A

REZGÉSEK INTENZITÁSA,

TEKINTETTEL

A REZGÉSI FORRÁSNAK

ÉS

AZ ÉSZLELŐNEK MOZGÁSÁRA

Dr. B. EÖTVÖS LORÁND,

LEV. TAGTÓL.

(Felolvastatott a III. osztály ülésén 1874. junius 15.)

BUDAPEST,

EGGENBERGER-FÉLE AKAD. KÖNYVKERESKEDÉS.

(Hoffmann és Molnár.)

1874.

Budapest, 1874. Nyomatott az Athenaeum nyomdájában.

A REZGÉSEK INTENZITÁSA, TEKINTETTEL A REZGÉSI FORRÁSNAK ÉS AZ ÉSZLELŐNEK MOZGÁSÁRA.

Dr. báró EÖTVÖS LORÁND, lev. tagtól.

(Felolvastatott a III. osztály ülésén 1874. junius 15.)

A Magyar Tud. Akadémia III. osztályának 1871. julius 19-ikén tartott ülésén egy értekezést [1]) volt alkalmam bemutatni, mely a rezgések *intenzitás*-ának meghatározását foglalja magában, kiterjedve azon általános esetre, midőn mind a rezgési forrás, mind az észlelő haladó mozgásban van. A képlet, mely által ott az intenzitás értékét kifejeztem, ellenkezik azzal, melyet *Fizeau* [2]) egy ide tartozó különös eset tárgyalása alkalmával használt. Mégis *Fizeau* e dolgozatának részletes birálatát szükségtelennek tartom; mert világos, hogy abban csak az *amplitud* négyzete számíttatik ki, a nélkül, hogy e mennyiség összefüggése az intenzitással, a rezgési forrás és az észlelő mozgásának esetében, különös vizsgálatnak vettetnék alá.

Emlitett értekezésem bemutatása óta *Ketteler* bonni tanár több dolgozatban foglalkozott: »a csillagászati mozgások befolyásával a fénytani jelenetekre.« [3]) E dolgozatait egy egészszé szőve »Astronomische Undulationstheorie etc« [4]) czim

[1]) A M. Tud. Akadémia Értesitője. Ötödik évfolyam, 207-ik lap.

[2]) Cosmos T. I. p. 690; Poggendorffs Annalen Bd. 92. S. 652.

[3]) Dr. E. Ketteler. Über den Einfluss der astronomischen Bewegungen auf die optischen Erscheinungen. Poggendorffs Annalen Bd. 144, 146, 147 und 148.

[4]) Astronomische Undulationstheorie, oder die Lehre von der Aberration des Lichtes; von Dr. E. Ketteler. Bonn, Verlag von P. Neusser. 1873.

alatt önálló munka alakjában is kiadta. E munka 135-ik lapján egy fejezetre találunk, melynek tárgya: »A hang és fény intenzitásának elterjedése a térben, a rezgési középpontnak és az észlelőnek mozgása közben.«

Az intenzitás meghatározására ott felállitott képlet, az általam már előbb talált képlettől lényegesen eltér; úgy hogy saját dolgozatomat szigorú birálatnak kellett alá vetnem, hogy annak alapján a választás a két eltérő nézet között lehetséges legyen.

A kérdésnek futólagos áttekintése elégséges arra, hogy az itt kiemelt ellentétnek fő okát felderitse.

Egy pontnak rezgő mozgása közben elért legnagyobb kitérését, azaz *amplitudját* jelelje a, ugyan annak legnagyobb sebességét, azaz *sebességi amplitudját* jelelje α; ugy tudjuk, hogy a és α azon távolságtól függnek, melyből a rezgési forrás a ponttal rezgéseit közli. A rezgési forrás mozgása közben változván e távolság, világos hogy a és α avval együtt változik. E megjegyzés daczára azonban még eldöntetlen marad a kérdés, vajjon ezen mozgás a és α értékeire *kizárólag csak* ama távolság változása folytán van-e befolyással? Mindkét mennyiségre nézve ez bizonyára nem áll, hiszen azok, például a fénymozgások esetében:

$$\alpha = a\frac{2\pi}{T}$$

egyenlet által vannak egybekötve, melyben T a rezgési idő, ugyancsak a fényforrás mozgásának sebességétől függ.

Ketteler feladatának megoldásánál a közeg pontjainak kitéréseit egyensúlyi helyzetökből vette tekintetbe s a mellett hallgatagon azon feltétből indúlt ki, hogy a *csak* annyiban függ a rezgési forrás sebességétől, a mennyiben ez a fentemlitett távolságra befolyással bir. Én ugyanazt tettem α-ra nézve, midőn a rezgések tovaterjedését, mint a velök járó sebességek tovaterjedését tárgyaltam.

Jelen dolgozatomban nézetemnek helyességét bebizonyitani s egyszersmind kimutatni szándékozom, mennyiben hamis a feladatnak azon tárgyalási módja, melyet *Ketteler* követett. Az intenzitás nagyságát kifejező képletet megállapitva, függetlenül akarom azt tenni bármely feltevéstől, mely a közeg mozgására vonatkoznék a rezgési forrás vagy az észleőlnek testén belül. E megjegyzés mutatja, mily joggal fog a nyert képlet az éthermozgás kérdésének kisérleti eldöntésére alkalmaztatni.

1.

Mindenek előtt *Doppler* elvének megállapitását kivánom ismertetni azon alakban, a mint az többi következtetéseim alapjául szolgált.

Képzeljünk egy nem jegeczes és egynemű közeget, mely nyugvásban legyen, vagy csak mint egész, azaz úgy mozogjon, hogy egyes részeinek viszonyos helyzete változatlan maradjon. — E közegben Q rezgési forrás *isochron* rezgéseket végezzen, melyek:

$$U = Af(t) \qquad \ldots.1)$$

egyenlet által vannak meghatározva, hol U a Q pont rezgés mozgásának sebességét t időben, A e sebességnek legnagyobb értékét, tehát a *sebességi amplitudot* és végre $f\,(t)$ az időnek egy T szakaszban *periodikus függvényét* jelenti; T betűvel a rezgési időt jelelve.

A Q rezgő pont ezenkivül a testtel, melyhez kötve van, még egyenes vonalban és egyenletes sebességgel mozogjon. — Ezen mozgásnak a gondolatban nyugvó közeg pontjaihoz viszonyitott sebességét g-vel fogjuk jelelni. Ha most képzeletben a Q pont rezgő mozgását egymásra következő és végtelen kicsiny időtartamoknak megfelelő szakaszokra, röviden mondva, *lökésekre* bontjuk: akkor, mint tudva van, e lökések mindenike a közegben gömbfelületeken fog tova terjedni.

Eltekintve a befolyástól, melyet a rezgési forrás haladó mozgása annak rezgő mozgására gyakorolhatna, világos hogy az egyes lökések nagysága, iránya és sorrendje a mozgás esetében ugyanaz marad mint a nyugvás alkalmával.

E szerint az egyedüli változás, mely ezen mozgás következtében létesül, csak az, hogy az egyes lökések a térnek más pontjaiból indúlnak ki, mint a rezgési forrás nyugvásakor. *Ketteler* s mindazok kik előtte e kérdéssel foglalkoztak, a rezgési forrás haladó mozgásának befolyását rezgő mozgására mint jelentéktelent elhanyagolják, s e feltevés itt nekünk is alapúl fog szolgálni.

Látjuk ezek után, hogy minden egyes a rezgési forrásból kiindúlt lökés a közegnek valamely P pontjához, mely tőle a lökés pillanatában δ távolságra fekszik, $\frac{\delta}{v}$ időszak alatt fog érkezni, v alatt az illető rezgések terjedési sebességét értve. A lökés tehát, mely valamely pillanatban a P ponttal közöltetik, mindenesetre az, melyet a rezgési forrás $\frac{\delta}{v}$ időszakkal előbb inditott meg. Ez okoskodás alapján a rezgések sebességét P pontra nézve következő egyenlet fejezheti ki:

$$u = \alpha f\left(t - \frac{\delta}{v}\right) \quad \ldots\ldots 2)$$

mely egyenletben α a P pont rezgése közben elérhető legnagyobb sebességet, tehát P pont *sebességi amplitudját* jelenti s egyelőre még határozatlan marad.

Hogy a rezgéseknek ez egyenlet által kifejezett törvényét közelebbről megismerhessük, szükséges mindenek előtt tisztába jönnünk arra nézve, mikép függ δ az időtől.

A rezgések elterjedésének tárgyalásánál, a rezgési forrás mozgásának esetében, különösenen zavaró körülmény az, hogy a rezgési forrásnak P ponttóli távolát két különböző pillanatban kell szemügyre vennünk, és pedig először azon t pillanatban, melyre nézve az u sebességnek értékét keressük, másodszor pedig azon pillanatban, midőn a rezgési forrás a közeggel a t időpontban P-hez érkező lökést közölte. — Tévedések elkerülése végett e távolságok elsejét *píllanatnyi távolnak* (momentane Entfernung) fogom nevezni és D-vel jelelni; a másodikat pedig, mint már eddig is történt, δ-val jelelve, annak megkülönböztetésére a *hatás távol* (active Entfernung) elnevezést fogom használni.

Vizsgáljuk most egyelőre azon esetet, midőn a rezgési forrás egyenletes g sebességgel a QP egyenesen mozog. Jeleljük c-vel a sebességet, melylyel Q e mozgás közben P-hez közeledik, tehát egy szóval a g sebességnek összetevőjét $\overrightarrow{QP}$ irányban, akkor:

$$\delta - \frac{\delta}{v} c = D \qquad \ldots\ldots 3)$$

Könnyű belátni továbbá, hogy

$$D = D_0 - ct$$

ha D_0 a pillanatnyi távol értékét t=o időpontban jeleli. — A tárgyalt esetben, e szerint:

$$\delta = \frac{v}{v-c}\left(D_0 - ct\right) \qquad \ldots\ldots 4)$$

S ez értéket a 2) egyenletbe helyettesitve:

$$u = \alpha f\left(\frac{v}{v-c} t - \frac{D_0}{v-c}\right) \qquad \ldots\ldots 5)$$

Ámde az f függvény T szakaszban periodikus lévén, világos, hogy ugyanazon értékkel fog birni két idő pontban, mely között:

$$T' = \frac{v-c}{v} T \qquad \ldots\ldots 6)$$

időszak fekszik. A T' időszak ennélfogva a P pont *rezgésidejét* jelenti.

Az 5) képlet azt is mutatja hogy az f függvénynek, a QP egyenes két oly pontjában, melyek egymástól:

$$\lambda' = (v-c)\, T \qquad \ldots\ldots 7)$$

távolságra esnek ugyanazon pillanatban ugyanazon értéke van. E szerint λ' a *hullámhosszat* jelenti a QP egyenes mentében.

Egyszerű mértani okoskodás alapján kitünik, hogy, ha g kicsiny v-hez képest, úgy eddigi következtetéseink az esetben is érvényesek lesznek, midőn Q nem a QP egyenesben, hanem egy oly irányban mozog, mely a $\overrightarrow{QP}$ iránynyal φ szögletet képez. Az idő kezdetpontját ez esetben úgy kell választanunk, hogy gt elhanyagolható legyen D-hez képest.

A c sebesség értéke mindig meg lesz határozva:

$$c = g\cos\varphi$$

egyenlet által.

Világos, hogy a rezgések elterjedése ruganyos közegekben, a mint avval eddig foglalkoztunk, független a rezgések észlelésének módjától. Ha tehát magunkat gondolatban B

észlelőnek helyzetébe teszszük, úgy annak nyugvása esetében a közegnek mindig ugyanazon P pontjával fogunk érintkezni, s igy a rezgési forrásból kiindúlt rezgéseket annak azon hatástávolából fogjuk felfogni, mely a 4) képlet által van adva. Ha azonban az észlelő a BQ vagyis PQ egyenesen ugyancsak egyenletes g' sebességgel mozog, ugy a közegnek mindig új meg új pontjai (P) közlik vele mozgás állapotukat. Minden egyes ilyen pontnak a rezgési forrástól mért hatástávolára nézve a 3) egyenlet áll fenn. Jelelje most c' a sebességet, melylyel az észlelő a rezgési forráshoz közeledik, vagy más szavakkal, a g' sebességnek $\overrightarrow{PQ}$ irányba eső összetevőjét: ugy az észlelőnek pillanatnyi távola a rezgési forrástól:

$$D = D_0 - ct - c't$$

egyenlet által lesz kifejezve.

Ezen D távolt jogosan azon pillanatnyi távolnak is mondhatjuk, melyben a közegnek az észlelővel érintkező pontjai a rezgési forrástól feküsznek; igy jutunk el D értékének helyettesitése után a 3) képletbe, a kifejezéshez, mely a rezgési forrás hatástávolának meghatározására szolgál a közegnek azon pontjaira nézve, melyek minden időben az észlelővel határosak. E kifejezés következő:

$$\delta = \frac{v}{v-c}\left(D_0 - ct - c't\right) \quad \ldots\ldots 8)$$

Ezen pontok rezgő mozgásának sebességét, δ ez értékének helyettesitése által a 2) egyenletbe fogjuk meghatározhatni. E szerint:

$$u = \alpha f\left(\frac{v+c'}{v-c}t - \frac{D_0}{v-c}\right) \quad \ldots\ldots 9)$$

Az f függvénynek azon tulajdonsága folytán, hogy T szakaszban periodikus, ezen egyenlet azt mutatja, miszerint az észlelő két egymásra:

$$T'' = \frac{v-c}{v+c'}T \quad \ldots\ldots 10)$$

időszakaszban következő pillanatban, a közegnek oly pontjaival érintkezik, melyekre nézve az f függvénynek ugyanazon értéke van, Ennek alapján nevezhetjük a T'' időtartamot *észlelt rezgési időnek.*

A 10) egyenlet *Doppler elvét* fejezi ki.

Hogy c és c' értékeire nézve minden különös esetben tévedéstől mentek lehessünk, czélszerű lesz a QB egyenesen Q és B pontok között egy O kezdetpontot megállapitani, mely a közeg többi részeivel azonos mozgási állapotban maradjon. Az észlelő és a rezgési forrás mozgását ezen O pont helyzetéhez viszonyitva, c és c' a sebességeket fogják jelenteni, melylyel a rezgési forrás, illetőleg az észlelő az O pont felé közeledik.

Eddig az észlelőt BQ egyenes mentében mozogni gondoltuk, tegyük fel most e helyett, hogy mozgásának iránya a $\overrightarrow{BQ}$, vagyis $\overrightarrow{BO}$ iránynyal ψ' szögletet képez. — Következtetéseink ez esetben is érvényesek maradnak, ha csak g' elhanyagolható v irányában.

Egyszerü mértani okoskodás mutatja ez állitás helyességét, az idő kezdetpontjának czélszerű választása mellett, mely által $g't$ kicsinynyé válhatik D_0-hoz képest.

A feladatnak általános megoldása akkor, midőn g és g' nem hanyagolhatók el v mellett, ugyanazon úton bonyolodott képletekhez vezet, melyek különös érdekkel aligha birnak.

2.

Az 5) egyenlet a közeg valamely P pontjának rezgési sebességét csak annyiban határozza meg, a mennyiben az f függvénynek értékétől függ. — A képlet e mellett az eddig elé határozatlan szorzót α-t foglalja magában. Ez az α a rezgések elterjedésének bármely irányában a δ távolságnak függvénye lesz.

Ha meggondoljuk, hogy a rezgési forrásból kiinduló lökések mindegyikének eleven ereje a térben elterjedve gömbfelületeken oszlik el; ugy ez esetben ép ugy mint a rezgési forrás nyugvásának esetében beláthatjuk, miszerint α megfordított arányban áll P pontnak a közeg azon pontjától mért távolához, melyből az illető lökés kiindúlt. Látjuk tehát, hogy:

$$\alpha = \frac{A_1}{\delta}$$

ha A_1 a megfelelő sebességi amplitudot jelenti azon gömbfelületen, melynek sugara a hosszegységgel egyenlő.

Azon feltevés szerint, mely *Ketteler* munkálatának alapúl szolgál α a c sebességtől nemcsak *implicite* δ által, hanem még azon kivül *explicite* is függésben állana.

Beismerve a függés e nemének lehetőségét, vizsgáljunk, mintegy annak pontosabb meghatározása czéljából, egy esetet, midőn α a δ távolságtól függetlenné válik, tehát c-től a fentebbi szolásmód szerint csak explicite függhet. Egy ily eset valóban előttünk áll, midőn a rezgések hengeralakúlag határolt térben terjednek el s a rezgési forrás e hengeralakú tér tengelyében egyenletes g sebességgel mozog.

Feltevésünkre hivatkozva, mely szerint a rezgési forrás haladó mozgása annak rezgő mozgására befolyást nem gyakorol, kimondhatjuk ezt a tételt, hogy: *a rezgési forrás a közegnek, tova terjedő rezgések alakjában, bizonyos időtartam alatt, ugyanazon eleven erő mennyiséget adja át, maga akár nyugvásban, akár haladó mozjásban legyen.*

E tétel már magában világos, hiszen minden változás a közegnek átadott eleven erő mennyiségében, a rezgési forrás rezgő mozgásának változásával egyjelentőségű lenne.

Visszatérve a fent körvonalozott eset vizsgálatára, látjuk, hogy a rezgési forrás egy rezgése közben a közegnek átadott eleven erő, a hengeralakú térben két ellentett irányban terjed el. A rezgési forrás nyugvásának esetében, tehát midőn $g = o$, ez az eleven erő két egyenlő vastagságu korong belsejében a forrás két oldalán lesz feltalálható. A korongok vastagsága ez esetben:

$$\lambda = vT$$

hullámhoszszal egyenlő. Bontsuk el e korongok egyikét végtelen kis vastagságu lemezekre, ugy hogy határlapjaik $D = D_1$ $D = D_1 + dD$, $D = D_1 + 2dD$ s. i. t. egyenleteknek tegyenek eleget; D_1 alatt a rezgési forrásnak távolát a közeg azon pontjaitól értve, melyek hozzá a tekintetbe vett egy rezgés által megmozditottak közül legközelebb feküsznek. A közegnek egy ilyen lemezben fekvő részeit ugyanazon sebességgel mozgóknak szabad tekintenünk, mivel dD tetszésünk szerint kicsiny értékkel bir. E szerint a rezgési forrástól D pillanatnyi távolban fekvő lemez egész tömegének sebessége t időpontra nézve, adva van:

$$u = \alpha f\left(t - \frac{D}{v}\right)$$

egyenlet által.

Más oldalról tudjuk, hogy a lemez tömege:

$$\mu = \sigma q \, dD$$

ha q a henger átmetszetét, σ pedig a közegnek sűrűségét jeleli.

A lemez eleven ereje e szerint:

$$= \frac{1}{2}\sigma q \alpha^2 f^2\left(t - \frac{D}{v}\right) dD$$

Ha most az eleven erő mennyiségét akarjuk megismerni, mely a rezgési forrástól egy irányban terjed el: akkor mindazon lemezek eleven erőit kell összeadnunk, melyek együtt a nevezett korongok egyikét alkotják. — A keresett eleven erő ennek folytán:

$$L_1 = \frac{1}{2}\sigma q \alpha^2 \int_{D_1}^{D_1 + vT} f^2\left(t - \frac{D}{v}\right) dD$$

Az itt kijelelt összegelésnél t mint állandó szerepel.

Tegyük $t - \frac{D}{v} = x$ és $t - \frac{D}{v} = \varDelta$, ugy a fentálló kifejezés következő alakot ölt:

$$L_1 = -\frac{1}{2}\sigma q v \alpha^2 \int_{\varDelta}^{\varDelta - T} f^2(x)\, dx$$

Ha meggondoljuk hogy az $f(x)$ függvény T szakaszban periodikus, s hogy igy $\varDelta$ értéke az integrál értékére befolyást nem gyakorolhat, s ha meggondoljuk továbbá, hogy a most tárgyalt esetben a rezgési forrás másik oldalán elterjedő L_2 eleven erő mennyiség egyenlő L_1-el: ugy a rezgési forrás által, egy rezgésének tartama alatt, a közegnek átadott eleven erő mennyiség kifejezésére a következő egyenlethez jutunk:

$$L=\sigma q v \alpha^2 \int_0^T f^2(x)\,dx \qquad \ldots\ldots\ 11)$$

Hasonló módon határozhatjuk meg az eleven erő mennyiségét, mely a hengeralakúlag határolt közegben akkor terjed el, midőn abban a rezgési forrás véges g sebességgel mozog. Ez esetben az L_1 és L_2 mennyiségek értékeinek különbözésére kiváló figyelmet kell fordítanunk.

Az egy rezgés eleven erejét magukba foglaló korongok vastagsága minden esetben a helyzetöknek megfelelő hullámhossz lesz.

E szerint azon korongnak vastagsága, melyhez a rezgési forrás közeledik:

$$\lambda'=(v-g)T$$

azon korongé pedig, melytől a rezgési forrás távolodik

$$\lambda'=(v+g)T$$

által fejezhető ki.

Keressük most az eleven erőt, mely az első helyen említett korongban foglaltatik.

E korong határlapjai $D=D_1$ és $D=D_1+(v-g)\,T$ egyenletek által vannak meghatározva.

Bontsuk azt el végtelen kicsiny $dD=dD_0$ vastagságu lemezekre, ugy az egyes lemez eleven ereje a már ezelőtt megállapitott módon fog kiszámittatni. A lemez pontjainak sebességét az 5) egyenlet adja, melyben α betűt α_1-el fogjuk felcserélni, nehogy már *a priori* kizárjuk a lehetőséget, hogy α_1 különbözzék α-nak azon értékétől, melylyel az a 11) egyenletben bir. — Egy lemez eleven ereje ennek folytán:

$$=\frac{1}{2}\sigma q \alpha_1^2 f^2\left(\frac{v}{v-g}t-\frac{D_0}{v-g}\right)dD$$

Az egész korongban foglalt eleven erő pedig:

$$L_1=\frac{1}{2}\sigma q \alpha_1^2\int_{D_1}^{D_1+(v-g)T} f^2\left(\frac{v}{v-g}t-\frac{D_0}{v-g}\right)dD$$

Tegyük :

$$\frac{v}{v-g}t - \frac{D_0}{v-g} = x$$

ugy tekintettel arra, hogy $f(x)$ T szakaszban periodikus, találjuk:

$$L_1 = \frac{1}{2}\sigma q (v-g)\alpha_1{}^2 \int_o^T f^2(x)\,dx \quad \ldots\ldots 12)$$

A másik korongban, melytől a rezgési forrás távozik, ugyancsak bizonyos eleven erő mennyiség L_2 foglaltatik, melynek kiszámitása az előbbihez hasonló módon történik. Ha csak a 12) egyenletben g helyébe $-g$ és α_1 helyébe α_2 tétetik, ugy találjuk:

$$L_2 = \frac{1}{2}\sigma q (v+g)\alpha^2_2 \int_o^T f^2(x)\,dx \quad \ldots\ldots 13)$$

Az összes eleven erő, mely a hengeralakúlag határolt térben elterjed, általában $= L_1 + L_2$ lesz. E mennyiség az előbb kimondott tétel alapján független a rezgési forrás mozgásától, minek folytán:

$$L_1 + L_2 = L$$

Ha az itt egybe kapcsolt mennyiségeknek értékeit 11), 12) és 13) egyenletekből számításba hozzuk, látjuk, hogy:

$$\alpha_1{}^2(v-g) + \alpha_2^2(v+g) = 2\alpha^2 v \quad \ldots\ldots 14)$$

Ezen egyenlet felvilágosithat az iránt, hogy a rezgési forrás mozgása és az α sebességi amplitud között fennálló öszszefüggésre nézve, a már fentemlitett két ellentétes nézet melyikét kell, mint helyeset, elfogadnunk.

Ketteler egy a rezgési forrástól δ hatástávolban fekvő pont rezgéseinek kifejezésére, annak nyugvási helyzetéből való kitérését (ϱ) hozza számításba. Az egyenlet, melyből kiindul a következő :

$$\varrho = a f\left(t - \frac{\delta}{v}\right)$$

hol a a pont rezgő mozgása közben elérhető legnagyobb kitérést, tehát a szó szoros értelmében vett amplitudot jelenti.

Hallgatagon feltételezi azután, hogy az a amplitud a mozgástól csak annyiban függ, mennyiben az δ értékére befolyással van, hogy tehát az a amplitud egy bizonyos irányban és δ-nak egy bizonyos értékére nézve a c sebességtől független értékkel bir. Ennyit mond legalább *Ketteler* fentemlitett munkájának 136-ik lapján a következő egyenlet:

$$a = \frac{A_1}{\delta} \quad ^{1})$$

melyben A_1, mint az a amplitudnak a hosszegységgel leirt gömbfelületen megfelelő értéke, a sebességtől függetlennek tekintetik.

Ezen feltevés, mint látni fogjuk, a 14) egyenlet követelményeinek meg nem felel.

A rezgések tova terjedése alkalmával hengeralakúlag határolt térben (a mint azt itt vizsgának vetettük alá) a rezgési forrás egyik oldalán fekvő pontok rezgő mozgásait, *Ketteler* felfogása szerint, a következő egyenlet fejezné ki:

$$\varrho_1 = a f \left(\frac{v}{v-g} t - \frac{D_0}{v-g} \right)$$

míg a rezgési forrás másik oldalán fekvő pontokra nézve:

$$\varrho_2 = a f \left(\frac{v}{v+g} t - \frac{D_0}{v+g} \right)$$

egyenletnek kellene állania.

E pontok rezgő mozgásának sebességei megfelelőleg

$$\frac{d\varrho_1}{dt} = a \frac{v}{v-g} f' \left(\frac{v}{v-g} t - \frac{D_0}{v-g} \right)$$

és

$$\frac{d\varrho_2}{dt} = a \frac{v}{v+g} f' \left(\frac{v}{v+g} t - \frac{D_0}{v+g} \right)$$

lennének.

Ha tehát φ a f' függvény *legnagyobb* értékének jelzésére szolgál, ugy az illető sebességi amplitudok *Ketteler* szerint:

$$\alpha_1 = a \frac{v}{v-g} \varphi$$

$$\alpha_2 = a \frac{v}{v+g} \varphi$$

[1]) Ketteler a helyett A jelet használ.

és végre, midőn $g=o$:

$$\alpha = a\,\varphi$$

egyenletek által lesznek meghatározva.

Helyettesitsük ez értékeket a 14) egyenletbe, ugy találjuk:

$$a^2\frac{v}{v-g}+a^2\frac{v}{v+g}=2\,a^2$$

mely egyenlet nem állhat fenn akkor, ha a a g sebességtől függetlennek tekintetik.

Ez okoskodásra támaszkodva fogjuk *Ketteler* felvételét mint hamisat félrevetni.

Ugyanezen 14) egyenlet ellenben mindig be lesz töltve, ha teszszük:

$$\alpha = \alpha_1 = \alpha_2$$

tehát, ha azon feltevésből indulunk ki, *hogy a sebességi amplitud csak annyiban függ a rezgési forrás mozgásától, a mennyiben az annak hatástávolára befolyással bir.*

E szerint az:

$$\alpha = \frac{A_1}{\delta}$$

egyenletben az A_1 mennyiséget c sebességtől függetlennek szabad, sőt kell tekintenünk.

Ezen értéket az 5) egyenletbe téve, δ értékét pedig a 3) egyenletből helyettesitve, a közeg egy pontjának rezgő mozgását következő képlet által állithatjuk elő:

$$u=\frac{A_1}{D}\frac{v-c}{v}\,f\left(\frac{v}{v-c}\,t-\frac{D_0}{v-c}\right) \qquad \ldots\ldots 15)$$

mely képletben

$$D=D_0-ct$$

Midőn e rezgések a nyugvó észlelővel közöltetnek, az esetben ez egyenlet egyszersmind azon rezgési sebességet is kifejezi, mely bármely pillanatban az észlelőhöz érkezik.

Ha ellenben az észlelő mozog, úgy a közegnek mindig új meg új pontjai fognak sebességeikkel reá hatni. Ezen rezgési sebességek *fázisai* a 9) egyenlet által vannak meghatározva, azoknak sebességi amplitudjai pedig minden időben megfelelnek a rezgési forrás hatástávolának azon pontoktól, melyek épen az észlelővel érintkeznek.

Ennélfogva a bármely pillanatban az észlelőhöz érkező sebességet meg fogjuk határozhatni, ha a 9) egyenletben $\alpha = \frac{A_1}{\delta}$ helyettesitése után, δ-nak értékét a 3) egyenletből veszszük; tehát:

$$u = \frac{A_1}{D} \frac{v-c}{v} f\left(\frac{v+c'}{v-c} t - \frac{D_0}{v-c}\right) \quad \ldots\ldots 16)$$

hol:

$$D = D_0 - ct - c't$$

Óvakodnunk kell azonban azon véleménytől, mely szerint a 16) képlet egy egyetlen pontnak rezgéseit fejezné ki, szem előtt kell tartanunk inkább, hogy az minden pillanatban csak azon pontok sebességét állitja elő, melyek épen az észlelővel érintkeznek.

3.

Áttérek most az észlelő által felfogott rezgések intenzitásának meghatározására.

Az észlelő és rezgési forrás mozgásának esetében az *intenzitás fogalma* alatt nem érthetünk egyebet, *mint azon eleven erő mennyiséget, mely az időegység alatt a hullámfelülettel párhuzamos felületegységre akkor esnék, ha a rezgések mind azonosak volnának avval, mely a felületegységgel azon pillanattól fogva közöltetik, melyben az intenzitás értékét meghatározni akarjuk.*

Ha tehát azon első rezgés eleven erejét i-vel jeleljük, úgy az intenzitás:

$$I = ni \quad \ldots\ldots 17)$$

egyenlet által lesz meghatározva, ha n alatt az egyes rezgések számát értjük, melyek az időegység alatt az illető felületre esnek.

Az önkényünktől függő felületegységet olyképen fogjuk választani, hogy méretei D-hez képest kicsinyek s hogy igy a hullámok sik hullámoknak tekinthetők legyenek.

Tárgyalásainkat továbbá csak oly esetekre fogjuk kiterjeszteni, melyekben D a hullámhosszhoz képest nagy értékkel bir.

A feladatot ekkép kitüzve könnyü lesz az eleven erő mennyiséget meghatározni, mely az intenzitás mérésére használt felületegységgel az első rezgésnek tartama alatt közöltetik. — Világos, hogy ezen eleven erő az intenzitás meghatározásának pillanatában egy párhuzamos és sík lapok által határolt lemezben foglaltatik, melynek a rezgési forrástól távolabb eső lapja maga az intenzitás mérésére szolgáló felületegység, s melynek vastagsága, a térnek e részébe elterjedt rezgések hullámhossza.

Láttuk, hogy ezen hullámhossznak az észlelő mozgásától független értéke:

$$\lambda'=(v-c)\ T$$

Már előbb volt alkalmunk megmutatni mikép kelljen az ilyen lemezben foglalt eleven erő mennyiséget meghatározni.

A lemezt végtelen kicsiny dD vastagságu lemezekre bontva, ezekben egyenkint

$$=\sigma\frac{A_1^2}{D^2}\frac{(v-c)^2}{v^2}f^2\left(\frac{v}{v-c}\,t-\frac{D_0}{v-c}\right)dD$$

eleven erő foglaltatik.

A mennyiben a D távol e lemezek egyikétől egy másikhoz átmevne csak egy irányában kicsiny (λ'-nél kisebb) hoszszal változik: szabad a nevezőben D^2 értékét állandónak tekinteni. — Az i eleven erő mennyiséget ezek után mint a $(D-\lambda')$ és D határok közötti összegelésnek eredményét találjuk. Ez összegelést ugy mint fent végezve, lesz:

$$i=\sigma\frac{A_1^2}{D^2}\frac{(v-c)^2}{v^2}(v-c)\int_0^T f^2(x)\,dx \qquad \ldots .\ 18)$$

Midőn az észlelő nyugszik, akkor ezen eleven erő vele $T'=\dfrac{v-c}{v}\,T$ időszak alatt közöltetik.

Ha ellenben az észlelő mozog, ugy ezen időszak, mely két oly pillanat között fekszik midőn az észlelővel érintkező pontok fázisai ugyanazok, a következő értékkel bir:

$$T'' = \frac{v-c}{v+c'} T$$

Az észlelőhöz az időegység alatt érkező egyes rezgések száma e szerint:

$$n = \frac{1}{T''} = \frac{v+c'}{v-c} \frac{1}{T} \quad \ldots .19)$$

Felhasználva a 18) és 19) egyenleteket a 17)-nek képzésére, az intenzitás keresett kifejezéséhez jutunk:

$$I = \frac{(v-c)^2}{v^2} (v+c') \sigma \frac{A_1{}^2}{D^2} \frac{1}{T} \int_o^T f^2(x) dx$$

Ha $c=o$ és $c'=o$, ugy ez egyenlet az intenzitás értékét adja azon feltevés mellett, hogy a rezgési forrás és az észlelő egymástól D pillanatnyi távolban nyugosznak. — Az intenzitásnak értékét ezen különös esetben I_0-al jelelve:

$$I_0 = \sigma v \frac{A_1{}^2}{D^2} \frac{1}{T} \int_o^T f^2(x) dx \quad \ldots .. 20)$$

s ennek folytán:

$$I = I_0 \frac{(v-c)^2}{v^2} \frac{(v+c')}{v} \quad \ldots .21)$$

vagy a kijelelt műtéteket végezve:

$$I = I_0 \left(1 - \frac{2c}{v} + \frac{c'}{v} + \frac{c^2}{v^2} - \frac{2cc'}{v^2} + \frac{c^2c'}{v^3}\right) \ldots . 22)$$ [1]

E helyen még a határokat kell kijelelnünk, melyeken belül ez egyenlet, levezetésének értelmében, alkalmazható.

Először is meg kell jegyeznünk, hogy érvényessége a D távolnak csak oly értékeire nézve bizonyittatott be, melyek λ'-hez képest nagyok.

Másodszor pedig azt látjuk, hogy ámbár ez egyenlet g

---

[1]) A külömbség, mely ezen képlet és a M. T. Akadémiának 1871. jul. 19-ikén bemutatott értekezésemben foglalt képlet között fennállani látszik, csak annak eredménye hogy ott c és c' a *távolodás* sebességeit jelezték, míg jelenleg e betűk alatt, Ketteler jelzése módjához símúlva, a közeledés sebességeit értjük (l. a M. T. Akadémia értesitője, V. évfolyam 210-ik lap.)

és g' sebességeknek bármely értékeire nézve fennáll azon esetben, ha az észlelő és a rezgési forrás ugyanazon egyenesben mozognak: ugy csak v-hez képest kicsiny g és g' sebességek mellett lesz alkalmazható akkor, midőn az észlelő és a rezgési forrás mozgásukat nem egy és ugyanazon egyenesben végzik.

4.

Az intenzitás meghatározására fent megállapitott képlet ellenkezik azzal, melyet e czélra *Ketteler* használ. — Kimutattuk azonban már a 2-ik fejezetben azon feltevés hamis voltát, melyre ez utóbbi épitve van, s igy természetes, hogy annak következményeit sem fogadhatjuk el.

Ketteler képlete a többi közt a nyugvó észlelő esetében:

$$I=I_0$$

egyenlethez vezet, de világos, hogy e feltünő eredményt hamisnak kell tartanunk. Ugyanez áll az abból *Ketteler* által levont tételre nézve is, mely szerint.

„*Az álló csillagok fényének intenzitása, a térnek valamely tőlük meghatározott távolságra fekvő pontjában, bárminemü mozgásaik daczára, mindig ugyanaz, mintha az álló csillag az illető távolban nyugodnék.*“ [1])

21) képletünk szerint ez esetben:

$$I=I_0\left(\frac{v-c^2}{v}\right)$$

s mivel a 3) egyenlet értelmében:

$$\delta=\frac{v}{v-c}D$$

következik:

$$I=I_0\frac{D^2}{\delta^2}=I\delta$$

ha $I\delta$ az intenzitás értékét jelzi azon feltevés mellett, hogy a rezgési forrást és az észlelőt a pillanatnyi távoluknak megfelelő hatástávolban nyugodva gondoljuk.

A *Ketteler* által kifejezett tétel helyébe e szerint a következőt kell állitanunk:

---

[1]) Dr. E. Ketteler: Astronomische Undulationstheorie 143. lap.

Az álló csillagok fényének intenzitása a térnek valamely tőlök meghatározott távolra fekvő pontjában, bárminemü mozgásuk esetében ugyanaz, mintha az álló csillag az illető (pillanatnyi) távolnak megfelelő hatástávolban nyugodnék.

Az eddigiek után szükségtelennek tartom, hogy *Ketteler* munkájának az intenzitásra vonatkozó részét behatóbb birálatnak vessem alá. A 21) képlet azon levezetési módja, melyet itt közöltem, maga legalkalmasabb lesz azon kétes pontok felderitésére, melyek *Ketteler* dolgozatában még az itt különösen emlitetteken kivül foglaltatnak.

5.

Áttérek a 21) vagy 22) képlet nehány alkalmazására. Gondoljuk, hogy az észlelő s vele valamely hangzó test (hangforrás) a nyugvó légben ugyanazon g sebességgel mozog. Az e közben észlelt hangmagasság, a 10) képlet értelmében, azonos lesz avval, mely nyugvás közben észleltetnék; az észlelt intenzitás ellenben a mozgás által módosittatni fog.

Ha az észlelő a hangforrást, mozgásának irányában, maga elé helyezi, úgy a 22) egyenletben, $c = -g$ és $c' = +g$ lesz; tehát megközelitőleg:

$$I' = I_0 \left(1 - 3\frac{g}{v}\right)$$

Ha ellenben a hangforrás oly helyzetet foglal el, hogy a tőle az észlelő felé húzott egyenes esik össze a mozgás irányával, akkor tennünk kell $c = +g$ és $c' = -g$, és ennek folytán:

$$I' = I_0 \left(1 - 3\frac{g}{v}\right)$$

Szolgáljon egy példa, annak kimutatására, hogy az I és I' közötti külömbség, kivihető kisérletek határain belül, mily jelentékeny lehet. — Tegyük fel, hogy az észlelő és a hangforrás a gőzmozdonyon elérhető másodperczenkint 30 méternyi sebességgel mozog, akkor $\frac{g}{v}$ körülbelül $= 0,1$ s e szerint $I = 1,3 . I_0$ és $I' = 0,7 . I_0$ értékkel fog birni.

Tehát megközelitőleg:

$$\frac{I}{I'}=1,8$$

A kisérleti eredmény az elmélet követeléseinek ez esetben talán azért nem fogna megfelelni, mivel a hangforrás haladó mozgásának befolyását rezgéseire, aligha szabad elhanyagolnunk.

A mennyiben azonban a surlódás zavaró befolyását tekintetbe vennünk nem kell, annyiban az I és I' intenzitások észlelete azon sebesség meghatározására szolgálhat, melylyel az észlelő és a hangforrás a léghez viszonyitva mozog.

E megjegyzés azon közel fekvő gondolathoz vezet, hogy a hangforrás helyébe fényforrást állitva, egyenletünket azon sebesség meghatározására használjuk, melylyel a föld mozgásában részt vevő testek a föld légkörének *étheréhez* viszonyitva mozognak. Fényrezgésekre nézve az éther kicsiny tömege folytán, a surlódás zavaró befolyását is több joggal hanyagolhatjuk el, mint azt a hangrezgések esetében teszszük.

Feltéve, hogy az éther együtt mozog a testekkel, melyekben foglaltatik, ugy a földhöz kötött észlelő egy földi fényforrásnak fényét bizonyos távolban, mindig ugyanazon intenzitással fogja észlelni, akár a föld mozgásának irányában előtte, akár mögötte álljon az. — Ha ellenben e feltéves helytelen volna s az éther vagy a világegyetemben nyugodnék, vagy g sebességgel mozgó földi testekben, *Fresnel* feltevése szerint csak $\frac{n^2-1}{n^2}$ g sebességgel mozogna (n alatt a törési tényezőt értve): ugy az észlelt intenzitás nemcsak a fényforrás távolától, hanem egyátalában annak helyzetétől függne.

Tagadhatatlan, hogy e nézetek közül az utólsó legjogosultabbnak látszik, a mennyiben az összes jeleneteket magyarázni képes, melyek az *aberratió* körébe tartoznak. Nem szabad azonban felednünk azt sem, hogy mihelyt az éther mozgását elkülönítjük azon testek mozgásától, melyekben foglaltatik, az által az éther létének valóságát ismerjük el, mely feltevés legalább nekem valószinűtlennek látszik.

Ezen mindenesetre még nyilt kérdésnek kisérleti eldöntésére *Fizeau* már 1852-ben [1]) ajánlotta azt a módszert, melyet imént röviden körvonaloztam.

A számitás azonban, melyre *Fizeau* eme tervezett kisérletét alapitotta, a már előbb emlitett hamis képletből indult ki; ugy, hogy szükségesnek tartom e számitást a 22) képlet alapján ujra átdolgozni.

Fizeau két (p és p') thermoelemet ugy szándékozik felállitani, hogy azok egy a pp' egyenesen, közöttük álló lámpa felé ellentett sarkaikat forditsák. E thermoelemeket szerinte egy galvanometerrel oly módon kell egybe kapcsolni, hogy a galvanometer tűje nyugvási helyzetében maradjon akkor, midőn a lámpa mindkét thermoelemre ugyanazon meleg mennyiséget sugározza. Végre a lámpát és a thermoelemeket egy állványon kell megerősiteni, mely egy a pp' egyenesre merőleges tengely körül forgatható.

Ha ezen állvány s vele mind a hozzá erősitett tárgyak az étherhez viszonyitva g sebességgel mozognak, ugy a bizonyos idő alatt p vagy p' thermoelemre eső meleg mennyiség nem csak ezen sebességtől, de a mellett a szöglettől is fog függni, melyet a a $\overrightarrow{pp'}$ egyenes a mozgás irányával képez.

Állitsuk először az állványt ugy, hogy a $\overrightarrow{pp'}$ irány a mozgás irányával összeessék. A p thermoelemre ez esetben az időegység alatt:

$$= p\, I_0 \left(1 - 3\frac{g}{v}\right)$$

meleg mennyiség sugároztatik, p alatt ezen thermoelemnek elnyelő felületét értve.

Ellenben az ugyanazon idő alatt p' elemre eső melegmennyiség:

$$= p'\, I'_0 \left(1 + 3\frac{g}{v}\right)$$

lesz.

Adjunk most, a thermoelemek és a lámpának kellő elhelyezése által, eszközünknek oly berendezést, hogy a galvanometer tűje kitérést ne szenvedjen, ugy:

[1]) Cosmos T. I. p. 690. — Pogg. Ann. Bd. 92. Seite 652.

$$p\,I_0\left(1-3\frac{g}{v}\right)=p'\,I'_0\left(1+3\frac{g}{v}\right)\qquad\ldots\ldots 23)$$

Ha ezután az állványt tengelye körül 180 fokkal forgatjuk, ugy a $\overrightarrow{p'p}$ irány válik azzá, mely a mozgás irányával összeesik. — Az állványnak ezen második állása mellett az idő egység alatt p-re:

$$=p\,I_0\left(1+3\frac{g}{v}\right)$$

p'-re pedig:

$$=p'\,I'_0\left(1-3\frac{g}{v}\right)$$

meleg mennyiség esik.

E szerint most a p thermoelemre:

$$p\,I_0\left(1+3\frac{g}{v}\right)-p'\,I_0\left(1-3\frac{g}{v}\right)$$

meleg mennyiséggel *több* esik mint a p' elemre.

E többlet értéke, a 23) egyenletnek tekintetbe vételével

$$=p\,I_0\;12\,\frac{g}{v}$$

Ha tehát az éther a föld mozgásában részt nem venne ugy közelitőleg $\frac{g}{v}=\frac{1}{10000}$ évén, ennek következtében az idő egység alatt a p thermoelemre $\frac{pJ_0}{833}$ meleg mennyiséggel több esnék, mint a p' thermoelemre. Alig eltérő eredményhez jutunk, ha azon feltevésből indulunk ki, miszerint az éther sebessége földi testekben $=\frac{n^2-1}{n^2}\,g$ értékkel bir, hacsak a kisérletet légben gondoljuk végrehajtva.

A p thermoelemre eső meleg többlet az eszköz berendezése folytán a galvanometer tűjének kiütése által válik mérhetővé.

E tervezett kisérlet tudtommal még nem valósittatott, kivitelének lehetősége azonban a 22) képlet alapján valószinűbbnek mutatkozik, mint addig látszott, míg *Ketteler* és *Fizeau* szerint, a galvanometertű kiütésének eszközlését az összes p-re eső melegnek csak $\frac{1}{1250}$ részétől lehetett várni.