Mihály Kovács

Rechenautomaten und logische Spiele

Kovács · *Rechenautomaten und logische Spiele*

Mihály Kovács

Rechenautomaten und logische Spiele

Mit 114 Bildern

VEB Fachbuchverlag Leipzig

Titel der Originalausgabe:

KIBERNETIKAI JÁTÉKOK ÉS MODELLEK

Táncsics Könyvkiadó, Budapest

Aus dem Ungarischen übersetzt von

Dipl.-Chem. JOHANN ARNDT, Leipzig

Bearbeiter der deutschsprachigen Auflage:

Dr. phil. habil. Dipl.-Physiker KARLHEINZ KANNEGIESSER, Leipzig

1. Auflage

Redaktionsschluß 30. 4. 1970

Lizenznummer: 114–210/38/71 · Deutsche Demokratische Republik

ES: 19 B1 (20C2/20K3)

Gemeinschaftsausgabe des VEB Fachbuchverlag Leipzig und
des Akadémiai Kiadó, Budapest

Printed in Hungary

Bestellnummer: 545 753 0

Vorwort

Dieses Buch führt auf populärwissenschaftliche Weise in einige Gedanken über die Beziehungen zwischen Mathematik, Logik, Physik und Kybernetik ein, und gleichzeitig regt es dazu an, einfache Geräte selbst zu bauen. Die Lösung mathematischer und logischer Aufgaben, die sonst mit Bleistift und Papier gerechnet werden, findet ihre Darstellung in physikalischen Zusammenhängen und kann so mit wenigen Mitteln, aber mit etwas Denkarbeit »automatisiert« werden. Neben Lesen, Lernen und Überlegen steht gleichzeitig das Basteln, zu dem das Buch anregt und so eine sinnvolle Verbindung zwischen Theorie und Praxis herstellt.

Mit dieser Arbeit verfolgte der ungarische Autor die Absicht, die Möglichkeiten, die der Einsatz elektronischer Schaltungen für die Lösung von mathematischen und logischen Aufgaben bietet und die schließlich in der Einführung der elektronischen Datenverarbeitung ihren Ausdruck finden, interessierten und vor allem jungen Lesern zugänglich zu machen. Das Buch spricht besonders Arbeitsgemeinschaften und Bastelgruppen an. Es wird auch für alle die nützlich sein, die sich beruflich mit diesen Fragen beschäftigen, besonders aber für diejenigen, die daran interessiert sind, einfache elektronische Geräte, die logische Operationen realisieren können, selbst zu bauen. Die 100 Schaltskizzen des ungarischen Originaltitels wurden in der deutschsprachigen Ausgabe durch 14 Fotos aus der Geschichte der Digitalrechner ergänzt.

Es gibt bereits Literatur über Kybernetik und elektronische Datenverarbeitung, aber in diesen Veröffentlichungen wird das Thema unter anderen Gesichtspunkten als in dem hiermit vorgelegten Band behandelt. Dies führte zu dem Entschluß, dieses Buch als Gemeinschaftsausgabe mit dem Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, Budapest, herauszubringen, und wir hoffen, daß es gute Aufnahme bei seinen Lesern finden wird.

Die Verlage

Inhaltsverzeichnis

0. Einleitung

Die wissenschaftlich-technische Revolution, die das materielle, soziale und geistige Leben der Menschen mehr und mehr beeinflußt, führte u. a. zu einer explosiven Entwicklung der Computer-Technik, die heute ganze Industriezweige mit der Entwicklung und Vervollkommnung elektronischer Datenverarbeitungsanlagen für Wissenschaft und Produktion, für Führungs- und Leitungsaufgaben in der Volkswirtschaft und auch für das Bildungswesen beschäftigt. Als Konrad Zuse im Jahre 1941 seinen ersten programmgesteuerten, funktionstüchtigen Relais-Rechenautomaten vorstellte, war wohl kaum zu erwarten, daß in weniger als 30 Jahren elektronische Datenverarbeitungsanlagen entwickelt werden würden, deren Rechengeschwindigkeit nahe an eine Milliarde Operationen je Sekunde heranreicht, deren Abmessungen durch Anwendung der Mikrobauweise handliche Formen annahmen und deren Einsatzbereich Anwendungsmöglichkeiten einschließt, die von der automatischen Prozeß- sowie numerischen Werkzeugmaschinensteuerung über die Automatisierung des Versandhandels und Projektierungsarbeiten bis zu lernenden und forschenden Automaten reichen.

Die Welt der elektronischen Rechenautomaten brachte nicht nur neue Industriezweige hervor, sondern auch neue Berufsgruppen, denen die Entwicklung der Automaten und ihrer »Sprachen«, die Vorbereitung ihres Einsatzes in der Wissenschaft, Produktion und anderen gesellschaftlichen Bereichen und die Aufbereitung praktischer Probleme zukommt. Mathematik, Logik und Kybernetik sind zu einem produktiven Instrumentarium geworden, um mit Hilfe elektronischer Datenverarbeitungsanlagen die Gesetzmäßigkeiten der Natur, der Gesellschaft sowie des Denkens theoretisch zu beherrschen und in der gesellschaftlichen Praxis zum Wohle der Menschen anzuwenden. Die Anforderungen an das geistige Vermögen der Menschen steigen von Generation zu Generation; der Umfang des Wissens nimmt zu sowie die Fähigkeiten und Fertigkeiten. Dieses Wissen im Interesse des gesellschaftlichen Fortschritts zu gebrauchen, ist zur Notwendigkeit geworden. Dieses Büchlein verfolgt das Ziel, den Leser in das Wesen dieser neuen Technik einzuführen, das Interesse zu wecken, sich mit diesen wissenschaftlichen Errungenschaften und deren praktischen Nutzung zu beschäftigen. Insbesondere appelliert es an die Jugend, dieser Entwicklung ihre Aufmerksamkeit zu schenken, weil die Welt der elektronischen Datenverarbeitung entscheidend für die Welt von morgen sein wird. Sie wird unsere theoretischen und praktischen Möglichkeiten potenzieren und den Reichtum der Gesellschaft zum Nutzen für jeden einzelnen bedeutend vermehren helfen.

1. Orientierung in einer neuen Klasse von Problemen

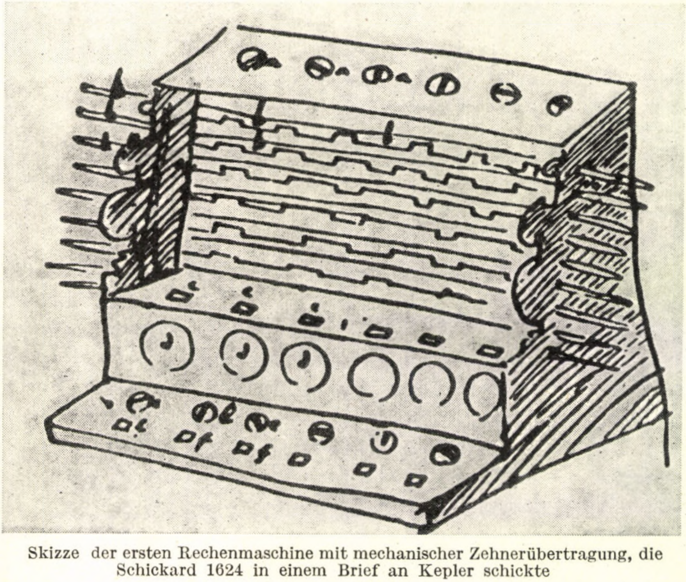
Die Entwicklung der menschlichen Gesellschaft stellt die Wissenschaft heute vor Aufgaben, deren Lösung nur großen Kollektiven von Fachleuten verschiedener Disziplinen möglich ist. Es genügt, darauf hinzuweisen, daß die moderne Physik industriemäßige Laboratorien von gewaltigem Ausmaß benötigt, um in die Struktur der Elementarteilchen vorzudringen; die Raumfahrtexperimente beschäftigen nach Hunderten, ja Tausenden zählende Kollektive von Wissenschaftlern, Technikern und Facharbeitern bei der Vorbereitung und Durchführung von Flügen zu anderen Himmelskörpern. Diese und viele andere Aufgaben können ohne elektronische Datenverarbeitung überhaupt nicht in Angriff genommen werden. Darunter fallen auch solche Probleme, die beispielsweise die Erhöhung der Leistungsfähigkeit der Wirtschaft, die Prognose, Planung, Leitung und Organisation gesellschaftlicher Prozesse sowie die Erhöhung der Effektivität in der Lehre betreffen.

1.1. Beispiele

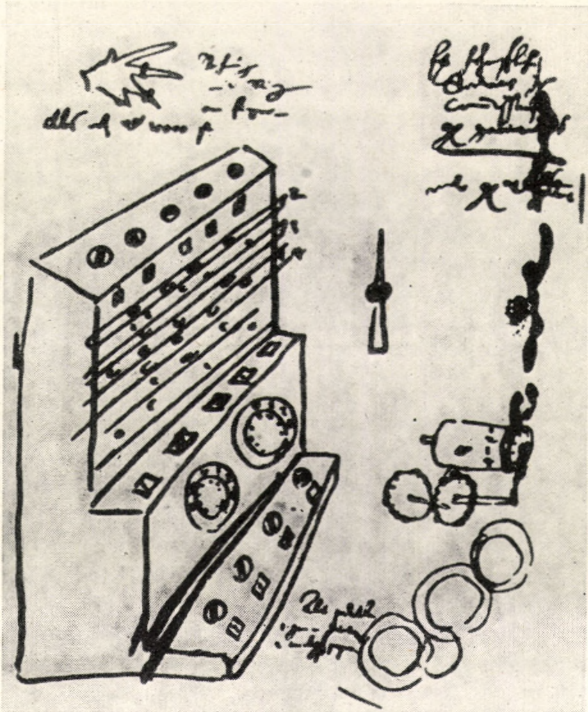
Start künstlicher Himmelskörper. Wird ein künstlicher Himmelskörper auf seine vorausberechnete Bahn geschickt, muß technisch gesichert sein, daß während der kurzen Brennzeit der Rakete Korrekturen möglich sind. Alle Abweichungen von der vorausberechneten Bahn müssen registriert, in Entscheidungen umgewandelt und dem Flugkörper als Befehle mitgeteilt werden, um ihn auf seiner Bahn zu halten. Nur elektronische Rechenanlagen können diesen Prozeß der Informationsverarbeitung schnell genug bewältigen.
Problem der Materialwirtschaft. Häufig müssen von mehreren Ziegeleien, Sandgruben und Betonwerken gleichzeitig und

nacheinander zahlreiche Baustellen beliefert werden. Von welchen Ziegelfabriken, Sandgruben oder Betonwerken und in welcher Menge sind die Baustellen zu beliefern? Die optimale, ökonomischste Lösung der Organisation des Transports liegt vor, wenn die geringste Zahl der Fahrt- bzw. Tonnenkilometer gefunden wird. Die Vielfalt der möglichen Wege und die Ermittlung ihrer Kosten verlangen einen elektronischen Rechner. Eine Berechnung »von Hand« würde so lange dauern, daß die Lösung zu spät käme. Die Häuser und Fabriken wären längst fertig, die Baustellen, die das Material erhalten sollten, aufgelöst.

Problem des Leerlaufs. Täglich rollen viele Millionen Tonnen Material auf den Schienen an ihre Bestimmungsorte. Dort müssen sie entladen und die leeren Waggons an andere Bestimmungsorte gebracht werden, um sie wieder neu zu beladen. Die Standzeit der Güterwagen und ihre Leerlaufzeit müssen möglichst verringert werden, um einen hohen ökonomischen



Skizze der ersten Rechenmaschine mit mechanischer Zehnerübertragung, die Schickard 1624 in einem Brief an Kepler schickte



»Konstruktionszeichnung«, nach der Pfister diese erste Rechenmaschine von Schickard baute

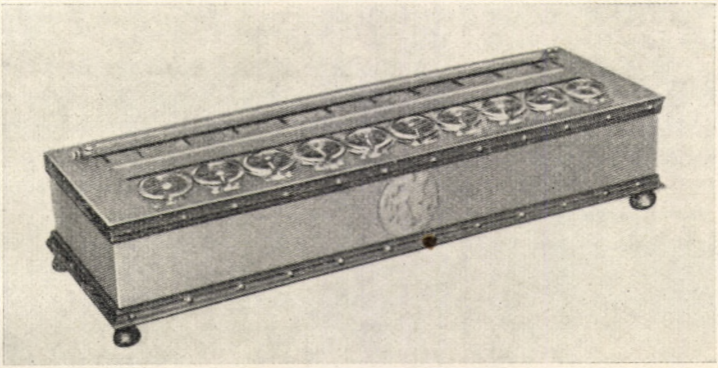
Nutzen zu erzielen. Die große Anzahl von Faktoren, die zu berücksichtigen sind, um eine optimale ökonomische Variante zu finden, übersteigt das menschliche Vermögen um ein Vielfaches, so daß auch zur Lösung solcher Probleme die elektronische Rechentechnik notwendig geworden ist.

Probleme der Lagerhaltung. Es ist langwierig und zeitraubend zu ermitteln, wieviel von den verschiedenen Erzeugnissen oder Waren in einem Betrieb oder in einem Warenhaus auf Lager sein müssen, um die Kontinuität der Produktion bzw. einen maximalen Umsatz zu sichern. Eine kontinuierliche

Bestandsaufnahme mit Hilfe der elektronischen Rechentechnik ermöglicht rechtzeitige Entscheidungen, die die Leistungsfähigkeit der Betriebe und Warenhäuser erhöhen.
Probleme des Lernens. Die rationellere Gestaltung der Lehre und Erziehung ist heute Bestandteil vieler wissenschaftlicher Untersuchungen. Die Qualität der Lehre zugunsten einer kürzeren Ausbildungszeit ist auf der Grundlage des programmierten Unterrichts nicht nur möglich, sondern wird einen zentralen Platz einnehmen. Die Erziehung erfordert den erfahrenen Pädagogen, um aber den kürzesten Weg zum Erreichen des Lehrzieles zu finden, bedarf es in zunehmendem Maße der elektronischen Rechentechnik.
Problem der Wissensspeicherung. Die rasch zunehmenden Erkenntnisse in den verschiedenen Wissensgebieten führen dazu, daß der Wissenschaftler aus Zeitmangel kaum die neuesten Erkenntnisse seines Fachs lesen kann. Wertvolle Forschungen bleiben dadurch ungenutzt. Die elektronische Rechentechnik zeigt nicht nur Möglichkeiten und Wege, diese Informationen als Daten zu speichern, sondern sie auch mit kürzester Zugriffszeit für bestimmte Problemstellungen aufzubereiten. Sie eröffnet damit eine Möglichkeit, die Wissenschaft wirksamer zu betreiben.
Die Anzahl der Probleme, die mit Hilfe elektronischer Datenverarbeitungsanlagen gelöst werden, ist kaum übersehbar. Sie sind in der wissenschaftlichen Forschung auf physikalischem, chemischem, biologischem und gesellschaftlichem Gebiet im Einsatz, werden als Hilfsmittel technischer Entwicklungsarbeiten, als Simulatoren zur Erprobung kostspieliger technischer Systeme, für Organisation und Verwaltung, für militärische Zwecke ebenso wie im Verkehrswesen und in der Automatisierung von Fertigungsprozessen angewendet.

1.2. Was »können« elektronische Rechenmaschinen?

Aus der Vielzahl von Aufgaben, die elektronische Rechenautomaten lösen »können«, seien die wesentlichen stichwortartig genannt: Elektronische Rechenautomaten steuern für weite Versorgungsbereiche die Verteilung der elektrischen



Rechenmaschine für Addition und Subtraktion mit automatischer Zehnerübertragung, die Pascal 1641 baute

Energie und stimmen Angebot, Verbrauch und Speichermöglichkeiten aufeinander ab; sie ermitteln die günstigsten Laufwege von Fernsprech- und Fernschreibverbindungen und berechnen die Gebühren in Abhängigkeit von Uhrzeit und Entfernung; sie steuern Setzmaschinen in der Buch- und Zeitungsherstellung; sie simulieren Atomreaktoren, Produktionsprozesse, die Bewegungen und das Verhalten von Flugzeugen und Schiffen; sie stellen Wettervorhersagen auf und erteilen Renten- und Steuerbescheide; sie steuern den Verkehrsfluß in den Städten, um minimale Durchlaufzeiten zu errechnen, stellen medizinische Diagnosen zusammen; werten Wahlergebnisse und Ergebnisse bei olympischen Spielen aus; helfen bei der Aufklärung von Verbrechen; überwachen den Luftraum und treffen in kürzester Zeit Entscheidungen mit größter Treffsicherheit. Elektronische Rechenautomaten rechnen, vergleichen, suchen, steuern, kombinieren, »lernen« und »forschen«, sie raten, spielen und »beweisen«.

1.3. Arten elektronischer Rechenmaschinen

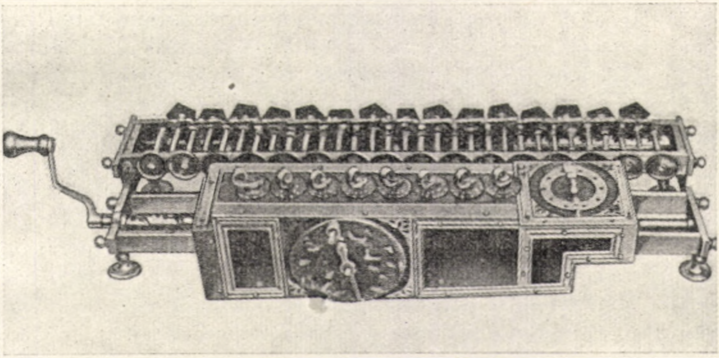
Die in der Umgangssprache als elektronische Rechenmaschinen bezeichneten Anlagen werden von den Fachleuten nach bestimmten Gesichtspunkten in Gruppen eingeteilt. Für das

Wort elektronischer Rechenautomat wird auch oft Computer, programmgesteuerter elektronischer Rechenautomat, informationsverarbeitender Automat, informationsverarbeitende Maschine, Elektronenhirn usw. gesagt. Das Gemeinsame dieser Worte soll durch den Begriff »elektronische Datenverarbeitungsanlage« hervorgehoben werden. Dafür ließe sich auch der Ausdruck Computer einsetzen zur Kennzeichnung einer technischen Anordnung, die der Verknüpfung von Daten dient und hierzu meist elektrische Schaltungen benützt, so daß wir in den Wörtern »Computer« und »elektronische Datenverarbeitungsanlage« das Wesentliche erfassen.

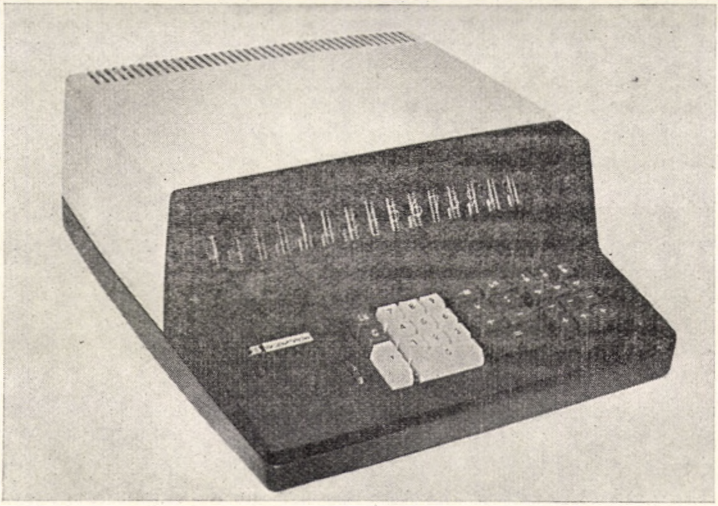
1.3.1. Zählen und Rechnen

Immer wieder müssen in Wirtschaft, Technik und Wissenschaft Zahlen und Zahlenwerte erfaßt werden. Auch wir haben zuerst zählen gelernt. Unsere Eltern waren glücklich, als wir ohne Fehler bis 5, 10 und später sogar bis 100 zählen konnten. Im wesentlichen die gleiche Arbeit erledigen Gas-, Wasser- und Stromzähler, die Zählwerke der Tachometer in Kraftfahrzeugen, die Gesprächszähler in Fernsprechanlagen, die Besucherzähler bei Ausstellungen, die Zähleinrichtungen für Werkstücke in Fabriken, die Zählwerke an Flaschenfüllanlagen usw. Obwohl diese Zähler wichtig und unerläßlich sind, interessieren wir uns wenig für sie.
Mehr Interesse findet schon das kompliziertere elektronische Zählgerät der Atomphysiker, welches die Impulse zerfallender Atome auch dann noch genau zählt, wenn ihre Anzahl mehrere Hundert, ja sogar Tausende in der Sekunde überschreitet. Mit anderen Geräten, mit den sogenannten Frequenzmeßgeräten, kann man die Anzahl der Schwingungen der einzelnen Töne bestimmen. Man kann sogar die Frequenzen von Rundfunksendern messen und kontrollieren, die viele Millionen Hertz betragen.
Das Funktionsprinzip dieser schnellen Zählgeräte werden wir später anhand der von uns selbst gebauten Geräte im einzelnen kennenlernen.

In Selbstbedienungsläden zeigen wir nach Beendigung des Einkaufs der Kassiererin unseren Korb. Diese überträgt die Preise der einzelnen Waren mit Hilfe von Drucktasten in



1673 führte Leibniz diese Rechenmaschine vor



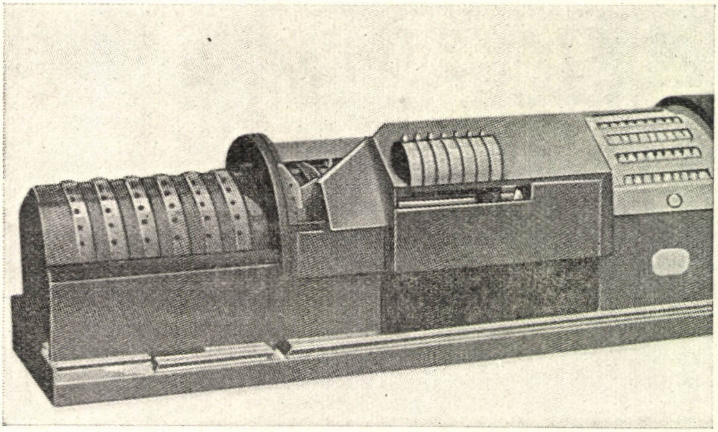
Zur Gegenüberstellung der Rechenmaschine von Leibniz ein moderner elektronischer Tischrechner (Soemtron 220)

eine Addiermaschine. Nach Eingabe des letzten Preises drückt sie auf einen bestimmten Knopf. Dann addiert die Maschine blitzschnell die einzelnen Positionen und druckt diese und die Endsumme sofort auf einen Papierstreifen.
Die meisten Addiermaschinen arbeiten auf mechanischer Grundlage. Die älteren Typen werden noch von Hand mit Hilfe einer Kurbel angetrieben, die neueren ausschließlich durch einen Elektromotor. Es gibt auch Addiermaschinen, die mit Dioden und Transistoren bestückt sind und dadurch vollkommen geräuschlos arbeiten. In ihrem Grundprinzip stimmen jedoch alle überein.
Vor jeder einzelnen arithmetischen Operation müssen der Maschine die erforderlichen Zahlen zugeführt werden. Danach wird der Befehl zur Durchführung der eingestellten Operation gegeben. Die Maschine führt die Operation aus, übermittelt das Ergebnis und geht in Ruhestellung. Sie wartet auf die nächsten Daten und die nächsten Anweisungen.
Wer viele Jahre hindurch mühselig Rechnungen ausgestellt und kontrolliert oder in der Buchhaltung gearbeitet hat, weiß die Hilfe dieser Rechenmaschinen trotz ihrer geringen Leistung zu schätzen. Wir befassen uns im folgenden nicht mit dieser Art von Rechenmaschinen, sondern gehen einen Schritt weiter.
In den oberen Klassen unserer Schulen wird unser mathematisches Wissen erweitert. Wir lernen, auch umfangreichere Berechnungen auszuführen. Es sei z. B. der Radius r der Grundfläche eines geraden Zylinders und seine Höhe h gegeben. Das Volumen des Kegels ist zu berechnen. Was ist zu tun? Wir haben die entsprechende Formel im Kopf, oder wir finden sie in einer Tabelle:

$$V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}.$$

Danach müssen wir die folgenden Operationen ausführen: Der Radius wird ins Quadrat erhoben, das dabei erhaltene Ergebnis mit π und dann mit h multipliziert; danach wird das Ganze durch 3 geteilt; das Resultat ist das Volumen des Kegels. Wir sehen, daß bereits für diese einfache Berechnung drei

Rechenarten (Multiplizieren, Dividieren und Potenzieren) notwendig waren, deren eine sogar wiederholt ausgeführt werden mußte. Bei komplizierteren Berechnungen sind weitere Rechenarten (wie Differenzieren, Integrieren usw.) erforderlich.
Die Probleme der Praxis sind bedeutend komplizierter. Bei der Projektierung einer Brücke oder eines Bewässerungskanals müssen Tausende von Rechenoperationen ausgeführt werden. Sie erfordern ein erhebliches Maß an Zeit, Mühe und Kosten. Mit Hilfe von Rechenmaschinen kann man sie zuverlässiger, schneller, mit weniger Mühe und weniger kostspielig ausführen. Diese Rechenmaschinen sind dadurch gekennzeichnet, daß sie selbst eine Berechnung, die sich aus mehreren tausend Einzelrechnungen zusammensetzt, ohne Eingriff des Menschen erledigen. Sie werden deshalb als automatische Rechenmaschinen bezeichnet.
Natürlich müssen der Maschine vor Beginn der Berechnungen alle dazu notwendigen numerischen Daten eingegeben werden. Außerdem sind der Maschine noch in irgendeiner Form Anweisungen zu geben. Durch diese Anweisungen wird festgelegt, mit welchen der eingegebenen Daten und in welcher Reihenfolge sie bestimmte Operationen ausführen soll.
Die der Maschine eingegebenen oder einzugebenden Anweisungen und die zu verarbeitenden Daten werden zusammen in der Fachsprache als Programm bezeichnet. Das Programm kann auch Operationen vorschreiben, deren Eingabedaten noch nicht bekannt sind, sich aber aus den Teilergebnissen der im Programm enthaltenen Operationen automatisch ergeben werden. Das Programm kann auch bedingte Befehle bzw. Anweisungen enthalten. (Wenn z. B. das Ergebnis einer bestimmten Reihe von Operationen positiv oder Null ist, muß die Maschine nach der einen eingegebenen Programmvariante weiterarbeiten, ist das Ergebnis dagegen negativ, nach einer anderen.)
Das oben erläuterte Prinzip der Rechenmaschinen wurde bereits in der ersten Hälfte des vorigen Jahrhunderts von dem englischen Mathematiker und Erfinder Charles Babbage (1792 bis 1871) gefunden, der, seiner Zeit weit vorauseilend, eine rein mechanisch arbeitende Rechenanlage baute, die bereits alle in den heutigen Rechenanlagen vorhandenen Baugruppen



Babbage baute 1822 eine »Differenzmaschine«, bei der die Rechenoperationen von einer mechanischen Rechenmaschine ausgeführt wurden

enthielt und zur Berechnung und zum Druck von Funktionentafeln dienen sollte. Eine bedeutende Rolle in der Weiterentwicklung des Funktionsprinzips der Rechenmaschinen spielte auch der Logiker und Mathematiker George Boole (1815 bis 1864), der die nach ihm benannte »Boolesche Algebra« entwickelte, die später eines der wichtigsten theoretischen Hilfsmittel zum Entwurf digitaler Rechenautomaten wurde.
Wir unterscheiden das digitale Prinzip von dem analogen. Das digitale Prinzip ist im Digitalrechner verwirklicht, der die ihm übermittelten Daten in Form von Dualzahlen (0 und 1) aufnimmt und in Form von diskreten Ziffern (0 und L) darstellt und verarbeitet. Eine andere Gruppe bilden die Analogrechner. Sie arbeiten nicht mit diskreten Dualzahlen, sondern mit kontinuierlichen physikalischen Größen wie Länge, Stromstärke, Spannung usw.
Die Rechenverfahren dieser beiden Rechnertypen kann man am besten anhand eines Beispiels erklären. Wir wollen wissen, wieviel $\sqrt{75}$ ist, d. h., welches die Zahl ist, deren Quadrat gerade 75 ergibt.
Wir können diese Zahl z. B. schriftlich nach den bekannten Regeln des Quadratwurzelziehens errechnen. Dabei erhalten

wir $\sqrt{75} = 8{,}66025\ldots$ Die Genauigkeit des Ergebnisses wird nur von unserer Geduld oder von der Zweckmäßigkeit begrenzt.
Ähnlich ist die Situation bei den Digitalrechnern. Der Dezimalzahl 75 entspricht die Dualzahl 1001011. Sie wird dem Rechner eingegeben, der auf der Grundlage eines Programms die Rechnung durchführt und eine Dualzahl ausgibt, die, in eine Dezimalzahl verwandelt, das Ergebnis liefert. Die Genauigkeit des Ergebnisses wird nur von der Größe (den Kosten) der Rechenanlage bestimmt.
Welchen Betrag $\sqrt{75}$ hat, kann man aber auch auf »analogem« Wege feststellen, indem man den Läufer eines Rechenstabes auf 75 an der Quadratskale einstellt und dann den entsprechenden Wert abliest. Aber selbst der geübteste Rechner würde für $\sqrt{75}$ bei diesem Verfahren keinen genaueren Wert als etwa 8,66 angeben können. Bei diesem Verfahren werden die Zahlen durch Strecken ersetzt. Die erreichbare Genauigkeit wird durch die Ablesegenauigkeit beschränkt.
Für die technische Praxis genügt jedoch eine derartige Genauigkeit in den meisten Fällen. Das ist auch die Erklärung dafür, daß Rechenstäbe so beliebt sind und daß Analogrechner heute noch in so großem Umfang angewendet werden.
Für den weiteren Verlauf dieses Buches gliedern wir die Geräte, die wir beschreiben und erklären, in Analog- und Digitalrechner.

2. Analogrechner

Wir beginnen mit den Analogrechnern, weil sie die wenigsten Vorkenntnisse sowie den geringsten Aufwand an Material und Werkzeugen, also auch weniger Kosten erfordern.
Zum Bau der nach mechanischen Prinzipien arbeitenden Modelle benötigen wir nur Werkzeuge, die in jeder Schul- und Bastlerwerkstatt vorhanden sind. Unsere Modelle, die auf der Grundlage der Gesetze der Elektrizitätslehre arbeiten, sind zwar anspruchsvoller, erfordern aber trotzdem weniger Kenntnisse, Werkzeuge und Kosten als der Bau selbst eines einfachen Rundfunkempfängers.

2.1. Mechanische Analogrechner

Wir sahen in den vorangehenden Abschnitten, daß der bekannte Rechenstab im Grunde ein Analogrechner ist: Wenn man auf der Streckeneinteilung der Skale zwei Zahlen einstellt, erhält man durch Ablesen sofort ihr Produkt oder ihren Quotienten. In ähnlicher Weise kann man die zweite oder dritte Potenz irgendeiner Zahl oder aber deren Quadrat- oder Kubikwurzel ablesen. Der Rechenstab ist also ein zwar einfacher, aber recht brauchbarer Rechner.
Ähnliches gilt für zahlreiche Geräte des täglichen Lebens und der Technik. So ist die Geschwindigkeit der rotierenden Scheibe eines Stromzählers eine Funktion der Spannung und der angelegten Stromstärke. Die Zahl der in einem Monat abgelaufenen Umdrehungen ist der in einem Monat vom Strom geleisteten Arbeit proportional. Der Stromzähler ist demnach ein Analogrechner. Die Ablesegenauigkeit ist dabei unwesentlich; denn ein eventueller Überschuß oder Fehlbetrag wird einfach in den folgenden Monat übernommen.

Der Ausschlag des Tachometers eines Kraftwagens ist der Drehzahl eines Rades proportional. Dieses wiederum ist dem je Sekunde zurückgelegten Weg und damit auch der Geschwindigkeit proportional. Es ist also berechtigt, die vom Tachometerzeiger überstrichene Skale unmittelbar nach der Geschwindigkeit zu eichen. Demnach zählt auch ein Tachometer zu den Analogrechnern. Das gleiche gilt für die Taxameter in Taxis, für Gas- und Wasserzähler in unserer Wohnung usw.
Unterscheiden wir nun, wie man solche Rechenoperationen mit einfachen physikalischen Mitteln ausführen kann. Derart einfache Mittel kehren übrigens auch in den Bauelementen oder Operationseinheiten komplizierter Analogrechner wieder. Wir könnten sie als Addierwerke, Subtrahierwerke, Multiplizierwerke usw. bezeichnen.
Die Lösung einer konkreten Aufgabe (z. B. die Berechnung des Volumens des auf S. 20 genannten Kegels) besteht in der Ausführung von bestimmten Operationen in einer festgelegten Reihenfolge. Der dafür erforderliche Analogrechner ist aus soviel Operationseinheiten zusammenzustellen wie Teiloperationen in der Aufgabe enthalten sind. (So wären z. B. für die Berechnung des Kegelvolumens 3 Multiplikationen und eine Division erforderlich:

$r \cdot r,\ r^2 \cdot \pi,\ r^2\pi \cdot h$ und $r^2\pi h : 3$.)

2.1.1. *Mechanisch addieren*

Auf Bild 1 sehen wir drei Rollen. Von diesen können die beiden äußeren auf- und abbewegt und dabei an jeder beliebigen Stelle fixiert werden. Die mittlere Rolle ist an einem Faden frei aufgehängt; die beiden Enden dieses Fadens sind an einer unbeweglichen Unterlage befestigt. Wird eine der beiden äußeren Rollen gehoben oder gesenkt, dann hebt oder senkt sich auch die mittlere Rolle um die gleiche Strecke. Werden dagegen beide äußeren Rollen gehoben oder gesenkt, dann hebt oder senkt sich die mittlere um soviel wie die beiden äußeren zusammengenommen. Bezeichnen wir nun die Strecke, um die die linke Rolle angehoben wird, mit a, um die die rechte

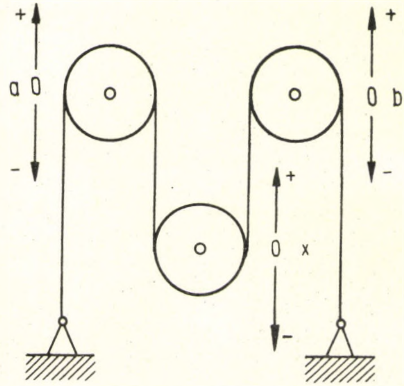


Bild 1. Funktionsprinzip einer mechanischen Addier-Subtrahier-Maschine

Rolle angehoben wird, mit b, um die die mittlere Rolle angehoben wird, mit x, dann folgt

$$a + b = x.$$

Unsere einfache Anordnung ist also ihrem Wesen nach eine kleine mechanische Addiermaschine oder aber das Addierwerk eines mechanischen Analogrechners.

Wenn wir der Aufwärtsbewegung ein positives, der Abwärtsbewegung ein negatives Vorzeichen zuschreiben, ergibt die Verschiebung der mittleren Rolle die Summe der Verschiebung der beiden äußeren mit dem entsprechenden Vorzeichen. Mit anderen Worten: Wir können mit Hilfe dieser Anordnung auch subtrahieren.

Aufbau und Wirkungsweise werden verständlicher, wenn wir an Stelle der Prinzipzeichnung Bild 2 betrachten, das die Zeichnung der ausgeführten Maschine zeigt. Auf eine feste Unterlage wird eine Furnierplatte mit den Abmessungen 40 cm × 60 cm gestellt (ein altes Reißbrett entsprich' den Anforderungen vollkommen). An den Rollen werden ·ger aus Pappe angebracht. Die beiden äußeren Rollen we.den

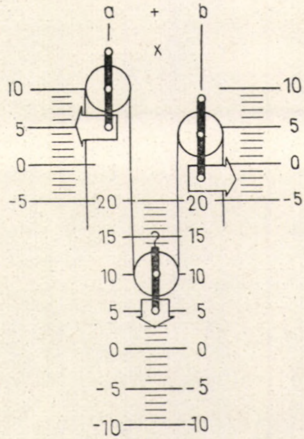


Bild 2. Mechanische Addier-Subtrahier-Maschine

mit Einsteckwellen versehen und in die Furnierplatte entlang der Linien a und b in gleichmäßigem Abstand Löcher gebohrt. Für die Zeiger wird eine Skale hergestellt, die bei den beiden äußeren Rollen die Werte -5 bis $+10$, bei der mittleren dagegen die Werte -10 bis $+20$ umfaßt. Die positiven Zahlenwerte werden mit roter Farbe, die negativen mit blauer gekennzeichnet. Die beiden zu addierenden Zahlen werden der Maschine über die Rollen a und b eingegeben; die Summe kann sofort am Zeiger der Rolle x abgelesen werden.

Es können auch Bruchzahlen addiert werden, und auch die Summe kann eine solche darstellen. Wenn man an Stelle der Löcher einen Schlitz anbringt und die beiden äußeren Rollen z. B. durch eine Schraube mit Mutter befestigt, dann eignet sich unsere Maschine innerhalb der gegebenen Wertgrenzen zur Addition und Subtraktion von ganzen und gebrochenen Zahlen.

Befestigt man nicht die beiden Enden des Fadens, sondern die beiden äußeren Rollen und bezeichnet man die Verschiebung der beiden Fadenenden mit a und b, dann verschiebt sich die mittlere Rolle nach der folgenden, bereits etwas komplizierteren Funktion:

$$y = \frac{a + b}{2}.$$

Formulieren können wir dies so: Die mittlere Rolle gibt die Hälfte der Summe der beiden eingespeisten Zahlen, d. h. das arithmetische Mittel an. Geht man von den Operationen aus, so bedeutet dies, daß ein derartiger Analogrechner außer der Addition zweier Zahlen auch die Division durch 2 ausführt.

2.1.2. *Mechanisch multiplizieren*

Die Multiplikation und Division kann man mit mechanischen Hilfsmitteln (z. B. mit der in Bild 3 dargestellten einfachen Anordnung) vornehmen. Wird die Scheibe A gedreht, dann dreht sich auch das darauf angedrückte Rad B. Ist die Strecke R zwischen dem Berührungspunkt von Scheibe und Rad und dem Mittelpunkt der Scheibe z. B. zweimal so groß wie der Radius r des Rades, dann bewirkt eine (oder allgemein n) Umdrehung der Scheibe zwei (oder allgemein $2n$) Umdrehungen des Rades. Wenn aber allgemein gilt $R/r = k$, die Zahl

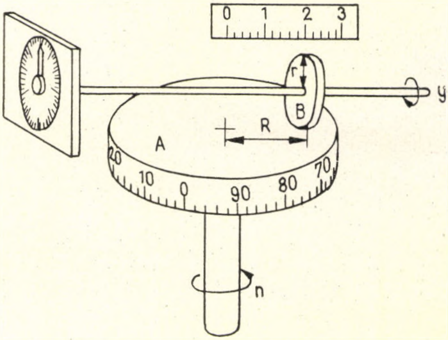


Bild 3. Mechanische Multiplizier-Dividier-Maschine

der Umdrehungen der Scheibe mit n, die des Rades mit y bezeichnet wird, dann gilt die Beziehung

$$k \cdot n = y.$$

Der Radius der Scheibe sei z. B. $R = 20$ cm. Ihre Achse wird in einem Gestell befestigt und die Scheibe mit einer Feder an das darüber befindliche kleine Rad gedrückt, das einen Radius von $r = 2{,}5$ cm hat. Das kleine Rad kann auf seiner Achse beliebig verschoben werden, die am Gestell der ganzen Anordnung befestigt ist. (Das Gestell ist in Bild 3 nicht angegeben.) Der erste Faktor, d. h. k, wird durch Verschieben des kleinen Rades eingestellt, der zweite, n, durch die Anzahl der Umdrehungen der Scheibe. Das Produkt kann am Drehzahlzähler des kleinen Rades abgelesen werden.
Ist k kleiner als 1, z. B. $^1/_4$, dann dividieren wir die Drehzahl der Scheibe durch 4. Unser Rechner ist also auch eine Diviermaschine. Wenn wir dem Drehsinn ein Vorzeichen zuordnen und das kleine Rad in den Bereich links vom Mittelpunkt der Scheibe verschieben, erhalten auch die Multiplikation und die Division von negativen Zahlen einen Sinn. Schließlich kann man durch Drehen der Scheibe in die entgegengesetzte Richtung auch alle Fälle der Multiplikation und Division von Zahlen mit verschiedenen Vorzeichen realisieren.
Bei komplizierteren Rechnern kann man die Strecke zwischen Rad und Scheibenmittelpunkt kontinuierlich ändern und dadurch auch höhere Rechenoperationen ausführen.

2.2. Elektrische Analogrechner

Vor mehr als hundert Jahren entwarf Babbage eine mechanische Rechenmaschine. Da die Feinmechanik damals noch keinen ausreichenden Entwicklungsstand erreicht hatte, war seinen Absichten kein Erfolg beschieden. Heute würde man aus einer ganzen Reihe von Gründen gar nicht mehr versuchen, komplizierte und aufwendige mechanische Rechner zu bauen. Die Geschwindigkeit derartiger Rechner ist begrenzt, ihre Funktion mit Mängeln behaftet; ihre Dimensionierung wäre gigantisch und die Rechner sehr teuer.

Gegenwärtig arbeitet man auch beim Bau von Experimentierrechnern lieber mit elektrischen Stromkreisen und Geräten. Das hat seine Ursache einerseits darin, daß elektrischer Strom überall und billig zur Verfügung steht und daß die elektrischen Geräte genauer arbeiten. Andererseits arbeiten die elektrischen Geräte bedeutend schneller als die mechanischen.

2.2.1. Elektrisch addieren

Unter Verwendung von mehreren voneinander unabhängigen Stromquellen kann man z. B. auf der Grundlage von Bild 4 einen elektrischen Additions-Subtraktions-Rechner bauen. Grundlage seiner Funktion ist die aus der Elektrizitätslehre bekannte Regel, daß sich in Reihe geschaltete Spannungen addieren.

Als Stromquellen sollen z. B. drei Taschenlampenbatterien dienen. Jede dieser Batterien wird mit den beiden äußeren Anschlüssen jeweils eines 100-Ω-Potentiometers verbunden. Durch die Potentiometer fließt nach dem Ohmschen Gesetz ein Strom von

$$I = \frac{U}{R} = \frac{4{,}5\,\mathrm{V}}{100\,\Omega} = 45\,\mathrm{mA} \quad (4{,}5\,\mathrm{V} \mathrel{\widehat{=}} 4500\,\mathrm{mV})\,.$$

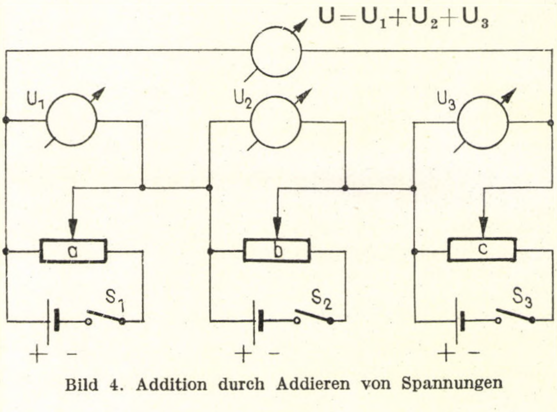


Bild 4. Addition durch Addieren von Spannungen

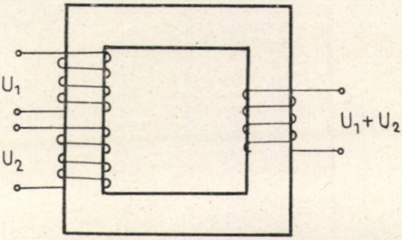


Bild 5. Addition mit Hilfe eines Transformators

Zwischen einen äußeren Anschluß und den Schleifer jedes Potentiometers wird ein empfindliches Voltmeter geschaltet. In diesem Fall kann man durch Drehen des Schleifers am Potentiometer jede Spannung zwischen 0 und 4,5 V abnehmen. Legt man 0,1 V als Einheit zugrunde, ist an den Potentiometern jede beliebige »Zahl« zwischen 0 und 45 einzustellen. Stellt man die zwei oder drei zu addierenden Zahlen in dieser Form an den Potentiometern *a*, *b* und *c* ein, kann man die Summe am vierten Spannungsmesser ablesen. Ist eine der zu addierenden Zahlen negativ, wird die entsprechende Spannungsquelle mit entgegengesetzter Polarität eingeschaltet.
Werden die Drehknöpfe der Potentiometer mit Spannungsskalen versehen, dann genügt bereits ein einziges Voltmeter. In diesem Fall werden die zu addierenden Zahlen auf den Skalen eingestellt, die Summe dagegen am Meßinstrument abgelesen.
Auch das Funktionsprinzip eines Transformators kann für die Anfertigung eines Addier- und Subtrahierwerks genutzt werden. Entsprechend Bild 5 trägt ein geschlossener Eisenkern zwei Spulen mit gleicher Windungszahl und gleichem Wicklungssinn. Eine dritte Spule hat die gleiche Anzahl Windungen, ist aber in entgegengesetztem Sinn gewickelt. Wird nun z. B. an die erste Spule eine Wechselspannung von $U_1 = 5$ V angelegt, kann man von der dritten eine Wechselspannung von $U_3 = 5$ V abnehmen. Das gleiche tritt ein, wenn man nur an die zweite Spule eine Wechselspannung von $U_2 = 5$ V anlegt. Wird nun sowohl an die erste als auch an die zweite Spule eine Span-

nung gelegt, kann man von der dritten die Summe dieser beiden Spannungen abnehmen:

$$U_3 = U_1 + U_2.$$

Ist die zweite Spule im entgegengesetzten Wicklungssinn gewickelt, kann von der dritten Spule die Differenz der an die beiden ersten Spulen gelegten Spannungen abgenommen werden:

$$U_3 = U_1 - U_2.$$

Also kann auch ein Transformator zur Herstellung eines Addier-Subtrahier-Werks verwendet werden.

Elektronische Addition. Die Potentiometer und Transformator-Addier-Subtrahier-Werke weisen bestimmte Nachteile auf, die man durch Anwendung von Verstärkerelementen mit Elektronenröhren und Transistoren umgehen kann.

In Bild 6 sehen wir zwei als Verstärker parallelgeschaltete Trioden. Durch richtige Wahl der Widerstände kann man erreichen, daß die Verstärkung gerade 1 : 1 beträgt. Gibt man

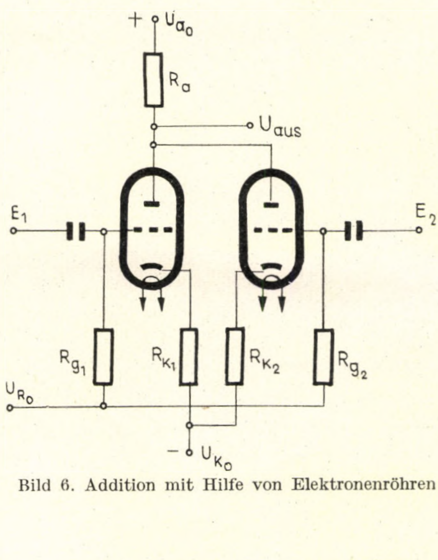


Bild 6. Addition mit Hilfe von Elektronenröhren

an E_1 ein beliebiges Wechselspannungssignal, erscheint am gemeinsamen Anodenwiderstand R_a der Röhre in jedem Augenblick eine gleich große Spannung U_{aus}. Das gleiche geschieht, wenn ein Signal an E_2 gegeben wird. Werden nun an beide Eingänge E_1 und E_2 gleichzeitig Signale gegeben, erscheint am Ausgang die Summe der Beträge dieser Signale.
Dies ist das Prinzip eines Elektronenröhren-Addier-Subtrahier-Werks. Seine technische Ausführung ist allerdings etwas komplizierter.

2.2.2. *Elektrisch multiplizieren*

Wir legen an die beiden äußeren Anschlüsse des Potentiometers (Spannungsteiler) in Bild 7 eine Spannung von z. B. 10 V. Steht z. B. der mit dem Pfeil gekennzeichnete Schleifer bei dem 0,7ten Teil des Widerstandes, wird die Spannung zwischen der oberen Zuleitung und dem Schleifer $0{,}7 \cdot 10\text{ V} = 7\text{ V}$ betragen. Allgemein formuliert: Ist der Widerstand des gesamten Potentiometers R, der des Teils, von dem die Spannung abgenommen wird, r, erhält man eine Ausgangsspannung von

$$y = \frac{r}{R} \cdot U = k \cdot U .$$

Unser Potentiometer stellt also tatsächlich ein Multiplizierwerk dar. Der eine Faktor ist die Eingangsspannung U, des andere, und zwar k, wird am Potentiometer eingestellt. Das

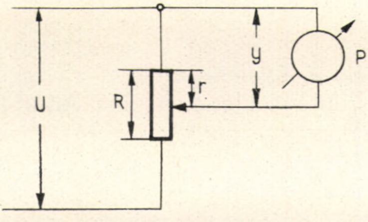


Bild 7. Multiplikation und Division mit Hilfe eines Potentiometers

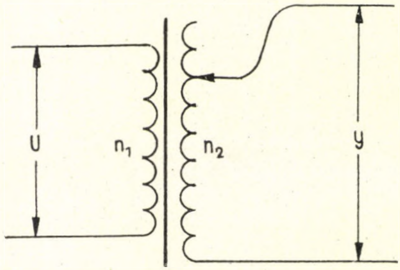


Bild 8. Multiplikation und Division mit Hilfe eines Transformators

Produkt ergibt sich aus der Ausgangsspannung y. Der Faktor k kann jedoch immer nur kleiner als 1 sein. Dadurch ist diese Anordnung eigentlich nur ein Dividierwerk.

Bei einem Transformator-Multiplizierwerk können beide Faktoren größer als 1 sein (Bild 8). Es ist als »Toroidtransformator« ausgeführt: Die Primärwicklung des Transformators befindet sich auf einem ringförmigen Eisenkern, darauf in einer einzigen Lage die Sekundärwicklung. Auf einer Seite des Rings wird die Isolierung von der Sekundärwicklung abgeschliffen und ein Schleifer ähnlich wie beim Potentiometer angebracht. Durch dessen Drehen kann die Anzahl der Sekundärwindungen (und dadurch auch die Sekundärspannung) verändert werden. Es gilt also offensichtlich

$$y = \frac{n_2}{n_1} \cdot U = k \cdot U \, .$$

Dabei ist U die Eingangsspannung, n_1 die Anzahl der Windungen der Primärwicklung, n_2 die Anzahl der Windungen der Sekundärwicklung und y die Ausgangsspannung. Der eine Faktor (U) wird durch die Eingangsspannung, der andere (k) mit Hilfe des drehbaren Spannungsabnehmers am Transformator eingestellt. Die Ausgangsspannung ergibt das Produkt y.

2.2.3. *Elektronisch multiplizieren*

Jeder Elektronenröhren- oder Transistorverstärker ist im Prinzip ein elektronisches Multiplizierwerk. Der Verstärkungsfaktor unseres Elektronenröhrenverstärkers soll z. B. 10 betragen. Das bedeutet, daß das Ausgangssignal bei jedem beliebigen Eingangssignal 10mal größer ist als dieses. Unser Verstärker kann als ein Multiplizierwerk betrachtet werden, bei dem der eine Faktor konstant, im vorliegenden Fall 10 ist.

Die Prinzipschaltung zeigt die Multiplikation auf der Grundlage des Ohmschen Gesetzes (Bild 9). Als veränderbare Spannungsquelle dient das Potentiometer P. Ein Ausgang des Widerstands R wird mit dem Schleifer des Potentiometers P verbunden, das eine empirische Skale erhält.

Der eine Faktor wird am Widerstand R eingestellt, der andere am Amperemeter I durch Verstellen des Potentiometers P. Das Produkt kann am Voltmeter U abgelesen werden. Nach dem Ohmschen Gesetz gilt

$$I \cdot R = U.$$

Es kann mit der gleichen Schaltung dividiert werden, wenn man den Dividenden über das Voltmeter eingibt, den Divisor

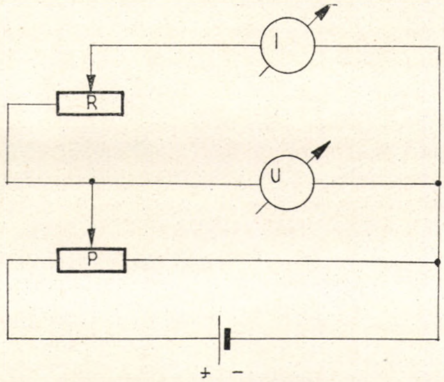


Bild 9. Multiplikation und Division auf der Grundlage des Ohmschen Gesetzes

dagegen über den Widerstand R. Der Quotient kann dann am Amperemeter I abgelesen werden. Auch hier gilt das Ohmsche Gesetz

$$\frac{U}{R} = I .$$

Gibt die Spannungsquelle eine Spannung von 10 V ab, hat das Voltmeter einen Meßbereich von 10 V und das Amperemeter einen solchen von 10 mA, dann können z. B. für die Potentiometer P und R mit 3 W belastbare Drahtpotentiometer von 100 Ω verwendet werden.

2.3. Einfacher elektrischer Analogrechner

Auf der Grundlage der im vorangehenden Abschnitt erläuterten Gedanken kann man den Bau eines einfachen und brauchbaren kleinen elektrischen Analogrechners in Angriff nehmen. Dieser Rechner ist in der Lage, die vier Grundrechenarten Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren auszuführen.
Beim Bau dieses Rechners wenden wir die erste und letzte der im Abschnitt 2.2. beschriebenen Möglichkeiten an. Weil uns nur die Mittel eines Amateurs zur Verfügung stehen, dürfte die Genauigkeit des Rechners für tatsächliche Berechnungen allerdings kaum ausreichen. Er ist jedoch ausgezeichnet geeignet, uns und anderen die Funktionsprinzipien der Analogrechner verständlich zu machen.
Die Schaltung des von uns zu bauenden Geräts ist in Bild 10a, das Gerät selbst in Bild 10b dargestellt. In das Gerät sind 3 Potentiometer (ax, a, b) und zwei zweipolige Umschalter (S_1 und S_2) eingebaut. Die beiden Stromquellen und die drei Meßinstrumente werden nur bei Vorführungen angeschlossen. Dadurch wird der Betrieb billiger.
Die beiden Stromquellen von etwa 10 V können auch aus Taschenlampenbatterien zusammengestellt werden. I und III sind Voltmeter; der Meßbereich von I umfaßt 10 V, der von III 20 V. Es können auch Meßgeräte mit anderen Meß-

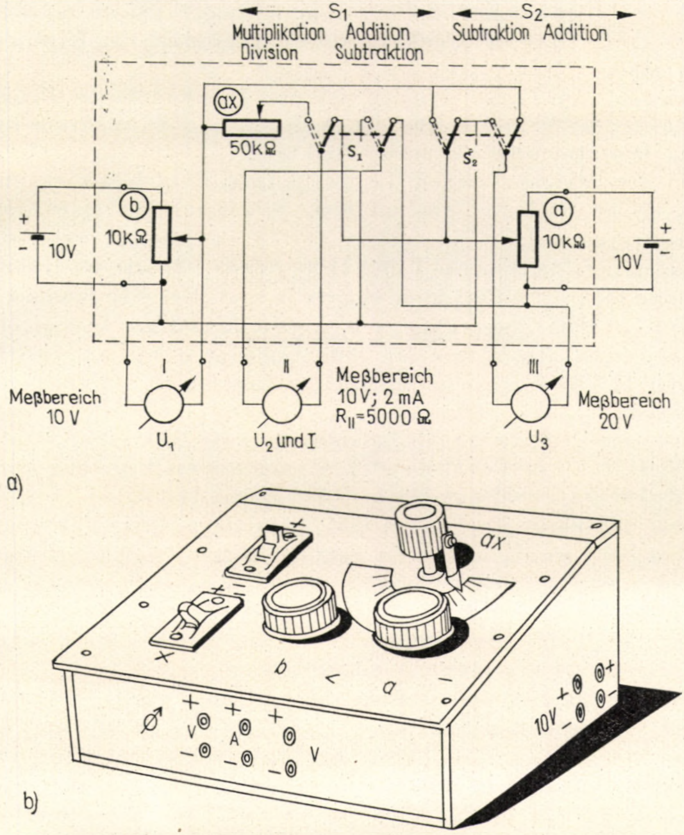


Bild 10. Einfacher elektrischer Analogrechner
a) Schaltbild; *b)* Rechner

bereichen verwendet werden, dann sind aber eventuell auch die Spannungsquellen zu verändern.

Das Meßinstrument II wird bei Addition und Subtraktion zur Spannungsmessung, bei Multiplikation und Division zur Strommessung verwendet. Auch für diesen Zweck benutzt man am besten ein Voltmeter mit einem Meßbereich von 10 V, dessen Innenwiderstand für Strommessungen jedoch bekannt sein muß. Über die Funktion dieser Anordnung ist folgendes zu sagen:

Addition. Am Gerät befinden sich drei Drehknöpfe der Potentiometer ax, b und a. Bei der Addition und Subtraktion hat das Potentiometer ax keine Funktion.

Bei der Addition stehen die zweipoligen Umschalter S_1 und S_2 in der Stellung, die auf dem Schaltbild mit einer dick ausgezogenen Linie angegeben ist. Es ist günstig, wenn die Skalen der Instrumente I und II in jeweils 100, die des Instruments III in 200 Einheiten eingeteilt sind. Der eine Summand wird mit dem Potentiometer b eingestellt und am Instrument I abgelesen, der andere am Potentiometer a und am Instrument II; die Summe kann dann am Instrument III abgelesen werden.

Verfolgen wir diesen Gedankengang mit Hilfe des Schaltbildes: Die am Potentiometer b eingestellte Spannung wird mit der am Potentiometer a in Reihe geschaltet. Am Instrument III kann die Summe der Spannung abgelesen werden. Alles läuft so ab, wie es im vorangehenden Abschnitt bereits prinzipiell dargestellt wurde.

Subtraktion. Bei der Subtraktion bleibt der Schalter S_1 in Rechtsstellung, der Schalter S_2 dagegen wird nach links geschaltet (wie gestrichelt angegeben).

Auch in diesem Fall werden die an den Potentiometern a und b eingestellten Spannungen in Reihe geschaltet, die Pole des Potentiometers a haben wir aber vertauscht. Dadurch werden die beiden Spannungen nicht addiert, sondern die eine wird von der anderen subtrahiert. Am Potentiometer a wird der größere Betrag eingestellt (der zu verringern ist), am Potentiometer b dagegen der kleinere (um den der bei a eingestellte zu vermindern ist). Es gilt also $U_2 - U_1 = U_3$, d. h., $a - b = x$. Um auch dann subtrahieren zu können, wenn der Subtrahent größer ist als der Betrag, von dem zu subtrahieren ist, wäre ein Instrument mit in der Skalenmitte liegendem Nullpunkt notwendig, das aber schwer zu bauen wäre.

Multiplikation und Division. Bei der Multiplikation und Division wird der Schalter S_1 in Linksstellung gebracht. Die Stel-

lung des Schalters S_2 ist dann neutral. Wir benötigen nur die linke Stromquelle, die Potentiometer ax und b sowie die Instrumente I und II.
Die Multiplikation und Division werden auf der Grundlage des Ohmschen Gesetzes ausgeführt: $R \cdot I = U$. Die Spannung wird am Meßinstrument I, die Stromstärke am Meßinstrument II abgelesen. Der im Stromkreis vorhandene Widerstand wird auf das Potentiometer ax eingestellt und das Ergebnis an der neben der Anzeige des Potentiometers befindlichen Ziffernskale abgelesen.
Die Skale des Potentiometers ax wird am besten geeicht. Für die jedoch, die den empirischen Weg auch rechnerisch verfolgen wollen, geben wir die Berechnung an.
Was geschieht, wenn der Widerstand ax überhaupt nicht eingeschaltet ist? Die Instrumente I und II sind dann als Voltmeter gleichen Meßbereichs parallel geschaltet, zeigen aber am Potentiometer b eingestellte Spannung und somit die gleiche Zahl an. Das Instrument II zeigt den einen Faktor, das Meßgerät I dagegen das Produkt an. Ein Produkt kann nur dann immer gleich dem einen Faktor sein, wenn der andere 1 ist. An die linke Seite des Widerstands ax ist also die Ziffer 1 zu schreiben.
Die Ziffer 2 ist an die Stelle auf dem Widerstand ax zu schreiben, an der 5000 Ω markiert sind, bei einer Maßangabe in Dreierstufen bei 10 000 Ω usw. Schließlich wird die Ziffer 10 an das Zeichen für 45 000 Ω geschrieben.
Überprüfen wir mit den Daten unserer Meßinstrumente die beiden Grenzwerte. Nach dem Ohmschen Gesetz gilt

$$R \cdot I = U$$

oder im vorliegenden Fall unter Berücksichtigung des Innenwiderstands des Instruments

$$(ax + R_1) \cdot I = U.$$

Ist $ax = 0$, der Innenwiderstand des Instruments II als 10-V-Voltmeter 5000 Ω und beträgt sein Endausschlag als

Grundgerät 2 mA, dann erreicht es seinen Endausschlag in Wirklichkeit bei

$$U = (0 + 5000)\ \Omega \cdot 2\ \text{mA} = 10\ \text{V}.$$

Ist $ax = 45\,000\ \Omega$, dann zeigt 1/10 des Instruments II diesen Wert an, also wird das Instrument I auch bei 0,2 mA bereits den Endausschlag zeigen, weil

$$U = (45\,000 + 5000)\ \Omega \cdot 0{,}2\ \text{mA} = 10\ \text{V}.$$

Ausgeführt wird die Multiplikation wie folgt:
Am Potentiometer *ax* stellen wir den einen Faktor ein. Das Potentiometer *b* wird solange verstellt, bis am Instrument II der andere Faktor erscheint. Dann kann am Instrument I das Produkt abgelesen werden.
Das Dividieren beruht ebenfalls auf dem Ohmschen Gesetz

$$\frac{U}{R} = I.$$

Der Dividend wird mit Hilfe des Potentiometers *b* am Instrument I eingestellt, der Divisor am Widerstand *ax*, und der Quotient kann dann am Instrument II abgelesen werden. Wir sehen also, daß unser kleiner Analogrechner tatsächlich eine gemeinsame Anwendung der im Abschnitt 2.2. beschriebenen ersten und letzten Möglichkeit darstellt. Bei den in den folgenden Abschnitten behandelten Analogrechnern werden auch andere Prinzipien Anwendung finden.

2.4. Potentiometer-Analogrechner

Analogrechner werden oft nur für die Lösung eines speziellen Problems entwickelt. Der im folgenden behandelte Analogrechner ist auch in dieser Hinsicht typisch. Man kann mit seiner Hilfe ein Gleichungssystem 1. Grades mit zwei Unbekannten lösen. Nebenbei »kann« er noch mehr. Sein wirklicher Anwendungsbereich und seine Aufgabe besteht jedoch darin, das genannte Gleichungssystem zu lösen.

Das Schaltbild des Rechners ist in Bild 11a, der Rechner in Bild 11b dargestellt.

Gleichungssystem mit zwei Unbekannten. Für welche x- und y-Werte gelten die folgenden beiden Gleichungen:

$$2x + y - 8 = 0$$

$$-x + 4y - 5 = 0$$

Betrachtet man nur die eine Gleichung, erkennt man, daß ihr unendlich viele Zahlenpaare genügen (z. B. wenn $x = 4$ und $y = 0$, oder wenn $x = 2$ und $y = 4$, oder wenn $x = 3$ und $y = 2$ usw.). Desgleichen findet man unendlich viele Zahlenpaare, die die zweite Gleichung erfüllen. Es gibt jedoch nur ein Zahlenpaar, das beide Gleichungen erfüllt, und zwar $x = 3$ und $y = 2$.

Alle Gleichungssysteme 1. Grades mit zwei Unbekannten kann man in der folgenden allgemeinen Form schreiben:

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

In unserem Gleichungssystem entsprechen

$$a_1 \mathrel{\hat{=}} 2;\ b_1 \mathrel{\hat{=}} 1;\ c_1 \mathrel{\hat{=}} -8;\ a_2 \mathrel{\hat{=}} -1;\ b_2 \mathrel{\hat{=}} 4;\ c_2 \mathrel{\hat{=}} -5.$$

Die Gleichungssysteme 1. Grades mit zwei Unbekannten unterscheiden sich nur in den Zahlen, die als Koeffizienten bezeichnet werden.

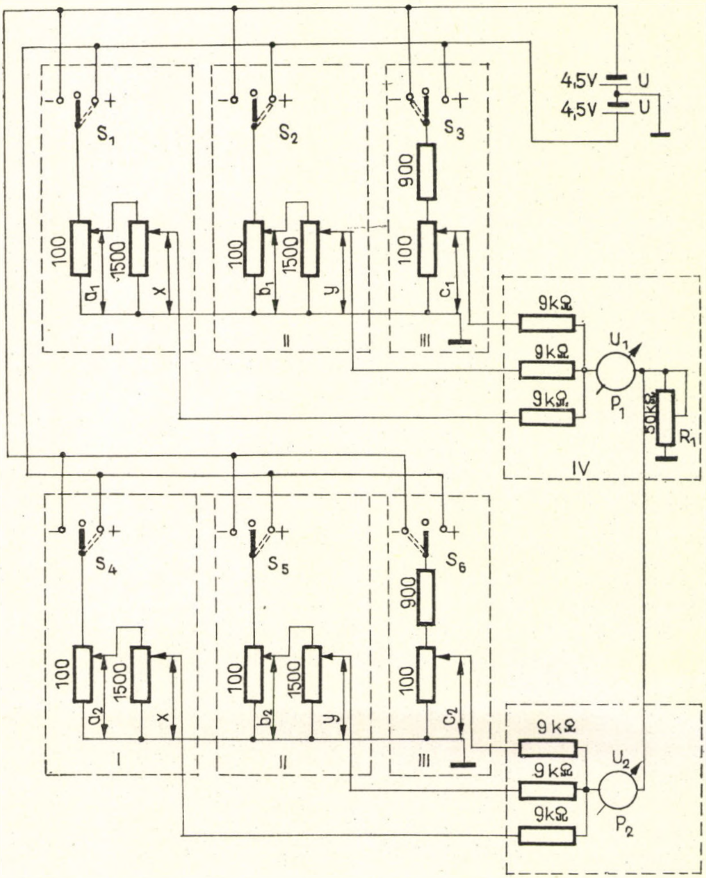
Wenn wir das, was wir soeben über diese Art von Gleichungssystemen wiederholt haben, weiter analysieren, können wir die Anforderungen an unseren Rechner festlegen.

a) Wir müssen dem Rechner mitteilen, welche Zahlen in dem zu lösenden Gleichungssystem den Koeffizienten a_1, b_1, c_1 sowie a_2, b_2 und c_2 entsprechen.

b) Diese Zahlen mit ihren Vorzeichen müssen am Rechner einstellbar sein.

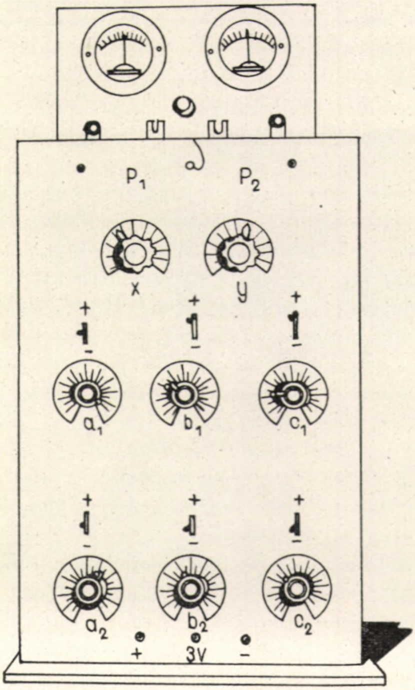
c) Um die beiden Unbekannten x und y suchen zu können, müssen sich am Rechner zwei verstellbare Elemente befinden. Die Unbekannten können selbstverständlich sowohl positive als auch negative Werte haben.

d) Der Rechner muß eine Einrichtung enthalten, die anzeigt, wann die Unbekannten tatsächlich gefunden sind.
e) Die Gleichungen bestehen aus drei Gliedern, von denen die beiden ersten Produkte darstellen. Unser Rechner muß also multiplizieren können. Darüber hinaus muß er die beiden



a)

Bild 11. Potentiometer-Analogrechner
a) Schaltbild; *b)* Rechner



b)

Produkte und das dritte Glied addieren können; er kommt also nicht ohne Multiplizier- und Addierwerke aus.

Bedienung des Rechners. Der in Bild 11b gezeigte Analogrechner für Unterrichts- und Demonstrationszwecke erfüllt alle Anforderungen, die schematisch unter *a)* bis *e)* genannt sind. Die 6 Koeffizienten des Gleichungssystems können an den mit Buchstaben gekennzeichneten 6 unteren Potentiometern eingestellt werden.

Die Vorzeichen der Konstanten können mit Hilfe der über den Knöpfen der Potentiometer befindlichen Umschalter eingestellt werden (sie haben eine Mittelstellung, in der sie ausgeschaltet sind).

Die Unbekannten x und y können mit den beiden durch x und y gekennzeichneten oberen Potentiometern gesucht wer-

den. (Auf die Vorzeichen der beiden Unbekannten wird noch später eingegangen.)
Die Nullstellung der beiden Meßinstrumente mit dem in der Skalenmitte liegenden Nullpunkt zeigt an, daß mit den Suchpotentiometern die Wurzeln des Gleichungssystems gefunden wurden.
Noch viel interessanter als das Rechnen mit einem Rechner ist das Verständnis seines Funktionsprinzips. Beim vorliegenden Rechner genügt es im wesentlichen, das Ohmsche Gesetz gründlich zu kennen. Untersuchen wir die Schaltung in Bild 11a. Die untere und die obere Hälfte des Schaltbildes haben eine vollkommen gleiche Form, wie es auch bei den beiden Gleichungen der Fall ist. Es genügt, wenn wir nur eine, z. B. die obere, untersuchen. Die drei, jeweils durch eine gestrichelte Linie umgebenen Teile des Schaltbilds (I, II und III) entsprechen dem ersten, zweiten und dritten Glied der Gleichung. Die Teile I und II stimmen völlig überein. Im Endergebnis genügt es also, sich mit den Teilen I und III des Schaltbildes näher zu befassen.
Der Teil I des Schaltbildes ist im wesentlichen eine neue Multiplikationseinheit oder auch ein Multiplizierwerk, wie es bisher noch nicht beschrieben wurde. Wegen seiner Bedeutung ist es in Bild 12 noch einmal gesondert dargestellt. Betrachten wir nun seine Funktion. Der Einfachheit halber setzen wir voraus, daß dem linken Potentiometer eine Spannung von 1 V zugeführt wird. Der Schleifer soll nun in einer Stellung

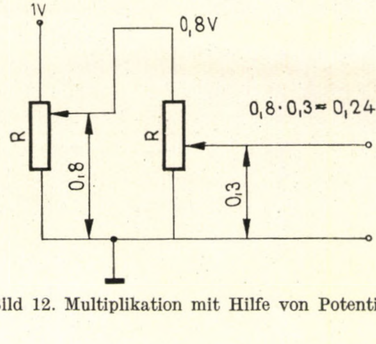


Bild 12. Multiplikation mit Hilfe von Potentiometern

stehen, die 0,8 des ganzen Potentiometerwiderstandes, vom unteren Ende gerechnet, entspricht. Dadurch erhält das rechts befindliche Potentiometer nur noch eine Spannung von 0,8 V. Steht sein Schleifer bei 0,3, dann wird nur 0,3 von 0,8 V, also nur 0,24 V weitergeleitet. Dies bedeutet, daß 0,8 und 0,3 miteinander multipliziert wurden. Diese Einheit kann daher mit Recht als Multiplikationseinheit bezeichnet werden.

Wie bereits zum Ausdruck gebracht wurde, kann man mit Potentiometern eine gegebene Spannung nur teilen. Eine Teilung kann man aber auch als Multiplikation betrachten, bei der ein Faktor kleiner als 1 ist. Wenn wir z. B. durch 5 teilen, erhalten wir das gleiche Ergebnis wie bei der Multiplikation mit $^1/_5$ oder 0,2. Die Natur unseres Rechners macht es also erforderlich, mit Zahlen zu arbeiten, die kleiner oder höchstens gleich 1 sind. Übrigens arbeiten auch viele große Rechner mit Zahlen kleiner als 1.

Kommen wir nun zurück auf das angegebene Gleichungssystem 1. Grades mit zwei Unbekannten:

$$2x + y - 8 = 0$$
$$-x + 4y - 5 = 0$$

Dieses Gleichungssystem wird nun in eine Form gebracht, deren Koeffizienten kleiner sind als 1. Das kann man nach den Regeln der Algebra mit jeder Gleichung tun, indem man sie durch die größte darin enthaltene Zahl dividiert, im vorliegenden Fall die erste Gleichung also durch 8 und die zweite durch 5. Dann erhält man das Gleichungssystem:

$$0{,}25x + 0{,}125y - 1 = 0$$
$$-0{,}2\ x + 0{,}8\ \ y - 1 = 0$$

Dieses Gleichungssystem hat die gleichen Lösungen wie das ursprüngliche ($x = 3$ und $y = 2$), wovon wir uns durch einfaches Einsetzen überzeugen können. Die Koeffizienten kann man nunmehr mit Hilfe der Potentiometer a_1, b_1 und c_1 sowie a_2, b_2 und c_2, auf deren Skalen die Werte 0 bis 1 markiert sind, und mit Hilfe der über den Potentiometern befindlichen Vorzeichenschalter leicht in den Rechner eingeben.

Setzen wir der Einfachheit wegen wieder voraus, daß unsere Stromquellen eine Spannung von +1 V bzw. —1 V gegen Erde liefern. Dann gibt das Potentiometer a_1 offensichtlich eine Spannung von 0,25 V an das Potentiometer x weiter und das Potentiometer b_1 eine solche von 0,125 V an das Potentiometer y. Befinden sich nun die Potentiometer x und y gerade in der Lösungsstellung, also bei 3 bzw. 2, dann gehen — unter der Voraussetzung, daß der Endausschlag 10 ist — vom Potentiometer x 0,25 V · 0,3 = 0,075 V weiter in das auf dem Schaltbild mit IV gekennzeichnete Addierwerk, vom Potentiometer y dagegen 0,125 V · 0,2 = 0,025 V. Wird nun das Potentiometer c_1 — bei einem Endausschlag von 1 — auf —1 eingestellt, dann gibt dieses wegen des neunfachen Vorwiderstands an das Addierwerk eine Spannung von —0,1 V ab (s. Bild 11).

Addiereinheit. Im Zusammenhang mit unserem Rechner lernen wir ein neues Addierwerk kennen, das eine sinnreiche Konstruktion darstellt. Zum besseren Verständnis haben wir die (auf dem Bild 11) mit IV gekennzeichnete Addiereinheit in Bild 13 gesondert aufgezeichnet. Es ist leicht einzusehen, daß durch ein zwischen dem gemeinsamen Punkt der drei Widerstände und die Erde geschaltetes Meßgerät kein Strom fließt, wenn an die drei gleich großen Widerstände auf die Erde bezogen eine Spannung angelegt wird, deren algebraische Summe Null ist (z. B. die drei obengenannten Spannungen: 0,075 V + 0,025 V — 0,1 V = 0 V). Durch die beiden oberen Widerstände muß nämlich soviel Strom in der einen Richtung

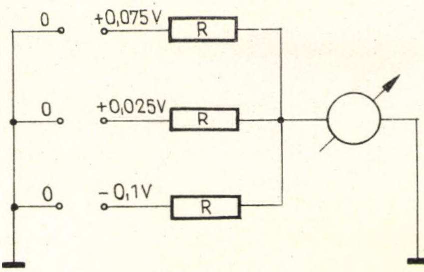


Bild 13. Addiereinheit

fließen wie durch den dritten in der entgegengesetzten. Dadurch bleibt das Meßinstrument stromlos.
Erfüllen die Spannungen diese Forderung nicht — mit anderen Worten, stehen die Potentiometer x und y nicht bei der Lösung —, fließt Strom durch das Gerät.
Stehen statt Stromquellen von $+1$ V bzw. -1 V z. B. nur Taschenlampenbatterien von 4,5 V (ebenso wie auf dem Schaltbild) zur Verfügung, ändert dies nichts an dem soeben dargelegten Tatbestand; jede Zahl wird lediglich mit 4,5 multipliziert.
Daten unseres Rechners. Die Daten der Potentiometer und der Widerstände können dem Schaltbild entnommen werden. Der Rechner kann auch unter Verwendung anderer Widerstandswerte gebaut werden. Es muß jedoch auf folgendes geachtet werden: Die Potentiometer x und y sollen etwa den zehnfachen Wert haben wie die Potentiometer, durch die die Koeffizienten eingegeben werden, da sich die Potentiometer andernfalls gegenseitig »beeinflussen«, was im folgenden kurz erläutert wird.
Die beiden Meßinstrumente unseres Rechners sind Gleichstrominstrumente für 0,5 mA mit einem in der Skalenmitte liegenden Nullpunkt. Es eignen sich jedoch auch 2-mA-Instrumente, wie sie z. B. als Demonstrationsmodelle in den oberen Klassen üblich sind. Es ist nicht erforderlich, die Instrumente in den Rechner einzubauen, es genügt, wenn sie über Bananenstecker angeschlossen werden. Als Schutzwiderstand wurde ein 50-kΩ-Potentiometer in die gemeinsame Erdleitung der Potentiometer geschaltet. Es wird vor der Inbetriebnahme des Rechners immer auf einen großen Widerstandswert gestellt, der erst nach der Feineinstellung der Ergebnisse allmählich verringert wird, weil sonst die Meßinstrumente leicht beschädigt werden können.
Die beiden Potentiometer x bzw. y haben eine gemeinsame Achse. Derartige Zwillingspotentiometer sind nicht leicht zu erhalten. Wir müssen deshalb zwei Potentiometer mit einer gemeinsamen Achse, die selbstverständlich aus Isolierstoff gefertigt sein muß, ausrüsten.
Lehren. Stellen wir beim Aufsuchen der Ergebnisse fest, daß die Meßinstrumente nicht gleichzeitig in Nullstellung gebracht

werden können, kann das zwei Ursachen haben. Einmal können die beiden Gleichungen einander widersprechen, wie die beiden folgenden:

$$2x + 3y - 5 = 0$$

$$2x + 3y - 10 = 0$$

Auch jetzt liefert der Rechner also ein richtiges Ergebnis, indem er angibt, daß dieses Gleichungssystem keine Lösung hat.
Es ist jedoch auch möglich, daß eines oder beide Ergebnisse negativ sind. Man sucht dann die Lösung, indem man die Vorzeichenschalter der x- oder y-Glieder beider Gleichungen bzw. aller 4 Glieder gleichzeitig in die entgegengesetzte Stellung bringt. Dadurch kann man auch die negativen Lösungen erhalten.
Stehen die Geräte bei mehreren Stellungen der x- und y-Potentiometer auf Null, gibt es also nicht nur ein Lösungspaar, so ist das ein Zeichen dafür, daß die beiden Gleichungen nicht unabhängig voneinander sind. Zum Beispiel:

$$x + 3y - 8 = 0$$

$$2x + 6y - 16 = 0$$

In diesem Fall liegt in Wirklichkeit nur eine Gleichung mit zwei Unbekannten vor, die durch unendlich viele Lösungspaare erfüllt ist.
Mit diesem Rechner kann man also die Lösungen eines Gleichungssystems 1. Grades mit zwei Unbekannten sehr gut untersuchen bzw. — wie sich die Mathematiker ausdrücken — die Lösungen des Gleichungssystems diskutieren.
Der Rechner kann jedoch mehr. Der Rechner kann als Addier- und Subtrahiermaschine Verwendung finden. Werden die Potentiometer a_1 und b_1 auf eine Einheit (0,1) eingestellt, erhält man die Summe der an den Potentiometern x und y eingegebenen Zahlen mit Hilfe des Potentiometers c_1. Mit diesem Verfahren kann man auch den fertigen Rechner »einspielen«. Wird dagegen der Schalter des Potentiometers b_1

ausgeschaltet, erhält man mit Hilfe des Potentiometers c_1 und seines Vorzeichenschalters das Produkt aus den mit Vorzeichen behafteten Zahlen, die mit den Potentiometern a_1 und x eingespeist wurden. Beim Dividieren wird der Dividend am Potentiometer c_1, der Divisor am Potentiometer a_1 eingestellt. Der Quotient wird mit dem Potentiometer x gesucht. Man sieht, daß mit dem Rechner sowohl positive als auch negative Zahlen addiert, subtrahiert, multipliziert und dividiert werden können.

Eine sehr große Rechengenauigkeit darf natürlich nicht erwartet werden, da der Rechner bereits vom Prinzip her ungenau ist. Stellte man z. B. das Potentiometer a_1 auf die Hälfte der Skale ein, dann würde von dort nur genau die halbe Spannung weitergeleitet, wenn das zweite Potentiometer das erste nicht belastete. Diese Forderung ist nicht voll zu erfüllen. Auch wenn das zweite Potentiometer 10mal so groß gewählt wird wie das erste, tritt eine merkliche Belastung auf, durch die vom ersten Potentiometer eine größere Spannung als erwünscht weitergegeben wird. Dies bezeichnen wir als gegenseitige Beeinflussung der Potentiometer. Diese prinzipielle Ungenauigkeit kann man durch Anwendung von Elektronenröhren umgehen.

Eine durch die Bauelemente bedingte Ursache der Ungenauigkeit liegt oft darin, daß die Potentiometer nicht völlig gleichen Widerstand haben oder nicht genügend linear sind. Diesen Mangel kann man durch eine entsprechende Auswahl der Potentiometer bzw. durch Anfertigung »individueller« Skalen beseitigen.

2.5. Analogrechner mit Wheatstonescher Brücke

Die Wheatstonesche Brücke wird in der Elektrotechnik sehr oft angewendet. Es lohnt sich, sie kennen zu lernen. Ihre Schaltung zeigt Bild 14. Je zwei Widerstände werden in Reihe geschaltet (im Bild x und a bzw. b und c) und dann parallel an die Pole der gleichen Stromquelle angeschlossen. An die Verbindungspunkte (P_1 bzw. P_2) der in Reihe geschalteten Widerstände wird ein empfindliches Meßinstrument mit einem

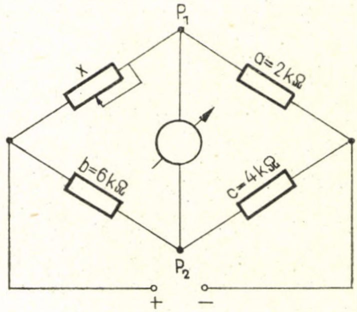


Bild 14. Wheatstonesche Brückenschaltung

in der Skalenmitte liegenden Nullpunkt geschaltet, jedoch erst dann, wenn man sich überzeugt hat, daß nicht die Gefahr einer Zerstörung dieses Geräts besteht!

Die Widerstände sollen z. B. folgende Werte aufweisen: $a = 2$ kΩ, $b = 6$ kΩ, $c = 4$ kΩ. Wie groß muß der Widerstand x sein, damit kein Strom durch das Meßinstrument fließt, oder — wie die Nachrichtentechniker sagen — wenn »die Brücke abgeglichen ist«?

Der Einfachheit halber betrage die an die Brücke gelegte Spannung 1 V. Da der untere Zweig einen Widerstand von (6 + 4) Ωk darstellt, beträgt der Spannungsabfall am 6-kΩ-Widerstand 0,6 V. Also muß auch die Spannung am Widerstand x um 0,6 V vermindert werden, wenn in der Brücke kein Strom fließen soll. Dies ist offensichtlich dann der Fall, wenn der Widerstand x 3 kΩ beträgt, weil mit diesem nur noch 2 kΩ in Reihe geschaltet sind. Kurz kann man das bisher Gesagte wie folgt zusammenfassen:

Für eine abgeglichene Brücke muß gelten:

$$\frac{x}{a} = \frac{b}{c}.$$

Damit wird

$$x = a \cdot \frac{b}{c}.$$

Für das obige Zahlenbeispiel ist dann zu schreiben:

$$x = 2 \cdot \frac{6}{4} = 3\,\mathrm{k}\Omega\,.$$

Man sieht, daß der Wert des unbekannten Widerstands x mit Hilfe der Wheatstoneschen Brückenschaltung bestimmt werden kann, wenn die anderen drei Widerstände bekannt sind. Die Wheatstonesche Brücke ist ein wichtiges Anwendungsgebiet der Widerstandsmessung. Uns interessiert jedoch vor allem, wie man diese Schaltung zur Ausführung algebraischer Operationen nutzen kann.

2.5.1. Addition und Subtraktion

Die Prinzipschaltung für die Addition ist in Bild 15 dargestellt. Die beiden mit c bezeichneten Widerstände sind gleich. Die Summanden werden an den Potentiometern a und b eingestellt, die Summe wird mit dem Potentiometer x gesucht. Bei abgeglichener Brücke gilt nämlich die Beziehung

$$\frac{x}{a+b} = \frac{c}{c}\,, \quad \text{d. h.} \quad x = a + b\,.$$

Unsere Schaltung arbeitet also tatsächlich als Addiermaschine.

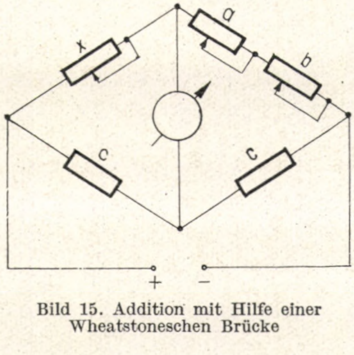


Bild 15. Addition mit Hilfe einer Wheatstoneschen Brücke

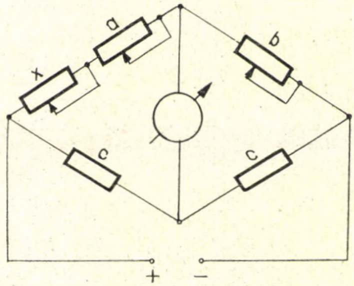


Bild 16. Subtraktion mit Hilfe einer Wheatstoneschen Brücke

Will man die hier beschriebene oder die im folgenden dargestellten Prinzipschaltungen für Demonstrationszwecke oder um Erfahrungen zu sammeln als Rechner ausführen, ist es am zweckmäßigsten, sich 5 veränderbare 10-kΩ-Widerstände (Potentiometer) zu beschaffen. Werden alle 5 Potentiometer z. B. mit jeweils einer 100er Skale versehen, dann kann man die Potentiometer a und b nicht vollständig ausnutzen, denn ihre Summe würde bereits 200 betragen. Schaltet man dagegen nur die Hälfte des linken Potentiometers c zu, können die Potentiometer a und b vollkommen ausgenutzt werden. Am Potentiometer x ist jedoch dann eine 200er Skale anzubringen.

Die Prinzipschaltung für die Subtraktion ist in Bild 16 angegeben. Ist die Brücke abgeglichen und fließt dadurch kein Strom durch das Meßinstrument, gilt für die Widerstände offensichtlich wieder die Beziehung

$$\frac{x+a}{b} = \frac{c}{c} \text{ bzw. } x + a = b.$$

Das heißt

$$x = b - a.$$

Der Minuend wird also am Potentiometer b, der Subtrahend am Potentiometer a eingestellt, d. h. in den Rechner eingespeist, die Differenz kann mit dem Potentiometer x gesucht werden. Bei der Wahl der Skale bzw. der Festlegung der Skaleneinheiten geht man wie für die Addition beschrieben vor.

2.5.2. *Multiplikation und Division*

Für die Multiplikation werden 4 gleiche 10-kΩ-Potentiometer mit Zehnerskalen benötigt, die nach Bild 17 zu schalten sind. Stellen wir vorerst das Potentiometer k auf den ersten der zehn Teilstriche ein. Das Produkt der an den Potentiometern a und b eingegebenen Faktoren kann mit dem Potentiometer x gesucht werden.
Für die abgeglichene Brücke gilt nämlich

$$\frac{x}{a} = \frac{b}{k}.$$

Hieraus folgt

$$k \cdot x = a \cdot b.$$

Ist also $k = 1$, dann gilt

$$x = a \cdot b.$$

Sind z. B. $a = 2$, $b = 4$ und k auf die Skaleneinheit 1 eingestellt, so muß x bei abgeglichener Brücke offensichtlich

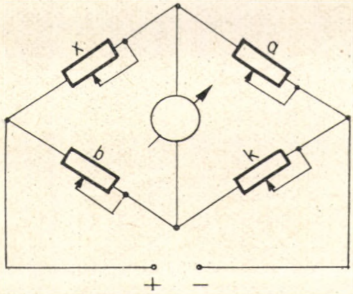


Bild 17. Multiplikation mit Hilfe einer Wheatstoneschen Brücke

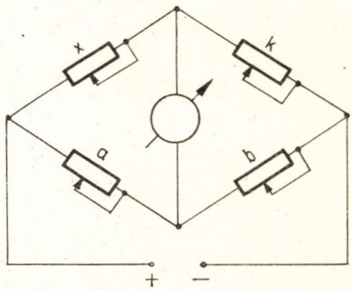


Bild 18. Division mit Hilfe einer Wheatstoneschen Brücke

auf 8 stehen, sind jedoch $a = 8$ und $b = 9$, müßte am Potentiometer x der Wert 72 eingestellt werden. Dies ist aber unmöglich.

Es ergibt sich nun die Frage, ob es auch bei solchen großen Faktoren möglich ist, eine Multiplikation auszuführen. Stellen wir das Potentiometer k an Stelle von 1 auf den Skalenwert 10 ein! Jetzt befindet sich das Gerät bereits in Nullstellung, wenn $x = 72$ anzeigt. Die Stellung des Potentiometers k gibt an, daß das Zehnfache dieser Anzeige, also 72 das richtige Ergebnis ist. Unsere Multiplikationsschaltung kann also auch für größere Faktoren verwendet werden, nur muß, wie beim Rechenstab, die Kommastellung, d. h. die Größenordnung, beachtet werden.

Die Division ist die Umkehr der Multiplikation, so daß mit der Schaltung nach Bild 17 auch dividiert werden kann. Man muß nur am Potentiometer x den Divisor, am Potentiometer a den Dividenden einstellen und erhält den Quotienten am Potentiometer b.

Um jedoch die Unbekannte immer mit dem Potentiometer x suchen zu können, verwendet man für die Division am besten die Schaltung nach Bild 18. Nach den bisherigen Erklärungen ist sie leicht zu verstehen. Auch diesmal gilt für die abgeglichene Brücke

$$\frac{x}{k} = \frac{a}{b}.$$

Hieraus folgt für $k = 1$

$$x = \frac{a}{b}.$$

Für k gelten die bei der Multiplikation getroffenen Feststellungen, d. h., dieses Potentiometer ist immer auf eine Zehnerpotenz (z. B. 1 oder 10) einzustellen. In diesem Fall ist selbstverständlich der an der x-Skale erhaltene Wert durch k zu teilen.

Das Quadrieren ist ein Sonderfall der Multiplikation zwei gleicher Faktoren. Demnach kann die Multiplikationsschaltung nach Bild 17 auch zum Quadrieren verwendet werden.

Das Quadratwurzelziehen ist bereits etwas komplizierter. Die dazu erforderliche Prinzipschaltung ist aus Bild 19 zu ersehen. Diese Schaltung zeigt sehr deutlich, daß das Quadratwurzelziehen ein Sonderfall des Dividierens ist, bei dem Dividend und Quotient unbekannt, jedoch einander gleich sind.

Auch in diesem Fall gilt bei abgeglichener Brücke

$$\frac{x}{k} = \frac{a}{x}.$$

Daraus folgt

$$\frac{x^2}{k} = a.$$

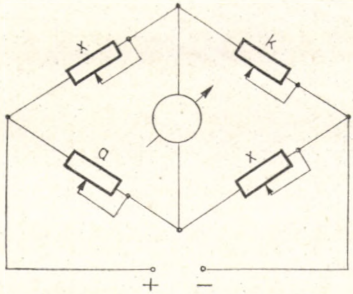


Bild 19. Quadratwurzelziehen mit Hilfe einer Wheatstoneschen Brücke

Wird für k wie oben die Skaleneinheit eingesetzt, erhält man

$$x^2 = a$$

und schließlich

$$x = \sqrt{a}.$$

Ausgeführt wird das Quadratwurzelziehen wie folgt: Die unter dem Wurzelzeichen stehende Zahl (Radikand) wird am Potentiometer a eingestellt. Ist der Radikand kleiner als 10, wird das Potentiometer k auf 1, liegt der Radikand zwischen 10 und 100, wird es auf 10 eingestellt. Bei abgeglichener Brücke kann die Quadratwurzel am Potentiometer x abgelesen werden. Die beiden mit x gekennzeichneten Potentiometer müssen gemeinsam eingestellt werden, d. h. auf einer gemeinsamen Achse angebracht sein.

2.5.3. Potenzieren

In diesem und im folgenden Abschnitt werden in der Oberschule vermittelte Kenntnisse der Algebra und der Geometrie vorausgesetzt. Wer diese Kenntnisse nicht hat, kann diese Seiten ohne weiteres überblättern. Er wird die späteren Abschnitte trotzdem verstehen.
Auch ohne Doppelpotentiometer kann man mit Hilfe der Wheatstoneschen Brückenschaltung beliebig potenzieren oder radizieren, wenn man zwei der vier Potentiometer mit einer logarithmischen Skale wie an Rechenstäben oder Rechenscheiben versieht. An den logarithmischen Einheiten sei gleich die entsprechende Zahl angegeben (wie an den Rechenstäben), d. h., es seien $x = \lg X$ und $b = \lg B$. Dann gilt für die abgeglichene Brücke von Bild 20:

$$\frac{\lg X}{\lg B} = \frac{m}{n}.$$

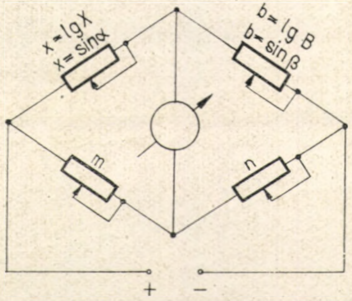


Bild 20. Potenzieren, Radizieren und Ausführen trigonometrischer Berechnungen mit Hilfe einer Wheatstoneschen Brücke

Durch Umformen ergibt sich

$$n \cdot \lg X = m \cdot \lg B.$$

Nach der Definition des Logarithmus kann man schreiben

$$X^n = B^m.$$

Zieht man auf beiden Seiten die n-te Wurzel, erhält man

$$X = \sqrt[n]{B^m}.$$

Wählt man also n als Einheit, kann man am Potentiometer x jede beliebige Potenz von b aufsuchen, wählt man dagegen m als Einheit, jede beliebige Wurzel.
An den Potentiometern x und b lassen sich auch Sinusskalen anbringen, wie sie auf Rechenstäben angebracht sind. Es seien also $x = \sin\alpha$ und $b = \sin\beta$. Dann gilt bei abgeglichener Brücke

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{m}{n}.$$

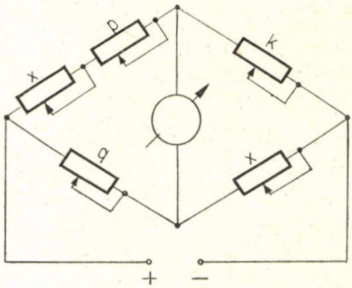


Bild 21. Lösung einer Gleichung 2. Grades mit einer Unbekannten durch eine Wheatstonesche Brücke

Hieraus folgt, daß man nach Eingabe von drei Daten (Werten) den vierten mit Hilfe des entsprechenden Potentiometers suchen kann, z. B.

$$m = n \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}.$$

Mit Hilfe unserer Schaltung kann man also auch trigonometrische Aufgaben lösen, wenn bei diesen der Sinussatz angewendet werden kann. Neben den Sinusskalen der beiden Potentiometer wird man selbstverständlich den zugehörigen Winkel gleich in Winkelgraden angeben. Dadurch können die Winkel in Graden eingegeben werden, und man erhält gesuchte Winkel sofort in Graden wie bei Rechenstäben.

Wir wollen noch zeigen, wie bei Vorliegen einer linearen eine logarithmische oder eine Sinusskale aufgenommen wird. In den Logarithmentafeln finden wir, daß $\lg 2 = 0{,}3010$. An den Teilstrich von 0,3 schreiben wir also die Ziffer 2, desgleichen an 0,78 die Ziffer 6, weil $\lg 6 = 0{,}7782$. In Analogie hierzu schreiben wir bei 0,17 10° weil $\sin 10° = 0{,}1736$, bei 0,5 30°, weil $\sin 30° = 0{,}5000$ usw.

Mit Hilfe der Wheatstoneschen Brückenschaltung kann man auch einfachere Gleichungen 2. Grades mit einer Unbekannten lösen (Bild 21). Dazu werden außer dem bereits genannten

Doppelpotentiometer noch drei Potentiometer benötigt. Bei abgeglichener Brücke ist

$$\frac{x+p}{k} = \frac{q}{x}.$$

Für $k = 1$ gilt

$$x^2 + px = q.$$

Bringt man also eine Gleichung 2. Grades in diese Form, kann man nach Eingabe der entsprechenden Daten in die Potentiometer p und q mit dem Doppelpotentiometer x eine Wurzel und damit eine Lösung suchen. Die entsprechende k-»Einheit« wird von den Faktoren bestimmt.
Betrachtet man die Schaltung etwas gründlicher, erkennt man, daß bei einer so einfachen Anordnung p und q nicht jeden beliebigen Wert annehmen können und daß man nur Ergebnisse mit positivem Vorzeichen erhält. Das Grundprinzip ist aber auch mit dieser einfachen Schaltung gut zu demonstrieren.

2.6. Beispiel eines Analogrechners mit Wheatstonescher Brücke

Im folgenden wird ein Rechner beschrieben, der alle in den vorangegangenen Abschnitten genannten Rechenoperationen ausführen kann. Er ist deshalb ausgezeichnet geeignet, die Funktionsweise eines Analogrechners zu zeigen.
Die Schaltung des Rechners zeigt Bild 22a, den Rechner selbst Bild 22b. Um ihn aufbauen zu können, benötigt man folgende Teile: 4 zweipolige Umschalter (S_1, S_2, S_3, S_4), 1 Druckknopf (S_5), 1 gewöhnlichen Schalter (S_6) oder dafür 2 Bananenstecker, wenn die Spannungsquelle nicht eingebaut wird, 6 10-kΩ-Drahtpotentiometer (R_1, R_2, R_3, R_4, R_{x_1}, R_{x_2}), 1 (z. B. 50-kΩ-) Schutzwiderstand (R_5), 1 Gleichstrom-Meßinstrument mit einem in der Skalenmitte liegenden Nullpunkt (wie es z. B. zur Demonstration in Schulen üblich ist) und schließlich eine Spannungsquelle (z. B. eine 4,5-V-Taschenlampenbatterie).

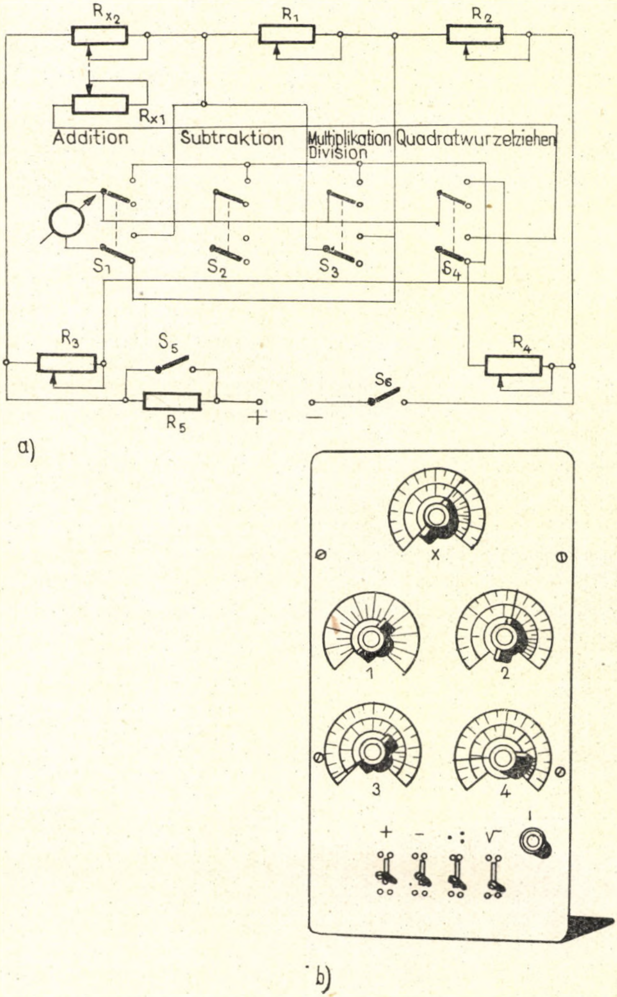


Bild 22. Analogrechner mit Wheatstonescher Brückenschaltung
a) Prinzipschaltbild; *b)* Rechner

Dieser Rechner kostet tatsächlich nicht viel, vor allem, wenn das Meßgerät und die Spannungsquelle nur bei seiner Benutzung angeschlossen wird. Betrachten wir nun seine Funktionsweise mit Hilfe des Schaltbildes! Dabei kommen wir immer wieder zurück auf die bereits behandelten übersichtlichen Prinzipschaltungen.

In der Grundstellung schließen die Kontaktzungen der Schalter S_1 bis S_4 die unteren Kontakte wie im Schaltbild angegeben. Wenn nicht anders gefordert, befinden sich die Schalter immer in dieser Stellung, die Potentiometer stehen immer auf Endausschlag (die Widerstände sind also voll eingeschaltet). Dadurch wird die Stromquelle am wenigsten belastet.

Bei der *Addition* wird der Schalter S_1 in die obere Stellung gebracht, die Potentiometer R_3 und R_4 werden beim Endausschlag belassen. Diese Potentiometer stellen die beiden gleich großen Widerstände im unteren Zweig der Brücke dar (s. Bild 15). Die beiden Summanden werden an den Potentiometern R_1 und R_2 eingestellt, die Summe wird mit dem einen Potentiometer R_{x2} gesucht (mit dem in Bild 22b oben angegebenen, einzelnen Potentiometer, darunter befinden sich die Potentiometer R_1 und R_2 bzw. R_3 und R_4). Untersucht man das ganze Schaltschema, sieht man, daß die Schaltung dieses Rechners tatsächlich mit der in Bild 15 angegebenen Prinzipschaltung übereinstimmt.

Umfaßt die lineare Skale der Potentiometer nur die Werte 1 bis 10, kann auch die Summe naturgemäß höchstens 10 betragen. 21 und 73 können in diesem Fall wie folgt addiert werden:

$$2{,}1 + 7{,}3 = 9{,}4 \text{ also ist } 21 + 73 = 94.$$

Bei der *Subtraktion* wird der Schalter S_2 in die obere Stellung gebracht. (Die Schalter S_1, S_3 und S_4 befinden sich selbstverständlich in Grundstellung!) Bei Betrachtung des Schaltbildes erkennt man, daß das Meßinstrument jetzt zwischen den Potentiometern R_1 und R_2 bzw. R_3 und R_4 liegt und auch im folgenden immer dort verbleibt. Der Minuend wird am Potentiometer R_2, der Subtrahend am Potentiometer R_1 eingespeist, die Differenz wird mit dem Potentiometer R_{x2} gesucht.

Beim Bestimmen des Ergebnisses wird immer zuerst eine Grobeinstellung vorgenommen. Ist dies geschehen, dann wird mit Hilfe des Druckknopfes S_5 der Schutzwiderstand des Meßgeräts ausgeschaltet; die Feineinstellung des Ergebnisses folgt.

Multiplikation, Division. Bei der Multiplikation und der Division wird der Schalter S_3 nach oben geschaltet. Man sieht, daß Brücke und Meßinstrument nicht verändert werden, das hier nicht notwendige Potentiometer R_1 aber kurzgeschlossen, also ausgeschaltet wird. Das Potentiometer R_4, das k entspricht (s. Erläuterungen zu Bild 17) und damit die Größenordnung festlegt, wird auf 1 oder 10 eingestellt. Die Faktoren werden an den Potentiometern R_2 und R_3 eingegeben, das Produkt wird mit dem Potentiometer R_{x_2} gesucht.

Bei der Division tritt insofern eine Änderung ein, als R_2 auf 1 oder 10, der Dividend am Potentiometer R_3 und der Divisor an R_4 eingestellt wird. Dieser Wechsel ist notwendig, um das Ergebnis — im vorliegenden Fall den Quotienten — wieder mit dem Potentiometer R_{x2} suchen zu können.

Potenzieren, Radizieren. Wird unter der linearen Skale der Potentiometer R_{x_2} und R_2 noch eine logarithmische Skale angebracht, kann man — ebenso wie beim Rechnen mit Logarithmen — das Potenzieren auf das Multiplizieren und das Radizieren auf das Dividieren zurückführen. Damit wird verständlich, daß sich auch bei diesen Operationen der Schalter S_3 in der oberen Stellung befindet. Beim Potenzieren wird ebenso wie beim Multiplizieren das Potentiometer R_4 auf 1 oder 10 gestellt. Die Basis wird am Potentiometer R_2, der Exponent am Potentiometer R_3 eingestellt, die Potenz wird mit R_{x_2} gesucht. Die Größenordnungsverhältnisse muß man von vornherein berücksichtigen (wie bei Verwendung eines Rechenschiebers). Beim Wurzelziehen bzw. Radizieren wird R_3 auf 1 oder 10 eingestellt, der Wurzelexponent über R_4 eingegeben und die Wurzel mit R_{x_2} gesucht.

Da sich an den Potentiometern R_{x_1} und R_2 unter der linearen Skale auch eine logarithmische befindet, kann man diese durch einfaches Verdrehen zum Suchen des Logarithmus einer beliebigen Zahl und umgekehrt verwenden. Die Genauigkeit des Ergebnisses hängt dabei selbstverständlich von der Genauigkeit der Skale ab. Die Anfertigung der Skalen haben wir bereits im Zusammenhang mit Bild 20 behandelt.

Dreieckberechnung. Die Anwendung des Sinussatzes setzt in unserem Fall nur die Multiplikation bzw. Division voraus. Also wird auch dazu der Schalter S_3 in die obere Stellung gebracht. Die Potentiometer R_3 und R_4 erhalten unterhalb der linearen Skale eine Sinuseinteilung, die einer Winkelfunktionstabelle entnommen wird. Ist zum Beispiel die Seite m des Dreiecks unbekannt (s. Erklärung zu Bild 20), wird die bekannte Seite über R_2 eingegeben, die beiden Winkel (bzw. ihre Sinuswerte) über die Potentiometer R_3 und R_4. Die gesuchte Seite findet man wiederum mit dem Potentiometer R_{x_1}.

Da sich an den Potentiometern R_3 und R_4 unter der linearen Skale auch die Sinusskale befindet, kann man zum Aufsuchen einer Winkelfunktion durch einfaches Drehen jeden beliebigen Drehknopf verwenden, ohne daß dabei der Strom eingeschaltet werden müßte. Trägt man die Winkel in entgegengesetzter Richtung über die Sinusskale auf, ist jedes Potentiometer für das Aufsuchen der Kosinusfunktionen zu verwenden, und zwar auf der Grundlage der bekannten trigonometrischen Beziehung $\sin \alpha = \cos (90° - \alpha)$.

Zweckmäßig ist es, die verschiedenen Skalen in unterschiedlichen Farben anzugeben, z. B. die lineare in Schwarz, die logarithmische bzw. die Sinus- und Kosinusskale in Rot.

Lösung einer Gleichung 2. Grades. Voraussetzung zur Lösung einer derartigen Gleichung ist im wesentlichen das Quadratwurzelziehen; der Schalter R_4 wird also in die obere Stellung gebracht. Dadurch wird — wie auf dem Schaltbild gut zu verfolgen ist — das Potentiometer R_4 ausgeschaltet und an dessen Stelle das bisher unbenutzte zweite Potentiometer R_{x_1} eingeschaltet. Der bereits im Zusammenhang mit Bild 21 diskutierte Koeffizient p wird über das Potentiometer R_1, der Koeffizient q über das Potentiometer R_3 eingegeben. Jetzt wird die Größenordnung durch das Potentiometer R_2 festgelegt; dieses wird also auf 1 oder 10 eingestellt. Die positive Wurzel kann mit R_{x_2} gesucht werden.

Quadratwurzelziehen. Das Quadratwurzelziehen haben wir vom Ziehen höherer Wurzeln getrennt. Mit dem hier beschriebenen

Rechner kann man zwei Wege beim Ziehen der Quadratwurzel einschlagen.

Bei dem einen Verfahren wird zum Beispiel über der linearen Skale des Potentiometers R_1 unter Verwendung einer Funktionstabelle eine Quadratskale aufgetragen. Dann kann man durch einfaches Drehen des Knopfes Zahlen quadrieren bzw. ihre Quadratwurzel ziehen wie bei Verwendung eines Rechenschiebers.

Das zweite entspricht dem im Zusammenhang mit Bild 19 behandelten Verfahren. Der Schalter S_4 wird in die obere Stellung gebracht. Dadurch wird — wie bereits bei der Lösung der Gleichung 2. Grades angegeben — das Potentiometer R_4 ausgeschaltet und an seiner Stelle das zweite Potentiometer R_{x_1} eingeschaltet. Dann wird mit Hilfe des Schleifers, der in die Anfangsstellung gebracht wird, auch das Potentiometer R_1 ausgeschaltet. Durch R_2 wird die Größenordnung festgelegt, es wird also auf 1 oder 10 eingestellt. Die unter dem Wurzelzeichen stehende Zahl wird mit R_3 eingestellt, die Wurzel mit dem Potentiometer R_{x2} gesucht. Damit kann unser Rechner auch eine Gleichung der Form

$$\frac{1}{k} \cdot x^2 = a ,$$

eine sogenannte reine Gleichung 2. Grades lösen.

2.7. »Elektronische Rechenscheibe«

Im Zusammenhang mit den in den vorausgegangenen Abschnitten behandelten Analogrechnern auf der Grundlage von Potentiometern bzw. der Wheatstoneschen Brückenschaltung ist bestimmt die Frage aufgetaucht, ob man das teure (noch dazu in Spezialausführung geforderte) Meßinstrument nicht durch irgendein einfacheres Bauelement ersetzen kann. Das ist tatsächlich möglich. Verwendet man zur Stromversorgung der Rechner statt Gleichstrom eine Tonfrequenz-Wechselspannung, kann zum Abgleichen der Brücke (als Indikator, wie man in der Fachsprache sagt) ein Kopfhörer verwendet werden. Das

menschliche Ohr zählt zu den empfindlichsten »Nachweisinstrumenten«. Es ist deshalb zum Abgleichen der Brücke gut geeignet. Nur setzt man auf der anderen Seite wieder zu, was man auf der einen gewonnen hat. Anstatt des teuren Meßinstruments benötigt man jetzt einen ebenfalls nicht billigen Tonfrequenzgenerator. Die übliche Wechselspannung aus dem Netz (selbstverständlich auf einen ungefährlichen Wert heruntertransformiert) entspricht unseren Anforderungen kaum. Für ihre niedrige Frequenz (50 Hz) ist weder der Kopfhörer noch unser Ohr sonderlich empfindlich.
Neuere Möglichkeiten. Transistorschaltungen ermöglichen es, relativ billig und unter Verwendung von ungefährlichen Niederspannungen einen Tongenerator selbst zu bauen. Verwendet man ihn als Stromquelle für die Schaltungen, arbeiten die Schaltungen mit Kopfhörer sehr zufriedenstellend.

2.7.1. *Wie arbeitet die »elektronische Rechenscheibe«?*

Wer bis hierher aufmerksam gelesen hat, entdeckt in der Prinzipschaltung dieses Rechners (Bild 23) einen alten Bekannten. Aber auch sonst ist diese Schaltung auf den ersten Blick zu verstehen. Links erkennt man die Multiplikationseinheit unseres Potentiometerrechners (s. Bild 12). Die an die

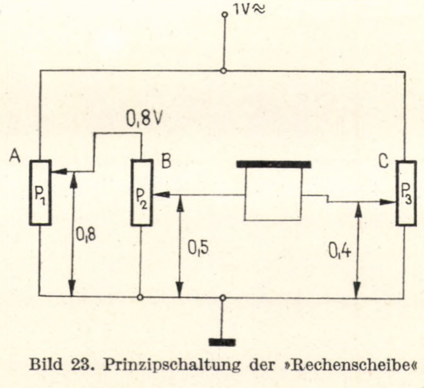


Bild 23. Prinzipschaltung der »Rechenscheibe«

Multiplikationseinheit gelegte Spannung soll der Einfachheit halber 1 V betragen (jetzt aber selbstverständlich Wechselspannung mit Tonfrequenz). Der Schleifer des Potentiometers P_1 soll, von unten gerechnet, 0,8 des Potentiometerwiderstandes abgreifen. Dann werden an das Potentiometer P_2 nur noch 0,8 V weitergegeben. Steht dessen Schleifer genau in der Mitte, also bei 0,5 des Widerstandswertes, wird nur noch die Hälfte der 0,8 V, also $0{,}8 \cdot 0{,}5 = 0{,}4$ V abgegeben. Wird nun der Indikator (z. B. ein Kopfhörer) zwischen die Schleifer der Potentiometer P_2 und P_3 geschaltet und der Knopf von P_3 gedreht, wird man offensichtlich dann nichts im Kopfhörer wahrnehmen, wenn der Schleifer des Potentiometers P_3 auf 0,4 des Widerstandswertes, von unten gerechnet, steht. Da unser Ohr — worauf wir bereits hinwiesen — sehr empfindlich ist, ist die Stelle, bei der der Ton verschwindet, recht genau zu bestimmen. Bei unserer Anordnung beträgt die Genauigkeit einige Zehntel der Skalengenauigkeit.
Mit dem linken Teil der Schaltung kann man demnach elektrisch multiplizieren, er stellt eine elektrische Multipliziereinheit dar. Die Verbindung des mittleren und des rechten Teils der Anordnung über ein Anzeigegerät ist im wesentlichen die bereits bekannte Wheatstonesche Brückenschaltung (s. Erläuterungen zu Bild 14).
Tonfrequenz-Schwingungserzeuger. Als Wechselspannungsquelle eignet sich am besten der sogenannte Multivibrator (genauer der stabile Multivibrator). Es lohnt sich, seine Schaltung kennenzulernen, weil der Multivibrator die wichtigste Grundschaltung in den später zu behandelnden Digitalrechnern darstellt.
Das Schaltbild für den Multivibrator in Bild 24 enthält auch Hinweise für die Dimensionierung der Bauelemente des Multivibrators (mit Transistoren und Bauelementen anderer elektrischer Werte kann er genauso gebaut werden).
Der Multivibrator arbeitet wie folgt:
Setzen wir voraus, daß der Transistor T_1 beim Einschalten weniger leitet als der Transistor T_2, auch wenn die Nenndaten der beiden Transistoren übereinstimmen, treten stets geringfügige Unterschiede auf, deren Ursache produktionsbedingt ist. Leitet also z. B. T_1 weniger, dann ist sein Kollektor negativer

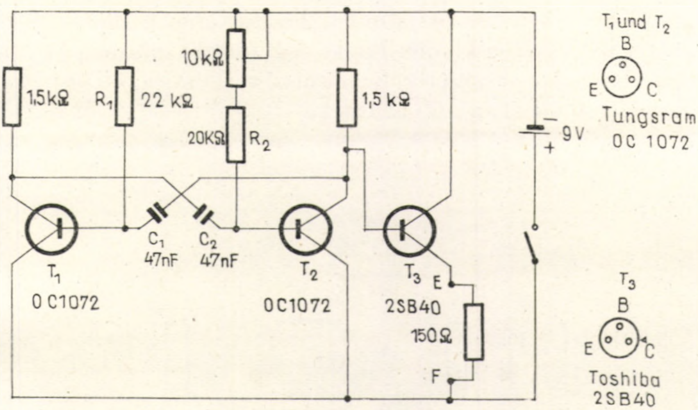


Bild 24. Tonfrequenzgenerator für die »Rechenscheibe«

als der des Transistors T_2. Dadurch, daß der Kollektor von T_1 negativer ist, wirkt er über den Kondensator C_2 auf die Basis von T_2: Er macht diese negativer. Diese läßt wiederum über den Kondensator C_1 die Basis von T_1 positiver werden. Der Strom über T_1 nimmt infolgedessen weiter ab. Diese Änderung setzt sich fort, bis T_1 vollständig sperrt und T_2 vollständig öffnet. Dann beginnt der ganze Prozeß von vorn und wiederholt sich periodisch.

Die Dauer des Vorgangs und damit die Frequenz hängen von den Kapazitäten C_1 und C_2 sowie von den diese ableitenden Widerständen R_1 und R_2, also von der sogenannten Zeitkonstante RC ab. Für die im Bild eingetragenen Werte erhält man eine Frequenz von ungefähr 800 Hz, einen Ton, der dem Ohr angenehm ist und im Bereich der größten Empfindlichkeit von Ohr und Kopfhörer liegt.

Der dritte Transistor wirkt nur als Verstärker für die Impulse des Multivibrators. Während die beiden anderen Transistoren des Multivibrators im wesentlichen beliebige (jedoch gleiche) Kennwerte haben können, muß der dritte eine etwas höhere Leistung — 50 bis 150 mW — haben, kann aber ein Transistor beliebigen Typs sein. Der Emitterstrom dieses Transistors wird von den Spannungsimpulsen gesteuert, die vom Kollektor des einen der beiden vorgeschalteten Transistoren kommen. Sein Emitter wird (zwischen den Punkten E und F) mit dem eigentlichen Rechnerteil unserer Schaltung verbunden, dessen Gesamtwiderstand etwa 150 Ω beträgt.

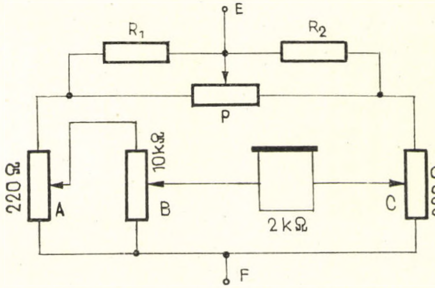


Bild 25. Prinzipschaltbild der »elektronischen Rechenscheibe«

Tatsächliche Schaltung. Die Ausführung der Schaltung (Bild 25) unterscheidet sich kaum von der in Bild 23 angegebenen Prinzipschaltung. Die Potentiometer A, B und C waren auch schon in der Prinzipschaltung enthalten. Das vierte, mit P gekennzeichnete Potentiometer dient gemeinsam mit den symmetrisch geschalteten Widerständen R_1 und R_2 nur dazu, die gegenseitige Beeinflussung der Potentiometer auszugleichen (diese Erscheinung wurde bereits bei den Potentiometerrechnern erläutert). Bei der angegebenen Schaltung werden die Transistoren nicht durch Überlastung gefährdet. Die Potentiometer (Widerstände) brauchen nur bis 0,5 W belastbar zu sein, da in den Stromkreisen nur ein Strom in der Größenordnung von mA fließt. Stromquelle des Tonfrequenzgenerators sind zwei in Reihe geschaltete 4,5-V-Taschenlampenbatterien.

Zur Anzeige bzw. zum Ausgleich kann an Stelle des Kopfhörers auch ein Lautsprecher mit einem Widerstand von 4 Ω und einer Leistungsaufnahme von 0,5 W verwendet werden. Er wird über einen Ausgangstransformator von 5 bis 7 kΩ mit der Brücke verbunden. Bild 26 zeigt die Vorderseite des Rechners.

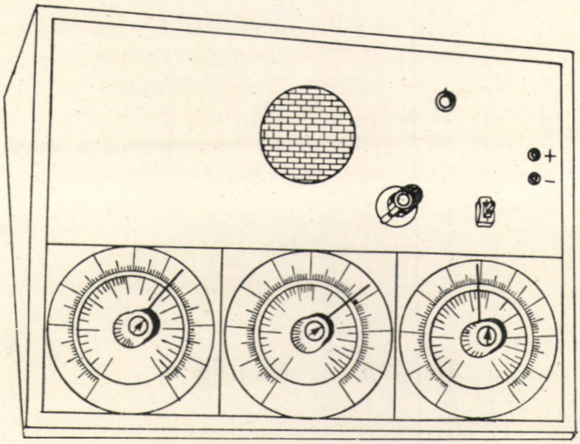


Bild 26. Vorderseite der »elektronischen Rechenscheibe«

2.7.2. *Was kann die »elektronische Rechenscheibe«?*

Interessant an unserem Rechner ist, daß er im Prinzip zwar nur multipliziert, mit entsprechenden Skalen versehen aber alles zu leisten vermag, was auch ein »normaler« Rechenstab kann.

Die drei Drehknöpfe in Bild 26 gehören zu den Potentiometern A, B und C in Bild 25. Nimmt man die Drehknöpfe ab, kann man das darunter befindliche Skalensystem abnehmen und gegen ein zweites oder auch drittes auswechseln.

Außer dem Skalensystem I befindet sich an jedem Drehknopf eine lineare Skale mit der Einteilung 1 bis 100. Am Potentiometer A soll sich innen eine sogenannte Quadratwurzelskale befinden.

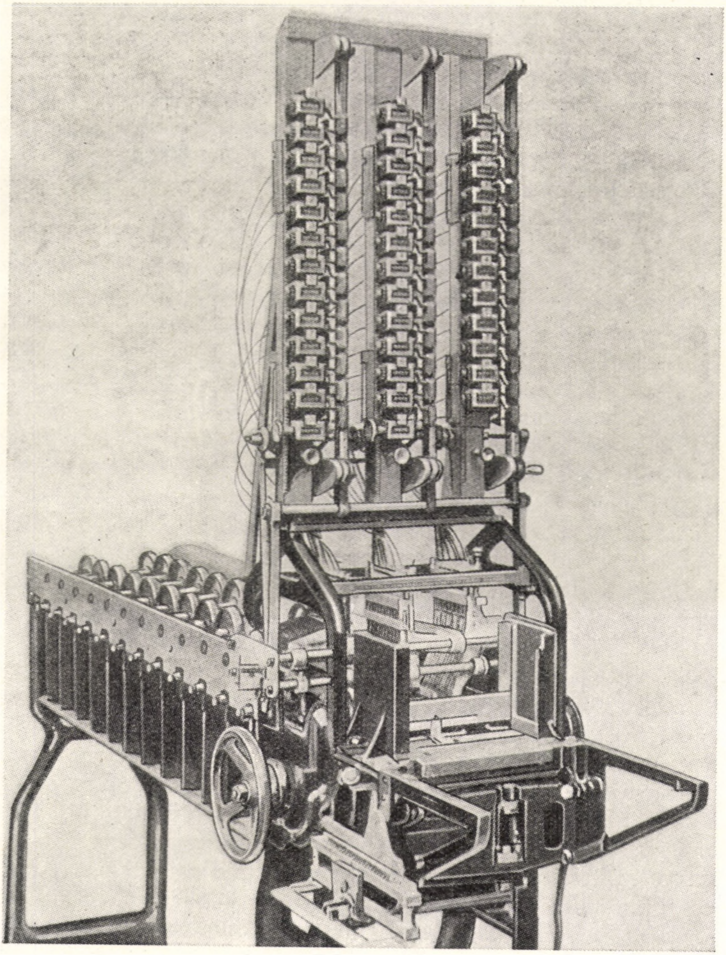
Bei der Anfertigung dieser Skale werden unter die Zahlen jeweils ihre Quadratwurzeln geschrieben. Beim Potentiometer B wird innen eine Reziprokskale ebenso aufgetragen, wie man sie auf Rechenstäben findet. Mit Hilfe dieses Skalensystems sind die meisten Rechenoperationen ausführbar.

Multiplikation, Division. Mit Hilfe des Rechners wird die oben bereits als Beispiel behandelte Multiplikation $0{,}8 \cdot 0{,}5 = 0{,}40$

wie folgt ausgeführt. Das Potentiometer A wird auf den einen, das Potentiometer B auf den anderen Faktor eingestellt (in beiden Fällen an der äußeren linearen Skale). Dann wird das Potentiometer C solange verstellt, bis der Ton im Kopfhörer bzw. Lautsprecher verschwindet. Nun kann das Produkt am Potentiometer C abgelesen werden. Gesucht wird in der bei Wheatstoneschen Brücken üblichen Form so, daß man am Potentiometer in der Richtung verstellt, in der der Ton leiser wird. Man bleibt dabei aber nicht an der Stelle stehn, an der der Ton verschwindet, sondern dreht weiter, bis man wieder einen leisen Ton vernimmt; dann geht man zurück an die Stelle, bei der der Ton vollkommen verschwunden war. Dadurch wird die Feststellung des Minimums genauer.
Möchte man z. B. 745 mit 5,4 multiplizieren, wird diese Aufgabe in die Form

$$0{,}745 \cdot 10^3 \cdot 0{,}54 \cdot 10 = 0{,}745 \cdot 0{,}54 \cdot 10^4$$

gebracht. Man weiß also von vornherein, daß man die als Ergebnis auftretende Zahl von ungefähr 0,4 mit $10^4 = 10\,000$ multiplizieren muß; sie wird deshalb nicht als 0,4, sondern als 4000 abgelesen. (Das genaue Ergebnis lautet 4023.) Es wird also nach demselben Verfahren vorgegangen wie bei einem normalen Rechenstab. Die Größenordnung des Ergebnisses muß immer abgeschätzt werden.
Beim Dividieren wird der Dividend am Potentiometer C eingespeist, der Divisor am Potentiometer B. Der Quotient wird in der oben beschriebenen Weise mit dem Potentiometer A gesucht.
Quadrieren, Quadratwurzelziehen. Diese beiden Rechenoperationen werden durch einfaches Drehen des Knopfes, an dem sich die Quadratwurzelskale befindet, ausgeführt. Stellt man den Zeiger auf die an der äußeren Skale unter der Wurzel stehende Zahl, kann man auf der inneren Skale sofort ihre Quadratwurzel ablesen. Stellt man umgekehrt den Zeiger auf die in der inneren Skale befindliche Basis, erscheint das Quadrat dieser Zahl an der äußeren Skale.
Wir sehen also, daß man mit Hilfe des Skalensystems I alle Rechnungen ausführen kann, in denen nur die Multiplikation,



Eine der ersten elektromechanischen Sortiermaschinen nach Hollerith die Division, das Quadrieren und das Quadratwurzelziehen vorkommen. Die Reziprokskale dient wie auch beim Rechenstab nur zur Erleichterung des Dividierens.

Potenzieren, Radizieren. Auf welchen Betrag vermehren sich 8500,— M in 25 Jahren bei einem Zinssatz von 5% jährlich, einschließlich Zins und Zinseszins? Nach der bekannten Formel für die Zinseszinsrechnung beträgt die gesuchte Summe $8500 \cdot 1{,}05^{25}$ M.

Für diese Berechnungen wird das Skalensystem II benutzt, wobei an allen drei Drehknöpfen außen eine lineare, innen dagegen eine logarithmische Skale angebracht wird. Die äußere Skale betrachten wir als von 0 bis 1 eingeteilt (natürlich befinden sich die Zahlen von 0 bis 100 darauf), innen werden die Zahlen aufgetragen, die die Logarithmen dieser Zahlen darstellen. Die Rechnung wird wie folgt ausgeführt.

Auf der einen Skale (z. B. auf der mittleren) wird lg 1,05 = 0,0212 aufgesucht. Diese Zahl wird auf der linken Skale als 0,212 als der eine Faktor eingestellt und mit 25 multipliziert (25 wird als 0,25 an der mittleren Skale eingestellt). Als Ergebnis dieser Multiplikation erhält man auf der rechten Skale den Betrag 0,053; da die Größenordnung beachtet wurde, weiß man, daß 0,53 abzulesen ist. Geht man (z. B. auf der mittleren Skale) wieder zurück, erhält man 0,34. Diese Zahl muß man nach den Regeln für das Aufsuchen des Logarithmus selbstverständlich als 3,4 lesen. Multipliziert man hiermit 8500, ergibt sich der gesuchte Betrag von 28 000,— M. Der Rechengang ist zwar nicht gerade einfach, jedoch kann man das auch von der Aufgabe selbst nicht behaupten.

Mit Hilfe des gleichen Skalensystems werden auch Wurzeln höheren Grades gezogen. Zusammengefaßt: Mit dem Skalensystem II kann man multiplizieren und dividieren sowie Potenzen und Wurzeln höheren Grades berechnen.

Trigonometrische Aufgaben. Um trigonometrische Aufgaben rechnen zu können, muß das Skalensystem II angebracht werden. Bei diesem System befinden sich an allen drei Skalen außen die gleichen linearen Skalen wie bei den beiden vorangegangenen Skalensystemen. Innen werden mit Hilfe einer Funktionstabelle an den entsprechenden Stellen die Winkel von 0 bis 90° bzw. von 90 bis 0° aufgetragen, damit man von der linearen Skale sofort die Sinus- bzw. Kosinuswerte ablesen kann. Mit Hilfe dieses Skalensystems sind alle Rechnungen auszuführen, in denen Sinus- und Kosinusfunktionen sowie Multiplikationen und Divisionen mit gewöhnlichen Zahlen vorkommen.

Die schwerste Aufgabe. Der Aufbau des elektrischen bzw. elektronischen Teils des Rechners nach den mitgeteilten Schaltbildern bereitet selbst Anfängern unter den Amateuren keinerlei Schwierigkeiten. Auch die dazu erforderlichen Teile sind erhältlich. Am schwersten ist die Anfertigung der Skalen. Die Genauigkeit des Rechners wird nämlich von der Genauigkeit der Skalen bestimmt. Auf der Grundlage von Funktionstabellen kann man diese Skalen selbst herstellen, was allerdings sehr mühselig und langwierig ist. Im Anhang am Schluß dieses Buches sind daher alle 9 Skalen zum Ausschneiden abgedruckt (s. Bilder 92 bis 100).

Analogrechner, die die Industrie herstellt, sind weit umfangreicher, arbeiten genau und werden, wie wir schon erfahren haben, für die verschiedensten Zwecke eingesetzt. Es würde den Rahmen dieses Buches und auch unsere Kenntnisse überschreiten, wollten wir auf Einzelheiten dieser komplizierten Aggregate eingehen. Wer sich jedoch ernsthaft mit den von uns beschriebenen Modellen befaßt hat, kennt die Grundzüge, die in allen großen Rechnern wiederkehren und angewendet werden.

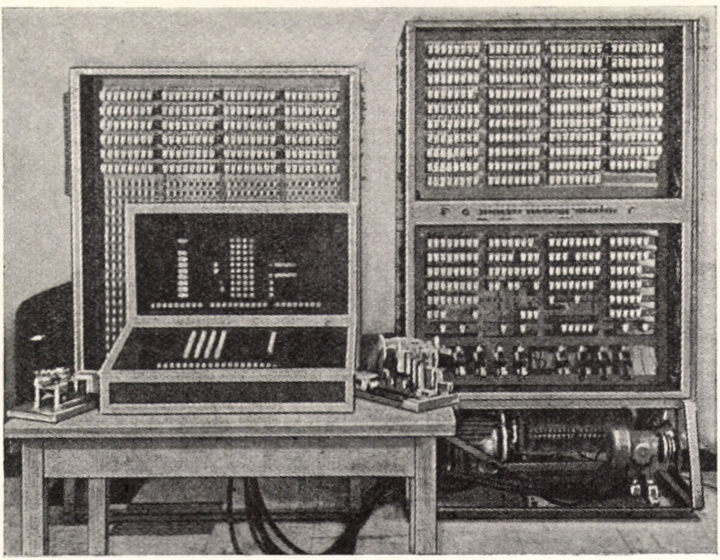
3. Digitalrechner

Wir stellten bereits fest, daß sich Analog- und Digitalrechner in ihrem Funktionsprinzip grundlegend unterscheiden. Nachdem wir nunmehr eine gewisse Vorstellung von der Arbeitsweise wenigstens des einen Rechnertyps haben, erscheint es lohnend, seine Unterschiede gegenüber dem anderen zu betrachten.
Digitalrechner haben im Gegensatz zu Analogrechnern einen universellen Charakter, d. h., sie können für mannigfaltige Zwecke Anwendung finden. Wie wir bei dem einen, gar nicht so teuren Rechner sehen werden, ist er sowohl für die Ausführung der Grundoperationen als auch zur Lösung von logischen Problemen, zur Modellierung — oder wie man in der Fachsprache sagt — zum Simulieren von Prozessen und sogar als »Spielgegner« geeignet.
Ein weiterer Vorteil der Digitalrechner ist ihre größere, in gewissem Sinne beliebig große Genauigkeit. Bei unseren bisherigen Rechnern haben wir mehrfach darauf hingewiesen, daß sie allenfalls mit der Genauigkeit eines Rechenschiebers arbeiten. Aber auch industriell gefertigte Analogrechner rechnen nicht genauer als auf 3 bis 4 Stellen. Demgegenüber haben Digitalrechner im allgemeinen eine Genauigkeit von 6 bis 12 Dezimalstellen, die für spezielle Zwecke noch höher sein kann. Die Genauigkeit ist hier nur eine Frage des Aufwandes, während bei Analogrechnern der Erhöhung der Genauigkeit eine prinzipielle Grenze gesetzt ist.
Digitalrechner führen die höheren Operationen durch Programmierung auf die Grundrechenarten, im wesentlichen auf die Addition, zurück. Dies ist jedoch kein Nachteil, da sie innerhalb einer Sekunde mehrere hunderttausend Additionen ausführen können. Analogrechner enthalten neben den Einheiten für die Grundoperationen gesonderte Operationseinheiten

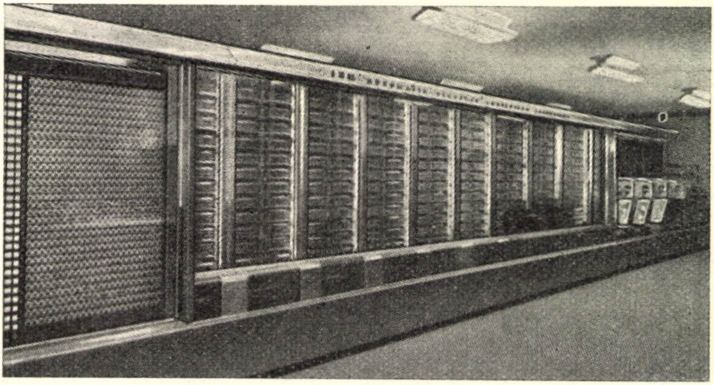
für das Erheben in die 2. oder 3. Potenz, das Quadratwurzelziehen, das Kubikwurzelziehen oder auch für höhere Operationen (z. B. Differenzieren und Integrieren). Einige der elementaren Operationseinheiten haben wir in den vorangegangenen Abschnitten kennengelernt (z. B. Addierwerk, Multiplizierwerk, Quadrierwerk).

Diese Darlegungen machen verständlich, daß sich die beiden Rechnertypen auch in ihren Abmessungen wesentlich unterscheiden.

Analogrechner finden in den meisten Fällen auf einem Tisch Platz oder haben höchstens die Größe eines Schranks. Digitalrechner älterer Bauart enthielten allein mehrere tausend Elektronenröhren. Diese durften allein wegen ihrer Wärmeentwicklung nicht beliebig nahe beieinander angebracht sein, außerdem mußten sie zugänglich sein, damit man sie auswechseln konnte. Hieraus erklärt sich, daß besonders die ersten derartigen Rechner mehrere große Säle füllten. Mit



Der erste programmgesteuerte Rechenautomat, Z 3, der einwandfrei arbeitete und von dem deutschen Bauingenieur Dr. Zuse entwickelt wurde (vorgeführt 1941)



Gleichzeitig mit Dr. Zuse, aber völlig unabhängig von ihm, entwickelte der amerikanische Mathematiker H. Aiken den Rechenautomaten MARK I

der Einführung von Halbleiterbauelementen, wie Dioden und Transistoren, haben sich die Abmessungen der Digitalrechner wesentlich verringert. Wegen der Notwendigkeit der Zugänglichkeit und wegen der dazugehörenden Anlagen erfordern heute auch diese Rechner noch einen Saal für ihre Unterbringung. Für Sonderzwecke (z. B. für Satelliten und kosmische Laboratorien) werden spezielle, sehr kleine Rechner gebaut. Diese sind aber im Vergleich zu ihrer Leistung sehr kostspielig.

3.1. Dualsystem

3.1.1. System der Dualzahlen

Digitalrechner arbeiten nicht mit dem Dezimalsystem, das wir gelernt haben. Bei großen Rechnern wird bei der Eingabe der Aufgabe und der Ausgabe des Ergebnisses jeweils ein Umsetzer eingebaut. Damit schreibt die Maschine die im Dezimalsystem eingegebenen Daten für sich in das Dualsystem um und übersetzt die Endergebnisse aus dem Dualsystem in das Zehnersystem (Dezimalsystem).
Für unsere Zwecke wären jedoch derartige Umsetzer einerseits zu teuer, andererseits wollen wir ja gerade die Funktions-

weise dieser Rechner kennenlernen. Dadurch müssen wir uns von vornherein mit dem Dualsystem anfreunden. Das ist gar nicht so schwierig.

Mit Hilfe weniger Ziffern — im Dezimalsystem mit zehn, im Dualsystem mit zwei — kann man jede beliebige Zahl aufschreiben. Wir wissen nicht, wer diese überaus zweckmäßige sogenannte Stellenwertschreibweise gefunden hat; er hätte jedoch verdient, daß sein Name in der Geschichte der Menschheit festgehalten worden wäre. Bereits die Babylonier kannten diese Schreibweise. Sie fand gemeinsam mit dem Dezimalsystem durch Vermittlung der Araber im 7. Jahrhundert Verbreitung in Europa. Ihr Wesen ist: Wir legen fest, daß eine Ziffer, die vor einer anderen, also links von ihr steht, mit 10 multipliziert und zu der folgenden addiert werden soll. Steht sie zwei Stellen weiter links, muß sie mit $100 = 10^2$ multipliziert und ebenfalls zu den folgenden addiert werden usw.

So ist z. B. 327 die verkürzte Wiedergabe der Zahlendarstellung

$$3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 = 3 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 7 \cdot 1.$$

(Bei der Zahl 10^1 wird der Exponent nur aus formalen Gründen hingeschrieben; weiter ist nach den Regeln der Algebra die 0. Potenz einer jeden beliebigen Zahl 1, also $10^0 = 1$, desgleichen gilt $3^0 = 1$ und $2^0 = 1$.) In Analogie zum obigen Beispiel gilt

$$3045 = 3 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0.$$

Ähnlich wie in diesen Beispielen können alle Zahlen mit nur 2 Ziffern, den Ziffern 0 und 1, geschrieben werden, wenn wir festlegen:

Steht eine Ziffer links von einer anderen, also eine Stelle vor dieser, muß sie mit $2^1 = 2$ multipliziert und zu der rechts neben ihr stehenden addiert werden. Steht eine Ziffer zwei Stellen weiter links, ist sie mit $2^2 = 4$ zu multiplizieren und zu den folgenden zu addieren usw.

In diesem Dualsystem stellt z. B. 101 die Kurzform der folgenden Summe dar

$$101 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0.$$

Im Dezimalsystem ergibt dieselbe Zahlenfolge

$1 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 5.$

Ein anderes Beispiel (auf der rechten Seite wurden die Glieder mit dem Wert 0 weggelassen und die Zahlen gleich in das Dezimalsystem umgeschrieben)

$101\,001 = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^0 \triangleq 32 + 8 + 1 = 41.$

Zur Übung und im Interesse der folgenden Darlegungen fertigen wir uns ein »Wörterbuch« dieser beiden Zahlensysteme an, damit wir nicht beim Niederschreiben oder Umschreiben einer Zahl immer erst umrechnen müssen:

Dezimal-system	Dual-system
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1 000
9	1 001
10	1 010
11	1 011
12	1 100
13	1 101
14	1 110
15	1 111
16	10 000
usw.	usw.

Wir sehen, daß man auch mit zwei Ziffern alle Zahlen aufschreiben kann; im Dualsystem benötigt man aber mehr Stellen, um die gleiche Zahl aufzuschreiben als im Dezimalsystem, z. B. bei der Zahl 16 statt zwei Stellen fünf, für die drei Stellen bei 100 sieben. Diesen Nachteil nehmen wir jedoch wegen der anderen Vorteile gern in Kauf.
Das Umschreiben der im Dualsystem dargestellten Zahlen in das Dezimalsystem haben wir bereits geübt. Betrachten wir

nun, wie man eine im Dezimalsystem angegebene Zahl in das Dualsystem umschreibt.
Man muß nur wissen, an welcher Stelle welche Ziffer steht. Sehen wir uns zuerst an, wie man dies bei einer im Dezimalsystem angegebenen Zahl erkennt. Die Zahl soll 1967 sein. Teilen wir diese durch eine Grundzahl, im vorliegenden Fall durch 10, dann erhalten wir

$1967 = 196 \cdot 10$ Rest 7.

Der Quotient wird wieder durch 10 geteilt

$196 = 19 \cdot 10$ Rest 6.

Durch erneutes Teilen durch 10 erhält man

$19 = 1 \cdot 10$ Rest 9

und $1 = 0 \cdot 10$ Rest 1.

Man sieht, daß die Reste von unten nach oben den zu den einzelnen Stellenwerten gehörenden Ziffern entsprechen.
In gleicher Weise gibt eine Division in der analogen Reihenfolge mit der Grundzahl des Dualsystems, der 2, die dem Dualsystem entsprechende Form der Zahl. Schreiben wir als Beispiel die Zahl 59 in dieser Weise um in das Dualsystem:

$59 = 2 \cdot 29$ Rest 1,
$29 = 2 \cdot 14$ Rest 1,
$14 = 2 \cdot 7$ Rest 0,
$7 = 2 \cdot 3$ Rest 1,
$3 = 2 \cdot 1$ Rest 1,
$1 = 0 \cdot 1$ Rest 1.

59 hat also die binäre Form 111 011.

3.1.2. *Das binäre »Zahlenrad«*

Mechanische Zähler auf der Grundlage des Dezimalsystems sind jedem bekannt, man findet sie in Magnetbandgeräten zum Messen der abgelaufenen Bandlänge sowie in Strom-

und Gaszählern zum Messen der verbrauchten Energiemenge. Ihre wesentlichen Bestandteile sind nebeneinander angeordnete Zahnräder, deren jedes 10 Zähne und einen Mitnehmer hat. Das erste Rad zählt die Einer. Nach einer Umdrehung wird durch den Mitnehmer das zweite Rad, das die Zehner zählt, um einen Zahn weitergedreht, nach zwei Umdrehungen um zwei Zähne usw. Hat auch das zweite Rad eine Umdrehung vollendet, dreht es mit Hilfe des Mitnehmers das die Hunderter zählende dritte um einen Zahn weiter usw. An Ziffern auf den Zahnrädern kann man ablesen, wievielmal das erste Rad weitergestellt wurde.
Bild 27 zeigt das binäre »Zahlenrad«, Bild 28 ein Konstruktionsdetail. Mit Hilfe dieser beiden Bilder ist die Funktion des Zahlenrades leicht zu verstehen. Da es im Dualsystem nur zwei Ziffern gibt (die 0 und die 1), kann man anstelle von Zahn-

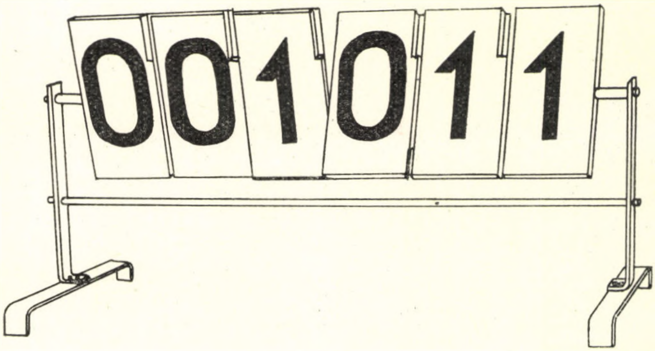


Bild 27. Binäres »Zahlenrad«

rädern einfache Platten verwenden, bei denen auf der einen Seite die 0, auf der anderen die 1 angegeben ist. In der Ausgangsstellung wenden uns alle Platten die 0 zu. Wird nun die rechte Platte umgedreht, erscheint die 1; das bedeutet, daß bisher eine Umdrehung ausgeführt wurde. Aus der Detailzeichnung in Bild 28 kann man erkennen, daß durch das Drehen der Platte seitlich ein kleines Metallplättchen hervorgeschoben

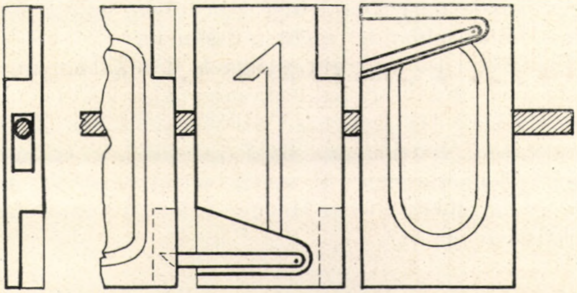


Bild 28. Konstruktionsdetail des binären »Zahlenrades«

wird, das sich von hinten in die zweite Platte einhakt. Bei der zweiten Umdrehung der ersten Platte wird dadurch auch die zweite mit umgedreht, wodurch auf dieser die 1 erscheint. Die erste Platte zeigt dann wieder die 0. Damit wird die 10 gezeigt, was bedeutet, daß zwei Umdrehungen ausgeführt wurden. (Diese Stellung zeigt Bild 28.)

Das Metallplättchen an der ersten Platte wird dann wieder zurückgeschoben; dadurch wird das Umdrehen der dritten Platte nur durch das Drehen der ersten bewirkt. Es erscheint die 11, die angibt, daß drei Umdrehungen stattgefunden haben. Nunmehr wurde bereits an beiden Platten das Metallplättchen hervorgeschoben; dadurch dreht sich gemeinsam mit den beiden ersten auch die dritte Platte. Es erscheint die 100, die anzeigt, daß vier Umdrehungen stattgefunden haben, usw.

Möchte man erreichen, daß die Platten des binären »Zahlenrads« senkrecht stehen bleiben, muß man wie folgt vorgehen:

Für die Welle wird kein rundes Loch gebohrt, sondern eine rechteckige Öffnung geschnitten. Dadurch liegt in der senkrechten Stellung der Schwerpunkt unterhalb der Welle und die Platten bleiben in senkrechter Stellung stehen.

Am zweckmäßigsten ist es, die für das Zahlenrad erforderlichen Platten aus drei Schichten zusammenzukleben. Das innere Brett ist so dick wie die Welle selbst. Für die Außenflächen genügt Pappe. Zwischen die einzelnen Platten werden

Unterlegscheiben oder Drahtringe geschoben, damit die Platten beim Drehen einander nicht mitnehmen.
Dieses Zahlenrad ist sehr gut geeignet, das Zählen im Dualsystem zu üben und dieses Zahlensystem näher kennenzulernen. Fast könnte man das Zahlenrad als mechanischen Zähler für das Dualsystem bezeichnen. Bald werden wir es auch als Empfänger kennenlernen; in seiner »elektronischen Ausführung« ist es ein unerläßliches Meßgerät der Atomphysiker und der Elektroingenieure.

3.1.3. Operationen mit Dualzahlen

Addieren. Ein Vorteil des Dualsystems besteht darin, daß die Rechenoperationen viel einfacher sind als im Dezimalsystem. Um auf dem Papier mehrstellige Zahlen im Dezimalsystem addieren zu können, mußte man früher in der Schule die sogenannte Addiertabelle lernen, d. h., wieviel die Summe von zwei Ziffern, z. B. 5 und 7, ergibt. Da es auch auf die Reihenfolge der Ziffern ankommt, gibt es genaugenommen hundert Fälle für die Addition der Ziffern des Dezimalsystems.
Das Arbeiten mit dem Dualsystem ist einfacher. Für die Addiertabelle gibt es insgesamt nur die folgenden vier Fälle:

$0 + 0 = 0$
$0 + 1 = 1$
$1 + 0 = 1$
$1 + 1 = 0$, als Übertrag bleibt 1.

(Dies war auch beim Dezimalsystem so; dort wurde gesagt, $8 + 4$ ist 12, die 2 aufgeschrieben und als Übertrag 1 gemerkt.)
Betrachten wir nun gleich eine Addition im Dualsystem. Zur Kontrolle wurde die Addition auch im Dezimalsystem ausgeführt und daneben geschrieben:

11 101	29
+ 1 100	+12
101 001	41

Die Addition wird auch hier auf der rechten Seite, also bei der Ziffer mit dem niedrigsten Stellenwert begonnen und dann nach links gehend fortgesetzt. In Analogie zur Beschreibung der im Dezimalsystem ausgeführten Operation wird der folgende Text verwendet: 0 und 1 ist 1, die 1 wird aufgeschrieben, einen Übertrag gibt es nicht; 0 und 0 ist 0, 1 und 1 ist 0, die 0 wird aufgeschrieben, als Übertrag bleibt 1; 1 und 1 ist 0 und 1 ist 1, 1 wird aufgeschrieben und 1 bleibt als Übertrag; 1 und 1 ist 0, bleibt 1.
Wir können also bereits im Dualsystem addieren! Es war wesentlich leichter zu lernen als das Addieren im Dezimalsystem. Es empfiehlt sich, zur Festigung unseres Wissens noch ein oder zwei Beispiele durchzurechnen. Es ist auch zweckmäßig, die Richtigkeit des Verfahrens mit dem Dezimalsystem zu kontrollieren.
Subtraktion. Auch die Subtraktion kann so ausgeführt werden wie beim Dezimalsystem. Von rechts, vom niedrigsten Stellenwert, wird ausgegangen und die Subtraktion nach links fortgesetzt. Die Subtraktion wird nach Ziffern vorgenommen. Ist der Minuend kleiner als der Subtrahend, dann »leihen« wir uns etwas vom nächsthöheren Stellenwert, wie das auch bei der »normalen« Subtraktion üblich ist. Betrachten wir dazu ein Beispiel:

11 011 001	217
− 1 101 111	−111
01 101 010	106

Diese Operation beschreiben wir mit dem folgenden Text:

1 — 1 ist 0; 2 — 1 ist 1, bleibt 1; 2 — 2 ist 0, bleibt 1; 3 — 2 ist 1, bleibt 1; 1 — 1 ist 0; 2 — 1 ist 1, bleibt 1; 3 — 2 ist 1, bleibt 1; 1 — 1 ist 0.

Die Subtraktion im Dualsystem ist wesentlich schwieriger als die Addition. Diese Feststellung gilt jedoch auch für das Dezimalsystem. Es ist auch nicht sehr wichtig, diese Form der Subtraktion zu üben, da die Rechner nach einer anderen Methode subtrahieren, die wir bald kennenlernen werden. Auf die Multiplikation und Division im Dualsystem kommen wir später noch zurück.

3.2. »Stöpsel«-Rechner

Um unsere bisherigen Kenntnisse zu festigen, empfiehlt es sich, den folgenden, wirklich sehr einfachen Rechner zu bauen. Er kostet fast gar nichts, weil man für ihn nur ein kleines Brett und 15 bis 20 Nägel braucht.
In ein Brett von etwa 15 cm × 15 cm werden in vier bis fünf Reihen jeweils 6 Löcher solchen Durchmessers gebohrt, daß die Nägel leicht eingeführt werden können, wie im Prinzip in Bild 29 angegeben ist. Die Zahlen werden in den Rechner durch entsprechendes Einstecken der Nägel »eingegeben«. (Im Bild stellen die kleineren Punkte die Löcher, die größeren die eingesteckten Nägel dar.) Über die oberste Lochreihe wurden die Werte der einzelnen Spalten im Dezimalsystem geschrieben. Die zweite Lochreihe enthält offenbar die Zahl 0, weil sich kein einziger Nagel in den Löchern befindet. In der dritten Reihe ist die 1, in der vierten die 2 und in der fünften

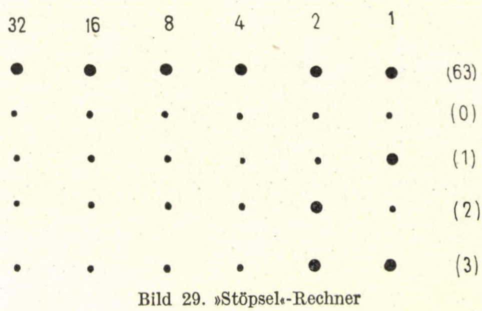


Bild 29. »Stöpsel«-Rechner

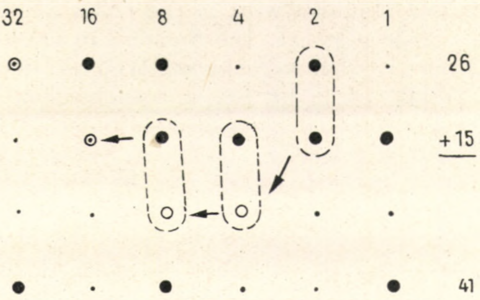


Bild 30. Addition mit dem »Stöpsel«-Rechner

die 3 gespeichert. Die größte in der obersten Reihe speicherbare Zahl ist 63. Jede der Reihen hat die angegebene Speicherkapazität. Wir wollen nun erfahren, wie man mit diesem Rechner die verschiedenen Rechenoperationen ausführen kann.

Addition. Wir addieren die in der obersten Reihe des Rechners gespeicherte 26 und die in der darunterliegenden Reihe gespeicherte 15. Dabei ist folgendermaßen vorzugehen:

Es wird ziffernweise addiert und mit der Ziffer niedrigsten Stellenwertes, also auf der rechten Seite, begonnen. Befindet sich in der Spalte nur ein Stöpsel, wird er in die oberste Reihe gesteckt. Befinden sich in dieser Spalte aber zwei, werden beide herausgenommen und einer in die um einen Stellenwert höhere Spalte gesteckt. In dieser Weise schreitet man von Stellenwert zu Stellenwert fort. Schließlich erhält man in der obersten Reihe die Summe. (In Bild 30 ist die Summe der Übersichtlichkeit wegen in der vierten Reihe angegeben. Die ursprünglich eingesteckten Nägel sind mit einem vollen Kreis, die als Übertrag eingesteckten mit einem einfachen Kreis gekennzeichnet.) Für mehrere Summanden gilt die Anweisung:

Die erste und zweite Reihe werden addiert, dann die dritte mit der Summe der ersten beiden usw. Dadurch erhält man die Summe schließlich auch in der ersten Reihe.

Die Richtigkeit dieses mechanischen Verfahrens ist mit den im vorangegangenen Abschnitt erworbenen Kenntnissen leicht einzusehen.

Subtraktion. Der Minuend wird in die erste, der Subtrahend in die zweite Zeile gesteckt. Die Spalten, in denen sich zwei Stöpsel befinden, werden weggelassen. Wenn so in der zweiten Reihe kein Stöpsel verbleibt, hat man auch schon das Ergebnis (Bild 31). Verbleibt noch ein Stöpsel in der zweiten Reihe, dann ist nach dem folgenden Verfahren vorzugehen:
Der am nächsten und links von dem in der zweiten Reihe verbliebenen Stöpsel in der ersten Reihe befindliche Stöpsel wird um eine Stelle nach rechts gesetzt. Ist er so in die gleiche Spalte gelangt wie der darunter stehende, dann wird der untere entfernt und der obere belassen. Ist dies nicht der Fall, dann wird an dieser Stelle ein Stöpsel belassen und einer wiederum nach rechts gesetzt, bis er sich mit dem darunter befindlichen in derselben Spalte befindet. So werden der Reihe nach alle unteren Stöpsel ausgeschaltet (Bild 32 und Bild 33).
Multiplikation. Im allgemeinen wird die Multiplikation auf eine wiederholte Addition zurückgeführt. Ist der Multiplikator eine Potenz von 2, wird der Multiplikand um soviel Einheiten nach links verschoben, wie dem Exponenten entsprechen.
Division. Die Division stellt im allgemeinen eine wiederholte Subtraktion dar. Ist der Divisor eine Potenz von 2, wird der Dividend um soviel Stellen nach rechts gesetzt, wie dem Exponenten entsprechen.
Dieser zuerst vielleicht etwas primitiv erscheinende kleine »Rechner« kann viel Freude bereiten, wenn man die geringe Mühe für seine Herstellung nicht scheut.

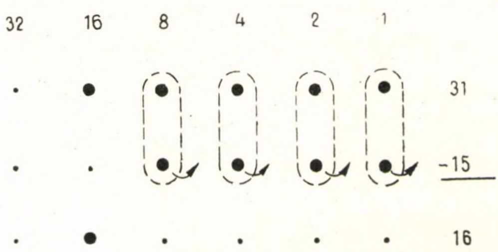


Bild 31. Der einfachste Fall der Subtraktion

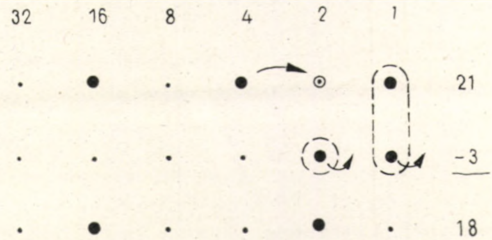


Bild 32. Kompliziertere Subtraktion

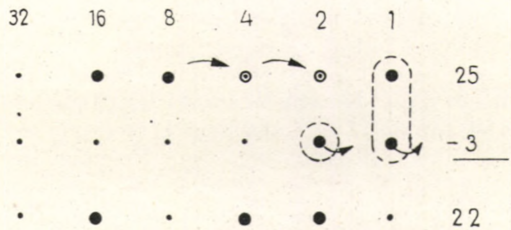


Bild 33. Der schwierigste Fall der Subtraktion

Subtraktion nach einem neuen Verfahren. Mit dem kleinen »Stöpsel«-Rechner eine Subtraktion vorzunehmen war verhältnismäßig kompliziert. Digitalrechner subtrahieren in einer anderen, wesentlich einfacheren Weise. Machen wir uns mit diesem Verfahren bekannt.

Sein Grundgedanke geht auf eine alte, beim Dezimalsystem gemachte Beobachtung zurück. Sie galt für Jahrhunderte nur als eine interessante Besonderheit der Algebra; für Rechner erwies sie sich als sehr nützlich. Untersuchen wir diesen Tatbestand an einem Beispiel, der Aufgabe 43 — 37 = 6. Wenn man statt 37 zu subtrahieren zu 43 die Zahl addiert, die den Subtrahenden 37 auf 100 ergänzt — also 63 —, erhält man 106. Läßt man den Hunderter weg, bekommt man 6, also das gleiche Resultat wie bei unmittelbarer Subtraktion. Ein anderes Beispiel: Anstelle der Subtraktion 43 — 28 wird zum Minuenden die Zahl addiert, die den Subtrahenden auf 100 ergänzt, also 72. Läßt man vom Ergebnis 100 weg, erhält man wieder die Differenz, diesmal also 15. Das Interessante an diesem Verfahren besteht darin, daß man mit seiner Hilfe die Subtraktion auf die Addition zurückführen kann. Wir sollen das zur Übung noch mit einigen anderen Zahlen probieren.

Die Zahlen, die die betreffende Zahl auf 100 ergänzen, werden Komplementzahlen genannt. Aus den Beispielen kann man folgende formale Regel ableiten: Eine Zahl kann man von einer anderen auch subtrahieren, indem man ihre Komplementzahl zu dieser Zahl addiert und die Bezugszahl der Komplementierung von der Summe abzieht.

Sicherlich werden jetzt manche Leser einwenden: Eine eigenartige Sparsamkeit! Man spart eine Subtraktion, führt dafür eine Addition aus und muß überdies eine weitere Subtraktion vornehmen, um die Komplementzahl zu finden. — Dieses Argument ist für das Dezimalsystem berechtigt, und deshalb schenkt man dieser Beobachtung beim Rechnen im Dezimalsystem nur wenig Beachtung. Anders ist es aber im Dualsystem. In ihm erhält man die Komplementzahl zu einer Zahl ganz einfach dadurch, daß man anstelle von 1 eine 0 und anstatt der 0 eine 1 schreibt und zu der so erhaltenen Zahl 1 addiert. Die Zahl 37 hat zum Beispiel die folgende binäre Form, wenn der Rechner eine Kapazität von sechs Binärzeichen hat:

37 100 101.

Tauscht man die Ziffern der Darstellung im Dualsystem in der oben beschriebenen Weise aus und addiert 1 zur erhaltenen Zahl, ergibt sich als Komplementzahl von 37

011 011.

(Im Dezimalsystem ist dies 27. Sie ergänzt 37 auf $2^6 = 64$, auf die Aufnahmefähigkeit unseres Rechners.)

Addiert man diese zu 43, anstatt 37 abzuziehen, so erhält man

$$
\begin{array}{rlrr}
43 & \text{anstelle von} & 101\,011: & 101\,011 \\
-37 & & -100\,101: & +011\,011 \\
\hline
6 & & & 000\,110
\end{array}
$$

Schreibt man das Ergebnis in das Dezimalsystem um, ergibt sich tatsächlich 6. Die als letzter Übertrag verbliebene 1 wurde deshalb nicht hingeschrieben, weil wir festgelegt haben, daß der Rechner nur eine Kapazität von 6 Binärzeichen hat, d. h., die Bezugszahl für die Komplementierung beträgt 1 000 000.

Als Zusammenfassung merken wir uns, daß die Rechner die Subtraktion auf eine Addition zurückführen: Die Komplementzahl des Subtrahenden wird zum Minuenden addiert.

Wir möchten noch erwähnen, daß beim Eingeben der Zahlen in großen Rechnern die erste Stelle für das Vorzeichen der Zahl frei gehalten wird. Ist die Zahl positiv, wird an die erste Stelle eine 0 geschrieben, ist sie negativ, eine 1. Es soll hier ferner noch darauf hingewiesen werden, daß große Rechner oft mit Zahlen arbeiten, die kleiner sind als 1. In solchen Fällen wird die vor der Zahl stehende 0 als ganze Zahl betrachtet und das Komma weggelassen; dabei hat die erste Ziffer gleich die Größenordnung 2^{-1}, d. h. $^1/_2$. Das Rechnen mit Zahlen kleiner als 1 ist nur eine Frage der Programmierung. Man kann bei einer beliebigen Rechnung jede Zahl kleiner als 1 setzen, wenn man sie durch eine entsprechend ausgewählte größere Zahl dividiert.

Nach unseren Darlegungen entspricht z. B. 0 1011 im Dualsystem $+\frac{11}{16}$ im Dezimalsystem. Die erste 0 ist das Vorzeichen, hier ein Pluszeichen, und die 1011 — da sie eine Zahl kleiner als 1 sein soll — die abgekürzte Schreibweise der Summe

$$1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{11}{16}.$$

In der gleichen Weise entspricht die im Dualsystem niedergeschriebene Zahl 1 0111 im Dezimalsystem $-\frac{7}{16}$.

Versuchen wir nun, Bruchzahlen mit Vorzeichen zu addieren:

$$\begin{array}{r} 0\ 10011 \\ +0\ 01001 \\ \hline 0\ 11100 \end{array} \qquad \text{bzw.} \qquad \begin{array}{r} \dfrac{19}{32} \\ +\dfrac{9}{32} \\ \hline \dfrac{28}{32} \end{array}$$

Wie man sieht, erhält man auch das Vorzeichen der Summe. (Das Zeichen + ist hier kein Vorzeichen, sondern das Zeichen für die Addition.)
Nunmehr können wir versuchen, eine etwas kompliziertere Subtraktion auszuführen. Wir wissen aus den vorangegangenen Abschnitten, daß anstatt den Subtrahenden abzuziehen, die Komplementzahl zum Minuenden addiert wird.

$$\begin{array}{r} \dfrac{11}{16} \\ -\dfrac{9}{16} \\ \hline \dfrac{2}{16} \end{array} \qquad \text{anstelle von} \qquad \begin{array}{r} 0\ 1011 \\ -0\ 1001 \\ \hline \end{array} \quad : \quad \begin{array}{r} 0\ 1011 \\ +1\ 0111 \\ \hline 0\ 0010 \end{array}$$

Man erhält also tatsächlich $\dfrac{2}{16}$ als Ergebnis der Subtraktion.
Beachten wir, daß wir so ganz nebenbei auch das Vorzeichen der Differenz erhalten haben! Sehr interessant ist die folgende Subtraktion:

$$\begin{array}{r} \dfrac{5}{16} \\ -\dfrac{7}{16} \\ \hline -\dfrac{2}{16} \end{array} \qquad \text{anstelle von} \qquad \begin{array}{r} 0\ 0101 \\ -0\ 0111 \\ \hline \end{array} \quad : \quad \begin{array}{r} 0\ 0101 \\ +1\ 1001 \\ \hline 1\ 1110 \end{array}$$

Bei der Bewertung des Ergebnisses (1 1110) muß man zwei Dinge beachten. Die erste 1 zeigt uns an, daß das Ergebnis der Subtraktion negativ ist. Die zweite und noch interessantere Tatsache besteht darin, daß wir anstelle des Ergebnisses dessen Komplementzahl erhalten haben. (Die Komplementzahl von 1 1110 ist 0 0010, d. h. $\frac{2}{16}$.)

3.3. Additions-Subtraktions-Rechner

Nach den nicht leichten, aber sehr nützlichen und notwendigen Ausführungen des vorangegangenen Abschnitts kommen wir nun wieder zur Praxis zurück. Wir bauen einen einfachen Rechner aus Schaltern und Glühlampen, der aber beliebige Dualzahlen addiert und subtrahiert. Er kann also alles, was wir auf den vorangegangenen Seiten theoretisch erörterten.
Wie bereits bei der Behandlung der Dualzahlen ausgeführt

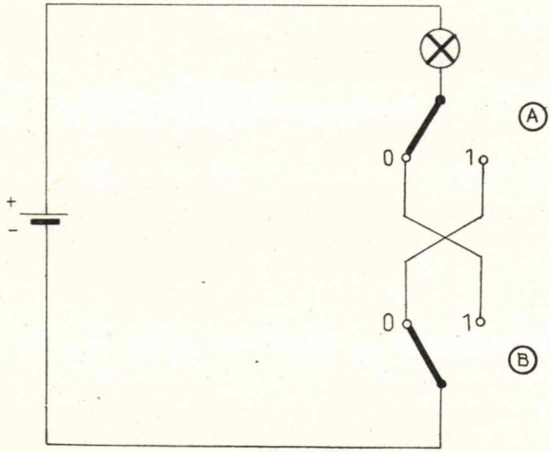


Bild 34. Addition von einstelligen Zahlen ohne Übertrag

wurde, gibt es bei der Addition einstelliger Zahlen insgesamt die folgenden vier Fälle:

$$0 + 0 = 0;\ 0 + 1 = 1;\ 1 + 0 = 1;\ 1 + 1 = 0,$$

dabei bleibt 1 als Übertrag.
Die ersten drei Fälle, bei denen es keinen Übertrag gibt, kann man mit der in Bild 34 angegebenen Schaltung lösen. Man sieht, daß man eine Glühlampe (z. B. eine 3,5-V-Glühlampe, wie in Taschenlampen) und zwei einpolige Umschalter benötigt.
Als Stromquelle kann eine 4,5-V-Taschenlampenbatterie oder eine durch einen Klingeltransformator herabgesetzte Wechselspannung dienen. Legen wir folgendes fest:
Der Schalter A soll dem ersten, der Schalter B dem zweiten Summanden entsprechen. Die linke Stellung der Schalter soll bedeuten, daß der entsprechende Summand 0 ist, bei der rechten Stellung ist der Summand 1. Leuchtet die Glühlampe nicht auf, ist die Summe 0, leuchtet sie auf, ist die Summe 1.
Wenn man den Stromlauf in allen drei Fällen verfolgt, sieht man, daß die Glühlampe tatsächlich nur im zweiten und im dritten Fall aufleuchtet. Unsere Schaltung erfüllt also die festgelegten Bedingungen.

3.3.1. Addition einstelliger Zahlen mit Übertrag

Will man auch Aufgaben mit Übertrag lösen, benötigt man bereits eine etwas kompliziertere Schaltung, die aber immer noch leicht zu übersehen ist (Bild 35). Außer den bereits genannten Stromquellen braucht man für diese Schaltung zwei Glühlampen und zwei zweipolige Umschalter. Derartige Schalter sind in Bastlerläden erhältlich.
Die Schaltung in Bild 35 ergibt in den ersten drei Fällen der Addition das gleiche Ergebnis wie die Schaltung nach Bild 34. Ist die Summe 0, brennt keine Glühlampe. Die Glühlampe auf der rechten Seite (die mit $2^0 = 1$ gekennzeichnet ist) brennt, wenn die Summe 1 ist. Im vierten Fall der Addition jedoch, in dem die Summe 0 ist und ein Übertrag von 1 bleibt, leuchtet die Glühlampe 2^0 nicht auf, dagegen aber die links befindliche Glühlampe, die den Übertrag anzeigt. Wird nun

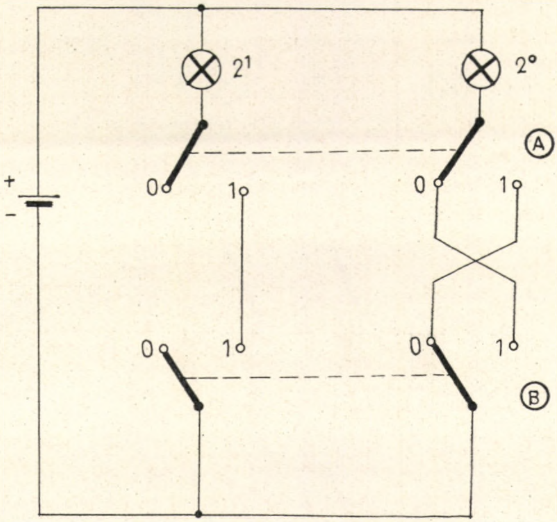


Bild 35. Addition von einstelligen Zahlen mit Übertrag

diese mit $2^1 = 2$ beschriftet, dann erhält man die Zahl 2 als Ergebnis der Addition im Dezimalsystem.
Man kann diese Schaltung als einfachen Rechner betrachten, mit dem man einstellige Dualzahlen addieren und das Ergebnis gleich im Dezimalsystem darstellen kann.
Die Schaltung in Bild 36 entspricht bei genauerem Hinsehen der Schaltung nach Bild 35; sie wurde nur im Interesse der späteren Darlegungen etwas verändert. Überzeugen wir uns davon, indem wir den Stromkreis für irgendeinen Fall der Addition verfolgen! Eine derartige Anordnung wird in der Fachsprache als Halbadder bezeichnet. Bei der Addition mehrstelliger Zahlen ist nämlich eine derartige Schaltung nur für die Addition der rechts außen stehenden Zahlen, also der Zahlen mit dem niedrigsten Stellenwert, geeignet. Von den an zweiter Stelle von rechts stehenden Zahlen an kann es bereits vorkommen, daß beide Summanden die Ziffer 1 enthalten und daß es auch vom vorangehenden Stellenwert einen Übertrag von 1 gibt. Man muß also eigentlich drei Ziffern addieren.

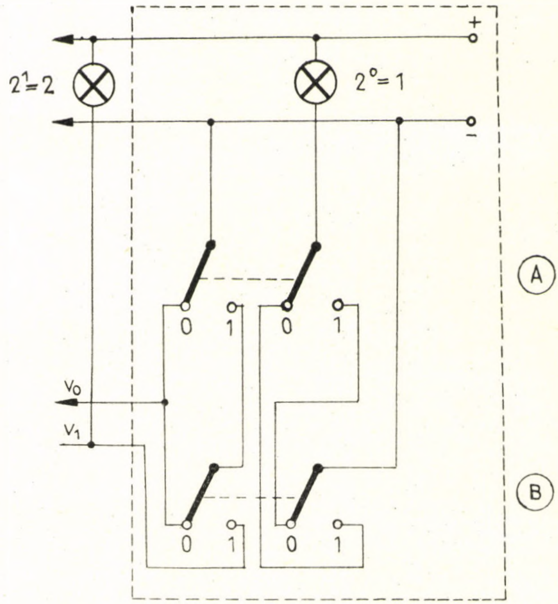


Bild 36. »Halbadder«

3.3.2. Addition zweistelliger Zahlen

Mit Hilfe der in Bild 37 dargestellten Schaltung lassen sich bereits zweistellige Dualzahlen addieren. In der rechten Bildhälfte erkennt man den Halbadder aus dem vorangehenden Bild. Der linke, die Addition der zweiten Ziffer ausführende Teil der Schaltung stellt bereits einen sogenannten Volladder dar. Um diesen bauen zu können, benötigt man bereits zwei vierpolige Umschalter. Derartige Schalter sind in der Fernsprechtechnik üblich. Sind sie im Handel nicht erhältlich, kann man sie durch jeweils zwei zweipolige Umschalter ersetzen.
Addieren wir mit Hilfe dieser Schaltung zweistellige Zahlen, können die folgenden 16 Fälle auftreten:

$$\begin{array}{rcrcrcr} 00 & \quad & 00 & \quad & 00 & \quad & 00 \\ +00 & & +01 & & +10 & & +11 \\ \cline{1-1}\cline{3-3}\cline{5-5}\cline{7-7} 00 & & 01 & & 10 & & 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcrcrcr} 01 & \quad & 01 & \quad & 01 & \quad & 01 \\ +00 & & +01 & & +10 & & +11 \\ \cline{1-1}\cline{3-3}\cline{5-5}\cline{7-7} 01 & & 10 & & 11 & & 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcrcrcr} 10 & \quad & 10 & \quad & 10 & \quad & 10 \\ +00 & & +01 & & +10 & & +11 \\ \cline{1-1}\cline{3-3}\cline{5-5}\cline{7-7} 10 & & 11 & & 100 & & 101 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcrcrcr} 11 & \quad & 11 & \quad & 11 & \quad & 11 \\ +00 & & +01 & & +10 & & +11 \\ \cline{1-1}\cline{3-3}\cline{5-5}\cline{7-7} 11 & & 100 & & 101 & & 110 \end{array}$$

Verfolgen wir auf dem Schaltbild die auf der einen Diagonale liegenden vier interessantesten Fälle. Haben beide Summan-

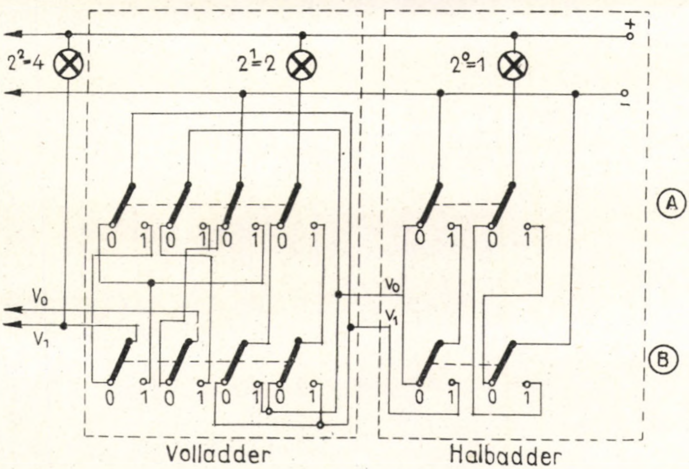


Bild 37. Schalter-Addierwerk für zwei Bit

den den Betrag 0, befinden sich alle Schalter in den in Bild 37 angegebenen Stellungen. Verfolgt man die Stromkreise der Glühlampen, kann man feststellen, daß jeder an irgendeiner Stelle unterbrochen ist, daß also keine Glühlampe aufleuchtet. Sie zeigen richtig an, daß $0 + 0 = 0$.
Haben beide Summenden den Wert 1, befinden sich die Schalter A und B der I. Stufe in Rechtsstellung. Die Glühlampe 2^0 leuchtet nicht auf, weil ihr Stromkreis offen ist. Über die den Übertrag weiterleitende untere Leitung V_1 gelangt negative Spannung an die Glühlampe 2^1 der II. Stufe. Der Stromkreis dieser Glühlampe ist geschlossen. Sie zeigt also richtig an, daß $1 + 1 = 2$.
Stellen beide Summanden den Betrag 2 dar, dann stehen die Schalter der I. Stufe in der 0-Stellung, die der II. in Rechtsstellung. Eine Verfolgung der Lampenstromkreise zeigt, daß nur derjenige der Glühlampe 2^2 geschlossen ist. Dies entspricht der Tatsache, daß $2 + 2$ gleich 4 ist.
Haben schließlich beide Summanden den Betrag von jeweils 3, dann stehen die Schalter der I. und der II. Stufe in Rechtsstellung. Die Glühlampe 2^0 leuchtet aus den bereits genannten Gründen nicht, die anderen beiden Glühlampen leuchten jedoch. Unser Rechner zeigt auch jetzt das Ergebnis richtig an:

$$2^2 + 2^1 = 4 + 2 = 6.$$

Die übrigen 12 Fälle kann man in der gleichen Weise durchdenken. Es empfiehlt sich, zur Übung den einen oder anderen Fall an Hand von Beispielen durchzurechnen.

3.3.3. *Addition mehrstelliger Zahlen*

Auf der Grundlage von Bild 37 kann man leicht einen Schalterrechner herstellen, mit dem man Zahlen beliebiger Stellenzahl addieren kann. Für die Addition von fünfstelligen Summanden wird zum Beispiel die II. Stufe, der Volladder, noch dreimal wiederholt, und schon hat man das gewünschte Schaltbild. Das sogenannte Blockschaltbild dieses Rechners zeigt Bild 38a. Es läßt sehr gut erkennen, daß für den Rechner zum Addieren fünfstelliger Binärzahlen ein Halbadder und vier Volladder notwendig sind. Anstelle der Quadrate im Blockschaltbild muß man sich selbstverständlich die entsprechenden Schaltbilder denken.

Subtraktion. Mit dem Schalterrechner kann man auch subtrahieren. Wie bereits im vorangehenden Abschnitt besprochen wurde, wird die Subtraktion mit dem Rechner so ausgeführt, daß die Komplementzahl des Subtrahenden zum Minuenden addiert wird. Die Komplementzahl einer Zahl erhalten wir im Dualsystem, indem wir an die Stelle von 0 eine 1 und an die Stelle der 1 eine 0 schreiben sowie zu der so erhaltenen Zahl noch eine 1 dazuzählen. Wir haben auch darauf hingewiesen, daß bei Rechnern der höchste Stellenwert als Vorzeichen verwendet wird. Steht an der ersten Stelle eine 0, dann hat die Zahl das Vorzeichen +, steht dagegen als erstes eine 1,

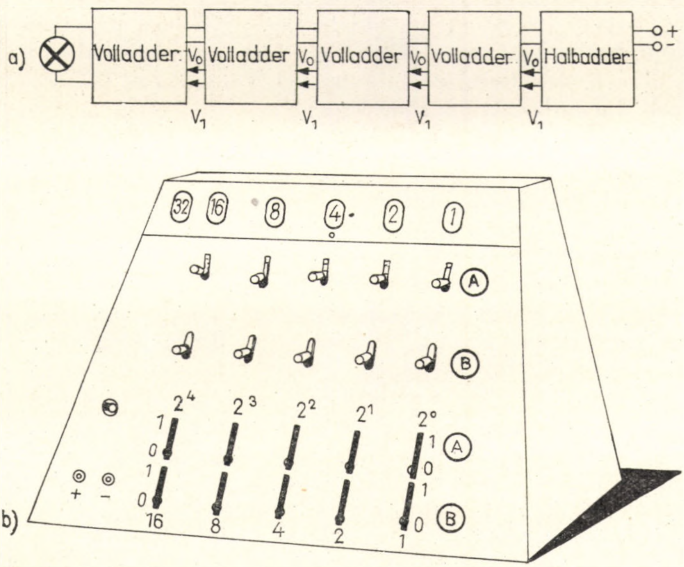


Bild 38. Schalter-Addier-Subtrahier-Werk
a) Blockschaltbild; *b)* Gerät

dann hat sie das Vorzeichen —. Betrachten wir nun zwei Subtraktionen auf diesem Rechner mit einer Kapazität von fünf Zeichen. Für die einfache Subtraktion 3 — 2 = 1 schreibt man im Dualsystem:

0 0011	nach Einsetzen der Komplementzahl	0 0011
—0 0010		+1 1110
		0 0001

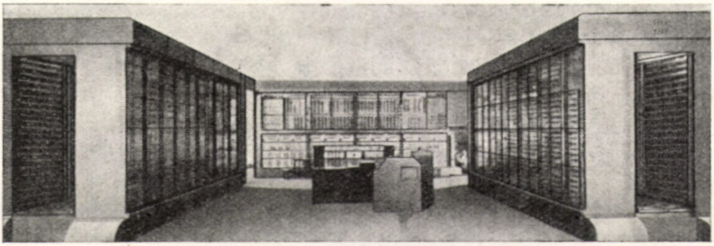
Man erhält also tatsächlich +1 als Ergebnis.
Im folgenden Beispiel sei der Subtrahend größer als der Minuend:

5	0 0101	es ist also	0 0101
—12	—0 1100		—1 0100
— 7			1 1001

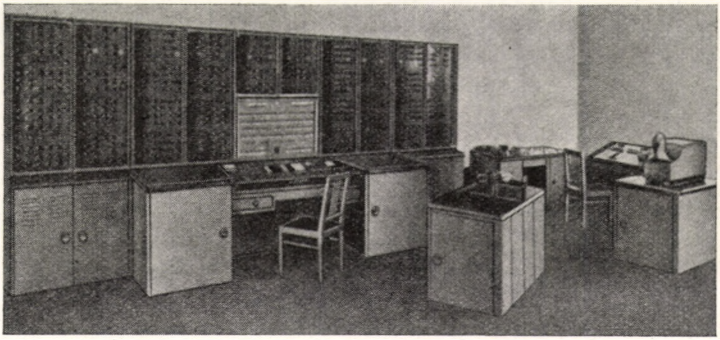
Da an erster Stelle eine 1 steht, ist das Ergebnis negativ, und wir haben die Komplementzahl der Differenz erhalten. Die Komplementzahl dieses Ergebnisses ist aber tatsächlich 0111, d. h. 7. Unter Berücksichtigung des Vorzeichens führte demnach die Subtraktion zum Ergebnis —7.

3.3.3.1. Praktische Realisierung

Bild 38 zeigt einen Rechner für fünf Zeichen (5 Bit). An den 3,5-V-Glühlampen (von Taschenlampen) in der oberen Lochreihe kann das Ergebnis abgelesen werden. Als Spannungsquelle dienen zwei parallel geschaltete Taschenlampenbatterien oder 4-V-Wechselspannung, die einem Netztransformator entnommen wird. Bei der Addition wird der eine Summand an der oberen Schalterreihe A eingegeben, der andere an der darunter liegenden. Die obere Stellung der Schalter entspricht der 1, die untere der 0. Unten befindet sich noch einmal jeweils eine Schalterreihe A und B. Dies sind aber nur Scheinschalter, einfache Stäbchen, die in eine obere und untere Lage gebracht werden können. Sie erleichtern die Subtraktion.
Sprechen wir im folgenden anstatt von Addition und Subtrak-



1953 wurde in der Sowjetunion der elektronische Digitalrechenautomat »Strela« entwickelt, der 2000 Operationen in der Sekunde ausführt



Der elektronisch programmgesteuerte Digitalrechenautomat »Ural«, mit einem wesentlich kleineren Format

tion, wie dies in der Mathematik üblich ist, einfach vom Zusammenziehen von Zahlen mit einem Vorzeichen. Haben beide zusammenzuziehenden Zahlen (Operanden) das gleiche Vorzeichen, dann wird nach dem oben beschriebenen Additionsverfahren vorgegangen. Das Ergebnis hat das gleiche Vorzeichen wie die beiden Operanden und stellt die nach diesem Vorzeichen erhaltene Summe dar.

Hat der eine Operand ein negatives Vorzeichen, dann werden die Zahlen an den unteren Scheinschaltern eingegeben. Der Operand mit dem positiven Vorzeichen wird an der oberen Schalterreihe in der gleichen Weise eingegeben. Die Komplementzahl des Operanden mit dem negativen Vorzeichen wird über die zweite Schalterreihe eingegeben.

Bei Einschalten der Spannungsquelle können jetzt zwei Fälle eintreten. Brennt die erste Glühlampe von links (die Glühlampe für das Vorzeichen) nicht, ist das Ergebnis der Zusammenziehung positiv (was man an den Glühlampen sofort ablesen kann). Leuchtet die Vorzeichenlampe auf, hat das Ergebnis ein negatives Vorzeichen, und an den Glühlampen kann man nur seine Komplementzahl ablesen. Will man also das tatsächliche Ergebnis erhalten, dann wird auf einer unteren Scheinschalterreihe die Komplementzahl der erhaltenen Zahl, also der Betrag des Ergebnisses eingestellt. Wir dürfen aber nicht vergessen, auch das negative Vorzeichen hinzuschreiben.
Wir weisen darauf hin, daß man ähnlich wie bei den großen Rechnern auch auf diesem kleinen Rechner mit Zahlen arbeiten kann, die kleiner sind als 1. Dann muß man festlegen, daß nach dem Vorzeichen das Dezimalkomma folgt. Die folgenden Operationen werden genauso ausgeführt wie mit ganzen Zahlen. Bei den großen Rechnern wird dieses Verfahren, das wir hier geübt haben, als Festkommadarstellung bezeichnet.
Dieser kleine Digitalrechner, den man mit recht geringen Mitteln selbst bauen kann, ist sehr gut dazu geeignet, die Addition und Subtraktion im Dualsystem verstehen zu lernen und zu üben.

3.3.3.2. Realisierung mit Relais

Bei unserem mit Schaltern arbeitenden Rechner haben wir durch das Eingeben der Zahlen selbst die zur Ausführung der Operationen notwendigen Schaltungen hergestellt. Sobald wir anschließend die Anlage unter Strom setzen, fließt Strom durch die eingeschalteten Stromkreise und zeigt so das Ergebnis an.
In großen Rechnern hat der elektrische Strom eine wesentlich andere Aufgabe; denn in ihnen werden auch die erforderlichen Schaltungen durch den elektrischen Strom hergestellt.
Die im folgenden behandelten Rechner und kybernetischen Anlagen arbeiten mit Relais. Diese Geräte entsprechen in ihrer Funktionsweise bereits besser den wirklichen Rechnern als die in den vorangegangenen Abschnitten dargestellten. Es

ist interessant, daran zu erinnern, daß auch einer der ersten Rechenautomaten im heutigen Sinne des Wortes (MARK I, 1941, s. Bild S. 76) mit Relais ausgestattet war. Für Unterrichtszwecke wurden auch später noch bevorzugt Rechner mit Relais gebaut. Vom Gesichtspunkt des Experimentierens und für Anfänger sind Relais auch deshalb von Vorteil, weil sie weniger empfindlich (z. B. gegen Überlastungen) als Elektronenröhren und Transistoren sind. Es ist schwerer, sie zu beschädigen, und der Umgang mit ihnen ist ungefährlich, weil sie bei niedrigeren Spannungen arbeiten als Elektronenröhren. Lernen wir also die Relais etwas näher kennen.

3.3.3.3. Aufbau und Arbeitsweise von Relais

In automatischen Telefonzentralen, in den Schalt- und Sicherungsanlagen von Aufzügen und in den verschiedensten automatischen Anlagen der Industrie werden Relais verschiedener

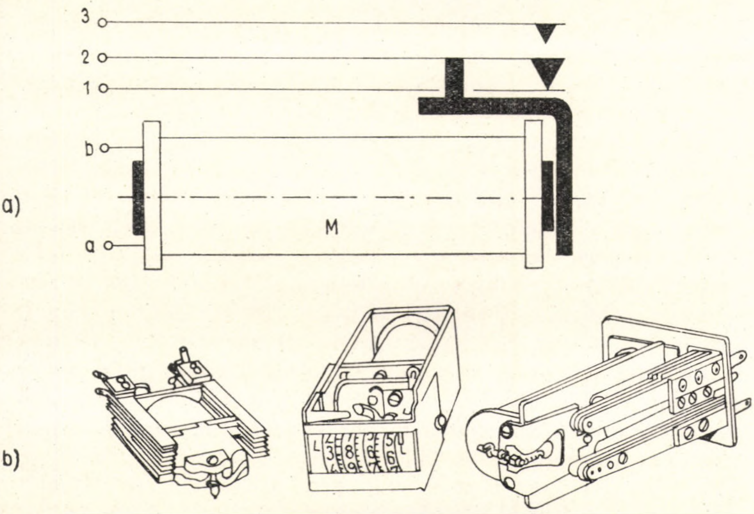


Bild 39. Relais
a) prinzipieller Aufbau; *b)* Typen

Ausführung und Größe verwendet. In ihrer grundsätzlichen Funktionsweise unterscheiden sie sich jedoch nicht. Um diese kennenzulernen, ist in Bild 39a ein Relais schematisch dargestellt.

Wird an die Zuleitungen a und b der auf einem Eisenkern angebrachten Wicklung des Relais eine Spannung gelegt, wirkt die Relaisspule als Elektromagnet M und zieht den leicht drehbaren, aus Eisenblech bestehenden Anker an. Der Anker hebt mit Hilfe des darauf befindlichen Stifts die Kontaktfeder 2 soweit, bis die Verbindung mit der darunter befindlichen Kontaktfeder 1 unterbrochen und die Verbindung mit der darüber befindlichen Kontaktfeder 3 hergestellt wird. Der über die Zuleitungen a und b des Elektromagneten führende Stromkreis, der sogenannte Steuerstromkreis, steuert also im vorliegenden Fall zwei andere Stromkreise: Er öffnet den über die Kontaktfedern 1 und 2 führenden Stromkreis und schließt den über die Kontaktfedern 2 und 3 führenden. Moderne Relais enthalten oft 16 bis 24 Kontaktfedern. Dadurch können 8 bis 16 Stromkreise durch einen einzigen Steuerstromkreis gesteuert werden.

Bild 39b zeigt drei typische Relais. Das erste ist ein sogenanntes Flachrelais. Das Joch liegt unten parallel zum Eisenkern des Magneten. Beim Schließen des dazwischen liegenden 0,5 bis 1 mm breiten Spalts wird die an den beiden Seiten sichtbare Blattfeder ein-, aus- oder umgeschaltet. Das mittlere ist ein sogenanntes Zählrelais, das elektromechanisch, z. B. Telefongespräche, zählen kann. Das rechte Relais ist das bereits oben beschriebene Rundrelais, an dem sich sieben Kontaktfedern befinden.

Neuerdings gibt es in den Bastlerläden Miniaturrelais. Plastgehäuse schützen diese Relais gegen ihren größten Feind, gegen den Staub. Sie haben Abmessungen von etwa 10 mm $\times$ 15 mm $\times$ 20 mm, also nur $^1/_{50}$ des Raumbedarfs eines normalen Relais. Sie sind deshalb für den Amateur besonders geeignet, finden aber auch in der Industrie in zunehmendem Umfang Anwendung (s. Bild 44).

Der Widerstand der Relaiswicklungen liegt je nach der Arbeitsspannung des Relais zwischen einigen Ohm und einigen Kiloohm. In der Fernsprechtechnik werden im allgemeinen Spannungen von 24 bis 48 V verwendet. Die für die Funktion von Relais erforderlichen Stromstärken liegen zwischen 1 bis 2 und 100 bis 200 mA, die Leistungsaufnahme zwischen einigen Zehntel und einigen Watt. Miniaturrelais werden für Spannungen bis 12 V geliefert. Alle diese Relais haben eine Leistungsaufnahme von 0,2 W.

Die Schaltzeit der Relais liegt zwischen 5 und 20 ms. Also verstreichen z. B. 10 ms (ein Hundertstel einer Sekunde) zwischen dem Schließen des Steuer- und dem Schalten des gesteuerten Stromkreises. Dieser Zeitraum ist für Rechner zu groß. Deshalb wurden die Relais aus diesem Gebiet durch Elektronenröhren und später durch Transistoren verdrängt. Bei den Rechnern für Ausbildungs- und Studienzwecke ist diese »Langsamkeit« jedoch kein Nachteil, sondern eher ein Vorteil. Dadurch kann man nämlich noch »sehen« (bzw. hören), wie der Rechner arbeitet. Die unsichtbare Funktionsweise der elektronischen Rechner kann man sich dann auf der Grundlage der Kenntnis derartiger Modelle leicht vorstellen.

Auf den Schaltbildern sind die Eisenkerne von Relais in Form von Rechtecken dargestellt, eine schräge Linie in diesem Rechteck zeigt die Wicklung an (Bild 40). Die Kontaktfedern werden üblicherweise in nicht angezogenem Zustand dargestellt. Die mit dicken Strichen angegebenen Kontaktfedern bewegen sich beim Anziehen der Relais zum Eisenkern hin. Auf die ruhende Kontaktfeder wird ein leeres Dreieck gezeichnet, wenn sie nur nach dem Anziehen von der sich bewegenden

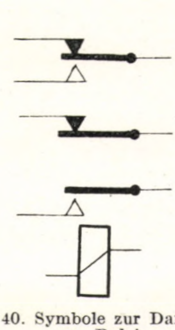


Bild 40. Symbole zur Darstellung von Relais

Kontaktfeder berührt wird; demgegenüber wird mit einem vollen Dreieck angegeben, wenn sie ihn in der auf der Zeichnung angegebenen Stellung berührt. Dadurch kann kein Mißverständnis auftreten. Das auf dem Bild dem Eisenkern am nächsten stehende Kontaktpaar stellt die Schließgruppe, das zweite die Trenngruppe und das obere die Trenn-Schließ-Dreierkontaktgruppe dar. Bei einer Steuerung schließen also die untersten Kontakte den Stromkreis, die mittleren unterbrechen bzw. trennen und die obersten unterbrechen einen Stromkreis und schließen einen anderen. Miniaturrelais werden meistens mit zwei Trenn-Schließ- oder mit einem sogenannten Morsekontakt hergestellt. Dies genügt in allen Fällen für die von uns zu bauenden Anlagen.

3.3.3.4. Stromversorgungseinheit für Relais

Am einfachsten ist es, mit 3-V-Miniaturrelais zu arbeiten. Als Stromquelle wird in diesem Fall eine 4,5-V-Taschenlampenbatterie verwendet. Hat die gewählte Schaltung einen hohen Stromverbrauch, werden zwei bis drei derartige Batterien in Parallelschaltung vorgesehen. Als Signallampen entsprechen 4-V-0,1-A-Skalenlampen den Anforderungen am besten. Die geringen Spannungsdifferenzen zwischen Relais, Glühlämpchen und Taschenlampenbatterie sind nur von untergeordneter Bedeutung (auch in Taschenlampen befinden sich 4,5-V-Batterien und 3,5-V-Glühlampen). Die folgenden Schaltungen sind im allgemeinen aus diesen Elementen aufgebaut.
Für diejenigen, die bereits Fernsprech-Relais besitzen, beschreiben wir kurz die dazu erforderliche Stromversorgungseinheit.
Das Prinzipschaltbild der Stromversorgungseinheit zeigt Bild 41. Einen Netztransformator wickeln wir uns selbst. Für unsere Zwecke reicht ein aus einem alten Rundfunkempfänger ausgebauter mittelgroßer Netztransformator völlig aus. Die Hochspannungswicklung (wir erkennen sie daran, daß sie aus dünnem Draht mit sehr vielen Windungen hergestellt ist) wird entfernt, ebenso die Heizwicklung (diese besteht aus dickem Draht und wenigen Windungen für eine Spannung von 4 oder 6,3 V). Beim Abwickeln der Heizwicklung ist die

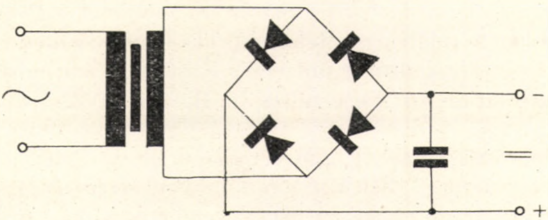


Bild 41. Prinzipschaltbild einer Speiseeinheit

Anzahl der Windungen zu zählen (dadurch erfährt man, wieviel Windungen je V erforderlich sind) und später wieder aufzuwickeln. Die Primärwicklung des Transformators bleibt. An die Stelle der entfernten Sekundärwicklungen wird die für unsere Zwecke erforderliche Niederspannungswicklung gewickelt. Diese wird z. B. aus ebenso dickem Draht hergestellt, wie er für die Heizwicklung verwendet worden war. Es ist zweckmäßig, bis zu 36 V in Abständen von jeweils 6 V einen Abgriff anzubringen. Dadurch steht immer die gerade notwendige Wechselspannung zur Verfügung.

Bereits aus dieser kurzen Beschreibung können wir erkennen, daß es gar nicht so einfach ist, den erforderlichen Transformator herzustellen. Schüler sollen unbedingt den Rat ihres Lehrers einholen. Nur mit seiner Hilfe sollten sie das erstemal den Transformator einschalten und einmessen. Dies ist auch wegen der dazu erforderlichen Meßgeräte wichtig. Auch der Transformator einer elektrischen Modelleisenbahn, dessen Spannung veränderbar ist, kann für unsere Zwecke geeignet sein.

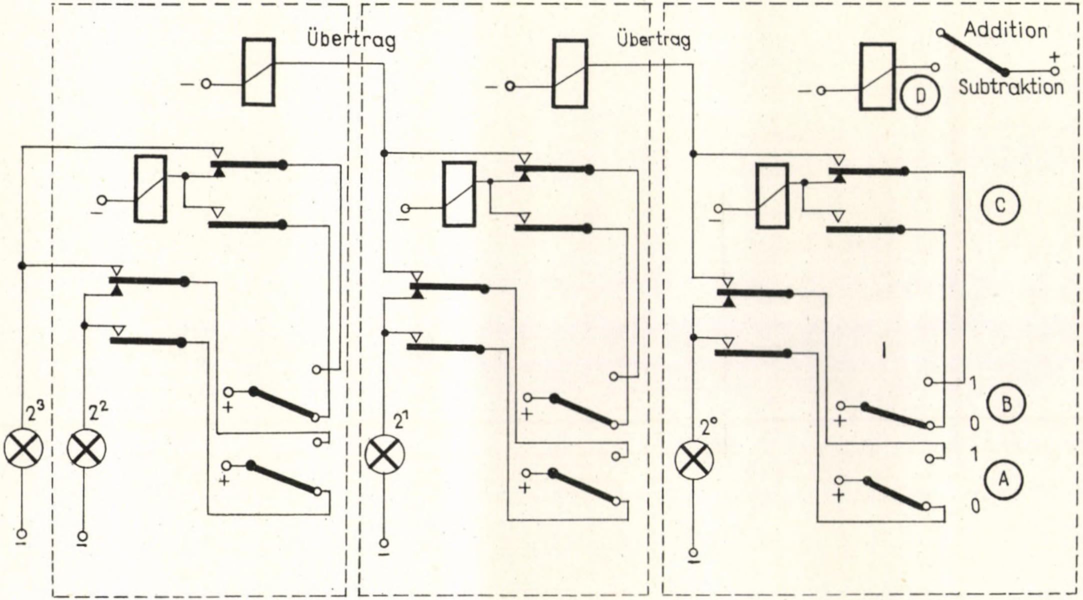
Als Gleichrichter verwenden wir Selenplatten 100 mm × 100 mm in Graetz-Schaltung. An eine handelsübliche aus 8, Platten bestehende Einheit (jeweils zwei Platten sind in Reihe geschaltet) kann eine Wechselspannung von etwa 30 V angelegt werden. Die entnehmbare Stromstärke beträgt 4 A. Eine derartige Einheit genügt auch für Anlagen mit größeren Relais (z. B. für Spielrechner) vollkommen. Man kann auch parallelgeschaltete Dioden für jeweils 300 mA und 110 V als Gleichrichter verwenden.

Da bei den Relaisanlagen der Strom im Vergleich zu elektronischen Anlagen relativ groß ist, ist als Glättungskondensator ein Elektrolytkondensator mit einer Kapazität von mindestens 1000 Mikrofarad zu verwenden (z. B. für 30/35-V-Betriebsspannung).
Selenplatten als Gleichrichter vertragen kurze Zeit auch eine starke Überlastung. Bei Verwendung von Germanium-, noch mehr bei Siliziumdioden ist jedoch unbedingt eine Schmelz- oder Automatensicherung in den Stromkreis einzubauen.
Wir müssen uns auch darüber im klaren sein, daß der Glättkondensator die Spannung der Stromversorgungseinheit bei Leerlauf oder sehr geringer Belastung bis auf das etwa 1,5fache anheben kann. Mit der Erhöhung der Belastung fällt die Spannung recht steil ab.

3.4. Relaisrechner für Addition und Subtraktion

In Bild 42b sehen wir einen gut durchdachten Additions-Subtraktions-Rechner für das Dualsystem. Interessant an diesem Rechner ist, daß er von Schülern auf der Grundlage ihrer Kenntnisse über Relais und das Dualsystem in einem technischen Schülerzirkel entworfen und gebaut wurde.
Der Rechner ist für 6 Binärzeichen ausgelegt. Im Dezimalsystem ausgedrückt, können also die Summanden bzw. der Minuend und der Subtrahend (die Operanden) jede beliebige Zahl bis zu $2^6 - 1 = 63$ darstellen, die Summe darf höchstens 126 betragen. Dieser Rechner ist vorzüglich zur Demonstration des maschinellen Addierens und Subtrahierens geeignet. Es ist aber kaum zweckmäßig, ihn für Operationen mit mehr als sechs Binärstellen zu bauen.
Bei der Addition ist die 0-Stellung der Schalter die untere, die 1-Stellung die obere Lage. An den beiden Schalterreihen werden die Summanden eingestellt oder — wie man in der Fachsprache sagt — eingegeben. Wird nun der den Stromkreis schließende Druckknopf gedrückt, kann man das Ergebnis sofort an der oberen Glühlampenreihe ablesen. Die aufleuchtenden Signallampen zeigen die 1, die nicht aufleuchtenden

a)



Übertrag
Übertrag
Addition
Subtraktion
D
C
B
A
1
0
1
0
+
−
2^3
2^2
2^1
2^0

b)

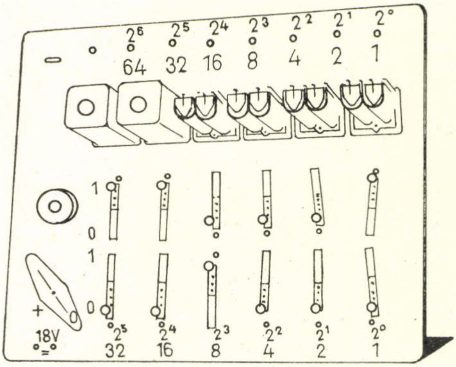


Bild 42. Relais-Addierwerk
a) Prinzipschaltung; *b)* Rechner

die 0 an. Brennen also z. B. die zweite, vierte und fünfte Glühlampe von rechts, zeigt der »Ergebnisschreiber« an, daß seine Rechenoperation zu dem Ergebnis 11010 bzw. im Dezimalsystem zu 26 geführt hat.
Beim Subtrahieren wird der unter dem Druckknopf befindliche Schalter in die Stellung »Subtrahieren« gebracht. Der Minuend wird an der oberen Schalterreihe eingegeben. Die Stellung der unteren Schalterreihe wird umgekehrt: oben befindet sich die 0-Stellung, unten die 1-Stellung. Nach dem Umkehren wird an der unteren Schalterreihe der Subtrahend »eingegeben«. Nach dem Betätigen des Druckknopfes erscheint sofort das Ergebnis. Bei diesem Rechner darf der Subtrahend nur kleiner sein als der Minuend, die Differenz also nicht negativ sein.

3.4.1. Funktionsweise des Rechners

Die Funktionsweise dieses Rechners wird auf der Grundlage des in Bild 42a dargestellten Schaltbildes verständlich. Auf dem Schaltbild liegen die Kontakte der Relais unterhalb des Eisenkerns. Auch bei Relaisschaltungen ist diese Anordnung manchmal üblich. Natürlich bewegen sich jetzt die beweglichen

Kontaktfedern beim Schließen des Relaisstromkreises nach oben.

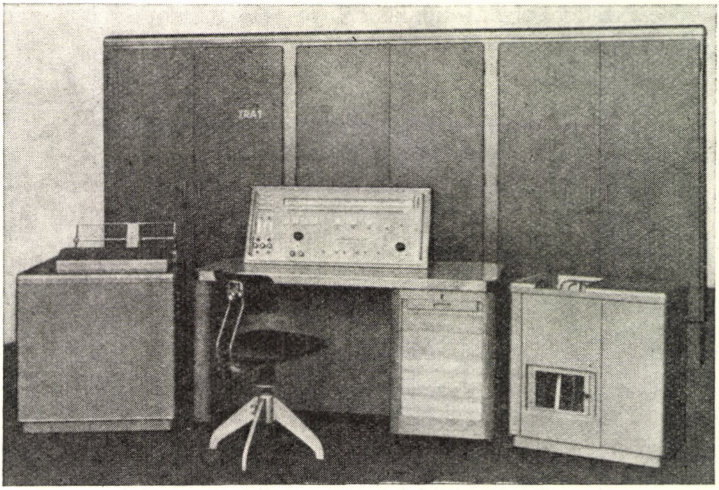
Das Schaltbild ist für drei Binärzeichen angegeben. Das genügt vollkommen zum Verständnis der Funktionsweise des Rechners. Für jedes Binärzeichen benötigt man zwei Relais und zwei Umschalter. Im Schaltbild ist die Schalterstellung angegeben, wenn beide Summanden 0 sind. Wenn man den Weg des Stroms verfolgt, sieht man, daß tatsächlich keine Glühlampe aufleuchtet, weil der Stromkreis an einer Stelle unterbrochen ist.

Addition. Betrachten wir den einfachen Fall, bei dem der eine Summand 1, der andere 0 ist. Es ist also $0 + 1 = 1$. An der Schalterreihe A wird der erste Summand eingegeben, die 1; der erste Schalter rechts in der Reihe A wird in die obere Stellung gebracht. Die übrigen Schalter der Reihe A und alle Schalter der Reihe B verbleiben in der 0-Stellung. Bei Betrachtung des Schaltbildes erkennt man, daß die mit 2^0 gekennzeichnete Glühlampe aufleuchtet und damit anzeigt, daß 1 tatsächlich das Ergebnis ist.

Auf einem komplizierteren Weg, jedoch zu demselben Ergebnis führt der dritte mögliche Fall der Addition: $1 + 0 = 1$.

In diesem Fall verbleiben alle Schalter der Reihe A in 0-Stellung, der erste Schalter der Reihe B wird in 1-Stellung gebracht. Das in der Reihe C befindliche erste Relais erhält Strom und zieht die Kontaktfedern an. Die einzige Folge dieses Vorgangs besteht darin, daß erneut die mit 2^0 gekennzeichnete Glühlampe aufleuchtet und anzeigt, daß das Ergebnis wiederum 1 ist. Um dieses Ergebnis zu erhalten, mußte hier bereits ein Relais mitwirken.

Noch interessanter ist der vierte Fall der Addition: $1 + 1 = 0$, als Übertrag bleibt 1. (Im Dezimalsystem ausgedrückt: $1 + 1 = 2$.) In diesem Fall werden jeweils die ersten Schalter der Reihe A und B in die obere, d. h. die 1-Stellung gebracht. Beim Schließen des Stromkreises, d. h. beim Betätigen des Druckknopfes, leuchtet die Glühlampe 2^0 kurz auf und geht dann wieder aus, dann leuchtet an ihrer Stelle die mit 2^1 gekennzeichnete Glühlampe auf, die das richtige Ergebnis $2^1 = 2$ anzeigt. In diesem Fall hat die Glühlampe 2^0 über den ersten Schalter der Schalterreihe A Strom bekommen, gleich-



ZRA 1 vom VEB Carl Zeiss Jena (entwickelt 1964)

zeitig aber auch das erste in der Reihe C befindliche Relais, und zwar über den ersten Schalter der Reihe B.
Dieses Relais hat den Stromkreis der Glühlampe 2^0 unterbrochen, gleichzeitig aber Strom an das zweite Relais der Reihe D weitergegeben (Übertrag). Dieses wiederum hat den Strom an das zweite Relais der Relaisreihe C weitergeleitet: Das letzte Relais hat die Kontaktfedern angezogen und den Stromkreis der Glühlampe 2^1 geschlossen.
Damit haben wir die möglichen Fälle einer Addition von Zahlen, die aus nur einem Binärzeichen bestehen, demonstriert. Zwei- oder mehrstellige Zahlen werden in der gleichen Weise addiert. Versuchen wir zur Übung, den Weg des Stroms, z. B. bei der Addition $11 + 10$, zu verfolgen. Wir werden sehen, daß nur die Glühlampen 2^2 und 2^0 brennen. Sie zeigen richtig an, daß die Addition zum Ergebnis 5 führt.
Subtraktion. Sicherlich ist uns bereits aufgefallen, daß bei der Addition das erste Relais der Relaisreihe D gar nicht verwendet wurde. Dieses Relais hat nur für die Subtraktion Bedeu-

tung. Der daneben befindliche Schalter wird in die untere, die Stellung »Subtrahieren« gedreht. Das hat folgenden Grund: Wir haben bereits darauf hingewiesen, daß bei der Subtraktion die 0- und 1-Stellung der unteren Schalterreihe vertauscht werden. Ist der Schalter also nach oben gedreht, dann befindet er sich in 0-Stellung, ist er nach unten gedreht, in 1-Stellung. Auch wissen wir, wie einfach es ist, die Komplementzahl einer im Dualsystem dargestellten Zahl zu bilden. Ein Drehen der Schalter ist wegen des Austauschs der Ziffern nicht notwendig. Das erste Relais der Relaisreihe D addiert die 1 zu der so erhaltenen Zahl.

Betrachten wir nach diesen Erläuterungen den vielleicht interessantesten Fall der Subtraktion, und zwar die Subtraktion 0 von 0, wobei sich auch eine Differenz von 0 ergibt. Alle Schalter der Reihen A und B verbleiben in der im Schaltbild angegebenen Stellung. Jeder Schalter der Schalterreihe A gelangte in die entgegengesetzte Stellung. Der neben dem ersten Relais der Relaisreihe D befindliche Schalter wird in die Stellung »Subtrahieren« gebracht. Nach Betätigen des Druckknopfes des Ergebnisschreibers leuchtet für einen Augenblick die Glühlampe 2^0 auf und erlischt sofort wieder, desgleichen die Glühlampen 2^1 und anschließend 2^2. Schließlich leuchtet die Lampe 2^3 auf, die nicht ausgeht. Diese Glühlampe überschreitet jedoch im Endergebnis die Kapazität unseres Rechners und muß deshalb auch nicht eingebaut werden. Damit zeigt das Erlöschen aller Glühlampen unseres Rechners richtig an, daß 0 das Ergebnis dieser Subtraktion ist. Wird die Glühlampe 2^3 dennoch eingebaut, wie das auch hier der Fall ist, dann wird sie als Signallampe bezeichnet, die bei der Subtraktion einfach die Ausführung der Operation anzeigt.

Wir bemerken noch, daß auf dem Schaltbild der Druckknopf für den Ergebnisschreiber der Übersichtlichkeit wegen weggelassen wurde. Alle mit + oder — gekennzeichneten Punkte laufen natürlich an den entsprechenden Polen der Spannungsquelle zusammen. Der Druckknopf kann an einem der Pole zwischengeschaltet werden.

Materialbedarf. Wird der Rechner nur für drei Binärzeichen gebaut, dann benötigt man sechs Relais, sechs Umschalter, einen einfachen Schalter und einen Druckschalter. Es ist aber zu empfehlen, den Rechner für fünf oder sechs Binärzeichen zu bauen. Die 3-V-Miniaturrelais entsprechen den Anforderungen, weil sich genügend Kontakte daran befinden. Als Glühlampen können 4-V-0,1-A-Skalenlampen Verwendung finden, als Spannungsquelle eine gewöhnliche Taschenlampenbatterie.

3.4.2. Materialbedarf für die Relaisrechner

Wir erwähnten, daß der Preis großer Digitalrechner mehrere Millionen Mark überschreiten kann. Damals haben wir auch bereits darauf hingewiesen, daß demgegenüber unsere Relaisrechner, mit deren Hilfe wir die Funktionsweise der großen Rechner verstehen und andere kybernetische Anlagen modellieren lernen wollen, nicht teuerer als unsere Analogrechner sein werden: Für wenig Geld kann man sich für jede der folgenden mehr als ein Dutzend Anlagen die notwendigen Elemente und Materialien beschaffen.
Beim Bau eines Rechners können wir wie folgt vorgehen: In Schülerzirkeln können jeweils 20 Jugendliche gemeinsam arbeiten. Je zwei können nacheinander die meisten Rechner selbständig zusammenbauen. Es wäre zu kosten- und materialaufwendig, wollte man jeden Rechner oder jede andere kybernetische Anlage in dauerhafter Form bauen, wie wir das mit den oben beschriebenen Schalter- bzw. Relais-Additions- und Sutraktionsrechnern getan haben. Aus diesem Grunde montiert jede Gruppe auf ein beliebiges Gestell drei oder vier Relais so, daß die Lötfahnen aller Kontaktfedern und der Spulenausgänge gut zugänglich sind (Bild 43). Durch das Gestell werden die Relais gegen Gefahren geschützt, die bei der Montage der Anlagen auftreten können. Die Gestelle erhalten außerdem einige Skalenlampenfassungen, um sie auszuprobieren, einige Glühlampen und eventuell einige Schalter. Man braucht nur noch einen Lötkolben (und die Fertigkeit, sachgemäß mit ihm umzugehen), und schon kann man vorerst noch kompliziert erscheinende Probleme der Kybernetik mit Erfolg kennenlernen. Wenn wir uns über die Funktionsweise jeweils einer Anlage (z. B. des im folgenden zur Diskus-

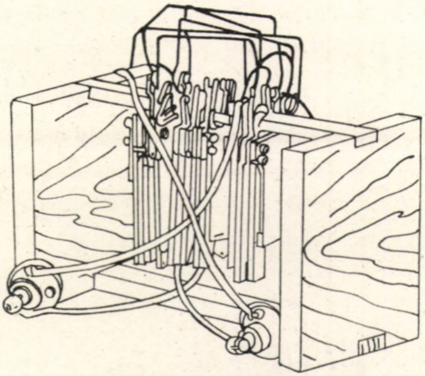


Bild 43. Montagegestell mit Relais

sion stehenden Relaiszählwerks) im klaren sind, nehmen wir mit Hilfe des Lötkolbens von unserem Relais-»Baukasten« die überflüssigen Drähte ab; schon können wir mit dem Bau der folgenden Anlage beginnen.
Um die folgenden Relaisanlagen zu bauen, benötigt man:

4 3-V-Miniaturrelais,
4 zweipolige Umschalter,
10 4-V-0,1-A-Skalenlampen,
8 Fassungen für diese Lampen,
4 einfache (einpolige) Schalter oder Druckknöpfe.

Besitzt man bereits normale Relais und möchte man mit diesen arbeiten, verwendet man Skalenlampen, deren Widerstand angenähert dem der Relais entspricht. Ein 3-V-Miniaturrelais hat einen Widerstand von 45 Ω. Eine 4-V-0,1-A-Glühlampe paßt zu diesem Relais, weil ihr Widerstand nach dem Ohmschen Gesetz

$$R = \frac{U}{I} = \frac{4\ \text{V}}{0{,}1\ \text{A}} = 40\,\Omega$$

beträgt. Dadurch erreichen wir, daß die 4,5-V-Taschenlampenbatterie weder dem Relais noch der Lampe schadet. Werden dagegen beide in Reihe geschaltet, genügt diese Batterie auch noch für den Betrieb. Für Relais mit Widerständen von etwa 400 bis 1000 Ω verwenden wir 35-V-0,05-A-Skalenlampen. Diese haben einen Widerstand von 700 Ω. In diesem Fall ist für die Anlagen eine Stromversorgungseinheit von 18 bis 36 V erforderlich.

3.4.2.1. Zählende und »sich erinnernde« Relais

Bereits in der Einleitung haben wir auf die Wichtigkeit der Zählwerke hingewiesen. Die Stromkreise derartiger Zählwerke entsprechen denen der großen Rechner. Aus diesem Grunde lernen wir einen Relais- und dann einen Elektronenröhrenzähler kennen. Danach verweisen wir noch auf die neuere, auf die transistorierte Form.

Mechanische Zählwerke vermerken das Anwachsen der zu zählenden Zahl um eine Einheit, indem das die Einer speichernde Zahnrad um einen Zahn weiterspringt. Auch unser »Dualzahlenrad« hat dies im wesentlichen getan. Bei den sogenannten Ferngesprächzählern wird das Weiterdrehen des Zahnrads um eine Einheit von einem Elektromagneten bewirkt. Dadurch kann dieses Zählwerk bereits elektrische Signale, Impulse, zählen; da es aber mechanisch zählt, je Sekunde höchstens 10. Aus diesem Grunde wurden Schaltungen entwickelt, mit deren Hilfe man die Zählgeschwindigkeit vervielfältigen kann. Diese Schaltungen bringt uns die in Bild 44 dargestellte »Erinnerungs«-Relaisschaltung näher.

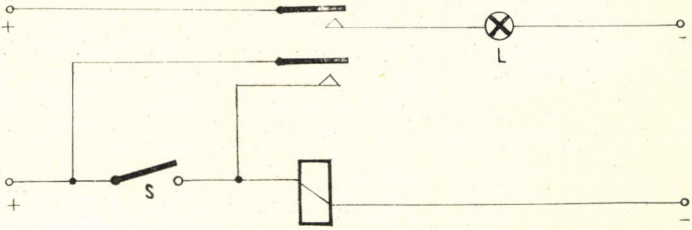


Bild 44. Relais-Speichereinheit: »Erinnerungs«-Relais

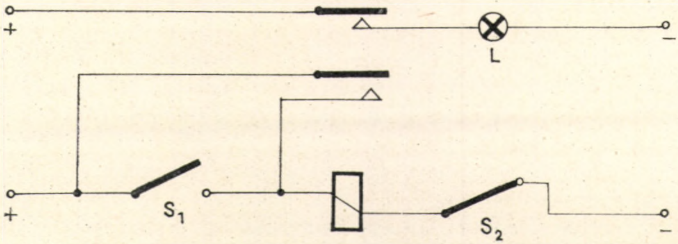


Bild 45. »Erinnern«- und »Vergessen«-Relais

Die Schaltung hat folgendes Funktionsprinzip. Wird der Druckknopf S einen Augenblick betätigt, fließt durch die Spule des Relais Strom und das Relais zieht an. Über die obere Kontaktfeder des Relais, die den Stromkreis schließt, wird in diesem Augenblick der Signallampe L Strom zugeführt, und sie leuchtet auf. Gleichzeitig schließt sich jedoch über das untere Kontaktpaar in Parallelschaltung zum Schalter S der Eigenstromkreis des Relais. Das Relais bleibt also auch nach dem Loslassen des Druckknopfes noch angezogen, und die Lampe brennt. Sie »erinnert sich« daran, daß sie einen Impuls erhalten hat und speichert in dieser Form die 1. Natürlich kann man es auch so auffassen, daß die Lampe vor dem Aufleuchten bereits die 0 gespeichert hatte.
Unsere Schaltung hat den großen Nachteil, daß die 1, nachdem sie gespeichert wurde, nicht mehr gelöscht werden kann. Diesen Mangel kann man durch Zwischenschaltung eines zweiten Druckknopfes beseitigen (Bild 45). Wird der Druckknopf S_1 heruntergedrückt, dann zeigt unsere Anlage durch ständiges Brennen der Lampe L an, daß sie die 1 registriert, d. h. gespeichert hat. Wird dann später der Druckknopf S_2 betätigt, geht die Lampe aus und zeigt damit an, daß sie die 1 vergessen hat und von nun an die 0 speichert.
Diese Schaltung zu bauen lohnt sich bereits. Außer dem Relais und der Stromquelle benötigt man dazu nur eine Lampe und zwei Druckknöpfe oder Schalter.

3.4.2.2. Verschiedene praktische Anlagen

Man braucht keine besondere Vorstellungskraft, um in der obigen Schaltung das Modell einer Signalanlage, beispielsweise an der Tür eines Autobusses, zu erkennen. Der Schalter S_1 entspricht dem Druckknopf an der Tür. Der Fahrgast zeigt dem Fahrer durch Drücken dieses Knopfes an, daß er aussteigen möchte. Infolge des Drückens des Knopfes leuchtet in Türnähe eine rote Lampe auf, die dem Fahrgast die beruhigende Information vermittelt, daß das Signal gegeben wurde. Gleichzeitig leuchtet beim Fahrer eine Lampe auf, die ihm anzeigt, daß er an der nächsten Haltestelle halten muß. (Durch Parallelschaltung einer zweiten Lampe in unserer obigen Schaltung können wir auch diesen Fall berücksichtigen.) Würde nun ein anderer Fahrgast, der das Signal nicht bemerkt hat, noch einmal den Knopf S_1 für das Aussteigesignal drücken, dann führt das zu keinerlei Schaden. Die Signallampe geht jetzt nicht mehr aus, bis der Fahrer die Tür öffnet und damit über den Öffnungsschalter S_2 auch den Stromkreis der Glühlampe unterbricht.

Um unter Verwendung unserer oben beschriebenen Schaltung eine Abfahrtsignalanlage für einen aus drei Wagen bestehenden Straßenbahnzug zu bauen bzw. zusammenzustellen, braucht man schon etwas mehr technisches Vorstellungsvermögen. Das Prinzipschaltbild ist aus Bild 46 zu ersehen. Die drei gesonderten Teile der Zeichnung entsprechen den drei

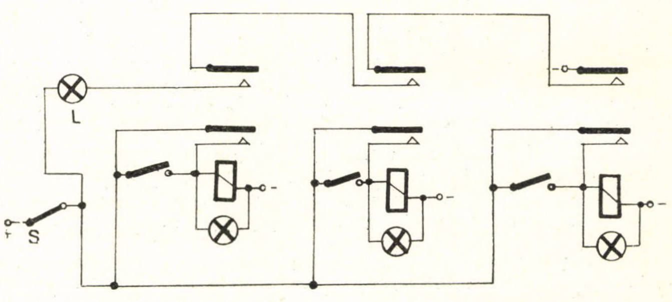


Bild 46. Abfahrtsignalanlage für einen aus drei Wagen bestehenden Straßenbahnzug

Wagen. Man erkennt in ihnen jeweils eine »Erinnerungs«-Relaisschaltung. Um Kontakte zu sparen, haben wir die Signallampen der einzelnen Wagen mit den Wicklungen der Relais parallelgeschaltet. Das untere Kontaktfederpaar dient auch jetzt zum Selbstschließen. Neu ist dagegen die Funktion der oberen Kontaktfederpaare. Nehmen wir an, daß jeder Wagen eines zusammengesetzten Straßenbahnzuges mit einem Schaffner besetzt ist: Vom zweiten Wagen wird zuerst das Abfahrtsignal gegeben. Dadurch leuchtet auch die Signallampe des Wagens auf; das erste Kontaktfederpaar des Relais schließt, der Stromkreis ist aber im ersten und dritten Wagen unterbrochen. Die Signallampe L beim Fahrer kann nur dann aufleuchten, wenn alle drei Wagen signalisiert haben, daß sie fertig zur Abfahrt sind. Dann ertönt in allen drei Wagen das Klingelsignal. Der Fahrer fährt an und öffnet mit dem Löschschalter S die Stromkreise aller Relais und Lampen. Danach ist die Anlage bereit, neue Signale aufzunehmen.

Es ist wirklich lehrreich, diese Anlage nachzubauen. Man benötigt dazu drei Relais, vier Schalter oder Druckknöpfe und vier Lampen. Um so überraschender ist es, daß man 27 Anschlußdrähte braucht und 54 Lötungen ausführen muß. Die Wirklichkeit ist noch viel komplizierter als unser Modell. Im allgemeinen befindet sich in jedem Wagen eine Klingel, die das Abfahrtsignal gibt. Außerdem gibt es für den Schaffner mehrere Druckknöpfe, damit er von möglichst vielen Stellen ein Signal geben kann. Es ist aber trotzdem erforderlich, diese komplizierten Anlagen zu bauen, weil sie die Produktivität und die Sicherheit erhöhen sowie an manchen Stellen geradezu unerläßlich sind.

Mit Hilfe unseres vierten Relais können wir leicht auch eine elektrische Klingel für unsere Straßenbahn basteln. Das zugehörige Schaltbild zeigt Bild 47. Beim Schließen des Schalters S leuchtet die Lampe auf und das Relais zieht an. Wenn die Kontakte schließen, wird aber auch die linke Zuleitung der Relaiswicklung mit dem negativen Pol der Spannungsquelle verbunden. Der Strom, der das Anziehen des Relais bewirkt, wird dadurch unterbrochen, und das Relais fällt wieder ab. Beim Öffnen der Federkontakte erhält das Relais erneut Strom, es zieht wieder an, der Strom wird wieder unterbrochen,

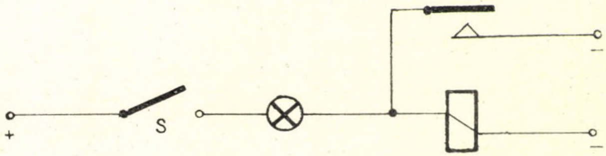


Bild 47. Klingelschaltung

dadurch läßt es die Kontaktfeder wieder los usw. Da sich dieser Vorgang je nach Ausführung des Relais in der Sekunde 30- bis 150mal wiederholt, ergibt das Anschlagen der Kontakte einen ähnlichen Ton wie eine elektrische Klingel.
Die Lampe hat hier eine besondere Bedeutung. Sie dient dazu, beim Schließen der Kontakte einen Kurzschluß zwischen den Polen der Spannungsquelle zu verhindern. Durch den schließenden Kontakt wird nämlich das Relais in »Nebenschlußschaltung« gebracht (wie man in der Fachsprache sagt). Auch in Zukunft werden wir oft Relais in Nebenschlußschaltung verwenden. Wir mußten deshalb die Lampen so wählen, daß sie auch unmittelbar an die Spannungsquellen angeschlossen werden können, daß aber andererseits die Relais bei Reihenschaltung mit den Lampen noch sicher anziehen.

3.4.2.3. Speicherung von Impulsen mit zwei Relais

Kommen wir nach einem kurzen Ausflug auf das Gebiet der Automatisierung zurück zu unseren Zählwerken.
Oft braucht man eine Speichereinheit, die den Zustand vor der Eingabe des Impulses von dem während und dem nach der Eingabe unterscheiden kann. Dies ermöglicht die in Bild 48 angegebene Schaltung. Für diese benötigt man bereits zwei Relais.
Vor dem Betätigen des Druckknopfes S befinden sich beide Relais in stromlosem Zustand. Während des Niederdrückens des Druckknopfes 2 zieht das Relais 1 an und verbleibt so. Das Relais 2 zieht nicht an, weil es sich über den Schalter S in Nebenschlußschaltung befindet. Wir beobachten, daß

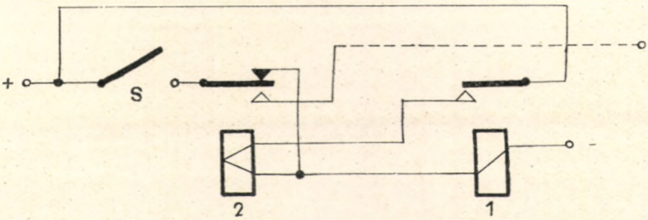


Bild 48. Impulsspeicherung mit zwei Relais

vor dem Anziehen des Relais 1 nur an der einen Zuleitung des Relais 2 eine positive Spannung feststellbar ist, nach dem Anziehen von Relais 1 aber an beiden. Nach dem Loslassen des Druckschalters S zieht auch das Relais 2 an, da seine Nebenschlußstellung aufgehoben wird. Gleichzeitig wird die den Impuls gebende Leitung von diesem Relaispaar abgeschaltet und gegebenenfalls mit einem diesem ähnlichen Relaispaar verbunden. Die zu einem zweiten Relaispaar führende Leitung ist durch eine unterbrochene Linie angegeben.
Natürlich steht dem nichts entgegen, daß wir über den am Relais 2 befindlichen, aber nicht benötigten Schließkontakt vor dem Anziehen des Relais auch eine Lampe schalten und mit dieser anzeigen, daß die Anlage nunmehr die 1 gespeichert hat.
Unserem Schaltbild können wir auch entnehmen, daß die beiden Relais nach Beendigung der Impulsaufnahme in Reihe liegen. Dies ist in der Relaistechnik nicht selten.
Die soeben erläuterte Schaltung wird gegenwärtig auch in der Fernmeldetechnik zur Speicherung von Impulsen verwendet.

3.4.2.4. Frequenzteilerschaltung

Sehr große Bedeutung haben solche Impulsspeicherschaltungen, bei denen der eintreffende Impuls gespeichert und vor dem Ankommen eines weiteren Impulses wieder gelöscht wird; das System geht wieder in seinen Ausgangszustand zurück.

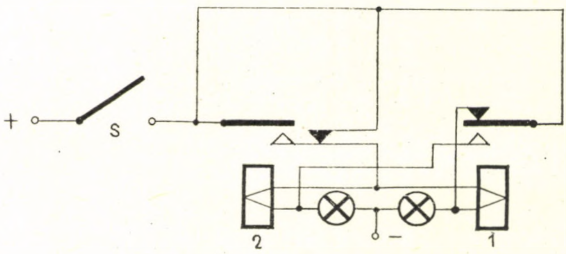


Bild 49. Frequenzteilerschaltung

Im wesentlichen wird also bei einem derartigen System jedesmal nach Eintreffen des zweiten Impulses der Ausgangszustand hergestellt. Eine solche Schaltung wird als Frequenzteilerschaltung bezeichnet. Zuerst wird sie mit einem Relais zusammengestellt, das immer eine sichere Schaltung gibt (derartige Relais sind nur schwer zu erhalten), danach in einer Schaltung, die auch mit einem Wechselkontakt realisiert werden kann.
An den meisten Relais befinden sich nur solche Kontakte, die beim Anziehen des Relais einen Stromkreis schließen oder einen unterbrechen und danach einen anderen schließen. Auch Bild 40 zeigt diese Kontaktstellungen. Wer sich Relais beschaffen kann, die sogenannte Schließen-Öffnen-Kontakte haben, bei denen also beim Anziehen des Relais zuerst geschlossen und dann getrennt wird, dem empfehlen wir die Frequenzteilerschaltung nach Bild 49, die wie folgt arbeitet:
Beim ersten Niederdrücken des Schalters S zieht das Relais 2 an und verbleibt in dem Zustand. Das Relais 1 kann nicht anziehen, weil es sich durch seinen eigenen Schließkontakt in Nebenschlußschaltung befindet. Beim Loslassen des Schalters S zieht jedoch auch das Relais 1 an und bleibt angezogen. Wird der Schalter S zum zweitenmal heruntergedrückt, dann läßt das Relais 2 los, weil nun dieses sich in Nebenschlußschaltung befindet; beim Loslassen des Druckschalters löst auch das Relais 1. Es stellt sich also wieder der Ausgangszustand ein. Man kann z. B. auch durch Verwendung eines anderen Schließkontakts von Relais 1 mit Hilfe einer Lampe das

Ende des Eintreffens des ersten Impulses anzeigen. Die Lampe leuchtet dann bei jedem zweiten Impuls auf. Diese Lampe haben wir im Schaltbild nicht angegeben.
Die beiden Lampen, die auf dem Schaltbild festgehalten sind, dienen nur als Widerstände. Diese ermöglichen es — in der bei der elektrischen Klingel beschriebenen Weise—, die Relais in Nebenschlußschaltung zu steuern. Die im vorangegangenen Abschnitt beschriebene Frequenzteilereinheit wird unter Nachahmung der bei ihrem Betrieb auftretenden Geräusche auch »Flip-Flop«-Schaltung genannt. Betrachten wir nun ihre einfachere Form, bei der nur Wechselkontakte an den Relais benutzt werden (Bild 50). Der im Bild gezeigte Zustand gilt nur dann, wenn noch keine Spannung an die Schaltung gelegt wurde. Nach dem Anlegen der Spannung zieht das Relais 1 an, die als Nebenschlußwiderstand dienende Glühlampe R_1 leuchtet schwach, weil sie mit dem Relais 1 in Reihe geschaltet ist. Die Signallampe L brennt nicht. Bezeichnen wir diesen Zustand als Grundzustand: Das Zählwerk ist bereit, Impulse aufzunehmen, also zu zählen.
Nach dem erstmaligen Drücken des Schalters S zieht auch das Relais 2 an, und auch die Lampe R_2 leuchtet schwach auf. Wird der Schalter S losgelassen, bzw. geht er wieder in seinen Ausgangszustand zurück, fällt das Relais 1 ab, weil

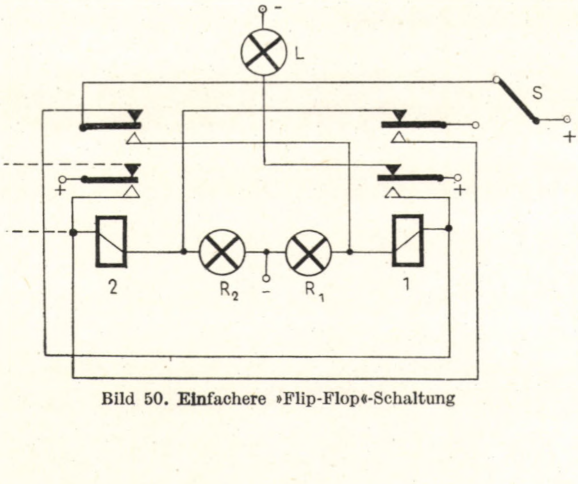


Bild 50. Einfachere »Flip-Flop«-Schaltung

es auch an seinem Ausgang eine positive Spannung erhielt. Die Nebenschlußlampe R_1 brennt nun natürlich hell. Aber auch die Lampe L leuchtet jetzt auf und zeigt damit an, daß der Impuls angekommen ist.
Wird der Schalter S zum zweitenmal gedrückt, dann löst auch das Relais 2, auch die Nebenschlußlampe R_2 leuchtet hell auf. Beim Loslassen des Schalters S wird die Lampe L gelöscht. Der Grundzustand hat sich wieder eingestellt. Unsere Anlage ist bereit, neue Impulse aufzunehmen und zu teilen. — Unser Ziel, die Impulse zu teilen, haben wir erreicht. Die Signallampe L leuchtet nämlich nur nach jedem zweiten Drücken des Schalters S auf.

3.4.3. Entwurf des Zählwerks

Mit unseren Vorkenntnissen können wir endlich den Entwurf des Zählwerks (Bild 51) beginnen. Bei der Entwurfskizze von komplizierteren Anlagen kümmert man sich im allgemeinen nicht um kleinere Einzelheiten. Machen wir es auch so.
Zeichnen wir für die ganze oben erläuterte Schaltung, die in der Lage ist, ankommende Impulse zu teilen und nach jedem zweiten eintreffenden Signal eins weiterzugeben, ein kleines Rechteck, in das wir »Flip-Flop«, also den Namen dieser Schaltung, schreiben. Zeichnet man zwei derartige Einheiten hintereinander, hat man auch schon das Blockschaltbild unseres Zählwerks.
Unsere Anlage leistet folgendes:
Nach dem ersten Niederdrücken des Druckschalters S leuchtet

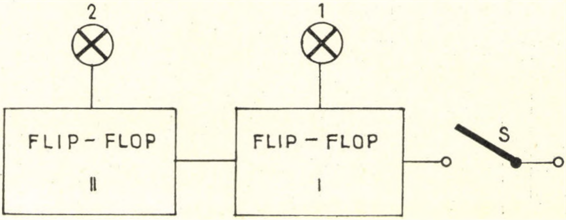


Bild 51. Schema einer Zählanlage

die Lampe 1 auf; sie zeigt damit an, daß ein Impuls angekommen ist. Nach dem zweiten Niederdrücken des Schalters S geht die Lampe 1 aus und die Lampe 2 an; das bedeutet, daß bereits zwei Impulse angekommen sind. Bei erneutem Betätigen des Druckschalters leuchtet auch wieder die Lampe 1 auf. Dies bedeutet, daß $2 + 1 = 3$ Impulse angekommen sind. Wenn schließlich der Druckschalter zum viertenmal betätigt wird, gehen beide Lampen aus, d. h., der Ausgangszustand wird wieder hergestellt. Dies können wir so auffassen, als ob vier Impulse angekommen wären, aber auch als Bereitschaft unserer Anlage, neue Impulse aufzunehmen.

Relaiszählwerk. Betrachten wir nach der Diskussion des Blockschaltbildes das detaillierte Schaltbild unseres Relaiszählwerks. Wir brauchen dazu die folgenden Bauelemente: vier Relais, davon höchstens zwei mit Wechselkontakten, sechs Lampen, davon vier als Widerstände, zwei als Signallampen, einen Druckknopf oder Schalter und schließlich eine den Relais entsprechende Spannungsquelle. Verfolgt man das Schaltbild, erkennt man, daß das Relaiszählwerk wie folgt arbeitet:

Nach dem Anlegen der Spannung ziehen die Relais 1 und 3 an. Die als Nebenschlußwiderstände dienenden Lampen R_1 und R_2 leuchten schwach, die Signallampen L_1 und L_2 dagegen nicht. Die Anlage befindet sich im Grundzustand: Sie erwartet die Impulse. Die Elektronenröhren- und die Transistorzählwerke kann man durch Anlegen der Spannung in der gleichen Weise in Bereitschaftsstellung bzw. -zustand bringen.

Nach dem ersten Drücken des Schalters S ziehen auch die Relais 2 und 4 an. Die Signallampe L_1 leuchtet auf und zeigt damit an, daß der erste Impuls angekommen ist. — Wenn der Druckschalter S zum zweitenmal gedrückt und wieder losgelassen wird, also der zweite Impuls angekommen ist, bleibt die Signallampe L_2 brennen und signalisiert das Eintreffen des zweiten Impulses. — Wird der Schalter S zum drittenmal gedrückt und wieder losgelassen, leuchtet auch die Lampe L_1 auf und bleibt brennen; sie zeigt damit an, daß $2 + 1 = 3$ Impulse angekommen sind. Schließlich gehen beim Eintreffen des vierten Impulses die beiden L_1 und L_2 aus. Der Grundzustand stellt sich wieder ein (Bild 52).

Die Vorgänge nach dem letzten Impuls werden in der Fach-

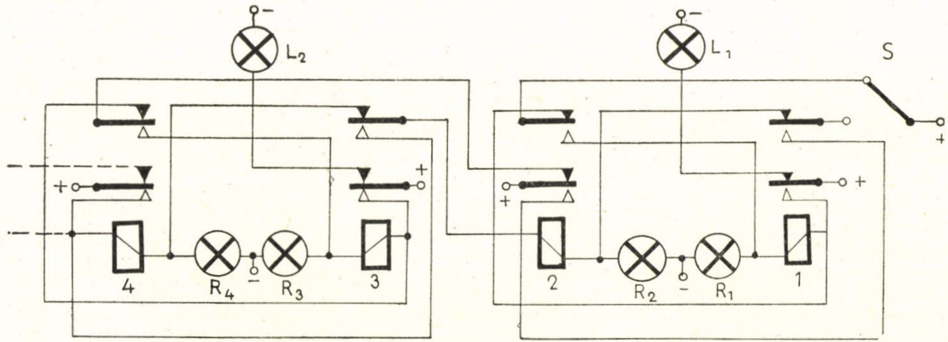


Bild 52. Relaiszählwerk

sprache sehr treffend mit »Überlaufen« bezeichnet. Die Aufnahmefähigkeit oder auch Kapazität unseres Zählwerks beträgt eigentlich nur drei Einheiten. Die vierte können wir vom Grundzustand bereits nicht mehr unterscheiden. Auch große Rechner haben ihre genau festgelegte Kapazität. Wenn die Größenordnung einer als Ergebnis einer Rechnung erhaltenen Zahl die Kapazität des Rechners überschreitet, bleibt der Rechner stehen und signalisiert so, daß er »übergelaufen« ist.
Wenn im Rahmen der Schule mehrere Gruppen jeweils ein derartiges Relaiszählwerk bauen, kann man drei oder vier hintereinander schalten. Die Zählwerke, die man dadurch erhält, haben eine größere Kapazität und können bis 63 bzw. 255 zählen. Unter Verwendung mehrerer Relais und Lampen können auch wir ein solches Zählwerk bauen. Für das Verständnis des Prinzips hat es aber keine weitere Bedeutung.

3.4.4. *Elektronenröhrenzählwerk*

An Relaiszählwerken haben wir das Funktionsprinzip solcher Rechner gut kennengelernt. In der Praxis jedoch werden die Zählwerke an Stellen eingesetzt, an denen je Sekunde mehrere tausend, eventuell sogar mehrere Millionen Impulse ankommen. Für solche Zählungen sind nur elektronische Zählwerke geeignet.

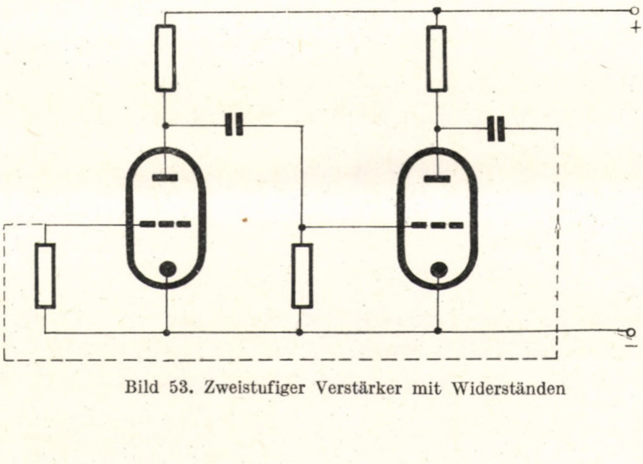


Bild 53. Zweistufiger Verstärker mit Widerständen

Für diejenigen, die mit den Grundbegriffen der Rundfunktechnik vertraut sind und auch über die notwendigen Geräte verfügen, beschreiben wir im folgenden das Modell eines Elektronenröhrenzählwerks. Dem Autor ist bekannt, daß im Rahmen eines Schülerzirkels zwei Oberschüler dieses Zählwerk gebaut haben, das gut arbeitet.

Elektronenröhren-Multivibrator. Jeder Rundfunkbastler erkennt in Bild 53 das Schaltbild eines zweistufigen Widerstandverstärkers. Wird bei dieser Schaltung der Ausgang der auf der rechten Seite befindlichen Röhre mit dem Eingang der linken Röhre verbunden — wie auf der Zeichnung durch die unterbrochene Linie angegeben —, hat man bereits den Elektronenröhren-Multivibrator. Gebräuchlicher ist das Schaltbild wie in Bild 54. Das Wesen seiner Funktionsweise haben wir bereits im Zusammenhang mit dem Transistorgenerator unserer »elektronischen Rechenscheibe« beschrieben (s. Erläuterungen zu Bild 24). Hier fügen wir nur folgendes hinzu:

Haben die beiden Kondensatoren C_1 und C_2 die Kapazitäten von jeweils 0,5 μF, die Widerstände R_1 und R_2 je 20 kΩ, die Widerstände R_3 und R_4 dagegen 2 MΩ, dann werden die beiden Glimmlampen K_1 und K_2 abwechselnd etwa einmal in der Sekunde aufleuchten bzw. verlöschen. Die Milliamperemeter A_1 bzw. A_2 werden mit der gleichen Frequenz ebenfalls Strom oder keinen Strom anzeigen. Dies hat seine Ursache darin, daß einmal die eine, das andere Mal die andere Röhre sperrt und daß sich diese Erscheinung von selbst periodisch wiederholt. Aus diesem Grunde wird diese Schaltung genauer als astabiler Multivibrator bezeichnet. Wir verwenden ihn im folgenden zur Erzeugung von elektrischen Signalen und bezeichnen ihn deshalb auch als Impulsgenerator.

Die Frequenz dieses Impulsgenerators wird von C_1 und R_4 bzw. C_2 und R_3 bestimmt. Wählt man für C_1 und C_2 je 0,1 μF, erhält man eine Frequenz von etwa 5 s^{-1}, wählt man dagegen 0,01 μF, so ergibt sich eine Frequenz von ungefähr 50 s^{-1}. Die Milliamperemeter können diesen schnellen Änderungen selbstverständlich nicht mehr folgen. Wir schalten sie deshalb aus und bringen an die Stelle des einen über einen Ausgangstransformator einen Lautsprecher. Die Schwingungen bzw. das ständige Umschalten können wir nun hören. Vermindert

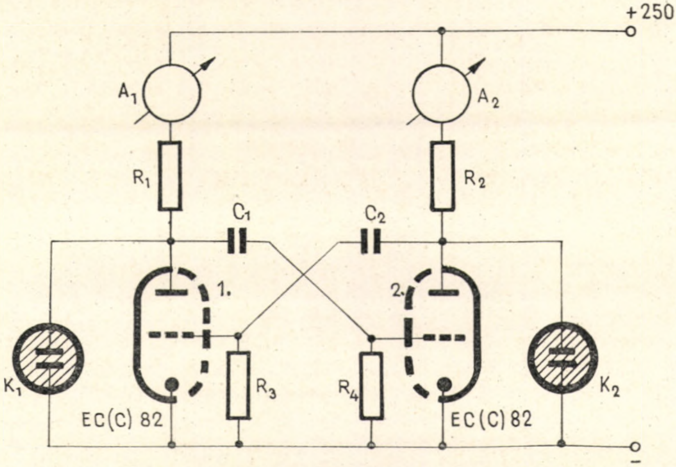


Bild 54. Astabiler Multivibrator

man die frequenzbestimmenden Kapazitäten noch weiter, empfiehlt es sich, auch die Gitterableitungswiderstände R_3 und R_4 kleiner zu wählen. Dadurch kann man die Frequenz praktisch beliebig erhöhen.

3.4.4.1. Bistabiler Multivibrator

Wie bereits aus seinem Namen hervorgeht, ist seine Schaltung mit der im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen verwandt. Auch der bistabile Multivibrator hat zwei Grundstellungen bzw. -zustände. Diese beiden Zustände sind jedoch stabil. Das System kippt von sich aus nicht vom einen in den anderen Zustand, sondern nur durch die Wirkung eines an das Gitter gelangenden Signals, eines Impulses. Es ist nicht schwer, im bistabilen Multivibrator die elektronische Variante der bereits besprochenen Relais-»Flip-Flop«-Schaltung zu erkennen. Diese Variante verwenden wir nun als Frequenzteilerschaltung.
Die Funktionsweise dieser Schaltung kann man auf der Grundlage des in Bild 55 dargestellten Schaltbildes sowie der obigen

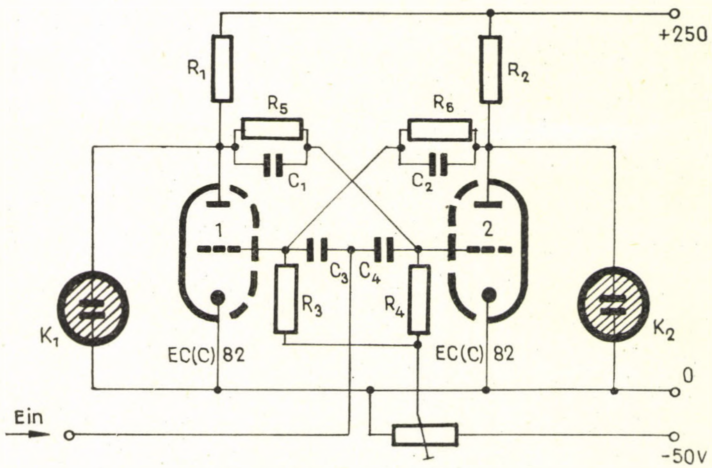


Bild 55. Bistabiler Multivibrator

Darlegungen leicht verstehen. Beim Einschalten sperrt die eine Röhre infolge der nicht ganz übereinstimmenden Bauelemente schnell vollständig, die andere leitet dem Widerstand des Anodenkreises und dem Innenwiderstand der Röhre entsprechend. Die Gitter beider Röhren sind jedoch auch galvanisch über die Widerstände R_5 und R_6 mit der Anode der anderen Röhre verbunden. Der entstandene Zustand bleibt stabil weiterbestehen. Die Röhre 1 sei z. B. gesperrt und die Röhre 2 soll leiten. Dieser Zustand wird durch das Aufleuchten der Glimmlampe angezeigt. Die Glimmlampe K_2 ist dunkel. Kommt nun über die Kondensatoren C_3 und C_4 von außen an den Gittern beider Röhren ein negativer Impuls an, so verändert dieser am stark negativen Gitter der Röhre 1 gar nichts, macht aber das Gitter der Röhre 2 für einen Augenblick noch negativer. Es beginnt also der vom astabilen Multivibrator her bereits bekannte Kippvorgang, der zur Folge hat, daß die Röhre 1 leitet und die Röhre 2 sperrt. Bis zum Eintreffen des nächsten negativen Impulses bleibt dieser Zustand stabil; erst nach dem zweiten negativen Impuls stellt sich der Ausgangszustand wieder ein.

3.4.4.2. Zählwerkmodell

Wir besitzen bereits eine Frequenzteilerschaltung, die in einer extrem kurzen Zeit von einem in den anderen Zustand kippen kann, weil sie auf mechanische Bauelemente verzichtet. Die Umschaltung wird von Elektronen ausgeführt, deren Trägheit praktisch vernachlässigbar ist.

Das Schaltbild dieses Zählwerks ist Bild 56, das Bild der Anlage Bild 57 zu entnehmen. Beim Aufbau der Anlage geht man genau nach dem angegebenen Schaltbild vor, damit man die einzelnen Stromkreise leicht erkennen und verfolgen kann.

Bei sorgfältiger Betrachtung können wir sehen, daß die Schaltung im wesentlichen fünf selbständige Baustufen umfaßt, die nur die Speisespannung gemeinsam haben. In der zweiten Baustufe von rechts (M) erkennen wir den oben behandelten stabilen Multivibrator. Er dient als Signalquelle, als Impulsgenerator. Die beiden Ausgänge des die Frequenz bestimmenden 3-nF-Kondensators werden auch gesondert zur Vorderseite der Montageplatte geführt, damit man dort durch Parallelschalten von 10- bis 100-nF-Kondensatoren die Frequenz zwischen 10 und 50 Hz bequem variieren kann. Wären noch höhere Frequenzen erforderlich, dann könnte man Parallelwiderstände an die Gitterableitungswiderstände anschließen. Nur eine Anode haben wir mit der an der Vorderseite befindlichen Glimmlampe K verbunden.

Die dritte und die vierte Baugruppe von rechts (L_1 und L_2) sind die Frequenzteiler. Hier ist an jede Anode eine Glimmlampe angeschlossen (K_1 und K_2 bzw. K_3 und K_4). Mit Hilfe des Druckschalters S kann man in beiden Stufen das Gitter einer Röhre für jeweils einen Augenblick mit der Katode verbinden. Dadurch ist zu erreichen, daß sich das Zählwerk beim »Anfahren« immer in der gleichen Stellung befindet. In dieser »Grundstellung« leuchten die beiden Glimmlampen K_1 und K_4 auf, die beiden Lampen K_2 und K_3 dagegen nicht.

Die erste und die letzte Baustufe (V_1, V_2) gehören eigentlich nicht zu unserem Zählwerk. Es sind Endverstärkerstufen, die dazu dienen, die aus einer beliebigen Baustufe kommenden

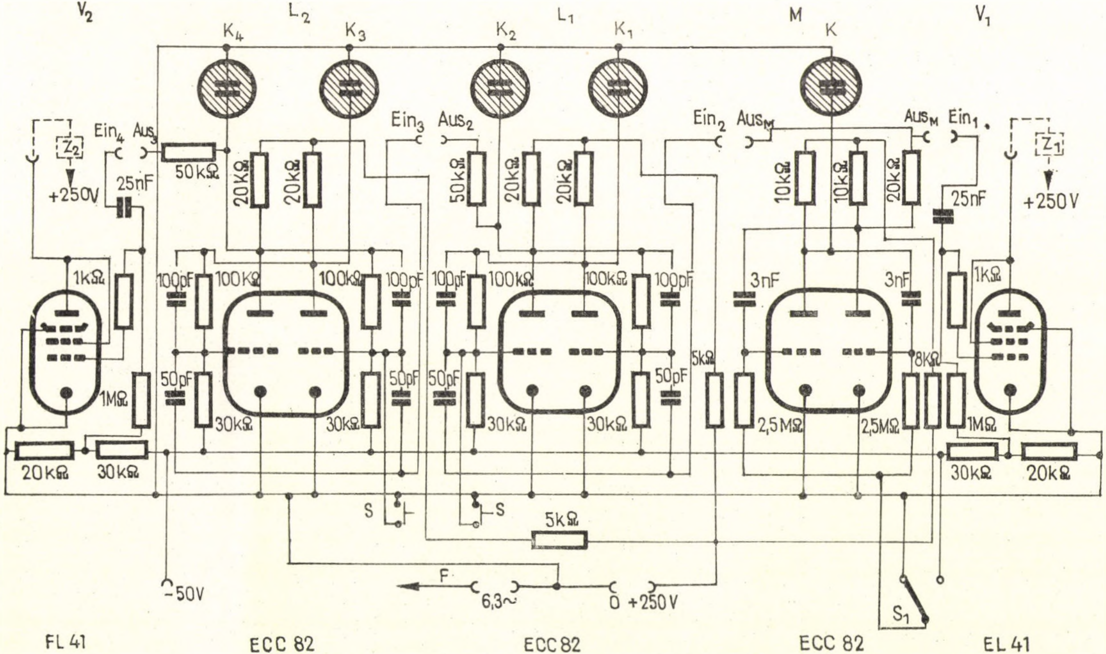


Bild 56. Prinzipschaltbild einer Elektronenröhren-Zählanlage

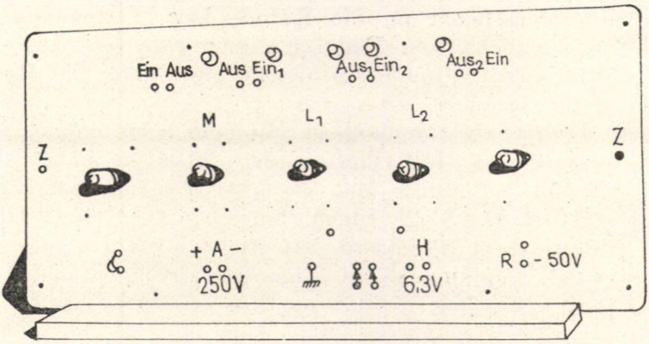


Bild 57. Gerät der Elektronenröhren-Zählanlage

Signale soweit zu verstärken, daß man mit ihnen einen sogenannten Ferngesprächzähler betreiben kann. Der eine Pol dieser elektromechanischen Zähler (Z_1 und Z_2) wird mit dem gleichen Punkt wie die Anoden der übrigen Röhren verbunden. Die einzelnen Stromkreise können also getrennt oder in Parallelschaltung betrieben und untersucht werden. Es empfiehlt sich, die Steckbuchsen »Ein bzw. Aus« in genormten Abständen (19 mm!) voneinander anzubringen. Dadurch können die einzelnen Stromkreise durch einen einfachen Kurzschlußstecker miteinander verbunden werden.

Sehen wir uns nach dieser Einführung einige Anwendungsmöglichkeiten des elektronischen Zählwerkmodells an:

Werden die Gitterableitwiderstände des Multivibrators M an die Katode angeschlossen, das heißt der rechts unten im Schaltbild befindliche Schalter S_1 in der Linksstellung belassen (im Bild 57 sehen wir in der unteren linken Ecke einen Kurzschlußstecker), dann ist der Multivibrator bereits in Tätigkeit. Oft möchten wir jedoch — so auch bei unserer jetzigen Demonstration — den Multivibrator zu einem gegebenen Zeitpunkt anstellen. Das können wir durch Zwischenschaltung eines Morsetasters erreichen. Der oben genannte Kurzschlußstecker wird entfernt, die untere Buchse mit dem Mittelanschluß des Morsetasters verbunden und die beiden Zuleitungen zum Morsetaster an die Katode bzw. Gitterspannung (—50 V) angeschlossen. Dadurch können wir erreichen, daß unser Multivibrator nur dann Signale gibt, wenn der Morsetaster gedrückt ist.

Unsere Frequenzbestimmung ist nunmehr sehr einfach. Der eine Ausgang des Multivibrators wird über die neben dem Multivibrator befindliche Endverstärkerröhre mit dem Zählwerk verbunden. Nach einem Betrieb des Multivibrators von beispielsweise 10 s kann man die Zahl der Impulse am Zählwerk ablesen und so die Frequenz errechnen (natürlich nur dann, wenn diese nicht wesentlich größer ist als 10 Hz, weil der elektromechanische Zähler keine höheren Frequenzen mehr registrieren kann).

Zur Frequenzteilung gehen wir genau so vor wie bei der Frequenzbestimmung. Der eine Ausgang des Multivibrators wird unter Zwischenschaltung eines Endverstärkers an das elektromechanische Zählwerk angeschlossen, der andere an den Eingang einer Teilerstufe (z. B. an L_1); der Ausgang des Teilers wiederum wird über einen anderen Endverstärker an ein anderes elektromechanisches Zählwerk angeschlossen. Bereits am Klicken der Zähler ist hörbar, daß der erste mit der doppelten Geschwindigkeit läuft wie der zweite. Dies ist auch deutlich am Blinken der Glimmlampen zu erkennen. Nach diesem Verfahren können wir bereits mit guter Genauigkeit Impulse zählen, die mit einer Frequenz bis zu 20 Hz ankommen.

Die Schaltung zur doppelten Frequenzteilung ist die gleiche wie bei der Frequenzteilung, nur wird jetzt der Ausgang des ersten Frequenzteilers mit dem Eingang des zweiten verbunden, an dessen Ausgang eine Endverstärkerröhre angeschlossen wird. Wird die Frequenz auf 30 bis 40 Hz erhöht, dann bleibt der direkt gesteuerte elektromechanische Zähler bereits hängen. Er wird deshalb am besten ausgeschaltet. Der nach jedem vierten Signal anziehende zweite Zähler arbeitet dagegen ordnungsgemäß. Beim Ablesen dieses Zählers können wir die Zahl der in einer bestimmten Zeit eingetroffenen Signale nur mit einer Genauigkeit von vier Einheiten bestimmen, aus dem Blinken der Glimmlampen dagegen bei einiger Geschicklichkeit mit voller Genauigkeit.

Mit zwei Frequenzteilerstufen und einem guten elektromechanischen Zählwerk kann man sogar noch die Frequenz des Netzwechselstroms von 50 Hz ermitteln. Um höhere Frequenzen messen zu können, muß man mehrere Frequenzteilerstufen anwenden.
Die in Wissenschaft und Technik üblichen Zählwerke arbeiten auf der Grundlage der hier erläuterten Prinzipien. Die bei atomphysikalischen Messungen übliche Zählanlage wird als »Scaler« bezeichnet. Will man z. B. in Abständen von 1 ms ankommende Signale mit Sicherheit zählen, dann müssen in den Scaler 10 Frequenzteilerstufen eingebaut werden. Die ankommenden Signale sind in den meisten Fällen noch umzuformen, damit der Zähler zuverlässig auf jedes eintreffende Signal anspricht. Deshalb bestehen derartige Zählanlagen aus sehr vielen Röhren.
Elektronenröhren sind Bauelemente, die hier nur zwei Zustände unterscheiden: Eine Röhre leitet entweder oder sie leitet nicht. Aus diesem Grunde benötigt man auch so viele Röhren für eine Zählanlage. Es werden auch elektronische Elemente mit 10 möglichen Zuständen hergestellt. Diese arbeiten jedoch nur bei nicht sehr hohen Frequenzen zuverlässig.
Mit vier Frequenzteilerstufen kann man bis 15 zählen. Mit einer besonderen Schaltung kann man erreichen, daß eine derartige Einheit nach dem neunten Signal in ihren Grundzustand zurückspringt. Nach diesem Prinzip werden die sogenannten dekadischen Zähler für das Dezimalsystem gebaut. Dadurch wird zwar das Ablesen erleichtert, doch wächst der Aufwand an Röhren erheblich.
Es werden elektronische Stoppuhren hergestellt, mit denen die Zeit mit einer Genauigkeit von 1/10 000 s gemessen werden kann. Das Wesentliche dieser Stoppuhren ist ein quarzgesteuerter und dadurch hochstabiler 10-kHz-Generator und eine diesem nachgeschaltete elektronische Zählanlage. Die Zeit, die zwischen dem Einschalten und Ausschalten verstreicht, wird sofort in zehntausendstel Sekunden angegeben. Natürlich hätte bei derartigen Uhren das Ein- oder Ausschalten von Hand keinen Sinn. Der zu messende Vorgang selbst schaltet die elektronische Stoppuhr selbst ein und aus.
Wie wir bereits sahen, kann man unter Verwendung von

Transistoren einen Multivibrator ebenso zusammenstellen wie mit Elektronenröhren. Zählwerke mit Transistoren werden jedoch industriell erst in neuerer Zeit hergestellt, da bei diesen die Anzeige des Zählergebnisses komplizierter ist als bei Elektronenröhren. Die üblichen Glimmlampen brauchen nämlich eine relativ hohe Spannung und »passen« in dieser Beziehung besser zu Röhren. Ein Vorteil der Transistoren ist aber gerade die niedrige Speisespannung.

3.5. Haupteinheiten von Digitalrechnern

Hauptziel unseres Buches ist es, die Kenntnis der Funktionsprinzipien von Rechenmaschinen zu vermitteln. Das Funktionsprinzip von Analogrechnern lernten wir bereits im ersten Teil dieses Buches kennen. In den folgenden Abschnitten werden wir näher an den Digitalrechner herangeführt. Betrachten wir die Haupteinheiten der Digitalrechner und überlegen wir uns, welche unserer Modelle diesen Haupteinheiten entsprachen oder entsprechen werden.
Bild 58 zeigt in einer Übersicht die Struktur eines Digitalrechners. In irgendeiner Form muß man dem Rechner die auszuführende Aufgabe mitteilen, ebenso die dazu erforder-

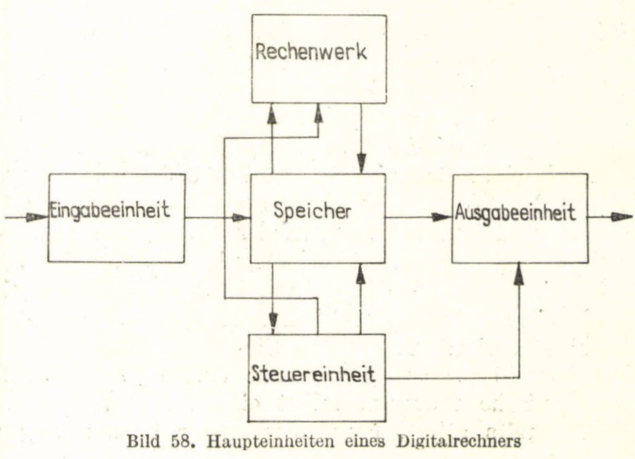


Bild 58. Haupteinheiten eines Digitalrechners

lichen Daten und Informationen. Dies geschieht über die Eingabeeinheit. Die meisten heute üblichen Rechner lesen die ihnen mitzuteilenden Daten von einem Lochband ab. Dieses Verfahren werden wir im folgenden Abschnitt an Hand eines Modells auch näher kennenlernen. Jeder Rechner hat jedoch auch einen Bedientisch bzw. eine Bedieneinrichtung. An diesem können über Schalter und Druckknöpfe dem Rechner auch direkt eventuell im Programm vergessene einzelne Daten eingegeben oder eventuell falsch eingegebene berichtigt werden. An unserem Modell werden die Daten mit Hilfe von Schaltern und Druckschaltern eingegeben.
Irgendwo muß der Rechner aber auch die anhaltenden Anweisungen und Daten speichern. Dazu dient der sogenannte Speicher. Bei den großen Rechnern wird der größte Teil der Daten und Anweisungen auf Magnetbändern, Magnettrommeln oder noch besser mit Hilfe von Ferritkernen gespeichert. Die Daten, mit denen die Maschine bzw. der Rechner gerade arbeitet, werden auch bei großen Rechnern in den in den vorangegangenen Abschnitten beschriebenen »Flip-Flop«-Stromkreisen gespeichert. Bei unseren Modellen werden die Daten zum Teil mit Hilfe von handbetätigten Schaltern oder ähnlich wie bei den großen Rechnern, aber mit Relaisstromkreisen gespeichert. Im vorangegangenen Abschnitt hatten wir auch die Elektronenröhrenspeicherung beschrieben.
Die algebraischen oder logischen Operationen, die mit den Daten vorzunehmen sind, werden vom Rechenwerk ausgeführt. Wir werden im folgenden Teil unseres Buches die Funktionsprinzipien dieser wichtigsten Einheit erläutern.
Das Ergebnis der Operationen wird uns über die Ausgabegeräte zur Kenntnis gebracht. Bei großen Rechnern werden die Ergebnisse oft über einen Lochstreifen ausgegeben. In anderen Fällen teilt der Rechner das Ergebnis über einen Ergebnisdrucker oder eine sogenannte Schnellschreibeeinheit mit. Diese Drucker können nicht nur Zahlen, sondern auch Texte drucken. Sie arbeiten im Vergleich zu anderen Schreib- oder Druckanlagen unwahrscheinlich schnell, sind aber dennoch tausendmal langsamer als die übrigen Einheiten des Rechners. Aus diesem Grunde ist die Beschleunigung der Eingabe und der Ausgabe eines der größten gegenwärtigen

Probleme der Rechner. Bei unseren Modellen werden die Ergebnisse an Signallampen abgelesen.
Schließlich wird die Arbeit der einzelnen Teile des Rechners durch eine Steuereinheit aufeinander abgestimmt. Diese ist bei den großen Rechnern im Vergleich zu seinen anderen Einheiten außerordentlich kompliziert. Unsere Modelle brauchen keine Steuereinheit, weil sie keine Automaten sind.

3.5.1. Lochkarte und Lochband

Die Daten der letzten Volkszählung in der Volksrepublik Ungarn wurden auch mit Maschinen aufgearbeitet, die nach dem Lochkartensystem arbeiten. In den 10 cm × 20 cm großen Karten können in zehn Reihen 450, 800 oder evtl. noch mehr Löcher angebracht werden. Auf der rechten Seite von Bild 59 sehen wir eine solche Lochkarte. Die zu verarbeitenden Daten werden nach einem vorher festgelegten Schlüssel (Code) durch Lochen mit besonderen maschinellen »Lochern« in die Karte »geschrieben«, d. h. gelocht. Die Maschine stanzt die Löcher mit einer Genauigkeit von Zehntelmillimetern an die vorgeschriebene Stelle. Die Karten werden dann mit maschinellen Einrichtungen abgetastet und nach beliebig vorgegebenen Gesichtspunkten mit außerordentlich hoher Geschwindigkeit (z. B. 60 000 Karten je Stunde) geordnet bzw.

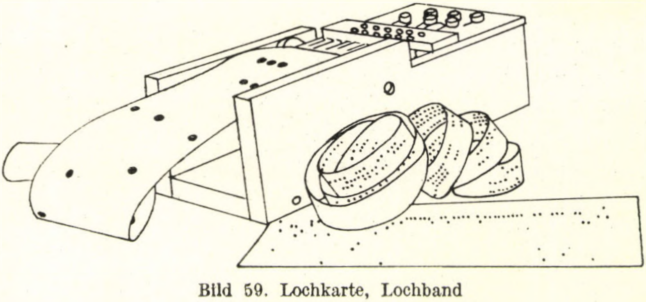


Bild 59. Lochkarte, Lochband

gezählt. Dieses einfache, sinnreiche Verfahren wurde von Hollerith zur Auswertung der Volkszählung in den USA im Jahre 1889 entwickelt. Es wird auch heute noch bei elektronischen Rechnern angewendet. Solche, in den meisten Fällen für spezielle Zwecke gebaute Rechner erhalten die zu verarbeitenden Daten von Lochkarten und »drucken« oft auch das Ergebnis auf Lochkarten. Der Nachteil dieses Verfahrens liegt darin, daß es verhältnismäßig langsam ist.

Das Lochbandverfahren gleicht im wesentlichen dem Lochkartenverfahren, nur wird die Lochung hier statt auf einer Karte auf einem Band vorgenommen. Auf derartige Lochbänder wird z. B. der Text von Telegrammen geschrieben. Mit zehn bis fünfzehn solchen Streifen, die vom Menschen »geschrieben« wurden, werden dann die sehr schnellen Telegraphen gespeist, um sie besser auszunutzen. Auch der Fernschreiber (Telex) arbeitet häufig mit einem derartigen Lochband zusammen. Von gleichen Lochbändern werden mit sehr hoher Geschwindigkeit auch die zu speichernden Daten und Anweisungen, das Programm, in die großen Rechner eingegeben. Auch das Ergebnis übermitteln die Rechner in vielen Fällen in Form von Lochbändern.

Für das Studium dieses Verfahrens kann man ein sehr einfaches Modell bauen (Bild 59). Unsere Lochbandmaschine besteht insgesamt aus zwei 6×9er Filmspulen, aus einigen Kontakten, die Relais entnommen wurden, und aus Steckbuchsen. Auf die aus Metall gefertigte Filmspule drücken sechs Kontaktfedern. Die anderen Enden der Kontaktfedern werden mit den Steckbuchsen verbunden. Als Band kann der Deckstreifen eines 6×9er Filmes oder ein anderer fester, genau ausgeschnittener Papierstreifen dienen. Gelocht wird unter genauer Beachtung der Zeilen und der Spalten mit einem Locher oder Bohrer.

Das Band wird zwischen die Metallspule und die Federkontakte eingelegt. Werden nun z. B. Metallspule und Federkontakt in den Stromkreis einer Lampe gelegt, wird die Lampe nur dann aufleuchten, wenn ein Loch unter den entsprechenden Kontakt gelangt.

Auf dem Lochband soll z. B. jede Zeile Daten jeweils eines Schülers der Schule enthalten. Die Lochung in der ersten Spalte bedeutet, daß der betreffende Schüler ein Junge ist, in der zweiten, daß es ein Mädchen ist; eine Lochung in der dritten Spalte besagt, daß der Schüler bzw. die Schülerin älter ist als 16 Jahre, in der vierten, daß er bzw. sie größer ist als 170 cm, in der fünften, daß er bzw. sie blaue, in der sechsten, daß er bzw. sie braune Augen hat.

Möchte man nun z. B. wissen, wieviele Jungen die Schule besuchen, dann wird der eine Pol einer 24-V-Stromquelle an die Bananenhülse des Federkontakts der ersten Spalte angeschlossen, der andere über einen Ferngesprächzähler an die Spule. Nachdem wir das Lochband durch unsere Lochbandmaschine gezogen haben, und zwar mit einer fast beliebigen Geschwindigkeit, können wir am Zähler die gesuchte Zahl ablesen.

Wenn wir nun gerne erfahren möchten, wieviel blauäugige Mädchen, die älter sind als 16 Jahre, es in der Schule gibt, dann werden die die Spalten 2, 3 und 5 abtastenden Kontakte mit dem Zähler in Reihe geschaltet. Das Zählwerk zählt nur dann, wenn sich die Löcher gleichzeitig unter allen drei Kontakten befinden. Dieser Fall ähnelt der Anlage für das Abfahrtsignal bei der Straßenbahn, bei der die die Abfahrbereitschaft anzeigende Lampe nur dann aufleuchtet, wenn alle drei Wagen abfahrbereit sind.

Auch bei den großen Rechnern arbeiten die Anlagen für das Ablesen und das Lochen von Lochbändern nach dem gleichen Prinzip. Die Lochkombination jeder Zeile entspricht jeweils einem mitzuteilenden Signal, Buchstaben oder einer Zahl. In neuerer Zeit werden die Daten vom Lochband jedoch nicht mehr mit einer Metallbürste, sondern mit Hilfe von durch die Löcher fallenden Lichtstrahlen über eine Fotozelle abgelesen. Dies hat den Vorteil, daß das Band geschont wird und dadurch öfter verwendet werden kann, außerdem wird die Ablesegeschwindigkeit erhöht. Anstelle des Lochbands können die Daten auch auf einem Magnetband gespeichert werden. Dann werden die Signale nicht durch Lochen, sondern mit Hilfe von elektrischen Impulsen aufgezeichnet; abgelesen wird mit Magnetköpfen. Dieses Verfahren ist unvergleichbar schneller als das Lochbandverfahren. Auch bei den Satelliten werden die während ihres Umlaufs gemessenen Daten in dieser Weise aufgezeichnet. Befinden sie sich dann in einer geeigneten Stellung, können die Daten sehr schnell abgefordert werden.

3.5.2. *Ausführung von Operationen mit Digitalrechnern*

In den bisherigen Abschnitten haben wir bereits drei Digitalrechner vorgestellt. Zwei davon, der Schalter- und der Relaisrechner, können addieren und subtrahieren. Am besonders einfachen Stöpselrechner haben wir außerdem noch gezeigt, wie man — zumindest prinzipiell — auch multiplizieren und dividieren könnte. Diese Rechner entstanden mehr spontan nach den Gedanken einfallsreicher Jugendlicher oder Erwachsener.
Die folgenden Rechner planen wir systematisch. Wir gehen also so an unser Vorhaben heran wie Fachleute an die Lösung irgendeines Problems, untersuchen es möglichst von allen Seiten und versuchen es dann — unter Verwendung der uns zur Verfügung stehenden Mittel — zu lösen.

3.5.2.1. Addierwerk

Wir wissen bereits, daß das Addierwerk nur mit dem Dualsystem arbeiten kann. Frischen wir an einem Beispiel unsere Kenntnisse über das Addieren von Dualzahlen auf:

$$\begin{array}{r}28\\+26\\\hline 54\end{array}\qquad\qquad\begin{array}{r}11\,100\\+11\,010\\\hline 110\,110\end{array}$$

Auf der Grundlage dieses Beispiels kann man die grundlegenden Additionsprobleme der meisten Hochleistungsrechner gut analysieren, weil auch diese in der Mehrzahl gleichzeitig nur zwei Zahlen addieren. Gibt es mehrere Summanden, wird der nächste zur Summe der jeweils vorangegangenen addiert.
Bei der Addition der niedrigsten Stellenwerte können nur die in der folgenden Tabelle zusammengefaßten vier Fälle auftreten:

A	B	S	Ü
0	0	0	0
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	0	1

In dieser Tabelle sind A und B die beiden Summanden, S die Summe und Ü der Übertrag.

Geht man davon aus, daß für den Bau des Geräts nur Relais, Druckschalter, zweipolige Umschalter und Signallampen zur Verfügung stehen, dann bietet sich der Halbadder, den wir bereits bei der Behandlung der Schalterrechner (s. Bild 36) kennengelernt haben, als einfachste Lösung an. Unser neues Schaltbild (Bild 60) unterscheidet sich von Bild 36 lediglich darin, daß es mehr dem gegenwärtigen Zweck entsprechend gezeichnet wurde und etwas einfacher ist. Wir benötigen hierzu nur einen zweipoligen und einen einpoligen Umschalter oder

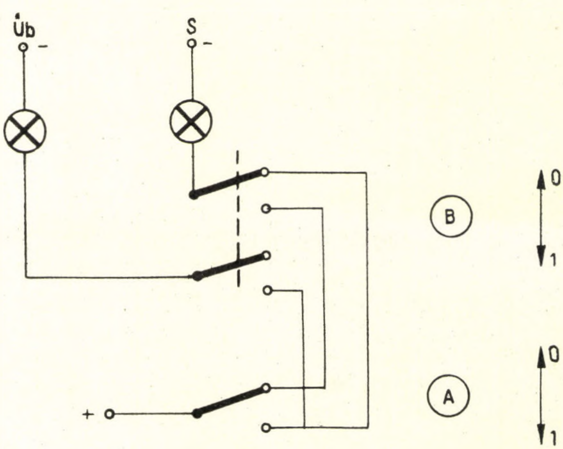


Bild 60. Neues Schaltbild des »Halbadders«

Druckschalter und zwei Lampen. Zu bauen lohnt sich aber nur der vollständige Rechner.
Bei einem anderen, häufigeren Fall der Addition verbleibt außer den beiden Summanden von dem vorangehenden Stellenwert noch ein Rest, der Übertrag. Dieser Fall liegt bei unserem oben angeführten Beispiel nur bei dem fünften Stellenwert von rechts vor, kann aber vom zweiten Stellenwert an überall auftreten.
Sehen wir nun zuerst in der Tabelle nach, welche Fälle der Addition so auftreten können. Bezeichnen wir die beiden Summanden mit A und B. Der Rest des vorangegangenen Stellenwerts wird als Übertrag Ü bezeichnet, die Summe mit S und der nächste Rest als Übertrag Üb.

A	B	Ü	S	Üb
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
0	1	0	1	0
1	1	0	0	1
0	0	1	1	0
1	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Hier gibt es bereits acht mögliche Fälle der Addition. Beim fünften Stellenwert unserer Musteraddition trat gerade der achte Fall auf.
Betrachten wir nun die Tabelle etwas aufmerksamer bzw. analysieren wir sie, um aus ihr Folgerungen für die Schaltung zu ziehen. Wir erhalten die Summe, indem wir zur Summe von A und B — die wir hier als Teilsumme bezeichnen — den eventuellen Übertrag Ü dazuzählen. Wenn wir nur die Summe berücksichtigen und den Übertrag vorerst nicht, dann lesen wir z. B. die vierte Zeile der Tabelle wie folgt: 1 und 1 ist 0 und 0 ist 0; die letzte Zeile: 1 und 1 ist 0 und 1 ist 1.

Betrachten wir nun den Übertrag Üb. Der Übertrag Üb tritt immer dann auf, wenn bei der Addition von A und B oder aber bei der Addition der Teilsumme mit dem Übertrag Ü ein Rest verbleibt. Nach dieser Überlegung erkennen wir, daß die Prinzipschaltung in Bild 61 geeignet ist, das aufgeworfene Problem, das Addieren von drei Summanden, zu lösen. In dem einen Halbadder (z. B. im unteren) werden A und B addiert, deren Teilsumme TS und ein eventueller Übertrag Ü im anderen. Die Summe der letztgenannten ergibt die Endsumme S. Der Ausgang für den Übertrag Üb der beiden Halbadder ist so zu schalten, daß er anzeigt, ob der Rest entweder bei dem einen oder bei dem anderen Halbadder aufgetreten ist. Eine derartige Schaltung wird in der Fachsprache als ODER-Schaltung bezeichnet und in der in Bild 61 angegebenen Weise gekennzeichnet. Wir werden ihr später noch begegnenen. Ein vollständiges Addierwerk kann also aus zwei Halbaddern und einer ODER-Schaltung aufgebaut werden. Betrachten wir nun das ausführliche Schaltbild eines vollständigen Addierwerks (Bild 62). Die in dem aus den Schaltern A und B bestehenden unteren Halbadder sich ergebende

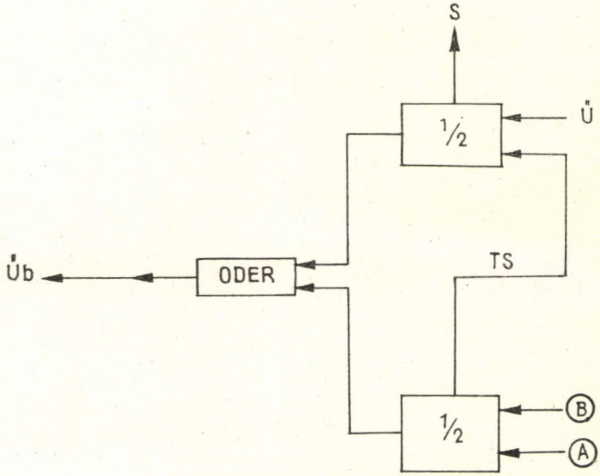


Bild 61. Prinzipschaltbild des »Volladders«

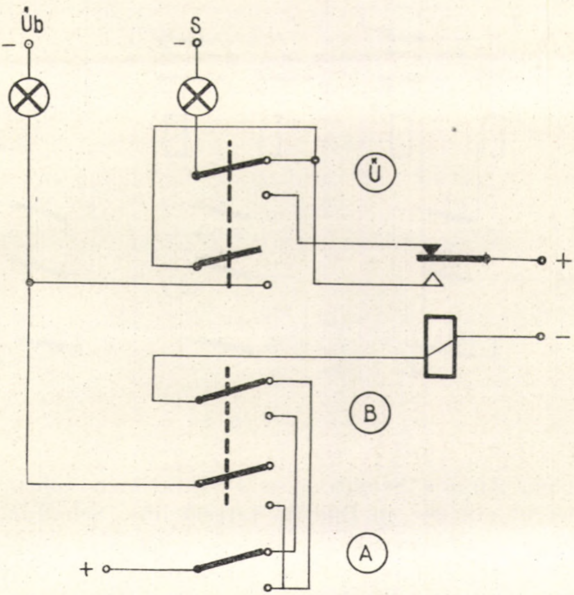


Bild 62. Der »Volladder« (Addierwerk)

Teilsumme wird mit Hilfe des Relais in der Mitte zum eventuellen Übertrag Ü addiert. Dieses Relais und der mit Ü gekennzeichnete zweipolige Umschalter stellen den zweiten Halbadder dar. Die Endsumme S wird durch das Aufleuchten der oberen rechten Signallampe angezeigt. Die Signallampe für den Übertrag Üb ist an zwei Leitungswege angeschlossen. Sie brennt deshalb, wenn am unteren oder am oberen Halbadder ein Übertrag auftritt. Um das Schaltbild richtig zu verstehen, ist es zweckmäßig, z. B. den Fall zu verfolgen, in dem beide Summanden 1 sind und auch ein Übertrag vorliegt. Dann befinden sich alle drei Schalter in der unteren Stellung und beide Signallampen brennen.

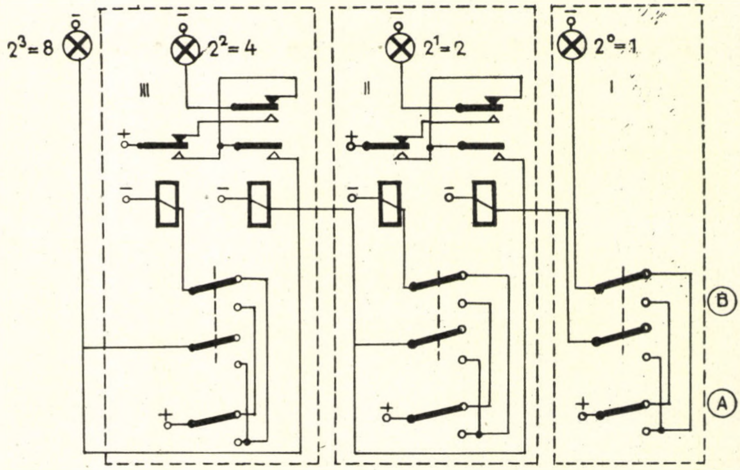


Bild 63. Addierwerk für drei Bit

Vergleichen wir die Schaltung unseres neueren vollständigen Addierwerks mit der in Bild 37 dargestellten Schaltung eines vollständigen Addierwerks, dann erkennen wir, daß es uns gelungen ist, die komplizierteren und kostspieligen vierpoligen Umschalter zu vermeiden. Von noch größerer Bedeutung ist, daß diese Schaltung für eine weitere Automatisierung geeignet ist.

Nachdem uns die Funktionsweise eines Halbadders und eines vollständigen Addierwerks bereits bekannt ist, bedeutet es keine Schwierigkeiten mehr, ein Addierwerk für eine beliebige Anzahl von Ziffern zu konstruieren. Bild 63 zeigt das Schaltbild eines Addierwerks für drei Ziffern (Bit). Ein Addierwerk für mehr Bit unterscheidet sich von diesem nur darin, daß sich die mittlere (mit II gekennzeichnete) Einheit mehrere Male wiederholt.

In der Baustufe für das erste Bit (I) erkennen wir den bereits behandelten Halbadder. Der Unterschied besteht lediglich darin, daß die Leitung für den Übertrag nicht an eine Lampe, sondern an das eine Relais des folgenden Bit angeschlossen ist.

In der Baustufe für das zweite Bit erkennen wir das Schaltbild eines vollständigen Addierwerks (II). Nur wird der Übertrag nicht von uns — symbolisch dargestellt durch einen Doppelschalter — eingegeben, wie wir das weiter oben taten, sondern kommt vom ersten Bit und wird ohne unseren Eingriff automatisch über ein Relais an der entsprechenden Stelle eingegeben. Der Übertrag wird auch hier selbstverständlich nicht an einer Lampe angezeigt, sondern an die folgende Stufe weitergeleitet.

Die letzte Baustufe für das dritte Bit (III) entspricht dem zweiten, nur wird ein hier eventuell auftretender Übertrag an eine Signallampe weitergeleitet.

Betrachten wir nun zuerst die Funktionsweise unseres Rechners an Hand des Schaltbildes. Eine der interessantesten Additionen ist die folgende: $7 + 1 = 8$. Geben wir nun zuerst den ersten Summanden z. B. an der oberen Schalterreihe B ein. Wir wissen, daß 7 im Dualsystem die Form 111 hat. Wir müssen also alle Doppelschalter der Reihe B in die untere, in die 1-Stellung bringen. Wenn wir dann die Spannung einschalten, sehen wir, daß die ersten drei Lampen von rechts leuchten. Sie zeigen 7 an. Wird nun an der unteren Schalterreihe A die 1 eingegeben, d. h. der erste Schalter von rechts in die untere Stellung gebracht, dann geht die Lampe 2^0 aus, weil ihr Stromkreis unterbrochen wurde. Das erste Relais von rechts der Relaisreihe erhält jedoch Strom: Aus diesem Grunde wird auch die Signallampe 2^1 ausgelöscht. Auch das dritte Relais erhält Strom, und die Signallampe 2^2 wird gelöscht. Die Signallampe 2^3 leuchtet jedoch auf, bleibt brennen und zeigt damit das Ergebnis der Addition an, und zwar 8. Es ist ratsam, zur Übung auch den Gang der Addition $6 + 5 = 11$ zu verfolgen.

Noch lehrreicher ist es, den Rechner zu bauen. Dazu sind insgesamt folgende Teile erforderlich: 3 Wechsel- oder Druckschalter (einpolige Umschalter), 3 zweipolige Umschalter, 4 Relais mit verhältnismäßig wenigen Kontakten und 4 Signallampen. Alle diese Teile sind handelsüblich. Die im Abschnitt »Materialbedarf für die Relaisanlagen« aufgezählten Teile genügen ebenfalls zum Bau des Rechners. Will man diesen Rechner für mehr als 3 Bit bauen, braucht man natürlich entsprechend mehr Teile. Es ist angebracht, diesen Rechner

für schulische Zwecke auch in einer »dauerhaften« Form zu bauen. Die formgestalterischen Fähigkeiten der Schüler werden entwickelt, wenn sie selbst die äußere Form des Rechners entwerfen und bauen. Das Anschließen der einzelnen Elemente des Rechners dürfte auf der Grundlage des Schaltbildes keine Schwierigkeiten bereiten.
Eine sehr lehrreiche Erfahrung beim Betrieb des Rechners besteht darin, daß das Eingeben der Zahlen viel Zeit beansprucht, während der Rechner nach dem Einschalten des Stromes die Addition in Bruchteilen einer Sekunde ausführt. So ist es auch bei den großen Rechnern. Die Operation selbst dauert nur einige Hunderttausendstel einer Sekunde. Die Eingabe und das eventuelle Ausdrucken der Daten beansprucht dagegen auch bei den schnellsten Anlagen noch relativ viel Zeit.

3.5.2.2. Subtraktion mit dem Addierwerk

Im Abschnitt »Subtraktion nach einem neuen Verfahren« (S. 87) haben wir erläutert, daß die Subtraktion bei den großen Rechnern auf die Addition zurückgeführt wird.
Betrachten wir Beispiele für unsere dort vermittelten Kenntnisse!

Robotron 100, gedacht zur Komplettierung von Lochkartenstationen

Wir führen die Operation gleich mit Zahlen kleiner 1 aus; denn wir wissen, daß dies auch bei den großen Rechnern oft der Fall ist. Ist unser Rechner nur für drei Binärzeichen gebaut, dann können damit nur zweistellige Zahlen subtrahiert werden, weil die erste Ziffer von links dem Vorzeichen vorbehalten ist. Anstelle der Subtraktion wird — wie bereits dargelegt — die Komplementzahl des Subtrahenden zum Minuenden addiert. Die Lampe 2^3 in dem in Bild 63 dargestellten Schaltbild würde hier stören; lassen wir sie also weg, weil sie die Kapazität unseres Rechners überschreitet.
Führen wir nun die folgende, sehr einfache Subtraktion aus:

$$\begin{array}{lllr} \frac{3}{4} & 011 & & 011 \\ & & \text{dafür} & \\ -\frac{1}{2} & -011 & & +110 \\ \hline \frac{1}{4} & & & 001 \end{array}$$

Die als letzter Übertrag verbliebene 1 ist bereits »übergelaufen« und wird deshalb vom Rechner nicht angezeigt. Somit haben wir das richtige Ergebnis, und zwar $\frac{1}{4}$, erhalten.

Wie wir bereits im zitierten Abschnitt erfuhren, liegt der interessanteste Fall dann vor, wenn der Subtrahend größer ist als der Minuend. Auch diesen Fall kann man auf unserem Rechner demonstrieren:

$$\begin{array}{lllr} \frac{1}{4} & 001 & & 001 \\ & & \text{dafür} & \\ -\frac{1}{2} & -010 & & +110 \\ \hline -\frac{1}{4} & & & 111 \end{array}$$

Durch das Vorzeichen 1 zeigt unser Rechner richtig an, daß die Differenz ein negatives Vorzeichen hat. Bei der Behandlung der Theorie der Subtraktion haben wir jedoch bereits gelernt, daß wir in diesem Fall das Komplement der Differenz erhalten. Das richtige Ergebnis ist demnach das Komplement von 11, also 01, bzw., wenn wir es im Dezimalsystem unter Berücksichtigung des Vorzeichens angeben, $-\frac{1}{4}$.

Die Subtraktion mit ganzen Zahlen kann man mit dem Rechner noch einfacher ausführen. Wir haben gleich das schwierigere Problem behandelt.

3.5.2.3. Multiplikation und Division

Um das Verfahren zu verstehen, müssen wir zuerst noch einmal die Ausführung dieser Operationen im Dezimal- und im Dualsystem durchdenken. Führen wir zuerst eine Multiplikation im Dezimalsystem aus:

```
 4302 · 2402
─────────────
 8604
 17208
   8604
───────────
10333404
```

Wir können hierbei folgendes beobachten:

a) Wir brauchen nur mit den einzelnen Ziffern zu multiplizieren.

b) Die entsprechenden Teilprodukte sind eine entsprechende Anzahl von Stellen nach rechts zu verschieben.

c) Die erhaltenen Teilprodukte sind zu addieren.

Für die Multiplikation mit Ziffern muß man die hundert Produkte des Einmaleins im Kopf haben!

Was bedeutet die Verschiebung, das Versetzen der Teilprodukte um eine Stelle nach rechts?

Es bedeutet, daß die bis dahin erhaltenen Teilprodukte mit 10, der Basiszahl des Systems, multipliziert werden. Eine erneute Verschiebung entspricht einer weiteren Multiplikation mit 10, auf die betreffende Teilsumme bezogen. Die oben angeführte Multiplikation müßte also ganz exakt eigentlich wie folgt niedergeschrieben werden:

$$
\begin{array}{r}
4302 \cdot 2402 \\
\hline
8604000 \\
1720800 \\
00000 \\
8604 \\
\hline
10333404
\end{array}
$$

Wir haben aber gelernt, daß wir die »überflüssigen« Nullen nicht hinschreiben.

Die Multiplikation mehrstelliger Dualzahlen wird genauso ausgeführt, nur ist sie viel einfacher. Betrachten wir auch dazu ein Beispiel:

$$
\begin{array}{l}
1101 \cdot 1011 \\
\hline
1101 \\
\quad 1101 \qquad\qquad (13 \cdot 11 = 143) \\
\quad\;\; 1101 \\
\hline
10001111
\end{array}
$$

Auch hier wurde der Multiplikand nur mit den einzelnen Ziffern multipliziert. Die Teilprodukte wurden gleichfalls um eine oder um mehrere Stellen nach rechts verschoben und danach addiert. Unsere »Multiplikationstabelle«, d. h. unser Einmaleins, beschränkt sich aber hier nur auf die folgenden vier Produkte:

A	B	A · B
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

Was bedeutet hier die Verschiebung bzw. eine oder mehrere Nullen hinter den einzelnen Teilprodukten? Betrachten wir dies an dem obigen Beispiel!

1101 (13)
11010 ($26 = 2 \cdot 13$)
110100 ($52 = 4 \cdot 13 = 2^2 \cdot 13$)

Wir sehen, daß auch hier die Verschiebung einer Multiplikation mit den Potenzen der Basiszahl entspricht, wie es beim Dezimalsystem der Fall war.
Unsere Digitalrechner können im allgemeinen nur zwei Zahlen auf einmal addieren. Aus diesem Grunde unterscheidet sich die Multiplikation mit diesen Rechnern von unserem Beispiel darin, daß die als letzte erhaltenen Teilprodukte zu der Summe der vorangegangenen Teilprodukte addiert werden.
Nach diesen Erklärungen können wir bereits mit den Potenzen von 2 multiplizieren. Ebenso wie wir es bei unserem »Stöpsel«-Rechner mit Nägeln gemacht haben, geben wir z. B. in den Rechner nach Bild 63 mit Hilfe einer Schalterreihe den Multiplikanden, z. B. die 11, ein. Entsprechend unseren obigen Ausführungen muß man mit zwei so multiplizieren, daß man nach der Zahl eine 0 schreibt:

$11 \cdot 10 = 110$ $(3 \cdot 2 = 6)$

Also müssen wir an unserem Rechner alle bisherigen Ziffern um eine Stelle weiter nach links und an die letzte Stelle die 0 schreiben. Wir bezeichnen dieses Verfahren als Schiebekette.
Auf der Grundlage der vorangegangenen Analysen fassen wir zusammen, was unser Rechner können muß, wenn wir mit ihm die Multiplikation einer beliebigen Zahl ausführen möchten. Es ist insgesamt nur zweierlei:
a) Er muß die darin befindliche, soeben gespeicherte Zahl um eine oder mehrere Stellen verschieben, also eine Schiebekette bilden können.
b) Er muß zu dieser um eine oder mehrere Stellen nach links verschobenen Zahl das folgende Teilprodukt addieren können, das — wie wir gesehen haben — selbst den Multiplikanden darstellt.

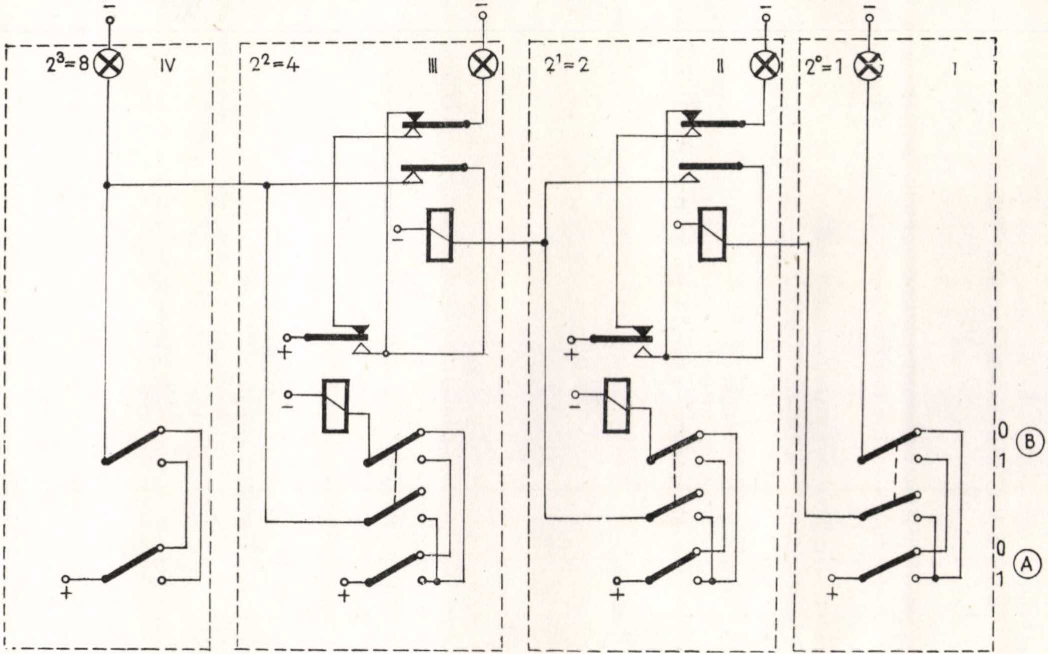


Bild 64. Schaltbild eines Multiplizierwerks für vier Bit

Bild 64 zeigt das Schaltbild unseres Multiplikationsrechnermodells für vier Bit. Daß es ein Rechner für vier Bit ist, bedeutet, daß das Ergebnis der Multiplikation höchstens eine vierstellige Zahl sein darf, d. h. 1111 bzw. 15. Unser als minimal festgelegter Materialbedarf erlaubt es nicht, größere Rechner zu bauen; um aber das Funktionsprinzip zu zeigen, genügt dieser gerade.

Betrachten wir das Schaltbild etwas gründlicher, so erkennen wir die Weiterentwicklung unseres in Bild 63 angegebenen Addierwerks für drei Bit. Die Säulen I, II und III stimmen vollkommen miteinander überein, nur bei der IV. haben wir noch zwei Schalter zwischengeschaltet.

Führen wir zuerst schriftlich die folgende Multiplikation aus:

```
11 · 101
--------
11                  (3 · 5 = 15)
  11
--------
1111
```

Betrachten wir nun an Hand des Ganges unserer schriftlichen Multiplikation zuerst auf der Grundlage des Schaltbildes, wie die Multiplikation in unserem Multiplikator abläuft:

a) Der Multiplikand (11) wird in den Multiplikator eingegeben. Das bedeutet, daß die in der Reihe B der beiden Säulen bzw. Teilschaltungen I und II befindlichen Umschalter nach unten umgeschaltet werden müssen.

b) Der in die Maschine eingegebene Multiplikand wird mit der ersten Ziffer von links des Multiplikators, der 1, multipliziert. Die Multiplikation mit 1 bedeutet aber keinerlei Veränderung; wir haben bereits das erste Teilprodukt erhalten, das demnach 11 ist.

c) Bevor mit der folgenden Ziffer multipliziert wird, muß das bisherige Teilprodukt um eine Stelle verschoben werden. Nach dem im vorangegangenen Abschnitt Gesagten erhalten wir demnach 110.

d) Die folgende Ziffer des Multiplikators ist jedoch 0. Wir brauchen also wiederum nur zu verschieben, und zwar wieder um eine Stelle. Haben wir das ausgeführt, erhalten wir 1100.

e) Als folgende Ziffer des Multiplikators erscheint die 1. Das Teilprodukt ist also selbst der Multiplikand: 11. Dieses geben wir durch Drücken der in der Reihe A befindlichen Druckschalter der Teilschaltungen I und II in den Rechner ein. Unser Rechner ist aber im wesentlichen ein Addierwerk.
Dadurch zeigt er auch durch das Aufleuchten aller vier Signallampen an, daß 1111 (d. h. 15) das Endergebnis unserer Multiplikation ist.
Es ist interessant, auf dem Schaltbild den Gang der Multiplikation zu verfolgen. Noch interessanter ist es jedoch, den Multiplikator zu bauen und mit ihm zu arbeiten. Wie wir aus dem Schaltbild ablesen können, benötigen wir dazu 4 Um- oder Druckschalter, 4 zweipolige Umschalter, 4 Relais und 4 Signallampen. Wenn wir den Rechner allein bauen, genügt es, ihn auf dem Relaisgestell mit Lötverbindungen zusammenzustellen. Für schulische Interessengemeinschaften lohnt es sich jedoch, ihn in einer dauerhaften Form zu bauen, da er gut zur Modellierung der Multiplikation geeignet ist.
Natürlich braucht bei den großen Rechnern die Schiebekette nicht von Hand betrieben zu werden; sie wird bei Eintreffen der Multiplikationsanweisung von einem gesonderten Programm vorgenommen.
Zusammenfassend können wir feststellen, daß Digitalrechner die Multiplikation unter Verwendung der Schiebekette auch auf die Addition zurückführen.

3.5.2.4. Zusammengesetzte Operationen

Ähnlich wie die Multiplikation könnte man auf Rechnern auch die Division automatisieren (ausgehend von der schriftlich ausgeführten Division und diese analysierend). Statt dessen wird aber bei den meisten Rechnern die Division über die Subtraktion auf die Addition zurückgeführt. Sind zwei Zahlen miteinander zu teilen, greift man auf die entsprechende Subroutine zurück, d. h., man wendet ein für diesen Zweck vorher vorbereitetes gesondertes Programm an. Dieses Programm mit unseren bescheidenen Mitteln zu demonstrieren, wäre sehr umständlich.

Auch die höheren Rechenoperationen (Potenzieren, Radizieren usw.) werden bei den großen Rechnern im wesentlichen auf die Addition zurückgeführt. Diese Rechner »können« also im Grunde nur sehr wenig, nämlich nur addieren — das aber mit einer fast unglaublichen Geschwindigkeit.
Fassen wir abschließend den Inhalt der letzten Abschnitte in einigen Sätzen zusammen: An Hand unserer arbeitenden Modelle lernten wir die Rechenmethode der großen Rechner kennen. In der Fachsprache würden wir sagen, daß wir mit der arithmetischen Einheit und ihrem Funktionsprinzip bekannt gemacht wurden. Wesentlichste Bauelemente sind dabei die »Flip-Flop«-Schaltungen, ihre wesentlichste Operation ist die Addition. Die übrigen Operationen werden von den Rechnern auf die Addition zurückgeführt.

4. Ausführung logischer Operationen mit Digitalrechnern

Nichtfachleuten ist es immer wieder rätselhaft, daß man mit Rechnern logische Operationen ausführen kann. Irgendwie instinktiv möchten sie das logische Handeln dem Menschen vorbehalten, obwohl z. B. ein Personenaufzug auch außerordentlich »logisch« arbeitet. Er fährt nur dann ab, wenn in jedem Stockwerk die Türen geschlossen sind und auch wir die Tür zugemacht und den Knopf für das Stockwerk gedrückt haben, in das wir gelangen möchten. Geben wir dem Aufzug einander widersprechende Befehle (z. B., daß er gleichzeitig aufwärts und abwärts fahren soll), tritt kein ernster Schaden ein. Selbst bei falscher Bedienung bleibt er bei der obersten oder untersten Etage bzw. im Keller stehen, in keinem Fall wird er diese Begrenzung überschreiten.
Wir sagen gewöhnlich, das sei deshalb so, weil der denkende Ingenieur die entsprechenden Bauelemente bei der Konstruktion des Aufzugs vorgesehen hat und diese auch eingebaut wurden. Nun, dasselbe trifft auch für Rechner zu.
Sie führen logische Operationen nicht so aus, wie es ihnen gerade »einfällt«, sondern entsprechend den logischen Stromkreisen, die vom intelligenten Menschen entworfen und in den Rechner eingebaut wurden. Sie können um keinen Deut mehr als von vornherein in sie hineingebaut wurde.
Auch logische Probleme lassen sich mit ähnlichen Methoden, wie sie in der Algebra gebräuchlich sind, und damit im Endergebnis mit Rechnern lösen, wenn wir

1. die logischen Begriffe, die Elemente des logischen Denkens, so mit Buchstaben symbolisch darstellen wie in der Algebra die Zahlen,
2. die Verbindung der logischen Elemente untereinander als logische Operationen definieren,

3. die für diese Operationen geltenden Regeln ermitteln (wie in der Algebra für Buchstaben und Zahlen).

Dieses Verfahren ist dem der Lösung von Textgleichungen etwas ähnlich. Auch dort brachten wir die in Worten angegebenen Beziehungen unter Verwendung der Buchstaben und der Zeichen der Algebra in eine algebraische Form und haben dann die Gleichungen nach den entsprechenden Regeln gelöst. Und schließlich haben wir in Worten auf das in Worten formulierte Problem geantwortet.

Wegen solcher und anderer Wechselbeziehungen wurde die Wissenschaft, mit deren Elementen wir uns im folgenden befassen wollen, mathematische Logik genannt. Auf Grund dessen, daß Boole die Regeln für das Formulieren und die Ausführung der Operationen geschaffen hat, wird die im folgenden dargestellte Verfahrensweise als Boolesche Algebra bezeichnet.

In den nächsten Abschnitten wird nur auf die drei am meisten angewendeten logischen Operationen eingegangen: auf die UND-, ODER- und NEIN-Operationen, die Grundoperationen der Booleschen Algebra.

Behandelt werden die den Operationen entsprechenden logischen Schalter- und Relaisstromkreise. Einige Grundidentitäten werden erläutert. Danach wird an einem logischen Spielproblem gezeigt, welche Vorteile eine Formulierung der Probleme in algebraischer Form hat, und schließlich, welche Verfahren zur maschinellen Lösung logischer Probleme angewendet werden.

4.1. Logische Grundoperationen

4.1.1. Die UND-Operation

»Es regnet, und es weht der Wind.« — »Wenn es regnet und ich gehe hinaus, werde ich naß.« — Den ersten Satz bezeichnen wir als eine zusammengesetzte Behauptung: Er ist aus zwei einfachen Behauptungen zusammengesetzt. Der zweite Satz stellt eine Schlußfolgerung dar. Aus den beiden durch das Bindewort »und« verbundenen einfachen Behauptungen folgern wir auf die dritte, ebenfalls einfache Behauptung. (In der

Fachliteratur verwendet man im allgemeinen anstelle des Wortes »Behauptung« den Begriff »Urteil«. Wir bleiben hier aber bei der Verwendung des Wortes »Behauptung«, weil dies einleuchtend klingt und unsere Ausführungen dadurch vielleicht etwas verständlicher sein werden.)

Die Verknüpfung von zwei oder mehreren einfachen Behauptungen wird als logische Operation bezeichnet. Derartige Verknüpfungen sind die grundlegenden Formen des logischen Denkens.

Wann ist eine derartige zusammengesetzte Behauptung oder Schlußfolgerung wahr? Nur dann, wenn beide Glieder der zusammengesetzten Behauptung und beide Voraussetzungen für die Schlußfolgerung wahr sind. In allen anderen Fällen ist sie falsch.

Die Untersuchung der logischen Operationen wird im allgemeinen sehr erleichtert, wenn man die einzelnen einfachen Behauptungen, die sogenannten logischen Variablen, mit verschiedenen Buchstaben symbolisiert wie in der Algebra die Zahlen und die Art der Verknüpfung untereinander mit Operationszeichen. Bezeichnen wir z. B. bei unserer obigen zusammengesetzten Behauptung die erste einfache Behauptung (es regnet) mit A und die zweite (es weht der Wind) mit B, das dazwischen stehende Bindewort »und« mit einem Punkt, dem Symbol für die Multiplikation in der Algebra, dann gilt für »Es regnet, und es weht der Wind« die Symbolform $A \cdot B$. Die oben angeführte Schlußfolgerung können wir in die folgende Formel fassen:

»Wenn es regnet
und ich gehe hinaus,
werde ich naß.«

$A \cdot B = C$

Warum gerade das Symbol für die Multiplikation zur Symbolisierung der Verknüpfung mit dem Bindewort »und« gewählt wurde, werden wir verstehen, wenn wir die sogenannte Wahrheitstabelle für die obige Behauptung bzw. Schlußfolgerung anfertigen.

Alle einfachen oder zusammengesetzten Behauptungen und auch die Schlußfolgerung können nur »wahr« oder »nicht wahr« sein. Schauen wir nun einmal, wie die »Wahrheit« oder »Nicht Wahrheit« einfacher Behauptungen die »Wahrheit«

oder »Nicht Wahrheit« einer zusammengesetzten Behauptung beeinflußt.
Bei unseren beiden Beispielen sind insgesamt die folgenden vier Fälle möglich:

Wenn es regnet	und ich hinausgehe,	werde ich naß
nicht wahr	nicht wahr	nicht wahr
wahr	nicht wahr	nicht wahr
nicht wahr	wahr	nicht wahr
wahr	wahr	wahr

Bezeichnen wir »nicht wahr« mit 0 und »wahr« mit 1 sowie die einfachen Behauptungen mit Buchstaben und ihre Verknüpfung mit Operationssymbolen, dann erhalten wir anstelle dieser Tabelle die folgende Wahrheitstabelle, die für jede ähnliche Schlußfolgerung gilt:

A	B	C
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

Diese Tabelle stimmt mit der Multiplikationstabelle für die Dualzahlen 0 und 1 vollkommen überein, in der A und B die beiden Faktoren, C das Produkt darstellen (s. Abschnitt 3. 5. 2. 3. »Multiplikation und Division«).
Deshalb wurde diese Operation auch logische Multiplikation genannt. Weil aber das Bindewort »und« die beiden Behauptungen miteinander verknüpft, nennt man sie auch UND-Operation.
Wenn wir uns darauf einigen, daß die Wahrheit einer Behauptung oder Schlußfolgerung durch
eingeschaltete Schalter,
brennende Lampen,
niedergedrückte Druckschalter,
angezogene Relais,
leitende Dioden, Elektronenröhren oder Transistoren
angezeigt wird,

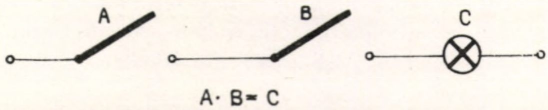


Bild 65. Schalterstromkreis der UND-Operation (der logischen Multiplikation)

die Nichtwahrheit einer Behauptung oder Schlußfolgerung dagegen durch
nicht eingeschaltete Schalter,
nicht brennende Lampen,
nicht niedergedrückte Druckschalter,
nicht angezogene Relais,
gesperrte Dioden, Elektronenröhren oder Transistoren,
dann kann unsere Schlußfolgerung oder unsere zusammengesetzte Behauptung entweder mit dem in Bild 65 dargestellten Schalterstromkreis oder mit dem in Bild 66 angegebenen Relaisstromkreis eindeutig verknüpft werden. Die Signallampe C brennt tatsächlich nur dann, wenn beide Relais angezogen bzw. wenn beim Schalterstromkreis beide Schalter eingeschaltet sind.

Es ist nicht schwer, in der im Abschnitt 3.4.2.2. behandelten Abfahrtsignalschaltung eines aus drei Wagen bestehenden Straßenbahnzugs auch die Lösung eines logischen Problems zu erkennen. Den Befehl (oder besser die Abfahrvoraussetzung) könnten wir in die folgende logische Form fassen: »Wenn der erste und der zweite sowie auch der dritte Wagen abfahr-

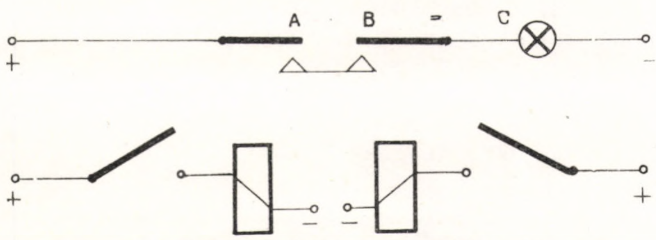


Bild 66. Relaisstromkreis der UND-Operation

bereit ist, soll die das Abfahrtsignal gebende Lampe aufleuchten.« Mit den Symbolen der logischen »Stenographie« kann man das schneller und einfacher ausdrücken:

$$A \cdot B \cdot C = D$$

Eine solche Symbolform hat auch noch den Vorteil, daß sie nicht nur das Symbol bzw. die Formel für die Abfahrvoraussetzung, sondern für alle ähnlichen logischen Probleme darstellt.

Die gewählten Beispiele machen auch verständlich, warum in der Praxis anstatt der logischen Schalterstromkreise die teureren logischen Relais- oder Elektronenröhrenstromkreise bevorzugt werden. Würden in den drei Wagen der Straßenbahn nur einfache Druckschalter angewendet, müßten die Schaffner mit dem Finger solange auf den Druckschalter drücken, bis die Straßenbahn abfährt. Einfache Schalter müßten nach dem Anfahren jedesmal von den Schaffnern ausgeschaltet werden. Bei Anwendung von Relais geschieht dies alles selbsttätig. Dadurch werden die höheren Kosten, die Relaisschaltungen verursachen, ausgeglichen.

Die ODER-Operation (logische Addition). — »Wenn ich mich in den Regen oder unter eine Dusche stelle, werde ich naß.« — Hier stehen wir einer durch das Bindewort »oder« verknüpften Behauptung gegenüber bzw. einer Schlußfolgerung, deren Voraussetzungen bzw. Bedingungen durch das Bindewort »oder« miteinander verbunden sind. Fertigen wir gleich die Wahrheitstabelle dieser Schlußfolgerung an. Für die erste Behauptung (wenn ich mich in den Regen stelle) schreiben wir A, für die zweite (wenn ich mich unter die Dusche stelle) B und für die Schlußfolgerung (werde ich naß) C. Unter Verwendung unserer obigen Festlegungen erhalten wir

A	B	C
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

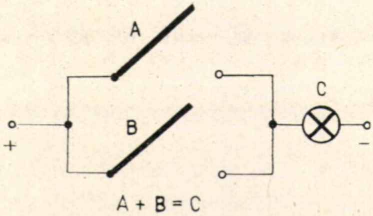


Bild 67. Schalterstromkreis der ODER-Operation (der logischen Addition)

Diese Tabelle stimmt mit Ausnahme ihrer letzten Zeile mit der Additionstabelle für Dualzahlen überein (s. Abschnitt 3.1.3.). Aus diesem Grunde wird diese logische Operation, die Verknüpfung einfacher Behauptungen mit dem Bindewort oder, als logische Addition oder als ODER-Operation bezeichnet und in der folgenden Form formelmäßig dargestellt:

$$A + B = C$$

Auf der Grundlage der bereits in den vorangegangenen Abschnitten verwendeten Festlegungen kann man die ODER-Operation mit dem Schalterstromkreis in Bild 67 oder aber mit dem Relaisstromkreis in Bild 68 verknüpfen. Es zeigt sich, daß die Signallampe C immer dann brennt, wenn der

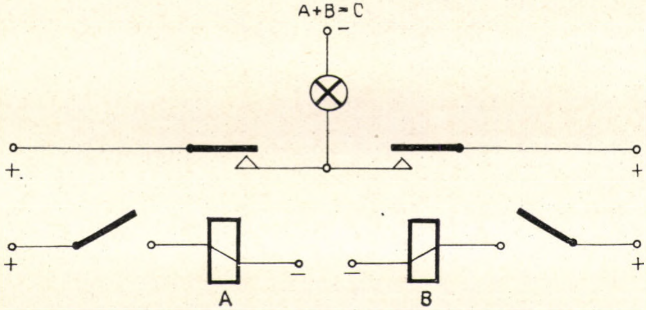


Bild 68. Stromkreis der ODER-Operation bei Anwendung von Relais

Schalter von A oder B oder wenn beide gesperrt sind, bzw. das Relais A oder das Relais B oder beide gleichzeitig angezogen sind.

Betrachten wir auch für die ODER-Schaltung ein Beispiel. Die Alarmanlage einer Bank wird auf der Grundlage der folgenden Anweisung gebaut: »Wenn sich jemand an der Eingangstür der Bank A ODER an deren Fenster B ODER am Panzerschrank C zu schaffen macht, soll die Alarmglocke bei der Polizei D ausgelöst werden.« Offensichtlich ist

$$A + B + C = D$$

die einfachste Form der Beschreibung einer jeden ähnlichen Anweisung oder zusammengesetzten Behauptung. Im logischen Schalterstromkreis sind die Schalter A, B und C in den Stromkreis der Alarmglocke parallel zueinander zu schalten. Auf dieses Beispiel kommen wir noch zurück.

Zusammengesetzte UND- und ODER-Operation. Die bisher behandelten beiden Operationen können natürlich innerhalb eines Gedankenganges auch gemeinsam auftreten, so z. B. in der folgenden Form:

A Wenn ich hinausgehe UND

B wenn es regnet ODER

C wenn ich mich unter die Dusche stelle,

D dann werde ich naß.

Unter Anwendung der behandelten Buchstaben- und Opera-

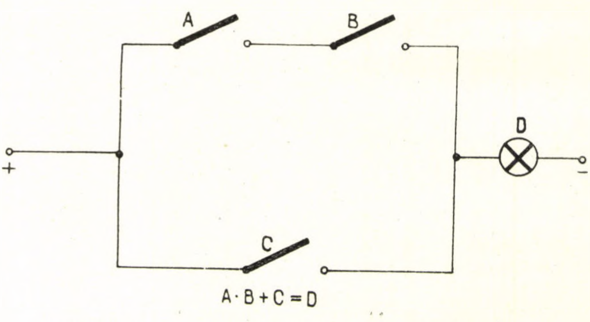


Bild 69. Zusammengesetzte UND- und ODER-Operation

tionssymbole kann man diesen und alle anderen Gedankengänge dieses Typs mit der folgenden Formel beschreiben:

$A \cdot B + C = D$

Natürlich lesen wir: A und B oder C sind gleich D. Auch ist leicht einzusehen, daß man jeden Gedankengang dieses Typs mit dem in Bild 69 angegebenen Schalterstromkreis eindeutig verknüpfen kann. Die Signallampe D brennt nur dann, wenn entweder die Schalter A und B gleichzeitig oder der Schalter C oder aber alle drei Schalter gleichzeitig geschlossen sind.

4.1.2. Die NEIN-Operation

Manchmal wird ein Ereignis oder eine Maßnahme davon abhängig gemacht, daß etwas nicht geschieht. Der Vater sagt seinem Sohn: »Wenn du am Ende des Schuljahres nicht durchfällst, kaufe ich dir das gewünschte Fahrrad.« Diese logische Operation wird als Verneinung oder Negation bezeichnet. Sie wird gekennzeichnet durch einen waagerechten Strich über dem Großbuchstaben, der die entsprechende Behauptung symbolisiert. Wenn wir z. B. für die Feststellung »durchfällst« A einsetzen, dann hat »nicht durchfällst« das Symbol $\bar{A}$. Manchmal wird aus drucktechnischen Gründen vor den die Behauptung bezeichnenden Großbuchstaben auch ein kleines n gesetzt, z. B. nA statt $\bar{A}$. In beiden Fällen lesen wir: nicht A oder lateinisch non A.

Die väterliche Erklärung können wir mit der bereits bekannten algebraischen Schnellschrift in die Formel kleiden:

$\bar{A} = B$

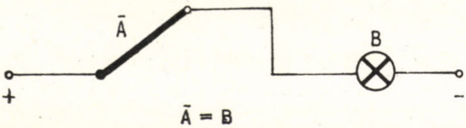


Bild 70. Schalterstromkreis der NEIN-Operation (Negation)

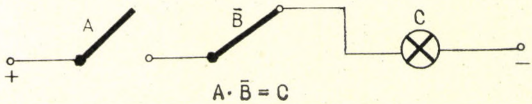


Bild 71. UND-Operation und Negation

Wir lesen: Nicht A ist gleich B. Den entsprechenden Schalterstromkreis sehen wir in Bild 70.
Betrachten wir nun eine zusammengesetzte Behauptung, in der auch eine Negation enthalten ist: »Wenn es regnet und ich gehe nicht unter ein Dach, werde ich naß.« Wir können diese Aussage wie folgt formulieren:

$$A \cdot \overline{B} = C$$

Wir lesen: A und nicht B ist gleich C (lateinisch: A und non B ist gleich C). Den hiermit eindeutig verknüpfbaren Schalterstromkreis zeigt Bild 71.

4.1.3. Verknüpfung logischer Operationen

Untersuchen wir eine zusammengesetzte Behauptung bzw. Aussage, in der alle drei uns nunmehr bekannten Operationen enthalten sind:
A Wenn es regnet UND
B wenn ich im Freien bin UND
$\overline{C}$ meinen Regenschirm nicht aufspanne ODER
D wenn ich mich unter eine Dusche stelle,
E werde ich naß.
Wieviel einfacher ist es, diese und damit alle anderen Schlußfolgerungen dieses Typs mit Symbolen darzustellen:

$$A \cdot B \cdot \overline{C} + D = E$$

Schlußfolgerungen dieses Typs kann man mit dem Schalterstromkreis in Bild 72 verknüpfen.
Wieviel Arten logischer Operationen existieren? Solche, wie

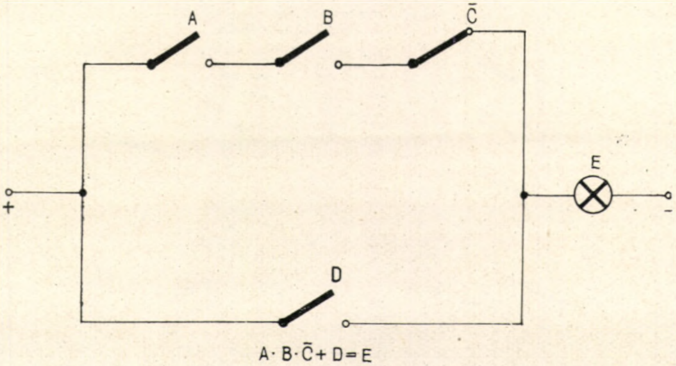


Bild 72. UND-, NEIN- sowie ODER-Operation in einem Stromkreis

wir behandelt haben, gibt es nach den Angaben in der Fachliteratur 16. Erschrecken wir aber nicht! Es läßt sich nämlich beweisen, daß die drei Grundoperationen, die wir kennengelernt haben, bereits als »viel« bezeichnet werden können. Wie wir gleich an einem Beispiel sehen werden, kann man auf die Negation und auf eine der beiden anderen Grundoperationen bereits die dritte zurückführen. Prinzipiell sind sogar alle drei auf eine einzige logische Grundoperation zurückzuführen.

Was wir in den vorangegangenen Abschnitten gelernt haben, ist dennoch nicht überflüssig. Denn diese drei Grundoperationen auf zwei oder gar eine zurückzuführen, macht das Verfahren komplizierter. Aus diesem Grunde werden in der Praxis alle drei behandelten Operationen angewendet.

Die Anweisung für den Bau der Alarmanlage einer Bank könnten wir auch wie folgt formulieren: »Wenn sich niemand an der Tür, am Fenster oder am Panzerschrank der Bank zu schaffen macht, dann soll die Alarmglocke nicht klingeln.« Hier ist es bereits schwieriger, aus dem Text zu erkennen, daß es sich um eine UND-Operation mit negierten logischen Variablen handelt, die wir wie folgt in eine Formel fassen können:

$$\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} = \overline{D}$$

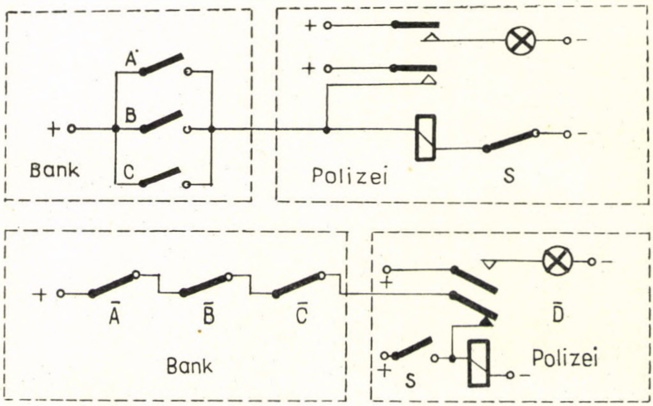


Bild 73. Zwei Schaltungen einer Alarmanlage

Bild 73 zeigt die Schaltbilder für beide Alarmanlagen. Bei näherem Hinsehen erkennen wir, daß die zweite während ihres Betriebs ständig Strom verbraucht, weil das Relais immer angezogen ist. Diese Variante ist aber vollkommener; wird nämlich bei der ersten die Leitung zerschnitten, dann löst diese keinen Alarm mehr aus. Die zweite hingegen gibt auch Alarm, wenn der Stromkreis durch einen Eindringling oder durch einen technischen Defekt unterbrochen wird.

4.2. Die Regeln der Booleschen Algebra und ihre Anwendung

Haben wir bereits eine Textgleichung aufgestellt, dann bringen wir die so erhaltene algebraische Operation unter Anwendung der entsprechenden Regeln (oder wie man neuerdings in der Fachsprache sagt: Identitäten) fast schon mechanisch in eine Form, der man schließlich die Lösung des Problems entnehmen kann. Dieses formale Verfahren ist viel einfacher als der Versuch, das Problem in Worten zu lösen. Auch die Boolesche Algebra hat ihre Regeln, ihre Identitäten. Betrachten wir die einfachsten.

Das sogenannte Gesetz der Austauschbarkeit oder der Kommutation bei der Addition und der Multiplikation gilt sowohl in der Algebra als auch in der logischen Algebra:

$$A + B = B + A$$

$$A \cdot B = B \cdot A$$

In der Algebra sind Kleinbuchstaben üblich, und es wird gelesen: a und b sind gleich b und a (z. B. $2 + 3 = 3 + 2$). In der logischen Algebra lesen wir dagegen: A oder B ist das gleiche wie B oder A. Hierzu noch ein Textbeispiel: »Wenn es regnet, und ich gehe hinaus«, werde ich genau so naß, wie »wenn ich hinausgehe, und draußen regnet es«.
Das sogenannte Gruppen- oder Assoziativgesetz gilt ebenfalls für die logische Addition und Multiplikation. Es ist also

$$A + (B + C) = (A + B) + C$$

$$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$$

Diese beiden Regeln brauchten nicht näher erklärt zu werden, da sie sehr einfach und »einleuchtend« sind. Die folgenden sind bereits etwas komplizierter, an Hand ihrer Schaltbilder können sie jedoch leicht »bewiesen« werden. Das sogenannte distributive Gesetz hat in der logischen Algebra die folgende Form:

$$A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$$

Die Gültigkeit dieser Regel wird durch die Identität der beiden Stromkreise in Bild 74 bewiesen. Die Lampe des lin-

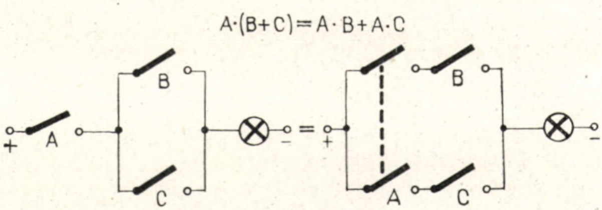


Bild 74. Das erste distributive Gesetz

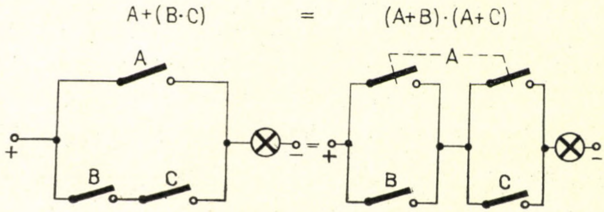


Bild 75. Das zweite distributive Gesetz

ken Stromkreises erhält ihren Strom offensichtlich dann, wenn die Schalter A und der Schalter B oder C geschlossen werden, die des rechten Stromkreises, wenn die Schalter A und B oder A und C geschlossen sind. Im vorliegenden Fall bevorzugen wir selbstverständlich den linken Stromkreis, weil dieser weniger Schalterkontakte enthält. Dieses distributive Gesetz gilt auch in der Algebra: $3 \cdot (5 + 7) = 3 \cdot 5 + + 3 \cdot 7$.
Das sogenannte zweite distributive Gesetz

$$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$$

gilt nicht für die mathematische Algebra (wir können das mit dem obigen Zahlenbeispiel nachprüfen), sondern nur für die logische Algebra. Wie wir bereits wissen, lesen wir: A ODER (B und C) ist das gleiche wie (A ODER B) UND (A ODER C). Einen anschaulichen Beweis für die Richtigkeit dieses Gesetzes geben die Stromkreise in Bild 75. Die Schaltung auf der linken Seite führt offensichtlich zum gleichen Ergebnis wie die auf der rechten. In einem gegebenen Fall wenden wir natürlich auch hier die linke Schaltung an, weil dazu weniger Schaltkontakte erforderlich sind.
Schließlich zeigen wir noch eine Identität, und zwar gleich in Worten: »Es stimmt nicht, daß Peter kein guter Schüler ist.« Die einfache Feststellung »Peter ist ein guter Schüler« muß manchmal in dieser komplizierten Form ausgedrückt werden. Sie hat als Formel die Form:

$$\overline{\overline{A}} = A$$

Wir lesen: Nicht nicht A ist A. Eine derartige Verneinung wird üblicherweise als doppelte Verneinung bezeichnet.
In größeren Fachbüchern werden sogar 20 bis 30 Identitäten der logischen Algebra angegeben und bewiesen. Für uns sollen die besprochenen als Einführung genügen. Auch mit ihnen können wir die Anwendbarkeit der Booleschen Algebra beim Entwurf und bei der Vereinfachung von Schalterstromkreisen bereits gut demonstrieren. Außerdem lernen wir an diesen Beispielen noch, daß die logische Algebra nicht mit der mathematischen identisch ist. Gleichzeitig sehen wir, daß die mathematische Algebra nicht die einzig mögliche Algebra ist, ebenso wie die euklidische Geometrie nicht die einzig mögliche Geometrie ist.
Aus den im Zusammenhang mit den distributiven Gesetzen angestellten Überlegungen können wir bereits vermuten, wie man die Boolesche Algebra zur Vereinfachung von Stromkreisen und von Verfahren verwenden kann. Wir schreiben die Stromkreise bzw. die Verfahren in der Form der logischen Algebra, und zwar in Form von Gleichungen auf. Kommt in diesen an irgendeiner Stelle ein Ausdruck vor, der eine kompliziertere Form der hier behandelten Identitäten darstellt, setzen wir an seine Stelle den entsprechenden Ausdruck auf der einfacheren Seite der Gleichung. Diesen kann man aus der in eine algebraische Form gebrachten Darstellung viel leichter erkennen als z. B. aus der Darstellung in Worten oder in Form eines Schaltbildes. Es ist also das gleiche wie bei der mathematischen Algebra, bei der es auch viel leichter ist, kompliziertere Textgleichungen auf algebraischem Wege zu lösen als durch Überlegungen.
Zeigen wir nun an einem einfachen logischen Problem, wie man die Boolesche Algebra zur Vereinfachung und Umwandlung von Stromkreisen benutzen kann. Folgende Aufgabe ist zu lösen:
Die vier Mitglieder der Jury eines Wettbewerbs können mit »ja« oder mit »nein« stimmen. Vor jedem der Jurymitglieder befindet sich ein Druckknopf mit der Aufschrift »ja« und einer mit der Aufschrift »nein«. Es ist nun festzustellen, welche Schaltung nötig ist, damit nach der Abgabe der Stimmen die dem Publikum zugewendete Tafel mit »ja« aufleuchtet,

wenn mindestens drei Mitglieder der Jury oder bei Stimmengleichheit der Vorsitzende der Jury mit »ja« gestimmt haben. Im entgegengesetzten Fall soll die Tafel mit der Aufschrift »nein« aufleuchten.

Das Problem erscheint bereits auf den ersten Blick »symmetrisch«. Lassen wir deshalb vorerst die zweite Hälfte des Problems, die Tafel mit der Aufschrift »nein« weg. Dann kann man die Aufgabe wie folgt formulieren: Die Lampe mit der Aufschrift »ja« soll brennen, wenn mindestens drei mit »ja« stimmen oder wenn der Vorsitzende und ein weiteres Jurymitglied mit »ja« stimmen.

Damit beginnt dieses Problem bereits ähnliche Formen anzunehmen wie unsere zusammengesetzten Behauptungen. Bringen wir die Forderung in die Form der logischen Algebra. A sei der Vorsitzende, die drei anderen Schiedsrichter dagegen B, C und D. Dann erhält die in Worten dargelegte Forderung in Symboldarstellung folgendes Aussehen:

$$(A \cdot B \cdot C) + (A \cdot B \cdot D) + (A \cdot C \cdot D) + (B \cdot C \cdot D)$$
$$+ (A \cdot B) + (A \cdot C) + (A \cdot D)$$

Wir lesen selbstverständlich: A UND B UND C ODER A UND B UND D ODER ... usw. Selbst das Lesen dieser Gleichung dauert zu lange. Die zu ihrer Realisierung erforderliche Schaltung zeigt Bild 76.

Bereits im ersten Moment empfinden wir, daß sie überflüssige

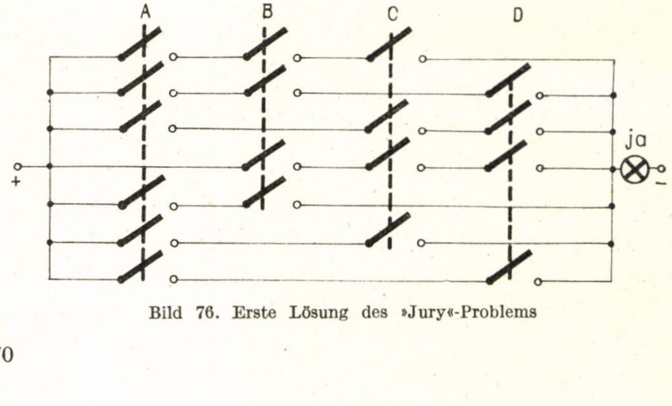


Bild 76. Erste Lösung des »Jury«-Problems

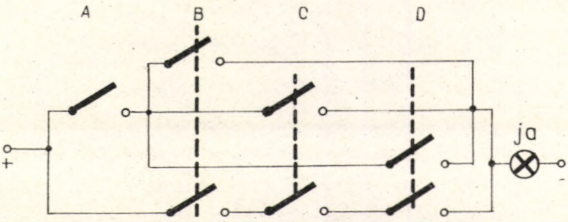


Bild 77. Vereinfachte Lösung des »Jury«-Problems

Schalter umfaßt. An der obigen algebraischen Darstellung können wir jedoch leichter feststellen, welche Möglichkeiten es zu ihrer Vereinfachung gibt. Nach dem fünften Klammerglied genügen bereits die Stimmen von A und B; damit kann das erste in Klammern stehende Glied A UND B UND C entfallen, entsprechend auch das zweite und das dritte. Es bleibt die folgende kurze Formel:

$$(A \cdot B) + (A \cdot C) + (A \cdot D) + (B \cdot C \cdot D)$$

Durch Umkehrung des ersten distributiven Gesetzes kann man jedoch aus den ersten drei Klammergliedern A herausheben. Die endgültige algebraische Form der Forderung lautet damit:

$$A \cdot (B + C + D) + (B \cdot C \cdot D)$$

Wir lesen: A UND (B ODER C ODER D) ODER (B UND C UND D). Den dieser Formel entsprechenden Stromkreis zeigt Bild 77. Damit haben wir die eine Hälfte des Problems gelöst.

Die andere Hälfte, das Aufleuchten der Tafel mit der Aufschrift »nein«, kann mit dem gleichen Stromkreis bewirkt werden, da die Bedingungen die gleichen sind. Wenn wir erreichen wollen, daß die Mitglieder der Jury nicht aus Versehen beide Knöpfe auf einmal betätigen können, dann müssen wir die beiden Druckknöpfe miteinander verbinden, damit

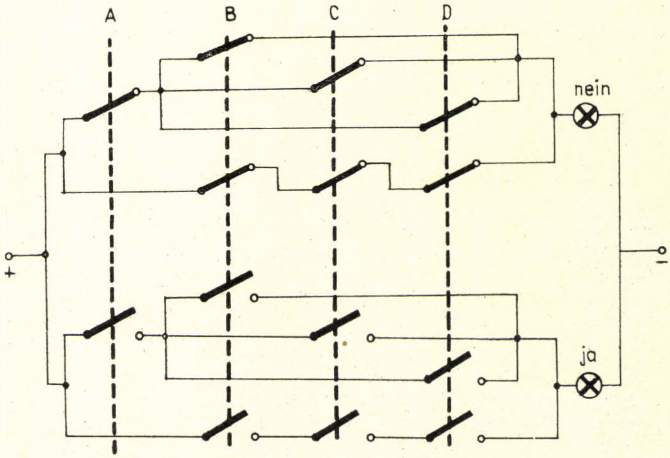


Bild 78. Vollständige Lösung des »Jury«-Problems

beim Niederdrücken des einen der andere automatisch öffnet. Diese vollständige Schaltung ist in Bild 78 angegeben. Auch hier bedeutet die unterbrochene Linie, daß die entsprechenden Kontaktfedern mechanisch miteinander verbunden sind und sich dadurch gemeinsam bewegen.
Außer der Spannungsquelle und den beiden Lampen benötigt man für den Aufbau dieser Schaltung folgende Teile: 2 Schalter mit einem Sperr- und einem Öffnungskontakt, 3 Schalter mit zwei Sperr- und zwei Öffnungskontakten. Von diesen kön-

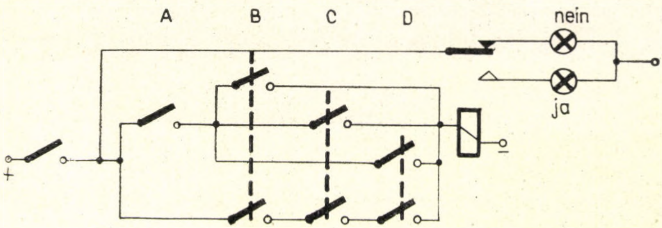


Bild 79. Lösung des »Jury«-Problems mit Hilfe von Relais

nen leider nur die ersten in einen einzigen Umschalter zusammengezogen werden, die übrigen nicht.
Durch Anwendung eines einzigen Relais kann die Schaltung noch weiter vereinfacht werden (Bild 79). Wir können sie dann aus den Teilen bauen, die wir schon besitzen: aus einem Relais, drei zweipoligen Schaltern und einem normalen Schalter.

4.3. »Denkende« Rechner und der Mensch

Nach dem Studium der vorangegangenen Seiten haben wir bereits gewisse Kenntnisse, wie mit den großen Rechnern auch logische Probleme gelöst werden. Das Studium der in den folgenden Abschnitten beschriebenen kybernetischen Maschinen und das Lesen von Fachliteratur sollen zu einer Vertiefung unserer diesbezüglichen Kenntnisse beitragen. Wir können aber bereits jetzt das Problem in der üblichen zugespitzten Form aufwerfen, ob die sogenannten »denkenden« Maschinen »klüger« sind als ihre Schöpfer. Denken sie »logischer« als der Mensch?
Die Antwort ist davon abhängig, was wir unter »Klugheit« oder »logischem Denken« verstehen. Handelt der Mensch nicht logisch, dann meist deshalb, weil er den Sachverhalt, die inneren Zusammenhänge, Beziehungen, Vermittlungen und Relationen nicht vollständig beherrscht und demzufolge das Resultat seines Handelns nicht überschauen kann.
Bezüglich dieses Sachverhalts sind die Maschinen dem Menschen in gewissem Sinne überlegen. Sie merken sich, wenn es sein muß, Tausende und sogar Zehntausende von Fakten und deren Beziehungen beliebig lange und berücksichtigen sie auch an der entsprechenden Stelle mit dem entsprechenden »Gewicht«. Es gibt kaum einen Menschen, der bei einer Fluggesellschaft alle Platzreservierungen registrieren könnte, selbst dann nicht, wenn diese Gesellschaft täglich nur hundert Flüge zu buchen hätte, deren Maschinen einzeln sechs, zum Teil gleiche Städte anfliegen und deren Sitzplätze im Bereich von 20 bis 250 variieren. Selbst wenn der Mensch sie noch registrieren könnte, wäre er jedoch kaum in der Lage, auf eine entspre-

chende Anfrage innerhalb von Sekunden eine genaue und befriedigende Antwort zu geben. Auf diesem Gebiet können die Rechner also tatsächlich mehr leisten als der Mensch.
Auf dem anderen, dem wichtigeren Gebiet ist jedoch der Mensch selbst den kompliziertesten Rechnern weit überlegen. Hat der Projektierungsingenieur bei den Detailplänen einer komplizierten Apparatur ein kleines Teil vergessen, dann ist es möglich, daß dies von einem Facharbeiter gemerkt und der Fehler berichtigt wird. Wenn wir aus dem Programm eines sehr leistungsfähigen Rechners auch nur ein einziges Moment weglassen, dann kann der Rechner sich nicht selbst helfen, wenn dieses Einzelteil auch noch so unbedeutend ist.
Selbst die teuersten Rechner sind nicht dazu da, etwas Neues zu entdecken. Sie können nur das ausrechnen — jedoch sehr schnell —, was der Mensch durch Denkarbeit in sie programmiert hat. Sie sind die Helfer des Menschen.
Sie potenzieren die geistigen Fähigkeiten des Menschen, weil sie mit enormer Geschwindigkeit und Sicherheit logische Operationen realisieren, für die der Mensch oft einen Zeitraum benötigen würde, der ihm nicht zur Verfügung steht, so daß bestimmte Probleme den Rechner als Hilfsmittel zur Voraussetzung haben müssen.

5. Einfache Spielmaschinen

Im weiteren Sinne des Wortes können wir alle im vorangegangenen Teil des Buches erläuterten Schaltungen und Anlagen als »kybernetische« Spiele bezeichnen, mit deren Hilfe wir die Funktionsweise von Analog- und Digitalrechnern, von Zählwerken und von Rechnern bzw. Maschinen, die logische Operationen ausführen können, gezeigt und erklärt haben. In den folgenden Abschnitten beschreiben wir auch einige Schaltungen, die vor allem zum Zwecke des Spielens und erst in zweiter Linie zur Vertiefung der bisher vermittelten Kenntnisse gebaut wurden. Es werden sich Beispiele darunter befinden, bei denen die Maschine einen für den Menschen unbesiegbaren Gegner darstellt, aber auch solche, bei denen die Maschine das vom Spieler gestellte Problem löst. An einer Maschine wird das sogenannte Simulationsverfahren demonstriert, das in jüngster Zeit sehr große Bedeutung erlangt hat. Bei der Auswahl dieser Maschinen sind wir davon ausgegangen, daß man für ihren Aufbau nicht mehr und auch keine teureren Bauelemente benötigt als im Abschnitt 3. 4. 2. »Materialbedarf für die Relaisrechner« aufgezählt sind. Aus diesem Grunde können unsere Maschinen natürlich nur sehr einfach gestaltet sein. Auf Spielmaschinen, die mehr können und dadurch auch teurer sind, verweisen wir nur.

5.1. »Gedankenlesen«

Das als »Gedankenlesen« bezeichnete Gesellschaftsspiel ist allgemein bekannt. Jemand merkt sich eine Zahl zwischen 0 und 7 (es gibt also acht mögliche Fälle!). Wenn er uns drei gut ausgewählte Fragen beantwortet, können wir sagen, welche Zahl er sich gemerkt hatte. Und zwar sind dies die folgenden Fragen:

a) Ist die Zahl größer als drei?
b) Bleibt ein größerer Rest als eins, wenn man sie durch vier teilt?
c) Ist es eine ungerade Zahl?

Analysieren wir das Problem! Die Antwort auf die Frage a) vermindert offensichtlich die Anzahl der möglichen Fälle auf die Hälfte. Die gemerkte Zahl gehört entweder in die Gruppe 0, 1, 2, 3 oder aber in die Gruppe 4, 5, 6, 7. Nach Beantwortung der Frage b) bleiben nur noch zwei mögliche Fälle offen. Die Antwort auf die Frage c) läßt erkennen, welche von diesen beiden die gesuchte Zahl ist. Dies jedoch konsequent logisch zu durchdenken, ist eine ermüdende Angelegenheit. Aus diesem Grunde ist es selbst für Erwachsene überraschend, daß nach einer eventuellen Betätigung von drei Schaltern die Signallampe für die Zahl aufleuchtet, die sich der betreffende Mitspieler gemerkt hat.
Der verzweigte (»Baum«-) Stromkreis in Bild 80 liefert offensichtlich die richtige Lösung dieses Problems. Probieren wir es an einem Beispiel! Hat man sich z. B. 3 gemerkt, dann erhält man auf die erste Frage die Antwort »nein«. Also bleibt der erste linke Schalter in der oberen, der »Nein«-Stellung. Wir schalten nicht um. Die Antwort auf die zweite Frage lautet »ja«. (Teilt man nämlich 3 durch 4, dann erhält

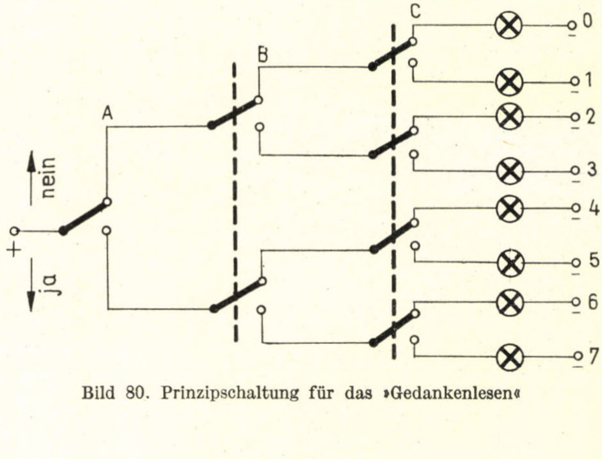


Bild 80. Prinzipschaltung für das »Gedankenlesen«

man 0, Rest 3!) Der mittlere Doppelschalter wird also nach unten, in die »Ja«-Stellung, umgeschaltet. Die Antwort auf die dritte Frage lautet ebenfalls »ja«. Also wird auch der Vierfachschalter auf der rechten Seite in die untere Stellung gebracht. Legen wir nun Spannung an diese Anordnung, leuchtet tatsächlich die Lampe 3 auf. Wir sollten jedoch die Richtigkeit unserer Schaltung auch an anderen Beispielen überprüfen.

Diese kleine Spielmaschine baut man am einfachsten aus Schaltern auf. Man benötigt dazu: 1 einpoligen Umschalter, 1 zweipoligen Umschalter, 1 vierpoligen Umschalter, der auch durch zwei gemeinsam bediente zweipolige Umschalter ersetzt werden kann. Als Spannungsquelle nimmt man am besten eine Taschenlampenbatterie; dadurch kann man auch 8 Taschenlampenglühbirnen als Signallampen verwenden. Am zweckmäßigsten unterbricht man den Stromkreis mit einem Druckschalter: Wenn man diesen betätigt, leuchtet die Lampe auf, die der gemerkten Zahl entspricht.

Es ist auch möglich, dieses Problem mit der uns bekannten Wheatstoneschen Brückenschaltung (s. Abschnitt 2.5.) zu lösen. Die prinzipielle Methode läßt das Schaltbild in Bild 81 erkennen. Die darin angegebenen Widerstandswerte müssen eventuell in Abhängigkeit von der Empfindlichkeit des Meßinstruments verändert werden. Die hier angegebenen Widerstandswerte gelten für ein 2-mA-Gerät.

Bei dieser Maschine müssen wir je nach Beantwortung der drei Fragen die Schalter S_1, S_2 und S_3 umschalten oder in ihrer Stellung belassen. Die beiden 10-kΩ-Widerstände im unteren Zweig der Brücke dienen dem Schutz des Meßinstruments und der Spannungsquelle. Um das Meßgerät zu schützen, wurde auch der 3-kΩ-Widerstand in den oberen rechten Zweig eingebaut.

Die gemerkte Zahl wird mit dem 10-kΩ-Potentiometer gesucht, das sich im oberen linken Zweig der Brücke befindet. Bei diesem wird nur der Bereich zwischen 3 und 10 kΩ in sieben gleiche Teile aufgeteilt, die mit den Ziffern 0 bis 7 versehen werden. Die Zahl, bei der das Meßgerät keinen Strom anzeigt, ist die gesuchte. Auch hier kann eine Taschenlampenbatterie als Spannungsquelle dienen.

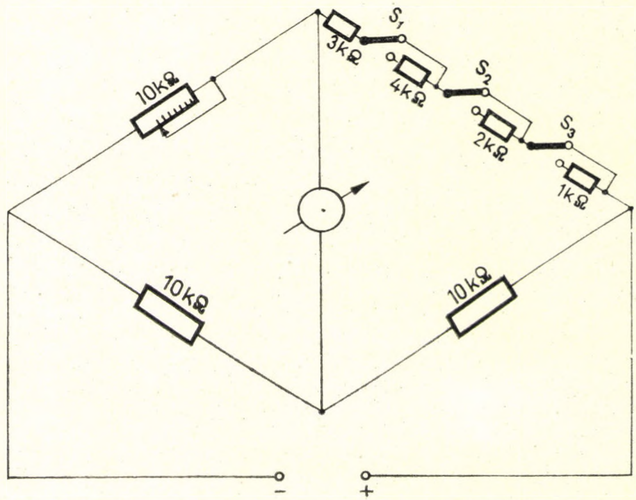


Bild 81. »Gedankenlesen« unter Anwendung der Wheatstoneschen Brückenschaltung

Diese zweite Form unserer »Gedankenlesemaschine« ist wesentlich teurer als die erste (infolge des dazu erforderlichen Meßinstruments mit in der Skalenmitte liegendem Nullpunkt). Natürlich muß dieses Instrument nicht fest eingebaut werden: Man kann es auch mit Bananensteckern anschließen. Auch ein Demonstrationsgerät für Unterrichtszwecke entspricht den Anforderungen. Die Schaltung ist aber vorzüglich geeignet zu zeigen, wie man das gleiche Problem oft auf mehreren, prinzipiell unterschiedlichen Wegen lösen kann. Es ist immer sinnvoll, nach einfacheren und billigeren Lösungsmöglichkeiten zu suchen.

5.2. »Zahlenraten«

Wir alle kennen dieses Spiel, bei dem man zwei Zahlen erraten soll, an die der Partner gedacht hat. Um diese Zahlen zu finden, muß man nach einem logischen Gedankengang vorgehen, und deshalb kann man die Lösung mechanisieren, also mit einer Maschine finden. Zur Erläuterung zeigen wir ein Beispiel, das wir der Sammlung »Prostaja Kybernetika« entnommen haben.

In Worten wird das Spiel üblicherweise wie folgt gespielt:

1. »Denke Dir zwei einstellige Zahlen!«
2. »Multipliziere die erste mit 5!«
3. »Addiere 7 zum Produkt!«
4. »Multipliziere die so erhaltene Summe mit 2!«
5. »Addiere dazu die zweite Zahl!«
6. »Wenn Du das Ergebnis sagst, sage ich Dir, an welche Zahlen Du gedacht hast!«

Die Maschine kann das gleiche wie im vorangegangenen Fall. Wenn wir ihr das Ergebnis der ersten fünf Schritte eingeben, zeigt sie, an welche Zahlen wir gedacht haben.

Auf den ersten Blick erscheint uns das etwas rätselhaft. Bringen wir jedoch die einzelnen Schritte in eine algebraische Form, wird dieses Geheimnis sofort gelüftet.

Angenommen die beiden Zahlen sind x und y. Multiplizieren wir die erste mit 5 und addieren 7 zum Produkt, erhalten wir: $5x + 7$. Multipliziert man diese Summe mit 2 und addiert dazu die zweite Zahl, erhält man: $2 \cdot (5x + 7) + y$. Schließlich ergibt sich für die Lösung des Problems die folgende Formel:

$$2(5x + 7) + y = 10x + y + 14.$$

Bei der Behandlung der Zahlensysteme (s. Abschnitt 3.1.1.) haben wir erwähnt, daß jede Zahl des Dezimalsystems eigentlich der verkürzten Darstellung einer Summe auf der Grundlage gewisser Übereinkünfte entspricht. Die 73 ist z. B. die vereinfachte Darstellung der Summe $7 \cdot 10 + 3$. Auf dieser Grundlage sind die beiden ersten Glieder der rechten Seite unserer Gleichung $(10x + y)$ eigentlich eine zweistellige Zahl, die sich aus den beiden gedachten Zahlen zusammensetzt. Die gesamte rechte Seite der Gleichung, also das Ergebnis, das uns von unserem Partner angegeben wird, ist um 14 größer. Wenn wir also von dem uns genannten Ergebnis 14 abziehen, entsprechen die erste und die zweite Ziffer des Er-

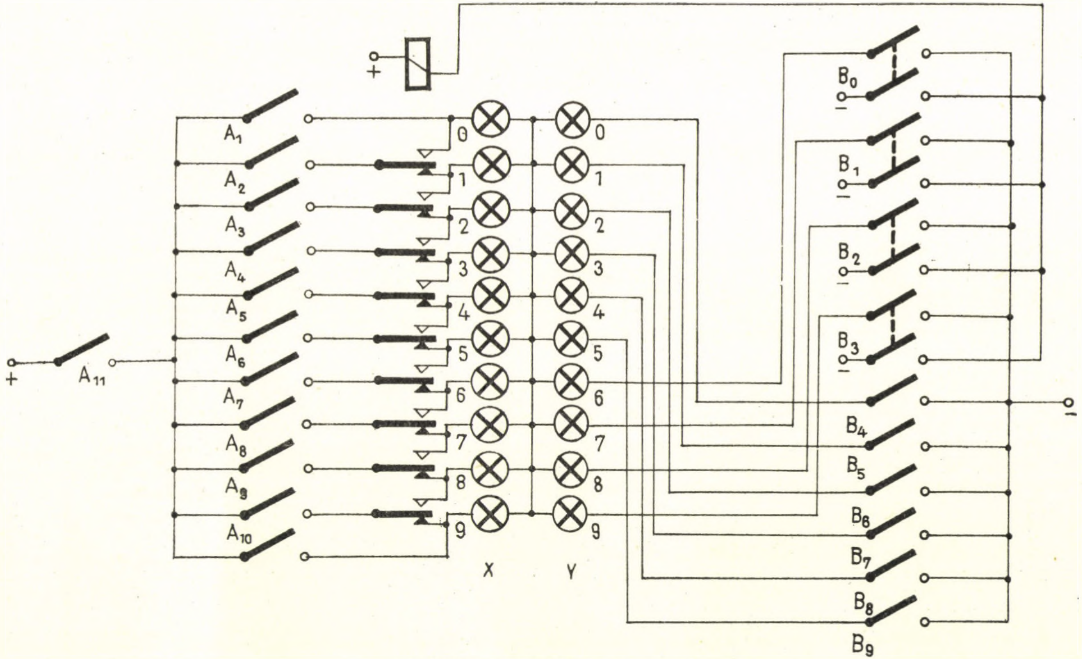


Bild 82. Schaltbild für das »Zahlenraten«

gebnisses den beiden gedachten Zahlen. Sollte dies aus dem Gesagten nicht klar genug hervorgehen, wird es bestimmt verständlich, wenn man wenige Zahlenbeispiele durchdacht hat.

Wie könnte man das »Zahlenraten« maschinell ausführen? Es ist eine Schaltung anzuwenden, bei der die Maschine immer um 14 weniger ausdrückt bzw. anzeigt als die angegebene Zahl.

Ist die zweite Ziffer des Ergebnisses 4 oder größer als 4 (z. B. 7 bei dem Ergebnis 87), dann ist das Problem einfach. Die Zehner sind so zu schalten, daß sie automatisch immer 1 weniger anzeigen, die an den Stellen der Einser stehenden Ziffern so, daß immer 4 weniger angezeigt wird. Bei dem oben genannten Beispiel also 73 anstatt 87. Wir haben damit auch bereits die beiden gedachten Zahlen, die 7 und die 3. Setzt sich jedoch das Ergebnis aus den Ziffern 3, 2, 1 oder 0 zusammen, dann müssen die Zehner um zwei vermindert werden. Dies kann man durch eine einfache Umschaltung realisieren.

Untersuchen wir das detaillierte Schaltbild (Bild 82). Mit X und Y haben wir die Lampen gekennzeichnet, die die beiden gedachten Zahlen anzeigen, mit B die letzte Ziffer der als Ergebnis erhaltenen zwei- oder dreistelligen Zahl und mit A deren erste oder die beiden ersten Ziffern des Ergebnisses. Das Ergebnis kann zwischen 14 und 113 liegen. Die Schalter A_1 bis A_{11} und B_4 bis B_9 sind einpolige Schalter, die Schalter B_0 bis B_3 dagegen zweipolige Schalter. Am Relais müßten sich — wie wir sehen — neun Wechselkontakte befinden. Sie sind selten vorhanden. Durch Parallelschalten von mehreren Relais kann man diese Schwierigkeit jedoch umgehen.

Bei der Bedienung der Maschine sind lediglich mit Hilfe der Schalter A und B die als Ergebnis der Operation erhaltenen Zahlen einzugeben. Bei Betätigung des Druckschalters A_{11} zeigt die Maschine sofort die zu ratenden Zahlen an.

Verwendet man 3-V-Miniaturrelais (man braucht 5, weil sich an jedem nur zwei Wechselkontakte befinden) und 4-V-0,1-A-Glühlampen, dann genügen als Spannungsquelle bereits zwei parallelgeschaltete Taschenlampenbatterien. In diesem Fall kann man die Maschine in der in Bild 83 angegebenen sehr flachen Form bauen. Auf der rechten Seite befinden sich

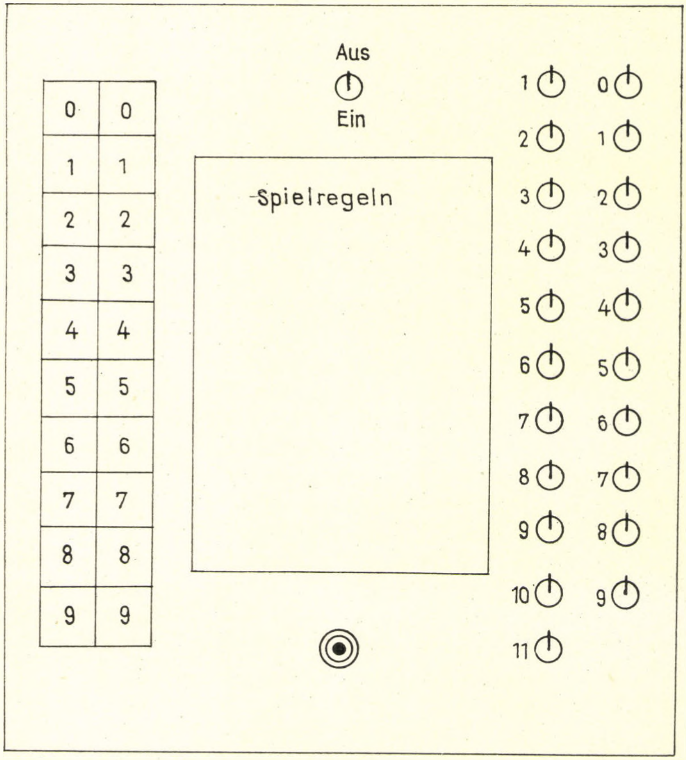


Bild 83. Ansicht der Maschine für das »Zahlenraten«

die zur Eingabe des Ergebnisses notwendigen Schalter, unten in der Mitte der Druckschalter und auf der linken Seite die Fenster, in denen die gedachten Zahlen erscheinen. Die mit Tusche auf Transparentpapier gezeichneten Zahlen, die mit Milchglas abgedeckt sind, werden nur sichtbar, wenn die darunter befindliche Lampe aufleuchtet. Auf dem freien Raum in der Mitte der Maschine kann man ihren Namen und die in sieben Punkte zusammengefaßte Bedienungsanweisung bzw. die Spielregeln anbringen.

5.3. Die Ziege, der Kohl, der Wolf und der Bauer

Bei der Beschreibung der folgenden kleinen Spielmaschine möchten wir uns mit dem Modellier- oder Simulationsverfahren bekannt machen, das große Bedeutung erlangt hat.
Was ist ein Simulator? Jährlich werden von den Fluggesellschaften und den Armeen Zehntausende von Piloten ausgebildet, die meisten von ihnen nicht nur für das verhältnismäßig einfache Fliegen bei gutem Wetter, sondern auch für den Blindflug. Das bedeutet, daß die Piloten auch unter den schlechtesten Sichtverhältnissen, im Dunkeln, in Wolken und im Nebel, fliegen, den Flugplatz finden und landen können müssen. Sie haben dabei einige Dutzend Geräte zu überwachen und die Maschine auf der Grundlage der Anzeige der Geräte zu fliegen. Bereits die Nichtbeachtung eines einzigen Geräts kann zu einer Katastrophe führen; denn die Geschwindigkeit der Maschinen ist sehr hoch, die Größe der Flugplätze im Vergleich dazu sehr begrenzt.
Der Flugschüler müßte viele hundert Stunden mit einem geübten Piloten fliegen, um sich alle erforderlichen Kenntnisse anzueignen und sie anwenden zu können. Durch die Anwendung des sogenannten Blindtrainers wird die Ausbildungszeit wesentlich verkürzt, billiger und ungefährlicher. Diese Blindtrainer sind im wesentlichen Anlagen, durch die das Cockpit (die Flugzeugführerkabine) nachgeahmt, d. h. simuliert wird, die aber weder fliegen noch von außen wie ein Flugzeug aussehen. Wenn sich aber ein Blindflugkandidat in den Blindtrainer setzt, verhält sich dieser Simulator wie ein wirkliches Flugzeug und reagiert auch in derselben Weise. Der Kandidat kann also ohne großen Kostenaufwand und ohne Gefahr die für das Landen notwendigen Handgriffe und Instrumentenkontrollen solange üben, bis er sie sich vollkommen angeeignet hat. Danach genügt es, einige Male auf einem richtigen Flugzeug zu üben.
In prinzipiell ähnlichen Simulatoren haben auch die Kosmonauten geübt, die als erste für einige Stunden oder Tage in den Weltraum flogen. Jeder Handgriff und jede notwendige Reaktion der Kosmonauten wurde derartig sorgfältig trainiert, daß es für die Piloten kaum »Überraschungen« während ihres

Weltraumflugs gab. Sie waren deshalb in der Lage, ihre volle Aufmerksamkeit auf die neu auftauchenden Probleme zu lenken. Auch die Mondlandung wurde — bevor sie Wirklichkeit geworden war — von einigen Menschen bereits im Simulator »durchlebt«.

Heute werden bereits Großbetriebe nicht mehr nur auf dem Papier projektiert und geplant, man baut vorher ihre elektrischen Modelle. Wenn an diesen Modellen alle Prozesse, die später im Betrieb ablaufen, durchprobiert bzw. simuliert werden, kann man viele wertvolle Erfahrungen sammeln und eventuell Millionen einsparen.

Was ist also der Simulator? Ein Simulator ist im wesentlichen ein Rechner, mit dem man viele hundert oder tausend logische und rechnerische Probleme lösen kann. Diese Simulatoren werden wie folgt projektiert und gebaut: Die Probleme, die durch das zu erreichende Ziel bestimmt sind, werden nach den Regeln der Booleschen Algebra in entsprechende algebraische Formeln gebracht. Nach Vornahme der möglichen Vereinfachungen werden die den Gleichungen entsprechenden Stromkreise entworfen. Zur Ausführung der Stromkreise wird entweder eine gesonderte Anlage gebaut oder sie werden in einen Universalrechner entsprechender Kapazität programmiert. Damit ist der Simulator bereits fertig.

Wie wird ein Simulator benutzt? Logische Maschinen können ein Problem nur dann lösen, wenn ihnen alle dazu notwendigen Daten mitgeteilt werden.

Das ist nicht anders als bei jedem denkenden Menschen, der ein Problem lösen möchte. Ist z. B. die Bedingung gegeben, daß es draußen regnet, und es fragt mich jemand, ob er naß wird, kann ich ihm natürlich keine bestimmte Auskunft geben. Auch die komplizierteste Rechenmaschine kann das nicht, weil diese eine Angabe nicht ausreicht, um eine eindeutige Schlußfolgerung ziehen zu können. Wenn nämlich der Betreffende nicht hinausgeht, wird er nicht naß werden. Er wird auch dann nicht naß werden, wenn er hinausgeht, aber einen Regenmantel angezogen oder einen Regenschirm aufgespannt hat. Geht er demgegenüber ohne diese bei Regen hinaus, wird er mit Bestimmtheit naß.

Die Simulatoren werden wie folgt angewendet:

Irgendein Ereignis ist von vielen Vorbedingungen abhängig. Einige dieser Vorbedingungen können wir verändern, andere dagegen nicht. Wir möchten gerne wissen, bei welchen Vorbedingungen das Ereignis in der von uns in erster Linie gewünschten Form eintritt. Wir gehen wie folgt vor:

1. Wir geben in die Maschine, den Simulator, die Vorbedingungen ein, die wir nicht verändern können.
2. Bezüglich der veränderbaren Daten gehen wir von Annahmen aus, die wir in den Simulator eingeben.
3. Die Maschine verfügt nun über genügend Daten, um die Entscheidung treffen zu können und teilt uns mit, wie sich das Ereignis gestalten wird (nennen wir die erhaltene Lösung mögliche Lösung).
4. Wenn wir in die Maschine alle möglichen Varianten der angenommenen Daten einspeisen, übermittelt sie uns alle möglichen Lösungen.
5. Von den erhaltenen möglichen Lösungen wählen wir die günstigste aus.

Wir haben also unser Ziel erreicht: Wir können die variablen Vorbedingungen angeben, die die für uns günstigste Lösung ergeben.

Um dieses hier prinzipiell erläuterte Simulationsverfahren ganz zu verstehen, durchdenken wir noch einmal das bereits genannte Problem des Naßwerdens, das man leicht verfolgen kann, in seinen einzelnen Schritten.

Es ist eine gegebene Tatsache (oben sagten wir: nicht veränderbare Vorbedingungen), daß draußen Regenwetter ist.

Wir möchten gern wissen, was wir unternehmen müssen, damit unser neuer Anzug auf keinen Fall naß wird. Das Naßwerden oder Nichtnaßwerden ist nur von einer einzigen variablen oder auch veränderbaren Vorbedingung abhängig, nämlich davon, was wir tun. Möglich sind die Fälle:

1. Wir gehen nicht hinaus.
2. Wir gehen hinaus.
3. Wir ziehen einen Regenmantel an.
4. Wir benutzen einen Regenschirm.

Durchdenkt man diese vier Fälle, ergeben sich die folgenden möglichen Schlußfolgerungen bzw. Lösungen:

a) Wenn wir nicht hinausgehen, werden wir nicht naß.

b) Gehen wir hinaus, dann wird unser neuer Anzug wahrscheinlich naß.
c) Ziehen wir einen Regenmantel über, werden wir nicht naß.
d) Benutzen wir einen Regenschirm, werden wir nicht naß.

Der Simulator kann im wesentlichen nur diesen zweiten Schritt ausführen. Sind alle nicht variablen Vorbedingungen eingegeben, ebenso alle möglichen Fälle der veränderbaren, also variablen Vorbedingungen, dann rechnet er uns sämtliche möglichen Schlußfolgerungen aus, ohne daß wir das ganze Problem real »durchprobieren« mußten. Den, der das Problem gestellt hat, erwartet dann die Aufgabe, die günstigste von den möglichen Lösungen auszuwählen.

Diese Auswahl kann noch von vielen anderen Bedingungen oder Umständen beeinflußt werden. Verfolgen wir an unserem Beispiel auch diese Überlegungen:

1. Ich gehe nicht hinaus: Ich werde nicht naß, ich habe aber jemandem versprochen, ihn zu besuchen.
2. Ich gehe hinaus: Es kann zwar sein, daß ich Glück habe und trotz des Regenwetters nicht naß werde, ich kann aber meinen neuen Anzug nicht aufs Spiel setzen.
3. Ich ziehe einen Regenmantel an: Ich würde nicht naß werden, wenn mein Regenmantel nicht zerrissen wäre.
4. Ich benutze einen Regenschirm: Ich werde nicht naß, fühle mich aber nicht richtig wohl mit dem Regenschirm in der Hand.

Wenn ich also mein Versprechen halten, aber auch nicht naß werden möchte, ist es doch am klügsten, einen Regenschirm zu benutzen. Dies ist für uns jetzt die optimale Lösung.

Das Wesentliche bei diesen Überlegungen, also der Anwendung des Simulators, besteht darin, daß wir die für uns günstigste Lösung auswählen, nachdem alle möglichen Lösungen durchdacht wurden. Dadurch ersparen wir uns Kosten und Ärger.

Nach einer derartig langen, jedoch notwendigen Einleitung wollen wir nun zum Spiel kommen. Das in der ganzen Welt bekannte Problem ist einfach, seine Lösung erfordert aber dennoch diszipliniertes Denken:

Der Bauer geht aufs Feld, um zu arbeiten. Er nimmt seine Ziege mit, die während dieser Zeit weidet. Im Verlauf des

Tages fängt der Bauer einen jungen Wolf. Gegen Abend erntet er noch Kohl und macht sich dann mit der Ziege, dem Kohl und dem jungen Wolf auf den Heimweg. Unterwegs muß er einen Fluß überqueren. Im Kahn hat aber außer dem Bauer entweder nur die Ziege oder nur der Kohl oder nur der junge Wolf Platz. Damit entsteht folgendes Problem: In welcher Reihenfolge soll er sie übersetzen, damit zwischendurch nicht die Ziege, die mit dem Kohl allein bleibt, den Kohl frißt, der Wolf aber auch nicht die mit ihm alleingelassene Ziege auffrißt.
Der Bauer konnte, anstatt zu überlegen, nach dem Prinzip handeln »versuche es, es kann höchstens schief gehen« und auf gut Glück mit dem Übersetzen beginnen. Dabei würde er aber unnötige Mühe auf sich nehmen und sich eventuell einen nicht rückgängig zu machenden Schaden zufügen. Sehen wir nun, wie wir unter Anwendung des Simulationsverfahrens einen Simulator bauen und mit diesem die richtige Lösung der Aufgabe suchen könnten.
Das Problem kann man in Worten am kürzesten in die folgenden beiden Bedingungen verdichten:
A) Ziege und Wolf darf der Bauer nicht zusammen allein lassen.
B) Ziege und Kohl darf der Bauer nicht zusammen allein lassen.
Für die algebraische Formulierung legen wir folgendes fest:

B bedeutet die Anwesenheit des Bauern
$\overline{B}$ bedeutet die Abwesenheit des Bauern
Z bedeutet die Anwesenheit der Ziege
$\overline{Z}$ bedeutet die Abwesenheit der Ziege
W bedeutet die Anwesenheit des Wolfes
$\overline{W}$ bedeutet die Abwesenheit des Wolfes
K bedeutet die Anwesenheit des Kohls
$\overline{K}$ bedeutet die Abwesenheit des Kohls

Hiernach können wir die Fehlerbedingungen in die folgende gut übersichtliche Form bringen:

$$\overline{B} \cdot Z \cdot W + B \cdot \overline{Z} \cdot \overline{W} = \text{falsch} \tag{1}$$

$$\overline{B} \cdot Z \cdot K + B \cdot \overline{Z} \cdot \overline{K} = \text{falsch} \tag{2}$$

Wie wir wissen, lesen wir die Gleichung (1) (oder besser die Fehlerbedingung) wie folgt:
Bauer NICHT UND Ziege UND Wolf ODER Bauer UND Ziege NICHT UND Wolf NICHT = wäre falsch (ein Fehler).
Durch Addieren der linken Seiten der beiden Gleichungen können wir sie zusammenziehen:

$$\overline{B} \cdot Z \cdot W + B \cdot \overline{Z} \cdot \overline{W} + \overline{B} \cdot Z \cdot K + B \cdot \overline{Z} \cdot \overline{K} = \text{falsch}$$

In dieser Gleichung kann man das erste und das dritte sowie das zweite und das vierte Glied auf Grund ihrer distributiven Identität in der logischen Algebra zusammenziehen. Man erhält dann:

$$\overline{B} \cdot Z \cdot (W + K) + B \cdot \overline{Z} \cdot (\overline{W} + \overline{K}) = \text{falsch} \qquad (1-2)$$

Die Fehlerbedingungen (1) und (2) oder die zusammengezogene Fehlerbedingung (1–2) stellen im Endergebnis die in die logische Algebra gefaßte Form des Problems dar.
In Bild 84 entspricht offensichtlich die obere Schaltung der Bedingung (1), die mittlere der Bedingung (2) und die untere den beiden zusammengefaßten Bedingungen (1–2). Die untere wird z. B. in der folgenden Weise durchdacht:
Wenn wir den Schalter $\overline{B}$ nicht drücken und die Schalter Z sowie W oder K betätigen, leuchtet die den Fehler anzeigende Lampe auf. Sie leuchtet aber ebenso auf, wenn wir den Schalter B, nicht aber die Schalter $\overline{Z}$ und $\overline{W}$ oder $\overline{K}$ drücken.
Sicher haben wir alle das Gefühl, daß alle drei Schaltungen in Bild 84 zuviele Schalter enthalten. Die mit dem gleichen Buchstaben (z. B. B und $\overline{B}$) gekennzeichneten Schalter können offensichtlich auch in einem einzigen Umschalter zusammengefaßt werden. In Bild 85 geben wir die endgültige Form der unteren Schaltung von Bild 84 an.
Damit ist unser Simulator, mit dem wir das Problem des Bauern lösen wollen, in seiner einfachsten Form, in der Schalterausführung, auch schon fertig. Ist die in Bild 85 angegebene Schaltung ausgeführt, kann man alle möglichen Lösungsfälle durchprobieren, ohne daß der Bauer Gefahr läuft, seine Ziege oder seinen Kohl zu verlieren. Der Bauer wird den — für ihn

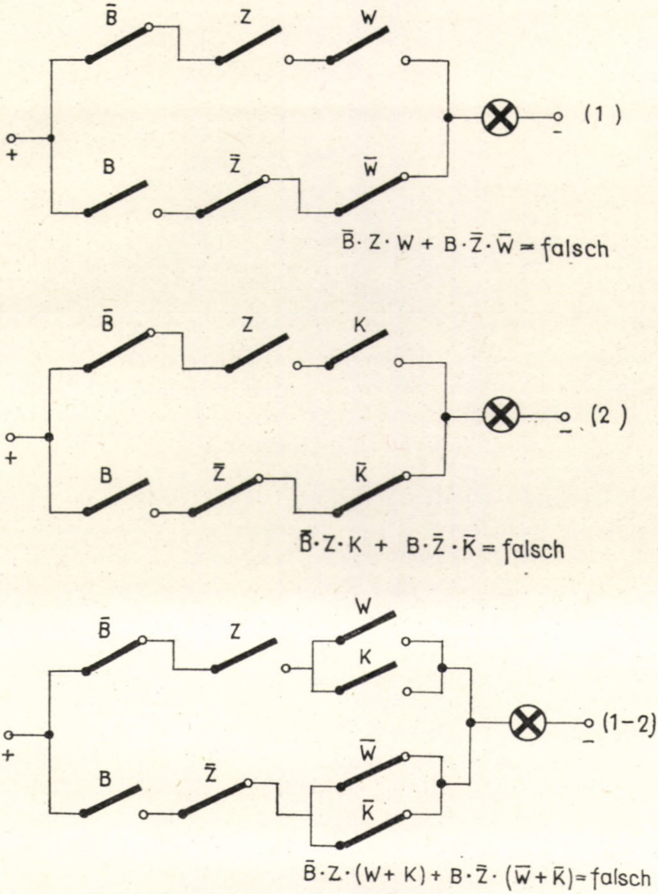


Bild 84. Logische Stromkreise für die Fehlerbedingungen

günstigsten — Fall verwirklichen, bei dem am Simulator keine Lampe aufleuchtet, was bedeutet, daß kein Fehler vorliegt.

Wir wissen genau, daß der Bauer weder Ziege, noch Kohl und Wolf am Ufer des Flusses zurücklassen wird, um Schalter

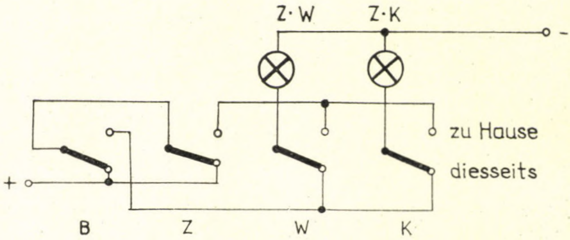


Bild 85. Einfachste Schaltung für die Fehlerbedingungen

zu besorgen und sich einen Simulator zu bauen. Doch lohnt es sich, dies vor dem Bau von Fabrikanlagen in Großbetrieben zu tun. Auch in der Raumfahrt geht man so vor und sucht am Modell, am Simulator, die für den vorgesehenen Zweck am besten geeignete und ungefährlichste Lösung. Dies dient der Sicherung von Menschenleben und bedeutet die Einsparung von Millionen. So haben wir uns an Hand dieses einfachen Spiels mit einem Problem großer Tragweite vertraut gemacht. Auf der Grundlage von Bild 85 können wir unseren »Simulator« mit einfachsten Mitteln aufbauen. Insgesamt benötigen wir dazu vier einpolige Umschalter, zwei Lampen und eine Spannungsquelle. Die untere Stellung gilt für das diesseitige Ufer des Flusses, die obere für das jenseitige. Es ist zweckmäßig, an einem Pol der Spannungsquelle auch einen Druckschalter in den Stromkreis einzubauen. Dieser Druckknopf ist nach jeder Über- und Rückfahrt zu drücken. Hätten wir an einem der beiden Ufer die Ziege und den Kohl oder aber die Ziege und den Wolf alleingelassen, würde die entsprechende Lampe sofort den begangenen Fehler anzeigen.
Bild 86 zeigt eine noch einfachere Form unseres »Simulators«. Dazu benötigen wir nur Steckbuchsen und Kurzschlußstecker. Bei der im Bild angegebenen Stellung befinden sich Bauer, Ziege, Wolf und Kohl am diesseitigen Ufer. Zieht man die Kurzschlußstecker heraus, die den Bauern und seine »Fracht« darstellen, und steckt sie in die entsprechenden oberen Steckbuchsen, entspricht das dem Übersetzen zum anderen Ufer. Natürlich »verlädt« der Bauer zuerst immer seine Fracht

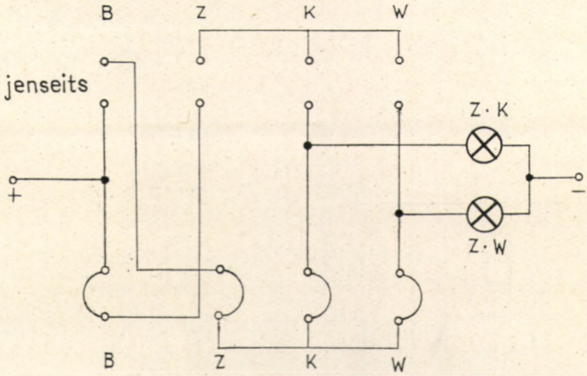


Bild 86. Realisierung des »Simulators« mit Hilfe von Bügelsteckern

in das »Schiff« und »steigt« danach erst selbst ein. Am anderen Ufer steigt er zuerst aus und lädt dann aus. Dadurch leuchten die den Fehler anzeigenden Lampen erst, wenn wirklich ein Fehler begangen wurde.
Erweitern wir die in Bild 85 angegebene Prinzipschaltung mit Hilfe einiger Relais, Schalter und Druckknöpfe, werden viel mehr Einzelheiten unseres Problems »sichtbar«. Allerdings erscheint die Schaltung (Bild 87) im ersten Augenblick recht kompliziert.
Im Schaltbild können wir vier Blöcke unterscheiden, die im wesentlichen identische Bauelemente enthalten. Der erste Block von links wird dem Bauern, der zweite der Ziege, der dritte dem Wolf und der vierte dem Kohl zugeordnet. Ganz oben an jedem Block befindet sich jeweils eine Lampe. Diese Lampen zeigen durch ihr Aufleuchten an, daß sich der Bauer bzw. sein Besitz bereits zu Hause befinden. Geschaltet werden diese Lampen von den oberen Wechselkontakten der Relais. In den unteren Wechselkontakten der vier Relais erkennen wir die vier Umschalter von Bild 85. Mit diesen realisieren wir die vereinigte Fehlerbedingung. Das ist der wichtigste Teil der Schaltung.
Wir haben je eine Lampe mit einer Relaiswicklung in Reihe geschaltet. Diese Lampen zeigen durch ihr Aufleuchten an,

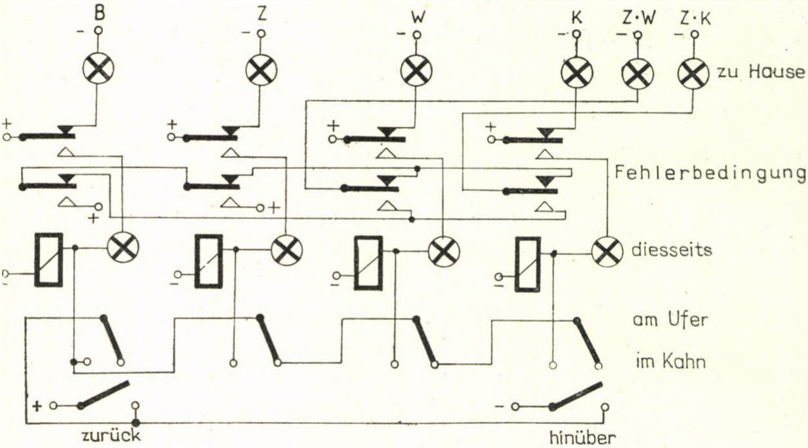


Bild 87. Schaltbild des »Simulators«

daß sich der Bauer bzw. sein Besitz noch am diesseitigen Ufer befinden.
Sind die Umschalter unter den Relais in Rechtsstellung, bedeutet dies, daß sich der Bauer bzw. sein Besitz an einem Ufer befinden, die Linksstellung, daß sie sich im Kahn befinden. Mit einem der beiden unteren Druckknöpfe signalisieren wir, daß der Kahn mit der Hinüberfahrt beginnt, mit dem anderen, daß er zurückkommt. Die fünfte Lampe der oberen Relais zeigt an, daß beim Transportversuch ein Fehler begangen wurde, durch den die Ziege vom Wolf gefressen wird, die sechste dagegen, daß die Ziege den Kohl frißt.
Unser Simulator wird wie folgt betrieben: Nach dem Aufbau der Schaltung und dem Einschalten des Stroms werden die vier Relais in die untere Stellung der Kontakte gebracht. Die Relais ziehen an und bleiben in diesem Zustand, wovon wir uns leicht überzeugen können, wenn wir den Stromverlauf an Hand des Schaltbildes verfolgen. Auch die vier mit den Relais in Reihe geschalteten Glühlampen leuchten und bleiben brennen; sie zeigen damit an, daß sich der Bauer und seine drei Besitzstücke am diesseitigen Ufer befinden und darauf warten, übergesetzt zu werden.

Dann wird der Bauer und eines seiner Besitzstücke »eingeladen«, indem die zugehörigen Umschalter in Linksstellung gebracht werden. Beim Drücken des Druckknopfes »Hinüber« und beim Loslassen desselben leuchten die oberen Signallampen des Bauern und des entsprechenden Besitzes auf, die unteren gehen dagegen aus und zeigen damit an, daß der Kahn auf der anderen Seite angelangt ist. Danach wird der Wechselschalter des übergesetzten Besitzstückes wieder in Rechtsstellung geschaltet und damit angezeigt, daß der Besitz — nunmehr bereits am anderen Ufer — ausgeladen wurde. Den Bauern bringen wir durch Betätigen des Druckknopfes »Zurück« wieder an das diesseitige Ufer, damit er in ähnlicher Weise ein weiteres Stück seines Besitzes übersetzen kann. Das wird solange fortgesetzt, bis sich alles am jenseitigen Ufer befindet. Die Beendigung des erfolgreichen Übersetzens wird durch das Aufleuchten der in der obersten Reihe befindlichen vier Lampen angezeigt.
Haben wir irgendwann einen Fehler begangen, also die Ziege und den Wolf oder die Ziege und den Kohl allein gelassen, so leuchtet die dem Fehler entsprechende Lampe auf. Damit zeigt uns die Schaltung an, daß wir etwas falsch gemacht haben.
Wenn wir unsere Maschine nicht nur provisorisch, sondern für Demonstrationszwecke stabil bauen, empfiehlt es sich, den Fluß symbolisch anzugeben und die einzelnen Druckknöpfe mit der entsprechenden Aufschrift zu versehen. Dadurch kann nach einer ersten Anleitung jeder überzeugend und anschaulich zeigen, wie der Simulator funktioniert.

5.4. Das einfache »Nim«-Spiel

Es gibt eine Art des »Nim«-Spiels, das aus Indien stammt, bei dem Streichhölzer verwendet werden und das in seiner einfachsten Form wie folgt gespielt wird: Auf den Tisch wird eine Anzahl Streichhölzer geworfen. Die Spieler nehmen davon nacheinander z. B. nach der folgenden Regel Hölzer weg: Der in der Reihe folgende Spieler muß ein, zwei oder drei Streichhölzer wegnehmen, und es verliert, wer das letzte nehmen muß. Man kann das Spiel auch komplizieren, indem man mehrere Häufchen bildet, wobei man aber auf einmal nur von einem nehmen darf. Man kann aber auch festlegen, daß derjenige gewinnt, der das letzte Streichholz ziehen darf.

Wir konstruieren für die einfachste Form des Spiels eine Maschine, die immer gewinnt. Folgende Spielregeln gelten:

Die Anzahl der Streichhölzer werden durch 12 brennende Signallampen dargestellt. Spieler und Maschine löschen die Lampen abwechselnd aus. Ein Spieler beginnt. Es muß mindestens eine, aber es dürfen höchstens drei Lampen gleichzeitig auslöschen. Wer die letzte Lampe löscht, hat gewonnen.

Spielen zwei unerfahrene Spieler, dann würden im allgemeinen beide mal gewinnen, mal verlieren. Geht aber der eine Spieler nach einer gut durchdachten Taktik vor, kann er immer siegen. Dabei muß er folgendes überlegen. »Es ist ganz gleich, ob der andere Spieler eine, zwei oder drei Lampen löscht, ich kann immer auf vier ergänzen. Zwölf läßt sich durch vier ohne Rest teilen. Gehe ich also nach dieser Taktik vor, werde ich beim dritten Schritt gewinnen.« Aus dieser Überlegung erkennen wir sofort, daß der zweite Spieler auch bei 16 oder 20 Lampen gewinnen wird.

Die Maschine muß demnach folgendes können. Zu Beginn des Spiels sollen alle 12 Lampen brennen. Die Maschine darf nicht als erste ziehen können. Hat der Spieler eine, zwei oder drei Lampen gelöscht, dann soll durch Drücken des Knopfes »Die Maschine spielt« die Maschine die Anzahl der gelöschten Lampen auf vier ergänzen. Nach dem folgenden Schritt des Spielers ergänzt die Maschine auf acht und nach dem nächsten auf 12; dann leuchtet die Lampe »Gewonnen« auf.

Alle diese Forderungen erfüllt die Schaltung in Bild 88, wir können uns an Hand des Schaltbildes leicht überzeugen. Die Schalter S_1, S_5 und S_9 sind Doppelweg-Zweistellungsschalter. Wenn wir mit der einen Hälfte dieser Schalter oben die Stromkreise der entsprechenden Lampen unterbrechen, ermöglichen wir es gleichzeitig, mit der unteren Hälfte der Schalter, einen anderen Stromkreis zu schließen, und damit der Maschine, den folgenden Schritt zu tun.

In Bild 89 geben wir auch eine Empfehlung, wie man die

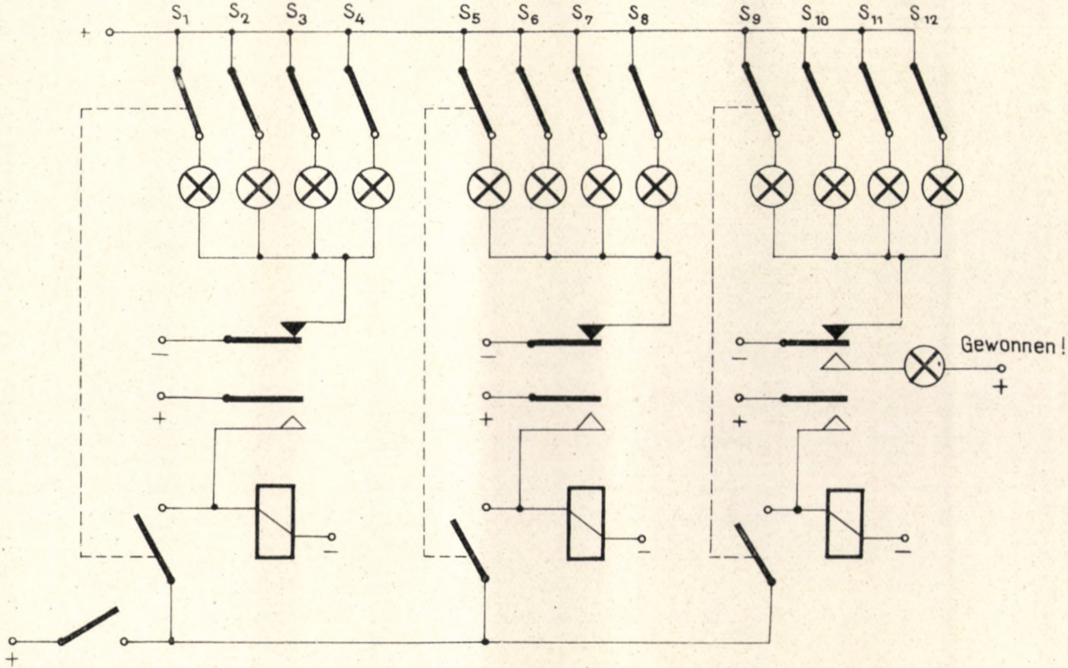


Bild 88. Das einfache »Nim«-Spiel

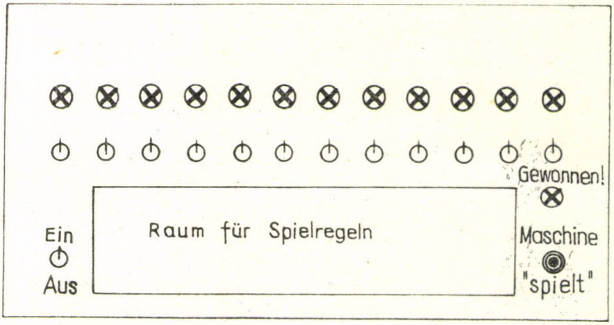


Bild 89. Ansicht der »Nim«-Spielmaschine

Frontplatte der Maschine gestalten könnte. Außer einer Platte für die Montage braucht man für die Maschine folgende Teile: 3 Miniaturrelais, 3 Doppelweg-Zweistellungsschalter, 10 einpolige Schalter (davon einer als Hauptschalter zum Ein- und Ausschalten), 13 4-V-0,1-A-Lampen und bei 3-V-Relais eine oder zwei parallelgeschaltete Taschenlampenbatterien.

5.5. Kompliziertere Spielmaschinen

Ziel der vorangegangenen Abschnitte war es, Spielmaschinen zu erläutern und zu beschreiben, die mit geringem Aufwand von jedem Bastler gebaut werden können. Dadurch waren manche unserer Leser vielleicht etwas enttäuscht und fanden, daß die vorgestellten Rechner bzw. Maschinen etwas zu einfach waren. Gerade diese Einfachheit aber ergab sich aus unserer Absicht; denn die einfachen Schaltungen und Anlagen waren auf jeden Fall geeignet, uns davon zu überzeugen, daß der logisch denkende Mensch im Spiel und noch an vielen anderen Stellen durch entsprechende Anlagen ersetzt werden kann. Für Leser, die größere materielle Möglichkeiten haben und denen mehr Bauelemente zugänglich sind, erläutern wir noch einige kompliziertere und damit auch interessantere Spielmaschinen. Durch den Nachbau können sie ihre Kenntnisse bei der Ausführung und Anwendung derartiger Anlagen erweitern.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Bild 90. Spielfeld für die »Wundermühle«

Als erstes sei auf eine »Kartenspielmaschine« hingewiesen. Sie spielt mit ihrem lebenden Partner ein einfaches Kartenspiel, das in Ungarn bekannt ist. Die Maschine geht mit den in ihrer »Hand« befindlichen vier Karten immer am »logischsten« vor. Da aber das Kartenspiel auch ein Glücksspiel ist, verliert der Spieler, der ein schlechtes Blatt hat.

Für den Bau dieser Maschine benötigt man unter anderem 40 Relais. Ihre Ausführung erfordert sehr viel sorgfältige und gewissenhafte Arbeit.

Eine Spielmaschine mit der Bezeichnung »Wundermühle« spielt mit ihrem Partner ein dem bekannten Mühlespiel ähnliches, aber etwas einfacheres Spiel. Das Spielfeld besteht aus neun Quadraten (Bild 90). Spieler und Maschine besetzen abwechselnd jeweils ein Quadrat. Bei diesem Spiel haben die beiden Partner das Ziel, drei in einer Geraden — senkrecht, waagerecht oder diagonal — liegende Quadrate zu besetzen und ähnliche Bestrebungen des Partners zu verhindern. Da dieses Spiel nach so logischen Regeln abläuft, daß man bei richtigem Spielen immer gewinnt oder zumindest ein Unentschieden erzielt, verliert die Maschine niemals. Wenn wir einen eingebauten Schalter umschalten, dann irrt die Maschine an irgendeiner Stelle; dadurch kann der Spieler eventuell gewinnen, wenn er geschickt spielt. Um sie bauen zu können, benötigt man unter anderem 35 Relais und 3 in der Fernsprechtechnik übliche »Anrufsucher«. Diese »Wundermühle« ist vom Gesichtspunkt der Anordnung, Funktion und

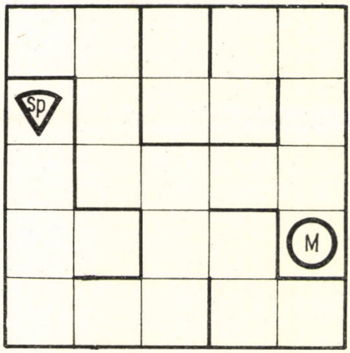


Bild 91. Labyrinth für die Maus »Theseus«

Übersichtlichkeit so gebaut, daß sie vielleicht am besten dazu geeignet ist, auf der Anfänger- und der mittleren Stufe die Funktionsweise von »denkenden Maschinen« zu zeigen und lehren zu helfen.

Die als »Haufen« bezeichnete Spielmaschine spielt gegen einen Spieler das bereits bekannte »Nim«-Spiel, nur in einer komplizierteren und damit interessanteren Form. Die Lampen können auch in mehreren Gruppen angeordnet werden. Diesmal kann auch die Maschine mit dem Spiel beginnen. Nach der Logik des Spiels gibt es Gewinner- und Verlierersituationen. Je nachdem, wie die Anfangsstellung ist, wer beginnt und ob der, der den letzten Zug macht, gewinnt oder verliert, entscheidet es sich, wer durch ein logisches Spiel gewinnt. Die Logik dieses Spiels ist jedoch sehr kompliziert und nur wenigen bekannt. Die Maschine spielt logisch, wenn aber der Spieler auch nur einen Fehler begangen hat, gewinnt die Maschine selbst dann, wenn sie von einer Verlierersituation ausgegangen ist.

Die Maus »Theseus« war vielleicht die Spitzenleistung für eine »kybernetische« Maschine, die von Oberschülern nachgebaut wurde. Auf dem aus 25 Quadraten bestehenden Spieltisch kann man durch Verändern der Wände ein beliebiges Labyrinth aufbauen (Bild 91). Die »Maus« und der »Speck« können an eine beliebige Stelle des Labyrinths gebracht werden. Nach dem Einschalten der Maschine beginnt die »Maus«, den »Speck« zu suchen, und findet ihn nach längerem Suchen, wenn er nicht vollkommen von Wänden umgeben ist. Setzt man die »Maus« wieder an eine Stelle des Labyrinths, an der sie sich bereits einmal befunden hatte, dann gelangt sie auf dem kürzesten Wege zum »Speck«, sie hat sich den richtigen Weg »gemerkt«.

Diese Maschine wurde auf der Grundlage von kurzen Berichten aus dem Ausland über derartige Anlagen konstruiert. Sie besteht im wesentlichen aus 110 Relais, 3 Liniensuchern und 2 Gleichstrommotoren. Für die Ausführung einer derartigen Anlage benötigt man hochwertige Bauelemente und eine stabilisierte Hochleistungsspannungsquelle. Sie zu bauen, überschreitet bereits den Rahmen der Amateurtechnik.

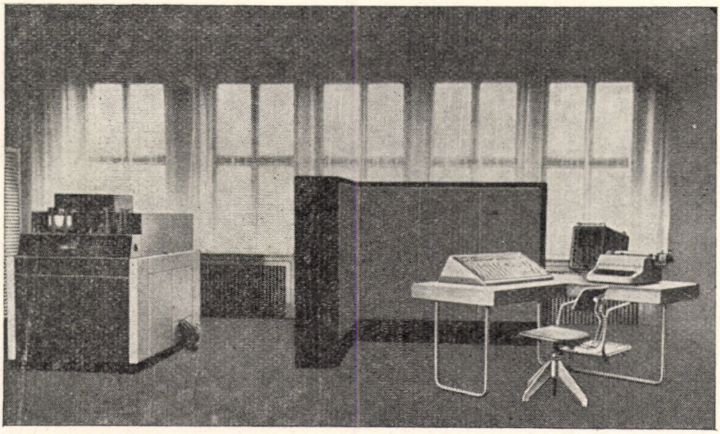
Zu einer anderen Gruppe der Spielmaschinen gehört das sogenannte »8er-Kombinett«. Bei diesem kämpft der lebende Spieler nicht abwechselnd gegen die Maschine, sondern überlegt sich ein Problem, mit dessen Lösung er die Maschine beauftragt. Aus diesem Grunde wird dieser Typ von Maschinen auch als »Aufgaben oder Probleme lösende Maschinen« bezeichnet. In ein aus $3 \cdot 3 = 9$ Quadraten (ähnlich wie in Bild 90) bestehendes Feld werden 8 Zahlen in beliebiger Reihenfolge so angeordnet, daß das rechte untere Quadrat frei bleibt. Aufgabe der Maschine ist es, die Zahlen durch Verschieben — also ohne sie anzuheben — in die natürliche Reihenfolge zu bringen.

Es ist kaum zu glauben, daß es $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 40\,320$ Möglichkeiten zur Formulierung dieser Aufgabe gibt. Bei der Hälfte der Fälle kann das Problem gelöst werden, bei der anderen Hälfte können nur die ersten 6 Zahlen geordnet werden, während die beiden letzten (die 7 und die 8) ausgetauscht bleiben. Die Maschine »schiebt« die Zahlen in der Form, daß sie unter den versteckten Zahlen im leeren Quadrat eine Lampe einschaltet und dann im anderen Quadrat die entsprechende Zahl durch Ausschalten der dortigen Lampe »löscht«. Ist diese Aufgabe gelöst, schaltet die Maschine die Aufschrift »gelöst« ein und bleibt stehen. Ist die Aufgabe unlösbar, bringt die Maschine die ersten sechs Zahlen in die

richtige Reihenfolge, schaltet dann die Aufschrift »unlösbar« ein und bleibt ebenfalls stehen.
Diese Maschine ist aus insgesamt 70 Relais und 2 Liniensuchern aufgebaut. Das Programm für die Lösung ist auf die beiden Liniensucher aufgebaut. Die Relais dienen dazu, den Spielstand zu registrieren (»Erinnerung«) und die erforderlichen Hilfsaufgaben zu lösen.
Das Knobeln an den Problemen der Spielmaschinen und sogar die Zeit, das Geld und die Arbeit, die man für den Bau derartiger Spielmaschinen aufwendet, sind nicht ohne Nutzen.

6. Schlußbemerkungen

Wir haben in diesem Buch nur einen kleinen Einblick in die Funktionsweise der elektronischen Rechner gegeben und deutlich gemacht, daß sie viele verschiedene Aufgaben und Probleme der gesellschaftlichen Praxis lösen helfen. Es sind Maschinen einer neuen Art, die nicht Stoff und Energie verarbeiten, verformen, zerspanen, transportieren usw., sondern Maschinen, die Informationen verarbeiten. Sie potenzieren die geistigen Fähigkeiten des Menschen und erleichtern, daß er die Gesetzmäßigkeiten von Natur und Gesellschaft besser theoretisch und praktisch für die Gestaltung seiner Umwelt und seines Lebens in der Gesellschaft nutzt.
Elektronische Datenverarbeitungsanlagen lösen technische, physikalische, biologische, physiologische, ökonomische, sozio-



Robotron 300, eine moderne mittlere Datenverarbeitungsanlage, die auf der »Interorgtechnika 1966« in Moskau vorgestellt wurde logische Probleme, steuern und beherrschen vom Menschen nicht überschaubare, schnell ablaufende Prozesse und Reaktionen, helfen in kürzester Zeit und mit maximaler Treffsicherheit, Entscheidungen auf gesellschaftlichem und ökonomischem Gebiet zu finden. Die Vorbereitung ihres Einsatzes, die Bereitstellung der Daten, die Programmierung verlangen Kenntnisse aus dem Bereich der Mathematik, Logik, Kybernetik, Operationsforschung, Organisationswissenschaft, Systemtheorie usw.

Auf diese Entwicklung muß sich jeder vorbereiten, der die künftige Technik meistern will. Das Verständnis der vorgetragenen Gedanken verlangt Fleiß und Ausdauer beim Leser, die praktische Nutzung Geschicklichkeit im Basteln. Die kleinen Modelle sollen die Theorie mit der Praxis verknüpfen, die Theorie durchsichtig machen und die gewonnenen Erkenntnisse festigen.

7. Anhang

Skalen für den Abschnitt 2.7. »Elektronische Rechenscheibe«

Entsprechend Bild 26 schneiden wir drei so große Pappscheiben aus, daß auf jeder von ihnen die drei Skalen angebracht werden können. Für die Wellen der drei Potentiometer werden Löcher gebohrt und dann die in Bild 92 bis Bild 100 angegebenen Skalensysteme vorsichtig auf die Pappscheiben aufgeklebt.

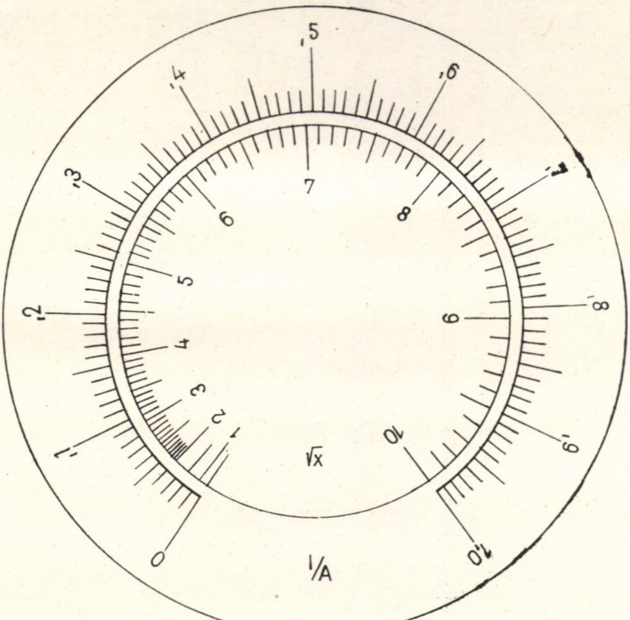


Bild 92. Quadratwurzelskale

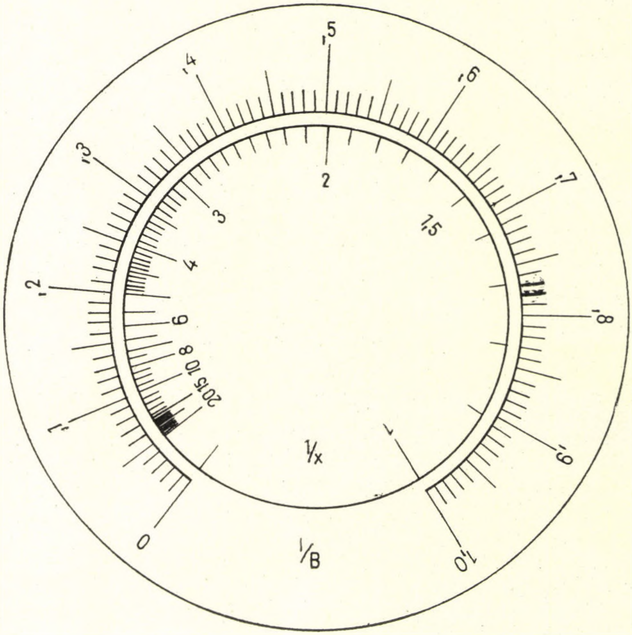


Bild 93. Reziprokskale für die »elektronische Rechenscheibe«

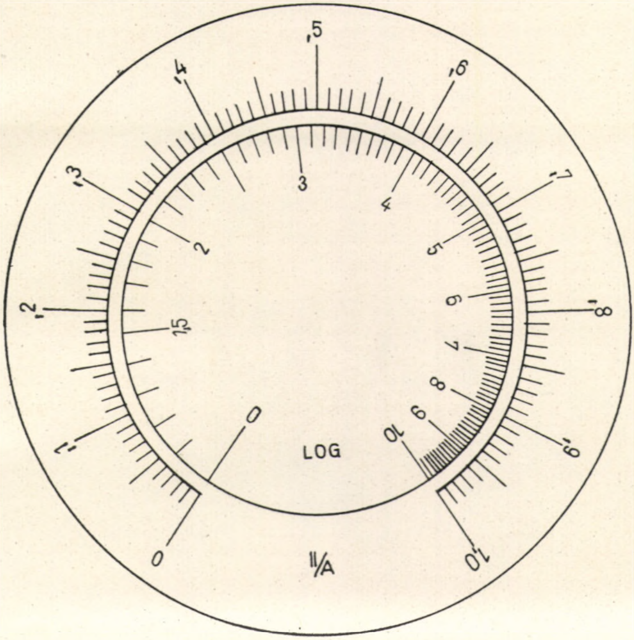


Bild 94. Normalskale

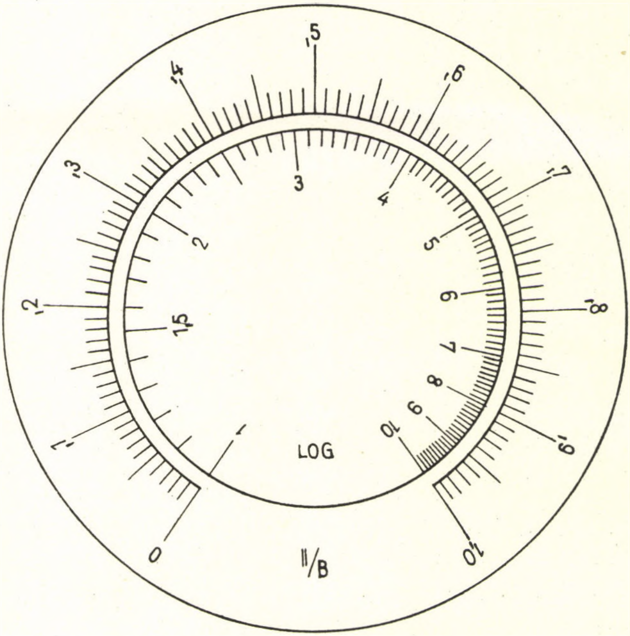


Bild 95. Logarithmische Skale für die »elektronische Rechenscheibe«

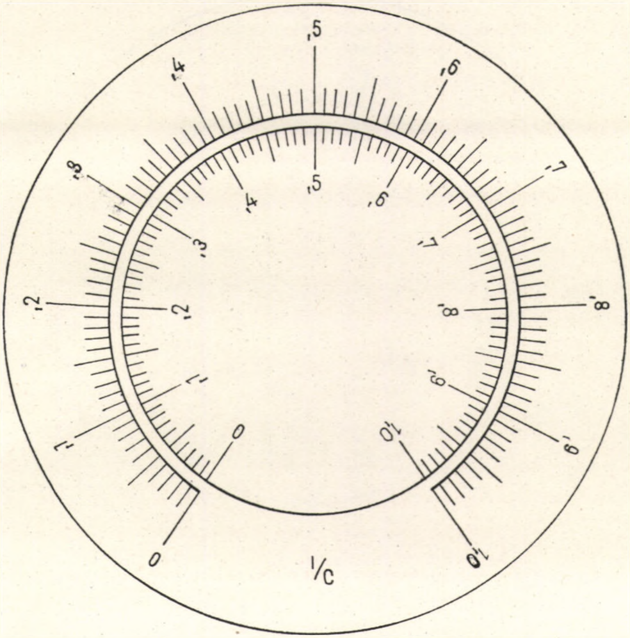


Bild 96. Logarithmische Skale für die »elektronische Rechenscheibe«

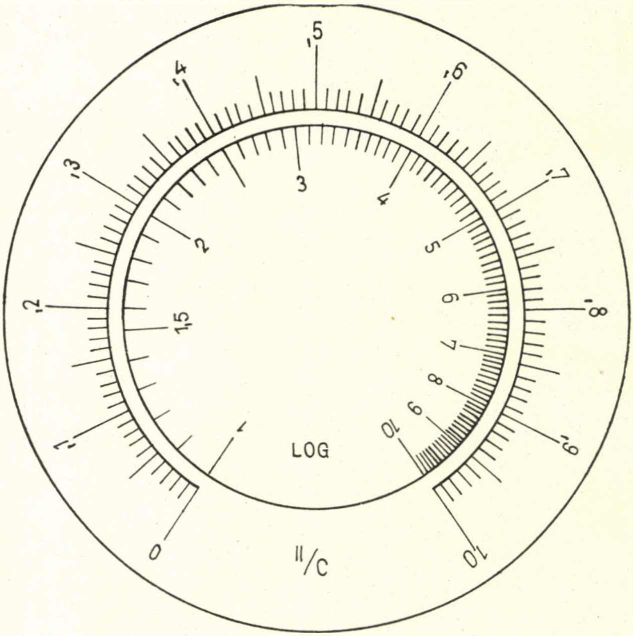


Bild 97. Logarithmische Skale für die »elektronische Rechenscheibe«

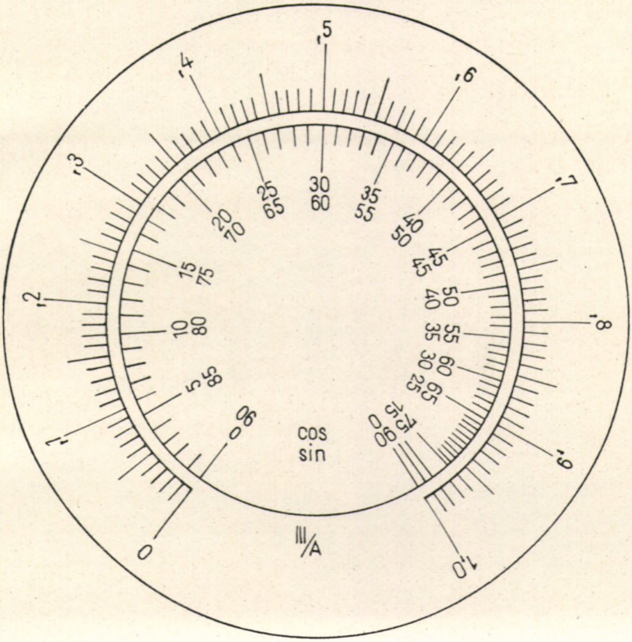


Bild 98. Winkelfunktionsskale für die »elektronische Rechenscheibe«

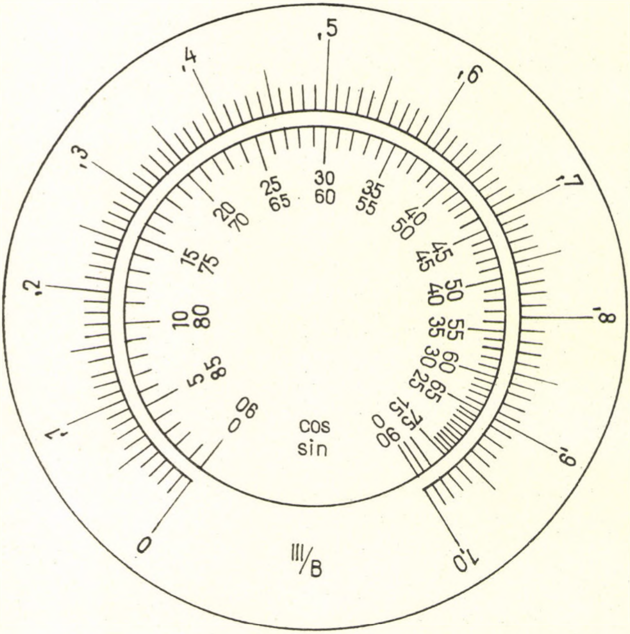


Bild 99. Winkelfunktionsskale für die »elektronische Rechenscheibe«

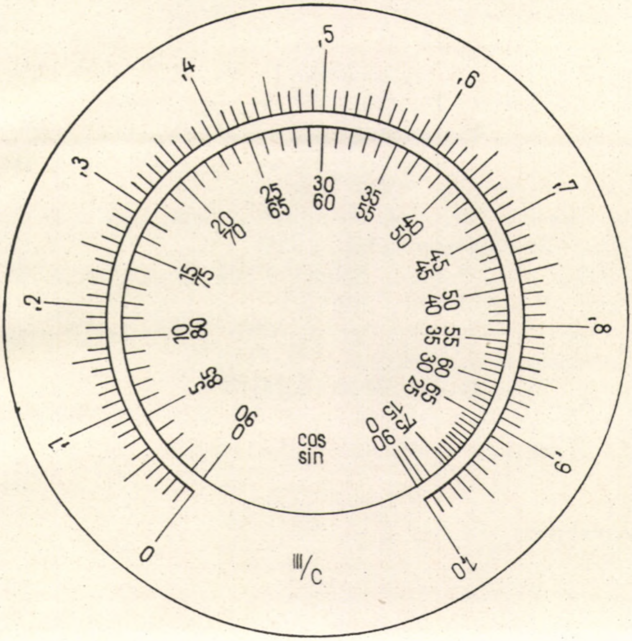


Bild 100. Winkelfunktionsskale für die »elektronische Rechenscheibe«

Literaturhinweise

Reihe Automatisierungstechnik. Berlin: VEB Verlag Technik
Bd. 5 *Schubert:* Digitale Kleinrechner. 1966
Bd. 25 *Bär:* Einführung in die Schaltalgebra. 1966
Bd. 52 *Paulin:* Kleines Lexikon der Rechentechnik und Datenverarbeitung. 1967
Klaus: Spieltheorie in philosophischer Sicht. Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften. 1968
Kobrinskij und *Pekelis:* Schneller als ein Gedanke. Berlin: Verlag Neues Leben. 1961
Poletajew: Kybernetik. Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften. 1962
Prostaja Kybernetika. Moskau. 1965
Varga, T.: Mathematische Logik für Anfänger. Berlin: Volk und Wissen Volkseigener Verlag. 1968

Bildnachweis

Die ungarische Originalausgabe wurde durch vierzehn unnumerierte Bilder ergänzt, die dem Band *Götzke, H.:* Programmgesteuerte Rechenautomaten. 5. Auflage. Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1970 entnommen wurden.
Bild 56 stammt aus *Wolf:* Elektronengehirn und Rechenautomat. Köln: Aulis Verlag Deubner & Co KG 1958.

Neben Lesen, Lernen und Überlegen regt das Buch zum Basteln einfacher elektronischer Geräte an und stellt somit eine sinnvolle Verbindung zwischen Theorie und Praxis her. Der Autor will die Möglichkeiten, die der Einsatz elektronischer Schaltungen für die Lösung von mathematischen und logischen Aufgaben bietet und die schließlich in der EDV zum Ausdruck kommen, den Lesern zugänglich machen. Es werden Bastler, Arbeitsgemeinschaften und Bastelgruppen angesprochen, die einfache elektronische Geräte, durch die logische Operationen realisiert werden, bauen wollen. Das Buch wird aber auch für alle die nützlich sein, die sich beruflich mit diesen Fragen beschäftigen.