hol még

$$2 \frac{\sin c}{M} \sin^2 \tfrac{1}{2} m \text{ helyé } 2 \sin^2 \tfrac{1}{2} m \sin \Delta \varphi$$

iratott, mi a fentebbi feltétel mellett szintén tehető. Igy a kifejezés ezen alakban állitható elő:

$$\begin{aligned} \{ \sin (N + \varphi + i) - \sin \Delta \varphi \} \sin^2 \tfrac{1}{2} m &= \\ = \{ \sin (N + \varphi + i) - \sin (N - \varphi - i) \} \sin^2 \tfrac{1}{2} m & \\ = \sin (\varphi + i) \cos N \sin^2 \tfrac{1}{2} m, \text{ és} & \\ \varphi = N - i - \Delta \varphi. & \end{aligned}$$

Minthogy pedig:

$$tg\, N = \frac{tg\, \delta}{\cos \frac{1}{2} (t_, - t)},$$

irható egyszersmind

$$\delta = N_, + i + \Delta \varphi$$

$$\text{hol } tg\, N_, = tg\, \varphi \cos \tfrac{1}{2} (t_, - t)$$

Az i mindig közvetlenül a lejtmérő által nyerhető, s csak a $\Delta \varphi$ tag érdemel behatóbb figyelmet.

Minthogy

$$M = \sqrt{\sin^2\delta + \cos\delta\cos^2\tfrac{1}{2}(t_, - t)}$$
$$= \sqrt{1 - \cos^2\delta\sin^2\tfrac{1}{2}(t_, - t)}$$

$= Sq$, — ha Sq merőlegesen áll az SPS' szöget felező Ps vonalon, s minthogy Sq nem egyéb, mint a zenithtávol a kelet-nyugot vonalban, irható még:

$$\frac{\sin c}{M} = c \sec z \text{ is, mi által}$$

$$\sin \Delta\varphi = c\sec z + 2\sin(\varphi + i)\cos N \sin^2\tfrac{1}{2}m$$
$$+ 2\sin(N - \varphi)\cos i\sin^2\tfrac{1}{2}k$$

A gyakorlati számitásoknál még ez a pontosság sem szükséges, s az utolsó itt adott tag is elhagyható.

Mind e kifejezéseket módosíthatjuk ugy is, hogy egyenesen a δ pontos meghatározásához szükséges javítást nyerjük. A 4) szám alatt adott egyenletet a felsőbbrendü kicsiny tagok elhagyásával igy irhatjuk:

$$\sin c\cos m = \cos m \{\cos\varphi\sin\delta\cos i\cos k + \sin\varphi\sin\delta\sin i\}$$
$$- \cos\tfrac{1}{2}(t_, - t)\{\sin\varphi\cos\delta\cos i\cos k + \cos\varphi\cos\delta\sin i\}$$

s ha itt rövidség okáért

$$\sin i = R\sin S,$$
$$\cos i\cos k = R\cos S \text{ helyettesítést teszszük,}$$

hol e mennyiségek kicsinyek,

$$\text{s } tg\, S = \frac{tg\, i}{\cos k}, \text{ akkor,}$$

$$\sin c\cos m = R\sin\delta\cos m\cos(S + \varphi) -$$
$$- R\cos\tfrac{1}{2}(t_, - t)\cos\delta\sin(\varphi + S)$$

s ha továbbá

$$P\sin Q = \sin(S + \varphi)\cos\tfrac{1}{2}(t_, - t)$$
$$P\cos Q = \cos(S + \varphi)\cos m,$$
$$\sin c\cos m = PR\{\sin\delta\cos Q - \cos\delta\sin Q\}$$
$$= PR\sin(\delta + Q)$$

Helyettesítve most R és P helyé értékeiket,

$$R = \sqrt{\sin^2 i + \cos^2 i\cos^2 k}$$

$$P = \sqrt{\frac{\cos^2 m \cos^2 (S + \varphi)}{\cos^2 \frac{1}{2} (t, - t) \sin^2 (S + \varphi)}}$$

irhatjuk

$$\sin^2 c \cos^2 m = \sin^2 (\delta + Q) \{ \sin^2 i + \cos^2 i \cos^2 k \}$$
$$\left(\frac{\cos^2 m \cos^2 (S + \varphi)}{\cos^2 \frac{1}{2} (t, - t) \sin^2 (S + \varphi)} \right)$$

miután $\sin^2 i = 1 - \cos^2 i$,

a középső zárjel alatti tag =

$$= 1 - \cos^2 i \sin^2 k,$$

ugy hogy a negyedrendü tagok elhagyásával

$$\sin^2 c = \frac{\sin^2 (\delta + Q) \cot tg^2 (S + \varphi)}{\cos^2 \frac{1}{2} (t, - t)},$$

$$\sin (\delta + Q) = \sin c \cos \tfrac{1}{2} (t, - t).\ tg\ (S + \varphi)$$

hol $$tg\ S = \frac{tg\ i}{\cos k}$$

$$tg\ Q = \frac{\cos \frac{1}{2} (t, - t)}{\cos m}\ tg\ (S + \varphi)$$

E képlet logarithmusi számításokra valamivel alkalmasabb az előbbinél, noha gyakorlati jelentősége, mint látni fogjuk, egynek sem nagy.

Közelebbről akarván meghatározni az itt ejthető hibák nagyságát,

$tg\ N = \dfrac{tg\ \delta}{\cos \frac{1}{2} (t, - t)}$ mennyiséget külzeljük, mi által

$$d\,N = \frac{\sin 2\,\varphi}{\sin 2\,\delta}\ d\,\delta + \tfrac{1}{4}\ tg\ \tfrac{1}{2}\ (t, - t) \sin 2\,\varphi\ d\ (t, - t)$$

s miután itt csak a naponkénti óramenet és nem az óraállás jöhet tekintetbe, melyet u-val jelölhetünk, lesz

$$d\ (t, - t) = \frac{t, - t}{24}\ du.$$

Továbbá

$\sin 2\,\varphi \sin^2 \frac{1}{2}\ m$-nek külzelése által

$$2 \cos 2\,\varphi \sin^2 \tfrac{1}{2}\ m\ d'\,\varphi + \tfrac{1}{2} \sin 2\,\varphi \sin m\ dm$$

hol $d'\varphi$ azon értéket képviseli, melylyel φ ismerete hiányos.

Az 5) és 6) alatt jelölt képletekből tehát, (elhagyván az előbbiben a harmadrendü tagot),

$$d\varphi = \frac{\sin 2\varphi}{\sin 2\delta}\, d\delta + \frac{\sin 2\varphi}{4}\, tg\, \tfrac{1}{2}(t, - t)\, \frac{(t, - t)}{24}\, du$$

$$- di - dc \sec z - 2 \cos 2\varphi \sin^2 \tfrac{1}{2}\, md'\varphi -$$

$$- \tfrac{1}{2} \sin 2\varphi \sin m\, dm$$

hol $d\varphi$ az észlelésből számított φ-ben elkövetett hibát jelöli. E tagok közül jobbfelől a második, öt- és hatodik, kicsiny voltuknál fogva el fognak esni.

Mind e képletek azon esetre állanak, ha az eszköz hibái a két észlelés között, melyekből magukat e hibákat, s φ vagy δ-nak pontos értékét levezetni akarjuk: állandóan megmaradtak. Ezen állandóság, jobban vagy kevésbé, hónapokon át is megmarad egy meglehetősen felállított eszközre nézve; felmerülhet azonban azon eset is, midőn a két észlelés között az eszköz hibái megváltoztak. Eme változások befolyását az észlelésre akarván vizsgálni, tegyük fel, hogy a t észlelés alkalmával e hibák

m, n, k, c, i voltak, ellenben $t_{,,}$ észleléskor

$m + \Delta m, n + \Delta n, k + \Delta k, c + \Delta c, i + \Delta i$

akkor, a harmadrendü tagok elhagyásával

$$\varphi, = N, - i - c \sec z - \sin 2\varphi \sin^2 \tfrac{1}{2}\, m,$$

hol $tg\, N, = \dfrac{tg\, \delta}{\cos \frac{1}{2}(t_{,,} - t)}$, és $m, = \alpha - \frac{1}{2}(t_{,,} + t)$,

Ha a két észlelés között valamely t_1 időben a hibák ép olyanok voltak, mint az első észlelés alkalmával, volt egyszersmind

$$\varphi = N - i - c \sec z - \sin 2\varphi \sin^2 \tfrac{1}{2}\, m$$

hol $tg\, N = \dfrac{tg\, \delta}{\cos \frac{1}{2}(t, - t)}$, és $m = \alpha - \frac{1}{2}(t, + t)$.

Levonás által

$$\varphi = \varphi, + (N - N,) - \tfrac{1}{4} \sin 2\varphi \{ m^2 - m,^2 \}$$

$$= \varphi, + (N - N_1) - \tfrac{1}{2} \sin 2\varphi\, m\, (m - m,)$$

mivel pedig

$$d\, N = \tfrac{1}{4} \sin 2\varphi\, tg\, \tfrac{1}{2}(t, - t)\, d\, (t, - t),$$

lesz $t,$-et úgy választva, hogy

$$d\,(t_{,} - t) = (t_{,,} - t_{,})\ \text{legyen:}$$

$$N_{,} - N = \tfrac{1}{4} \sin 2\,\varphi\, tg\, \tfrac{1}{2}\,(t_{,} - t)\,(t_{,,} - t_{,})$$
$$= \tfrac{1}{2} \sin \varphi \cos \varphi\, tg\, \tfrac{1}{2}\,(t_{,} - t)\,(t_{,,} - t_{,})$$
$$= \tfrac{1}{2} \sin \varphi\, tg\, z\,(t_{,,} - t_{,})$$ ha e hiba egyáltalában kicsiny.

Külzelvén még

$$\sin c = \cos(\varphi + n)\sin\delta -$$
$$- \sin(\varphi + n)\cos t \cos(t_{,} + m - \alpha)$$

egyenletet, mely a 2) alattival azonos, lesz

$$d\,t' = -\,d\,m + \frac{\cos c}{\sin(\varphi + n)\cos\delta\sin(t_{,} + m - \alpha)}\,d\,c +$$
$$+ \frac{\sin(\varphi + n)\sin\delta + \cos(\varphi + n)\cos\delta\cos(t_{,} + m - \alpha)\,d\,n}{\sin(\varphi + n)\cos\delta\sin(t_{,} + m - \alpha)}$$

mivel továbbá

$$\cos\delta\sin(t_{,} + m - \alpha) = \cos c \sin z;$$
$$\sin(\varphi + n)\sin\delta + \cos(\varphi + n)\cos\delta\cos(t_{,} + m - \alpha) =$$
$$(PpS'\text{háromszögből}) = \cos c \cos z$$

irható egyszersmind, mihelyt közelítőleg $\varphi + n$ helyé φ tétetik, igy is:

$$dt_{,} = -\,dn + \frac{1}{\sin\varphi\sin z}\,dc + \frac{1}{\sin\varphi\, tg\, z}\,dn = t_{,,} - t_{,}$$

Itt megjegyzendő, hogy

dn majdnem egyenlő di-vel, s e feltétel mellett helyettesítve ez értékeket, lesz

$$N_1 - N = \tfrac{1}{2}\,\text{sec.}\, z\, dc + \tfrac{1}{2}\, di -$$
$$- \tfrac{1}{4} \sin 2\,\varphi\, tg\, \tfrac{1}{2}\,(t_{,} - t)\, dm$$

s ha még $m - m_{,} = \tfrac{1}{2}\,(t_{,,} - t_{,})$ tétetik,

$$\varphi = \varphi_{,} - \tfrac{1}{2}\sec z\, dc - \tfrac{1}{2}\, di - \tfrac{1}{4}\sin 2\,\varphi\, m\,(t_{,,} - t_{,}) +$$
$$+ \tfrac{1}{4}\sin 2\,\varphi\, tg\, \tfrac{1}{2}\,(t_{,} - t)\,\Delta\, m$$

miből láthatni, hogy az elkövetett hiba nagysága leginkább $\Delta\, m$.-től fog függni, miután c egy megközelítőleg pontos eszköznél igen kicsiny, s i, ha a benne előállott változás igen nagy lenne, néhány másodpercz alatt lehető kicsinynyé tehető.

Mint közelítő érték, a fentebbi kifejezés helyé ez is tehető:

$\varphi = \varphi_{,} - \tfrac{1}{2}\, di - \tfrac{1}{2}\sec z\, dc + \tfrac{1}{2}\sin\varphi\, tg\, z\, dm$ miután $m' = \alpha - \tfrac{1}{2}\,(t_{,,} + t)$

Mindez azon esetekre áll, ha a középső szálon történt az észlelés, s némi módositásokat szenvednek az adott képletek, ha az oldalszálakon tett észleléseket is tekintetbe akarjuk venni, illetőleg az azokon tett észleléseket a középső szálra vonatkoztatni.

Látni való ugyanis, hogy miután a k, c, és i mennyiségek befolyása az észlelésre mindenkor az illető csillagtól függ, s miután a csillag helyzete ez oldalszálon való észlelés által megváltozik (t. i. óraszögére és zenith távolára való nézve), eme mennyiségek, minden szálon való észlelésre nézve, másmás befolyással leendenek. Látni való azonban az is, hogy a különbség e befolyásokban, ha csak az eszköz hibái nem nagyok, mindig igen szűk határok között fog maradni, a menynyiben z és t-nek functiói, melyek mint együtthatók szerepelnek, csak kicsiny eltérést fognak szenvedni az oldalszálon való eltérés által.

A k p. o. mint láttuk fentebb, $\cos\delta \sin t$ arányában hat be a középső szál észlelésére, ellenben egy oldalszálon már

$$\cos\delta \sin (t + \Delta t)$$

arányában, hol $t + \Delta t$ az oldalszálon való átmenet alkalmával levő valóságos óraszöget képviseli. Miután azonban a két óraszög közötti különbség rendesen csak nehány másodpercz, a $\cos t$ és $\cos (t + \Delta t)$ különbségének befolyása a k-ra alig észrevehető, kivéve ha, mint emlitve volt, k nem elég kicsiny, s kivéve a zenithhez közel tetőző csillagokat, hol a két szélső szál óraszögbeni különbsége több perczet tehet ki.

Eme befolyások nagyságát megitélendők, szem előtt kell tartanunk, hogy midőn egy oldal-szálon észleltünk, melynek a középső száltól való eltérése f, ugyanaz történt, mintha egy középső szálon észleltünk volna, melynek collimatiója $(c + f)$, ha c jelenti a középső szál collimatióját, f pedig az oldalszál távolát a középsőtől. Miután pedig az előbbiek szerint

$$\sin c = \cos (\varphi + n) \sin\delta - \sin (\varphi + n) \cos\delta \cos (\alpha - t - m)$$

lesz

$$\sin (c + f) = \cos (\varphi + n) \sin\delta -$$
$$- \sin (\varphi + n) \cos\delta \cos (\alpha - T - m)$$

ha T az oldalszálon észlelt óraszöget jelöli. Ebből aztán

$$\sin(c+f) - \sin c =$$
$$= \sin(\varphi+n)\cos\delta \,\{\cos(\alpha - t - m) - \cos(\alpha - T - m)\},$$
$$2\sin\tfrac{1}{2}f\cos(c+\tfrac{1}{2}f) =$$
$$= 2\sin(\varphi+n)\cos\delta\,\{\sin(\alpha - m) - \sin\tfrac{1}{2}(t+T) + \sin\tfrac{1}{2}(t-T)\}$$

s miután még

$$\alpha - m = \tfrac{1}{2}(t_1 + t),$$
$$= 2\sin(\varphi+n)\cos\delta\sin\tfrac{1}{2}(t^1 - T)\sin\tfrac{1}{2}(t - T)$$

tehát

$$\sin\tfrac{1}{2}(t-T) = \frac{\sin\tfrac{1}{2}f\cos(c+\tfrac{1}{2}f)}{\sin(\varphi+n)\cos\delta\sin\tfrac{1}{2}(t_1 - T)} \quad . \; . \quad 7).$$

Mivel továbbá:

$$\sin(\varphi+n)\cos\delta\sin\{(\alpha - m) - \tfrac{1}{2}(t-T)\} =$$
$$= (\cos\delta\sin i\cos\varphi + \sin\varphi\cos i\cos k)$$
$$\{\sin(a - \tfrac{1}{2}(t+T) - \cos(a - \tfrac{1}{2}(t+T)\,\mathrm{tgm}\} =$$
$$= \{\sin(\varphi+i) - 2\sin\varphi\cos i\sin^2\tfrac{1}{2}k\}\cos\delta$$
$$\{\sin(a - \tfrac{1}{2}(t+T)) - \cos(\alpha - \tfrac{1}{2}(t+T))\,\mathrm{tgm}\} =$$
$$= \sin(\varphi+i)\cos\delta\sin(\alpha - \tfrac{1}{2}(t+T)) -$$
$$- \sin(\varphi+i)\cos\delta\cos(\alpha - \tfrac{1}{2}(t+T))\,\mathrm{tgm} =$$
$$= \sin(\varphi+i)\cos\delta\sin(a - \tfrac{1}{2}(t-T))$$
$$\{1 - \mathrm{tg}\, m\,\mathrm{cotg}\,(\alpha - \tfrac{1}{2}(t+T))\}.$$

Ezt helyettesitve:

$$\sin\tfrac{1}{2}(t-T) = \frac{\sin\tfrac{1}{2}f}{\sin(\varphi+i)\cos\delta\sin((a - t - \tfrac{1}{2}(+T))}$$
$$\{1 + \mathrm{tg}\, m\,\mathrm{cottg}\,(\alpha - \tfrac{1}{2}(t+T))\}.$$

A felsőbbrendü tagok elhagyásával, közelitőleg igy is irható:

$$\sin(t-T) = \frac{\sin f}{\sin(\varphi+i)\cos\delta\sin(\alpha - t)}$$
$$\left\{1 + \frac{m - \tfrac{1}{2}(t-T)}{tg(\alpha - \mathrm{t})}\right\} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 8).$$

Ha A jelenti a csillag azimuthját t időkor,

$$\cos\delta\sin(\alpha - t) = \sin z\sin A \text{ levén,}$$

$$\sin(t - T) = \frac{\sin f}{\sin(\varphi + i)\sin z \sin A}$$

$$\left\{1 + \frac{m - \frac{1}{2}(t - T)}{tg(\alpha - t)}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots 9).$$

Feltéve most, hogy az eszköz hibái igen kicsinyek, s hogy a csillag zenithtávola nagy, vagyis közel a horizonthoz megy át a kelet-nyugot vonalon, akkor eme utolsó képlet ebbe megy át:

$t - T = \dfrac{f}{\sin\varphi \sin z}$, mely már az első fejezetben is előfordult.

Meglehetős közelitő értéket ad a 7-ik képlet is, melyet igy szabad irnunk:

$$2 \sin \tfrac{1}{2}(t - T) = \frac{\sin f}{\sin(\varphi + i)\cos\delta \sin \frac{1}{2}(t_1 - T)}.$$

IV. FEJEZET.

Mikép legczélszerűbb észlelni?

A fentebbiekben adott képletek arra használtatván, hogy a tett észlelésekből a csillag helyét meghatározzuk, meglehetős hosszadalmas számitásokat tételeznek fel. Először is az eszköz valamennyi hibáját a lehető legnagyobb pontossággal kell meghatároznunk, mi »k«-ra nézve némi alkalmatlansággal a miatt van összekötve, hogy, mint láttuk, a meghatározásra legalkalmasabb csillagok a zenithtől lehető távol mennek át a kelet-nyugot vonalon, az észlelésre legalkalmasabb objectumokul pedig az ahhoz lehető közel átmenők szolgálnak. Ezen azután csak az által lehet segiteni, ha a k meghatározására külön észleléseket teszünk, mig »c« magának a csillag helyének meghatározására tett észleletből is levezethető. Maguk e mennyiségek levezetése az észlelésből nagyon egyszerű ugyan, és meglehetős biztos is, a mennyiben nagyobb hibák elkövetésének kitéve nem vagyunk, hanem minden egyes csillagra való befolyásuknak számitásba hozatala alkalmatlan, és hosszadalmas. S ha hosszadalmas már magára a középső szálra, akkor erről az oldalszálakra való átszámitás, illetőleg az oldalszálakon való észlelés pontos átszámitása a látvonalra, és erről a kelet-nyugat vonalra: már épen időrabló. Lehet azonban eset, midőn ezen eljárási módot — pontosságánál fogva — nemcsak fontosnak, de a legczélszerűbbnek kell tartanunk. Ha p. o. valamely hely földrajzi szélességét kellene lehető rövid időn, s lehető pontossággal meghatározni s borus időjárás miatt csak nehány észlelésre lennénk szoritva, s ezek sem lennének mind teljesek: akkor mindenesetre ezen eljárási módhoz kellene nyulnunk, s a tett észleléseket a legnagyobb szigorral átszámitanunk.

Minden más esetben czélszerűbb lesz meglehetős nagyszámu megfelelő észleléseket tenni, azaz ugyanazon csillagot mindkét átmenetelkor vizsgálni, (keleten és nyugaton), s a két észlelést ugy kötni össze, hogy az eszköz hibája a két észlelés középértékének vétele által önmagától kiessék, mi az által érhető el, ha az a két észlelésre ellenkező jellel hat be.

És e feltételnek megfelelni a valóságban nem lesz nehéz.

Azok folytán, miket az »eszköz hibáiról« szóló fejezetben fentebb mondottunk, az észlelt csillag idő Θ_0 között, melyben a csillag a középszálon átment és a valóságos csillagidő Θ között, melyben a csillag a kelet-nyugat vonalon ment át: ezen egyenlet fog állani:

$$\Theta = \Theta_0 - \frac{k}{\cos\delta \sin t} + \frac{c}{\sin\varphi \sin t} - \frac{i}{\operatorname{tg} z \sin\varphi} + \Delta u_0 \; \ldots\ldots \; \alpha)$$

ha az észlelés keleten történt, s a körtengely dél felé volt forditva, és

$$\Theta = \Theta_0 - \frac{k}{\cos\delta \sin t} - \frac{c}{\sin\varphi \sin t} - \frac{i}{\operatorname{tg} z \sin\varphi} + \Delta u'_0 \; \ldots\ldots \; \beta)$$

ha a körtengely éjszaknak feküdt.

Ellenben a nyugati, hasonló két észleléskor leolvasott Θ_1-re nézve eme vonatkozások állanak:

$$\Theta' = \Theta_1 - \frac{k}{\cos\delta \sin t} - \frac{c}{\sin\varphi \sin t} +$$

$$+ \frac{i}{\operatorname{tg} z \sin\varphi} + \Delta u_1 \ldots\ldots \gamma)$$

$$\Theta' = \Theta'_1 - \frac{k}{\cos\delta \sin t} + \frac{c}{\sin\varphi \sin t} +$$

$$+ \frac{i}{\operatorname{tg} z \sin\varphi} + \Delta u'_1 \ldots\ldots \delta).$$

Ha továbbá t_0 és t'_0, illetőleg t_1 és t'_1-el jeleljük az észlelt időből átszámitott óraszöget, azaz

$$t_0 = \alpha - \Theta_0\,; \qquad t_1 = \Theta_1 - \alpha$$

$$t_0' = \alpha - \Theta_0'\,; \qquad t_1' = \Theta_1' - \alpha$$

akkor, tekintetbe véve még, hogy

$$t = \alpha - \Theta = \Theta' - \alpha$$

hol t a valódi óraszöget jelenti, (az óraszöget a keletnyugot vonalban) ilyen kifejezéseket kapunk helyettesités által:

$$t = t_0 + \frac{k}{\cos\delta \sin t} - \frac{c}{\sin\varphi \sin t} +$$

$$+ \frac{i_0}{\operatorname{tg} z \sin\varphi} - \Delta u_0 \ldots\ldots \alpha_1)$$

$$t = t'_0 + \frac{k}{\cos\delta \sin t} + \frac{c}{\sin\varphi \sin t} +$$

$$+ \frac{i^1_0}{\operatorname{tg} z \sin\varphi} - \Delta u'_0 \ldots\ldots \beta_1)$$

$$t = t_1 - \frac{k}{\cos\delta \sin t} - \frac{c}{\sin\varphi \sin t} +$$

$$+ \frac{i}{\operatorname{tg} z \sin\varphi} + \Delta u_1 \ldots\ldots \gamma_1)$$

$$t = t'_1, - \frac{k}{\cos\delta \sin t} + \frac{c}{\sin\varphi \sin t} +$$

$$+ \frac{i}{\operatorname{tg} z \sin\varphi} + \Delta u_1' \ldots\ldots \delta_1)$$

Ha már most ugy észlelünk, hogy a keleti és nyugati átvonulás között megforditjuk az eszköz tengelyét, azaz ha keleten délfelé forditott tengelyvéggel dolgoztunk, nyugaton éjszak felé forditjuk azt, és forditva, akkor mint az α, és δ_1, vagy β_1 és γ_1 képletek összefoglalása által látható,

$$t = \frac{t_0 + t_1'}{2} + \frac{i_0 + i_1'}{\operatorname{tg} z \sin \varphi} + \Delta u_1 - \Delta u_0$$

$$t = \frac{t_0' + t_1}{2} + \frac{i_0^1 + i_1}{\operatorname{tg} z \sin \varphi} + \Delta u_1 - \Delta u_0^1$$

Az itt előforduló $\Delta u_1' - \Delta u_0$, és

$\Delta u_1 - \Delta u_0'$

mennyiségek, a két észlelés közötti óramenetet képviselik s egy nem nagy mértékben acceleráló óránál = o-nak vehetők, a mennyiben a zenithhez közel levő csillagoknál a két átmenet közötti időkülönbség kicsiny.

A másik fenmaradó hiba, i, a lejtmérő által meghatározható, ha az észlelés előtt és után azt szorgos használatba vettük. Megjegyzendő, hogy a lejtszinezés egy nevezetes gátját is elkerüljük ez által: az eszköz tengelycsapjainak egyenlőtlenségét. Ha ugyanis e csapok valamelyikének, p. o. a körrel ellátottnak, átmérője nagyobb mint a másiké, akkor a lejtmérőnek a csapokra való függesztése által nem a forgási tengely fekvését fogjuk nyerni a horizonthoz, tehát nem »i_0«-t, hanem $i_0 + \Delta i$-t, ha Δi jelenti a két csap sugarainak külömbségét. Azaz, midőn mi az észlelést ugy igazitjuk meg, mintha tengelye a lejtmérő segélyével leolvasott i_0 szöget képezné a horizonttal, nem jártunk el egészen helyesen, mert leolvasásunk »Δi«-vel, a valódi állás mellett hátramaradt. Ha azonban a két észlelés között a tengelyt megforditottuk, az által a nagyobb sugaru csap a másik oldalra ment s az i_1 szöget hozzuk számitásba, mely a valódi mellett »— Δi«-vel maradt el. A csapok ezen egyenlőtlensége egy ugyanazon eszközre állandó levén, az igy elkövetett hiba önmagától kiesik.

Ez áll nemcsak azon esetről, midőn t meghatározását tartjuk czélszerünek, hanem ha az észlelésből $(\varphi - \delta)$ mennyiséget közvetlenül akarjuk nyerni. A keleti és nyugati észlelés között megforditván az eszköz tengelyét, a hibák ki fognak esni, de minthogy az erre szolgáló képlet kezelhetőség szempontjából nagyon előnyös a gyakorlatban, jónak látjuk ide igtatni.

A kelet-nyugoti vonalra

$$\cos\delta \sin t \sin\varphi - \sin\delta \cos\varphi = o$$

s ebből

$\sin(\varphi - \delta) = 2\cos\delta \sin\varphi \sin^2 \tfrac{1}{2} t$, s ha t a két észlelés által nyert óraszög által kifejezendő:

$$\sin(\varphi - \delta) = \cos\delta \sin\varphi \{ \sin^2 \tfrac{1}{2} t_0 + \sin^2 \tfrac{1}{2} t \} + \\ + \tfrac{1}{2} \frac{i + i_1}{tg\, z \sin\varphi}, \text{vagy}$$

$$= \cos\delta \sin\varphi \{ \sin^2 \tfrac{1}{2} t'_0 + \sin^2 \tfrac{1}{2} t'_1 \} + \tfrac{1}{2} \frac{i + i_1}{tg\, z \sin\varphi}$$

Mivel továbbá

$$\varphi - \delta = \frac{\sin(\varphi - \delta)}{1} + \frac{\tfrac{1}{2} \sin^3(\varphi - \delta)}{3} + \\ + \tfrac{1}{2}\tfrac{3}{4} \frac{\sin^5(\varphi - \delta)}{5} + \dots\dots$$

ha képletünkben

$$\sin(\varphi - \delta) = a \text{ tétetik,}$$

$$\varphi - \delta = a + \tfrac{1}{2}(a)^3 \left(\frac{1}{\sin 1''}\right)^2 + \dots\dots$$

a második tagnál tovább soha sem fog kelleni menni. E képlet az által válik kényelmessé, hogy »a« argumentummal táblák állíthatók össze [1]).

Kissé másként alakul a számítás akkor, ha az észlelés nemcsak a közép, hanem az oldalszálakon is történt. Nem mulaszthatjuk itt el ismertetni legalább vázlatosan a módot, melyet ezen esetre Bessel [2]) javaslatba hozott, noha, mint látni fogjuk, sokkal rövidebb uton is czélhoz juthatunk.

Az oldalszálon való átmenet pillanatában »e«-vel jelölve szerinte a csillag valóságos azimuthját, »a«-val pedig a középszálon, a többi mennyiségekre pedig meghagyva az előbbi jelöléseket:

$$\sin(c + f) = \sin i \cos z + \cos i \sin z \cos(c - a) \quad \dots 1)$$

---

1) Dr. Schultz: Declinations Bestimmungen, Berlin, 1858. 13 lap.
2) Schumacher, Astronomische Nachrichten, Nr. 131.

De
$$\left.\begin{aligned} \cos z &= \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \sin\delta \cos t \ldots \\ \sin z \cos c &= \cos\varphi \ldots\ldots \\ \sin z \sin c &= -\cos\delta \sin t \ldots\ldots \end{aligned}\right\} \ldots 2)$$

s igy
$$-\sin(c+f) = \sin i \,\{\sin\varphi \sin\delta + \cos\delta \cos\varphi \cos t\} +$$
$$+\cos i \cos a \,\{\cos\varphi \sin\delta - \sin\varphi \cos\delta \sin t\} -$$
$$-\cos i \sin a \cos\delta \sin t$$

Rövidség okáért
$$\frac{\sin(c+f) + \sin i \cos z}{\cos i} \text{ mennyiség helyébe}$$

$p - t$ hozva be; úgy hogy
$$-p = \sin z \cos(c - a)$$
$-p' = \sin z' \cos(c' - a)$, (hol p^1, z^1 és c^1 a nyugati észlelésre vonatkoznak, akkor emez egyenlőségnek is elég lesz téve:
$$\sin z \sin z' \sin(e' - e) = -p \sin z' \sin(e' - a) -$$
$$-p' \sin z \sin(e - a)$$

Az egyenlet baloldalának második tagja (+) előjellel fog birni, ha a keleti és nyugoti észlelés között a tengely »nem« lőn megfordítva.

Ha $\sin z \sin z' \sin(e^1 - e) = q$ tétetik, az egyenlet, a 2) alattiak értelmében ebbe megy át:
$$q = \sin\varphi \cos\delta' \cos\delta \sin(t' - t) +$$
$$+ \cos\varphi \,\{\cos\delta \sin\delta' \sin t \cos\delta' \sin\delta \sin t'\}$$
$$t' + t = 2s,\ t' - t = 2u$$
rövidítés mellett:
$$q = \sin\varphi \sin\delta' \cos\delta \sin 2u +$$
$$+ \cos\varphi\,[\sin(\delta' - \delta) \cos u \sin s - \sin(\delta' + \delta) \sin u \cos s]$$

Legyen még
$$m \cos M = \sin(\delta' - \delta) \cos u,$$
$$m \sin M = \sin(\delta' + \delta) \sin u, \text{ akkor}$$
$$q = \sin\varphi \cos\delta' \cos\delta \sin 2u + m \cos\varphi \sin(s - M)$$

A további eljárás attól függ, Θ-t akarjuk-e meghatározni, ha φ ismeretes, vagy φ-t, ha δ és Θ tudva van. Előbbi esetben, miután
$$u = \tfrac{1}{2}(F^1 - F - \alpha' + \alpha)$$
$$\Theta = N + M - \tfrac{1}{2}(T^1 - T - \alpha' - \alpha) + \frac{q}{m \cos\varphi \cos N} \quad .\ 3)$$

hol: $\sin N = -\frac{tg\,\varphi}{m}\cos\delta\cos\delta'\sin(T'' - T - a' + \alpha)$

utóbbi esetben ellenben

$$\sin(\varphi - \varphi') = \frac{q\cos\varphi'}{\cos\delta'\cos\delta\sin 2u} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

ha $\delta' = \delta$ vehető

$$\varphi = \varphi' + \frac{q\cos\varphi'}{\cos\delta\cos\delta\sin 2u}$$

A mi a végeredményt illeti, azt kétféle módon nyerhetjük, vagy az egyes oldalszálakon való észlelést számítjuk a középső szálra, vagy pedig a keleten és nyugaton tett észlelések középértékét veszszük.

Előbi esetben képletünk igy alakul:

$$-c - \frac{1}{n}\Sigma f = i\,\{\sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\frac{1}{n}\Sigma\cos t\} +$$

$$+ \cos a\,\{\cos\varphi\sin\delta - \sin\varphi\cos\delta\frac{1}{n}\Sigma\cos t\} -$$

$$- \sin a\cos\delta\frac{1}{n}\Sigma\sin t.$$

Nevezzük a valamennyi észlelésből nyert számtani középarányos óraszöget $\vartheta + h$-val, s a származó következő képletbe:

$$\frac{1}{n}\Sigma\cos t = \cos(\vartheta + \Theta - \alpha)\frac{1}{n}\Sigma\cos h -$$

$$- \sin(\vartheta + \Theta - \alpha)\frac{1}{n}\Sigma\sin h$$

$$\frac{1}{n}\Sigma\sin t = \sin(\vartheta + \Theta - \alpha)\frac{1}{n}\Sigma\cos h +$$

$$- \cos(\vartheta - \Theta - \alpha)\frac{1}{n}\Sigma\sin h$$

tegyük e helyettesítéseket:

$$k\cos k = \frac{1}{n}\Sigma\cos h$$

$$k\sin k = \frac{1}{n}\Sigma\cos h$$

$$\gamma\cos\delta_0 = k\cos\delta$$
$$\gamma\sin\delta_0 = \sin\delta$$

akkor képletünk még igy alakul:

*

$$-\frac{c}{\gamma}-\frac{1}{n\gamma}\Sigma f = i +$$
$$+\left[\sin\varphi\sin\delta_0+\cos\varphi\cos\delta_0\cos(\vartheta+k+\Theta-\alpha\right]$$
$$+\cos\alpha\left[\cos\varphi\sin\delta_0-\cos(\vartheta+k+\Theta-\alpha\right]$$
$$-\sin\alpha\cos\delta_0\sin(\vartheta+k+\Theta-\alpha)\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,6)$$

Ez a végképlet, melyre Bessel jő.

Az előforduló k, δ_0, γ mennyiségek eme képletek által advák:

$$k = 1-\frac{2}{n}\Sigma\sin^2\tfrac{1}{2}h$$

$$tg\,\delta_0 = \frac{1}{k}\,tg\,\delta$$

$$\delta_0 = \delta+\varrho\,\frac{1-k}{1+k}\sin 2\delta+\frac{\varrho}{2}\left(\frac{1-k}{1-k}\right)^2\sin 4\delta+\ldots$$

vagy k helyé értékét helyettesítve:

$$\delta_0 = \delta+\frac{\varrho\,\frac{1}{n}\,\Sigma\sin^2\frac{1}{2}h}{1-\frac{1}{n}\Sigma\sin\frac{1}{2}h^2}$$

hol $\varrho = \sin 1''$; s végül

$$\gamma = \frac{1-(1-k)\cos^2\delta}{\cos(\delta_0-\delta)}$$, s minthogy nevező

1-nek vehető,

$$\gamma = 1-\frac{2}{n}\cos^2\delta\,\Sigma\sin^2\tfrac{1}{2}h$$

Eme Bessel által adott egészen szigoru képletek azonban csak a legritkább esetekben lesznek alkalmazandók, s jó szolgálatot fognak tenni ott, hol kedvezőtlen idő vagy egyéb körülmények által reá vagyunk utalva, hogy a tett kevés észleleteket, bármily hosszadalmas számítás által is, egész pontossággal használjuk fel. Minden egyéb esetben czélszerűnek mutatkozik nagyobb számu észleléseket tenni, s úgy kapcsolni össze az egyes szálakon tett észleléseket, hogy az összegezésnél az elkövetett hibák önmaguktól kiessenek.

A fentebbiekben felállított képlet, mely az eszköz hibáit adja, ilynemü alakot nyer:

$$\sin(c+f) = 2\cos\delta\sin\varphi\sin^2\tfrac{1}{2}t_0 - \cos\delta\sin t_0\cos i\sin k -$$
$$- \cos\delta\cos t_0\cos\varphi\sin i - \sin\delta\sin\varphi\sin i\ ^{1)}$$

vagy ha k, c és i kicsinyekül vétetnek fel, (ha nem volnának eléggé kicsinyek, az eszköz mindenkor megigazítható):

$$c + f = 2\cos\delta\sin\varphi\sin^2\tfrac{1}{2}t_0 - \cos\delta\sin t_0\,k -$$
$$- (\cos\delta\cos t^0\cos\varphi + \sin\delta\sin\varphi)\,i_0.$$

Ez a keleti észlelésre; nyugaton, ha az eszköz a két átmenet közt megfordittatik:

$$-(c+f) = 2\cos\delta\sin\varphi\sin^2\tfrac{1}{2}t_1 + \cos\delta\sin t_1\,k -$$
$$- (\cos\delta\cos t_1\cos\varphi + \sin\delta\sin\varphi)\,i.$$

A kettő összegéből

$$\sin(\varphi-\delta) = \cos\delta\sin\varphi\,\{\sin^2\tfrac{1}{2}t_0 + \sin^2\tfrac{1}{2}t_1\} +$$
$$+ k\cos\delta\,(\sin t_0 - \sin t_1) +$$
$$+ \frac{i+i_1}{2}\left\{\cos\tfrac{1}{2}(t_1-t_0)\cos\tfrac{1}{2}(t_0+t)\cos\delta\cos\varphi + \sin\delta\sin\varphi\right\}$$

az utolsó tag együtthatója, miután közelitőleg

$\frac{t_0+t}{2} = t$, és $t_1 - t_0 = o$, nagyobb hibák nélkül

$= \frac{\sin\delta}{\sin\varphi}$ -nek tehető, mi által a képlet egyszerűbb alakja ez:

$$\sin(\varphi-\delta) = \cos\delta\sin\varphi\,\{\sin^2\tfrac{1}{2}t_0 + \sin^2\tfrac{1}{2}t_1\} +$$
$$+ k\cos\delta\,\{\sin t_0 - \sin t_1\} +$$
$$+ \frac{i+i_1}{2}\,\frac{\sin\delta}{\sin\varphi}.$$

A t_0 és t_1 óraszögek, kivált ha valamely külső oldalszálon észlelünk, nagyon elütők lehetnek, de ha az oldalszálak körülbelül arányosan vannak elosztva jobbra és balra a kö-

[1]) Egész szigorusággal az első tag is cos k-val lenne szorzandó, de ez folyton = 1-nek vehető. Kissé eltérő alakban e képletet L. Détermination de la latitude du nouvel observat. d' Upsala. Par. H. Schultz. Abhandl. der k. Societät der Wissenschaften, in Upsala 1856.

zépső száltól, akkor minden szál a jobb oldalon annyival nagyobb óraszöget ad a keleti észleléskor, mint a mennyivel kisebbet a neki megfelelő baloldalon levő, ha az észlelés nyugaton történt, ugy hogy 4 ilyen szálnak összefoglalása által a k együtthatója $= o$ veendő, azaz

$$(\sin t_1^{IV} - \sin t_0^{I}) + (\sin t_1^{III} - \sin t_0'') +$$

$$+ (\sin t''_1 - \sin t_0''') + (\sin t'_1 - \sin t_0'') = o$$

Nem kellend tehát egyebet tennünk, mint négy-négy ilyen megfelelő szálon történt észlelés közép-értékét venni, és az egészet összegezni, miáltal előbbi képletünk ebbe megy át:

$$\sin(\varphi - \delta) = \cos\delta \sin\varphi \frac{1}{n} \Sigma \{ \sin^2 \tfrac{1}{2} t_0 + \sin^2 \tfrac{1}{2} t' \} +$$

$$+ \tfrac{1}{2} \frac{\sin\delta}{\sin\varphi} (i + i_1) \ldots\ldots\ldots\ldots 7).$$

Mennyire egyszerü és könnyü ezen képlet segélyével az észlelés pontos átszámitása, azonnal szembeszökő s mindazon esetekben, midőn az kivihető, határozottan a következő észlelési módnak adunk előnyt:

1. Legelőször az eszköz állásáról szerzünk bizonyosságot, két ismert fekvésü, kis eltéréssel biró csillagnak keleten és nyugaton való észlelése által. A két csillag eltérése között ne legyen nagy különbség, legczélszerűbb ugyanazon csillagot észlelni keleten és nyugaton. Az eszköz valódi állását ezen fejezet α, β, γ, δ illetőleg α_1, β_1, γ_1, δ_1 alatt közölt képletei által itéljük meg, s az oldalszálakon való észlelést a középső szálra vonatkoztatjuk, az I-ső fejezetben adott képletek valamelyikének segélyével.

2. Miután az észlelt csillag keleten elhagyta a keletnyugot vonalat, megforditjuk az eszköz tengelyét, mind a megforditás előtt, mind utána szorgalmasan leolvasva a lejtmérőt.

3. Minden észlelt leolvasáshoz képezzük az óraszöget, és ebből ezen fejezet α meg β képletei értelmében minden egyes szálra nézve a $(\varphi - \delta)$ mennyiséget. A megfelelő négy-

négy oldalszál eredményeit összekapcsoljuk, s az egésznek középértékét veszszük. Az egyes oldalszálakon nyert óraszögekből előbb lehet a számtani közepet venni, s csak azután szorozni $\cos \delta \sin \varphi$ mennyiséggel.

Az igy nyert $(\varphi - \delta)$ mennyiséget még

$$\frac{1}{2} \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} (i + i_{,1})$$

értelmében kell megigazitanunk, hol i és i_1 a lejtmérés eredményei.

Függelék.

Példa a lehozott képletek alkalmazására.

Dr. Förster urnak szives jósága folytán az igazgatása alatt álló berlini csillagda kelet-nyugoti vonalban felállitott eszköze több ideig rendelkezésemre bizatott.

Ez eszköz Dollondtól való, Londonból, s bővebb leirását Struve adta a porosz táborkar számára irt geodeticus utmutatásában. Encke a 30-as évek végén, és a 40-esek elején az akkor épült berlini uj csillagvizsgáló földrajzi szélességének meghatározására tétetett ezen eszközzel észleléseket; később Weyer, Schultz, Brünnow és Bruns észleltek vele, s a kelet-nyugoti vonalban tett észlelések theoriájának kifejtésére majdnem kizárólag ezen eszköz adott alkalmat.

Észleléseim közül a mellékelt táblában állitottam össze egyet, hogy a követendő eljárást világosabbá tegyem.

Az I. tábla a nagymedve δ csillagának észlelését adja 1876. april 21-én, mely csillagnak közelitő összrendezői ismeretesek.

Az első hasáb az eszközben levő 24 szál folyó számát adja, a tengely-körrel ellátott vége felé legközelebbi szálat 24-el, az ellenkező oldal legszélsőbb szálát o-al jelölve. A második hasábban az észlelt csillagidőt keleten; a harmadikban ugyanezt nyugaton állitám össze, közvetlenül ugy, a mint az észleltetett. Ebből képezzük t_0 és t_1-et.

Az óra-állás az észlelés idején

$$\Delta u = + 25^s, 50$$

volt, s körülbelül

$$\alpha = 9^h\ 24^m\ 35^s,$$

részint, hogy törtszámok az óraszögbe ne jőjenek, részint hogy a számitási mód biztossága az által is kitünjék,

$\alpha - \triangle u$ értékét egyszerűen

$= 9^h\ 24^m\ 8^s$ vevém.

Ezen értékkel vannak a 4-ik és 5-ik hasáb értékei számitva. Azután következnek sin $^2\frac{1}{2}\ t_0$ és sin $^2\frac{1}{2}\ t_1$, melyek a logarithmusi táblák használata által könnyen képezhetők, de még egyszerübb oly táblák használata, hol az értékek közvetlenül másodperczekben vannak kiszámitva. Jelen példában a Schultz-féle ilyen táblákat használtam. Az erre következő 8-ik hasáb a keleti és nyugati észlelésből nyert középértéket adja. Ezen értékek aztán négyenkint vannak összeállitva, s minden érték alá a valószinü középhiba ε, melyeknek középértéke $= \pm\ 0,''\ 66$. A kijött érték még cos δ sin φ-vel szorzandó hol közelitőleg

$\delta = 52^0\ 14'\ 35''$ vétetik fel. Most még a lejtmérés eredményét kell behozni. A Rapsold-féle kitünő lejtmérő, melyet ezen észleléseknél használtam, minden osztásrészének $= 1,''\ 95$ felel meg, a legnagyobb kör ivrészeiben, a leolvasás eredménye közvetlenül

$$i = +\ 0^p,\ 525$$
$$i_1 = -\ 1^p,\ 082,$$

hol p az elosztási részek egységét jelöli. Az igy megigazitott észlelés $(\varphi - \delta) = 937,''\ 90$ értéket ad,

$\pm\ 0,''\ 32$ valószinü hibával, s minthogy a helyiség földrajzi szélessége, melyben az eszköz fel van állitva, (a csillagvizsgáló éjszaki terme)

$$\varphi = 52^0\ 30^1\ 17,''\ 1$$

lesz $\delta = 52^0\ 14'\ 39,''\ 20.$

A »Berliner Astronomisches Jahrbuch« ugyan e napra

$\delta = 52^0\ 14'\ 39,''\ 17$ értéket ad.

A megegyezés ennyire pontos volta különben csak véletlenségnek tekinthető, a mennyiben e csillagra nézve a valószinü hiba körülbelül $+\ 0'',\ 6$ és $-\ 0''\ 6$ határok között fekszik.

A szál száma	Észlelt idő keleten $\Theta_0 =$	Észlelt idő nyugaton $\Theta_1 =$	Az óra-szög kelet. $t_0 =$	Az óra-szög nyug. $t_1 =$	sin $^2\frac{1}{2}$ t_0	sin $^2\frac{1}{2}$ t_1	sin $^2\frac{1}{2}$ t_0 + + sin $^2\frac{1}{2}$ t_1
0	8h 42m 57,s 5	9h 40m 37s	41m 10,s 5	16m 29s	1659,″ 97	266,″ 63	1926,″ 60
1	43 54, 5	42 48	40 13, 5	18 40	1584, 44	341, 90	1926, 34
2	44 32	44 12	39 36	20 04	1535, 71	395, 07	1930, 78
3	45 10	45 25	38 58	21 17	1487, 10	444, 40	1931, 50
4	46 14	47 15	37 54	23 07	1406, 98	524, 18	1931, 16
5	46 52	48 16	37 16	24 08	1369, 46	571, 26	1930, 72
6	47 29	49 11	36 39	25 03	1315, 90	615, 44	1931, 34
7	48 35	50 43	35 33	26 35	1238, 25	693, 00	1931, 25
8	49 17	51 39	34 51	27 31	1190, 06	742, 46	1932, 52
9	49 59	51 29	34 09	28 21	1142, 82	788, 05	1930, 87
10	51 10	53 51	32 58	29 43	1065, 13	865, 75	1930, 88
11	51 56	54 42	32 12	30 34	1016, 24	915, 91	1932, 15
12	52 42, 5	55 28, 5	31 25, 5	31 20, 5	967, 99	962, 87	1930, 86
13	53 29	56 14	30 39	32 06	920, 91	1009, 95	1930, 86
14	54 16	56 59	29 52	32 51	874, 50	1057, 62	1932, 12
15	55 37	58 10	28 31	34 02	797, 33	1135, 04	1932, 37
16	56 29	58 53, 5	27 39	34 45, 5	749, 66	1183, 82	1933, 48
17	57 22	59 36	26 46	35 28	702, 58	1232, 46	1935, 04
18	58 56	10h 0m 42s	25 12	36 34	622, 82	1309, 94	1932, 76
19	59 56	1 23	24 12	37 15	574, 42	1359, 24	1933, 68
20	9 0 55	2 01	23 13	37 53	528, 73	1405, 75	1934, 48
21	2 43	3 02	21 25	38 54	449, 98	1482, 03	1932, 01
22	3 51	3 38	20 17	39 30	403, 64	1527, 29	1931, 63
23	5 03	4 16	19 05	40 08	357, 32	1577, 25	1934, 57
24	7 11	5 14	16 57	41 06	281, 93	1653, 94	1935, 87

$\frac{1}{m}\,\Sigma \sin^2\frac{1}{2}\,t$ értéke négy-négy szálra:

(0, 24, 11, 13) = 1931,″ 37
ε = 0,″ 36
(1, 23, 10, 14) = 1930, 98
ε = 0, 75
(2, 22, 9, 15) = 1931, 41
ε = 0, 32
(3, 21, 8, 16) = 1932, 38
ε = 0, 65
(4, 20, 7, 17) = 1932, 98
ε = 1, 25
(5, 19, 6, 18) = 1932, 12
ε = 0, 39
(12, 12) = 1930, 86
ε = 0, 87

$\frac{1}{n}\,\Sigma \sin^2\frac{1}{2}\,t$ valamennyi szálra
= 1931,″ 73 ± 0,″ 66

$\frac{1}{n}\,\Sigma \sin^2\frac{1}{2}\,t \cos\delta \sin\varphi$ = 938,″ 44 ±
± 0,″ 321

$\frac{1}{2}\,(i + i_{,})\,\frac{\sin\varphi}{\sin\varphi}$ = − 0,″ 54

$(\varphi - \delta)$ = 937,″ 90