Teller Ede
Wendy Teller
Wilson Talley

A fizika nagyszerű, mert egyszerű

A FIZIKA NAGYSZERŰ, MERT EGYSZERŰ

A FIZIKA NAGYSZERŰ, MERT EGYSZERŰ

TELLER EDE
WENDY TELLER
WILSON TALLEY

1828

AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST 1993

A könyv eredeti címe

Edward Teller–Wendy Teller–Wilson Talley
Conversations on the Dark Secrets of Physics

Plenum Press
A division of Plenum Publishing Corporation
233 Spring Street, New York, N.Y. 10013

ISBN 963 05 6469 6

Első magyar nyelvű kiadás, 1993
Kiadja az Akadémiai Kiadó, Budapest
Fordította: Dr. Csurgayné Ildikó

A kiadvány a Paksi Atomerőmű Részvénytársaság anyagi támogatásával készült.

Printed in Hungary

AJÁNLÁS

Az én legrégibb jó barátom

WIGNER JENŐ

Ezt a könyvet neki ajánlom.

Nem beszélek itt Jenő nagy teljesítményeiről (a szimmetria szerepe az atomok és atommagok világában, vagy az első atomreaktorok kifejlesztése). Inkább elmondok egy hatvannégy évvel ezelőtti történetet.

Berlinben, a Kaiser Wilhelm Institutban 1928-ban meghallgattuk Einstein előadását az egyesített térelméletről. Az első 30 másodpercben mindent kitünően értettem. Aztán egyre kevesebbet és kevesebbet. Csakhamar semmit.

Az előadás után néhányan sétálni mentünk a berlini Állatkartbe. A nap ragyogott, és én lógattam az orromat. Jenő, aki Pestről, még középiskolás koromból ismert, hozzámjött és megkérdezte: "Mi a baj?"

Én nem kerteltem. Azt mondtam: "Nagyon buta vagyok."

Ha Jenő akkor az ellenkezőjéről akart volna meggyőzni, az nem segített volna.

De Jenő ezt mondta: "Igen, igen. A butaság általános emberi tulajdonság."*

Ennek a könyvnek a szerény célja a butaság korlátozása. Ezt szorgalommal és főleg érdeklődéssel el lehet érni. Tapasztalatból tudom, hogy érdemes ezt a célt elérni.

* Mentségemre megjegyzem: az évek során kiderült, hogy Einstein maga sem értette a saját előadását.

ELŐSZÓ

Teller Ede több mint negyven évvel ezelőtt kezdett fizikát tanítani a Chicago Egyetemen. Már akkor felvetődött a gondolat: előadásait könyv alakban is közzé kellene tenni.

Akkoriban az volt Teller meggyőződése, hogy akár a tanulóifjúság, akár a felnőtt lakosság természettudományos műveletlensége egyre növekvő veszélyt jelent az amerikai társadalomban. Ez a véleménye csak annyiban változott azóta, hogy ezt a veszélyt ma már nemcsak az amerikai társadalomban látja.

Egyrészt a földgolyó minden egyes lakójának sorsa szorosan összefügg a természettudomány eredményeivel és alkalmazásaival. A fejlett ipari társadalmakban viszont uralkodóvá kezd válni a természettudomány eredményeitől való félelem. Ez fontos politikai kérdésekben rossz döntésekhez vezethet. Ebben a könyvben sem félelmekről, sem döntésekről nem esik szó – csupán tényekről, amelyek ismerete eloszlatja a félelmeket és közvetve bár, de megalapozhatja a helyes döntéseket.

Másrészt, az előzőeknél még fontosabb feladatot szán könyvének a szerző.

Századunk első negyedében gondolkodásmódunk a legnagyszerűbb és filozófiai szempontból a legfontosabb változáson ment keresztül. Bohr és Einstein munkája mind intellektuálisan mind esztétikai értelemben felbecsülhetetlen. Értéke a sok tonnányi rátelepedő matematikai "kőrakáson" is átviláglik.

Fiataljainkat a természettudománnyal nemcsak azért kell megismertetni, mert az számukra hasznos, hanem azért is, mert szellemi élvezet. Igen hasznos és igen érdekes – két fontos érték!

A felnőttek is a természettudomány felé kell forduljanak, ha birtokolni akarják eleink szellemi hagyatékát. De a társadalom által használt egyre újabb technológiák lehető legalaposabb megértése is fel kell keltse az érdeklődésüket.

A szerző reménye, hogy ha a nem természettudományokban elmélyültek műveltségének is részévé válik napjaink fizikája, akkor a humán műveltségűek is érdemi részesévé válhatnak a jövőnket formáló tudományos – technikai döntéseket előkészítő vitáknak.

Hívjuk hát őket, osztozzanak velünk abban az örömben, ami a fizika valódi értékeinek megismerésével együttjár!

Az előadások alapján megszületett könyvet Teller Ede a leányával, Wendyvel készítette el. Ebben a munkában csatlakozott hozzájuk Wilson Talley is. Ők a lábjegyzetekben folytatott beszélgetések résztvevői.

TARTALOMJEGYZÉK

PROLÓGUS

"A képletírás vitte sírba,
Mely szép erény, de jobb, ha nincs." *

Néha használok matematikát, mert fizikának matematika nélkül értelme nincs. Sok olvasó nem ért a matematikához. Tehát amikor matematikát használok, azt meg is magyarázom. Bocsásson meg, aki a matematikához már ért, talán a magyarázataim mulattatják majd.

Sok mindent mondok, amit mindenki tud, és sokat, amit senki se. Talán mondok olyat is, amit senki nem is tudhat. Ilyen a tudomány, ilyen az élet. A megértésnek határai vannak. De legalább a határokkal ismerkedjen meg az olvasó!

A tudásról azt mondják: oly mértékben gyarapodik, hogy senki sem tudja követni. Ez nem igaz. A tudás célja az egyszerűség.

---

* Részlet a *Koldusopera* kettős átköltéséből.
1932-ben Max Born ötvenedik születésnapját egy *költő*ként ismeretlen magyar fizikus azzal köszöntötte, hogy a *Koldusoperát* átírta (természetesen németül).

Többet és többet tudunk. Az összefüggések átfogóbbak lesznek. A megértendő világosabb lesz.

Einsteinnel kezdem majd a mondandómat. Ki érti Einsteint? Egy amerikai szappangyártó cég azzal hirdeti termékét, hogy az 99,44% mértékben tiszta (Ivory Soap!). Tehát jó tiszta! Hát én azt állítom, hogy az emberi agyak 99,44%-ában nincs nyoma az Einstein-féle elméletnek. Remélem, hogy ennek a könyvnek az olvasói a 0,56%-hoz fognak csatlakozni.

Azt állítom, hogy napjaink fizikája nem bonyolult, csak szokatlan. Ami szokatlan, azt a legtöbb ember meg sem hallgatja.

Tehát a használati utasítás:

Légy figyelmes, szánj időt a gondolkodásra, kételkedj –

de aztán haladj tovább!

1. FEJEZET

A RELATIVITÁSELMÉLET

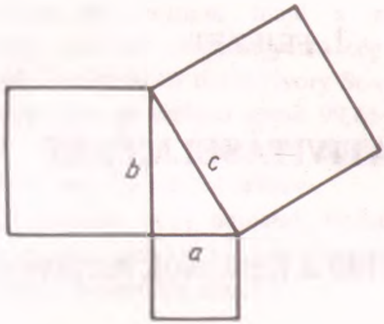
A tér és az idő a fizikusok szemével

Belátjuk, hogy Einstein a fizikai történések színterét egyszerűen, képtelennek tűnően, de helyesen írja le.

A relativitáselmélet az idő és a tér geometriája. Szokatlan geometria. Ugyanakkor nagyon hasonlít a látható térrel foglalkozó, ismert geometriához.

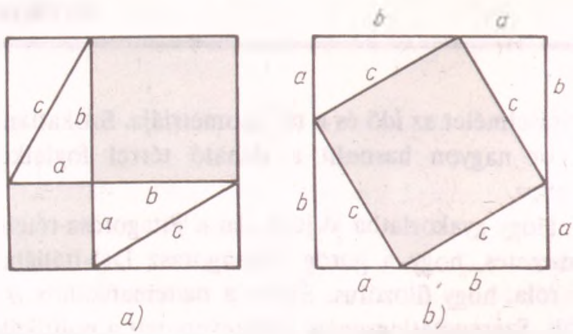
Hogy gyakorlatba jöjjünk, én a Pitagorasz-tétellel kezdem. Talán ismeretes, hogy a görög Püthagorasz Dél-Itáliában élt. Azt tartották róla, hogy filozófus. Értett a matematikához is. Egyszóval fizikus volt. Szerencsétlenségére belekeveredett a politikába. Bajba is került emiatt! (Ebben, mint sok másban is, akadt követője!)

A babilóniaiak már ezer évvel Püthagorasz előtt ismerték a tételt, amely az ő nevét viseli. De mai ismereteink szerint Püthagorasz volt az első, aki a tételt be is bizonyította. Az a bizonyítás, amit most én adok meg, különbözik Püthagoraszétól. Bizonyításom nem precíz, de ha valaki igényes rá, azzá teheti.



1-1. ábra A Pitagorasz-tétel szerint egy derékszögű háromszög két befogójának a négyzetösszege egyenlő az átfogó négyzetével.

Az *1-1. ábrán* egy *a*, *b* és *c* oldalú háromszög látszik. Az *a* és *b* oldalak merőlegesek egymásra. Mindhárom oldal fölé négyzetet emeltünk.



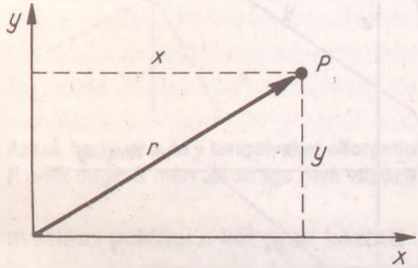
1-2. ábra Az *1-1. ábrán* látható háromszög pontos másai – akkor is, ha elforgatjuk őket – területváltozást nem szenvednek. Ha e háromszögeket az ábrán látható módon rendezzük el, a kialakuló négyzetekből nyilván-valóan látszik, hogy az *a* oldalú négyzet és a *b* oldalú négyzet területeinek összege [*a) ábra*] ugyanakkora, mint a *c* oldalú négyzet területe [*b) ábra*].

Az a oldalú négyzet területe a^2 (a^2 azt jelenti, hogy a-t a-val szorozzuk). Hasonlóképp a b oldalra emelt négyzet területe b^2 és a c oldalúé c^2.

A *Pitagorasz-tétel* szerint $a^2 + b^2 = c^2$, azaz a két kisebb négyzet területének összege megegyezik a nagy négyzet területével.

A tételt bizonyítandó, két egyforma négyzetet rajzolok, ahogy az az *1-2. ábrán* látszik. Mindkettőből elhagyok négy-négy különböző helyzetű, de azonos méretű háromszöget. A négy-négy háromszög területe megegyezik, és megegyező a két nagy négyzet területe is, így az első négyzet árnyékolt részének területe megegyező a második négyzet árnyékolt részével. Az *1-2. a) ábra* kis négyzete a^2 területű, a nagyobb négyzet területe b^2. Az *1-2. b) ábra* árnyékolt területe c^2. Beláttuk tehát, hogy $a^2 + b^2 = c^2$.

A következő állítás bizonyos tekintetben sokkal bonyolultabb, más tekintetben sokkal egyszerűbb. Embere válogatja, kinek mi egyszerű és mi bonyolult.

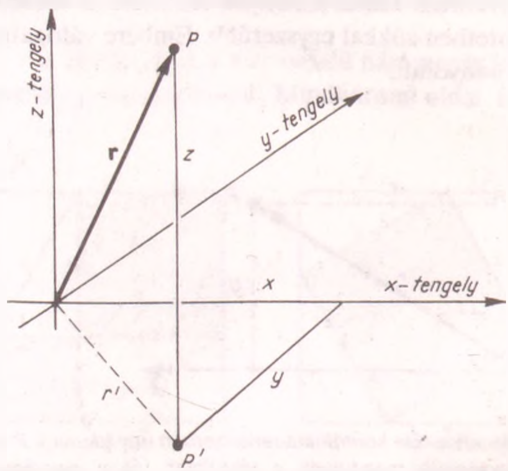


1-3. ábra. A Descartes-féle koordináta-rendszerben úgy jutunk a P pontba, hogy x egységnyit mozdulunk a vízszintes, és y egységnyit felfelé a függőleges tengely mentén.

Amit kiindulásként az *1-3. ábrán* felrajzoltam, azt a francia filozófusról nevezték el *Descartes-féle koordináta-rendszer*nek. Ez nem más, mint egy síkon két egymásra merőlegesen felvett egyenes.

Tekintsünk egy pontot, amit P-vel jelölünk. Ha valaki az egyenesek origónak nevezett metszéspontjában áll, az a P pontba úgy juthat el, ha a vízszintes vonal mentén megtesz x távolságot, majd a függőleges tengellyel párhuzamosan y távolságot. Ez az x és y számpár meghatározza a P pontot. A P pontnak az origótól mért r-rel jelölt távolságát a Pitagorasz-tétel értelmében az $r^2 = x^2 + y^2$ összefüggés adja meg.

Csakhogy a tér bizony háromdimenziós! Ha egy térbeli helyzetet akarunk megadni, és adott egy "kiinduló" pont (*origó*), ahonnét startolunk, akkor meg kell mondanunk, hogy milyen messze távolodunk északi irányban, milyen messze kell mennünk keletre, és milyen magasra kell felfelé haladnunk ahhoz, hogy eljussunk a P pontba. Ezt a három mértéket nevezzük x-nek, y-nak és z-nek. Most felteszem a kérdést: milyen messzire kerültem az origótól, miközben északra x, keletre y és felfelé z távolságot tettem meg, hogy elérjem a P pontot? A válasz az $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ összefüggésből adódik.



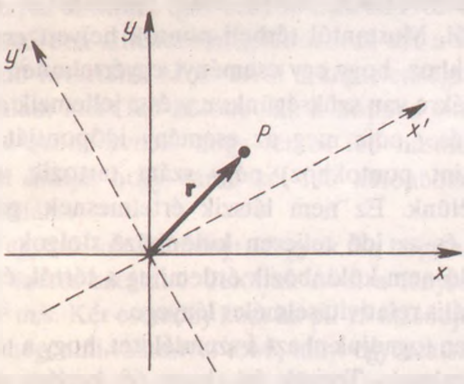
1-4. ábra Háromdimenziós esetben ugyancsak a Pitagorasz-tétel segítségével kaphatjuk meg a *P* pont origótól mért *r* távolságát, akár a kétdimenziós esetben.

Ahhoz, hogy belássuk, hogyan jutottam az előző válaszra, nézzük a *1-4. ábrán* a P' pontot, ami egyenesen a P pont alatt van. Tudom, hogy a P' és az origó közötti r' távolságot a Pitagorasz-tétel értelmében az $(r')^2 = x^2 + y^2$ -ből kapom meg. Tekintsük most a P, a

P' pontokat és az origót együtt. Ha összekötjük egyenesekkel ezeket a pontokat, akkor egy derékszögű háromszöget kapunk, amire alkalmazva a Pitagorasz-tételt, megkapjuk a keresett választ:

$$r^2 = (r')^2 + z^2 = x^2 + y^2 + z^2 .$$

Eddig csupán egyenletekkel bajlódtunk. Most egy új fogalmat fogok bevezetni, mégpedig az *invariáns* fogalmát. Az invariáns olyan mennyiség, amely nem változik meg annak ellenére, hogy közben változtatunk valamit.



1.5. ábra Azzal, hogy az x és y tengelyeket elforgatjuk az x' és y' tengelyekbe, a P pont origótól mért távolsága nem változik meg; az r invariáns.

Invariáns például a két pont közötti távolság. Figyeljük meg az *1-5. ábrá*n látható r távolságot. Most megváltoztatom a koordinátarendszert. Elforgatom egyszerre az x és y egyeneseket (*tengelyek*nek nevezzük őket), így az egymásra merőleges x' és y' tengelyeket kapom. Ebben a rendszerben a P ponthoz úgy jutok el, hogy x' távolságot kell megtennem az x' tengely mentén és y' távolságot az y' tengellyel párhuzamosan.*

* Ne zavarjon senkit, hogy ugyanúgy jelölöm a tengelyeket, mint a tengely irányú távolságokat. Matemtikusok tesznek ilyeneket. Állítják, hogy precízek, aztán teljesen pontatlanná válnak. A fizikusok rosszabbak. Kijelentik, hogy nem lesznek precízek, és amint hallgatóságuk kevésbé figyel oda, rögvest precízzé válnak.

Láthatjuk, hogy a P pontot az új koordináta-rendszerben jellemző x' és y' számértékek különböznek az x-től és y-tól, de az r értéke változatlan marad. Igy hát mondhatom, hogy találtam egy invariánst:

$$(x')^2 + (y')^2 = x^2 + y^2 = r^2 .$$

A koordináta-rendszert tetszőlegesen elforgathatom, az r értéke ugyanaz marad. Az $x^2 + y^2$ kifejezés invariáns annak ellenére, hogy az x és az y számértékei megváltoznak.

E kis matematikai kitérő után elkezdhetek beszélni a relativitáselméletről. Mostantól térbeli pontok helyett *események*ről fogok tárgyalni. Ahhoz, hogy egy eseményt egyértelműen adhassunk meg, négy számértékre van szükségünk: x, y és z jellemzik az esemény térbeli helyzetét, és t adja meg az esemény időpontját. Az egyes eseményekhez (mint pontokhoz) négy szám tartozik, ezért négy dimenzióról beszélünk. Ez nem látszik értelmesnek, gondolhatná valaki, hisz a tér és az idő teljesen különböző dolgok. Rövidesen kiderül, hogy az idő nem különbözik érdemileg a tértől, éppen ez az Einstein-féle speciális relativitáselmélet lényege.

Kezdetben fogadjuk el azt a szemléletet, hogy a tér és az idő teljesen eltérő fogalmak. Tegyük fel, hogy 60 km/óra sebességgel autózom egy egyenes úton. Pont akkor nyomom be a cigarettagyújtót, amikor egy stoppos mellett hajtok el. A cigarettagyújtó 15 másodperc alatt izzik fel. Két esemény követi egymást. Az első, hogy benyomom a gyújtót, a második, hogy az felizzva kikattan. A stoppos azt mondja – néhány "keresetlen" szóval illetve az őt az útszélen hagyott autóst –, hogy a két esemény közt 1/4 km távolság van (hiszen a 15 másodperc, azaz 1/4 perc alatt az autómmal 1/4 km utat tettem meg). Én viszont azt mondom, hogy mindkét esemény ugyanazon a helyen történt meg, alig karnyújtásnyi távolságban, kissé jobbra előttem. Ami engem illet, én úgy nézem a világot, hogy autóm nyugalomban van, és a környék mozog visszafelé.

A stoppos véleménye eltér az enyémtől a két esemény távolságát illetően. Ebben a négydimenziós világban, a tér és idő ezen geometriájában az r nem invariáns többé! Már néhány száz évvel ezelőtt igen alaposan megvitatták azt a körülményt, hogy az r nem invariáns. Ennek a ténynek a kifejtése része az úgynevezett *Galilei-elv*nek, amely azt állítja, hogy a jelenségeket leíró fizikai törvények alakja nem függ attól, hogy a jelenségeket megfigyelő személy nyugalomban van-e vagy mozgásban.

Viszont, bár az r távolság nem invariáns, az a 15 másodpercnyi időtartam, ami a két esemény közt eltelik, az invariáns. A stoppos karórája szerint is 15 másodperc az eltelt idő, és ennyi az én karomon lévő óra szerint is. Ebben egyetértünk. Bármikor is történt ilyen kísérlet, ez az állítás igaz volt, de csak az 1905-ös évig.

1905-ben Einstein megváltoztatta azt a szemléletet, amely szerint az idő invariáns. Most arról a képtelenségről fogok beszélni, hogy az általam mért idő különbözik a stoppos által mérttől. Ez egy fontos része azon érvnek, hogy tér és idő hasonlóan viselkednek. Einstein azt állítja, hogy bár a két idő különbözik, de létezik egy másféle invariáns.

Vegyünk két eseményt. Tegyük fel, hogy a két esemény közt eltelt idő a mérés szerint t. Jelöljük c-vel a fénysebességet, aminek értéke $3 \cdot 10^8$ m/s. Két esemény közt ha pl. 15 másodperc telik el, a fény ct utat tesz meg, ami valamivel több, mint egytucatszor a Föld–Hold-távolság. Éppúgy, mint eddig, a megfigyelt események távolságát r-rel jelöljük. Vegyük a ct távolság négyzetét, és vonjuk ki belőle a két esemény közti távolság négyzetét:

$$(ct)^2 - r^2 .$$

Az Einstein-elméletben r nem invariáns, t nem invariáns, de a $(ct)^2 - r^2$ mennyiség invariáns. Ez azt jelenti, hogy a $(ct)^2 - r^2$ értéke mindig ugyanaz marad, függetlenül attól, hogy t és r helyébe az általam, a stoppos által vagy más megfigyelő által mért értékeket helyettesítjük.

A most tárgyalt esetben a $(ct)^2$ értéke énszerintem igen nagy (a holdtávolság kürülbelül tizenkétszeresének a négyzete), az r^2 pedig nulla. A stoppos nézőpontjából az r^2 érték $(1/4 \text{ km})^2$, ami az én időmérésemből számított $(ct)^2$ -hez képest igen kicsi (kevesebb az egy tízmilliomodrésznek az egy tízmilliomodrészénél!). Ugyanígy igen kis érték a kettőnk által mért idők különbsége. Annyira kicsi, hogy nincs, aki meg tudná mérni. Miért hát az egész fontoskodás?

Ugorjunk át egy olyan esetre, amelyben az Einstein-elmélet szerinti különbség érzékelhető! Egyszerűség kedvéért mondjuk azt, hogy a Hold távolsága tőlünk egy fénymásodperc. (Valójában a Hold valamivel távolabb van.) Ez azt jelenti, hogy egy rövid fénysugár egy másodperc alatt teszi meg a Földtől a Holdig terjedő távolságot. Küldjünk egy fénysugarat a Holdra. Két eseményről beszélhetünk: az első a fénysugár indulása a Földről, a második pedig a Holdra érkezése. A második esemény az elsőhöz képest 1 másodperccel később és $3 \cdot 10^8$ m-rel távolabb következik be. Azaz: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, $t = 1$ s, $r = 3 \cdot 10^8$ m, így

$$(ct)^2 = (3 \cdot 10^8)^2, \; r^2 = (3 \cdot 10^8)^2$$

és

$$(ct)^2 - r^2 = (3 \cdot 10^8)^2 - (3 \cdot 10^8)^2 = 0.$$

Ha a $(ct)^2 - r^2$ valóban invariáns, akkor valamennyi megfigyelő számára a kifejezés értéke zérus. Képzeljünk el egy űrhajóst, aki a fénysugárral megegyező időpillanatban indul, és az utazási sebessége a fénysebesség fele.* Az ő számára a két esemény közti távolság, amit a továbbiakban r'-rel jelölünk, az előzőnél kisebb. Számára a t'-vel jelölt idő is más. De a $(ct')^2 - (r')^2 = 0$ az űrhajós számára is. Ez annyit jelent, hogy $ct' = r'$. Űrhajósunk úgy látja, hogy a fény r'/t' sebességgel halad. Abszurd állításaink közül az első: az űrhajós a fény sebességét ugyanakkorának méri, mint a földi megfigyelő. Ő maga fele fénysebességgel rohan a fénysugár nyomában. A józan ész azt diktálná, hogy mivel fut utána, lassúbbnak látja a fényt. Viszont ha Einsteinnek van igaza az invariánssal, akkor a fény *bármely* megfigyelő szerint ugyanakkora sebességgel halad. Függetlenül attól, hogy milyen gyorsan futunk a fény után, a fény mindig megelőz minket, és mindig ugyanakkora sebességgel győz. Tehát az adódik, hogy a fény megmért sebessége invariáns.

* Ez bizony még ezer év múlva is nagy teljesítmény lenne!

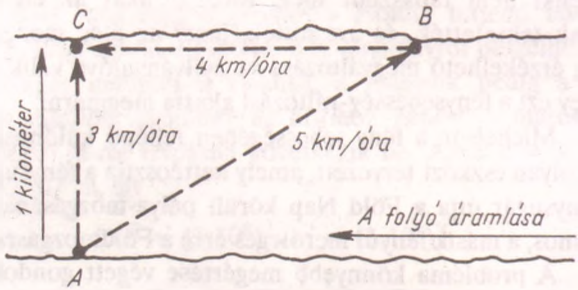
Az a *felismerés*, hogy a fénysebesség bármely megfigyelő számára ugyanakkora, egy kísérlet eredménye volt, amely kísérletet éppen arra terveztek, hogy az ellenkezőjét bizonyítsák. Ez a *Michelson –Morley-kísérlet* volt. Michelson idejében (egészen 1887-ig) az emberek azt hitték, hogy a fény hullámmozgás, és létezik egy közeg, amiben ez a hullám terjed; ez a közeg az *éter*, amit sem akkor, sem azóta senki nem tapasztalt meg. Mozgásunkat az éterhez képest relatívnak tekintették, és azt hitték, hogy az éter mozgása a fénysebesség érzékelhető megváltozásával nyilvánvalóvá válik. Michelson és Morley ezt a fénysebesség-változást akarta megmérni.

Michelson a fény sebességében fellépő különbségek mérésére egy olyan eszközt tervezett, amely kettéosztja a fénysugarakat. Az egyik fénysugár útja a Föld Nap körüli pálya-mozgásának irányával párhuzamos, a másik fényút merőleges erre a Földmozgásra.

A probléma könnyebb megértése végett gondoljunk végig egy hasonló esetet. Két egyformán jól úszó legény verseng egy 1 km széles folyón. Az *A*-jelű legény keresztben úszik a folyón oda-vissza. A *B*-vel jelölt fiú egy 1 km távol lévő pontig úszik a folyó ellenében, majd a sodrás irányában is 1 km-t tesz meg, hogy visszaérjen a kiindulási pontig. Legyen a folyó áramlási sebessége 4 km/óra, és mindkét fiú 5 km/óra tempóban úszik. Melyik fiú lesz a győztes?

A *B*-fiú az árral szemben úszva csak az 1 km/órát kitevő sebességkülönbséggel halad előre, és egy teljes óra kell neki, hogy megtegye az 1 kilométert. Az árral együtt viszont (4+5) km/óra, azaz 9 km/óra sebességgel halad. A visszautat 1/9 óra, vagyis 6 2/3 perc alatt teszi meg. Összesen 1 óra és 6 2/3 perc az ideje.

Mi a helyzet a folyón keresztbe úszó *A*-fiúval ? A fiú a folyó áramlása miatt tulajdonképpen ferdén felfelé úszik 5 km/óra sebességgel. Hogy kell ehhez hozzáadni a folyó 4 km/óra sebességét? A *1-6. ábrán* látunk egy derékszögű háromszöget. A háromszöget a fiú 5 km/óra sebessége és a folyó 4 km/óra sebessége határozza meg, és a folyóra merőleges irányú sebességként 3 km/óra adódik belőle, mivel a Pitagorsz-tétel szerint $3^2 + 4^2 = 5^2$. A fiú haladási sebessége az árra merőleges irányban 3 km/óra. A folyó mindössze 1 km széles, tehát 20 percig úszik a túlpartig, 20 percig vissza. Mindössze 40 percre van szüksége, könnyedén megnyeri a versenyt. A Föld mozgását és a fény terjedését vizsgáló esetben a "fiúk" sokkal gyorsabbak, és hozzájuk képest az "éter folyó" igen lassú. Így a futamidők eltérése kicsi. De Michelson eszköze elég érzékeny volt a megméréséhez.



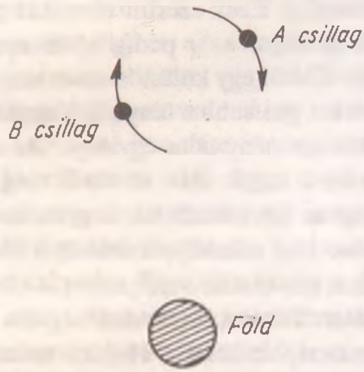
1-6. ábra Az árral szemben éppúgy úszni kell a fiúnak, mint keresztben a folyón, ha az *A* pontból a *C*-be akar jutni.

Michelson azt várta, hogy a fénysugarak versenyeztetésekor a "keresztező" sugár fog győzni. Ez nem következett be. A verseny eredménye döntetlen volt. 1881 és 1887 közt újra és újra megismételték a kísérletet. Minél többször ismételték, annál pontosabban tapasztalták a holtversenyt. A fény mindannyiszor mindkét irányban ugyanakkora sebességgel haladt. Mi lenne a helyzet, ha nem azt tételeznénk fel, hogy a fény az éterben terjedő hullám?

Tegyük fel, hogy a fény nem hullám, hanem részecskékből áll. A fény az őt kibocsátó fényforráshoz képest fénysebességgel terjed – így függetlenül attól, hogy a fény az *éterszél* irányában vagy arra merőlegesen halad, azonos időben érkezik. Nem meglepő tehát a verseny döntetlen volta. De ezzel a feltevéssel viszont további problémák merültek fel.

Észlelünk *kettőscsillagok*at, amelyek egymás körül keringenek. A távolságuk tőlünk több fényév. A tíz fényév távoliak fénye tíz év késéssel érkezik hozzánk. Ha feltételezésünk szerint a fény részecskékből áll, akkor a tőlünk távolodó *B* csillagból (lásd az *1-7.*

ábrát) induló fény később érkezik hozzánk, mint az *A* csillag fénye. Hiszen a *B*-ről a fény a tőlünk távolodó *B* csillag sebességével csökkentett sebességgel, az *A*-ról pedig a hozzánk közeledő *A* csillag sebességével megnövelt sebességgel érkezne. Ezért a *B*-ről érkező fényt egy pár órával előbb látnánk meg, mint az *A*-ról érkezőt, így az észlelt kettőscsillag-mozgás nagyon bonyolultnak látszana.



1-7. ábra A kettőscsillagok vizsgálatával lehetővé válik annak az igazolása, hogy a fény sebessége nem függ a kibocsátó test sebességétől.

De az nem bonyolult. Mindkét csillagot szinte azonos késéssel látjuk. Így hát nem lehet helyes az az elképzelés, hogy a fény sebessége függ a kibocsátó fényforrás sebességétől. Az eddigiekben beláttuk, hogy a fény nem viselkedik sem "éterben" terjedő hullámként, sem úgy, ahogy azt részecskéktől várnánk el.

Mindkét feltevéssel mindaddig bajba kerülünk, míg ragaszkodunk a tér és idő megszokott leírásához. De Einstein szerint mind a *hullám-elmélet*, mind a *részecske-elmélet* működőképes.* A fény sebességét bármely megfigyelő ugyanakkorának látja, feltéve, hogy a $(ct)^2 - r^2$ invariáns.

* A 10. fejezetben fogjuk meglátni, hogy miképp.

Eddig olyan esetről beszéltem, amelyben a $(ct)^2 - r^2$ invariáns pozitív volt. Igaz ugyan, hogy beszéltem arról az esetről is, amikor a Holdra küldtük a fényt, és az invariáns akkor zérus értékű. Van egy harmadik fajta eset, amikor is az invariáns negatív.

Képzeljünk el két eseményt, amelyek a mérhetőség határáig *egyidejűek*. Az egyik esemény Budapesten, a másik New Yorkban történik meg. Mindkét esemény ugyanabban a pillanatban következik be, mondjuk a Budapesten mért idő szerint déli 12 órakor, azaz 6 órakor a New York-i idő szerint. Ezek szerint ezen két eseményre vonatkozóan a t időkülönbség zérus, az r pedig több ezer km. Így a $(ct)^2 - r^2$ negatívnak adódik. Ebből egy különös következtetést vont le maga Einstein: senki sem lehet gyorsabb a fénynél. Vajon miért?

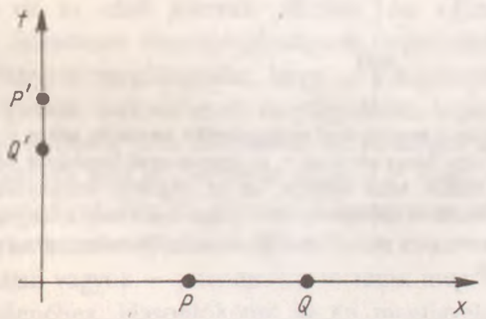
Tegyük fel, hogy két esemény nem egyidejű. Az egyik esemény nagyon rövid idő múltán a másik után történik meg, de a két esemény nagyon nagy távolságban következik be. Legyen az egyik esemény színtere a Föld, a másiké 1/10 másodperc múltán a Hold. Hogy alakul az invariáns? Számunkra az r értéke $3 \cdot 10^8$ méter, a t értéke 1/10 másodperc és $ct = 3 \cdot 10^7$ méter. Tehát az invariáns negatív. Ha lenne valaki, aki a Földről 1/10 másodperc alatt a Holdra tudna érkezni, akkor az ő számára az r zérus, így a $(ct)^2 - r^2$ pozitív értékű.

Számunkra negatív, az ő számára pozitív az invariáns, azaz az invariáns *nem változatlan*. Ha elhisszük, hogy a $(ct)^2 - r^2$ valóban invariáns, akkor ebből következik, hogy a fénysebességnél nagyobb sebességgel nem lehet utazni.

Mondhatjuk, hogy "mindez nagyon szép matematika, de miért hinnénk el, hogy a $(ct)^2 - r^2$ egy invariáns mennyiség vagy, hogy fénysebességnél gyorsabb utazás lehetetlen?" Készültek berendezések, amelyekben elemi részecskéket nagyon nagy sebességre gyorsítunk. Ezekben azt tapasztaljuk, hogy amint a részecskék sebessége közeledik a fénysebességhez, egyre nehezebben és nehezebben lehet tovább gyorsítani őket. Ennek a fejezetnek alapján még nem kell tudniuk, hogy mi az az energia, de tény, hogy egy részecskével vég nélkül egyre több és több energiát közölhetünk, de tetszőleges nagy sebességgel nem láthatjuk el őket. Éppen csak közelíteni tudjuk a fénysebességet. Igen pontos mérések igazolják

Einstein azon következtetését, hogy akármilyen módon gyorsítunk is részecskéket, sebességük nem haladja meg a fénysebességet. Ezt a következtetést kísérletek bizonyították.

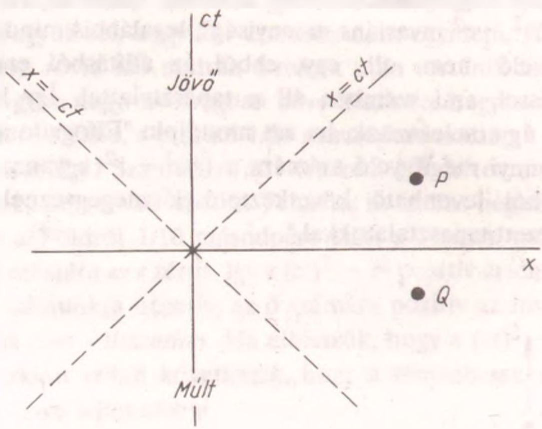
Mit lehet erre mondani? "A következtetés bizonyítást nyert. El kell hát hinnem, de miért hinném el az invariáns körüli ügyeket? Közvetlenül az invariancia nem nyert bizonyítást". A tudósok dolga az, hogy feltevéseket tegyenek a környező világ felépítését illetően. Például felteszik, hogy valamennyi megfigyelő számára a $(ct)^2 - r^2$ értéke ugyanaz. Aztán, ha ez a feltevés megmagyaráz tapasztalati tényeket, mint például azt, hogy minden megfigyelő ugyanolyan sebességűnek méri a fényt, vagy azt, hogy lehetetlen a részecskéket fénysebességre felgyorsítani, akkor a tudós tényként elfogadja az állítást: "a $(ct)^2 - r^2$ invariáns mennyiség", legalábbis mindaddig, míg csak valaki elő nem áll egy, ebből az állításból eredő olyan következtetéssel, ami szemben áll a tapasztalattal. Így hát a leghelyesebben úgy cselekszünk, ha azt mondjuk: "Elfogadom *tény*ként, hogy valamennyi megfigyelő számára a $(ct)^2 - r^2$ ugyanaz az érték, mert az ebből levonható következtetések megegyeznek a valós világban szerzett tapasztalatokkal."



1-8. ábra A *P* és *Q* pontok egymáshoz képest *térbeli*ek, mert a tér két különböző helyén találhatóak; az *P'* és *Q'* pontok egymáshoz képest *időbeli*ek, mivel különböző időbeli történést jelölnek.

Nehéz lenne a háromdimenziós ábrázolás, és még nagyobb gondot jelentene az ábrázolás négy dimenzióban. Ezért a *1-8. ábra* mindössze kétdimenziós, az egyik dimenzió az t, a másik az x. Vegyünk fel két pontot, a P-t és a Q-t. A két pont által képviselt események azonos időben történnek: $t = 0$. Térbeli távolságukat az x jellemzi. Erre a két pontra az invariáns negatív. Ezen P és Q pontok viszonyát *térszerű*nek nevezzük, mert térbeli távolság van köztük.

Viszont a P' és Q' ugyanazon a helyen történik, de időbeli különbség van köztük. A P' és Q'-ra az invariáns pozitív lesz, és ezen két pont viszonyát *időszerű*nek nevezzük.



1-9. ábra Ha az y és z tengelyeket is figyelembe vesszük, akkor a szaggatott vonalak egy kúpot alkotnak – az úgynevezett *fénykúp*ot. Mindaz, ami a felső kúpon belül történik, az az origóhoz viszonyítva jövőbeli; minden múltbeli történés az alsó kúpon belül van; a fénykúpon kívüli események, mint pl. a P és a Q, az origóhoz viszonyítva a jelenben történnek.

A *1-9. ábrá*n a t-tengelyt ct-tengelyre változtattam, azaz a függőleges tengelyen a ct értékeit ábrázolom. Berajzoltam az $x = ct$ egyenest. Ezen egyenes mentén az invariáns értéke zérus. Ugyancsak zérus az invariáns az $x = -ct$ egyenes mentén. Az $x = ct$ és $x = -ct$ egyenesek alkotják az úgynevezett *fénykúp*ot.* Mint tudjuk, a kúp nem más, mint egy pontból kiáramló, egy adott iránnyal meghatározott szöget bezáró egyenesek serege. Valójában a kúpot nem rajzolom meg, de irányaként választhatnám akár az y, vagy a z irányt, akár az x, y és z tetszőleges kombinációját is. Tulajdonképpen mindazon pontok illetve események összességéről beszélek most, amelyeket a fény, az origóból egy bizonyos pillanatban indulva, bármely irányban el tud érni. Ezen pontok összessége alkotja a fénykúpot.

Az *1-9. ábrá*n látható térrészeket *múlt*ként és *jövő*ként értelmezem. Szemben az einsteini forradalmat megelőző elgondolással nemcsak a $t = 0$ vonalon fekvő, hanem minden fénykúpon kívül eső pontot *jelen*nek nevezünk. Miért nevezzük a fénykúpon kívüli pontokat jelennek? A P pont t-koordinátája nyilvánvalóan pozitív, és úgy tűnik, hogy a jövőnkhöz tartozó esemény. Viszont megmutatható, hogy minden esetben, ha az invariáns negatív – azaz amennyiben r nagyobb, mint ct –, van olyan megfigyelő, akinek a számára t zérus értékű. Az ilyen megfigyelő a P-t a saját jelenével egyidejűnek látja. Ennek a megfigyelőnek hozzánk képest egy c-nél kisebb sebességgel kell mozognia.

Ez az egyik leghíresebb megállapítása Einsteinnek. Eredeti cikkének ez az első jelentős állítása. Az egyidejűség fogalmát boncolta. Elméletét viszonylagosságnak, *relativitás*nak nevezte. Az volt az alapvető megállapítása, hogy az a kijelentés, miszerint *két esemény egyidejű*, csak valamely megfigyelőhöz képest igaz, egy másik megfigyelő számára nem feltétlenül az. A dolgot alaposan leegyszerűsítem. Nézzük újra az *1-9. ábrá*t. Mind a P, mind a Q pont hozzám, azaz az origóhoz képest térszerű. Egymáshoz képest időszerűek. Tehát, noha mind a P, mind a Q esemény az én – aki az origóban nyugalomban vagyok – jelenemben történik meg, nem tartozhatnak egymás jelenéhez. Hasonlóképp, az én megfigyelésem szerinti két időszerű esemény egymáshoz viszonyítva lehet egyidejű.

---

* Valódi kúp akkor adódik, ha a három dimenzió az x, az y és a ct. Négy dimenzió (x, y, z és ct) esetén is kúpról beszélünk. A kétdimenziós *9. ábrán* a kúpnak két egyenes felel meg.

Az idő és a tér abban az értelemben különbözőek, hogy a két időszerű tartomány legalább világosan szétválasztható múltra és jövőre. A térszerű események halmaza viszont egyetlen összefüggő, természetes úton fel nem osztható tartomány. Mi csillagok társaságában élünk, a százmilliárdnyi Napból álló galaxist Tejútnak nevezzük. Egy másik ilyen rendszer az Androméda-köd. Egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy az Androméda-köd kétmillió fényév távol van. Mindig vágytam odamenni. (A valóságban 1,8 millió fényév a távolság, de ezzel bonyolultabb lenne számolni.) Vágytam az Andromédára menni, de sajnos Einstein azt mondta, hogy senki sem lehet gyorsabb a fénynél. Orvosom szerint nem valószínű, hogy kétmillió évig éljek, így nem juthatok el. Bánkódom is miatta!

De ha Einsteinnek igaza van, akkor az eddigiek ellenére mégiscsak eljuthatok. Mindössze meg kell értenem a $(ct)^2 - r^2$ invarianciáját. Elindulok egy űrhajóval, és felteszem, hogy noha meg nem haladhatom a fénysebességet, de majdnem akkora sebességgel haladhatok, mint a fény. A mérnökök azt mondják, hogy ez megvalósíthatatlan, és a mérnököknek igazuk van – legalább is ma; de lehet hogy ezután még felfedezünk valamit. Történjen bármi, más dolog a technika, mi most fizikáról beszélünk. Hadd tegyem hát fel, hogy szinte olyan sebesen haladok, mint a fény, és egy hajszállal több mint kétmillió év alatt érek oda. Vagyis, akik itthon maradnak, azok úgy ítélik meg, hogy alig több mint kétmillió évig tart, míg odaérek, azaz míg megteszem a kétmillió fényévnyi távolságot. Ez azt jelenti, hogy ct egy kicsit nagyobb értékű, mint r, de mivel a sebességem nagyon közel van a fénysebességhez, a ct csak nagyon kicsivel nagyobb értékű r-nél. Ezért az invariáns, bár nagyon kis értékű, de pozitív.

Mi az én véleményem mindezzel kapcsolatban? Én azt állítom, hogy az indulásom és az érkezésem két, ugyanazon a helyen – mégpedig az űrkabinban – bekövetkező esemény. Így r értéke zérus. Az invariáns értékének ugyanakkorának kell maradnia, tehát kisértékű lesz. A ct-nek kicsinek kell lennie, azaz kicsinek kell lennie a t-nek. Számomra tehát az eltelt idő rövid. Mégiscsak eljutok!

Most következik a valóban érdekes rész. Elmegyek hát az Andromédára és körülnézek, végzek néhány tudományos megfigyelést, visszafordulok, és ismét igen nagy sebességgel közeledek. Tegyük fel, hogy az én időszámításom szerint utazásom kerek egy esztendeig tart. Reményeim szerint New Yorkban nagy fogadást adnak számomra. Hős leszek, aki megjárta az Andromédát, és visszatért onnan.

Az igazság az, hogy csalódni fogok. Itt a Földön négymillió év telt el a visszaérkezésemig, kétmillió év, míg távolodtam, és kétmillió év, míg közeledtem. Addigra mindenki, aki most figyeli az előadásomat, meghal már. Minden hozzám hasonlóan magyarul, németül vagy angolul beszélő halott lesz. Az emberek addigra teljes szörnyekké válnak, bár ezek a szörnyek azt hiszik magukról, hogy különbek nálunk.

Remélem igen elnézőek lesznek velem, akik fogadnak majd. Megértőek lesznek hozzám, bár én meg nem fogom érteni őket! Érdeklődően vesznek majd körül, nagyon kedvesen és szelíden elhelyeznek majd az állatkertben.

Ez persze teljes képtelenség. De valóban lassabban telik az én időm? Bonyolult kérdés ez! Amint elhagyom a Földet és egyre messzebb és messzebb jutok, a Földről küldött órajelek egyre nagyobb és nagyobb késéssel érkeznek hozzám. Ezek miatt a késedelmek miatt az *órajel*eket korrekcióval veszem figyelembe, amely korrekciókat a saját órám szerint végzem el. Amikor egyeztetjük az időt, akkor én nem azt az időt veszem figyelembe, amit űrhajósként megélek, hanem az általam korrigált földi időt. Amikor visszatérek küldetésem végeztével, és összehasonlítjuk az eltelt időket, ebből bizony bonyodalom származik.

Ha minden korrekciót végrehajtok, akkor a földi megfigyelők azt tapasztalják, hogy az én órám igen lassan jár; azt észlelik, hogy a szívem igen ritkán ver. Számomra ez a valós idő, de akik a Földről figyelnek engem, azt kell megállapítsák: "De érdekes! Micsoda lassú a mozgása! A szíve is lassan ver, az órája meg szinte áll!"

Miközben én távolodok a Földtől igen gyorsan, látni azt látom, hogy az emberek a Földdel együtt távolodnak tőlem igen gyorsan. Miközben a Földön azt látják, hogy a szívverésem rohamosan lassul, nekem azt kell látnom, hogy a földiek szívverése éppoly mértékben lassul. Miért van akkor az, hogy végül az ittmaradtak gyorsabban öregszenek, mint én? Hol rejlik a helyzet aszimmetriája? Miért van az, hogy mikor visszajövök és közvetlenül összehasonlítjuk az óráinkat, akkor az derül ki, hogy én fiatal maradtam, a Földön pedig négymillió év telt el közben?

Három oka lehet a *szimmetria hiányá*nak. Miközben állandó sebességgel haladok, akkor fennáll a szimmetria, de az induláskor az utazósebesség eléréséig, az Andromédához jutva a megforduláskor, és az utazás végén, a megállás előtt a gyorsulások miatt adódhat lehetőség az aszimmetriára.

Kettőt ezek közül nem kell számításba venni: az indulást és az érkezést. Ezen időközökben mindenféle korrekció nélkül tudjuk összehasonlítani az óráinkat. De az Andromédánál való megfordulásom nagy gyorsulással jár együtt, márpedig ezt a fizikai hatást én megtapasztalom, az itthon maradtak viszont nem. Ennél a pontnál az *időegyeztetés*t közvetlenül nem tudjuk elvégezni, csak távolból és korrekciós tényezők segítségével. Itt ténylegesen jelentkezik az aszimmetria. Ez a szituáció és néhány, Einstein által a későbbiekben javasolt ötlet azok az elemek, amelyekből az einsteini varázslat megalkotta a gravitáció elméletét. Egy későbbi fejezetben visszatérek ehhez. Most elegendő megállapítanunk, hogy miközben teszek egy fordulót az Andromédánál, a Föld ezalatt (az én időszámításom szerint) négymillió évvel megelőz.

A relativitáselmélet tárgyalásakor még valamiről kell említést tennem. Az űrből igen nagy energiájú részecskék közelednek felénk a fénysebességet közelítő sebességgel. Ezek az érkező részecskék stabil protonok. A levegő egyes részecskéivel, például nitrogénmagokkal ütközve újabb részecskéket, *mezonok*at (úgynevezett π-mezonokat) generálnak, amelyek viszont nem stabilak. Csupán 10^{-8} másodperc, azaz a másodperc milliárd részének a tízszerese az életük. Ezek aztán kevésbé instabil mezonokká (úgynevezett μ-mezonokká) alakulnak, amiknek $2 \cdot 10^{-6}$ másodperc, azaz a másodperc milliomodrészének kétszerese az élettartamuk. Ezeket az élettartamokat laboratóriumokban mérték meg. Egy részecske, amelyik közel fénysebességgel, majdnem $3 \cdot 10^{8}$ m/s sebességgel halad, két milliomod másodperc alatt csupán $6 \cdot 10^2$ m, vagy másképpen 0,6 km utat fut be, mégis megérkeznek hozzánk ezek a fejük felett 10 km magasban keletkező részecskék. Hogy lehetséges ez? Hisz egy viszonylag rövid távolság alatt meg kéne semmisülniük. A mezonok látszólag hosszú életére magyarázatot az idő-megnyúlás, az idődilatáció ad. Ha együtt mozgunk a részecskével, akkor az életét $2 \cdot 10^{-6}$ másodperc hosszúnak látjuk. Ha a Földről figyeljük a részecskét, akkor élettartama megnő éppúgy, mint az én életidőm, miközben megjárom az Andromédát. Ez a legközvetlenebb bizonyíték arra, amit a relativitáselmélet *idődilatáció*ként állít.

Most nyugodt lelkiismerettel megállhatok. Bizonyítottam a relativitást, vagy legalábbis jeleztem a bizonyítás szokásos útját.

Vajon meggyőző volt-e, amit elmondtam? Vajon megértették-e? A relativitás fogalma szokatlan, de vajon képtelen is?

Akkor mondjuk (általában), hogy megértettünk egy új fogalmat, ha megszoktuk, sokoldalúan használni tudjuk. Ebben az értelemben aki kezdő, még nem értette meg a relativitáselméletet. De minden bizonnyal a megértés útjára lépett.

KÉRDÉSEK

1-1. A Pitagorasz-tétel bizonyítása a szövegben hiányos. Tegyük teljessé a bizonyítást!

1-2. Mennyi ideig tart, míg az űrhajó majdnem a fénysebességig gyorsul fel, ha csupán *g* értékűnek választjuk meg a gyorsulás értékét avégett, hogy az űrhajósoknak könnyebb legyen a gyorsulást elviselni?

1-3. A Michelson–Morley-kísérletben a folyó áramlási sebességének a Föld sebessége felel meg. Ennek közelítő értéke $3 \cdot 10^4$ m/s. Az úszó fiú sebességének megfelelője a $3 \cdot 10^8$ m/s értékű fénysebesség. Számoljuk ki, hogy 1 m-es versenytávnál melyik esetben és hányszor rövidebb a verseny ideje!

2. FEJEZET

STATIKA

A mozdulatlanság tudománya

"Minden vízbe mártott test,
Kis angyalom,
A súlyából annyit veszt,
Kis angyalom,
Amennyi az általa
Kiszorított víz súlya,
*Kis angyalom."**

Az 1. fejezetben ahelyett, hogy a fizikáról beszéltünk volna, azokat a kereteket taglaltuk, amelyekbe a fizika a leginkább belesimul. A kezdete annak, amit ma fizikának hívunk, visszanyúlik a görögökig, bár őket nem izgatta a mozgás lényegében rejlő szeszélyes, "természetellenes" viselkedés. A *statika* foglalkoztatta őket.

Arkhimédész a Krisztus előtti 200-as években élt, jó nagyot ugrunk Einsteintől visszafelé. Einsteint azért tárgyaltam elsőként, mert ő volt az, aki tisztázta a tér és az idő geometriáját. A továbbiakban sokszor kell visszaidéznem őt, mert ő tette egyszerűbbé a fizikát. Ahogy haladunk előre meglátjuk, hogy az einsteini felfogás szerint egyetlen törvénybe foglalható az energiamegmaradás és az impulzusmegmaradás törvénye. Az elektromosság és a mágnesesség törvényeit egyesített és egyszerűbb formában látjuk, ha az eisteini

* A bölcsesség görög, a nóta magyar.

szemlélettel nézzük őket. Lényegében minden, amiről beszélni fogok, egyszerűbbé* válik, ha értjük Einsteint.

A relativitáselmélet, bár a fizika szinte minden ágára támaszkodik, mégsem tekinthető fizikának. A fizika matematikai (vagy inkább geometriai) keretéül szolgál. A valódi fizikát leginkább a statika, az erők egyensúlyának a vizsgálata alapozza meg. Ez az a terület, amelyen a görögök tevékenykedtek, és ahol Arkhimédésznek, a görögök legnagyobb matematikusának és természettudósának hozzájárulása a fizikához azóta is érvényes.

Arkhimédészről kering egy érdekes történet, aminek felidézésében nem akadályoz meg, hogy nem tény, csak mulatságos mesebeszéd. Annyi igaz, hogy Arkhimédész a görögök lakta Szicília egy városában, Szirakúzában élt. Barátságban volt az uralkodóval, Hieron királlyal. Hieron felfogadott egy aranyművest, készítene számára egy koronát. Az elkészült koronáról Hieron azt gyanította, hogy csupán aranyozott ezüstből van színarany helyett. Hieron eltökélte, hogy lefejezteti az aranyművest, ha a korona nem szín-aranyból készült, de a csalás tényéről meg akart bizonyosodni. Arkhimédészt kérte meg, hogy legyen a segítségére, de anélkül, hogy a koronát károsítaná. Amit kívánt, annak ma "károsítás nélküli vizsgálat" a neve.

Arkhimédész úgy döntött, hogy a probléma végiggondolásához fürdik egyet, mivel fürdés közben tudott legjobban gondolkodni.** Peremélg töltötte a kádat, beszállt, s ugye nem lep meg senkit, hogy a víz kiloccsant? Ebben a pillanatban Arkhimédész

---

* Ezen a helyen az angol szövegben a *simple* szó áll.(A fordító megjegyzése.)

WT: Azt tapasztaltam, a könyv kulcsszava: *simple*. Az az érzésem, a magyarban kell lenni egy szónak, melynek jelentése valamiféle kombinációja a nem bonyolult, az elegáns és az esztétikus fogalom-hármasnak. Mivel Tellernek nem anyanyelve az angol, el kell néznünk neki, hogy a *simple* szót ilyen nem szimpla értelemben használja.

TE: A *simple* szó magyar megfelelője *egyszerű*. Szó szerinti jelentése: "*mintha egy lenne.*" Úgy tűnik, a magyarban az egyszerű szó egyben egyesítőt is jelent. A németek megfelelő szava: *einfach*. Ha az angol *simple* szót használom, arra a jelentésére is gondolok: cifraság nélküli.

** Teller Ede vallja, hogy ebben a vonatkozásban maga is Arkhimédész követője.

kiugrott a kádból, és csupaszon rohant utcaszerte ezt kiabálván: "Heuréka! Megtaláltam!"

Tűnődhetünk rajta, mit talált meg Arkhimédész. Talán egy kiadós ürügyet keresett az ágytól–asztaltól való elválás ellen, mielőtt felesége észreveszi a pancsot a fürdőszobában. Valójában arra jött rá, hogyan tudja lemérni a korona által kiszorított víz súlyát.

A víz *fajsúly*át ismerte, meg tudta tehát állapítani a korona által kiszorított víznek, azaz magának a koronának a térfogatát. Mivel a korona súlyát le tudta mérni, így a korona súlyát elosztva a térfogattal megkapta a fajlagos súlyt. Az arany és az ezüst fajsúlya különbözik, tehát el tudta dönteni, hogy a korona aranyból vagy ezüstből készült-e.

Nem tudom, hogy helyén maradt-e az aranyműves feje, mert nem tudom, milyen eredményre jutott Arkhimédész (és emelett a történet nem is igaz).

A problémának van egy másik, sokkal tanulságosabb megoldása, amely valóban a statika részét képezi. Bizonyosan nem Arkhimédész volt az első, aki ezt a módszert alkalmazta, de az ő gondolatai sokkal áttekinthetőbbek voltak, mint bárkié őt megelőzően. A megoldás lényege a *felhajtóerő*vel kapcsolatos, a megoldást magát *Arkhimédesz-törvény*nek nevezzük. Fogjunk egy koronát és merítsük vízbe. Erősítsünk egy fonalat a koronához és mérjük meg a vízbe merült korona súlyát. A fonalat nem ugyanaz az erő feszíti, mintha a korona nem a vízben lenne. A víz minden irányból nyomást gyakorol a koronára, és ha a víznyomásból származó valamennyi erőt összeadjuk, a felhajtóerőt kapjuk meg, amely könnyebbé teszi a koronát. Arkhimédész törvénye szerint a korona annyival lesz könnyebb, amennyi az általa kiszorított víz súlya. No mármost, az arany 18-szor nagyobb fajsúlyú a víznél, tehát a korona súlya vízbemerítéskor a száraz korona súlyának 17/18-ad része lesz.

Bizonyítani akarjuk az Arkhimédesz-törvényt. Képzeljük ehhez a korona által kiszorított vizet vissza az eredeti helyére. Ha most ehhez a "vízből való" koronához erősítenénk egy fonalat, az egyáltalán nem feszülne meg. Ha a "vízkorona" helyére a vízzel egyező fajsúlyú szilárd anyagú koronát tennénk, a húzóerő ugyanúgy zérus maradna. Mivel a felhajtóerő kizárólag a víz nyomásától függ, a "vízkorona" pont annyit veszít a súlyából, mint az aranyból való.

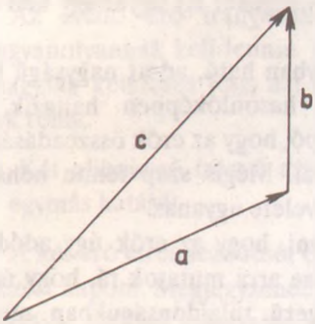
Arkhimédésznek találmányai is voltak. Esetenként segítette Szirakúzát a rómaiak elleni katonai védekezésben. Arkhimédész saját kezűleg emelt meg egy nagy hajót. *Emelő*ket és *csigá*kat használt, de mielőtt az emelőkről tárgyalnánk, vektorokról és erőkről kell beszélnünk.

2-1. ábra A nyíl az *A*-ból a *B*-be való elmozdulást jelöli.

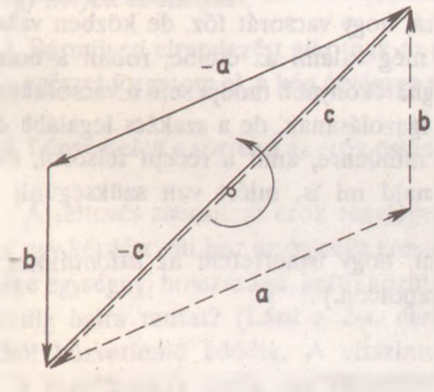
A *vektor* fogalma valami olyasmi, amivel Arkhimédész ugyan nem foglalkozott, de az erők megértéséhez igen fontos. Vektoron rendszerint olyasmit értünk, aminek nagysága és iránya van. Ez így még nem igazi meghatározás. De mondok egy példát: az *elmozdulás* az vektor. Az elmozdulást a tér két pontja: *A* és *B*, továbbá egy, az a *A*-ból *a* *B*-be mutató nyíl jellemzi (*2-1. ábra*). Megjegyzem még, hogy valamennyi elmozdulás megegyezik, amennyiben párhuzamosak (azonos irányba mutatnak) és azonos a hosszuk, függetlenül attól, hol van a kiindulási pontjuk.

Tegyük fel, hogy adva van két elmozdulás: **a** és **b** (a vektorokat a nyomtatott szövegben vastagon szedik). Hogy adhatók ezek össze? Úgy adom őket össze, hogy **b**-t úgy mozgatom el, hogy kezdőpontja essen **a** végpontjába. Ekkor a két vektor összegeként **c** vektort kapom, mely az **a** kezdőpontjából indul és a **b** végpontjában végződik, amint ezt a *2-2. ábra* mutatja.

Mennyiben különbözne az előzőektől, ha **b**-ből indulnék, és az **a**-t adnám **b**-hez? Semmi különbség nem lenne. Rajzoljuk fel az (**a** + **b**)-t. Ha a kapott ábrát 180°-kal elforgatjuk a **c** középpontja körül a 2-3. ábrán látható módon, akkor azzal a változással kapjuk a (**b** + **a**)-t, hogy a nyilak iránya megfordult (ezért vannak a "−" jelek).



2-2. ábra Az **a** és **b** elmozdulások összegét a **c** vektor jelöli: **c** = **a** + **b**.



2-3. ábra A **c** = **a** + **b** = **b** + **a** törvényt *paralelogramma-tétel*nek hívják, mivel az **a**, **b**, −**a** és −**b** elmozdulások egy paralelogrammát alkotnak.

Az **a** + **b** és **b** + **a** egy paralelogrammát alkot, ezért az elmozdulások összeadásának szabályát, amely szerint **a** + **b** = **b** + **a**, *paralelogramma-tétel*nek hívják.

A vektor az elmozdulás fogalmának általánosítása. (Az általánosítás rossz szokását a fizikusok a matematikusoktól szedték fel.) Fizikusok azt mondják, az erők vektorok. Azt értik alatta, hogy az erőket (meg még más mennyiségeket is) ugyanúgy kell összeadni, mint az elmozdulásokat.*

Az *erő* egy adott irányban ható, adott nagyságú húzás vagy nyomás. Ez a meghatározás hasonlóképpen hangzik, mint az elmozdulásé, így hát nem meglepő, hogy az erők összeadásának módja megegyezik az elmozdulásokéval. Mégis szép lenne néhány példát látni arra, hogy az összeadás művelete ugyanaz.

Nem fogom bizonyítani, hogy az erők úgy adódnak össze mint az elmozdulások, mindössze arra mutatok rá, hogy mindazok a dolgok, amelyek néhány egyszerű tulajdonságukban megegyeznek (mint például a vektorok és az elmozdulások), azonos módon adandók össze. Nem szép dolog, de ha éppen szükségem van rájuk, hát *előfeltevések*kel élek, bár azt megkövetelem, hogy valamennyi feltevés ésszerű legyen. Mondhatnák, hogy olyan ez, mint mikor egy szakácsnő** elhatározza, hogy vacsorát főz, de közben valahányszor észreveszi, hogy kéne még valami az ételbe, rohan a boltba, hogy megvegye. Nem ez a leghatékonyabb módja sem a vacsorakészítésnek, sem egy elméleti tétel igazolásának, de a szakács legalább érti, hogy miért is van szüksége mindenre, amit a recept felsorol, és minden bizonnyal megértjük majd mi is, miért van szükségünk az egyes feltevésekre.

Azzal kezdem, hogy ismertetem az *axiómá*imat. (Ezeket találja a szakács a kamrapolcon.)

---

* Már az előző fejezetben egy úszás-sebességet és egy áramlási sebességet úgy adtunk össze, mint két vektort. Az eredő összeg az úszó legény tényleges elmozdulásának a sebessége volt.

** WT: Teller Ede időnként elfelejti, hogy férfiak is főzhetnek és nők is lehetnek matematikusok. Mindenesetre példálódzása nem sértő.

1. Két azonos irányban ható azonos nagyságú erő egyetlen, ugyanilyen irányban ható, kétszeres nagyságú erővel azonos. (Hasonlóképp egy erő meg egy fele akkora erő, ha azonos irányban hatnak, egy 1+1/2 nagyságú, ugyanolyan irányú erőnek felelnek meg, és bármely más számok esetén ugyanez az összeadás módja).

Az eredő erő irányának a szimmetriából következően valóban ugyanolyannak kell lennie. Milyen más irány jöhetne szóba? Hogy a nagyság kétszeres lesz, azt egész egyszerűen feltettük, mert ésszerűnek tűnik.

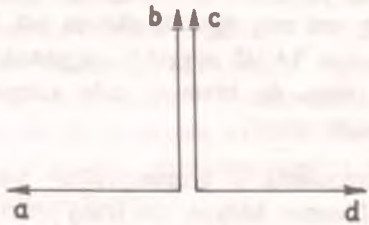
2. Két ellenkező irányú azonos nagyságú erő megsemmisíti egymás hatását.

A két erő elrendeződését elforgathatom 180°-kal. Ugyanazt az elrendezést kapom. Megjegyzendő, hogy csupán a zérus erő egyezik meg önmagával 180°-os elforgatás után. A szimmetria követeli meg, hogy az erők megsemmisítsék egymás hatását. Olyan ez, mint a középkor óta emlegetett szamár, aki pontosan félúton áll két szénaboglya közt. Képtelen eldönteni, hogy melyik felé induljon, megmarad azon az egy helyen és éhenhal.

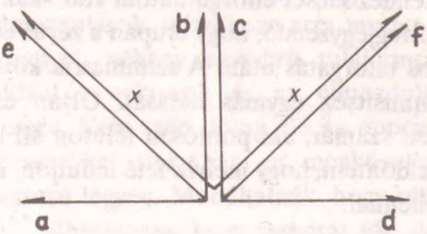
3. Bármilyen elrendezést alkotnak az erők és eredőjük, ha az egészet forgatom el, a kép érvényes marad.

4. Lényegtelen a sorrend az erők összeadásánál.

A feltevés szerint az erők ténylegesen egyidejűleg hatnak. Felteszek egy kérdést: mi lesz az összege annak a négy erőnek, melyek mindegyike egységnyi hosszúságú, kettő közülük felfelé, egy jobbra, az utolsó pedig balra mutat? (Lásd a *2-4. ábrá*t). A válasz a *posztulátum*okból közvetlenül adódik. A vízszintes erők megsemmisítik egymást, a függőlegesek pedig egy kétszeres hosszúságú függőleges erővel egyenértékűek. Mi van egyáltalán érdekes mindebben?



2-4. ábra Adott négy, egységnyi nagyságú erő, amelyek közül **a** balra, **d** jobbra, **b** és **c** felfelé ható. Szeretnénk megtalálni azt az egyetlen erőt, amely egyenértékű az előző néggyel.



2-5. ábra Az **a** és **b** erők összeadásának az eredménye egyetlen, az előző kettővel 45°-os szöget bezáró **e** erő. A **c** és **d** erők **f** eredője az előző eredőre merőleges.

Az érdekesség akkor jön, ha más sorrendben adjuk össze az erőket! Most úgy fogok tenni, mint egy szórakozott szakács, és ha szükségét látom, további posztulátumokat veszek az előzőekhez. Először az **a**-t és **b**-t, a két egyforma nagyságú erőt szeretném összeadni. Milyen irányú lesz az eredő erő?

5. A két egyforma nagyságú erő összeadásával nyert eredő erő az összeadandók belső* szögfelezőjének irányába esik.

---

* A "belső" szó a kézenfekvő irányra utal, szemben az ellenkező iránnyal.

Ez egy ésszerű feltevés, ami öreg barátunk, a *szimmetria* következménye. Így hát tudjuk, hogy az (egymásra a *2-5. ábra* szerint merőleges) **a** és **b** erők eredője 45°-os szögben adódik, hosszát x-szel jelölöm. A **c** és **d** erőket hasonlóképpen összeadom, és kapom az előző nagyságú erőt ugyancsak 45°-os szögben.

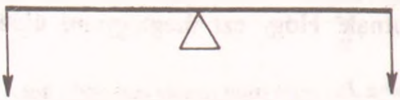
Hogyan állapítsam meg az x hosszát? Ebből a célból összeadom az x hosszúságú eredő vektorokat, amelyek, vegyük észre, hogy 90°-os szöget alkotnak. Hogy ezt megtegyem, újabb posztulátumra van szükségem.

6. Ha tudjuk, hogy az **a** és **b** erők összeadásával nyert eredő erő **e**, akkor ha **a**-t és **b**-t x-szeresre növeljük (ahol x egy számérték), akkor az x**a** és x**b** eredője az x**e** erő lesz; az **e** ugyanazzal az x számmal szorzódik.

Első lépésben az azonos hosszúságú **a** és **b** összeadásával az x hosszúságú **e** vektort nyertük. Ezután adjuk össze **e**-t és **f**-et (mindkettő x hosszúságú és egymásra merőlegesek). Tudjuk, hogy az eredmény: $x \cdot x$, vagyis x^2 hosszúság és az **e** és **f** közti szögfelező iránya, azaz felfelé mutató irány. Tudjuk, hogy végül is az **a**, **b**, **c** és **d** eredőjeként kapott erő nagysága 2, így hát tudjuk, hogy $x^2 = 2$. Ami azt jelenti, hogy $x=\sqrt{2}$. Ez egy olyan szám, amit ha önmagával szorzunk meg, 2-t kapunk.

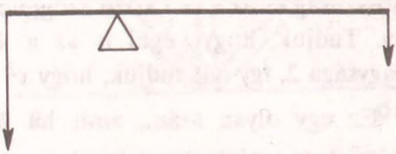
Ezzel a mesterkedéssel azt bizonyítottuk, hogy két egymásra merőleges egyforma nagyságú erő egy, az eredeti erőknél $\sqrt{2}$-ször nagyobb erőt eredményez. Ez elvárható, hogy így legyen, amennyiben az erők vektorok, és úgy viselkednek, mint az elmozdulások (amikre az $a^2 + b^2 = c^2$ alakú Pitagorasz-tétel alkalmazható). Ez messze nem annak a bizonyítása, hogy az erők vektorok. Ha bárki elégedetlen, azt biztosíthatom, hogy elegendő számú posztulátummal (amelyek mindegyikének értelme van), és kellő türelemmel az erőkre vonatkozó paralelogramma-tételt igazolni tudná. Aki ezt meg is teszi, figyelmeztetem, hogy legjobb úton van ahhoz, hogy valódi matematikussá váljék!

Ezen kitérő után visszatérhetünk Arkhimédészhez és az emelőihez. Az *emelő* lényegében egy rúd, és egy *forgáspont*nak nevezett rögzített pont. Arkhimédész igen büszke volt az emelőjére, és azt állította, hogy ha adnak neki egy fix pontot, ő kifordítja sarkaiból a világot. Büszkesége úgy tűnik nem jogos, hiszen a majmok évmilliók óta használnak botokat ahhoz, hogy szétfeszítsenek dolgokat. De nem bizonyított, hogy tudatosan cselekszenek.*



2-6. ábra A forgásponttól egyenlő távolságban ható azonos nagyságú erők hatása semlegesíti egymást: az emelőkar nem fordul el.

A dolgok egyszerűsítése végett tegyük fel, hogy *súrlódás* nem lép fel és az emelő súlytalan. A *2-6. ábrá*nak megfelelően két egyforma erőt helyezek el az alátámasztástól azonos távolságban.



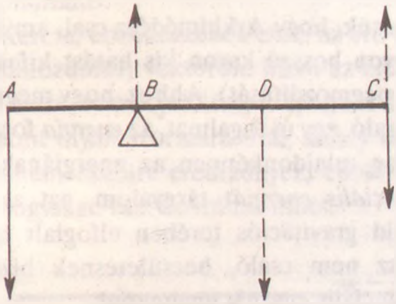
2-7. ábra Ha különböző hosszúak is az emelő karjai, és a rajtuk függő súlyok sem egyenlő nagyságúak, az egyensúlyi helyzet, melyben az emelő nem fordul el, még fennállhat.

Az emelő a szimmetria következtében nem fog mozogni. Mi történik, ha az egyik kar kétszer olyan hosszú, mint a másik, és a rövidebb karra kétszer akkora súlyt akasztok, mint a hosszabbra? Nézzük most a *2-7. ábrá*t!

Szerintem az emelő ismét *egyensúly*ban lesz, és hogy valóban így lesz, azt a *2-8. ábrá*n látható, szaggatott vonallal jelölt "képzeletbeli" erő hozzáadásával fogom bizonyítani.

---

* Meg kellet volna kérdezni az okos, képeket is festő Böbe majmot.



2-8. ábra Az AB, BD és DC távolságok megegyeznek. A B, D és C pontokban a szaggatott vonallal jelölt fiktív erőket úgy vettük fel, hogy vektoriális összegük zérus legyen, és így a szimmetria következtében forgatni sem tudnak.

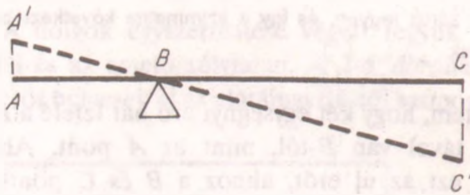
Elképzelem, hogy két egységnyi erő hat lefelé a D pontban, mely ugyanolyan távol van B-től, mint az A pont. Ahhoz, hogy kiegyensúlyozzam ezt az új erőt, ahhoz a B és C pontban felfelé mutató egységnyi erőket kell felvennem. A szimmetria következtében ezek az erők nem tudják forgatni az emelőt, és elmozdítani sem tudják felfelé vagy lefelé, mert eredőjük zérus. Az eredmény az, hogy a C-ben lefelé ható erő ki van egyensúlyozva, az A-ban és D-ben ható erők nem tudják forgatni a rudat a szimmetria miatt, és elmozdítani sem tudják, mert a B pont az alátámasztással rögzített.

Mivel az elképzelt erők egyensúlyban vannak, és az elképzelt és eredeti erők együttesen is egyensúlyban vannak, kell hogy az eredeti erők maguk is egyensúlyban legyenek. Az eredmény az, hogy egységnyi távolságban ható kétszeres erő egyensúlyt tart a kétszeres távolságban ható egységnyi erővel; azaz ha a karok hosszainak aránya 1 a 2-höz, és az erők aránya 2 az 1-hez, akkor egyensúly van.

Most továbbléphetek, és hasonló kijelentést tehetek tetszőleges arány esetén. Egy természetes általánosítás ez: egyensúly áll fenn, ha az emelő két oldalán a kar hossza az erő nagyságával megszorozva azonos értékű. Azaz egy hosszú kar végén csak kis erő kell.

Ezt nem fogom részletesen bizonyítani, de fontos következményeket kell levonnom.

Az lehet az érzésük, hogy Arkhimédész csal, amikor valami igen kis dologgal (a nagyon hosszú karon kis hatást kifejtő erővel) nagy dolgot ér el (a hajó megmozdítását). Ahhoz, hogy megmutassam, hogy Arkhimédész nem csaló, egy új fogalmat, az *energia* fogalmát kell bevezetnem. Pillanatnyilag tulajdonképpen az energiának csak egy speciális fajtáját, a *potenciális energiát* tárgyalom, azt az energiát, amely a testeknek a Föld gravitációs terében elfoglalt helyzetével kapcsolatos. Arkhimédész nem csaló, becsületesnek bizonyul, ha megmutatjuk, hogy a potenciális energia megmarad.

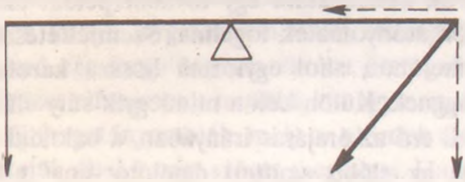


2-9. ábra Kétszer hosszabb karú ($BC = 2AB$) emelővel kétszer akkora súlyt emelhetünk meg; de ehhez éppen annyi munkát kell végeznünk, amennyi fedezi ennek a súlynak az A-ból A'-be emelkedésével járó energianövekedését.

Térjünk vissza ahhoz az esethez, amikor az egyik kar hossza a másik kétszerese, és tegyük fel, hogy megemeltem az egyik kart. Az emelő elfordult. Két hasonló háromszöget kaptunk, a jobboldali kétszer akkora, mint a bal oldali (lásd a *2-9. ábrát*). (Valójában ezek nem háromszögek, mert az AA' és a CC' körívek nem pedig egyenes szakaszok, de mivel az elmozdulás kicsi, az íveket közelítőleg egyeneseknek tekinthetem.)

Az AA' távolság a CC' távolság fele. Egységnyi tömeg egységnyi távolságra való elmozdításához fele akkora erő kell az emelő hosszú végén; de ott az elmozdulás kétszeres. Az erő és út szorzata a *munka*. A szükséges munka ugyanakkora az emelő bármely végén. Munkából potenciális energiát csinálunk. Munka és potenciális energia, az energia két formája. A fizika alapvető törvénye az *energiamegmaradás.*[*]

Kérem, emlékezzenek csak: az erő és az út (vagyis inkább az erő és az elmozdulás) vektorok. Most az előbb valójában két vektort szoroztam össze, ennek jelölése: **f**·**d**, ahol **f** az erő, **d** az elmozdulás és köztük a pont olyan szorzásra utal, amely elég meglepő módon nem vektort, hanem skalárt eredményez, ebben az esetben az energiát, amelynek nagysága van, de iránya nincs.



2-10. ábra Az olyan erőket, amelyek az emelő karjára nem merőlegesen hatnak, *komponens*ekre bonthatjuk. A komponensek egyike az emelőkar irányában hat, a másik arra merőleges.

Eddig elegendő volt az egyszerű szorzást alkalmaznom, mert az eddigiekben az erő és az elmozdulás párhuzamosak voltak. Tegyük fel, hogy amint a *2-10. ábrá*n látható, az erő nem egyszerűen lefelé mutat, hanem részben a forgáspont felé.

Most ezt az újabb erőt felírhatjuk két erő eredőjeként, melyek egyike lefelé mutat, másika a forgáspont felé, amint a szaggatott nyilak mutatják. (A vízszintes nyíl egybe kell essen a rúddal.) Az emelő csak akkor lesz egyensúlyban, ha a lefelé mutató része az erőnek megegyezik a másik karra ható erővel, természetesen akkor, ha a két kar bizonyosan egyforma hosszú. A befelé mutató erő bár nyomja az emelőt, de mivel az merev, a forgáspont pedig rögzített, így nem lesz hatása az emelőre.

[*] A fizikában mindig keressük a megmaradó mennyiségeket. Ha találunk ilyet, teszünk egy lépést az egyszerűség felé.

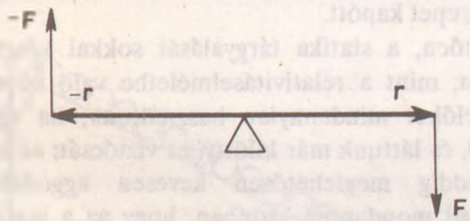
Ha meg akarom határozni a munkát, az erő és elmozdulás szorzatát, akkor nem vehetem figyelembe az erő teljes hosszát, csupán az elmozdulás irányába eső vetületének hosszát. Vetítsük merőlegesen **d**-re **f**-et (azaz a **d** elmozdulásra az **f** erőt), majd szorozzuk ezt meg a **d** hosszával. Ha ismerjük a trigonometriát, tudjuk, hogy így ugyanazt kapjuk, mint ha az **f** és **d** hosszát összeszoroznánk az **f** és **d** által bezárt szög koszinuszával. A mennyiségre vonatkozó eredményünk: a *skaláris szorzás*nál a két vektor hosszának szorzatát meg kell szorozni az általuk bezárt szög koszinuszával.

A vektorok használatára egy további példát akarok említeni. Ez pedig a forgatónyomaték fogalma. Szemléltetéséhez visszatérek ahhoz az emelőhöz, ahol egyforma hosszú karokon azonos nagyságú súlyok függnek. Külön-külön mindegyik súly elfordítaná az emelőt, a jobboldali erő az órajárás irányában, a baloldali erő ellenkező irányban. Ha az előbb említett emelőtörvényt alkalmazzuk, akkor ez a forgatási szándék arányos az erővel is és az emelő karjának hosszával is. Ezt a forgathatnékot nevezzük *forgatónyomaték*nak.

Ha az emelőkarra tetszőleges irányban hat egy erő, a megfontolás szerint csak az emelőkarra merőleges síkba eső komponense lesz hatásos része az erőnek. A kar irányában ható erő sem egyik, sem másik irányban nem tudja forgatni az emelőt, így hát nincs hatása. Képezzük most vektorok szorzatát úgy, hogy először vetítsük az erőt a **d** karra merőleges síkra, aztán szorozzuk meg a karral. A trigonometria ismeretében rájövünk arra, hogy ez éppen az *f*-szer *d*-szer a közbezárt szög szinusza, amit *keresztszorzat*nak hívunk. Az $\mathbf{f} \times \mathbf{d}$-nek van egy nagysága, de ez a nagyság nem elegendő a jellemzésére. Hozzá kell még tenni, hogy milyen tengely körül történne a forgás. Tehát van egy mennyiség, ami a nagyság, és van egy irány. Az irányt a tengely adja meg. Az $\mathbf{f} \times \mathbf{d}$-ről, a forgatónyomatékról úgy vélekedhetünk, mint vektorról.

Ez azt jelenti, hogy ha rajzolok egy papírra egy egyszerű emelőt, akkor a forgatónyomaték iránya merőleges a papírra. De merre mutat a forgatónyomaték, a papírtól felém, vagy tőlem a papír felé? Tudjuk, hogy a jobb és bal karon lévő súlyok semlegesítik egymást. A két forgatónyomatékot ellenkező irányúnak kell tekintenünk, hogy vektorokként összeadhassuk őket.

Az **f** × **d** forgatónyomaték irányának meghatározására van egy egyszerű megállapodás: ha a jobb hüvelykujjam az **f** irányába, mutatóujjam a **d** irányába mutat, akkor a középső ujjam a forgatónyomaték irányába fog mutatni.* Ha eljátszadozunk eszerint a megállapodás szerint, beláthatjuk, hogy az egyszerű emelő két forgatónyomatéka semlegesíti egymást. Bebizonyíthatjuk magunknak, hogy valamennyi posztulátum, amit az erőkkel kapcsolatban felállítottunk, most is igaznak bizonyul. Például: két azonos irányú forgatónyomaték egy ugyanilyen irányú forgatónyomatékot eredményez, és ugyancsak érvényes marad egy forgatónyomatékokat összegző elrendezés, ha a térben az egészet elforgatom; továbbá két egyforma forgatónyomaték összege egy új forgatónyomaték, mely az előzőek által meghatározott síkban a kettejük által bezárt szöget megfelezi. Ha mindezeket a dolgokat elhisszük a forgatónyomatékról, akkor nyugodtan vektorként összegezhetjük őket, hiszen tulajdonképpen vektorok is!



2-11. ábra A nyomaték kialakulásában részt vevő valamennyi vektort invertálva a nyomaték változatlan marad: a nyomaték *axiális vektor*. Az erő az inverzióval, mint látjuk, megváltozik: az erő *poláris vektor*.

A forgatónyomaték másfajta vektor, mint az elmozdulás vektora. Ha veszek egy elmozdulást, és tükrözöm azt egy pontra, azaz

---

* Ez a megállapodás tetszőleges. A bal kezemet is használhattam volna. Fontos azonban, hogy vagy mindig a jobb kezemet, vagy következetesen a bal kezemet használjam.

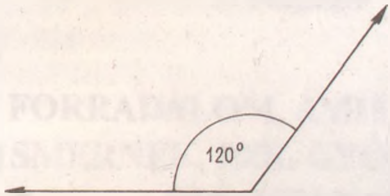
tulajdonképpen megszorzom (-1)-gyel, egy ellenkező irányú elmozdulást kapok. Mi történik, ha a forgatónyomaték komponenseit tükrözöm? Az F szorzódik (-1)-gyel, és egy ellenkező irányú erőt kapok (lásd a *2-11. ábrát*). Tükrözöm az r-et, ezzel (-1)-gyel megszoroztam, ami ellenkező irányban lévő kart jelent. Az eredményül kapott nyomaték ugyanabban az irányban forgatna, mint az eredeti forgatónyomaték. A pont körül való tükrözést *inverzió*nak nevezik. Azokat a vektorokat, melyek előjele megváltozik az inverzióval – mint az elmozdulásé is – *polár vektor*nak hívjuk. Az inverzióval előjelet nem váltó vektorok az úgynevezett *axiális vektor*ok.

Gyakorlatilag minden, amiről ebben a fejezetben beszéltem, ismert volt Arkhimédész számára. A görögök tudták a statikát, de figyelmük nem fordult a mozgás törvényei felé, Arkhimédész sem tudta átlépni ezt a határt.

Egy kivétel mégis van. Az égitestek mozgása felkeltette a görögök érdeklődését. Ezekre a mozgásokra találtak olyan összefüggéseket, amelyek a jelenségeket leírják, de nem magyarázzák. A szellemi újjászületés kora, a reneszánsz helyezte a mozgás törvényeit a vizsgálódás gyújtópontjába. És a bolygók mozgásának magyarázata ekkor jelentős szerepet kapott.

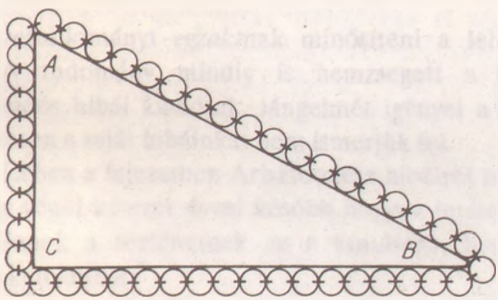
Feltehetően, a statika tárgyalását sokkal készségesebben fogadták olvasóim, mint a relativitáselméletbe való bevezetést. Ez természetes. Emelőket mindannyian használtunk, ha valamit szét akartunk feszíteni, és láttunk már kilöttyent víztócsát; az invariánsok miatt viszont eddig meglehetősen kevesen aggodalmaskodtak közülünk. Meg kell mondanom azonban, hogy az a matematika és agytorna, ami ahhoz szükséges, hogy *valóban* megértsük, amit Arkhimédész elvégzett, az tulajdonképpen *némileg* nehezebb, mint Einsteint megérteni. Ami ismerős, attól nem félünk, ezért tudjuk azt gyakran könnyebben felfogni.

KÉRDÉSEK



2-1. Felhasználva azokat a posztulátumokat, amelyeket az erők összeadásával kapcsolatban ebben a fejezetben tárgyaltunk, határozzuk meg két, egymással 120°-os szöget alkotó, egyforma nagyságú erő eredőjét!

2-2. Tegyük fel, hogy egy pohárban lévő 0 °C -os vízben egy jégkocka úszik. Emelkedik, alacsonyabb lesz, vagy változatlan marad-e a vízszint a jégkocka elolvadása után?*



2-3. Egy örökmozgó elgondolását ismertetjük: Gondolatban egy fából készült háromszög alakú hasábot körülveszünk egy súlyos lánccal. Mivel az AB átfogóra jutó láncrésznek nagyobb a súlya, mint

* A feladattal a gimnazista Teller Ede 1925-ben az Eötvösről elnevezett fizikaverseny sikeres résztvevőjeként találkozott.

az AC befogó mentén lévőnek, így a lánc mozgásnak indul, és semmi árán szolgáltat energiát. Az energiamegmaradás elvével ez ellenkezik. Hol van az elképzelésben a végzetes hiba?

3. FEJEZET

EGY FORRADALOM, AMIT HOL FEL SEM ISMERNEK, HOL GYÖKEREIBEN ELFOJTANAK

Történet a heliocentrikus világképről, amiről az egyik görögnek bőven volt mondanivalója, a másik meg oda se figyelt.

A természettudományt *egzakt*nak minősíteni a lehető legnagyobb tévedés. A tudomány mindig is hemzsegett a hibáktól. És a természettudós hibái kiadósak, lángelmét igényel a kiküszöbölésük. Természetesen a saját hibáinkat nem ismerjük fel.

Ebben a fejezetben Arisztotelész hibáiról fogok beszélni, és arról, hogy végül kétezer évvel később hogyan javították ki ezeket a hibákat. Ennek a történetnek az a tanulsága, hogy mindenkinek óvatosnak kell lennie.*

A görögök elképzelése szerint a világegyetem középpontjában a Föld van. Arisztotelészt megelőzően a görögök már leírták az égitestek mozgását, de Arisztotelész egységes világképpé rendszerezett minden addigi ismeretet. Gondolatai mélyén az égi

* A történet Arthur Koestlernél található, a *The Sleepwalkers*ben. (Vigyázat! Az 5. rész III. fejezetet jobb nem elolvasni – Koestler nem értette meg Newtont!)

szférák és a Föld megkülönböztetése volt. Voltak a földi körülmények közt érvényes törvényszerűségek:

A Földön mindennek megvan a maga természetes helye, a súlyos testeknek alul, a könnyű közegeknek felül. A Földön minden test természetes állapota a nyugalom. Ezt a rendet különböző erők meg tudják változtatni és meg is változtatják, de csak átmenetileg és lényegtelen mértékben.

Az égi szférákra vonatkozó mozgástörvények ezektől teljesen eltérők. Az égen a mozgás a törvényszerű, mégpedig a tökéletesnek tekintett egyenletes körmozgás. Szinte valamennyi égitest, a csillagok ezreinek gyönyörű rendje látszólag ilyen tökéletesen egyenletes, egyszerű mozgásban van. Amennyiben az egyenletes körmozgástól eltérés mutatkozik, az a tökéletlenség jele, de az ilyen mozgások leírása is megközelíthető, ha egyenletes körmozgásokat megfelelő módon összeadunk; ez lehetséges és kell is, hogy lehetséges legyen. Az eltérést mutató kivételek a Nap, a Hold és a bolygók. Ezek a kivételek *epiciklois* mentén mozognak; olyan kör mentén, melynek középpontja egy körön mozog. De még ez a közelítés sem volt megfelelő, ténylegesen olyan kör mentén mozognak, amelynek középpontja egy olyan körön mozog, melynek középpontja maga is egy körön mozog, és ez még nem a legbonyolultabb. A görögök ezen a módszeren munkálkodva bármely égi mozgást le tudtak írni körön mozgó, körön mozgó, körök segítségével. Krisztus után az első századra már elkészült a teljes rendszer, aminek kikristályosított formájával a csillagász Ptolemaiosz híres könyvében találkozunk. E munkát a néhányszáz évvel későbbi arab tudósok az *Almagest* névvel illették, aminek jelentése *Hatalmas Mű*.

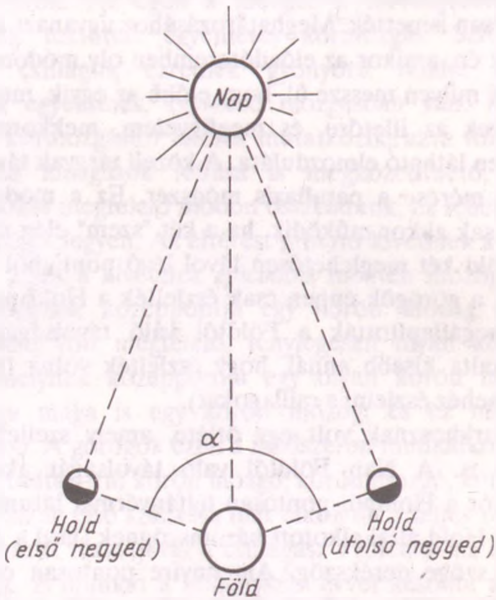
Voltak, akik eltérő nézeteket vallottak, kiemelkedik közülük a szamoszi Arisztarkhosz*, aki Alexandriában, Krisztus előtt 200 körül élt. Az állította, hogy a Föld, miközben saját tengelye körül forog, kering a Nap körül, és hogy eközben a Nap nyugalomban van; és hogy ha valaki elfogadja ezeket a feltevéseket, akkor minden sokkal

* Különös egybeesés, hogy nevének jelentése: "a legjobb kezdet". Van egy latin közmondás: "Nomen es omen".

egyszerűbb, mint a körök köreinek körei. A kortárs tudósok történetesen másképp vélekedtek. Mellőzték őt, szellemes javaslata veszendőbe ment. Az egyetlen hivatkozás munkájának erre a részére Arkhimédesznél található, ő ugyanis legalább megtette azt a szívességet, hogy a teljes mellőzés helyett legalább megbírálta. (Nincs szörnyűbb az agyonhallgatásnál!)

Elmesélek egy történetet, ami ugyan lényegtelen a kopernikuszi rendszer kialakulásában, de figyelemre méltó, kissé irónikus, kissé szomorú. A görögök a Föld–Hold-távolságot meglehetősen pontosan ismerték. Meghatározásához ugyanazt a módszert használták, mint én, amikor az előadóteremben oly módon becsülöm meg, hogy valaki milyen messze ül, hogy előbb az egyik, majd a másik szememmel nézek az illetőre, és megfigyelem, mekkora az illető fejének a háttéren látható elmozdulása. A közeli tárgyak távolságának ily módon való mérése a parallaxis módszer. Ez a módszer távoli tárgyak esetén csak akkor működik, ha a két "szem" elég messze van egymástól. A Föld két meglehetősen távol lévő pontjából végezve a megfigyeléseket, a görögök éppen csak észlelték a Hold parallaxisát, és egész jól megállapították a Földtől való távolságát. A Nap parallaxisa sokkalta kisebb annál, hogy észlelték volna (ráadásul a Nap közelében nehéz észlelni a csillagokat).

Arisztarkhosznak volt egy ötlete, amely szellemes is, és elvileg hibátlan is. A Nap Földtől való távolságát akarta meghatározni. Amikor a Holdból pontosan féltányérnyit látunk, akkor a Nap, a Föld és a Hold által alkotott háromszögnek (lásd a *3-1. ábrát*) a Holdnál lévő szöge derékszög. Amennyire pontosan csak tudta, Arisztarkhosz megmérte, milyen időpontban volt a Hold első negyedében (ezt hívjuk félholdnak), és mikor az utolsó negyedében (amikor ismét félholdat látunk). Miután meghatározta az időpontok különbségéből az időtartamot, ami alatt a Hold az első negyedből az utolsóba ért, Arisztarkhosz kiszámította az ábrán α-val jelölt szöget. A trigonometria segítségével, a Nap távolságát ezután már ki tudta számítani. Arisztarkhosz sajnos még nem tudhatta pontosan meghatározni a Hold helyzetét félhold idején. Ugyanis, mivel a Hold felszíne egyenetlen, ez nem egyszerű megfigyelés. Így hát eredménye több mint 10-szeres faktorral tért el a ma ismert értéktől. Ezt a hibás értéket a görögök elfogadták. Éppen ez a – bár pontatlan – meghatározás mutatott rá, hogy a Nap sokkalta nagyobb a Földnél, ebből Arisztarkhosz rögvest azt a következtetést vonta le, hogy a farok nem mozgathatja a kutyát. De, amint már említettem, az akadémia, Platón és Arisztotelész követői nem értettek egyet ezzel a nem filozofikus bölcsességgel.



3-1. ábra A parallaxis segítségével a görögök meg tudták becsülni, hogy milyen messze van a Hold. Arisztarkhosz megfigyelte a szöget, amely a Hold keringése során az első és utolsó negyed közt észlelhető, majd a trigonometria segítségével kiszámolta a Nap–Föld-távolságot. Mindössze alig több, mint tízszeres volt a tévedése.

Ugorjunk egyet Kopernikuszig. Kopernikusz hagyománytisztelő, inkább szorgos, mint szárnyaló fantáziájú egyházi ember volt. Megbízást kapott a pápától, hogy segítsen kiigazítani a naptárt és eltüntetni belőle azokat a hibákat, amelyek belopództak Ptolemaiosz munkájába, amelyet folyvást át- meg átmásoltak (nem is mindig pontosan). Ptolemaiosz felülvizsgálásának az lett eredménye, hogy Kopernikusz átvette Arisztarkhosz hipotézisét. Kopernikusz ekkor megrémült; semmi esetre sem akart olyasmit tenni, amit az egyház nem hagy jóvá. A Bibliában világosan benne van, hogy a Nap mozog. Különben Józsua hogy parancsolhatott volna megálljt neki? Kopernikusz képtelen volt elsimítani ilyen problémákat, ezért bár leírta a felfogását a bolygók mozgásáról, de nem merte publikálni. Végül a tanítványai adták nyomdába, Kopernikusz csak a halálos ágyán látta meg nyomtatásban a munkáját. Kopernikusz még így is fűzött hozzá egy előszót:

"Kérem, ne vegyék komolyan, amit leírtam. Ez csupán matematika, és a matematika csupán a matematikusok kedvéért van. Csupán egyszerűbb az égitestek mozgásáról beszélni ezen a módon, de nem tanácsolom, hogy akár egyetlen szót is elhigyjenek mindebből, és egyáltalán nem állítom, hogy mindez úgy valóságos, ahogy leírtam."*

Ennek ellenére támadás érte, igen figyelemreméltó, hogy nem Róma részéről, hanem a protestánsokéról, akik nagyon újak, nagyon forradalmiak voltak, és elutasították minden, a saját forradalmuktól különböző forradalmat. Ők a Bibliát szó szerint akarták hinni, szemükben Kopernikusz teljesen elkárhozott volt. Róma védte meg. Természetesen a kopernikuszi tanokkal végül megütközött Róma, de ez a megütközés egyáltalán nem egy olyan egyszerű történet, amelyben a hagyományokkal béklyóba vert egyház a minden körülmények közt tévedhetetlen tudósok ellen lép fel.

A dráma következő szereplője a dán csillagász, a szertelen természetű Tycho Brahe volt. Dánia királyától kapott egy kis szigetet, amelyen egy remek csillagászati intézetet állítottak fel. Távcső még akkor nem volt, de csupán megfigyelései következetes feljegyzésével sokkal pontosabb és rendszerezettebb méréseket végzett, mint bárki addig. A kopernikuszi tanokat komolyan vette. Ellenőrizni próbálta azokat oly módon, hogy a legfényesebb – gyaníthatóan a legközelebbi

---

* Egyáltalán nem szöveghű fordítása a híres kopernikuszi *Előszónak*.

– csillagok parallaxisát a Földnek a Nap körül pályasugarához képest megméri. A Föld téli és nyári (vagy tavaszi és őszi) helyzetének különbözőségéhez tartozó parallaxist a csillagokra nézve nem látott. Így azt gondolta, vagy nem kering a Föld a Nap körül, vagy a legközelebbi csillag rettenetesen messze van. Nem volt eléggé messzire tekintő, ami nem méltó egy csillagászhoz, és a második lehetőséget vetette el. Tycho Brahe jó nyomon lett volna, ha kész lett volna feltételezni, hogy ezek a parányi mozgó célpontok valójában éppen olyan fénylők lehetnek, mint a Nap, néha ezerszerte fényesebbek.

Tycho Brahe azt hitte, megcáfolta azt az állítást, hogy a Föld kering a Nap körül. Módosította a kopernikuszi tant: a Hold a Földet kerüli meg, a Nap ezen Föld körül, az összes bolygó viszont körpályán mozgó Nap körül kering – állította. A legközelebbi csillag valójában jóval messzebb – négy fényévnyire – van. A Nap–Föld-távolság mindössze körülbelül nyolc fényperc, nem meglepő hát, hogy Tycho Brahe nem észlelt parallaxist. Bessel 1830-ban megmérte ezt a parallaxist.

Később Brahe elhagyta Dániát, és Prágában élt a császár udvarában. Ott egy mellette dolgozó fiatalnak jutott a legfontosabb szerep a kopernikuszi fordulatban. Ő Johannes Kepler volt. Szenvedélyesen törekedett arra, hogy megértse Isten remekművét, ezért bármi, aminek köze lehetett a bolygókhoz, érdekelte. Még asztrológus is volt mellékesen, a harmincéves háború* idején ő készített horoszkópokat Wallenstein tábornok számára.

Azt hihetnék, hogy az asztrológia művelése áltudomány. Kepler esetében az asztronómia és az asztrológia összefonódik. Az általa készített horoszkópok valóban hasznosnak bizonyultak a tudomány számára. Az ő feljegyzéseinek köszönhetően ismerjük a Hold és a bolygók igen pontos helyzetét egy-egy fontos csata előtti meghatározott időpontban. Így ki tudjuk számolni a Föld forgásának lassulását, ami az árhullámok okozta súrlódással kapcsolatos. Ráadá-

* A harmincéves háború 1618-tól 1648-ig tartott. Rengeteg döntést kellett hozni, amikhez csak asztrológustól várhattak tanácsot, mivel minden hír forrásáról tudósító napilap (amilyen a *New York Times* is) nem volt kéznél.

sul Kepler jóslatai gyakran beigazolódtak. Talán éppen ez tette őt kora előítéleteivel szemben elfogulatlanná.

Keplernek voltak elméletei, némelyikük teljesen képtelen, és mindegyiket ellenőrzni akarta. Kísérletileg meghatározott adatokra volt szüksége, ezért elszegődött Tycho Brahe mellé. Brahe rövidesen meghalt. Az örökösöktől Kepler ellopta Brahe jegyzeteit. Az örökösök részesedni akartak a feljegyzések publikálásból származó dicsőségből, Kepler viszont meg akarta érteni azokat. Bizonyosra vehető, hogy a törvény értelmében Kepler helytelenül járt el. Én, mint tudós, azt hiszem, morális szempontból igaza volt.

Brahe megfigyeléseinek birtokában Kepler hihetetlen mennyiségű adathoz jutott. Azt tette, amit bármely tudósnak az észszerűség diktálna: kiválasztott egy meghatározott problémát. Ráadásul a legnehezebbet választotta, a körtől legnagyobb excentricitással eltérő Mars-pályát. Ha megbírkózik a legnehezebb problémával, bármit meg tud magyarázni.* Kepler hitt Kopernikusznak: az ő szellemét követve az egyszerűséghez folyamodott: a Föld forog saját tengelye körül, a Nap úgy tűnik, a Föld körül forog; a Mars pedig a Nap körül kering, tehát a Mars látszólag egy harmadfajú epicikloison – egy olyan kör mentén mozog, amelynek középpontja egy kör mentén mozgó középpontú kör. De nem ez a valóság. A Föld nem kör mentén kering, és a Mars nem körpályán mozog. Legalább még két további korrekció volt szükséges. Kepler egy értekezést írt a Mars pályájáról. Mulattató, hogy több fejezetet így kezd: "Micsoda bolond voltam, hogy az utolsó fejezetet megírtam! Újféle módon kell szemlélnem a pályát ..." Könyve a tudományos tisztesség mintapéldája, aminek következtében a tudomány módszerének legjobb szemléltetését nyújtja. Ellentét a nagy Gauss, aki gyakorlatilag megérthetetlen.

Többéves munka után Kepler egy ötödrendű epicikloissal magyarázta a Mars-pályát. Számításai a Brahe megfigyelései szerinti eltéréstől különböztek, de annak kétszeres értékén belül esett az eredmény. Mondhatta volna, hogy Brahe eredménye a hibás, vagy bevezet-

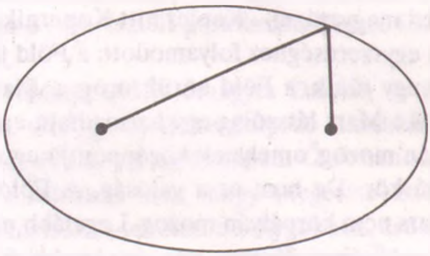
---

* Alkalmazása ez a jó öreg tanácsnak: meg akarsz fogni egy madarat? Szórj sót a farkára!

hetett volna egy hatodrendű epicikloist a magyarázathoz. Nem tette. Ekkor elvetette sok év munkáját és kezdte elölről. Napjainkban alig akad tudós, aki ezt megtenné. Kepler drámájának legnagyobb rejtélye az oly nagy szorgalommal követett hagyományok elleni lázadása.

Azt hiszem, a lázadás oka maga a kepleri cél volt. Kepler az isteni remekművet akarta megérteni. A megoldás, amit talált, nem volt vonzó. Nem az egyetlen lehetséges megoldás volt. A magától értetődő az lett volna, ha egy hatodik epicikloist használ. De Isten minden bizonnyal nem találomra rakta össze a világegyetemet. Úgy tűnik, Kepler rájött: a tudományban, az egyetlen és meggyőző válasz megtalálásában az egyszerűség és a szépség a vezérelv.

Eldöntötte, hogy elhajítja a köröket és helyettük ellipszisekkel próbálkozik. Az *ellipszis* egy ferde szögből szemlélt kör.*

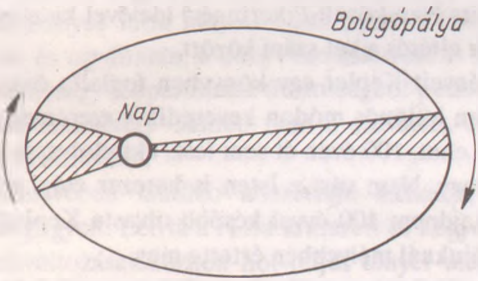


3-2. ábra A két fókuszpont távolságösszege ugyanakkora, bármely kerületi pontból végezzük a mérést. Ha a fókuszpontokat annyira közelítjük, hogy azok végül egyetlen pontba esnek össze, az ellipszis végül kör lesz.

*Vegyünk szemügyre egy kört valamilyen távolságból. A kör kerületétől a szemünkbe futó sugár egy kúpot jelöl ki. Ha ezt a kúpot a tengelyére merőleges síkokkal metsszük el, akkor természetesen köröket kapunk. Ha a metsző sík ferde, akkor ellipszishez jutunk. Ha a síkot annyira fordítjuk el, hogy az valamelyik, az előzőekben említett sugárral párhuzamos, akkor a metszésvonal parabola. Ez lenne a pályája egy olyan bolygónak, amely a végtelenből közelít, majd sebessége fokozatos elvesztésével a végtelen felé távolodik. Ha még jobban elfordítjuk a síkot, hiperbolát nyerünk. Ilyen pályát a végtelenből érkező és a végtelen felé visszaforduló, de sebességét megtartó bolygó futna be. A *kúpszeleteket* a görögök már jól ismerték, Kepler az irodalomban megtalálhatta azokat.

Az ellipszisnek van két belső pontja, amit *fókusz*nak nevezünk. Az ellipszis bármely pontjától mérjük a fókuszpontok távolságát, azok összege mindig állandó (lásd a *3-2. ábrá*t). Ha már megvolt az ellipszis, a továbbiakban könnyű dolga volt Keplernek.

Végül eljutott a bolygók mozgásának három törvényéhez. Ezek közül az első kimondja, hogy a bolygók a Nap körül olyan ellipszispályákon keringenek, melynek egyik fókuszpontjában van a Nap.



3-3. ábra A bolygók a Nap körül nem egyenletes sebességgel keringenek: leggyorsabb a mozgás napközelben. Keplernek helyes az a megállapítása, mely szerint egy bolygó sebessége akképp változik a pálya mentén, hogy azonos időszakaszok alatt a Naptól mért távolság által végigsöpört terület (vonalkázott rész) állandó marad.

A második törvény megértéséhez vegyünk mondjuk egy egyhetes időtartamot. Figyeljük meg azt az alakzatot, amelyet az a két vonal fog közre – melyek közös pontja a Nap helyén van, a másik két pontot pedig, amelyen egy-egy vonal átmegy, a bolygó hét eleji és hétvégi helyzete határozza meg – és az az ív zár le, amelyen a bolygó az egy hét alatt elmozdult. Az így kapott formának a területe állandó, egyik hét a másik után ugyanakkora területet eredményez (lásd a *3-3. ábrá*t). A törvény ezek után az, hogy a bolygókhoz húzott sugár azonos időközökben azonos területet "söpör" végig. Ez változó nagyságú pálya menti sebességet jelent: a bolygók lassabban haladnak *naptávolban* (afélium) és gyorsabban *napközelben* (perihelium).

A harmadik törvény egy állandóval kapcsolatos. Ha *D* jelöli egy bolygó ellipszispályájának nagytengelyét, és *P* az az időtartam, amennyi idő alatt a bolygó egyet kering (egy periódust tesz meg) a Nap körül, akkor ha a *D*-szer *D*-szer *D*-t elosztjuk *P*-szer *P*-vel (a matematikusok jelölésével D^3/P^2), egy számértéket kapunk. És ez az érték a Nap körül keringő valamennyi bolygóra ugyanakkora. Ez azt jelenti, hogy ha kiszámítják a D^3/P^2 értékét a Föld Nap körüli pályájának *D* átmérőjét a P periódusidejét (ami egy év) véve alapul, és összehasonlítják az így kapott értéket a Mars Nap körüli pályájának *D* értékével és a Mars Nap körüli *P* keringési idejével kiszámított D^3/P^2 értékkel, nem lesz eltérés a két szám között.

Eredményeit Kepler egy könyvben foglalta össze. Könyvéhez írt előszavában különös módon keveredik a szerénység és valami hihetetlen gőg: "Lehet, 100 éven át sem lesz, aki elolvassa ezt a könyvet, nekem mindegy. Nem várt-e Isten is hatezer évig, míg értőjére lelt?!" Newton majdnem 100 évvel később olvasta Keplert. A törvényeket megalkotójuknál mélyebben értette meg.

Kepler titokzatos volt, bonyolult személyiség. Céljairól határozott nézeteket vallott, és hihetetlenül keményen dolgozott. Törvényei rendkívül nagy hatással voltak a tudomány további alakulására.

Galileo* egyszerűbb személyiség. Amellett, hogy nagyszerű tudós volt, remek érzéke volt a propagandához, Keplerrel ellentétben nem egyetlen célnak szentelte magát. Galileo tette fel elsőként így a kérdést: ha a Föld forog, és eközben halad egy pálya mentén, miért tűnik számunkra mégis úgy, mintha állna?

Fizika iránti érdeklődését egy templomban felfüggesztett csillár kilengései keltették fel. Észrevette, hogy a lengésidő független az amplitúdótól, vagyis hogy mindegy, mennyire lendül ki a csillár, ugyanannyi idő alatt tesz meg egy teljes lengést. Galileo a szabadon eső tárgyak sebességének időtől való függését is vizsgálta. Kering egy történet arról, hogy a pisai ferde toronyból ejtett le testeket azon

* A könyvben Galileo Galilei végig a keresztnevén szerepel, amint a történelem nagy uralkodói is keresztnevükkel vonultak be az írott történelembe.

felismerésének bizonyítására, hogy nehéz vagy könnyű testek egyaránt azonos idő alatt esnek le. A sajnálatos történelmi mulasztások egyikével állunk szemben: ezt a kísérletet Galileo nem végezte el!

Galileo Kopernikusz-követő volt, de hallgatott róla egészen addig, míg egy hollandus fel nem fedezte a távcsövet. Galileo hamarosan leutánozta az új találmányt, s kora legjobb távcsövének birtokosa lett. Azt tette, ami nyilvánvaló volt, távcsövét az égre irányította. Közzétett egy könyvet* *Hírhozó a csillagokról* címmel. Galileo azt akarta, hogy minél szélesebb körben olvassák a könyvét, ezért a tudományos latin helyett olasz nyelven írta meg. Rajzokkal tette teljessé, és egyáltalán, a könyv szenzációkeltő volt. Galileo nem törődött azzal, hogy Kopernikusz óvatosságból puszta matematikának tekintette az elméletét; Galileo nem a szavakat, hanem a szabályt vette át Kopernikusztól.

Könyvében Galileo közzétette mindazt, amit távcsövén keresztül megfigyelt. Leírta a Hold krátereit és hegyeit. Leírta, hogy a Vénusz fázisváltozásai közben hol teljes tányér alakú, hol sarlónak látszik. Leírta a Jupiter négy legnagyobb (ezeket észlelte) holdját, ami szemléltetes modellje a kopernikuszi bolygórendszernek. Galileo távcsövével megszemlélte a Tejutat, és csillagokat látott, amelyek a puszta szem számára túl halványak. Ez vita tárgyát képezte. Néhány egyházi ember szerint a csillagok a mindenség díszei. Mivégre teremtette őket Isten, ha nem láthatók?** A jezsuiták, és Maffeo Barberini bíboros is érdeklődtek az asztronómia iránt. Maga Barberini magasztaló verset írt Galileóról. A pápa nem volt elragadtatva, és nem teljesen oktalanul. Az egyház, beleértve a hivatalait is, hatalmas szervezet volt. Feladata volt, hogy mindenre adjon magyarázatot. Ha Kopernikusznak lett volna igaza, akkor a Bibliát újra kellett volna értelmezni. Ha mindezek után kiderült

---

* Az eredeti cím: *Siderius Nuncius*. Gyakorta *Csillaghírnök*nek (*Starry Messenger*) fordítják. Ez a fordítás nem jobb az enyémnél, és még mesterkélt is. Azt hiszem, ha Galileo angolul írta volna meg ezt a könyvét, a fenti szövegbeli (*A Messenger from the Stars*) címet adta volna neki.

** WT: Könnyű a válasz. Isten szerette a csillagászokat.

volna, hogy Tycho Brahének volt igaza Kopernikusszal szemben, akkor az egyháznak ismét vissza kellett volna vonnia mindent. Ezt egyszerűen nem lehetett elvárni egy akkora szervezettől. Az egyház nem vetette el elhamarkodottan a kopernikuszi tant. Galileo tudomására hozták, hogy Kopernikusz tanait azzal a feltétellel vitathatná meg, ha mindkét oldal érveit ismertetné.* Az egyház magatartása hasonlított egy meglehetősen konzervatív tudományos testületére. Mindenesetre Galileo jobb bánásmódban részesült, mint Arisztarkhosz. Lehetősége volt elméletének kifejtésére, és szó sem volt arról, hogy figyelemre se méltatták volna. Ez idő szerint Galileo engedelmeskedett az egyház parancsszavának.

Közben Galileo barátját, Barberini bíborost VIII. Orbán néven pápává választották. Galileo felkereste régi barátját, az új pápát, azt állítván, hogy sikerült bizonyítania Kopernikusz elméletét. A bizonyítékot az *árapály* jelenségében lelte meg, amennyiben azt a Föld forgása közbeni keringésével hozta összefüggésbe. A víz egyszerűen nem képes követni a Föld bonyolult mozgását. "Az árapály jelenségére a Kopernikuszi elmélet alapján magyarázatot adtam, tehát a kopernikuszi elmélet helyes" – állította Galileo.

Sajnos Galileo magyarázatával két baj volt. Az egyik az, hogy az általa kifejtett elmélet csak napi egyszeri árapályra adott magyarázatot, holott árapály naponként kétszer van. Kepler sokéves munka után hárította el egy újabb epiciklusnak a csak avégett való bevezetését, hogy segítségével eltüntesse a számítások és a megfigyelés közti igen kis eltérést. Galileo meg hajlandó volt az egy és a kettő közötti különbséget figyelmen kívül hagyni. (Igaz, a Földközi-tenger vidékén, ahol ő élt, az árapály alig észrevehető.)

A második hiba bizonyos tekintetben sokkal figyelemreméltóbb az elsőnél, mivel Galileo egy maga által felfedezett, a nevét

---

* Évszázadokkal később hasonló dolog esett meg, mikor a kaliforniai Egyetem rektora, Clark Kerr így utasította az egyetemet: "Bármely politikai elmélet megvitatható, de csak a szembenálló felek részvételével". Fellázadtak a radikálisok, nem az igazság, hanem a "szabad szó" nevében – csak az ő oldaluk volt hallható.

viselő törvényszerűséget hagyott figyelmen kívül. A Galilei-féle törvény kimondja, hogy az egyenesvonalú egyenletes mozgást végző érzete ugyanaz, mint a nyugalomban lévőé. Ha valaki hajón utazik és nem néz ki a kabin ablakán, akkor, hacsak nem himbálódzik a hajó, úgy érzi, mintha nyugalomban lenne. Egy mozgó hajó árbocáról leejtett kalapács az árboc tövében ér földet, még ha a parton álló megfigyelő szerint parabola pályát futott is be. Ez a törvény igen lényeges annak a számára, aki a kopernikuszi elméletet el akarja fogadni. Ha a Föld haladó mozgást végez is, amint azt Kopernikusz állítja, Galilei szellemében mi nem maradunk le róla. A haladó mozgást megfigyelésekkel valóban nem észleljük, és az árapályra sem lehet hatása. De Galileo elvetette a saját elméletét, amikor az éppen úgy volt alkalmas neki.

Galileo *A tengerjárás apálya és dagálya* címmel tervezte megjelentetni a munkáját. Ha ehhez a nyilvánvalóan félrevezető bizonyítást hangsúlyozó címhez ragaszkodott volna, vesztett volna jó híréből. A pápa jobb tudósnak bizonyult Galileónál ebben az esetben, meggyőzte őt arról, hogy ne tartsa meg ezt a címet. Így helyette a *Dialógus a két nagy világrendszerről* címmel a kopernikuszi és arisztotelészi világképről írt egy könyvet. Ebben hárman beszélgetnek: Salviati, aki mindenre tud válaszolni, Sagredo, akinek minden kérdése ésszerű és végül Simplicio. Amint a neve is utal rá, Simplicio ostoba kérdéseket tesz fel. A másik kettő nagy-nagy türelemmel magyaráz Simpliciónak, végül feladják: "Isten mindent megtehet, még az is lehetséges, hogy neked van igazad".

Aligha véletlen, történetesen az összes pápai érv Simplicio szájából hangzik el. Ez már túl sok volt a pápának, Galileót pápai kihallgatásra hívatták. Elsőre megromlott egészségi állapotára hivatkozva nem jelent meg. Igaz, hogy öreg volt és nem a legjobb egészségnek örvendett, de végül csak megjelent. Megfélemlítették, de nem bántak durván vele. Eskü alatt kellett megtagadnia Kopernikusz tanait, és eltiltották őt attól, hogy valaha újból foglalkozzon velük. Házi őrizetbe vették. Galileo halálos unalmában nekifogott és leírta kísérleti eredményeit. Kétségkívül hálás lehet a pápának. Egyrészt azért, mert mártírt csinált belőle, másrészt mert rákényszerült, hogy a valóban tudományos eredményeit közzétegye. Enélkül napjainkban Galileo neve nem lenne annyira közismert.*

A tudomány ízlés kérdése. Az én megítélésem szerint Kepler nagyobb tudós volt Galileónál. Galileo olyan kísérleteket végzett, amiket mások is elvégeztek volna, és el is tudták volna azokat végezni mások is. Amit Kepler végzett el, azt más nem tudta volna elvégezni. Hitte, hogy a bolygók mozgása a teremtés titkának része, és eltökélte, hogy megfejti ezt a titkot. Három törvényének felállításához jelentéktelen ötleteket is felvetett, mégis egyformán büszke volt ezekre is. És ez nem kisebbítette őt tudós mivoltában. Képes volt évek munkáját elvetni, csak azért, hogy megoldása egyszerű és elegáns legyen. Ráadásul törvényei nélkül Newtonnak nem lett volna mit folytatni.

Bárhogy is nézzük, Kopernikusz, Kepler, Galileo és VIII. Orbán pápa vetették meg az alapjait annak a tudományos forradalomnak, amely a Galileót követő évtizedekben zajlott. Ebben a sajátos történetben a pápa jobb tudósnak bizonyult, mint azt a mai tudósok gondolják.

KÉRDÉSEK

3-1. Galileo – helyesen – úgy okoskodott, hogy mivel a Vénusznak, a Holdhoz hasonlóan, fázisai figyelhetők meg, a Vénusz a Naphoz közelebbi pályán kering, mint a Föld. Miben állt Galilei okfejtése?

3-2. A hozzánk legközelebbi csillagkép a Kentaur.** Ezen hármas csoport legfényesebb csillagát (az Alfa Centaurit) 70 milliárdszor gyengébb fényűnek látjuk, mint a Napot. Tudjuk, hogy a valóságban

---

* Teller Edének jót tenne egy háziőrizetre ítélés. Csakhogy ez napjainkban nem annyira hatásos a Bell-találmány következtében. Teller szenved a következetes telefonkezelőktől.

** A déli égbolt legfényesebb csillaga; a Magyarországot átszelő szélességi fokokról nem látható. (A fordító megjegyzése.)

csupán 20%-kal kisebb a fényessége a Napénál. Hogy viszonylik egymáshoz a Naptól és az Alfa Centauritól mért távolságunk? (A Nap 500 fénymásodpercre, azaz közelítőleg nyolc fénypercre van tőlünk; milyen messze van az Alfa Centauri ugyanilyen mértékegységben kifejezve?)

3-3. A csillagászok nem fényévben, hanem *parszek*ben mérik a távolságot. A parszek az a távolság, melyből a megfigyelt test parallaxisa egy ívmásodperc (rövidítése: pc).* Milyen messze van az Alfa Centauri parszekben mérve?

3-4. Becsüljük meg a Telihold és az Újhold fényességének viszonyát!

3-5. Galileo a fény sebességét két hegycsúcs közt próbálta megmérni – sikertelenül. Sikeres lenne-e a mérés napjainkban?

---

* Másképp: az a távolság, melyből a Földpálya sugara 1 ívmásodperc szög alatt látszik.

4. FEJEZET

NEWTON

A fizika az égben és a Földön egyformán érvényes.

A görögök szerint a Földön a nyugalom a természetes állapot.* Ez a megállapítás kétszeresen előnyös volt: egyrészt ez tűnt nyilvánvalónak, másrészt ez összhangban volt azzal a szemlélettel, hogy a Föld maga is nyugalomban van a világegyetem középpontjában. Csakhogy Galileo hitte a kopernikuszi tant. Bár nem állt ki mellette egyenesen, burkoltan célzott rá azzal a megállapításával, hogy mind a nyugalom, mind az egyenesvonalú egyenletes mozgás természetes állapot a Földön. Természetesen egyenletes körmozgás befelé ható erő nélkül nem valósulhat meg. Ennek ellenére Galileo elmulasztotta megcáfolni azt a véleményt, amely szerint az égitestek természetes mozgása olyan egyenletes körmozgás volna, amely befelé mutató erőhatás nélkül valósul meg. Egy mai diák "logikusnak" találná, hogy

* Ezzel szemben a csillagok és a bolygók örökös mozgásban vannak; az égitestek számára a mozgás a "természetes".

mindenütt természetesként posztuláljuk az egyenletes mozgást. Úgy okoskodna*, hogy miután Galileo rámutatott a Föld és a Hold felszínének hasonlóságára, következő lépésként a hasonlóság kiterjeszthető a két különböző égitesten érvényes törvényekre is.

A körmozgásnál fellépő erőt tapasztalhatjuk, ha egy kötélre erősített tárgyat pörgetünk. Newton innen indította gondolatmenetét. Megfontolásának leglényegesebb eleme, hogy ezt a mozgást kicsi időközönként vizsgálta.

Jelöljük **r**-rel a körpályán mozgó bolygó helyzetét (csak az egyszerűség kedvéért beszélünk körről). Hogyan lehet meghatározni a sebességét? A *sebesség* nem más, mint a helyzetben bekövetkező változás osztva a közben eltelt idővel. Én ezt így jelölöm: $\Delta\mathbf{r}/\Delta t$. Ha egy hosszabb időtartamot veszek és ennek értékével elosztom azt a távolságot, amelyet ezalatt a bolygó megtesz, akkor az *átlagos sebesség*et kapom meg. Lehet, hogy a bolygó időnként a kiszámított átlagos sebességnél sokkal nagyobb, máskor sokkal kisebb sebességgel halad. No pármost, Newton érdeme (és mellesleg Leibnizé is) abban áll, hogy azt mondta, legyen ez a Δt igen kicsiny. "Képezte a $\Delta\mathbf{r}/\Delta t$ *határérték*ét", miközben Δt egyre kisebb. Ezt a határértéket így jelöljük: $d\mathbf{r}/dt = \mathbf{v}$, ahol $\mathbf{v}$ a pillanatnyi sebesség. Az ötlet, hogy képezzük a $\Delta\mathbf{r}/\Delta t$ határértékét, a *differenciálás* lényege.

Newton abból indult ki, hogy maga a sebesség kevésbé, sokkal inkább a sebességben bekövetkező változás, az úgynevezett *gyorsulás* az érdekes. Ha egy autótulajdonos azzal büszkélkedik, hogy új kocsija jól gyorsul, akkor tulajdonképpen azt mondja, hogy rövid idő alatt éri el a kívánt sebességet. (Ennél fontosabb, hogy legyen benne egy jó fék, ami karambol esetén negatív gyorsulást fejt ki. Tulajdonképpen a fizikusok nem kötelezik el magukat egyik irányban sem; gyorsulás alatt a sebesség változásának mértékét értik, legyen az akár növekedés, akár csökkenés – az ezekhez tartozó elnevezés: *pozitív*, illetve *negatív gyorsulás*.) Egy fizikus így fogalmaz: a gyorsulás a sebességnek egy adott időtartam alatti megváltozása. A gyorsulással

* Az ilyen utólagos "éleslátók" tekintete azonban gyakran éppen olyasmi, mint a szilárd hit, fölött siklik el, ami a korabeli éleslátást meghiúsította.

kapcsolatban végigjátszhatjuk ugyanazt, mint a sebesség esetén. A gyorsulást a $\Delta \mathbf{v}/\Delta t$ adja meg, de hogy pontosak legyünk, megkívánjuk, hogy a Δt legyen elegendően kicsiny. Így határértéket képezünk, és az a gyorsulást azonosnak vesszük a $\mathrm{d}\mathbf{v}/\mathrm{d}t$ értékével.

Mint mondtam, a $\mathbf{v}$ sebesség egyenlő $\mathrm{d}\mathbf{r}/\mathrm{d}t$-vel, így a gyorsulás: $\mathrm{d}(\mathrm{d}\mathbf{r}/\mathrm{d}t)/\mathrm{d}t$, amit $\mathrm{d}^2\mathbf{r}/\mathrm{d}t^2$ alakban szokás írni. A 2-esek arra figyelmeztetnek, hogy kétszer kell differenciálni (hogy ezeket a ketteseket hová írjuk a differenciálás jelölésekor, az pusztán megállapodás kérdése). Most azt mondhatják, hogy semmivel sem vagyok jobb, mint a görögök a maguk epicikloisaikkal, de én legalább nem megyek tovább és nem differenciálok harmadszor is a probléma megvitatásának sem ezen a szintjén, sem a további fejezetekben.

Newtont az angliai* Cambridge-ben töltött diákévek alatt a differenciálás gondolata foglalkoztatta. Akkortájt egy (a mai környezetvédőknek még az elképzeléseit is meghaladó mértékű) légszennyeződéses katasztrófa sújtotta a vidéket. Az egészségtelen körülmények következtében időnként felütötte fejét a pestis, ezért az egyik ilyen pusztító járvány idejére Cambridge bezárta a kapuit. Newton visszatért a szülőfalujába, Woolsthorpba. Itt, huszonegy évesen, tette nagy felfedezéseit. (Bizonyíték nincs rá, hogy nem éppen egy almafa alatt.) Érdekelték őt az erők; úgy találta, hogy az erő arányos a gyorsulással.

Amikor elmondtam, hogy mi a sebesség és a gyorsulás, csaltam egy kicsit. Bizonyára nem kerülte el senki figyelmét, hogy mind a sebességet, mind a gyorsulást vastagvonalú betűvel ("kövér"-rel) írtam, így jelezvén, hogy mindkettő vektormennyiség.

Végül is nem meglepő, hogy vektorok ezek a mennyiségek. A sebesség úgy adódott, hogy előbb képeztük két helyzet – amik vektorok – különbségét, az így kapott vektort elosztottuk az idővel –

* A massachusettsi Cambridge már létezett, de még nem "rúgott labdába".

ami puszta szám.* Tehát a sebesség lényegében vektor. Hasonlóképp, a gyorsulást úgy kapjuk meg, hogy két vektor – a sebességek – különbségét elosztjuk egy számmal – az idővel. Tehát a gyorsulás ugyancsak vektor.

Az a gondolat, hogy a gyorsulás és az erő arányosak, elég természetesnek vélhető. Mindketten vektorok. Az erő változást idéz elő a mozgás egyenletességében. A gyorsulás pedig az egyenletes mozgástól való eltérést jellemzi. Newton állítása szerint $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, ahol $\mathbf{F}$ és $\mathbf{a}$ az erő és a gyorsulás, m pedig a tömeg. Ez az egyenlet azt fejezi ki, hogy ha két test ugyanazon erő hatására ugyanúgy gyorsul, akkor a két test tömege megegyező. Vagy másképp fogalmazva, ha két test közül az egyik félannyira gyorsul ugyanazon erő hatására, mint a másik, akkor a tömege kétszer annyi, mint a másiké. Ez igazából akkor magától értetődő, ha egy vasrudat egy félakkora vasrúddal hasonlítunk össze. Kevésbé kézenfekvő, ha egy vasból meg egy fából való rudat hasonlítunk össze.

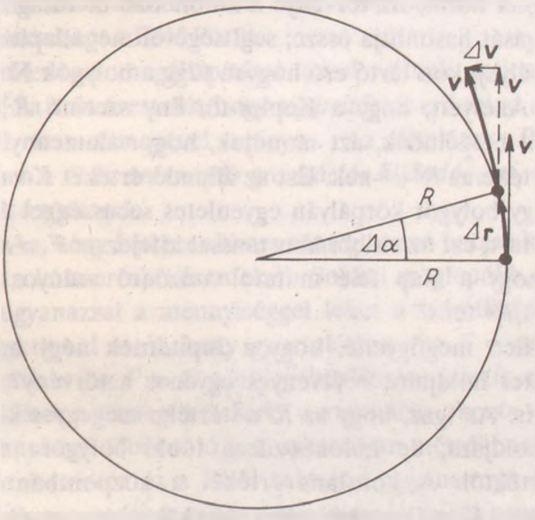
Az egyenletes körmozgás tárgyalásához felhasználjuk a differenciálás fogalmát és az $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ törvényt. Tegyük fel, hogy egy bolygó mozgása során Δr utat tesz meg körpályája mentén. Ez a távolság a teljes körpályának egy kis része. A *4-1. ábrá*n látható $\Delta\alpha$ szöget megkapjuk, ha Δr-et a kör sugarával elosztjuk. Ez azt jelenti, hogy a $\Delta\alpha$ szöget nem fokokban, hanem a *radián*ban kapjuk meg. Ha egy teljes kört teszünk meg, akkor $\Delta\alpha$ értékéül a kör kerülete osztva sugarával adódik, ami egyenlő 2π-vel.

Ezután az α megváltozásának a mértékét keressük. Erre a mértékre az $\omega = \Delta\alpha/\Delta t$ jellemző, és eléggé magától értetődően az ω-t *szögsebesség*nek kereszteljük el; ω tehát a szög megváltozásának a sebessége. Az ω-t úgy választottuk meg, hogy tárgyalásmódunkhoz alkalmas legyen. Δt idő alatt a körpályán mozgó bolygó $\omega R\Delta t$ utat tesz meg, ahol R a körpálya sugara, és olyan kis Δt-t választunk, hogy a

---

* Már láttuk, hogy az idő a négydimenziós tér–idő-vektor egy komponense. Azt is beláttuk, hogy ha csak rövid időtartamokat vizsgálunk (és Newton éppen ezt tette), akkor az idő gyakorlatilag invariánsnak tekinthető. Így hát egy puszta számmal jellemezhető.

differenciálás szabályának megfeleljen. A bolygó egyenletes sebességgel mozog, ezért bármely két helyen a sebesség nagysága megegyezik. A sebesség iránya változni fog, mégpedig éppen olyan gyorsan, mint a kör középpontjából a bolygóhoz húzott vonal iránya. A két sugár és a Δr által határolt háromszög hasonló ahhoz a háromszöghöz, amit a két **v** sebesség és a $\Delta\mathbf{v}$ alkot. Így írhatjuk, hogy $\Delta v/v = \Delta r/R$. De mivel $\Delta r = \omega R\Delta t$, így $\Delta v/v = \omega\Delta t$ és $\Delta v/\Delta t = \omega v$. És ugyancsak a $\Delta r = \omega R\Delta t$ alapján azt kapjuk, hogy $\Delta r/\Delta t = \omega R$, vagy másképp $v = \omega R$. Végül is a gyorsulásra azt kapjuk, hogy $\mathrm{a} = \Delta\mathrm{v}/\Delta t = \omega v = \omega\omega R = \omega^2 R$. A gyorsulás tehát $\omega^2 R$ (vagy másképpen v^2/R) és mivel $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, az erő így adódik: $m\omega^2 R$.*



4-1. ábra Egyenletes körmozgás esetén a szögsebesség ismeretében meg tudjuk határozni a v sebességet és így a mozgó testet körpályán tartó v^2/R sugárirányú gyorsulást is.

* A figyelmes olvasó észreveszi, hogy csak kicsiny változások esetén lehet Δt helyett dt-t és Δv helyett dv-t használni, továbbá hogy számításainkban és érveléseinkben elkerültük a szinusz és koszinusz használatát, ugyanis vektoraink egymásra merőlegesek.

A Mars pályája tér el leginkább a körpályától, és Kepler, hogy a bolygómozgás pontos törvényszerűségét kihámozza a megfigyelésekből, éppen a Marssal kezdte a munkát. Ennek ellenére, a Kepler-féle törvényeknek a megértéséhez a legjobb a bolygók körmozgásától, mint a legegyszerűbb esettől indulni, ráadásul a bolygók tényleges viselkedése nem is mutat nagy különbséget ehhez képest. A *harmadik Kepler-törvényt* körmozgás esetén úgy is fogalmazhatjuk, hogy R^3/T^2 értéke valamennyi bolygóra ugyanaz. Az R, mint az eddigiekben is, a bolygó és a Nap középpontjai közti távolság. A T értékét most úgy választom meg, hogy ennyi idő alatt halad végig a bolygó egy R hosszúságú íven.* Mivel t idő alatt körmozgás esetén a megtett út ωRt, így esetünkben $\omega RT = R$, azaz $\omega T = 1$.

Kepler harmadik törvénye a különböző távolságokban lévő bolygók mozgását hasonlítja össze; segítségével megállapítható, hogy a bolygókat pályájukon tartó erő hogyan függ a bolygók Naptól mért távolságától. Ahelyett, hogy a Kepler-törvény szerinti R^3/T^2 érték állandóságáról beszélnénk, azt mondjuk, hogy valamennyi bolygóra ugyanaz az értéke az $R^3\omega^2$-nek. Ezt az állandó értéket K-val jelöljük, $K = R^3\omega^2$. Egy bolygót körpályán egyenletes sebességgel $F = m\omega^2R$ nagyságú erő tart, ezt az előbbi konstanssal kifejezve: $F = mK/R^2$. Ez azt jelenti, hogy a Nap felé mutató vonzóerő arányos a bolygó tömegével és $1/R^2$-tel.

Galileo megfigyelte, hogy a Jupiternek négy holdja van. Vajon a Jupiter holdjaira is érvényes ugyanez a törvény? A válasz: igen is, nem is. Az igaz, hogy az $R^3\omega^2$ értéke megegyezik a Jupiter valamennyi holdjára, de különbözik a többi bolygóra vonatkozó ugyanezen értéktől. A konstans értékét a központban lévő test határozza meg. A K értéke tehát más a Nap körüli mozgásokra, és más

---

* Legszívesebben ezt az egyszerű megfogalmazást (ami egyenértékű Kepler nevezetes korai felismerésével) tekinteném Kepler-törvénynek. Csakhogy némely alapfokú ismeretünk, mint amilyen az *ABC* betűrendje, vagy a euklideszi ötödik posztulátum, szellemi örökségünk megváltoztathatatlan részét képezik. Meglehet, hogy amire Newton Woolsthorpeban rádöbbent, az tulajdonképpen már a Kepler-féle első törvényben benne volt. (Más is eljutott ugyanahhoz a felismeréshez, amit közkinccsé Newton hatalmas munkája tett.)

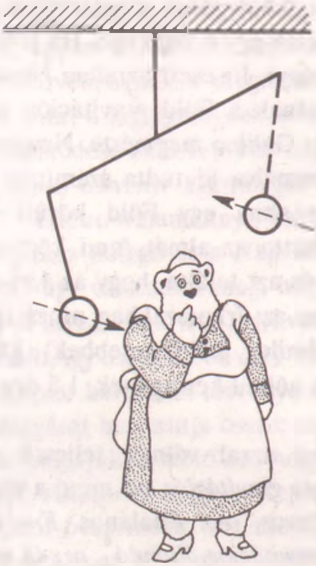
a Jupiter körüli keringésre, de nem különböző sem a Jupiter egyes holdjaira, sem a Nap körül keringő bolygókra vonatkozóan.

Kár, hogy a Földnek csak egy holdja van. Ha több is lenne, ellenőrizhetnénk az $1/r^2$-es törvényt. Itt esett az alma Newton fejére, legalább is képletesen. Az almának a Föld gravitációs tere következtében fellépő gyorsulását már Galileo megmérte. Newton pedig az előbb levezetett formulát felhasználva ki tudta számítani az ahhoz szükséges sebességet, hogy az alma egy Föld körüli körpályán keringjen. Ezután összehasonlította az almát (ami közben mesterséges bolygóvá lett) a Holddal, és azt találta, hogy az $1/r^2$-es törvény érvényben marad. Természetesen az űrkorszakban nincs szükségünk almákra, szateliteket (ezek némileg költségesebbek) küldünk az atmoszférán túlra, ahol súrlódás nélkül keringenek, 1,5 óra alatt téve meg egy fordulatot a Föld körül.

Newton megállapításai azzal válnak teljessé és következetessé, ha hozzávesszük, hogy a *gravitációs erő* mind a vonzó, mind a vonzott test tömegével arányos. Az általános $F = Gm_1m_2/r^2$ kifejezésben a G az *univerzális gravitációs állandó**, m_1 és m_2 pedig a kölcsönható tömegek.

Az, hogy kétszer akkora tömeg vonzó hatása kétszeres lehet (és valóban kétszeres), kézenfekvő. Sokkal meglepőbb, hogy egy test tömegét ugyanazzal a mennyiséggel lehet a számításban figyelembe venni függetlenül attól, hogy gyorsulásban (az $F = ma$ képletben), vagy vonzásban (az $F = Gm_1m_2/r^2$ képletben) játszik-e szerepet. Ha kétszer akkora a tömeg, kétszeres a gravitáció okozta erő is. Ha egy adott mennyiségű fából való test ugyanolyan mértékben gyorsul, mint egy vasdarab, akkor ez a fából való test ugyanannyit nyom, mint a vasdarab. A *nehézségi* és *tehetetlen tömegnek* ez az azonossága vált a gravitációra adott einsteini magyarázat kiindulópontjává. Erről a későbbiekben fogunk beszélni.

* Figyelemre méltó, hogy Cavendish 1798-ban négy értékes jegy pontosságig $6{,}754 \cdot 10^{-8}$ cm^3/(g s^2)-nek mérte meg a G értékét, és hogy csak viszonylag nemrégen javították ezt a pontosabb $6{,}673 \cdot 10^{-11}$ m^3/(kg s^2) értékre, az azért volt így, mert önmagában a Föld vagy az égitestek tömegéről nincsenek közvetlen ismereteink.



4-2. ábra A mennyezetre felfüggesztett rúd mindkét végéről egyforma súlyok lógnak le. Ha ezek egyikének közelébe egy nagy testet helyezünk el, annak gravitációs erőhatása elegendő lehet ahhoz, hogy a rúd forgásba jöjjön a test felé.

Az eddig mondottak azt jelentik, hogy gravitáció nemcsak a Nap, a Jupiter és a Föld esetében áll fenn, hanem mindenkire és mindenre érvényesül. Én vonzó vagyok a hallgatóim számára, a hallgatóim vonzók számomra. Az $1/r^2$-es törvényt egy egyszerű eszközzel ki is tudom mérni. Egy garázs vagy egy üres szoba mennyezetére felfüggesztek egy rudat, amelynek a végein egyforma súlyok lógnak, amint azt a *4-2. ábra* mutatja. Mindent kiegyensúlyozok. Ezután ha egy nagy test (például Ursula)* közelít az egyik súlyhoz, akkor a szerkentyű elkezd forogni. Bár kicsi a vonzó hatás

* Persze, ha valaki nem ismeri Bubó doktor tüneményes ápolónőjét, aki folyvást vonzó szeretne lenni, az képzeljen el bármilyen nagy tömegű testet.

(hisz a Földét meg sem közelíti a test nagysága), a nagy érzékenység következtében észlelhető az elfordulás.

Newton gyökeres változást hozott a fizikában. A továbbiakban már nem igaz, hogy a Földön a nyugalom, az égben a körmozgás a törvényszerű. Mindenütt az $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ igazsága áll fenn. A mozgás oka ugyanaz, mint megváltozásának oka. Bolygókra vagy hangyákra egyaránt érvényes az $1/r^2$-es törvény. Filozófiai értelemben hatalmas változást jelentett az "Egyetlen Világ", vagy talán így kell mondanom "Egyetlen Mindenség" fogalmának a bevezetése. Nem is az a legfigyelemreméltóbb, hogy a világegyetem milyen hatalmas, hanem hogy milyen egységes!

Az $F = Gm_1 m_2/r^2$ kifejezés szimmetrikus. Én épp annyira vonzom a Földet, mint amilyen mértékben az vonz engem. Természetesen a Földön ez a hatás nem annyira észlelhető, hiszen a Föld tehetetlensége sokkal nagyobb az enyémnél.

Én vonzom minden egyes hallgatómat, pont annyira, mint az egyes hallgatók engem. Newton így általánosított: "Bármely kölcsönhatásban lévő két testre azonos nagyságú, de ellenkező előjelű erő hat, melyek a két testet összekötő vonal mentén fejtik ki hatásukat." Feltételezem, hogy ezek a testek csak kölcsönösen egymásra hatnak. Ebből a feltevésből következik az *impulzusmegmaradás* törvénye (amit rövidesen meghatározunk). Ha egy mennyiség megmaradónak, azaz változatlannak bizonyul, akkor nyilvánvalóan egy egyszerű törvényt kaptunk. A természettudományoknak célja, hogy a felismert törvényszerűségek egyszerűek legyenek.

Legyen az első testre ható erő: $\mathrm{F}_1 = m_1\, \mathrm{dv}_1/\mathrm{d}t$, ahol m_1 az első test tömege, $\mathrm{dv}_1/\mathrm{dt}$ pedig a gyorsulása. Hasonlóan: $\mathrm{F}_2 = m_2\, \mathrm{dv}_2/\mathrm{d}t$ a második testre ható erő. Newton "hatás–ellenhatás" törvénye mindössze ennyit mond: $\mathrm{F}_1 + \mathrm{F}_2 = 0$, vagy másképpen: $0 = m_1\, \mathrm{dv}_1/\mathrm{dt} + m_2\, \mathrm{dv}_2/\mathrm{d}t$.

Most valami bolondosat teszek. Ahelyett, hogy $m_1 \mathrm{dv}_1/\mathrm{d}t$-t írnék, azt írom: $\mathrm{d}(m_1 \mathrm{v}_1)/\mathrm{d}t$. Végül is nem is olyan vad dolog, hiszen a differenciálhányados a változás mértéke, az m_1 pedig nem változik meg. Semmi különbség nincs abban, hogy m_1-et szorzom meg a

dv_1/dt-vel, vagy előbb összeszorzom m_1-et v_1-gyel, és ezután végzem el a határérték-képzést. Tehát átírom az előző egyenletemet a $d(m_1 v_1/dt) + d(m_2 v_2/dt) = 0$ alakba.

Még valamit változtatok az egyenletemen. Most előbb összeadom az $m_1 v_1$-t és $m_2 v_2$-t, ezután fogok hozzá a határérték-képzésnek. Így a $d(m_1 v_1 + m_2 v_2)/dt = 0$ egyenletet kapom. Az $m_1 v_1$ mennyiséget *impulzus*nak vagy *mozgásmennyiség*nek hívjuk. Nagyságát az adott m tömeg v sebességének értékével való szorzás adja meg, és rendszerint (bár ismeretlen oknál fogva) p-vel jelöljük.

Egyenletünk utolsó formájából az állapítható meg, hogy az $m_1 v_1 + m_2 v_2$ összes impulzus nem változik, feltéve, hogy csupán m_1 és m_2 van egymással kölcsönhatásban. Az is kiolvasható belőle, hogy amennyiben v_1 változik, v_2-nek is változnia kell; és v_2-nek úgy kell változnia, hogy közben $m_1 v_1 + m_2 v_2$ változatlan maradjon. Ez az *impulzus megmaradásának a törvénye*. A törvény általános érvényű. Akárhány test esetén is érvényes. Ha 100 kölcsönható részecském van, akkor közülük egy meghatározott részecske impulzusa változó. De a 100 részecske impulzusának összege ugyanaz marad. Ez a törvényszerűség az előbbi állítás egyszerű általánosításával adódik. Igen nagy pontossággal bizonyult igaznak mindeddig.

A görögök úgy vélték, hogy a Földön a nyugalom a természetes állapot. Newton szerint természetes állapot mind a nyugalom, mind az egyenletes mozgás. Hogy lehet hát, hogy mi valamennyien nem nagy sebességgel mozgunk? A válasz egy másik megmaradási törvénnyel, az *energiamegmaradás törvényé*vel kapcsolatos. Korábban már beszéltem a pontenciális energiáról. Egy m tömegű labda ha h magasan van, akkor hgm a potenciális energiája; a kifejezésben szereplő g a labda helyén mérhető gravitációs gyorsulás. Képzeljük el, hogy elejtem a labdát, és nézzük a labdát közvetlenül a földre érkezés előtti pillanatban. Potenciális energiáját eddigre elvesztette, mi történt hát az energiával? Potenciális energiája ekkor nincs a labdának, de van kinetikus energiája, *mozgási energiája*. A labda egy meghatározott v sebességgel érkezik a földhöz, és ha tökéletesen *rugalmas ütközés* után sebességének iránya éppen az ellenkezőjére fordul, akkor az eredeti h magasságig tud visszapattanni. Hasonló a jelenség, mint amit *lengő ingá*nál figyelhetünk meg. A potenciális és a kinetikus energia folyamatosan alakul át egymásba minden egyes lengés során.

Ebben az esetben (amint az alábbiakban ezt bizonyítjuk is) a kinetikus energia alakja $mv^2/2$. Ha h magasságból ejtettük le az m tömegű labdát, akkor a megmaradás követelményét kifejező törvény így írható: $mv^2/2 = mgh$, vagyis $v^2/2 = gh$.

Tegyük fel, hogy az állítás h magasság esetén igaz.* Egy kicsivel nagyobb, $h + \mathrm{d}h$ magasságban is igaz marad. Ekkor a potenciális energiában bekövetkező megváltozás $g\mathrm{d}h$. Az előbbi esetben $v^2/2$-vel, most, a második esetben $(v + \mathrm{d}v)^2/2$-vel van dolgunk, mert a $\mathrm{d}h$ többlettávolság miatt a labda $\mathrm{d}v$ többletsebességre tett szert. Képezzük a két mennyiség különbségét:

$$(v + \mathrm{d}v)^2/2 - v^2/2 = v^2/2 + 2v\,\mathrm{d}v/2 + (\mathrm{d}v)^2/2 - v^2/2.$$

A két $v^2/2$-es tag kiejti egymást, a $(\mathrm{d}v)^2/2$ pedig elhanyagolható, mert $\mathrm{d}v$ értéke kicsi, a $(\mathrm{d}v)^2$ pedig valami kicsinek egy valami kicsivel való szorzata, ami valami szörnyen kicsi. Itt állunk a $2v\,\mathrm{d}v/2$ taggal. Nos, a feltételezésemmel következetes akkor és csak akkor maradok, ha $\mathrm{d}(hg)=v\,\mathrm{d}v$. Végigosztok mindent $\mathrm{d}t$-vel, így a $\mathrm{d}(hg)/\mathrm{d}t=v\,\mathrm{d}v/\mathrm{d}t$-t kapom. De a $\mathrm{d}(hg)/\mathrm{d}t$ megegyezik $g\,\mathrm{d}h/\mathrm{d}t$-vel, hiszen a g állandó. Mivel a $\mathrm{d}h/\mathrm{d}t$ az éppen a v sebesség, tehát a bal oldalon gv-t kapunk. A másik oldalon a $\mathrm{d}v/\mathrm{d}t$ áll, ami viszont a gyorsulás, és mivel gyorsulás ebben az esetben a gravitáció miatt lép fel, értéke egyenlő g-vel. Utolsó egyenletünk tehát a $vg = vg$ azonossághoz vezetett.

Abból indultunk, hogy Δh magasságból engedtünk szabadon esni egy testet, és eredményül a $gh = v^2/2$ nyilvánvalóságára jutottunk. Minden további Δh esetén is érvényes marad ez az eredmény. Így elfogadhatjuk, hogy tetszőleges értékű h esetén a $gh = v^2/2$ igaz.

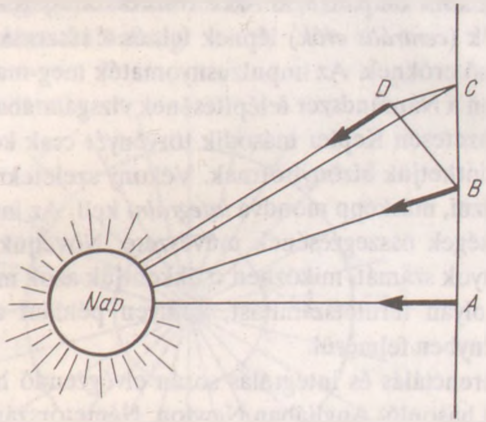
* WT: Semmi értelme kifogásolni ezt a nyilvánvalóan felületes módját a tétel bizonyításának. Szomorú tapasztalatom, hogy Teller Ede mindig beleugrik a következtetések levonásába, s csak utána néz körül, hogy hová is érkezett. Nem szimpatikusabb egy állhatatos csiga az időnként bűntudatos szöcskénél?

Kérdezhetjük, hogy mi lesz az energia sorsa, ha a labda visszapattanása a földről nem rugalmas. Amennyiben nem labda az, amit elejtek, hanem egy krétadarab, akkor az energia részben a kréta széttörésére fordítódik, részben hővé alakul. Minderről a 6. fejezetben fogunk beszélni. Pillanatnyilag tudunk már válaszolni arra a kérdésünkre: miért nem vagyunk folyamatos mozgásban? Rendelkezünk bizonyos mennyiségű mechanikai energiával. Az energia állandó, megmaradó. További energia magától nem keletkezik. Viszont vannak jelenségek, mint például a *súrlódás*, ami felemészti a mechanikai energiát, azaz megszünteti a látható mozgást.

Tulajdonképpen Kepler volt az, aki elsőként figyelt fel megmaradási törvényre. Éppen csak más nevet adott neki. Kepler második törvényét az *impulzusnyomaték megmaradásá*nak törvényeként tekinthetjük.

A második törvény azt mondja, hogy a Napot és egy bolygót összekötő egyenes vonalszakasz egyenlő időközökben egyenlő területeket söpör végig. Egyenletes körmozgás esetében ez nyilvánvaló. Ellipszis esetén az állítás nem magától értetődő. Tegyük fel, hogy egy bolygó egyenes vonal mentén halad állandó sebességgel, ami annak az esetnek felelne meg, hogy a Napnak nincs hatása a bolygóra. Figyeljük meg a két egymást követő azonos időközre vonatkozó két háromszöget: ezek alapja megegyező, és mivel az alapok ugyanazon az egyenesen vannak, a magasságok is megegyeznek. A két háromszög területe tehát egyenlő.

Csakhogy a bolygó nem egyenes vonal mentén halad. A *4-3. ábrán* berajzoltam a pályát, amelyen a bolygó *A*-tól *B*-n keresztül *D*-ig mozog, nem pedig *C*-ig. A sebesség megváltozásának iránya a Nap felé mutat, amint azt a vastag nyilakkal jelöltem. Látjuk, hogy az *NBC* háromszögnek és az *NBD* háromszögnek közös az alapja, éspedig az *NB* távolság. Az *N* betű a Napot jelenti. A két háromszög magassága is megegyezik, hiszen *DC* párhuzamos *NB*-vel. Így a két háromszögnek egyforma a területe. Viszont az *NCB* háromszög területe nemcsak az *NDB*, hanem az *NBA* háromszögével is megegyező. Így ezen két utóbbi háromszög területe is meg kell egyezzen, tehát bebizonyítottam Kepler második törvényét. (Tulajdonképpen csaltam most, mert a *CD* vonalnak a Nap irányába mutatónak és nem *NB*-vel párhuzamosnak kellene lennie. Elegendő kis időközre az ebből adódó hiba igen kicsi, a $(\mathrm{d}v)^2$ nagyságrendjébe esik, ezért elhanyagolható.)



4-3. *ábra* Elegendő mindössze annyit feltételezni, hogy egy bolygóra ható erő a Nap felé irányul, és a Kepler-féle felülettörvény bizonyítható.

A levezetésben sem a Nap vonzó hatásának a mértéke, sem az erő távolságfüggése nem jelent meg. Csupán azt használtuk ki, hogy az erő a Nap irányában hat. Ez abból következik, hogy a Napnak nincs forgatónyomaték-hatása a bolygókra. A forgatónyomaték az erő vektorának és a bolygó Naptól való távolságát reprezentáló vektornak a vektori szorzata. Mivelhogy ennek a két vektornak megegyezik az iránya (vagyis az általuk közrefogott szög zérus nagyságú), forgatónyomaték nem lép fel.

Az impulzusnyomaték definíciója a következő: az impulzus vektorát vektoriálisan megszorozzuk egy rögzített ponttól való távolsághoz rendelt vektorral. A rögzített pont esetünkben a Nap (ami közelítőleg pontszerű és közelítőleg rögzített). Megmutatható, hogy az impulzusnyomaték időbeli megváltozásának a mértéke megegyezik a forgatónyomatékkal, továbbá, hogy egy rögzített pont felé mutató erő estében az impulzusnyomaték egy meg nem változó mennyiség. Ebből látható, hogy *Kepler második törvénye* egyszerűen a forgatónyomaték megmaradása.

Nem különösebben nehéz általánosítani az impulzusnyomaték megmaradásának tételét arra az esetre, ha tetszőleges számú részecske közt csupán a két-két részecskét összekötő vonal mentén ható erők (*centrális erők*) lépnek fel, és a részecskék nincsenek alávetve külső erőknek. Az impulzusnyomaték meg-maradásának fontos szerepe van a Naprendszer felépítésének vizsgálatában.

Természetesen Kepler második törvényét csak keskeny háromszögekre tekinthetjük bizonyítottnak. Vékony szeletekre, amelyeket végül összegezni, másképp mondva *integrálni* kell. Az integrálás az igen kis mennyiségek összegzésének művészete. Növeljük az összeadandó tartományok számát, miközben csökkentjük azok méretét. Így lehet elvégezni olyan területszámítást, amilyen például a második Kepler-féle törvényben felmerül.

A differenciálás és integrálás során elvégzendő határértékképzés folyamata hasonló. Angliában Newton, Németországban Leibniz egymástól függetlenül jutottak el gondolatáig. Továbbá, a differenciálás és az integrálás *inverz művelet*ek, vagyis az integrálás meg nem történtté teszi a differenciálást, és fordítva, éppúgy, amint mondjuk a 3-mal való osztás visszacsinálja a 3-mal való szorzás következményét.

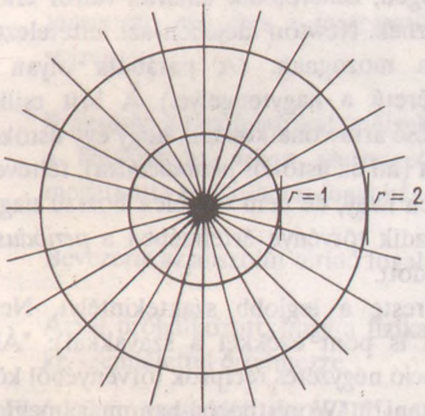
Eredeti számításaiban Newton feltételezte, hogy a Nap és a bolygók tömege középpontjukban van koncentrálva. Természetesen a Föld tömege egy gömbben (nos, nem éppen szabályosban) oszlik el. Newton be akarta bizonyítani, hogy elvégzett munkája* azzal, hogy a tömeget a test középpontjába helyezte, nem vált hiábavalóvá. Ez végül sikerült, de csak bonyolult számításokkal tudta ezt bizonyítani. Mi egyszerűbb úton járunk ezen nehézség leküzdése során, de ezt az utat csak sok évvel Newton halála után fedezték fel. Ez az egyszerű út nem más, mint a *Faraday*-féle *erővonalak* használata.

Faraday feltételezte, hogy az erővonalak a végtelenből indulnak, és csak tömegpontokon végződnek. Mégpedig a vonzó test

---

* A Woolsthorpe-ban megfogalmazott gondolatok és a híressé vált cambridge-i professzor közleménye közti sok év részben ilyen aggodalmaktól volt terhes.

tömegével arányos a rajta végződő erővonalak száma.* A probléma, ami Newtonnak gondot okozott, most egyszerűvé válik. A bolygók (majdnem) gömbalakúak, szimmetrikusak, az erővonalak a középpontra nézve szimmetrikusak. Mindegy, hogy a tömeget pontszerűnek tekintjük vagy gömbszimmetrikus héjakban szétosztottnak, erővonalképeikben nincs különbség.



4-4. ábra A körök gömböket képviselnek; a belső gömb felülete 4π, a külsőé 16π. Azonban a vonzás központjából kiáramló vonalak mindegyike metszi mindkét gömb felületét.

Képzeljünk el egy vonzó centrumot. Ezen centrum vonzása következtében az $1/r^2$-es törvénynek megfelelő erőt szemléletessé tehetjük a centrumból kiáramló vonalakkal. Mivel az erő minden irányban ugyanakkora, ezért a vonalak szögsűrűsége egyenletes. Az erő nagyságát egy tetszőleges helyen úgy kapjuk meg, hogy megnézzük, egységnyi felületet hány vonal metsz. Nézzünk egy példát: ha a vonzási centrum körül egy 1 és egy 2 sugarú gömbfelületet rajzolunk a *4-4. ábra* szerint, akkor, bár a felület (a gömb felülete: $4\pi r^2$) 4π-ről 16π-re növekszik, az erővonalak száma ugyanaz marad.

* Valójában nem a gravitációval, hanem hozzá hasonló problémával, az elektromossággal és mágnesességgel kapcsolatban foglalkoztatták ezek a gondolatok.

Tehát az erő arányos az 1/4 -vel, illetve az 1/16 -dal, vagyis az $1/r^2$-es törvény érvényesül.

Kepler törvényei közül az elsőre volt legnehezebb rájönni, és bizonyítani is a legnehezebb volt. Még Newtonnak is nehézséget okozott. Van is egy történet erről, ami, szemben a Newtonról elterjedt legtöbb történetről, igaz is.

Az üstökösök, amelyek látványos látogatóként nagy ritkán feltűnnek a csillagos égen, ismereteink határán túlról érkeznek, és nem tudjuk, hová távoznak. Newton idejében azt feltételezték róluk, hogy parabola pályán mozognak. (A parabola olyan ellipszis, amelynek végtelen méretű a nagytengelye.) A brit csillagásznak, Halleynek volt egy sejtése arra vonatkozóan, hogy egy üstökös milyen időközönként tér vissza (mi az üstökös *periodicitás*a), feltéve, hogy az üstökös pályája bár igen nagy, de nem végtelen hosszú nagytengelyű ellipszis. Kepler harmadik törvénye értelmében a *periódusidő*re így valóban nagy érték adódott.

Halley felkereste a legjobb szaktekintélyt, Newtont és megkérdezte (ha nem is pont ezekkel a szavakkal): "Állítólag a parabolapálya a gravitáció négyzetes reciprok törvényéből következik. Tudja ön ezt bizonyítani?" "Woolsthorpe-ban már megtettem" – felelte Newton. Halley szerette volna következő napra megkapni a bizonyítást. Eljött a következő nap, de a bizonyítás nem jött meg vele. Newton képtelen volt felidézni saját bizonyítását. Végül két hét múltán készült el újra a bizonyítással és adta át Halleynek.

A történetnek két következménye lett: az egyik hosszú időt igényelt, a másik rövidebbet. A hosszú idő múltán bekövetkezett történés azzal kapcsolatos, hogy Halley megjósolta egy fontos üstökös visszatértét. A jelzett időben az üstökös megérkezett, de ez a jelzett idő olyan távoli volt, hogy addigra Halley már meghalt. Viszont illő módon az üstökös ma Halley-üstökös néven szerepel.

A rövidebb történet a fontosabb. Állítólag, ami Halleyvel kapcsolatban megesett Newtonnal, az felzaklatta őt. Ettől kezdve úgy érezte, mindent le kell írnia. Ez az elhatározás vezetett az Eukleidész óta legfontosabb könyvnek a megszületéséhez. A könyv címe: *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, vagy röviden: *Principia*

(*A természetfilozófia matmetikai törvényei*). Tartalma forradalmasította a természettudományt, többnyire (bár nem minden esetben) nem is változtatott rajta az azóta eltelt több mint három évszázad.

Ez a könyv:

Bizonyította, hogy *egy* a törvény a világmindenségben.

A fizika és matematika közt szilárd kapcsolatot teremtett, megadva a matematikának az őt megillető szerepet.

Száműzte a gondolatokat, melyek akörül forogtak, hogy a hatások az űrben szerteszét lépnek fel, ehelyett megalkotta a távolhatás fogalmát.

Bevezette az abszolút téridő fogalmát.

Azzal próbálkozott, hogy a fizikai jelenségeket részecske-szemlélettel értelmezze.

Első két propozícióját ma is elfogadjuk. A további hármon változtatott némileg az utóbbi egy vagy két évszázad.

A *Principia* szegény Newtonból szupertudóst csinált. Newton hatalmas munkát végzett, lendülete mégsem csillapodott. Főnöke lett a Pénzverdének. Foglalkozott alkímiával. Írt teológiai tanulmányokat. (Hallottam egy ifjú emberről, aki Newtont nem természettudósként, hanem teológusként ismerte.)

Vajon más lenne-e a ma fizikája, ha Newton nem lett volna? Az én válaszom: NEM. Amit ő tett, briliáns módon tette. De a gondolatok, amelyeket megnyugtató módon végső formájukba öntött, a kor levegőjében voltak.

Véleményem szerint igazi változást Kepler hozott. Ellipszisei nélkül az ember égről szőtt gondolatai még hosszú éveken keresztül zavarosak maradtak volna.

Úgy tűnik, Newton a saját szerepét jobban megértette, mint kortársai az övét. Kisgyermekhez hasonlította magát, aki a fel nem tárt tudás végtelen tengerének partján néhány szép kagylót lelt. Ezek az örökségül ránk hagyott kagylók sokkal szebbé váltak a kezében, mint meglelésükkor voltak.

KÉRDÉSEK

4-1. Az Arkhimédész–Galileo-féle kérdés a következő: adott két megegyező súlyú, azonos sugarú gömb: az egyik alumíniumból készült és tömör, a másik belül üreges és aranyból készült. Hogyan különböztessük meg őket?

4-2. Akárcsak Newton tette, képzeljünk el egy almát, amint kering a Föld körül. Hogyan függ az alma Földtől mért távolságától az az idő, ami alatt az alma egyszer kerüli meg a Földet? Vagyis inkább: milyen magasan kell lennie az almának ahhoz, hogy 24 óra alatt tegyen meg egy fordulatot a Föld körül? Ebben az esetben, ha az alma történetesen éppen az Egyenlítő felett van, akkor a Földről nézvést egy helyben lévőnek látszik egész idő alatt.

Az ilyen körülmények közötti szatelitek elnevezése *geostacionárius műhold*. Ezek rádióhullámok és televíziós jelek közvetítésére alkalmasak. Érdemes megjegyezni, hogy ha a Föld tömege egyenletesen oszlana meg ezen előbbi sugáron belül, és változatlanul 24 óra lenne a tengely körüli forgásidő, akkor a gravitációs vonzás nehezen tudna a felület mentén a centrifugális erő ellen hatni, s az árapály végzetes lenne.

5. FEJEZET

"HYPOTHESES NON FINGO"

Newton szemében a gravitáció tényekből állt.
Einstein tízéves munkával megmutatta, hogy
a gravitáció nem más, mint geometria,
mégpedig a négydimenziós görbült térben.
Ezt a teret látni nem lehet, elképzelni nem könnyű,
de ha valaki csak egy részét is megérti,
az a logika gyönyörű alkalmazásával
ismerkedik meg.

Ennek a fejezetnek a címe Newton egy kevély kijelentése: "Hipotéziseket pedig nem gyártok!" Több mint két évszázaddal a megjelenése után Einstein megremegtette a Principia rendíthetetlennek vélt építményét. Egy apró kérdésben azonban egy hipotézissel kellett élnie. És ez hihetetlenül gyümölcsözőnek bizonyult.

Emlékezünk, ugye, arra az állításra, hogy a $(ct)^2 - r^2$ mennyiség invariáns? Ez az állítás veti meg a tér és idő geometriájának korszerű alapjait. Ellentétben áll ez azzal a newtoni *ténnyel**, hogy az idő mindenütt egyformán telik, az időt a tér nem befolyásolja, az idő és a tér nincs kapcsolatban.

---

* A tény egy mindenki által elhihető egyszerű állítás. Mindaddig, amíg nem találtatik bűnösnek, ártatlan. A hipotézis olyan újszerű gondolat, amit senki sem akar elhinni. Mindaddig bűnös színekben tűnik fel, míg hatékonynak nem bizonyul.

A már ismert módon eljátszhatunk egy Einstein által bevezetett további invariánssal. Ez az invariáns három megmaradási tételt: a tömeg, az energia és az impulzus megmaradását foglalja egyetlen törvénybe. Az új invariáns az $E^2 - (cp)^2$. E-vel a zárt rendszer energiáját, p-vel az impulzusát, azaz a sebesség és tömeg szorzatát jelöljük (c a fénysebesség). Kifejteném, mi is ez az invariáns.

$E^2 - (cp)^2 = (m_0c^2)^2$, ahol m_0 a rendszer tömege. Elmagyarázom röviden, mit jelent az m_0-ban az alsó indexként megjelenő "0".

Tudnunk kell, hogy egy egyenletben az egyes tagok hasonló mennyiségek, azonos mértékegységgel mérhetők. Azt már megbeszéltük, hogy egy részecske kinetikus energiájának kifejezése: $(mv^2)/2$. Ebből látszik, hogy az energia *dimenziója*: (tömeg)×(sebesség)×(sebesség). A cp ugyanolyan mennyiség, mint az E, természetesen az m_0c^2 is épp olyan.

Láttuk az első invariánsunkban, a $(ct)^2 - r^2$-ben, hogy a különböző megfigyelőkhöz különböző r tartozik. Ebben semmi meglepő nem volt. A meglepő az volt, hogy a különböző megfigyelők számára az idő különbözött. Ez a különbözőség csak akkor volt észlelhető mértékű, ha a sebesség igen nagy volt. Új invariánsunkkal hasonló a helyzet. Az r szerepét most átveszi a p; az r egy háromkomponensű vektor volt, most a p egy vektor, melynek három komponense a p_x, a p_y és a p_z, vagy az mv_x, az mv_y és az mv_z. Az idő helyett pedig most az energia szerepel. Minden eseményt négy szám jellemez: x, y, z és t, azaz minden eseményhez egy négydimenziós vektor tartozik. Természetesen ha változnak a megfigyelés körülményei, akkor az eseményvektor x, y, és z része a t résszel együtt változik meg. Mindez érvényes E-re és p-re is, amelyek együtt ugyancsak egy négydimenziós vektor komponensei. Mennyiben függ ennek a vektornak az E része és mennyiben a p rész a megfigyelőtől? Példának okáért tegyük fel, hogy én egy repülőgépen utazom, és velem van a töltőtollam. Ekkor a toll impulzusa az én számomra zérus. Ha történetesen kihajítom az ablakon a tollamat, akkor ennek a tollnak az impulzusa igen nagy annak a megfigyelőnek a számára, aki legyen, mondjuk, egy ejtőernyős (akinek a sebessége megegyezik a levegőével, mivel abban lebeg). Legjobb, ha az ejtőernyős kitér a toll elől, különben az komoly sérülést okozhat neki. Tiszta sor: különböző megfigyelők számára különböző az impulzus.

Mi a helyzet az E-vel? Megváltozik-e, ha más a megfigyelő? Tegyük fel, hogy zérus az impulzus, vagyis a saját koordináta-rendszeremben az általam megfigyelt rendszer nyugalomban van, azaz $v = 0$. Ekkor egyenletünk így alakul: $E^2 = (m_0c^2)^2$, vagyis $E = m_0c^2$. Ez egy agyonreklámozott egyenlet. Láthatják, hogy m_0 a nyugalomban lévő tömeget (szokás *nyugalmi tömeg*ként emlegetni) jelenti, ezért tettük a "0"-t az alsó indexbe.

Most tegyük fel, hogy a megfigyelt rendszerhez képest v sebességgel mozgok. Ekkor az impulzus: $p = vm_0$, az E energia pedig úgy változik meg, hogy az m_0c^2 *nyugalmi energiá*hoz hozzáadódik az $m_0v^2/2$ kinetikus energia: $E = m_0c^2 + m_0v^2/2$. Most hát az egyenletünk így alakul:

$$(m_0c^2 + m_0v^2/2)^2 - (cvm_0)^2 = (m_0c^2)^2.$$

Helyes-e ez az egyenlet? Az ellenőrzéshez végezzük el az első tag négyzetre emelését. Ekkor ezt kapjuk:

$$(m_0c^2)^2 + m_0{}^2v^4/4 + 2(m_0{}^2c^2v^2/2).$$

Az $(m_0c^2)^2$ kiesik az egyenletből, mert ugyanez a kifejezés az egyenlet másik oldalán is szerepel. A $c^2v^2m_0{}^2$-et kiejti az impulzusból adódó ugyanilyen kifejezés. Az $m_0{}^2v^4/4$ tag megmarad. Az egyenlet nem stimmel.

Hol követtünk el hibát? A hiba ott volt, hogy a kinetikus energiát $m_0v^2/2$ alakban írtuk fel. Ugyancsak hibáztunk, amikor p helyébe vm_0-t írtunk. Einstein szerint ezek így nem igazak! Szerinte a mozgó megfigyelő számára az E is és p is megváltozik éppúgy, mint a t és az r. Ezt úgy juttatta érvényre, hogy az m_0-tól különböző, sebességtől függő *m tömeg*et vezetett be:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}},$$

amely m tömeget az $m = E/c^2$ összefüggés határoz meg. Az impulzus ezután $p = mv$-ként adódik, és kiderül, hogy *ez az m* nagyobb m_0-nál.

Nem nehéz belátni, hogy c-nél sokkal kisebb v-k esetén Newton megállapításai – igen jó közelítéssel – helyesek maradnak. Természetesen $m_0^2v^4/4$ értéke a többi taghoz képest igen kis érték, amennyiben a v értéke messze elmarad c-hez képest. Általában ez fennáll, így az abból adódó hiba, hogy a *kinetikus energiát* az $m_0v^2/2$-vel vesszük figyelembe, olyan kicsi, hogy nem is észleljük. Ugyanez a helyzet szokásos körülmények közt a t különbözően megfigyelt értékeivel. Természetesen ha a sebesség történetesen igen nagy (azaz majdnem olyan nagy, mint c), akkor E értéke az m_0c^2-hez képest nagy lesz, és E közelíthető cp-vel.

Szeretem az energiának és az impulzusnak az előbbi leírását, mert egyszerű. Annyiban egyszerű, hogy három megmaradási törvényt egyesít.

Egyrészt tételezzük fel, hogy a sebesség kis értékű ($v \ll c$). Másrészről tegyük fel, hogy egy bizonyos megfigyelő számára az energia megmaradása és az impulzus megmaradása igaznak bizonyul. Az invariancia azt jelenti, hogy ezek a megmaradási törvények valamennyi megfigyelő számára fennállnak. A négydimenziós vektor minden komponense megmarad. Egy új koordináta-rendszerben (azaz egy másik megfigyelő számára) a vektor új komponensei a régiek kombinációjából állnak elő, tehát éppúgy megmaradók. A megmaradási törvény a vektorra magára is fennáll. Ezt úgy is ki lehet fejezni, hogy az energiamegmaradás az impulzus megmaradása nélkül önmagában nem általános érvényű és viszont.

Most hát Einstein relativitáselméletét eredeti célján – a tér és idő leírásán – túl, új céllal, kiterjesztettük az impulzus és az energia leírására. De Einstein ennél többet tett. Nem csupán újradefiniálta ezeket a Newtontól eredő viszonylag egyszerű fogalmakat, azzal is megbirkózott, hogy azt a nagyszerű elméletet, amelyet Newton az általános gravitációról megalkotott, szokatlan, racionális (legtalálóbb az ő saját kifejezése), "geometriai" alapra helyezze. Newton kísérletekkel megállapított $1/r^2$-es törvényét helyettesítendő, Einstein egy valóban merész szellemi kalandba fogott. A négydimenziós téridő geometriájában kifejtette, hogy a gravitáció szükségszerűen következik a négydimenziós *téridő görbültség*éből!

Most a felvetett téma nyilvánvalóan legnehezebb részéhez érkeztünk. Mielőtt bárki eltökélné, hogy nagy ívben elkerüli azt, ami most következik, el kell mondanom a belőle származó előnyöket. Először is: rövid lesz. Ugyanis nem azt szeretném, hogy teljesen megértsék a mondandómat. Azt gondolom, elég, ha benyomást szereznek arról, amit most majd elmondok. További előnye a dolognak, hogy egyszerű (legalábbis nekem). Nem szabad figyelmen kívül hagyniuk ezt a megjegyzést: "legalábbis nekem". Egyszerű, mert további dolgok megértését megkönnyíti. Nehéz viszont, mert szokatlan. Aki még nem értette meg az *általános relativitáselméletet* (így nevezi Einstein a gravitáció elméletét), az hasonló ahhoz az emberhez, aki a Földet laposnak véli. Végül is laposnak látja, és ha kerek lenne is, hogyhogy nem potyognak le az aljáról az emberek? A nyilvánvaló –már tudniillik, hogy lapos– bizonyosságától elszakadva elfogadni a szokatlant –tudniillik, hogy kerek–, nem könnyű, de megéri. A megértéssel járó nehézségek leküzdéséért jutalmul egyszerűbb kép tárul elénk.

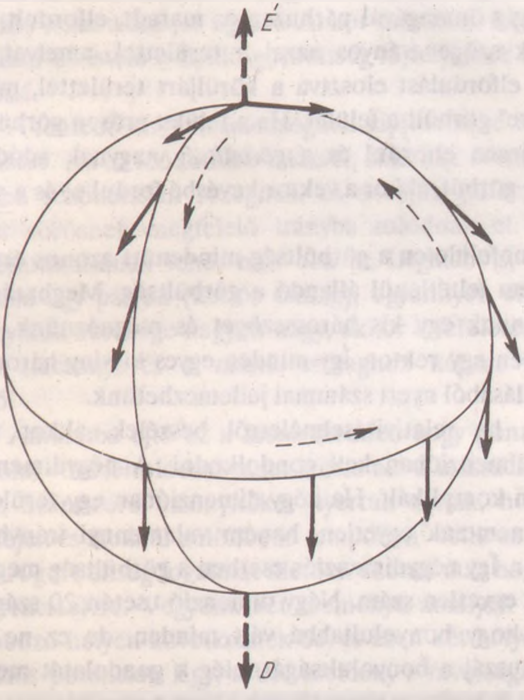
A gravitáció elemzésekor megjegyeztük, hogy a gravitációs erő arányos a tömeggel, továbbá, hogy a gyorsulást úgy kapjuk meg, hogy az erőt elosztjuk ugyanezzel a tömeggel. Tehát a nehézségi gyorsulás minden testre nézve ugyanakkora. Ez az állítás hihetetlen pontosságig érvényes. Vajon miért?

Aki most éppen olvassa ezt a könyvet, az bizonyára üldögél. Ha, teszem azt, én azt állítom, hogy nem a Föld vonzása miatt nehezedik a székébe, hanem azért, mert egy felfelé gyorsuló rakétán van a szék, attól még, ha elejt egy tárgyat, az pontosan ugyanolyan gyorsulással fog esni, mint az előző esetben. A rakétamotor okozta gyorsulás és az eső tárgy gyorsulása éppen közömbösítik egymást. Valóban, más módon nem lehet megbizonyosodni afelől, hogy nehézségi erőtérben van-e valaki vagy gyorsul, csak úgy, hogy kinéz az ablakon és megállapítja, hogy a Földhöz képest nyugalomban van-e. Azt a sejtést, hogy a gyorsulásnak és a vonzásnak a hatása ugyanaz, *ekvivalenciaelv*nek nevezzük. Ez az ekvivalenciaelv az általános relativitás lényege.

Sajnos ezek a gyorsulások csak egy kis kiterjedésű térbeli tartományban tűnnek egyszerűnek. Egy zuhanó liftben szabad, vonzásmentes térben érezhetem magam. Azonban ennek a lebegő függetlenségnek néhány másodpercnyi élvezete után kiadós ütközést kell elszenvednem. Pályán keringő űrhajósként sem érzek gyorsulást (mivel a kabin és jómagam ugyanazon a pályán vagyunk). Akár azt is gondolhatnám, hogy egy helyben állok vagy talán egyenes irányban egyenletesen haladok. De ha kitekintek az ablakon, meggyőződök afelől, hogy egyik esetről sincs szó. A Föld egyik pontján én, a barátom meg a Föld túloldalán, ugyanabban a pillanatban nem gondolhatjuk, hogy a talaj gyorsul alattunk felfelé, hacsak nem feltételezzük, hogy a Föld felrobbant. A gond tehát az, hogy a *korlátos tartomány*ban hasznosnak bizonyult ekvivalenciaelvet hogyan tudjuk a *kiterjedt tartomány*ban érvényes koherens világképpel összeegyeztetni.

Hasonló probléma merül fel a *gömbi geometriá*ban, ha valaki azzal próbálkozik, hogy a Föld felületét csupán két dimenzióban írja le. Egy kis környezetben elképzelhetjük, hogy egy síkon – az érintő síkon – mozgunk. De az egészet tekintve, a felületnek a síktól lényegesen eltérő tulajdonságai vannak. Mit kell tekintenünk egyenes vonalnak? Olyan vonalat, amely mentén irányváltozás nélkül haladhatunk. Ezenkívül egyenes mentén kell adódnia a két pont közötti *legrövidebb út*nak is. A Földön egyenes vonalnak egy *főkör* felel meg. Ezek a gömbön felvett "egyenes vonalak" minden esetben metszik egymást. Ebben a geometriában nincsenek párhuzamos egyenesek. (A szélességi körök nem egyeneseknek felelnek meg. Ha ezeken mozgunk, akkor két pont között nem a legrövidebb utat tesszük meg.)

A nagy matematikust, Gausst roppantul érdekelték ezek a problémák. Geometriai megfontolásokat végzett különböző görbültségű felületekkel kapcsolatban. Ekkortájt, a tizenkilencedik század elején egy ifjú matematikus, Riemann, aki Göttingában professzor akart lenni, azzal állt elő, hogy bárhány dimenziójú görbült tér felületeiről tartana előadást. Gauss buzgón beleegyezett. Riemann előadása kitűnően sikerült. Ez szolgált a gravitáció Einstein-féle "geometriai" magyarázatának alapjául.



5-1. ábra Az északi pólustól indulva a szaggatott nyilakkal jelölt út mentén vezessünk végig a felületen egy következetesen a déli pólus felé mutató vektort: először lefelé az Egyenlítőig, majd az Egyenlítő mentén, végül vissza az északi pólusig.

Ez előtt azonban némi ismereteket kell szereznünk a kétdimenziós *görbült geometriában*. Nézzük az *5-1. ábrát*! Képzeljük el, hogy az északi póluson elhelyezek egy Dél felé mutató vektort. Elindulok ezzel a vektorral az északi pólusról Dél felé, állandóan önmagával párhuzamosan, tehát Dél felé mutatóan tartva a vektort. Elérem az Egyenlítőt. Ezután az Egyenlítő mentén megteszek 10 000 kilométert úgy, hogy a cél felé mutató vektort önmagával párhuzamosan mozdítom el. Végül Észak felé megyek egészen az északi pólusig (persze a Dél felé mutató vektort közben önmagával párhuzamosan tartom).

Micsoda meglepetés! A vektor annak ellenére, hogy az út során mindvégig önmagával párhuzamos maradt, elfordult. A vektor elfordulásának szöge arányos azzal a területtel, amelyet a vektor körüljárt. Az elfordulást elosztva a körüljárt területtel, megkapjuk, hogy "mennyire" görbült a felület. Ha a felület erősen görbül, akkor a vektor erőteljesen elfordul és a *görbültség* nagynak adódik. Ha a felület enyhén görbül, akkor a vektor kevésbé fordul el és a görbültség értéke kicsi.

Gömbfelületen a görbültség mindenütt azonos értékű. Más felületeken nem feltétlenül állandó a görbültség. Meghatározásához körül kell járnunk egy kis háromszöget és megnéznünk, mennyire fordul el közben egy vektor. Így minden egyes kicsiny háromszöget a vektor elfordulásából nyert számmal jellemezhetünk.

Nos, ha relativitáselméletről beszélek, akkor nem két, hanem négy dimenzióban kell gondolkodni. A négydimenziós görbültség nagyon komplikált. Ha négy dimenzióban egy területet járok körül, akkor nemcsak egyetlen, hanem valamennyi irányban elfordulhat a vektor. Így négydimenziós esetben a görbültség megadásához nem elegendő egyetlen szám. Négy dimenzió esetén 20 szám szükséges. Látható, hogy bonyolultabbá vált minden, de ez ne rémítsen senkit, nem muszáj a bonyolultságát, elég a gondolatát megérteni a görbültségnek! Rövidesen visszatérünk ehhez a gondolathoz.

Ahhoz, hogy szemléltessük az ilyesfajta gondolatok figyelemre méltó következményeit, olyan példát kell keresnünk, amelyben az idő szerepet játszik. Ugye emlékszünk még az 1. fejezetbeli utamra az Andromédához? Én magam mindössze egy évet öregedtem, miközben a Földön maradtak négymillió évet. Megállapítottuk, hogy ennek az időkülönbségnek az oka csupán az, hogy visszafordultam az Andromédánál. A fordulás közben ugyanis egy nagyon nagy mértékű gyorsuláson mentem keresztül, ami az ekvivalenciaelv értelmében annak felel meg, hogy egy óriási vonzó test hatott rám. Eközben az idő a Földön sokkal gyorsabban telik, mint az én időm. A Földön (megfelelően annak az elképzelésemnek, hogy a lábaim alatt a

Földdel ellenkező irányban egy nagy vonzó tömeg van) a gravitációs potenciál nagy kell hogy legyen. Úgy tűnik, a nagy gravitációs potenciállal az idő múlásának felgyorsulása, kicsi gravitációs potenciállal az idő lelassulása jár együtt. Akkor merültek fel ezek a gondolatok, amikor Einstein a téridő-görbültség rejtélyeinek kibogozásához fogott hozzá.

A fentebb tárgyalt jelenségnek sajátos neve van: *gravitációs vöröseltolódás*. Ha az idő múlása lelassul, akkor az atomok elektronjai alacsonyabb rezonancián rezegnek, és a rájuk jellemző spektrumvonalak a vörösnek megfelelő irányba tolódnak el. A spektrumvonalak eltolódásának lehet más oka is. Legalábbis, ha két csillag együtt halad egy pályán (kettős csillag), ugyanilyen eltolódás léphet fel. Ha egyikük sűrűsége nagyon nagy, akkor a felületen a gravitációs potenciál alacsony, és a másik csillaghoz képest vöröseltolódás észlelhető.

Ámulatba ejtő az a kiemelkedően nagy pontosságú mérés, amely a földi vöröseltolódást támasztotta alá a massachusettsi Cambridge-ben. Számszerű bizonyítékát nyertük annak, hogy a Harvard Tower tetején és lábánál különböző tempóban* telik az idő.

A görbültség fogalmát illetően ezután már hagyatkozhatunk az ekvivalenciaelvre. Vegyünk két eseményt, amelyek egyidejűek, de két különböző helyen következnek be, és ezen két helyen kissé eltérő a gravitációs potenciál. Egy, a két esemény r távolságából és a t-ből kialakított vektort egy zárt görbe mentén körbeviszek. Tulajdonképpen nem is egy zárt görbe mentén mozgok a vektorral, hanem két különböző pálya mentén, de amely pályák kezdő és végpontjai egybeesnek. Ez egyenértékű egy zárt görbe körüljárásával. Legyen az egyik útvonal az, hogy egy rövid várakozás után a vektort egy méterrel lejjebb visszük. A másik útvonal: a vektor egy méterrel való lejjebb vitelét egy rövid várakozás követi. A vöröseltolódás következtében a két "rövid várakozás" nem ugyanarra az eredményre vezet. A kétféle módon elmozdított vektorok különböző irányba fognak mutatni. A

---

* Az eltérés messze kisebb annál, semhogy a tanév hosszán változtatásokat kéne bevezetni.

vektorok különböző módon való elmozdulása után a két pálya megfelelő végpontjai közt különböző lesz az időeltérés (az időeltérés a pálya kezdőpontjai közt zérus, mert két egyidejű eseményből indultunk ki). Négydimenziós terünk görbült.

Úgy találtuk az előzőekben, hogy a gravitáció jelensége erővonalakkal jellemezhető. Azt is megállapítottuk, hogy ezek az erővonalak nem végződnek sehol másutt, csak olyan térrészben, amelyben tömeg van jelen. Ebből következik, hogy egy üres térrészbe belépő erővonalak száma megegyezik az onnan kilépővel.* Ha a tér görbült, és az elrendezés gömbszimmetrikus, akkor az $1/r^2$ törvény érvényes. Itt most nem tudjuk részleteiben megmutatni az erővonalképnek és a tér görbületének ezt az összefüggését. De az eredményekre vázlatosan rá tudunk mutatni.

Einstein általános relativitása, azaz gravitációs elmélete különösen fontos a *szupernóvák*, *neutroncsillagok* és *fekete lyukak* elméletében.

A geometriai tér ott görbült, ahol a gravitációs mező nem egyöntetű. A görbültség nemcsak pont ott lép fel, ahol tömeg (amely a görbültség okozója) van jelen, hanem a tömeg környezetében is. Az előzőekben megismert vöröseltolódás az a törvény, mely szerint szabad térben a belépő és kilépő erővonalszám megegyezik. Ebből az $1/r^2$ törvény már következik, ha elfogadjuk Einstein ekvivalencia-hipotézisét (a gyorsulás és a gravitáció ugyanaz), és megvan a bátorságunk ahhoz, hogy világunkat necsak négydimenziósnak fogadjuk el, hanem görbültnek is. Einstein magától értetődő és csodálatos egyszerű sejtése, hogy a tömeg (és a tömeggel kapcsolatos fizikai valóság) összekapcsolható a görbültséggel. Máig sem tudott senki ennél a sejtésnél jobbat kitalálni.

Az előzőek érvényességét bizonyítja a Kepler-törvény egy különös módosulása: a Merkur nem ellipszispályán, hanem *rozetta* mentén kering. Említettük már, hogy a tér görbültségéből az $1/r^2$ -es törvény következik. Ez egy olyan törvény, amely a Naptól kellő távolságban jut érvényre. A Merkur a Naphoz legközelebb lévő

* A 4. fejezetben az $1/r^2$-es törvény levezetésénél használtuk ki ezt.

bolygó, és ennél a Naptól mért távolságnál a tér görbültsége a Merkur pályájának csekély megváltozását idézi elő.

Súlyos test környezetében a fény viselkedését is a tér görbültségével magyrázhatjuk. A fény ugyanis elhajlik, amint elhalad a Nap közelében, pontosan annak megfelelően, ahogy azt az általános relativitáselmélet állítja.

Az említett alig észlelhető jelenségeken túl egy igazán látványos jelenséget is megérthetünk. A szupernóvákra gondolok.

A szupernóva egy nagytömegű csillag, mely fejlődése végén összeroppan, és annyi fényt sugároz, mint egy egész tejútrendszer. Az összeroppanás eredménye a neutroncsillag, aminek a sűrűsége akkora, mint az atommagé. A *kollapszus* során gravitációs energia szabadul fel, amely átalakítja a csillag külsejét. Ennek az átalakulásnak része a látható fény.*

A történelem során az első feljegyzett szupernóvát 1054-ben a kínai császár csillagásza figyelte meg. Pontos feljegyzéseket készített a fényességéről és pozíciójáról, így ismerjük ennek a szupernóvának a helyzetét. Ha keressük az égbolton ezt az egykori szupernóvát, akkor maradványaként a Rák-ködöt találjuk, ami igen nagy kiterjedésű. Közepében egy rendkívül halvány csillag látható, feltehetően ez volt az eredeti csillag. Ennek a csillagnak a sűrűsége 10^{14} -szer akkora, mint a vízé. Ez a csillag egy pulzár, fordulatszáma másodpercenként 30. Szeretnénk tanulmányozni. Nagy sűrűsége következtében a Newton-féle gravitációs elmélet – amely csupán közelítés, csak gyenge terek esetén használható – nem kielégítő. Einstein elmélete elfoglalja hát az őt megillető helyet.

Talán Betlehem csillaga is szupernóva volt. Az utolsó nagy szupernóvát 1989 februárájában figyelték meg. Százezer fényév távolságban, a Tejúthoz közeli Nagy Magellán csillaghalmazban villant fel.

A legnagyobb összeroppanások eredményei a fekete lyukak. Egy fekete lyuk a vonzóképessége akkora, hogy semmi, még a fény-

---

* A fény a felszabadult energia (aminek legnagyobb része alig, bizonyos része sehogy sem detektálható) töredéke.

sugár sem tudja őt elhagyni. Ezért mondjuk, hogy fekete. És lyuknak nevezzük, mert mindent elnyel, ami a közelébe kerül, akárcsak Boojum.*

Bizonyára nem mindenki ért egyet velem abban, hogy mindez egyszerű. De a lényeg az, hogy a valóság egy része – a gravitáció – visszavezethető a geometriára**, egy olyan fogalomra, ami önmagában egyszerű.

Van aki zavartnak érzi ezután magát. Aki először vagy másodszor találkozik ezekkel a gondolatokkal, vagy akár huszadszor gondolkodik el felőlük, az kell is, hogy elkábuljon! A kábaság nem rossz dolog. Az első lépés a megértés felé. Aki egy ilyen témától nem zaklatódik fel, az képzeli csak azt, hogy mindent megértett. Nem gondolkodik tovább. Aki zavartnak érzi magát, az tisztában van vele, hogy még nem érti a lényeget. Amíg meg nem látjuk, hogy mennyire érdekes, és nem élvezzük, hogy milyen ötletes valami, addig a megértés felé el sem indultunk.

Aki vígasztalan, hogy nem mindent értett meg, annak hadd mondjam el, hogy Einstein nem a relativitáselméletért kapta meg a Nobel-díjat, hanem egy 1905-ben (abban az évben, amikor a relativitásról csak publikálni kezdett) született gondolatáért. Eszerint a fény, amelyet addig hullámnak véltek, úgy viselkedik, mintha részecskékből állna. Ezért a különös, de egyszerű megállapításért megkapta a legmagasabb elismerést, amit fizikus kaphat.

---

* Lewis Carroll bizarr humorú badarversének, A *The Hunting of the Snark*nak egy szereplője. (A snark egy képzeletbeli állat *A snark vadászat* című versben.)

** TE nem igen vallja be, hogy ez a geometria ugyancsak masszív! Fizikusok számára a matematika csupán eszköz, ezért nem ismerik el, hogy bonyolult lenne.

KÉRDÉSEK

5-1. 1054-ben a kínai császár csillagászának nem állt rendelkezésére fényérzékeny lemez vagy egyéb olyan eszköz, amivel a ma csillagászai a csillagok fényességét megállapítják. Az általa megfigyelt szupernóva fényességcsökkenésének mértékéről mi módon szerzünk ma tudomást?

5-2. Becsüljük meg a Nap hatására bekövetkező fényelhajlás mértékét azzal a feltételezéssel, hogy a fény c sebességgel mozgó részecskékből áll és a gyorsulás az $1/r^2$-es törvényt követi! (A valósagban, a tér görbültségét figyelembe vevő számításokkal összhangban, az elhajlás megközelítően kétszer nagyobbnak bizonyul.)

6. FEJEZET

STATISZTIKUS MECHANIKA

A véletlen is törvényszerű

A hő rendezetlen örök mozgás;
de örökmozgót (perpetuum mobilét)
nem lehet föltalálni.

Az *atomelmélet* (ami tulajdonképpen az atomok kombinációjaként előálló molekulák elmélete) egy igen fontos haszna az, hogy a hő mibenléte a molekulák mozgásával megmagyarázható. A lényeg az, hogy a molekulák mozgását nem részleteiben kell követni. Elegendő a statisztikájuk. Innen ered a *statisztikus mechanika* elnevezés.

A statisztikus mechanikának az a megállapítása, amely szerint az edénybe zárt gázmolekulák a falnak ütközve hozzák létre a gáznyomást, teljesen nyilvánvaló. Minél több a molekula, annál nagyobb a nyomás, ez világos. Nem meglepő, hogy abban az esetben, ha az egyes molekulák egymástól függetlenül és rugalmasan ütköznek, akkor a nyomás arányos a sűrűséggel.

Egy másik megállapítása viszont, amely szerint a nyomás arányos a hőmérséklettel, már kevésbé nyilvánvaló. A probléma az, hogy még nem mondtam meg, mi is a *hőmérséklet*. Azzal kezdem, hogy a hőt a molekulák mozgása okozza; minél gyorsabban rohannak, annál magasabb a hőmérsékletük. A hőmérséklet tulajdonképpen a gáz molekuláinak mozgásából származó kinetikus energiával arányos.* A kinetikus energia kifejezése $mv^2/2$, ahol m a molekula tömege, v a sebessége. Említettük, hogy a nyomást az okozza, hogy a molekula, ha falba ütközik, átadja annak a saját impulzusát. Az impulzus mv. A nyomásnak arányosnak kell lennie azzal is, hogy a molekulák hányszor ütköznek a falba. Minél gyorsabban mozognak a molekulák, annál gyakrabban érkeznek a falhoz. Tehát ha a molekula sebességét megszorozzuk a molekula impulzusával, vagyis $(v)\cdot(mv) = mv^2$, akkor az így kapott mennyiséggel arányos lesz a nyomás. Beláthatjuk tehát, hogy a kinetikus energia és a nyomás arányos mennyiségek. A hőmérsékletet ezután úgy definiálhatjuk, mint ami arányos a nyomással, azaz a kinetikus energiával vagy inkább a *transzlációs mozgás* átlagos kinetikus energiájával.

Azt állítjuk, hogy a hőmérséklet egyenlő a gázatomok átlagos kinetikus energiája szorozva egy arányossági tényezővel. Az egy érdekes kérdés, hogy mindenféle molekulára ugyanaz-e az arányossági tényező? Az oxigénmolekula tömege például 16-szor nagyobb, mint a hidrogéné. Egy adott hőmérséklet esetén az oxigénmolekulák vajon négyszer kisebb sebességgel mozognak (átlagban), mint a hidrogén molekulái, és így változatlan marad az mv^2 értéke (lényegében a kinetikus energia, és így a nyomás is)? Igen, változatlan marad!

Mindez a statisztikus mechanika egy egyszerű alaptörvényével kapcsolatos: az *energiák összeadódnak*, a *valószínűségek szorzódnak*. Hogy ezt megértsük, nézzünk két összeütköző molekulát. Kinetikus energiáik összegének az ütközés előtt és után változatlannak kell lennie, hiszen az energia megmarad. Annak a valószínűsége, hogy a rendszer ebből a két összeütköző részvevőből áll,

---

*WT: Nem ez a hőmérséklet eredeti definíciója!

TE: Valóban. Az első hőmérsékletmérések azt a tényt használták fel, hogy a gázok térfogata hő hatására megváltozik. De hiszen az időmérés esetében sem hivatkoztam arra, hogy eredetileg az időt egyházfi csillagászok homokórával mérték!

WT: De így volt!

TE: Egy elméletnek az az előnye, hogy tulajdonképpen csak néhány dolgot kell észben tartani, mégis joggal mondhatjuk, hogy tudjuk, miről beszélünk.

ugyancsak változatlan kell maradjon az ütközés előtt és után, mivel az egyik úgy következik a másikból, mint okozat az okból. Viszont ez a valószínűség azon valószínűségek szorzata, hogy a két molekula mindegyike a megfelelő energiával rendelkezik.

Az energiák összegződnek és összegük megmaradó, a valószínűségek szorzódnak és szorzatuk változatlan marad. Mindez akkor áll fenn, ha az energia és a valószínűség kapcsolatban van, és ha ez a kapcsolat egy adott hőmérsékleten különböző tömegű molekulákra ugyanolyan. Ha ez nem áll fenn, akkor sem az energia, sem a valószínűség nem megmaradó a különböző tömegű molekulák ütközése során. Természetesen a hőmérséklet nem változik az ütközés során.* Pedig a hőmérséklet tulajdonképpen sok véletlenszerű ütközés eredményeképpen alakul ki.

Egy igazán kis vargabetűt jelent, de a rend kedvéért meg kell említeni, hogy a hőmérsékletnek alsó határa van. Felső határa nincs; a molekulákkal annyi energiát közölhetünk, amennyit csak akarunk. De különös megfontolást igényel az az eset, amikor a molekulák nem mozognak. Ekkor ugyanis a kinetikus energia zérus, így a hőmérséklet is az; úgy szokás mondani: *abszolút zérus*. Ennél hidegebbet nem lehet előállítani. A Celsius skálán (0 °C a jég olvadási

---

*WT: Mi a vélemény arról a meteor–Föld-ütközésről, amelyik a meteorkráter tanúsága szerint Arizonában történt? Nem volt ott hőmérsékletemelkedés?

TE: De, jelentős mértékű.

WT: Hogyhogy?

TE: (Védekezően:) Én az előbb csupán olyan ütközésekről beszéltem, amelyek termikus egyensúlyban zajlanak, olyan körülmények között, amikor a "hőmérséklet" *már kialakult*.

WT: Érthető, hogy mire kérdezek rá?

ED: Pontosan. Mindössze arra próbálok rámutatni, hogy a kérdést nem összefüggéseiből kiragadva akarom megválaszolni. A statisztikus mechanika egy bonyolult rendszerről egyszerű módon beszél, de közben önmagával nem jut ellentmondásokra.

WT: Szent egyszerűség!

TE: Kell majd még beszélnünk a statisztikus mechanika egyetlen tisztességes művelőjének, Willard Gibbsnek az egyszerűségéről.

hőmérséklete, 100 °C a víz forrási hőmérséklete) az abszolút zérust −273,15 °C-al jelöljük. Tehát a szobahőmérséklet körülbelül 300 K.*

Ha az új egységeket használjuk, akkor felírható a $p = \kappa Tn$ egyenletet, ahol p a nyomás, κ egy konstans, T az abszolút hőmérséklet (tehát $T = 0$ az abszolút zérusnál van), n pedig az egy köbméterben (m^3) lévő molekulák száma. Ez az egyenlet azt jelenti, hogy a gáz nyomása arányos hőmérsékletének és az abszolút zérusnak a különbségével, továbbá a gáz sűrűségével, amit a m^3-enkénti molekulaszámmal mérünk.

Mi annak a valószínűsége, hogy egy molekulának meghatározott E energiája legyen? A valószínűség arányos az $e^{-E/kT}$-vel, ahol T az abszolút hőmérsékletet és k egy univerzális állandó. Ha a valószínűséget most P-vel jelöljük, ez így írható: $P \sim e^{-E/kT}$. A kitevő az abszolút zérus hőmérsékletnél mínusz végtelenné válik és a valószínűség zérus értékű lesz, feltéve, hogy az E energia értéke véges. Az abszolút zérus hőmérsékleten minden részecske a lehető legkisebb (azaz 0) energiával rendelkezik. Tulajdonképpen az imént bevezetett exponenciális függvény az egyetlen lehetséges függvény, amely a molekulák sokaságának viselkedését leírja, ha elfogadjuk, hogy a részecskék energia értékeit össze kell adni, viszont a valószínűségeit szorozni kell. Ez az exponenciális függvény még érthetőbbé válik, amikor azt tárgyaljuk majd, hogy a levegő sűrűsége hogyan változik a földtől való távolodás közben.

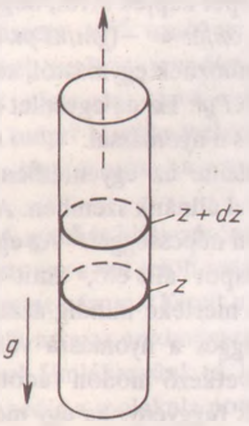
A valószínűségnek az energiától és a hőmérséklettől való függését *Boltzmann-faktor*nak nevezik, a benne szereplő k arányossági tényező a *Boltzmann-állandó*. A statisztikus mechanika tárgyalásmódja azért egyszerű és hatásos, mert a k értéke minden molekulára és bármilyen állapotú anyagra ugyanaz.

Mindez könnyebben lesz érthető, ha megvizsgáljuk, hogyan ritkul a levegő, mikor magasabbra emelkedünk. Az egyszerűség kedvéért felteszem (bár ez nem teljesen helytálló), hogy a levegő hőmérséklete nem függ a magasságtól. (Valójában a levegő hőmér-

---

* A nagy K betű Lord Kelvin nevének kezdőbetűje; ő vezette be az *abszolút hőmérsékleti skálát.*

séklete kezdetben csökken a magasság növekedésével, majd igen nagy magasságban egyre emelkedik. Tulajdonképpen a légtér hőmérséklete viszonylag kevéssé változik – feltéve, hogy a hőmérsékletet megfelelő módon, az abszolút zérustól mérjük.)



6-1. ábra A levegőoszlop esetén szemléletessé válik, hogy különböző magasságokban különböző a nyomás. Vegyük észre, hogy z magasságban a nyomás nagyobb, mint a magasabb $z+$ dz szinten, mivel a gravitáció hatása lefelé irányul.

Vizsgáljunk most egy z és z + dz magasságok közti levegőoszlopot (lásd a *6-1. ábrát*). A z magasságban a nyomás nagyobb, mint a z + dz magasságban, hiszen a z fölött több levegő van, mint a z + dz fölött. A nyomás magasságtól függő megváltozásának mértéke arányos a két magasság közti levegő sűrűségével. Azt viszont feltettük, hogy a hőmérséklet állandó, így a nyomás és a sűrűség arányos. Azt kapjuk, hogy dp/dz = ap, ahol a egy konstans szám.

Ezen az egyenleten kétféleképpen is változtatok. Először is mivel tudjuk, hogy nagyobb magasságokban csökken a nyomás, ezt az egyenletben így veszem figyelembe: dp/dz = $-ap$. Másodszor, a dp/dz = $-ap$ alakot pontosabbá, részletesebbé tehetjük. A nyomás megváltozása tulajdonképpen a két magasság közt egységnyi területű levegőoszlop súlyából adódik. Ez a súly $gnm\,\mathrm{d}z$, ahol g a nehézségi gyorsulás, az m pedig egy récsecske tömege. Ezek után így írhatjuk át egyenletünket: $\mathrm{d}p = -gnm\,\mathrm{d}z$, vagy $\mathrm{d}(n\kappa T) = -gnm\,\mathrm{d}z$.

Feltételezésünk szerint κT nem változik. Ezért $\mathrm{d}(n\kappa T) = \kappa T\,\mathrm{d}n$. Egy kicsit többet várok el attól a munkámtól, amit abból a célból végeztem, hogy teljesen tiszta képet kapjak arról, hogyan függ a részecskék n sűrűsége a z magasságtól: $\mathrm{d}n/\mathrm{d}z = -(gm/\kappa T)n$. Mivel n és p csupán egy konstans szorzóval különböznek egymástól, ezért igaz a következő egyenlet is: $\mathrm{d}p/\mathrm{d}z = -(gm/\kappa T)p$. Ez az egyenlet azt állítja, hogy a nyomásváltozás mértéke arányos a nyomással.

Ha a mínusz előjel nem lenne az egyenletben, akkor a népesség növekedéséhez hasonló esettel állnánk szemben. A népesség növekedésének mértéke arányos a jelen népességgel.* Az egyenletben szereplő negatív előjellel olyan állapot áll elő, amit népességcsökkenésnek neveznek. A csökkenés mértéke mindig azzal arányos, ami megmaradt. Ez a típusú összefüggés a nyomásra vonatkozóan *exponenciális függvény*hez vezet. A következő módon tudom megmagyarázni, hogy milyen az exponenciális függvény: ha egy megfelelő z_0 magasra megyek, a nyomás 10-ed részére csökken, és ezt így folytathatom felfelé. A nyomást felírhatjuk így: $p = \text{kons.} \times 10^{-z/z_0}$. (Valóban, miközben $z = 0$-tól $z = z_0$-ig változik, p tizedrészére csökken; ha $z = 2z_0$, akkor p százszorosan lecsökken.) Idézzük fel az azonos alapú hatványok szorzásának szabályát: $10^x 10^y = 10^{(x+y)}$.

Szeretném felhívni a figyelmet, hogy ha exponenciális a növekedés vagy csökkenés mértéke, akkor a dolgok gyorsabban következnek be, mint gondolnánk. Óvatosságra int a legendás perzsa sah esete, aki meg akarta jutalmazni egyik értelmiségi alattvalóját a sakkjáték feltalálásáért. A sah annyira megkedvelte a játékot, hogy jutalmul a feltaláló bármely kérését teljesíteni hajlandónak mutatkozott. Ahelyett, hogy aranyat vagy drágakövet kívánt volna, az alattvaló a következő szerénynek látszó kéréssel állt elő: "A sakktábla első mezőjére tegyenek egy szem búzát. A második mezőre két

* Ez az állítás népszerű, segít a gondolkodásban. Tulajdonképpen nem is igaz. De az érvelésünk logikus és helyes.

szemet. A harmadikra tegyenek négy szemet, és így tovább. Minden további mezőn dupla számú búzaszem legyen." Ez exponenciális növekedés. A sah válasza: "Hát természetesen meglesz! Mindössze ennyit kívánsz?" És az r-edik mezőnél a sah meg kellett volna adja a 2^{r-1} szem búzát az alattvalónak. Csakhogy még a sah óriás raktárából sem tudták teljesíteni az alattvaló kívánságát, mert a $2^{64} \approx 10^{21}$ darab búzaszem 10^{14} tonnányi búza lett volna. És ami a legjobb történetekkel szokott megesni, a végkifejlet feledésbe merül. Az értelmiségi alattvalót kivégezték, vagy épp határtalan hatalmat szerzett, ki tudja? Mindenesetre, mind a sah, mind a mi számunkra, az a tanulság: légy óvatos, ha exponenciális változással találod szembe magad!

A nyomás kifejezésének felírásakor a matematikusok a tízes szám helyett egy e-vel jelölt számot használnak.* Ez a szám valamivel kevesebb, mint három. (Kicsit pontosabban megadva: e = 2,718...**.) Végül tehát arra az eredményre jutottunk, hogy a nyomás arányos az $e^{-gmz/\kappa T}$-vel. Emlékezzünk rá, hogy mg a molekulára ható gravitációs erő, a gmz pedig a molekula potenciális energiája, tehát írhatjuk, hogy a nyomás arányos $e^{-E_p/\kappa T}$-vel, ahol E_p a potenciális energia. Ez az arányosság minden körülmények között fennáll. Tulajdonképpen egy olyan összefüggést kaptunk, amelyben a T hőmérsékletnek jelentős szerepe van. Ennek a kifejezésnek az általánosítása oda vezet, ahová egyszerű érvelés alapján már eljutottunk. És a kifejezések összevetéséből az adódik, hogy a hipotetikus κ állandó éppen a Boltzmann-állandó, $\kappa = k$.

Tegyük fel, hogy van egy valamekkora potenciális energiával rendelkező molekula. Ennek a molekulának a potenciális energiája

---

* Az e szám használatának az az előnye, hogy a $dx/dz = x$ egyszerű egyenletnek az $x = e^z$ a megoldását adja.

**Az e szám a tizedesvessző után végtelen sok számjegyből áll. Ha valaki járatos az amerikai történelemben, az a tizedesvessző utáni kilenc számjegyet így jegyezheti meg: e = 2,7(Andrew Jackson)^2, vagyis e = 2,7 1828 1828..., ugyanis Andrew Jacksont 1828-ban választották meg az Egyesült Államok elnökének. Akik viszont jó matematikusok, azoknak ez jó emlékeztető az amerikai történelemre.

szabadesés közben kinetikus energiává alakul. Eközben a molekulák számában vagyis – másképpen fogalmazva – annak valószínűségében, hogy éppen egy ilyen molekulát találjunk, nem történik változás. Az $e^{-E/kT}$ értékét meg tudjuk határozni; az itt szereplő E a teljes energia. Az $e^{-E/kT}$ értéke mindaddig nem változik meg, míg a molekula nem ütközik egy társával. Az $e^{-E/kT}$ a molekula megtalálási valószínűségének a mértéke. Minél nagyobb az E energiaérték, annál kisebb az $e^{-E/kT}$. Ez azt jelenti, hogy minél nagyobb a molekula energiája, annál nehezebb ilyen molekulát találni.

A statisztikus mechanikának az $e^{-E/kT}$-vel, a Boltzmann-faktorral lényeges és igazán érdekes közölnivalója van. A teljes kifejezése annak a valószínűségnek, hogy egy rendszer valamely tulajdonságú részét megtaláljuk, két tényező szorzatából áll. Az egyik tényező érdekes, a másik nem. Az érdekest már meghatároztuk, ez volt a Boltzmann-faktor. Az érdektelen tényező (amit *a priori valószínűség*nek nevezünk) az egyetlen atom esetére azt állítja, hogy minél nagyobb a $dx\,dy\,dz$ térrész, amelyben keressük az atomot, annál valószínűbb, hogy megtaláljuk. De nemcsak azt szükséges tudni, hogy a hely megadásában az x, y, z értékekhez mekkora dx, dy, dz tartozik. Azt is tudni kell, hogy a momentum p_x, p_y, p_z értékei mekkora dp_x, dp_y, dp_z mértékben bizonytalanok. Egy rendszer valamely részének megtalálását megadó teljes kifejezés a $dx\,dy\,dz\,dp_x dp_y dp_z e^{-E/kT}$-től függ, amelynek utolsó tényezője kivételével a többi bár lényeges, de nyilvánvaló és így nem érdekfeszítő.*

* WT: Miért nevezik *a priori* valószínűségnek a $dx\,dy\,dz\,dp_x\,dp_y\,dp_z$ tényezőt? Miért nem az a neve, hogy "Már úgyis tudom-valószínűség"?

TE: Mert ifjúkoromban túl sokat foglalkoztam a latin nyelvvel. Egy további lényeges ok az, amire Williard Gibbs 1902-ben megjelent híres könyvének, *A statisztikus mechanika alapvető törvényszerűségei*nek első lapjain mutatott rá. Ha egy csomó részecskét (például molekulákat) vizsgálunk, amik egymástól függetlenül mozognak olyan feltételek között, hogy energiájuk megmaradó, helykoordinátáik és impulzusértékeik pedig az x és $x + dx$, y és $y + dy$, z és $z + dz$, p_x és $p_x + dp_x$, p_y és $p_y + dp_y$, p_z és $p_z + dp_z$ közé esnek, akkor az x, y, valamint z koordinák és a p_x, p_y, valamint p_z értékek megváltoznak. De a $dx\,dy\,dz\,dp_x\,dp_y\,dp_z$ szorzat változatlan marad.

A múlt század végén Boltzmann minderre fényt derített. De Josiah Willard Gibbs, a természettudomány rendkívüli tanítómestere volt az, aki kristálytiszta magyarázatát adta az előzőeknek. Gondolatainak valóságos tartalmát figyelemre méltó módon kezelte. Például a folyadékok nyomásának sűrűségfüggésére a táblán persze gond nélkül mutatott rá. De hogy bemutathassa, hogyan viselkednek a folyadékok, ha változik a sűrűség, a nyomás és a hőmérésklet, az már háromdimenziós modellt igényelt. És ezt a puszta levegőben, a kezeivel vázolta fel. Előadása közben hivatkozott (láthatatlan) modelljére, s még arra is gondosan ügyelt, nehogy keresztülsétáljon rajta vagy akárcsak figyelmetlenségből a kezeivel sérülést okozzon rajta, így tartotta fenn a fizikai realitás látszatát.

A statisztikus mechanika értelmezése során Gibbs ugyanolyan egyszerű, de elvont módszert használt, mint mi, amikor a fejezet elején megmutattuk, hogyan jelenik meg a Boltzmann-faktor. Gibbs a legfőbb érvként a következőket hozta fel: Vegyünk két rendszert: E_1 és E_2 energiával rendelkező két molekulát. A két molekulából álló rendszer teljes $E_1 + E_2$ energiája megmarad, ha a két molekula egymással ugyan kölcsönhatásban van, de minden egyéb hatástól elszigetelt. A két rendszer együttes valószínűségét úgy kapjuk meg, hogy a két független rendszer valószínűségét összeszorozzuk. (Annak a valószínűsége, hogy két dobókocka mindegyikével egyszerre "1"-et dobunk 1/36, ami 1/6-szor 1/6, vagyis azoknak a valószínű-ségeknek kell a szorzatát venni, hogy az egyes kockákkal külön-külön: "1"-et dobunk.) Tehát az együttes valószínűség Boltzmann-faktora így kell alakuljon: $e^{-(E_1+E_2)/kT} = e^{-E_1/kT} e^{-E_2/kT}$.

Figyeljük meg, hogy $E_1 + E_2$ a két molekula teljes energiája. Ha molekuláink ütköznek, ütközés utáni energiájuk E_1', illetve E_2', lesz. De $E_1' + E_2'$, megegyezik $E_1 + E_2$-vel, mert a teljes energia állandó. Ez így nagyon kényelmes, mert a molekulák megtalálási valószínűsége ütközés előtt és után ugyanaz. Ennek figyelembevételével Gibbs úgy okoskodott, hogy a legjobb, ha a valószínűség energiafüggését hatványfüggvény alakban képzeljük el. Ugyanez érvényes, ha nemcsak két molekula, hanem akárhány rendszer van kölcsönhatásban. Ez az érvelés Gibbs *Statisztikus mechanikájának* a lényege.

Hadd mutassak be rendszerekben végbemenő három különböző változást, ami a statisztikus mechanika alapján magyarázható: egy gyors változást, egy lassú változást és egy igen lassan végbemenő változást.

A gyors változás legyen egy térrészben lévő anyagmennyiség hirtelen megnövekedése (vagy csökkenése). A térrész, amelyben a változás bekövetkezik, kiterjed (vagy összehúzódik) és a szomszédos tartományokban is hasonló változások történnek ezt követően vagy megelőzően. *Hangsebességnek* nevezzük azt a sebességet, amivel az ilyen zavar terjed. Könnyű rájönni, hogy levegőben a hangsebességnek a levegőmolekulák átlagos sebessége felel meg. (Szilárd testben vagy folyadék esetén nem ez a helyzet, mert azok atomjainak és molekuláinak sokkal speciálisabb a szerepe.) Szobahőmérsékletnek a 300 Kelvin (K) felel meg, ami annyit jelent, hogy a levegőmolekulák átlagos energiája $kT/2 = mv^2/2$, ahol a Boltzman-állandó értéke: $k = 1{,}37\cdot10^{-23}$ Ws/K, és egy átlagosan $m = 28{,}8/(6{,}02\cdot10^{23})$ gramm tömegű levegőmolekulának a sebessége körülbelül $v_{\text{nángy}}$[*] = 290 méter/másodperc, amiből kiszámítható, hogy a normál hőmérsékletű és nyomású levegőben a hangsebesség értéke 331 méter/másodperc. A számítás lényeges része a k/m mennyiség, aminek a számértéke, ha nem is ismerjük a molekula átmérőjét, a hangsebesség ismeretében kiadódik.

A lassú folyamat vizsgálataként gondoljuk azt végig, mennyi időt vesz az igénybe, hogy egy diszkrét bűzt (vagy egy divatos dáma körüli parfümillatot) észrevegyünk. Ebben az esetben a kérdéses molekula elindul a szag forrásától és a levegőmolekulákkal való ismételt ütközések után érkezik az orrunkhoz. Minden egyes ütközéssel a szagmolekulák veszítenek az iránytartásukból. Szép lassan szétterjednek, n számú ütközés után forrásuktól csupán $\lambda\sqrt{n}$

---

[*] TE: Az alsó indexben lévő nángy arra utal, hogy a sebesség négyzetes átlagának négyzetgyökét képeztük. Elnézést!
WT: Jogos az elnézés kérése!

távolságba jutnak, bár az egyes ütközések közt megtett utak (amit *szabad úthossz*nak nevezünk) λ hosszúságúak.* Levegőben: $\lambda = 10^{-5}$ centiméter (a molekulaméret ezerszerese körüli ez az érték**), a bűzmolekulák pedig $2 \cdot 10^4$ cm/s körüli sebességgel mozognak. Ha így van, akkor $2 \cdot 10^4 / 10^{-5} = 2 \cdot 10^9$ alkalommal ütköznek másodpercenként, és egy óra alatt a molekulák zöme $\sqrt{7{,}2 \cdot 10^{12}} \cdot 10^{-5}$ cm = 27 cm-re távolodik el. Természetesen, néhány molekula az ennél jóval nagyobb távolságban lévő orrunkhoz jóval rövidebb idő alatt érkezik sokkal közvetlenebb úton, léghuzat vagy a hölgyek legyezője segítségével.

A harmadik, a nagyon lassú folyamat egy kémiai reakció lesz. (Lassú annyiban, ha a kémiai folyamat sebességét olyan elszabaduló reakció sebességéhez viszonyítjuk, amilyen például egy robbanás.) Miért van az, hogy a közönséges kémiai reakciók a hangsebességnél sokkal lassabban terjednek szét? Ez azért van így, mert a stabil molekulák nem közelítik meg eléggé egymást ahhoz, hogy akcióba lépjenek egymással – hacsak nem győzik le az E_a aktivációs energiának nevezett nagy energiát.

Az $e^{-E/kT}$ Boltzmann-faktor értékéből ezek szerint a reakció lassúnak adódik. Vegyészeknek van egy ökölszabályuk, amely szerint tíz foknyi hőmérsékletemelkedés felére csökkenti a folyamat reakcióidejét. Ha például E_a/kT értéke 20 körül van, akkor e^{20} értéke

* Ha n ütközés után L_n távolságra került forrásától egy molekula és a következő ütközésnél 90°-os eltérítést szenved, akkor a következő ütközésnél $(L_{n+1})^2 = (L_n)^2 + \lambda^2$ távolra kerül. A derékszög az eltérülések átlagos iránya. Ezért az eltávolodás egyforma valószínűséggel növekedhet, vagy csökkenhet. Vagyis a távolság négyzete minden ütközéssel átlagosan λ^2-tel növekszik. Az n számú ütközés utáni távolság: $(L_n)^2 = n\,\lambda^2$.

** A folyékony levegő ezerszer sűrűbb a gázállapotúnál. A tizenkilencedik század végén Loschmidt ahhoz, hogy lényegében korrekt módon megkapja a molekulák méretét, felhasználta azokat az eredményeket, amiket a hangsebességre és diffúzióra vonatkozóan már említettünk. Az ezerszeres sűrűség valóban ezerszeresre növeli az ütközések valószínűségét. Az átlagos szabad úthossz 10^{-8}-ig, a molekulák körülbelüli méretéig lecsökken. A tudománytörténetből kiderül, hogy ahogy Loschmidt tette a dolgát, az nem volt meggyőző az olyan szkeptikusok számára, mint amilyen Mach volt.

500 millió, e^{-20} pedig 1/500 millió. Levegő sűrűségű gázokban zajló reakciók egy másodpercnél valamivel rövidebb idő alatt zajlanak le. Tegyük fel, hogy szobahőmérsékletről, azaz T = 300 K-ról indult a folyamat és 310 K-ig emelkedik a hőmérséklet. Ekkor E_a/kT értéke 19,35 , és a reakciósebesség $e^{0,65}$-szeresére, körülbelül 2-szeresére nő a vegyészek előbbi ökölszabálya értelmében. Ha E_a/kT értéke 40 körüli, akkor az $e^{-E/kT}$ értéke 1/500 millió szorozva 1/500 millióval, és egy ilyen reakció lezajlása évekig eltart. A vegyészek által tanulmányozott folyamatok legtöbbjére az E_a/kT értéke 20 és 40 közé esik.

Egy utolsó megjegyzés: gondoljuk végig, mi történik, ha egy krétadarabot leejtek. A kréta teljes potenciális energiája kinetikus energiává alakul át, mire a krétadarab földet ér; ez a kinetikus energia a darabokra törés potenciális energiájává és a darabkák rezgési energiájává alakul. Végső soron ezek a rezgések rendszertelen *termikus* mozgást idéznek elő. Nos, lehet-e ezeket a folyamatokat megfordítani? Összeállnak-e a darabkák krétává és az visszaugrik-e a kezembe?

A válasz: aligha, vagy inkább ALIG-ALIG-ALIG... valószínű. Amíg a kréta esett, valamennyi molekulája ugyanabban az irányban esett. Mikor beleütközött a padlóba, akkor teljes energiája a legkülönbözőbb irányú rezgések energiájává alakult, ami végül is rendezetlen termikus mozgást eredményezett. A rend rendezetlenségbe fordult, és az ilyen változások *irreverzibilis*ek.

Új törvényre tettünk szert: a rendezetlenség mértéke csak növekedhet. Ez a rendezetlenség mérhető, azonban a mérés furcsa módon történik, ugyanis a természettudósok lusták, és inkább összeadnak, mint szoroznak. Hogy célt érjenek, *logaritmus-függvény*t használnak, ami a hatványozás fordítottja. A rendezetlenség a valószínűség mértéke. A valószínűségeket szorozni kell. Növekvő rendezetlenség növekvő valószínűséget jelent. Tehát a *rendezetlenség*et szorozni kell. A természettudósok a rendezetlenség logaritmusát veszik, így nyerik az *entrópiát*, és az entrópia az a boldog mennyiség, ami szorzás helyett összeadható.

Most először akadtunk olyan törvényre, ami nem megmaradási törvény. A második világháború idején végzett munkám során az uránium 235-ös izotópját el kellett különíteni az uránium 238-tól. Ez a *szeparálás* veszélyes lehet. Rájöttem, mi lehet a módja a szeparálás annyira biztonságossá tételének, amennyire az csak lehetséges. Eredményemről beszámolót kellett tartanom egy katonai bizottság számára, amelyet Leslie R. Groves tábornok vezetett. Miközben taglaltam a biztonsági problémákat, Groves tábornok ismételten megszakított: "Doktor, biztos ön ebben?" Végül egy ezredes, aki nyilvánvalóan nem értette meg az entrópia fogalmát, megkérdezte, hogy nem veszélyes-e az a szituáció, amikor az összes U^{235} az egyik, és az összes U^{238} a másik irányban gyűlik össze.

Veszélyes éppen lehet, magyaráztam, mert hasonlatos egy olyan szituációhoz, mintha az összes oxigénmolekula összegyűlne az asztal alá és hagyná, hogy megfulladjunk. "Elismerte hát , hogy mégis áll fenn veszély!" – dörmögött a tábornok. Meglehetősen udvariasan akartam reagálni. "Ha az összes előbbi kérdésük hasonló kétségekből fakad, akkor én magam nem kell aggódjak." De ekkor dr. Tolman, aki nagy tiszteletben álló tudós volt, segítségemre sietett és hozzátette: "Dr. Teller úgy érti, hogy gyakorlatilag kizárt a veszély." A tábornok nem sértődött meg a válaszomtól és megfelelően értelmezte azt.

Groves tábornok igencsak meggazdagodhatott volna, ha még az univerzumban is valamiféle spontán rendezettséget sikerült volna kialakítania. Ő ugyanis képes lett volna bármilyen vízhiányt és ugyanakkor energiakrízist elhárítani. Ehhez csak egy nagy kádra lett volna szüksége, amivel, mondjuk New-York kikötőjéből vizet mert volna ki. Ezután összecsalogatta volna az összes gyorsan mozgó részecskét a kád egyik részébe és hagyta volna, hogy a lassúak a másik részben tanyázzanak. A gyors részek tartózkodási helyén a felforrt víz gőzével Groves tábornok gőzgépet működtetett volna. A lassú részekből meg, miután jéggé fagyva kivetettek maguk közül minden szennyet, a gondos Groves tábornok ivóvizet nyert volna.

Maxwell taglalt először olyan *örökmozgó-elv*et, ami lassú és gyors részek szétválasztásával valósulna meg. Tiszteletére róla kapta a *Maxwell-démon* becenevet a jelenség főszereplője, a részecskék forgalomirányító zsaruja. Éveken át folyt a heves (és időnként minden tudománytól mentes) vita afölött, hogy miért nem működőképes egy ilyen masina. Csak hát egy ilyen gép megszegné a növekvő rendezetlenség törvényét! Egy magyar fizikus hallgató, Szilárd Leó adta meg a probléma legszabatosabb megoldását. Rámutatott, hogy miközben a sarki rendőr lecsökkenti az entrópiát, a saját maga entrópiája megnő. Vagyis, ha Maxwell démona el is különíti a lassú részektől a gyorsakat, eközben ő maga alaposan megizzad. A Maxwell-démon segítségével megszerzett ismereteket kvantitatív formában kell a statisztikus mechanika számításaiban figyelembe venni. Szilárd cikke (ez a doktori disszertációja volt) indította el az *információelmélet*nek* nevezett új tudományt.

Különös területe a fizikának a statisztikus mechanika: nem egyetlen részecske, hanem részecskék sokaságának viselkedését tárgyalja. A téma újoncait ez arra csábítja, hogy azt mondják, érdekes bár a statisztikus mechanika, de csupán statisztika (vagyis eredményei kisszámú részecskére nem alkalmazhatók). Ezért az újonc így gondolkodik: ha tíz részecskét veszek (egy statisztikus szemében ez túl kisszámú minta ahhoz, hogy megbízható adatokat nyerjünk belőle), akkor aztán ravaszkodhatok a Maxwell-démon segítségével.

Azonban Gibbs a statisztikus mechanikát szigorúan érvényes alapra fektette le, még akkor is, ha kisszámú részecskéről van szó. Ezt Gibbs úgy csinálja, hogy a kisszámú részecskékből álló rendszerekből nagyszámú példányt vizsgál. Ekkor a statisztikát pontosan lehet alkalmazni.

Ebben a fejezetben láttuk, hogy a valószínűség-elmélet hogyan került a fizikába. Később a valószínűség még sokkal alaposabban szövődik össze a valóság leírásával.

---

* Ha pontosan fogalmazunk (és ebben a kérdésben fontos a szigor), Szilárdnak azt kellett meghatároznia, hogy mi az a *minimális* entrópianövekedés, amit a zsarunak el kell viselnie a molekula-közlekedés irányítása közben.

KÉRDÉSEK

6-1. Hogy ízlésem szerinti legyen a kemény tojás, San Franciscóban 3, Denverben 6 percig kell főznöm. Azt tudom, hogy az előbbi helyen 100 °C, az utóbbiban 90 °C a forrásban lévő víz hőmérséklete. Mennyi a tojás E_a/kT értéke San Franciscóban?

(Ne feledjük, hogy a statisztikus mechanikában az abszolút hőmérsékleti skála használatos és − 273 °C az abszolút nulla hőmérséklet.) A számításnál fel kell tételezni, hogy csupán egyetlen kémiai folyamatnak van meghatározó szerepe a tojásfőzés során.

6-2. Értelmes dolog-e a hűtőszekrény ajtónyitásával próbálni lehűteni a lakást kánikula idején?

7. FEJEZET

ELEKTROMOSSÁG ÉS MÁGNESSÉG
AVAGY
A VÁKUUM SZERKEZETE

Most kiderül, hogy az elektromosság és a mágnesség legalább olyan bonyolult kapcsolatban van, mint a tér és az idő.

Mindeddig igyekeztem elfogadtatni a filozófiámat, amely szerint a természettudomány egyszerű. Mostantól viszont, ahelyett, hogy egyszerűbbé tenném, bonyolultabbá teszem a dolgokat. Szokásos eljárás ez a tudományban. Amit megértünk, az már egyszerű. Aztán valaki hozzávesz az eddigi ismeretekhez egy újonnan megismert jelenséget, és ezzel a dolgok bonyolulttá válnak. Majd, ha valaki beilleszti a rendszerbe az új jelenséget, minden ismét egyszerűvé válik.*

A következő fejezetben majd megbeszéljük, hogy az anyag molekulákból áll, amelyek viszont *atom*okból épülnek fel. Az atomnak van egy súlyos középpontja, a *mag*, és vannak könnyű

*WT: Hallásra egyszerű. Csakhogy TE elmulasztotta a figyelmet felhívni arra, hogy az egyszerűséghez való visszatérés csak igen sok munka árán és (esetenként) isteni szikra fellobbanásakor lehetséges (lásd a 3. fejezetben).

elektromos tulajdonság tartja őket össze; így együtt alkotják az atomot. A molekulákat szintén *elektromos erők* tartják együtt. Az elektromosság az anyag alapvető tulajdonsága. A robbanással együtt járó energiafelszabadulás az elektromos erők átrendeződésének az eredménye. Az elektromos *erők* igen *erősek*. Normális körülmények között ugyanannyi *pozitív*, mint *negatív töltés* van jelen: jó közelítéssel a hatásaik megsemmisítik egymást. Hatásuk nem figyelhető meg könnyen, csak véletlenül figyeltek fel rájuk; az elektromosságot a tizenkilencedik században rendszerezték és értették meg.

A gravitációt sem értették egészen Newtonig, de éppen az ellenkező ok miatt: a gravitáció *hatása* nagyon *gyenge*. Az az erő, amivel az olvasó vonzza ezt a könyvet, túl gyenge ahhoz, hogy észrevegye, hacsak nem végez valaki fantasztikusan pontos méréseket. Ha viszont a gravitációban részt vevő tárgy már olyan nagy, hogy szinte fel sem tűnik, hogy mi fejti ki a vonzóerőt, akkor elég erős ahhoz a gravitációs erő, hogy egyáltalán észrevegyük.

Az elektromos erők kölcsönhatása hasonló, mint az egymást vonzó tömegek kölcsönhatása. Ha két elektromos töltést e_1 és e_2 -vel jelölünk, akkor amennyiben r távolságra vannak egymástól, a közöttük fellépő erő nagysága $e_1 e_2/r^2$ lesz. Ez a *Coulomb-törvény*. A Newton-féle kölcsönhatást m_1 és m_2 tömegek esetén a $Gm_1 m_2/r^2$ törvény adja meg, ahol G a gravitációs állandó, a mínusz jel pedig (a megállapodás szerint) a vonzó jellegre utal.

A két törvény két dologban különbözik. Egyrészt, a G tényező a Coulomb-törvényben nem jelenik meg. A G faktor azért került elő, mert a tömeget nem a vonzás, hanem a tehetetlenség alapján definiáltuk.

Ez nem lényeges különbség. Tulajdonképpen azért felesleges bármiféle faktor jelenléte a Coulomb-törvényben, mert az elektromos töltést megfelelően definiáltuk.

A másik eltérés a mínusz előjel. A Newton-törvényben szerepel, az elektromos erők esetében nem. Kétféle elektromos töltés létezik, pozitív és negatív. Ha e_1 és e_2 is pozitív vagy mindkettő negatív, akkor szorzatuk pozitív, és a Coulomb-törvényből meghatározható erő taszító jellegű. Ha az egyik töltés pozitív, a másik negatív, akkor szorzatuk negatív és az eredő erő vonzás jellegű.

Egy atomon vagy molekulán belül ugyanannyi a pozitív és negatív töltések száma. Az ellenkező előjelű töltések olyan szorosan kapaszkodnak egymásba, hogy csak nehezen lehet szétválasztani és külön-külön megfigyelni őket. Szétválasztásuk azonban megvalósítható, és ilyenkor az elektromosság észlelhető.

Csakhogy az olyan események megfigyelése, amelyekben az ilyen szétválás előfordul, és az anyag elektromossá válik, első látásra (és másodikra, sőt harmadikra is) elég zavarosnak tűnik. A görögök a jelenséget leírták, de nem magyarázták. Arra két évezreddel később került sor.

Beszéltek a görögök a mágnességről is, de nem sejtették, hogy a mágnesség és az elektromosság összefügg. Az előző két jelenség összekapcsolása a newtoni forradalom utáni modern fizika első lépését jelentette.

Az egyik legkönnyebben megfigyelhető hatás a *sztatikus* elektromosság, ami akkor lép fel, ha egy száraz napon a száraz hajunkat egy száraz fésűvel akarjuk rendbeszedni. Fésülködés közben a hajunkról töltéseket viszünk át a fésűre. A fésülködés után hajunk töltéssel rendelkezik, és minden egyes hajszál taszítja a szomszédját. Az eredmény az lesz, hogy végül úgy fognak a hajszálaink az égnek állni, hogy a lehető legmesszebb legyenek egymástól.

Egy másik elektromos jelenség a villámlás. Természetesen már az ősember is megfigyelte, de nem tudta, hogy a jelenség elektromos természetű. Franklin Benjámin, egy amerikai újságíró, politikus és feltaláló volt az, aki egy vakmerő kísérlettel (amit a legnagyobb óvatossággal végzett el) megmutatta, hogy a villámlás elektromos jelenség. Szerencsére, még mielőtt kísérletét elvégezte volna, tisztában volt vele, hogy mire számíthat. Felfedezte a villámhárítót, és bölcs öregkort élt meg.

Hogy jön létre a villám? A levegőben vízcseppek vagy jégkristályok esnek, és esésük közben töltést adnak át az oxigénmolekuláknak, illetve a levegő többi alkotórészének. Amikor elegendő töltés dörgölődött róluk le, akkor egy *óriás szikra* kíséretében ez a töltés egy nagy távolságot ugrik át. Kisüléskor tulajdonképpen az történik, hogy egy elektromos töltés vagy egy elektron* olyan nagy sebességig gyorsul fel, hogy egy ép molekulába ütközve abból egy újabb elektront hasít le. Most már két elektron gyorsul, amelyek további molekulákkal ütközve már négy elektront eredményeznek, és ez így folytatódik. Az elektronok számának exponenciális növekedése következtében egy lavinafolyamattal állunk szemben. Ennek során rengeteg, azonos irányban mozgó elektront nyerünk, az energia pedig fény, hő és hang formájában felszabadul. Ez pusztán a vázlata annak, ami villámláskor történik. Franklin minderről semmit sem tudott. Mindössze azt sejtette, és később bizonyította, hogy Zeus és Thor valóban az elektromosság istenei. Akkoriban a jelenséget nem értették részleteiben.

A villám keresztülhalad a légrétegen. A levegő szigetelő, valami olyasmi, ami normális körülmények között nem teszi lehetővé az elektromosság áthaladását. Vannak másfajta anyagok, a nevük vezető, amelyeken könnyen halad át az elektromosság. Szigetelők és vezetők közt nagy a különbség. Gondoljunk a telefonzsinórra, ami egy egyszerű vezető, akár egy rézdrót. Szigetelő veszi körül. A hangunk telefonálás közben elektromos impulzusokká alakul, és ezek az impulzusok inkább megtesznek ezer kilométert a vezeték mentén, mint egy millimétert a szigetelőn keresztül.

Franklin idejében az elektromosság egyetlen jelentős hatású jelensége a villámlás volt. Néhány évszázaddal ezelőtt az elektromos energia hatalmas ereje és az elektronika kifinomultsága bárki elképzelését meghaladta.

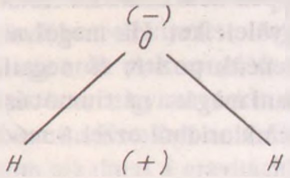
Alessandro Volta olasz fizikus a laboratóriumában észlelte 1800-ban az első bizonyítékát jelentős mennyiségű elektromosság átvitelének. Felismerése mutatott rá a kémia és az elektromosság nyilvánvaló kapcsolatára és vezetett az elektromos töltések vízben való mozgásának megértéséhez.

A víz rossz vezető, de nem jó szigetelő. Egy kevés só (például konyhasó vagy ahogy a vegyészek mondják: nátriumklorid, vagy ahogy

---

* Az elektronokról a későbbi fejezetekben sokkal többet fogunk mondani.

jelölik: NaCl) feloldásával elég jó vezetővé tehető. A lényeges az, hogy ne atomok vagy molekulák oldódjanak a vízbe, hanem *ionok*. Az ion elektromos töltéssel rendelkező atom. Konyhasó esetén részint Na^+-t nyerünk – ez egy nátriumatom, amelyiknek a kelleténél kevesebb az elektronja (pozitív ionnak nevezik*) –, részint Cl^--t (negatív ion), ez pedig klóratom, de a kelleténél több elektronnal.** Miért vízben érjük ezt el, és nem levegőben vagy másféle folyadékban, mondjuk benzolban?



7-1. ábra Vízmolekulában az atomok nem egy egyenes mentén rendeződnek el.

A víz két hidrogénatomból és egy oxigénatomból épül fel (kémikusok így szokták jelölni: H_2O). Nos, a víz atomjai nem egy egyenes vonal, hanem egy ív mentén rendeződnek el, amint az a *7-1. ábrá*n látható. Az történik, hogy a hidrogén elektronjai szívesebben ólálkodnak az oxigén, mint a hidrogén körül, így a molekula egyik végén negatív, a másik végén pedig pozitív töltéstöbblet jelenik meg. Ezt dipólusnak nevezzük, mert a molekulának (vagyis egyszerűsített modelljének) két pólusa van, egy negatív és egy pozitív pólus.

A NaCl-ot túl sok energia árán tudjuk csak ionjaira, Na^+ és Cl^--ionná szétszedni, ha valami egyéb nincs a sómolekula tájékán. Ha azonban víz veszi körül a NaCl-ot, akkor a víz dipólusai a Na^+ körül

---

* Az ion szó görög eredetű (a brit kémikus, Michael Faraday nevezte így el), jelentése pedig *úton lévő*. Valóban, amint azt később látni fogjuk, az ionok útban vannak az *elektróda* felé. (Az elektróda egy kikötőszerű alkalmatosság, ami az elektromosságot az oldatban vezeti.)

** Az elektron töltése negatív, a Na^+ pedig valami olyasmi, aminek a kelleténél kevesebb elektronja van. Hogy kellően zavaros legyen a dolog, erre a negatív töltéshiányra utal a '+' jel.

negatív végükkel, a Cl^--ion közelében pedig pozitív végükkel csoportosulnak. Ily módon elegendő energia szabadul fel ahhoz, hogy a NaCl az oldatban Na^+-ra és Cl^--ra essen szét. Ha egy pozitív elektródának nevezett pozitívan töltött testet teszünk olyan vízbe, amelybe előzően sót oldottunk, akkor a klórionokat ez az elektróda vonzani fogja, a nátriumionokat pedig taszítani. Ha egy negatívan töltött testet teszünk az oldatba, akkor a helyzet a fordított lesz. Ha most egy pozitívan töltött testet és egy negatívan töltött testet egyidejűleg teszünk a vízbe, akkor a nátrium az egyik, a klór a másik testnél fog gyülekezni. Tulajdonképpen nem tiszta nátriumot és klórt nyerünk így, hanem valamiféle vegyületeiket. Ha megolvasztanánk a konyhasót, és az olvadékba merítenénk pozitív és negatív elektródákat, akkor külön tudnánk választani magát a nátriumot és a klórt. A Holt-tengerben található magnéziumkloridból ezzel a módszerrel az értékes magnézium nyerhető ki.

Volta számára mindez ismeretlen volt. Mégis, azt találta ki, hogy rézkloridot oldjon vízbe, majd rézrudat és cinkrudat merítsen az oldatba. A cink szívesen oldódott a vízbe, és a Zn^{++} -ionok (azaz olyan Zn-atomok, amelyeknek két elektronjuk hiányzik) kiszorították a rézionokat (Cu^+). Ez utóbbiak, mivel kitaszítódtak az oldatból, összegyűltek a rézrúd körül. Mivel a rézionok pozitív töltésűek, a rézrúdat pozitív töltéssel látták el, és mivel a cinkrúdról pozitív töltésű cinkionok váltak le, a cinkrúd negatív töltésűvé vált. Ha a két rudat fémdrót kapcsolta össze, akkor abban *elektromos áram* folyt. A fémdrótban (általában vezetőben) csak elektronok mozognak. A fémet alkotó valamennyi atom hozzájárul ehhez az elektronsokasághoz, amelynek mozgását ugyanakkor némileg akadályozza, *ellenállást* fejt ki mozgásával szemben. Franklin jelentős mennyiségű elektromosságot térített el; Volta az elektromosságot mozgásra kényszerítette.

A jelenség megértésében valódi előrehaladást Michael Faraday hozott, aki feltételezte, hogy a molekulák elektromos természetűek, és aki felismerte (a dán Oersted felfedezése után), hogy az áram (azaz az áramló elektromosság) hatással van a mágnesre. Különböző anyagok *ekvivalens elektromosság*át úgy mérte meg, hogy meghatározta, mennyi elektromosságot szállított az a folyamat, amely meghatározott mennyiségű rezet választott ki az egyik elektródán. Faraday nem mérte meg a rézatom méretét, sem az elektron töltését; ő a kettő arányát mérte meg. Ne felejtsük el, Faraday kémikus volt! Akkoriban a vegyészek, annak ellenére, hogy sohasem látták, használták az atom fogalmát. Nem ismerték az atom súlyát, de ismerték a különböző atomok súlyarányát. Újszerű volt, hogy Faraday az elektromosságra is hasonló arányokat írt fel. Döntő lépés volt ez, mert az egyszerűség felé vezetett.

Mielőtt Oersted ámulva vette észre, hogy az árammal átjárt vezető közelébe elhelyezett mágnestű elfordul, mindenki úgy képzelte, hogy erők csak vonzó és taszító centrumok közt lépnek fel. Most világos lett, hogy az elektromos áramot mágneses erők veszik körül. Ez vezette Faradayt az erővonal fogalmának megalkotásához. Ez a fogalom alkalmas a gravitáció leírására is. Az 5. fejezetben már használtuk.* Láttuk, hogy egy adott helyen az erő nagyságát a vonalak sűrűsége, az erőhatás irányát pedig a vonalak iránya szemlélteti. Az ötlet Faradayé volt.

Faraday használta is az erővonalakat az elektromos erők szemléltetésére. Az elektromos erővonalak a pozitív töltésekről indulnak és a negatív töltéseken végződnek. Természetesen az is lehet, hogy, az erővonalak *önmagukban záródnak*. Erre az utóbbi esetre példa az, amikor az erők egy vezetőhurokban hajtják az áramot. Ha az erővonalak önmagukban záródnak, az arra utal, hogy egy energiaforrásunk van, hisz a körbe folyó áram hő formájában enegiát ad le.

Faraday arra használta ezeket a vonalakat, hogy kitalálja és megmagyarázza a *Faraday-kalicka* működését. A Faraday-kalicka egy fémlemezből készült doboz.** Ha a dobozon belül nincs töltés, akkor teljesen mindegy, hogy milyen áramok és töltések vannak a dobozon kívül, a dobozon belül sztatikus elektromos erők nem hatnak. Vajon

---

* Newton inkább volt matematikus, mint Faraday, mégsem gondolt erre az egyszerű fogalomra, ami végül a matematikának fontos része lett.

** Gyakran fémhálóból készül. Az elektromos erővonalak csak kis távolsága tudnak *kitüremkedni* a hálón keresztül.

miért? Egyszerűen azért, mert a dobozban erővonalak nem indulnak és nem végződnek. Önmagában zárt erővonal sem lehet a dobozban, mert az árramforrást jelentene, mi viszont feltételeztük, hogy energiaforrás nincs a dobozon belül. Még az is lehetne, hogy egy erővonal kívülről belép a dobozba, majd ki is lép belőle. Ebben az esetben munkát nyernénk, ha a doboz felületének egyik pontjától a másikig mozogna egy töltés. Csakhogy a doboz fala vezeti az elektromosságot. A felületen lévő elmozdulni képes töltés már kiegyenlített minden potenciálkülönbséget, ami a munkavégzéshez szükséges lenne.

Az egyedüli lehetőség az, hogy a dobozon belül nincsenek erővonalak, azaz nincsenek elektromos erők. Teljes mértékben igazolódott, hogy ez így van.

A Faraday-kalicka nem csupán egyszerű, gyakorlatban használt eszköz. Gyönyörű példája egy fogalom, esetünkben az erővonal hasznosságának.

Oersted észrevette, hogy az elektromos áram hat a mágnesre. Faraday megfigyelte, hogy a mágnes nem hoz létre áramot a vezetékben, de egy mágnes, amelyik mozog, elektromos áramlást okoz. Ha egy mágnest előre-hátra mozgatunk egy vezetékhurkon keresztül, akkor először az egyik, majd a másik irányban áramlik az elektromosság. Ezt az ide-oda áramlást *váltakozó áram*nak nevezzük.* Másrészt a vezetékben folyó változó áram előbb az egyik, majd a másik irányba taszítja a mágnest. Kellő ügyességgel a vezeték kialakítható úgy, hogy a mágnes forogjon. Ilyen, az elektromosságot mechanikai munkává alakító elrendezés a dinamó.

Faraday olyan eszközt alakított ki, amely segítségével a szoba egyik sarkában mozgatott mágnes mozgásba hozta a másik sarokban lévő mágnest. *Generátor*t és *dinamó*t alkotott – embrio-

---

* Oersted felfedezése csak azáltal vált kerek egésszé és érthetővé, hogy a két jelenséget egymás mellett szemlélték: az egyik jelenség, amelyben a mozgó töltések hatnak a mágneses térre, a másik, amelyben a mozgó mágnes hatást gyakorol az elektromosságra. Maxwell, aki Faradayt követte a munkában, tette végül teljessé a matematikai leírást.

nális formában. Ezeket az eszközöket gyerekek számára tartott nagyszerű előadásain használta, amikor egyszerű szavakkal akarta megmagyarázni a legfejlettebb tudományos témákat. Sajnálatos módon kihalt ez a gyakorlat.

Úgy esett, hogy Anglia akkori miniszterelnöke, Gladstone részt vett azon az előadáson, ahol Faraday bemutatta egyszerű generátor dinamóját. Az előadás után Gladstone odament Faradayhez és megkérdezte: "Mindez igen szórakoztató, de vajon hasznos is?"

Faraday így válaszolt: "Uram, lesz idő, amikor adót vethet ki ezekre." Bár Faraday semmiféle mérnöki munkát nem végzett, természetesen, amit csinált, azzal megalapozta napjaink kiterjedt villamosenergia-iparát. Bármely adófizető megmondhatja, hogy Faraday válasza a valóság egy gyönyörű, angolos alábecsülése volt.

Levonható egy tanulság mindebből. Sohasem bizonyos, hogy mikor válik alkalmazott tudománnyá, ami tisztán alapkutatásnak tűnik.* Az is igaz, hogy sosem tudható, hogy az alkalmazott tudomány előrehaladása mennyiben lendít az alapkutatáson.

Miután beszéltünk arról, hogy az elektromosság mágnességet indukál és a mágnesség elektromosságot hoz létre, rá kell mutatnom az elektromosság és mágnesség közti lényeges különbségre. Jól ismertek elektromos töltésű részecskék (például a pozitív töltésű atommag vagy a negatív töltésű elektron). Egy ilyen töltés körül az $1/r^2$ törvénynek engedelmeskedő sugárirányú elektromos tér van jelen. Magában álló *mágneses töltés*ről nincs tudomásunk. A mágneses töltések (ha valaki egyáltalán törődni akar velük) mindig egymást ellensúlyozó párokban fordulnak elő, úgyhogy a teljes mágneses töltés mindig zérus értékű. A mágnest úgy képzelhetjük el, mint egy *áramhurkot*. Ami a Földet illeti, ez egy olyan hurok, amelyben a Déli-

---

* WT: Különösen miniszterelnökök, államfők vagy tábornokok kételkednek az alapkutatás alkalmazhatóságában. Talán még legkevésbé a pénzemberek kétkedők. A kapitalizmus alapvető posztulátuma: a fent említett emberi tény következtében a bankárok közt sokkal több a kivétel, mind az egyéb kategóriákban.

sark a mágnes pozitív vége, az Északi-sark pedig a mágnes negatív vége.*

Elektromos töltések (például elektronok) nem hoznak létre mágneses teret, hacsak nem mozognak. Ugyanígy, elektromos töltésekre a mágneses térnek mindaddig nincs hatása, míg azok nem mozognak. Egy elektron által létrehozott mágneses tér nagysága arányos az elektron v sebességével, és merőleges egyrészt arra a vonalra, amely mentén az elektron mozog, másrészt pedig arra a vonalra, amely az elektron pillanatnyi tartózkodási helyét összeköti azzal a ponttal, ahol éppen a mágneses teret mérjük. Hasonlóképpen, az az erő, amivel a mágneses tér hat egy elektronra, arányos az elektron sebességével, és mind a mágneses tér, mind az elektron sebességére merőleges.

Ha például van két, egymással párhuzamos v_1 és v_2 sebességgel mozgó e_1 és e_2 töltésünk, akkor a közöttük fellépő mágneses kölcsönhatásból származó erő $-(e_1 e_2/r^2)(v_1 v_2/c^2)\sin\theta$ lesz, ahol θ a két töltést összekötő egyenes és a sebesség által bezárt szög, c a fénysebesség, a mínusz jel pedig arra utal, hogy párhuzamos áramok mágneses kölcsönhatása vonzásban nyilvánul meg. Ez a vonzóerő merőleges a v_1 és v_2 sebességekre, és a v_1 és v_2 által meghatározott síkban fekszik; az irány különbözik az elektromos kölcsönhatásétól, az ugyanis az egyik töltéstől a másik felé mutat.**

Úgy látszik, a fizika alapvető egyenleteiben a fénysebesség megjelenik. Tulajdonképpen a fény sebességét a mágneses térerősség

* WT: Ezek szerint az Északi-sark vonzza az iránytű mágnesének pozitív végét.

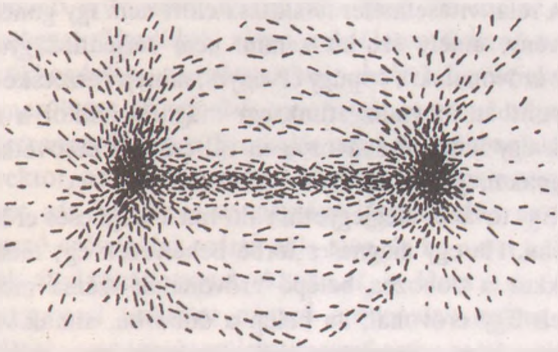
** WT: Ellenkező irányú a két erő?

TE: Igen. De általában nem a töltéseket összekötő egyenes mentén hatnak.

WT: Mi a helyzet az impulzusnyomaték megmaradásával?

TE: A puszta térnek impulzust kell tulajdonítanunk. A Faraday-féle erővonalak sajátossága, hogy energiát és impulzust képviselnek. Ezt Maxwell tárta fel. Sok fizikus nyugtalanítónak találta, hogy az üres tér és az erővonalak ilyen sokoldalúak. Láthatatlan tengelyeket és szerkentyűket próbáltak kigondolni az elektromosság és mágnesség magyarázatára. De az egyszerűség felé vezető úton jobb, ha hagyjuk, hogy az üres tér és az erővonalak tegyék a dolgukat.

mérésével meg lehet határozni. Ez kihívó utalás arra, hogy a fény és az elektromágneses tér kapcsolatban vannak.



7-2. ábra Ha mágnesrudat tartunk egy vasreszelékkel behintett papírlap alá, az ábra szerinti mintát láthatjuk: a reszelék olyan vonalak mentén rendeződik el, melyek a mágnesrúd egyik sarkától a másikig ívelnek.

Mint korábban már említettem, Faraday leglényegesebb tette az erővonal fogalmának megalkotása volt. Ezek az erővonalak láthatóvá tehetők, ha egy mágnes fölött tartott papírlapra vasreszeléket szórunk. A vasreszelék a mágnest körülvevő erővonalak mentén rendeződik el (*7-2. ábra*). Faraday tett egy óriási gondolati előrelépést azzal, hogy feltételezte az erővonalak létezését akkor is, ha a vasreszelék nincs jelen. Erővonalakkal nemcsak a mágneses, hanem az elektromos és gravitációs teret is jellemezhetjük.

Ezek a terek a megfelelő részecskékre (elektromos és mágneses tér esetén a töltésekre, a gravitációs tér esetén a tömegekre) erővel hatnak. Egy ilyen erővonal a tér vagy a vákuum sajátos minősége. Látható, hogy a vákuum nem a naív elképzelés szerinti semmivel, hanem lappangó erőkkel, gravitációs, elektromos és mágneses erőkkel van tele. Jó okunk van ma azt hinni, hogy ez csak egy hosszabb lista eleje. Sajnos, ennek a listának a taglalásával várnunk kell egészen addig, míg az utolsó fejezethez nem érünk.

A terek erővonalakkal való leírásának az a jelentősége, hogy a továbbiakban nem kell a *távolhatás* fogalmát elfogadnunk. A távolhatás fogalma azt fejezi ki, hogy valami, ami az egyik pontban van, erőhatást fejt ki egy másik pontban. Ehelyett azt gondoljuk, hogy az erő a tér sajátossága, a tér minden egyes része hat a tér szomszédos részeire. A relativitáselmélet felállítása előtt nem így gondolkodtunk. Az a törvény, amely szerint semmi sem terjedhet gyorsabban a fénynél, az erővonalakra éppúgy érvényes, mint a részecskékre. Ha egy adott időpontban megmozgatunk egy mágnest, akkor a kapcsolódó erővonalak egy fényévnyi távolságon túl csak az elkövetkező egy év múltán fognak megváltozni.

Egy további megjegyezni való van a mágneses erővonalakkal kapcsolatban. Ha egy mágneses térbe behelyezek egy tetszőleges kis dobozt, akkor a dobozba belépő erővonalak száma megegyezik a kilépőkével. Egy erővonal, ha belép a dobozba, annak vagy ki kell lépnie onnan, vagy a dobozban kell végződnie; de a dobozban nem végződhet, mivel magában álló mágneses töltés nincs. Ugyanígy, egy dobozból kilépő erővonal be is kellett lépjen oda, vagy a dobozban kell lenni a kezdőpontjának, de ez utóbbi megintcsak nem lehetséges. A mágneses térnek nincs *divergenciája* – mondják a túl igényesek. Ne feledjük, hogy az elektromos térben lehetnek források. Ha van valahol egy önálló pozitív töltés, akkor a töltést körülvevő dobozból kilépnek erővonalak anélkül, hogy belépnének oda. Ha negatív töltés van a dobozban, akkor erővonalak belépnek oda anélkül, hogy kilépnének.

Most olyasmit készülök csinálni, ami némi matematikai nehézséggel jár. Nem kell, hogy kedvét szegje bárkinek, ha nem ért meg mindent. Az a fontos, hogy általában legyen fogalma az olvasónak arról, ami most történik.

Matematikai formát szeretnék adni annak a törvénynek, mely kimondja, hogy Faraday mágneses tere sehol sem kezdődik, sehol sem végződik, és igyekszik körülkeríteni azokat a térrészeket, ahol elektromosság mozog. Hogy ezt megtegyem, megfelelő jelöléseket alkalmazok a mágnes térre.

Ezek a H_x, a H_y és H_z lesznek. Jelentésük: H_x a mágneses tér x irányú komponense, H_y a mágneses tér y irányú komponense, H_z

pedig a mágneses tér z irányú komponense. Ne feledjük, a mágneses tér komponensei pontról pontra változnak. Ezért H_x, H_y és H_z pontról pontra változik.

Definíció szerint a **H** vektor iránya megegyezik az erővonal irányával, **H** nagyságát pedig a **H** irányára merőleges egységnyi felületen átmenő erővonalak száma adja meg. Ha ezt az egységnyi felületet α szöggel elfordítjuk, akkor a felületen átmenő erővonalak számának csökkenését a $\cos\alpha$ tényezővel vehetjük figyelembe. Az erre a felületre merőleges erővonalak ugyancsak α szöget zárnak be az eredeti felületre merőleges, a **H** irányát megadó erővonalakkal. A **H**-nak, mivel vektor, az a tulajdonsága, hogy az a komponense, amelyik vele α szöget zár be, $H\cos\alpha$ nagyságú. Így, ha H-t az egységnyi felületet metsző erővonalak száma adja meg, és ha α-val jelöljük a **H** és az x-tengely által bezárt szöget, akkor a $H_x = H\cos\alpha$ az x-tengelyre merőleges egységnyi területet metsző erővonalak száma, H_y az y irányra merőleges egységnyi területet metsző erővonalak száma, és H_z a z-re merőleges egységnyi területet metsző erővonalszám.

Most már készen állunk ahhoz, hogy a matematika nyelvén fogalmazzuk meg azt, hogy egy térrészbe belépő erővonalaknak ki is kell lépni a térrészből. Vegyünk egy kisméretű $\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ térfogat-elemet! Amikor ezt mondjuk, akkor az x, y és z koordinátákkal megadott pont közelében egy derékszögű dobozra, egy *téglányra* gondolunk, amelynek hat lapja közül az x és $x + \mathrm{d}x$-nél lévő két párhuzamos lap mérete $\mathrm{d}y\mathrm{d}z$, az y és $y + \mathrm{d}y$-nál lévő két párhuzamos lap mérete $\mathrm{d}z\mathrm{d}x$, végül a z és $z + \mathrm{d}z$-nél lévő két párhuzamos lap mérete $\mathrm{d}x\mathrm{d}y$. Ezek szerint az első két oldallapot metsző vonalak száma $H_x\,\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ illetve

$$[H_x + (\partial H_x/\partial x)\,\mathrm{d}x]\mathrm{d}y\mathrm{d}z.$$

Itt a $\partial H_x/\partial x$ azt adja meg, hogy a H_x az x-tengely irányában milyen mértékben változik. Amikor d helyett ∂-t (kunkori deltát) használunk, akkor arra utalunk, hogy a ∂x mentén csak az x változik, közben y-t és z-t változatlannak tarjuk. Az előzőhöz hasonlóan, a további oldalpárokat metsző erővonalak száma $H_y\,\mathrm{d}z\mathrm{d}x$ illetve

$$[H_y + (\partial H_y/\partial y)\,\mathrm{d}y]\mathrm{d}z\mathrm{d}x,$$

és végül $H_z \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ illetve

$$[H_z + (\partial H_z/\partial z)\,\mathrm{d}z]\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y.$$

Ha vesszük az oldalpárok erővonal-különbségét (leszámoljuk a kilépő erővonalakat, és kivonjuk ebből a belépők számát), ezeket kapjuk:

$$(\partial H_x/\partial x)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z,\quad (\partial H_y/\partial y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z \quad \text{és}$$

$$(\partial H_z/\partial z)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z.$$

Valamennyi kilépő és valamennyi belépő erővonal különbségét a következő háromtagú összeg adja meg:

$$\left(\frac{\partial H_x}{\partial x}+\frac{\partial H_y}{\partial y}+\frac{\partial H_z}{\partial z}\right)\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z.$$

A $\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$ tényező a mi kis téglánk térfogata, az úgynevezett *térfogatelem*. A zárójelben lévő tényező a H *divergenciája*. A H-nak lényeges tulajdonsága, hogy divergenciája zérus:

$$\operatorname{div}\mathrm{H} = \frac{\partial H_x}{\partial x}+\frac{\partial H_y}{\partial y}+\frac{\partial H_z}{\partial z}=0,$$

vagyis, a mágneses erővonalak sehol sem erednek és sehol sem végződnek.

Az elektromos tér másképpen viselkedik. Erővonalai pozitív töltésekről indulnak és negatív töltéseken végződnek. Ha E_x, E_y és E_z-vel jelöljük az elektromos tér komponenseit, akkor közöttük az előzőnek megfelelő kapcsolat így alakul:

$$\left(\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial z}\right)\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z = 4\pi\rho\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z.$$

A ρ az elektromos töltéssűrűséget jelöli, a $\rho\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$ a térfogatelemben lévő összes töltés. (A 4π tényező teremt kapcsolatot az erővonalak száma és az általunk bevezetett erő között. Egy *e* töltéstől r távolságra a töltés következtében fellépő erő e/r^2, így az egységnyi területet e/r^2 számú, a töltéstől indul erővonal metszi. A töltéstől r távolságban az összes erővonalak számát a $4\pi r^2$ gömbfelület és az e/r^2 szorzata, azaz $4\pi e$ adja meg. A divergenciát tartalmazó egyenletünk ezzel a kifejezéssel van összhangban.

Ezeket a matematikai kifejezéseket az előzményekből nem Faraday vezette le, aki csupán vegyész* volt, hanem utóda, James Clerk Maxwell, aki viszont elméleti fizikus volt, és ezért semmit sem akart pusztán azért elfogadni, mert hitte valamiről, hogy igaz.

Mágneses teret a gyakorlatban elektromos áramok hoznak létre. A mágneses erővonalak hurok formájában veszik körül az áramokat.** Egyszerűen úgy lehet modellezni azt az esetet, amikor egy z irányú i_z áram az x és y irányban H_x és H_y nagyságú mágneses teret hoz létre, hogy az x, y pont körül két-két párhuzamos vonallal határolt kicsiny négyszöget képezünk. (A z koordináta eközben változatlan marad, így nem kell figyelembe venni.) Az egyik vonal hossza dx, ez az (x, y) és az (x + dx, y) pontokat köti össze. A *7-3. ábrá*n látható mind a négy vonalszakasz.

---

* WT: TE-nek valami baja van a vegyészekkel. Apja ugyanis szerette volna, ha TE vegyésznek készül, ezért TE kötelességtudóan kémiát tanult, bár fizikus akart lenni. Apja aggódott emiatt a helyzet miatt (ebből is látszik, hogy a jog volt a papa mestersége), Bécsbe vitte TE-t, hogy egy rokon, a híres Ehrenhaft professzor véleményét kikérje. Ehrenhaft megkérdezte az ifjú TE-t: "Tudod-e mi az a rotáció?" (A rotáció hasonlít a divergenciához, csak egy kicsit bonyolultabb. A következő oldalakon beszéljük majd meg.) TE felcsillanó szemmel, de szerényen válaszolt: "Igen, uram." Ehrenhaft, méltányolva TE válaszát, vagyis hogy a fiú tisztában van a rotáció fogalmával, így fordult nagyapámhoz: "Amikor én Bécsbe jöttem, mivel tudtam, mi az a rotáció, professzor lettem. Ede máris tudja, hagyd hát a fiút fizikát tanulni!" Így lett TE fizikus, és most tanítja a rotációt.

**WT: És mi a helyzet a mágnesrúddal?

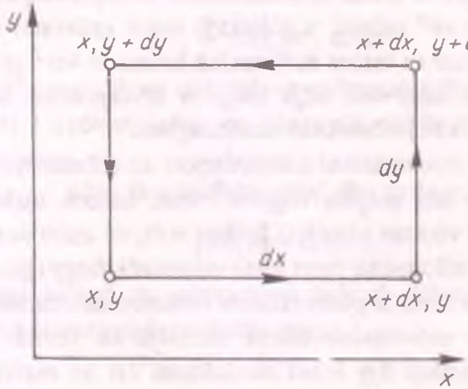
TE: Azokban elektronok vannak, amelyek parányi köráramokat képviselnek még akkor is, ha nem mozognak.

WT: Hogy van akkor, hogy nem minden anyag mágneses?

TE: Mert a legtöbb anyagban az elektronok olyan párokban vannak jelen, amelyekben egymás áramát semlegesítik.

WT: Ezt el kell hinnem?

TE: Igen, ezt most hinni kell.



7-3. ábra Egy mágneses dipólus pozitív végének a körbevitele az ábrán kijelölt út mentén rávilágít, hogy hogyan függ össze a mágneses mező hely szerinti változása az elektromos árammal.

Ha egy mágneses dipólus pozitív végét az óramutató járásával ellentétes irányban körbevisszük a kijelölt zárt görbe mentén, akkor az első szakaszt megtéve a végzett munka (erő szorozva elmozdulás) értéke: $H_x\,\mathrm{d}x$, feltéve, hogy a pólus egységnyi erősségű. Továbbhaladva az $(x + \mathrm{d}x, y)$ ponttól az $(x + \mathrm{d}x, y + \mathrm{d}y)$-ig, a munka $[H_y + (\partial H_y/\partial x)\,\mathrm{d}x]\mathrm{d}y$ -nal nő, mert az x és $x + \mathrm{d}x$ közti elmozdulás során a mágneses tér értéke H_y-ról $H_y + (\partial H_y/\partial x)\,\mathrm{d}x$ értékűre változik. Ha az $(x + \mathrm{d}x, y + \mathrm{d}y)$ ponttól az $(x, y + \mathrm{d}y)$ pontig mozdulunk el, akkor a következő tag $-[H_x + (\partial H_x/\partial y)\,\mathrm{d}y]\mathrm{d}x$, végül az $(x, y + \mathrm{d}y)$-tól az (x, y)-ig tartó utolsó menetben $-H_y\,\mathrm{d}y$-t kapunk. Ha összeadjuk az első és a harmadik elmozdulás eredményét, és elhagyjuk az ellentétes előjelű $H_x\,\mathrm{d}x$ tagokat, akkor itt állunk a

$$-(\partial H_x/\partial y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$$

mennyiséggel. Ugyanígy a második és negyedik elmozdulásból a következő marad:

$$(\partial H_y/\partial x)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y.$$

Végső eredményünket ezeknek a részleges összegeknek az összegeként kapjuk meg: $[(\partial H_y/\partial x) - (\partial H_x/\partial y)]\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$. A $\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ tényező a négyszög területe, míg a szögletes zárójelben lévő első tényező annak a vektornak egy komponense, amit a **H** rotrációjának, avagy rot **H**-nak hívnak.

Kissé részletesebben: a rot **H** egy olyan vektor, amelynek z komponensét, mint azt éppen beláttuk, a $[(\partial H_y/\partial x) - (\partial H_x/\partial y)]$ kifejezés adja meg. Az x-komponest hasonló módon kapjuk az y-z síkban, az y komponenst pedig a $z-x$ síkban felvett négyszögből. Explicit alakban:

$$(\mathrm{rot}\,\mathbf{H})_x = \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z},$$

$$(\mathrm{rot}\,\mathbf{H})_y = \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x},$$

$$(\mathrm{rot}\,\mathbf{H})_z = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}.$$

Nos, ez a rotáció az, ami egyenlő a $4\pi/c$* szorozva az elektromos áramsűrűség vektor i_x, i_y és i_z komponenseivel. Vagyis:

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{4\pi i_x}{c},$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{4\pi i_y}{c},$$

és végül

* WT: Miért szerepel a 4π?
TE: Ezt nem egyszerű megválaszolni. 2π adódik a kör alakú mágneses erővonal menti integrálásból és egy további 2-es szorzó pedig az áramot reprezentáló egyenes vonal menti integrálásból.

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \frac{4\pi i_z}{c}.$$

A három egyenlet jobb oldalán a három kis négyszögön átfolyó teljes áram szerepel.

Ezeknek az egyenleteknek a felállításával, azzal, hogy a matematika segítségével egyszerűbbek (ez örökösen kétségbe vonható állítás*) lettek a dolgok, Maxwellnek sikerült rátalálni valamire, ami Faraday kezei közül kisiklott. Maxwell úgy találta, hogy a változó mágneses tér az elektromos térben hurkokat, pontosabban örvényeket, vagyis rotációt hoz létre: rot **E** = $-(1/c)(\partial \mathbf{H}/\partial t)$. Hogy világosabb legyen, leírjuk ennek a vektoregyenletnek a z-irányú komponensét:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\frac{1}{c}\frac{\partial H_z}{\partial t}.$$

(A ∂ jel a jobb oldalon természetesen azt jelenti, hogy csak az időt tekintjük változónak, a helyet nem.) Faraday keresett, de nem talált összefüggést, mely az **E** és **H** kölcsönös átalakulását megadja. Maxwell megmutatta, hogy kell lennie ilyen összefüggésnek, mégpedig

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{H} = \frac{1}{c}\left(4\pi\mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right)$$

alakban. A zárójelben lévő első tag az áram hatását adja meg, amit már megtárgyaltunk. A második tag a változó elektromos tér hatása a mágneses térre. Faraday nem találhatta meg ezt a tagot (habár kereste), mert nem tudta elég pontosan mérni a mágneses teret.

---

* WT: Örvendetes, hogy elismered. Mi is az az integrálás?

TE: Az integrálás nem egyéb, mint folytonos összeadása kicsiny részeknek, amelyeket egyre kisebbnek választunk meg.

WT: Értem. Azt próbálod magyarázni, hogy hasonló a differenciáláshoz, ott is egyre kisebb különbségeket vettünk.

TE: Igen, az emberek eredetileg így integráltak.

Tulajdonképpen nem lehet kérdéses a második tag jelenléte. Mi történik a rot H = $(1/c)4\pi\mathbf{i}$ egyenlettel, ha egy véges vonal két pontja között folyik az áram? Mi történik a rotációval, a mágneses pólus munkájával? Az árammal átjárt vonal körül létezik a rotáció. Ha azonban túlhaladunk a vonalon, eltűnik. Megváltozik-e ugrásszerűen? Belátható, hogy a rotáció olyan vektormennyiség, amelyet reprezentáló vonalaknak sem kezdete, sem vége nincs.

A $4\pi\mathbf{i} + (\partial \mathbf{E}/\partial t)$ kombináció éppen ezt biztosítja. Ahol végződik az áram, ott töltés halmozódik fel. Viszont növekvő töltés növekvő elektromos teret hoz létre. Könnyű megmutatni, hogy a $4\pi\mathbf{i} + (\partial \mathbf{E}/\partial t)$ éppen olyan tulajdonságú, amire szükség van. Egy ilyen vektor helyfüggvényének megvan az a tulajdonsága, hogy kezdő és végpont nélküli vonalakkal ábrázolható: ahol a $4\pi\mathbf{i}$ végződik, ott indul a $\partial \mathbf{E}/\partial t$.

Maxwell azonban ennél sokkal tovább ment. Megmutatta, hogy ha töltések vagy áramok nincsenek is jelen, a vákuumban akkor is érdekes folyamatok zajlanak. A

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad \text{és a} \quad \mathrm{rot}\,\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$$

egyenletpár* arra utal, hogy a mágneses és elektromos tér egymást gerjesztheti, és anyagi hordozóktól függetlenné válhatnak. A legegyszerűbb esetben a tér csupán z-től és t-től függ, H-nak csak x-irányú, E-nek csak y-irányú komponense van. Ekkor a két egyenlet így alakul:

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} = \frac{1}{c}\frac{\partial E_y}{\partial t} \quad \text{és} \quad \frac{\partial E_y}{\partial z} = \frac{1}{c}\frac{\partial H_x}{\partial t}.$$

Ha ct helyébe τ-t írunk, az egyenletek egyszerűbbek lesznek:

---

* WT: Mi történt a $4\pi\mathbf{i}$-vel?
TE: Mivel vákuumban vagyunk, ezért $i=0$.

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} = \frac{\partial E_y}{\partial \tau} \quad \text{és} \quad \frac{\partial E_y}{\partial z} = \frac{\partial H_x}{\partial \tau}.$$

A két egyenletnek két megoldás tesz eleget. Ezek a következők: $H_x = E_y = \mathrm{f}\,(z+\tau)$ és $H_x = -E_y = \mathrm{f}\,(z-\tau)$. Ezek közül az első nyilvánvaló. A f bármilyen függvény lehet. Mind a z, mind a τ megváltozása ugyanolyan hatású a függvényre nézve, tehát akár a z, akár a τ szerinti deriválás ugyanarra az eredményre vezet, és így ez a függvény eleget tesz az előbbi egyenletnek. Az elektromos és a mágneses tér értéke ugyanaz, ha $(z+\tau) = (z+ct)$ nem változik meg; ha várunk egy másodpercig, és ugyanakkor z-t lecsökkentjük ct-vel ($3 \cdot 10^5$ km-rel), akkor ugyanazt találjuk. Van hát egy negatív z-irányban fénysebességgel terjedő elektromágneses hullámunk. Könnyű belátni, hogy a második megoldás [$H_x = -E_y = \mathrm{f}\,(z-\tau)$] pedig egy pozitív z irányban *terjedő hullám*. Ezeknek a hullámoknak a hullámhossza lehet több kilométer (rádió hullámok), vagy kisebb, mint egy mikron (látható fény), vagy akár atomi méretű (kozmikus sugárzás esete).

Figyelemre méltó tény, hogy a Maxwell-féle elektromágneses térelmélet teljes összhangban van Einstein relativitáselméletével. Nyugalomban lévő elektromos tér egy mozgó megfigyelő számára részben mágneses térnek tűnik. Ez a relativisztikus tulajdonság matematikai formában akkor válik láthatóvá, ha az elektrosztatikából indulunk ki, és bevezetjük a Φ *elektromos potenciált*, azaz az egységnyi elektromos töltés potenciális energiájának formuláját. Ekkor a Φ éppúgy egy komponense a relativitáselmélet valamely négydimenziós vektorának, akárcsak az energia, amely egy négydimenziós vektort a nyomatékkal (vagy impulzussal) együtt alkot. Az elektromágneses térelméletben az energia Φ potenciálfüggvényéhez a nyomaték (vagy impulzus) A_x, A_y és A_z komponensű háromdimenziós *vektorpotenciál*ját vesszük hozzá. Ez a négyes (Φ, A_x, A_y és A_z) éppúgy viselkedik, mint a t, x, y és z vagy az E, p_x, p_y és p_z. A mágneses tér az **A**-ból származtatható: **H** = rot **A**, az elektromos tér komponenseit hasonló módon képezzük, mint pl. az x-irányút: $E_x = [\,\partial A_x/\partial(ct) - \partial\Phi/\partial x]$.

Úgy tűnik, mintha megfeledkeztünk volna a lényegről, miközben túl sokat beszéltünk a terekről. Hogyan alakul az anyag–tér-kölcsönhatás? A fejezet elején már utaltunk erre. Mindez relativisztikus formában is felírható, ami azzal az előnnyel jár, hogy az elektromágneses kölcsönhatásokban az energia- és impulzus-megmaradás törvényét könnyű bizonyítani.

Hogy ezt valóban megfogalmazzuk (az eljárást mindössze vázolni fogjuk), ahhoz a puszta űrnek energiát és impulzust (amelyet a terek képviselnek) kell tulajdonítanunk akkor is, ha benne anyag nincs is jelen. A fény nem anyagi természetű, térfogategységben mégis $(1/8\pi)(E^2+H^2)$ nagyságú energiát hordoz. A történet úgy teljes, ha bevezetjük az energia–impulzus–feszültség-tenzort.*

Csupán annyit akarok hangsúlyozni, hogy a térnek nemcsak energiát és impulzust kell tulajdonítani, hanem *feszültség*et is (amit a háromdimenziós térben egy tenzorral írunk le, és amit Maxwell-tenzornak hívunk), amely hasonló a rugalmas szilárd testek feszültség-tenzorához. Úgy tűnik, a különböző közegek és az "üres" tér közt nincs is olyan nagy különbség!

---

*TE: Láttuk már, hogy a háromdimenziós térben egy vektornak három komponense van. Például az F_x, F_y és F_z számok egy háromdimenziós erő komponensei. Vagy a dx, dy és dz az elmozdulás komponensei három dimenzióban. Egy *tenzor* két vektorból képezhető oly módon, hogy a tenzornak háromszor három, vagyis kilenc komponense lesz a háromdimenziós térben.

WT: De hát honnan származik a tenzor-modell?

TE: Eredetileg a tenzor a szilárdtestekben fellépő feszültségek leírására szolgált. Komponensei a következő kérdésre adtak választ: ha belevágunk egy megnyomott vagy megcsavart rugalmas szilárdtestbe, akkor a vágással, a vágás felületelemei mentén feszültséget szüntetünk meg. Milyen legyen az az erő, amely az eredeti feszültségi állapotot visszaállítja? Ez több összetevővel adható csak meg, hiszen különböző irányúak lehetnek a felületelemek, amelyek mentén a szilárdtestbe vágunk, és az erő is komponenseivel adható meg.

WT: És mi a helyzet négy dimenzió esetén?

TE: Az elektromos és mágneses tér *együttesen* egyetlen tenzor komponenseiként tekinthetők. Maxwell felállított egy másik tenzort, olyat, ami az energiasűrűséget és az impulzus *fluxus*át adja meg.

WT: És mi a haszna mindennek?

TE: Akár az öregedés, erre sincs jobb lehetőség.

WT: Köszönet, hogy nem bonyolódunk jobban bele.

Kering egy történet, ami az elektromosságról, az energiáról és a törvénykezésről szól. Úgy esett, hogy az Észak-Karolinában* előállított elektromossággal Dél-Karolinában működtettek egy motort. A szövetségi kormányzat meg akarta mutatni, hogy mivel az egyik államból valami átkerül egy másikba, a Szövetségi Államközi Kereskedelem törvényei erre az esetre is alkalmazhatók. Az erőmű emberei azt bizonyítandó, hogy a szövetségi törvények nem alkalmazhatók, így okoskodtak: "Vajon mit is szállítunk egyik államból a másikba? Elektromosságot ugyan nem, mert ha így tennénk, ez azt jelentené, hogy Észak-Karolinában iszonyú sok töltés van." A kormányzat érvelése szerint energia kerül egyik államból a másikba.

"Rendben" – mondta az egyik vitázó –, "ha energiát szállítunk, tessék rámutatni erre az áramló energiára! A vezetékben áramlik ez az energia? Vagy a vezeték körüli térben?"

Ezen a ponton a bíró összezavarodott. Az energia–impulzus–feszültség-tenzort kellett volna tanulmányoznia a válasz-hoz, csakhogy törvénykönyveink nem adnak iránymutatást ezen tenzor jogszerű kezeléséhez. Végül – azt hiszem, helyesen – azt a döntést hozta meg, hogy tulajdonképpen kifejezhető pénzben az az érték, ami az egyik államból a másikba átkerült. * *

Az energiáért végül is fizetni kellett, de a bíróban kialakult az a titkos gyanú, hogy az energia tulajdonképpen megmarad.

A fejezetet a részecskékkel kezdtük, a terekkel fejeztük be. Tükrözi ez így azt a nagy történelmi jelentőségű változást, amit Faraday és Maxwell kezdeményezett. Az előző fejezetben (legalábbis annak egy részében) hozzákezdtünk, hogy statisztikai törvényekkel váltsuk fel a merev ok–okozati összefüggéseket. A múlt század két

---

* Az eset megesett, de színtere az Osztrák–Magyar Monarchia volt. De Kármán Tódor, a híres magyar szerint egy igaz történet megállja a helyét eltérő lényegtelen mellékkörülmények közt is.

** A pénz, akárcsak az elektromosság, áramlik anélkül, hogy bárki nyomon követhetné. (Ósdi babona, hogy zsebből zsebbe áramlana.) Csakhogy a pénzt illetően a törvény sokkal inkább hajlik arra, hogy megbecsülje a nyilvánvaló áramlás mértékét, mint az elektromosság esetében.

nagy felismerésének – a térelméletnek és a statisztikának – összekapcsolódása vezetett végül az atomelmélet és anyagtudomány fellendüléséhez.

Mindezekelőtt azonban fel kell tennünk egy kérdést: Léteznek-e egyáltalán atomok?

KÉRDÉSEK

7-1. Sík fémfelület vonzza a töltött testeket. Miért? Mekkora erővel?

7-2. Keresse meg az E = 0, H = 0 leírásnak a tér minden pontjában megfelelő Φ – A függvénypárt!

8. FEJEZET

A VILÁG ATOMOS SZERKEZETE

"Legyen **A** *az atom,*
Mindennek kezdete.
De még nagyítóval
Sem látta senki se.

Ám a fizikában
Olyan a varázslat,
Ki atomot használ,
*Az atomot láthat."**

Meglehet, különösnek tűnik, hogy egy teljes fejezetet szentelek annak bizonyítására, hogy a világ atomos felépítésű. Az atomok létezése közismert, elfogadott tény. De azért mégis abszurd. Még annál is hihetetlenebb, hogy a Föld gyorsabban mozog, mint egy puskagolyó.

Először 400 évvel Krisztus előtt próbálta valaki meggyőzni az embereket az atomok létezéséről. Ez a valaki a Görögország Thesszáliának nevezett vad északi részéből származó Démokritosz volt. Meghívást kapott Platón akadémiájára, hogy gondolatait egy szemináriumon mondja el. Itt Démokritosz arról beszélt, hogy széttördelhetjük ugyan a dolgokat, de a felaprózásnak határa van.

---

* Ezeket a sorokat a kisfia számára írt verses ábécé első szakaszként ugyanaz írta 1945-ben, akiről a Prológusban már megemlítettük, hogy költőként ismeretlen. Nem bizonyultak örök érvényűnek ezek a sorok. Az *elektronmikroszkóp*, de méginkább a *pásztázó alagút mikroszkóp* birtokában az atomok már láthatók.

Miben látta ennek bizonyítékát? Nézzük a vizet. Ha elpárologtatjuk, látszatra eltűnik a víz. Ha ezután a párát lecsapatjuk, visszanyerjük a vizet. Ha megfagyasztjuk a vizet, majd felolvasztjuk, újból vizet nyerünk. Valami változatlan marad, ha visszajutunk az anyag kiindulási formájához. A jelenség magyarázható, ha úgy gondoljuk, hogy a víz részecskékből áll (amit ma vízmolekulának nevezünk, Démokritosz atomnak, *oszthatatlan*nak hívta).

Platón maradi volt. Nem hitte, hogy a Föld kering a Nap körül, hiába célozgatott rá Püthagorasz. Démokritosz különös anyagelméletét sem akaródzott neki elhinni. Viszont könyörületes volt. Mivel aggódott Démokritosz józan eszét illetően, ezért az atomok atyját elküldte Hippokratészhez, az orvoslás atyjához.*

Kósz szigetén volt egy igazán modern rendelője Hippokratésznek, aki – így szól a történet – Freud felismeréseire kétezer évvel korábban ráérzett. Démokritosz egy dupla (azaz kétszer 50 perces) pszichoanalitikus kezelésen vett részt Hippokratésznél, ami után a két görög – beteg és orvosa – kart karba öltve került elő. Hippokratész megfogalmazta a véleményét. "Amennyiben ez az ember őrült, úgy én is az vagyok."

Hiába minősült Démokritosz épelméjűnek, az uralkodó akadémia kétkedése ellenében ez nem segített. Démokritosz 2000 évre feledésbe merült. Közben jöttek az alkimisták. Felállították *tudományos* elméletüket a négy elemről** (föld, víz, levegő, tűz és kívülrekedt ötödikként az éter), és igyekeztek mindent valami mássá, legfőképpen arannyá változtatni. Démokritosz atomjai alapvetően azonosak és megváltoztathatatlanok voltak, így azt a gondolatot, hogy egy anyagot más anyaggá lehet átalakítani, nem fogadta volna el.

Az atomelmélet 1800 táján új erőre kapott. Atomok és molekulák között különbséget először a Francia Forradalomban fejét

---

* Ezt a történetet TE Athénben, a Démokritoszról elnevezett Görög Atomenergia Laboratóriumban hallotta. Ott már csak tudják, hogy esett!

** WT: Mondhatom, nagyot léptünk előre azóta! Míg az alkimisták szerinti felosztás föld–víz–levegő–tűz volt, ma a fizikusok szilárdtestről, folyadékról, gázról és plazmáról beszélnek, és felhagytak az éter fogalmával. Ez már haladás!

vesztett francia nemes, Lavoisier* tett. A megújuló atomelmélet állapította meg azt a lényeges különbözőséget, ami a kémiai folyamatok során a megváltozás és a megmaradás (ez utóbbi a száz elemnek sajátossága) közt van.

Ebből nőtt ki a kémia. Száz év alatt a kémikusok felépítették a képletek rendszerét. Meg tudták mondani, hogy mi történik a kémiai folyamatok során és meg tudtak jósolni kémiai történéseket. Megállapították a molekulák szerkezetét és a molekulákat felépítő atomok egymáshoz viszonyított helyzetét. De látni senki sem látott egyetlen atomot sem. Hiába léteznek az atomok, ha egyszer a látható fény hullámhosszánál kisebb a méretük, a fényhullámok éppúgy végigsöpörnek rajtuk, mint az óceán hullámai a fenék kavicsain.

Az atomelmélet helyességére utaló jelek erőteljesek, de a bizonyítékok közvetettek voltak. Úgy találták, hogy különböző elemek gyakran egy bizonyos meghatározott arányban kapcsolódnak egymással. A hidrogén (szinte) mindig 2:1 arányban kapcsolódik az oxigénhez, így jön létre a H_2O molekula (amit Démokritosz atomként emlegetett). Előfordul, hogy *különböző*, egyszerű számok arányával kifejezhető módon vegyülnek ugyanazok az elemek. Például egyetlen szénatom a mérgező szénmonoxidban (CO) egy, az ártatlan széndioxidban (CO_2) két oxigénnel kapcsolódik. Hidrogén és klór mindig ugyanolyan arányban lép kapcsolatba (HCl). Ha túl sok a hidrogén, akkor a reakció végén feleslegként megmarad hidrogén, ha klórból van több a kelleténél, akkor klór marad feleslegben. A hidrogénkloridnak nevezett vegyületből az eredeti hidrogént és klórt vissza lehet nyerni, ha a HCl-ot vízzel keverjük és áramot vezetünk a hidrogénklorid vizes oldatán keresztül.

A valóság nem volt olyan egyszerű, mint ahogy hangzik. A víz esetében például, a hidrogén súlya nem kétszerese az oxigénének. A *súlyarány* 2:1 helyett 1:8, mivel az oxigén (közelítőleg) 16-szor

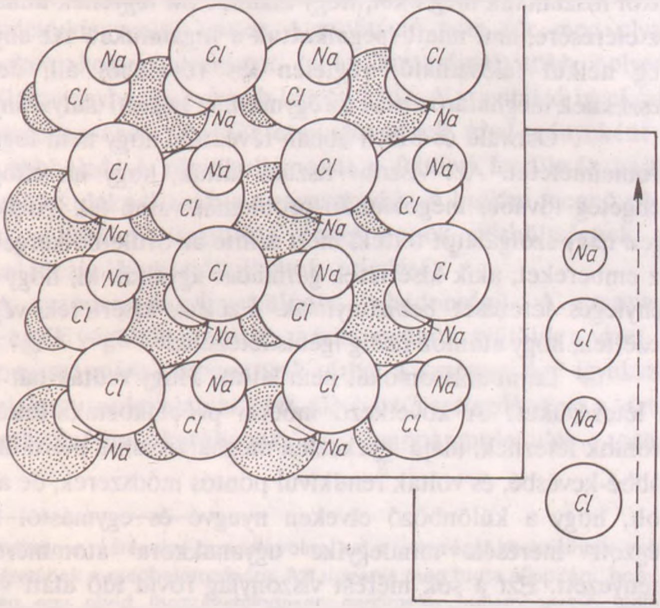
---

* Romain Rolland 1924-ben írt egy drámát *Le Jeu de L'Amour et de La Mort* címmel Lavoisier-ről. (Az angol fordítás 1926-ban jelent meg, címe: *The Game of Love and Death.*)

nehezebb a hidrogénnél. Annak idején tulajdonképpen azt vették észre, hogy (azonos nyomás és hőmérséklet esetén) a reakcióba lépő hidrogéngáz és oxigéngáz térfogatának az aránya kettő az egyhez. Ennek felel meg a H_2O-képlet, ha feltételezzük, hogy adott hőmérsékletű és nyomású gáz – függetlenül attól, hogy oxigénről vagy hidrogénről, vagy akármilyen más gázról van-e szó – , megadott térfogatában mindig azonos számú atom található. A statisztikus mechanika szerint tulajdonképpen a molekulák száma az, ami megegyező. De vajon hány atomból áll egy hidrogén és hányból egy oxigén molekula? A válasz – véletlenül mindkét esetben – kettő. Jó néhány év telt el, míg a dolgok tisztázódtak. Ez volt az egyike a kezdeti magyarázatoknak arra a problémára, amivel meg kellett birkózni. Eredményül rend teremtődött a kémiában, és ez az atomelmélet méltó sikerét jelentette.

Ritkábban említett bizonyíték a kristályok létezése. Nézzük például a közönséges konyhasóként ismert nátriumkloridot (NaCl). A konyhasó kristályos szerkezetű. Mégpedig a legegyszerűbb szerkezetű. A *8-1. ábrá*n látszik, hogy a kristályrács minden egyes rétegében a klór- és a nátriumatomok egymást váltogatva helyezkednek el. Az egyes rétegek fölött (és alatt) lévő rétegek egyformák, éppen csak oly módon vannak eltolva egymáshoz képest, hogy az egyes klóratomok fölött (és alatt) nátriumatomok, a nátriumatomok fölött (és alatt) pedig klóratomok találhatók.

Megkérdezhető: "Miért kellene elhinnem, hogy ilyen a só szerkezete? Vajon igazolható ez?" A XIX. század eleji ismeretek alapján nem. De az igazolást még így is el lehet kezdeni. Fogjunk egy sókristályt és törjük szét! Apró kockákra törik vagy legalábbis olyan részekre, melyek határoló felületei egymásra merőlegesek. Más kristályok másféle alakzatúak, és törésükkor a rájuk jellemző alakú részekre hasadnak szét. Ezek a szabályos és ismétlődő alakzatok arra utalnak, hogy a kristályok atomos szerkezetűek, mégpedig az atomok igen szigorú szabály szerint rácsban rendeződnek el. Ez azonban csak belátható bizonyíték, nem igazolható bizonyítás.



8-1. ábra Konyhasóban a nátrium- és klóratomok úgy rendeződnek négyzetrácsba, hogy rétegről rétegre a kétféle atom váltakozva helyezkedik el. Az ábrán a harmadik réteget – mely ugyanolyan mint az első kettő – csak az első két réteg jobb láttatása miatt rajzoltuk árnyékoltan.

A XIX. század végén két tudós, Ostwald, a német kémikus és Mach, a bécsi fizikus, voltak az elsők, akik az atomelmélet ellen tiltakoztak. Ezt mondták: "A vegyészet képletei és a kristályok viselkedése arra utalnak, mintha atomos szerkezetű lenne az anyag. Mi azonban ragaszkodjunk a tényhez, hogy tudniillik atomok nem láthatók, tehát nem léteznek. Ha gondolatainkban szerepelnek is az anyagnak ezek a végtelenül kicsiny részecskéi, a képzelet és az emberi tapasztalás határán kívül esnek. Mindössze súlyarányuk és a vegyészek által meghatározott egymáshoz való viszonyaik rendelkeznek realitással. A józan észnek ellentmond, hogy úgy gondolkodjunk felőlük, mint valóban létező, tovább nem osztható részekről (Platón árnyékképei). Azzal ha létezőkként fogadnánk el az atomokat, éppen attól fosztanánk meg őket, hogy alkalmasak legyenek annak a célnak az elérésére, ami miatt megalkottuk a fogalmukat. Az anyag tényleg vég nélkül felosztható, végtelen kis részekből áll, de ezen kis részeknek meghatározottak az egymáshoz képesti súlyarányai.

Ostwald és Mach abban tévedtek, hogy nem fogadták el az atomelméletet. Azt viszont tisztán látták, hogy ha elfogadnák, az rengeteg további megoldandó problémát vetne fel. Tulajdonképpen igen nagy szolgálatot tettek, mert szinte az őrületbe kergették azokat az embereket, akik kísérletek garmadát agyalták ki, hogy az atomok tényleges létezését bebizonyítsák. Ezek a kísérletek végül is oda vezettek, hogy atomok pedig igenis léteznek!

Látni az atomokat nem látták. Hogy tudták hát bizonyítani a létezésüket? A következő módon próbálkoztak: feltették, hogy atomok léteznek, majd igyekeztek meghatározni a méretüket. Voltak többé-kevésbé, és voltak rendkívül pontos módszerek, de a feltűnő az volt, hogy a különböző elveken nyugvó és egymástól függetlenül végzett mérések mindegyike ugyanakkora atomméretet eredményezett. Ezt a sok mérést viszonylag rövid idő alatt végezték el. 1900-ban még nem volt bizonyíték az emberek kezében az atomok létezését illetően. 1910-re az atomok léte tudományosan megalapozott tény volt.

Tekintsünk át néhány, az atom méretének meghatározására irányuló mérési módszert. Igen hozzávetőleges pontosságú, de a lényegre rámutató kísérletet végezhetünk odahaza, a kezünk ügyébe eső tárgyakkal. Figyeljük meg a víz hullámait! A hosszú és rövid hullámok eltérően viselkednek. Terjedési sebességük hullámhosszuktól függ. (Meg kell jegyezni, hogy ez más eset, mint a fénynek vagy a hangnak a terjedése. A fény vagy hang terjedési sebessége ugyanis független a hullámhossztól, különböző közegekben azonban eltérő sebességgel terjednek.) Ráadásul a vízhullám terjedési sebességének hullámhossztól való függése nagy hullámhosszakra más típusú, mint rövidhullámokra. Hosszú hullámokra a terjedési sebesség együtt nő a hullámhosszal; rövidhullámokra a fordítottja áll: a sebesség a hullámhossz csökkenése esetén nő. Ennek oka az, hogy alapvetően más mechanizmusoknak van szerepe a különböző hullámhosszú terjedési jelenségek lefolyásában. A hosszú hullámok vízben való terjedésének oka a gravitáció kiegyenlítő hatása. A gravitáció nem tűr meg olyan körülményeket, hogy helyenként (a hullámtaréjnál) több, helyenként (a hullámvölgyben) kevesebb legyen a víz. A gravitáció igyekszik ezt az egyenetlenséget megszüntetni, és ennek ered-ményeként a hullám továbbhalad. A rövidhullámokat a felületi feszültség hajtja tova. A vízmolekuláknak sajátja a ragaszkodás. A hullám megnöveli a vízfelületet, a felületi feszültség pedig ennek görbültségnek az elsimításával idézi elő a rövidhullámok terjedését.*

A szappan nagyon különös tulajdonságú. A szappan-molekulák egyik végükön szeretik, másik végükön gyűlölik a vizet.** Ha folyékony szappant cseppentünk vízbe, a szappan úgy igyekszik helyezkedni, hogy molekuláinak *hidrofób* (víztől rettegő) végei a víztől lehető legtávolabbra kerüljenek. A szappanmolekulák torna-

---

* TE: Ha Démokritosz mérésekre gondolt volna, ezt a jelenséget használhatta volna az atom méretének a meghatározására. Azt ugyanis meg tudta állapítani, hogy a víz felületén egy rövid (hozzávetőlegesen centiméter hullámhosszú) hullám terjedési sebessége másodpercenként tíz centiméter körüli érték. Megpróbálhatott volna szaporább rezgéssel is hullámokat gerjeszteni. (Püthagorasz már Démokritoszt megelőzően kísérletezett ilyen rezgésekkel). Azt találta, hogy a tízszer rövidebb hullámok háromszor gyorsabban terjednek. (Kissé pontosabban: három helyett négyzetgyök tízet kell mondanunk.) Ha százmilliószor kisebb hullámhosszú hullámot képzelt el, annak a terjedési sebességére akkora értéket kapott, mint amekkorát a hang vízben való terjedési sebességeként ismert. A még rövidebb hullámok terjedési sebessége meghaladná a hangsebességet. Ilyen nem fordulhat elő. Az egy centiméternél százmilliószor kisebb sugarúnak képzelt vízcseppnek a tulajdonságai ezért eltérnek a nagyobbakétól. Ilyen módon Démokritosz rájöhetett volna, hogy az atomjainak nagysága a centiméternek körülbelül egy tízmilliomod része.
WT: Ez egyáltalán nem hangzik "kínaiul".
TE: És még azt sem csupán hinni kell, hogy ezt Démokritosz végigcsinálta volna. Szinte eszközök nélkül, magunk is megtapasztalhatjuk.

** Ezért hatásos a szappan. Ugyanis ez a másik molekulavég a szutykot szereti. Összeölelkezik vele. A vízkedvelő (a *hidrofil*) vég befészkeli magát a vízbe, a másik, a vizet nem szerető vég törekszik kifelé a vízből és közben a felületre vonszolja a piszkot.

mutatványainak köszönhetően a felületi feszültség lecsökken és a felületi hullámok terjedése lelassul.

Indítsunk rövidhullámokat úgy, hogy cseppeket ejtünk a vízfelületre. Ehhez csak egy csöpögő vízcsapra van szükség (bár egy megpendítés után vízbe merített hangvilla sokkal jobban megfelel). Szappanos felületen a hullámok sokkal lassabban terjednek, amit akkor észlelhetünk igazán, ha az egyébként tiszta vízfelületen terjedő hullám egy szappanos foltba ütközik, és azon a hullámfront elhajlik.

Hintsünk szappanreszeléket vízre. Várjuk meg, míg az oldódás után vékony szappanréteg képződik a felületen. Meglepő, micsoda nagy felületet fed be egy kevéske szappan (lásd a fejezetet követő kérdések közül a harmadikat)! Bármilyen nagy is, de véges nagyságú ez a felület. A vízfelszínen kialakuló szappanréteg vastagsága legfeljebb egy atomnyi (vagyis egy molekulányi) lehet. Ha előzően megmérjük az egyatomos réteget alkotó olaj* mennyiségét, akkor ebből következtethetünk az olajmolekula méretére. Természetesen ez durva közelítést eredményez. Ráadásul mindez sokkalta nehezebben kivitelezhető, mint azt első hallásra gondolnánk. Mert például ehhez tiszta víz lenne szükséges! De ha nem is ér ez fel egy jó kísérleti méréssel, viszont nagyszerűen szemléltet. Az ugyanis, hogy az olajréteg vastagságának alsó határa van, nyilvánvalóan összefüggésben van azokkal a nehézségekkel, amikkel számolnia kell annak, aki molekuláknál kisebb részekre való felosztást akar csinálni.

Elgondolkoztató lehet, hogy miért inkább molekulaátmérőt mérek és nem atomátmérőt. A molekulaméretből ugyanis ki lehet számítani az atomméretet, és mivel a molekulák sokkal nagyobbak és jobban hozzáférhetők, így hát könnyebb az ő méretüket meghatározni. Az általam leírt kísérletek többségében inkább molekulaméretet, mint atomi méretet határozunk meg.

A molekulaméret meghatározásának egy másik módszerét a botanikus Brown egy régi felfedezése sugalmazta. Annak rendje és módja szerint, amit Brown felfedezett, annak *Brown-mozgás* a neve.

---

* Sokkal egyszerűbb olajat használni, mert ekkor könnyebben nyerünk valóban egyatomos réteget.

Brown, megfigyelte, hogy a folyadékban lebegő apró anyagrészecskék állandó mozgásban vannak (mikroszkóppal végezte a megfigyelést). Arra a következtetésre jutott, hogy a részecskék élnek, ami elbűvölő, de hibás gondolat. Ami valóban történik ilyenkor, az nem más, mint a részecskék óriásmolekulaként való viselkedése. Minden oldalról lökéseket szenvednek el, így nem tudnak haladni. De a lökések egyenlőtlensége a részecskék lassú egyirányú mozgását okozza.

1905-ben, ugyanabban az esztendőben, amikor a relativitáselméleti cikk megjelent, Einstein a Brown-mozgásból meghatározta a molekulák méretét. Mint a molekulák bármelyike, ezen részek mindegyike is ugyanakkora, mégpedig $mv^2/2$ nagyságú mozgási energiával rendelkezik. Mivel az m most nagy, bár mikroszkóp alatt éppen csak látható, a v-nek kicsinek kell lennie. Összehasonlítva a sebességet (mármint a Brown-félét) a hangsebességgel, Einstein meghatározta a levegőmolekulák tömegét. Értéke nem nagyon különbözött attól, amit Loschmidt kapott az előző évszázadban a hangsebesség és diffúziósebesség összehasonlításából.

Egy francia kémikus, Jean Baptiste Perrin, hasonló úton járt, mint Einstein. De míg Einstein a részecskék kinetikus energiáját vette figyelembe, Perrin a nehézségi erőtérben tapasztalható potenciális energiának szentelt figyelmet. Apró részecskéket tett vízbe. Észrevette, hogy a vízzel telt kémcsőben a részecskék szétoszlása éppúgy bekövetkezik, mint a levegőben. A térfogategységben található részecskeszám arányos az $e^{-(mgz/kT)}$ -vel, ahol m az egy részecske tömege, g a nehézségi gyorsulás, z a függőlegesen mért távolság, k a Boltzmann-állandó, T pedig a hőmérséklet. Figyeljük meg, hogy ha milliószor nagyobb az m tömeg, és a légkörben még éppen szóba jöhető távolságnak milliomodrésze a z, az nem változtat az előző eredményen. Perrin *molekula*ként tekintett óriásai, amelyek valójában kolloidális részecskék a kémcsőben, a *légköri modell* szerint viselkednek. Ezeknek a részecskéknek az esetében Perrin a felhajtóerőt is figyelembe kellett vegye. Így a részecskék effektív súlyaként valódi súlyuknak a térfogatuk által kiszorított víz súlyával csökkentett értéke adódik. Minden egyes részecske többmillió molekulából áll ugyan, de a *barometrikus törvény* érvényben marad a kémcsőben. A kT érték meghatározása után Perrin a légkörben is érvényes barometrikus törvény segítségével ki tudta számítani a molekulák tömegét.

Akárcsak Einstein, Perrin is a levegőmolekulák ismeretlen tömegéhez viszonyítva kapta meg a kolloidális részecskék egyébként ismert tömegét. Loschmidt, Einstein és Perrin is ugyanazon törvény, mégpedig a gázok kinetikus elmélete alapján dolgoztak. Az atomok méretének egy teljesen más módon való meghatározását a következő fejezetben fogjuk tárgyalni.

Egy újabb fogalmat, az *interferencia* fogalmát kell bevezetnem. Tegyük fel, hogy két különböző hullámforrásunk van. Ezt a két forrást lehet időben úgy beállítani, hogy adott helyre mindkét forrásból egyszerre érkezzen a hullámhegy, és így a hullámhegy még nagyobb lesz. Az ilyen erősítés neve: *pozitív interferencia*. A hullámforrások másféle időzítésével az is elérhető, hogy míg az egyik forrásból hullámhegy, a másikból hullámvölgy érkezzék ugyanakkorra egy adott helyre. Ilyen esetben a két hullám kioltja egymást, a jelenséget *negatív interferenciá*nak hívjuk. Már említettem, hogy a fény hullámhossza túl nagy ahhoz, hogy egy atomot észleljünk a segítségével. Viszont a röntgensugarak hullámhossza sokkal kisebb a fényénél. Egy német fizikus, Max von Laue ötlete volt, hogy atomok megfigyelésére röntgensugarakat használjon. Röntgensugaras mikroszkóp akkor nem létezett, és igen nehéz volt idővel ilyet csinálni.* Von Laue kristályos testekre irányított röntgensugarat. A kristályokban az atomok rácsos szerkezetbe rendezettek. Az atomokon a röntgensugarak szóródnak és bizonyos jól meghatározott irányokban pozitív interferenciát mutatnak; minden más irányban negatív interferenciát szenvednek. Ezekből a megfigyelésekből Laue összefüggést állapított meg az atomok közti távolság és a kristályra ejtett röntgensugár hullámhossza közt.

---

* Ugyanakkor rendkívül hasznos volt. Sikerült a szerkezetét megismerni azoknak a molekuláknak, amelyek az élőlények tulajdonságait közvetítik a következő generációknak. Röntgenmikroszkópot sem könnyű csinálni, de már röntgensugaras lézer készítésén fáradozunk. Ennek birtokában a röntgenmikroszkópia művelése egyszerűbb lesz. (A lézerekről az utolsó fejezetben lesz szó.)

A röntgensugarak hullámhosszának meghatározásával még adósak vagyunk. Ehhez szükségünk van egy *optikai rács*ra, ami nem egyéb, mint igen sűrű, mondjuk milliméterenként 10 darab egymással párhuzamos karcolás egy lemezen. Ha az optikai rácsra merőlegesen esik akár fény, akár röntgensugár, a rács ugyanebbe az irányba veri vissza a sugarakat. Ha tetszőleges szögben esik a rácsra a fény vagy röntgensugár, a visszaverődés szöge a beesésivel megegyezik, ugyanis így a sugárnak ugyanakkora távolságot kell befutnia, akár a lemez egyik karcolatáról verődik vissza, akár a mellette lévőről, és így pozitív interferencia lép fel. Előfordulhat, hogy kissé eltérő szögben is fellép visszaverődés, ilyenkor a szomszédos karcolatokról visszaverődött fény által befutott úthosszak különböznek; de ha a különbség egy hullámhossz (vagy annak többszöröse), akkor ismét pozitív interferenciát kapunk. Sajnos röntgensugarak esetén a pozitív interferenciával bíró sugarak közti szögkülönbség olyan kicsi, hogy a mintázat nem látható. Oda lyukadtunk ki, hogy nem tudjuk megállapítani a röntgensugarak hullámhosszát. Kellemes meglepetés, hogy ha a beeső röntgensugár egy foknál kisebb szögben szinte súrolja, *pásztázza* a felületet, akkor a szögeltérés elég nagy ahhoz, hogy megfigyelni és mérni lehessen. Ily módon az optikai rács segítségével a röntgensugár hullámhossza, ennek ismeretében pedig az atomok mérete meghatározható.

A következő kísérlet a legtöbb ember számára eldöntötte a vitát. Ez a kísérlet a Millikan-féle olajcsepp kísérlet volt. Parányi olajcseppek a levegőben a súrlódás miatt lelassulva esnek. Ha megmérjük az olajcseppek esési sebességét, abból az olajcsepp mérete meghatározható. Millikan enyhe elektromos kisülést hozott létre abban a térrészben, ahol az olajcseppek voltak, így az olajcseppekhez elektronok tudtak akaszkodni. Az olajcseppek sebessége attól még nem változik meg, hogy töltésük lett. De az elektromos tér már hatással van mozgásukra. A mozgásban bekövetkezett változásból Millikan meg tudta határozni az olajcseppek által cipelt töltésmennyiséget. Az derült ki, hogy egy-egy olajcsepp töltése ugyan különböző lehet, de ez a töltésmennyiség mindig az elektron töltésének megfelelő egységnyi töltés többszöröse. Faraday megmérte az *elektrokémiai egyenértékét*, vagyis azt, hogy egy grammnyi anyag, például réz kiválasztásához mekkora töltésmennyiségre van szükség. Ennek az értéknek az ismeretében, és tudva az elektron töltésének értékét, Millikan már ki tudta számolni egy rézatom tömegét. És újra ugyanaz az érték adódott az atom méretére, mint az eddigi kísérletekből kapott érték.

A legegyszerűbb az a példa, amit most vázolok. Mindenki hallott már a radioaktivitásról, ami α, β és γ sugarak kibocsátása. Én most csupán az α-sugárzást fogom tárgyalni. Az α-részecske nem más, mint a héliumatom magja. Kibocsátásukkor az α-részeknek nagy a sebessége és rengeteg energiával rendelkeznek. Kellően érzékeny felfogóernyőbe csapódásuk fénykibocsátással jár együtt. Ilyenkor felvillanások láthatók. Kezdetben a kutatók látását tönkretette a villanások számlálása. Amikor az α-részecske végül nyugalomba jut, két elektron begyűjtésével héliumatommá alakul. Az uránium α-sugarakat *emittál*. Adott idő alatt kibocsátott α-részek számát a felvillanások megszámlálásával lehet megkapni. Ha fogok egy nagy uréndarabot és meglehetősen hosszú időn keresztül gyűjtöm a kibocsátott α-sugárzást, akkor mérhető mennyiségű héliumot nyerek. Kis mennynyiségű uránium esetén a felvillanásokat számláltam rövid időn keresztül. Héliumot gyűjtöttem össze hosszú időn keresztül jóval nagyobb mennyiségű uránium esetén. Ily módon valójában az urániumhasadáskor kibocsátott atomokat számláltam meg. Elvét tekintve a módszer egyszerűbb nem is lehet! Ha tudom, hogy hány felvillanás történt, tudom, hány héliumatom keletkezett. A hélium-atom mérete ezután kiszámítható. S az eredmény az előzőekkel ismét egyezik.

Végül megcáfolom a fejezet elején lévő állításomat: a molekulák láthatók, csak közönséges fénymikroszkóp helyett elektronmikroszkóp szükséges hozzá. Ebben elektronsugár esik a vizsgálandó tárgyra. A visszavert sugarat mágneses térrel irányítjuk, s az így alkotott képet láthatjuk. Elektronmikroszkóppal a molekulák láthatók, és az atomi méret ebből már meghatározható. Az eredmény ugyancsak egyezik az előzőekkel.

Ilyen teljes egyezés után itt az ideje, hogy meg is állapítsuk az atomok méretét. Egy hidrogénatom súlya $1{,}65 \cdot 10^{-27}$ kg. Egy *mól*nak hívják az atomoknak azt a mennyiségét, amivel a vegyészek rendszerint számolni szoktak. Ez 16 grammnyi O^{16} izotóp (ez a leggyakoribb oxigénfajta) számának felel meg. Ezt a számot *Avogadro-szám*nak hívják és értéke $6{,}02 \cdot 10^{23}$. Az atomok "testre szabott" mértékegysége az angström (Å), ami 10^{-10} méter nagyságú.

Végül is nem is bizonyul olyan parányinak az atom, és meglepő, hogy az atomok világa mennyire megközelíthető. Egy kutya szimata egyetlen molekulát képes észlelni, feltéve, hogy a molekula felettébb szaglik. Szemünk a fény atomjainak tekintett fénykvantumok közül egyetlenegyet is képes érzékelni. Fénykvantumokról a későbbiekben fogunk beszélni. Bízom benne, hogy ha majd megértjük az élet lényegét, akkor ez a *lényeg* szoros kapcsolatban lesz az atomelmélettel. Ez az én materializmusom határa.*

Eloszlattuk az összes kételyt, amelyeket a kétkedőknek a görög Platónnal kezdődő és a bécsi filozófus Machhal záruló sora vetett fel. Az atomok láthatók. Nem lehet nem figyelembe venni létezésüket. De megismerve sajátságos viselkedésüket, jogos lehet a vágy: bárcsak ne léteznének!

KÉRDÉSEK

8-1. Bizonyítsa be, hogy nagy λ-ákra (λ a hullámhossz) a vízhullám sebessége $\sqrt{\lambda}$-val, a kis λ-ák esetén $1/\sqrt{\lambda}$ szerint változik!

8-2. Egy levegőmolekula másodpercenként hányszor ütközik?

8-3. Mekkora területet fedne be egy egymolekulás rétegben szétoldódó pipereszappan?

---

* WT: Ez azt jelenti, hogy az atomok a maguk társadalmában az anyagon túltesznek?
TE: Ezt nem tudom, de szeretném ha így lenne!

9. FEJEZET

A KORRESPONDENCIA-ELV

A természettudomány egy új ága, amelynek alapját egy ellentmondás vetette meg

Ebben a fejezetben feltárul, hogy amit Niels Bohr tett, azt a természettudományban előtte még senki sem tette meg. Ahelyett, hogy az atomelmélet törvényét a hagyományos fizika törvényeiből vezette volna le, csak azt követelte, hogy az új törvények a régi törvények képei (és nem a pontos tükörképei) legyenek.

Nem mindig igaz az, hogy a tudományos elméletek a természet megfigyelésén alapulnak. A természettudományba alapvető változást hozó dán kutatónak, Niels Bohrnak egy barátja 1930-ban feltette azt a kérdést, hogy az atomelméletben mi a legújabb nagy felfedezés. Bohr válasza egy óra hosszat tartott. A barát kiábrándultan jegyezte meg végül, hogy Bohr ugyanezt már 1913-ban is elmondta. Csakhogy Bohr átfogó (és az addigiaktól teljesen eltérő) felfogása az atomelméletet illetően sokkal hamarabb kialakult, mint ahogy *képtelen* gondolatait a kísérletek és az elmélet megerősítette volna. 1930-ra viszont már megvoltak elképzelésének bizonyítékai. Bohr nem hivatkozott erre a körülményre. Kitartóan beszélt a Bohr-atommal szemben felhozott különböző ellenvetések sorának megdöntéséről.

A 20. század kezdetén már megkerülhetetlenek voltak a fennállni látszó ellentmondások. Ezek legnevezetesebbje a hőmérsékleti sugárzás problémája volt. Azt már beláttuk, hogy az atomok a hőmérsékletnek megfelelő energiával rendelkeznek. (Az E nagyságú energia előfordulási valószínűsége az $e^{-E/kT}$ értékével arányos.) Ezt tekintve kiindulásnak, megmutatható, hogy egy T hőmérsékletű gázban az atomok átlagos kinetikus energiája $(3/2)kT$ értékű.

Ha az atomokban elektromos töltés van jelen, akkor fényt tudnak elnyelni vagy kibocsátani. Ilyenkor úgy működnek, mint parányi antennák. Amint statisztikus törvények szabályozzák azt, hogy egy-egy atom mekkora energiával rendelkezik, éppúgy statisztikus törvények szerint sugároznak az atomok. A sugárzás törvényeinek keresése során a fizikusok tükröző falú dobozokat vizsgáltak. Ezekben a dobozokban olyan sugárzások alakulnak ki, amelyekben a legkülönbözőbb irányú hullámhosszak lehetnek jelen, de az egyes hullámoknak úgy kell *passzolnia* a dobozhoz, hogy a doboz falánál az amplitúdó értéke zérus legyen. Különböző módon határozható meg, hogy a hullámteret milyen oszcillációk alkotják. Megmutatható, hogy változó térfogat esetén kétszer akkora térfogatú dobozban készer annyi rezgés lehetséges.

Megmutatható, hogy minden olyan esetben, ahol rezgések vannak jelen, az átlagos energia értéke kT. De mekkora az összenergia értéke? Megyünk az egyre kisebb és kisebb hullámhosszak felé. Ez elképesztő! A lehetséges hullámhosszak száma végtelen, a teljes energia pedig végtelen szorozva kT-vel!

Tényleg azt kell hinnünk, hogy az egyes hullámhosszak mindegyikéhez kT energia tartozik? Ha a dobozt alaposan felmelegítjük és egy kis nyílást vágunk a doboz falán, akkor a rajta kijutó sugárzást megvizsgálhatjuk. A vizsgálat eredménye az, hogy valóban kT az energia értéke, de csak akkor, ha a hullámhossz kellően nagy érték.

A Nap sugárzása hasonlatos az előzőekben tárgyalthoz, és a benne előforduló hullámhosszak egészen a láthatóság határán túl eső infravörös tartományig terjednek. A sugárzás legnagyobb része a *spektrum* sárga tartományába esik. Bár egyre csökkenő mértékben, de azért a kék és ultraibolya tartományban is van sugárzás. Sugárzásoknál vég nélküli kibocsátás nem fordul elő.

Vajon miért?

A kérdés azonnali megválaszolása helyett egy másik paradoxont mondok el. Vizsgáljunk egy héliumatomot. Mekkora az energiája? Érvelhet valaki így: mivel $kT/2$ értékű az energia az x, $kT/2$ értékű az y és $kT/2$ értékű a z irányban, ezért a héliumnak $(3/2\ )kT$ értékű energiája van. Ez egyrészt következik a statisztikus mechanikából, másrészt valóban egyezik a tapasztalttal.

Azt tudjuk, hogy a héliumatom egy atommagból és két elektronból áll. Ezen részek mindegyike rendelkezhetne $(3/2)kT$ nagyságú energiával. Így a teljes energia a $(3/2)kT$ háromszorosa kellene legyen. De nem ennyi; azoknál a hőmérsékleteknél ugyanis, amelyeknél mi a számításokat végezzük, az elektronok maghoz kötött állapotban vannak, s nincs további mozgási energiájuk.

Nézzünk egy nitrogénmolekulát, amely két nitrogénatomból épül fel. (Az elektronokról felejtkezzünk el, már az előbb sem volt velük szerencsénk.) Az atomok mindegyike $(3/2)kT$ energiával rendelkezhetne, s így a teljes energiának $(6/2)kT$-nek kéne lennie. A megfigyelt energia viszont csak $(5/2)kT$.*

Az első nagy amerikai elméleti természettudós, Willard Gibbs, miután ezt az utolsó megfigyelést elvégezte, ezt írta *Bevezetés a statisztikus mechanika* című munkájában: "Ezek a nehézségek meggyőzték a szerzőt afelől, hogy bizonytalan alapokra építkezik, aki az anyag szerkezetét akarja tárgyalni. Ezért nem fizikával fogok foglalkozni, hanem matematikai témákra szorítkozom, mivel a matematikában legfeljebb az a hiba fordulhat elő, hogy nincs meg az összhang a kiinduló feltevések és a végső következtetések közt, viszont kellő gondossággal az ilyen hiba általában elkerülhető." Rámutat ez az idézet arra, hogy mennyire megrendült, sőt

* WT: Csupán a megfigyelésre hivatkozni túl egyszerű.
TE: Kénytelen vagyok hát a részletekbe menni. A nitrogénmolekula háromféleképpen végezhet haladó mozgást (az x, az y és a z irányban). Kétféleképpen pedig foroghat (a N-atomokat összekötő egyenesre merőleges két tengely körül). A molekula termikus energiája szempontjából ezekkel a mozgásokkal kapcsolatos energiák a számottevők. Van viszont egy hatodik lehetséges mozgás is, a rezgés. Normál körülmények között azonban ez az energia nem jelentős.

megrémült Gibbs mikor azt tapasztalta, hogy a nitrogén szabadságfokainak száma nem 6, hanem 5.

Az ellentmondások lényege egy mondatba sűríthető. A szabadságfokok száma kevesebb a vártnál. Kevesebb, ha egy molekulát nézünk, kevesebb egy atomra vonatkozóan, kevesebb a puszta vákuumban (energiahiány van a sugárzásban). Az egész idáig jó szolgálatot tett statisztikus mechanika csődöt mond.

Egyetlen formula azonban áthidalja ezen nehézségek mindegyikét és a legegyszerűbb fajtájú. Így írható fel: $E = \hbar\omega$, ahol E az energia, ω a frekvencia (majd később beszélek arról, hogy mi is a frekvencia) 2π-szerese, a $\hbar$ pedig egy állandó, aminek a neve: *Planck-állandó*.*

1990-ben Max Planck írta fel ezt a formulát azért, hogy a segítségével az egyensúlyi termikus sugárzást, amire jó példa a Nap sugárzása, magyarázza. A képletből az olvasható ki, hogy a fény kvantált. A *kvantáltság* annyit jelent, hogy a fény kibocsátása véges adagokban történik. A fény energiája lehet $\hbar\omega$ -vel, a $\hbar\omega$ kétszeresével vagy akármilyen egészszámszorosával egyenlő, de nem lehet egyenlő $(1/2)\hbar\omega$-val. Hasonló a helyzet, ha rántottát készítünk. A rántotta készülhet egy tojásból, két tojásból vagy akárhányszor egy tojásból. De ki hallott fél** tojásból készült rántottáról?

A $\hbar\omega = E$ összefüggés általános érvényű, a kérdés csak az, hogy segít-e az előző problémánkon? A tükröző falú doboz vizsgálatakor fényhullámokkal foglalkoztunk. A fényre jellemző a frekvenciája. A jó öreg statisztikus mechanika érvényessége fennáll, de csak

---

* WT: A $\hbar$-vel tulajdonképpen a $h/2\pi$ értéket jelöljük, és a h a Planck-állandó, az ω pedig $2\pi\nu$-vel egyenértékű, ahol a ν azt adja meg, hogy időegység alatt hány hullámot számlálhatunk meg. És ha most mindkét mennyiséget egyszerre átírjuk, akkor az ismert képlethez jutunk: $E = \hbar\omega = h\nu$. Szükségtelen lenne ez csűrés-csavarás, ha nem találkoznánk minden valamire való fizikakönyvben vele. A képlet eredeti formája $E = h\nu$ volt.

** WT: Előfordulhat, hogy diétázó embernek egy tojásból készült rántotta felét tálalják.
TE: Én is tudok példákat mondani arra, amikor $\hbar\omega/2$ nagyságú energiát kell figyelembe venni. De ez a megjegyzés most csak összezavarja az olvasót.

addig, amíg a termikus energia, azaz a kT érték, mint megragadható mennyiség, nagyobb a $\hbar\omega$ értéknél. Ugyanis, ha $kT > E = \hbar\omega$, akkor a Boltzmann-állandó értékéből következően az egyetlen kvantumhoz tartozó $e^{-E/kT}$ mennyiség értéke közel 1, és a *kvantumszám*ok növelésével a változás nem ugrásszerű, hanem szinte folytonos. Megmutatható, hogy adott ω esetén a teljes energia kT-vel egyenlő. Az infravörös fényt milliomoshoz lehetne hasonlítani, akinek tengersok tízfillérnyi lévén a pénze, fel sem fogja, hogy vagyona apróbbra már nem váltható egységekből áll össze. Ha azonban a $\hbar\omega \gg kT$, akkor egyetlen kvantum jelenléte is nagyon valószínűtlenné válik, mert az $e^{-\hbar\omega/kT}$ értéke parányi. A régi meggondolás azért adott végtelen fényenergiát, mert rövid hullámhosszú, magas frekvenciájú fényből többet és többet képzelhettünk. De most a magas frekvenciák az $e^{-\hbar\omega/kT}$ faktor miatt alig szerepelhetnek.

A képlet segít a héliumatom körüli ellentmondáson is. A mag körül az elektron olyan nagy frekvenciával kering, hogy csak meglehetősen nagy mennyiségű energiát képes felvenni. Amennyiben a kT értéke kisebb, mint az aktuális egységként tekintendő $\hbar\omega$, akkor az elektron a termikus mozgásban nem vesz részt.

A nitrogénmolekula esete is hasonló. A molekula ugyanis mozgásának három irányában: a felfelé, előrefelé és oldalirányban történő mozgásával bármekkora energiát képes felvenni. Ezeknek a mozgásoknak nincs frekvenciájuk. Mondhatnák, hogy $\omega = 0$, hiszen haladómozgásnál nem jelölhető meg olyan időtartam, ami múltán a molekula kiindulási helyére újra meg újra visszatérne. A kétirányú forgás alacsony frekvenciájú, és így a termikus energiát fel tudja venni. Ami viszont a rezgést illeti, annak ω-ja meglehetősen nagy, úgyhogy $\hbar\omega \gg kT$. A rezgés nagyon kevés energiát fogad.

Plancknak az a gondolata, hogy a fény kvantált, lehetővé tette, hogy magyarázatot lehessen adni a testek hősugárzásának *színkép*ére. Einstein arra használta a kvantáltság ötletét, hogy szilárdtestekben, amelyekben mindenféle rezgés jelen van, meghatározza a hőmennyiséget. Különösképpen azt magyarázta, hogy az abszolút zérus közelében alig marad hőenergia. Einstein azt is észrevette, hogy fényelektromos jelenségnél a kvantáltság közvetlenül megfigyelhető.

Egy test felületére beeső fény elektronokat képes a helyükről kiütni. Ennek következtében elektromos áram indul. Az $E = \hbar\omega$ összefüggés magyarázatot ad arra, hogy ha adott frekvenciájú fény esik az elektronra, mekkora lesz annak energiája. Természetesen körültekintőnek kell lennünk, mert a kilépő elektron energiája kisebb lesz, mint amennyit eredetileg felvett. Valamennyi energia ugyanis ahhoz is szükséges, hogy az elektron a szilárd testből kilépjen. További energia aprózódik el, miközben az elektron a szilárdtesten belül a felületig elérkezik. Mindettől függetlenül, a fényelektromos jelenség esetén megmutatkozik a fény kvantáltsága, és ez a tény sokkal közvetlenebbül látható, mint a Planck által magyarázott színképekből.

Miért van kapcsolatban egymással energia és frekvencia? Nem ez volt az egyetlen rejtély. Az atom stabilitása ugyancsak megoldandó kérdést jelentett. A vegyészektől tudjuk, hogy valamennyi hidrogénatom egyforma (kevés kivételtől eltekintve), valamennyi héliumatom egyforma, és ez minden elemről elmondható. És ez nem is volt különösebben meglepő, mindaddig, amíg az atomokat tovább nem oszthatónak vélték. Csakhogy 1913-ban világossá vált, hogy az atomok maguk is részekből állnak.

Az angol fizikus Rutherford úgy vizsgálta az atomokat, hogy vékony fóliát bombázott elektromosan töltött részecskékkel. A bombázó részecskék többsége (amelyek nehézfémek radioaktív bomlásából származó α-részek voltak) úgy ment keresztül a fólián, mintha az ott sem lett volna. De néhány gyors részecske erőteljes elhajlást szenvedett. Rutherford egy egyszerű atommodell segítségével számszerűen is meg tudta magyarázni a kísérletével tapasztaltakat.

A Rutherford-modellben az atomsugárnál tízezerszer kisebb az atom magjának sugara. Ez a mag pozitív töltésű, értéke az elektron töltésének többszöröse. Egy semleges atomban ezt a töltést megfelelő számú elektron semlegesíti. Ezek az elektronok az atommag körüli aránylag nagy térrészben oszlanak el. (Rutherford úgy képzelte el, hogy az elektronok keringenek.)

A bombázó α-részecskék maguk is atommagok, a hélium magjai, melyeknek 2 egységnyi a töltésük. Az α-részek akkora energiával rendelkeznek, hogy a könnyű elektronok (amik 1840-szer könnyebbek a hidrogén magjánál és a hidrogénmagnál négyszer nehezebb héliummaghoz képest még sokkal könnyebbek) nem képesek útjukból eltérítreni őket. Csak akkor szenved eltérítést az α-rész, ha túlságosan megközelít egy atommagot. Az eltérülésnél bekövetkező szögeloszlásból Rutherford levezette, hogy az atom egészének átmérőjénél (ami angströmben mérve egységnyi, vagyis 10^{-10} m) 10 000-szer kisebb távolságig érvényben marad az $F = e_1 e_2/r^2$ összefüggés, azaz a Coulomb-törvény. Ennek a tapasztalatnak ismeretében Rutherfordnak az a sejtése támadt, hogy a hidrogénatom felépítése olyan, hogy egy, a protonnál 1840-szer kisebb tömegű* elektron kering a proton körül. Természetesen a proton és az elektron töltése azonos értékű, de ellenkező előjelű.

Ez az egyszerű modell felvetett egy nem is egyszerű kérdést. Az elektron egy körpályán kering a proton körül. Töltéssel rendelkezik, ezért olyan hatása kell legyen, mint egy kicsiny antennának, és így elektromágneses hullámokat, azaz fényt kell sugároznia. A sugárzás közbeni energiaveszteség miatt egyre közelebb kerül a maghoz. Minél közelebb kerül, annál nagyobb a gyorsulása, és ezért annál jobban sugároz. Minél erősebben sugároz, annál jobban megközelíti a protont. Sokkal rövidebb idő alatt zuhan az atommagba, mint amennyi idő alatt kimondjuk: "Ez az atomelmélet ellentmondása". 10^{-9} másodperc (nanoszekundum ennek az időegységnek a neve) az az idő, ami alatt az elektron a magba hullik.

Miért került bajba Rutherford, és Newton miért nem? A Földnek nincs sugárzása, ami miatt majd a Napba hullik? A Földnek nincs elektromos töltése, ezért keringés közben nem sugároz ki elektromágneses hullámokat, de kisugároz gravitációs hullámokat. Ez a gravitációs sugárzás az Einstein-féle görbült tér következménye. Szerencsére a gravitációs hullámok igen gyengék, ezért roppant hosszú időnek kell eltelnie ahhoz, hogy a Föld a Napba essék. Ez majd akkor következik be, ha ezermilliószor T idő telt már el, ahol T Nap-

---

* WT: Honnét tudta az elektron tömegét?

TE: Millikan megmérte a töltését; a töltés és tömeg viszonyát (a fajlagos töltést) pedig már megelőzően megmérték akkor, amikor ismert energiájú elektronok mágneses térben való eltérülését vizsgálták.

rendszerünk mai életkora. Aggódásra tehát semmi ok! Mielőtt ez bekövetkezne, addig még kiderülhetnek egyéb dolgok is!

Térjünk vissza a problémánkhoz: miért maradnak stabilak az atomok? Mielőtt megválaszolnám a kérdést, további kérdéseket teszek fel.* Az atomok fényt nyelnek el és bocsátanak ki. Ez a fény jellemző az atomra. Ha lángba konyhasót szórunk, a láng sárga lesz. Ha viszont lítiumot szórunk a lángba, akkor az vörösre festi a lángot. Ez a spektroszkópia. Az atomokat azonosítani lehet az általuk kibocsátott vagy elnyelt jellegzetes fény hullámhosszával. A napsugárzás színképében fekete vonalak, az úgynevezett *Fraunhofer-vonalak*** vannak. Az utolsó kalandja a fénynek, mielőtt kilép Napból, hogy vállalnia kell azt a kockázatot, hogy esetleg hidrogénatom (vagy valami más elem) elnyeli. Így adódnak a fekete vonalak. A Nap színképét szemlélve kiolvashatjuk a Nap összetételét, ami a Földhöz hasonlónak mutatkozik. Ugyanígy, bármely csillag színképéből kiolvasható, hogy az illető csillag milyen elemekből épül fel.

Az atomok *hangolva* vannak. Jól meghatározott frekvenciáik vannak. Egy-egy atomnak sok különböző frekvenciája van. Ezek közt a frekvenciák közt egyszerű összefüggések állnak fenn. Például, ha ω_1, ω_2, ω_3 és ω_4 a jellemző frekvenciák, gyakorta fennáll rájuk az $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4$ kapcsolat. Az atomok azonban másként vannak hangolva, mint a hangszerek. Ha egy húr ω frekvenciájú, akkor a 2ω, 3ω, és a többi úgynevezett *felhang* is megszólalhat rajta. Az "atomi hangzásban" a frekvencia többszöröse rendszerint nem fordul elő.

Eddigi nehézségeink csak növekedtek az imént elmondottakkal. Valamennyi hidrogénatomnak ugyanazok a frekvenciái.

---

* WT: Az az ember érzése, hogy ha az előadó nem tud megválaszolni egy kérdést, akkor inkább változtat a témán.
TE: Jobb, ha két ellentmondás van egy elméletre, mintha csak egy; még az is lehet, hogy a kettő együtt sugallja a megoldást.

** Egy vizsgán gyötrődő diák híressé vált magyarázata a Fraunhofer-vonalakra: "A Fraunhofer-vonalak azok a fekete vonalak a napsugárzás színképében, amelyeket a Napban jelen nem lévő elemek bocsátanak ki." Mi kevésbé tömör magyarázatot fogunk adni, és irodalmilag nem olyan briliánsat, mint az egykori diák. Viszont helytállót!

Miért nem találunk olyan hidrogénatomokat, amelyekben tetszőleges pályákon keringenek az elektronok? Minden pályához más frekvenciának kell tartoznia. Valamennyi hidrogénatomot vizsgálva, az összes lehetséges frekvencián volna sugárzás. Miért maradnak stabilak az atomok? Miért élesek a színképvonalak? Miért van sajátos összefüggés a frekvenciák közt? Miért? Miért? És újra csak miért?

Bohr 12 évvel Planck után küszködött ezekkel a problémákkal. Nagyon sajátos válaszokat adott rájuk. Szinte őrült válaszokat! Az emberek mégis meghallgatták, feltehetően azért, mert nyilvánvaló volt, hogy nem lóg könnyű megoldás a levegőben. Bohr nem is magyarázta az $E = \hbar\omega$ alakú Planck-összefüggést. Kijelentette, hogy ez egy atomi világra érvényes, bár különös törvényszerűség. Egyszerű törvény, annyira egyszerű, hogy nem is lehet valami még egyszerűbbre visszavezetni. Egyáltalán nem is kell magyarázni. Ez a törvény nem az atomelmélet lezárását jelentette. Ez volt az atomelmélet kiindulópontja.

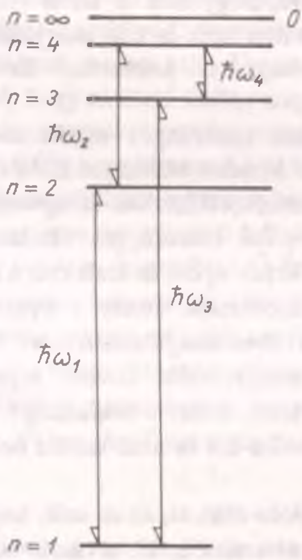
Ne engedjük a kifejezés látszólagos egyszerűségét túlságosan eluralkodni a tudatunkon. Minden bizonnyal Bohr maga sem volt öntelt. 1933-ban volt egy természetfilozófus-kongresszus Koppenhágában. Ekkor már az $E = \hbar\omega$ összefüggés általánosan elfogadott volt. Kidolgozták a következményeit, és kialakult a *kvantummechanika*, a mechanikának az a formája, amely a kvantáltsággal összefér. A kongresszus nagyon szívélyes hangulatban folyt. Mindenki elfogadta Bohr véleményét. A kongresszust követő reggel Bohr leverten került elő. Senki sem értette, miért a bódultság? Bohr így válaszolt: "Ha valaki beszél az $E = \hbar\omega$-ról és nem szédül bele, akkor fogalma sincs, hogy miről beszél."

A második dolog, amit Bohr állított, az az volt, hogy bár az atomok törvényszerűségei nem olvashatók ki a makroszkopikus fizikából, de annak törvényeivel összhangban vannak. Az érvényes kvantumtörvényszerűségeket azokra a folyamatokra, amelyekben a $\hbar\omega$-nál jóval nagyobb energia van jelen, a klasszikus fizika alapján ki lehet találni. A klasszikus fizika minden törvényének egy kvantumtörvény felel meg. Ez a *korrespondencia-elv.* Ennek jelentős szerepe van a fizikatörténetben és a fizika filozófiájának megértésében.

Végül pedig Bohr nemcsak az $E = \hbar\omega$ összefüggést posztulálta, hanem posztulátumként mondta ki a különböző atom-állapotok stabilitását is.

Bohr elmélete tele van megalapozatlan feltevésekkel, mi több, némelyike abszurdnak látszik. Bohrnak mégis igaza volt.

Nem volt más lehetőség. A hidrogénatom modellje annyira egyszerű volt, hogy matematikai trükkök serege sem magyarázhatta meg az ellentmondásokat. Mindössze abban lehetett reménykedni, hogy a felmerülő ellentmondások mindegyikére lehet találni valamiféle sémát (bár a tudományos gondolkodástól idegennek látszott az ellentmondásokkal való megbékélés).



9-1. ábra A hidrogénatom energiaszintjeinek vázlatából látható, hogy $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4$. Legfelül a 0 energiaszint van; az elektron leválásával az atom ionizálódik.

Mivel a fény energiája $\hbar\omega$, mondhatjuk, hogy az atom két állapota közti energiakülönbség $\hbar\omega$-vel egyenlő. Azaz ha egy elektron az egyik állapotból átugrik egy másikba, $-\hbar\omega$-vel egyező energiát képes kisugározni vagy abszorbeálni.

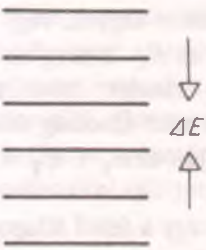
A magasabb energiájú, vagy gerjesztett állapotok bevezetése magyarázatot ad arra a tényre, hogy $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4$ típusú összefüggéseket találunk. Ha a kifejezés mindkét oldalát $\hbar$-sal szorozzuk, a $\hbar\omega_1 + \hbar\omega_2 = \hbar\omega_3 + \hbar\omega_4$ alakot kapjuk, vagy másképp: $E_1 + E_2 = E_3 + E_4$, ahol E_1, E_2, E_3 és E_4 a megfelelő szintek közti energiakülönbség. A *9-1. ábra* szerint felveszünk négy energiaszintet, az ábrán az alaptól felfelé mért távolság felel meg az energia értékének. Az ábrára pillantva látjuk az $E_1 + E_2 = E_3 + E_4$ összefüggés értelmét.

De mi az ω jelentése? Az alsó vagy a felső állapotban lévő elektron frekvenciáját jelöli? Most találjuk szembe magunkat az első igazi problémával! Bohr egy olyan klasszikus atommodellt adott meg, amely a magyarázatra váró megismert adatokhoz köthető. De azt nem mondta meg, hogyan kössük az *átmenet* frekvenciáját az *energia-állapotok*hoz!

Az erősen gerjesztett egymás közelében lévő állapotok frekvenciái nem nagyon különböznek egymástól. Ebből az következik, hogy az ezen állapotok közti átmenetek energiái hasonlóak, és azt várnánk, hogy egyéb hasonlóság is található. Azaz az átmenet frekvenciájának értéke közel azonos a kiindulóállapot frekvenciájával és ugyanakkor közelítőleg megegyezik a végső állapot frekvenciájával, a kettő ugyanis majdnem azonos értékű.

Ez nyilvánvaló és durva állítás. Az állapotok stabilitásának és az energia–frekvencia-kapcsolatnak a posztulátumai (bár egyszerűek) abszurdumok. A korrespondencia-elv némi bátorítást adhat, hogy a *valós*, érzékelhető, makroszkopikus világtól nem szakadunk el teljesen, és ugyanakkor legalább egy tétova vezérfonalat jelent azon az úton, amelyen a természettudomány az atomi világ törvényszerűségeit megalkotja. És a módszer hatásosabb, mint gondolnánk. A legjobb, ha a legegyszerűbb példán vizsgálódunk. Ez pedig a *harmonikus oszcillátor* esete.

Említettem, hogy Galilei érdeklődését a fizika iránt egy templomi csillár keltette fel, és hogy a megfigyelése szerint a csillár lengésének frekvenciája nem függ attól, mekkora a kilengés. Ez tulajdonképpen egyike a klasszikus mechanika alaptörvényeinek: amennyiben a visszahúzó erő arányos a kitéréssel, akkor a frekvencia független a amplitúdótól.



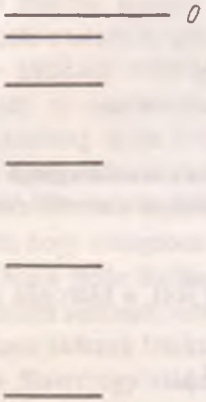
9-2. ábra Az ábra azt szemlélteti, hogy a harmonikus oszcillátor energiaszintjei azonos távolságban vannak, azaz a szintek közti energiakülönbség állandó.

A hidrogénatomban az elektron az atommag körül kering, ezért az erő a magtól mért r távolságtól $1/r^2$ szerint függ. Ez a mozgás különbözik a harmonikus rezgéstől. De figyeljük meg N_2-t, a nitrogén kétatomos molekuláját. A két nitrogénatom lehetőleg egy meghatározott távolságban van egymástól. Ha megpróbáljuk közelebb nyomni őket, arra törekednek, hogy eredeti helyzetükbe visszakerülhessenek, és minél nagyobb erővel nyomjuk őket össze, annál jobban lökődnek vissza. Itt tehát (legalábbis első közelítésben) egy elmozdulással arányos erő lép fel. Mondhatjuk, hogy harmonikus oszcillátorral állunk szemben. A harmonikus oszcillátor frekvenciája független az energiától, így a szintek egyenlő távolságban vannak, amint azt a *9-2. ábra* szemlélteti. Bármely két szomszédos szint közti energiakülönbség ugyanakkora, mert a magasabb energiaállapotokban elnyelt vagy kibocsátott fény frekvenciája ugyanaz.*

Sajnos azonban mindez nincs teljes összhangban a gyakorlati adatokkal. A mérések ugyanis azt mutatják, hogy minél nagyobb

* Ha harmonikus rezgések esetén a második szomszédok közti átmenet következik be, annak 2ω a frekvenciája, ez a klasszikus fizika egy felharmonikusával van *korrespondenciában*.

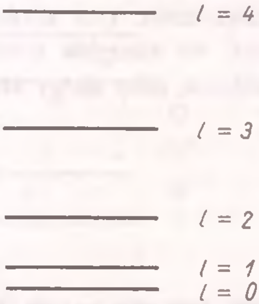
erő hatása miatt rezeg egy kétatomos molekula, annál kisebb frekvenciával teszi ezt (ugyanis a visszahúzó erő nem a kellő mértékben növekszik az egyre nagyobb elmozdulások esetén). De ennek a változásnak a mértéke igen kicsi. A *9-3. ábrán* már ennek megfelelően módosítottuk a szintelrendezést. (Az ábrán túlhangsúlyoztuk az előzőektől való eltérést. Az energiák közti szintkülönbség sokkal kisebb mértékben csökken, mint ahogy azt az ábrán feltüntettük.)



9-3. ábra Összhangban a kísérleti adatokkal, a kétatomos molekulák energiaszintjei kissé megváltoznak oly módon, hogy a szintek egyre közelebb vannak, amint közeledünk felfelé a 0 energiaértékhez, amelynél a molekula szétesik atomjaira.

Gondolkodjunk most a keringésről, ahol, mint tudjuk, a keringés frekvenciája az energiától függ. Viszont keringés esetén az energia a v^2-tel arányos, ahol v a sebesség. Minél nagyobb az energia, annál nagyobb a sebesség, és így a frekvencia értéke is annál nagyobb lesz. A frekvencia is és a szintkülönbség is az energia négyzetgyökével növekszik, a *9-4. ábra* már ennek megfelelő szintelrendezést mutat. Ha az egyes szinteket különböző l egész számokkal, mint kvantumszámokkal jelöljük meg, akkor a szintek közti különbség ezzel az l számmal lesz arányos. Az energia a frekvenciák összegével arányos, ami pedig az l^2-tel arányos (lásd a 9-1. kérdést).

Az érvelések ilyen sorozatával megkapjuk a hidrogén energiaszintjeit.



9-4. ábra Ezen az ábrán az energiaszintek értéke a kvantumszámok négyzetével változik. A kvantummechanika teljesebb elmélete ettől némileg eltérő eredményre vezet.

Rydberg, aki középiskolai tanár volt, a hidrogén spektrumvonalának ismeretében felállított egy

$$R(1/n_1{}^2 - 1/n_2{}^2)$$

alakú formulát, ahol az R a *Rydberg-állandó*ként ismert mennyiség, n_1 és n_2 pedig különböző egész számok. Az ebből kapott eredmények a Bohr-modellel is összhangban vannak, a hidrogén energiaszintjeire az E = konstans/n^2 formulából kapjuk a számértékeket. Két szomszédos szint közti átmenet frekvenciáját a konstans

$$[(1/n^2 - 1/(n+1)^2] \approx 2/n^3$$

összefüggés adja meg. Eszerint a frekvencia a $(\sqrt{E}\,)^3$-nel arányos. Vajon a korrespondencia elve ezzel összhangban van?

A potenciális energia $1/r$-rel arányos. A centrifugális erőre felírható $mv^2/r = e^2/r^2$ egyenletből látszik, hogy az $mv^2/2$ kinetikus energia is arányos $1/r$-rel. Mivel a frekvencia: $\omega = v/r$, v pedig az energia négyzetgyökével, $1/r$ viszont az energiával arányos, világos, hogy a frekvencia négyzete úgy változik, mint az energia köbe. A

Rydberg-állandó is pontosan kiszámítható az *e*, az *m* és a $\hbar$ ismert értékeiből.*

Bohr gondolatait a tudósok felhasználták. A korrespondencia-elv és a mérési eredmények álltak a rendelkezésükre. Az atomok és molekulák színképeiből és a kémia törvényszerűségeiből nyert adatok az anyag szerkezetéről megalkotott kép elsöprő győzelmét jelentették. A korrespondencia-elv azonban valami szörnyű dolognak tűnt, ingatag volt és nem volt kellően meghatározott. Tucatnyi év múltán, amikor a következetes matematikai megoldást már meglelték, a tudósok többsége hátat fordított a korrespondencia-elvnek. Az 1914-től 1925-ig, azaz Bohr legkülönösebb cikkének publikálásától a mechanika kvantummechanikának nevezett új ágának Heisenberg általi felfedezéséig terjedő évek a fizikatörténet egyedülálló korszakának tekinthető. Én magam tanulmányaimat két évvel ezután a korszak után kezdtem meg Heisenberg mellett, és azt tapasztaltam, hogy rohamosan halványult azoknak a kavargó éveknek az emléke. Niels Bohr hatása elfogadhatatlannak látszott, de ugyanakkor hihetetlen serkentő volt.

Ezen időszak lélektani körülményeinek állít emléket Bohr, Kramers és Slater egy cikke. Azt állították, hogy az energiamegmaradás csak statisztikus értelemben érvényes. A *Compton-kísérlet*, amelyben röntgensugarak szóródnak elektronokon, szemlél-teti, hogy mind az energia, mind az impulzus egyedi folyamatokban is megmarad. Ez rögvest megcáfolta az előbbi cikket. Az 1929 és 1935 közötti években hallgattam Bohr előadásait és órákon keresztül tartó dörmögéseit. Soha egyetlen szót sem ejtett erről a cikkről.

---

*WT: Bohr is ezt az utat járta?

TE: Igen.

WT: Ő maga mesélte el?

TE: Nem beszélt róla, de meggyőződésem, hogy csalt. A *Balmer-formula* (és az alkáli fémek színképének magyarázatára szolgáló egyéb képletek) sugallták neki az energiaszintek ötletét. Ezután a mért frekvencia és az energia közti kapcsolatot vagy próbálgatással vagy anélkül kapta meg. Mindenképpen a fantázia hatalmas lendülete vitte sikerre. De a leginkább figyelemreméltó az, hogy Bohr tudta, hol álljon meg, mit ne akarjon magyarázni.

Hitem szerint a korrespondencia-elvet nem szabad elfeledni hagyni. Történelmi a jelentősége. Másrészt a kvantummechanika tárgyalásához szükséges matematikai tételek olyan bonyolultak, hogy egy (vagy több) évnyi munka árán jutunk csak egy probléma megoldására. Különösen hasznos a korrespondencia-elv akkor, ha nem vagyunk bizonyosak a megoldás helyességében.

A korrespondencia-elv lehetőséget nyújt az ellenőrzésre.

A kvantummechanika bonyolult. Hogy lehet megérteni? A kérdés az, hogy mit értünk "megértés" alatt? Egy város földrajzát akkor értjük, ha ismerjük főútvonalait, és ezek egymáshoz képesti elhelyezkedését. Ekkor, ha egy meghatározott helyre szeretnénk eljutni annak ellenére. hogy soha nem jártunk ott, néhány útbaigazítás elegendő, hogy odataláljunk.

A fizika elméleteinek megértéséről ugyanígy vélekedek. Értek egy elméletet, ha főbb gondolatait ismerem, és tudom, hogy ezek miként kapcsolódnak egymáshoz. Az elmélet "új területeire" is eljuthatok ezután a fő gondolatoktól induló néhány "csatlakozás" segítségével. A klasszikus fizikát a "megértés" ezen értelmében érthetjük meg. Az erővel és a gyorsítással mindennapos élményünk van autóvezetés közben, így nem okoz meglepetést az $F = ma$ összefüggés. Az atomok mikrovilágában nincsenek tapasztalataink, ezért szinte lehetetlen a kvantummechanikát az előbbi módon "megérteni". A kvantummechanika megértéséhez a korrespondencia-elv segít hozzá. Ez jelenti lábunk alatt a talpalatnyi szilárd talajt, ez nyújt kezünknek fogódzót ahhoz, hogy az új elmélet meredélyein felkapaszkodjunk (hacsak nem a matematikai formalizmus vadonatúj drótkötélpályáján vitetjük fel magunkat).

KÉRDÉSEK

9-1. Mutassuk meg, hogy a számok összege 1-től n-ig (közelítőleg) arányos n^2-tel! Mit jelent ez a matematikai összefüggés a kétatomos molekulák forgási energiájára nézve?

9-2. Vizsgálatunk tárgya a hidrogénatom, ahol az atommag körül egyetlen elektron kering. Keressük meg, miként függ a keringési idő az elektron r pályasugarától, majd határozzuk meg a keringés frekvenciájának energiafüggését! Ily módon mutassuk meg, hogy a hidrogén energiaszintjei $-k/n^2$ alakban írhatók, ahol k egy állandó, n pedig tetszőleges egész szám!

9-3. Kétatomos molekula n-nel és $n+1$-gyel jellemzett két stacionárius forgási állapotát vizsgálva, határozzuk meg, hogy mi a különbség a perdület értékében!

9-4. Tekintsük a hidrogénatom elektronjának pályáját kör alakúnak. Mennyiben különbözik az n és az $n+1$ állapothoz tartozó impulzusnyomaték értéke?

10. FEJEZET

HULLÁM – RÉSZECSKE KETTŐS TERMÉSZET

Az anyag szerkezetének magyarázata; a kémia és a fizika egyesítése.

Tucatnyi évvel azután, hogy Bohr a korreszpondencia-elvet bevezette, egy francia diák, Louis de Broglie Párisban benyújtotta doktori disszertációját. A munka badarságnak látszott; azt állította ugyanis, hogy az elektronok tulajdonképpen hullámok. Nem volt meglepő, hogy a Sorbonne kissé konzervatív tantestülete először hajlott az elutasításra. De a helyzet nem volt olyan egyszerű. De Broglie nemesi származék volt, herceg. Továbbá apja befolyásos politikus, egykori miniszterelnök. A Francia Forradalom után a hercegek ugyan vesztettek tekintélyükből, de nem így a politikusok!

Szerencsére Einstein éppen a városban tartózkodott, s így a doktori munkát megmutatták neki. Ő fellelkesült a benne foglalt gondolattól és valamennyi barátjának másolatot küldött a disszertációról. Az einsteini beavatkozás meghozta de Broglie számára a doktori fokozatot. Még szerencse, mert de Broglie később megkapta a

Nobel-díjat. Kínos lett volna, hogy másutt olyan munkát jutalmaztak, amit előzőleg a Sorbonne elutasított. De Broglie – elég különös – soha többet kiemelkedő munkát nem végzett.

Nemcsak egy, hanem tulajdonképpen két Nobel-díjra is futotta abból a gondolatból, hogy az elektronnak valamiféle köze van a hullámokhoz. Ugye emlékszünk még, hogy Laue a mindenki által hullámként elfogadott röntgensugarakkal világított meg egy kristályt? A kristályon elhajlást szenvedő röntgensugarak interferenciaképet alkottak. Röngensugarak helyett *elektronok*kal *is* bombáztak kristályokat, és ugyancsak interferenciaképet figyeltek meg. Ez volt a kísérleti bizonyíték arra, hogy az elektronok is hullámok, és ez a bizonyíték (Clinton Davisson és Sir George Thomson végezte el a kísérleti bizonyítást) nyerte el 1937-ben a második Nobel-díjat.

De Broglie disszertációjában arra törekedett, hogy megmutassa: az *elektron* nem részecske, hanem *hullám*. A kvantummechanikának az atomi világ napjainkig érvényes teljes leírásához vezető kibontakozása mindvégig fenntartotta azt az állítást, hogy elektronokat – akárcsak a protonokat vagy az atomok más alkotórészeit – olyan létezőkként kell elfogadnunk, amelyeknek részecskékre jellemző *és* hullámszerű sajátsága van. Ez határozott szakítást jelent a régi tradícióval: azzal ugyanis, hogy egyetlen ténynek csupán egyféle magyarázata lehet. Ennek a szakításnak ellenére rendkívül gyümölcsözőnek bizonyult ez a *kettős felfogás*, és azt hiszem, ugyanolyan mértékben döntő jelentőségű, mint az a hajdan nagy forradalom, amely azt állította, hogy a Föld forog a Nap körül.

Természetesen, ha a hullámok és a részecskék tulajdonságai alapvetően különböznének, akkor ez a duális természet képtelenség volna. Figyelemre méltó azonban, hogy a hullámok és a részecskék meglepően hasonló módon viselkednek. A dualitás megértéséhez ezekre a hasonlóságokra kell rámutatni, ezért belemegyünk a részletekbe.

De Broglie abból indult ki, hogy a részecskék és a hullámok a relativitáselmélet szerint hasonlóan viselkednek. Szabad részecskéket az energiájuk és az impulzusuk jellemez. Ez a négy mennyiség – az energia, valamint az impulzus három komponense: az x-irányú, az y irányú és a z-irányú impulzus – a különböző megfigyelők számára eltérhetnek egymástól. Már korábban beláttuk, hogy ezek egy négydimenziós vektor összetevőiként tekinthetők. (Emlékezzünk a relativisztikus traszformációra: az energia megfelel az időnek, az impulzus három összetevője pedig ugyanolyan szerepet játszik, mint a geometriai tér három koordinátája: x, y és z.)

A hullámleírást ugyancsak egy négydimenziós vektor összetevőivel szemléltethetjük: egyik a frekvencia, ami az időegységenkénti rezgések száma, a további három mennyiség a hullámszám komponensei, amelyek azt adják meg, hogy x, y illetve z irányban bizonyos távolságot megtéve hány maximumát találjuk a hullámnak.

A részecske-képben az E, a p_x, a p_y és a p_z a négy komponens. A hullámleírásban ω-ról, k_x-ról, k_y-ról és k_z-ről beszélünk. Az ω a körfrekvencia vagy pontosabban a 2π másodperc alatti rezgések száma.* A k_x neve a *hullámszám* x-irányú összetevője, megadja, hogy az x tengely mentén 2π métert megtéve hány hullámot tudunk megszámolni. Könnyű belátni, hogy a koordináta-rendszer egyszerű elforgatásával a k_x a k_y és a k_z úgy transzformálódnak, mint egy háromdimenziós vektor komponensei.

Felhasználva az előbbi definíciókat, de Broglie a következőket írta fel:

$$E = \hbar\omega,$$
$$p_x = \hbar k_x, \quad p_y = \hbar k_y, \quad p_z = \hbar k_z.$$

Az elektronnak mint részecskének az impulzusa ebben az egyszerű leírásban ugyanolyan alakú, mint a hullám-leírásban. Meglehetősen különös azonban, hogy az elektron sebességét illetően a helyzet bonyolult. Maradjunk a relativisztikus leírásnál, ahol az m tömegű elektron nyugalmi energiája mc^2. Mivel az elektron

* WT: A 2π bevezetése itt – ami egyben azt is jelenti, hogy a hullámszámhoz ugyancsak tartozik egy 2π, különben nem stimmelnek az egyenletek –, úgy tűnik, nem más, mint a dolgok komplikálása a fizikusok részéről.
TE: A 2π bevezetését magyarázhatjuk úgy is, hogy a körfrekvencián a *másodpercenkénti radiánok*at értjük, és ez a magyarázat már nem a fizikusok bonyodalma.

nyugalomban van, impulzusa zérus, ami azt jelenti, hogy $k_x = k_y = k_z = 0$. De a hullám sebessége, ami a periódusidővel osztott hullámhossz, a nyugalomban lévő elektronra nézve igen különös dolgot mutat. A periódusidő, ami a frekvencia reciprok értéke, véges. De a hullámhossz végtelen. Tehát egy nyugalomban lévő elektronhoz tartozó hullám sebessége végtelen!

Ennél a pontnál de Broglie-nak egy egyszerű, magától értetődő, de jelentős hozzájárulása van. Kiaknázta a hullámok kétféle sebessége: a fázissebesség és a sokkal bonyolultabb, de sokkal fontosabb csoportsebesség közti különbséget.

Amit az ember első látásra a hullámhoz sebességként hozzárendel, az a *fázissebesség*. A fázissebesség az a sebesség, amellyel egyetlen hullám esetén a hullám maximuma tovahalad. Világossá válik ez, ha egy x-irányba terjedő $\cos(kx - \omega t)$ síkhullámra írjuk ezt fel. Ha kiszemelünk egy amplitúdómaximumot, arra nézve a cos értéke 1, a fázis pedig zérus, tehát $kx - \omega t = 0$, vagyis $x = \omega t/k$. Ebből a fázissebesség $v_f = \omega/k$.

Vákuumban terjedő fény sebessége minden esetben c, és mivel ez a sebességérték ismert, azt kapjuk: $\omega = ck$, és nincs tovább mit mondanunk. De elektronnal összehasonlíthatatlanul más a helyzet! Egy nyugalomban lévő elektron energiája mc^2 a relatvisztikus leírás szerint – ahogyan de Broglie is tárgyalta –, frekvenciája pedig: $\omega = mc^2/\hbar$. Mivel nyugalomban van, ezért impulzusa és hullámszáma zérus ($k = 0$), és így az ω/k fázissebesség végtelennek adódik, amint azt előbb is már megállapítottuk.

Itt jön a lényeges hozzájárulás: amennyiben egy hullámszám egy részecskét jellemez vagy vele összhangba hozható, akkor a hullámjelenség térben behatárolható. Ez akkor áll elő, ha úgy halmozódnak egymásra a hullámtaréjok, hogy a *10-1. ábra* szerinti *hullámcsoport* jön létre. Megmutatható, hogy ilyen hullámcsoport úgy állítható elő, hogy egymástól alig eltérő* hullámszámú síkhullámokat

* Ha a hullámszámok alig különböznek, akkor az erősítés egy kiterjedtebb tartományban érvényesül.

adunk össze, vagyis *szuperponál*unk, úgy, hogy a csoport közepén valamennyi amplitúdó erősíti egymást, míg a csoport szélén túl kioltják egymást. De Broglie maga nem látta tisztán a saját ötletéből levonható végső következtetést: azt ugyanis, hogy a hullám négyzetének abszolút értéke az elektron megtalálási valószínűségének felel meg. Így az elektron sebességének azt a sebességet tekinthetjük, amely sebességgel a hullámcsoport halad. Ezt a sebességet *csoportsebesség*nek hívjuk. (A dolognak ezt a részét de Broglie teljesen tisztán látta.)

10-1. ábra Ilyen hullámcsoport úgy jön létre, hogy különböző hullámhosszúságú síkhullámok adódnak össze.

A csoportsebesség meghatározása során figyeljük meg, hogy a hullámcsoport maximumának helyén valamennyi hullámkomponens fáziskülönbsége zérus. Ahhoz, hogy számszerű eredményt kapjunk, induljunk ki az ω_1, k_1 és ω_2, k_2-vel jellemzett hullámok

$$(k_1 - k_2)x = (\omega_1 - \omega_2)t$$

fáziskülönbségéből, ahol ω_1, k_1 és ω_2, k_2 két olyan síkhullámhoz tartoznak, amelyek a hullámcsoport felépítésében résztvesznek. Ekkor a hullámcsoport taréja helyén ennek a fáziskülönbségnek az értéke zérus kell maradjon annak ellenére, hogy az egyedi hullám maximuma siethet (vagy elmaradhat) a csoport maximumához képest.

Az $(\omega_1 - \omega_2)/(k_1 - k_2)$ kifejezés egyértelműen meghatározza annak a pontnak a sebességét, ahol a fáziskülönbség zérus marad. Mivel a két hullámszámnak közeli értéknek kell lennie, ezért az előző két különbség hányadosa differenciálhányadosnak tekintható. Amennyiben sok hullám adódik össze, a csoportsebességet az előzőek alapján a $v_{cs} = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}k$ adja meg. Megjegyezzük, hogy vákuumban terjedő fény sebessége nem függ az ω-tól, ezért $\mathrm{d}\omega/\mathrm{d}k = \omega/k = c$; azaz a fázis- és csoportsebesség megegyezik és midkettő egyenlő c-vel.

Nem relativisztikus esetben egy részecske energiája: $E = p^2/(2m)$, a fázissebesség pedig $v_f = \omega/k = E/p = p/(2m) = v/2$, azaz feleakkora értékű, mint a részecske sebessége. De a csoportsebesség: $v_{cs} = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}k = \mathrm{d}E/\mathrm{d}p = p/m = v$; azaz pontosan maga a részecskesebesség. Relativisztikus esetben* pedig: $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$, amiből $v_f = \omega/k = E/p$, ami a $p=0$ esetén végtelen érték, nagy energiák esetére pedig (ahogyan kell is) c-vel egyenlő. A csoportsebesség azonban: $v_{cs} = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}k = \mathrm{d}E/\mathrm{d}p = pc^2/E$, ami a részecske valódi sebességét adja meg, azaz $p=0$ esetén zérus, kis p értékek esetén p/m, nagy energiák esetén pedig c-t közelítő érték.

Hová lyukadtunk ki? De Broglie kijelentette, hogy az addig egyértelműen részecskeként ismert elektron hullámtermészetű. Einstein meg azt javasolta, hogy a fényt, amelyet addig hullámjelenségként ismertünk, bizonyos esetekben tekintsük úgy, mintha részecskékből vagy kvantumokból állna. Úgy tűnik, közeledünk a megoldáshoz. Két egymással kapcsolódó nehézség jobb, mintha csak egyetlen probléma lenne.**

Az a vita, hogy a fény hullám-e vagy részecskékből áll, tulajdonképpen Newton idejében indult, és határozott irányt a

---

* Lásd a fejezet végén lévő kérdések közt.

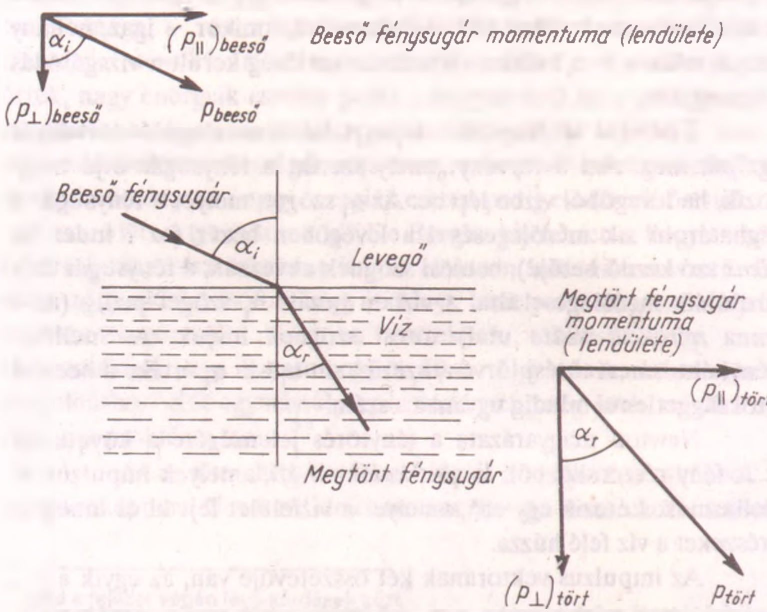
** El lehet képzelni, mit érzett Einstein, mikor kollégái Párizsban ismertették vele a fiatal de Broglie "őrületes" hullámait. 1905-ben, amikor Einstein jelentős hozzájárulása a fizikához az atomi méretek meghatározásával (a Brown-mozgás segítségével) megszületett, amikor a fény kvantumos voltáról beszélt, amikor felfedezte a relativitást, akkor még az akadémikusok közösségén kívül állt. Túl szép lenne, ha azt mondhatnánk, Einstein mindig felismerte az igazságot, ha szembekerült vele. Sajnálatos azonban, hogy Einstein nem fogadta el – munkássága vége felé – a kvantummechanikát, a fizikának azt a területét, amely de Broglie disszertációjából nőtt ki. A fizika reménytkeltően egyszerű. A fizikusok kevésbé egyszerűek!

modern fizikában nyert. Willebrod Snell 1607-ben fedezte fel a fénytörés törvényét. Newton úgy magyarázta ezt a jelenséget, hogy a fény olyan részecskékből áll, amelyeket a víz vonz. Newton holland kortársa, Huygens a fény visszaverődését úgy magyarázta, hogy a fény hullám, és terjedésének sebessége a levegőben és a vízben eltérő. Mindkét teória alkalmas a megfigyelések megmagyarázására. Egyik sem alkalmas a másik cáfolatára. A vita nem dőlt el. A legérdekesebb az, hogy a két érvelés lényege azonos; a köztük lévő különbség szinte csak annyi, mint amikor ugyanazt a dolgot két nyelven mondjuk el. De ez a körülmény csak akkor vált nyilvánvalóvá, amikor – igaz, néhány évszázad múltán – a hullám–részecske-kettőség került a vizsgálódás középpontjába.

Elsőként a fénytörés tapasztalatokon alapuló törvényét vizsgáljuk meg. Azt a törvényt, mely szerint a fénysugár útja megváltozik, ha levegőből vízbe lép be. Az α_i szöget, melyet a fénysugár a közeghatároló sík merőlegesével a levegőben bezár (az i index az *incidens* szó kezdő betűje), beesési szögnek nevezzük, a fénysugár és a határoló sík merőlegese által a vízben bezárt α_r szöget pedig (az r index a *refrakció* szóra utal) törési szögnek hívjuk. A Snellius-törvényként ismert törési törvény szerint $\sin \alpha_i / \sin \alpha_r$ értéke a beesési szögtől függetlenül mindig ugyanaz a szám.

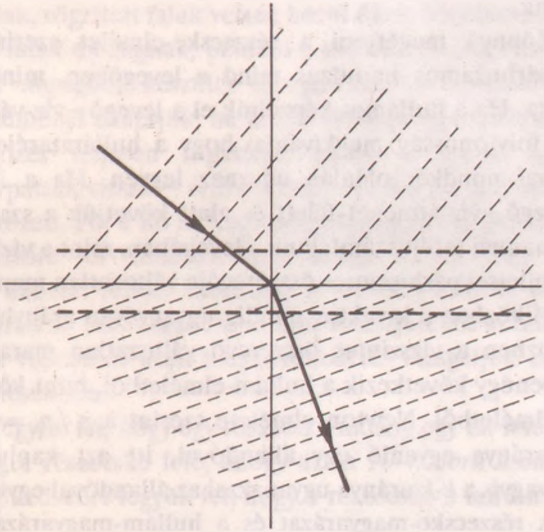
Newton magyarázata a fénytörés jelenségére a következő volt: A fény részecskékből, *korpuszkulák*ból áll, amelyek impulzussal rendelkeznek. Létezik egy erő, amelyet a vízfelület fejt ki és amely a fényrészeket a víz felé húzza.

Az impulzus vektorának két összetevője van, az egyik a $p_{||}$, ez a vízfelülettel párhuzamos, a $p_{\perp}$-sel jelölt másik pedig merőleges a vízfelületre. Elég természetes az a feltevés, hogy a vízfelület által kifejtett erő merőleges a vízfelületre, ezért a $p_{||}$-nak a vízszintes összetevőre nincs hatása. Viszont a merőleges összetevő megváltozik – a levegőből a vízbe lépő részecskékre ható erő következtében értéke megnő. Természetesen a beeső részecskék kinetikus energiája független a beesés irányától. A kinetikus energia megváltozása megegyezik a vízbelépés következtében létrejött potenciális energia megváltozásának mínusz egyszeresével. És ez független attól, hogy milyen szögben közeledett a részecske. A belépés előtti és utáni kinetikus energiák aránya, és ugyanígy az impulzusok aránya is valamennyi belépési szögre ugyanakkora. Tehát a beeső és a megtört impulzus p_i/p_r aránya valamennyi szögre ugyanaz, miközben a párhuzamos komponens változatlan marad: $(p_{||})_i/(p_{||})_r = 1$.



10-2. ábra Miközben levegőből vízbe lép a fénysugár, p momentuma megváltozik, mert bár a törőfelülettel párhuzamos $p_{||}$ komponens változatan marad, a $p_{\perp}$ megváltozik.

Belátható, hogy $(p_{||})_i = (\sin \alpha_i)p_i$ és $(p_{||})_r = (\sin \alpha_r)p_r$ (a *10-2. ábrán* az i index helyett *beeső*, az r index helyett *tört* szerepel). Ebből következik, hogy $\sin \alpha_i / \sin \alpha_r$ értéke valamennyi beesési szög esetén ugyanakkora, és csak attól függ, hogy milyen közegről van szó. Snell óta *törésmutató*nak hívjuk ezt a számot. A *törési törvény* tehát következik a részecske-elméletből.



10-3. ábra A beeső és a megtört hullám $k_{||}$ összetevője nem változik meg, amint ez látható, szemlélve a hullámfrontot a vízszintes szaggatott vonalak mentén az átmenet fölött és alatt.

Huygens a fényt hullámként képzelte el. Amikor a fény levegőből vízbe lép, a frekvenciája nem változhat meg – egy tetszőleges megfigyelési ponton időegység alatt áthaladó hullámtaréjok száma ugyanaz marad. Viszont a terjedés sebessége* a két közegben eltérő, és ezért a hullámhossz – és így a hullámszám – különbözik a két közegben. De a hullámszámnak a fény egyik közegből a másikba való belépése közben úgy kell megváltoznia, hogy a beesési szögtől függetlenül ugyanaz legyen a hullámszámok aránya.

---

* Vagyis a fázissebesség. Az előzmények értelmében ez *nem* a részecske sebessége.

Emlékezzünk rá, hogy a részecske-elmélet szerint az impulzusok aránya marad ugyanaz, a hullám-elmélet szerint ugyanezt a hullámszámok arányáról mondjuk. Az előző esetben az érvelés kiindulása energiamegfontolás volt, az utóbbi esetben pedig a frekvenciára hivatkoztunk.

Könnyű megérteni a részecske-elmélet szerint, hogy a felülettel párhuzamos impulzus mind a levegőben, mind a vízben ugyanakkora. Ha a hullámot képzeljük el a levegő–víz-választóvonal mentén, a folytonosság megkívánja, hogy a hullámtaréjok száma a választóvonal mindkét oldalán ugyanaz legyen. Ha a *10-3. ábrán* látható levegő–víz-átmenet felett és alatt követjük a szaggatott vonalat, ugyanannyi taréjt számlálunk a levegőben, mint a vízben, ezért a **k** vektor felülettel párhuzamos összetevője változatlan marad.

Miközben a **k** vektor mindig ugyanolyan arányban változik meg, és közben a vízszintes összetevő változatlan marad, a *Snell-törvény* éppenúgy következik a hullám-elméletből, mint következett a részecske-elméletből. Newton elmélete szerint a $p_i / p_r = n$, vagyis a kétféle p aránya egyenlő egy állandóval, itt azt kapjuk, hogy a $k_i / k_r = n$, vagyis a k-k aránya ugyanazzal az állandóval egyenlő.

A részecske-magyarázat és a hullám-magyarázat nemcsak ugyanahhoz az eredményhez (tudniillik a Snellius-törvényhez) vezetett. A két elmélet a szóhasználattól eltekintve ugyanaz. Az egyik elmélet egyszerű angol szavakat használ (Newton: energia, momentum), a másik elmélet egy becsületes hollandus (Huygens: frekvencia, hullámszám) szövege.[*]

Eddig mindössze annyit állítottunk, hogy az energia és a frekvencia (és ugyanígy az impulzus és a hullámszám) egymásnak megfelelő mennyiségek. A kvantumelmélet meghozta az energia és a frekvencia egymással való arányosságát. Az impulzus és a hullámszám

---

[*] WT: De ők mindketten latinul írtak, nem?

TE: Lehetőleg igen. Csakhogy érveiket munkatársaik nyelvén kellett kifejteniük. Newton angolul, Huygens franciául írta meg ezzel kapcsolatos munkáját. A nemzetközi tudomány akkori nyelvére való lefordítást Huygens addig halogatta, míg végül meghalt.

ugyancsak arányosak. Mi több, az arányossági tényező mindkét esetben ugyanaz. Ezt a következő, kissé bonyolultabb példa teszi világossá.

Eddigi példáinkban, akár hullámok terjedtek, akár részecskék mozogtak, rögzített falak vették körül őket. Vajon mi történik, ha a környező falak mozognak, például a részecskék vagy hullámok egy (valamilyen anyagból készült) mozgó falról verődnek vissza? A várható eredményt ismerjük: ha labdát dobunk egy mozdulatlan falra és az ütközés teljesen rugalmas, akkor a labda ugyanakkora sebességgel pattan vissza – *reflektálódik* – a falról, mint amekkorával a falhoz érkezett. Ha a fal mozog, mégpedig a labda felé (gondoljunk egy teniszütőre és teniszlabdára adogatás közben), akkor az egymáshoz képesti relatív sebessége a falnak (ütőnek) és labdának ugyanaz marad az ütés után. De az álló teniszjátékos számára a labda sebessége a visszaütés után megnövekedett. Vizsgáljuk ezt meg egy kissé részletesebben.

Tegyük fel, hogy egy részecske mozog egy fal felé, miközben a fal mozog a részecske felé, ahogy azt a *10-4. ábra* szemlélteti. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a részecske a falra merőlegesen mozog.

Az ütközés eredményeképp a részecske sebessége és kinetikus energiája nagyobb lesz, miután a falat elérve megfordul. Legyen a fal tömege nagy és jelöljük v_f-fel a fal sebességét. A fal impulzusának a megváltozása ugyanolyan nagyságú, de ellenkező irányú, mint a részecskéé: $-\Delta p_f = |p_k| + |p_t|$, ahol p_k és p_t a részecske impulzusa aszerint, hogy a részecske közeledik, vagy távolodik. A fal kinetikus energiája annyival csökken, mint amennyivel a részecske kinetikus energiája megnő: $\Delta E_f = \Delta p_f\, v_f$. (A fal nagy tömege miatt v_f változatlan marad.) Mindezekből a részecske energiaváltozása következik:

$$(p_t^2 - p_k^2)/(2m) = -\Delta E_f = (|p_k| + |p_t|)\, v_f\,.$$

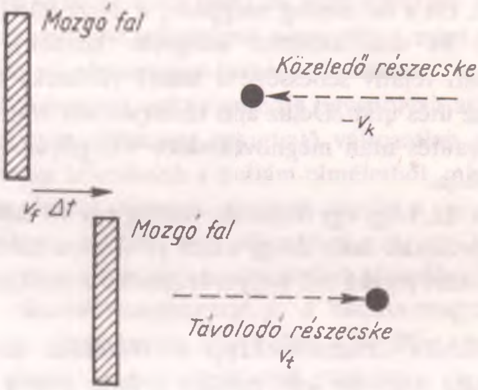
Osszunk $(|p_k| + |p_t|)$ -vel:

$$(|p_t| - |p_k|)\,/m = 2\, v_f\,,$$

és miután v_k a közeledő részecske sebességének abszolút értéke, így

$$v_t - v_k = 2v_f \quad \text{vagy másképp} \quad v_t - v_f = v_k + v_f\,.$$

Ezt a nyilvánvaló eredményt (vagyis azt, hogy ütközés előtt és után a sebességkülönbség azonos) bonyolult úton kaptuk meg, amely során az impulzus és energia megmaradását használtuk fel. Ezt azért tettük, hogy most a hullám-elméletben ugyanezzel az érveléssel kaphassunk eredményt.



10-4. ábra Ha egy részecske nekicsapódik egy feléje közeledő falnak, az ütközés során a részecske akkora energiára tesz szert, hogy a falhoz képesti relatív sebessége változatlan marad. A részecske $-v_k$ sebességgel közeledik, majd v_t sebességgel távolodik. (Pozitívnak vesszük a jobbra mutató sebességeket. Ezért van negatív előjel a v_k előtt.) Tehát: $v_k + v_f = v_t - v_f$.

Most azt nézzük meg, hogyan magyarázza a jelenséget Huygens? Részecske helyett haladjon egy fal felé egy hullám. Azt gondoljuk, hogy a hullám a falról megváltozott frekvenciával és hullámosszal verődik vissza. A jelenség hasonló, mint amikor közeledő vonat sípjának hangmagassága hirtelen lecsökken, amint a vonat, elhaladva mellettünk, távolodik. Ez a *Doppler-hatás*.

Most találjuk meg az összefüggést a falhoz közeledő ω_k és az attól távolódó ω_t frekvenciák közt, vagy a közeledő és távolodó k_k és k_t hullámszámok közt! Ezen célból választunk egy falhoz közeli síkot, amely felé a fal közeledik. Megszámoljuk a másodpercenként itt átlépő hullámtaréjok számát. Elsőre azt gondolhatnánk, hogy a fal felé közeledő vagy attól távolodó hullámban ugyanannyi tarajat számlálunk meg, hisz hová is veszne közben belőlük? Ha ugyanannyit számlálnánk, az azt jelentené, hogy $\omega_k = \omega_t$. De a valóságban egy másodperc alatt v_f távolságnyit közeledett a hullám az előbb felvett síkhoz. Ezért az egy másodperc múltán a közeledő hullámban ($v_f\, k_k$ értékkel) kevesebb taréj marad, és ugyanakkor a távolodó hullámban is ($v_f\, k_t$ értékkel) kevesebb taréj marad. Együttesen $v_f\,(k_k + k_t)$ számú taréj fog hiányozni. Ez azért van így, mert a többlet-taréjok $\Delta t = 1/(2\pi)$ másodperc alatt már átlépték a síkot. A távolodó taréjok ω_t számának a közeledő ω_k számnál $v_f\,(k_k + k_t)$-vel kell nagyobbnak lennie. Ezek után a következő összefüggést írhatjuk fel: $v_f\,(k_k + k_t) = \omega_t - \omega_k$. Ez épp olyan alakú, mint a $v_f\,(|p_t| + |p_k|) = E_t - E_k$ összefüggés, amit a falról rugalmasan visszaverődő részecskék esetén kaptunk. Tulajdonképpen ha az ω-t és k-t tartalmazó egyenletet $\hbar$-val végigszorozzuk és emlékszünk rá, hogy $E_t = \hbar\omega_t$, $E_k = \hbar\omega_k$, $p_t = \hbar k_t$ és $p_k = \hbar k_k$, akkor a két egyenlet teljesen megegyezik. Elég ismerni a $v_f\,(k_k + k_t) = \omega_t - \omega_k$ összefüggést és azt, hogy az ω és a k értékek megegyező kapcsolatban vannak az E-vel és p-vel, és megkapjuk a hullámoknak falról való visszaverődési törvényét. A hullám-elmélet és a részecske-elmélet megint összhangban van. De ennek az összhangnak a felismeréséhez nem elegendő annyit állítani, hogy a frekvencia és az energia egymással kapcsolatban van ugyanúgy, ahogy az impulzus és a hullám is. Hozzá kell tennünk, hogy az energia és a frekvencia közti arányossági tényező ugyanaz a konstans szám, mint az impulzus és a hullámszám közötti.

Eredményre anélkül jutottunk, hogy a relativitáselmélethez kellett volna folyamodnunk, bár érveink egyikét Einstein angol relativizmusa, másikát de Broglie francia dualizmusa szolgáltatta.*

Most már elülhet a régóta folyó hullám–kontra–részecske vita a fény körül! Nem kell elköteleznünk magunkat egyik oldalra sem: mindkét félnek igaza van. És ugyanez igaz elektronra és bármely más objektumra is.**

Az, hogy egy dolgot két, egymással összeférhetetlen módon is le lehet írni, nem újszerű gondolat, csak a fizikában volt az. A teológia régtől fogva élt vele. Én, mivel fizikus vagyok, úgy gondolom, hogy az előadóterem padjaiban különböző tömegű testek vannak jelen, a padban ülők azt vélik, lélekkel megáldott emberek foglalnak a padokban helyet. Mindkét vélemény igaz. Talán a hullám–részecske-kettősség toleránsabbá tesz bennünket a test–lélek-kettősség rejtélye iránt. Niels Bohr meg volt győződve afelől, hogy a lélek és test kettősségének valamiféle feladásához vezethet majd a részecske–hullám-dualitás megoldása. Egész odáig ment, hogy azt hitte, minden valóságos problémában rejlik valamiféle kettősség.

Schrödinger volt az egyike azoknak, akik Einsteintől megkapták de Broglie téziseit. És Schrödinger az elektronokhoz rendelt hullámképpel megmagyarázta az atomok stabil állapotait. A klasszikus fizika nem tüntet ki egyes pályákat a részecskék számára. Schrödinger megmutatta, hogy ha az elektronokat hullámformában képzeljük el az atommag körül, akkor csak bizonyos pályák jöhetnek szóba. A *10-5. a) ábrá*n látható hullámfüggvény nem illeszkedik a megadott elektronpályához, de a *10-5. b) ábrá*n látható már igen. (Ugyanilyen helyzet áll fenn a klasszikus fizika rezgő húrja esetén, ott is csak bizonyos hullámhosszak és frekvenciák megengedettek.)

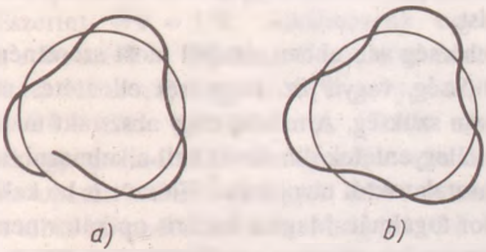
---

* WT: A klasszikus magyarázat sokkal bonyolultabb volt, mint de Broglie relativisztikus megközelítése!

TE: De hisz nem megmondtam már jó előre, még a könyv elején, hogy a relativitáselmélet a dolgokat egyszerűbben szemlélteti?

** WT: De hát nem lehet mindkét állítás egyszerre igaz!

TE: Tulajdonképpen lehet, de sokkal fontosabb az, hogy egyik állítás sem téves.



10-5. ábra Az elektron csak olyan pályán tartózkodhat az atomban, amelynek hossza egész számú többszöröse az elektron momentumához tartozó de Broglie-hullámhossznak. Az *a*) esetben a hullámhossz túl nagy értékű; a *b*) esetben a hullámhossz éppen megfelelő.

Az elektronok számára úgy kell kijelölni a pályákat, hogy veszünk egy n egész számot, amely megmondja, hogy a hullámhossz hányszorosa férjen rá az illető pályára: $2\pi r/\lambda = kr = n$. Ez az összefüggés maga után vonja a $pr = n\hbar$ összefüggést, amely nem más, mint a korreszpondencia-elvből Bohr által levezetett kvantumfeltétel.

Most már négy különböző – részecskékkel kapcsolatos – magyarázatot tudunk adni a hullámkép segítségével.

- Ha egy hullámjelenség a geometriai térnek csak egy részére terjed ki, akkor az ezzel a hullámmal kapcsolatos részecske a térnek ebben a részében található meg.
- Ha a hullám ω frekvenciájú, akkor az ezzel a hullámmal jellemzett részecske $\hbar\omega$ energiával rendelkezik.
- Ha a hullámra jellemző hullámszám k, akkor az illető részecske impulzusa $\hbar k$.
- Amennyiben egy hullám illeszkedik egy atomon belüli pályára, akkor az a pálya megengedett.

Az utolsó állítás kvalitatív és szemléletes. De hogy a másik három hogy kapcsolódik egymáshoz az előzőekben tárgyalt speciális alkalmazásoktól eltekintve, az egyáltalán nem világos. Általános és következetes értelmezésre van szükség. Ezt Hilbert tiszta matematikája és Heisenberg fizikája tette lehetővé, és az, hogy John von

Neumann ezeket olyan axiómákban egyesítette, amely kizár mindenféle ellentmondást.

Két nehézség van abban, amiről most szeretnénk beszélni. Az egyik a kettősség, vagyis az, hogy két ellentétes módon való megközelítésre van szükség. A másik, hogy absztrakt matematikát, a lineáris differenciálegyenletek elméletét kell alkalmazni, ami pedig a mindennapi tapasztalatoktól távol esik.* Először is be kell vezetnünk a lineáris operátor fogalmát. Maga a lineáris operátor nem bonyolult fogalom.** Pillanatnyilag azonban egyáltalán nem látjuk, hogy mire való. De majd kiderül, hogy alkalmazása arra vezet, hogy egy hullámfüggvényből a részecskére vonatkozóan pontos megállapításokat vonhatunk le.

Először is az *operátor* fogalmát vezetjük be. Az operátor egy utasítás, ami egy függvényt egy másik függvénybe visz át. Minket a hullámok érdekelnek; tegyük fel, hogy a $\Psi(x, y, z, t)$ függvény független változói egy részecske (x, y, z) helykoordinátái egy t időpontban. Operátor lehet például egy olyan eljárás, amely a Ψ függvényből $1/\Psi$-t csinál.

Második lépésben az operátorok körét leszűkítjük. Mi a továbbiakban csak lineáris operátorokról fogunk beszélni. Egy operátor akkor lineáris, ha két függvény összegére alkalmazva ugyanazt eredményezi, mint amikor az operátor külön-külön hat a két függvényre és az *így nyert* függvényeket adjuk össze. Jelöljük $\Theta\Psi$-vel egy Ψ függvényre ható Θ operátor eredményét.

Vajon lineáris-e az előző bekezdésben említett operátor?

Nem!

---

* WT: Mit is mondott Kopernikusz?

TE: "A matematika csak a matematikusoknak való".

WT: És igaza van?

TE: A dualizmus demokratikus. Ezt még a matematikusoknak is figyelembe kell venniük!

**WT: Van olyan egyszerű mint a görbült tér fogalma?

TE: Sokkal egyszerűbb!

Alkalmazzuk a Ψ függvényre a "képezzük a reciprokát"-eljárást. Eszerint $\Theta\Psi = 1/\Psi$. Alkalmazzuk egy másik hullámfüggvényre, a Φ-re: $\Theta\Phi = 1/\Phi$. Ha a Θ operátor az előző két függvény összegére hat, akkor ezt kapjuk: $\Theta(\Psi + \Phi) = 1/(\Psi + \Phi)$. Ez nem azonos a $\Theta\Psi + \Theta\Phi = 1/\Psi + 1/\Phi$-vel. Tehát ezzel a példával bemutattunk egy operátort, de ez az operátor nem lineáris.

Az operátor utasítása legyen most az x-szerinti deriválás, miközben a többi változót érintetlenül hagyjuk: $\Theta\Psi = (\partial/\partial x)\Psi$. Ez az operátor most lineáris, mert

$$\frac{\partial}{\partial x}(\Phi + \Psi) = \frac{\partial}{\partial x}\Phi + \frac{\partial}{\partial x}\Psi,$$

azaz $\Theta(\Phi + \Psi) = \Theta\Phi + \Theta\Psi$.

Végül meg kell ismernünk a *sajátfüggvény* és *sajátérték* fogalmát. Amennyiben egy operátort alkalmazva egy függvényre eredményül az illető függvény F konstansszorosát kapjuk, akkor ez a függvény az operátor egy sajátfüggvénye, az F pedig az operátor sajátértéke. Például, ha az operátor a $\partial/\partial x$ differenciálási utasítás, akkor az e^{Fx} az x-szerinti differenciálás operátorának sajátfüggvénye, F pedig sajátértéke, mivel $(\partial/\partial x)e^{Fx} = Fe^{Fx}$.

Most már felkészültek vagyunk ahhoz, hogy fizikára* vonatkozó állításokat mondjunk ki, bár az azokban szereplő hullámfüggvény sajnos nem egészen ésszerű. A legegyszerűbb (!) hullámfüggvény a $\Psi = e^{i(kx-\omega t)}$. A i imaginárius mennyiséggel természetesen (-1)-ből vont négyzetgyököt jelöljük: $i = \sqrt{-1}$. Az így felírt Ψ egy x irányban ω/k fázissebességgel haladó hullámot ír le (ha t-t Δt-vel x-et pedig $\Delta x = \Delta t\ \omega/k$-val megnöveljük, akkor Ψ változatlan marad). Hogy az első példánkban ez a függvény szerepel, annak az az oka, hogy két fontos operátornak is sajátfüggvénye ez a függvény: a $(\hbar/i)(\partial/\partial x)$-nek és a $-(\hbar/i)(\partial/\partial x)$-nek.

* WT: Legfőbb ideje!
TE: El lehet készülni a legrosszabbra! Most jön a java!

Valóban:

$$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}e^{i(kx-\omega t)}=\hbar k e^{i(kx-\omega t)}=p_x e^{i(kx-\omega t)},$$

és

$$-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t}e^{i(kx-\omega t)}=\hbar\omega e^{i(kx-\omega t)}=E e^{i(kx-\omega t)}.$$

Az impulzus x irányú összetevőjét azért kaptuk meg, mert szoroztunk a $\hbar$ tényezővel. Az előzőek szerint tehát az energiának és az impulzus három összetevőjének operátorai a következők

$$-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t};\quad \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x},\quad \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial y}\quad \text{és}\quad \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial z}.$$

A $-(\hbar/i)(\partial/\partial x)$ operátorban azért szerepel a mínusz előjel, hogy pozitív x(vagy y, vagy z) irányú terjedés adódjon az energia és az impulzus pozitív értékei esetén.*

Van hát egy függvény, amely esetén a részecskéknek legalábbis néhány sajátosságára (energiájára, impulzusára) pontosan meghatározható értékek adódnak. A kvantummechanikában** minden fizikai mennyiséghez egy olyan operátor és olyan sajátfüggvények rendelhetők, amelyekkel az illető fizikai mennyiségre határozott értékeket kapunk.

Vajon miért használunk az impulzushoz rendelt sajátfüggvényként olyan kifejezést, amelyben az e^{ikx} szerepel, amikor az e^{kx}-et sokkal könnyebb lenne szemléltetni? Azért, mert (olyan

---

* 1933-ban majd egy órán keresztül hallgattam Niels Bohr fejtegetését, aki mindvégig fenntartotta azt a látszatot, hogy nem tudja a választ. Rendszerint olyan kérdésekről vitatkozott, amikre nem tudta a választ. Ha történetesen tudta is, úgy tett, mintha nem tudná.

** Ez a neve annak az új tudománynak, ami miatt, bár nehéz szívvel, de hátat fordítottam az igazi matematikának, és könnyedén hagytam faképnél a kémiát is.

koordináta-rendszerben, ahol jobbra haladva az x értéke egyre nő) az e^{kx} értéke jobbra haladva rohamosan nő.

Ez azt jelentené, hogy egyre valószínűbb, hogy a hullám által jellemzett részecske tőlünk jobbra van. Teljesen mindegy, hogy milyen messze megyünk, bizonyos, hogy a részecske attól a helytől még inkább jobbra lesz. Az e^{ikx} esetében semmiféle helyről nem állíthatjuk, hogy a részecske arrafelé lenne. A dolog lényegét a következő fejezetben fogjuk megbeszélni. De inkább legyen az e^{ikx} következtében arról szó, hogy legfeljebb nem tudjuk, hol van a részecske, mintsem elfogadjuk azt a lehetetlen állítást, hogy örökösen másutt van, mint ahol keressük. Még így is, a végtelen felé távolodva az e^{ikx} sajátfüggvény nem ad kielégítő megoldást.

Ha a részecske helyét az x koordinátával írjuk le, akkor valamely meghatározott $x = x_0$ helyre vonatkozóan mi lesz a sajátfüggvény? A kvantummechanika megalkotóinak egyike, Paul Dirac úgy definiálta ezt a függvényt, hogy az nagyon sajátosan függjön az x helykoordinátától: az $x = x_0$ helyet kivéve, x valamennyi értékére nézve zérus a függvény értéke. Dirac ugyanis szenvedélyesen vonzódott a mégoly képtelennek látszó, de feltűnő megállapításokhoz. A függvény nevében mind megalkotójának, mind a jelölésére használt szimbólumnak a neve szerepel. Azaz *Dirac-δ-függvény*ként ismerjük. Az x-et reprezentáló operátor a következő utasítást tartalmazza: "Tessék az x-t a Dirac-δ-függvénnyel megszorozni." Az utasítás végrehajtása után ezt kapjuk: $x\,\delta(x - x_0) = x_0\,\delta(x - x_0)$. Az itt szereplő δ mindenütt zérus, csak az $x - x_0 = 0$ helyettesítés esetén nem. Tehát az x-nek a $\delta(x - x_0)$ -val való szorzása arra vezet, mint a $\delta(x - x_0)$-nak x_0 -val történő szorzása. Így hát az x operátornak sajátfüggvénye a $\delta(x - x_0)$, x_0 pedig a hozzátartozó sajátérték.

Amikor Schrödinger megkapta a levelet, amelyben Einstein a de Broglie-féle újdonságról számolt be, a fizikusok a hullámegyenlet használatában már járatosak voltak, nem így a lineáris operátorok világában. Schrödinger a róla elnevezett hullámegyenletet megsejtette, csodával határos módon. Ha azonban a lineáris operátorokra gondolva szemléljük ezt az egyenletet, szinte logikusnak tűnhet számunkra Schrödinger eredménye.

A hidrogénatom elektronjának potenciális energiája: $-e^2/r$ nagyságú. A mínusz előjel arra utal, hogy e^2/r nagyságú energiát kell hozzáadnunk, hogy a végtelenbe távolítsuk, ahol az energia értéke zérus. A potenciális energia operátorának utasítása: "Tessék szorozni $-e^2/r$-rel." Ezt ugyanúgy okoskodhatjuk ki, mint az x operátorát.

Az elektron kinetikus energiája így írható fel: $p^2/(2m) = 1/(2m)(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)$. A p_x^2 operátor nem más, mint a p_x operátor egymás utáni kétszeres alkalmazása. Csakugyan, ha vesszük a p_x sajátfüggvényét és alkalmazzuk rá a $p_x = (\hbar/i)(\partial/\partial x)$ operátort, akkor az eredeti saját-függvény p_x-szeresét kapjuk. Ha most újból végrehajtjuk az utasítást, ugyanennek a függvénynek a p_x-szel való újbóli szorzására jutunk. Tehát a p_x^2-hez ugyanaz a sajátfüggvény tartozik, mint a p_x-hez, de az operátort kétszer kell alkalmazni; a $(\hbar/i)(\partial/\partial x)(\hbar/i)(\partial/\partial x)$helyett $-\hbar^2(\partial^2/\partial x^2)$-t írunk. Itt a $\partial^2/\partial x^2$ szimbólum azt jelenti, hogy az őt követő függvényt kétszer kell x szerint deriválni, miközben a többi változót konstansnak tekintjük. A matematika nyelvén: $(\partial/\partial x)(\partial/\partial x) \equiv \partial^2/\partial x^2$.

Az utolsó matematikai titok, amibe beavatom most olvasóimat, az az, hogy a $\equiv$ nem egyenlőséget (aminek jele = lenne) jelent, hanem *azonosság*ot vagy egyszerűen definiálást.

Nos, Schrödinger híres hullámegyenlete, amely a $\Psi(x, y, z; t)$ hullámfüggvény meghatározására szolgál, azt az állítást tartalmazza, hogy a kinetikus energia operátorának és a potenciális energia operátorának összege a teljes energia operátorát adja meg. Ezt az energia egy sajátfüggvényére alkalmazva az E energia és Ψ szorzatát kapjuk:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}\right]-\frac{e^2}{r^2}\Psi = E\Psi,$$

ahol E az energia sajátértéke. Ez volt az az egyenlet, amelyet Schrödinger ugyan felállított, de nem tudott megoldani. Ehhez már a matematikusok szakavatott segítségére volt szükség.

Én a magam részéről ezt nemigen hiszem el. Szerintem Schrödinger a hidrogén legalsó, stabil állapotú elektronjára megoldotta az egyenletet. Még mi is meg tudjuk oldani!

Elsőként tegyük fel, hogy a Ψ mindössze r-től, a vonzó centrumtól mért távolságtól függ. Minden matematikus és minden fizikus tudja, hogy ha a fenti egyenletet ilyen $\Psi(r)$ függvénynek kell kielégítenie, akkor az átírható a következő alakba* :

---

* WT: A diákok is tudják?

TE: A kérdés jogos, itt valóban felmerül egy nehézség. Legyen a Ψ egy olyan függvény, mint a 7. fejezetbeli Φ potenciálfüggvény volt. Ott ugyanis a $(\partial/\partial x)\Phi$, a $(\partial/\partial y)\Phi$ és a $(\partial/\partial z)\Phi$ az elektromos tér egyes komponensei voltak. Ennek a térnek a divergenciája $4\pi\rho$ (ahol ρ a vizsgált térrészen belüli töltéssűrűséget jelenti). Matematikai formába öntve az előzőeket:

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}=4\pi\rho\ .$$

Próbáljuk ezek után ugyanezt kifejezni arra az esetre, ha Φ mindössze r-től függ. Ebben az esetben az elektromos térerőnek csak r-irányú komponense van, vagyis az erővonalak r irányúak, az erő nagysága pedig $(d/dr)\Phi$-ből határozható meg. Feltehetjük a kérdést: "Mennyi a különbség egy r sugarú gömbfelületen átlépő, és az $r + \Delta r$ sugarú gömbhéjból kilépő erővonalak számában?" A belépők száma $4\pi r^2(d/dr)\Phi$. A különbséget differenciálással kapjuk meg

$$\Delta r\,4\pi\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d}{dr}\Phi\right)=\Delta r\,4\pi\left(2r\frac{d}{dr}\Phi+r^2\frac{d^2}{dr^2}\Phi\right).$$

Ha a gömbhéj $4\pi r\ \Delta r$ térfogatával osztunk, akkor megkapjuk, hogy térfogategységenként mennyivel több erővonal lép ki a gömbhéjból az ott jelenlévő töltéssűrűség miatt, mint amennyi erővonal oda belépett:

$$\frac{2}{r}\frac{d}{dr}\Phi+\frac{d^2}{dr^2}\Phi=4\pi\rho\ .$$

Hasonló okoskodással kapjuk meg a Ψ -re vonatkozó egyszerűsített Schrödinger-egyenletet is.

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{\partial^2\Psi(r)}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial\Psi(r)}{\partial r}\right]-\frac{e^2}{r^2}\Psi=E\Psi.$$

Biztos vagyok benne, hogy Schrödinger egy szempillantás alatt rájött az egyenlet megoldását jelentő hatványsor legalacsonyabb fokú tagjának alakjára. Helyettesítve ezt a $\Psi=e^{-r/r_0}$ függvényt az egyenletbe, azt kapjuk, hogy

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2\Psi(r)}{\mathrm{d}r^2}=-\frac{\hbar^2}{2mr_0^2}\Psi=E\Psi$$

és

$$\frac{\hbar^2}{mr_0 r}\Psi=\frac{e^2}{r}\Psi.$$

Ez utóbbi megadja azt az $r_0=\hbar^2/(me^2)$ sugarat, amit 1914-ben Bohr a maga abszurd feltételeiből kikövetkeztetett. Az energiára itt kapott $E=-\hbar^2/(2mr_0{}^2)=-e^4m/(2\hbar^2)$ érték is az előre megjósolttal egyező. A negatív előjel arra utal, hogy $e^4m/(2\hbar^2)=13{,}5$ elektronvolt (eV) energia befektetésével lehet az elektront az atommagtól, ami a hidrogén esetén egy egységnyi töltésű proton, elválasztani. Joggal gondolhatjuk, hogy ha egy másik atom magjának a töltése egy Z egész számszor akkora, mint egyetlen protoné, akkor úgyanúgy kell eljárnunk, csupán a $-e^2/r$ értékű vonzó erő helyébe $-Z(e^2/r)$ értéket kell helyettesíteni. Ezzel a kötési energiára a $-Z^2[e^4m/(2\hbar^2)]$ értéket kapjuk, és ez megegyezik az atomokban legerősebben kötött elektronok kötési energiájával.

Ez idő tájt Schrödingernek be kellett látnia, hogy az atomok világában a medvének csak a farkát fogja, és a matematikusokhoz fordult, hogy segítsenek egyenletének további megoldásait megtalálni. A matematikusok véleménye ez volt: "Ez könnyű feladat. Ha a legalacsonyabb energiát R-rel jelöljük (Rydbergről nevezték el

*Rydberg-állandó*nak), akkor a sajátértékek $-R^2/n$ alakúak, ahol n tetszőleges egész szám. Minden egyes n-hez n^2 egymástól független megoldás tartozik, amelyek közül egy Ψ csak r-től, a többi sajátfüggvény pedig a szögektől is függ."

Schrödingert ez nem elégítette ki. Felírta azt a hullámegyenletet, amelyet megoldó függvény akárhány, mondjuk P számú részecske együttes viselkedését leírja, mindezt az idő függvényében. Egy ilyen függvény független változóinak száma $3P+1$:

$$\Psi(x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2; \ldots x_P, y_P, z_P; t).$$

Ez a függvény a következő hullámegyenletnek tesz eleget:

$$\sum_{j=1}^{P} T_j \Psi + V\Psi = -\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t}\Psi .$$

Nézzük sorra, mi mit jelent. A

$$\sum_{j=1}^{P}$$

azt jelenti, hogy 1-től P-ig az összes részecske kinetikus energiáját össze kell adni. A kinetikus energia minden részecskére véve ugyanolyan alakú. Ha például az utolsó részecskét nézzük, arra a

$$-\frac{1}{2m}\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial x_P^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y_P^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z_P^2}\right)$$

írható fel. A V helyzeti energia a P számú különböző részecske térbeli elhelyezkedésétől függ. Atomokban és molekulák belsejében jó közelítést jelent, ha a páronkénti elektrosztatikus kölcsönhatásokat vesszük figyelembe. Végül az egyenletben a $-(\hbar/i)(\partial/\partial t)$ a rendszer teljes energiáját jelenti.

Az egyenlet igen jól írja le a jelenséget, bár némi (általában nem túl lényeges) korrekcióra szorul; érvényességét egy fontos és meglepő megszorítás korlátozza. Érdemes kideríteni, hogy Schrödinger eredeti felvetésében ez a kérdés miért nem merült fel.

A Ψ általános értelmezése és a részecskék elrendeződésétől való függése elég tisztességes: a $|\Psi^2|$, azaz a Ψ négyzetének abszolút értéke, ami egy pozitív szám, a Ψ-vel jellemzett részecskék valószínű elrendeződését adja meg. Legtöbb esetben, amikor nehéz atomok leírásáról van szó, a Ψ-t jó közelítéssel az elektronok egyedi hullámfüggvényeinek szorzataként írhatjuk fel. Ekkor az elrendeződés valószínűsége az egymástól független elektronok megtalálási valószínűségét jellemző Ψ-függvények szorzataként adódik. Az elektronok egymás közti kölcsönhatása igen jelentős, de úgy tűnik, elegendő az egyes függvényekben az összes többi elektron terének mindössze az átlagát figyelembe venni.

Ettől kezdve egy nagy és jelentős nehézséggel kell megküzdenünk. Ha az atommag töltése Ze, akkor a legalacsonyabb energiához tartozó pálya sugara $\hbar^2/(mZe^2)$, ami a nevezőben lévő Z-től eltekintve megegyezik a hidrogénatom pályasugarával.* Ez a pálya-sugár az egyre nehezebb atomok esetén rohamosan csökken. Azonban a nehezebb atomok nem rendere kisebbek, hanem valamennyivel nagyobbak lesznek.

A probléma megoldása két lépésben adódik, és közben a Schrödinger-egyenlet is érvényes marad.

Az első kiegészítés azt mondja, hogy ugyanaz a Ψ függvény nem tartozhat két elektronhoz. Ez a megállapítás akkor teljes, ha hozzávesszük azt a posztulátumot, amely szerint ha két elektron helyet cserél, akkor a Ψ-függvény előjele megváltozik. Vagyis $\Psi(1,2) = -\Psi(2,1)$. A könnyebb felismerés végett Φ-vel jelöljük az 1-es, X-vel a 2-es elektron hullámfüggvényét. A szóban forgó közelítő megoldás $\Phi(1)X(2) - X(1)\Phi(2)$ alakú lesz. Amennyiben $X = \Phi$ lenne, akkor $\Phi(1)X(2) - X(1)\Phi(2) = 0$, ami azt jelenti, hogy nincs két olyan elektron, amelyeket ugyanaz a függvény jellemezne.

---

* WT: Ez nem függ az elektronok kölcsönhatásától?
TE: De, csakhogy az eltérés néhány százaléknyi.

Részletesebb tárgyalás rámutat, hogy a két hullámfüggvény jelentősen eltérő. Nagy Z értékeknél a legerősebben kötött elektronokat valóban $\hbar^2/(mZe^2)$-hez közeli sugárral jellemzett hullámfüggvény írja le. De a legkülső elektron már az eléggé magas energiaérték felé kényszerül (az n értéke meglehetősen nagy) úgy, hogy a nehéz atomok mérete a sok részecske jelenléte miatt növekszik.

Érdekes és fontos következtetést vont le Pauli a maga felállította *kizárási* elvből (két elektron nem lehet azonos állapotban): az elv önfenntartó – az idő múlásával sem változik meg a tartalma. Ha bármely időpillanatban fennáll a $\Psi(1,2) = -\Psi(2,1)$ antiszimmetria, akkor a rendszer egyszer s mindenkorra antiszimmetrikus. Ez következménye annak, hogy a vizsgált részecskék tulajdonságai a megkülönböztethetetlenségig megegyeznek. Elektronokra ez fennáll. Vagyis valamennyi elektronnak azonos a töltése, azonos a tömege és azonos minden olyan tulajdonsága, ami miatt egymás közti kölcsönhatás léphet fel. Ekkor a $-(\hbar/i)\,(\partial/\partial t)\Psi = \Theta\Psi$ időfüggő Schrödinger-egyenlet szerint, ha a jobboldalon álló Ψ két elektron helycseréje következtében előjelet vált, akkor a baloldali kifejezés is ezt teszi. Ugyanis, mivel a Θ a kinetikus és a potenciális energia összegének operátora, ez nem változik meg attól, hogy két elektron helyet cserél. Ezért, ha az elektronok helycseréje következtében Ψ előjelet vált, akkor ez a változás a $(\partial/\partial t)\Psi$ miatt fennáll az idő függvényében is, és az eredetileg fennálló antiszimmetria-tulajdonság nem vész el. Ez az állítás, amely megköveteli, hogy a részecskék tökéletesen megkülönböztethetetlenek legyenek, azt sugallta a fizikusoknak, hogy már szinte minden szükséges eszközt megtalálták ahhoz, hogy mindenre magyarázatot adjanak, legalábbis a Pauli-féle tilalmi elvnek engedelmeskedő részecskék közt nem kell olyanok után kutatni, amelyek kissé különböznek egymástól. Ha ugyanis *mégis lenne* köztük némileg eltérő tulajdonságú, akkor idővel egynél több részecske surranna ugyanarra a pályára, mint amelyen a vele majdnem azonos ikerpárja tartózkodik.

Mint említettem, két lépésben kell a Schrödinger-egyenletet kiegészíteni, hogy érvényessége megmaradjon. A második lépésre akkor van szükség, amikor rájövünk, hogy a $-E = Z^2[e^4m/(2\hbar^2)]$ értékű legalsó betölthető energiaszinten nem egy, hanem két elektron található. Az ezt követő energiaszinten pedig, amelynek értéke Schrödinger matematikus barátai szerint $-R/4$, és hozzá négy Ψ állapot tartozik −nem négy hanem, nyolc elektron tartózkodik. A $Z = 2$ esetén valóban két elektron van jelen az atomban, és mindkettő zavartalanul a legalsó energiapályán, ami az úgynevezett K héj teljes betöltöttségét jelenti. Igy áll elő a hélium nevű *nemesgáz*. Azért nemes vagy semleges ez a gáz, mert elektronjai teljesen megelégedettek alacsony energiaszintjükkel és eszük ágában sincs más atomok elektronjaival kölcsönhatva átrendeződni. Hasonló a helyzet akkor, ha az atom magjában további nyolc proton van, és őket az eddigieken túl további nyolc elektron veszi körül. Ezek a $-R/4$-nek megfelelő állapotokat töltik be. Ezzel az elrendeződéssel az úgynevezett L héj lesz lezárt, azaz a $Z = 10$-zel jellemzett atom ismét nemes gáz, mégpedig a neon. Természetesen az energia a héliuméból nem 1/4-es tényezővel adódik, hiszen a Z megnövekedett, és a neonatom mérete is kicsit nagyobb, mint a héliumé. Az előző két példával az elemek *periódusos rendszer*ét kezdtük felépíteni. Dmitrij Mengyelejev 1869-ben rámutatott, hogy az elemek növekvő atomsúlyuk szerinti elrendezésével kitűnik az elemek kémiai tulajdonságának ismétlődése. Például a hélium "tunyasága" megismétlődik a neon esetében.

Miért van az, hogy két elektron egyidejűleg ugyanabban az állapotban leledzik? Erre az a válasz, hogy van az elektronnak egy szinte rejtve maradó tulajdonsága. Ez a *spin*. Akármelyik állapotban is van egy elektron, lehet még neki egy jobbfelé vagy balfelé történő maga körül való pörgése, perdülete. Ebből a pörgésből adódó saját impulzusnyomaték $\hbar/2$ értékű.* Többnyire ennek mindössze annyi a

---

* WT: Korábban azt láttuk, hogy $E = \hbar\omega$, vagyis hogy a $\hbar$ dimenziója: energia osztva frekvenciával, másképpen: a $\hbar$ energia×idő dimenziójú.

TE: Csakhogy az energia dimenziója: tömeg×sebesség×sebesség, például a kinetikus energia $E \approx mvv$. Az energia×idő pedig $mvvt$, de a $vt \approx l$, tehát távolság dimenzió, azaz a $\hbar$ dimenziója ugyanaz, mint az mvl-é: impulzus×távolság hatása, hogy ellentétes spinű ($+\hbar/2$, $-\hbar/2$) elektronok szeretnek párt alkotni, így ha eltekintünk a spintől, valóban két elektron van "ugyanabban" az állapotban.

Nagyon leegyszerűsítve ezzel a *kémiai kötés* létrejötte is magyarázható. A kémiai kötés esetében két elektron található egy olyan hullámfüggvényben, amely nem csupán egyetlen, hanem egymás melletti két atomhoz tartozik. Részletesebb vizsgálattal a spin kimutatható és megmérhető. Néhány kivételes anyagban, mint amilyen a vas, sok elektron sorakozik fel párhuzamos spinnel. Mivel az elektronnak töltése van, ezért a pörgő mozgás mágneses teret hoz létre, és a pörgés szerinti felsorakozás megmagyarázza a vas ferromágneses vagy spontán mágneses tulajdonságát.

Nos, elég bonyolultra** sikerült a kvantummechanikára adott egyszerű magyarázatom? Azért kellett ennyire bonyolítani, mert azt hisszük, ezzel lehetővé válik a kémia és a fizikai kémia körébe eső tények pontos kiszámítása, és ezáltal megimerhetjük azoknak az anyagoknak a szerkezetét, amelyekkel a mindennapi életben kapcsolatba kerülünk. Maga a fizika, amit felhasználtunk, állítom, egyszerű. Schrödinger úgy találta első próbálkozásakor, hogy egy precíz egyenlet képes az anyag viselkedését precízen leírni – abban a néhány esetben, amikor a precíz matematikai megoldás egyáltalán lehetséges. És itt van a nehézség! A kémia érdekes problémáinak java messze távol esik attól, hogy matematikai megoldásukat remélhetnénk. Számítógépeink teljesítőképességét meghaladja a megoldásuk. Amit tehetünk, az csak nagyon lassú előrehaladás ezen a hihetetlenül bonyolult ismeretlen tájon, és ezért a matematikai bonyodalmak a

---

dimenziójú. Viszont az impulzusnyomaték az impulzus és egy mérleg karjának szorzata. A Bohr-elmélet szerint a pályáján keringő elektron pályaimpulzusa kvantált, a $\hbar$ egész számú többszöröse lehet csak. Egy elektron impulzusnyomatékának a legkisebb lehetséges megnövekedése valóban csak $\hbar$ lehet, viszont az elektron esetében az impulzusnyomaték lehetséges legkisebb értéke nem zérus, hanem $\hbar/2$.

** WT: A szinte végtelen dimenziójú Schrödinger-egyenlettel és a szinte nyakoncsíphetetlen spinnel, szavamra mondom, legalábbis így első nekifutásra, igen!

felelősek. A 12. fejezetben megkísérlem megmagyarázni mindazt, amit egyszerű fogalmakkal el lehet mondani.

De előbb a kettősségnek meglepő és fontos következményéről szeretnék beszélni: a jövő bizonytalan.

KÉRDÉSEK

10-1. Az ionoszférában (az atmoszféra szabad elektronokat is tartalmazó felső rétegében) terjedő radarhullámok sebességét a következő képlet írja le: $c(1 - \alpha\omega)^{-1/2}$, ahol α egy állandó érték. Ez a kifejezés c-nél nagyobb értéket ad. Mekkora értékűnek adódik a csoportsebesség?

10-2. Írjuk fel a Schrödinger-féle hullámegyenletet annak figyelembevételével, hogy molekulák esetén az egyes elektronok a rögzítettnek tekintett atommagok terében mozognak, miközben maguk az atommagok pedig a sok elektron átlagos hatására mozognak! Mennyiben marad el ez a leírás a molekulák viselkedésének pontos leírásától?

11. FEJEZET

A BIZONYTALANSÁGI ELV

Belátjuk, hogy mindenről mindent (helyzetet és impulzust) egyszerre nem tudhatunk, és azt, hogy a jövő örökre bizonytalan marad.

Amikor a hullám–részecske-kettőségről tárgyaltunk, akkor láttuk, hogy a hullámok és a részecskék meglepő mértékben azonos módon viselkednek. De, természetesen, ezek ennek ellenére teljesen különbözők.

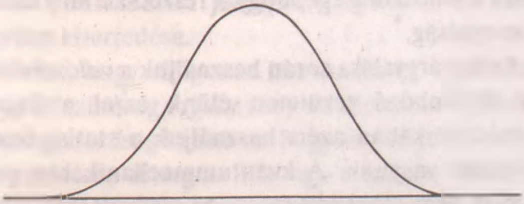
Tulajdonképpen egy csomó, a mindennapi életből vett fogalommal társítottuk a részecskéket. Az oszthatatlanságukat úgy képzeljük el, ahogy az a fogalomból szó szerint következik. Egy részecske nem lehet részben itt és részben ott. Bármikor, ha egy olyan mennyiséget kapunk, amely az adott probléma keretei közt tovább nem osztható, részecskéről beszélünk. A molekulát addig tekintjük részecskének, amíg nem disszociál; egy atomot, amíg nem ionizálódik; az atommagot, amíg alkotórészeire nem hasad.

A hullámokról olyan elképzelésünk van – például a vízhullámokról – hogy azok folytonos kialakulásban vannak. Természetesen lényegtelen, hogy példaként a vizet említettem. Még az sem szükséges (és ez már különösnek tűnik), hogy bármilyen anyag jelen legyen. A klasszikus példa erre a fény. Azt mondták, az *éter* az az anyag, amelyben az elektromágneses hullám terjed. De sem az *éterszél*, sem semmi egyéb más megnyilvánulása az éternek nem volt észlelhető. Végül az éter (mint szürke szamár a ködben) eltűnt, s maradtak csupán a hullámok. Valóban, hogyan lehetett volna megmagyarázni az anyag lényegét hullámok segítségével, ha azok rendre megkívánták volna az anyag jelenlétét, hogy abban terjedhessenek?

A továbbiakban feltesszük (bár a makroszkopikus fizikában ez csak közelítőleg igaz), hogy ha a természetben két hullámjelenség előfordul, akkor összegük is előfordul. A fényhullámok összeadhatók egymással. Ezt a Schrödinger-hullámokkal is meg lehet tenni. Ezt *szuperpozíció*nak, vagy *interferenciá*nak hívjuk, s ez a jelenség a hullámok jellemzője. Amikor a hullámok maximumai egybeesnek és így a hullámok erősítik egymást, akkor *pozitív interferenciá*ról beszélünk. Ha az egyik hullám maximuma a másik minimumával esik egybe és így egymás kioltására törekednek, akkor *negatív interferenciá*ról beszélünk. Így előfordulhat (legalábbis egy speciális helyzetben), hogy valami, meg egy másik valami összege semmit eredményez.

11-1. ábra Ilyen hullámfüggvény szinusz és koszinusz hullámok összegzésével áll elő.

Továbbá nem csupán szinusz vagy koszinusz hullámokról beszélünk. Bármilyen, például a *11-1.* és *11-2. ábrá*n látható, térbeli hullámokról szó lehet. Valamennyi hullám előállítható szinuszok vagy koszinuszok szuperpozíciójával. A matematikusoknak rég gyakorlatuk van ebben, ők ezt a függvények *Fourier-analízis*ének hívják. (Úgy látszik, a matematikusok mindenre előbb gondoltak.*)



11-2. ábra Ilyen hullámfüggvény ugyancsak előállítható szinusz és koszinusz hullámok segítségével.

Ha egy olyan hullámjelenséggel van dolgunk, amilyen a *11-1. ábrá*n látható, és a függvényt $\Phi(x)$-szel jelöljük, akkor a megfelelő részecske x helyen való megtalálásának valószínűségét a $|\Phi(x)|^2$ adja meg. Továbbá, a $\Phi(x)$ előállítható a $k_1, k_2, \ldots, k_n$ (a valóságban a k-k végtelen sorára van szükség) hullámszámú hullámok

$$\Phi(x) = a_1 \Psi_1(x) + a_2 \Psi_2(x) + a_3 \Psi_3(x) + \ldots + a_n \Psi_n(x)$$

alakú szuperpozíciójával, ahol az egyes hullámokat az $a_1, a_2, \ldots, a_n$ amplitúdóval vesszük figyelembe. Ekkor az egyes $\hbar k_1, \hbar k_2, \ldots, \hbar k_n$ impulzusértékek megtalálásának valószínűsége $|a_1|^2, |a_2|^2, \ldots, |a_n|^2$ lesz. Hogy még érdekesebb legyen, ezen értékekre fenn kell állnia az $|a_1|^2 + |a_2|^2 + \ldots + |a_n|^2 = 1$ összefüggésnek, mivel annak a valószínűsége, hogy a részecske rendelkezik valamiféle

---

* TE: Vannak kivételek: Newton, aki fizikus volt, felfedezte saját magának a differenciális műveletét a munkájához.

WT: Tehette, mivel fiatal volt, értelmes volt és ráadásul még matematikus is volt. Később fizikussá, majd alkimistává, végül hivatalnokká hanyatlott.

TE: De szellemét megőrizte azáltal, hogy közzétette *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* című művét.

WT: Nézzük csak a cím utolsó szavát!

impulzussal, szükségszerűen 1, azaz bizonyosság. Szerencsére ez akkor teljesül, ha

$$\int \left|\Psi(x)\right|^2 dx = 1,$$

azaz, ha annak a valószínűsége, hogy a részecske tartózkodik valahol, az 1, azaz bizonyosság.*

A fizika tárgyalása során használjuk a *valószínűség* fogalmát. Két teljesen különböző területen élünk ezzel a fogalommal. A statisztikus mechanikában azért használjuk a statisztikus valószínűséget, mert lusták vagyunk. A kvantummechanikában pedig egyszerűen azért, mert nem tehetünk mást. Az első esetben a valószínűség egyfajta kényelmet biztosít. A második esetben (Niels Bohr iskolája szerint) ez az egyetlen lehetőség arra, hogy egy nyilvánvaló ellentmondást elkerüljünk.

Az 1930-as évek elején kezdődő nagy gazdasági válság idején Eddington ezt a különbséget utolérhetetlen módon szemléltette. A statisztikus mechanikában alkalmazott eljárásokat a papírpénz használatához hasonlította. Könnyebb bánni a bankóval, mint aranyrudakkal. De ha bárkinek kétsége van a papírpénz értékét illetően, bármikor bemehet a bankba és beválthatja aranyra. A statisztikus mechanika papírbankóját a *kauzalitás*ban gyökeredző fizika aranyfedezete biztosította. A kvantummechanikában az aranyfedezet eltűnt. Csak a valószínűségekre hagyatkozhatunk. Nincs determinisztikus rendszer, amely támogatná elméletünket. Sokkal világosabban kell beszélnünk ezekről a dolgokról! A kvantummechanikának két játéktere van. Végezhetünk számításokat, amelyekben a hullámfüggvények a differenciálegyenletek törvényeinek megfelelően alakulnak és a kauzalitás tisztességes fogalmának tesznek

* WT: Miből következik ez a csoda?
TE: Természetesen a matematikából. Ami még különösebb, ez esetben két francia matematikus van a háttérben. Az egyik Fourier, aki a *k* vagy *p* sajátfüggvényeinek megtalálásában van segítségünkre, a másik Hermite, aki a lineáris operátorok között megkülönböztette azokat, amelyekre a valószínűségek összege 1-et ad, bármely sorozatát nézzük is a sajátfüggvényeknek. Fentebb is ilyen esetet tárgyalunk.

eleget. De van egy másik játéktér, a mérések világa. Ha egy elektront egy olyan függvény reprezentál, mint ami a *11-1. ábrá*n látható, és ha ennek az elektronnak a tartózkodási helyét az ábrán látható kiterjedésnél pontosabban akarjuk meghatározni, megtehetjük. De semmiféle mód nincs arra, hogy az ehhez szükséges mérés eredményének pontosságánál pontosabban jósoljuk meg, mint az ábrán mutatott hullámfüggvény kiterjedése.

Fontos, hogy világosan lássuk, mi az egyszerű és mi okoz problémát a valószínűség fogalmának alkalmazása kapcsán.

Az egyszerűség benne az, hogy segítségével összebékíthető a hullám- és részecske-felfogás. Ha egy végtelen kiterjedésű tisztán szinuszos hullám jellemez egy részecskét, akkor ennek a részecskének egy, a hullámszámmal megadható, meghatározott impulzusa van. Viszont teljesen bizonytalan a részecske térbeli helyzete. Képzeljünk el most egy keskeny hullámcsomagot alkotó lokalizált függvényt. Ebben az esetben a részecske helye elég jól meghatározott, ugyanakkor az impulzusa (a Fourier-analízissel előállított szinuszhullámok sorozatának megfelelően) meglehetősen bizonytalan. Mérésünk akár az egyik, akár a másik mennyiségre irányul, a valószínűségi törvénynek van alávetve.

Nézzünk olyan esetet, ahol a méretek csillagászatiak. Egy száz fényév távolságban lévő csillag kibocsát egy meghatározott fénykvantumot. Ez a fénykvantum szétterjed egy akkora félgömbön (a fénykvantum csak távolodni tud a csillagtól, ami azt jelenti, hogy az összes lehetséges iránynak csak a fele jöhet szóba), amelynek a sugara száz fényév. Tegyük fel, hogy egy csillagász fotoérzékeny lemezével elkapja a fénykvantumot (aminek persze roppant kicsi a valószínűsége). Ezen a lemezen a fénykvantum hatására növekedésnek indul egy kicsiny ezüst kristály, aminek a lemez előhívása után egy kis fekete folt felel meg a lemezen. Közvetlenül azelőtt, hogy a fénykvantum csapdába esett volna, hullámfüggénye (ami elektromágnes teret reprezentál) nagyobb térrészben terjedt szét, mint amekkora a Tycho Brahe ismeretei szerinti világmindenség volt. Einstein szerint nincs olyan, a kauzalitás uralma alá tartozó folyamat, amely a fénysebességnél gyorsabban terjedhetne. Képes lenne bármely, differenciálegyenlettel leírható folyamat (amely természetesen nincs ellentétben a relativitással) kozmikus kiterjedésű hullámfüggvényt a fotoérzékeny lemez egy szemcséjére összehúzni?! Ráadásul ez a folyamat egy szemvillanásnál rövidebb idő alatt játszódik le!*

Nos, ezért nem lehet a mérési folyamatokat differenciálegyenletekkel, sem semmiféle más, a kauzalitásnak alávetett módon leírni. A mérés valószínűséggel jár együtt, a valószínűség pedig alapvetően ellentétes a kauzalitással. A kauzalitás aranyfedezetére mindig számíthatunk a differenciálegyenletek alkalmazásakor. De az aranyfedezet – vagyis az ok–okozat-elv, amelyre végül mindig hivatkoztunk – értékessége örökre a múlté.

Ami problémát okoz az új fogalom alkalmazásakor, az annak a tisztázása, hogy mit értsünk most *mérés* alatt. Tudomásul kell vennünk, hogy ezek a mérések nem írhatók le differenciálegyenletekkel. A mérés megváltozott körülményeket teremt. Az, hogy a mérés kívül esik a szorosan vett kauzulitás fogalmi körén, ragadtatta Einsteint a híressé vált kijelentésre: "Azt el tudom képzelni, hogy Isten tetszőleges törvényekkel uralja a világot, de azt nem tudom elfogadni, hogy kockajátékot űz."

Kétféleképpen lehet visszavágni: "Miért ne kockázhatna az Úristen?", és: "Más módon lehetne-e a részecske–hullám-ellentmondást feloldani?"

Nézzük az első kérdést. A kauzalitással kapcsolatban Einstein érvelése mögött a következő filozófiai meggondolás rejlik: a kauzalitás hiánya megszüntetné a kapcsolatot a minket körülvevő világ és a róla alkotott elképzelésünk között; ha nincs kauzalitás, nincsenek ismereteink.

Einstein érvelése egyszerű és kézenfekvő – de nem állja meg a helyét. Még a statisztikus mechanika is (emlékezzünk a papírbankóra és aranyfedezetére) cáfolja a gyakorlatban. A gázok viselkedéséről vagy egész általánosan: bármely hőtani folyamatról nagyon megbízhatóak az ismereteink annak ellenére, hogy bár a hő statisz-

---

* WT: Bármelyik tisztességes csillag még rövid idő alatt is sok kvantumot emittál.
TE: A gondolat szabadsága nagyon fontos, és a *gondolatkísérletek* azért jelentősek, mert velük eloszlathatók a mások kigondolta ellenvetések.

tikus elmélete mögött ott reméljük a nagyszámú oksági kapcsolatot, de szinte lehetetlen a gyakorlatban visszanyúlni hozzájuk.

Einstein tudta ezt; ez volt az oka, hogy kijelentésében Istenre hivatkozott. Szilárdan hitte azt az előfeltevést, hogy bár az ismereteink köre nem teljes (sőt, igen-igen messze vagyunk ettől az állapottól), de az ismeretek *megszerezhetők*. De vajon így van-e? A kvantummechanika határozott korlátokat szab a mindentudásra vonatkozóan. Felveti annak a kérdését, hogy a mindentudás elképzelhető-e és logikailag egyáltalán konzisztens lenne-e ez a mindentudás? Sokkal nehezebb kérdés ez annál, semhogy itt el tudnánk dönteni. De az, hogy mai tudásunk korlátozott és a *megszerezhető* tudás nem korlátlan, ez törvénynek tekinthető. Én hiszem, hogy a tudomány művelhető az oksági aranyfedezet viszontbiztosítása nélkül is.

Ennek az utóbbi bekezdésnek egy nagyon leegyszerűsített, de találó összegzése a következő szembeszökő állítás: nem feltétlenül adható válasz valamennyi feltehető kérdésre (valószínűleg még akkor sem, ha a feltett kérdések mentesek az önellentmondásoktól).

Nézzük a másik kérdést: "Hogyan lehetne más módon a részecske–hullám-ellentmondást összebékíteni?" Nem tudok válaszolni. Nem tudom bizonyítani, hogy más út nem járható. Bohr még a kérdés megfontolását is elutasította. Túlságosan el volt telve a saját válaszától. Érdemes hát ezt a választ kissé részletesebben megvizsgálni!

Egy, a valószínűséggel kapcsolatos lényeges érvet Heisenberg fogalmazott meg, ezért *Heisenberg-féle határozatlansági elv* néven vált ismertté. A Heisenberg-féle határozatlansági elvben az előbb megtárgyalt gondolat és szabály köszön vissza. Először próbáljuk meg a k és $k + \Delta k$ közé eső hullámszámmal jellemzett hullámok szuperpozíciójával olyan mértékben lokalizálni a hullámfüggvényt, amennyire csak lehet, és ezzel egy minimális távolságra kiterjedő olyan hullámcsomagot hozni létre, amilyen a *11-1. ábrán* látható. A megfelelő szinuszhullámok a $\sin kx$ és $\sin(k + \Delta k)\, x$ vagyis a $\sin(kx + \Delta kx)$ közti tartományban vannak. Az $x = 0$ hely közelében a szinuszhullámok (de ugyanígy a koszinusz hullámok is) erősítik egymást, hiszen a fázisuk majdnem megegyezik. De mit találunk, ha találunk, ha Δx távolsággal odább vizsgálódunk? Ott a teljes fáziskülönbség a $k\ \Delta x$ és $k\ \Delta x + \Delta k \Delta x$ két szélső fázisnak megfelelően $\Delta k \Delta x$-nek adódik. Amelyik két-két hullámra nézve a Δx távolságban a $\Delta k \Delta x$ értéke közel egyenlővé válik π-vel, vagyis amelyik két-két hullám a Δx helyen ellenkező fázisúvá válik, azok kioltják egymást. Heisenberg ebből azt a következtetést vonta le, hogy Δk tartományba eső hullámszámú hullámokkal az eredő hullámfüggvényt $\Delta x = 1/\Delta k$-nál kisebb tartományban nem lehet lokalizálni, vagy másképp írva: $\Delta k \Delta x \geq 1$.*

Ha most végigszorozzuk az egyenlőtlenséget $\hbar$-val, és eszünkbe jut, hogy $\hbar k = p$, akkor a $\Delta p \Delta x \geq \hbar$ alakra jutunk. És ez már a Heisenberg-féle határozatlansági reláció. Minél többet tudunk a p-ről, annál kevesebbet tudunk x-ről, és fordítva.

A határozatlansági relációra vonatkozóan azt lényeges tisztázni, hogy a mérési folyamattal hogyan van kapcsolatban. Vajon mi teszi lehetetlenné, hogy mind a p-t, mind az x-et pontosan mérhessük meg? Mindenesetre a feltételezés az, hogy egyik sem határozható és mérhető meg tetszőleges pontossággal.

Tulajdonképpen magának a mérésnek a végrehajtásában nincsenek korlátok. Induljunk ki abból, hogy a Heisenberg-féle határozatlansági reláció általános érvényű. Ha lenne olyan objektum, amelyre nézve a p is és x is tetszőleges pontossággal lenne meghatározható, akkor ezt az objektumot használva, további méréseket végezhetnénk ugyanilyen nagy pontossággal. Viszont ha a mérőrúd maga pontatlan, akkor ez a pontatlanság valamennyi mérési eredményben megjelenik. A határozatlansági elv tehát vagy általános, vagy egyáltalán nem érvényes. Ilyenfajta kísérleteknek az elemzése nem teszi lehetővé a határozatlansági elv érvényességének a bizonyítását. Mindössze annyi derül ki belőle, hogy ez a posztulátum *szelf-konzisztens*, azaz mentes az önellentmondásoktól.

Erre vonatkozóan rengeteg különleges példát vitattak meg. Mi most a részletekbe nem fogunk elveszni. Nyilvánvaló, hogy egy

---

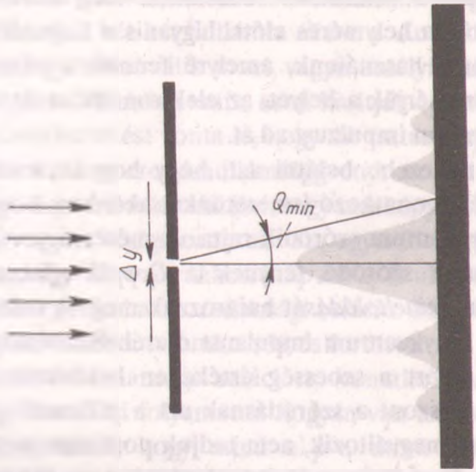
* WT: Miért nem ezt írta: $\Delta k \Delta x \geq \pi$?
TE: Egészen addig, míg a $\Delta k\ \Delta x$ értéke alatta marad az 1-nek, azaz $\Delta k \Delta x < 1$, addig a hullámok egymást erősítésétől nem lehet eltekinteni. Amikor a k-ról beszélünk, mindig bajba kerülünk a π-vel.

elektron x koordinátájának a pontos megmérése szétrombolja az elektron impulzusára vonatkozó tudásunkat még akkor is, ha az impulzust ismertük a helymérés előtt. Ugyanis a helyméréshez fénykvantumot (fotont) használunk, amelyre fennáll a bizonytalansági reláció. Miközben mérjük a helyet, az elektronnak az őt megvilágító foton egy határozatlan impulzust ad át.

Kicsit nehezebb belátni azt, hogy hogyan veszítjük el az elektron helyzetére vonatkozó ismeretünket aközben, hogy mérve az impulzust, a fénykvantum szóródik rajta. A mérés úgy végezhető el, hogy az elektronon szóródó fénynek a *Doppler-effektus* hatására bekövetkező *frekvenciaeltolódás*át határozzuk meg. A szóródás során az elektron és a fénykvantum impulzust cserél. Ez önmagában nem okoz problémát, mert a sebesség értékében bekövetkező változás meghatározható. Viszont a szóródásnak azt a pillanatát, amikor az elektron sebessége megváltozik, nem tudjuk pontosan megállapítani, mert a szóródott fény frekvenciaeltolódásának a megkívánt pontossággal való megállapításához időre van szükségünk. Ha pedig bizonytalan az időpont, amikor a sebességmegváltozás bekövetkezik, akkor ez a bizonytalanság a sebesség segítségével meghatározandó térbeli helyzet olyan mértékű bizonytalanságát eredményezi, ami összhangban van a határozatlansági relációval.

Az előzőek nem bizonyítják a határozatlansági elvet, a példákkal csak az elv konzisztenciájára mutattunk rá. Vajon boldogulnánk-e a határozatlansági elv nélkül?

Nem! A hullám–részecske-kettősségre szükségünk van mind ahhoz, hogy a megfigyelt fénykvantumokat összebékítsük a Maxwell-elmélettel, mind ahhoz, hogy az anyag alkotórészeiként tekinthető részecskéknek (köztük az elektronnak is) hullámszerű leírását adjuk meg. Megvizsgáljuk annak a kérdését, hogy a határozatlansági elv hogyan gátolja meg, hogy a fénykvantumot (vagy elektront) vallatóra fogjuk és beismertessük vele, hogy ő hullám-e vagy részecske. A beismerő vallomás felérne a hullám-tulajdonság (illetve részecske-tulajdonság) közvetlen tagadásával. Márpedig mindkét képre szükségünk van!



11-3. ábra Beeső síkhullám fényintenzitása a keskeny rés mögött lévő felfogóernyőn az ábrán látható eloszlású lesz.

A *11-3. ábrá*n egy x irányban terjedő λ hullámhosszúságú síkhullám világít meg egy *rés*sel ellátott ernyőt, amely mögött egy fényérzékeny lemez van elhelyezve. A fényérzékeny ernyő egyszerű fotolemez is lehet. Ha a rés mérete nem szélesebb, mint a ráeső fény hullámhossza, vagyis $\Delta y \leq \lambda$, akkor a fotolemez megvilágítottsága kiterjedt lesz. Előhíváskor diffrakciós minta rajzolódik ki annak következtében, hogy a résen való áthaladáskor a hullám impulzusa y-irányban szóródik.

Az ernyő szilárdan áll a fény útjában, ezért a résen való áthaladás pillanatában a hullám helyének bizonytalanságát y irányban csak a rés mérete szabja meg. A diffrakciós képben az első minimum helyére közelítőleg egy szög a jellemző, amely a $\Theta_{\text{min}} \approx \lambda/\Delta y$ összefüggéssel adható meg. Viszont a fényérzékeny lemez első minimumhelyére érkező fényhullámra felírható, hogy $\Delta k_y/k \approx \Theta_{\text{min}}$, vagyis $\Delta k_y/k = \lambda/\Delta y$. Ez azt jelenti, hogy $\Delta k_y/\Delta y = \lambda k \approx 1$, amely összefüggés $\hbar$ -val való végigszorzásával a $\Delta p\ \Delta y \approx \hbar$ -t kapjuk arra az időpillanatra, amikor a fénykvantum az ernyőn áthalad. A szétterülő diffrakciós kép nincs ellentmondásban a részecskeszemlélettel, ha a fénykvantumra alkalmazzuk a bizonytalansági elvet.

A diffrakciós kép létezik; nem lehet figyelmen kívül hagyni. Ha szűkebbre vesszük a rést, az impulzus szóródása a függőleges irányban nő, ha csökkentjük a határozatlanságot a rés szélesebbre választásával, vesztünk a helyzet ismeretének nagyobb bizonyosságából.

Számos próbálkozás irányult a fénykvantum és az elektron faggatására, de a határozatlansági elv kellően nagy rést jelent ahhoz, hogy rajta a nyilvánvaló ellentmondás kisiklik anélkül, hogy megragadhatnánk.

Bohr és Heisenberg kíméletlen kínvallatásokat rendeztek. "Hol tesz szert a fény a többlet Δk_y-ra, és a $\hbar\Delta k_y$ többlet impulzus-ra?" – kérdezték. "Ez csak az ernyővel való kölcsönhatásból származhat valami módon. Mérjük hát meg az ernyő impulzusát, mielőtt a fénykvantum áthalad a résen, és akkor, amikor már átlépett a fénykvantum a résen, de még nem érte el a fényérzékeny lemezt! Így kiszámítható, hogy a diffrakciós kép mely pontjában kell érkeznie a fénykvantumnak. A diffrakciós kép valószínűségi jellege megszűnik, és a fénykvantum kizárólagos részecske jellege bizonyítást nyer."

Ha ez sikerülne, megszűnne a kettősség.

Csakhogy Bohr és Heisenberg a diffrakciós készülékbe engedett fénykvantumoktól nem kapott választ a feltett kérdésre. Nem lehet az ernyő impulzusának változását mérni anélkül, hogy ne vesztenénk a hely ismeretének abból a viszonylagos határozottságából, ami az ernyőre, pontosabban az ernyőn lévő résre alkalmazott határozatlansági elvből következik. Hogy egyáltalán jósolhassuk a becsapódás helyét, ahhoz az előző mérést el kell végezni. De a rés helyzetére vonatkozóan éppen annyi ismeretet vesztünk, ami lehetetlenné teszi a fénykvantum becsapódási helyének megjósolását.

Ez az érvelés (amelynek itt nem tértünk ki minden részletére) egy a sok vita közül, ami Bohr és Heisenberg társaságában éveken át folyt. A vitára minden ok megvolt. A kettős természet és a jövő megjósolhatósága volt a tét (pontosabban az, hogy hol van a határ az események megjósolhatósága és megjósolhatatlansága közt). Nagy eredmény volt, hogy a kvantummechanika egyesítette a fizikát és a kémiát. Még nagyobb eredmény annak a felismerése, hogy világunk mai állapota, jelene, az általunk megismert múlt és az ismeretlen jövő határmezsgyéjén létezik.* Ez összhangban van azzal, hogy a határozatlansági elv lehetővé teszi, hogy ne kerüljünk közvetlen ellentmondásba, ha, bár ismerjük az okokat, a jelenséget statisztikusan, és ne ok–okozat alapján írjuk le.

A Heisenberg-féle határozatlansági elv következményei világunk jövőbeli lehetőségeit illetően bámulatosak! Mielőtt Heisenberg megfogalmazta felismerését, a múlt lezárult és megváltoztathatatlan, a jövő determinált, mechanisztikus volt. Miután Heisenberg kimondta és teljesen ki is fejtette elvét, a múltat továbbra is eldöntöttnek, de a jövőt meghatározatlannak tekintjük. A jövő a folyamatos teremtés állapotában van. A 19. századi fizika szerint a világ teremtett, és megváltoztathatatlan rend szerint folyik. Az egykor híres arab asztronómus-költő, Omar Khajjam sorai századunk magyar költő-műfordítóját, Szabó Lőrincet avatott tolmácsolásra ihlette:

"Az Első Mag ezerszer újra kel,
folyton újul az első Porhüvely:
s az első Hajnal írta le, amit
Az Ítélet Alkonya olvas el."

Isten a teremtést befejezte, és nemcsak a hetedik napon pihent meg, hanem pihen azóta is, örökre. Munkanélkülivé vált – mondhatnánk.

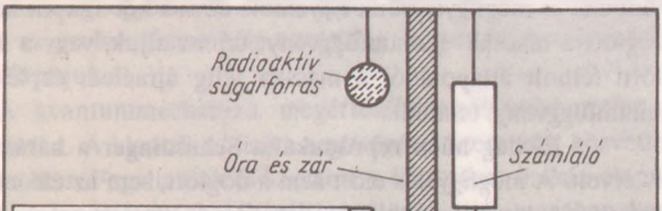
Ma már tudjuk, hogy a Világ másmilyen. Minden mikromásodpercben valamennyi atom, valamennyi csillag és valamennyi élőlény a világot újrateremti. És mi az Isten szerepe? Ő a karmestere

---

* WT: Azt gondoltam régen, hogy ha felnövök, tudni fogom a jövőt.
TE: Tinédzserként én is ezt hittem, és az emberek általában azt hiszik, hogy legalábbis elvben a jövő kiismerhető. Nagy meglepetés volt, mikor azt találtuk, hogy a jövő ismerete belső ellentmondásokra (*inkonzisztenciára*) vezet. Van három állítás: *az entrópia soha sem csökken*; *a fénysebességet soha nem lehet túllépni*; végül: *a jövőt soha nem lehet pontosan megjósolni*. Mindhárom állításban szerepel a *soha* kifejezés. Az első állításban ehelyett használhatjuk a *szinte soha* szókapcsolatot , de a második és harmadik állításban helyesebb így érteni: SOHA.

a Mindenség különös harmóniájának, és Ő a letéteményese mindazoknak az ismereteknek, amiket még nem tudunk. Természetesen ez csak egy felelőtlen feltevés. De a természettudós szerepe nyilvánvaló. Megpróbálja olvasni az Univerzum nevű zenekarra írt partitúrát.

Az atomi jelenségekről folytatott vitákban a kvantummechanika hullám–részecske-interpretációjának megdöntésére irányuló kísérletek sikertelenek voltak. Schrödinger másféle ellenvetéssel állt elő. Azt javasolta, hogy a kvantumszemléletet értelmezzék oly szélesen, hogy hatásai a makroszkopikus fizikában is érezhetőek legyenek, és így kimutathatók lesznek az abszurd következmények.



11-4. ábra A nevezetes *Schrödinger–macskája* gondolatkísérlet elrendezési vázlata.

Konkrét javaslata volt: a javasolt kísérleti elrendezés a *11-4. ábrán* látható. Van egy doboz, azon belül egy másik doboz, amiben egy macska van. A macska számára elegendő étel, tej és oxigén van a dobozban. A nagyobbik doboz légterében viszont halálos hidrogéncianid van jelen. Ebben a külső dobozban van továbbá egy radioaktív sugárforrás és egy számlálóberendezés, amelyeket egymástól egy retesz jól elszigetel. Egyszer – és csupán egyetlenegyszer – egy időzített óraszerkezet egy másodpercre nyitja a reteszt. A berendezés úgy van elkészítve, hogy 50% a valószínűsége annak, hogy a számláló ennyi idő alatt a radioaktív forrásból egy ionizáló sugarat kapjon és "megszólaljon". Egyébként a számláló hatástalan. Ha megindul a működés, akkor egy elektromos kontaktus bekapcsol egy fűtőtelepet, ami a belső doboz falán lyukat éget át. Ha ez bekövetkezik, a beáramló hidrogéncianid megöli a macskát. Az óraszerkezet működése után várunk egy hetet. A várakozási idő végére a rendszer *hullámfüggvénye* két állapotnak a szuperpozíciója.

Egyik állapot az, hogy a macska elpusztult, a másik, hogy életben maradt. Az egy hét elteltével kinyitjuk a dobozt és a dobozban a dobozt, és megfigyelésünk folyamata dönt a két állapot közt. Vagy a "döglött a macska" hullámfüggvényt tapasztaljuk, vagy a megfigyelés előtti félholt állapotából a macska félig újraéled, és "élő macska" hullámfüggvényt találunk.

Elvileg hűen reprodukálta Schrödinger a határozatlansági elv érveit. A megfigyelés előtt sem a döglött, sem az élő macska nem mutatkozik meg a maga valóságában. A két lehetséges alternatíva közti döntést a macskás rendszerrel kölcsönhatásba kerülő megfigyelés hozza meg.

Schrödinger ezután megállapítja, hogy ez az egész egy badarság. Csakhogy Schrödinger okoskodásában a dolgok túlegyszerűsítettek. Amikor a végső állapot hulljámfüggvényéről beszélünk, akkor egy (több vagy kevesebb mint) 10^{30} változós hullámfüggvényről van szó. A döglött macska és az élő macska állapotfüggvények között csak akkor lép fel interferencia, ha a két függvény mind a 10^{30} koordinátájában megegyező. Ha csak egyetlen elektron is más helyen van, az interferencia nem lép fel. Ilyen interferencia létrejöttének valószínűsége roppantul kicsi. Még annak is nagyobb az esélye, hogy tíz majom tíz írógépen pötyögtetve megírja Arany János összes műveit.

De amennyiben nem lép fel interferencia, akkor a kvantummechanikai leírás ugyanahhoz az eredményhez vezet, mint a klasszikus. Ha az megállapítható, hogy a végzetes másodpercben becsapódott-e részecske a számlálóba, akkor célszerű a megfigyelést erre irányítani. És innen indulva az ok–okozat-láncolat elvezet az eredményhez, mely nem függ attól, hogy egy mikroszekundumot vagy egy évszázadot várunk-e, mielőtt az alternatívák közti döntést célzó mérést elvégeznénk. Amennyiben magát a mérési folyamatot vizsgáljuk, az vagy differenciálegyenletekkel leírható oksági kimenetelű, vagy statisztikus, és ezért nem megjósolható a mérés eredménye. A teljes folyamat bármelyik részére irányulhat a mérés, függetlenül a múló időtől, ha a kétféle lehetőség már egymást át nem fedő hullámcsoporttá vált szét. És újra hangsúlyozni kell, hogy a két hullámcsomag menten megszűnik átfedésben lenni, mihelyt akárcsak egyetlen elektronnal, atommaggal vagy fénykvantummal különbözik a két hullámcsomag egymástól. Csak akkor mondhatjuk, hogy nincs átfedés, ha az utolsó részecskéig bezárólag az azonos konfigurációt meg nem állapítjuk.

A kvantummechanika megértéséhez nélkülözhetetlen a klasszikus fizika. A klasszikus fizika segítségével szerezzük közvetlen tapasztalatainkat. Fogalmaink és szavaink a klasszikus fizikán alapulnak. Ahogy a kvantummechanikáról beszélünk, az önmagában konzisztens. De ha nem hivatkozhatnánk a klasszikus fizikára, nem tudnánk, hogy mi az, amiről beszélünk.

Einstein azt mondta, hogy okság nélkül nem lenne természettudomány. Bohr azt mondta, hogy szavak nélkül nincs megértés. Bohr állításában van valami Einsteinre emlékeztető, de Bohr szerényebb. Ő azt emeli ki, hogy szavak nélkül nem tudunk beszélni – vagyis gondolkodni. Ezért először gondolkodnunk kell arról, amiről gondolataink vannak. Csak ezután lehet gondolataink érvényességi körét vizsgálni.

Oda lyukadtam ki, hogy tanulmányainkat nem kezdhetjük a kvantummechanikával. Szükség van egy hídra, amely a klasszikus fizikától átível a kvantumfizikához; a klasszikus mérések jelentik ezt a hidat. Ez a híd a megfigyelő és a megfigyelendő tárgy közt bárhol lehet, de az a legcélszerűbb, ha annyira közel van a megfigyelendő tárgyhoz, amennyire csak lehetséges. Ez azt jelenti, hogy a mérést akkor lehet és akkor kell elvégezni, mihelyt az interferencia-jelenség valószínűsége zérussá válik.

Mikor tekinthetünk el az interferencia-jelenségtől? A tulajdonképpeni válasz: SOHA. Amennyiben egy eredetileg egyszerű, de csak kvantummechanikával magyarázható és interferenciával együtt járó atomi folyamat egy későbbi állapotban bonyolult konfigurációt eredményez, akkor, ha tudnánk a módját, hogy minden egyes részeske sebességét hogyan lehet az ellenkezőjére fordítani, akkor az eredeti állapotot vissza tudnánk állítani. Persze ez gyakorlatilag megvalósíthatatlan, és ellentmond a termodinamika második tételének, a 6. fejezetben bemutatott növekvő rendezetlenség törvényének.

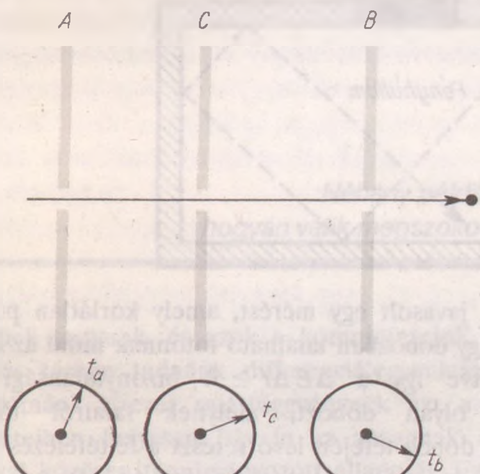
Újból fel kell tennünk a kérdést: mikor megvalósíthatatlan az eredeti állapot visszaállítása? Egy megfelelő válasz az, hogy a klasszikus fizikában egy *irreverzibilis* folyamat teljesen lehetetlenné teszi az eredeti állapotba való visszatérést. Maga az irreverzibilis szó fejezi ki a lényeget. Azzal indokolható a megfordíthatatlanság, hogy a létrejött rendezetlenségből az automatikus visszarendeződés valószínűsége hihetetlenül csekély.

Ami Schrödinger macskáját illeti, a számláló működése irreverzibilis. A fotolemezen egy kicsiny ezüstkristály kiválása irreverzibilis. Minden elvégzett mérésnél valami hasonló történik.

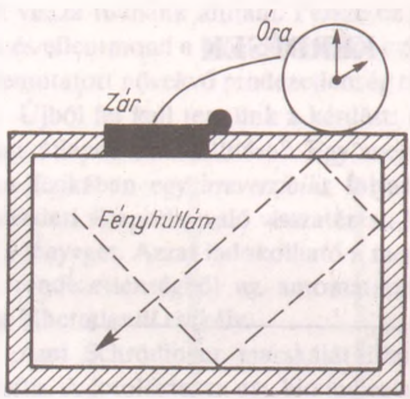
Helytelen azt hinni, hogy a klasszikus és a kvantumfizika közti különbség a megfigyelt tárgy méretétől függ. A különbség lényege a rendezettség. Ha tökéletes a rend (ami alig képzelhető el kiterjedt méretek esetén), és ha a bizonytalanságot a Heisenberg szabta korlátok közé szorítjuk, akkor a kvantumelmélet a megfelelő. De ha elegendően nagy a rendezetlenség, máris a *megszokott* tapasztalatainkból leszűrt fogalmakkal magyarázhatjuk meg a jelenségeket.

Ugyanakkor soha nem feledkezhetünk meg arról, hogy a kvantummechanika szűk keretei közt a világ minden pillanatban újjászületik. Kopernikusz forradalma és Bohré egymásnak *komplementerei*. Kopernikusz bemutatta (végül), hogy milyen elenyészően kicsinyek vagyunk. Bohr arra figyelmeztet, hogy nyomasztó bár a mindenség, de állandó cselekvésünkben a múlt csak részben köt bennünket. A szabadságnak egy csorbíthatatlan elemét őrizzük. És az einsteini elméletnek megfelelően ezeknek a cselekedeteknek (amelyek szabadságát tévesen tagadta) a hatása véges sebességgel, a fény félelmetes sebességével terjed szét a mindenségben. Nemcsak a mindenség az, ami szinte határtalan; minden egyes ember – vagy minden egyes lény – cselekedeteinek következményei is elterjednek a végtelenbe.

KÉRDÉSEK



11-1. Vegyünk két ernyőt (az ábrán A-val és B-vel jelöltük), amelyeken egy-egy rés van! Mérjük azokat az időpontokat, amikor az elektron áthalad előbb az A résen, majd később a B-n! Ezeket a méréseket tetszőleges pontosan elvégezhetjük (bár az A résen való áthaladás pillanatában nem tudjuk megjósolni a B-n való átlépés időpontját). Az ernyők térbeli helyzete és az időpontok ismeretében (feltéve, hogy a két ernyő közti térrészben nincs erőhatás) megállapíthatjuk a sebesség állandó értékét, amellyel az elektron egyenes vonalú pályán mozgott a két pont között. Azt is megállapíthatjuk, amilyen pontosan csak akarjuk, hogy egy tetszőleges közbülső időpontban hol van éppen (az ábrán C-vel jelöltük) az elektron, és mekkora a sebessége – vagy akár az impulzusa – ugyanebben az időpontban. Vajon nem sértjük-e meg a határozatlansági relációt?



11-2. Einstein javasolt egy mérést, amely korlátlan pontossággal határozná meg egy dobozban található fotonnak mind az E, mind a t értékét, megsértve így a $\Delta E \, \Delta t \geq \hbar$ bizonytalansági relációt.* Elképzelt egy olyan dobozt, melynek falairól tökéletes a visszaverődés. A doboz tetején lévő reteszt a feltételezés szerint egy óraszerkezet igen pontosan meghatározható Δt időtartamra kinyitja, hogy a foton kiléphessen a dobozból. Ha megmérjük a doboz súlyát a kilépés előtt és után, továbbá felhasználjuk a $\Delta E = c^2 \Delta m$ összefüggést, majd az óráról leolvassuk, hogy mekkora a Δt értéke, akkor a ΔE és Δt értékét külön-külön kaphatjuk meg, és mindkettő értéke tetszőleges kicsi lehet. Bohrnak egy álmatlan éjszakájába telt, míg megtalálta a hibát a gondolatkísérletben. Hol a hiba?

---

* Ennek a relációnak ugyanolyan oka és érvényessége van, mint a $\Delta p \, \Delta x \geq \hbar$ bizonytalanságnak.

12. FEJEZET

AZ ÚJ ISMERETEK HASZNA

Néhány példán megtanuljuk,
hogyan válik megszokottá a hihetetlen.

Túl ügyetlenek vagyunk, és azok a kompjutereink is ahhoz, hogy százdimenziós térben tudnánk differenciálegyenleteket megoldani, vagy megtalálnánk tízezer sajátfüggvénynek azt a kombinációját, amely részleteiben helyesen írja le az anyagnak a vegyészek és fizikusok által közösen tanulmányozott állapotát. Ezért van szükségünk az elkövetkező ezer évben* tudományos laboratóriumokra éppen úgy, mint ipariakra. Ahogy azt sem tudjuk kiókumulálni, hogy mik legyenek a biztosan célravezető lépéseink egy sakkjátszmában, az

* WT: Mennyire megbízható ez az időmeghatározás?

TE: Nem túlzottan, de a valószínű időtartam közelebb esik az ötven évhez, mint a millióhoz.

WT: És mi a helyzet valahány szén-, hidrogén-, oxigén- és nitrogénmagot illetően?

TE: Értem a kérdést! Magam is érdeklődéssel tekintek önmagamra.

sem meglepő, hogy egy rakás gallium- és arzénmag elektronjaikkal karöltve váratlan tréfákat űz velünk.

Mégis, ha kiszámolni nem is, de közelítőleg megítélni tudjuk. A közelítő megítélés már a lényeg megértését jelenti, ami viszont irányt mutat ahhoz, hogy az alkalmazhatóság milyen kísérletek elvégzését igényli. Az alapkutatások felfedezéseitől a hasznos termékek előállításának technológiájáig való átmenetre szinte vég nélkül lehet példákat felsorolni. Mi elsőként az elektronnak *szilárdtest*en belüli viselkedését fogjuk tárgyalni. Konkrétabban: *vezető*kről, *félvezető*kről, *szupravezető*kről, végül *lézer*ekről fogunk beszámolni. Sajnos, a legérdekesebb témáról, a *protoplazmá*ról alig lesz módunk beszélni.

A hidrogénatom elektronjának negatív az energiája: $-R/n^2$, ahol R a *Rydberg-állandó*, és az n egész szám. Pozitív energia hatására az elektron szabaddá válva messze eltávolodik a magtól, sajátfüggvénye

$$e^{i(k_x x+k_y y+k_z z)}$$

lesz, energiája pedig

$$(\hbar^2/2m)(k_x^2+k_y^2+k_z^2),$$

és bármilyen pozitiv energiaérték megengedett. A maghoz közelebbi állapotok hullámfüggvényei sokkal bonyolultabbak és leírják az elektronoknak a magokon bekövetkező szóródását. A precíz hullámfüggvények nem egyszerűek, de jól ismertek.

Az nem remélhető, hogy nehezebb atomok pontos hullámfüggvényeit és energiaértékeit számításokkal megkapjuk. De az azért változatlanul fennáll, hogy a kötött elektronok csak bizonyos jól meghatározott energia sajátértékekkel rendelkezhetnek; a szabad elektronok számára bármilyen energia lehetséges. Szilárdtesten belül az elektronok teljesen másképp viselkednek.

Figyelmünket korlátozzuk a legegyszerűbb és legelterjedtebb szilárdtestekre, a *kristály*okra. A kristályokban az atomok egy meghatározott tartományon belüli elrendeződése mindhárom dimenzióban újra meg újra ismétlődik. Ennek a tartománynak a neve: *cella*. Az ismétlődést *periodicitás*ként szokás említeni. Ha egy kristályban egyetlen elektront engedünk mozogni, az általában az atomon belülitől eltérő módon viselkedik. Most előbb a hullámfüggvények egyetlen cellán belüli viselkedését kell végiggondolnunk. A kristályon belül az elektron számára az az egyszerű viselkedés, ha minden egyes cellára nézve megismétlődik az egy cellán belüli viselkedés módja, és ezek a hullámfüggvények a cellák határain összekapcsolódnak. Ilyen módon megkapunk egy állapotot, ami egyenértékű a magányos atom egy pályájával. A Pauli-féle kizárási elv értelmében egy ilyen állapotban egy – a spint is figyelembe véve legfeljebb két – elektron lehet. Hová rakjuk az összes többi jelenlévő elektront.

A kristály, amint azt már említettük, úgy épül fel, hogy cellák ismétlődnek mindhárom dimenzióban. Kristálya válogatja, hogy a három dimenzió egymásra merőleges (matematikusok így mondják: *ortogonális*) vagy sem. Függetlenül attól, hogy merőleges-e a három irány vagy sem, mi x-szel, y-nal és z-vel jelöljük az irányokat. A cellákat az x, y és z irányban n_x, n_y és n_z egész számokkal beszámozzuk. A cellákon belüli hullámfüggvények összeadásakor az n_x, n_y és n_z értékek az

$$e^{i(k_x n_x + k_y n_y + k_z n_z)}$$

tényezőben fáziseltérésként jelennek meg. Itt k_x, k_y és k_z szerepe ugyanaz, mint az eddigi hullámszámoké azzal a különbséggel, hogy a most különböző n egész számokkal szorzott k értékekre fennáll a pl. $0 \leq k_x < 2\pi$ kötöttség. (Figyeljünk fel arra, hogy a $k_x = 2\pi$ lehetőség kizárt, hiszen az n_x csak egész szám lehet és az $e^{i2\pi} = 1$.) A régi jó impulzus-hullámfüggvénytől különbözik ami most előttünk áll, mert ez az exponenciális tényező a hullámfüggvényekben (illetve azok fázisaiban) csak egy cellák szerinti változást jelent. Az egyes cellákon belül a hullámfüggvény sokkal bonyolultabb. Jellege a k_x, k_y és k_z szerint folytonosan változik, mégpedig úgy, hogy $k_x = 0$ és $k_x = 2\pi$ esetén a hullámfüggvény lefutása azonos (természetesen ugyanez k_y és k_z esetén is elmondható). Abban a tartományban, amelyet a $0 \leq k_x < 2\pi$, a $0 \leq k_y < 2\pi$ és a $0 \leq k_z < 2\pi$ határoz meg, az energia változása folytonos, ezt a tartományt *Brillouin-zóná*nak* nevezik. Mélyenfekvő Brillouin-zónák keskeny energiasávokat képviselnek. Ezek a sávok megközelítően azonosak az atom élesen meghatározott kvantumállapotaival. Ha az elektronnak több az energiája, a Brillouin-zónák szélesebbek lesznek, de még mindig van sok energia, amit elektron nem foglalhat el. Még magasabb energiák esetén a zónák átlapolódnak, és egy energia-kontinuumot közelítünk meg.

Tehát a Brillouin-zónák a különböző energiatartományokban teljesen eltérően viselkednek. Ha megvizsgáljuk egy nehéz elem, mint amilyen az arany is, legmélyebb energiájú elektronjait (ezek az arany *K*-héjon lévő elektronjai), azt találjuk, hogy két szomszédos aranymag közelében lévő elektronok hullámfüggvényei erősen el vannak különülve. Ebből az a következtetés vonható le, hogy a Brillouin-zóna itt rendkívül keskeny energiatartományt fed le. Az energia szinte egybeesik a magában álló aranyatom jól meghatározott energiaértékével. A magasabb energiaszinteknél a Brillouin-zónák kiszélesednek. De a tiltott energiatartomány még mindig szélesebb a meg-engedett energiák tartományánál. Végül elérkezünk a legmagasabb energiákhoz, a legkülső elektronokhoz. Itt a Brillouin-zóna szélessége a tiltott zóna szélességével már összemérhető. A legkülső elektronok két szélsőséges esetéről beszélünk a továbbiakban. A kontinuum még magasabb energiáknál található, és ezért számunkra kevésbé érdekes.

Az egyik szélső eset a (szilárd *halmazállapot*ú)** *nemesgázok* esete. Ekkor elegendő számú elektron van a Brillouin-zóna betöltéséhez, és csak jelentős energia árán lehet elektront magasabb szintre

---

* Louis M. Brillouin a második világháború előtt jelentősen járult hozzá ennek a területnek a vizsgálatához. Én azután ismertem meg őt, miután Franciaországból az Egyesült Államokba menekült. Az IBM-nél dolgozott, amelynek minden irodájában volt egy felirat ezzel a szöveggel: GONDOLKOZZ! Megkérdeztem Brillouint, jól érzi-e magát az IBM-nél. Válaszából nagy megelégedettség sugárzott. Erre megkérdeztem, van-e felirat az asztala fölött? Felvillant a szeme, miközben megjegyezte: "Ó, persze! Reflechisses!" – mondta, franciául. Egyetértek vele ma is. Nem elegendő gondolkodni a Brillouin-zónákról; töprengeni kell fölöttük!

** Alacsony hőmérsékleten a gáz is szilárd halmazállapotúvá válik.

emelni. Ilyenkor az elektronok nem tudnak áramlani, az ilyen anyag *szigetelő*. A másik szélső eset a *fémek* esete, ami lehet például nátrium vagy arany. Ezeknél a legkülső elektronok száma csak arra elég, hogy a Brillouin-zóna fele (vagy valahányad része) teljen meg. Ilyenkor roppant kis energia elegendő ahhoz, hogy elektronok elmozduljanak és meginduljon az áramlás. Az ilyen anyag vezető.

Megéri, hogy mindkét esetet egy kicsit közelebbről is megvizsgáljuk.

A szigetelők egy fontos fajtája a sókristály, például a nátriumklorid. Még szilárd halmazállapotban is a nátrium és a klór ionos és nem atomos állapotban van jelen. A pozitív és a negatív ionok szorosan össze vannak csomagolva (amint a *8-1. ábrá*n látszik). Az elektronok a legmagasabb energiák Brillouin-zónáját úgy töltik be, hogy a negatív klórionok körül az argon nevű nemesgázhoz hasonló konfiguráció alakul ki. A nátriumklorid színtelen. A szennyezetlen egykristály átlátszó, mert a következő Brillouin-zóna eléréséhez nagyobb energiára és frekvenciára van szükség, mint amekkorát a látható fény képvisel. A sókristály jó szigetelő. Ha berakunk egy elektront a sókrsitályba, akkor az képes mozogni és áramlani, de nem jut messzire. Egy pozitív nátriumionon megakad, a közeli negatív klórionokat eltaszítja és kisebb mértékben további ionokat vonz és taszít. Ilyen módon egy árkot ás maga köré úgy, hogy az elektron ki sem akar többé mozdulni ebből a maga ásta veremből.

Egészen másfajta szigetelő a gyémánt, amiben minden szénatomot másik négy szénatom vesz körül. *Kémiai kötés*nek nevezzük azokat az elektronpárokat, amelyek együttesen tartoznak két szomszédos szénhez. Egy-egy szén körüli nyolc ilyen elektron betölti a Brillouin-zónát. A gyémánt kiváló szigetelő és szintén átlátszó. Most még nagyobb energia kell, mint kellett konyhasó esetén ahhoz, hogy egy elektront üres Brillouin-zónába emeljünk.

Az előzőkkel ellentétes a lítium, ami egy igazán egyszerű eset, mindössze eggyel több elektronja van, mint a héliumnak. (A hélium az első, amelyben egy elektronpár a mag közelében betölt egy igen stabil pályát, a *K* héjat.) Mivel a lítiumnak van még egy külön elektronja, ami, ha meggondoljuk, hogy a spin miatti kétféle lehetőségből csak az egyiket foglalja el, azt jelenti, hogy egy Brillouin-zóna csak félig van betöltve. Ezeken a félig töltött legmagasabb Brillouin-zónában lévő elektronokon osztoznak a lítiumatomok, és ezek az elektronok tartják össze a lítium kristályrácsát. Ugyanakkor ezek az elektronok képesek minimális energiát is felvenni. Ezért ezek az elektronok mozgékonyak, tehát jól vezető fémmel állunk szemben.

A fémek és szigetelők közti különbség elvileg világos. Fémekben az elektronok az energia kis változását is fel tudják venni. Elnyelik a hosszúhullámú elektromágneses hullámokat, az infravöröstől vörösig terjedő rövidebb hullámokat, és a látható tartományig terjedő még rövidebbeket. Kivétel nélkül szinte mindent elnyelnek, de energiafelvevő képességükön túl az is érdekes, hogy milyen gyorsan vesztik el a felvett energiát. Az elektronok a *rácsrezgés*ekkel kölcsönhatva vesztenek energiájukból. Elektromos áramból hő lesz. Ez az *ellenállás*.

Tudjuk, hogy a vezetők és szigetelők között nagy a különbség. Ha egy centiméter körüli vastagságú szigetelőanyaggal körülveszünk 100 kilométernyi igen vékony drótot, akkor az elektronok inkább futnak 100 kilométert végig a vezetékben, mintsem a cm-nyi szigetelőn haladjanak keresztül. És ez a figyelemre méltó vezetőképesség tovább nő, ha csökkentjük a hőmérsékletet és ezzel csökkentjük a rácsrezgést. Elméletileg az ellenállás abszolút nulla hőmérsékletnél leesik zérusra. Van viszont egy feltétel, aminek teljesülnie kell: a fémnek tisztának, szennyezés nélkülinek kell lennie. Az elektronok szabad mozgása a rács szigorú periodicitásának a következménye. A periodicitást megzavaró szennyeződés gátolja az áramlást. A rács rendellenességei éppen úgy ellenállást okoznak az abszolút zérus hőmérsékletnél, mint a magas hőmérsékleteknél erőssé váló rácsrezgésből adódó *rácsdeformációk*.

Anélkül, hogy részletes számításokat végeznénk, az anyag felépítésének kvantummechanikai magyarázata egyszerű, világos fogalmakkal leírja a fémek és szigetelők viselkedését. De mi van a fémek és szigetelők közti tartományban?

Tegyük fel, hogy sikerült elektronokkal teljesen betölteni az utolsó megkezdett Brillouin-zónát. De a következő Brillouin-zóna, amelyben kezdetben egyáltalán nincsenek elektronok, be tud fogadni elektronokat. Ha ezen üres zóna legalacsonyabbik energiája csak kevéssel magasabb, mint az elektronokkal betöltött zóna legmagasabb energiája, és ha ezek az elektronok szert tesznek egy meghatározott, kis értékű energiára, akkor ezen elektronok *mozgékony*ak lesznek. Azt az anyagot, amit most megismertünk, teljesen helyénvaló *félvezető*nek nevezni. (Félvezetőt nyerünk akkor is, ha a legmagasabb energiával rendelkező zónából néhány elektron hiányzik, vagy ha egy üres zónában csupán valahány elektron mégis jelen van. Ezt azzal lehet elérni, hogy az alapanyagba néhány oda nem tartozó *szennyező atomot* viszünk be.) A félvezetők szerepe rendkívül nagy az elektronikában.

Amióta csak Thomson felfedezte az elektronokat, azóta ezek a részecskék folytonosan ösztönzik a tudósokat arra, hogy kísérletezzenek velük és alkalmazzák őket. Kezdetben a legegyszerűbb körülmények között, légüres térben folyt a játék az elektronokkal. A kutatómunka előrehaladtával az a meglepő újdonság derült ki, hogy a szabályosan ismétlődő kristályrács az elektron számára szinte éppolyan körülmény, mint a vákuum. Szinte, de nem teljesen! Két félvezető vagy félvezető és fém érintkezési felületén olyan feltételek alakulnak vagy alakíthatók ki, hogy az elektronok csak az egyik irányban képesek átlépni, a másik irányban nem. Úgy is fogalmazhatunk, hogy félvezetők alkalmazásával szelep alakítható ki az elektronok számára. A nevezetes *tranzisztor*, ami a modern elektronikát tette lehetővé, pontosan egy ilyen, elektronok számára kialakított szelep, mely elektromos hatásra kinyitható és elzárható.

A tranzisztorok segítségével és egyéb furfangokkal az elektronikában a működési idők milliószor – vagy tán milliárdszor – rövidebbek, mint a lomha makroszkopikus gépezetek világában. Ez az oka annak, hogy a korszerű számítógépek mellett értelmét veszti a régi mondás: "gyors, mint a gondolat". Szerintem a gondolatoknak nem a sebessége a legfőbb tulajdonsága, hanem a súlya. 1911-ben

Heike Kamerlingh-Onnes egy diákja* megfigyelte, hogy a higany olyan alacsony (4 K) hőmérsékleten, ahol már szilárd halmazállapotú, tökéletes vezetővé válik. Az áram változatlanul folyt ilyen hőmérsékleten annak ellenére, hogy minden erre kényszerítő körülmény hiányzott. Kamerlingh-Onnes először arra gondolt, hogy diákja tévedett valamiben, az eredmény annyira hihetetlen volt. Rövidesen belátta, hogy fantasztikus felfedezés tanúja.

Kamerlingh-Onnes azért tanulmányozta a higanyt, mert az szobahőmérsékleten folyékony halmazállapotú lévén, nagyon tiszta higanyt tudott nyerni. Alacsony hőmérsékleteken azért folytatott vizsgálatokat, mert azt már akkor is tudták, hogy a fémek ellenállása ilyenkor nagyon lecsökken. Abban a kísérletben, amit a diák folytatott, nagyon kicsi ellenállásra számítottak, de az elképzelhetetlen volt, hogy egyáltalán ne legyen ellenállás. Mindez az idő tájt történt, amikor Niels Bohr azzal a gondolattal kezdett játszani, ami tizennégy évvel később a kvantummechanikához vezetett. De még a kvantummechanika sem tudott évtizedeken keresztül magyarázatot adni a *szupravezetés* jelenségére. Végül három amerikai fizikus adta meg a választ a jelenségre; John Bardeen, Leon Cooper és John Schrieffer közösen kapták meg érte 1972-ben a Nobel-díjat. Munkájuk kezdőbetűikkel vált ismertté: *a szupravezetés BCS-elmélete.*

A BCS-elmélet roppant bonyolult, de kétségtelenül érvényes. A következő az elmélet általános vázlata: az elektronok a fémekben az atomrács apró torzulásaihoz lazán kötődnek. Ha két elektron spinje ellentétes, sebessége azonos nagyságú, de ellentétes irányú, akkor ez a két elektron teljesen azonos módon kötődik a rácshoz. Gyenge kölcsönhatásra együttesen kétszeres erőhatást fejtenek ki, és a rácsban okozott elmozdulás mértéke is kétszeres, ez négyszeres kötési energiát tesz ki, és olyan hatása van, mintha a két elektron vonzaná egymást. Természetesen kis távolságokban az

---

* TE: Kialakult szokás a fizikában, hogy szupravezetésről folyó viták mindig Kammerlingh-Onnes és szerencsétlen doktorandusza történetével kezdődnek.
WT: Miért emlegetik őt szerencsétlenként?
TE: Csak Kamerlingh-Onnes kapott 1913-ban Nobel-díjat "vizsgálataiért, amelyek többek között folyékony hélium előállításához vezettek."

elektronok, mivel azonos előjelű a töltésük, taszítják egymást. De kicsit nagyobb távolságokban már gyenge vonzás lép fel. Nos, ez az az eset, ahol az elmélet igazán különös fejezetéhez érkeztünk. Ha a Schrödinger-féle hullámfüggvényben felcserélünk két elektront, akkor az előjel megváltozik. Ha két elektronpárt cserélünk fel, akkor az előjel kétszeresen változik, a hullámfüggvény változatlan marad. Teljesen csak sokdimenziójú térben lehet a történteket leírni, vagyis olyan függvény viselkedését kell vizsgálni, ami több változótól függ. De a bonyolult vizsgálat is csak arra az eredményre vezet, hogy a párba állt elektronok és az őket összetartó rácseltolódások következetes kollaborációt idézhetnek elő sok elektronpár között. Ezek az együttműködő párok kétfelé sokaságot alkothatnak. Az egyik sokaság mozog a kristályrácsban, ez szolgáltatja az elektromos áramot, a másik nem mozog. Az áram folyamatosan fennmarad, mert az elektronok vagy elektronpárok egyike sem tud kitörni a sorból anélkül, hogy némi energiára ne tenne szert. Nem azt jelenti ez, hogy a párok merev kapcsolatban vannak, csak azt, hogy ha valamelyik változtatni akar is a sorsán, megbánja és visszavágyik.

Az elmélet a szupravezetők egy további fontos tulajdonságát magyarázza meg: a szupravezetőkből minden mágneses tér kiűzetik. Más szavakkal azt mondhatjuk, hogy mivel a mágneses tér és a szupravezetés összeférhetetlenek, a mágneses teret lerontja a szupravezetés. Az ok az elektronok párosodásával kapcsolatos. Ha mágneses tér nincs jelen, akkor mindenféle sztatikus elektromos tér úgy hat – mindegy, hogy milyen bonyolult módon –, hogy az ellentétes irányban mozgó, ellenkező módon perdülő elektronok ugyanakkora energiával rendelkeznek. Ez azzal a nagyon általános szabállyal függ össze, hogy az alapvető fizikai folyamatokban az idő megfordítása nem okoz változást.

A szupravezetés felé vezető úton az első lépést jelentő párbaállás elektronjai éppen ilyen *fordított idejű* elektronoknak tekinthetők. A mágneses tér – ha intenzív – a jelenségre romboló hatást fejt ki. Jelenléte megakadályozza a párbaállást, és ezzel a szupravezetést.

Mágneses tér csak akkor tud behatolni szupravezető anyagba, ha lerontja abban a szupravezetést, de ez csak akkor következhet be, ha a mágneses tér meghatározott *kritikus erősségű*. Szupravezető anyagból készült gyűrű körül folyó áram mágneses tere a gyűrű belsejének foglya, nem tud abból kilépni. Erős mágneses tér előállításának és együtt-tartásának új módja ez. Számos felhasználása van ennek a tulajdonságnak.

A jelenség felhasználásánál tudomásul kell vennünk, hogy a csapdába esett mágneses térnek van egy további fontos tulajdonsága: ez a tér kvantált. Úgy is fogalmazhatunk, hogy a gyűrű által közrefogott mágneses erővonalak száma csak jól meghatározott kis lépésekkel változhat meg. Ezek a *fluxus-kvantum*ok. Egy szupravezető gyűrűn kialakított keskeny résen keresztül egy mágneses fluxuskvantumnak megfelelő számú erővonalat tudunk ki- vagy becsempészni. Ez felhasználható érzékeny mágneses térmérésre, de még lényegesebb a számítógépekben történő alkalmazás. Erre vonatkozóan egy szinte képtelen helyzetről egy képtelen dolog állapítható meg. Az abakusz* golyói helyett mágneses fluxus kvantumait számlálhatjuk, de ezt rendkívül gyorsan tesszük.

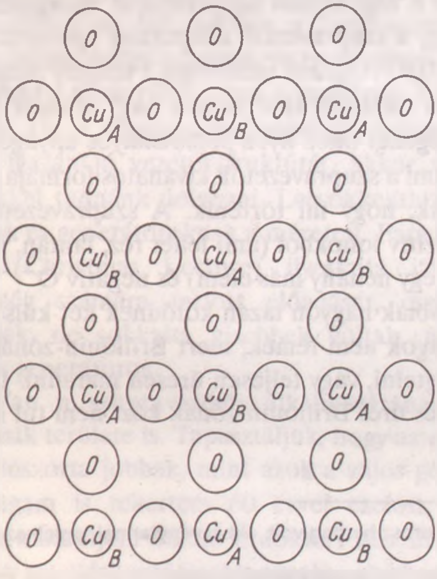
Ígéretesek voltak néhány éve ezek az eredmények, de sok nehézség rejlett az alkalmazások mögött. A szupravezetés felhasználásához nagyon alacsony hőmérsékletre kell lemenni, ez túl költségesnek tűnt ahhoz képest, hogy az egész eredmény alig több egy játéknál vagy kísérletnél. De az 1980-as évek vége felé felfedezték a magas hőmérsékletű szupravezetést. Nehogy azt higyje bárki, hogy ez a "magas" hőmérséklet akárcsak szobahőmérsékletet is jelent! A szupravezetés valójában ma is a folyékony levegő hőmérsékletére való lehűtést igényli. De ez a felfedezés a szupravezetés alkalmazhatóságát sokkal közelebb hozta a gyakorlathoz. Tulajdonképpen egy meglepetésszerű véletlenként adódott ez a felfedezés. A nagyon alacsony hőmérsékletű szupravezetés jelenségét magyarázni szolgáló részletes

---

* WT: Akadt tudós, úgy hírlik, akinek számítógépén abakusz állt üvegdobozba zárva, a dobozon felirat: "Szükség esetén feltörhető."
TE: Ez csak a tudós akkori technológiába vetett hitét jellemzi, de eddig még nem került sor a kalapács használatára!

elmélet nem tett indokolttá újabb tulajdonságú anyagok vizsgálatát, így a BCS-elmélet nem jósolta ilyenek majdani felfedezését.

A régi típusú, alacsony hőmérsékleten szupravezetőnek bizonyuló anyagok nagyszimmetriájú kristályok voltak. És ez a tulajdonságuk alig függött *kristály orientáció*jától. Az újfajta szupravezetés réteges *oxid*okban, és nem fémekben mutatkozott. A szupravezetési hőmérséklet feletti tartományban ezek az anyagok a legtöbb oxiddal ellentétben nem szigetelőként viselkednek. De nem is jó vezetők. Még leginkább félvezetőknek mondhatók.



12-1. ábra Az ábrán a perovszkit-réteg szerkezetét látjuk. Az új szupravezetők némelyikében 2, 3 vagy négy ilyen réteg van, melyeket egyszerű rétegek választanak el egymástól oly módon, hogy a négy oxigénion által közrefogott üres tér fölött vagy alatt helyezkednek el az elválasztó réteget alkotó pozitív ionok. Ezek a pozitív ionok lehetnek ritkaföldfémek ionjai, vagy ittrium-, vagy kalciumionok.

A rétegek egyike mindig CuO_2 , az egy réz és két oxigénatom a *12-1. ábrán* látható elrendezésű. Ezt a réteget *perovszkit-rétegnek* nevezik.* Ez a réteg a rézatomoknak egy egyszerű négyzetes (vagy majdnem négyzetes) rácsa, a négyzet oldalainak felezőpontjaiban egy-egy oxigénatommal. Az egész anyag, ami rendszerint egyféle kerámia, ilyen és olyan különböző fémoxid-rétegekből áll, amelyekben a pozitív töltésű fémionok mindegyikéhez nem két-két oxigénatom tartozik, mint a perovszkit-rétegben, hanem egy vagy egy sem.**

Elfogadott magyarázata még nincs annak, hogy ezek az új kerámiák miért mutatnak szupravezető tulajdonságot. Az bizonyos, hogy legalább tízszer akkora erők hatására következik be a jelenség, mint amekkora erők a régi típusú szupravezető anyagokban lépnek fel. Az is világos, hogy a szupravezető állapotban nyerhető maximális áram értéke az $x-y$ síkú rétegekre merőleges z tengely mentén sokkal kisebb, mint a rétegek síkjában, ahol nagyon nagy áramok folyhatnak. Emiatt aztán nehézségeket okoz ilyen *polikristályos* anyagokból olyan vezetéket készíteni, ami a szupravezetők kívánatos formája lenne.

Csak sejtjük, hogy mi történik. A szupravezetést mutató anyag rendszerint pozitív ionokból (ami lehet réz, lantán, ittrium, bárium, tallium és még egy néhány más elem) és negatív O^{--} oxigénionokból áll, ezen utóbbiak nagyon lazán kötődnek két külső elektronjukhoz. Ezek az anyagok nem fémek, mert Brillouin-zónáik igyekeznek vagy teljesen megtelni, vagy teljesen üresen maradni. De ha a tiltott zóna a betöltött és üres Brillouin-zónák közt nem túl nagy, félve-

---

* Perovszkij múlt századi orosz herceg volt, aki ásványtannal foglalkozott.

** WT: Csak nem oxigén nélküli oxidrétegről van szó?!

TE: Ha vegyész akar matematikusként működni, ez is megesik. Chu volt az, aki felfedezte a folyékony nitrogén hőmérséklete fölött is szupravezető híres 1-2-3 ötvözetet, amely két CuO_2 (rézdioxid)-rétegből, egy CuO (rézoxid)-rétegből, két BaO (báriumoxid)-rétegből és egy (ittrium)-rétegből áll. A szupravezetés magyarázatára alkalmas hullámfüggvény-elemeknek feltehetően hasonlóaknak kell lenniük az egy oxigént vagy egyet se tartalmazó rétegekben és különbözőnek a két oxigénes rétegben. De ez csak egy sejtés, amiről csupán azért szólok, hogy magyarázatot adjak arra, hogy miért próbálom egy kalap alá venni az egyoxigénes és az oxigén nélküli rétegeket.

zető tulajdonság mutatkozik. A különleges és jellegzetes perovszkitréteg tele van oxigénionokkal.

Az eddigi megfigyelésekből úgy látszik, hogy az újfajta szupravezetés azon múlik, hogy egy Brillouin-zónából kisszámú elektron hiányzik. Ezek az *elektron-lyuk*ak a *12-1. ábra* rézatomjaira vannak elosztva, mégpedig egyfajta spinnel az A-val jelölt alrácson, és az ellenkező spinnel a B-vel jelölt helyeken. A lyukakat leíró sajátfüggvényt egy kis területre korlátozza a síkon kívüli oxigénionok megfelelő elmozdulása.

Mindez csupán sejtés, de szemlélteti, hogy a különleges anyagokkal kapcsolatos lényeges felfedezések milyen kapcsolatban állnak az anyag atomos felépítettségének és a kvantummechanikának az elvével. Eljön az idő, amikor a szupravezetéshez hasonló más különleges tulajdonságú anyagok megrendelésre készülnek majd.

Addig is vár ránk annak a gyakorlati kihasználása, amit már megleltünk. Ha a magas hőmérsékletű szupravezetőkből sikerülne előállítani igazán jó vezetékstruktúrát, akkor sokkal erősebb mágneses terekkel tudnánk dolgozni. Lecsökkenthetnénk az elektromos motoroknak és generátoroknak a méreteit. Faraday egy karácsony táji előadásán (Christmas Lecture) ilyesfajta játékokkal illusztrálta nagyközönség számára tartott előadását, csakhogy azok sokkal hatásosabbak, de sokkalta kisebbek voltak, mint az iparban ma használatos generátorok.

Van a szupravezetés alkalmazásának egy sokkal izgalmasabb másik területe is. Tapasztaljuk, hogy az elektronikus számítógépek milliószorta jobbak, mint azok a zajos gépek voltak, amelyek egyikét magam is tekertem 60 évvel ezelőtt, hogy a szó szoros értelmében kidaráljam belőle a doktori disszertációmhoz szükséges számokat. A ma elérhető legjobb gépek a gigaflop tartományba esnek. (Egy *flop* másodpercenként egy elemi művelet a számítógép működésében, a giga pedig egy milliárdot jelent.) Ha az új szupravezető anyagból készült vékony filmet viszünk fel félvezetőre, akkor petaflopos (10^{15} flop másodpercenként) gépekkel kezdhetünk kacérkodni, ezek még egymilliószorta gyorsabbak. Az Encyclopædia Britannicából bármit rögvest felidéztethetünk egy ilyen géppel, és még ennél is többet várhatunk el tőle. Az ilyen gépek programozása rendkívüli kihívást jelent. A magunk agyát újfajta módon való matematikai gondolkodásra készteti az ilyen, úgynevezett mesterséges agy (*mesterséges intelligencia*) elkészítésére irányuló munka.

Mire vezet még az anyag szerkezetének megértése a szupravezetőkön túl? Természetesen nem tudom. Minden olyan dolog közül, ami tervezhetetlen, a tudományt lehet a legkevésbé tervezni. Ha meg is értjük már az anyagot, nem tudjuk megjósolni, mire megyünk vele. Egyszer majd arra is rá kell jönnünk, mi a fortélyoknak az a láncolata, ami az életet teszi lehetővé; ennek vannak olyan részletei, amelyekről nem is álmodunk még!

De maradjunk a materiális dolgoknál! Vizsgáljuk most meg, hogy az elektromosság és mágnesség Maxwell által felállított törvényeinek összekapcsolása a kvantummechanikával hogy vezetett egy olyan új tudományhoz, amelyet a vákuumban művelünk. A *lézer* felfedezése és felhasználása az, amire hivatkozom.

Sokan azt gondolják, hogy a lézer működésében tisztán kvantumjelenségeknek van szerepe. Az igazság az, hogy legalább olyan részben lényeges a klasszikus, mint a kvantumfizika. Nézzünk először egy klasszikus esetet.

A legegyszerűbb esetben van egy antenna, amely által sugárzott tér elektromos komponense E_a , és egy, az antennára beeső elektromágneses sugárzás, amelyben E_i az elektromos térerő.

Az erőtérrel kapcsolatos energiasűrűség arányos az elektromos térerősség négyzetével. Az energiasűrűség a jelenlévő elektromos terek $E_i + E_a$ összegétől függ, nagysága: $(E_i + E_a)^2$. Most egy olyan egyenletet írok fel, ami nem helyes:

$$(E_i + E_a)^2 = E_i^2 + E_a^2,$$

eszerint a teljes energia a beeső tér energiájának és a kibocsátott hullám energiájának az összege. Ésszerűen hangzik, leszámítva azt, hogy az egyenlet helyesen így néz ki:

$$(E_i + E_a)^2 = E_i^2 + E_a^2 + 2E_i \cdot E_a ,$$

(ahol az $E_i \cdot E_a$ alatt az E_i és E_a amplitúdóknak a köztük lévő szög koszinuszával való szorzatát értjük).

Legtöbb esetben a $2E_i \cdot E_a$ váltakozva lesz pozitív és negatív a beeső hullám frekvenciájától és irányától függően. Ha a két tér frekvenciája különböző, akkor a két tér között fellépő pozitív és negatív interferencia mértéke azonos, ezért az átlaguk zérus. Még ha megegyezik is a frekvencia, a teljes térre nézve az átlag legtöbb esetben most is zérus lesz. Úgy tűnik, elfeledkezhetünk a $2E_i \cdot E_a$ tagról.

Ennek ellenére, engem mégis érdekel az az eset, amikor a $2E_i \cdot E_a$ tag elhagyása nem engedhető meg. Ez akkor történik, amikor megegyezik a frekvencia és a terjedés iránya is. Képzeljük el, hogy egy elektromágneses hullám esik olyan antennára, amelyet egyébként nem táplál energia. Most is az E_i felel meg a beeső elektromos térnek. Azt látjuk, hogy ez áramot gerjeszt az antennában. Ez az áram a E_i-hez képest egy kissé fáziskésésben lesz. Az antennában folyó áram viszont sugárzásra készteti az antennát. A kisugárzott E_a tér fázisa az E_i-hez képest kissé elmarad. Ebben az esetben a $2E_i \cdot E_a$ negatív értékű lehet, ha a két elektromos tér tartósan ellentétes; ami előfordulhat, ha a két hullám egymáshoz képesti fázisa megmarad. A két tér együttes jelenlétekor az energia értéke a vártnál $2E_i \cdot E_a$ -val kisebb lesz, mert a E_i és az E_a lerontják egymás hatását. Az antenna energiát nyel el, ennek bizonyítéka az antenna mögött "árnyékban" maradó területet. Ez mindennapos tapasztalat. Az előzőekben az *abszorpció* részleteit magyaráztuk meg.

Elképzelhető, hogy fényelnyelő anyagban sok apró (atomi) antenna van. Az egyes antennák abszorbciója, vagyis az általuk bekövetkező térintenzitás-csökkenés arányos a beeső fény intenzitásával. Az eredmény: exponenciális csökkenés az intenzitásban. Ha például 10 cm-es távolságon az eredeti érték a felére csökken, akkor egy méter után a csökkenésre jellemző érték $(1/2)^{10} = 1/1024$.

Mi történik, ha az antenna gerjesztett, azaz áram szaladgál fel és le, és ennek a frekvenciája megegyezik a beeső hulláméval? Ebben az esetben nagyobb a valószínűsége, hogy az antenna mögött az E_i és E_a fázisban lesz. Ekkor a hullámok erősíthetik egymást, és az előbbiek szerint feltételezett energiánál $2E_i \cdot E_a$ -val többet kapunk. Az ilyen esetet *negatív árnyékolás*nak hívjuk. Az antenna hullámsodrában többletfény látható. A beeső fény arra készteti az antennát, hogy az a maga által kibocsátottnál többre növelje a fényt. Ezt a jelenséget, ami pontosan az ellenkezője a fényelnyelésnek, *indukált emissziónak* nevezzük. Lényeges az a megfigyelés, hogy ez a *negatív árnyék* pontosan abban a térrészben alakul ki, ahol normál körülmények között az árnyék jelenne meg. Az energiatöbbletet pontosan az antenna "hátszelében" találjuk.

Az indukált emissziót a fizikusok már 50 évvel azelőtt megismerték, hogy alkalmazták volna. 1917-ben Einstein írt egy cikket róla. Abszorpció esetén a fényintenzitás csökkenése arányos a beeső hullám intenzitásával. Hasonlóan, az indukált emisszió következtében fellépő fényintenzitás-növekedés arányos a már jelenlévő fényével. Ez azt jelenti, hogy a fényintenzitás exponenciálisan növekszik. Ha egy 10 cm-es szakaszon a fényintenzitás a duplájára nő, akkor egy méteren kicsit több mint ezerszeres lesz az intenzitás. Amint a sah is tapasztalta, hogy a sakk feltalálója minden elképzelést fölülmúlóan meggazdagszik a búzaszemek számának exponenciális növekedése miatt, úgy találjuk magunkat a fényben egyre gazdagabbnak a térenergia exponenciális növekedése következtében. Ez a tény van a lézerek csodálatos tulajdonságai mögött.

A jelenségek tárgyalása ezidáig a makroszkopikus világban érvényes törvényeken alapult. De a kvantummechanika számot ad arról, hogy az atomok éppúgy elnyelhetnek és kisugározhatnak energiát, mint egy antenna. Egy alapállapotban lévő atom energiát abszorbeálhat – árnyékot vet –, egy gerjesztett atom pedig vagy magától sugároz, vagy egy megfelelő frekvenciájú foton általi gerjesztés következtében. Egy lézerben több atom (vagy molekula) van egy bizonyos gerjesztett állapotban, mint alacsonyabb energiájú állapotban. Ezt az állapotot *populáció-inverziónak* nevezik.* A lézer nem más, mint atomok vagy molekulák populáció-invertált olyan társasága, amelyen fény halad át, és áthaladása közben ez a fény egyre hízik.

* WT: Az állapot inverz volta felidéz egy olyan helyzetet, amikor a diák többet tud a tanáránál.
TE: Valóban, de ez csak akkor hatásos, ha a diáktól a tanár felé szabad az információáramlás útja.

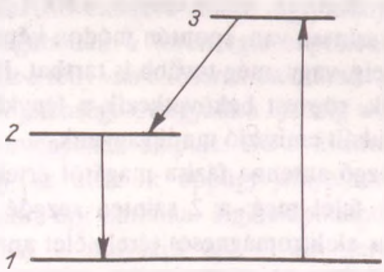
Egy ilyen elrendezés elég terjedelmes, mert a fény útjának elég hosszúnak kell lennie. De a méretek könnyen csökkenthetők, ha tükröket alkalmazunk. Így a fény, újabb és újabb visszaverődése miatt a populáció-invertált közeget többször is átjárja.

A lézerekkel nemcsak nagy intenzitás, hanem rendkívül stabil frekvencia érhető el, nagyon pontosan szabályozhatók, és rövid inpulzusokat szolgáltatnak; a 30 cm hosszú impulzusokat könnyedén, milliméter alattiakat némi erőfeszítés árán kapjuk. (Ezek az impulzusok pikoszekundum ideig tartanak, ami a mikroszekundum milliomod része, 10^{-12} másodperc.)

Végül is hogyan működnek a lézerek? Sok antennának kell rezegnie, mindegyiknek azonos frekvencián és megegyező fázisban. Megvilágítjuk őket. A fénynél kiviláglik, hogy az antennák tulajdonképpen atomok vagy molekulák, így hát az atomelmélet után kell néznünk. Tegyük fel, hogy van egy atomunk, amelynek van egy legalsó szintje (1-es szint) és egy magasabb szintje (2-es szint). Ha az atom az 1 szinten van és megvilágítjuk, akkor elnyeli a fényt és felugrik a 2 szintre. Ha az atom a 2 szinten van, spontán módon képes fényt kibocsátani. Ez 10^{-9} sec ideig, vagy még tovább is tarthat. Ha a 2 szinten lévő atomra fény esik, rögvest bekövetkezik a fénykibocsátás a beeső fény irányában; indukált emisszió tanúi vagyunk.

Az 1 szinten rezgő antenna fázisa magától értetődően egy abszorbeáló antennáénak felel meg; a 2 szinten rezgőé pedig egy emittálóénak. A klasszikus elektromágneses térelmélet antennái fázisának szerepét a gyakorlatban az atomelmélet szintjeinek különbözően betöltött lépcsőfokai veszik át. Kicsit furfangos a klasszikus és kvantumelmélet közti korreszpondencia! (A megfeleltetés akkor válik szabatossá, ha az atomok helyébe harmonikus oszcillátorokat képzelünk.) Amennyiben olyan az atomi benépesülés, hogy ugyanannyi atom van az 1 szinten, mint a 2 szinten, akkor átlagban sem emisszió, sem abszorbció nem lép fel. Normális körülmények között az 1 szinten több atom található, mint a 2 szinten, ilyenkor az abszorbció dominál. Ha elég okosak vagyunk, akkor populáció-invertálást csinálunk. Azaz elérjük, hogy több atom legyen a 2 szinten, mint az 1 szinten, és így az indukált emisszió lesz a jellemző. Tehát a lézerkészítés abból áll, hogy megfelelő populáció-inverziót hozunk létre. A részletes elméletben az is fontos, hogy a hullámfüggvények között az 1 és a 2 szinten helyes fázisviszonyok legyenek. Ezek általában maguktól beállnak.

Nem szabad elfelejteni, hogy a populáció-inverzió a természetben magától nem jön létre, termikus egyensúlyban nem áll be. A statisztikus mechanikai fejtegetések során láttuk, hogy a populációt az $e^{-E/kT}$ Boltzmann-faktor határozza meg: minél nagyobb az energia, annál gyérebb a populáció. Végtelen nagy hőmérséklet esetén ennek a faktornak az értéke 1 lenne. Ilyen esetben alsóbb vagy felsőbb szinteken a populáció ugyanolyan. Az abszorbciós és a gerjesztett emissziós történések száma megegyezik, ezért mind az elnyelési, mind a gerjesztett emisszióval előidézett sugárzási folyamatoknak az észlelhető hatása nulla.



12-2. ábra A széndioxid 2 és 3 energiaszintje közt létrejöhet a lézerműködéshez szükséges populáció-inverzió.

A populáció-inverzió létrehozásához ügyeskedni kell. A szokásos csel az, hogy háromszintű elrendezést választunk, az 1, 2 és 3 szinthez egyre nagyobb energia tartozik. Tegyük fel, hogy az energiakülönbségek elég nagyok ahhoz, hogy termikus egyensúlyban csak az 1 szinten van populáció. Keresünk ekkor egy olyan folyamatot, ami az atomot vagy molekulát a 3 szintre emeli. A populáció zöme még az 1 szinten van, de már a 3 szinten is van némi népesség, és teljesen néptelen a 2 szint. Az 1 és 3 szint közötti lift szerepét eljátszó folyamat eredménye a 2 és 3 szint között kialakuló populáció-inverzió.

Egy egyszerű példa erre az esetre a CO_2 (széndioxid). A *12-2. ábrán* látjuk a rezgési szinteket, a nyilak a szintek közti átmeneteket mutatják. A legalsó 1 szinten a molekula nem rezeg. A három atom egy vonal mentén rendeződik el, középütt a szén, tőle jobbra-balra azonos távolságban a két oxigénatom. A 2 szint a legegyszerűbb (szimmetrikus) normál rezgésnek megfelelő gerjesztettséget jelent. A normál rezgés esetén minden mozgó atom azonos fázisban rezeg. A 3 szinthez (egy kvantummal gerjesztett) olyan aszimmetrikus rezgés tartozik, amelyben a két oxigén az egyike és másika váltakozva, a szénhez közeledik és a széntől távolodik. (A szén nagyobb amplitúdóval rezeg, hogy a molekula tömegközéppontja helyben maradjon.)

Hogy lehet ezt a rezgést gerjeszteni úgy, hogy a közbülső 1 – 2 átmenetet eközben ne gerjesszük?

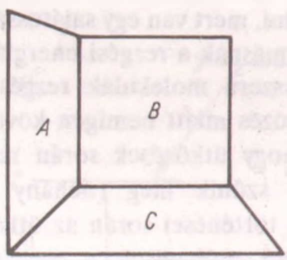
Ezt azért lehet megcsinálni, mert van egy sajátosság annak a módjában, ahogy a molekulák egymásnak a rezgési energiát átadják. Törvényszerű, hogy mivel az egyszerű molekulák rezgéséhez elég nagy energia tartozik, egy-egy ütközés miatt nemigen következik be a rezgés. Ebből az következik, hogy ütközések során rezgés nem gerjed, és fennálló rezgés nem szűnik meg (néhány kivételtől eltekintve). A rezgések oda-vissza történései során az ütközésekben részt vevő partnerek közt fellépő erőhatások a rezgésre nézve kiátlagolódnak. Ez nem igaz akkor, ha két ütköző molekula rezgésének közel azonos a frekvenciája. Ha ez fennáll, akkor a *rezonancia-jelenség* következtében a rezgési energia az egyik molekuláról átkerülhet a másikra.

Az N_2 nitrogénmolekula rezonanciaszintje egybeesik a CO_2 molekula 1 – 3 átmenetével (ami az aszimmetrikus rezgésnek felel meg). Továbbá a N_2 rezgését a nitrogéngázban létrehozott kisfeszültségű kisüléssel lehet gerjeszteni, mert az egy vagy két elektronvoltnyi kinetikus energiával rendelkező elektronok előszeretettel gerjesztik rezgésre a nitrogént. (Ez a jelenség valahogyan kapcsolatos azzal, hogy a nitrogén és az elektronok közti kölcsönhatás eltorzítja a zavaró elektron hullámfüggvényét.) Így, az energiát átjuttatva a kisülésből a nitrogénmolekulák rezgésébe és onnét pedig a CO_2 molekulák 3 szintjére, létrehozzuk az inverziót. Az ezt követő 3−2 átmenet körülbelül 10^{-3} cm hullámhosszúságú infravörös fényt ad.

De hát mit lehet kezdeni a lézerrel?

Használták már arra, hogy egy lábnyi pontossággal megmérték, hogy milyen messze van a Hold. (Egy kis erőfeszítés árán a pontosságot százszorosra lehetne növelni, ha a fénysebesség értékét eléggé pontosan ismernénk.)

Ennél a mérésnél *sarokreflektort* használtak. A sarokreflektor nem más, mint három tükör, amelyeket egymásra nagyon pontosan merőlegesen úgy állítanak össze, hogy egy nyitott sarkot* alkossanak (*12-3. ábra*).



12-3. ábra A sarokreflektor nem más, mint három egymásra merőleges tükör. Bármilyen irányból érkezik is a beeső sugár, a visszavert fénysugár minden esetben az őt kibocsátó forrás felé halad.

A sarokreflektor azzal a remek tulajdonsággal rendelkezik, hogy a fényt pontosan ugyanabba az irányba küldi vissza, mint ahonnét érkezett. Hogy ezt belássuk, tegyük fel, hogy a *12-3. ábrán* látható *A* tükör merőleges az *x* irányra, a *B* tükör merő-

---

* A második világháborúban azok az amerikai pilóták használtak sarokreflektort, akik arra kényszerültek, hogy a tengeren tegyék le a gépüket; a keresésükre indulókat segítették a sarokreflektorok, hogy könnyebben megtalálják a vízre kényszerülteket.

leges az y irányra, a C tükör pedig merőleges a z irányra. Tegyük fel, hogy a sarokreflektorhoz érkező fény először az A tükörre esik. A visszaverődés folyamán a fény sebességének x komponense előjelet vált. Azután a sugár a B tükrön verődik vissza, amikor is az y komponens fordul ellenkező irányúvá. Végül a C tükör a z-komponenssel teszi ugyanezt. Így a háromszorosan visszavert sugarat pontosan ugyanabba az irányba küldi vissza a reflektor, mint amelyből érkezett.

A sarokreflektort az Apollo űrhajó egyik utasa helyezte el a Holdon. A Földön egy csillagász lézert használva igen rövid és éles fényimpulzust küldött a sarokreflektorra. Ez a sarokreflektor a fényimpulzust visszaküldte a csillagászhoz. Megmérve a fényimpulzus oda-vissza útja során eltelt időt, a fénysebesség ismeretében ki lehetett számítani a Hold Földtől mért távolságát.

Ez az egész vállalkozás egy kissé komolytalannak tűnik. Miért lenne szükségünk ennyire nagy pontossággal a holdtávolság ismeretére? Ráadásul a Hold távolsága a hónap minden napján más és más érték, és akkor még nem is beszéltünk arról, hogy ez a távolság függ a földi megfigyelés helyétől!

Szeretnénk ismerni a Hold pontos pályáját. Ez úgy hangzik, mintha egy lényegtelen feladatról lenne szó, de a kétkedő számára felsorolok néhány további indítékot.

Mérni akarjuk a Hold rengéseit. Ha megfigyeljük, hogyan változik a Föld és Hold közötti távolság, tanulmányozni tudjuk ezeket a holdrengéseket.

Földi távolságok meghatározásában segítségünkre van a Hold. Meghatározzuk a Föld valamely A pontjától a Holdig, majd a Holdnak ugyanezen kicsiny felületi foltjától a Föld egy B pontjáig terjedő távolságot. A Holdtól az A-ig és B-ig húzott vonalak által bezárt szöget is ismerjük. Ezután a trigonometria segítségül hívásával az A és B közti távolság nagy pontossággal meghatározható.*

A földrészek sodródási elmélete szerint az egykor összefüggő Európa és Amerika néhányszor százmillió évvel ezelőtt kezdett

* Ha elég sok A és B pontot veszünk fel, akkor hűen megkapjuk a földfelületet.

távolodni egymástól.* A nagypontosságú holdmérésekkel a földrészek relatív helyzete meghatározható és így a sodródási elmélet ellenőrizhető.

Lézereket a gyógyászatban is használnak. A glaukóma a szem megbetegedése. A szemgolyóban lévő folyadék normális elvezetését a glaukóma akadályozza, így megnő a látóidegre gyakorolt nyomás, ami esetenként vakságot okozhat. Roncsoló műszerrel való beavatkozás helyett lézerrel vágnak egy kis nyílást, amivel ugyancsak nyomáscsökkenés érhető el.

Cukorbetegség a szem vérereinek bevérzését okozhatja, ami vaksághoz vezethet. Lézeres égetéssel megszüntethetők ezek a vérzések. Még rövidlátás javítását is tervezik azáltal, hogy lézersugárzás segítségével a szem formáját finoman megváltoztatják.

Műtéti beavatkozás nehezen végezhető vagy lehetetlen, ha nagyon erős vérzéssel kell számolni. A lézer alkalmas arra, hogy sebészkésként használják, mivel a vágás mentén az égetéssel mindjárt össze is forrasztja az ereket. Rendkívüli pontosságot igénylő esetekben is használható. Ütőerek és vese belsejében is lehet valamikor majd műtéteket végezni.

A hírközlés egy másik terület, ahol a lézerek újszerű alkalmazása várható. A közlés alapegysége az "igen" vagy "nem". Akár a Morse-jelekben, ahol a közölni kívánt üzenetet vonalak és pontok formájában továbbítjuk, ugyanúgy más kódot használhatunk az "igenek" és "nemek" sorozatához. Egy hírközlésre alkalmas eszköz jóságára az jellemző, hogy időegység alatt hány igen vagy nem vételére és megkülönböztetésére alkalmas. Mi lehet egy igen vagy egy nem? A számítógépekben az "1"-et vagy "0"-t használják. Az üzenet közléséhez szükséges időt rövid szakaszokra bontjuk. Amennyiben egy ilyen rövid

---

* WT: Ez hihető?

TE: Nézzük meg a térképen az Atlanti-óceánt! Afrika nyugati íve beleillik a Karib-öbölbe. A legkülönösebb pedig, hogy az angolnáknak Európából és Amerikából az Atlanti-óceán közepén lévő szokásos ívási helyük felé minden évben néhány centiméterrel többet kell úszniuk.

WT: Kapcsolatuk plátói?

TE: Majd a biológiáról írt következő könyvemben adom meg a választ.

időtartamban impulzus van jelen, az 1-et, ha nincs jelen, az 0-t jelent. Ha az üzenetet rövid hullámhosszú lézerfény segítségével továbbítjuk, akkor sok igent és nemet közölhetünk egy másodperc alatt. Még jobb lesz az üzenetküldés, ha az akár egy városon belüli hálózaton, akár a látóhatáron túlra történik, ha üvegszállal *fényvezető csatorná*kat alakítunk ki. A telefontársaságok igyekeznek átállni a feszültségimpulzusokat szállító rézvezetékekről *optikai szál*ból készített kábelekre, amelyek telefonbeszélgetések millióit képesek szállítani néhány hajszálvékony üvegszálon keresztül.

A lézerek hatása jelentőssé vált a vegyészeti kutatásokban. Rövid lézerimpulzusok segítségével nagyon pontosan meghatározható az az időpont, amikor egy elnyelés bekövetkezik. Ezután a molekulák közt a gerjesztés következtében fellépő kölcsönhatások és kémiai folyamatok jól követhetők a precíz időszekvencviák segítségével. Ezek a kutatások a fotokémiában gyakorlati felhasználásokhoz vezetnek.

Egy különleges eset az, amikor különlegesen fontos a frekvenciák exakt meghatározása ahhoz, hogy *izotópok*at (olyan atomokat, amelyek magjainak megegyező a töltése, ugyanannyi elektronjuk van, de eltérő az atomsúlyuk) akarunk szétválasztani. A szétválasztás szokásos módja nehézkes és költséges. A nehézséget az okozza, hogy az izotópok nagyon hasonló tulajdonságúak. Spektrumvonalaik frekvenciái viszont kissé eltérőek, és a lézerek a legkisebb eltérésre is érzékenyen reagálnak.

Eredményre vezető útnak az kínálkozik, hogy gerjesztjük az izotópot (vagy az izotópot tartalmazó molekulát), majd hagyjuk, hogy ez a gerjesztett atom vagy molekula reakcióba lépjen. A módszer alkalmazásában az a nehézség merül fel, hogy a reakció előtt a gerjesztési energia az egyik atomról (vagy molekuláról) a másikra átmehet. Sajnos ez az energiaátadás nagyon könnyen bekövetkezik.

Egy másik eljárás során a különböző izotópokra jellemző különböző frekvenciák két (vagy több) kvantuma nyelődik el gyors egymásutánban. Az első kvantum, mivel nagyon pontos a frekvenciája, csak az egyik féle izotópra hat, a többire nem. További abszorpció már csak a meglévő gerjesztett állapot következtében léphet föl. Az eredmény: elektromágneses úton elkülöníthető ionizált atom.

Élénk vita kíséri azt a törekvést, ami a lézerek egy látványos alkalmazására, *fúzió* létrehozására irányul. Az elgondolás az, hogy lézersugár segítségével nagy energiát összpontosítsunk egy célgömbre, amelyben a milligrammnyi mennyiségű folyékony deutérium és tricium a magas hőmérséklet következtében reakcióba lép. A lézersugárban az elektromos tér elegendően erős ahhoz, hogy pályájukról elektronokat szakítson le, amelyek a céltárgy felületére energiát szállítanak. Ezzel egy külső réteg leválik és sebesen kifelé mozog, a megmaradó rész befelé nyomódik, és a termonukleáris tüzelőanyagot többszázszoros folyadéksűrűségűvé préseli össze.

Ez idáig földi méretekben fúzió gyakorlatilag csak a hidrogénbombában valósult meg. Sajnos ahhoz, hogy a robbanásszerű energiafelszabadulás bekövetkezzen, jelentős mennyiségű nukleáris üzemanyagra van szükség, ami viszont olyan hatalmas energiát szolgáltat, amit nehéz szabályozni.

Ha viszont egy cseppnyi deutériumot és triciumot összesűrítünk, akkor mikrorobbanás következhet be. Ezerszeres sűrűség esetén kevesebb tüzelőanyag kell, és milliószor kevesebb energia szabadul fel. Íly módon *nukleáris motor*t lehetne létrehozni.

A felmerülő nehézségek hegyként tornyosulnak: lézersugarat kell létrehozni, a sűrítést szimmetrikus módon kell megvalósítani, a mikrorobbanást (ami egyáltalán nem "mikro") kézben kell tartani, és a teljes, hihetetlen bonyolult berendezést évekig kell tudni működtetni.

XXI. század közepéről visszatekintve minden vagy egyszerűnek, vagy kivihetetlennek tűnik majd. Mostani megítélés szerint ez része a még beláthatatlan fejlődésnek. Lehet, hogy ezzel lehetővé válik, hogy laboratóriumi körülmények közt vizsgáljuk a tőlünk ez idáig megtagadott állapotát az anyagnak – az olyan sűrűséget, ami a Föld középpontjában lévőt meghaladó értékű nyomásnál áll elő.

A megoldandó feladatok nehézségei közt meg kell említeni a következőt: a röntgensugaras lézert. Elvileg ez megvalósítható többszörös töltésű ionokkal. A gyakorlati megvalósítás több okból is nehéz. Ezek egyike az, hogy a röntgensugaras lézer működéséhez szükséges populációinverzióban részt vevő gerjesztett állapotok élettartama rendkívül rövid.

Ha viszont sikerül megvalósítani, akkor valami csodálatos dolognak lehetünk tanúi. A röntgensugarak a maguk nagy intenzitásával és jól definiált fázisukkal alkalmasak a biológia és a genetika számára roppant fontos nagy molekulák szerkezetének meghatározására. Sajnos a szükséges röntgensugarak a megfigyelendő molekulákat el is rombolják. Tehát a megfigyelést be kell fejezni mielőtt a rombolás következményei mutatkoznának.

Nincs kétségem afelől, hogy sor kerül a gyakorlati hasznosításra, de ezek az új módszerek, amik az elektromágneses térelméletből és a kvantummechanikából egyaránt merítenek, a természettudomány egy új birodalmába vezetnek.

Mikor Maxwell megalkotta az elektromosság és mágnesség minden részletre kiterjedő elméletét, néhány fizikus úgy látta, hogy a fizika ezután már nem fogja forradalmasítani a világot. Azt jósolták, hogy a fizika már semmi másból nem fog állni ezután, mint a tizedesvessző utáni újabb és újabb számjegyek meghatározásából. Ezután a nevetséges jóslat után fölfedezték az elektront. Az elektronok nélkül sem a számítógépes csodák, sem a televíziós ostobaságok nem valósultak volna meg. Tudományt még nehezebb jósolni mint az alkalmazásokat. Kellő elővigyázattal ezt az Epilógusban teszem meg. A zárszót nem kell elolvasni, hacsak a kíváncsiságát nem elégíti ki valaki vele.

KÉRDÉSEK

12-1. Milyen mértékben változik a szilárd test elektronjainak k_x, k_y és k_z értéke fénykibocsátás, fényelnyelés és fényszóródás következtében?

12-2. Mekkora a párhuzamosságtól való minimális szögeltérése egy, a színkép sárga részében sugárzó olyan lézernyalábnak, amelynek keresztmetszeti sugara 1 cm? Mennyire nyílik szét a Földről a Holdra lőtt nyaláb?

12-3. Milyen mértékben lesz széttartó a visszavert sugár, ha a sarokreflektor síkjai nem merőlegesek egymásra, hanem egy szögmásodperccel térnek el a merőlegestől? Ha egy ilyen pontatlan sarokreflektort helyezünk el a Holdra, a Földön mekkora lesz a visszavert fény által besugárzott terület?

12-4. Hányszor erőteljesebb a lézersugár szóródása egy olyan porszemen, amely egymillió molekulát tartalmaz, mint egyetlen molekulán?

12-5. Mi módon kelt térbeli benyomást a síkfelületre lézerrel rajzolt kép?

EPILÓGUS

A forradalom utóhangjai

*"Jó sokat tanultam, többet kell tanulnom még,
Mi mindennél kevesebb, az nem lehet elég."**

Az anyag szerkezetének kvantummechanikai értelmezésével és a határozatlansági elv kimondásával egy nagy forradalmi korszak zárult le. Az ezóta eltelt 60 év igazi intellektuális újdonsággal nem szolgált, de az előzőek rendkívüli jelentőségű gyakorlati alkalmazásai széles körben ezalatt terjedtek el. Én azonban most az elméletről beszélek.

A kvantummechanika relativisztikus megfogalmazásához Paul Adrien Maurice Dirac járult hozzá a legjelentősebb mértékben. A kiindulás az egyszerű $E^2 - (cp)^2 = {E_0}^2$ egyenlet volt, ahol az E (amint azt az 5. fejezetben láttuk) a négykomponensű energia–impulzus-vektor energia komponense, ugyanennek a vektornak a háromdimenziós összetevője a p impulzus, E_0 pedig a minimális vagy másképp nyugalmi energia.

* Nagyon szabad fordítása annak, amit Goethe Faustjának a famulusa (és paródiája) a dráma első felvonásában mond.

Einstein szerint $E_0 = m_0c^2$, ahol m_0 a nyugalmi tömeg. A kvantummechanikában, ha következetesek vagyunk, ellentmondásmentességet az $E_0 = \pm m_0c^2$ összefüggés jelent.

Mi az értelme a negatív energiának? Ha egy e töltésű pozitív energiájú részecske elektromos potenciál következtében energiára tesz szert, akkor energiája és az első egyenlet értelmében impulzusa is növekedni fog. Ha energiája negatív, azaz $E_0 = -m_0c^2$, akkor az energia egy kisebb negatív értékig növekszik. Az E növekszik, miközben az impulzus értéke kisebb lesz. Az ilyen elektron úgy viselkedik, mint egy csökönyös szamár: minél jobban húzzuk az egyik irányba, annál inkább hátrál az ellenkezőbe.

Dirac érdeme, hogy rámutatott az elektronok és csökönyös elektronok tulajdonképpeni viselkedésére. Leírásából igen elegáns módon kiadódik az elektronok spinje is. Az idők folyamán a negatív energiájú csökönyös elektronokra rá is találtak: *pozitron*nak hívjuk ezeket a pozitív töltésű (a szokásos negatív töltéssel ellentétes töltésű) elektronokat, amelyek lassulnak az olyan elektromos térben, ahol az elektronok gyorsulnak. Ahelyett, hogy az energia lenne szokatlan, a töltés értéke az. A pozitronokat *antielektron*okként is szokás emlegetni. Ha egy elektron és egy antielektron találkozik, akkor mindkettő eltűnik, megsemmisülnek, és kettejük energiája (a $2m_0c^2$, ami a $+m_0c^2$ és a $-m_0c^2$ különbségeként adódik $2m_0c^2$-nek) sugárzássá alakul.*

Századunk közepére világossá vált, hogy minden részecskének megvan a maga antirészecske párja. Az antirészecske töltése mindig ellentétes a részecske töltésével. Antirészecske attól még létezhet, ha magának a részecskének nincs is töltése. Például a *neutrínó*nak, ami semleges részecske – és bizonyos formában az elektronhoz hasonló – van antirészecskéje, az *antineutrínó*. A fény-

* TE: A negatív energiákat már Einstein a kvantummechanika előtt tárgyalhatta volna. De ez nem látszott szükségesnek. Azonban a kvantummechanikában a pozitív és negatív energiákat nem lehetett elkülöníteni. Ez nehézségekre vezetett. A megoldás: egy részecske negatív energiájú állapotban úgy viselkedik, mintha ellenkező töltése volna. Ráadásul, ezen az úton lehetséges lett az $E_0 = m_0c^2$ energiának sugárzássá alakulása is.

kvantum esetén felmerülhet, hogy *antifénykvantum*ról beszéljünk, de kiderül, hogy ez semmiben sem különbözik a közönséges fénykvantumtól. Ugyanígy a gravitáció és antigravitáció egy és ugyanannak bizonyul. Einstein általános relativitáselméletében az "egyszerű" görbült tér ad erre magyarázatot.

Idáig minden rendben van. A kvantummechanika relativisztikus képlete és az a régi ismeret, hogy a gyökvonás pozitív és negatív értéket is eredményezhet, együttesen egy ellentmondásmentes rendszer kidolgozásához vezetett. Az *antiproton* felfedezése tette erre az igyekezetre a koronát.

Párhuzamos és sokkal gyakorlatibb tevékenység vezetett a *neutron* felfedezéséhez. A neutron nagyon hasonlít a protonhoz, kivéve azt, hogy nincs töltése, és a protonnál valamivel nagyobb a tömege (ami azt jelenti, hogy nagyobb a nyugalmi energiája). A protonok és a neutronok bizonyulnak az atommag építőelemeinek. A közöttük fellépő erők *közelhatású*ak (nem így a protonok között fellépő elektromos taszítóerő). A magszerkezet elmélete még nem teljeskörű, mert a magerők természete és részleteiben való hatásai még nem ismertek.

Ez azonban eddig sem jelentett akadályt abban, hogy az atommag viselkedésével legalább részben kvantitatív leírásával ne foglalkoznánk. Ennek a munkának a gyakorlati haszna az, hogy rájöttünk, hogyan lehet a maghasadást és magfúziót felhasználni. *Maghasadás* a legnehezebb magok körében fordul elő, ahol a protonok közt fennálló taszítás instabillá teszi a magot. A *fúzió* érdemileg a könnyű magok közt lép fel, ez a jelenség áll a Nap és a többi csillag energiatermelése mögött. A Földön fúziót szerény kísérleti körülmények között éppúgy előállítottak már, mint hatalmas mértékűt.

Annak idején, hogy kisfiamnak a magfizikáról meséljek, "zengő" atom-ABC-t fabrikáltam. Ezt még ma is bővítem, bár a fiam már rég nem kisfiú. Az F betűhöz a következő rigmus született – eredetileg természetesen angolul:

F, mint fisszió, azonképpen akad,
Ha egy mag túl nagy, az bizony meghasad;

És, hogy tovább menjünk a konfúzióval,
Ha fisszió nem megy, próbáld fúzióval!

A magokkal kapcsolatos mai tudásunk nagyjából a molekulákról szerzett múlt századi ismereteinkhez hasonlítható. Amint annak a kornak vegyészei, mi is csak ki nem forrott, gyakorlatias magyarázatokat tudunk adni rendszeres ismeretek hiányában. Ha mikroszkóp alá tesszük az atommagot, hogy megismerhessük, a bizonytalansági elv közbeszól. Minél kisebb a megfigyelendő L távolság, annál nagyobb az impulzus $\hbar/L$ bizonytalansága. Relativisztikus közelítésben az energia $\hbar c/L$-vel, az impulzushoz rendelhető tömeg $\hbar/Lc$-vel nő (emlékezzünk az $E = mc^2$ összefüggésre!). Az atommagok "testére szabott" mértékegység az egy fermi (1 F)*, vagyis 10^{-3} cm, ami egy kicsit nagyobb, mint a legnagyobb ismert atommag sugarának az 1/10-ed része. Egy fermihez $\hbar c/L \approx 3{\cdot}10^{-11}$ Ws energiaérték tartozik, ez körülbelül 200 MeV-nak felel meg, ekkora energiára egy elektron 200 millió volt potenciálkülönbség befutása után tesz szert.

A nagy energiájú fizika eredetileg azt a célt tűzte ki, hogy a magok szerkezetét és a magerőket tanulmányozza. Egy további cél az antiproton megtalálása volt, ezt a másodikként kitűzött célt 1955-ben** sikerült elérni.

---

* WT: Mintha már hallotam volna ezt a nevet.
TE: Nem csoda. Gyakran ping-pongoztunk Fermivel akkoriban, amikor a frissen felfedezett neutronnal kezdett kísérletezni. Fermit "olasz hajós"-ként is emlegettük, akinek a "nyájas benszülöttek" közt biztonságos partraszállást kívántunk az első sikeres neutron-láncreakciók idején.

**TE: Az antineutronokra, antiprotonokra és antianyagra várakozván, akkoriban az antigalaxisokról kezdtem töprengeni. Egy fizikus barátom, Harold Furth úgy gondolta, ez az ötlet megéri, hogy a *The New Yorker* című lapban is szó essék róla. (A verset Szlávik Ferenc fordította angolból magyarra.):

A modern élet veszélyei

Túl troposzféránk űr-híg testén,
égi zúgban - nem sejti ember - ,
egy antianyag szigetecskén
élt dr. Edward Anti-Teller.

Ez az eredmény a magerőkre vonatkozóan nem hozott semmi újat, viszont meghozta az első vele kapcsolatos paradoxont. Kiderült, hogy az anyag és az antianyag egymástól valamennyire eltérő módon viselkedik, de ha az anyag helyett antianyagot vizsgálunk, és ugyanakkor a jobbkezességről balkezességre váltunk át,* akkor ismét azonosságot tapasztalunk. Ez egy jól ismert magfolyamat alaposabb vizsgálatából derült ki, a *β-bomlás*nak nevezett folyamatból, amikor a magban lévő neutron egy elektron és egy antineutrínó kibocsátásával protonná alakul.

A szimmetriának ezt a felborulását követte egy másik megfigyelés. Eszerint az alapvető jelenségek, ha időben megpróbáljuk a folyamatokat megfordítani, azok mindig egy kissé eltérően zajlanak le. Ezt megelőzően a jövőt a múlttól lényegében két dolog: a növekvő rendezetlenség és a megjósolhatatlanság alapján különböztethettük meg. Eddig minden megfigyelés azt erősítette meg, hogy az egyes lépések megfordíthatók, mint amikor a sakkban meggondoljuk magunkat és visszalépünk az egyik figurával. Egy átfogó elmélet kellene annak megmagyarázására, hogy ha egy lehetséges folyamatot

---

Távol a Bumm-tól, meg kell hagyni,
tétlen élt ő és észrevétlen,
itt anti-öccs, ott anti-tanti
és antik hajolaj a széken.

Egy nap lustán a tengert leste,
s űr-úr lép ki gépbödönből,
amelyre A.E.C. volt festve,
látogatója jött a Földről.

Hahó! – röppent a föveny felett,
mily hasonlók, érik a siker,
s mily idegenek! Most fognak kezet,
s gammasugárrá lett a két iker.

(Az *A.E.C.* az Atomic Energy Commission rövidítése; dr Teller itt dolgozott.)

A különös az, hogy Harold még honoráriumot is kapott ezért.

* WT: Vajon visszahőkölésre késztet, ha "Anti-Teller" a balkezét nyújtja kézfogásra? TE: Természetesen! Ez ugyanis jelezné, hogy az antiatmoszférába lépve felrobbannánk. A kaland egyébként hihető.

jobb-bal tükrözésnek, vagy idő-megfordításnak vetünk alá, az miért nem vezet pontosan egy ugyancsak lehetséges, a természetben előforduló folyamathoz.

Közben egyre nagyobb és nagyobb energiájú részecskegyorsítók épültek. A fizikusok belenéznek az atommagba, megnézik hogy viselkednek a protonok és a neutronok. Ütköztetünk egymással neutronokat és protonokat. Mindkettőjüket bombázzuk elektronokkal. Ezekből a kísérletekből egyre több és több igen rövid élettartamú részecskét nyerünk. A leghosszabb ideig a μ-mezonok élnek, az ő élettartamuk két mikromásodperc (vagyis $2 \cdot 10^{-6}$ s). A többi részecske rövidebb ideig él, és ezen rövid idő alatt kell tanulmányoznunk a tulajdonságaikat. Különös kivétel ezen tiszavirág életű részecskék közt a neutrínó. Ennek a részecskének nincs elektromos töltése, nulla a nyugalmi tömege és fénysebességgel közlekedik. Sajnos hiába minden igyekezetünk, hogy tanulmányozzuk ezt a jómadarat, ugyanis főleg csak a rendkívül gyenge β-aktivitáson keresztül van hatása. Egy neutrínó a lehető legynagyobb közömbösségel keresztül tud hatolni a Földön.

Amint egy új részecskét felfedeznek, menten megpróbálnak kapcsolatokat találni köztük. Az újoncok némelyikének megjelenése magyarázható azzal, ha a magok építőelemeit, a protonokat és a neutronokat magukat is ugyancsak különös, három, kvarkoknak* nevezett részecskéből felépítettnek tételezzük fel. A legkülönösebb bennük az, hogy magányosan soha, kizárólag különböző együttesekben fordulnak elő. Roppant feltűnő lenne, ha mégis egyedül tűnne fel valamelyikük, mert ahelyett, hogy elektronnyi vagy az elektron töltésének többszörösével egyező töltésük lenne, az elektron töltésének egyharmadával egyező érték egész számszorosa a töltésük.

A rendszerezésre irányuló törekvések igen sikeressé váltak a fizika két teljesen különböző területének egyesítésével. Ez a két

---

* Nevüket (nem tudni miért) James Joyce *Finnigans Wake* című művében szereplő Mr. Marks-nak szánt három quark-ról kapták. (A nemrég újra kiadott *Finnigan ébredése* című szemelvényes magyar fordításban ez a rész nem szerepel.) Nem állítjuk, hogy Marks valaha is megkapta volna kvarkjait. Mi sem láttunk még kvarkokat.

terület az *elektromágneses térelmélet* és a neutronok és protonok egymásba alakulása, amit a radioaktív *β-bomlás*nak hívunk. Ezzel egy átfogó elmélet jött létre, mely magyarázatot adott a fénykvantumok, az elektronok és neutrinók viselkedésére. A magyarázatokhoz két nagyenergiájú részecskét kellett segítségül hívni. Ennek a két, *W*-nek és *Z*-nek elnevezett részecskének (melyeket előbb jósoltak meg, és csak ezt követően támasztották alá létüket a kísérletek!) majdnem százszor akkora a tömege, mint a protonnak vagy neutronnak. Ilyen nagy tömeghez $\hbar/mc \approx 2 \cdot 10^{-18}$ m $\approx$ (1 / 500) F értékű távolság rendelhető. A nagyenergiájú részecskekutatásokban legújabban azt tervezik, hogy ezeknél az igazán nagy tömegű *W* és *Z* részecskéknél háromszázszor nagyobb energiájú részecskéket ütköztessenek. Ekkora energiának $L \approx 10^{-20}$ m $\approx$ (1 / 100 000) F-nél kisebb lineáris méret felel meg.

A "nagy" fizika napjait éljük: egy gyorsítógyűrű sok négyzetkilométernyi területet fog körül, megvalósításának költsége 10 milliárd dollár körüli. Számtalan elméleti tudós és gyakorlati ember dolgozott olyan problémákon, amelyekről gondolták ugyan, hogy megoldhatók, de a megoldás elképesztő mennyiségű – vonakodva, de mondom – "baromi erőkifejtést" igényel. Ifjúkorom idején sokkal kisebb erőfeszítéssel sokkal gazdagabb tartalmú új eredményre számíthattunk. A mostani, egy forradalom utáni időszak, egy várakozás egy újabb forradalomra, amely lehet, meg sem érkezik.

Vajon várható-e, hogy egyre kisebb L-ek tartományában születnek az új felfedezések? Egy bizonyos L_{min} érték alá nem csökkenhet az L értéke! A három *alapvető fizikai állandó értéké*ből következtethetünk erre az értékre. Az első a három közül az *egyetemes vonzás* $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2} értékű állandója, amit Newton honosított meg a fizikában. A második a $c = 3 \cdot 10^8$ ms^{-2} *fénysebesség*, amiről Einstein állapította meg, hogy univerzális sebességhatárt képvisel. A harmadik a *Planck-állandó* $\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Ws^2 értéke, ami valamennyi megfigyelés pontosságának határt szab. Ebből a háromból egy, sokak által *Planck-hossz*nak* nevezett hosszúságérték adódik: $L_{min} = (G\hbar/c^3)^{1/2} = 1{,}6 \cdot 10^{-35}$ m.

Teljesen nyilvánvaló, hogy mit jelent ez a távolságérték. A mikroszkópia nem képes ennél közelebb lévő két pontot megkülönböztetni. És nem azért, mert napjaink technológiai színvonala mellett ehhez néhány milliárdnyi dollármilliárdra lenne szükség, hanem a fizika rendíthetetlen törvényei következtében.

Ahhoz, hogy egy rakéta kiszakadjon a Föld gravitációs vonzásából, 11 km/s sebességet kell elérjen. A Nap felületén a *szökési sebesség* értéke 600 km/s. A Planck-hosszból kiindulva tudomásul kell vennünk az impulzus $\hbar/L_{min}$ értékű bizonytalanságát, és egy $\hbar/cL_{min}$ értékű tömeget. Ha ez a tömeg egy L_{min} -mal jellemzett tartományban van koncentrálva, akkor ennek a tömegnek a vonzásából való elszakadás 300 000 km/s sebességgel lehetséges, ami éppen a c fénysebesség. Ilyen kicsiny tartományban sűrűsödött ekkora nagy tömegtől semmi, még információ sem tud leválni. Ez az 5. fejezetben már említett *fekete lyuk*. Most csak a lehető legparányibb fekete lyukról beszélünk.

Talán az Úr rendelte úgy, hogy az emberi vizsgálódás határai messze túl legyenek az eszközeinkkel elérhetőktől. Sok fizikus reméli, hogy ha a következő lépésben a fermi százezred résznyi L méretig hatolunk, akkor a fizika minden problémájára megkapjuk a végső magyarázatot. Megértem őket és együtt reménykedek velük (és Faust famulusával). Csodálatos lenne kérdéseink végső válaszainak birtokába jutni! De számomra csábítóbb az a tudat, hogy a természet még sok meglepetést tartogat az őt felkutatni szándékozók számára.

---

* TE: Vegyük észre, hogy a Planck-hossz nem olyan esetleges értékektől függ, mint a proton átmérője vagy egy adott energiájú foton hullámhossza, hanem kizárólag univerzális állandóktól. A G-t, $\hbar$-t és c-t felhasználva képezhetjük a $t_{min} = L_{min}/c = 5{,}3 \cdot 10^{-44}$ s értéket, vagy más fontos mennyiségeket, amelyek minden fizikai tárgytól vagy körülménytől függetlenek.

WT: Miért ne hívhatnánk az L_{min}-t akár Newton-hossznak, akár Einstein-hossznak?

TE: Jogos az észrevétel, hiszen Planck nevéhez a három állandóból csak egy fűződik.

A fizika első nagy forradalma, a kopernikuszi, meghozta azt a felismerést, hogy létezik olyan egyetemes törvény, amely égi és földi mozgásokra egyaránt érvényes. Nem győzöm kellően méltányolni, hogy ez a forradalom mennyire megváltoztatta az emberiség gondolkodását és viselkedésmódját. De még nagyobb jelentőségűnek vélem a második forradalom hatását. Azon forradalomét, amely határt szabott roppantul kitágult világunkban történő mozgásunk sebességének, és amely az eleve elrendelés helyébe a teremtés egy olyan folyamatát állította, amelynek mindannyian folytonosan résztvevői vagyunk. Fizikusként a meglepetések folyamatában reménykedem.

Az örökkévalóban az a legvonzóbb, hogy a meglepetések végtelen sorával mindegyre újabb és újabb titkok felfedezésére ösztönöz.

Ami a tudatlanságunkat illeti, ellentmondásokban nem szűkölködünk. Szerintem a legnagyobb titok az életnek magának a rejtélye. Materializmusomhoz van megjegyezni valóm. A materialisták általában úgy beszélnek az anyagról, mintha tudnák, mi annak lényege. Ami ezt illeti, szerintem az anyag valami olyasmi, ami nemigen van összhangban a hétköznapi, józan ésszel, és a magam részéről annyit tudok az anyagról, mint a matematikáról egy olyan ember, aki éppen csak számolni tanult meg. Az anyag, meglehet, szinte végtelen meglepetéssel szolgál még.

A Sixtusi kápolna mennyezeti freskóján Michelangelo az életet krisztusi érintéssel magyarázza. Ez a szépművészet egy kifejezésmódja, nem a temészettudományé. De nem találok érdemi különbséget egy isteni beavatkozás és azon közönséges materialista magyarázat között, amely tagadja, hogy az élet bármi egyéb lenne, mint esetleges történések és fejlődés.

Az utóbbi évtizedekben fokozatosan egyre többet tudtunk meg az egysejtű és soksejtű élőlényekről, a vírusokról és retrovírusokról, azokról az RNS-nak és DNS-nak hívott igen bonyolult molekulákról, amelyek a szülők tulajdonságait örökítik gyermekeikbe. Megközelítő elképzelésünk van a híres *kettős spirál*ról, amelyet ezen információk hordozójának vélünk. De az élet lényegéhez ezzel sem jutottunk közelebb.

Ezt a kérdést a legegyszerűbb élő szervezetek vizsgálatával közelíthetjük meg. Vajon egy vírus csupán valamiféle mérgezőanyag, ami csak véletlenszerűen utánozza az élet önmagát sokszorozó folyamatát? Vagy élőlény maga is, amely fáradt ahhoz, hogy az életnek nevezett tánc bonyolult lépéseit önmaga számára kidolgozza, ehelyett inkább a többi élőlénytől kölcsönzi a lényeges folyamatokat?

Tegyük fel, hogy egyszercsak találunk egy annyira egyszerű élőlényt, akinek minden atomját, az utolsó hidrogénatom elhelyezkedéséig bezárólag megismerjük. Hogyan fogjuk felfedezni azt az eltérést, ami ezt az "élő" molekulát egy ugyanilyen felépítésű élettelen másiktól megkülönbözteti? Hogyan fogjuk elmondani azt, ami Michelangelo nyelvén szólva így hangzik: "Isten megérintette az ujjával."

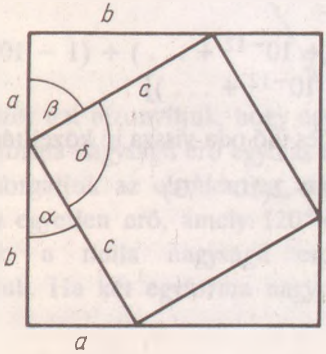
Az élet lényegére akár rákérdezünk, akár nem, Niels Bohr egy válasza megfontolandó: "Ha egy élőlényt minden részletében fizikai eszközökkel megvizsgálunk, biztos, hogy az életet magát kioltja ez a folyamat." Bizonyára igaza volt Bohrnak, de a határozatlansági elv lényegessé és gyümölcsözővé válik, ha a körülmények, amelyek közt alkalmazzuk, kínos részletességgel adottak.

A szervetlen világban szerintem az a kihívás maradt meg, hogy az élő és élettelen világ határmezsgyéjét felkutassuk. Talán ezer év is kell, míg elérjük ezt a határt, de a természettudomány fejlődése mintha exponenciális lenne. Bízom benne, hogy olvasóim eleget tanulnak – ebből a könyvből is gyarapítva ismereteiket – az exponenciális jelenségekről ahhoz, hogy megértsék: ezer évet és egyetlen napot nem lehet mindig megkülönböztetni.

VÁLASZOK

1. FEJEZET

1-1. A Pitagorasz-tétel bizonyításából az hiányzik, hogy az *1-2. ábra b*) részén látható vonalkázott terület négyzet voltát belássuk.



Hogy a kérdéses terület oldalai egyenlő hosszúságúak, azt tudjuk, de még nem láttuk be, hogy a szögek derékszögek. Vizsgáljuk mostani ábránkon a δ-val jelölt szöget. $\alpha + ß + \delta = 180°$-ot tesz ki, hisz egy egyenes vonalon fekvő szögekről van szó. De mivel α és ß egy derékszögű háromszög nem 90°-os szögei, ezért $\alpha + ß = 90°$. Következésképpen δ derékszög kell legyen.

1-2. A fénysebesség értéke $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, a gyorsulás pedig a gravitációnak megfelelően $g \approx 10$ m/s^2 értékű. A sebesség és a gyorsulás közti összefüggés (amennyiben eltekintünk a jelenség relativisztikus voltától, amit nem lenne szabad megtennünk) $v = gt$, ahol v az űrhajó sebessége. Innen $t = c/g = 3 \cdot 10^7$ s, azaz körülbelül egy év.

1-3. A Földdel (vagy éterrel) együtt mozgó fény sebessége vagy annyival több, vagy annyival kevesebb (ez téves feltevésünk) mint a Föld $3 \cdot 10^4$ m/s értékű Nap körüli sebessége. Ezek szerint a fény egy méter utat az éter ellenében $1/(3 \cdot 10^8 - 3 \cdot 10^4)$ másodperc alatt, az éterrel együtt haladva pedig $1/(3 \cdot 10^8 + 3 \cdot 10^4)$ másodperc alatt tesz meg. Az oda-vissza út teljes időtartama

$$1/(3 \cdot 10^8 - 3 \cdot 10^4) + 1/(3 \cdot 10^8 + 3 \cdot 10^4),$$

másodperc, vagy másképp

$$(10^{-8}/3)[1/(1 - 10^{-4}) + 1/(1 + 10^{-4})],$$

másodperc, ami a

$$(10^{-8}/3)[(1 + 10^{-4} + 10^{-8} + 10^{-12} + \ldots) + (1 - 10^{-4} + 10^{-8} - 10^{-12} + \ldots)]$$

kifejezéssel egyenlő. Vagyis a teljes idő oda-vissza jó közelítéssel

$$2(10^{-8}/3) + 2(10^{-16}/3)$$

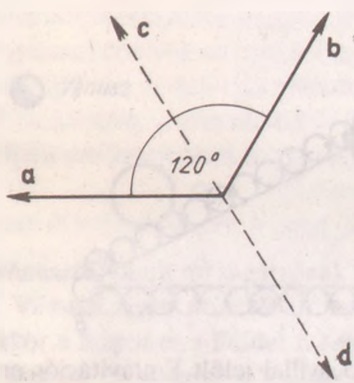
másodperc.

A *folyón*, azaz az éteren keresztbe haladó fény oda és vissza is azonos idő alatt teszi meg az utat, ezért a teljes idő

$$2\cdot\frac{1}{\sqrt{(3\cdot 10^8)^2-(3\cdot 10^4)^2}}=\frac{2\cdot 10^{-8}}{3\sqrt{1-10^{-8}}}\text{ s.}$$

Ez közelítőleg $(2\cdot 10^{-8}/3)(1+2\cdot 10^{-8}/2+\ldots)$ másodperc. Látjuk tehát, hogy a keresztben haladó fény a győztes, de mindössze $10^{-16}/3$ másodperc az előnye. Ennyi idő alatt a fény $3\cdot 10^8(10^{-16}/3) =$ $= 10^{-8}$ méter, vagyis 0,01 mikron utat tesz meg. Ez az ibolyaszínű fény hullámhosszának az 1/40-ed része, a mérhetőség határa.

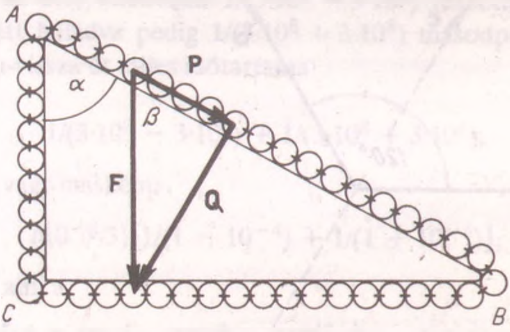
2. FEJEZET



2-1. Először azt bizonyítjuk, hogy egymással 120°-os szöget bezáró három egyforma nagyságú erő egymás hatását semlegesíti: ha 120°-os szöggel elforgatjuk az elrendezést, akkor az eredeti elrendezéshez jutunk. Az egyetlen erő, amely 120°-os elfordulás után önmagával megegyezik, a nulla nagyságú erő. Ezzel az előző állítást bizonyítottuk. Ha két egyforma nagyságú erő alkot 120°-ot, akkor hozzájuk adjuk az általuk bezárt szög szögfelezőjének irányában ható **c** erőt. De hogy ne változzék semmi, egy ugyanakkora, ellenkező irányú **d** erőt is hozzáadunk, elérve ezzel azt, mintha **c**-t nem is adtuk volna az eredeti rendszerhez. Ha feltételezzük, hogy **a**, **b** és **d** egyforma nagyságú, egymással 120°-os szöget bezáró erők, akkor eredőjük nulla.

Ebből következik, hogy **c**, amely **d** nagyságával megegyezik, **b**-vel és **a**-val is megegyező nagyságú. Tehát az egyetlen erő, mely **a** és **b** eredőjének tekinthető, az az **a** és **b** nagyságával megegyező nagyságú, azok szögfelezőjének irányában ható **c** erő.

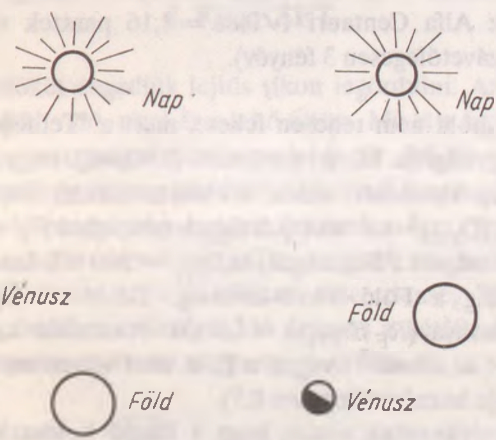
2-2. A jégkocka által kiszorított víz súlya megegyezik a jégkocka súlyával. A jég elolvadásából nyert vízmennyiség éppen kitölti az előzőleg a jégkocka által kiszorított helyet, s így a vízszint változatlan marad.



2-3. Az ábrán lefelé mutató nyíllal jelölt **F** gravitációs erő két erő összegeként írható fel: az egyik a lánc feltételezett mozgási irányában ható **P** erő, a másik a **P**-re merőleges **Q** erő. Az **F**, a **P** és a **Q** erők derékszögű háromszöget alkotnak. A hasáb, ami körül a lánc majd elmozdul, ugyancsak derékszögű. Vegyük észre, hogy a hasáb α szöge ugyanakkora, mint az erők alkotta háromszög β szöge! A két háromszög tehát hasonló, és így az AB befogó mentén mozgó láncra ható **P** erő nagysága arányos az AC befogóval. Ha tehát például az AC

feleakkora, mint az AB, akkor az AB mentén lévő lánc súlya kétszer akkora, mint az AC szakaszra jutó láncrészé, miközben a P erő mindössze fele nagyságú, mint az F súlyerő. Tehát az AC és az AB mentén ható erők nagysága megegyezik, s így a rendszer egyensúlyban van.

3. FEJEZET



3-1. A Vénuszról (amit mi sugárzónak látunk) érkező fény visszavert fény. Ha Vénusz olyan pozícióban van, amilyet az ábra bal felén látunk, akkor a Napot és a Földet is figyelembe véve, a Vénusz sarló alakúnak látszik. Ha viszont a Vénusz pályasugara nagyobb lenne a Földénél, amint azt az ábra jobb felén láttatjuk, akkor a bolygót korongnak látnánk. Bármely más pozícióban is ehhez hasonló a bolygó megvilágított része, így állandóan korong alakúnak látszana.

3-2. A csillagok látszólagos fényessége arányos az I valóságos intenzitásukkal és fordítottan arányos a távolságukkal (I/r^2). A nap $7 \cdot 10^{10}$-szer fényesebbnek látszik, mint az Alfa Centauri, noha az Alfa

Centauri valójában csak 20%-kal kevésbé fényes a Napnál: $I_{AC} = 0{,}8 I_N$, így hát

$$7 \cdot 10^{10} = (I_N / r_N^2)/(0{,}8 I_N / r_{AC}^2),$$

vagy másképp $r_{AC}^2 = 7 \cdot 10^{10} \cdot 0{,}8 r_N^2$. Mivel $r_N = 8$ fényperc így $r_{AC} = 19 \cdot 10^5$ fényperc, vagyis 3,6 fényév.

3-3. Ha az Alfa Centauri $19 \cdot 10^5$ fényperc távol van, és a Földnek a Nap körüli pályasugara 8 fényperc, akkor az Alfa Centauri parallaxisa $(8/19)10^{-5}$ radián $= 2{,}4 \cdot 10^{-4}$ fok, azaz 0,86". Ahogy a csillagászok mondják: az Alfa Centauri $1/0{,}86 = 1{,}16$ parszek távol van (egy parszek hozzávetőlegesen 3 fényév).

3-4. Az Újhold nem teljesen fekete, mert a "Teliföld"-ről szóródó napfény megvilágítja. Ha feltételezzük (hibásan), hogy a Föld a napfényt teljesen visszaveri, akkor a Holdra érkező fény fényerőcsökkenését $(R_F / D_{FH})^2$ -tel vehetjük figyelembe, ahol $R_F \approx 6000$ km = 0,02 fénymásodperc a Földsugár, és $D_{FH} \approx 360\,000$ km = 1,2 fénymásodperc pedig a Föld–Hold-távolság. Tehát az Újhold–Teliold fényességviszonya $(R_F / D_{FH})^2 \approx 1/3600$. Pontosabb az A/3600 kifejezés, ahol A az *albedo**, vagyis a Föld által visszavert fényhányad (a Föld albedója hozzávetőlegesen 0,5).

Emlékezzünk vissza, hogy a fénylő holdsarló mellett halványan a teljes Hold látszik! Viszont közeledve a telihold idejéhez, a hiányzó Hold-rész egyre kevésbé látszik. Ez azért van így, mert ilyenkor a Hold felől nézve a Föld látszik "Újföld"-nek.

3-5. Galileo ötlete az volt, hogy egy-egy ember, kezében lámpással, két különböző hegy csúcsára álljon. Az egyik kinyitja a fényreteszt; a másik pedig akkor nyitja meg a sajátját, amikor az egyik által küldött

---

* Albedo: önmagában nem világító test által minden irányban (szórtan) visszavert fény erősségének a viszonya a ráeső – a testet megvilágító – fény erősségéhez képest.

fényt meglátja. Az első ember megfigyeli, hogy mennyi idő telik el aközben, míg a saját retesznyitására adott választ észre nem veszi, azaz mennyi idő alatt teszi meg a fény az oda-vissza utat. Sajnos a hegyek túl közel vannak egymáshoz, az ember reakciója pedig túl lassú ahhoz, hogy a kísérlet a gyakorlatban sikerüljön. A technológia fejlődése lehetővé tette, hogy tükrök, és reteszként forgó fogaskerekek használatával a fény sebességét szinte ugyanúgy mérjük meg, ahogy azt Galileo több mint 200 évvel előbb javasolta.

4. FEJEZET

4-1. A gömböket engedjük lejtős síkon legördülni. Az arany gömb 9%-kal hosszabb idő alatt ér a lejtő aljára. Mivel a fajsúlyok aránya 7:1, az arany vastagsága mindössze a sugár 5%-át teszi ki. Úgy tekinthető, mint egy vékony gömbhéj. Gömbhéj forgása 2/3-ad résszel növeli a haladó mozgáshoz tartozó tehetetlenséget, így $1 + 2/3 = 5/3$ -szorosra nő a tehetetlenség. Tömör gömb forgásakor a tehetetlenség csak 2/5 résszel nő, s az effektív tehetetlenség 7/5-szeres lesz. Adott út megtételéhez szükséges idő arányos a kétféle tehetetlenség értékének hányadosából vont négyzetgyök értékével:

$$\sqrt{\frac{5/3}{7/5}} = \sqrt{25/21} = 1{,}09\,.$$

4-2. A P^2/D^3 értéke az alma esetén megegyezik a Holdra vonatkozó értékkel. A Hold keringési ideje 27 nap, és a Földtől mért távolsága 384 400 km, ezek szerint a P^2/D^3 értéke a Holdra vonatkoztatva

$$(27\cdot 27)/(384\,400\cdot 384\,400\cdot 384\,400) \approx 1/(78\cdot 10^{12}).$$

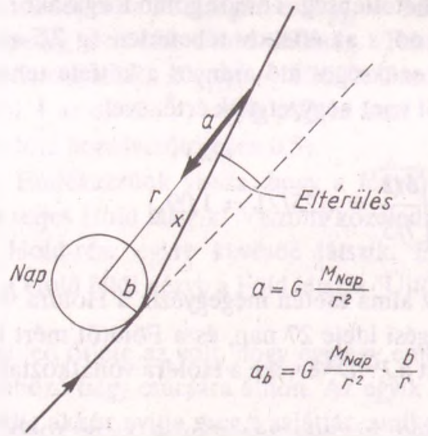
Ha $P = 1$ nap, akkor az $1/D^3 = 1/(78\cdot 10^{12})$ egyenlőségből következően $D \approx 42\,700$ km.

5. FEJEZET

5-1. A kínai császár csillagásza éjszakénként a többi égitesthez viszonyította a szupernóva fényességét mindaddig, míg az csak látható volt. Ha ma az általa pontosan azonosított égitesteket szemléljük, a hajdan megfigyelt szupernóva fényességében bekövetkező csökkenés mértékét meg tudjuk határozni.

5-2. Az elhajlás szögének egyszerű kifejezését arra az esetre, ha a gravitációs centrumtól b távolságban halad a fénysugár, úgy kapjuk, hogy a gyorsulás b-vel párhuzamos a_b komponensét a fény-sebességével való osztás után idő szerint integráljuk:

$$\text{elemi eltérülés} = \frac{\frac{GM_{\mathrm{Nap}}}{r^2}\frac{b}{r}}{c}\,dt.$$



Az $r = (x^2 + b^2)^{1/2}$ és a $dt = c\,dx$ helyettesítéssel az integrálás elvégzése után adódik:

$$\text{eltérülés} = \frac{b}{c^2}\int_{-\infty}^{+\infty} GM_{\text{Nap}}\left(x^2+b^2\right)^{-3/2} \mathrm{d}x = 2\frac{GM_{\text{Nap}}}{c^2 b}.$$

A napkorong peremét éppen érintő fénysugárra (ekkor b a Nap sugarával egyenlő) az eltérítés értéke $4{,}2 \cdot 10^{-6}$ radián, azaz 0,8725 szögmásodperc.

6. FEJEZET

6-1. Az abszolút hőmérséklet San Franciscóban 373 K (az abszolút nulla fok a 0 °C-tól 273°-ra van lefelé, ehhez az értékhez adódik a 100 °C). Denverben pedig 363 K. Kémiai folyamatok R reakció-sebességét az $R = e^{-E_a/kT}$ kifejezés szolgáltatja. Denverben kétszer annyi ideig kell főzni a tojást, azaz a reakciósebesség Denverben feleakkora, mint San Franciscóban:

$$\frac{R_{\text{D}}}{R_{\text{Sf}}} = \frac{1}{2} = \frac{e^{-E_a/kT_{\text{D}}}}{e^{-E_a/kT_{\text{Sf}}}} = e^{-\left[(E_a/kT_{\text{D}})-(E_a/kT_{\text{Sf}})\right]}.$$

Egyszerűbbé tehetjük az életünket, ha a számértékek behelyettesítése előtt mindkét oldal logaritmusát képezzük:

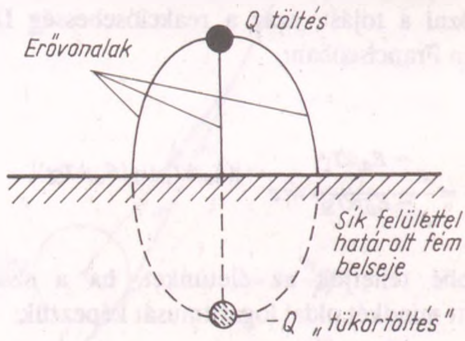
$$\ln 0{,}5 = -0{,}693147\ldots = -\left(\frac{E_a}{kT_{\text{D}}} - \frac{E_a}{kT_{\text{Sf}}}\right) = -\frac{E_a}{kT_{\text{Sf}}}\left(\frac{T_{\text{Sf}}}{T_{\text{D}}} - 1\right),$$

és így

$$\frac{E_a}{kT_{\mathrm{Sf}}} = \frac{0,693147}{\frac{T_{\mathrm{Sf}}}{T_{\mathrm{D}}} - 1} = \frac{0,693147}{1,027548 - 1} = 25,16.$$

6-2. A hűtőszekrényből kiáradó hideg levegő nyújt némi közvetlen, de átmeneti enyhülést. De az ajtót hosszan nyitva tartva, a helyzet romlik. A fridzsider hűtő hatása, a statisztikus mechanika törvényeivel össz-hangban, elkerülhetetlenül valamiféle anyag melegítésével van kapcsolatban. Ezért a szoba hőmérséklete emelkedik még az előzőnél is magasabbra.

7. FEJEZET



7-1. A sík fémfelület elektromosan vezet. Ha Q nagyságú töltést helyezünk a közelébe, a felületi töltések úgy rendeződnek el, hogy a töltésről induló erővonalak merőlegesek legyenek a felületre. Ha ugyanis nem így lenne, akkor a sík felület mentén áram folyna. Az előzőek szemléltetésére képzeljünk el két azonos nagyságú, de ellenkező előjelű töltést egymás tükörképeként. Valamennyi erővonal, ami az egyik töltésből indul, a másikon végződik. Az elektrosztatika azon követelménye, hogy sehol, a felület mentén sem folyik áram, azáltal teljesül, hogy mint azt az ábrán látjuk, az azonos nagyságú, de ellentétes előjelű második töltést a sík felülettől ugyanolyan távolságban képzeljük el fém belsejében, mint amilyen távolságban a valódi töltés van a fémfelület fölött. Természetesen az ellenkező előjelű töltések vonzzák egymást, és a valódi töltésre a fémfelület (vagyis tulajdonképpen az alsó, úgynevezett tükörtöltés) vonzó hatást fejt ki. Amennyiben a töltés z távolságra van a fémfelülettől, akkor a két töltés közti erő nagysága: $Q^2/(2z)^2$. Természetesen a valódi töltés számára mindegy, hogy a vonzást a fémfelület vagy a tükörtöltés okozza, a rá ható erő ugyanakkora.

7-2. Az egyszerűség kedvéért **E**-nek és **H**-nak csupán az x-komponensét származtassuk Φ-ből és **A**-ból.

$$E_x = \frac{\partial A_x}{\partial ct} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad \text{és} \quad -H_x = \frac{\partial A_y}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial y}.$$

(Az y-komponenst úgy nyerjük, ha ezen egyenletekbe x helyébe y-t, y helyébe z-t és z helyébe x-et írunk. A z-komponenst hasonló módon származtatjuk.) Bármely időtől független **A** vektor és hely függvényében állandó Φ esetén az $\mathbf{E} = 0$ teljesül. De mit kell még kikötnünk **A**-ra, hogy a $\mathbf{H} = 0$ ugyancsak teljesüljön mindenütt? Egy lehetőség az, hogy az **A**-t a következő művelettel származtatjuk:

$$A_x = \frac{\partial f}{\partial x}, \quad A_y = \frac{\partial f}{\partial y} \quad \text{és} \quad A_z = \frac{\partial f}{\partial z},$$

ahol f az x, y és z tetszőleges függvénye. (Matematikusok jelölése az előbbi operációra: $\mathbf{A} = \operatorname{grad} f = \nabla f$.)

Visszaidézve a rotáció definícióját láthatjuk, hogy ha az **A**-t az előbbi módon állítjuk elő, akkor rotációja minden körülmények között zérus, azaz $\mathbf{H} = 0$.

8. FEJEZET

8-1. A válasz a mértékegységekkel való okoskodással adható meg. Ez azt jelenti, hogy először megkeressük, hogy milyen mennyiségektől függhet a sebesség, azután ezekből a mennyiségekből alkotunk egy sebesség-dimenzióra vezető összefüggést. Ha ez csak egyféleképpen végezhető el, akkor ezzel a sebességnek a különböző mennyiségektől (beleértve a hullámhosszat is) való függését kapjuk meg.

A hosszú hullámok terjedésében a gravitációnak van szerepe. Ez a hatás a g nehézségi gyorsulás segítségével írható le. A folyadék sűrűsége figyelmen kívül hagyható, mert mind az erő, mind a tömeg arányos a sűrűséggel, viszont az erőt el kell osztani tömeggel, hogy a mozgásra kifejtett hatást megkapjuk.

Így mindössze a λ és a g játszhat szerepet. Ha a λ-t cm-ben, a g-t cm/s^2-ben mérjük, és szorzatukból négyzetgyököt vonunk, akkor a $\sqrt{\lambda g}$ cm/s dimenzióra vezet és az így képzett mennyiség sebessége. Ez a kifejezés (egy $\sqrt{2}$-es tényezőtől eltekintve) valóban a λ magasból való szabadesés végsebessége. Tehát a hosszú hullámok esetében a terjedési sebesség arányos $\sqrt{\lambda}$-val.

A rövidhullámok terjedése a σ felületi feszültségtől függ, ami energia/cm^2 $\approx$ g cm^2 s^{-2}/cm^2 $\approx$ g s^{-2} dimenziójú. Ebben az esetben a g/cm^3 -ben kifejezett ρ sűrűség mértékadó szerepű. A σ, ρ és λ mennyiségekből egyféleképpen képezhetünk cm/s egységben mérhető sebességet: $\sqrt{\sigma/\rho\,\lambda}$, amiből a hullám sebességére az $1/\sqrt{\lambda}$ való függés adódik.

8-2. Levegőben az átlagos szabad úthossz jó közelítéssel a molekulaátmérő 1000-szerese. A levegőmolekula átmérője körülbelül $2 \cdot 10^{-8}$ cm, tehát az átlagos szabad úthossz $2 \cdot 10^{-5}$ cm. Meg kell határoznunk az átlagos sebességet, amivel az atomok mozognak. Egyenlővé téve a levegő kinetikus és termikus energiáját:

$$nkT = n\frac{mv^2}{2},$$

innen

$$v = \sqrt{2kT/m} = \sqrt{2\cdot 1{,}38\cdot 10^{-16}\cdot 300/(28{,}4\cdot 1{,}6\cdot 10^{-24})} = 4{,}25\cdot 10^4 \text{ cm/s}.$$

Két ütközés közt eltelt idő

$$2\cdot 10^{-5}/(4{,}25\cdot 10^4) \approx 0{,}47\cdot 10^{-9} \text{ s},$$

vagyis 2 milliárd ütközés történik másodpercenként. (Jobb közelítés a másodpercenkénti egymilliárd ütközés.)

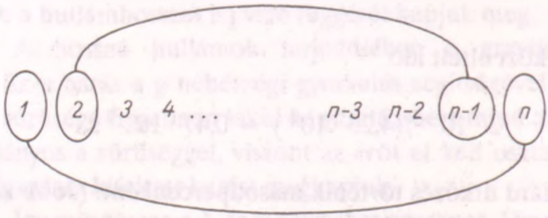
8-3. Tegyük fel, hogy egy szappanmolekula súlya a hidrogénatoménak a 100-szorosa, azaz $1{,}66\cdot 10^{-22}$ g. Egy darab pipereszappan súlya körülbelül 1/4 kg = $2{,}5\cdot 10^2$ g, és egy ekkora szappan összesen $2{,}5\cdot 10^2/(1{,}66\cdot 10^{-22}) = 1{,}56\cdot 10^{24}$ darab molekulát tartalmaz. A szappanmolekula átmérője körülbelül 10^{-7} cm, az egy molekula által lefedett terület 10^{-14} cm^2-nek tekinthető. Az egy darab pipereszappanból kialakuló egy molekulányi rétegnek a területe

$$10^{-14}\cdot 1{,}56\cdot 10^{24} = 1{,}56\cdot 10^{10}\,\text{cm}^2 = 1{,}56\cdot 10^6\,\text{m}^2,$$

ami másfél négyzetkilométer.

9. FEJEZET

9-1. A számok 1-től n-ig való összeadásának legegyszerűbb módja az, hogy a számokat sorba írjuk, majd az ábra szerint párba rendezzük. Látjuk hogy, minden számpár értéke $n+1$. És mivel $n/2$ számpár alkotható, valamennyiük összege $(n+1)(n/2)$ lesz, ami érdemlegesen n^2-tel arányos. Erre a módszerre a német matematikus, Gauss 6 éves korában jött rá, mikor a porosz iskolarendszer valamely szabályát megszegte az osztály, és emiatt büntetésként 1-től 100-ig össze kellett adniuk a számokat.



A 9. fejezetben szó volt róla, hogy a forgásban lévő kétatomos molekulák energiaszintjeinek távolsága együtt nő a szintet jelölő kvantumszámmal. Épp az előbb láttuk be, hogy amit a fejezetben állítottunk, az igaz: forgó kétatomos molekula energiája egy adott szinten, az illető szintet jelölő szám – kvantumszám – négyzetével arányos.

9-2. Az r sugarú körön v sebességgel mozgó részecske gyorsulását a v^2/r összefüggés adja meg. A Coulomb-törvény értelmében ez a gyorsulás egyenlő $e^2/(mr^2)$-tel, amiből $v^2 = e^2/(mr)$ és az $\omega = v/r$ frekvenciára $\omega = (e^2/m)^{1/2}\, r^{-3/2}$ adódik.

A kinetikus energia: $E_{\text{kin}} = mv^2/2$, a potenciális energia pedig: $E_{\text{pot}} = -e^2/r$. Látjuk, hogy $E_{\text{pot}} = -2E_{\text{kin}}$ az összenergia: $E = -e^2/(2r)$. Ez azt jelenti, hogy

$$\omega = 2^{3/2}[1/(m^{1/2}e^2)](-E)^{3/2}$$

Jelöljük a kvantumszinteket az n egész számokkal, és képezzük az egymást követő két szinthez tartozó energia különbségét:

$$E_{n+1} - E_n = \hbar\, 2^{3/2}[1/(m^{1/2}e^2)](-E)^{3/2}.$$

Ésszerű $E_n \approx -1/n^2$-t választani, mivel

$$-1/(n+1)^2 + 1/n^2 = (2n+1)/[(n+1)^2 n^2] \approx 2/n^3 \approx 2(-E)^{3/2},$$

ami viszont az ω és E közötti korrekt kapcsolatot adja. A k arányossági tényezőt úgy kapjuk meg, hogy behelyettesítünk az $E = -k/n^2$ összefüggésbe:

$$2k/n^3 = \hbar\, 2^{3/2}[1/(m^{1/2}e^2)](k/n^2)^{3/2},$$

ahonnét a $k = me^4/(2\hbar^2)$ adódik, ami összhangban van a Balmer-formulával.

Bár ez az érvelés, úgy tűnik, csak körpályák esetén áll fenn, a nyert összefüggés sokkal általánosabb. Ugyanis Kepler és Newton szerint bolygók esetén mind az energia, mind a keringési idő (vagyis a frekvencia reciproka) csak az ellipszispálya nagytengelyének hosszától függ, az excentricitás értékétől nem. Tehát érvelésünk ellipszis alakú pálya esetén is helyes, csupán a sugár helyett a nagytengely félértékével kell számolnunk.

9-3. Kétatomos molekula egyszerű modelljeként képzeljünk el egy r sugarú kör mentén mozgó m tömegű részecskét. Ekkor az összenergiát az $mv^2/2$ kinetikus energia jelenti, a frekvencia értéke pedig: $\omega = v/r$. Ha az n és $n+1$ értékhez tartozó, egymást követő kvantumállapotokhoz tartozó kinetikus energiák különbségét egyenlővé tesszük $\hbar\omega$ -val, akkor közelítéssel a

$$mv_{n+1}^2/2 - mv_n^2/2 \approx mv_n(v_{n+1} - v_n) = \hbar v_n/r$$

összefüggést nyerjük. Mindkét oldalt r/v_n-nel szorozva és figyelembe véve, hogy az mrv_n az n-edik állapot impulzusnyomatéka, amit L_n-nel jelölünk, kapjuk az

$$mr(v_{n+1} - v_n) = L_{n+1} - L_n = \hbar$$

összefüggést. Vagyis: az egymást követő állapotok impulzusnyomatékának különbsége éppen a Planck-állandó.

9-4. Hidrogénatomban az n és $n+1$ értékekhez tartozó, egymást követő két kvantumállapot $L = mvr$ impulzusnyomatéka két ok miatt különbözik. Egyrészt a v, másrészt az r értéke különbözik. Az L-ben bekövetkező megváltozást így írhatjuk fel:

$$L_{n+1} - L_n = mr_n(v_{n+1} - v_n) + mv_n(r_{n+1} - r_n)\,.$$

Tegyük egyenlővé ezt a megváltozást $\hbar$-val és szorozzuk meg mindkét oldalt $\omega = v_n/r_n$ -rel:

$$mv_n\,(v_{n+1} - v_n) + mv_n^2(r_{n+1} - r_n)/(r_n) = \hbar\omega.$$

A bal oldal első tagja közelítőleg a két állapot kinetikus enegiájának

$$(1/2)\,(\mathrm{m}v_{n+1}^2 - mv_n^2)\text{-tel}$$

egyenlő különbsége. A bal oldal második tagjában az

$$mv_n^2/r_n$$

tényező a centripetális erő, míg a $r_{n+1} - r_n$ a sugárban bekövetkező változás. Ezen két tényező szorzata a potenciális energia mevgáltozását adja. A teljes bal oldal az összenergia $E_{n+1} - E_n$ megváltozását szolgáltatja, ami az összefüggés szerint $\hbar\omega$-val egyenlő.

Ugyanaz az állítás tehát, mely szerint az egyik körpályáról a következőre való átmenet az impulzusnyomaték értékében $\hbar$ nagyságú változást eredményez, az energia változására következő összefüggést adja: $E_{n+1} - E_n = \hbar\omega$.

Fontos megjegyezni, hogy az előző állítás nemcsak hidrogénatomra igaz, hanem minden tengelyszimmetrikus esetre is.

Mondhatjuk tehát, hogy az impulzusmomentum kvantált, és a kvantum értéke $\hbar$. A körösen poláros fény ténylegesen rendelkezik impulzusnyomatékkal, ami a Maxwell-elmélet szerint úgy kapható meg, ha a fényhez tartozó energiát elosztjuk a fény frekvenciájával (és még 2π-vel), azaz ω-val. Tehát ha a fény kvantumai $\hbar\omega$ értékűek, akkor a poláros fénykvantum $\hbar$ impulzusnyomatékkal rendelkezik.

10. FEJEZET

10-1. Definíció szerűen: $\omega/k = c(1 - \alpha\omega^{-2})^{-1/2}$. Ezért

$$k = c^{-1}(1 - \alpha\omega^{-2})^{1/2}\omega, \quad \text{és} \quad \mathrm{d}k/\mathrm{d}\omega = c^{-1}(1 - \alpha\omega^{-2})^{-1/2}.$$

A csoportsebesség pedig ennek reciproka

$$\mathrm{d}\omega/\mathrm{d}k = c(1 - \alpha\omega^{-2})^{1/2},$$

ami fénysebességnél kisebb érték.

10-2. Rögzített magok terében $\Phi_{R_l}(r_i)$ az elektronok hullámfüggvénye, ahol r_i az i-edik elektron helykoordinátája, R_l pedig az l-edik magé. Ez a függvény a

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\sum_i\left(\frac{\partial^2}{\partial x_i^2}+\frac{\partial^2}{\partial y_i^2}+\frac{\partial^2}{\partial z_i^2}\right)\Phi_{R_l}(r_i)+\left[V(r_i,R_l)-E(R_l)\right]\Phi_{R_l}(r_i)=0$$

Schrödinger-egyenlet megoldása. A $V(r_i, R_l)$ potenciálfüggvény mind az elektronok, mind a magok térbeli helyzetétől függ. Az elektronok $E(R_l)$ sajátértéke kizárólag a magok helykoordinátájától függ. Valójában az $E(R_l)$ az a potenciáltér, amiben a magok mozognak.

Legyen M_l az l-edik mag tömege. A teljes hullámfüggvény ekkor $\Psi(R_l)\Phi_{R_l}(r_i)$ lesz; az ebben szereplő $\Psi(R_l)$ a magok hullámfüggvénye, amit a$\Phi_{R_l}(r_n)$

$$-\sum_l\frac{\hbar^2}{2M_l}\left(\frac{\partial^2}{\partial x_l^2}+\frac{\partial^2}{\partial y_l^2}+\frac{\partial^2}{\partial z_l^2}\right)\Psi(R_l)+\left[E(R_l)-E\right]\Psi(R_l)=0$$

Schrödinger-egyenlet megoldásaként adódik.

A $\Psi(R_l)$ függvény általában nemcsak a molekulák transzlációs mozgását, hanem a forgást és a rezgést is leírja.

A most ismertetett eljárás a Born–Oppenheimer-féle közelítés. Az utolsó egyenletben ez nem változóknak, hanem csak paramétereknek tekinti a Φ-ben szereplő R_l - eket, s így nem veszi figyelembe a

$$\sum_l \frac{\hbar^2}{2M_l}\left[2\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x_l}\frac{\partial\Phi}{\partial x_l}+\frac{\partial\Phi}{\partial y_l}\frac{\partial\Phi}{\partial y_l}+\frac{\partial\Phi}{\partial z_l}\frac{\partial\Phi}{\partial z_l}\right)+\Psi\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_l^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial y_l^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z_l^2}\right)\right]$$

tagot.
Az igazság az, hogy ez a tag valóban kicsi.

11. FEJEZET

11-1. A C pontra vonatkozóan csak akkor vannak meg az ismereteink, ha a C ponton túljutva megtörtént a B-n való átlépés. Ebben a későbbi időben az impulzus (és a sebesség) értékét a mérés megváltoztatja, mégpedig annál nagyobb mértékben, minél pontosabb a mérés kivitelezése.

A tanulság az, hogy a múltból szerzett ismereteink nem alkalmasak jövőbeli történések megítélésére. A C pontra vonatkozóan a térbeli helyzetnek és az impulzusnak *számítással* kapott pontos értékeiből semmiféle következtetés nem vonható le. Ezek a számított értékek nem vezetnek arra, hogy a részecske- és hullámszemlélet közül bármelyik elvethető vagy elfogadható lenne.

Mondhatjuk, hogy veszélyes dolog a jövőre vonatkozóan határozott kijelentéseket tenni.

Amennyiben egy esemény kimenetele nem kétséges, a rá vonatkozó jóslásnak veszélyes következménye nincs, és a határozatlansági elv nem sérül meg.

11-2. Einstein úgy akarta meghatározni az energiaváltozást, hogy felhasználva a $g\,\Delta m$ erőt (és aztán az $E = mc^2$ összefüggést), megméri a doboz súlyát. Ez az erő t ideig hat, együttjár ezzel a $\Delta p = g(\Delta m)t$

impulzusbizonytalanság, ami maga után vonja a $\Delta x \geq \hbar/\Delta p$ helybizonytalanságot. De: $g\ \Delta x = \Delta\Phi$, ahol Φ a gravitációs potenciál. És ennél a pontnál Bohr éppen magának Einsteinnek az egyik fontos felfedezését* használta fel: a gravitációs potenciál megváltozása maga után vonja az órák járásának megváltozását: $\Delta\Phi/c^2 = \Delta t/t$.

Bohr ezután rámutatott, hogy $\Delta E = c^2\ \Delta m = c^2\ \Delta p/gt$, és így a $\Delta t = t\ \Delta\Phi/c^2 = tg\ \Delta x/c^2$. Tehát $\Delta E \Delta t = \Delta p \Delta x \geq \hbar$.

12. FEJEZET

12-1. A fény hullámszámát $\kappa = 2\pi/\lambda$-val fogjuk jelölni. A fény fázisváltozása a rácstávolságnyi út megtétele alatt: $\kappa a = 2\pi a/\lambda$. Látható fény esetében (azaz ha a fény néhány elektronvoltnyi energiát szállít) a λ értéke néhány ezer angström, míg az a értéke csupán néhány angström. Tehát $2\pi a/\lambda \approx 1/100$.

Ha figyelembe vesszük, hogy a kölcsönhatás miatt a fény és az elektron hullámfüggvényének fázisait megfelelő módon össze kell adnunk (az abszorpció vagy emisszió során), az elektron k-jában bekövetkező változásnak 1/100-nál kisebbnek kell lennie $1/a$-nál. Ez azt jelenti, hogy a $\hbar k$ impulzus kevéssé változik, ha a kristyályra jellemző $\hbar/a$ mennyiséggel hasonlítjuk össze. Ugyanez érvényes a szóródás esetére is, ami nem más, mint abszorpció és emisszió egymásutánja.

Az elektron és a fény a kristályos anyagban különböző sebességgel terjed. Ezen eltérő sebességek viszonyának felel meg a k-ban bekövetkező változás mértéke. Ha az energiát elosztjuk ezekkel a sebességekkel, megkapjuk az elektron $\hbar k/a$, illetve a fény $\hbar\kappa$ értékű impulzusát.

* A történetet elmesélve (magam háromszor hallottam tőle egy éven belül) Bohr nem győzte ezt a tényt eléggé hangsúlyozni.

Egy emissziós vagy abszorbciós folyamatban az energiamegmaradás azáltal marad összeegyeztethető az impulzusmegmaradással, hogy az egyik Brillouin-zónából a másikba ugrunk. Megállapíthatjuk, hogy az egyik Brillouin-zónából a másikba való ugrás során a k gyakorlatilag állandó marad. Az átmenethez tartozó energia és frekvencia értéke természetesen a k-tól függ.

12-2. A sárga fény hullámhossza hozzávetőlegesen $6 \cdot 10^{-5}$ cm. Ha az eredeti tengelytől való szögeltérés kisebb, mint λ/r, ahol r a nyaláb keresztmetszeti sugara, akkor a nyaláb semelyik részén nem lép fel negatív interferencia. Esetünkben λ/r értékére 10^{-5} adódik, ez egy akkora szögnek felel meg, melynek ívhosszát sugarának 10^{-5}-nel való szorzással kapjuk meg. Egy szögmásodperc ívmértéke $1/(57 \cdot 60 \cdot 60)$ $\approx 0{,}5 \cdot 10^{-5}$. A Földről a Holdra érkező sugárnyaláb mindössze $380\,000 \cdot 10^{-5}$ km, azaz 3,8 km hosszú ívre terül szét. A lézersugár még kevésbé nyílik szét, ha nagyobb tükörrel állítjuk elő. A lézersugárnak ez a jó szögtartása a felhasználás szempontjából a legjobb tulajdonsága.

12-3. A tükör egy szögmásodpercnyi hibája két szögmásodperc eltérést jelent a visszavert hullámban. Ez az előbbi példában említett hiba kétszerese. A Földön mérhető sugárszétterülés íve 7 km körüli érték. Az ilyen sugárszétnyílásból adódó intenzitásveszteség a lézerek nagyobb intenzitásával könnyedén tolerálható.

12-4. Egymillió részecskéből álló porszem átmérője az atomátmérő 1000-szerese, vagyis 10^{-5} cm. Ez az átmérő kisebb, mint a fény hullámhossza. A szórt fényben a pozitív interferencia következtében 10^6 -szor nagyobb térerősség adódik, mint amekkora az egyetlen molekuláról való visszaverődés esetén lenne várható. Az intenzitás 10^{12} -szeresre nő. Ezért lehet ezeket a rendkívül kicsiny porszemcséket jól látni. Egy rövid időtartamú, jól irányított lézerrel egy kémény fölötti néhány köbdeciméteres térrészbe küldött impulzus a légszennyezés hatékony mérését teszi lehetővé. Gyanítom, hogy *A kis kondás* című Andersen mesében ilyen lézer volt az a szerkenytyű, ami a felszálló füstből kémlelte ki a szomszéd főztjét.

kis kondás című Andersen mesében ilyen lézer volt az a szerkenytyű, ami a felszálló füstből kémlelte ki a szomszéd főztjét.

12-5. A hagyományos fénykép *emlékszik* arra, hogy a fényérzékeny lemez mely részeire esett fény. A háromdimenziós kép emlékszik az irányra is, amelyből a fény érkezett. Ez úgy érhető el, hogy egyrészt a tárgyról, másrészt egy rögzített referenciairányból érkező fény interferenciaképét hozzuk létre. Ezt a kissé bonyolult fortélyt a lézer nyújtotta nagy intenzitás teszi könnyen lehetővé. (Az eljárás *holográfia* néven már rég ismert volt a lézerek előtti időből, de azok felfedezéséig várni kellett a gyakorlati alkalmazással.)

Mikroszkóppal szemlélve egy ilyen lemezt, párhuzamos vonalak miriádjait – az interferenciaképet – lehet látni. Ha ezeket a vonalakat az eredeti irányból világítjuk meg, akkor a tárgyat három dimenzióban, a térben *lebegve* láthatjuk.

NÉVMUTATÓ

TÁRGYMUTATÓ

A kiadásért felelős az Akadémiai Kiadó és Nyomda Vállalat igazgatója
A nyomdai munkálatokat az Akadémiai Kiadó és Nyomda Vállalat végezte
Felelős vezető: Zöld Ferenc
Budapest, 1993
Nyomdai táskaszám: 21588

Felelős szerkesztő: Dr. Csurgayné Ildikó
Műszaki szerkesztő: Agócs András
Burkoló- és kötésterv: Polgár Mariann
Kiadványszám: 111/1
Megjelent 18,25 (A/5) ív terjedelemeben

Teller Ede, a magyar származású, nemzetközi hírű fizikus tevékenységét egyedülállónak tekinthetjük. Kutatási eredményeivel jelentős mértékben járult hozzá a huszadik század tudományos és műszaki felfedezéseihez. Teller professzor a California Egyetem nyugállományú egyetemi tanára, a Stanford Egyetem Hoover Intézetének azonban ma is tudományos tanácsadója. Kitüntetései közül az Enrico Fermi-díjat a fiziko-kémiai és magfizikai, valamint a termonukleáris kutatásokban elért kiemelkedő eredményeiért, az Albert Einstein-díjat pedig az atomfizika területeihez kapcsolódó nukleáris és szilárdtestfizikai felfedezéseiért kapta. Több mint 100 (köztük több ismeretterjesztő) közleménye jelent meg eddig, és számos szabadalom fűződik a nevéhez.
Ebben a könyvében Teller Ede a fizikával való foglalkozásból fakadó örömét szeretné megosztani az olvasóval. Ez a remek mű, miközben elbűvöl a fizika titkaival és a szerző stílusával, gyarapítja tudásunkat és felkelti érdeklődésünket a fizika tudományának rejtelmei iránt.

WENDY TELLER, híradástechnikai szoftverekre specializálódott számítástechnikus. Fizikai tanulmányait a North Carolina Egyetemen folytatta, tudományos fokozatot matematikából a California Egyetemen és a Harvardon szerzett.

(fotó: Williem Stickney)

WILSON TALLEY, jelenleg a California (Davis/Livermore) Egyetem Alkalmazott Fizika Tanszékének aktív professzora, és elnöke a Fannie and John Hertz Alapítványnak. Korábban a California (Statewide) Egyetem munkatársa és a Hadsereg Tudományos Tanácsának elnöke volt, illetve kutatással és fejlesztéssel foglalkozott az Egyesült Államok Környezetvédelmi Hivatalában.

Ára: 520,- Ft áfával

AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST