

**K. P. KOVÁCS
I. RÁCZ**

BAND II

*Transiente
Vorgänge
in
Wechselstrom-
maschinen*

VERLAG DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN



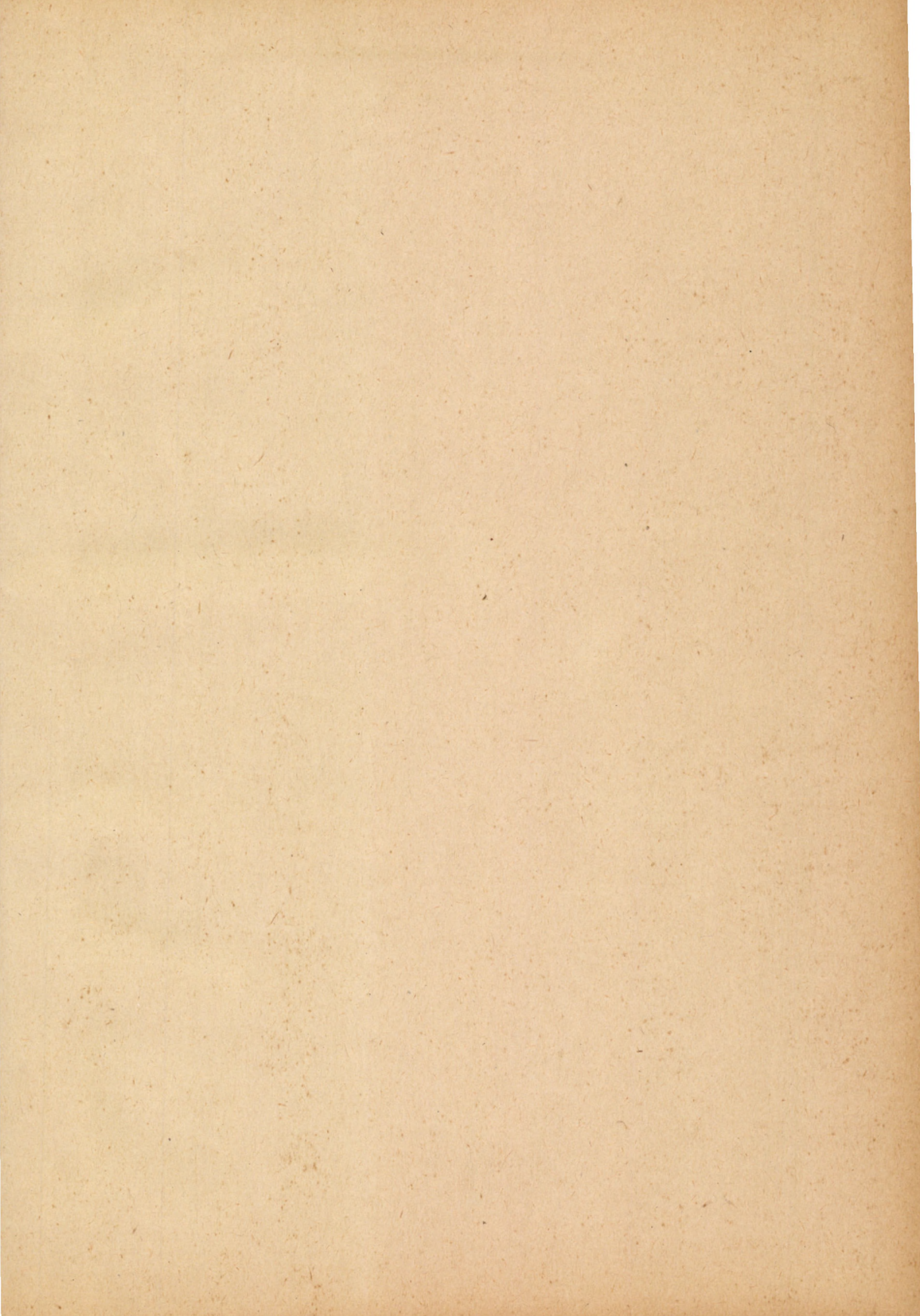
BUDAPEST

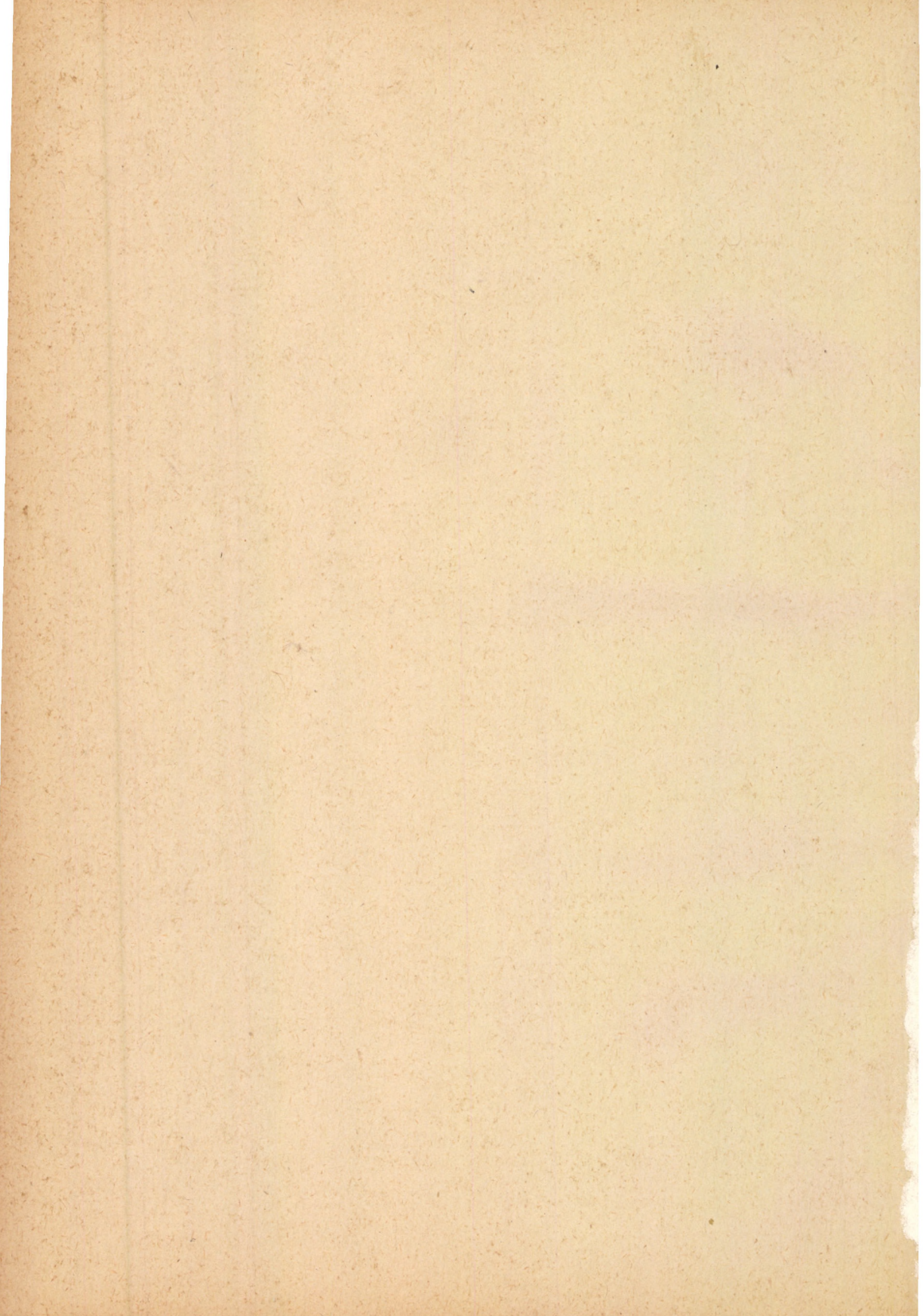
TRANSIENTE VORGÄNGE IN WECHSELSTROMMASCHINEN

Von K. P. KOVÁCS und I. RÁCZ

Das Werk behandelt jene verwickelten Erscheinungen, die mit den transienten Zustandsänderungen der Synchron- und Asynchronmaschinen während des Betriebes und in Störungsfällen zusammenhängen. Die Verfasser legen großes Gewicht auf die Erklärung der physikalischen Grundlagen, wobei sie gleichzeitig zur Beschreibung der Vorgänge die üblichen mathematischen Methoden (Operatorenrechnung, symmetrische Komponenten usw.) in der zeitgemäßen elektrotechnischen Theorie weitgehend gebrauchen. Das auf Grund einheitlicher Darstellung aufgebaute Buch bringt anhand vieler Abbildungen, Tabellen und Zahlenbeispiele eine sozusagen auf Vollständigkeit Anspruch erhebbende Zusammenfassung des Stoffes, welches in der einschlägigen internationalen Fachliteratur meistens nur zerstreut und in Einzeldarstellungen mühsam aufzufinden ist. Das nicht zu umfangreiche Werk ist als Lehrbuch und auch als Nachschlagewerk für Ingenieure der Energiewirtschaft und des Elektromaschinenbaues, für Forscher und Hochschullehrer sowie für die Hochschuljugend bestimmt und kann ihnen beim Studium Hilfe bieten. Die erste ungarische Auflage des Buches hat bei der internationalen Fachpresse Aufmerksamkeit erregt und wurde günstig beurteilt, so daß mit Recht zu erwarten ist, daß die vorliegende, wesentlich erweiterte und neubearbeitete deutsche Ausgabe auf Interesse bei weiten Kreisen rechnen darf.







TRANSIENTE VORGÄNGE
IN
WECHSELSTROMMASCHINEN
II

TRANSIENTE VORGÄNGE IN WECHSELSTROMMASCHINEN

VON
K. P. KOVÁCS
UND
I. RÁCZ

BAND II

MIT 142 ABBILDUNGEN



VERLAG DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
BUDAPEST 1959

Übersetzt
von
M. KUZNIARSKI

Lektoren der ungarischen Ausgaben

P. O. GESZTI
F. RONKAY

Redakteur der ungarischen Ausgabe

F. RONKAY

© Akadémiai Kiadó, Budapest 1959

III.

TRANSIENTE VORGÄNGE IN ASYNCHRONMASCHINEN

9. EINLEITUNG

Bei Asynchronmotoren kommen transiente Vorgänge viel häufiger vor, als bei Synchronmaschinen. Solche transiente Vorgänge sind: Einschaltung, Abschaltung, Stern-dreieck-Umschaltung, Drehrichtungsänderung, Kurzschlüsse, Beschleunigung und Verlangsamung, zwangsläufige und selbsterregte Schwingungen. Eine gemeinsame Eigenheit dieser Vorgänge ist, daß solange die transienten Vorgänge dauern, die Ströme und das Drehmoment der Maschine von den bei konstanter Drehzahl im stationären Betrieb auftretenden Strömen und Drehmomenten abweichen. Die während der transienten Vorgänge entstehenden Drehmomente und Ströme können sehr hohe Werte erreichen, in ungünstigem Fall können das 15fache des Nenn Drehmomentes und das Dreifache des Kurzschlußstromes vorkommen. Da aber der Wirkwiderstand der Asynchronmaschinen verhältnismäßig groß ist, werden die transienten Vorgänge schnell gedämpft und der stationäre Zustand tritt im allgemeinen nach einigen Perioden ein. Einerseits deswegen, andererseits aber wegen der im Vergleich zu den Synchrongeneratoren geringerer Leistung der Asynchronmotoren ist die genaue Kenntnis der transienten Vorgänge der letzteren nicht so unbedingt nötig wie jener der Synchronmaschinen.

Obzwar sich die Drehzahl ändert, weichen z. B. die Ströme beim Anlassen von Asynchronmotoren nur in geringem Maße von jenen ab, die bei Voraussetzung der konstanten Drehzahl berechnet werden können. Deshalb werden in der Praxis die Anlaßvorgänge in der Weise berechnet, daß man zu der betreffenden Drehzahl die im stationären Betrieb gültigen Ströme und Drehmomente bestimmt und danach beispielsweise die Dauer der Beschleunigung oder die im Läufer entstehende Wärmemenge berechnet. Hierdurch werden die Berechnungen bedeutend vereinfacht und die Annäherung ist auch vollkommen berechtigt, wenn die Drehzahländerung viel langsamer als der Verlauf der elektrischen transienten Vorgänge ist. Mit solchen rein mechanischen transienten Vorgängen befassen wir uns hier nicht.

Bei der Untersuchung der transienten Vorgänge von Asynchronmotoren spielen die Wirkwiderstände eine viel wichtigere Rolle als bei den Synchronmaschinen. Der Grund hierfür liegt einerseits darin, daß die Wirkwiderstände größer sind, andererseits und hauptsächlich, daß z. B. der Betriebsstrom eines Asynchronmotors bei gegebener Drehzahl vor allem durch den Läuferwiderstand bestimmt wird; in diesem Betriebszustand könnten eher die Reaktanzen vernachlässigt werden. Auch bei der Erzeugung des Drehmomenten-

tes ist der Läuferwirkwiderstand von entscheidender Bedeutung. Während bei den Synchronmaschinen unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände die Ströme und im allgemeinen auch die Momente mit einer für die Praxis durchaus befriedigenden Genauigkeit bestimmt werden können, vermag man bei den Asynchronmotoren auf diese Weise meistens nur ein qualitatives Bild zu erhalten, das manchmal sogar, besonders bezüglich des Drehmomentes, falsch sein kann. Deswegen können die transienten Vorgänge bei den Asynchronmotoren nur mit geringer Vernachlässigung und schwieriger behandelt werden als bei den Synchronmaschinen. Die eventuelle Vernachlässigung der Wirkwiderstände — besonders des Läuferwirkwiderstandes — muß bei der Untersuchung der einzelnen Vorgänge sehr gründlich überlegt werden.

Dagegen ist es eine Vereinfachung gegenüber der Synchronmaschinen, daß im Läufer gewöhnlich kein Unterschied zwischen den Längs- und Querrichtungen besteht, was bei den Synchronmaschinen durch die Ausprägung der Pole sowie durch die Erreger- und Dämpferwicklungen verursacht wird. Im Läufer befinden sich keine, durch Berechnung schwer verfolgbaren Stromkreise wie z. B. bei den Synchrongeneratoren mit Vollpolläufer. Auch die Wirkung der Eisensättigung ist geringer. Daher sind auch die Berechnungsergebnisse genauer als bei den Synchronmaschinen. Die Genauigkeit der Berechnungen wird dagegen beeinträchtigt, weil bei den kleineren Asynchronmotoren die Erregungen und Felder im allgemeinen mehrere räumliche Oberharmonische haben, die aber bei der Berechnung der transienten Vorgänge nicht berücksichtigt werden.

Bei den Asynchronmotoren sind auch in Hinsicht auf die transienten Vorgänge vier Typen zu unterscheiden: Schleifring-, Einfach- und Doppelkäfig- sowie Tiefnut-Kurzschlußläufermotoren. Bei den Kurzschlußläufermaschinen werden, ähnlich wie bei der Behandlung des stationären Betriebes, zunächst die auf die Ständerwicklung umgerechneten Läuferdaten bestimmt, wodurch eigentlich angenommen wird, als wäre auch der Läufer mit einer symmetrischen Dreiphasenwicklung versehen. Bei Doppelkäfigmotoren stellen wir uns am Läufer zwei verschiedene Dreiphasenwicklungen vor, und bei den Tiefnutmaschinen wird an eine Läuferwicklung mit veränderlichen Wirk- und Blindwiderständen gedacht. Somit kann der Doppelkäfigmotor ähnlich berechnet werden wie eine Synchronmaschine mit Dämpferwicklung. Die transienten Vorgänge der Doppelkäfigmotoren werden erst im Kapitel 17 behandelt, die übrigen Ausführungen beziehen sich auf Schleifring- oder Einfachkäfigläufermotoren.

In Anbetracht der Berechnung der transienten Vorgänge ist der Einfachkäfigmotor mit der Dreiphasen-Läuferwicklung nicht vollkommen gleichwertig. Der Käfig kann fast als ein leitender Kupferzylinder an der Läuferfläche betrachtet werden, wobei die beim Einschalten des stillstehenden Motors auftretenden Ströme z. B. qualitativ jenen beim Einschalten einer Drosselspule mit Vollkern entsprechen. In diesem Fall treten aber unendlich viel Gleichstromkomponenten auf, die mit verschiedenen Zeitkonstanten abklingen. Hat dagegen der Läufer eine Dreiphasenwicklung, so entstehen nur zwei Gleichstromkomponenten mit verschiedenen Zeitkonstanten. Die Abweichung ist aber nicht beträchtlich, da im Falle von unendlich vielen Komponenten nur die ersten, mit größerer Zeitkonstante behafteten, langsamer abklingen-

den Glieder einen bedeutenden Wert haben, die weiteren weisen immer geringere Anfangswerte auf und klingen auch immer schneller ab. Einfachheitshalber werden die transienten Vorgänge der Einfachkäfigmotoren ähnlich berechnet wie jene der Schleifringmotoren mit Dreiphasenläuferwicklung. Damit wird die Bedingung erfüllt, wonach die Erregungen am Umfang sinusförmig verteilt gedacht werden, und solcherart entspricht der Freiheitsgrad der Stromverteilung jenem des gewickelten Läufers.

Daher gibt es bei den Asynchronmotoren im Hinblick auf die Untersuchung der transienten Erscheinungen nicht so vielerlei Typen wie bei den Synchronmaschinen. Die Mannigfaltigkeit kann hier eher vom Zusammenschalten mehrerer Asynchronmaschinen verursacht werden, z. B. elektrische Welle, vom Frequenzumformer gespeister Motor, doppelgespeister Motor, verschiedene Kaskaden usw. Die Probleme dieser Maschinengruppen werden nur kurz, an herausgegriffenen Beispielen untersucht.

In den Berechnungen werden folgende Näherungsbedingungen angewendet:

Es wird angenommen, daß die Maschine in bezug auf die drei Phasen vollkommen symmetrisch aufgebaut ist;

die Magnetisierungskurve des Eisens wird als eine Gerade betrachtet und die Eisenverluste werden vernachlässigt;

es wird vorausgesetzt, daß die Maschine einen Zylinderläufer besitzt und die Erregungen und Felder sich am Umfang sinusförmig verteilen, d. h. die räumlichen Oberharmonischen vernachlässigt werden;

es wird vorausgesetzt, daß die an den Ständer gelegte Netzspannung eine symmetrische, mitlaufende Dreiphasenspannung mit genau konstanter Amplitude und Kreisfrequenz ist.

Obige Näherungen werden immer angewendet, ohne besonders erwähnt zu werden. An einigen Stellen bedient man sich anderer Vernachlässigungen, so wird z. B. der Ständerwirkwiderstand oft vernachlässigt, doch darauf an der betreffenden Stelle stets hingewiesen.

Die Berechnungen beziehen sich auf Maschinen in Stern-Stern-Schaltung. Sollte irgendeine Wicklung in Dreieck geschaltet sein, sind die Berechnungen auf Phasengrößen zu verstehen bzw. auf eine gleichwertige Phasenwicklung in Sternschaltung zu beziehen. Es wird angenommen, daß der Sternpunkt der Maschine nicht ausgeführt und somit die Summe der drei Phasenströme zu jedem Zeitpunkt Null ist. In den Abbildungen sind die Wicklungen stets rechtssinnig gedacht.

10. BERECHNUNGSMETHODE

Bei der Untersuchung der transienten Vorgänge von Asynchronmaschinen wird ebenfalls das im Kapitel 2 beschriebene Vektorverfahren benutzt; ein Vektor faßt die Werte der drei Phasen zusammen. Die Grundgleichungen der Maschine sind im mit der Winkelgeschwindigkeit ω_k umlaufenden Koordinatensystem laut Abschnitt 2:

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{i}_s R_s + \frac{d\psi_s}{dt} + j\omega_k \psi_s, \quad (10.1)$$

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{i}_r R_r + \frac{d\psi_r}{dt} + j(\omega_k - \omega) \psi_r, \quad (10.2)$$

$$\psi_s = L_s \mathbf{i}_s + L_m \mathbf{i}_r, \quad (10.3)$$

$$\psi_r = L_m \mathbf{i}_s + L_r \mathbf{i}_r. \quad (10.4)$$

In den Gliedern, die eine Abweichung von der Transformatorgleichung verursachen, ist die relative Winkelgeschwindigkeit des Koordinatensystems gegenüber der betreffenden Wicklung kennzeichnend.

Auf Grund der Gleichungen (10.1) bis (10.4) kann das Ersatzschaltbild der Asynchronmaschinen konstruiert werden (Abb. 10.1), das auch während der transienten Vorgänge gültig ist.

Bei den Berechnungen werden die Gleichungen (10.1) bis (10.4) benutzt. Werden die Flußgleichungen in die ersten zwei Gleichungen eingesetzt, bleiben nur noch die Ströme unbekannt.

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{i}_s R_s + \frac{d}{dt} (L_s \mathbf{i}_s + L_m \mathbf{i}_r) + j\omega_k (L_s \mathbf{i}_s + L_m \mathbf{i}_r),$$

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{i}_r R_r + \frac{d}{dt} (L_m \mathbf{i}_s + L_r \mathbf{i}_r) + j(\omega_k - \omega) (L_m \mathbf{i}_s + L_r \mathbf{i}_r).$$

Hier kommt in jeder Gleichung der Differentialquotient beider Ströme vor. Die Gleichungen gestalten sich einfacher, wenn die Flüsse als unbekannt

betrachtet werden. Aus den Gleichungen (10.3) und (10.4) können die Ströme mit Hilfe der Flüsse ausgedrückt werden:

$$\mathbf{i}_s = \frac{L_r}{L_r L_s - L_m^2} \psi_s - \frac{L_m}{L_r L_s - L_m^2} \psi_r = \frac{1}{L_s - \frac{L_m^2}{L_r}} \psi_s - \frac{L_m}{L_r L_s - \frac{L_m^2}{L_r}} \psi_r, \quad (10.5)$$

$$\mathbf{i}_r = \frac{-L_m}{L_s L_r - L_m^2} \psi_s + \frac{L_s}{L_r L_s - L_m^2} \psi_r = -\frac{L_m}{L_s L_r - \frac{L_m^2}{L_s}} \psi_s + \frac{1}{L_r - \frac{L_m^2}{L_s}} \psi_r. \quad (10.6)$$

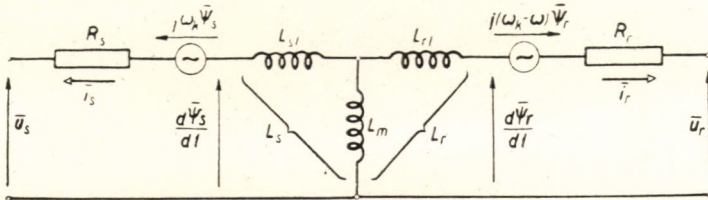


Abb. 10.1. Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine für transiente Vorgänge

Hier entspricht $L_s - \frac{L_m^2}{L_r}$ der transienten Induktivität der Synchronmaschinen, weshalb wir es mit L'_s bezeichnen. Werden die Beziehungen $L_s = L_{sl} + L_m$ und $L_r = L_{rl} + L_m$ benutzt, so kann die transiente Induktivität L'_s des Ständers auch in folgender Form geschrieben werden:

$$L'_s = L_{sl} + \frac{L_{rl} L_m}{L_{rl} + L_m},$$

daher ist L'_s die resultierende Induktivität der in Abb. 10.2a ersichtlichen Anordnung, d. h. L'_s ist die auf den Ständer bezogene resultierende Induktivität einer stillstehenden Asynchronmaschine ohne Wirkwiderstand, falls der Läufer kurzgeschlossen ist. Wird L_m vernachlässigt, d. h. als unendlich groß betrachtet, so ergibt sich die transiente Induktivität des Ständers zu:

$$L'_s \approx L_{sl} + L_{rl},$$

d. h. der Summe der Streuinduktivitäten. Die Abweichung des auf diese Weise berechneten Wertes von L'_s vom genauen Wert beträgt etwa 2%, da das Verhältnis von L_{rl} zu L_m in Größenordnung 1 : 30 beträgt.

Ähnlicherweise kann auch der Begriff der transienten Läuferinduktivität eingeführt werden:

$$L'_r = L_r - \frac{L_m^2}{L_s} = L_{rl} + \frac{L_{sl} L_m}{L_{sl} + L_m},$$

daher ist L'_r die auf die Läuferklemmen bezogene resultierende Induktivität einer am Ständer kurzgeschlossenen Maschine (Abb. 10.2b) ohne Wirkwiderstände.

Es können noch die Streuung kennzeichnende Faktoren eingeführt werden:

$$k_s = \frac{L_m}{L_s} \text{ Kopplungsfaktor des Ständers;}$$

$$k_r = \frac{L_m}{L_r} \text{ Kopplungsfaktor des Läufers;}$$

$$k = k_r k_s = \frac{L_m^2}{L_s L_r} \text{ resultierender Kopplungsfaktor;}$$

$$\sigma_s = \frac{L_{sl}}{L_s} \text{ Streufaktor des Ständers } (\sigma_s = 1 - k_s);$$

$$\sigma_r = \frac{L_{rl}}{L_r} \text{ Streufaktor des Läufers } (\sigma_r = 1 - k_r);$$

$$\sigma = \frac{L_s L_r - L_m^2}{L_s L_r} = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r} \text{ resultierender Streufaktor.}$$

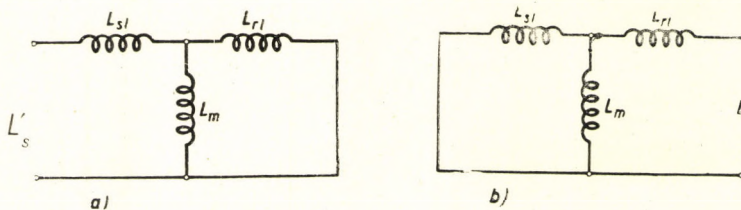


Abb. 10.2. Die transiente Induktivität des Ständers bzw. Läufers

σ kann auch noch in folgenden Formen ausgedrückt werden:

$$\sigma = 1 - k = 1 - k_s k_r = \sigma_s + \sigma_r - \sigma_s \sigma_r.$$

Die transienten Induktivitäten können auch in den Formen

$$L'_s = \sigma L_s \text{ und } L'_r = \sigma L_r$$

geschrieben werden. Der resultierende Streufaktor beträgt bei Asynchronmaschinen ungefähr 1/15.

Nun sollen diese Bezeichnungen in die Gleichungen (10.5) und (10.6) eingeführt werden:

$$\mathbf{i}_s = \frac{\psi_s}{L'_s} - k_r \frac{\psi_r}{L'_s} = \frac{\psi_s - k_r \psi_r}{L'_s}, \quad (10.7)$$

$$\mathbf{i}_r = -k_s \frac{\psi_s}{L'_r} + \frac{\psi_r}{L'_r} = \frac{\psi_r - k_s \psi_s}{L'_r}. \quad (10.8)$$

Diese Beziehungen sind für jedwedes Koordinatensystem gültig, man muß nur darauf achten, daß die Ständer- und Läufervektoren in demselben Koordinatensystem aufgeschrieben werden.

Kommen wir nun auf die Spannungsgleichungen (10.1) und (10.2) zurück, aus denen die Ströme mit Hilfe der Gleichungen (10.7) und (10.8) eliminiert werden.

$$\mathbf{u}_s = \frac{d\psi_s}{dt} + \left(\frac{R_s}{L'_s} + j\omega_k \right) \psi_s - k_r \frac{R_s}{L'_s} \psi_r, \quad (10.9)$$

$$\mathbf{u}_r = \frac{d\psi_r}{dt} - k_s \frac{R_r}{L'_r} \psi_s + \left[\frac{R_r}{L'_r} + j(\omega_k - \omega) \right] \psi_r. \quad (10.10)$$

Diese Gleichungen können bei der Untersuchung der transienten Vorgänge besser verwendet werden als jene, die auch Ströme enthalten, da nunmehr in jeder Gleichung lediglich die Derivierte von einem der unbekanntenen Flüsse vorhanden ist. Nachdem die Flüsse aus den beiden Gleichungen bestimmt wurden, können die Ströme auf Grund der Beziehungen (10.7) und (10.8) einfach berechnet werden. Falls während der transienten Vorgänge nur das Drehmoment von Interesse ist, kann die Bestimmung der Ströme wegbleiben, da das Drehmoment auch aus den Flüssen unmittelbar berechnet werden kann. Der Umstand, daß man an die Rechnung mit Flüssen weniger gewöhnt ist, bedeutet dagegen hier einen Nachteil.

Die Gleichungen (10.1) bis (10.10) sind in einem, sich in beliebiger Drehbewegung befindenden Koordinatensystem gültig. Falls das Koordinatensystem ruht, ist $\omega_k = 0$. Wird ein synchron umlaufendes Koordinatensystem angewendet, stimmt ω_k mit der elektrischen Synchronwinkelgeschwindigkeit (ω) überein. In diesem Fall kann der Faktor $(\omega_k - \omega)$ in den auf den Läufer bezüglichen Gleichungen (10.2) und (10.10) mit dem Schlupf ausgedrückt werden:

$$\omega_k - \omega = \omega_1 - \omega = s\omega_1.$$

Der Vollständigkeit halber werden hier noch die Momentengleichungen zusammengefaßt (s. Kapitel 2):

$$\mathbf{M} = \frac{3}{2} \psi_s \times \mathbf{i}_s = -\frac{3}{2} \psi_r \times \mathbf{i}_r, \quad (10.11)$$

$$M = \frac{3}{2} L_m \mathbf{i}_r \times \mathbf{i}_s, \quad (10.12)$$

$$M = \frac{3}{2} \frac{L_m}{L_r L'_s} \boldsymbol{\psi}_r \times \boldsymbol{\psi}_s = \frac{3}{2} \frac{L_m}{L_s L'_r} \boldsymbol{\psi}_r \times \boldsymbol{\psi}_s. \quad (10.13)$$

Die in den einzelnen Formeln vorkommenden beiden Vektoren sind im gleichen Koordinatensystem aufzuschreiben. Obige Formeln sind für zweipolige Maschinen gültig, im Falle von Maschinen mit mehreren Polpaaren sind sie noch mit der Zahl der Polpaare zu multiplizieren.

Das Vektorprodukt der komplexen Vektoren kann mit Hilfe einer der folgenden Formeln berechnet werden:

$$\text{wenn} \quad \mathbf{a} = a e^{j\varphi_a}, \quad \mathbf{b} = b e^{j\varphi_b},$$

$$\text{dann ist:} \quad \mathbf{a} \times \mathbf{b} = ab \sin(\varphi_b - \varphi_a),$$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \text{Im} \{ \hat{\mathbf{a}} \mathbf{b} \} = - \text{Im} \{ \mathbf{a} \hat{\mathbf{b}} \},$$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \text{Re} \{ -j \hat{\mathbf{a}} \mathbf{b} \} = \text{Re} \{ j \mathbf{a} \hat{\mathbf{b}} \},$$

wo Im wie üblich den Imaginärteil, Re den Realteil bedeutet.

In Anbetracht der Berechnung der transienten Vorgänge sind zwei Fälle zu unterscheiden.

a) Die Drehzahl der Maschine ist gegeben. In diesem Fall können die Ströme und Flüsse unabhängig vom Drehmoment bestimmt werden. Die Rechnung ist einfach, wenn die Drehzahl konstant ist, da die Gleichungen konstante Koeffizienten haben. Aus diesem Grunde wird meistens einfachheitshalber vorausgesetzt, daß die Drehzahl auch während der transienten Vorgänge konstant bleibt. Nach der Bestimmung der Ströme und Flüsse kann auch der Wert des Drehmomentes berechnet werden.

b) In den meisten, in der Praxis vorkommenden Fällen ist die Drehzahl durch das Drehmoment der Maschine und der Belastung, ferner durch das Trägheitsmoment der rotierenden Massen bestimmt. Da die Drehzahl und deren Änderungen auf die Ausbildung der Ströme und Flüsse eine Rückwirkung ausübt, sind die elektrischen und mechanischen Gleichungen gleichzeitig zu untersuchen. Werden von den elektrischen bzw. magnetischen Größen die Flüsse $\boldsymbol{\psi}_s$ und $\boldsymbol{\psi}_r$ als unbekannt betrachtet, so sind außerdem das Drehmoment M und die Winkelgeschwindigkeit ω unbekannt. Zwecks Bestimmung der vier Unbekannten sind folgende vier Gleichungen aufzuschreiben:

zwei Spannungsgleichungen, z. B. (10.9) und (10.10),

eine Momentengleichung, z. B. (10.13),

die Bewegungsgleichung: $\Theta \frac{d\omega}{dt} = M - M_{\text{mech.}}$

Hier bedeutet

Θ das auf den Motorläufer umgerechnete resultierende Trägheitsmoment des Läufers und der mitbewegten Massen,

M das von der Maschine ausgeübte Drehmoment,

M_{mech} das mechanische Drehmoment der Belastung.

Die vier Gleichungen können im allgemeinen rechnerisch z. B. nur mit der schrittweisen Methode gelöst werden. Bei Schwingungen von kleiner Amplitude kann die Lösung auch in expliziter Form gegeben werden.

Die Berechnungen beziehen sich im allgemeinen auf zweipolige Maschinen. Ist die Maschine mehrpolig, so können die mechanischen Angaben auf die gleichwertige zweipolige Maschine umgerechnet werden. Die Umrechnung erfolgt auf folgende Weise:

$$\begin{aligned} \delta & \text{ Winkelverdrehung } p \delta'; \\ \omega & \text{ Winkelgeschwindigkeit } p \omega'; \\ M & \text{ Drehmoment } \frac{1}{p} M', \end{aligned}$$

wobei die tatsächlichen Maschinenangaben mit Überstrich bezeichnet sind. Zwecks Umrechnung des Trägheitsmomentes ist vorerst die Bewegungsgleichung mit den tatsächlichen Maschinendaten aufzuschreiben:

$$\Theta' \frac{d\omega'}{dt} = M' - M'_{\text{mech.}}$$

Nach Einführung der umgerechneten Werte erhalten wir:

$$\Theta' \frac{1}{p^2} \frac{d\omega}{dt} = M - M_{\text{mech.}}$$

Das umgerechnete Trägheitsmoment wird daher:

$$\Theta = \Theta' \frac{1}{p^2}.$$

Zur Charakterisierung des Trägheitsmomentes ist es in der Praxis üblich, den Begriff der Trägheitskonstante (H) einzuführen. Wie wir im Abschnitt 6.3 gesehen haben, ist H jene Zeit, in der das Nennmoment, wenn es völlig für die Massenbeschleunigung aufgebracht wird, den Läufer aus dem Ruhezustand auf die synchrone Winkelgeschwindigkeit bringt. In diesem Fall beträgt die Winkelbeschleunigung:

$$\varepsilon = \frac{M_n}{\Theta},$$

die Trägheitskonstante ist also:

$$H = \frac{\omega_1}{\varepsilon} = \frac{\Theta \omega_1}{M_n}.$$

Wird die Nenndrehzahl der Maschine näherungsweise mit der synchronen

Drehzahl als gleichgroß betrachtet, ergibt sich

$$H = \frac{\Theta \omega_1}{M_n} \frac{\omega_1}{\omega_1} = \frac{\Theta \omega_1^2}{P_n}$$

H ist daher das Doppelte jener Zeit, in der die Nennleistung mit der kinetischen Energie des Läufers $\Theta \omega_1^2/2$ die gleiche Arbeit leistet.

Es sei bemerkt, daß bei Synchronmaschinen die Trägheitskonstante gewöhnlich auf das, aus der Nennscheinleistung berechnete fiktive Moment bezogen wird. Manchmal wird H auch bei den Asynchronmotoren ebenso bewertet. Orientierungsweise sollen hier für Asynchronmotoren üblicher Bauart die Werte von H angegeben werden: bei Maschinen mit Nennleistung von 1 kW $H = 0,1 - 0,2$ sec, bei Maschinen mit Nennleistung von 100 kW $H = 0,5 - 1$ sec; die größere Zeitangabe bezieht sich eher auf zweipolige Maschinen. Obige H -Werte enthalten nur das Trägheitsmoment des Motors, sie sind noch dem Trägheitsmoment der angetriebenen Massen entsprechend zu erhöhen.

In Motor-Preislisten ist gewöhnlich das Schwungmoment, GD^2 angegeben; in diesem Fall ist

$$H = 2,74 \frac{GD^2}{P_n} \left(\frac{n_1}{1000} \right)^2 \text{ sec,}$$

wo GD^2 in kgm^2 , P_n in kW und n_1 in 1/Min einzusetzen sind.

Die Leistungen, Ströme, Spannungen, Spulenflüsse und Schlüpfе stimmen mit den entsprechenden Daten der tatsächlichen Maschine überein.

Da die transienten Vorgänge vom stationären Zustand ausgehen oder mit diesem enden, beginnen wir die Untersuchungen bei diesem bekannten Betriebszustand. Das ist um so wichtiger, da die Spulenflüsse unter normalen Betriebsverhältnissen gewöhnlich nicht bestimmt werden, die transienten Vorgänge aber sich durch die Kenntnis der Flüsse oft leichter überblicken lassen.

11. DER STATIONÄRE BETRIEB

Unter normalen Betriebsverhältnissen ist die an die Ständerwicklung gelegte Spannung eine dreiphasige, symmetrische, mitlaufende Sinusspannung. Ihre Höchstwerte in den drei Phasen sind gleich groß, der Phasenwinkel beträgt 120° , die Phasenreihenfolge ist a, b, c und die Frequenz konstant. Der aus den drei Spannungen gebildete Vektor \mathbf{u}_s hat in diesem Fall eine konstante Größe und läuft gegenüber dem Ständer, d. h. dem ruhenden Koordinatensystem mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit $\omega_1 = 2\pi f_1$ im positiven Sinne (gegen Uhrzeigersinn). Ist die Spannung der Phase a gleich $u_{sa} = U_{\max} \cos(\omega_1 t + \varphi_a)$, so ergibt sich — wie schon im Kapitel 2 gezeigt — für den aus den drei Spannungen gebildeten Vektor: $\mathbf{u}_s = U_{\max} e^{j\varphi_a} e^{j\omega_1 t}$; dieser stimmt also mit dem bekannten komplexen Zeitvektor der Spannung für die Phase a überein. Im synchron mitlaufenden Koordinatensystem ($\omega_k = \omega_1$) ist der Vektor \mathbf{u}_s konstant: $\mathbf{u}_s = \mathbf{U}_s = U_{\max} e^{j\varphi_a}$. Die Schleifringe der Maschine sind unter normalen Betriebsverhältnissen kurzgeschlossen, also $\mathbf{u}_r = 0$.

Die Drehzahl der Maschine und die ihr entsprechende elektrische Winkelgeschwindigkeit ω haben einen konstanten Wert; die Abweichung von der synchronen Winkelgeschwindigkeit läßt sich mit dem Schlupf kennzeichnen:

$$s = \frac{\omega_1 - \omega}{\omega_1}.$$

Im Ständer fließen mitlaufende Dreiphasenströme der Frequenz f_1 , ihr Vektor \mathbf{i}_s dreht sich also gegenüber dem Ständer mit synchroner Winkelgeschwindigkeit, gegenüber einem synchron mitlaufenden Koordinatensystem steht er dagegen still. Die Frequenz der Läuferströme beträgt $f_r = sf_1$, ihr Vektor \mathbf{i}_r dreht sich gegenüber dem Läufer mit der Winkelgeschwindigkeit $s\omega_1$. Da sich auch der Läufer dreht, und zwar mit der Winkelgeschwindigkeit $(1 - s)\omega_1$, läuft \mathbf{i}_r im ruhenden Koordinatensystem mit der synchronen Winkelgeschwindigkeit $(1 - s)\omega_1 + s\omega_1 = \omega_1$, während er im synchron mitlaufenden Koordinatensystem ebenfalls stillsteht. Beim normalen stationären symmetrischen Betriebszustand stehen also im synchron mitlaufenden Koordinatensystem alle Spannungs-, Strom- und Flußvektoren still und haben einen konstanten Wert.

Wir schreiben nun die Spannungsgleichungen der Maschine im synchron mitlaufenden Koordinatensystem an. Wegen $\omega_k = \omega_1$ und $\frac{d\psi_s}{dt} = 0, \frac{d\psi_r}{dt} = 0$, vereinfachen sich die Gleichungen (10.1) und (10.2) zur folgenden Form:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_s &= \mathbf{I}_s R_s + j\omega_1 \Psi_s, \\ 0 &= \mathbf{I}_r R_r + j\omega_1 s \Psi_r \end{aligned} \quad (11.1)$$

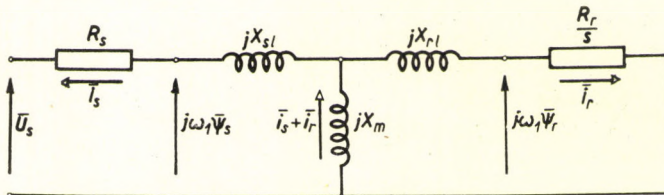


Abb. 11.1. Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine für stationären Normalbetrieb

bzw. wenn man die zweite Gleichung mit s dividiert:

$$0 = \mathbf{I}_r \frac{R_r}{s} + j\omega_1 \Psi_r. \quad (11.2)$$

Der Zusammenhang zwischen den Flüssen und Strömen wird ausgedrückt durch:

$$\begin{aligned} \Psi_s &= L_s \mathbf{I}_s + L_m \mathbf{I}_r = L_{sl} \mathbf{I}_s + L_m (\mathbf{I}_s + \mathbf{I}_r), \\ \Psi_r &= L_m \mathbf{I}_s + L_r \mathbf{I}_r = L_{rl} \mathbf{I}_r + L_m (\mathbf{I}_s + \mathbf{I}_r). \end{aligned}$$

Hierbei bedeutet $L_m(\mathbf{I}_s + \mathbf{I}_r) = \Psi_m$ den Hauptspulenfluß. Durch Einsetzen dieser Ausdrücke in (11.1) und (11.2) und Einführung der mit der synchronen Winkelgeschwindigkeit ω_1 berechneten Reaktanz der Induktivitäten erhält man:

$$\mathbf{U}_s = \mathbf{I}_s R_s + jX_{sl} \mathbf{I}_s + jX_m (\mathbf{I}_s + \mathbf{I}_r), \quad (11.3)$$

$$0 = \mathbf{I}_r \frac{R_r}{s} + jX_{rl} \mathbf{I}_r + jX_m (\mathbf{I}_s + \mathbf{I}_r). \quad (11.4)$$

Hier stellt $jX_m(\mathbf{I}_s + \mathbf{I}_r) = \mathbf{U}_i$ die durch den Hauptfluß induzierte innere Spannung dar. Auf Grund dieser Gleichungen sind vier imstande, das bekannte, im Normalbetrieb gültige Ersatzschaltbild der Asynchronmaschinen zu zeichnen (Abb. 11.1). Aus der Beziehung (11.1) erkennt man, daß die Spannung $\mathbf{U}_s - \mathbf{I}_s R_s$ gleich $j\omega_1 \Psi_s$ (s. Abb. 11.1) und folglich dem Fluß Ψ_s proportional ist. Der Beziehung entnimmt man auch: $j\omega_1 \Psi_r = -\mathbf{I}_r \frac{R_r}{s}$, wie aus dem Schaltbild der Abb. 11.1 zu erkennen ist.

Will man die Spannungsgleichungen der Maschine mit Hilfe der Flüsse angeben, so gewinnt man im stationären Zustand im synchron mitlaufenden Koordinatensystem aus den Formeln (10.9):

$$\mathbf{U}_s = \left(\frac{R_s}{L'_s} + j\omega_1 \right) \Psi_s - k_r \frac{R_s}{L'_s} \Psi_r, \quad (11.5)$$

$$0 = -k_s \frac{R_r}{L_r} \Psi_s + \left(\frac{R_r}{L'_r} + js\omega_1 \right) \Psi_r. \quad (11.6)$$

Um die Bestimmung der Flüsse, Ströme und des Drehmomentes zu vereinfachen, vernachlässigen wir zunächst den Wirkwiderstand des Ständers, setzen also $R_s = 0$. In diesem Fall ergibt sich aus (11.5):

$$\Psi_s = \frac{\mathbf{U}_s}{j\omega_1}. \quad (11.7)$$

Ψ_s ist also vom Schlupf unabhängig. Ψ_r läßt sich aus (11.6) berechnen:

$$\Psi_r = k_s \frac{\mathbf{U}_s}{j\omega_1} \frac{\frac{R_r}{L'_r}}{\frac{R_r}{L'_r} + js\omega_1}. \quad (11.8)$$

Man dividiert nun Zähler und Nenner des zweiten Bruches mit ω_1 ; $\frac{R_r}{L'_r \omega_1} = \frac{R_r}{X'_r}$ ist der Kippschlupf s_K der Asynchronmaschine, nachdem der Ständerwirkwiderstand gleich Null angesetzt war. Deshalb kann man (11.8) auch in folgender Form schreiben:

$$\Psi_r = k_s \frac{\mathbf{U}_s}{j\omega_1} \frac{s_K}{s_K + js}. \quad (11.8a)$$

Dank der Kenntnis von Ψ_s und Ψ_r läßt sich das Drehmoment bereits berechnen; nach (10.11) ergibt sich:

$$M = \frac{3}{2} k_s \frac{1}{L'_r} \Psi_r \times \Psi_s = \frac{3}{2} k_s \frac{1}{L'_r} \operatorname{Re} \{ j \hat{\Psi}_s \Psi_r \}.$$

Ψ_s und Ψ_r stellen konstante Vektoren dar, folglich ist auch der Momentanwert des Drehmomentes konstant:

$$M = \frac{3}{2} k_s \frac{1}{L'_r} \operatorname{Re} \left\{ j \frac{\hat{\mathbf{U}}_s}{-j\omega_1} k_s \frac{\mathbf{U}_s}{j\omega_1} \frac{s_K}{s_K + js} \right\}.$$

Da $\hat{\mathbf{U}}_s \mathbf{U}_s = U_s^2$ eine reelle Zahl ist, darf man sie herausheben:

$$M = \frac{1}{\omega_1} \frac{3}{2} k_s^2 \frac{U_s^2}{X_r'} \operatorname{Re} \left\{ \frac{s_K}{s_K + js} \right\}.$$

Oder in reeller Form:

$$M = \frac{1}{\omega_1} \frac{3}{2} k_s^2 \frac{U_s^2}{X_r'} \frac{ss_K}{s_K^2 + s^2}. \quad (11.9)$$

Das größte Drehmoment tritt im Falle $s = s_K$ auf, das Kippmoment ist also:

$$M_K = \frac{1}{\omega_1} \frac{3}{2} k_s^2 \frac{U_s^2}{2X_r'}. \quad (11.10)$$

Durch Division der beiden letzten Gleichungen erhält man:

$$\frac{M}{M_K} = \frac{2ss_K}{s_K^2 + s^2} = \frac{2}{\frac{s_K}{s} + \frac{s}{s_K}}. \quad (11.11)$$

In Kenntnis der Flüsse kann man die Ströme auf Grund der Beziehungen (10.7) und (10.8) mit folgendem Ergebnis berechnen:

$$\mathbf{I}_s = \frac{\mathbf{U}_s}{jX_s'} \frac{\sigma s_K + js}{s_K + js}, \quad (11.12)$$

$$\mathbf{I}_r = k_s \frac{\mathbf{U}_s}{jX_r'} \frac{-js}{s_K + js} = k_r \frac{\mathbf{U}_s}{jX_s'} \frac{-js}{s_K + js}. \quad (11.13)$$

Der Magnetisierungsstrom ist:

$$\mathbf{I}_m = \mathbf{I}_s + \mathbf{I}_r = \frac{\mathbf{U}_s}{jX_s'} \frac{s_K + js \frac{1 - k_r}{\sigma}}{s_K + js}, \quad (11.14)$$

wobei

$$\frac{1 - k_r}{\sigma} = \frac{(1 - k_r) L_r}{\sigma L_r} = \frac{L_{rl}}{L_r} \approx \frac{L_{rl}}{L_{rl} + L_{\sigma l}} \approx \frac{1}{2}.$$

Wir wollen nun die Betriebskennwerte der Maschine unter Berücksichtigung des Ständerwirkwiderstandes bestimmen. Die Formeln werden durch

Einführung der Verhältniszahl $s_K = R_r/\omega_1 L'_r$ sehr vereinfacht. Zwecks weiterer Vereinfachungen führen wir noch zur Charakterisierung des Ständerwiderstandes folgende Bezeichnung ein:

$$s_{K_s} = \frac{R_s}{\omega_1 L'_s}.$$

Hier bedeutet s_{K_s} den Näherungswert des Kippschlupfes, falls die Asynchronmaschine vom Läufer gespeist und der Ständer kurzgeschlossen wird. Durch Einsetzen dieser Ausdrücke in die Formeln (10.9) und (10.10) gewinnt man die allgemeinen Spannungsgleichungen der Maschine im mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega_k = \omega_1$ synchron umlaufenden Koordinatensystem:

$$\mathbf{u}_s = \frac{d\psi_s}{dt} + \omega_1 (s_{K_s} + j) \psi_s - k_r \omega_1 s_{K_s} \psi'_r, \quad (11.15)$$

$$\mathbf{u}_r = \frac{d\psi_r}{dt} - k_s \omega_1 s_K \psi_s + \omega_1 (s_K + js) \psi_r. \quad (11.16)$$

Im stationären Betrieb ist $\mathbf{u}_s = \mathbf{U}_s$, $\mathbf{u}_r = 0$, $\psi_s = \Psi_s$, $\psi_r = \Psi_r$ und $\frac{d\psi_s}{dt} = \frac{d\psi_r}{dt} = 0$. Die Lösung dieses Gleichungssystems lautet unter Berücksichtigung von $1 - k_r k_s = \sigma$ folgendermaßen:

$$\Psi_s = \frac{\mathbf{U}_s}{j\omega_1} \frac{s_K + js}{(s_K + ss_{K_s}) + j(s - \sigma s_{K_s} s_K)}, \quad (11.17)$$

$$\Psi_r = \frac{\mathbf{U}_s}{j\omega_1} \frac{k_s s_K}{(s_K + ss_{K_s}) + j(s - \sigma s_{K_s} s_K)}. \quad (11.18)$$

Für die Ströme erhält man auf Grund von (10.7) und (10.8):

$$\mathbf{I}_s = \frac{\mathbf{U}_s}{jX'_s} \frac{\sigma s_K + js}{(s_K + ss_{K_s}) + j(s - \sigma s_{K_s} s_K)}. \quad (11.19)$$

$\frac{\mathbf{U}_s}{X_s}$ ist mit guter Näherung gleich der Summe von Kreisdiagrammdurchmesser und Leerlaufstrom.

$$\mathbf{I}_r = \frac{\mathbf{U}_s}{jX'_r} \frac{-k_s js}{(s_K + ss_{K_s}) + j(s - \sigma s_{K_s} s_K)}, \quad (11.20)$$

$$\mathbf{I}_m = \frac{\mathbf{U}_s}{jX_s} \frac{s_K + js \frac{1 - k_r}{\sigma}}{(s_K + ss_{K_s}) + j(s - \sigma s_{K_s} s_K)}. \quad (11.21)$$

Das Drehmoment ergibt sich auf Grund von (10.13), (11.17) und (11.18) zu:

$$M = \frac{3}{2} k_s \frac{1}{L'_r} \Psi_r \times \Psi_s = \frac{3}{2} k_s \frac{1}{L'_r} \operatorname{Re} \{ j \dot{\Psi}_s \Psi_r \} =$$

$$= \frac{1}{\omega_1} \frac{3}{2} k_s^2 \frac{U_s^2}{X'_r} \frac{ss_K}{(s_K + ss_{Ks})^2 + (s - \sigma s_{Ks} s_K)^2}. \quad (11.22)$$

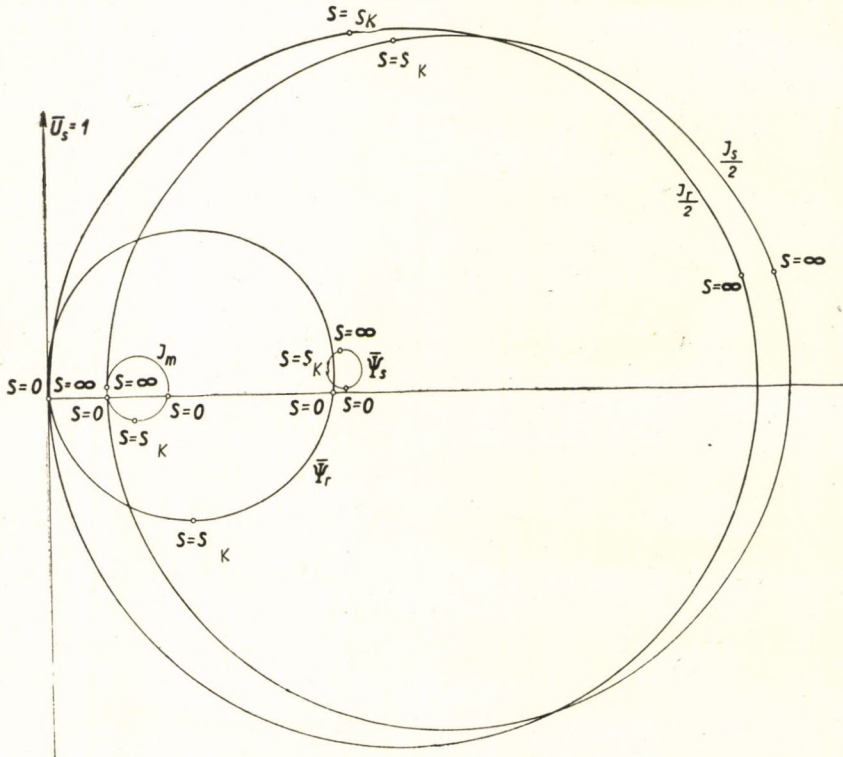


Abb. 11.2. Kreisdiagramme der Vektoren Ψ_s , Ψ_r , I_s , I_r , I_m

Man darf nicht vergessen, daß mit s_K der Kippschlupf der Maschine ohne Ständerwirkwiderstand bezeichnet wurde. Ist jedoch $R_s \neq 0$, so weicht der genaue Wert s_{Kg} des Kippschlupfes von s_K ab. Zwecks Bestimmung des genauen Kippschlupfes führen wir im Nenner der Drehmomentformel (11.22) die angedeuteten Operationen durch, ordnen nach den Potenzen von s und dividieren dann Zähler und Nenner durch ss_K :

$$M = \frac{1}{\omega_1} \frac{3}{2} k_s^2 \frac{U_s^2}{X'_r} \frac{1}{\frac{s}{s_K} (1 + s_{Ks}^2) + 2s_{Ks} (1 - \sigma) + \frac{s_K}{s} (1 + \sigma s_{Ks}^2)}. \quad (11.23)$$

Das Drehmoment hat an der gleichen Stelle einen Extremwert wie der Nenner. Durch Ausrechnung des Differentialquotienten läßt sich beweisen, daß dies bei jenem Schlupf $s = s_{Kg}$ der Fall ist, bei dem die beiden $\frac{s}{s_K}$ und $\frac{s_K}{s}$ enthaltenden Glieder einander gleich sind. Daher ist der genaue Wert des Kippschlupfes:

$$s_{Kg} = s_K \sqrt{\frac{1 + \sigma^2 s_{Ks}^2}{1 + s_{Ks}^2}} \approx \frac{s_K}{\sqrt{1 + s_{Ks}^2}}.$$

Für Maschinen mittlerer Leistung kann man annehmen: $s_{Ks} = 0,15$ und $\sigma = 0,08$, man erhält $s_{Kg} = 0,99 s_K$, der genaue Wert des Kippschlupfes ergibt sich also unter Berücksichtigung des Ständerwirkwiderstandes um etwa 1% niedriger.

Das Kippmoment erhalten wir durch die Substitution von $s = s_{Kg}$ in Formel (11.23):

$$M_K = \frac{1}{\omega_1} \frac{3}{2} k_s^2 \frac{U_s^2}{2X_r' \pm \sqrt{(1 + \sigma^2 s_{Ks}^2)(1 + s_{Ks}^2)} + s_{Ks}(1 - \sigma)}. \quad (11.24)$$

Das positive Vorzeichen bezieht sich auf den Motor-, das negative auf den Generatorbetrieb. Das Drehmoment läßt sich durch das Kippmoment ausdrücken, indem man die Gleichung (11.23) durch die Gleichung (11.24) dividiert:

$$\frac{M}{M_K} = \frac{2(1 + a)}{\frac{s}{s_{Kg}} + \frac{s_{Kg}}{s} + 2a}, \quad (11.25)$$

wobei

$$a = \frac{s_{Ks}(1 - \sigma)}{\sqrt{(1 + \sigma^2 s_{Ks}^2)(1 + s_{Ks}^2)}}. \quad (11.25a)$$

Die Flüsse und Ströme hängen von s nach linear gebrochenen Funktionen [Gleichungen (11.17) bis (11.21)] ab und der Endpunkt ihrer Vektoren beschreibt daher bei Änderung von s Kreise. In Abb. 11.2 sind die Kreisdiagramme der Vektoren Ψ_s , Ψ_r , \mathbf{I}_s , \mathbf{I}_r und $\mathbf{I}_s + \mathbf{I}_r = \mathbf{I}_m$ dargestellt. In diesen Diagrammen sind die Vektoren in relativen Einheiten angegeben. Die Längen dieser Vektoren sind der Verhältniszahl zwischen den tatsächlichen Vektorgrößen und dem zugrundegelegten Nennwert gleich. Die Bezugsspannung ist die Nennphasenspannung U_n , der Bezugsstrom der Nennphasenstrom I_n , und der Bezugsspulenfluß $\Psi_n = \frac{U_n}{\omega_1}$. Die Kennwerte der Maschine, auf die sich die Abb. 11.2 bezieht, lauten ebenfalls in relativen Einheiten (die Bezugsimpedanz ist $\frac{U_n}{I_n}$):

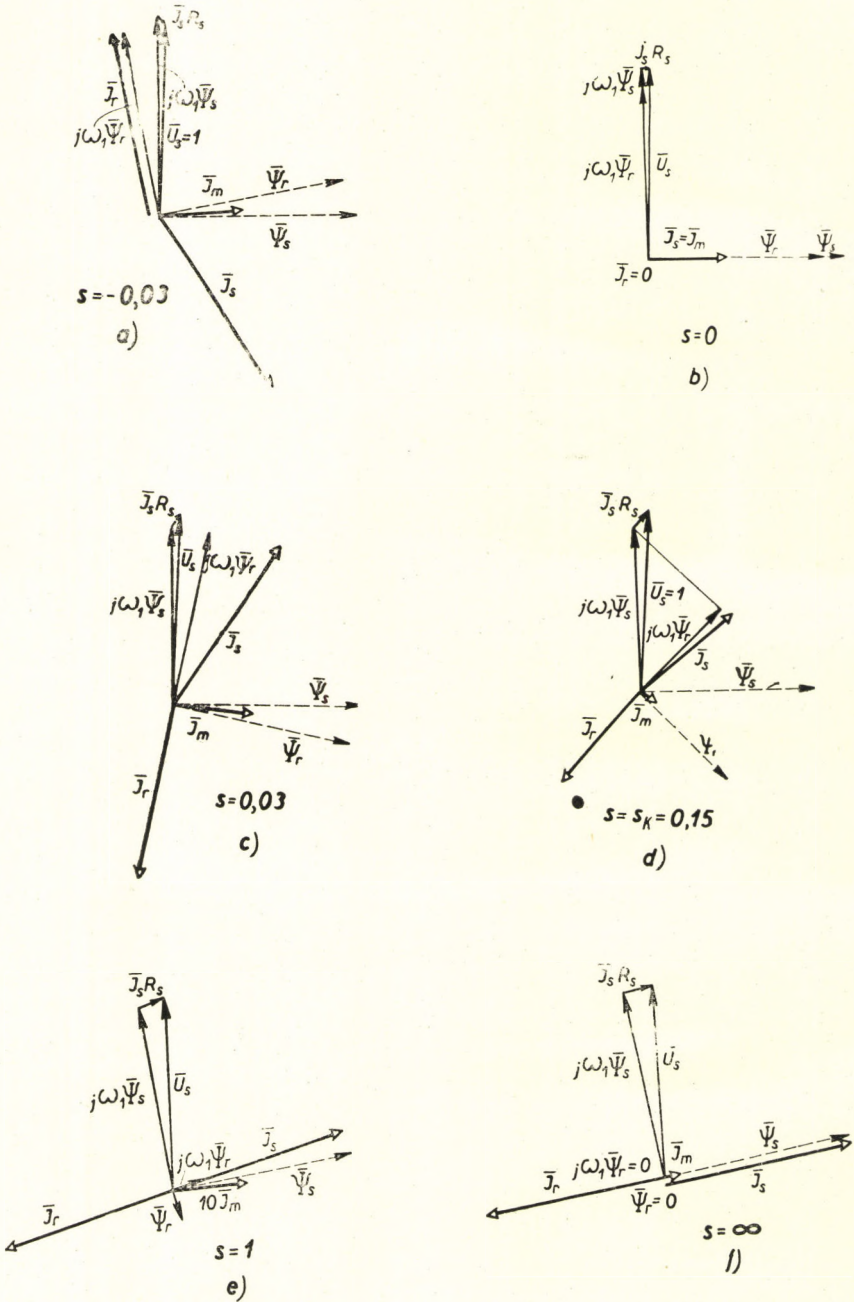


Abb. 11.3. Vektordiagramme der Asynchronmaschine im stationären Betriebszustand mit verschiedenen Drehzahlen

$$U_n = 1, R_s = R_r = 0,03, X_s = X_r = 2,5, X'_s = X'_r = 0,2,$$

$$\sigma = \frac{X'_s}{X_s} = 0,08, k_s = k_r = \sqrt{1 - \sigma} = 0,9592,$$

$$X_{sl} = X_{rl} = (1 - k_s) X_s = 0,102, X_m = 2,398,$$

$$s_K = s_{Ks} = \frac{R_r}{X'_r} = 0,15.$$

Obige Kennwerte beziehen sich auf Asynchronmotoren der Leistung von ungefähr 10—20 kW.

In Abb. 11.3 sind die Vektordiagramme des Asynchronmotors für verschiedene Werte des Schlupfes wiedergegeben.

12. AUSSCHALTEN DER ASYNCHRONMASCHINE

Beim Ausschalten der Asynchronmaschinen oder Durchschmelzen der Sicherungen fällt der Wert der drei Ständerströme plötzlich auf Null. Wegen Änderung der Erregung verändert sich auch der mit dem Ständer verkettete Fluß, wodurch im Ständer eine Spannung induziert wird. Diese ist um so größer, je schneller die Unterbrechung erfolgt. Die Vorgänge lassen sich jedoch nicht genau verfolgen, weil die Eigenschaften des zwischen den Kontaktteilen entstehenden Bogens nicht genügend in Betracht gezogen werden können. Erfolgt die Unterbrechung sehr schnell, dann lassen sich einige orientierende Angaben ziemlich leicht bestimmen. Deshalb nehmen wir im weiteren an, daß die Unterbrechung sehr schnell vor sich geht wie z. B. bei solchen Hochspannungsmotoren, die mit einem Druckluftschalter zu- und abgeschaltet werden.

Nach Trennung der Kontakte im Schalter wird die Spannung \mathbf{u}_s der Ständerwicklung der Maschine von der Netzspannung \mathbf{u}_N abweichen. Wenn wir aus den Phasenspannungen der drei Schaltlichtbögen den Spannungsvektor \mathbf{u}_b bilden, haben wir (Abb. 12.1):

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{u}_N - \mathbf{u}_b.$$

Zwecks Abschätzung der während der Unterbrechung auftretenden Überspannungen, schreiben wir die Spannungsgleichung des Ständers im ruhenden Koordinatensystem auf:

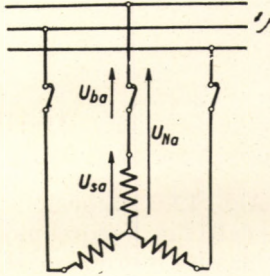
$$\mathbf{u}_s = \mathbf{i}_s R_s + \frac{d\psi_s}{dt}.$$

Als Beginn der Zeitählung, $t = 0$ wählen wir den Anfang des Unterbrechungsvorganges; am Ende der Unterbrechung soll $t = t_1$ sein. Integrieren wir nun die obige Gleichung nach t über die Dauer der Unterbrechung:

$$\int_0^{t_1} \mathbf{u}_s dt = R_s \int_0^{t_1} \mathbf{i}_s dt + \Psi_{s1} - \Psi_{s0}.$$

Hierbei bedeutet Ψ_{s0} den Wicklungsfluß vor, Ψ_{s1} nach der Unterbrechung.

Der Wirkwiderstand des Ständers ist gering und der Ohmsche Spannungsabfall kann im Vergleich mit der Spannung u_s während der Unterbrechung vernachlässigt werden; demzufolge darf man das erste Glied auf der rechten Seite der Gleichung weglassen. Während der Unterbrechung beträgt also der Mittelwert der Spannung:



$$u_{smit} = \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} u_s dt = \frac{\Psi_{s1} - \Psi_{s0}}{t_1} \quad (12.1)$$

Über die Änderung des Ständerflusses lassen sich aus der Spannungsgleichung des Läufers Schlüsse ziehen. Im mit dem Läufer umlaufenden Koordinatensystem hat man:

$$u_r = 0 = i_r R_r + \frac{d\psi_r}{dt} \quad (12.2)$$



Abb. 12.1. Zwischen den Schalterkontakten auftretende Lichtbogenspannungen

Durch Integration von 0 bis t_1 entsteht:

$$0 = R_r \int_0^{t_1} i_r dt + \Psi_{r1} - \Psi_{r0}$$

Da einerseits der Läuferwiderstand gering ist, andererseits die Unterbrechung nach Annahme schnell erfolgt, das Integral also auf eine sehr kurze Zeitspanne zu erstrecken ist, darf man das erste Glied auf der rechten Seite vernachlässigen und schreiben:

$$0 = \Psi_{r1} - \Psi_{r0}$$

oder

$$\Psi_{r1} = \Psi_{r0}$$

Der Fluß des Läufers muß also konstant bleiben. Die veränderliche Erregung des Ständerstromes erzeugt also einen solchen Läuferstrom, daß der Gesamtfluß des Läufers konstant bleibt. Die Flüsse unmittelbar vor der Unterbrechung sind von dem vorausgehenden stationären Zustand her bekannt; im mitlaufenden Koordinatensystem ergeben sie sich zu:

$$\Psi_{s0} = L_s I_{s0} + L_m I_{r0}$$

$$\Psi_{r0} = L_m I_{s0} + L_r I_{r0}$$

Nach Beendigung der Unterbrechung ist der Ständerstrom i_s gleich Null, also

$$\Psi_{s1} = L_m I_{r1}$$

$$\Psi_{r1} = L_r I_{r1}$$

Aus diesen beiden Gleichungen gewinnt man:

$$\Psi_{s1} = \Psi_{r1} \frac{L_m}{L_r},$$

und da der Läuferfluß unverändert bleibt:

$$\Psi_{s1} = \Psi_{r0} \frac{L_m}{L_r} = \Psi_{r0} k_r. \quad (12.3)$$

Die Flüsse vor und nach der Unterbrechung sind in Abb. 12.2 dargestellt. Es wird eine so schnelle Unterbrechung angenommen, daß die Verdrehung des Läufers während der Unterbrechungsdauer vernachlässigt werden darf. Ψ_{s1} und Ψ_{s0} bestimmen die Änderung des Ständerflusses.

Die Änderung des Ständerflusses kann auch auf eine andere Weise bestimmt werden. Indem man den Strom auf Grund der Konstanz des Läuferflusses ausdrückt:

$$\begin{aligned} L_m \mathbf{I}_{s0} + L_r \mathbf{I}_{r0} &= L_r \mathbf{I}_{r1}, \\ \mathbf{I}_{r1} &= \mathbf{I}_{r0} + \frac{L_m}{L_r} \mathbf{I}_{s0}, \end{aligned} \quad (12.4)$$

und in die Formeln für Ψ_{s1} und Ψ_{s0} einsetzt, ergibt sich:

$$\Psi_{s1} - \Psi_{s0} = L_m \mathbf{I}_{r0} + \frac{L_m^2}{L_r} \mathbf{I}_{s0} - L_s \mathbf{I}_{s0} - L_m \mathbf{I}_{r0} = - \left(L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) \mathbf{I}_{s0}.$$

Wegen $L_s - \frac{L_m^2}{L_r} = L'_s$ ergibt sich die transiente Induktivität des Ständers zu:

$$\Psi_{s1} - \Psi_{s0} = - L'_s \mathbf{I}_{s0}. \quad (12.5)$$

Durch Einsetzen dieses Resultats in (12.1) gewinnt man den Spannungsmittelwert der Ständerwicklungen während der Unterbrechung

$$\mathbf{u}_{s \text{ mit}} = \frac{\Psi_{s1} - \Psi_{s0}}{t_1} = - \frac{\mathbf{I}_{s0} L'_s}{t_1} = - \frac{\mathbf{I}_{s0} X'_s}{\omega_1 t_1}. \quad (12.6)$$

Hier bedeutet $\omega_1 t_1 = \varphi_1$ die in Radianen ausgedrückte Unterbrechungsdauer. Einer Periode der Netzspannung entsprechen 2π . Erfolgt die Unterbrechung während 1/12 der vollen Periodendauer, so ist $\varphi_1 = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$ und die mittlere Spannung beträgt $\mathbf{u}_{s \text{ mit}} = - 1,9 \mathbf{I}_{s0} X'_s$. Der Spannungsabfall, der

auf der Reaktanz X'_s vor der Unterbrechung auftritt, hat dann einen großen Wert, wenn auch die Stromstärke hoch ist. Wenn ein im Stillstand eingeschalteter Kurzschlußmotor beim Anlassen z. B. infolge der übergroßen mechanischen Belastung nicht anlaufen kann, dann ist der Strom I_{s0} vor der Unterbrechung des Ständerkreises gleich dem Kurzschlußstrom und da für den Kurzschlußstrom gerade X'_s den wesentlichen Teil der Impedanz ausmacht, kommt die Spannung $I_{s0} X'_s$ dem Wert der Netzennspannung nahe. Im obigen Fall kann also der Mittelwert der während der Unterbrechung auftretenden Spannung beinahe das Doppelte der Nennspannung erreichen. Der Höchstwert der Spannung übertrifft diesen Mittelwert noch erheblich. Die Höchstspannung wird von der Kennlinie des Ausschaltlichtbogens und den Teilkapazitäten der Wicklungen bestimmt, doch sind diese durch Berechnungen schwieriger zu verfolgen. Auf die steilen Spannungspitzen üben die Wirbelströme, selbst wenn der Eisenkern geblecht ist, eine dämpfende Wirkung aus.

Der Wert von Formel (12.6) wird auch noch dadurch herabgesetzt, daß die Unterbrechungsdauer nicht genau in Betracht gezogen werden kann, d. h. diese Zeitspanne kann auch länger ausfallen, in welchem Fall die zur Ableitung der Formel herangezogenen Voraussetzungen ihre Gültigkeit nicht mehr behalten. So z. B. unterbrechen immerhin die Schalterpole beim Nulldurchgang des Stromes, was zur Folge hat, daß der Strom in einer Phase um etwa eine Viertelperiode früher erlischt als in den beiden anderen, die Unterbrechungsdauer umfaßt also mindestens eine Viertelperiode. Die Dauer der Unterbrechung wird auch von der Stromstärke beeinflußt. Die Druckluftschalter z. B. unterbrechen die kleineren Ströme viel schneller als die größeren und obwohl in diesem Fall die Flußänderung geringer ist, können doch größere Überspannungen entstehen.

Gleichung (12.5) zeigt in Übereinstimmung mit den Ausführungen bezüglich der Synchronmaschinen, daß bei schnellen Änderungen die ausschlaggebende Induktivität der Maschine die transiente Induktivität L'_s ist. Da der Läuferfluß während der schnellen Änderungen konstant bleiben muß, kann sich der Hauptfluß nur in dem Maße ändern, wie sich der Streufluß des Läufers ändert. Deshalb kann zur Streuinduktivität des Ständers über das Hauptfeld höchstens ein der Streuung des Läufers entsprechender Anteil dazukommen.

$$L'_s = L_{sl} + L_{rl} \frac{L_m}{L_m + L_{rl}} = L_{sl} + L_{rl} k_r.$$

Bei Synchronmaschinen darf man aber die Unveränderlichkeit des Läuferflusses für eine längere Zeit (ungefähr 0,1 sec) annehmen, während sie bei Asynchronmotoren im allgemeinen nur einen Bruchteil einer Periodenzeit andauert, weil der Läuferwiderstand der Asynchronmaschinen verhältnismäßig viel größer ist.

Das oben über Flußänderung und Spannungsmittelwert Gesagte gilt selbstverständlich nur, wenn der Läufer kurzgeschlossen ist. Bei oberflächlicher Betrachtung könnte man bezüglich des Ausschaltens von Schleifringläufer-Asynchronmotoren zur Schlußfolgerung kommen, daß die Ausschaltvorgänge sich günstiger gestalten, wenn man zuerst den Läuferstromkreis

unterbricht, da im Ständer dann nur noch der Leerlaufstrom fließt und dieser leichter zu unterbrechen ist. In Wirklichkeit treten auf diese Weise größere Überspannungen auf, weil der Ständerfluß am Ende der Unterbrechung völlig verschwindet. In Anbetracht dessen, daß der durch den Leerlaufstrom am Ständerwirkwiderstand hervorgerufene Spannungsabfall vernachlässigt werden kann, ist vor der Unterbrechung im Ständer des an die Nennspannung U_n gelegten Motors der Wicklungsfluß

$$\Psi_{s0} = \frac{U_n}{j\omega_1}$$

vorhanden. Da nach der Unterbrechung weder im Ständer noch im Läufer Strom fließen kann, ist

$$\Psi_{s1} = 0.$$

Während der Unterbrechung beträgt also die mittlere Ständerspannung nach (12.1):

$$U_{s\text{mit}} = \frac{\Psi_{s1} - \Psi_{s0}}{t_1} = - \frac{U_n}{j\omega_1 t_1}. \quad (12.7)$$

Diese Formel gilt beim offenen Läuferstromkreis. Durch Vergleich mit Formel (12.6) für den geschlossenen Läuferkreis kann man feststellen, daß im Motor mit offenem Läuferkreis größere Überspannungen induziert werden, weil der durch den Ständerstrom verursachte Spannungsabfall auf der Reaktanz X'_s immerhin kleiner als die Netzspannung U_n ist. Bei der Nennbelastung beträgt z. B. $I_{s0} X'_s$ etwa 20% von U_n , im Leerlauf hingegen nur etwa 8%. Man erkennt also, daß es zweckmäßiger ist, die Unterbrechung beim kurzgeschlossenen Läuferkreis zu bewerkstelligen. Widrigenfalls treten nicht nur bei der Unterbrechung des Läuferkreises Überspannungen auf, sondern sie erreichen noch höhere Werte bei der Unterbrechung des Ständerkreises. Das Einschalten eines Widerstandes in den Läuferkreis bessert nicht viel an der Lage, denn wenn das mechanische Belastungsmoment weiter wirksam bleibt, nimmt der Schlupf des Motors im allgemeinen ziemlich schnell in solchem Grade zu, daß der Ständerstrom nach einer vorübergehenden Verringerung von neuem seinen ursprünglichen Wert erreicht. Ein sehr großer Wirkwiderstand im Läuferkreis übt dagegen auf den Läuferstromverlauf während der Unterbrechung eine ungünstige Wirkung aus.

Vom Gesichtspunkt der Lebensdauer der Motorschalter spielt die während eines Ausschaltvorganges in ihnen verzehrte Energiemenge eine wichtige Rolle. Erfolgt die Unterbrechung mit sehr großer Geschwindigkeit, so darf man die an die Triebwelle abgegebene mechanische Arbeit unberücksichtigt lassen. Infolge der Änderung der Flüsse und Ströme in der Maschine verändert sich auch die im magnetischen Feld aufgespeicherte magnetische Energie, und zwar nimmt sie bei Unterbrechung ab. Diese Energiedifferenz verwandelt sich durch den Lichtbogen im Schalter in andere Energieformen, vor allem in Wärmeenergie und verursacht einen Verbrauch der Kontaktstücke und des eventuell verwendeten Öls.

Die vor der Unterbrechung in der Maschine aufgespeicherte magnetische Energie ist nach (2.85):

$$W_0 = \frac{3}{2} \frac{1}{2} [\Psi_{s0} \hat{\mathbf{I}}_{s0} + \Psi_{r0} \hat{\mathbf{I}}_{r0}].$$

Nach der Unterbrechung ist sie wegen $\hat{\mathbf{I}}_{s1} = 0$ und $\Psi_{r1} = \Psi_{r0}$:

$$W_1 = \frac{3}{2} \frac{1}{2} \Psi_{r0} \hat{\mathbf{I}}_{r1}.$$

Die Änderung der magnetischen Energie beträgt also:

$$\Delta W = W_0 - W_1 = \frac{3}{2} \frac{1}{2} [\Psi_{s0} \hat{\mathbf{I}}_{s0} + \Psi_{r0} (\hat{\mathbf{I}}_{r0} - \hat{\mathbf{I}}_{r1})].$$

Nach der Beziehung (12.4) hat man:

$$\mathbf{I}_{r0} - \mathbf{I}_{r1} = -\frac{L_m}{L_r} \mathbf{I}_{s0}.$$

Durch Anwendung dieser Formel und die Flüsse durch die Ströme ausgedrückt, erhält man:

$$\begin{aligned} \Delta W &= \frac{3}{2} \frac{1}{2} \left[(L_s \mathbf{I}_{s0} + L_m \mathbf{I}_{r0}) \hat{\mathbf{I}}_{s0} - (L_m \mathbf{I}_{s0} + L_r \mathbf{I}_{r0}) \frac{L_m}{L_r} \hat{\mathbf{I}}_{s0} \right] = \\ &= \frac{3}{2} \frac{1}{2} \left(L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) \mathbf{I}_{s0} \hat{\mathbf{I}}_{s0} = \frac{3}{2} \frac{1}{2} L_s' I_{s0}^2. \end{aligned} \quad (12.8)$$

Eine Maschine mit kurzgeschlossenem Läuferkreis kann also bei schneller Unterbrechung auch hinsichtlich der Änderung der magnetischen Energie als eine Spule mit der Induktivität L_s' je Phase aufgefaßt werden.

Wird der Ständer nach der Unterbrechung des Läuferkreises ausgeschaltet, so ist der Ständerstrom vor dem Ausschalten des Ständers gleich dem Leerlaufstrom:

$$I_{s0} = I_L,$$

und die in der Maschine angehäuften magnetische Energie ergibt sich zu:

$$\frac{3}{2} \frac{1}{2} L_s' I_L^2.$$

Da die Maschine nach vollzogenem Ausschalten stromlos ist, muß auch die

magnetische Energie verschwunden sein, die Energieänderung hat also beim offenen Läuferkreis den Wert:

$$\Delta W' = \frac{3}{2} \frac{1}{2} L_s I_L^2.$$

Die Energieänderungen in beiden Fällen verhalten sich also wie

$$\frac{\Delta W}{\Delta W'} = \frac{L_s' I_{s0}^2}{L_s I_L^2} = \sigma \frac{I_{s0}^2}{I_L^2}.$$

Den Streukoeffizienten $\sigma = 0,08$ vorausgesetzt, sind beide Energieänderungen einander gleich, wenn:

$$I_{s0} = I_L \frac{1}{\sqrt{\sigma}} \approx 3,5 I_L.$$

Da der Leerlaufstrom im allgemeinen 30—40% des Nennstromes gleichkommt, ist die Beanspruchung der Schalter vom Gesichtspunkt der zu verzehrenden Energie ungefähr die gleiche, ob wir nun den Nennbelastungsstrom beim kurzgeschlossenen Läuferkreis unterbrechen oder den Leerlaufstrom beim offenen Läuferkreis. Bei kleineren Belastungen gewährleistet der geschlossene Läuferkreis auch in dieser Hinsicht günstigere Voraussetzungen.

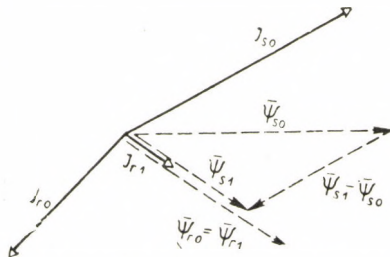


Abb. 12.2. Flußänderungen während einer schnellen Unterbrechung

In den obigen Beziehungen ist die Änderung der magnetischen Energie für die gesamte Maschine berechnet. Im Schalter ist sie auf die drei Phasen verteilt, was aber durch die Phasenlage der einzelnen Spannungen im Augenblick der Schaltung und das gleichzeitige oder nicht gleichzeitige Öffnen der einzelnen Kontakte bestimmt wird. Am ungünstigsten ist es, wenn als erste die Phase unterbrochen wird, in welcher der Strom gerade seinen Höchstwert erreicht hat. In diesem Fall fällt der Strom infolge der schnellen Unterbrechung dieser einen Phase in allen drei Phasen auf Null, und so muß die vollständige magnetische Energie von einem einzigen Pol des Schalters oder der Sicherung vernichtet werden. Das gilt jedoch nur bei einer außerordentlich schnellen Unterbrechung, in der Praxis erfolgt die Unterbrechung — die Druckluftschalter ausgenommen — gewöhnlich beim Nulldurchgang des Stromes.

Bei der experimentellen Bestimmung der Schaltzahl der Motorschutzschalter darf man den ein- und auszuschaltenden Motor nicht einfach durch eine Selbstinduktionsspule und einen Wirkwiderstand ersetzen, denn die Läuferstromkreise üben eine anders geartete Rückwirkung aus.

Wir wollen nun untersuchen, was nach Ablauf der schnellen Unterbrechung geschieht. Im Ständer fließt kein Strom, der Läuferfluß soll im

ersten Augenblick unverändert bleiben. Da unter normalen Betriebsverhältnissen die Erregungen der Ständer- und Läuferströme ungefähr gleich groß, aber entgegengesetzt waren und der Fluß ψ_r auf diese Weise entstand, kann nach einer Unterbrechung im Nennbetrieb derselbe Fluß ψ_r von einem geringeren Läuferstrom erzeugt werden, denn es gibt jetzt keine Ständerströme mehr. In Abb. 12.2 sind die Läuferströme I_{r0} und I_{r1} vor und nach der Unterbrechung dargestellt.

I_{r1} ist ein freier Strom, er wird nicht durch irgendwelche fremde Stromquelle aufrechterhalten. Seine Dämpfung wird durch die Gesamtinduktivität $L_r = L_m + L_{r1}$ und den Wirkwiderstand R_r des Läufers bestimmt, da der Ständer dabei offen ist. Die Dämpfung spielt sich nach der Leerlaufzeitkonstante des Läufers ab:

$$T_{r0} = \frac{L_r}{R_r} = \frac{X_r}{\omega_1 R_r}. \quad (12.9)$$

Da bei einer Übersetzung 1 : 1 der Wert von X_r in sehr guter Näherung der Leerlaufimpedanz des Asynchronmotors gleich ist, hat man für Maschinen üblicher Bauart in relativen Einheiten ausgedrückt $X_r \approx 2,5 - 4$ (250—400%). Der in relativen Einheiten ausgedrückte Wirkwiderstand des Läufers stimmt in sehr guter Näherung mit dem Nennschlupf überein, demnach ist $R_r \approx \approx 0,01 - 0,05$ (1—5%). Für Maschinen mit höheren Leistungen dürfte sich also der Zahlenwert der Zeitkonstante orientierungsweise zu

$$T_{r0} = \frac{4}{314 \cdot 0,01} = 1,3 \text{ sec}$$

ergeben. Es sei bemerkt, daß die den Großteil von L_r ausmachende Hauptfeldinduktivität L_m stark vom Sättigungsgrad abhängig ist. Die obigen Werte von X_r entsprechen der Sättigung des Nennbetriebes. Mit der Abnahme von Läuferstrom und Läuferfluß verschwindet auch die Sättigung der Maschine, und infolgedessen nehmen die Werte von X_r und T_{r0} zu. Aus dem geraden Anfangsabschnitt der Leerlaufkennlinie des Asynchronmotors läßt sich der ungesättigte Wert von X_r bestimmen, der im allgemeinen das Doppelte des Sättigungswertes sein mag. Deshalb wird der Läuferstrom anfangs schneller, danach aber infolge Abnahme der Sättigung nur langsamer gedämpft. In diesem Zeitabschnitt kann die Zeitkonstante sogar das Doppelte des obigen Wertes, also auch 3 sec erreichen.

Die Zeitkonstante von Motoren kleinerer Leistung ist wegen der relativ größeren Wirkwiderstände geringer. Unter Vernachlässigung der Sättigung weist die Dämpfung des Läuferstromes einen exponentiellen Charakter auf. Im mit dem Läufer mitlaufenden Koordinatensystem kann man schreiben:

$$i_r = I_{r1} e^{-\frac{t}{T_{r0}}}.$$

Die Läuferströme sind gedämpfte Gleichströme. Sie werden in den drei Phasen gleichmäßig gedämpft, wodurch die resultierende Erregung gegenüber dem

Läufer stets stillsteht. Der Ständerfluß wird im mitlaufenden Koordinatensystem:

$$\psi_s = L_m \mathbf{i}_r = L_m \mathbf{I}_{r1} e^{-\frac{t}{T_{r0}}},$$

oder unter Berücksichtigung der Beziehung (12.3):

$$\psi_s = \frac{L_m}{L_r} \Psi_{r0} e^{-\frac{t}{T_{r0}}}.$$

Der Läufer dreht sich gegenüber dem Ständer mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = (1 - s)\omega_1$, im ruhenden Koordinatensystem ist daher:

$$\psi_s = \frac{L_m}{L_r} \Psi_{r0} e^{-\frac{t}{T_{r0}}} e^{j\omega t}. \quad (12.10)$$

Die im Ständer induzierte Spannung hat den Wert:

$$\mathbf{u}_s = \frac{d\psi_s}{dt} = \frac{L_m}{L_1} \Psi_{r0} \left(-\frac{1}{T_{r0}} + j\omega \right) e^{-\frac{t}{T_{r0}}} e^{j\omega t}.$$

Durch Erweiterung mit ω_1 und unter Berücksichtigung von (12.9) entsteht folgende Formel:

$$\mathbf{u}_s = \frac{L_m}{L_r} \omega_1 \Psi_{r0} \left[-\frac{R_r}{X_r} + j(1 - s) \right] e^{-\frac{t}{T_{r0}}} e^{j\omega t}.$$

Der Wert von $\omega_1 \Psi_{r0}$ ist laut Abb. 12.3 bezüglich des vorherigen Belastungszustandes etwas niedriger als U_{s0} , bei Unterbrechung der Nennbelastung wird $\omega_1 \Psi_{r0} \approx 0,9 U_{s0}$.

Wegen $L_m/L_r \approx 0,95$ erhält man für die Amplitude der Spannung \mathbf{u}_s nach der Unterbrechung:

$$U_s \approx 0,86 U_{s0} \sqrt{\left(\frac{R_r}{X_r} \right)^2 + (1 - s)^2} e^{-\frac{t}{T_{r0}}}. \quad (12.11)$$

Daraus ersieht man, daß beim Vorhandensein eines großen Läuferwirkwiderstandes R_r auch nach der Unterbrechung eine große Spannung im Ständer induziert werden kann. Hat der in den Läuferkreis eingeschaltete Widerstand einen derart hohen Wert, daß die Wirkleistungsaufnahme des Motors etwa 1/5 der Nennleistung beträgt, so ist $R_r \approx 2 X_r$ und $U_s \approx 2U_{s0} e^{-\frac{t}{T_{r0}}}$, was ebenfalls darauf hinweist, daß die Unterbrechung beim großen Läuferwiderstand ungünstig ist. Bei einem großen Widerstand R_r kann eine hohe Spannung auftreten, jedenfalls ist auch die Dämpfung der Spannung schneller.

Nun soll die nach dem Ausschalten zurückbleibende Ständerspannung bei einem Motor mit kurzgeschlossenem Läufer untersucht werden. Dann darf in Formel (12.11) der Ausdruck R_r/X_r neben $(1 - s)$ vernachlässigt werden, und somit ist nach der Unterbrechung die Ständerspannung:

$$u_s = \frac{L_m}{L_r} j(1 - s) \omega_1 \Psi_{r0} e^{-\frac{t}{T_{r0}}} e^{j\omega (1-s)t} . \quad (12.12)$$

Die Spannung hat die Frequenz $(1 - s) f_1$ und wird entsprechend der Leerlaufzeitkonstante des Läufers gedämpft. Die Ständerspannung hat vor der

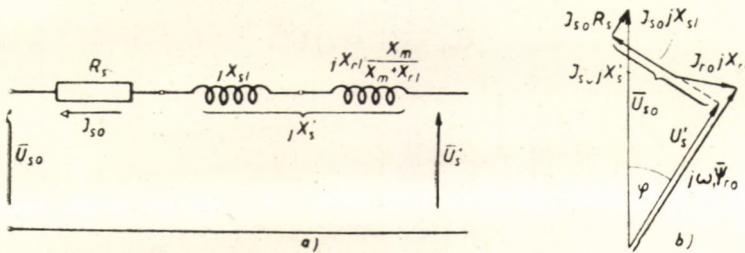


Abb. 12.3. Bestimmung der Spannung hinter der transienten Ständerreaktanz

Unterbrechung den Wert $U_s = U_{s0}$, stimmt also mit der Netzspannung überein. Bis zur Beendigung der Unterbrechung, zum Zeitpunkt $t = 0$, fällt die Spannung gemäß (12.12) plötzlich auf den Wert

$$U_s = U_{s1} = \frac{L_m}{L_r} j(1 - s) \omega_1 \Psi_{r0} \quad (12.13)$$

ab. Der Wert von $\omega_1 \Psi_{r0}$ ist laut Abb. 12.3 bezüglich des vorherigen Belastungszustandes etwas niedriger als U_{s0} , bei Unterbrechung der Nennbelastung wird $\omega_1 \Psi_{r0} \approx 0,9 U_{s0}$. Wegen $L_m/L_r = 0,95$ und $(1 - s) \approx 0,97$ sinkt die Spannungsamplitude während der Unterbrechung sprunghaft auf den Wert

$$U_{s1} \approx 0,95 \cdot 0,97 \cdot 0,9 U_{s0} \approx 0,83 U_{s0}$$

und nimmt dann weiter exponentiell bis zum Wert Null ab.

Den Wert von U_{s0} kann man, wie bei den Synchronmaschinen, auch mit der Spannung hinter der transienten Reaktanz bestimmen. Im vorherigen Belastungszustand ist die Spannung hinter der transienten Reaktanz (Abb. 12.3b):

$$U'_s = U_{s0} - I_{s0} R_s - I_{s0} j\omega_1 L'_s .$$

Gemäß Abb. 11.1 gilt:

$$U_{s0} - I_{s0} R_s = j\omega_1 \Psi_{s0} ,$$

also

$$\mathbf{U}'_s = j\omega_1 (\Psi_{s0} - \mathbf{I}_{s0} L'_s).$$

Unter Benutzung von (12.5) und (12.3) gewinnt man:

$$\mathbf{U}'_s = j\omega_1 \frac{L_m}{L_r} \Psi_{r0}.$$

Durch Vergleich mit der Beziehung (12.13) läßt sich die nach der Unterbrechung auftretende Spannung auch folgendermaßen schreiben:

$$\mathbf{U}_{s1} = (1 - s) \mathbf{U}'_s.$$

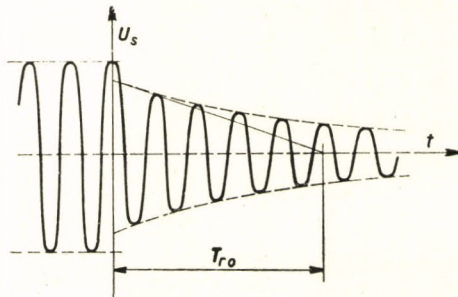


Abb. 12.4. Verlauf der Ständerspannung nach der Unterbrechung

Das bei den Synchronmaschinen angewandte Prinzip der Konstanz der transienten Spannung läßt sich mit einiger Modifikation auch für die Asynchronmotoren heranziehen. Zur Spannung \mathbf{U}'_s gehört bei normalem Betriebszustand der Fluß $\Psi'_s = \mathbf{U}'_s / j\omega_1$, weil dann das Feld gegenüber dem Ständer mit der synchronen Winkelgeschwindigkeit ω_1 umläuft. Der Fluß Ψ'_s bleibt im Verhältnis zum Läufer unveränderlich, deshalb entsteht in einem Asynchronmotor mit dem Schlupf s nach der Unterbrechung die Spannung:

$$\mathbf{U}_{s1} = j\omega \Psi'_s = j(1 - s)\omega_1 \Psi'_s = (1 - s) \mathbf{U}'_s.$$

Im Falle von Synchronmaschinen, wobei $s = 0$ ist, braucht man also nicht den Fluß zurückzuberechnen.

Während der Unterbrechung verändert sich auch die Phase der Ständerspannung: \mathbf{U}_{s1} bleibt gegenüber \mathbf{U}_{s0} um den in Abb. 12.3 aufgezeichneten Winkel φ nach. Bei der Nennlast ist $\varphi \approx 10^\circ$. Beträgt also der Momentanwert der Ständerspannung in irgendeiner Phase vor der Unterbrechung

$$u_s = U_s \cos(\omega_1 t + a),$$

so gilt nach der Unterbrechung ($t > 0$):

$$u_s = k U_s e^{-\frac{t}{T_{ro}}} \cos [(1 - s) \omega_1 t + \alpha - \varphi].$$

Der Näherungswert von k beträgt bei Nennlast 0,83, bei Leerlauf 0,95. Der zeitliche Verlauf der Spannung ist in Abb. 12.4 dargestellt.

Der Motor läuft nach der Unterbrechung in Abhängigkeit von der mechanischen Belastung immer langsamer um, man muß also auch die Schlupfänderung berücksichtigen. Aus diesem Grunde ändert sich die Spannung nicht nach einer echten Exponentialfunktion.

Manchmal kommt es vor, daß mehrere Motoren gleichzeitig ausgeschaltet werden, wenn z. B. die Speisung eines Netzteiles unterbrochen wird. In diesem Fall können sich einzelne Motoren wie Generatoren verhalten. Auf diese Frage kommen wir noch im Abschnitt 14.303 zurück.

13. EINSCHALTEN DES STILLSTEHENDEN ASYNCHRONMOTORS

Der stillstehende Asynchronmotor stellt eigentlich einen Drehstromtransformator mit kurzgeschlossener Sekundärwicklung dar. Zur Untersuchung der Ausgleichsvorgänge müssen also die Transformatorgleichungen aufgeschrieben werden. Faßt man die Größen der drei Phasen wie üblich in einem Vektor zusammen, dann haben die diesbezüglichen Beziehungen die gleiche Form wie der Einphasentransformator. Bei den Asynchronmotoren soll aber neben den Strömen auch das Drehmoment bestimmt werden.

Zunächst setzen wir voraus, daß der Läufer des Motors während des gesamten Einschaltvorganges noch stillsteht. Wenn die Beschleunigung nicht zu groß ist, kann diese Näherung als ausreichend angesehen werden, wodurch auch die Berechnungen weitgehend vereinfacht werden. Die Wirkwiderstände dagegen darf man selbst für die Dauer einer Halbperiode nicht vernachlässigen, da man sonst zu dem falschen Resultat gelangt, daß das Drehmoment gleich Null ist. Demgegenüber erreicht das Moment — wie wir sehen werden — ein Vielfaches des dem stationären Betrieb entsprechenden Wertes.

Sei die an den Ständer angelegte Spannung eine symmetrische Dreiphasenspannung: $\mathbf{u}_s = U_s e^{j\omega_1 t}$. Beharrt der Motor in der Ruhelage, so können — nach Abklingen der Einschaltvorgänge — der Ständerstrom $\mathbf{i}_s = I_s e^{j\omega_1 t}$ und der Läuferstrom $\mathbf{i}_r = I_r e^{j\omega_1 t}$ aus dem für den stationären Zustand gültigen Kreisdiagramm (Abb. 11.2, Punkt $s = 1$) bestimmt werden. Man muß darauf achten, daß der Läuferstrom die Differenz des Ständerstromes und des Magnetisierungsstromes \mathbf{I}_m bildet, und man darf den wirklichen Magnetisierungsstrom nicht mit dem Leerlaufstrom ersetzen. Der Spannungsabfall am Wirkwiderstand und an der Streureaktanz des Ständers beträgt im Ruhezustand (Kurzschlußzustand) ungefähr die Hälfte der Ständerspannung, so daß die induzierte Luftspaltspannung auch ungefähr die Hälfte der angelegten Ständerspannung wird, womit auch der Magnetisierungsstrom ungefähr als die Hälfte des Leerlaufstromes anzunehmen ist (Abb. 13.1).

Das Drehmoment läßt sich aus den Strömen mit Hilfe der Formel

$$M = \frac{3}{2} L_m \mathbf{i}_r \times \mathbf{i}_s$$

berechnen; im stationären Zustand erhält man das normale Anlaufmoment (Kurzschlußmoment):

$$M_k = \frac{3}{2} L_m (\mathbf{I}_r e^{j\omega_s t}) \times (\mathbf{I}_s e^{j\omega_s t}) = \frac{3}{2} L_m \mathbf{I}_r \times \mathbf{I}_s. \quad (13.1)$$

Den Faktor $e^{j\omega_s t}$ darf man einfach weglassen, weil dadurch der von den beiden Vektoren eingeschlossene Winkel nicht verändert wird.

Wie schon bekannt, müssen im Augenblick des Einschaltens außer den stationären Strömen auch noch freie Ströme auftreten, weil sonst die Anfangsbedingung, daß die Ströme in allen drei Phasen von Ständer und Läufer mit dem Anfangswert Null einsetzen sollen, nicht erfüllt werden könnte. Der Charakter der freien Ströme läßt sich aus den Differentialgleichungen der Maschine bestimmen.

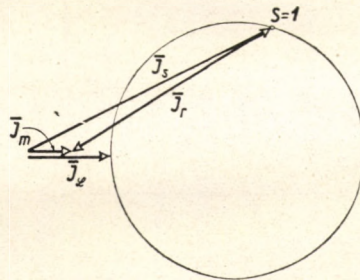


Abb. 13.1. Ströme des stillstehenden Asynchronmotors im stationären Zustand

Wir schreiben die Spannungsgleichungen für Ständer und Läufer im ruhenden Koordinatensystem auf:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_s &= \mathbf{i}_s R_s + \frac{d\psi_s}{dt} = \mathbf{1} \mathbf{U}_s e^{j\omega_s t}, \\ \mathbf{u}_r &= \mathbf{i}_r R_r + \frac{d\psi_r}{dt} = 0. \end{aligned} \quad (13.2)$$

Die Flüsse sollen durch die Ströme ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} \psi_s &= L_s \mathbf{i}_s + L_m \mathbf{i}_r, \\ \psi_r &= L_m \mathbf{i}_s + L_r \mathbf{i}_r. \end{aligned} \quad (13.3)$$

Nun setzen wir diese Ausdrücke in die Gleichungen (13.2) ein:

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_s R_s + \frac{d}{dt} (L_s \mathbf{i}_s + L_m \mathbf{i}_r) &= \mathbf{1} \mathbf{U}_s e^{j\omega_s t}, \\ \mathbf{i}_r R_r + \frac{d}{dt} (L_m \mathbf{i}_s + L_r \mathbf{i}_r) &= 0. \end{aligned} \quad (13.4)$$

Eine Lösung dieses inhomogenen Differenzialgleichungssystems liefert die Ströme im stationären Zustand. Die allgemeine Lösung gewinnt man durch Addition der Lösungen der homogenen Gleichung zu den Strömen des stationären Zustandes. Die Lösung der homogenen Gleichung bedeuten die freien Ströme, welche gesondert dem *homogenen* Differenzialgleichungssystem genügen. Falls man also nur den Charakter der freien Ströme untersucht, ist die Spannung sowohl im Ständer als auch im Läufer gleich Null zu setzen, sämtliche Klemmen müssen demnach kurzgeschlossen werden. Die von den freien Strömen verursachten Verluste werden von der in der Maschine gespeicherten magnetischen Energie gedeckt.

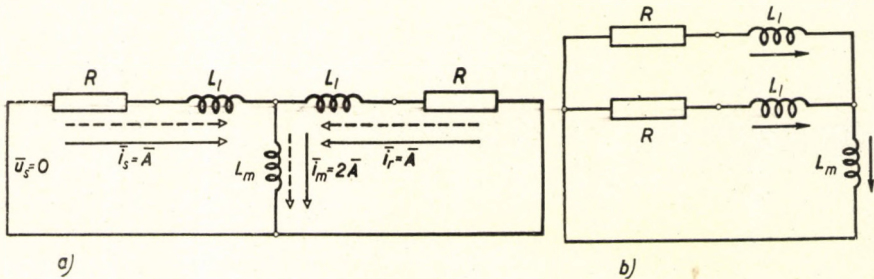


Abb. 13.2. Ersatzschaltbild der freien Gleichstromkomponenten mit langsamer Dämpfung, falls der Motor stillsteht

13.10. EINSCHALTEN EINES STILLSTEHENDEN ASYNCHRONMOTORS. AUFBAU UND DATEN VON STÄNDER UND LÄUFER SIND GLEICH

13.101. Die Einschaltströme

Einfachheitshalber wollen wir zunächst eine Maschine untersuchen, deren Kennwerte von Ständer und Läufer (nach der Umrechnung auf die Übersetzung 1 : 1) miteinander übereinstimmen, also gilt $R_s = R_r = R$, $L_s = L_r = L$ und $L_{sl} = L_{rl} = L_l$. Bei den meisten Motoren ergeben diese Annahmen im allgemeinen eine sehr gute Näherung. Das auf die freien Ströme bezügliche Ersatzschaltschema ist symmetrisch, seine beiden Seiten sind kurzgeschlossen. Infolgedessen muß sich auch die Verteilung der freien Ströme symmetrisch gestalten. Man kann zweierlei symmetrische Verteilung annehmen:

1. Ständerstrom und Läuferstrom magnetisieren in ein und derselben Richtung: $\mathbf{i}_s = \mathbf{i}_r = \mathbf{A}$ (Abb. 13.2a). Die vollgezzeichneten Pfeile sollen die positive Stromrichtung bedeuten, die gestrichelten die tatsächliche Stromrichtung zu einem gegebenen Zeitpunkt. Im Magnetisierungsweig fließt der Strom $\mathbf{i}_m = \mathbf{i}_s + \mathbf{i}_r = 2\mathbf{A}$; freie Ströme von diesem Charakter erzeugen in erster Linie den Hauptfluß. Die Schaltung kann man entsprechend der Abb. 12.2b umordnen und die beiden oberen Zweige als parallelgeschaltete Zweige durch einen einzigen Zweig mit dem Wirkwiderstand $R/2$ und der Streuinduktivität $L_l/2$ ersetzen. Auf diese Weise entsteht ein einziger Stromkreis mit der Induktivität $L_m + L_l/2$ und dem Wirkwiderstand $R/2$; freie

Ströme von diesem Charakter stellen also gedämpfte Gleichströme mit der Zeitkonstante

$$T_a = \frac{L_m + \frac{L_l}{2}}{\frac{R}{2}} = \frac{2L_m + L_l}{R} = \frac{2X_m + X_l}{\omega_1 R} \quad (13.5)$$

dar.

2. Ständerstrom und Läuferstrom magnetisieren in entgegengesetzter Richtung: $\mathbf{i}_s = \mathbf{B}$, $\mathbf{i}_r = -\mathbf{B}$ (Abb. 13.3). Im Magnetisierungsweig fließt

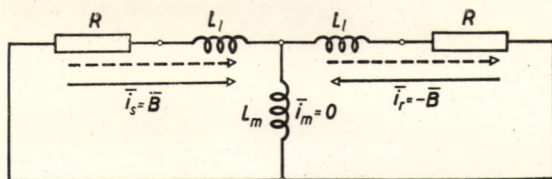


Abb. 13.3. Ersatzschaltbild der freien Gleichstromkomponenten mit schneller Dämpfung, falls der Motor stillsteht

der Strom $\mathbf{i}_m = \mathbf{i}_s + \mathbf{i}_r = 0$; derartige Ströme erregen also nur Streuflüsse. Da im Magnetisierungsweig kein Strom fließt, darf dieser Zweig außer acht gelassen werden. Die Dämpfungszeitkonstante für die freien Ströme vom Charakter B lautet also:

$$T_b = \frac{2L_l}{2R} = \frac{L_l}{R} = \frac{X_l}{\omega_1 R} \quad (13.6)$$

Nun ist die Größenordnung der Zeitkonstanten abzuschätzen. In der Formel für die Zeitkonstante der Ströme vom Charakter A ist X_l klein im Vergleich mit $2X_m$, man darf also mit guter Näherung schreiben:

$$T_a \approx \frac{2(X_m + X_l)}{\omega_1 R} = 2 \frac{X_r}{\omega_1 R} = 2T_{r0}.$$

Die Zeitkonstante T_a beträgt also ungefähr das Doppelte der Leerlaufzeitkonstante und erreicht nach Kapitel 12 für große Maschinen Werte von 2—3 sec, in ungesättigtem Zustand kann sie sogar noch größer sein. Für die Zeitkonstante der Ströme vom Charakter B hat man unter der Annahme von $X_l \approx 10\%$ und $R \approx 1\%$ für Maschinen größerer Leistung

$$T_b \approx \frac{10}{314 \cdot 1} \approx 0,03 \text{ sec.}$$

Maschinen mittlerer und kleiner Leistung weisen eine noch geringere Zeitkonstante auf; für Maschinen von einigen kW ist $R \approx 4\%$ also $T_b \approx 0,008 \text{ sec} = 0,4 \text{ Periode}$.

Die freien Ströme lassen sich als Funktionen der Zeit in folgender Weise aufschreiben:

die den Hauptfluß erzeugenden freien Ströme vom Charakter A

$$\mathbf{i}_s = \mathbf{A}_0 e^{-\frac{t}{T_a}} = \mathbf{A}_0 e^{pa^t}; \quad \mathbf{i}_r = \mathbf{A}_0 e^{pa^t}; \quad (13.7)$$

die nur Streuflüsse erzeugenden freien Ströme vom Charakter B

$$\mathbf{i}_s = \mathbf{B}_0 e^{-\frac{t}{T_b}} = \mathbf{B}_0 e^{pb^t}; \quad \mathbf{i}_r = -\mathbf{B}_0 e^{pb^t}. \quad (13.8)$$

Der Index 0 Weist auf den zur Zeit $t = 0$ des Einschaltens angenommenen Wert der freien Ströme hin.

Nach dem Einschalten ergibt sich der im Ständer und Läufer fließende Strom als die Summe des stationären Stromes und der freien Ströme:

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_s &= \mathbf{I}_s e^{j\omega t} + \mathbf{A}_0 e^{pa^t} + \mathbf{B}_0 e^{pb^t}, \\ \mathbf{i}_r &= \mathbf{I}_r e^{j\omega t} + \mathbf{A}_0 e^{pa^t} - \mathbf{B}_0 e^{pb^t}. \end{aligned} \quad (13.9)$$

Die Größe der freien Ströme wird durch die Anfangsbedingung bestimmt, laut deren zur Zeit $t = 0$ sowohl Ständer- als Läuferstrom den Wert Null haben, vorausgesetzt, daß man eine stromlose Maschine einschaltet. Durch Einsetzen von $t = 0$ in die obigen Gleichungen ergibt sich:

$$\begin{aligned} 0 &= \mathbf{I}_s + \mathbf{A}_0 + \mathbf{B}_0, \\ 0 &= \mathbf{I}_r + \mathbf{A}_0 - \mathbf{B}_0. \end{aligned} \quad (13.9a)$$

Aus diesen beiden Gleichungen berechnet sich der Wert von \mathbf{A}_0 und \mathbf{B}_0 zu

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_0 &= -\frac{\mathbf{I}_s + \mathbf{I}_r}{2} = -\frac{\mathbf{I}_m}{2}, \\ \mathbf{B}_0 &= \frac{\mathbf{I}_r - \mathbf{I}_s}{2}. \end{aligned} \quad (13.10)$$

Wenn man also die dem stationären Zustand entsprechenden Ströme bestimmt hat, kann man auch den Wert der freien Ströme leicht ermitteln. Nach Aufzeichnen von \mathbf{I}_s , \mathbf{I}_r und \mathbf{I}_m erhält man die einzelnen Komponenten durch Halbierung von \mathbf{I}_m entsprechend der Abb. 13.4.

Untersuchen wir nun auf Grund der Beziehung (13.9), welche Kurve der Endpunkt des Ständerstromvektors beschreibt. Der Vektor $\mathbf{I}_s e^{j\omega t}$ be-

schreibt einen Kreis mit der synchronen Winkelgeschwindigkeit ω_1 . Die Summe der beiden freien Gleichströme verschiebt den Mittelpunkt des Kreises derart, daß der Kreis im Augenblick $t = 0$ gerade durch den Koordinatenursprung geht. Die Gleichströme werden gedämpft und der Kreismittelpunkt nähert sich daher dem Koordinatenursprung. Da unter den freien Gleichströmen \mathbf{B}_0 größer ist, wogegen er sehr schnell abklingt, kommt der Kreismittelpunkt während 1 bis 2 Perioden ungefähr in die Entfernung \mathbf{A}_0 vom Koordinatenursprung, da die Komponente vom Charakter A während dieser Zeit kaum

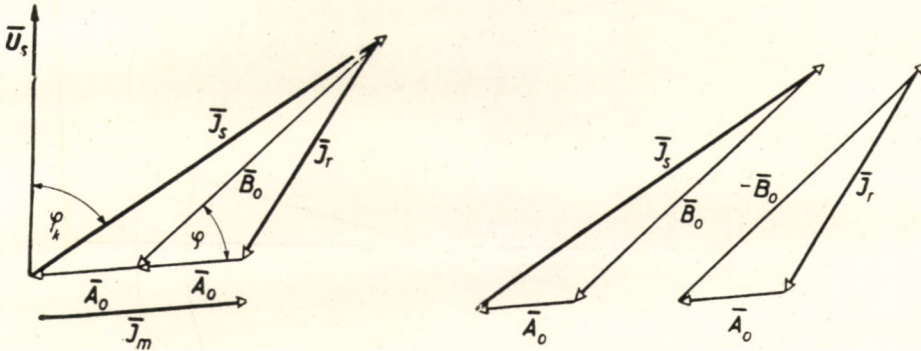


Abb. 13.4. Ermittlung der beim Einschalten des stillstehenden Motors auftretenden Gleichstromkomponenten (falls $R_r = R_s$, $L_s = L_r$)

gedämpft wird. Nach einigen Sekunden verringert sich auch $\mathbf{A}_0 e^{\nu_a t}$ auf einen Wert, der vernachlässigt werden darf, der stationäre Zustand stellt sich ein, und der Endpunkt des Stromvektors \mathbf{i}_s beschreibt einen Kreis vom Radius \mathbf{I}_s .

In Abb. 13.5 haben wir die vom Endpunkt des Stromvektors \mathbf{i}_s beschriebene Kurve für den Fall wiedergegeben, wenn die Daten des eingeschalteten Motors den Zahlenwerten am Ende des Kapitels 11 entsprechen. Auf der vom Stromvektor beschriebenen Kurve haben wir die zu den Zeiten $t = k \frac{T}{8}$

($k = 0, 1, 2, 3, \dots$), also zu den Achtelperioden gehörenden Punkte, mit Nullkreisen bezeichnet. Der gestrichelte Kreis stellt das übliche Kreisdiagramm des Asynchronmotors dar. Der Vektor der Ständerströme erreicht seinen größten Wert in etwas weniger als einer Halbperiode. Den Momentanwert der einzelnen Phasenströme liefert die Projektion des Stromvektors auf die Achse der betreffenden Phase. Erfolgte das Einschalten in einer solchen Phasenlage, daß die Richtung des Stromvektors vom größten Absolutbetrag mit der Richtung irgendeiner Phasenachse zusammenfiel, so stimmt der höchste Momentanwert mit dem Höchstwert des Absolutbetrages des Vektors überein. In Abb. 13.5 beträgt die Länge des maximalen Stromvektors das 1,4fache des Höchstwertes des stationären Kurzschluß-Wechselstromes; dies ist der höchstmögliche Strom beim gleichzeitigen Einschalten aller drei Phasen des obigen Motors. Bei einem Hochleistungsmotor, der einen verhältnismäßig geringen Wirkwiderstand besitzt, wird die Gleichstromkomponente langsamer

gedämpft, wodurch wir nach einer halben Periode einen größeren Wert erhalten.

Aus dem Obigen erkennt man also, daß bei der Untersuchung des Einschaltstromes die Größe der Gleichstromkomponente vom Charakter A vernachlässigt werden, der Anfangswert \mathbf{B}_0 der Komponente vom Charakter B aber mit sehr guter Näherung gleich $-\mathbf{I}_s$ gesetzt werden kann.

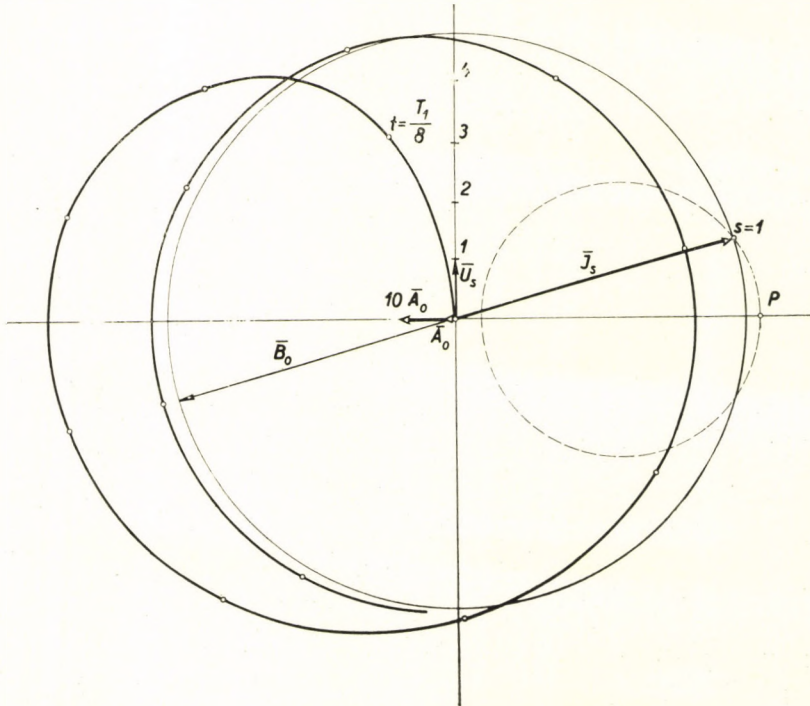


Abb. 13.5. Änderung des Ständerstromvektors beim Einschalten des stillstehenden Motors

Durch Einsetzung der Näherungswerte $\mathbf{A}_0 \approx 0$ und $\mathbf{B}_0 \approx -\mathbf{I}_s$ in die Beziehung (13.9) ergibt sich für den Stromvektor des Ständers mit sehr guter Näherung:

$$\mathbf{i}_s = \mathbf{I}_s e^{j\omega t} - \mathbf{I}_s e^{p_b t},$$

wobei $p_b = -\frac{1}{T_b}$ ist. Der Vektor \mathbf{I}_s eilt gegenüber der Spannung \mathbf{U}_s um den Kurzschlußphasenwinkel φ_k nach. Ist im Augenblick des Einschaltens $\mathbf{U}_s = U_s e^{ja}$, d. h. die Spannung in Phase a um den Zeitwinkel a über ihren positiven Höchstwert hinaus, so gilt:

$$\mathbf{i}_s = \mathbf{I}_s e^{j(\omega t + a - \varphi_k)} - \mathbf{I}_s e^{j(a - \varphi_k)} e^{p_b t}. \quad (13.11)$$

Der Momentanwert des Stromes der Phase a ist nichts anderes als die Projektion dieses Vektors auf die reelle Achse, also ergibt sich sein Realteil zu:

$$i_{sa} = I_s \cos(\omega_1 t + \alpha - \varphi_k) - I_s \cos(\alpha - \varphi_k) e^{\nu_b t}. \quad (13.12)$$

Bei der Berechnung des Stromes der Phase b ist an Stelle von a der Wert $\alpha - 120^\circ$, bei der Phase c aber $\alpha + 120^\circ$ zu schreiben.

Der größtmögliche Betrag der Gleichstromkomponente ist gleich dem Höchstwert des Wechselstromes. Dieser Fall tritt ein, wenn die Phasenlage

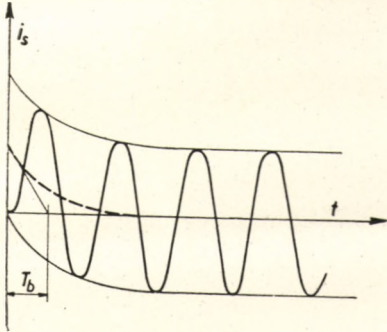


Abb. 13.6. Einschaltstrom in einer Phase bei Motoren kleinerer Leistung

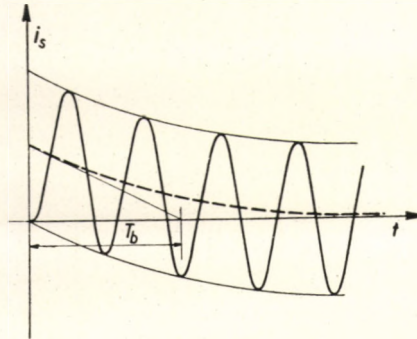


Abb. 13.7. Einschaltstrom in einer Phase bei Motoren größerer Leistung

beim Einschalten derartig ist, daß die Wechselstromkomponente in der unter suchten Phase mit ihrem Höchstwert einsetzen würde ($\alpha = \varphi_k$).

In Abb. 13.6 ist der Einschaltstrom des vorerwähnten Motors dargestellt, wenn die Gleichstromkomponente ihren größtmöglichen Wert hat. Wegen des verhältnismäßig großen Wirkwiderstandes weist die Gleichstromkomponente nur in der ersten Halbperiode einen bedeutenden Wert auf. Bei Motoren größerer Leistung ändert sich der Einschaltstrom gemäß dem Diagramm der Abb. 13.7.

Bei der Einschaltphasenlage $\alpha = \varphi_k$ erreicht der Ständerstrom nach einer Halbperiode ($\omega_1 t = \pi$) den Wert

$$i_s = -I_s \left(1 + e^{-\frac{\pi}{\omega_1 T_b}} \right). \quad (13.13)$$

Er bedeutet mit guter Näherung das Maximum des Momentanwertes des Einschaltstromes.

13.102. Das beim Einschalten auftretende Drehmoment

Das Drehmoment wird mit Hilfe der Formel

$$M = \frac{3}{2} L_m \mathbf{i}_r \times \mathbf{i}_s$$

berechnet. Durch Einsetzen des Wertes der Einschaltströme aus (13.9) erhält man:

$$M = \frac{3}{2} L_m (\mathbf{I}_r e^{j\omega t} + \mathbf{A}_0 e^{p_a t} - \mathbf{B}_0 e^{p_b t}) \times (\mathbf{I}_s e^{j\omega t} + \mathbf{A}_0 e^{p_a t} + \mathbf{B}_0 e^{p_b t}).$$

Gliedweise multipliziert, fallen die Vektorprodukte der Glieder von gleicher Richtung weg; die übrigen Produkte kann man in vier Gruppen einteilen: $M = M_1 + M_2 + M_3 + M_4$.

1. Das Produkt der stationären Ströme liefert das ohne Berücksichtigung der Ausgleichsvorgänge berechnete Anlaßmoment (Kurzschlußmoment); sein Augenblickswert ist konstant:

$$M_1 = M_k = \frac{3}{2} L_m (\mathbf{I}_r e^{j\omega t}) \times (\mathbf{I}_s e^{j\omega t}) = \frac{3}{2} L_m \mathbf{I}_r \times \mathbf{I}_s. \quad (13.14)$$

Der Faktor $e^{j\omega t}$ durfte bei jedem der beiden Vektoren weggelassen werden, da dadurch der von diesen eingeschlossene Winkel und mithin auch ihr Vektorprodukt nicht verändert wird.

2. Das Produkt der Gleichstromkomponenten lautet:

$$M_2 = \frac{3}{2} L_m (\mathbf{A}_0 e^{p_a t} - \mathbf{B}_0 e^{p_b t}) \times (\mathbf{A}_0 e^{p_a t} + \mathbf{B}_0 e^{p_b t}).$$

Indem man die Multiplikation ausführt und berücksichtigt, daß das Produkt der Faktoren von gleicher Richtung gleich Null ist und daß das Vertauschen der Reihenfolge zweier Faktoren zum Vorzeichenwechsel führt, erhält man

$$M_2 = \frac{3}{2} L_m 2\mathbf{A}_0 \times \mathbf{B}_0 e^{(p_a + p_b)t}. \quad (13.15a)$$

Nun soll der erste Ausdruck für M_2 untersucht werden. Zum Zeitpunkt $t = 0$ gilt:

$$(M_2)_{t=0} = \frac{3}{2} L_m (\mathbf{A}_0 - \mathbf{B}_0) \times (\mathbf{A}_0 + \mathbf{B}_0).$$

Entsprechend den Anfangsbedingungen beim Einschalten [Beziehungen (13.9a) oder (Abb. 13.4)] ist $\mathbf{A}_0 - \mathbf{B}_0 = -\mathbf{I}_r$ und $\mathbf{A}_0 + \mathbf{B}_0 = -\mathbf{I}_s$, also

$$(M_2)_{t=0} = \frac{3}{2} L_m \mathbf{I}_r \times \mathbf{I}_s.$$

Der Betrag des Drehmomentes M_2 stimmt im ersten Augenblick nach dem

Einschalten mit dem Moment M_1 , also mit M_k , überein. Demzufolge kann M_2 auch folgendermaßen geschrieben werden:

$$M_2 = M_k e^{(p_a + p_b)t}. \quad (13.15)$$

Diese Drehmomentkomponente nimmt mit der Zeitkonstante $T_2 = -\frac{1}{p_a + p_b} = -\frac{T_a T_b}{T_a + T_b}$ exponentiell ab. Wegen $T_a \gg T_b$ gilt mit guter Näherung:

$$T_2 \approx T_b.$$

Diese Komponente wird also annähernd mit der gleichen Schnelligkeit gedämpft wie die den Streufluß erzeugende Stromkomponente von Charakter B ($T_2 \approx \approx 0,01-0,03$ sec). Ihr Wert darf nach einigen Perioden vernachlässigt werden.

3. Das Produkt der stationären Ströme und der Gleichströme vom Charakter A lautet:

$$M_3 = \frac{3}{2} L_m \mathbf{A}_0 \times (\mathbf{I}_s - \mathbf{I}_r) e^{j\omega_1 t} e^{p_a t}.$$

Nach (13.10) ist $\mathbf{I}_s - \mathbf{I}_r = -2\mathbf{B}_0$, also

$$M_3 = -\frac{3}{2} L_m 2\mathbf{A}_0 \times (\mathbf{B}_0 e^{j\omega_1 t}) e^{p_a t}.$$

Durch Vergleich mit Formel (13.15a) erkennt man, daß zum Zeitpunkt $t = 0$ $M_3 = -M_2 = -M_k$ ist. Bei Ausführung der vektoriellen Multiplikation mit Hilfe des Konjugierten des ersten Faktors ergibt sich:

$$M_3 = -\frac{3}{2} L_m 2e^{p_a t} \text{Im} \{ \hat{\mathbf{A}}_0 \mathbf{B}_0 e^{j\omega_1 t} \}. \quad (13.16)$$

Ist

$$\mathbf{A}_0 = A_0 e^{j\varphi_a} \quad \text{und} \quad \mathbf{B}_0 = B_0 e^{j\varphi_b},$$

so gilt

$$\hat{\mathbf{A}}_0 \mathbf{B}_0 = A_0 B_0 e^{j(\varphi_b - \varphi_a)} = A_0 B_0 e^{j\varphi},$$

wobei $\varphi = \varphi_b - \varphi_a$ den von den Vektoren \mathbf{A}_0 und \mathbf{B}_0 eingeschlossenen Winkel bedeutet; gemäß Abb. 13.4 kann statt \mathbf{B}_0 mit guter Näherung auch die Richtung von \mathbf{I}_s genommen werden und dann haben wir: $\varphi \approx 90^\circ - \varphi_k$. So ergibt sich das Drehmoment M_3 aus (13.16) zu:

$$M_3 = c \sin(\omega_1 t + \varphi) e^{p_a t} \approx c \cos(\omega_1 t - \varphi_k) e^{p_a t},$$

wobei c eine Konstante bezeichnet. Da zum Zeitpunkt $t = 0$ die Gleichung $M_3 = -M_k$ gilt, folgt:

$$c = -\frac{M_k}{\cos \varphi_k}$$

und

$$M_3 = -\frac{M_k}{\cos \varphi_k} \cos(\omega_1 t - \varphi_k) e^{p_a t}. \quad (13.17)$$

Die Drehmomentkomponente M_3 pulsiert mit der Netzfrequenz sinusartig und ihre Amplitude wird im Vergleich mit M_2 langsam, der Zeitkonstante $-\frac{1}{P_a} = T_a$ entsprechend gedämpft ($T_a \approx 0,2-3$ sec). Der Anfangswert der Amplitude beträgt $M_k/\cos \varphi_k$ und kann während einer Periode ($t = 0,02$ sec) höchstens auf das $e^{-0,1} \approx 0,9$ fache sinken. In größeren Maschinen spielt sich der Dämpfungsvorgang langsamer ab.

1. Das Produkt der stationären Ströme und der Ströme von Charakter B lautet:

$$M_4 = \frac{3}{2} L_m [(\mathbf{I}_s + \mathbf{I}_r) e^{j\omega_1 t}] \times \mathbf{B}_0 e^{p_b t}.$$

Nach (13.10) ist $\mathbf{I}_s + \mathbf{I}_r = -2\mathbf{A}_0$, also

$$M_4 = \frac{3}{2} L_m 2 (\mathbf{A}_0 e^{j\omega_1 t}) \times \mathbf{B}_0 e^{p_b t}.$$

Auf Grund der Beziehung (13.15a) ist zum Zeitpunkt $t = 0$ $M_4 = -M_2 = -M_k$. Vektoriell multipliziert, wie bei der Ausrechnung von M_3 , erhält man:

$$M_4 = -\frac{M_k}{\cos \varphi_k} \cos(\omega_1 t \times \varphi_k) e^{p_b t}. \quad (13.18)$$

Die Drehmomentkomponente M_4 pulsiert ähnlich wie M_3 , eilt aber gegenüber dem letzteren um den Phasenwinkel $2\varphi_k$ vor, ihre Dämpfung ist jedoch viel größer und erfolgt mit der Zeitkonstante $-\frac{1}{P_b} = T_b$; ähnlicherweise wie M_2 darf also der Wert von M_4 nach ein bis zwei Perioden gleichfalls vernachlässigt werden. Das Drehmoment M_4 hat den Anfangswert $-M_k$ und eine Anfangsamplitude von $M_k/\cos \varphi_k$.

Die Summe der vier Drehmomentkomponenten ist dem tatsächlichen Drehmoment M gleich, das von einem Asynchronmotor mit stillstehendem Läufer entwickelt wird, wenn die drei Phasen des Ständers gleichzeitig eingeschaltet werden, vorausgesetzt, daß die Daten von Ständer und Läufer übereinstimmen und die Maschine vor dem Einschalten stromlos war. Das Drehmoment und seine Komponenten sind in Abb. 13.8 als Funktion der Zeit dargestellt. Der Wert des Drehmomentes wurde auf das Drehmoment M_k (stationärer Zustand ohne Ausgleichvorgänge) bezogen.

Die Daten beziehen sich auf den Asynchronmotor, den wir weiter oben untersucht haben, bei dem $\cos \varphi_k = 0,276$, $T_a = 0,52$ sec, $T_b = 0,011$ sec. Nach den genauen Zusammenhängen hätte man anstatt $\cos \varphi_k$ mit dem Sinus des von den Vektoren \mathbf{A}_0 und \mathbf{B}_0 eingeschlossenen Winkels φ rechnen sollen, doch ist die Abweichung wegen $\sin \varphi = 0,277$ ganz unbedeutend.

Das Drehmoment kann kurzfristig sehr hohe Werte erreichen. Bei der Bestimmung seines Höchstwertes dürfen die schnell abklingenden Komponenten M_2 und M_4 vernachlässigt werden, weil ihr Wert nach der ersten

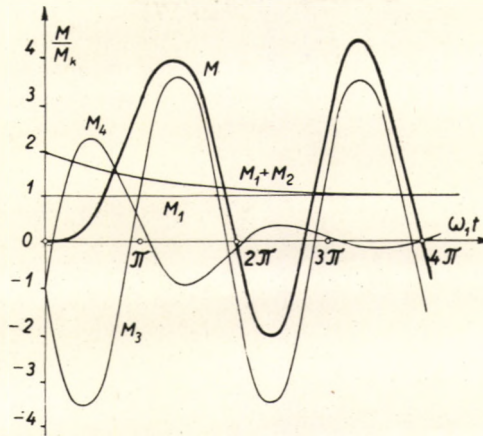


Abb. 13.8. Beim Einschalten des stillstehenden Motors auftretendes Drehmoment

Periode im allgemeinen gering wird. Während einiger Perioden darf man die Dämpfung von M_3 unberücksichtigt lassen und so erhält man für das maximale Drehmoment:

$$M_{\max} = M_k \left(1 + \frac{1}{\cos \varphi_k} \right). \quad (13.19)$$

Nach den ersten wenigen Perioden, wenn M_2 und M_4 bereits abgeklungen sind, erhält man für das Drehmoment folgende Form:

$$M = M_k \left[1 - e^{p_a t} \frac{\cos(\omega_1 t - \varphi_k)}{\cos \varphi_k} \right]. \quad (13.20)$$

Sein Wert schwankt um den Mittelwert M_k . Der pulsierende Anteil wird mit der Zeitkonstante T_i gedämpft.

Das oben berechnete Drehmoment tritt an der Wellenkupplung nur dann auf, wenn die Kupplung starr festgehalten ist. Sonst wird ein Teil des Drehmomentes M zur Beschleunigung des Läufers verbraucht, wodurch auf die Wellenkupplung nur ein geringeres Drehmoment ausgeübt wird. Die Größe dieses Anteils wird in erster Linie durch das Verhältnis der Trägheitsmomente des Motorläufers und der äußeren zu beschleunigenden Massen bestimmt.

13.20. EINSCHALTEN EINES STILLSTEHENDEN ASYNCHRONMOTORS. AUFBAU UND DATEN VON STÄNDER UND LÄUFER SIND VERSCHIEDEN

Im allgemeinen haben die Wirkwiderstände und Streureaktanzen von Ständer und Läufer des Asynchronmotors, auf die Übersetzung 1 : 1 umgerechnet, verschiedene Werte. In normaler Betriebschaltung sind die Abweichungen gering, in Maschinen vom üblichen Aufbau gilt: $X_{sl} \approx X_{rl}$ und $R_s \approx R_r$. Eine größere Abweichung macht sich zwischen den Daten von Ständer und Läufer bemerkbar, z. B. beim Anlassen von Schleifringmotoren mittels eines in den Läuferstromkreis geschalteten Widerstandes oder bei speziellen, für großen Betriebsschlupf ausgelegten Motoren, bei Doppelkäfigläufer- und Tiefnutmotoren und schließlich im Falle einiger besonderer Anlaßschaltungen (z. B. Sanftanlauf mit Hilfe eines Wirkwiderstandes oder einer Drosselspule in einer Ständerphase).

13.201. Näherungsweise Bestimmung von Verteilung und Zeitkonstante der freien Ströme

Untersuchen wir nun die Verteilung der freien Ströme in einer stillstehenden Maschine, deren Ständer und Läufer voneinander abweichende Daten haben, die jedoch in den drei Phasen symmetrisch aufgebaut sind. Mit dem Einschalten einer Maschine mit offenem Läuferkreis werden wir uns im Abschnitt (13.5) befassen; jetzt setzen wir voraus, daß im Läufer höchstens ein so großer Wirkwiderstand eingeschaltet ist, der den stationären Anlaufstrom etwa auf den Nennstrom verringert.

Ähnlich wie bei den Maschinen mit übereinstimmenden Ständer- und Läuferdaten sind auch hier zweierlei freie Ströme vorhanden: *a*) ein langsam gedämpfter Gleichstrom, der in erster Linie den Hauptfluß erzeugt und *b*) ein schnell abklingender Gleichstrom, der vor allem den Streufluß erregt. Die freien Ströme im Ständer und Läufer verändern sich beidemal gemäß e^{pt} , die die drei Phasenströme zusammenfassenden Vektoren weisen als Funktion der Zeit folgende Form auf:

$$\mathbf{i} = \mathbf{C}e^{pt}.$$

Wenn durch gleich große Induktivitäten vom Wert L in den drei Phasen so verändernde Ströme fließen, dann lautet der Vektor der auf diesen Induktivitäten auftretenden Spannungen

$$\mathbf{u} = L \frac{d\mathbf{i}}{dt} = pL\mathbf{C}e^{pt} = pL\mathbf{i}.$$

Gegenüber Strömen von diesem Charakter weisen also die Induktivitäten den Widerstand pL auf. Bei abklingenden Gleichströmen ist p eine negative reelle Zahl, die Operatorenimpedanz der Wicklungen bedeutet also einen negativen Wirkwiderstand, d. h. eine Stromquelle. In der Tat werden die Ströme durch die Abnahme des Wicklungsflusses erhalten.

Kehren wir für einen Augenblick zu den Maschinen mit gleichen Ständer- und Läuferdaten zurück. Die den Streufluß erzeugenden freien Ströme vom Charakter B haben die Zeitkonstante $T_b = L_l/R$; p_b hat den Wert:

$$p_b = -\frac{1}{T_b} = -\frac{R}{L_l}. \quad (13.21a)$$

Gegenüber Strömen vom Charakter B weisen die Streuinduktivitäten die Impedanz

$$p_b L_l = -\frac{R}{L_l} L_l = -R$$

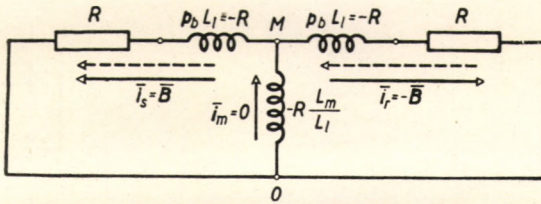


Abb. 13.9. Werte der Operatorenimpedanzen, auf die schnell gedämpften Gleichstromkomponenten bezogen

auf. Die Impedanz des dem Hauptfluß entsprechenden Überbrückungsweiges ist durch

$$p_b L_m = -R \frac{L_m}{L_l}$$

gegeben. Die für Ströme vom Charakter B gültigen Widerstände sind in Abb. 13.9 angegeben. Die resultierende Impedanz der oberen Zweige ist gleich Null, die Stromverteilung wird sich daher tatsächlich auf die bereits besprochene Weise gestalten: die oberen Zweige bilden einen vollständigen Nebenschluß für den Überbrückungsweig und man erhält die Verteilung $i_s = B$, $i_r = -B$. Zwischen den Punkten 0 und M gibt es keine Spannung, also ist $i_m = 0$.

Die Ströme vom Charakter A haben die Zeitkonstante:

$$T_a = \frac{2L_m + L_l}{R},$$

daher wird

$$p_a = -\frac{1}{T_a} = -\frac{R}{2L_m + L_l}. \quad (13.21b)$$

Die Impedanzen gegenüber diesen Strömen ergeben sich zu:

$$p_a L_l = -R \frac{L_l}{2L_m + L_l}, \quad p_a L_m = -R \frac{L_m}{2L_m + L_l}.$$

Die auf die Ströme vom Charakter A bezüglichen Impedanzen sind in Abb. 13.10 dargestellt. Da die Dämpfung nur langsam erfolgt, d. h. der Absolutbetrag von p_a gering ist, kann die Impedanz der Streuinduktivitäten mit sehr guter Näherung neben den Wirkwiderständen vernachlässigt werden. Das

Verhältnis $\frac{L_l}{2L_m + L_l}$ hat für Motoren der üblichen Bauart den Näherungswert $\frac{1}{50}$. In diesem Fall liegt zwischen den Punkten 0 und M eine Spannung,

die nach rechts und links gleich große Ströme zustande bringt. Weist z. B. Punkt M ein positives Potenzial gegenüber 0 auf, so wird der Strom in den obigen Zweigen — da der resultierende Widerstand der oberen Zweige positiv ist — vom Punkt M zum Punkt 0 fließen; gleichzeitig fließt aber der Strom i_m im Überbrückungsweig — da sein Widerstand negativ ist — vom Punkt 0

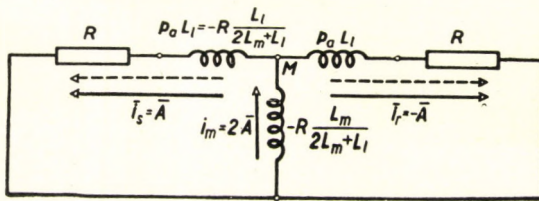


Abb. 13.10. Werte der Operatorenimpedanzen, auf die langsam gedämpften Gleichstromkomponenten bezogen

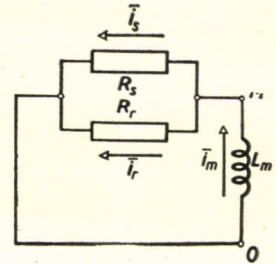


Abb. 13.11. Näherungsersatzschaltbild für die langsam gedämpften Ströme

zum Punkt M . Der Überbrückungsweig speist ähnlich wie eine Stromquelle die beiden oberen Zweige.

In qualitativer Hinsicht verhält es sich ähnlicherweise auch dann, wenn die Ständer- und Läuferdaten verschieden sind. Im Falle von langsam gedämpften Strömen vom Charakter A kann die Impedanz der Streuinduktivitäten infolge des geringen Wertes von p_a neben den Widerständen R_s und R_r mit sehr guter Näherung vernachlässigt werden. Infolgedessen (Abb. 13.11) kann man, indem die parallelgeschalteten Wirkwiderstände der beiden oberen Zweige mit ihrer Resultierenden ersetzt werden, den praktisch genauen Wert der Zeitkonstante für die Ströme vom Charakter A zu

$$T_a = \frac{L_m}{R} = L_m \frac{1}{R} = L_m \left(\frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_r} \right)$$

angeben. Da die Streuinduktivitäten im Vergleich mit der Induktivität des Hauptflusses vernachlässigt werden dürfen, gilt:

$$\frac{L_m}{R_s} \approx \frac{L_m + L_{sl}}{R_s} = \frac{L_s}{R_s} = T_{s0}$$

T_{s0} bezeichnet die Leerlaufzeitkonstante des Ständers beim offenen Läuferkreis. Ähnlicherweise gilt:

$$\frac{L_m}{R_r} \approx \frac{L_m + L_{rl}}{R_r} = \frac{L_r}{R_r} = T_{r0},$$

wo T_{r0} die Leerlaufzeitkonstante des Läufers bei offenem Ständerkreis bedeutet. Die Zeitkonstante der langsam gedämpften Ströme im stillstehenden Motor kann also durch die Summe der beiden Leerlaufzeitkonstanten ausgedrückt werden:

$$T_a = L_m \left(\frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_r} \right) \approx T_{s0} + T_{r0}.$$

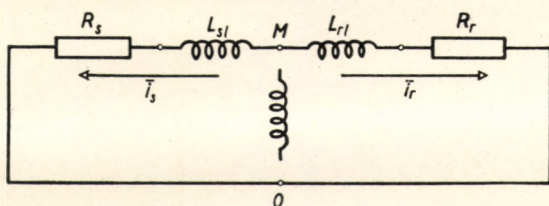


Abb. 13.12. Näherungs-Ersatzschaltbild für die schnell gedämpften Ströme

Für die langsam gedämpften Ströme ist die Verteilung des Magnetisierungsstromes zwischen Ständer und Läufer praktisch den Wirkwiderständen umgekehrt proportional (Abb. 13.11):

$$i_s : i_r : i_m = R_r : R_s : (R_s + R_r). \quad (13.22)$$

Bei den schnell gedämpften Strömen vom Charakter B weist $p_b = -\frac{1}{T_b}$ einen großen Absolutbetrag auf. Die Impedanz der Streuinduktivitäten fällt jetzt dem Absolutbetrag nach in die Größenordnung der Wirkwiderstände R_r und R_s , und da R positiv, wogegen pL_l negativ ist, wird der resultierende Widerstand der oberen Zweige im Absolutbetrag gering. Die Impedanz $p_b L_m$ des Überbrückungszweiges hat einen großen Absolutbetrag und darf daher mit guter Näherung vernachlässigt werden. Auf Grund des vereinfachten Ersatzschaltbildes (Abb. 13.12) ergibt sich die Zeitkonstante der schnell gedämpften Ströme mit sehr guter Näherung zu

$$T_b \approx \frac{L_{sl} + L_{rl}}{R_s + R_r}. \quad (13.23)$$

Die Zeitkonstante T_b kann auch mit Hilfe der bei den Synchronmaschinen benutzten »transienten« Zeitkonstanten ausgedrückt werden. Diese Zeit-

konstanten treten — wie wir sehen werden — bei den mit annähernd synchroner Umdrehungszahl laufenden Asynchronmotoren auf.

Die transiente Zeitkonstante des Läufers (T'_r) ist der transienten Zeitkonstante T'_d der Synchronmaschinen gleichwertig (s. Abschnitte 4.105 und 4.106). Ihr Wert läßt sich unter Voraussetzung eines kurzgeschlossenen Ständerkreises und Vernachlässigung des Ständerwiderstandes berechnen. In diesem Fall bedeutet die auf die Läuferklemmen bezügliche resultierende Induktivität zugleich die transiente Induktivität des Läufers

$$L'_r = L_{rl} + \frac{L_m L_{sl}}{L_m + L_{sl}} \approx L_{rl} + L_{sl},$$

die transiente Zeitkonstante des Läufers hat den Wert:

$$T'_r = \frac{L'_r}{R_r} \approx \frac{L_{rl} + L_{sl}}{R_r}.$$

Ähnlicherweise ist die transiente Zeitkonstante (T'_s) des Ständers, die bei Synchronmaschinen der Gleichstromzeitkonstante des Ständers entspricht, gleich:

$$T'_s = \frac{L'_s}{R_s} = \frac{L_{sl} + \frac{L_m L_{rl}}{L_m + L_{rl}}}{R_s} \approx \frac{L_{sl} + L_{rl}}{R_s}.$$

Aus (13.23) erhält man unter Berücksichtigung der Formeln für die Zeitkonstanten T'_r und T'_s für die Zeitkonstante der schnellgedämpften freien Ströme:

$$\frac{1}{T_b} \approx \frac{R_s}{L_{sl} + L_{rl}} + \frac{R_r}{L_{sl} + L_{rl}} \approx \frac{1}{T'_r} + \frac{1}{T'_s} \quad (13.24a)$$

oder in einer anderen Form:

$$T_b \approx \frac{T'_r T'_s}{T'_r + T'_s}. \quad (13.24b)$$

Im Ersatzschaltbild ergibt sich der resultierende Widerstand der oberen Zweige gegenüber Strömen vom Charakter B , wegen

$$p_b = - \frac{1}{T_b} \approx - \frac{R_s + R_r}{L_{sl} + L_{rl}}.$$

aus der Beziehung (13.23), für den Ständer zu:

$$Z_s = R_s + p_b L_{sl} \approx \frac{R_s L_{rl} - R_r L_{sl}}{L_{sl} + L_{rl}} \quad (13.25)$$

und für den Läufer zu:

$$Z_r = R_r + p_b L_{rl} \approx \frac{-R_s L_{rl} + R_r L_{sl}}{L_{sl} + L_{rl}}. \quad (13.26)$$

Die Impedanzen der beiden oberen Zweige haben also mit guter Näherung den gleichen Absolutbetrag, aber entgegengesetzte Vorzeichen: $Z_s \approx -Z_r$. Die Impedanz des Überbrückungszweiges beträgt

$$Z_m = p_b L_m \approx -\frac{R_s + R_r}{L_{sl} + L_{rl}} L_m.$$

Da die Impedanz der oberen Zweige im allgemeinen nicht Null ist, tritt zwischen den Punkten 0 und M (Abb. 13.12) eine Spannung auf und infolgedessen wird auch der Magnetisierungsstrom eine schnell gedämpfte Komponente besitzen. Die Verteilung der schnell gedämpften Ströme ist:

$$\mathbf{i}_s : \mathbf{i}_r : (-\mathbf{i}_m) = \frac{1}{Z_s} : \frac{1}{Z_r} : \frac{1}{Z_m} \approx 1 : (-1) : \frac{Z_s}{Z_m}. \quad (13.27)$$

Der Wert von Z_s/Z_m ergibt sich aus (13.25) und (13.26) zu:]

$$\frac{Z_s}{Z_m} = \frac{R_r L_{sl} - R_s L_{rl}}{(R_s + R_r) L_m}. \quad (13.28)$$

Dieses Verhältnis ist beim stillstehenden Motor, wenn er hinsichtlich der drei Phasenwicklungen symmetrisch aufgebaut ist, stets reell, die Vektoren der freien Ströme desselben Charakters (\mathbf{i}_s , \mathbf{i}_r und \mathbf{i}_m) fallen also in eine Gerade.

Das Verhältnis Z_s/Z_m ist um so größer, je größer die Abweichung zwischen den Daten des Ständers und des Läufers, d. h. zwischen L_{sl}/R_s und L_{rl}/R_r ist. Wenn man z. B. zwecks Anlassens eines Schleifringmotors in den Läuferkreis einen Widerstand so einschaltet, daß der stationäre Anlaufstrom ungefähr das 1,5fache des Nennstromes beträgt, dann dürfen zur Orientierung folgende Werte in relativen Einheiten aufgeschrieben werden: $R_s = 0,03$, $X_{sl} = 0,1$, $R_r = 0,6$, $X_{rl} = 0,1$, $X_m = 2,4$. In diesem Fall hat man:

$$T_b = \frac{0,1 + 0,1}{0,03 + 0,6} \cdot \frac{1}{314} = \frac{0,318}{314} \approx 0,001 \text{ sec},$$

$$p_b = -\frac{314}{0,318} \approx -1000 \text{ sec}^{-1},$$

$$Z_s = 0,03 - \frac{0,1}{0,318} = -0,285,$$

$$Z_r = 0,285, \quad Z_m = -\frac{2,4}{0,318} = -7,56,$$

$$\frac{Z_s}{Z_m} = \frac{-0,285}{-7,56} = \frac{1}{26,5}.$$

Im Ständerstrom vom Charakter B wird also selbst in diesem extremen Fall nur rund 4% als Magnetisierungsstrom erscheinen, welcher jetzt 6% des Nennstromes bedeutet. Wenn man in den Läuferkreis einen Wirkwiderstand einschaltet, nehmen beide Zeitkonstanten T_a und T_b ab. Während aber bei der Erhöhung des Widerstandwertes R_r (sogar über alle Grenzen hinaus) die Zeitkonstante der langsam abklingenden Ströme nur etwa im Verhältnis 1 : 2 verringert wird [siehe (13.21b)], wobei sie sich der Leerlaufzeitkonstante T_{s0} des Ständers nähert, strebt die Zeitkonstante der schnell abklingenden Ströme gemäß (13.23) gegen Null.

13.202. Bestimmung der Einschaltströme und des Einschalt Drehmomentes

Im Abschnitt 13.101 haben wir gesehen, daß im Einschaltstrom des Ständers die langsam gedämpfte Komponente nur einen sehr geringen Wert erreicht und neben dem stationären und dem schnell gedämpften Strom vernachlässigt werden darf, ferner daß sie nur bei der Drehmomentberechnung von Bedeutung ist. Bei der Bestimmung des Ständerstromes darf man also mit guter Näherung annehmen, daß im Ständer neben dem stationären Strom nur die schnell gedämpfte Gleichstromkomponente auftritt. Da der Ständerstrom vor dem Einschalten den Wert Null hatte, muß er auch unmittelbar nach dem Einschalten gleich Null sein, d. h. die Komponente des freien Gleichstromes vom Charakter B hat zur Zeit $t = 0$ den gleichen Wert wie der stationäre Strom $I_s e^{j\omega t}$ in diesem Zeitpunkt, aber entgegengesetztes Vorzeichen. Der Ständerstrom ist also mit sehr guter Näherung gleich

$$\mathbf{i}_s = \mathbf{I}_s e^{j\omega t} - \mathbf{I}_s e^{p_b t}. \quad (13.29)$$

Dieses Resultat stimmt mit der Beziehung (13.11) überein, für die Momentanwerte ist also das dort Angeführte gültig.

Bei der Drehmomentberechnung darf man nur äußerst vorsichtig die Vernachlässigungen vornehmen. Eine gute angenäherte Berechnung kann man durchführen, wenn das Drehmoment statt der Formel $M = \frac{3}{2} L_m \mathbf{i}_r \times \mathbf{i}_s$ mit dem Magnetisierungsstrom ermittelt wird. Da $\mathbf{i}_r = \mathbf{i}_m - \mathbf{i}_s$ und $\mathbf{i}_s \times \mathbf{i}_s = 0$ läßt sich das Drehmoment auch folgendermaßen ausdrücken:

$$M = \frac{3}{2} L_m \mathbf{i}_m \times \mathbf{i}_s. \quad (13.30)$$

Die vorige, \mathbf{i}_r und \mathbf{i}_s enthaltende Formel ist zu angenäherten Berechnungen nicht brauchbar, weil beide Ströme sehr groß sind, der Winkel zwischen ihnen dagegen sehr klein ist. Ein kleiner Fehler, den man bei der Feststellung des Winkels begeht, kann zu ganz falschen Folgerungen führen. Wir wollen daher zunächst den Einschaltmagnetisierungsstrom \mathbf{i}_m untersuchen.

Der Strom \mathbf{i}_m setzt sich aus drei Komponenten zusammen: aus dem stationären Wechselstrom $\mathbf{I}_m e^{j\omega t}$, dem langsam gedämpften Gleichstrom $\mathbf{A}_{m0} e^{p_a t}$ und dem schnellgedämpften Gleichstrom $\mathbf{B}_{m0} e^{p_b t}$. Im Augenblick $t = 0$ ist $\mathbf{i}_m = 0$, also

$$\mathbf{I}_m + \mathbf{A}_{m0} + \mathbf{B}_{m0} = 0. \quad (13.31)$$

Der Wert von \mathbf{B}_{m0} , also derjenige von den schnell gedämpften Strömen, der über den Überbrückungsweig fließt, kann auf Grund von (13.27) und (13.28) abgeschätzt werden. Für den schnellgedämpften Ständergleichstrom haben wir mit guter Näherung:

$$\mathbf{B}_{s0} = -\mathbf{I}_s.$$

Das Verhältnis der schnellgedämpften freien Ströme ergibt sich zu

$$-\mathbf{B}_{s0} : \mathbf{B}_{m0} = 1 : \frac{Z_s}{Z_m},$$

somit wird:

$$\mathbf{B}_{m0} = -\mathbf{B}_{s0} \frac{Z_s}{Z_m} = \mathbf{I}_s \frac{R_r L_{sl} - R_s L_{rl}}{(R_s + R_r) L_m}. \quad (13.32)$$

Nach (13.31) fließt also im Überbrückungsweig der langsam gedämpfte freie Strom

$$\mathbf{A}_{m0} = -\mathbf{B}_{m0} - \mathbf{I}_m.$$

Der Zahlenwert von \mathbf{A}_{m0} kann auf Grund des Obengesagten gemäß Abb. 13.13 gebildet werden. Diese Abbildung bezieht sich auf Maschinen, die einen verhältnismäßig großen Läuferwiderstand haben, für die also $R_r L_{sl} > R_s L_{rl}$ gültig ist. Abb. 13.14 dagegen bezieht sich auf Maschinen mit verhältnismäßig großem Ständerwiderstand, wo $R_s L_{rl} < R_r L_{rl}$ ist.

Anhand der Kenntnis von \mathbf{A}_{m0} läßt sich die langsamgedämpfte Gleichstromkomponente \mathbf{A}_{s0} des Ständers abschätzen. Die Verteilung der langsam gedämpften Ströme wird durch Beziehung (13.22) festgelegt, demzufolge ist

$$\mathbf{A}_{s0} = \mathbf{A}_{m0} \frac{R_r}{R_s + R_r}. \quad (13.33)$$

Nun können wir zur Drehmomentberechnung selbst übergehen. Die schnellgedämpften Drehmomentkomponenten lassen wir unberücksichtigt; die Ströme können dann folgendermaßen aufgeschrieben werden:

$$\mathbf{i}_s = \mathbf{I}_s e^{j\omega t} + \mathbf{A}_{s0} e^{p_a t},$$

$$\mathbf{i}_m = \mathbf{I}_m e^{j\omega t} + \mathbf{A}_{m0} e^{p_a t}.$$

Das Drehmoment berechnet man mit Hilfe der Beziehung (13.30). Das Vektorprodukt der stationären Ströme liefert das Anlaufmoment im stationären Zustand:

$$\mathbf{M}_1 = \frac{3}{2} L_m (\mathbf{I}_m e^{j\omega t}) \times (\mathbf{I}_s e^{j\omega t}) = \frac{3}{2} L_m \mathbf{I}_m \times \mathbf{I}_s = \mathbf{M}_k.$$

Das Vektorprodukt ist gleich dem Produkt aus den Absolutbeträgen und dem Sinus des eingeschlossenen Winkels. Bilden also \mathbf{I}_m und \mathbf{I}_s den Winkel α , so ist

$$M_k = \frac{3}{2} L_m |\mathbf{I}_m| \cdot |\mathbf{I}_s| \sin \alpha.$$

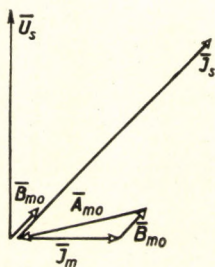


Abb. 13.13. Komponenten des Magnetisierungsstromes, wenn $\frac{L_{st}}{R_s} > \frac{L_{rl}}{R_r}$

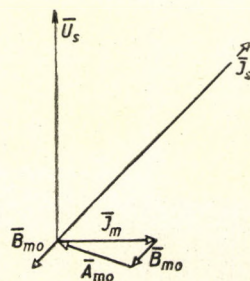


Abb. 13.14. Komponenten des Magnetisierungsstromes, wenn $\frac{L_{st}}{R_s} < \frac{L_{rl}}{R_r}$

Da \mathbf{I}_m fast senkrecht auf \mathbf{U}_s steht, läßt sich Winkel α näherungsweise mit dem Kurzschlußphasenwinkel φ_k zwischen \mathbf{U}_s und \mathbf{I}_s ausdrücken: $\alpha \approx 90^\circ - \varphi_k$, also $\sin \alpha \approx \cos \varphi_k$ und man hat:

$$M_k \approx \frac{3}{2} L_m |\mathbf{I}_m| \cdot |\mathbf{I}_s| \cos \varphi_k. \quad (13.34)$$

Die vektorielle Multiplikation der Gleichstromkomponenten liefert wegen der Parallelität von \mathbf{A}_{s0} und \mathbf{A}_{m0} Null. Aus den Produkten der stationären Ströme mit den Gleichströmen ergibt sich das Drehmoment

$$\mathbf{M}_2 = \frac{3}{2} L_m [\mathbf{A}_{m:0} \times (\mathbf{I}_s e^{j\omega t}) - \mathbf{A}_{s0} \times (\mathbf{I}_m e^{j\omega t})] e^{j\omega t}.$$

Durch Einsetzen des Wertes von \mathbf{A}_{s0} aus (13.33) erhält man

$$\mathbf{M}_2 = \frac{3}{2} L_m \mathbf{A}_{m0} \times \left[\left(\mathbf{I}_s - \frac{R_s}{R_s + R_r} \mathbf{I}_m \right) e^{j\omega t} \right] e^{j\omega t}.$$

Bilden die beiden Vektoren zum Zeitpunkt $t = 0$ den Winkel α_2 , so werden sie nach Verlauf der Zeitspanne t — da \mathbf{A}_{m0} stillsteht, wogegen der andere Vektor sich mit der synchronen Winkelgeschwindigkeit ω_1 dreht — den Winkel $\alpha_2 - \omega_1 t$ einschließen. Die Drehmomentkomponente M_2 wird demnach den Wert

$$M_2 = \frac{3}{2} L_m |\mathbf{A}_{m0}| \cdot \left| \mathbf{I}_s - \frac{R_r}{R_s + R_r} \mathbf{I}_m \right| \sin(\alpha_2 - \omega_1 t) e^{p_a t} \quad (13.35)$$

haben. Diese Drehmomentkomponente ändert sich also im Takt der Netzfrequenz sinusförmig, während ihre Amplitude mit der Zeitkonstante $T_a = -\frac{1}{P_a}$ [s. Formel (13.21b)] zugleich exponentiell abklingt. Diese Zeitkonstante hat die Größenordnung einer halben Sekunde, während der ersten wenigen Perioden darf also die Dämpfung von M_2 vernachlässigt werden.

Besteht zwischen den Daten des Ständers und des Läufers kein allzugroßer Unterschied, so darf \mathbf{B}_{m0} neben \mathbf{I}_{m0} vernachlässigt werden (Abb. 13.13 und 13.14) und dann ist $\mathbf{A}_{m0} = -\mathbf{I}_m$. Indem man in der Formel (13.35) den Wert von $\frac{R_r}{R_s + R_r} \mathbf{I}_m$ neben \mathbf{I}_s vernachlässigt, gewinnt man für die pulsierende Drehmomentkomponente mit ziemlich guter Näherung

$$M_2 \approx \frac{3}{2} L_m |\mathbf{I}_m| \cdot |\mathbf{I}_s| \sin(\alpha_2 - \omega_1 t) e^{p_a t} .$$

Dieser Ausdruck läßt sich auf Grund eines Vergleichs mit Beziehung (13.34) auch in folgender Form schreiben:

$$M_2 = \frac{M_k}{\cos \varphi_k} e^{p_a t} \sin(\alpha_2 - \omega_1 t) . \quad (13.36)$$

Die Amplitude der pulsierenden Drehmomentkomponente kann also mit guter Näherung auf dieselbe Weise berechnet werden wie für eine Maschine mit gleichen Ständer- und Läuferdaten. Falls die Wirkwiderstände sehr stark voneinander abweichen, kann die Beziehung (13.35) benutzt werden.

13.30. BESTIMMUNG DER EINSCHALTSTRÖME MIT HILFE DER OPERATORENRECHNUNG

Die beim gleichzeitigen Einschalten der drei Phasen eines stillstehenden Motors auftretenden Ströme können auch mit Hilfe der Operatorenrechnung bestimmt werden. Die durchgeführten Berechnungen im Abschnitt 14.30 bezüglich des Einschaltens eines Motors bei konstanter Drehzahl behalten auch im Stillstand Gültigkeit, falls $\omega = 0$ und $s = 1$ gesetzt wird.

13.40. ABSCHÄTZUNG DER EINSCHALSTRÖME UNTER VERNACHLÄSSIGUNG DER WIRKWIDERSTÄNDE

Die Vernachlässigung der Wirkwiderstände ermöglicht eine sehr schnelle Bestimmung der Flüsse. Anhand der Kenntnis der Flüsse kann man die Ströme mit Hilfe der Formeln:

$$\mathbf{i}_s = \frac{\psi_s - k_r \psi_r}{L'_s} \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{i}_r = \frac{\psi_r - k_s \psi_s}{L'_r}$$

[s. (10.7) und (10.8)] bestimmen.

Die Wirkwiderstände der Asynchronmotoren sind viel größer als die der Synchronmaschinen, in unserem Fall spielen also die Wirkwiderstände eine viel bedeutendere Rolle als bei der Synchronmaschine. Obige Methode kann im allgemeinen selbst als Näherung nur angewandt werden, wenn die Wirkwiderstände den Wert der stationären Ströme lediglich in geringerem Maße beeinflussen. Mit Hilfe dieser Methode geht man im allgemeinen auf die gleiche Weise vor wie bei den Synchronmaschinen. Man bestimmt unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände den Wert der Ströme verschiedenen Charakters; falls man aber die Wirkwiderstände nicht berücksichtigt, werden diese Ströme nicht gedämpft. Die berechneten Werte dürfen also nur als Anfangswerte der einzelnen Komponenten betrachtet werden und erst dann werden die mit andersartigen Überlegungen gewonnenen Zeitkonstanten in Betracht gezogen. Die Zeitkonstanten werden selbstverständlich aus den Widerständen bestimmt.

Im Falle von Asynchronmaschinen stellen die so gewonnenen Resultate natürlich nur eine grobe Näherung dar, aber die Methode ist schnell und einfach. Deshalb eignet sie sich vor allem zur qualitativen Untersuchung von komplizierteren Erscheinungen. Sie kann im allgemeinen nur zur Bestimmung der Ströme benutzt werden, während das mit ihrer Hilfe berechnete Drehmoment meistens nicht einmal das qualitative Bild richtig wiedergibt.

Untersuchen wir nun, welche Vereinfachung die Vernachlässigung der Wirkwiderstände mit sich bringt.

Der mit den kurzgeschlossenen Wicklungen verkettete Fluß ist — wie wir auch bei der Untersuchung der Synchronmaschine gesehen haben — konstant, falls keine Wirkwiderstände vorhanden sind.

Wird an die dreiphasige Wicklung eine Dreiphasenspannung angelegt, so lautet die Spannungsgleichung

$$\mathbf{u} = \mathbf{i}R + \frac{d\psi}{dt}$$

Die Vernachlässigung des Wirkwiderstandes bedeutet, daß die an die Wicklung angelegte Spannung die Flußänderung, d. h. die Geschwindigkeit des Flußvektors, eindeutig bestimmt:

$$\frac{d\psi}{dt} = \mathbf{u}$$

Dieses Prinzip kann man besonders erfolgreich anwenden, wenn die an die Wicklung angelegte Spannung eine symmetrische Dreiphasenspannung ist:

$$\mathbf{u} = \mathbf{U}e^{j\omega_1 t}.$$

Im stationären Zustand gehört zu dieser Spannung der Fluß

$$\psi = \frac{\mathbf{U}}{j\omega_1} e^{j\omega_1 t},$$

der Endpunkt des Flußvektors wird also einen Kreis beschreiben (Abb. 13.15a). Wenn an die Wicklung plötzlich die Spannung $\mathbf{u} = \mathbf{U}e^{j\omega_1 t}$ angelegt

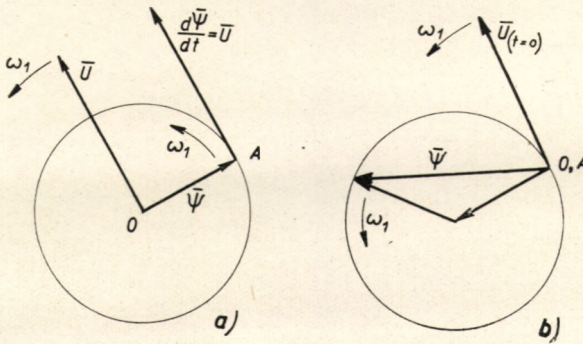


Abb. 13.15. Änderung des Ständerflusses nach dem Einschalten (unter Vernachlässigung von R_s)

wird, dann muß die Flußänderung, d. h. die Geschwindigkeit des Flußvektors die gleiche sein wie jene Flußänderung, die von der gleichen Spannung im stationären Zustand hervorgerufen würde. Die Bahn des Flußvektors kann also höchstens um einen konstanten Wert verschoben werden, doch bleibt ihre Form erhalten.

Wenn im Zeitpunkt $t = 0$ die Spannung \mathbf{u} z. B. an eine Wicklung, mit der kein Fluß verkettet war, angelegt wird, so bezeichnet man am Kreis des Flußvektors den Punkt, der im stationären Zustand der Spannung \mathbf{u} dem Zeitpunkt $t = 0$ entsprechen würde, mit A und verschiebt den Kreis derart, daß Punkt A in den Koordinatenursprung zu liegen kommt (Abb. 13.15b). Dadurch wird der Anfangswert des Flusses gleich Null sein. War vor dem Einschalten der remanente Fluß Ψ_0 vorhanden, dann ist der Punkt A in den Punkt Ψ_0 zu verschieben.

Die Verschiebung des Flußvektors kann auch so erklärt werden, daß beim Einschalten einerseits der dem stationären Zustand entsprechende Fluß

$$\psi = \frac{\mathbf{U}}{j\omega_1} e^{j\omega_1 t}$$

$$\Psi_0 - \frac{\mathbf{U}}{j\omega_1}$$

auftreten muß, damit sich der Fluß im Augenblick des Einschaltens

nicht sprunghaft verändert. Die Addition des konstanten Flusses bedeutet ein Verschieben des Kreises.

Untersuchen wir nun den obigen Prinzipien entsprechend die Einschaltvorgänge eines Asynchronmotors. Die an den Ständer plötzlich angelegte Spannung sei $\mathbf{u}_s = \mathbf{I}U_s e^{j\omega_1 t}$. Der Ständerfluß muß sich gemäß Abb. 13.16 ändern, es gilt also:

$$\psi_s = -\frac{U_s}{j\omega_1} + \frac{U_s}{j\omega_1} e^{j\omega_1 t}.$$

Der Läuferfluß hatte zum Zeitpunkt $t = 0$ den Wert Null, muß also infolge der Vernachlässigung des Läuferwiderstandes auch diesen Wert beibehalten:

$$\psi_r = 0.$$

Der Einschaltstrom des Ständers ist nach (10.7)

$$\mathbf{i}_s = \frac{\psi_s - k_r \psi_r}{L'_s} = \frac{\psi_s}{L'_s} = -\frac{U_s}{jX'_s} + \frac{U_s}{jX'_s} e^{j\omega_1 t}.$$

Das zweite Glied, der stationäre Strom von der Frequenz f_1 , stellt infolge der Vernachlässigung der Wirkwiderstände keinen genauen Wert dar. Der Strom U_s/jX'_s hat rein induktiven Charakter, der Endpunkt seines Vektors fällt mit sehr guter Näherung auf das gewöhnliche Kreisdiagramm des Asynchronmotors (Punkt P in Abb. 13.5) und stimmt nahezu mit dem beim Schlupf $s = 1$ aufgenommenen Strom überein. Die Abweichung vom richtigen Wert $\mathbf{I}_s(s = 1)$ ist dem Absolutbetrag nach nicht groß, der Phasenfehler ist bedeutender. Das erste Glied des Stromes \mathbf{i}_s stellt die Gleichstromkomponente dar, die sich bei Vernachlässigung der Wirkwiderstände naturgemäß nicht in einen langsam und einen schnell gedämpften Anteil zerlegen läßt. Mit guter Näherung kann man den gesamten Gleichstrom als schnell gedämpft auffassen, dessen Zeitkonstante T_b mit Hilfe der Formeln (13.23) oder (13.24b) bestimmt werden kann. So ergibt sich unter Berücksichtigung der Dämpfung für den Einschaltstrom im Ständer:

$$\mathbf{i}_s = -\frac{U_s}{jX'_s} e^{-\frac{t}{T_b}} + \frac{U_s}{jX'_s} e^{j\omega_1 t}. \quad (13.37)$$

Der Stromvektor beschreibt bei Vernachlässigung der Dämpfung einen der Bahn des Flusses ψ_s ähnlichen Kreis (Abb. 13.16). Die Dämpfung bedeutet, daß sich der Kreismittelpunkt dem Koordinatenursprung nähert. Die durch die Beziehung (13.37) bestimmte Bahn des Endpunktes des Stromvektors \mathbf{i}_s ist in Abb. 13.17 dargestellt. Man erkennt, daß die Abweichung gegenüber dem genauen Diagramm der Abb. 13.5 nicht wesentlich ist.

Der Läuferstrom ist gemäß (10.8):

$$\mathbf{i}_r = \frac{\psi_r - k_s \psi_s}{L'_r} = -\frac{L_m}{L_s} \frac{\psi_s}{L'_r}.$$

Wird an die stillstehende Maschine die Spannung $\mathbf{u}_s = \mathbf{U}_s e^{j\omega_1 t}$ angelegt, muß sich unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände der Ständerfluß gemäß Abb. 13.18b ändern:

$$\boldsymbol{\psi}_s = \boldsymbol{\Psi}_{s0} + \left(-\frac{\mathbf{U}_s}{j\omega_1} + \frac{\mathbf{U}_s}{j\omega_1} e^{j\omega_1 t} \right), \quad (13.38)$$

der Läuferfluß aber bleibt unverändert:

$$\boldsymbol{\psi}_r = \boldsymbol{\Psi}_{r0}. \quad (13.39)$$

Diesen Zustand hätte man auch durch Heranziehung des Superpositionsprinzips gewinnen können. In den Strömen gibt es keine wesentliche Abwei-

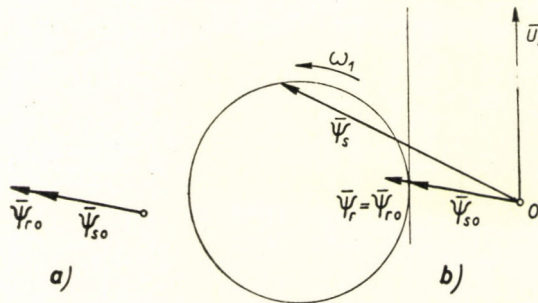


Abb. 13.18. Änderung der Flüsse beim Einschalten eines nicht stromlosen Motors

chung gegenüber dem Einschalten der stromlosen Maschine, weil der Strom I_{r0} kleiner als der Leerlaufstrom ist. Anders verhält es sich mit dem Drehmoment. Gemäß (10.13) gilt:

$$M = \frac{3}{2} \frac{L_m}{L_r L'_s} \boldsymbol{\psi}_r \times \boldsymbol{\psi}_s = \frac{3}{2} \frac{L_m}{L_r L'_s} \boldsymbol{\Psi}_{r0} \times \left(-\frac{\mathbf{U}_s}{j\omega_1} + \frac{\mathbf{U}_s}{j\omega_1} e^{j\omega_1 t} \right).$$

Hierbei wurde berücksichtigt, daß $\boldsymbol{\Psi}_{r0}$ und $\boldsymbol{\Psi}_{s0}$ parallele Vektoren sind, daß also ihr Vektorprodukt Null wird. Der Wert des Drehmoments hängt von der Einschaltphasenlage ab. Nehmen wir an, daß $\boldsymbol{\Psi}_{r0}$ in Richtung der Imaginärachse:

$$\boldsymbol{\Psi}_{r0} = j \Psi_{r0},$$

der Vektor der an den Ständer gelegten Spannung im Augenblick $t = 0$ aber in die Richtung der reellen Achse zeigt. Dann ergibt sich infolge $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \text{Im} \{ \hat{\mathbf{a}} \mathbf{b} \}$ für das Drehmoment

$$M = \frac{3}{2} \frac{L_m}{L_r L'_s} \text{Im} \left\{ -j \Psi_{r0} \frac{U_s}{j\omega_1} (-1 + e^{j\omega_1 t}) \right\} = -\frac{3}{2} \frac{L_m}{L_r L'_s} \Psi_{r0} \frac{U_s}{\omega_1} \sin \omega_1 t. \quad (13.40)$$

Die Größe des Drehmoments pulsiert mit der Frequenz f_1 , wie auch auf Grund von Abb. 13.19 ersichtlich, weil der Betrag des Vektorprodukts $\psi_r \times \psi_s$ gleich dem doppelten Flächeninhalt des durch die Vektoren ψ_r und ψ_s bestimmten Dreiecks (in Abb. 13.19 schraffiert) ist. Das Drehmoment als Funktion der Zeit ist in Abb. 13.20 wiedergegeben. In der ersten Halbperiode hat es einen negativen Wert. Wäre das Einschalten eine halbe Periode später erfolgt, so hätte sich in der ersten Halbperiode ein positives Drehmoment ergeben.

Nun soll abgeschätzt werden, welche Größe die Amplitude des Drehmoments im Extremfall erreichen kann. Wir nehmen an, daß der Läuferfluß vor dem Einschalten 80% des Nennflusses U_s/ω_1 oder, in relativen Ein-

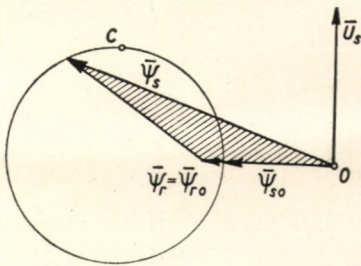


Abb. 13.19. Bestimmung des Drehmomentes aus den Flüssen

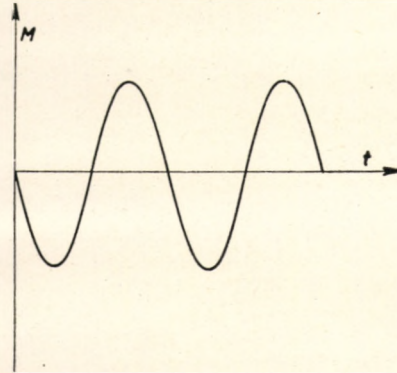


Abb. 13.20. Zeitlicher Verlauf des Drehmomentes bei einem wiedereingeschalteten Motor (unter Vernachlässigung von R_s)

heiten ausgedrückt, $\Psi_{r0}^* = 0,8$ beträgt. Es sei ferner $U_s^* = 1$, $L_m/L_r = 0,96$ und $\omega_1^* L_s^* = 0,2$. Dann haben wir für die Amplitude des Drehmoments:

$$M_{\max}^* = \frac{0,96}{0,2} 0,8 \approx 4,$$

also das 4fache des aus der Nennscheinleistung berechneten Drehmomentes bzw. ungefähr das 5- bis 6fache des üblichen Nennmomentes.

Bei den für das Drehmoment erhaltenen Resultaten muß man die größte Vorsicht walten lassen. Es soll nun untersucht werden, unter welchen Bedingungen die Vernachlässigung der Wirkwiderstände zulässig ist. Der Näherungswert des Ständerflusses soll mit ψ_s , sein genauer Wert mit $\psi_s + \Delta\psi_s$ bezeichnet werden. Letzterer entspricht der Spannungsgleichung für den Ständer:

$$u_s = i_s R_s + \frac{d(\psi_s + \Delta\psi_s)}{dt},$$

der Näherungswert ψ_s aber, den wir unter Vernachlässigung von R_s erhalten haben, der Gleichung

$$\mathbf{u}_s = \frac{d\psi_s}{dt}.$$

Nach Subtraktion voneinander und Ordnen der beiden Gleichungen gewinnt man für den Fehler des Ständerflusses:

$$\Delta\psi_s = - \int_0^t \mathbf{i}_s R_s dt. \quad (13.41)$$

Ähnlicherweise erhält man für den Fehler des Läuferflusses:

$$\Delta\psi_r = - \int_0^t \mathbf{i}_r R_r dt. \quad (13.42)$$

Die Abweichung erreicht also um so höhere Werte, je größer die verlaufene Zeit und die Wirkwiderstände sind. Wir schätzen diesen Fehler zum Zeitpunkt des ersten Drehmomenthöchstwertes $\left(t_1 = \frac{T_1}{4} = \frac{2\pi}{4\omega_1}\right)$ ein und nehmen an, daß die unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände erhaltenen Stromwerte innerhalb einer Viertelperiode noch als gültig angesehen werden dürfen. Auf Grund des Superpositionsprinzips ist der Ständerstrom der gleiche, mag die Maschine nun stromlos sein oder nicht, denn im letzteren Fall war ein Strom vor dem Einschalten nur im Läufer vorhanden. Daraus folgt nach (13.37):

$$\mathbf{i}_s \approx \frac{\mathbf{U}_s}{jX'_s} \left(-e^{-\frac{t}{T_b}} + e^{j\omega_1 t} \right).$$

Für den Fehler des Ständerflusses ergibt sich also gemäß (13.41):

$$\begin{aligned} \Delta\psi_s &\approx j \frac{R_s}{X'_s} \mathbf{U}_s \int_0^t \left(-e^{-\frac{t}{T_b}} + e^{j\omega_1 t} \right) dt = \\ &= \frac{R_s}{X'_s} \frac{\mathbf{U}_s}{\omega_1} \left(j\omega_1 T_b e^{-\frac{t}{T_b}} + e^{j\omega_1 t} - j\omega_1 T_b - 1 \right). \end{aligned}$$

Mit den Kennwerten $R_s/X'_s = 0,15$, $\omega_1 T_b = 3,4$ der am Ende des Kapitels 11 beschriebenen Maschine ist zur Zeit $t = \frac{T_1}{4} = \frac{2\pi}{4\omega_1}$ der Fehler:

$$\Delta\psi_s \approx (-0,15 - j0,04) \frac{\mathbf{U}_s}{\omega_1}.$$

Unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände gelangt der Endpunkt des Vektors ψ_s eine Viertelperiode nach dem Einschalten in den Punkt C der Abb. 13.19; der Realteil von ψ_s ist $\frac{U_s}{\omega_1}$, welcher laut dem errechneten Wert von $\Delta\psi_s$ um etwa 15% verringert werden muß. Im gleichen Verhältnis wird durch den Einfluß von R_s auch die Amplitude des Drehmoments verringert. Nach einer 1/6-Periode ($t = \frac{T_1}{6}$) beträgt der Fehler im Ständerfluß:

$$\Delta\psi_s = (-0,075 - j0,006) \frac{U_s}{\omega_1}.$$

Ungefähr der gleiche Fehler wird im ψ_r durch den Wirkwiderstand des Läufers verursacht. Demzufolge fällt die Amplitude des Drehmoments etwa um 20—30% kleiner als der Näherungswert aus.

Unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände gewinnt man also in der ersten Viertelperiode praktisch hinnehmbare Werte. Andere Erscheinungen, in erster Linie die Sättigung, haben größere Fehler zur Folge.

13.50. EINSCHALTEN MIT OFFENEM LÄUFERKREIS

Schleifringmotoren werden gewöhnlich mit offenem Läuferkreis eingeschaltet. In diesem Fall spielt die Wicklung des Läufers gar keine Rolle. Vor dem Einschalten ist der Ständerfluß gleich Null, sein zeitlicher Verlauf entspricht also der Abb. 13.16, falls der Ständerwirkwiderstand vernachlässigt wird. Der Ständerfluß als Zeitfunktion hat die Form:

$$\psi_s = -\frac{U_s}{j\omega_1} + \frac{U_s}{j\omega_1} e^{j\omega_1 t}.$$

Der Absolutbetrag des Flusses erreicht seinen Höchstwert eine halbe Periode nach dem Einschalten,

$$\psi_{s \max} = 2 \frac{U_s}{\omega_1}$$

beträgt also das Doppelte des Flusses für stationären Zustand. Wegen $i_r = 0$ und $\psi_s = L_s i_s$ gilt:

$$i_s = \frac{U_s}{jX_s} (-1 + e^{j\omega_1 t}). \quad (13.43)$$

U_s/jX_s ist mit guter Näherung gleich dem Leerlaufstrom. Die Gleichstrom-

komponenten des Stromes i_s und des Flusses ψ_s werden gemäß der Leerlaufzeitkonstante

$$T_{s0} = \frac{L_s}{R_s} = \frac{L_{sl} + L_m}{R_s} = \frac{X_s}{\omega_1 R_s}$$

des Ständers gedämpft. Beim Einschalten an die Nennspannung ist die Sättigung infolge des zweifachen Flußwertes von sehr großer Bedeutung. Obwohl nach Formel (13.43) der Höchstwert des Stromes nur das Doppelte des Leerlaufstromes beträgt, tritt in Wirklichkeit wegen der Sättigung bedeutend höherer Strom auf. Diese Erscheinung ist bei Transformatoren viel ungünstiger, weil diese eine geringere Streuinduktivität und praktisch keinen Luftspalt haben und daher die Magnetisierungskurve im Sättigungsabschnitt ganz flach verläuft, wodurch bedeutend höhere Sättigungen eintreten.

13.60. UNGLEICHZEITIGES EINSCHALTEN

Die Motorschalter schalten im allgemeinen nicht in allen drei Phasen gleichzeitig ein. Bei $f = 50$ Hz bedeutet eine Abweichung von 0,005 sec eine Viertelperiode, und durch diese Verspätung können die transienten Vorgänge in hohem Grade beeinflußt werden. Deshalb soll zunächst untersucht werden, was vorgeht, wenn nur zwei Phasen an das Netz angeschlossen werden. Diese beiden Phasen mögen die Phasen b und c sein (Abb. 13.21).

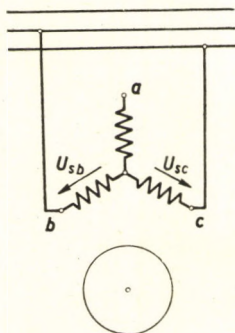


Abb. 13.21. Einschaltung von zwei Phasen

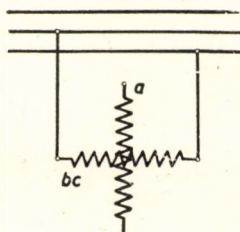


Abb. 13.22. Ersetzung der Wicklungen von zwei Phasen durch eine Wicklung

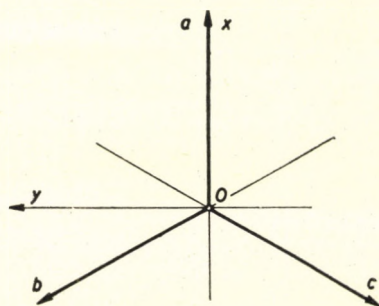


Abb. 13.23. Achsen der Komponenten in Richtung x, y

Durch die Wicklungen der Phasen b und c fließt der gleiche Strom und daher können beide Wicklungen durch eine einzige ersetzt werden. Die Achse der resultierenden Wicklung steht senkrecht auf die Achse der Phase a . Infolgedessen besteht zwischen Wicklung bc und Wicklung a keine induktive Verkettung. In diesem Fall kann der Dreiphasenmotor mit einem Zweiphasenmotor ersetzt werden. Wenn nun im Ersatzzweiphasenmotor nur an Wicklung bc eine Spannung angelegt wird (Abb. 13.22), so ruft beim stillstehenden

Motor der in dieser Wicklung fließende Strom im kurzgeschlossenen Dreiphasenläufer (oder im Käfigläufer) lediglich Ströme hervor, deren resultierende Erregung die gleiche Richtung hat; infolgedessen induzieren auch die Läuferströme keine Spannung in der Phase a des Ständers. In einer stillstehenden Maschine spielen sich also die Vorgänge am Ständer in den beiden zueinander senkrechten Richtungen a und bc völlig unabhängig voneinander ab.

Obwohl die Ersetzung einer Dreiphasenmaschine mit einer zweiphasigen in unserem Fall einfach und anschaulich ist, erweist es sich für die Berechnungen auch jetzt zweckmäßiger, die dreiphasigen Vektoren beizubehalten. Dann muß man die verschiedenen Windungszahlen nicht berücksichtigen und die in den Berechnungen benutzten Impedanzen werden gleichfalls die üblichen Werte: die Impedanzen einer Phase der Dreiphasenmaschine sein.

Da die Phase a noch nicht eingeschaltet ist, gilt für sie im Ständer $i_{sa} = 0$. Für die Ständerspannung kann man folgende Gleichung aufschreiben:

$$u_{sb} - u_{sc} = u,$$

wobei u die verkettete Spannung der Netzphasen b und c ist.

Nun soll der aus den drei Phasenspannungen des Ständers zusammengesetzte Vektor \mathbf{u}_s in reelle und imaginäre Teile u_{sx} und u_{sy} (Abb. 13.23) zerlegt werden. Unter Anwendung der Beziehung (2.1) läßt sich schreiben:

$$\mathbf{u}_s = u_{sx} + j u_{sy} = \frac{2}{3} (u_{sa} + \mathbf{a} u_{sb} + \mathbf{a}^2 u_{sc}).$$

Nachdem

$$\mathbf{a} = e^{j120^\circ} = -0,5 + j \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \mathbf{a}^2 = -0,5 - j \frac{\sqrt{3}}{2}$$

und $u_{sa} + u_{sb} + u_{sc} = 0$ ist, erhält man:

$$u_{sx} = u_{sa}$$

und

$$u_{sy} = \frac{1}{\sqrt{3}} (u_{sb} - u_{sc}) = \frac{1}{\sqrt{3}} u.$$

Sind also nur die Phasen b und c eingeschaltet, so wird durch die Netzspannung nur die y -Komponente (in der Achsenrichtung der resultierenden Wicklung der Phasen b und c) des Vektors \mathbf{u}_s bestimmt.

Ähnlich kann man auch den Ständerstromvektor \mathbf{i}_s zerlegen:

$$i_{sx} = i_{sa},$$

$$i_{sy} = \frac{1}{\sqrt{3}} (i_{sb} - i_{sc}).$$

Da $i_{sa} = 0$, zeigt der Vektor \mathbf{i}_s in die Richtung der y -Achse.

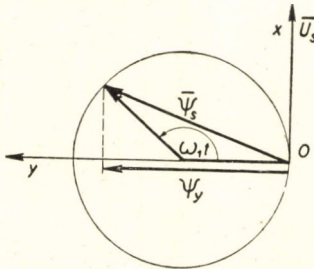
Wenn wir die Spannungs- und Flußgleichungen (auch die Werte des Läufers) im Koordinatensystem x, y aufschreiben und jede Gleichung in reelle und imaginäre Teile zerlegen, erhalten wir für einen stillstehenden Motor Gleichungen, in denen entweder nur Größen der x - oder nur der y -Richtung vorkommen. Infolgedessen sind die Richtungen x und y durchwegs unabhängig voneinander.

Falls nur an die Phasen b und c eine Spannung gelegt wird, werden die Ströme, Spannungen und Flüsse nur eine Komponente in der y -Richtung haben. Unter der Voraussetzung, daß die y -Komponente des Spannungsvektors \mathbf{u}_s genau so verläuft wie im vorigen Fall, erhält man dank der Unabhängigkeit beider Richtungen für die Komponenten der y -Richtung auch dann das gleiche Resultat, wenn die Phase a eingeschaltet wird.

Demzufolge kann der nur an zwei Phasenleitern des Netzes angeschlossene Motor so behandelt werden, als wären alle drei Phasen eingeschaltet und die Ständerspannung gleich $\mathbf{u}_s = U_s e^{j\omega_1 t}$. Dabei ist aber nur die y -Komponente der Ströme und Flüsse tatsächlich als wirksam zu betrachten.

Nun wollen wir den Fall untersuchen, wenn im Augenblick des Einschaltens der Phasen b und c an den Klemmen b und c keine Spannung herrscht.

Dann fällt die Richtung des Vektors \mathbf{u}_s mit der Richtung der a -Achse zusammen: ($U_s = U_s$) und der Vektor \mathbf{U}_s hat keine y -Komponente (Abb. 13.24). Unter Vernachlässigung des Ständerwirkwiderstandes gestaltet sich der Dreiphasenfluß ψ_s ähnlich wie in Abb. 13.16; sein Wert ist gleich



$$\psi_s = -\frac{U_s}{j\omega_1} + \frac{U_s}{j\omega_1} e^{j\omega_1 t}.$$

Abb. 13.24. Fluß der y -Richtung, falls das Einschalten der zwei Phasen im Zeitpunkt $\omega_{bc} = 0$ erfolgt

Jetzt kommt aber nur noch dessen y -Komponente zustande, seine x -Komponente ist gleich Null, weil auch i_{sa} wegen der Unterbrechung der Phase a gleich Null ist. Der in der Maschine entstehende Fluß ist also der imaginäre Teil des obigen Flusses ψ_s :

$$\psi_y = \frac{U_s}{\omega_1} - \frac{U_s}{\omega_1} \cos \omega_1 t. \quad (13.44)$$

Der Ständerfluß besteht demnach aus einer konstanten gleichstromerregten und einer pulsierenden Komponente, beide von Richtung der y -Achse.

Erfolgt das Einschalten der Phasen b und c in einer anderen Phasenlage, so wird die Gleichstromkomponente im Ständerfluß einen anderen Wert haben. Eine Gleichstromkomponente ist nicht vorhanden, wenn im Augenblick des Einschaltens die Spannung an den Klemmen b und c den Höchstwert hat. In diesem Fall wäre der Vektor \mathbf{U}_s im Augenblick $t = 0$ von Abszissenrichtung, der Dreiphasenfluß würde sich also nach Abb. 13.25 gestalten,

der Vektor ψ_{sg} der Gleichstromflußkomponente würde in die x -Richtung zeigen und seine Projektion auf die y -Achse verschwinden.

Wir untersuchen nun das nichtgleichzeitige Einschalten der drei Phasen. Greifen wir den Fall heraus, wo zuerst die Phasen b und c an das Dreiphasen-netz angeschlossen werden, und zwar in dem Augenblick ($t = 0$), wenn die verkettete Spannung an den Netzphasen b und c eben Null ist (der Fall in Abb. 13.24). Das Einschalten der Phase a möge eine Viertelperiode ($\omega_1 t = \frac{\pi}{2}$)

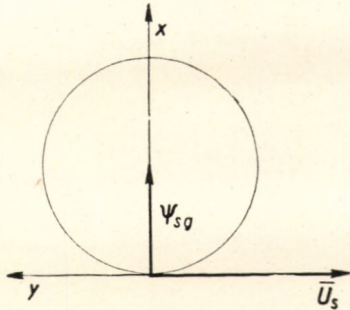


Abb. 13.25. Fluß der y -Richtung, falls das Einschalten der zwei Phasen beim Höchstwert von u_{bc} erfolgt

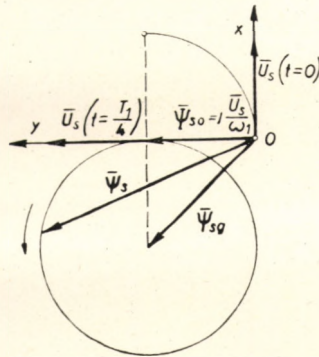


Abb. 13.26. Änderung des Ständerflusses bei ungleichzeitiger Einschaltung der drei Phasen

später erfolgen. Solange nur die Phasen b und c eingeschaltet sind, sind die x -Komponenten der Fluß- und Stromvektoren gleich Null. Die y -Komponente des Flusses ändert sich gemäß (13.44), hat also nach einer Viertelperiode den Wert

$$\psi_y = \frac{U_s}{\omega_1}$$

bzw.

$$\psi_s = j \frac{U_s}{\omega_1}.$$

In diesem Augenblick wird die Phase a eingeschaltet. Dies kann man als ein dreiphasiges Einschalten auffassen, aber dann hat der Ständerfluß im Augenblick des Einschaltens den Wert

$$\Psi_{s0} = j \frac{U_s}{\omega_1}.$$

Zum Zeitpunkt des Einschaltens der Phase a ist der Vektor \mathbf{u}_s gegen seine zu $t = 0$ gehörige Lage um 90° nach vorn verdreht, bei Vernachlässigung des Ständerwirkwiderstandes muß also einerseits das Kreisdiagramm des Flusses ψ_s durch den Endpunkt des Vektors Ψ_{s0} durchgehen, andererseits muß die Kreistangente in diesem Augenblick waagrecht sein. Das Kreisdiagramm des

Flusses nimmt also die Lage ein, wie sie Abb. 13.26 zeigt. Da sein Radius den dem stationären Zustand entsprechenden Wert U_s/ω_1 hat, beträgt der Abstand des Kreismittelpunktes vom Koordinatenursprung, also die Größe der Gleichstromkomponente des Flußvektors:

$$\psi_{sg} = \sqrt{2} \frac{U_s}{\omega_1}.$$

Der Ständerfluß erreicht seinen Höchstwert mit einer $3/8$ -Periode nach dem Einschalten der Phase a und hat die Größe

$$\Psi_{s \max} = (\sqrt{2} + 1) \frac{U_s}{\omega_1}.$$

Unter Vernachlässigung des Läuferwirkwiderstandes behält der Fluß ψ_r während des gesamten Vorganges den Wert Null bei. Die Ströme können daher mit Hilfe der Formeln

$$\mathbf{i}_s = \frac{\psi_s}{L'_s}$$

bzw.

$$\mathbf{i}_r = -\frac{k_s \psi_s}{L'_r} = -\frac{L_m}{L_s L'_r} \psi_s = -\frac{L_m}{L_r} \frac{\psi_s}{L'_s} = -\frac{L_m}{L_r} \mathbf{i}_s$$

berechnet werden.

Man sieht also, daß der Vektor der Gleichstromkomponente infolge des nichtgleichzeitigen Einschaltens gegebenenfalls sogar das $\sqrt{2}$ fache des Wertes, der beim gleichzeitigen Einschalten auftritt, erreichen kann.

In den bisherigen Überlegungen haben wir die Wirkwiderstände vernachlässigt. Die Berechnungen lassen sich aber auch unter Berücksichtigung der Wirkwiderstände ähnlicherweise durchführen. Auch in diesem Fall werden die Vektoren in ihre x - und y -Komponenten zerlegt. Die schnell gedämpften freien Ströme erreichen nicht den $\sqrt{2}$ fachen Wert, weil sie schon innerhalb einer Viertelperiode stark gedämpft werden. Die langsam gedämpften Komponenten können sich dagegen vollständig entwickeln, da sich ihr Wert während einiger Perioden nur unbedeutend verringert.

Falls die Daten von Ständer und Läufer übereinstimmen, weist der Hauptfluß neben der stationären nur eine langsam gedämpfte Komponente auf. Im obigen ungünstigen Fall des ungleichzeitigen Einschaltens kann daher die Gleichstromkomponente des Hauptflusses das $\sqrt{2}$ fache des stationären Wertes erreichen. Infolgedessen kann der Anteil des Anlaufmomentes, der aus der Wechselwirkung der stationären und der langsam gedämpften Ströme entsteht, einen $\sqrt{2}$ fach größeren Wert erreichen als im Falle des gleichzeitigen

Einschaltens. Beim gleichzeitigen Einschalten ist diese Komponente nach Formel (13.17) im Abschnitt 13.102

$$M_3 = - \frac{M_k}{\cos \varphi_k} \cos(\omega_1 t - \varphi_k) e^{p_a t},$$

beim nichtgleichzeitigen Einschalten, im ungünstigen Fall, kann sie sich jedoch auf den Wert

$$M_3 = - \sqrt{2} \frac{M_k}{\cos \varphi_k} \cos(\omega_1 t - \varphi_k - 45^\circ) e^{p_a t}$$

erhöhen. Die Drehmomentkomponenten M_2 und M_4 (Abschnitt 13.102) klingen praktisch während 1 bis 2 Perioden vollständig ab; das Gesamtdrehmoment kann daher nach 1 bis 2 Perioden mit der Formel

$$M = M_k + M_2 = M_k \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{\cos \varphi_k} \cos(\omega_1 t + \alpha) e^{p_a t} \right]$$

angegeben werden. Der Höchstwert des Drehmoments beträgt mit guter Näherung

$$M_{\max} = M_k \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{\cos \varphi_k} \right). \quad (13.45)$$

Im Zahlenbeispiel im Abschnitt 13.102 ist $\cos \varphi_k = 0,276$, das Höchstdrehmoment beträgt also $6,1 M_k$, d. h. etwa das 6fache des dem stationären Zustand entsprechenden Anlaufmomentes. Der pulsierende Drehmomentanteil wird mit einer Zeitkonstante von $T_a = 0,52$ sec gedämpft. Wegen der Sättigung dürfen diese Angaben natürlich nur als Näherungswerte betrachtet werden.

Im Falle eines stillstehenden Motors entwickeln sich die Ströme bzw. Flüsse — wie wir es weiter oben beschrieben haben — in den zwei zueinander senkrechten Richtungen unabhängig. Demzufolge läßt sich das nichtgleichzeitige Einschalten auch so untersuchen, daß die Ströme und Flüsse die beim Einschalten eines einphasigen, an der Sekundärseite kurzgeschlossenen Transformators auftreten, in den Richtungen bc und a getrennt (unabhängig voneinander) ermittelt und die einzelnen Komponenten dann vektoriell addiert werden. Beim Einschalten eines Einphasentransformators an eine Wechselspannung hängt die Größe der Gleichstromkomponenten von der Phasenlage der Einschaltspannung ab. Erfolgt z. B. sowohl das erste (bc) als das zweite (a) Einschalten zu einem Zeitpunkt, wo keine Gleichstromkomponenten vorhanden sind, so spielt sich der ganze Einschaltvorgang ohne Hinzutreten von freien Komponenten ab, und es bilden sich sogleich die dem stationären Zustand entsprechenden Ströme heraus.

In der Wirklichkeit kann dieser Zustand nur bei sehr kleinen Wirkwiderständen erfolgen. Beim einphasigen Einschalten können nämlich die Gleichstromkomponenten in den beiden eingeschalteten Wicklungen so be-

stimmt werden, daß man die Vektoren der ermittelten Gleichstromkomponenten für das gleichzeitige dreiphasige Einschalten auf die resultierende Achsenrichtung der eingeschalteten Wicklungen projiziert. Da aber die Vektoren der langsam und schnell gedämpften Ströme nicht die gleiche Richtung haben (\mathbf{A}_0 und \mathbf{B}_0 in Abb. 13.4), gibt es keine Richtung, in welcher die Projektionen der beiden Komponenten gleichzeitig Null ergeben würden. Deshalb tritt beim Einschalten zumindest eine der beiden Komponenten bestimmt auf.

Von dieser Regel bilden nur der Magnetisierungsstrom und der Hauptfluß eine Ausnahme, wenn die Daten von Ständer und Läufer übereinstimmen. In diesem Fall besitzen nämlich \mathbf{i}_m und $\boldsymbol{\psi}_m$ keine schnellgedämpften Komponenten, sie stehen nahezu senkrecht auf den Spannungsvektor des Ständers und infolgedessen tritt beim einphasigen Einschalten keine Gleichstromkomponente von ihnen auf, wenn das Einschalten im Augenblick des Spannungshöchstwertes erfolgt. Erfolgt das Einschalten auf diese Weise, so treten im Drehmoment nur schnell gedämpfte pulsierende Komponenten auf und auch diese nur mit geringeren Anfangswerten.

Ähnlicherweise — durch Zerlegung nach zwei zueinander senkrechten Richtungen — kann der Fall des Sanft- und Grobanlaufs untersucht werden, wenn nämlich zwecks Verringerung oder Vergrößerung des Anlaufmomentes vor die eine Ständerphase ein Wirkwiderstand oder irgendeine andere Impedanz (bzw. Kapazität) geschaltet wird. Gleichzeitig mit der Verringerung bzw. Vergrößerung des Drehmomentes M_k werden die pulsierenden Drehmomente geschwächt bzw. verstärkt. Das Verhältnis der einzelnen Drehmomentkomponenten bleibt größenordnungsmäßig das gleiche wie in den bisher eingehend untersuchten Fällen. Da die beiden zueinander senkrechten Richtungen kein symmetrisches System bilden, hängen die sich entwickelnden Ströme und Drehmomente selbst dann von der Einschaltphasenlage ab, wenn das Einschalten in den drei Phasen gleichzeitig erfolgt.

13.70. EINSCHALTEN AUF EINE GLEICHSPANNUNG

Schrittweise Verdrehung des Läufers (Schrittschaltung)

Zur genauen Einstellung gewisser Wellen von Werkzeugmaschinen in eine gegebene Lage muß der Asynchronmotor manchmal mit einer ganz geringen Drehzahl betrieben werden. Zu diesem Zweck hat sich sehr gut die Lösung bewährt, daß man an zwei Klemmen des Ständers, z. B. an die Phasen b und c eine Gleichspannung anlegt, diese dann an die Phasen b und a umschaltet und durch das fortgesetzte Umschalten des Gleichstromes einen »Drehstrom« herstellt. Verstreicht zwischen den einzelnen Umschaltungen eine genügend lange Zeitspanne, so wird sich der Läufer bei jedem einzelnen Umschalten mit einem kleinen Winkel weiter drehen, »einen Schritt machen«. Erfolgt das Umschalten schneller, so wird der Motor mehr oder weniger gleichmäßig langsam umlaufen.

Zum langsamen Antrieb benutzt man eine so große Gleichspannung, die im stationären Zustand im Ständer ungefähr den Nennstrom hervorrufen

würde. Im stationären Betrieb wird der Strom nur vom Ständerwiderstand beschränkt, deshalb kann man in Sternschaltung an die beiden reihengeschalteten Wicklungen höchstens eine Gleichspannung anlegen, die etwa 3% bis 8% der verketteten Nennspannung gleichkommt.

Wir untersuchen jetzt die sich beim Einschalten der Gleichspannung abspielenden Vorgänge. Wird an die Phasen *b* und *c* die Gleichspannung *U* angelegt (Abb. 13.27) und sind die Schalter der Phase *a* unterbrochen, so fließt in den Phasen *b* und *c* im stationären Zustand der Strom

$$I_{sb} = -I_{sc} = \frac{U}{2R_s},$$

in der Phase *a* aber der Strom

$$I_{sa} = 0.$$

Wegen $\mathbf{a} - \mathbf{a}^2 = j\sqrt{3}$, wird der Vektor der stationären Ständerströme:

$$\mathbf{I}_s = \frac{2}{3} (I_{sa} + \mathbf{a} I_{sb} + \mathbf{a}^2 I_{sc}) = \frac{2}{3} (\mathbf{a} - \mathbf{a}^2) I_{sb} = j \frac{U}{\sqrt{3} R_s}. \quad (13.46)$$

Der Stromvektor zeigt in die Richtung der resultierenden Achse der Phasen *b* und *c*. Im stationären Zustand fließt im Läufer kein Strom: $\mathbf{I}_r = 0$.

Am Anfang des Einschaltens nehmen die Ströme ihren Ausgang vom Wert Null, es treten folglich auch freie Gleichströme auf. Wir nehmen an, daß die Daten von Ständer und Läufer die gleichen sind. In diesem Fall hat man nach Abschnitt 13.101 für die langsam gedämpften Ströme (vom Charakter *A*):

$$\mathbf{i}_s = \mathbf{i}_r = \mathbf{A}_0 e^{p_a t}, \quad \mathbf{i}_m = 2\mathbf{A}_0 e^{p_a t},$$

und für die schnell gedämpften Ströme:

$$\mathbf{i}_s = -\mathbf{i}_r = \mathbf{B}_0 e^{p_b t}, \quad \mathbf{i}_m = 0.$$

Die Gesamtströme ergeben sich also zu

$$\mathbf{i}_s = \mathbf{I}_s + \mathbf{A}_0 e^{p_a t} + \mathbf{B}_0 e^{p_b t},$$

$$\mathbf{i}_r = 0 + \mathbf{A}_0 e^{p_a t} - \mathbf{B}_0 e^{p_b t}.$$

Da zum Zeitpunkt $t = 0$ des Einschaltens $\mathbf{i}_s = \mathbf{i}_r = 0$ gilt, beträgt der Anfangswert der freien Ströme

$$\mathbf{A}_0 = \mathbf{B}_0 = -\frac{\mathbf{I}_s}{2}$$

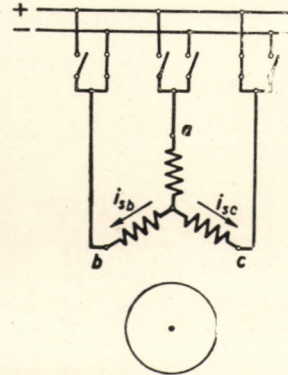


Abb. 13.27. Schrittschaltung

und es fließen die Gesamtströme:

$$\mathbf{i}_s = \mathbf{I}_s \left(1 - \frac{1}{2} e^{p_a t} - \frac{1}{2} e^{p_b t} \right),$$

$$\mathbf{i}_r = \mathbf{I}_s \left(-\frac{1}{2} e^{p_a t} + \frac{1}{2} e^{p_b t} \right),$$

$$\mathbf{i}_m = \mathbf{i}_r + \mathbf{i}_s = \mathbf{I}_s (1 - e^{p_a t}).$$

Die Zeitkonstanten T_a und T_b können nach Abschnitt 13.101 bestimmt werden; es muß in Betracht gezogen werden, daß $T_a \gg T_b$ ist.

Sämtliche Ströme haben die Richtung der bc -Achse und erzeugen infolgedessen kein Drehmoment. Die Ströme sind als Funktion der Zeit in Abb.

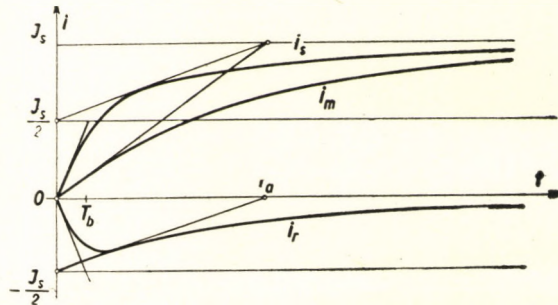


Abb. 13.28. Verlauf der Ständer- und Läuferströme beim Einschalten des Asynchronmotors auf Gleichspannung

13.28 dargestellt. Der Hauptfluß ist — unter Vernachlässigung der Sättigung — dem Strom \mathbf{i}_m proportional.

Nun untersuchen wir die sich während und nach dem Umschalten abspielenden Vorgänge. Einfachheit halber soll das Umschalten so vor sich gehen, daß nach Erreichung des stationären Zustandes erst der Schalter der Phase c geöffnet und unmittelbar danach die Phase a an eine positive Spannung angelegt wird.

Während der Unterbrechung kann sich der Fluß des kurzgeschlossenen Läufers nicht ändern. Der Läuferfluß wird vor der Unterbrechung von dem Ständerstrom erregt

$$\psi_r = L_m \mathbf{I}_s$$

und nach der Unterbrechung vom Läuferstrom aufrechterhalten. Daraus folgt, daß im Läufer ein Strom der Größe

$$\frac{L_m}{L_r} \mathbf{I}_s = k_r \mathbf{I}_s$$

auftritt, der nach der Leerlaufzeitkonstante T_{r0} des Läufers gedämpft wird. Da T_{r0} einen verhältnismäßig großen Wert hat, darf die Dämpfung des Läuferstromes während des Umschaltens vernachlässigt werden.

Vor dem Einschalten der Phase a hat also der Ständerstrom den Wert Null, der Läuferstrom ist aber $\mathbf{i}_r = \mathbf{I}_s k_r$ und zeigt in die Richtung der bc -Achse. Dieser Zustand bestimmt die Anfangsbedingungen beim Einschalten der Phase a .

Nach dem Einschalten der Phase a erzeugen die Ständerströme ein Feld mit der Richtung ba . Der stationäre Ständerstrom ist von gleicher Größe wie beim Einschalten der Phasen b und c , doch ist der Stromvektor um 60° nach vorn verdreht. In diesem neuen Zustand ist also:

$$\mathbf{I}'_s = \mathbf{I}_s e^{j60^\circ}.$$

Unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen lassen sich für die Ströme folgende Beziehungen ableiten:

$$\mathbf{i}'_s = \mathbf{I}_s \left[e^{j60^\circ} + \frac{1}{2} (k_r - e^{j60^\circ}) e^{p_a t} - \frac{1}{2} (k_r + e^{j60^\circ}) e^{p_b t} \right],$$

$$\mathbf{i}'_r = \mathbf{I}_s \left[+ \frac{1}{2} (k_r - e^{j60^\circ}) e^{p_a t} + \frac{1}{2} (k_r + e^{j60^\circ}) e^{p_b t} \right],$$

$$\mathbf{i}'_m = \mathbf{I}_s [e^{j60^\circ} + (k_r - e^{j60^\circ}) e^{p_a t}].$$

Das Drehmoment berechnet sich unter Heranziehung von \mathbf{i}'_m und \mathbf{i}'_s mit Hilfe der Formel (13.30). Indem man die schnell gedämpfte Komponente des Stromes \mathbf{i}'_s vernachlässigt, ergibt sich für das Drehmoment:

$$M = \frac{3}{2} L_m \mathbf{i}'_m \times \mathbf{i}'_s = \frac{3}{2} L_m I_s^2 \frac{k_r}{2} \sin 60^\circ e^{p_a t},$$

$$M = \frac{3}{2} L_m I_s^2 \frac{k_r \sqrt{3}}{4} e^{p_a t}.$$

Aus der Nennscheinleistung ergibt sich das Nennmoment zu

$$M_n = \frac{3}{2} \Psi_n I_n,$$

wobei Ψ_n und I_n den Nennwert des Wicklungsflusses bzw. den Stromhöchstwert bedeuten. Daher hat man für den relativen Wert M^* des Drehmoments:

$$M^* = \frac{M}{M_n} = \frac{L_m I_s}{\Psi_n} \frac{I_s}{I_n} 0,42 e^{p_a t}.$$

Der Wert von k_r wurde mit 0,96 angenommen. Wählt man die Gleichspannung derart, daß im stationären Zustand der Phasenstrom I_{sb} gleich dem Höchstwert des Nennstromes ist, so gilt $I_{sb} = I_n$ und nach (13.46) $I_s = \frac{2}{\sqrt{3}} I_n$. Dies ergibt ungefähr das 4fache der Leerlauferregung. Wegen

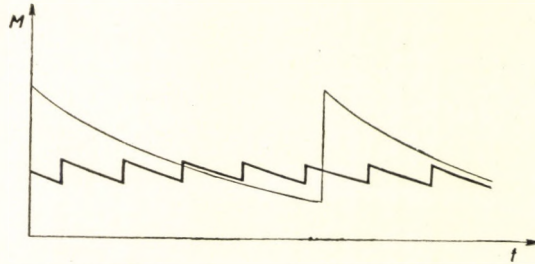


Abb. 13.29. Verlauf des Drehmomentes bei der Schrittschaltung des Asynchronmotors

der Sättigung kann man den Wert von $L_m I_s / \Psi_n$ mit etwa 1,4 ansetzen. Mit diesen Angaben gewinnt man:

$$M^* = 0,68 e^{p a t}.$$

Da der Wert des tatsächlichen Nennmomentes das $\eta_n \cos \varphi_n \frac{1}{1 - s_n} \approx 0,75$ -fache des aus der Scheinleistung berechneten beträgt, dürfte der Anfangswert des beim Umschalten des Gleichstromes erhaltenen Drehmomentes angenähert den Nennwert erreichen.

Das Drehmoment nimmt — unter Vernachlässigung der Sättigung — mit der Zeitkonstante T_a exponentiell ab. Der zeitliche Verlauf des Drehmomentes wird auch dadurch geändert, daß der Läufer sich inzwischen verdreht, während bei der Berechnung ein stillstehender Motor vorausgesetzt wurde.

Unter Zuhilfenahme von ähnlichen Prinzipien läßt sich auch das bei andersartigen Umschaltungen auftretende Drehmoment berechnen.

Aus den obigen Ausführungen folgt, daß die Zeitspanne zwischen den einzelnen Umschaltungen die Größenordnung der Zeitkonstante T_a haben muß, damit man einen möglichst großen Mittelwert des Drehmomentes erreichen kann. Falls die Umschaltungen in einem schnelleren Nacheinander bewerkstelligt werden, kann sich der Hauptfluß vor dem Umschalten noch nicht entwickeln und man erhält infolgedessen auch unmittelbar nach dem Umschalten nur ein geringes Drehmoment; bei langsamer erfolgenden Umschaltungen aber verringert sich das Drehmoment bis zum Ende der Umschaltperiode bereits erheblich. Die Zeitkonstante T_a hat für Motoren von 10 bis 20 kW die Größenordnung von einigen Zehntelsekunden. Das Drehmoment verändert sich im Falle eines schnellen bzw. langsamen Umschalttempos ungefähr den in Abb. 13.29 dargestellten Kurven entsprechend.

14. TRANSIENTE VORGÄNGE IN ASYNCHRONMOTOREN MIT KONSTANTER DREHZAHL

Die Drehzahl der Asynchronmotoren weicht unter normalen Betriebsverhältnissen nur um einige Prozente von der synchronen Drehzahl ab. In diesem Abschnitt setzen wir einfachheitshalber voraus, daß die Drehzahl des Motors während der Ausgleichsvorgänge genau konstant bleibt. Dies ist natürlich nur eine Näherung, weil das von der Maschine während der Ausgleichsvorgänge entwickelte Drehmoment nicht dem Belastungsmoment das Gleichgewicht hält und so eine Drehzahländerung auftritt. Abhängig vom Charakter der Drehmomente kann die Winkelgeschwindigkeit sinken oder steigen und zu diesen Änderungen kann noch ein periodisches Pulsieren hinzutreten. Da bei Maschinen, die annähernd mit synchroner Drehzahl umlaufen, die Zeitkonstante der elektrischen Ausgleichvorgänge im allgemeinen unter 0,05 sec liegt, darf man in den meisten Fällen annehmen, daß die Drehzahl während dieser Zeit unverändert bleibt. Bei Motoren geringer Leistung kann jedoch — falls auch das Trägheitsmoment der Belastung gering ist — selbst in einer so kurzen Zeitspanne eine beachtenswerte Winkelgeschwindigkeitsänderung erfolgen. Die Berücksichtigung der Drehzahländerungen gestaltet die Berechnungen sehr verwickelt und die Aufgabe kann in den meisten Fällen nur durch schrittweise Integration gelöst werden; wir werden daher im Kapitel 15 nur einen einfacheren Fall mit dieser Methode behandeln.

Bei Motoren, deren Drehzahl als konstant betrachtet werden kann, treten Ausgleichsvorgänge gewöhnlich bei Umschaltungen (Stern-Dreieck-Schaltung, Reversierung, Umschalten von einer Stromquelle an eine andere) auf, aber auch eine plötzliche Änderung der Netzspannung kann transiente Vorgänge hervorrufen. Die im Netz entstehenden Kurzschlußströme können während 1 bis 2 Perioden durch die transienten Vorgänge in Asynchronmotoren wesentlich gesteigert werden, und daher muß man bei der Berechnung des die dynamischen Kräfte bestimmenden Stromes bzw. bei der Auslegung von Schmelzsicherungen die großen Asynchronmotoren unbedingt berücksichtigen.

Beim Übergang vom ursprünglichen stationären zum neuen stationären Zustand wird die Stetigkeit des Überganges von den freien Strömen gesichert.

Die während der Ausgleichsvorgänge auftretenden freien Ströme können — wie wir im Kapitel 13 im Zusammenhang mit stillstehenden Motoren gesehen haben — von den stationären Strömen getrennt untersucht werden,

als ob sowohl Ständer wie auch Läufer der Maschine kurzgeschlossen wären. Ebenso verhält es sich mit den freien Strömen der Synchronmaschinen und folglich haben die freien Ströme bei nahezu synchron umlaufenden Asynchronmotoren den gleichen Charakter wie bei Synchronmaschinen. Um die Wirkwiderstände neben den Blindwiderständen wenigstens in erster Näherung vernachlässigen zu können, muß man eine beinahe synchrone Drehzahl voraussetzen. So treten also auch bei den Ausgleichvorgängen von Asynchronmotoren Ströme folgenden Charakters auf:

a) Stationäre Ströme. Im Ständer haben sie die Frequenz f_1 , im Läufer sf_1 (s bedeutet den Schlupf des Motors).

b) Ständergleichstrom. Da dieser eine im Raum ruhende Erregung erzeugt, und der Läufer mit der Drehzahl $\omega = (1 - s)\omega_1$ umläuft, ist ihm ein Läuferwechselstrom der Frequenz $(1 - s)f_1$ zugeordnet.

c) Läufergleichstrom. Er erzeugt eine mit dem Läufer mitlaufende Erregung, die sich also mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = (1 - s)\omega_1$ gegenüber dem Ständer umdreht und im Ständer Ströme der Frequenz $(1 - s)f_1$ hervorruft.

Die obigen beziehen sich auf Asynchronmaschinen, die in den drei Phasen symmetrisch aufgebaut und symmetrisch angeschlossen sind. Im asymmetrischen Fall treten neben den obigen Angaben noch Ströme anderer Frequenz auf. Mit dem asymmetrischen Zustand werden wir uns im Abschnitt 14.40 kurz befassen.

Die Gleichstromkomponenten stellen keine echten Gleichströme dar. Wie wir auch bei den Synchronmaschinen (Abschnitt 4.106) sehen konnten, werden diese Komponenten einerseits exponentiell gedämpft und andererseits dreht sich auch ihr Dreiphasenvektor ganz langsam um; der Ausdruck »Gleichstrom« bedeutet also eigentlich einen gedämpften Wechselstrom von sehr kleiner Frequenz. Der Umlauf dieser Komponenten ist um so schneller, je größer der Wirkwiderstand von Ständer und Läufer ist. Bei Asynchronmotoren ist daher diese Frage von größerer Bedeutung als bei den Synchronmaschinen. Der Charakter der freien Komponenten wird in den Abschnitten 14.20 und 14.30 eingehender besprochen.

Bei der annähernden Bestimmung der Zeitkonstanten berücksichtigen wir ebenso wie bei den Synchronmaschinen stets nur den einen Wirkwiderstand, und zwar in welchem die »Gleichstromkomponente« fließt. Die Zeitkonstante der Ständergleichstromkomponente und der Läuferstromkomponente der Frequenz $(1 - s)f$ bezeichnet man als die transiente Zeitkonstante des Ständers (s. S. 9–10):

$$T'_s = \frac{L'_s}{R_s} = \frac{X'_s}{\omega_1 R_s}. \quad (14.1)$$

Ähnlicherweise heißt die Zeitkonstante des Läufergleichstromes und des Ständerwechselstromes der Frequenz $(1 - s)f_1$ transiente Zeitkonstante des Läufers:

$$T'_r = \frac{L'_r}{R_r} = \frac{X'_r}{\omega_1 R_r}. \quad (14.2)$$

Da $X'_s = \sigma X_s$ und $X'_r = \sigma X_r$ (siehe S. 9–10), lassen sich die transienten Zeitkonstanten mit Hilfe der Leerlaufzeitkonstante ausdrücken:

$$T'_s = \sigma \frac{X_s}{\omega_1 R_s} = \sigma T_{s0} = T_{s0} \frac{X'_s}{X_s}. \quad (14.3)$$

X'_s/X_s ist das Verhältnis von Kurzschlußreaktanz zur Leerlaufreaktanz. Da die Wirkwiderstände in jedem der beiden Zustände mit guter Näherung vernachlässigt werden dürfen, kann man statt X'_s/X_s auch das Verhältnis von Leerlaufstrom zum Kurzschlußstrom nehmen:

$$X'_s : X_s = \frac{U}{X_s} : \frac{U}{X'_s} \approx I_L : I_k.$$

Ähnlicherweise für den Läufer:

$$T'_r = \sigma \frac{X_r}{\omega_1 R_r} = \sigma T_{r0} = T_{r0} \frac{X'_r}{X_r}. \quad (14.4)$$

14.10. ANNÄHERNDE BERECHNUNGEN UNTER TEILWEISER VERNACHLÄSSIGUNG DER WIRKWIDERSTÄNDE

Ähnlich wie bei der Untersuchung der Kurzschlußvorgänge in Synchronmaschinen vernachlässigen wir einstweilen bei der Berechnung der Ströme und Flüsse einfachheitshalber die Wirkwiderstände. Die Wirkwiderstände werden nur insofern berücksichtigt, als wir die ohne sie ermittelten Strom- und Flußkomponenten lediglich als Anfangswerte betrachten und sie mit Dämpfungsfaktoren multiplizieren, die aus den Wirkwiderständen näherungsweise bestimmt werden.

Unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände bleibt der Fluß der kurzgeschlossenen Wicklungen während der Ausgleichsvorgänge konstant, und der Fluß der an die Stromquelle angeschlossenen Wicklung wird sich in der gleichen Weise ändern wie der Fluß, der im stationären Zustand von der Netzspannung beeinflusst wird.

Die auf diese Weise erhaltenen Resultate sind weniger genau als bei den Synchronmaschinen. Diese Sachlage ist durch den größeren Wirkwiderstand bedingt. Bei Maschinen mittlerer Leistung sind die Ergebnisse im allgemeinen innerhalb einer Viertelperiode ziemlich zuverlässig, der Fehler beträgt während dieser Zeitspanne näherungsweise 10–20%. Der Wirkwiderstand von Maschinen größerer Leistung ist verhältnismäßig geringer, für sie können diese Resultate für die Dauer einer ganzen Periode als richtig angesehen werden. Nach einer längeren Zeitspanne sind die gewonnenen Ergebnisse bereits nicht einmal qualitativ zufriedenstellend. Mit besonderer Vorsicht sollte man bei der Berechnung des Drehmomentes vorgehen.

14.101. Dreiphasiger Kurzschluß von Asynchronmotoren

Wir untersuchen zunächst den Kurzschluß von leerlaufenden Asynchronmotoren. Unter Vernachlässigung der mechanischen Verluste läuft der Motor mit der synchronen Winkelgeschwindigkeit ω_1 um. Vor dem Kurzschlußzustand können wir vom Ständerwirkwiderstand praktisch absehen. Vor dem Kurzschluß hat der Läuferstrom den Wert Null: $I_r = 0$, im Ständer fließt der Leerlaufstrom

$$I_s e^{j\omega_1 t} = \frac{U_s e^{j\omega_1 t}}{jX_s} = \frac{U_s e^{j\omega_1 t}}{jX_s} = \frac{U_s e^{j\omega_1 t}}{j\omega_1 L_s}.$$

Der Ständerfluß lautet:

$$\Psi_s e^{j\omega_1 t} = I_s e^{j\omega_1 t} L_s = \frac{U_s e^{j\omega_1 t}}{j\omega_1},$$

der Läuferfluß ist aber (im ruhenden Koordinatensystem):

$$\Psi_r e^{j\omega_1 t} = I_s e^{j\omega_1 t} L_m = \frac{L_m}{L_s} \frac{U_s e^{j\omega_1 t}}{j\omega_1} = k_s \frac{U_s}{j\omega_1} e^{j\omega_1 t}.$$

Wir nehmen an, daß zum Zeitpunkt $t = 0$ am Ständer ein dreiphasiger Kurzschluß auftritt. Von diesem Augenblick an sind sowohl Ständer als Läufer kurzgeschlossen, der Fluß in beiden Wicklungen bleibt also unverändert. Am Ständer haben wir

$$\psi_s = \Psi_{s0} = \frac{U_s}{j\omega_1}. \quad (14.5)$$

Der Läuferfluß muß gegenüber der Läuferwicklung unveränderlich bleiben. Da der Läufer mit der Winkelgeschwindigkeit ω_1 synchron umläuft, dreht sich auch der Fluß ψ_r mit derselben Winkelgeschwindigkeit. Im ruhenden Koordinatensystem gilt also

$$\psi_r = \Psi_{r0} e^{j\omega_1 t} = k_s \frac{U_s}{j\omega_1} e^{j\omega_1 t}. \quad (14.6)$$

Die Flüsse sind in Abb. 14.1 dargestellt. Die Ströme sind aus den Beziehungen (10.7) und (10.8) zu berechnen oder auf Grund des den Abb. A4.5 und A4.6 entsprechenden mechanischen Modells abzuschätzen.

Im Augenblick, wenn der Kurzschluß erfolgt, haben ψ_s und ψ_r die gleiche Richtung und annähernd die gleiche Größe. Nach einer Halbperiode wird der Fluß ψ_s gegenüber dem Ständer unbeweglich bleiben, der Fluß ψ_r aber zusammen mit dem Läufer gegenüber dem Ständer um 180° verdreht sein. Jetzt haben Ständer- und Läuferfluß entgegengesetzte Richtung und annä-

hernd die gleiche Größe. Infolgedessen müssen diese Flüsse fast ausschließlich auf Streuungswegen erzeugt werden und somit erreichen die Ströme sehr hohe Werte.

Der Ständerkurzschlußstrom ergibt sich auf Grund von (10.7) unter Benutzung von (14.5) und (14.6) zu:

$$\mathbf{i}_s = \frac{\psi_s - k_r \psi_r}{L'_s} = \frac{U_s}{j\omega_1 L'_s} [1 - k_r k_s e^{j\omega_1 t}].$$

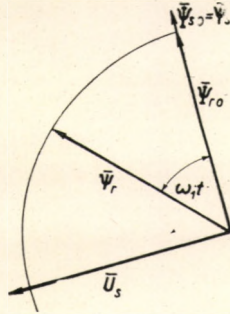


Abb. 14.1. Gestaltung der Flüsse beim dreiphasigen Klemmschluß des Asynchronmotors (unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände)

Da $k_r k_s = \frac{L_m^2}{L_s L_r} = 1 - \sigma$, kann man den Strom auch folgenderweise ausdrücken:

$$\mathbf{i}_s = \frac{U_s}{jX'_s} [1 - (1 - \sigma) e^{j\omega_1 t}]. \quad (14.7)$$

Diesem Ergebnis zufolge, das unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände gewonnen wurde, wird also der Strom nicht gedämpft. In Wirklichkeit klingt in einem Asynchronmotor, der auch am Ständer kurzgeschlossen ist, jede Stromkomponente ab, d. h. der stationäre Wert der Kurzschlußströme ist gleich Null.

In den eckigen Klammern der Formel (14.7) bedeutet das erste Glied die Gleichstromkomponente des Ständerstromes. Sie wird mit der transienten Zeitkonstante T'_s des Ständers (14.1) gedämpft. Das zweite Glied bezieht sich auf die Wechselstromkomponente des Ständerkurzschlußstromes, zu welchem im Läufer eine Gleichstromkomponente gehört; ihre Zeitkonstante stellt also die transiente Zeitkonstante T'_r des Läufers dar. Unter Berücksichtigung der Dämpfungen ergibt sich also für den Ständerkurzschlußstrom:

$$\mathbf{i}_s = \frac{U_s}{jX'_s} \left[e^{-\frac{t}{T'_s}} - (1 - \sigma) e^{j\omega_1 t} e^{-\frac{t}{T'_r}} \right]. \quad (14.8)$$

Schließt im Augenblick des Kurzschlusses die Spannung U_s mit der Achse der Ständerphase a den Winkel $a + \frac{\pi}{2}$ ein $U_s = jU_s e^{ja}$, so ergibt sich der Kurzschlußstrom in dieser Phase als die Projektion des Vektors i_s auf die Achse a , d. h. als sein Realteil zu:

$$i_{sa} = \frac{U_s}{X'_s} \left[e^{-\frac{t}{T'_s}} \cos a - (1 - \sigma) e^{-\frac{t}{T'_s}} \cos(\omega_1 t + a) \right]. \quad (14.9)$$

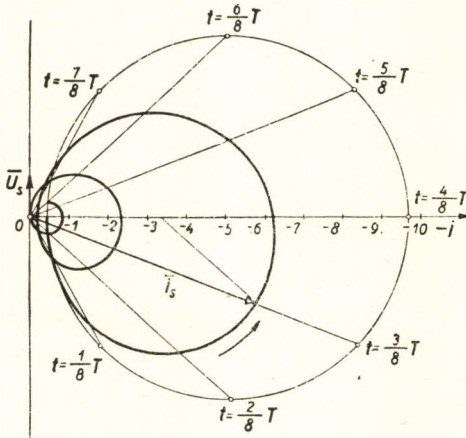


Abb. 14.2. Vektordiagramm der Ständerströme im Asynchronmotor beim dreiphasigen Klemmenkurzschluß

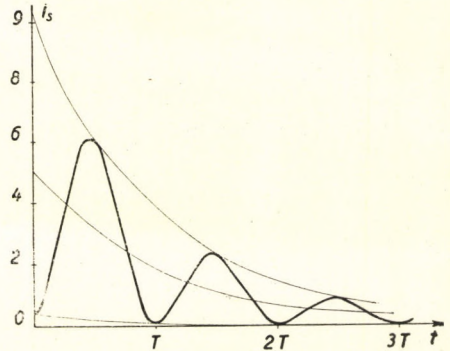


Abb. 14.3. Kurzschlußstrom beim Höchstwert der Gleichstromkomponente

Bei der Bestimmung der Ströme in den Phasen b und c hat man anstelle von a die Werte $a - 120^\circ$ bzw. $a + 120^\circ$ zu schreiben.

Das Vektordiagramm des Ständerstromes ist in Abb. 14.2 wiedergegeben. Es wurde mit den Kennwerten des am Ende des Kapitels 11 erwähnten Motors gezeichnet: $T'_s = T'_r = \frac{0,2}{0,03 \cdot 314} = 0,0212 \text{ Sek} \approx 1 \text{ Periode}$, $\sigma = 0,08$. Der

Maßstab wurde in relativen Einheiten gewählt, dem Wert 1 entspricht der Höchstwert des Nennstromes. In der Abbildung sind auch der Kreis, den man unter Vernachlässigung der Dämpfung erhält, und die den $1/8$ -Perioden entsprechenden Radien mit schwacher Linie eingezeichnet. Seinen Höchstwert erreicht der Strom i_s in etwas weniger als einer Halbperiode, der das 6,2fache des Höchstwertes des Nennstromes beträgt. Bei Motoren größerer Leistung und mit geringerem Wirkwiderstand verläuft die Dämpfung langsamer, deshalb kann auch ein 8- bis 9facher Strom auftreten. Das Vektordiagramm des Stromes geht zum Zeitpunkt $t = 0$ vom Endpunkt des Leerlaufstromes aus.

In Abb. 14.3 ist der Strom derjenigen Phase als Zeitfunktion gegeben, in welcher beim Kurzschluß die größte Gleichstromkomponente auftritt. Die Gleichstrom- und die Wechselstromkomponenten nähern sich dem stationären Wert Null exponentiell gedämpft.

Obwohl der Stromvektor seinen Höchstwert nicht zum Zeitpunkt $t = T/2$ erreicht, darf man doch praktisch seinen nach einer Halbperiode angenommenen Wert i_s als den maximalen ansehen; die Abweichung ist selbst in Abb. 14.3, die sich doch auf einen verhältnismäßig großen Widerstand bezieht, unwesentlich, für kleinere Widerstände, also weniger gedämpfte Ströme, ist die Näherung noch besser. Der Höchstwert des Vektors kann auch von einem Phasenstrom erreicht werden, falls der Vektor zum Zeitpunkt von $i_{s \max}$ gerade in die Achsenrichtung dieser Phase zeigt und seine Projektion dann gleich seiner Länge ist. Wir erhalten folglich den Höchstwert des Kurzschlußstromes aus Formel (14.8) durch die Substitution $t = T/2$:

$$i_{s \max} = \frac{U_s}{X'_s} \left[e^{-\frac{T}{2T'_s}} + (1 - \sigma) e^{-\frac{T}{2T'_r}} \right]. \quad (14.10)$$

$e^{-\frac{T}{2T'_s}}$ und $e^{-\frac{T}{2T'_r}}$ betragen mit den Daten des vorigen Beispiels ausgerechnet 0,63, σ aber 0,08. So ist $i_{s \max} = 1,21 U_s / X'_s$. Bei größeren Maschinen können die in Formel (14.10) auftretenden Potenzen von e sogar den Wert 0,88 erreichen; in diesem Fall haben wir mit dem resultierenden Streuungsfaktor $\sigma = 0,08$ für den Höchstwert des Kurzschlußstromes:

$$i_{s \max} = 1,7 \frac{U_s}{X'_s}.$$

Hier ist für U_s sein Höchstwert einzusetzen.

Während des Kurzschlusses treten große Drehmomentstöße auf. Das Drehmoment ist dem Vektorprodukt der Flüsse verhältnismäßig. Unter Vernachlässigung der Dämpfungen hat dieses Vektorprodukt auf Grund der Abb. 1.41 den Wert:

$$\psi_r \times \psi_s = -\psi_{r0} \psi_{s0} \sin \omega_1 t. \quad (14.11)$$

Das Drehmoment wird also mit der Netzfrequenz pulsieren. Seine Dämpfung ist durch die Dämpfung der Flüsse ψ_r und ψ_s bestimmt. Da bei der Multiplizierung von exponentiellen Faktoren die Exponenten zu addieren sind, ergibt sich im Falle $T'_r = T'_s$ für die Zeitkonstante der Dämpfung des Drehmomentes der Wert $T'_s/2$.

Die Anfangsamplitude der Drehmomentschwankung läßt sich daraus abschätzen, daß im Nennbetriebszustand (Abb. 11.3, $s = 0,03$) das Vektorprodukt der Flüsse gleich $0,17 \Psi_s^2$ ist. In Formel (14.11) ist $\Psi_{r0} = k_s \Psi_{s0} \approx 0,96 \Psi_{s0}$, die Amplitude des Kurzschlußdrehmomentes beträgt also $0,96 \Psi_{s0}^2$. Der Fluß Ψ_s des Nennzustandes ist praktisch ebensogroß wie Ψ_{s0} , deshalb hat die Anfangsamplitude des Kurzschlußdrehmomentes den $0,96/0,17 = 5,6$ -fachen Wert des Nennmomentes. Das Drehmoment als Zeitfunktion ist in Abb. 14.4 dargestellt. Das so berechnete Drehmoment kann nur eine Viertelperiode lang als gültig betrachtet werden. Wegen Dämpfung der Komponenten sinkt die Amplitude des Drehmomentes nach einer Viertelperiode auf das $e^{-2 \frac{t}{T'_s}} = e^{-2 \frac{0,005}{0,0212}} = 0,63$ fache ihres Anfangswertes, das höchste Dreh-

moment wird also 3,5mal größer als das Nennmoment sein. Auch dieser Zahlenwert ist nur orientierenden Charakters, da die Wirkwiderstände noch nicht genau berücksichtigt wurden. Bei Maschinen größerer Leistung ist die Dämpfung geringer und das Drehmomentdiagramm verläuft näher zu der in Abb. 14.4 mit dünner Linie gezeichneten Kurve, die einer Maschine ohne Dämpfung entspricht.

Ähnliche Resultate erhält man auch, wenn der Kurzschluß nicht im Leerlauf erfolgt. War vorher z. B. die Nennbelastung an der Maschine, so haben die Flüsse im Augenblick des Kurzschlusses die den Vektoren Ψ_{s0}

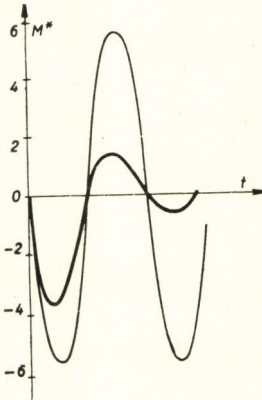


Abb. 14.4. Das Drehmoment während eines Dreiphasenkurzschlusses (die mit dünner Linie gezeichnete Kurve ergibt sich durch die Vernachlässigung der Wirkwiderstände)

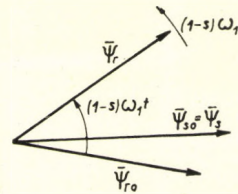


Abb. 14.5. Flußänderungen beim im Belastungszustand eintretenden Kurzschluß

und Ψ_{r0} entsprechenden Werte der Abb. 14.5 (s. Abb. 11.3, $s = 0,03$). Der Läufer und der mit ihm verkettete Fluß Ψ_{r0} drehen sich mit der Winkelgeschwindigkeit $(1 - s)\omega_1$ um, die Wechselstromkomponente des Ständerkurzschlußstromes hat also die Frequenz $(1 - s)f_1$. Der Fluß Ψ_{r0} unterschreitet nicht wesentlich den Leerlaufwert, somit sind die Voraussetzungen praktisch dieselben. Der Unterschied besteht vor allem darin, daß die Ströme und Drehmomente zum Zeitpunkt $t = 0$ von den dem vorangehenden Belastungszustand entsprechenden Werten ihren Ausgang nehmen.

Aus der Konstanz des Läuferflusses folgt, ähnlich wie bei den Synchronmaschinen, die Konstanz der transienten Spannung U'_s hinter der transienten Reaktanz X'_s oder richtiger des dieser Spannung zugeordneten Flusses.

Hatte die transiente Spannung vor dem Kurzschluß den Wert U'_s , dann gehört zu ihr der Ständerfluß: $\Psi'_s = U'_s / j\omega_1$. Nach dem Kurzschluß bedeutet die Vernachlässigung des Wirkwiderstandes, daß der Fluß Ψ'_s synchron mit dem Läufer mit einer Winkelgeschwindigkeit $(1 - s)\omega_1$ umläuft; die transiente Spannung hat infolgedessen den Wert $(1 - s)U'_s$. Gleichzeitig hat aber die Wechselstromkomponente des Ständerstromes die Frequenz $(1 - s)f_1$, die Reaktanz der transienten Induktivität L'_s verringert sich daher

vom mit der synchronen Winkelgeschwindigkeit errechneten Wert X'_s auf den Wert $(1 - s) X'_s$. Dementsprechend ergibt sich für die Wechselstromkomponente des Ständerkurzschlußstromes:

$$\mathbf{I}_{sw} = -\frac{(1 - s) \mathbf{U}'_s}{j(1 - s) X'_s} = -\frac{\mathbf{U}'_s}{jX'_s}. \quad (14.12)$$

Die Wechselstromkomponente des Ständers kann so berechnet werden, als ob transiente Spannung und Reaktanz konstant geblieben wären.

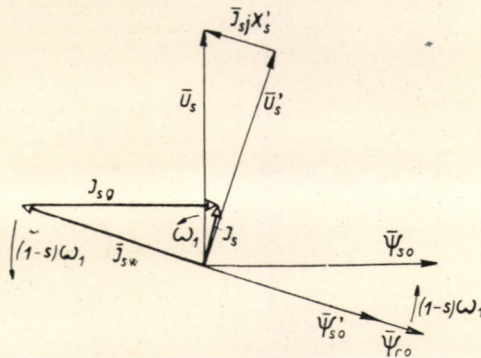


Abb. 14.6. Ermittlung der Gleichstromkomponenten der Ständerströme

Die Gleichstromkomponente des Ständerstromes ist dadurch bedingt, daß sich der Strom im Augenblick des Kurzschlusses nicht sprunghaft verändern kann. Aus Abb. 14.6 ersieht man, wie die Gleichstromkomponente des Ständerstromes zum Zeitpunkt $t = 0$ aus dem Wechselstrom \mathbf{I}_s des dem Kurzschluß vorangehenden Zustandes und aus dem mit der transienten Spannung \mathbf{U}'_s berechneten Kurzschlußwechselstrom \mathbf{I}_{sw} von der Frequenz $(1 - s) f_1$ ermittelt werden kann. Im Augenblick des Kurzschlusses gilt

$$\mathbf{I}_s = \mathbf{I}_{sw} + \mathbf{I}_{sg}.$$

Im Ständer wird die Gleichstromkomponente von dem im Raume ruhenden Fluss Ψ_{s0} erzeugt, es gilt daher:

$$\mathbf{I}_{sg} = \Psi_{s0} / L'_s.$$

Der Wert der Gleichstromkomponente hängt nicht davon ab, wie groß die Belastung vor dem Kurzschluß war. Das wird auch mit Hilfe des Superpositionsprinzips verständlich. Beim Kurzschluß sinkt nämlich die Ständerspannung \mathbf{U}_s unabhängig vom Belastungszustand auf Null; statt des Kurzschlusses kann man sich daher vorstellen, daß sich die Ströme, die beim

Anlegen der Spannung $— U_s$ an die stromlose Maschine auftreten, auf den vorangehenden Belastungszustand superponieren. Da es eine Gleichstromkomponente nur beim Einschalten der stromlosen Maschine gibt, ist ihr Wert vom vorangegangenen Belastungszustand unabhängig.

Der Höchstwert des Kurzschlußstromes ist beim Kurzschluß, der unter Belastung erfolgt, ungefähr der gleiche wie bei einem Kurzschluß im Leerlauf.

14.102. Einschalten von umlaufenden Asynchronmotoren

Ist der Asynchronmotor im Augenblick des Einschaltens stromlos, so entwickeln sich die Flüsse unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände auf die gleiche Weise wie beim Einschalten eines stillstehenden Asynchronmotors. Der Läuferfluß bleibt nämlich in beiden Fällen Null, die Verdrehung des Läufers macht also keinen Unterschied aus. Wir gewinnen auch für den Ständerstrom das gleiche Resultat. Selbstverständlich werden die Frequenz der im Läufer auftretenden Ströme sowie die Zeitkonstante verschieden ausfallen.

Bei der Bestimmung des Drehmomentes ist die Vernachlässigung der Wirkwiderstände in diesem Fall unzulässig, weil sich sonst $\psi_r = 0$ ergeben, nach den Berechnungen also kein Drehmoment entstehen würde.

Bei der völligen Vernachlässigung der Wirkwiderstände kann man auch die Ströme des stationären Zustandes nicht gewinnen, weil in diesem Zustand der Läuferwiderstand im Ersatzschaltbild gleich R_r/s zu setzen ist. Wegen der geringen Größe von s übertrifft R_r/s im allgemeinen die Streureaktanzen bedeutend, und seine Vernachlässigung führt zu groben Fehlern.

Mit einer besseren Näherung kann man daher so vorgehen, daß man unter Berücksichtigung der Wirkwiderstände den Wert der Flüsse $\psi_{s\infty}$ und $\psi_{r\infty}$ im stationären Zustand bestimmt und zu ihnen gedämpfte Gleichstromflüsse ψ_{sg} und ψ_{rg} solcherart annimmt, daß die Anfangsbedingungen befriedigt werden. Wird das Einschalten einer stromlosen Maschine untersucht, so haben zum Zeitpunkt des Einschaltens $t = 0$ beide Flüsse den Wert Null. Im Augenblick $t = 0$ gilt daher

$$\Psi_{sg} = - \Psi_{s\infty}$$

bzw.

$$\Psi_{rg} = - \Psi_{r\infty}$$

Falls man die Vektoren im ruhenden Koordinatensystem aufschreibt, laufen die Vektoren des stationären Zustandes mit synchroner Drehzahl um, die Gleichstromkomponente des Ständerflusses steht still, der Läuferfluß ψ_{rg} dreht sich aber mit der Winkelgeschwindigkeit $(1 - s)\omega_1$ des Läufers. Infolgedessen hat man für den vollständigen Fluß

$$\psi_s = \Psi_{s\infty} \left(e^{j\omega_1 t} - e^{-\frac{t}{T_s}} \right)$$

und

$$\psi_r = \Psi_{r\infty} \left[e^{j\omega_1 t} - e^{-\frac{t}{T_r}} e^{j(1-s)\omega_1 t} \right].$$

Die Ströme lassen sich dann mit Hilfe der Formeln (10.7) und (10.8) berechnen.

Das Drehmoment ist dem Vektorprodukt $\psi_r \times \psi_s$ verhältnisgleich und hat vier Komponenten verschiedenen Charakters:

1. Als Wechselwirkung der Flüsse des stationären Zustandes ergibt sich in Abhängigkeit vom Schlupf des Motors das normale Betriebsdrehmo-

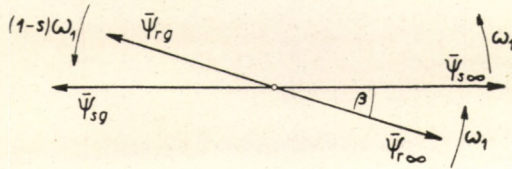


Abb. 14.7. Flußkomponenten beim Einschalten eines umlaufenden Asynchronmotors

ment M_∞ von konstantem Wert:

$$M_1 = M_\infty = c (\Psi_{r\infty} e^{j\omega_1 t}) \times (\Psi_{s\infty} e^{j\omega_1 t}) = c \Psi_{r\infty} \times \Psi_{s\infty} = c \Psi_{r\infty} \Psi_{s\infty} \sin \beta,$$

wobei β den von den beiden Flußvektoren eingeschlossenen Winkel bezeichnet.

2. Unter der Wirkung der Gleichstromflußkomponente des Ständers und der stationären Komponente des Läufers entsteht das Drehmoment:

$$M_2 = -c (\Psi_{r\infty} e^{j\omega_1 t}) \times \left(\Psi_{s\infty} e^{-\frac{t}{T_s}} \right).$$

Da $\Psi_{r\infty}$ hinter $\Psi_{s\infty}$ um den Winkel β nacheilt, ist der von den beiden Faktoren des Vektorproduktes eingeschlossene Winkel gleich $\beta - \omega_1 t$ (s. Abb. 14.7) und man hat:

$$M_2 = -c \Psi_{r\infty} \Psi_{s\infty} e^{-\frac{t}{T_s}} \sin (\beta - \omega_1 t).$$

Der Wert von c berechnet sich aus der Formel für M_1 zu

$$c = \frac{M_\infty}{\Psi_{r\infty} \Psi_{s\infty} \sin \beta},$$

das Drehmoment M_2 kann also geschrieben werden:

$$M_2 = \frac{M_\infty}{\sin \beta} e^{-\frac{t}{T_s}} \sin (\omega_1 t - \beta).$$

Diese Drehmomentkomponente pulsiert mit der Frequenz f_1 und wird mit der Zeitkonstante T'_s gedämpft. Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist $M_2 = -M$.

3. Aus der Wechselwirkung der Gleichstromflußkomponente des Läufers und des stationären Ständerflusses entsteht das Drehmoment:

$$M_3 = c \left[-\Psi_{r\infty} e^{-\frac{t}{T'_r}} e^{j(1-s)\omega_1 t} \right] \times \left[\Psi_{s\infty} e^{j\omega_1 t} \right].$$

Ähnlich zu den obigen Berechnungen erhält man

$$M_3 = -\frac{M_\infty}{\sin \beta} e^{-\frac{t}{T'_r}} \sin(s\omega_1 t + \beta).$$

Diese Drehmomentkomponente pulsiert langsam mit der Frequenz sf_1 und wird mit der Zeitkonstante T'_r gedämpft. Zum Zeitpunkt $t = 0$ gilt: $M_3 = -M_\infty$.

4. Das infolge der Wechselwirkung der Gleichstromkomponenten auftretende Drehmoment ist:

$$M_4 = c \Psi_{s\infty} e^{-\frac{t}{T'_s}} \times \left[-\Psi_{r\infty} e^{-\frac{t}{T'_r}} e^{j(1-s)\omega_1 t} \right]$$

und ähnlich wie oben erhält man:

$$M_4 = \frac{M_\infty}{\sin \beta} e^{-t \left(\frac{1}{T'_s} + \frac{1}{T'_r} \right)} \sin[\beta - (1-s)\omega_1 t].$$

Die Zeitkonstante der Dämpfung von M_4 hat den Wert:

$$T_4 = \frac{T'_s T'_r}{T'_s + T'_r}.$$

Ist $T'_s = T'_r$, so ist $T_4 = T'_s/2$. Am schnellsten wird das Drehmoment M_4 gedämpft, sein Pulsieren erfolgt mit der Frequenz $(1-s)f_1$, sein Wert für $t = 0$ ist $M_4 = M_\infty$.

Der Wert des in den obigen Formeln vorkommenden Ausdruckes $M_\infty/\sin \beta$ ist in der Nähe des Betriebsschlupfes vom Schlupf selbst nur in geringem Maße abhängig. Bei Zunahme des Schlupfes nehmen M_∞ und $\sin \beta$ ungefähr im gleichen Maße zu. Ihr Verhältnis gibt mit guter Näherung das Doppelte des Kippmomentes an. Für das vollständige Drehmoment ergibt sich also

$$M = M_\infty \left\{ 1 + \frac{e^{-\frac{t}{T'_s}} \sin(\omega_1 t - \beta) - e^{-\frac{t}{T'_r}} \sin(s\omega_1 t + \beta) + e^{-\frac{t}{T'_s}} \sin[\beta - (1-s)\omega_1 t]}{\sin \beta} \right\}. \quad (14.13)$$

Beim Einschalten eines mit synchroner Drehzahl ($s = 0$) umlaufenden Motors ist $\beta = 0$, $M_\infty/\sin \beta = 2M_K$, $M_\infty = 0$ und daher:

$$M = 2M_K \sin \omega_1 t \left(e^{-\frac{t}{T_s'}} - e^{-\frac{t}{T_s}} \right).$$

Die zeitliche Änderung des Drehmoments ist in Abb. 14.8 dargestellt. Der Höchstwert des eingeklammerten Gliedes beträgt etwa 0,25, die maximale Amplitude des Einschaltmomentes ist folglich gleich dem halben Wert des Kippmomentes.

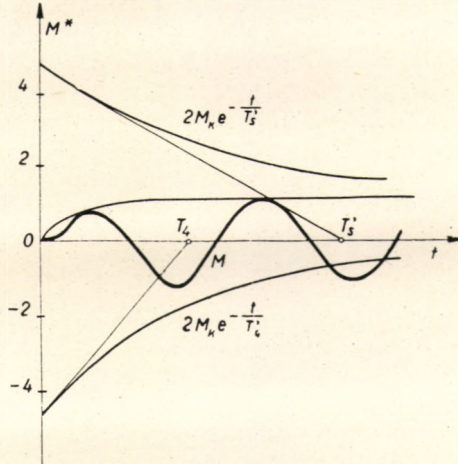


Abb. 14.8. Drehmoment beim Einschalten eines unlaufenden Asynchronmotors

Erfolgt das Einschalten in der Nähe der Betriebsdrehzahl, so entstehen in qualitativer Hinsicht ähnliche Drehmomente, doch wird die Drehmomentkurve nicht um die Null-Linie, sondern um das Drehmoment des stationären Zustandes pulsieren. Dieses Pulsieren ist um so erheblicher, je geringer die Drehzahl ist. Im Falle eines stillstehenden Motors (Abschnitt 13.102) kann das Pulsieren des Drehmoments sogar das 4fache des Anlaufmomentes erreichen.

Bisher wurde angenommen, daß das Einschalten gleichzeitig in den drei Phasen erfolgt. Wird das Einschalten der drei Phasen nicht gleichzeitig bewerkstelligt, so hängt der Wert der auftretenden Gleichstromkomponenten in hohem Grade vom Zeitpunkt des Einschaltens der einzelnen Phasen und der Einschaltphasenlage der Spannungen ab. Im ungünstigsten Fall kann die Gleichstromkomponente des Ständerflusses den $\sqrt{2}$ fachen Wert des stationären Flusses erreichen und folglich können sich auch die Gleichströme und Drehmomente beim Einschalten in demselben Verhältnis vergrößern.

Während der Einschalt- und Kurzschlußvorgänge bilden sich die Ströme auf die gleiche Weise heraus. Die Kurzschlußströme lassen sich nämlich auch so bestimmen, daß wir auf die Ströme und Flüsse des stationären Zustandes vor dem Kurzschluß die Ströme superponieren, die beim Einschalten der

stromlosen Maschine an die Spannung $-U_s$ auftreten. Zwischen den Einschalt- und den Kurzschlußströmen führen also nur die Ströme des stationären Zustandes eine Abweichung herbei. Bei Drehzahlen in der Nähe der synchronen Drehzahl ist die Größe der stationären Ströme gegenüber den Ausgleichsströmen unbedeutend.

Man muß darauf achten, daß nur Ströme, Flüsse und Spannungen superponiert werden. Das Drehmoment ist keine lineare Größe (ein Produkt aus Strömen oder Flüssen), folglich kann das resultierende Drehmoment im allgemeinen nicht durch Addition der Drehmomente der einzelnen Zustände bestimmt werden.

Ähnliche Vorgänge wie beim Einschalten bzw. Kurzschluß spielen sich ab, wenn die Ständerklemmenspannung, z. B. infolge Kurzschlusses an einer entfernteren Stelle oder Abschaltens von parallelgeschalteten Transformatoren, Leitungen usw., plötzlich verändert wird. Die sprungweise Veränderung der Ständerspannung kann man so auffassen, als ob auf die ursprüngliche Ständerspannung die Spannung $14U_s e^{j\omega t}$ superponiert würde, deren Wert vor der Spannungsänderung gleich Null ist. Man bestimmt die Ströme und Flüsse des an die Spannung $14U_s e^{j\omega t}$ gelegten stromlosen Motors gesondert und addiert sie zu den entsprechenden Werten des vorangehenden stationären Zustandes.

Ein anderes Verfahren besteht darin, daß man aus der Konstanz der transienten Spannung U_s' die Ausgleichsströme bestimmt und nach Bestimmung der Ströme im neuen stationären Zustand mit Berücksichtigung der Dämpfung die einzelnen Komponenten aufschreibt.

In Anbetracht dessen, daß derartige Spannungsänderungen geringer als die bei Klemmenkurzschlüssen auftretenden Änderungen sind, werden auch die transienten Ströme und Drehmomente nur kleinere Werte erreichen.

14.103. Umschaltung von umlaufenden Asynchronmotoren

Es kommt häufig vor, daß die Ständerspannung eines Asynchronmotors zu verändern ist. Derartige Fälle sind z. B. die Stern-Dreieck-Anlaßschaltung, die Reversierung, die Polumschaltung, das Umschalten der Hilfsbetriebsmotoren in Kraftwerken von der einen Sammelschiene an die andere.

Die Umschaltungen sind in der Regel so durchzuführen, daß zunächst der Ständer des Motors ausgeschaltet und danach die neue Spannung an den Motor angelegt wird. Im Augenblick des Ausschaltens bleibt der Läuferfluß des Motors vorerst unverändert, dann wird er der Leerlaufkonstante des Läufers entsprechend exponentiell gedämpft. Der Fluß wird von dem freien Gleichstrom aufrechterhalten, der sich im kurzgeschlossenen Läufer herausbildet. Die Leerlaufkonstante T_{r0} kann bei großen Motoren sogar 2 bis 3 sec erreichen.

Im ausgeschalteten Zustand entwickelt der Motor kein Drehmoment, der Läufer wird daher infolge der Belastung und der Verluste verlangsamt. Die Verlangsamung hängt auch vom Trägheitsmoment der umlaufenden Massen ab. In den meisten Fällen muß daher der Motor schnell wieder eingeschaltet werden. Beim Stern-Dreieck-Anlassen z. B. wird die Umschaltung

sinnlos, wenn der Motor dabei zum Stillstand kommt oder in hohem Grade verlangsamt wird. Unter den Hilfsbetriebsmotoren in Kraftwerken kann es Schleifringmotoren geben, die nach dem Wiedereinschalten nicht wieder hochfahren können, wenn ihre Drehzahl so stark gesunken ist, daß sie kleiner wird als die, welche zum zweiten (labilen) Schnittpunkt der Drehmomentkennlinien von Motor und von Last gehört. Beim Reversieren wird eine schnelle Umschaltung gewöhnlich durch die bessere Ausnutzung der Werkzeugmaschinen bedingt.

Beim schnellen Wiedereinschalten kann der in der Maschine zurückbleibende Fluß sehr große Strom- und Drehmomentstöße verursachen. Im nächsten Abschnitt werden diese Erscheinungen zunächst für die Reversierung untersucht. Einfachheitshalber vernachlässigen wir die Wirkwiderstände; die gewonnenen Resultate dürfen folglich in Abhängigkeit von der Größe der Wirkwiderstände lediglich 1/4 bis 1 Periode lang als auch in quantitativer Hinsicht richtig angesehen werden.

14.103.1. Reversierung (Umkehrung des Drehsinnes)

Nehmen wir an, daß der Motor vor der Umschaltung mit synchroner Winkelgeschwindigkeit im negativen Sinn umlief. Dann ist der aus den drei Ständerphasenspannungen zusammengesetzte Vektor $\mathbf{U}_s e^{j\omega_1 t}$; ein Leerlaufstrom floß nur im Ständer. Der Ständerfluß hat die Größe $\Psi_s = U_s/\omega_1$, der Läuferfluß $\Psi_r = k_s \Psi_s = k_s U_s/\omega_1$. Nach Ausschalten des Ständers bleibt der Läuferfluß unverändert: $\Psi_{r0} = k_s U_s/\omega_1$, der Ständerfluß hat aber — da die Felder jetzt vom Läuferstrom erzeugt werden — den Wert: $\Psi_{s0} = -k_r k_s U_s/\omega_1 = (1 - \sigma) U_s/\omega_1$. Die Flüsse laufen am Läufer gebunden mit synchroner Winkelgeschwindigkeit im negativen Drehsinn um (wenn sich inzwischen die Drehzahl nicht ändert). Da die Leerlaufzeitkonstante T_{r0} die Größenordnung einer Sekunde hat, darf man die Dämpfung der Flüsse im ausgeschalteten Zustand einige Perioden lang vernachlässigen.

Beim Wiedereinschalten des Motors wird die Phasenfolge der Ständerphasenspannungen umgekehrt, infolgedessen wird jetzt der aus den drei Ständerphasenspannungen zusammengesetzte Vektor mit synchroner Winkelgeschwindigkeit im entgegengesetzten Sinn wie vorher umlaufen, man hat also: $\mathbf{u}_s = \mathbf{U}_s e^{j\omega_1 t}$.

Im stationären Zustand gehört dazu der Ständerfluß $\psi_s = \frac{\mathbf{U}_s}{j\omega_1} e^{j\omega_1 t}$, der End-

punkt von ψ_s beschreibt einen Kreis. Im Augenblick des Einschaltens muß aber der Fluß seinen Ausgang vom Wert Ψ_{s0} nehmen, der Punkt $t = 0$ des Kreises muß daher in den Punkt Ψ_{s0} verschoben werden. Wenn der Ständerfluß zum Zeitpunkt $t = 0$ des Einschaltens mit der Richtung von \mathbf{U}_s den

Winkel α einschließt: $\Psi_{s0} = \frac{\mathbf{U}_s}{j\omega_1} e^{j\alpha}$ (Abb. 14.9), dann ergibt sich für den

Ständerfluß bei $t \geq 0$ unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände:

$$\psi_s = \frac{\mathbf{U}_s}{\omega_1} [(1 - \sigma) e^{j\alpha} + j - j e^{j\omega_1 t}]. \quad (14.14)$$

Der Läuferfluß ψ_r ist wegen der kurzgeschlossenen Läuferwicklung unter der Annahme von $R_r = 0$ konstant, dreht sich also mit dem Läufer zusammen mit der Winkelgeschwindigkeit $-\omega_1$. Im ruhenden Koordinatensystem gilt:

$$\psi_r = \Psi_{r0} e^{-j\omega_1 t} = k_s \frac{U_s}{\omega_1} e^{ja} e^{-j\omega_1 t}. \quad (14.15)$$

Die Bahnen der Flußvektoren sind in Abb. 14.9 wiedergegeben.

Der Ständerstrom läßt sich aus der Beziehung (10.7) berechnen:

$$\mathbf{i}_s = \frac{\psi_s - k_r \psi_r}{L'_s},$$

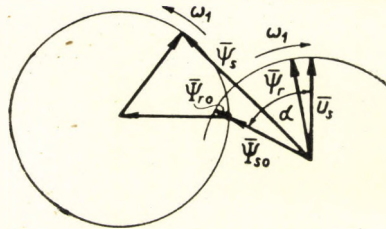


Abb. 14.9. Änderung der Flüsse bei schnellem Reversieren (unter Vernachlässigung der Widerstände)

$$\mathbf{i}_s = \frac{U_s}{X'_s} [(1 - \sigma) e^{ja} (1 - e^{-j\omega_1 t}) + j(1 - e^{j\omega_1 t})]. \quad (14.16)$$

Der Stromvektor erreicht seinen Höchstwert bei $\alpha = \frac{\pi}{2}$ und $\omega_1 t = \pi$. Dann ist

$$i_{s \max} = \frac{U_s}{X'_s} 2(2 - \sigma). \quad (14.17)$$

Ist die Kurzschlußreaktanz des Motors $X'_s = 0,2$ (20%), so beträgt die maximale Stromstärke ungefähr das 20fache des Nennstromhöchstwertes. Unter solchen Einschaltverhältnissen erreicht der Strom diesen Wert nach einer Halperiode. Während dieser Zeit vermindert sich der Strom wegen seiner Dämpfung bei Motoren von 10 bis 20 kW Leistung ungefähr auf das 0,65fache des obigen Wertes, d. h. $i_{s \max} \approx 13 I_{n \max}$. Infolge der Dämpfung tritt jedoch das genaue Maximum nicht nach einer Halperiode, sondern etwas früher und bei einem anderen Winkel α ein. Dementsprechend kann man den maximalen Strom auf das 15fache des Nennstromhöchstwertes setzen.

Das bei der Reversierung auftretende Drehmoment kann aus den Flüssen berechnet werden. Nach (10.13) ist

$$M = \frac{3}{2} \frac{L_m}{L_r L'_s} \psi_r \times \psi_s = \frac{3}{2} k_r \frac{1}{L'_s} \text{Im} \{ \dot{\psi}_r \psi_s \}.$$

Durch Einsetzen der Flüsse aus (14.14) und (14.15) erhält man:

$$M = \frac{3}{2} k_r k_s \frac{U_s^2}{\omega_1 X_s'} [(1 - \sigma) \sin \omega_1 t + \cos(\omega_1 t - a) - \cos(2\omega_1 t - a)].$$

Dieses Drehmoment läßt sich auch mit Hilfe des Kippmomentes ausdrücken. Unter Vernachlässigung des Ständerwirkwiderstandes und Berücksichtigung der Beziehung $k_r/k_s = L_s/L_r = X_s'/X_r'$ ergibt sich nämlich das Kippmoment nach (11.10) zu:

$$M_K = \frac{1}{\omega_1} \frac{3}{2} k_r k_s \frac{U_s^2}{2X_s'}.$$

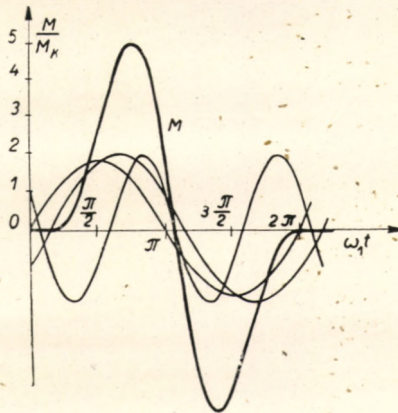


Abb. 14.10. Das bei schnellem Reversieren auftretende Drehmoment (unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände)

Mit Hilfe dieses Ausdrucks läßt sich die Formel für das bei der Reversierung entstehende Drehmoment auch in der folgenden Form schreiben:

$$M = 2M_K [(1 - \sigma) \sin \omega_1 t + \cos(\omega_1 t - a) - \cos(2\omega_1 t - a)]. \quad (14.18)$$

Für $a = 45^\circ$, $\omega_1 t = 90^\circ$ und $\sigma = 0,08$ gewinnt man:

$$M = 2 M_K (0,92 + 0,707 + 0,707) = 4,7 M_K.$$

Das Drehmoment erreicht also in einer Viertelperiode das 4,7fache des Kippmomentes bzw. das 10- bis 12fache des Nennmomentes. Infolge der Dämpfung treten in Wirklichkeit geringere Drehmomentstöße auf.

In Abb. 14.10 ist das bei der Reversierung auftretende Drehmoment als Zeitfunktion für den Fall $a = 120^\circ$ gezeichnet. Es erreicht seinen Höchstwert in $3/8$ -Periode mit $4,9 M_K$.

In den obigen Berechnungen wurde angenommen, daß das Wiedereinschalten in den drei Phasen genau gleichzeitig erfolgt. Widrigenfalls kann

die Gleichstromkomponente des Ständerflusses noch größere Werte erreichen und folglich auch der maximale Ständerstrom und Drehmomentstoß verstärkt werden.

Bisher wurden auch beim gleichzeitigen Einschalten nur die ungünstigsten Fälle untersucht. Am günstigsten ist dagegen der Fall, wenn beim Wiedereinschalten $\alpha = -90^\circ$ ist. Dann tritt im Ständer fast ausschließlich nur der stationäre Fluß auf, der sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω_1 dreht. Der Läuferfluß dreht sich unverändert mit der Winkelgeschwindigkeit $-\omega_1$; nach einer Viertelperiode werden daher die beiden Flüsse entgegengesetzte Richtung haben. Der maximale Strom beträgt »nur« $(2 - \sigma) U_s / X'_s$, also die Hälfte wie im Fall $\alpha = 90^\circ$. Die beiden Drehmomentkomponenten der Frequenz f_1 heben sich nach Formel (14.18) fast vollständig auf, die Komponente der doppelten Frequenz bleibt dagegen zur Gänze erhalten. Das maximale Drehmoment erreicht dann den Wert $2M_K$.

Nun wollen wir untersuchen, wie diese großen Strom- und Drehmomentstöße zu vermeiden sind. Daß man die Einschaltlage $\alpha = -90^\circ$ wählt, ist unvorstellbar, da sich die ungünstigste Lage mit $\alpha = +90^\circ$ und die günstigste mit $\alpha = -90^\circ$ infolge der doppelten Relativdrehzahl in Zeitabständen von einer Viertelperiode abwechseln. Die Lösung besteht darin, daß man mit dem Wiedereinschalten so lange wartet, bis der aus dem vorangehenden Zustand erhaltene Fluß erlischt bzw. auf einen unbedeutenden Wert sinkt. Hier kommen sich die Anforderungen des stationären Betriebs und der Ausgleichvorgänge glücklicherweise entgegen: der Läufer von Motoren für Reversierbetrieb muß so ausgelegt werden, daß er einen großen Wirkwiderstand besitzt. Dadurch ergibt sich einerseits ein hinlänglich großes Drehmoment im stationären Zustand sogar bei dem Schlupf $s = 2$, andererseits wird die Leerlaufzeitkonstante verringert. Eine andere Möglichkeit zur Verringerung der Leerlaufzeitkonstante ist die Verringerung der Reaktanz X_r . Diese führt eine Zunahme des Leerlaufstromes mit sich, indem den größten Teil der Reaktanz X_r die dem Hauptfluß entsprechende Reaktanz X_m ausmacht. Die Verringerung von X_m durch die Sättigung der Zähne des Ständerrückens und des Läuferjoches ergibt hinsichtlich der Zeitkonstante T_{r0} ein schlechteres Resultat als die Vergrößerung des Luftspalts, da der Fluß im ersten Fall anfänglich zwar schnell abnimmt, aber die Sättigung nach einer kleinen Abnahme bereits aufhört, so daß X_m und mit ihm auch T_{r0} große Werte annehmen.

Für einen 50%igen Leerlaufstrom ist $X_m \approx X_r \approx 2$, und bei einem 7%igen Betriebsschlupf hat der Läufer den Wirkwiderstand $R_r \approx 0,07$, die Zeitkonstante beträgt also: $T_{r0} = 2/0,07 \cdot 314 = 0,091$ sec. Wenn man also bei der Reversierung zwischen Aus- und Einschalten eine Zeitspanne von zumindest 0,1 sec verstreichen läßt, dann verringert sich der Fluß Ψ_{r0} auf etwa 33% seines ursprünglichen Wertes und es treten somit geringere Strom- und Drehmomentstöße auf. Diese Stöße werden auch dadurch vermindert, daß der große Läuferkreiswiderstand auch die transiente Zeitkonstante des Läufers herabsetzt. Ist $X'_r = 0,2$ und $R_r = 0,07$, so ist $T'_r = 0,0091$ sec. Die Zeitkonstante der Komponenten, die im Läufer als Gleichstrom erscheinen, ist also in diesem Fall kleiner als eine Halbperiode, wodurch bis zum Zeitpunkt des Auftretens des Drehmoment- bzw. Stromhöchstwertes, das im allge-

meinen zwischen einer 1/4- und 1/2-Periode erfolgt, eine ihrer Komponenten in bedeutendem Maß verringert wird.

Ein großer Wirkwiderstand beeinträchtigt den Wirkungsgrad, ein großer Magnetisierungsstrom ist mit der Verminderung des Leistungsfaktors verbunden, hingegen wird die dynamische Beanspruchung auf diese Weise erheblich geringer.

Selbst wenn bei der Reversierung der aus dem vorausgehenden Zustand zurückbleibende Fluß völlig erlischt, treten dennoch Strom- und Drehmomentstöße beim Einschalten auf. Jetzt überschreitet aber der Höchstwert des Drehmoments nicht das Doppelte des Nennmoments, die größte Stromstärke, die beim Einschalten auftritt, bleibt unter dem 1,5fachen des Höchstwertes des stationären Kurzschlußstromes. Der Drehmomentstoß wird deshalb verhältnismäßig gering sein, weil der Fluß ψ , jetzt vom Wert Null an zunimmt, und bis er einen größeren Wert erreicht, sinkt bereits die Gleichstromkomponente des Ständerflusses bedeutend herab. Bei hohen Drehzahlen gibt es nur schnell gedämpfte Komponenten.

14.103.2. Stern-Dreieck-Umschaltung

Die Stern-Dreieck-Umschaltung wird im allgemeinen beim Anlassen von Motoren mit Kurzschlußläufer, aber auch jüngstens bei Sparschaltung im Leerlauf verwendet. In letzterer läuft der Motor im belasteten Zustand in Dreieckschaltung, im Leerlauf wird er aber zwecks Verringerung der Blindleistungsaufnahme und der Eisenverluste in Stern zurückgeschaltet. Beidesmal werden Umschaltungen nur in der Nähe der synchronen Drehzahl vorgenommen.

Die Phasenfolge der Spannungen muß in beiden Schaltungen die gleiche sein. Der Drehsinn des Vektors, der sich aus den auf die drei Ständerwicklungen entfallenden Spannungen zusammensetzt, ist gleichfalls in beiden Fällen der gleiche. Läßt man die Richtung der Realachse des Koordinatensystems mit der Achsenrichtung der Wicklung a zusammenfallen, so stimmt der Spannungsvektor \mathbf{u}_s der drei Wicklungen mit dem bei Berechnung der Wechselströme üblichen Spannungsvektor \mathbf{U}_a der Wicklung a überein.

Von der Sternschaltung ist ein Übergang zu zwei Arten der Dreieckschaltung möglich (in Abb. 14.11: I und II). Das Ende U der Wicklung a ist jeweils an ein und dieselbe Netzphase angeschlossen; ihr anderes Ende X kann man einmal mit V , das andere Mal mit W verbinden. Aus dem Vektor-

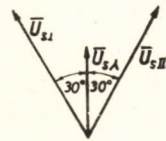
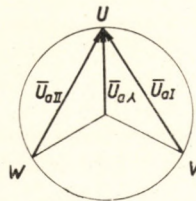
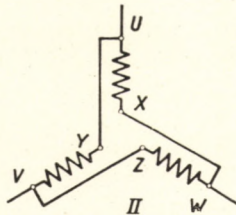
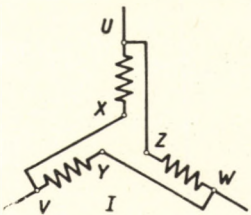


Abb. 14.11. Die beiden Möglichkeiten der Dreieckschaltung

Abb. 14.12. Änderung des Ständerspannungsvektors bei den zweierlei Stern-Dreieck-Schaltungen

diagramm der Netzspannungen (Abb. 14.12) folgt, daß zwischen den Spannungen \bar{U}_a der Ständerwicklung a bzw. den Vektoren \mathbf{u}_s der Ständerspannungen in beiden Schaltungsvarianten folgende Beziehungen bestehen:

$$\mathbf{u}_{sI} = \sqrt{3} \mathbf{u}_{s\lambda} e^{j30^\circ} \quad \text{und} \quad \mathbf{u}_{sII} = \sqrt{3} \mathbf{u}_{s\lambda} e^{-j30^\circ}.$$

Nehmen wir an, daß der Motor in Sternschaltung z. B. bis zum Schlupf $s_s = 0,03$ beschleunigt wurde. Der Abb. 11.3 gemäß eilt die transiente Spannung \mathbf{u}'_s gegenüber der Spannung $\mathbf{u}_{s\lambda}$ um etwa 10° nach (Abb. 14.13). Beim Abschalten des Motors bleibt die Richtung der Spannung \mathbf{u}'_s im ersten Augen-

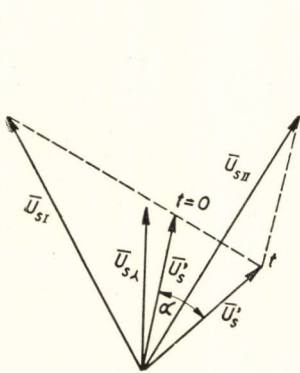


Abb. 14.13. Änderung des Ständerspannungsvektors bei den zweierlei Stern-Dreieck-Schaltungen

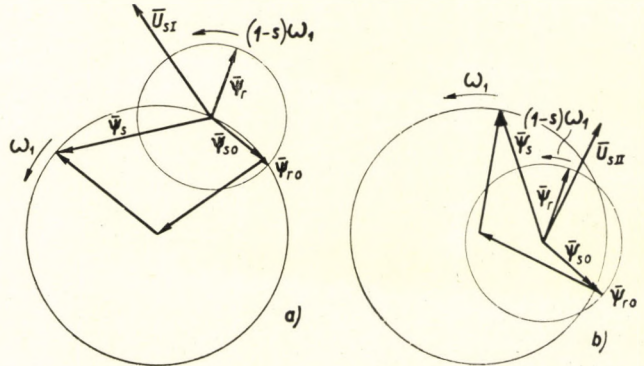


Abb. 14.14. Gestaltung der Flüsse bei den zweierlei Stern-Dreieck-Schaltungen

blick unverändert und ihr Wert nimmt wegen $(1 - s) \approx 1$ nur unbedeutend ab. In Sternschaltung ist die Maschine ungesättigt, die Leerlaufzeitkonstante kann selbst bei kleinen Motoren eine ganze Sekunde erreichen, man darf also für die Umschaltdauer von einigen Perioden auch die Dämpfung vernachlässigen. Der Vektor \mathbf{u}'_s dreht sich mit der Winkelgeschwindigkeit des Läufers und bleibt daher mit dem Schlupf s hinter den synchron umlaufenden Netzspannungsvektoren zurück. Nimmt das Abschalten $0,05$ sec in Anspruch und beträgt der mittlere Schlupf während des Umschaltens 4% , dann bleibt die Spannung \mathbf{u}'_s gegenüber den Netzspannungen um den Winkel $\alpha = 0,05 \cdot 0,04 \cdot 314 = 0,628$ Radian $= 36^\circ$ zurück. Im Augenblick des Rückschaltens in Dreieck nimmt \mathbf{u}'_s gegenüber den Netzspannungen die in Abb. 14.13 angegebene Lage ein und hat auch dann annähernd die gleiche Lage, wenn sich die angenommene Umschaltdauer und der Wert des Schlupfes ein wenig ändern.

Beim Einschalten treten um so kleinere transiente Ströme auf, je kleiner die Abweichung der neuen Ständerspannung \mathbf{u}_{sI} oder \mathbf{u}_{sII} von der Spannung \mathbf{u}'_s ist. Aus Abb. 14.13 erkennt man, daß eine Umschaltung nach Schema II der Abb. 14.11 günstiger ist. Im Fall I ist $|\mathbf{u}_{sI} - \mathbf{u}'_s| \approx u_{sI} = U_n$, im Fall II aber $|\mathbf{u}_{sII} - \mathbf{u}'_s| \approx 0,4 U_n$, im letzteren Fall treten also viel geringere Strom- und Drehmomentstöße auf.

Erfolgt die Umschaltung dem Fall I entsprechend, dann läßt sich der Einschaltstromstoß unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände folgendermaßen abschätzen. Im Augenblick des Umschaltens sind Ständer- und Läuferfluß näherungsweise einander gleich: $\Psi_{s0} \approx \Psi_{r0} \approx \mathbf{u}'_s / j \omega_1$. Der Läuferfluß dreht sich mit der nahezu synchronen Winkelgeschwindigkeit $\omega = (1-s)\omega_1$. Der Ständerfluß muß den durch die Spannung \mathbf{u}_{s1} bestimmten Kreis beschreiben. Die Flußbahnen sind in Abb. 14.14a dargestellt. Die Differenz der Flüsse ψ_s und ψ_r ist ungefähr nach einer Halbperiode am größten: $|\psi_s - \psi_r|_{\max} \approx \approx |\psi_s - k_r \psi_r|_{\max} \approx 2,3 \frac{U_n}{\omega_1}$, der maximale Strom hat also ohne Berücksichtigung der Dämpfung mit guter Näherung den Wert $2,3U_n/X'_s$. Bei der dem Fall II entsprechenden Umschaltung ist $|\psi_s - \psi_r|_{\max} \approx 1 \frac{U_n}{\omega_1}$, der größte Strom ist also U_n/X'_s .

Soll einmal die umgekehrte Schaltung aus Dreieck in Stern vorgenommen werden, so liefert der Fall I ein günstigeres Resultat. Beim Einschalten in Stern haben die stationären Ströme einen kleineren Wert, es entsteht daher auch ein geringerer Stromstoß. Deshalb ist Schaltung II vorzuziehen. Beim Umschalten aus Stern in Dreieck gemäß I tritt das maximale Drehmoment unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände nach etwa einer Halbperiode auf, seine Größe beträgt das 5- bis 6fache des Nennmomentes. Beim Umschalten gemäß II ist das maximale Drehmoment ungefähr halb so groß wie im vorigen Fall.

14.103.3. Umschaltung des Asynchronmotors an eine Reservestromquelle

Der Ausfall von Kraftwerken durch Betriebsstörung läßt sich besser vermeiden, wenn dafür gesorgt wird, daß die wichtigsten Hilfsbetriebsmotoren nötigenfalls schnell auf eine Sammelschiene umgeschaltet werden können, deren Spannung auch während der Betriebsstörung auf entsprechendem Wert bleibt. Die Umschaltung muß auch aus dem Grunde rasch vorgenommen werden, damit die Drehzahl der Schleifringmotoren im ausgeschalteten Zustand nicht unter den durch die Drehmomentkurven von Motor und Belastung bestimmten kritischen Wert sinkt. Widrigenfalls kann man die Schleifringmotoren nicht unmittelbar wiedereinschalten, sondern muß die Bürsten in die Anlaßstellung bringen und mit Hilfe der in den Läuferkreis geschalteten Widerstände wieder anlassen. Dieses umständliche Verfahren würde das Bedienungspersonal gerade bei Betriebsstörungen von anderweitigen Arbeiten abziehen.

Der Motor wird von der Nennspannung wiederum auf die Nennspannung umgeschaltet. Die beiden Sammelschienen-Spannungen sind jedoch im allgemeinen nicht synchron, zur Synchronisierung bleibt keine Zeit und manchmal auch keine Möglichkeit. Deshalb müssen die einzelnen Motoren oder Motorgruppen von der einen Sammelschiene abgeschaltet und nach einer entsprechenden Zeitspanne an die andere Sammelschiene angeschlossen werden.

Diese Umschaltung kann einen größeren Stromstoß verursachen als die Stern-Dreieck-Umschaltung, da die Spannung des Motors auch im voran-

gehenden Zustand von der Nenngröße war und der erhalten gebliebene Fluß daher im Vergleich mit der Sternschaltung den $\sqrt{3}$ -fachen Wert hat.

Wir untersuchen zunächst das Abschalten eines Motors (das Abschalten einer Motorgruppe wird im Abschnitt 14.303 besprochen werden). Befand sich der Motor vorher im Leerlauf, dann bleiben laut Abschnitt 14.101 nach Abschalten des Ständers die Flüsse

$$\Psi_s = (1 - \sigma) \frac{U_s}{\omega_1} \quad \text{und} \quad \Psi_r = k_s \frac{U_s}{\omega_1} \quad (14.19)$$

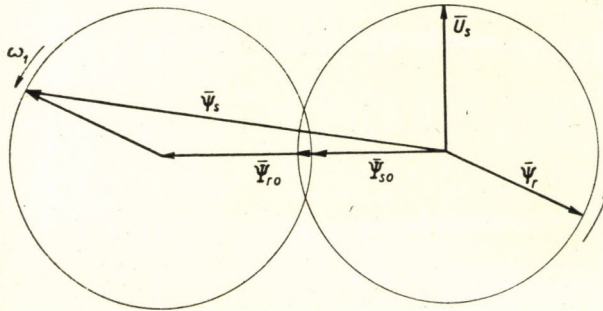


Abb. 14.15. Gestaltung der Flüsse beim Umschalten des Asynchronmotors an eine andere Stromquelle (unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände)

bestehen. War der Motor vorher belastet, so nehmen diese Flüsse abhängig vom Wert der transienten Spannung im Verhältnis U'_s/U_s ab. Bei Nennbelastung ist $U'_s/U_s \approx 0,9$.

Nach dem Ausschalten werden diese Flüsse mit der Leerlaufzeitkonstante T_{r0} gedämpft. Ihre Winkelgeschwindigkeit nimmt mit jener des Läufers ab. Beim Neueinschalten des Motors können dann diese Flüsse in verschiedenen Lagen gegenüber der Anfangslage der neuen Ständerspannung bzw. Ständerflusses versetzt sein. Die Ursache davon liegt einerseits im Läuferschlupf, andererseits darin, daß die alte und neue Ständerspannung eventuell nicht synchron laufen.

Zur neuen Ständerspannung $\mathbf{u}_s = U_s e^{j\omega_1 t}$ gehört im stationären Zustand der Ständerfluß $\psi_s = \frac{U_s}{j\omega_1} e^{j\omega_1 t}$. Erfolgt das Wiedereinschalten schnell, dann wird die Größe der Flüsse zum Zeitpunkt $t = 0$ durch die Gleichungen (14.19) bestimmt. Hinsichtlich der Phasenlage ist der ungünstigste Fall, wenn der Fluß $\frac{U_s}{j\omega_1}$ des stationären Zustandes und der anfängliche Fluß $\Psi_{s0} = (1 - \sigma) \frac{U_s}{\omega_1}$ zur Zeit $t = 0$ entgegengesetzte Richtung haben. Unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände ändern sich dann die Flüsse gemäß Abb. 14.15. Die Differenz zwischen Ständer- und Läuferfluß erreicht ungefähr nach einer Halb-

periode ihren Höchstwert, dann tritt die größte Stromstärke auf:

$$i_{s \max} = \left| \frac{\psi_s - k_r \psi_r}{L'_s} \right|_{\max} = \frac{U_s}{X'_s} (1 - \sigma + 2 + 1 - \sigma),$$

d. h.

$$i_{s \max} = \frac{U_s}{X'_s} 2 (2 - \sigma). \quad (14.20)$$

In diesen Ausdrücken ist der Höchstwert von U_s eingesetzt. Infolge der Dämpfung ist der maximale Ständerstrom geringer. Bei Hochleistungsmotoren kann die Dämpfung näherungsweise mit dem Faktor 0,8 berücksichtigt werden. Ist $\sigma = 0,08$, so gilt:

$$i_{s \max} = 0,8 \cdot 2 \cdot 1,92 \frac{U_s}{X'_s} = 3,1 \frac{U_s}{X'_s}.$$

Mit $X'_s = 0,2$ bedeutet dies das 15- bis 16fache des Höchstwertes des Nennstromes. Wird das Wiedereinschalten rasch bewerkstelligt und gelingt es, die am meisten geeignete Phasenlage zu finden, dann sind der Fluß des stationären Zustandes und der anfängliche Fluß fast gleich und man darf die auftretenden Ausgleichströme vernachlässigen. Wartet man dagegen mit dem Wiedereinschalten, bis das magnetische Feld des vorausgehenden Zustandes aufhört, dann spielt sich ein einfacher Einschaltvorgang ab, wie er für stromlose Maschinen in den Abschnitten 14.102 und 14.101 untersucht wurde. Der Ständerstrom hat den Höchstwert

$$i_{s \max} = 2 \frac{U_s}{X'_s}.$$

Der Stromstoß ist also halb so groß wie bei schneller Umschaltung in einer ungünstigen Phasenlage [Formel (14.20)].

Soll also vermieden werden, daß Motor und Netz von einem durch Formel (14.20) bestimmten sehr großen Stromstoß und dynamischen Effekt überlastet werden, so muß man die Umschaltung nach einem der beiden folgenden Verfahren bewerkstelligen. (Nach ungarischen Richtlinien Literatur 72.)

a) Das Wiedereinschalten wird schnell, aber unter Überwachung der Phasenlage vorgenommen. Dies ist dann möglich, wenn der im Motor zurückbleibende Fluß im Ständer eben eine solche Spannung induziert, welche im Augenblick des Einschaltens annähernd gleich groß und in gleicher Phasenlage mit der Netzspannung ist. Der Umschaltvorgang soll also von einem Synchronismus-Überwachungsrelais bedient werden. Diese Methode ist jedoch nur dann verwendbar, wenn der Schlupf der Motoren bis zum Zeitpunkt des Neueinschaltens nicht allzusehr angestiegen ist. Sonst wird die Schwebefrequenz der beiden Spannungen allzu hoch, d. h. richtige und unrichtige

Phasenlagen werden einander in zu kurzen Zeitabständen abwechselnd folgen, und es kann vorkommen, daß ein richtiger Impuls wegen der Eigenzeit der Schalter ein falsches Schalten hervorruft.

b) Mit dem Wiedereinschalten wird so lange gewartet, bis der Fluß des vorangehenden Zustandes auf einen unbedeutenden Wert gesunken ist, wobei sich die Motoren im ausgeschalteten Zustand nicht allzusehr verlangsamten dürfen. Die notwendige Zeitspanne soll daher mindestens das 1- bis 1,5fache der Leerlaufzeitkonstante des Läufers betragen, darf aber diese möglichst nicht überschreiten.

14.20. CHARAKTER DER FREIEN STRÖME UND FLÜSSE

Steigerung der Genauigkeit der Näherungsberechnung

Die Differentialgleichungen, die die Vorgänge in Maschinen mit konstanter Drehzahl beschreiben, gehen unter den üblichen Näherungsannahmen in lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten über. In ihnen ist die Inhomogenität durch die an den Ständer und eventuell den Läufer angelegte Spannung bedingt [s. Gleichungen (10.1) bis (10.4)]. Die freien Ströme und Flüsse bilden die Lösungen des homogenen Differentialgleichungssystems; ihre Werte sind durch die Anfangsbedingungen bestimmt. Werden also die freien Komponenten gesondert untersucht, so müssen die Bedingungen $\mathbf{u}_s = 0$ und $\mathbf{u}_r = 0$ gesetzt werden, d. h. die Klemmen sowohl des Ständers als auch des Läufers sind als kurzgeschlossen zu denken.

Im folgenden werden die mit unterschiedlichen Winkelgeschwindigkeiten umlaufenden freien Komponenten gesondert untersucht. Zusammen mit den »Gleichstrom«-Komponenten des Ständers \mathbf{i}_{sg} und ψ_{sg} laufen die Wechselstromkomponenten des Läuferstromes \mathbf{i}_{rw} und ψ_{rw} um.

Der Magnetisierungsstrom und der Hauptfluß besitzen gleichfalls Komponenten, die sich mit dem Ständergleichstrom ändern; diese werden mit \mathbf{i}_{mg} und ψ_{mg} bezeichnet. Eine Gruppe von freien Komponenten also, die sich zusammen miteinander ändern und die zusammen untersucht werden, besteht aus folgenden Komponenten:

$$\mathbf{i}_{sg}, \mathbf{i}_{rw}, \mathbf{i}_{mg}, \psi_{sg}, \psi_{rw}, \psi_{mg}.$$

In der anderen Gruppe werden die sich mit der Gleichstromkomponente des Läuferstromes ändernden Ströme und Flüsse untersucht, und zwar:

$$\mathbf{i}_{rg}, \mathbf{i}_{sw}, \mathbf{i}_{mw}, \psi_{rg}, \psi_{sw}, \psi_{mw}.$$

Innerhalb der einzelnen Gruppen kann jede Komponente als Produkt aus einer Konstante und e^{pt} ausgedrückt werden, wobei p für jedes Glied der Gruppe denselben Wert hat, wenn alle Komponenten in demselben Koordinatensystem aufgeschrieben werden. Die zu einer Gruppe gehörenden Komponenten werden also mit der gleichen Zeitkonstante gedämpft (die durch den Realteil von p bestimmt ist) und laufen z. B. gegenüber dem Ständer mit

der gleichen Winkelgeschwindigkeit um (die z. B. im ruhenden Koordinatensystem durch den Imaginärteil von p bestimmt ist). Innerhalb der einzelnen Gruppen ist das Verhältnis der einzelnen Komponenten zueinander von der Zeit unabhängig.

Wir befassen uns zuerst mit Maschinen ohne Wirkwiderstand. Die Maschine möge mit einer genügend großen Winkelgeschwindigkeit ω umlaufen. Liegt am Ständer die Gleichstromkomponente \mathbf{i}_{sg} , so entsteht im Läufer ein Wechselstrom der Kreisfrequenz ω , dessen Vektor \mathbf{i}_{rw} sich gegenüber dem Läufer mit der Winkelgeschwindigkeit $-\omega$ dreht, gegenüber dem Ständer aber stillsteht. Sein Wert kann aus der Bedingung bestimmt werden, daß der Gesamtfluß im Läufer infolge Vernachlässigung des Wirkwiderstandes und infolge des Kurzschlusses gleich Null sein muß. An den kurzgeschlossenen Klemmen des Läufers kann ja eine Wechselspannung nicht auftreten. Es ist also:

$$\psi_{rw} = 0 = \mathbf{i}_{sg} L_m + \mathbf{i}_{rw} L_r$$

und daraus:

$$\mathbf{i}_{rw} = -\frac{L_m}{L_r} \mathbf{i}_{sg}.$$

Die gegenseitige Lage der Vektoren sieht man in Abb. 14.16a. Der Ständerfluß muß trotz des Kurzschlusses nicht gleich Null sein, da ψ_{sg} auf den Ständer bezogen ruht. Bekanntlich gilt:

$$\psi_{sg} = L_s \mathbf{i}_{sg} + L_m \mathbf{i}_{rw} = \left(L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) \mathbf{i}_{sg} = L'_s \mathbf{i}_{sg} = \sigma L_s \mathbf{i}_{sg}.$$

Der Gleichstrom-Hauptfluß ist:

$$\psi_{mg} = L_m (\mathbf{i}_{sg} + \mathbf{i}_{rw}) = L_m \left(1 - \frac{L_m}{L_r} \right) \mathbf{i}_{sg} = k_s \frac{1 - k_r}{\sigma} \psi_{sg} \approx \frac{1}{2} \psi_{sg}.$$

Die Gleichstromkomponente des Magnetisierungsstromes ist:

$$\mathbf{i}_{mg} = \left(1 - \frac{L_m}{L_r} \right) \mathbf{i}_{sg}.$$

Hiernach wollen wir auch die Wirkwiderstände berücksichtigen. Der Läuferstrom wird dann nicht genau die entgegengesetzte Richtung mit dem Ständerstrom haben. Unter dem Einfluß des Läuferwirkwiderstandes wird

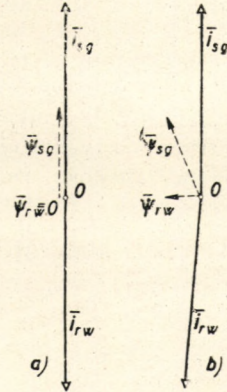


Abb. 14.16. Vektoren des Ständergleichstromes und der sich mit ihm ändernden freien Komponenten (das linke Bild bezieht sich auf den Fall $R_r = 0$)

der Strom \mathbf{i}_{rw} gegenüber der im Läufer induzierenden Spannung weniger nachteilig als im vorigen rein induktiven Fall. Man darf nicht vergessen, daß sich der Vektor \mathbf{i}_{rw} gegenüber dem Läufer im negativen Sinn dreht. Die gegenseitige Lage der Vektoren ist in Abb. 14.16b dargestellt. Der Verdrehungswinkel ist gering. Er ist hauptsächlich durch den Vektor $R_r + j\omega L_r$ bestimmt, wobei $R_r/\omega L_r \approx 1/100$ gleichkommt. Die Länge des Vektors \mathbf{i}_{rw} und seine Komponente in der Richtung von \mathbf{i}_{sg} bleiben praktisch unverändert, folglich wird die Komponente von ψ_{sg} in der Richtung von \mathbf{i}_{sg} auch jetzt durch $L'_s \mathbf{i}_{sg}$ gegeben. Wegen der Querkomponente von \mathbf{i}_{rw} wird der Fluß ψ_{sg} auch eine Komponente senkrecht zu \mathbf{i}_{sg} besitzen, die wir mit ψ_y bezeichnen wollen. ψ_y kann am einfachsten aus dem Drehmomentgleichgewicht berechnet werden. Fließt im Ständer nämlich ein Gleichstrom, so muß der Kupferverlust des Läufers auf mechanischem Wege gedeckt werden. Als Wechselwirkung der Felder und Ströme entsteht ein Bremsmoment, und dies muß durch das Drehmoment M_{mech} gedeckt werden. Die mechanische Leistung $M_{\text{mech}}\omega$ ist dem Kupferverlust des Läufers gleich. Das auf den Läufer wirkende Drehmoment aus der Beziehung $M = \frac{3}{2} \psi_s \times \mathbf{i}_s$ berechnet, erhält man:

$$P = \frac{3}{2} \psi_y \mathbf{i}_{sg} \omega = \frac{3}{2} \mathbf{i}_{rw}^2 R_r = \frac{3}{2} \left(\frac{L_m}{L_r} \right)^2 \mathbf{i}_{sg}^2 R_r.$$

Daraus ergibt sich für die zu \mathbf{i}_{sg} senkrechte Komponente des Ständerflusses:

$$\psi_y = \left(\frac{L_m}{L_r} \right)^2 \frac{R_r}{\omega} \mathbf{i}_{sg}.$$

Der Ständerfluß ψ_{sg} ist also

$$\psi_{sg} = \mathbf{i}_{sg} \left[L'_s + j \left(\frac{L_m}{L_r} \right)^2 \frac{R_r}{\omega} \right].$$

Indem man L'_s heraushebt und die Formel

$$\frac{L_m^2}{L_r^2} \frac{R_r}{\omega L'_s} = \frac{L_m^2 R_r}{L_r^2 \omega L_s \sigma} = \frac{L_m^2}{L_r L_s} \frac{R_r}{\sigma L_r \omega} = (1 - \sigma) s_K$$

anwendet, erhält man für ψ_{sg} den Ausdruck:

$$\psi_{sg} = \mathbf{i}_{sg} L'_s [1 + j(1 - \sigma) s_K]. \quad (14.21)$$

Der Läuferwechselstrom läßt sich aus der Beziehung $\psi_s = L_s \mathbf{i}_s + L_m \mathbf{i}_r$ berechnen:

$$\mathbf{i}_{rw} = -k_r (1 - j\sigma s_K) \mathbf{i}_s. \quad (14.22)$$

In der Klammer ist zwar nur $\sigma s_K \approx 0,01$, trotzdem kann die Vernachlässigung dieses Wertes zu erheblichen Fehlern bei der Berechnung der Drehmomente führen.

Der Läuferfluß ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}\psi_{rw} &= L_r \mathbf{i}_{rw} + L_m \mathbf{i}_{sg}, \\ \psi_{rw} &= \mathbf{i}_{sg} j L_m \sigma s_K = \mathbf{i}_{sg} j L'_s k_s s_K = \mathbf{i}_{sg} j k_r \frac{R_r}{\omega}.\end{aligned}\quad (14.23)$$

Das Verhältnis des Ständerflusses zum Läuferfluß ist gleich

$$\frac{\psi_{rw}}{\psi_{sg}} = \frac{j k_s s_K}{1 + j(1 - \sigma) s_K} \approx j k_s s_K = j \frac{L_m}{L_s} \frac{R_r}{\omega L'_r}.\quad (14.24)$$

Der Magnetisierungsstrom ist

$$\mathbf{i}_{mg} = \mathbf{i}_{sg} + \mathbf{i}_{rw} = (1 - k_r + j\sigma k_r s_K) \mathbf{i}_{sg}.\quad (14.25)$$

Für den Hauptfluß hat man:

$$\psi_{mg} = L_m \mathbf{i}_{mg} = L_m (1 - k_r + j\sigma k_r s_K) \mathbf{i}_{sg} = k_s L'_s \left(\frac{1 - k_r}{\sigma} + j k_r s_K \right) \mathbf{i}_{sg}.\quad (14.26)$$

Die Beziehungen (14.21) bis (14.26) liefern in der Nähe der synchronen Drehzahl eine sehr gute Näherung, falls die Wirkwiderstände den üblichen Wert besitzen. Der geringe Fehler rührt daher, daß bei der Berechnung von ψ_y der Läuferstrom gleich $\frac{L_m}{L_r} \mathbf{i}_{sg}$ gesetzt wurde; dieser Fehler ist jedoch sehr

klein. In den obigen Formeln ist s_K nicht mit der synchronen, sondern mit der effektiven Winkelgeschwindigkeit des Läufers zu rechnen ($s_K = R_r / \omega L'_s$). Da bei der Untersuchung der freien Ströme Ständer und Läufer kurzgeschlossen sind, hat die synchrone Winkelgeschwindigkeit keine physikalische Bedeutung.

Die Formeln behalten die Gültigkeit auch für Motoren, die im entgegengesetzten Sinn umlaufen; dann ist s_K negativ. Sie liefern eine gute Näherung für diejenige Winkelgeschwindigkeit ω , bei der die Induktivitäten ωL groß genug gegenüber den Wirkwiderständen sind.

Aus den obigen Beziehungen gewinnt man leicht Zeitkonstante und Winkelgeschwindigkeit der Gleichstromkomponente des Ständers. Sind nämlich \mathbf{i}_{sg} und ψ_{sg} von der Form $\mathbf{c} e^{pt}$, so ist $\frac{d\psi_{sg}}{dt} = p\psi_{sg}$ und man hat aus der Spannungsgleichung des Ständers

$$0 = \mathbf{i}_{sg} R_s + \frac{d\psi_{sg}}{dt}$$

und

$$p = - \frac{\mathbf{i}_{sg} R_s}{\psi_{sg}}.$$

Unter Berücksichtigung von (14.21) ist wegen $R_s/\omega L'_s = s_{Ks}$,

$$p = - \frac{s_{Ks} \omega}{1 + j(1 - \sigma) s_K} = - \frac{s_{Ks} \omega}{1 + (1 - \sigma)^2 s_K^2} + j \frac{(1 - \sigma) s_K s_{Ks} \omega}{1 + (1 - \sigma)^2 s_K^2}.$$

Aus dem Realteil ergibt sich für die Zeitkonstante der Gleichstromkomponenten des Ständerstromes der genauere Wert:

$$T_{sg} = - \frac{1}{\omega s_{Ks}} [1 + (1 - \sigma)^2 s_K^2] = \frac{L'_s}{R_s} [1 + (1 - \sigma)^2 s_K^2] \approx \frac{L'_s}{R_s} = T'_s. \quad (14.27)$$

Der Wert L'_s/R_s ist dem bisher gebrauchten Wert T'_s der transienten Ständerzeitkonstante gleich. Da in der Nähe der synchronen Drehzahl der Zahlenwert von s_K selbst für Motoren geringerer Leistung im allgemeinen 0,15 nicht übertrifft, berechnet sich das Glied in eckigen Klammern mit dem Wert $\sigma = 0,08$ zu 1,019 und darf daher praktisch gleich 1 gesetzt werden.

Die Winkelgeschwindigkeit der Gleichstromkomponente ist durch den Imaginärteil von p gegeben. Indem man im Nenner das Glied neben 1 unterdrückt, ergibt sich

$$\omega_{sg} = (1 - \sigma) s_K s_{Ks} \omega. \quad (14.28)$$

Mit den Zahlenwerten $s_K = s_{Ks} = 0,15$ und $\sigma = 0,08$ ergibt sich $\omega_{sg} = 0,021 \omega$, die Gleichstromkomponenten des Ständerstromes drehen sich also mit 2% der Winkelgeschwindigkeit ω des Läufers. Den Drehsinn kann man sich so merken, daß der Läufer diese Komponenten mit sich zu ziehen strebt. Dieses »Nachziehen« ist bei Motoren größerer Leistung, also mit kleinerem Wirkwiderstand, noch geringer.

Ähnlich läßt sich die Gruppe derjenigen freien Komponenten untersuchen, die sich zusammen mit den Gleichstromkomponenten des Läufers ändern. Da sowohl Ständer wie Läufer als kurzgeschlossen zu denken sind, können die Rollen von Ständer und Läufer vertauscht werden. Die oben angeführten Beziehungen lassen sich auf diese zweite Gruppe so anwenden, daß man die Größen des Ständers und des Läufers vertauscht und außerdem wegen des umgekehrten relativen Drehsinnes $-j$ statt j schreibt. Unter Berücksichtigung dieser Gesichtspunkte ergeben sich auf Grund von (14.21) bis (14.28) folgende Beziehungen:

$$\psi_{rg} = \mathbf{i}_{rg} L'_r [1 - j(1 - \sigma) s_{Ks}], \quad (14.29)$$

$$\mathbf{i}_{sw} = - k_s (1 + j\sigma s_{Ks}) \mathbf{i}_{rg}, \quad (14.30)$$

$$\psi_{sw} = -i_{rg} j L_m \sigma s_{Ks} = -i_{rg} j L'_r k_r s_{Ks} = -i_{rg} j k_s \frac{R_s}{\omega}, \quad (14.31)$$

$$\frac{\psi_{sw}}{\psi_{rg}} = -\frac{j k_r s_{Ks}}{1 - j(1 - \sigma) s_{Ks}} \approx -j k_r s_{Ks} = -j \frac{L_m}{L_r} \frac{R_s}{\omega L'_s}, \quad (14.32)$$

$$i_{mw} = (1 - k_s - j\sigma k_s s_{Ks}) i_{rg}, \quad (14.33)$$

$$\psi_{mw} = L_m (1 - k_s - j\sigma k_s s_{Ks}) i_{rg} = k_r L'_r \left(\frac{1 - k_s}{\sigma} - j k_s s_{Ks} \right) i_{rg}, \quad (14.34)$$

$$T_{rg} = \frac{1}{\omega s_{Ks}} [1 + (1 - \sigma)^2 s_{Ks}^2] = \frac{L'_r}{R_r} [1 + (1 - \sigma)^2 s_{Ks}^2] \approx \frac{L'_r}{R_r} = T'_r, \quad (14.35)$$

$$\omega_{rg} = - (1 - \sigma) s_{Ks} s_{Ks} \omega. \quad (14.36)$$

Die relative Winkelgeschwindigkeit der Gleichstromkomponente des Läuferstromes gegenüber dem Läufer hat dieselbe Größe wie in der ersten Gruppe (14.28), jedoch entgegengesetzte Richtung; der Ständer strebt gleichfalls danach, auch diese Komponente mit sich zu ziehen, zieht sie also nach rückwärts. Die Vektoren der zweiten Gruppe sind in Abb. 14.17 wiedergegeben.

Wir wollen nun zur Bestimmung der Einschalt-, Kurzschluß- und übrigen Ausgleichströme und Flüsse in mit fast synchroner Drehzahl umlaufenden Asynchronmaschinen zurückkehren. Es genügt durchaus, von den Strömen und Flüssen nur zwei Größen zu bestimmen, die übrigen lassen sich aus diesen beiden auf Grund des Zusammenhanges zwischen den Strömen und Flüssen berechnen. Für genauere Näherungsrechnungen erweist sich im allgemeinen am zweckmäßigsten, als erstes den Ständer- und Läuferfluß zu bestimmen. Dies geschah eigentlich bereits bei den Berechnungen, die unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände durchgeführt wurden. Die Wahl der beiden Ströme ist deshalb nicht geeignet, weil zu den verhältnismäßig geringen stationären Strömen als Ausgangsdaten sehr große Ausgleichströme gehören. Der Zustand ist ähnlich, wie wenn eine kleine Zahl gleich der Differenz zweier großer Zahlen ist. Selbst eine geringe Ungenauigkeit in der Bestimmung der beiden großen Zahlen kann zu erheblichen Fehlern führen.

Die transienten Flußkomponenten werden im allgemeinen folgenderweise bestimmt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ der plötzlich erfolgenden Änderung seien die freien Flußkomponenten im Ständer Ψ_{sg} und Ψ_{sw} , im Läufer aber Ψ_{rw} und Ψ_{rg} . Das sind die Unbekannten. Bekannt sind die Anfangswerte Ψ_{s0} und Ψ_{r0} der Flüsse, ferner die Werte $\Psi_{s\infty}$ und $\Psi_{r\infty}$ der Flüsse des stationären Zustandes zum Zeitpunkt $t = 0$. Die

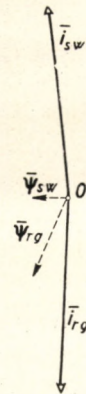


Abb. 14.17. Die Gleichstromkomponente des Läufers und die sich mit ihr ändernden freien Komponenten

Flüsse können sich nicht sprungweise ändern (falls die Wicklung in sich oder über die Stromquelle geschlossen ist), deshalb können folgende Gleichungen aufgeschrieben werden:

$$\Psi_{s0} = \Psi_{s\infty} + \Psi_{sg} + \Psi_{sw},$$

$$\Psi_{r0} = \Psi_{r\infty} + \Psi_{rw} + \Psi_{rg},$$

oder indem wir die Unbekannten auf die linke Seite bringen:

$$\Psi_{sg} + \Psi_{sw} = \Psi_{s0} - \Psi_{s\infty}, \quad (14.37)$$

$$\Psi_{rw} + \Psi_{rg} = \Psi_{r0} - \Psi_{r\infty}.$$

Zu diesen Gleichungen schreiben wir noch die Gleichungen (14.24) und (14.32) hinzu:

$$\Psi_{rw} = \Psi_{sg} \frac{jk_s s_K}{1 - j(1 - \sigma) s_K} \approx jk_s s_K \Psi_{sg}, \quad (14.38)$$

$$\Psi_{sw} = -\Psi_{rg} \frac{jk_s s_{Ks}}{1 - j(1 - \sigma) s_{Ks}} \approx -jk_r s_{Ks} \Psi_{rg}.$$

Aus den Gleichungen (14.37) und (14.38) lassen sich die Unbekannten leicht bestimmen. Darauf stellt man die Flüsse z. B. im ruhenden Koordinatensystem als Zeitfunktionen dar:

$$\psi_s = \Psi_{s\infty} e^{j\omega t} + \Psi_{sg} e^{-\frac{t}{T_s'}} e^{j\omega_{sg} t} + \Psi_{sw} e^{-\frac{t}{T_r'}} e^{j(\omega - \omega_{sg})t}, \quad (14.39)$$

$$\psi_r = \Psi_{r\infty} e^{j\omega t} + \Psi_{rw} e^{-\frac{t}{T_s'}} e^{j\omega_{sg} t} + \Psi_{rg} e^{-\frac{t}{T_r'}} e^{j(\omega - \omega_{sg})t}.$$

Den Wert von ω_{sg} darf man in der Praxis vernachlässigen, da sich $e^{j\omega_{sg} t}$ während einer Periode selbst im extremen Fall um nur ungefähr 7° verdreht und die in praktischer Hinsicht wichtigen Höchstwerte im allgemeinen in einer kürzeren Zeitspanne als eine Halbperiode auftreten. In Kenntnis der Flüsse lassen sich die Ströme und das Drehmoment in der bekannten Weise berechnen.

Bei der Lösung des Gleichungssystems (14.37) und (14.38) kann man sich die Tatsache zunutze machen, daß die Wechselstromflußkomponenten im Vergleich mit den Gleichstromflußkomponenten gering sind. Mit $s_K = s_{Ks} = 0,15$ und $k_s = k_r = 0,96$ ergeben sich $\Psi_{rw} \approx j 0,144 \Psi_{sg}$ und $\Psi_{sw} \approx -j 0,144 \Psi_{rg}$. Man erhält daher zunächst aus Gleichung (14.37) unter der Annahme $\Psi_{sw} = 0$, $\Psi_{rw} = 0$ ohne jede Berechnung gute Näherungswerte für Ψ_{sg} und Ψ_{rg} , und in deren Besitz lassen sich die Werte Ψ_{sw} und Ψ_{rw} der kleinen Wechselstromkomponenten mit Hilfe der Beziehungen (14.38) berechnen;

letztere betrachten wir als endgültig. Durch Wiedereinsetzen dieser Werte in (14.37) lassen sich die praktisch vollkommen genauen Werte von Ψ_{sg} und Ψ_{rg} bestimmen. Der Fehler bleibt selbst bei Maschinen geringer Leistung unter 2%. Andere Erscheinungen (Sättigung, räumliche Oberwellen usw.) können zu erheblich bedeutenderen Fehlern führen.

Als Beispiel untersuchen wir genauer den Fall der Reversierung (näherungsweise Berechnung siehe im Abschnitt 14.103.1). Die Daten des Motors sind Kapitel 11 entnommen ($s_K = s_{Ks} = 0,15$, $k_s = k_r = 0,96$, $\sigma = 0,08$). Die Ständerspannung U_s sei gleich der Nennspannung, und der Motor möge vor der Reversierung mit der synchronen Winkelgeschwindigkeit $\omega = -\omega_1$ umlaufen. Dem Ausschalten soll praktisch sofort das Wiedereinschalten folgen, die Phasenlage sei nach Abschnitt 13.103.1 durch $\alpha = \frac{\pi}{2}$ charakterisiert.

Dann lauten die Anfangsbedingungen beim Einschalten nach Abschnitt 13.103.1:

$$\Psi_{s0} = \frac{U_s}{\omega_1} (1 - \sigma) e^{i\alpha} = j 0,92 \frac{U_s}{\omega_1}$$

und

$$\Psi_{r0} = k_s \frac{U_s}{\omega_1} e^{i\alpha} = j 0,96 \frac{U_s}{\omega_1}.$$

Die Flüsse im stationären Zustand (falls der Schlupf $s = 2$ bleibt) haben nach (11.17) und (11.18) zur Zeit $t = 0$ die Werte

$$\Psi_{s\infty} = \frac{U_s}{\omega_1} (0,142 - j 0,968),$$

$$\Psi_{r\infty} = \frac{U_s}{\omega_1} (-0,069 - j 0,015).$$

Durch Einsetzen dieser Werte in die Gleichungen (14.37) erhält man:

$$\Psi_{sg} + \Psi_{sw} = \frac{U_s}{\omega_1} (-0,142 + j 1,888), \quad (14.37a)$$

$$\Psi_{rg} + \Psi_{rw} = \frac{U_s}{\omega_1} (0,069 + j 0,975).$$

Indem man in erster Näherung die Werte $\Psi_{sg} = \frac{U_s}{\omega_1} (-0,142 + j 1,888)$ und

$\Psi_{rg} = \frac{U_s}{\omega_1} (0,069 + j 0,975)$ annimmt, ergeben sich nach (14.38) für die Wechselstromkomponenten der Flüsse

$$\Psi_{rw} = \frac{U_s}{\omega_1} (-0,142 + j 1,888) (0,02 - j 0,143) = \frac{U_s}{\omega_1} (0,267 + j 0,058),$$

$$\Psi_{sw} = \frac{U_s}{\omega_1} (0,069 + j 0,975) (0,02 + j 0,143) = \frac{U_s}{\omega_1} (-0,138 + j 0,029).$$

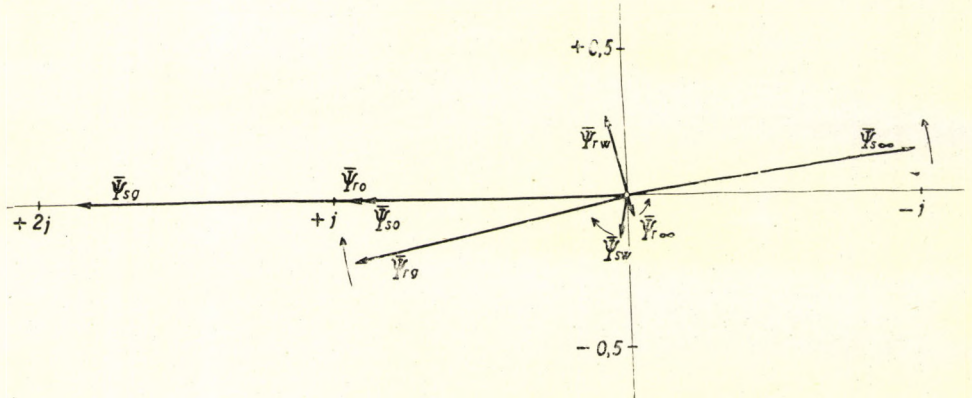


Abb. 14.18. Beim Reversieren eines Asynchronmotors auftretende Flußkomponenten

Durch Einsetzen dieser Werte in Gleichung (14.37a) gewinnt man die Gleichstromkomponenten der Flüsse:

$$\Psi_{sg} = \frac{U_s}{\omega_1} (-0,04 + j 1,859),$$

$$\Psi_{rg} = \frac{U_s}{\omega_1} (-0,198 + j 0,917).$$

Die Flußkomponenten zur Zeit $t = 0$ sind in Abb. 14.18 gezeigt. Nun soll der Ständerstrom nach einer Halperiode ($\omega_1 t = \pi$) bestimmt werden. Die Zeitkonstanten sind $T'_s = T'_r = \frac{1}{\omega_1 s_K}$, man hat also:

$$e^{-\frac{t}{T'_s}} = e^{-\frac{t}{T'_r}} = e^{-s_K \omega t} = e^{-0,15 \cdot 3,14} = 0,624.$$

Während einer Halperiode nehmen die freien Komponenten in diesem Ver-

hältnis ab. Der Ständerfluß ergibt sich zum Zeitpunkt $t = \frac{\pi}{\omega_1}$ unter Berücksichtigung von (14.39) zu:

$$\psi_s = -\Psi_{s\infty} + 0,624 (\Psi_{sg} - \Psi_{sw}) = \frac{U_s}{\omega_1} (-0,058 + j2,110),$$

der Läuferfluß zu:

$$\psi_r = -\Psi_{r\infty} + 0,624 (\Psi_{rw} - \Psi_{rg}) = \frac{U_s}{\omega_1} (0,359 - j0,521).$$

Der Ständerstrom ist:

$$\mathbf{i}_s = \frac{\psi_s - k_r \psi_r}{L'_s} = \frac{U_s}{X'_s} (-0,402 + j2,61).$$

Der Strom beträgt also das 2,64fache von U_s/X'_s , das ist das 13,2fache des Höchstwertes des Nennstromes. Infolge der Sättigung erreicht der Strom noch größere Werte, wobei die Sättigung der Streuungswege eine Rolle spielt. Das Drehmoment hat in diesem Augenblick ($\omega_1 t = \pi$) den Wert:

$$M = \frac{3}{2} \frac{L_m}{L_r L'_s} \psi_r \times \psi_s =$$

$$= \frac{3}{2\omega_1} \frac{L_m}{L_r} \frac{U_s^2}{X'_s} \operatorname{Im} \{(0,359 + j0,521) (-0,058 + j2,110)\} \approx 1,5 M_K,$$

Das Drehmoment beträgt also das 1,5fache des Kippmomentes, da der vor dem imaginären Teil stehende Faktor mit sehr guter Näherung als das Doppelte des letzteren betrachtet werden kann. Zum gleichen Zeitpunkt würde sich nach der Näherungsrechnung das Drehmoment 0 ergeben.

Ähnlicherweise läßt sich das Drehmoment zur Zeit $t = \frac{1}{\omega_1} \frac{2\pi}{3}$ bestimmen. Die Werte $e^{-\frac{t}{T}}$ ergeben zu diesem Zeitpunkt den Zahlenwert 0,73. Die Flüsse sind

$$\psi_s = \frac{U_s}{\omega_1} (0,838 + j2,042),$$

$$\psi_r = \frac{U_s}{\omega_1} (0,898 - j0,221).$$

Das Drehmoment hat zum gleichen Zeitpunkt den Wert:

$$M = 4,2 M_K,$$

der kaum etwas unter dem Näherungswert liegt.

Eine genauere Ermittlung der Flußkomponenten ist besonders bei der Berechnung des Drehmoments wichtig. Die Ergebnisse der diesem Abschnitt gemäß durchgeführten Berechnungen kann man nicht nur für die erste Viertel- oder Halbperiode, sondern für die Dauer des gesamten Ausgleichsvorganges als gültig hinnehmen. Einen richtigen Wert gewinnt man auch für das Drehmoment im stationären Zustand.

14.30. UNTERSUCHUNG EINES MIT KONSTANTER DREHZAHL UMLAUFENDEN MOTORS MIT HILFE DER OPERATORENRECHNUNG

Bisher wurden die Ausgleichsvorgänge von stillstehenden und mit nahezu synchroner Drehzahl umlaufenden Motoren untersucht; die Resultate hatten nur den Charakter von Näherungsangaben, obwohl die Vereinfachungsbedingungen die Genauigkeit viel weniger beeinträchtigten als die durch die übrigen Nebenerscheinungen (Sättigung, räumliche Oberwellen) bedingten Fehler. Unter den üblichen Näherungsannahmen lassen sich »ganz genaue« Resultate mit Hilfe der Operatorenrechnung bzw. der Laplace-Transformation erzielen. Diese Methode kann sozusagen mechanisch angewendet werden, aber die Ergebnisse sind in der allgemeinen Form ziemlich kompliziert und dem physikalischen Bild kann man nur schwerlich folgen. Dagegen kann man sie gleicherweise einfach zur Untersuchung sowohl von stillstehenden als auch mit beliebiger (konstanter) Winkelgeschwindigkeit umlaufenden Maschinen heranziehen.

Im folgenden wird das Einschalten einer stromlosen Maschine untersucht, doch würde auch die Berücksichtigung von Anfangsbedingungen, die von Null abweichen, keine Schwierigkeiten bereiten. Die Spannungsgleichungen der Maschine lauten nach (10.9) und (10.10) mit den Flüssen ausgedrückt im ruhenden Koordinatensystem:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_s &= \frac{R_s}{L'_s} \boldsymbol{\psi}_s + \frac{d\boldsymbol{\psi}_s}{dt} - k_r \frac{R_s}{L'_s} \boldsymbol{\psi}_r, \\ \mathbf{u}_r &= 0 = -k_s \frac{R_r}{L'_r} \boldsymbol{\psi}_s + \left(\frac{R_r}{L'_r} - j\omega \right) \boldsymbol{\psi}_r + \frac{d\boldsymbol{\psi}_r}{dt}. \end{aligned}$$

Nun bilden wir die Laplace-Transformierte dieser Gleichungen. Die Transformierte von $\frac{d\boldsymbol{\psi}_s}{dt}$ ist $p\boldsymbol{\psi}_s - p\boldsymbol{\psi}_s(0)$. Es wird vorausgesetzt, daß im Augenblick des Einschaltens in der Maschine keine Ströme und Flüsse vorhanden waren, es gilt also $\boldsymbol{\psi}_s(0) = 0$. Die Transformierte von $\frac{d\boldsymbol{\psi}_r}{dt}$ ist ähnlicherweise $p\boldsymbol{\psi}_r$. Da $R_s/L'_s = \omega_1 s_{Ks}$ und $R_r/L'_r = s_K \omega_1$, ergibt sich:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_s &= (p + s_{Ks} \omega_1) \boldsymbol{\psi}_s - k_r s_{Ks} \omega_1 \boldsymbol{\psi}_r, \\ 0 &= -k_s s_K \omega_1 \boldsymbol{\psi}_s + (p + s_K \omega_1 - j\omega) \boldsymbol{\psi}_r. \end{aligned} \tag{14.40}$$

Die Lösung des Gleichungssystems liefert die Operatorenform der Flüsse. Der Determinantenmethode gemäß wird im Nenner die Determinante des Gleichungssystems stehen, die wir mit $N(p)$ bezeichnen wollen:

$$N(p) = p^2 + p \left(s_{Ks} + s_K - j \frac{\omega}{\omega_1} \right) \omega_1 + \left(\sigma s_K s_{Ks} - j s_{Ks} \frac{\omega}{\omega_1} \right) \omega_1^2. \quad (14.41)$$

Hierbei wurde die Beziehung $1 - k_r k_s = \sigma$ benutzt. Die Operatorenform der Flüsse lautet:

$$\psi_s = \frac{p + s_K \omega_1 - j\omega}{N(p)} \mathbf{u}_s \quad (14.42)$$

und

$$\psi_r = \frac{k_s s_K \omega_1}{N(p)} \mathbf{u}_s. \quad (14.43)$$

Da

$$\mathbf{i}_s = \frac{\psi_s - k_r \psi_r}{L'_s},$$

erhält man für die Operatorenform des Ständerstromes den Ausdruck:

$$\mathbf{i}_s = \frac{p + \sigma s_K \omega_1 - j\omega}{L'_s N(p)} \mathbf{u}_s. \quad (14.44)$$

Ähnlicherweise gewinnt man für den Läuferstrom:

$$\mathbf{i}_r = -k_s \frac{p - j\omega}{L'_r N(p)} \mathbf{u}_s. \quad (14.45)$$

Wird an den Ständer eine symmetrische Dreiphasenspannung angelegt, dann gilt:

$$\mathbf{u}_s(t) = \mathbf{I} \mathbf{U}_s e^{j\omega t},$$

die Laplace-Transformierte davon lautet:

$$\mathbf{u}_s(p) = \mathbf{U}_s \frac{p}{p - j\omega_1}.$$

In den Gleichungen (14.42) bis (14.45) ist an Stelle von \mathbf{u}_s dieser Ausdruck einzusetzen.

Die Flüsse und Ströme lassen sich durch Anwendung des Entwicklungssatzes einfach als Zeitfunktion ausrechnen.

14.301. Zeitkonstante und Winkelgeschwindigkeit der einzelnen Komponenten

Der Charakter der beim Einschalten auftretenden freien Ströme ist durch die Wurzeln des Nenners der Operatorenform bestimmt. Die Gleichung $p - j\omega_1 = 0$ hat die Wurzel $p = j\omega_1$; zu dieser gehören die Komponenten des stationären Zustandes.

Der Charakter der freien Komponenten ist durch die Wurzeln der Gleichung $N(p) = 0$ bestimmt [s. Formel (14.41)]. Sie hat die Lösung:

$$\frac{p}{\omega_1} = -\frac{s_{Ks} + s_K}{2} + \frac{1}{2}j\frac{\omega}{\omega_1} \pm \sqrt{\frac{\left(s_K - s_{Ks} - j\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2 + 4(1 - \sigma)s_K s_{Ks}}{4}}. \quad (14.46)$$

Ist $p = p_x + jp_y$, so hat die bezügliche Komponente die Zeitkonstante $T = -\frac{1}{p_x}$ und die Winkelgeschwindigkeit p_y .

Im Stillstand ist $\omega/\omega_1 = 0$, es ergeben sich daher zwei reelle Wurzeln. Dies bedeutet, daß zwei Gleichstromkomponenten auftreten, von denen die eine langsamer, die andere schneller gedämpft wird. Nach Umordnen des Ausdruckes unter dem Wurzelzeichen erhält man:

$$\sqrt{\frac{(s_K + s_{Ks})^2 - 4\sigma s_K s_{Ks}}{4}} = \frac{s_K + s_{Ks}}{4} \sqrt{1 - 4\sigma \frac{s_K s_{Ks}}{(s_K + s_{Ks})^2}}.$$

Da $\frac{4s_K s_{Ks}}{(s_K + s_{Ks})^2}$ stets kleiner als (oder höchstens gleich) 1 ist, darf man mit guter Näherung die Beziehung $\sqrt{1 - x} \approx 1 - \frac{x}{2}$ anwenden. So ergibt sich für den stillstehenden Motor:

$$\frac{p}{\omega_1} \approx -\frac{s_{Ks} + s_K}{2} \pm \frac{s_{Ks} + s_K}{2} \left[1 - 2\sigma \frac{s_K s_{Ks}}{(s_K + s_{Ks})^2} \right].$$

Den p -Wert der schnellgedämpften Gleichstromkomponente gewinnt man, indem man das Minuszeichen wählt:

$$\frac{p_b}{\omega_1} \approx -(s_{Ks} + s_K) + \sigma \frac{s_K s_{Ks}}{s_K + s_{Ks}}.$$

Hierbei beträgt das Glied, das den Faktor σ enthält, höchstens 2% des ersten Gliedes, daher darf es vernachlässigt werden und es ergibt sich:

$$p_b \approx -(s_{Ks} + s_K)\omega_1.$$

Unter Anwendung der Beziehungen $\omega_1 s_{Ks} = R_s/L'_s = 1/T'_s$ und $\omega_1 s_K = R_r/L'_r = 1/T'_r$ erhält man für die schnell gedämpfte Komponente:

$$-p_b = \frac{1}{T_b} = \frac{1}{T'_s} + \frac{1}{T'_r}.$$

Dieses Resultat stimmt mit der Beziehung (13.24a), die aus den anderen Überlegungen abgeleitet wurde, überein.

Für die langsam gedämpfte Gleichstromkomponente ist in der Formel für die Wurzeln p/ω_1 das Pluszeichen zu nehmen:

$$\frac{p_a}{\omega_1} \approx -\sigma \frac{s_K s_{Ks}}{s_K + s_{Ks}}.$$

Die Zeitkonstante ist

$$T_a = -\frac{1}{p_a} \approx \frac{1}{\sigma \omega_1} \frac{s_K + s_{Ks}}{s_K s_{Ks}} = \frac{1}{\sigma s_K \omega_1} + \frac{1}{\sigma s_{Ks} \omega_1}.$$

Da $\sigma s_K \omega_1 = \sigma R_r/L'_r = \sigma R_r/\sigma L_r = 1/T_{r0}$ und $\sigma s_{Ks} \omega_1 = 1/T_{s0}$, lautet die Zeitkonstante in anderer Form ausgedrückt

$$T_a \approx T_{r0} + T_{s0}.$$

Dies stimmt mit Formel (13.21) überein.

Nun soll der Charakter der freien Komponenten in solchen umlaufenden Motoren untersucht werden, deren Ständer und Läufer den gleichen Wirkwiderstand und die gleiche Streuung besitzen. In diesem Fall vereinfacht sich die Beziehung (14.46) infolge $s_{Ks} = s_K$ zu:

$$\frac{p}{\omega_1} = -s_K + \frac{1}{2}j \frac{\omega}{\omega_1} \pm \sqrt{-\frac{1}{4} \frac{\omega^2}{\omega_1^2} + (1-\sigma) s_K^2}. \quad (14.47)$$

Solange der Motor langsam umläuft, d. h.

$$\left| \frac{\omega}{\omega_1} \right| < 2\sqrt{1-\sigma} s_K$$

gilt, steht unter dem Wurzelzeichen eine positive Zahl, die Quadratwurzel ist also reell. Folglich hat der Imaginärteil von p für beide Komponenten die gleiche Größe:

$$p_y = \frac{1}{2} \omega,$$

Beide Komponenten drehen sich also mit der halben Winkelgeschwindigkeit des Läufers um. Die Realteile der p -Werte sind dagegen verschieden: die eine Komponente wird schneller, die andere langsamer gedämpft:

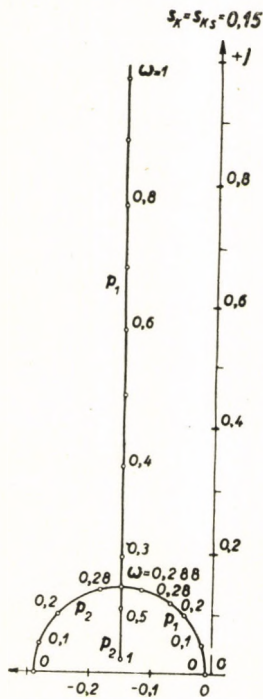


Abb. 14.19. Die für Dämpfung und Drehung der freien Komponenten kennzeichnenden Werte p/ω_1 bei Änderung von ω , falls $R_s/L_s = R_r/L_r$

$$\frac{p_{xa}}{\omega_1} = -s_K + \sqrt{-\frac{1}{4} \frac{\omega^2}{\omega_1^2} + (1-\sigma) s_K^2},$$

$$\frac{p_{xb}}{\omega_1} = -s_K - \sqrt{-\frac{1}{4} \frac{\omega^2}{\omega_1^2} + (1-\sigma) s_K^2}.$$

Werden die für die Komponenten charakteristischen komplexen Zahlen p bei Änderung von ω aufgezeichnet, dann entsteht ein Kreis, da die Koordinaten von p der Beziehung

$$(p_x + s_K \omega_1)^2 + p_y^2 = (1-\sigma) s_K^2 \omega_1^2$$

genügen. Die p -Werte sind in Abb. 14.19 wiedergegeben. (Die in der Abb. 14.19 angeführten Zahlen gelten bei der Wahl einer Zeiteinheit, wobei $\omega_1 = 1$ ist.)

Ist die Winkelgeschwindigkeit ω größer als $2 \sqrt{1-\sigma} s_K \omega_1$, so ist die Quadratwurzel rein imaginär, die Realteile der beiden p -Werte sind also einander gleich. Die beiden Komponenten werden mit der gleichen Zeitkonstante gedämpft:

$$T = \frac{1}{s_K \omega_1} = T'_s = T'_r,$$

ihre Winkelgeschwindigkeit dagegen ist verschieden. Infolgedessen beschreiben die p -Werte eine der Realachse parallele Gerade. Übertrifft $\frac{\omega}{\omega_1}$ den vorerwähnten kritischen Wert bedeutend, so hat die Quadratwurzel mit guter Näherung den Wert

$$\begin{aligned} \sqrt{-\frac{1}{4} \frac{\omega^2}{\omega_1^2} + (1-\sigma) s_K^2} &= j \frac{1}{2} \frac{\omega}{\omega_1} \sqrt{1 - \frac{4(1-\sigma) s_K^2 \omega_1^2}{\omega^2}} \approx \\ &\approx j \frac{1}{2} \frac{\omega}{\omega_1} \left[1 - \frac{2(1-\sigma) s_K^2 \omega_1^2}{\omega^2} \right]. \end{aligned}$$

Indem man in Formel (14.47) das Minuszeichen einsetzt, erhält man

$$p_s \approx -s_K \omega_1 + j(1 - \sigma) s_K^2 \frac{\omega_1^2}{\omega^2} \omega.$$

Der Imaginärteil liefert die Winkelgeschwindigkeit der Komponente im

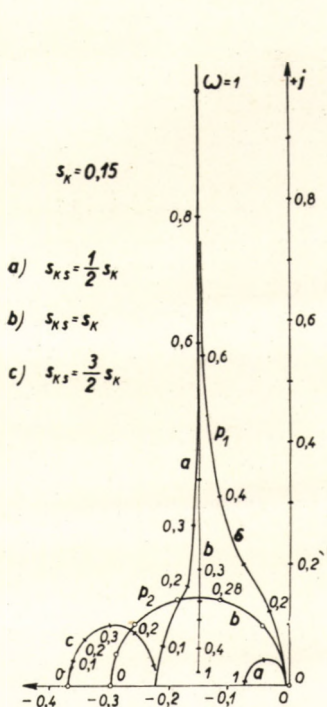


Abb. 14.20. Kurven $p = p(\omega)$ bei verschiedenen Werten des Ständerwiderstandes

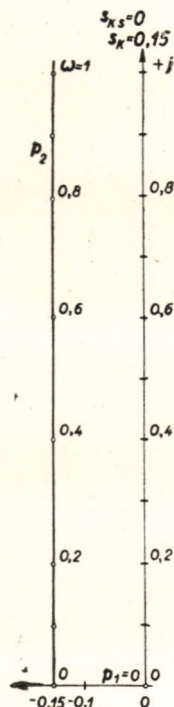


Abb. 14.21. Kurve $p = p(\omega)$ bei Anwendung der Näherung $R_s = 0$

ruhenden Koordinatensystem. Läuft der Motor mit nahezu synchroner Drehzahl um, so hat die Winkelgeschwindigkeit bei $s_K = 0,15$ und $\sigma = 0,08$ den Wert $0,0207 \omega_1$, ist also sehr klein. Somit gehören zu p_s die Ständer-»Gleichstrom« genannten Komponenten.

Indem man in Formel (14.47) das Pluszeichen einsetzt, ergibt sich:

$$p_r \approx -s_K \omega_1 + j\omega - j(1 - \sigma) s_K^2 \frac{\omega_1^2}{\omega^2} \omega.$$

Die zu p_r gehörenden Komponenten laufen also in guter Näherung mit der Winkelgeschwindigkeit des Läufers um; dies sind die im Läufer als Gleichströme erscheinenden Komponenten.

Die kritische Winkelgeschwindigkeit, bei welcher der Kreis der p -Werte in eine Gerade übergeht, ist bei $s_K = 0,15$, $\sigma = 0,08$ gleich

$$\omega_{kr} = \omega_1 2 \sqrt{1 - 0,08 \cdot 0,15} = 0,2875 \omega_1 .$$

Haben Ständer und Läufer verschiedene Daten, so wird die Sache mehr verwickelt. Es kann gezeigt werden, daß die im Kapitel 13 und Abschnitt 14.20 besprochenen Näherungsformeln für stillstehende und schnell umlaufende Motoren sehr gute Resultate liefern.

Die Kurven, die bei Änderung von ω durch die p -Werte beschrieben werden, sind für Motoren mit unterschiedlichen Ständerwirkwiderständen

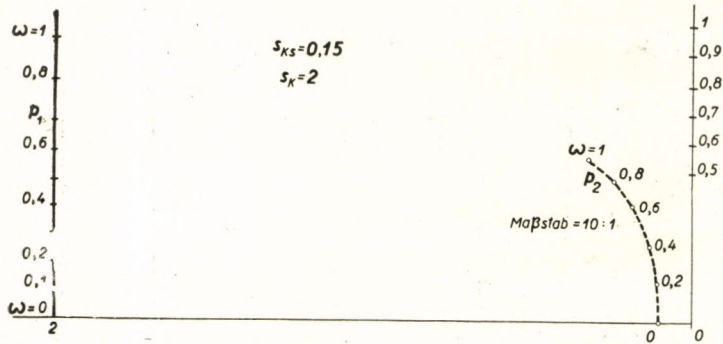


Abb. 14.22. Kurve $p = p(\omega)$ bei großem Läuferwiderstand

in Abb. 14.20 graphisch dargestellt. Der Läuferwirkwiderstand und der Kippschlupf s_K wurden in allen drei Fällen als konstant angenommen ($s_K = 0,15$) und der Ständerwirkwiderstand dem 0,5-, 1- und 1,5fachen Wert des Läuferwirkwiderstandes gleichgesetzt $\left(s_{Ks} = \frac{1}{2} s_K, s_K, 1,5 s_K \right)$. Das Diagramm der Abb. 14.21 ergibt sich, wenn wir $R_s = 0$ setzen. Abb. 14.22 bezieht sich auf einen Motor, dessen Ständerwicklung den üblichen Widerstand besitzt ($s_{Ks} = 0,15$), in dessen Läuferkreis aber ein so großer Widerstand eingeschaltet wird, daß der Kippschlupf gleich $s_K = 2$ werde.

Im bisherigen bedienten wir uns eines ruhenden Koordinatensystems. In diesem Fall hat irgendeine Komponente die Form $\mathbf{c} e^{pt}$. Geht man zu einem Koordinatensystem über, das sich mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_k dreht und dessen reelle Achse mit jener des ruhenden Systems den Winkel $\alpha_k = \omega_k t + \alpha_0$ einschließt, so wird in diesem Koordinatensystem die gleiche Komponente die Form

$$\mathbf{c} e^{pt} e^{-j\alpha_k} = \mathbf{c} e^{-j\alpha} e^{(p-j\omega_k)t}$$

aufweisen. Hätte man die Differentialgleichungen der Maschine in diesem Koordinatensystem aufgeschrieben, so hätten sich die Wurzeln

$$P_k = p - j\omega_k$$

ergeben, wobei p den im ruhenden Koordinatensystem erhaltenen Wert bedeutet. Dies ist aber auch natürlich, da der Imaginärteil von p die Winkelgeschwindigkeit angibt, mit der sich die betreffende Komponente gegenüber dem ruhenden Koordinatensystem dreht. Zur gleichen Zeit ist die Winkelgeschwindigkeit im umlaufenden System, also der Imaginärteil von p_k um ω_k kleiner.

14.302. Operatorenimpedanz der Asynchronmotoren

Zwischen Ständerstrom und Ständerspannung eines in den drei Phasen symmetrisch aufgebauten Asynchronmotors, der mit konstanter Winkelgeschwindigkeit umläuft und am Läufer kurzgeschlossen ist, besteht nach (14.44) im ruhenden Koordinatensystem in Operatorenform folgende Beziehung:

$$\mathbf{i}_s = \frac{p + \sigma s_k \omega_1 - j\omega}{L'_s N(p)} \mathbf{u}_s.$$

Diese Beziehung ist selbstverständlich nur bei Anfangsbedingungen gleich Null gültig. Das eine Glied im Zähler:

$$\sigma s_k \omega_1 = \sigma \frac{R_r}{\omega_1 L_r \sigma} \omega_1 = \frac{R_r}{L_r} = \frac{1}{T_{r0}}$$

ist der Kehrwert der Leerlaufzeitkonstante. Nach der Unterbrechung des Ständerkreises wird der Läuferstrom mit der Zeitkonstante T_{r0} gedämpft und dreht sich samt Läufer mit der Winkelgeschwindigkeit ω um. Die im Leerlauf auftretenden Komponenten — z. B. die des Ständerflusses — lassen sich daher durch folgenden Leerlaufwert p_0 kennzeichnen:

$$p_0 = -\frac{1}{T_{r0}} + j\omega = -\sigma s_k \omega_1 + j\omega.$$

Wir setzen diese Beziehung in die Formel für \mathbf{i}_s ein und bringen den Ausdruck $N(p)$ in Wurzelfaktorzerlegung (14.41):

$$\mathbf{i}_s = \frac{1}{L'_s} \frac{p - p_0}{(p - p_s)(p - p_r)} \mathbf{u}_s. \quad (14.48)$$

Hierbei bezeichnen p_s und p_r die Wurzeln der Gleichung $N(p) = 0$ und der Charakter der freien Ströme, die in einem am Ständer und Läufer (eventuell über die Stromquelle) kurzgeschlossenen Asynchronmotor auftreten, wird durch ihren Wert bestimmt. Mit p_s wird der zur Ständergleichstromkomponente, mit p_r aber der zur Läufergleichstromkomponente gehörende p -Wert bezeichnet. Im ruhenden Koordinatensystem ergibt sich dann mit guter

Näherung (falls $|\omega| \gg \omega_{kr}$):

$$p_s = -\frac{1}{T'_s},$$

$$p_r = -\frac{1}{T'_r} + j\omega.$$

Der genaue Wert läßt sich nötigenfalls aus Formel (14.46) bestimmen. Der Zusammenhang zwischen Ständerstrom und Ständerspannung ist in der Form (14.48) von der Winkelgeschwindigkeit des Koordinatensystems unabhängig, weil die einzelnen p -Werte sich in jedem Faktor, z. B. in $(p - p_r)$ um den gleichen Betrag ändern.

Aus der Beziehung (14.48) gewinnt man für den Quotienten von Ständerspannung durch Ständerstrom den Ausdruck:

$$\frac{\mathbf{u}_s}{\mathbf{i}_s} = Z(p) = L'_s \frac{(p - p_s)(p - p_r)}{p - p_0}. \quad (14.49)$$

Dieser Ausdruck heißt Operatorenimpedanz des Asynchronmotors. Sein Kehrwert ist die Operatorenadmittanz:

$$\frac{\mathbf{i}_s}{\mathbf{u}_s} = Y(p) = \frac{1}{L'_s} \frac{p - p_0}{(p - p_s)(p - p_r)}. \quad (14.50)$$

Die Operatorenimpedanz und Operatorenadmittanz haben nicht nur als mathematische Funktion $f(p)$ eine Bedeutung. Sind in der Maschine nur Spannungen und Ströme der Form $\mathbf{c}e^{pt}$ vorhanden, gewinnt man durch Einsetzen des Zahlenwertes von p die zu den betreffenden Spannungen und Strömen gehörigen Impedanzen. Wurde z. B. an den Ständer die Spannung $\mathbf{u}_s = \mathbf{U}_s e^{j\omega t}$ angelegt, dann werden im stationären Zustand nur Ströme von diesem Charakter fließen, der Ausdruck

$$Z(j\omega_1) = L'_s \frac{(j\omega_1 - p_s)(j\omega_1 - p_r)}{j\omega_1 - p_0}$$

liefert also die bekannte, auf die Ständerklemmen bezügliche resultierende Impedanz, $Y(j\omega_1)$ die Admittanz.

Die Operatorenform der Impedanz und Admittanz kann man sich durch folgenden Gedankengang leicht einprägen. Im kurzgeschlossenen Ständerkreis fließen die freien Kurzschlußströme von Charakter $e^{p_s t}$ und $e^{p_r t}$, sie würden vermöge der Flüsse und des Ständerwirkwiderstandes im Ständer eine Spannung verursachen. Infolge des Kurzschlusses muß aber die Bedingung $\mathbf{u}_s = 0$ erfüllt werden, $Z(p)$ muß also für $p = p_r$ und $p = p_s$ verschwinden. Ähnlicherweise liegt am Ständer auch bei Leerlauf eine Spannung, doch kann kein Strom

fließen, für $p = p_0$ müssen also die Bedingungen $Z(p) = \infty$ bzw. $Y(p) = 0$ erfüllt sein.

Wir wollen nun die Operatorenimpedanz im mit dem Läufer mitlaufenden Koordinatensystem aufschreiben. Der Ständerwirkwiderstand wird einstweilen unberücksichtigt bleiben. Demnach werden die Gleichstromkomponenten im Ständer nicht gedämpft und sie stehen still, laufen also gegenüber dem Läufer mit der Winkelgeschwindigkeit $-\omega$ um. Folglich ist

$$p_s = -j\omega.$$

Die Gleichstromkomponenten der Läufergrößen werden genau mit der Zeitkonstante $L'_r/R_r = T'_r$ gedämpft und sind gegenüber dem Läufer unbeweglich, es gilt also:

$$p_r = -\frac{1}{T'_r}.$$

Bei offenem Ständerkreis fließt im Läuferkreis ein Gleichstrom, der mit der Zeitkonstante $T_{r0} = L_r/R_r$ gedämpft wird, und dessen Vektor gegenüber dem Läufer stillsteht:

$$p_0 = -\frac{1}{T_{r0}}.$$

Die Operatorenimpedanz berechnet sich mit diesen Werten zu:

$$Z(p) = (p + j\omega) L'_s \frac{p + \frac{1}{T'_r}}{p + \frac{1}{T_{r0}}} = (p + j\omega) L'_s \frac{T_{r0}}{T'_r} \frac{pT'_r + 1}{pT_{r0} + 1}.$$

Da $T_{r0}/T'_r = 1/\sigma = L_s/L'_s$, kann man $Z(p)$ auch in die Form

$$Z(p) = (p + j\omega) L_s \frac{pT'_r + 1}{pT_{r0} + 1} \quad (14.51)$$

umschreiben. Diese Impedanz ist im mit dem Läufer mitlaufenden Koordinatensystem unter Vernachlässigung des Ständerwirkwiderstandes gleich dem Verhältnis $\mathbf{u}_s/\mathbf{i}_s$ und von ähnlicher Form wie die Operatorimpedanz der Synchronmaschine ohne Dämpferwicklung. Diese Beziehung behält auch für den Fall $R_s \neq 0$ Gültigkeit, liefert aber nicht das Verhältnis der Klemmenspannung, sondern das der in der Ersatzschaltung hinter dem Wirkwiderstand R_s liegenden Spannung $\mathbf{u}_s = \mathbf{u}_s - \mathbf{i}_s R_s$ zum Strom \mathbf{i}_s . Die Spannungsgleichung bzw. ihre Laplace-Transformierte lauten im mitlaufenden Koordinatensystem

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{i}_s R_s + \frac{d\psi_s}{dt} + j\omega \psi_s$$

bzw. $\mathbf{u}_s - \mathbf{i}_s R_s = (p + j\omega) \boldsymbol{\psi}_s;$

unter Berücksichtigung von (14.51) gewinnt man daraus:

$$\boldsymbol{\psi}_s = L_s \frac{pT'_r + 1}{pT_{r0} + 1} \mathbf{i}_s.$$

Der Ausdruck

$$L_s(p) = L_s \frac{pT'_r + 1}{pT_{r0} + 1} \quad (14.52)$$

kann als die Ständeroperatoreninduktivität des Asynchronmotors bezeichnet werden. Sie ist vollkommen gleichwertig mit der Operatorenimpedanz:

$$L_a \frac{pT'_d + 1}{pT_{d0} + 1}$$

der Synchronmaschinen. (Wird die Einheit für die Zeitmessung derart gewählt, daß der Zahlenwert von ω_1 gleich 1 ist, so sind die Zahlenwerte von L_d und X_d einander gleich.) Der Ständerwiderstand kann in der Weise (genau) berücksichtigt werden, daß man zum durch Formel (14.51) bestimmten Wert den Ständerwiderstand addiert. Im mit dem Läufer mitlaufenden Koordinatensystem läßt sich also die Operatorenimpedanz auch so schreiben:

$$Z(p) = R_s + (p + j\omega) L_s \frac{pT'_r + 1}{pT_{r0} + 1}. \quad (14.53)$$

Zum ruhenden Koordinatensystem kann man übergehen, indem man an Stelle von p den Wert $p - j\omega$ einsetzt, da die Winkelgeschwindigkeit jeder Komponente dem Ständer gegenüber um den Betrag ω größer ist als gegenüber dem Läufer. Die entsprechende Impedanz erhält man durch die gleiche Substitution:

$$Z(p) = R_s + pL_s \frac{(p - j\omega)T'_r + 1}{(p - j\omega)T_{r0} + 1}. \quad (14.54)$$

Diese Beziehung hätte man auch durch Umordnen der Formel (14.44) gewinnen können.

Die Operatorenrechnung bzw. die Laplace-Transformation ermöglicht es, auch mehr verwickelte Fälle zu untersuchen (s. Literatur 94–97). Im folgenden wird nur ein relativ einfaches Beispiel untersucht.

14.303. Abschalten einer Motorengruppe

Wird ein Asynchronmotor ausgeschaltet, so wird nach Abklingen der Unterbrechungsvorgänge im Ständer kein Strom fließen, der Läuferstrom und die im Ständer induzierte Spannung werden aber mit der Zeitkonstante

T_{r0} abnehmen. Im ruhenden Koordinatensystem kann die Ständerspannung nach der Unterbrechung mit der Funktion $\mathbf{u}_s = \mathbf{c} e^{pt}$ angegeben werden, wobei $p_0 = -\frac{1}{T_{r0}} + j\omega$ ist. Wird in die Formel für die Operatorenadmittanz $p = p_0$ eingesetzt, so erhält man: $Y(p) = 0$, und es gilt natürlich:

$$\mathbf{i}_s = Y(p) \mathbf{u}_s = Y(p_0) \mathbf{u}_s = 0.$$

Wir untersuchen nun den Fall, wo mehrere Motoren an eine gemeinsame Sammelschiene angeschlossen sind und die Speisung der Sammelschiene selbst unterbrochen wird (Abb. 14.23). Sind die Motoren untereinander und auch

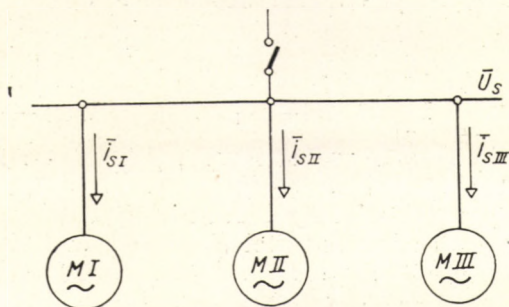


Abb. 14.23. Abschalten einer Motorengruppe

ihre Drehzahl genau gleich, dann spielt sich in den einzelnen Motoren der gleiche Vorgang ab, als wäre der Motor selbst ausgeschaltet: in jedem Motor sinkt der Ständerstrom auf Null.

Sind aber entweder die Daten der Motoren oder ihre Belastung und mithin auch ihre Drehzahl verschieden, dann würde sich die Klemmenspannung der einzelnen Motoren nach einem gesonderten Ausschalten nicht ganz gleichförmig ändern. Beim gleichzeitigen Ausschalten erzwingt die Sammelschiene eine gemeinsame Klemmenspannung und infolgedessen setzen zwischen den einzelnen Motoren Ausgleichsströme ein. Die Vorgänge werden durch folgende Bedingungen bestimmt.

An jedem Motor liegt die gleiche Spannung:

$$\mathbf{u}_{sI} = \mathbf{u}_{sII} = \mathbf{u}_{sIII} = \mathbf{u}_s.$$

Die Summe der Ständerströme der Motoren ist gleich Null, weil die gemeinsame Speisung unterbrochen wurde:

$$\mathbf{i}_s = 0 = \mathbf{i}_{sI} + \mathbf{i}_{sII} + \mathbf{i}_{sIII}.$$

Die Ströme sollen durch die Operatorenimpedanz der einzelnen Motoren ausgedrückt werden, z. B. $\mathbf{i}_{sI} = Y_I(p) \mathbf{u}_{sI}$, dann können wir schreiben:

$$0 = \mathbf{u}_s [Y_I(p) + Y_{II}(p) + Y_{III}(p)]. \quad (14.55)$$

Der Charakter der sich herausbildenden Ströme wird durch diese Gleichung bestimmt. Dieses Verfahren führt aber im Falle von drei Motoren bereits zu einer Gleichung 5. Grades und die Lösung ist langwierig.

Eine gute Näherungslösung ist jedoch zu erzielen, wenn man annimmt, daß die gemeinsame Spannung nach dem Ausschalten lediglich nach einer einzigen Exponentialgesetzmäßigkeit abnimmt, also auch jetzt in der Form

$$ce^{pt}$$

angegeben werden kann. Der gemeinsame p -Wert kann aber im allgemeinen nicht gleich den Leerlaufs- p -Werten p_{0I} , p_{0II} , p_{0III} der einzelnen Motoren sein, da auch diese untereinander verschieden sind. Man darf aber annehmen, daß die Abweichung der einzelnen p_{0i} -Werte voneinander gering ist und folglich auch p nur wenig von den p_{0i} -Werten abweicht. In diesem Fall läßt sich die Operatorenimpedanz näherungsweise so berechnen, daß man z. B. in der Beziehung

$$Y_I(p) = \frac{1}{L'_{sI}} \frac{p - p_{0I}}{(p - p_{sI})(p - p_{rI})} = \frac{1}{L'_{sI}} \frac{p - p_{0I}}{N_I(p)}$$

die Änderung von p nur im Zähler berücksichtigt, dagegen im Nenner p_{0I} statt p setzt. Diese Näherung bedeutet eigentlich, daß die Funktion $Y_I(p)$ um die Stelle p_{0I} in eine Potenzreihe entwickelt wird und die zweiten und höheren Potenzen von $p - p_{0I}$ vernachlässigt werden. Die Operatorenadmittanzen nähert man also folgenderweise an:

$$Y_I(p) = (p - p_{0I}) \frac{1}{L'_s N_I(p_{0I})} = a_I (p - p_{0I}). \quad (14.56)$$

Indem man auch die Admittanzen der übrigen Motoren in der gleichen Weise aufschreibt, gewinnt man aus der Voraussetzung (14.55) folgende Gleichung 1. Grades:

$$a_I (p - p_{0I}) + a_{II} (p - p_{0II}) + a_{III} (p - p_{0III}) = 0.$$

Daraus ergibt sich der Wert von p zu:

$$p = \frac{a_I p_{0I} + a_{II} p_{0II} + a_{III} p_{0III}}{a_I + a_{II} + a_{III}}. \quad (14.57)$$

Den für das gemeinsame Ausschalten gültigen p -Wert erhält man also aus den Leerlaufswerten p_{0i} der einzelnen Motoren durch Bildung des gewogenen Mittelwertes. Sein Faktor für den ersten Motor z. B. lautet (14.56) gemäß:

$$a_I = \frac{1}{L'_{sI} N_I(p_{0I})} = \frac{1}{L'_{sI}} \frac{1}{(p_{0I} - p_{sI})(p_{0I} - p_{rI})}.$$

Ein anderer Weg zur Ermittlung dieses Faktors besteht darin, daß man den dem stationären Zustand entsprechenden Admittanzwert bestimmt. Er gehört zum Wert $p = j\omega_1$ (und kommt auch selbst nahe an p_{01}); deshalb folgt aus (14.56):

$$Y_1(j\omega_1) = a_1(j\omega_1 - p_{01}),$$

und daraus:

$$a_1 = \frac{Y_1(j\omega_1)}{j\omega_1 - p_{01}}.$$

Da $p_{01} = -\frac{1}{T_{r01}} + j\omega_1$ und $\omega_1 - \omega_1 = s_1 \omega_1$ kann der Faktor auch in folgender Form geschrieben werden:

$$a_1 = \frac{Y_1(j\omega_1)}{\frac{1}{T_{r01}} + js_1 \omega_1}.$$

Der Wert von $Y_1(j\omega_1)$ kann entsprechend dem Schlupf des Motors dem üblichen Kreisdiagramm für den Asynchronmotor entnommen werden. Der Wert $U_s Y_1(j\omega_1)$ ist nichts anderes als der Strom im Motor I vor der Unterbrechung.

Die Richtung des Faktors a_1 weicht im allgemeinen nur wenig von jener der $-j$ Achse ab. Näherungsweise darf man

$$a_1 \approx \frac{1}{j\omega_1 R_{r1}}$$

setzen, wobei R_{r1} den auf das Übersetzungsverhältnis 1 : 1 bezogenen Läuferwiderstand bezeichnet.

Liegt die Drehzahl der Motoren zwischen dem synchronen und dem Nennwert, so haben die Faktoren nahezu ein und dieselbe Richtung, und folglich kann man den Mittelwert für reelle und imaginäre Teile der Werte p_{0i} , d. h. den Kehrwert der Zeitkonstante und die Kreisfrequenz der Sammelschiene gesondert bilden.

Für die Hochleistungsmotoren der Gruppe ist die Zeitkonstante T_{r0} größer als die dem Mittelwert entsprechende Zeitkonstante; die innere Spannung solcher Motoren nimmt also langsamer ab als die Spannung der Sammelschiene. Infolgedessen liefern solche Motoren nach dem Abschalten Blindleistung. Dies folgt auch aus Formel (14.56), weil in diesem Fall der Realteil von $p - p_{01}$ negativ ist und da a_1 in Richtung der $-j$ Achse zeigt, ist der imaginäre Teil von $Y_1(p)$ den Kapazitäten ähnlich positiv. Motoren mit kleiner Zeitkonstante T_{r0} nehmen dagegen eine Blindleistung auf. Die Verteilung der Blindleistung kann mit Hilfe der Gleichung (14.56) berechnet werden.

Der Schlupf der Motoren mit höherer Belastung ist größer, ihre Winkelgeschwindigkeit ω ist kleiner als der gemeinsame Wert ω der Sammelschiene. Folglich nehmen solche Motoren — wie dies auch aus Formel (14.56) folgt — Wirkleistung auf. Diese wird von den Motoren mit kleinem Schlupf als Asynchronengeneratoren geliefert; die Winkelgeschwindigkeit ihrer Läufer ist größer als die Kreisfrequenz der Sammelschiene. Während der Verlangsamung nach dem Abschalten können sich die Verhältnisse verschieben.

Für Doppelkäfigmotoren behalten die obigen Beziehungen nur bei sehr kleinen Schlupfwerten und bei geringer Änderung von p Gültigkeit.

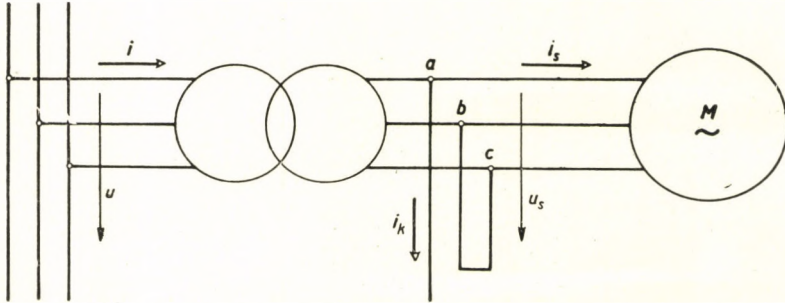


Abb. 14.24. Zweipoliger Klemmenschluß von Asynchronmotoren

14.40. ZWEIPOLIGER KURZSCHLUß VON ASYNCHRONMASCHINEN

In diesem Abschnitt wird der zweipolige Kurzschluß von mit nahezu synchroner Betriebsdrehzahl umlaufenden Asynchronmotoren untersucht. Das Schaltschema ist in Abb. 14.24 dargestellt. Die Berechnungen gestalten sich übersichtlicher, wenn der Kurzschluß nicht an den Motorklemmen selbst, sondern an einer Abzweigung zwischen Motor und Transformator gedacht wird. Voraussetzung ist, daß das den Motor speisende Netz im Vergleich zum Motor eine genügend große Leistung hat, d. h. daß der die Primärspannung des Transformators darstellende Vektor u konstant bleibt und sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit dreht. Es wird ferner angenommen, daß am Transformator lediglich Motoren angeschlossen sind und im Falle von mehreren parallel geschlossenen Motoren diese durch einen einzigen ersetzt werden können.

Der bedeutendste Unterschied gegenüber dem dreiphasigen Kurzschluß von Asynchronmotoren besteht darin, daß der Motor über die vom Kurzschluß nicht betroffene Phase mit dem Netz in Verbindung bleibt. Dies hat zur Folge, daß während beim dreiphasigen Kurzschluß kein stationärer Kurzschlußstrom floß, im Falle des zweipoligen Kurzschlusses der stationäre Kurzschlußstrom von Null abweicht. Ein wesentlicher Unterschied besteht auch gegenüber dem zweipoligen Kurzschluß von Synchronmaschinen, weil in der gesunden Phase auch dann noch der Kurzschlußstrom fließt, wenn der Motor vorher im Leerlauf war. Zunächst wollen wir die stationären Kurzschlußströme und das Drehmoment bestimmen und danach die Ausgleichsvorgänge untersuchen.

14.401. Stationäre Kurzschlußströme und Drehmoment

Der zweipolige Kurzschluß stellt einen asymmetrischen Fehler dar, die Untersuchungen lassen sich daher am zweckmäßigsten mit Hilfe der Methode der symmetrischen Komponenten durchführen. Da durch den Sternpunkt von Asynchronmotoren kein Strom fließt, haben die Ströme und Spannungen keine Nullkomponenten. Deshalb brauchen nur die für die mitlaufenden und gegenlaufenden Komponenten gültigen Ersatzschaltbilder aufgezeichnet und nach Abschnitt 5.106 am Fehlerort parallelgeschaltet werden (Abb. 14.25).

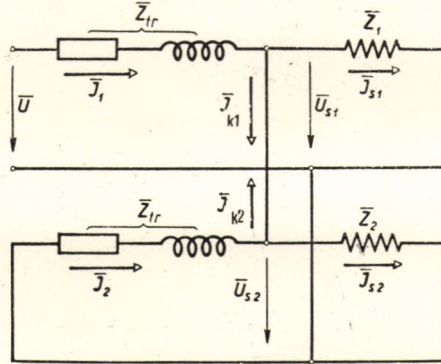


Abb. 14.25. Verbindung der Netze für die symmetrischen Komponenten zur Bestimmung der beim zweipoligen Klemmenkurzschluß auftretenden stationären Ströme

Der Magnetisierungsstrom des Transformators kann vernachlässigt werden; die Impedanz Z_{tr} des Transformators für die mitlaufenden und gegenlaufenden Komponenten wird sich dann gleicherweise aus dem resultierenden Wirkwiderstand R_{tr} der Primär- und Sekundärwicklungen und der Streuungsreaktanz X_{tr} zusammensetzen: $Z_{tr} = R_{tr} + jX_{tr}$.

Die mitlaufende Impedanz Z_1 des Asynchronmotors ist die dem Schlupf s entsprechende Betriebsimpedanz, die gegenlaufende Impedanz Z_2 ist der zum Schlupf $2-s$ gehörende Wert (s. Literatur 75). Läuft der Motor mit Betriebsdrehzahl um, d. h. liegt der Wert von s zwischen 0 und 0,06, dann gehört Z_2 zum Schlupf 2 bzw. 1,94. In diesem Fall kann die Impedanz Z_2 mit guter Näherung der für den stillstehenden Asynchronmotor gültigen Kurzschlußimpedanz Z_k gleichgesetzt werden. Dies erklärt sich daraus, daß der Wirkwiderstand des Läuferkreises in das Ersatzschaltbild des Asynchronmotors in der Form R_r/s eingeht und der Wert für $1 < s < 2$ klein im Vergleich mit den übrigen Gliedern der Impedanz ist.

Auf Grund der Abb. 14.25 lassen sich die symmetrischen Komponenten der Ströme und Spannungen einfach bestimmen. Infolge der Verbindung der beiden Ersatzschaltungen sind die Impedanzen Z_1 und Z_2 , ferner die in der gegenlaufenden Ersatzschaltung befindliche Transformatorimpedanz Z_{tr} zu diesen parallelgeschaltet. Die Resultante Z dieser Impedanzen ist aus der

Beziehung

$$\frac{1}{\mathbf{Z}} = \frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2} + \frac{1}{\mathbf{Z}_{tr}}$$

zu berechnen. Bezeichnen wir den Vektor der Netzspannung in der Phase a mit \mathbf{U} , so ergibt sich unter Verwendung von \mathbf{Z} die mitlaufende Komponente des Stromes zu:

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{U} \frac{1}{\mathbf{Z} + \mathbf{Z}_{tr}} \quad (14.59)$$

und die mit- und gegenlaufenden Komponenten der Klemmenspannung des Motors zu:

$$\mathbf{U}_{s1} = \mathbf{U}_{s2} = \mathbf{U} \frac{\mathbf{Z}}{\mathbf{Z}_{tr} + \mathbf{Z}}. \quad (14.60)$$

Die symmetrischen Komponenten der Ständerströme lauten:

$$\mathbf{I}_{s1} = \frac{\mathbf{U}_{s1}}{\mathbf{Z}_1} = \mathbf{U} \frac{\mathbf{Z}}{\mathbf{Z}_{tr} + \mathbf{Z}} \frac{1}{\mathbf{Z}_1} \quad (14.61)$$

und

$$\mathbf{I}_{s2} = \frac{\mathbf{U}_{s2}}{\mathbf{Z}_2} = \mathbf{U} \frac{\mathbf{Z}}{\mathbf{Z}_{tr} + \mathbf{Z}} \frac{1}{\mathbf{Z}_2}. \quad (14.62)$$

Im Ständer des Motors fließen die Phasenströme:

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{sa} &= \mathbf{I}_{s1} + \mathbf{I}_{s2}, \\ \mathbf{I}_{sb} &= \mathbf{a}^2 \mathbf{I}_{s1} + \mathbf{a} \mathbf{I}_{s2}, \\ \mathbf{I}_{sc} &= \mathbf{a} \mathbf{I}_{s1} + \mathbf{a}^2 \mathbf{I}_{s2}. \end{aligned} \quad (14.63)$$

Zur Bestimmung des vom Netz entnommenen Stromes lohnt es sich jedoch nicht, die Methode der symmetrischen Komponenten heranzuziehen. An den Phasen b und c liegt nämlich vom Netz her die verkettete Spannung $\mathbf{U}_{bc} = -j\sqrt{3}\mathbf{U}$, die den Strom durch die Impedanz $2\mathbf{Z}_{tr}$ treibt. Es gilt also

$$\mathbf{I} = -\mathbf{I}_c = \frac{-j\sqrt{3}\mathbf{U}}{2\mathbf{Z}_{tr}}.$$

Der Strom, der aus dem Netz in der Phase a fließt, ist gleich dem Strom \mathbf{I}_{sa} der Phase a des Motors.

Nun wollen wir den Fall untersuchen, wenn die Impedanz des Transformators im Vergleich mit den Impedanzen des Motors gering ist. Mit dieser Annahme kommt man den in der Praxis vorkommenden Fällen nahe, da die Impedanz des Transformators auf etwa 5%, die beiden Impedanzen des Motors aber Z_1 auf 100—300% und Z_2 auf etwa 20% geschätzt werden können.

In diesem Fall darf man $1/Z_1$ und $1/Z_2$ gegenüber $1/Z_{tr}$ vernachlässigen, es gilt also $Z \approx Z_{tr}$ und nach (14.60):

$$U_{s1} = U_{s2} \approx \frac{U}{2}. \quad (14.64)$$

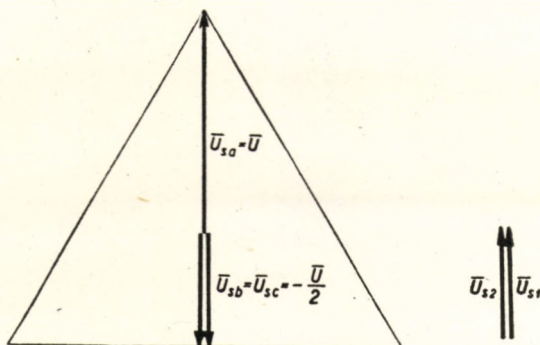


Abb. 14.26. Die Motorklemmenspannungen im zweipoligen Kurzschluß

Dieses Resultat läßt sich auch aus einer unmittelbaren Untersuchung der Spannungen gewinnen. Ist Z_{tr} klein, tritt in der Phase a kein wesentlicher Spannungsabfall am Transformator auf und das Potential der Kurzschlußstelle wird jenes der Netzphasen b und c halbieren. Die Klemmenspannungen des Motors werden sich also der Abb. (14.26) entsprechend herausbilden.

In diesem Fall hat man für die symmetrischen Komponenten der Ständerströme:

$$I_{s1} = \frac{1}{2} \frac{U}{Z_1} \quad \text{und} \quad I_{s2} = \frac{1}{2} \frac{U}{Z_2}. \quad (14.65)$$

Zeichnet man das Kreisdiagramm des Motorstromes für die konstante Spannung $U_s = U$, dann bedeutet U/Z_1 den dem Schlupf s zugeordneten, U/Z_2 den dem Schlupf $2-s$ zugeordneten Strom. Durch ihre Halbierung ergeben sich die Ströme I_{s1} und I_{s2} (Abb. 14.27) und durch Superposition der symmetrischen Komponenten die Phasenströme. Unter den Stromkomponenten ist die gegenlaufende Komponente größer, unter den Phasenströmen aber gewöhnlich gerade der Strom der nicht kurzgeschlossenen Phase a am größten. In der Phase a ist die Stromstärke:

$$I_{sa} = I_{s1} + I_{s2} \approx \frac{1}{2} U \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right).$$

Wir untersuchen nun, wie groß das vom Motor im stationären Zustand entwickelte Drehmoment ist. Wir bedienen uns auch jetzt des für die symmetrische Spannung $U_s = U$ gezeichneten Kreisdiagramms. Hieraus ersieht man, daß der Motor bei einer mitlaufenden Spannung der Größe U das Drehmoment $M(s)$ entwickelt, im Falle einer gleichgroßen gegenlaufenden Spannung aber ein Bremsmoment der Größe $M(2 - s)$ entsteht. Diese Momente lassen sich mit Hilfe der Formel (11.23) oder — unter Vernachlässigung des Ständerwiderstandes — auch mit Hilfe der Formel (11.11) berechnen. Im stationären Kurzschlußzustand sind die Momente im Verhältnis des Quadrats der symmetrischen Spannungskomponenten umzurechnen; für das Drehmoment der Maschine hat man also:

$$M = \left(\frac{U_{s1}}{U}\right)^2 M(s) - \left(\frac{U_{s2}}{U}\right)^2 M(2-s) = \left(\frac{U_{s1}}{U}\right)^2 [M(s) - M(2-s)]. \quad (14.66)$$

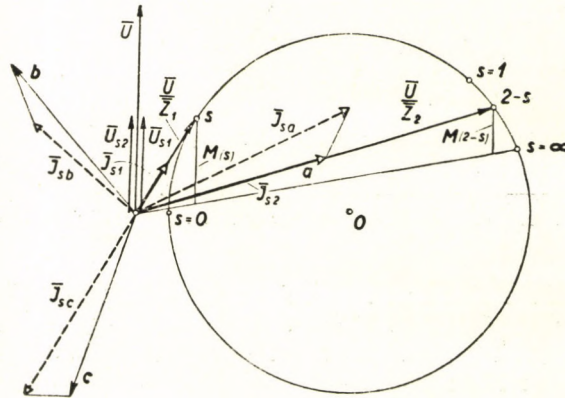


Abb. 14.27. Stationäre Ströme, die bei zweipoligem Kurzschluß auftreten

Ist die Impedanz des Transformators gering, so ist U_{s1}/U ungefähr 0,5 und das Drehmoment sinkt mindestens auf 1/4 seines Wertes vor dem Kurzschluß. Lief der Motor vor dem Kurzschluß unter Nennlast, so wird das Belastungsmoment den Läufer bald verlangsamen. Der Grad der Verlangsamung hängt von den Trägheitsmaßen und der Drehzahlabhängigkeit des Belastungsmomentes ab. Motoren geringerer Leistung werden im allgemeinen schneller verlangsamt, aber auch bei Motoren größerer Leistung kann angenommen werden, daß sie in 1 sec auf den doppelten Kippschlupfwert verlangsamt werden. Dann stimmen Z_1 und Z_2 mit guter Näherung mit der Kurzschlußimpedanz Z_k des Motors überein; kommt der Motor zum Stillstand, so wird $Z_1 = Z_2 = Z_k$. In diesem Fall hat man nach (14.58) und (14.60):

$$U_{s1} = U_{s2} = \frac{U}{2} \frac{Z_k}{Z_k + Z_{tr}} \quad (14.67)$$

und nach (14.61) und (14.62):

$$\mathbf{I}_{s1} = \mathbf{I}_{s2} = \frac{1}{2} \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{Z}_k + \mathbf{Z}_{tr}}, \quad (14.68)$$

für die Phasenströme ergibt sich aber:

$$\mathbf{I}_{sa} = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{Z}_k + \mathbf{Z}_{tr}}, \quad \mathbf{I}_{sb} = \mathbf{I}_{sc} = -\frac{1}{2} \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{Z}_k + \mathbf{Z}_{tr}}.$$

In der nicht kurzgeschlossenen Phase nimmt also der Motor, wenn wir den Transformator mit berücksichtigen, einen Strom auf, der dem zu $s = 1$ gehörenden Anlaufstrom gleich ist.

Bei der üblichen Berechnungsweise des Drehmoments mit der Methode der symmetrischen Komponenten darf nicht vergessen werden, daß das mit Hilfe der Formel (14.66) ermittelte Resultat nur den zeitlichen Mittelwert des Drehmoments bedeutet, das außerdem noch eine, sich mit der Frequenz $2f_1$ ändernde Komponente hat. Wollen wir diese Drehmomentkomponente ebenfalls berechnen, müssen die aus den Ständerströmen bzw. den Flüssen des Motors zusammengesetzten Vektoren aufgeschrieben werden. Um die bisherigen Resultate verwerten zu können, sollen die Zusammenhänge zwischen den mit- und gegenlaufenden Komponenten und den aus den Phasengrößen zusammengesetzten Vektoren benutzt werden (s. Kapitel 2).

Falls die Ströme mit- und gegenlaufende Komponenten enthalten, lautet der Vektor der Ströme:

$$\mathbf{i} = \mathbf{I}_1 e^{j\omega_1 t} + \hat{\mathbf{I}}_2 e^{-j\omega_1 t}. \quad (14.69)$$

Eine ähnliche Beziehung gilt auch für die Spannungs- und Flußvektoren.

Zur Berechnung des Drehmomentes, das im stationären zweipoligen Kurzschluß des Asynchronmotors auftritt, gehen wir von den symmetrischen Komponenten der Klemmenspannung des Motors aus. Diese sind gemäß Abb. 14.25 einander gleich: $\mathbf{U}_{s1} = \mathbf{U}_{s2}$. Der Zeitpunkt $t = 0$ wird so gewählt, daß dann \mathbf{U}_{s1} und \mathbf{U}_{s2} reell sind und es gilt: $\mathbf{U}_{s1} = \mathbf{U}_{s2} = U_{s1 \max} e^{j\omega_1 t}$. Aus den Klemmenspannungen des Motors bildet man den Vektor:

$$\mathbf{u}_s = U_{s1 \max} (e^{j\omega_1 t} + e^{-j\omega_1 t}).$$

Für die mit- und gegenlaufenden Admittanzen des Motors führen wir folgende Bezeichnungen ein:

$$\frac{1}{\mathbf{Z}_1} = G_1 - jB_1 \quad \text{und} \quad \frac{1}{\mathbf{Z}_2} = G_2 - jB_2. \quad (14.70)$$

Mit deren Hilfe lassen sich die symmetrischen Komponenten der Ständerströme folgenderweise ausdrücken:

$$\mathbf{I}_{s1} = \frac{U_{s1 \max}}{\mathbf{Z}_1} = U_{s1 \max} (G_1 - jB_1),$$

$$\mathbf{I}_{s2} = \frac{U_{s1 \max}}{\mathbf{Z}_2} = U_{s1 \max} (G_2 - jB_2).$$

Der Vektor der Ständerströme lautet also:

$$\mathbf{i}_s = \mathbf{I}_{s1} e^{j\omega_1 t} + \hat{\mathbf{I}}_{s2} e^{-j\omega_1 t} = U_{s1 \max} [(G_2 - jB_1) e^{j\omega_1 t} + (G_2 - jB_2) e^{-j\omega_1 t}]. \quad (14.71)$$

Zur Bestimmung des Drehmoments ist der Ständerfluß aufzuschreiben. Unter Vernachlässigung des Ständerwirkwiderstandes ergibt sich

$$\mathbf{u}_s = \frac{d\psi_s}{dt},$$

somit

$$\psi_s = \int \mathbf{u}_s dt = \frac{U_{s1 \max}}{j\omega_1} (e^{j\omega_1 t} - e^{-j\omega_1 t}). \quad (14.72)$$

Das Drehmoment berechnet sich mit Hilfe der Formel (10.11) zu:

$$M = \frac{3}{2} \psi_s \times \mathbf{i}_s = \frac{3}{2} \operatorname{Im} \{ \hat{\Psi}_s \mathbf{i}_s \}.$$

Durch Einsetzen der Werte von ψ_s und \mathbf{i}_s aus Formeln (14.71) und (14.72) und nach Ausführung der Operationen erhält man:

$$M = \frac{3}{2} \frac{U_{s1 \max}^2}{\omega_1} (G_1 - G_2) + \frac{3}{2} \frac{U_{s1 \max}^2}{\omega_1} [(G_2 - G_1) \cos 2\omega_1 t + (B_2 - B_1) \sin 2\omega_1 t]. \quad (14.73)$$

Das erste Glied stimmt mit dem stationären Mittelmoment überein, das bereits nach Formel (14.66) ermittelt wurde; das zweite Glied stellt ein mit doppelter Frequenz pulsierendes Moment M_p dar. Wie man aus der Abb. 14.28 ersieht, ist die Amplitude von M_p , d. h. $M_{p \max}$, dem Wert $\left| \frac{1}{\mathbf{Z}_1} - \frac{1}{\mathbf{Z}_2} \right|$ verhältnismäßig. Der Maßstab für das Drehmoment in der Abb. 14.28 ist dadurch bestimmt, daß die konstanten Mittelmomente durch die Differenz der üblichen Drehmomentabschnitte gegeben sind. In der Nähe der synchronen Drehzahl ist der Betrag von $M_{p \max}$ dem Kreisdurchmesser ungefähr gleich. Dem Kippmoment entspricht der Kreisdurchmesser. Infolgedessen beträgt die Amplitude des pulsierenden Teils des Drehmomentes ungefähr das Doppelte des Kipp-

momentes des an die symmetrische Spannung der Größe U_{s1} angelegten Motors. Wegen $U_{s1} \approx \frac{U}{2}$ ist $M_{p \max}$ gleich dem halben Wert des Kippmomentes des an die Spannung U geschalteten Motors, das in guter Näherung dem Nennmoment der Maschine gleichgesetzt werden darf. Wenn der Motor zum Stillstand kommt, gilt $s = 1$ und $\frac{1}{Z_1} = \frac{1}{Z_2}$. In diesem Fall verschwindet sowohl der konstante als auch der pulsierende Teil des Drehmomentes.

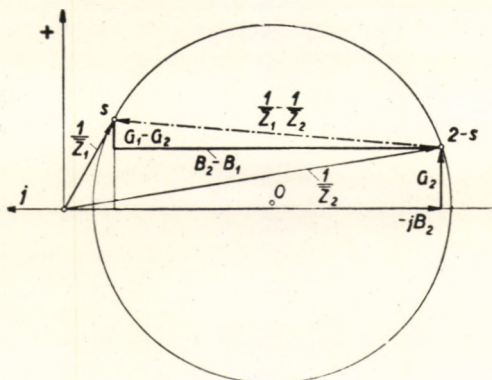


Abb. 14.28. Admittanzdiagramm eines Asynchronmotors zur Bestimmung des pulsierenden Drehmomentes

14.402. Berechnung des transienten Kurzschlußstromes

Beim zweipoligen Kurzschluß von Asynchronmotoren treten Ströme folgenden Charakters auf:

a) Die Netzspannung ruft in der Ständerwicklung Ströme der Frequenz f_1 hervor. Diese Ströme sind asymmetrisch, haben daher eine mitlaufende und eine gegenlaufende Komponente, die im Läufer Ströme der Frequenz sf_1 und $(2-s)f_1$ erzeugen.

b) In der Ständerwicklung treten freie Gleichstromkomponenten auf. Wie wir sehen werden, entstehen zweierlei Gleichstromkomponenten, die mit verschiedenen Zeitkonstanten gedämpft werden. Sie induzieren im Läufer Ströme der Frequenz $(1-s)f_1$.

c) Im Läufer tritt auch eine Gleichstromkomponente auf, die aber wegen der Wirkwiderstände keinen reinen Gleichstrom darstellt, sondern sich gegenüber dem Läufer langsam dreht. Sieht man von dieser langsamen Drehung ab, dann wird im Ständer durch diese Komponente der Drehzahl des Läufers entsprechend eine Spannung der Frequenz $(1-s)f_1$ induziert, die ihrerseits Ströme der gleichen Frequenz erzeugt. Wegen des asymmetrischen Kurzschlusses sind diese Ständerströme selbst asymmetrisch und lassen sich daher in zwei Komponenten mit entgegengesetztem Drehsinn zerlegen. Die im Sinn des Läufers umlaufende Komponente hält der Gleichstrom-

komponente des Läufers das Gleichgewicht, die im entgegengesetzten Sinn umlaufende Komponente besitzt gegen den Läufer die relative Winkelgeschwindigkeit $-2(1-s)\omega_1$ und ruft in ihm einen symmetrischen Wechselstrom der Frequenz $2(1-s)f_1$ hervor. Diese Komponenten werden der Zeitkonstante des Läufergleichstromes entsprechend gedämpft.

Unter *b*) und *c*) sind freie Ströme dargestellt, die verhältnismäßig schnell gedämpft werden; im stationären Zustand sind derartige Komponenten nicht mehr vorhanden. Diese werden durch die Anfangsbedingungen bestimmt, ihre Größe hängt deshalb davon ab, in welchem Augenblick der Kurzschluß eintritt. Die unter *a*) beschriebenen Komponenten bilden die stationären Kurzschlußströme, die bei konstanter Drehzahl während des gesamten Kurzschlußvorganges unverändert bleiben. Die transienten Komponenten klingen innerhalb einiger Perioden ab, in welcher Zeit die Drehzahl als konstant angenommen werden darf.

Lief der Motor mit Betriebs- d. h. nahezu synchroner Drehzahl um, dann werden Ständerstromkomponenten der Punkt *a*) und *c*) praktisch die gleiche Frequenz haben; sie stellen die Wechselstromkomponenten des Ständers dar.

Mit Hilfe der Vektoren der Ständergrößen schreiben wir die für den Kurzschluß charakteristischen Gleichungen in Ständerkoordinaten auf. Wir nehmen an, daß der Klemmenkurzschluß des Motors Abb. 14.24 gemäß an einer dreiphasigen Abzweigung herbeigeführt wurde. Dann kann für die Augenblickswerte in jeder der drei Phasen das Knotenpunktgesetz angewandt werden, dem der vom Netz entnommene Strom der Summe des Kurzschlußstromes in der Abzweigung und Motorständerstromes gleich gesetzt wurde. In der Phase *a* z. B. gilt:

$$\mathbf{i}_a = \mathbf{i}_{ka} + \mathbf{i}_{sa}.$$

Da auch für die beiden anderen Phasen ähnliche Gleichungen aufgeschrieben werden können, gilt diese Beziehung auch für die Stromvektoren:

$$\mathbf{i} = \mathbf{i}_k + \mathbf{i}_s. \quad (14.74)$$

Die Spannungen an den Abzweigungspunkten stimmen mit denen an den Motorklemmen überein, sie haben daher gleichfalls den Vektor \mathbf{u}_s .

Der zweipolige Kurzschluß in der Abzweigung ist dadurch gekennzeichnet, daß die Phase *a* der Abzweigung stromlos ist, $\mathbf{i}_{ka} = 0$ und zwischen den Phasen *b* und *c* keine Spannung liegt: $\mathbf{u}_{sb} = \mathbf{u}_{sc}$. Diese Zusammenhänge lassen sich mit Hilfe von Vektoren folgendermaßen zum Ausdruck bringen. Der Vektor der Abzweigungsströme muß stets senkrecht auf die Phasenchse *a* stehen, weil seine Projektion \mathbf{i}_{ka} auf diese Achse verschwinden muß (Abb. 14.29). Da die Achse *a* als Realachse gewählt worden ist, bedeutet diese Forderung, daß der Realteil von \mathbf{i}_k verschwindet, d. h.

$$\mathbf{i}_k + \hat{\mathbf{i}}_k = 0, \quad (14.75)$$

oder wenn die Real- bzw. Imaginärteile der Vektoren mit den Indizes *x* und *y* versehen werden:

$$\mathbf{i}_{kx} = 0, \quad \mathbf{i}_k = j\mathbf{i}_{ky}. \quad (14.76)$$

Die auf die Ständerspannungen des Motors bezügliche Bedingung $u_{sb} = u_{sc}$ bedeutet, daß die Projektionen des Vektors \mathbf{u}_s auf die Achsen b und c sowohl der Größe als auch dem Vorzeichen nach einander gleich sind, d. h. der Vektor \mathbf{u}_s in die Richtung der Achse a zeigen muß. \mathbf{u}_s ist also eine reelle Größe und es gilt:

$$\mathbf{u}_s = \hat{\mathbf{u}}_s, \quad (14.77)$$

oder durch die x - und y -Koordinaten ausgedrückt:

$$\mathbf{u}_s = u_{sx}, \quad u_{sy} = 0. \quad (14.78)$$

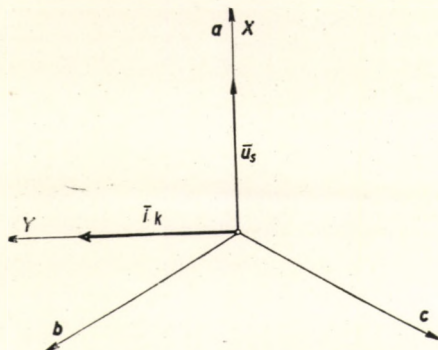


Abb. 14.29. Lage der Spannungs- und Stromvektoren der Kurzschlußabzweigung im Falle zweipoligen Kurzschlusses

In Kenntnis der Daten des Transformators und des Motors kann folgende Spannungsgleichung aufgeschrieben werden (Abb. 14.24):

$$\mathbf{u} = \mathbf{i}R_{tr} + L_{tr} \frac{d\mathbf{i}}{dt} + u_s. \quad (14.79)$$

Außerdem wird eine weitere Beziehung zwischen \mathbf{u}_s und \mathbf{i}_s von den Daten des Motors geliefert. Aus diesen Gleichungen lassen sich die Ströme ermitteln.

Bei der besprochenen Kurzschlußart erhält man ein anschauliches Ersatzschaltbild, wenn man die obigen Vektorgleichungen in Real- und Imaginärteile, also in x - und y -Komponenten zerlegt. Indem wir für jeden Vektor die Bezeichnung $\mathbf{v} = v_x + jv_y$ einführen, ergeben sich aus den Gleichungen (14.74), (14.75), (14.77) und (14.79) folgende sechs Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} i_x &= i_{kx} + i_{sx}, & i_y &= i_{ky} + i_{sy}, \\ i_{kx} &= 0, & u_{sy} &= 0, \\ u_x &= i_x R_{tr} + L_{tr} \frac{di_x}{dt} + u_{sx}, & u_y &= i_y R_{tr} + L_{tr} \frac{di_y}{dt} + u_{sy}. \end{aligned} \right\} (14.80)$$

Wie man sieht, lassen sich die Gleichungen solcherart in zwei Gruppen einteilen, daß in der einen Gruppe nur x -Komponenten (links), in der anderen nur y -Komponenten (rechts) vorkommen. Somit können je ein besonderes Ersatzschaltbild für die x -Komponenten und ein solches für die y -Komponenten gezeichnet werden (Abb. 14.30). Leider stehen aber die beiden Ersatznetze im allgemeinen über den Motor in Verbindung miteinander. Dies erklärt sich damit, daß in die Beziehung zwischen Ständerspannung \mathbf{u}_s und Ständerstrom \mathbf{i}_s auch der infolge des Umlaufs des Motors auftretende Faktor $j\omega$ eingeht und infolgedessen bei der Zerlegung in Real- und Imaginärteile \mathbf{u}_{sx} z. B. nicht nur von i_{sx} , sondern auch von i_{sy} abhängt. Es besteht keine derartige Beziehung, wenn der Motor stillsteht ($j\omega = 0$) und eine solche kann

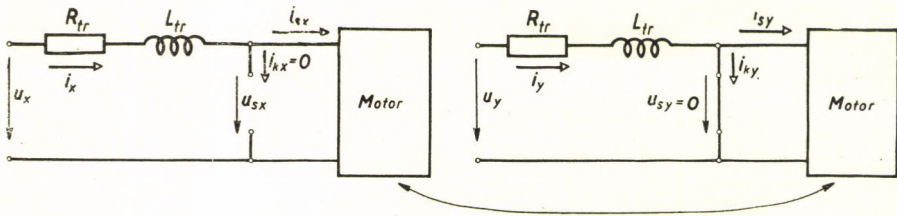


Abb. 14.30. Ersatzschaltbild der x - und y -Komponenten

— wie wir sehen werden — auch dann aufgehoben werden, wenn der Läuferwiderstand vernachlässigt wird. Wir führen daher die Berechnung im nächsten Abschnitt zuerst unter Vernachlässigung des Läuferwiderstandes R_r durch und werden im darauffolgenden Abschnitt lediglich das Prinzip der Berechnung unter Berücksichtigung von R_r darlegen.

Anhand der Kenntnis der x - und y -Komponenten der Ströme lassen sich die Phasenströme leicht bestimmen. Für die Fälle $\mathbf{i} = i_x$ und $\mathbf{i} = j i_y$ zeigt Abb. 14.31, wie die auf die Achsen a , b und c projizierten Phasenströme gewonnen werden können. Treten gleichzeitig beide Komponenten auf, dann ist:

$$\begin{aligned} i_a &= i_x, \\ i_b &= -\frac{1}{2} i_x + \frac{\sqrt{3}}{2} i_y, \\ i_c &= -\frac{1}{2} i_x - \frac{\sqrt{3}}{2} i_y. \end{aligned} \quad (14.81)$$

14.402.1. Annähernde Berechnung der transienten Ströme unter Vernachlässigung des Läuferwiderstandes

Falls der Läuferwiderstand vernachlässigt wird, ist der Läuferfluß konstant. Daraus folgt — ähnlich wie im Abschnitt 13.101 —, daß der Ständerfluß Ψ'_s hinter der transienten Induktivität konstant bleibt und sich mit dem Läufer zusammen mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = (1 - s)\omega_1$ umdreht.

Er induziert im Ständer die Spannung $j\omega\Psi'_s = \mathbf{u}'_s$. Vom Gesichtspunkt der Ständerströme kann man sich den Motor so vorstellen, als ob zwischen die Klemmenspannung \mathbf{u}_s des Ständers und die Spannung \mathbf{u}'_s in den drei Phasen gleicherweise der Wirkwiderstand R_s und die transiente Ständerinduktivität

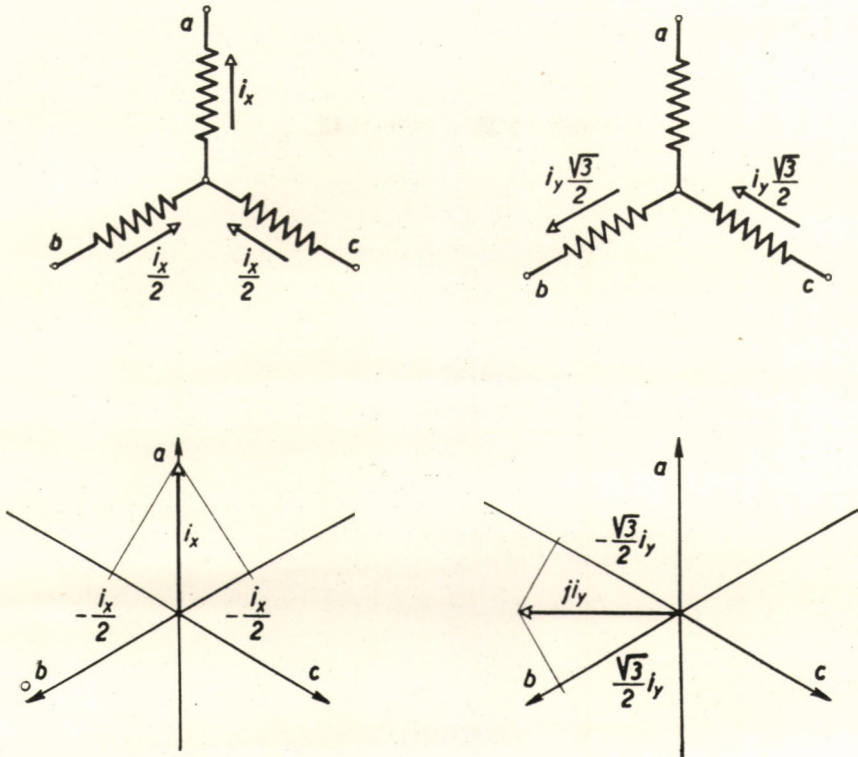


Abb. 14.31. Bestimmung der Phasenströme aus den x - und y -Komponenten des Stromvektors

L'_s geschaltet wäre. Die Spannungsgleichung des Motors lautet dann:

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{i}_s R_s + L'_s \frac{d\mathbf{i}_s}{dt} + \mathbf{u}'_s$$

oder in Real- und Imaginärteile zerlegt:

$$u_{sx} = i_{sx} R_s + L'_s \frac{di_{sx}}{dt} + u'_{sx}, \quad (14.82)$$

$$u_{sy} = i_{sy} R_s + L'_s \frac{di_{sy}}{dt} + u'_{sy}.$$

Man sieht also, daß die Richtungen x und y voneinander unabhängig sind. Auf Grund der Abb. 14.30 und der obigen Gleichungen können zwei unabhängige Ersatzschaltungen gezeichnet werden (Abb. 14.32).

Zur Berechnung der Ströme schreiben wir zunächst die Netzspannung $u_x + ju_y = \mathbf{u}$ und die hinter der transienten Induktivität liegende Spannung $u'_{sx} + ju'_{sy} = \mathbf{u}'_s$ auf. Diese lassen sich aus dem Vektordiagramm des dem Kurzschluß vorausgehenden, anfänglichen Belastungszustandes gewinnen (Abb. 14.33). Im Betriebszustand lief der Fluß Ψ'_s mit der Winkelgeschwindigkeit ω_1 um; nach Eintritt des Kurzschlusses kann der Läuferwiderstand vernachlässigt werden, der Fluß Ψ'_s läuft also mit der Winkelgeschwindigkeit $(1-s)\omega_1$ um. Für die während des Kurzschlusses gültige Spannung \mathbf{u}'_s folgt also

$$\mathbf{u}'_s = \mathbf{U}'_s (1-s) e^{ja'} e^{j(1-s)\omega_1 t},$$

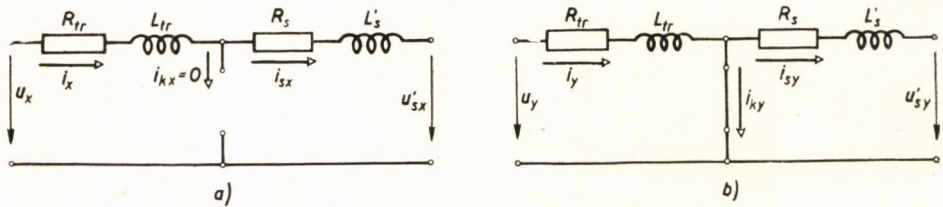


Abb. 14.32. Die Ersatzschaltbilder der x - und y -Komponenten sind im Falle eines zweipoligen Kurzschlusses voneinander unabhängig, falls $R_r = 0$

woraus sich die Zerlegung ergibt:

$$\begin{aligned} u'_{sx} &= U'_s (1-s) \cos [(1-s)\omega_1 t + a'], \\ u'_{sy} &= U'_s (1-s) \sin [(1-s)\omega_1 t + a']. \end{aligned} \quad (14.83)$$

Der Netzspannungsvektor dreht sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω_1 um:

$$\mathbf{u} = U e^{ja} e^{j\omega_1 t}$$

und seine Komponenten sind:

$$\begin{aligned} u_x &= U \cos (\omega_1 t + a), \\ u_y &= U \sin (\omega_1 t + a). \end{aligned} \quad (14.84)$$

Auf Grund dieser Ausdrücke kann man ohne Schwierigkeit die einzelnen Ströme aufschreiben. Wir untersuchen zunächst die x -Komponenten.

Der Strom i_{sx} kann nach Abb. 14.32a mit Hilfe des Superpositionsprinzips bestimmt werden. Die Netzspannung u_x erzeugt einen Strom der Frequenz f_1 , für den die Impedanz $\mathbf{Z}_{x(1)} = R_{tr} + R_s + j\omega_1(L_{tr} + L'_s) = \mathbf{Z}_{x(1)} e^{j\varphi_{x(1)}}$ gilt. Die

Spannung u_x bringt also den Strom

$$i_{x(1)} = \frac{U}{Z_{x(1)}} \cos [\omega_1 t + \alpha - \varphi_{x(1)}] \quad (14.85)$$

zustande. Die Spannung u'_{sx} hat die Frequenz $(1-s)f_1$, die Impedanz lautet also: $Z_{x(1-s)} = R_r + R_s + j(1-s)\omega_1(L_{lr} + L'_s) = Z_{x(1-s)} e^{j\varphi_{x(1-s)}}$. Der von dieser Spannung erzeugte Strom mit der Frequenz $(1-s)f_1$ ist:

$$i_{x(1-s)} = -\frac{U'_s}{Z_{x(1-s)}} (1-s) \cos [(1-s)\omega_1 t + \alpha' - \varphi_{x(1-s)}]. \quad (14.86)$$

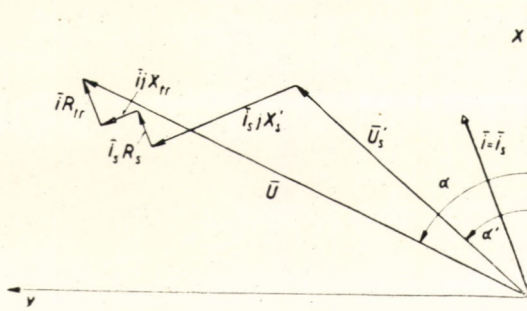


Abb. 14.33. Werte der Vektoren vor dem Kurzschluß

Die x -Komponente der Stromstärke hat im Zeitpunkt $t = 0$ den Wert I_{x0} . Die Stromstärke kann sich aber nicht sprungweise verändern, deshalb tritt zu den beiden obigen Komponenten noch eine Gleichstromkomponente i_{xg} hinzu, die zur Zeit $t = 0$ den resultierenden Strom auf den Wert I_{x0} bringt. Aus den Gleichungen (14.85) und (14.86) erhält man durch die Substitution $t = 0$:

$$\frac{U}{Z_{x(1)}} \cos (\alpha - \varphi_{x(1)}) - \frac{U'_s}{Z_{x(1-s)}} (1-s) \cos (\alpha' - \varphi_{x(1-s)}) + I_{xg0} = I_{x0}. \quad (14.87)$$

Hieraus läßt sich der Anfangswert der Gleichstromkomponente bestimmen. Erfolgt der Kurzschluß bei Betriebsdrehzahl, so ergeben die beiden ersten Glieder der Gleichung (14.87) zusammen eine kleine Resultante, deren Wert annähernd gleich I_{x0} ist. Deshalb ergibt sich die Gleichstromkomponente nach dieser Berechnungsweise zu einem allzu kleinen Wert. In Wirklichkeit tritt also eine Gleichstromkomponente von beträchtlicher Größe auf, da der Läuferwiderstand eine bedeutende Wirkung auf den von der Spannung U_x erzeugten stationären Strom $i_{x(1)}$ ausübt [Formel (14.85)]. Diese Stromkomponente liefert den stationären Strom, den wir aber schon im vorigen

Abschnitt mit Hilfe der Formel (14.63) genau bestimmt haben. Die Resultate aus Gl. (14.63) und (14.85) können fast den Wert im Verhältnis von 1:2 erreichen. Es ist daher besser, den richtigen Wert der Stromstärke $i_{x(1)}$ mit Hilfe der Gleichung (14.63) zu ermitteln, wodurch wiederum eine größere Gleichstromkomponente auftreten wird.

Die Dämpfung nach der Zeitkonstante der Ständergleichstromkomponente läßt sich bekanntlich berechnen, indem man den Läuferwirkwiderstand vernachlässigt. Dann gilt aber das Ersatzschaltbild der Abb. 14.32a. Für die Zeitkonstanten der Ständergleichstromkomponente in der x -Richtung ergibt sich also mit sehr guter Näherung:

$$T'_{sx} = \frac{L'_s + L_{lr}}{R_s + R_{lr}} = \frac{1}{\omega_1} \frac{X'_s + X_{lr}}{R_s + R_{lr}}. \quad (14.88)$$

Mit der Läufergleichstromzeitkonstante wird im Ständer die Spannung u'_s und der durch sie erzeugte Ständerstrom der Frequenz $(1 - s)f_1$ gedämpft. Der Zahlenwert dieser Zeitkonstante wird ähnlich wie bei den Synchronmaschinen vor allem durch den Läuferwirkwiderstand bestimmt und bei ihrer Berechnung kann der Ständerwirkwiderstand vernachlässigt werden. Bei asymmetrischen Kurzschlüssen spielt auch die gegenlaufende Reaktanz der Maschine eine Rolle. Gemäß der Formel (14.4) ist die Zeitkonstante der Läufergleichstromkomponente beim dreiphasigen Kurzschluß:

$$T'_r = \sigma T_{r0} = T_{r0} \frac{X'_s}{X_s},$$

wobei T_{r0} die Läuferzeitkonstante bei offenen Ständerklemmen bedeutet. Erfolgt der Dreiphasenkurzschluß über die äußere Reaktanz X , so kann man diese als einen Teil der Ständerstreureaktanz der Maschine auffassen und sich daher der obigen Formel bedienen, aber sowohl X'_s als X_s müssen dann mit X vergrößert werden:

$$T'_r = T_{r0} \frac{X'_s + X}{X_s + X}. \quad (14.89)$$

Für den Fall eines zweipoligen Kurzschlusses läßt sich diese Formel so verallgemeinern, daß man unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände das für die symmetrischen Komponenten gültige zusammengesetzte Schaltbild aufzeichnet und die resultierende Reaktanz des vor den Klemmen AB befindlichen Netzes mit X bezeichnet (A und B sind die Klemmen des Motors im mitlaufenden Ersatzschaltbild). Weil wir jetzt die Zeitkonstante der freien Gleichströme bestimmen wollen, müssen wir uns an Stelle der Einspeisung mit konstanter Spannung einen Kurzschluß denken. Im vorliegenden Fall ist also das in Abb. 14.25 wiedergegebene Netz für die symmetrischen Komponenten der Abb. 14.34 entsprechend zu zeichnen. Der induktive Anteil

der gegenlaufenden Impedanz des Motors stimmt praktisch mit der Kurzschlußreaktanz X'_s überein. Die Reaktanz X ist also die Resultierende der parallelgeschalteten Reaktanzen X_{tr} , X_{tr} und X'_s :

$$X = \frac{\frac{X_{tr}}{2} X'_s}{\frac{X_{tr}}{2} + X'_s} = \frac{X_{tr} X'_s}{X_{tr} + 2X'_s} \quad (14.89a)$$

Setzt man diesen Wert in Gleichung (14.89) ein, so ergibt sich mit sehr guter Näherung die Zeitkonstante der Gleichstromkomponente des Läufers.

Von den weiter oben berechneten Strömen in x -Richtung bedeutet der erste $[i_{x(1)}]$ den stationären Kurzschlußstrom, der nicht gedämpft wird. [Sein Wert wird — wie erwähnt — besser aus Formel (14.63) berechnet.]

Die beiden anderen Stromkomponenten $i_{x(1-s)}$ und i_{xg} werden gedämpft und im stationären Zustand sind sie gleich Null. Somit kann der Gesamtkurzschlußstrom in x -Richtung als Funktion der Zeit aufgeschrieben werden.

Und nun kann man zur Berechnung der Ströme in y -Richtung übergehen. Gemäß Abb. 14.32b lassen sich die vom Netz her und vom Motor aus nach der Kurzschlußstelle fließenden Ströme unabhängig voneinander ermitteln. Da u_y und u'_{sy} nahezu die gleiche Phase haben, summieren sich die beiden Ströme in der Kurzschlußabzweigung beinahe mit ihrem ganzen Absolutbetrag.

Der vom Netz her zufließende Kurzschlußstrom läßt sich unter Zuhilfenahme der Formel (14.84) für u_y einfach bestimmen. Die y -Komponente des Ständerstromes i_{sy} enthält laut der Ersatzschaltung infolge der Wirkung von u'_{sy} eine Komponente der Frequenz $(1-s)f_1$ und außerdem eine Gleichstromkomponente. Auf Grund von (14.83) und mit der Bezeichnung $Z_{y(1-s)} = R_s + j(1-s)\omega_1 L'_s = Z_{y(1-s)} e^{j\varphi_{y(1-s)}}$ hat man:

$$i_{y(1-s)} = -\frac{U'_s}{Z_{y(1-s)}} (1-s) \sin [(1-s)\omega_1 t + \alpha' - \varphi_{y(1-s)}] \quad (14.90)$$

Der Anfangswert der Gleichstromkomponente I_{syg} ist durch die zur Zeit $t = 0$ gültigen Anfangsbedingungen festgelegt. Hat die y -Komponente des Ständerstromes unmittelbar vor dem Kurzschluß die Größe I_{sy0} , dann wird die Größe der Gleichstromkomponente durch die Bedingung

$$-\frac{U'_s}{Z_{y(1-s)}} (1-s) \sin [\alpha' - \varphi_{y(1-s)}] + I_{syg} = I_{sy0}$$

bestimmt.

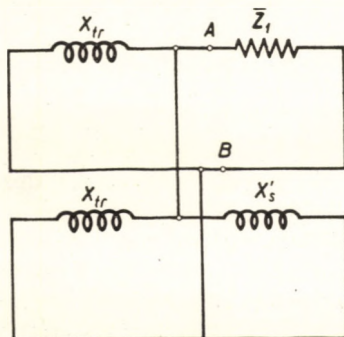


Abb. 14.34. Ersatzschaltbild zur Bestimmung der Zeitkonstante T_r' der freien Ständerwechselstromkomponenten

In der y -Richtung hat die Ständergleichstromkomponente gemäß Abb. 14.32b die Zeitkonstante:

$$T_{sy} = \frac{2L'_s}{2R_s} = \frac{L'_s}{R_s} = T'_s, \quad (14.91)$$

sie stimmt also mit der transienten Ständerzeitkonstante des an den Klemmen dreiphasig kurzgeschlossenen Motors überein.

Die Zeitkonstante des Stromes der Frequenz $(1-s)f_1$ stimmt mit jener der Läufergleichstromkomponente überein, ist also dieselbe, wie sie in der x -Richtung war. In der y -Richtung werden beide Komponenten auf den Wert Null abklingen, da die Spannung u'_{sy} vom Läufergleichstrom aufrechterhalten wird, doch fließt dieser im stationären Zustand nicht mehr. Hiernach würde der Ständerstrom des Motors im stationären Zustand keine y -Komponente aufweisen. Im vorigen Abschnitt wurde jedoch gezeigt, daß die Ständerströme auch im stationären Zustand eine y -Komponente haben.

Auch diese Tatsache macht uns aufmerksam, daß die unter Vernachlässigung des Läuferwiderstandes durchgeführten Berechnungen nur für eine kurze Zeit nach dem Eintritt des Kurzschlusses brauchbare Näherungsergebnisse liefern. Auf Grund der Untersuchungen der ersten Halbperiode nach dem Kurzschluß können folgende Tatsachen festgestellt werden:

Die x -Komponente des Kurzschlußstromes ist klein, weil zwei ungefähr gleichgroße, entgegengesetzt gerichtete Ströme nahezu gleicher Frequenz fließen und die Phasenverhältnisse sich während der Dauer einer Halbperiode nicht wesentlich verändern. Folglich darf man die x -Komponente des Stromes zu Beginn des Kurzschlusses vernachlässigen.

Die y -Komponente des Kurzschlußstromes läßt sich einfach so berechnen, als wäre die Wechsellspannung an einen einfachen R_s, L'_s Kreis angeschlossen. Die Anfangsamplitude der y -Komponente des Wechselstromanteils läßt sich folgenderweise abschätzen. Die Amplitude der Spannung u'_{sy} kann man, falls der Motor vor dem Kurzschluß mit Nennlast belastet war, mit etwa $0,9(1-s)U_s$ ansetzen, wenn U_s die Klemmenspannung bedeutet. Bei dieser Frequenz ist die Impedanz annähernd $(1-s)Z_k$, wobei Z_k die Kurzschlußimpedanz des Motors bezeichnet. Der Strom der Frequenz $(1-s)f_1$ hat also die Anfangsamplitude

$$I_{sy(1-s)} \approx \frac{0,9(1-s)U_s}{(1-s)Z_k} = 0,9 \frac{U_s}{Z_k},$$

wo U_s/Z_k der Kurzschlußstrom des Motors ist. Der Stromstoß wird ungefähr dann den Höchstwert erreichen, wenn im Kurzschlußaugenblick zwischen den Phasenendpunkten b und c die Spannung eben Null ist. Die maximale Stromstärke tritt ungefähr nach einer Halbperiode auf, wenn sich der Höchstwert der Wechselstromkomponente und die Gleichstromkomponente addieren. Vernachlässigt man den anfänglichen Strom und nimmt man an, es gebe keine stationäre Komponente, so wird der Anfangswert der Gleichstromkomponente der Anfangsamplitude des Wechselstromes gleich sein. Unter

Berücksichtigung der Dämpfung während einer Halbperiode erhält man

$$I_{sy \max} \approx \frac{0,9 U_s}{Z_k} \left(e^{-\frac{\pi}{\omega_1 T'_s}} + e^{-\frac{\pi}{\omega_1 T'_r}} \right).$$

Der Strom in den Phasen b und c beträgt nach (14.81) das $\frac{\sqrt{3}}{2}$ fache der y -Komponente, es gilt also:

$$I_{sb \max} \approx I_{sc \max} \approx \frac{\sqrt{3}}{2} I_{sy \max}.$$

Zur näherungsweise Bestimmung des Kurzschlußstrom-Höchstwertes nehmen wir folgende Daten: $U_s/Z_k \approx 6 I_{n \max}$, $\omega_1 T'_s \approx \omega_1 T'_r \approx \frac{X'_s}{R_s} \approx 10$.

Mit diesen Daten ergibt sich: $I_{sb \max} \approx 7 I_{n \max}$.

14.402.2. Bestimmung der transienten Ströme mit Hilfe der Operatorenrechnung

Zur Bestimmung des Stromes, der nach Eintritt des zweipoligen Kurzschlusses fließt, kann man sich der Operatorenrechnung nur dann bedienen, wenn die Drehzahl des Motors unverändert bleibt. Diese Bedingung bedeutet für die erste Periode eine ziemlich gute Näherung. Zur Berechnung werden auch jetzt die Raumvektoren der Phasengrößen herangezogen, und zwar in einem ruhenden Koordinatensystem.

Die Untersuchung wird für den Fall der Abb. 14.24 durchgeführt. Für die Vektoren der Phasengrößen wurden weiter oben folgende Beziehungen gewonnen.

$$\mathbf{i} = \mathbf{i}_k + \mathbf{i}_s, \quad (14.74)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{i} R_{tr} + L_{tr} \frac{d\mathbf{i}}{dt} + \mathbf{u}_s, \quad (14.79)$$

$$\mathbf{i}_k + \hat{\mathbf{i}}_k = 0, \quad \mathbf{u}_s = \hat{\mathbf{u}}_s. \quad (14.75), (14.77)$$

Diese Gleichungen müssen noch mit der Beziehung, die zwischen der Ständerspannung \mathbf{u}_s und dem Ständerstrom \mathbf{i}_s besteht, ergänzt werden. Im allgemeinen kann man von den Grundgleichungen des Motors ausgehen.

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{i}_s R_s + \frac{d\psi_s}{dt}, \quad \psi_s = L_s \mathbf{i}_s + L_m \mathbf{i}_r,$$

$$0 = \mathbf{i}_r R_r + \frac{d\psi_r}{dt} - j\omega \psi_r, \quad \psi_r = L_m \mathbf{i}_s + L_r \mathbf{i}_r.$$

Zur Ermittlung der zweipoligen Kurzschlußströme ist auf diese Gleichungen die Laplace-Transformation anzuwenden. Vorher muß noch geklärt werden, wie sich die Laplace-Transformierte der Konjugierten einer Zeitfunktion gewinnen läßt. Ist die Zeitfunktion

$$\mathbf{i}_s(t) = i_{sx}(t) + j i_{sy}(t)$$

und ihre Laplace-Transformierte

$$\mathcal{L}\{\mathbf{i}_s(t)\} = \mathbf{i}_s(p) = i_{sx}(p) + j i_{sy}(p),$$

so ergibt sich für die Konjugierte der Zeitfunktion, d. h. für die Funktion

$$\hat{\mathbf{i}}_s(t) = i_{sx}(t) - j i_{sy}(t)$$

die Laplace-Transformierte:

$$\mathcal{L}\{\hat{\mathbf{i}}_s(t)\} = i_{sx}(p) - j i_{sy}(p) = \hat{\mathbf{i}}_s(p),$$

es ist also die Konjugierte der Transformierten von $\mathbf{i}_s(t)$ zu bilden, wobei die Veränderliche p nicht mit ihrem konjugiert-komplexen Wert einzusetzen ist.

An Hand dieser Regel lassen sich die Transformierten der obigen Gleichungen aufschreiben. Eine der Zahl der Unbekannten entsprechende Anzahl von Gleichungen wird gewonnen, wenn man auch die Konjugierten obiger Gleichungen aufschreibt [ausgenommen die Gl. (14.75) u. (14.77), die schon konjugierte Werte enthalten]. Auf diese Weise kommt man zu einem Gleichungssystem ersten Grades, aus welchem z. B. die Operatorenform $\mathbf{i}_s(p)$ des Ständerstromes mit einfachen Schritten gewonnen wird. Aus dieser Operatorenform läßt sich die Zeitfunktion $\mathbf{i}_s(t)$ mit Hilfe des Entwicklungssatzes angeben.

Diese Berechnung ist zwar einfach, doch langwierig. Deshalb untersuchen wir an dieser Stelle nur, welchen Charakter die auftretenden freien Komponenten haben, weil in diesem Fall die Anfangsbedingungen unbeachtet bleiben können. Die Anfangsbedingung Null entspricht dem Fall, wenn an den zweipolig kurzgeschlossenen stromlosen Motor vor dem Transformator die Netzspannung angeschlossen wird. War der Motor vor dem Einschalten stromlos, so wird der Zusammenhang in Operatorenform zwischen den Vektoren der Ständerspannungen und denen der Ständerströme durch die Operatorenimpedanz des Motors vermittelt:

$$\mathbf{u}_s(p) = \mathbf{i}_s(p) \mathbf{Z}(p).$$

Den Wert von $\mathbf{Z}(p)$ kann man z. B. in der Form (14.54) benützen. Die konjugierte dieser Gleichung lautet:

$$\hat{\mathbf{u}}_s(p) = \mathbf{i}_s(p) \hat{\mathbf{Z}}(p).$$

Hierbei wird $\hat{\mathbf{Z}}(p)$ so aus $\mathbf{Z}(p)$ gewonnen, daß man $-j\omega$ statt $j\omega$ schreibt. $\hat{\mathbf{Z}}(p)$ spielt also eine ähnliche Rolle wie im stationären Zustand die gegenlaufende Impedanz.

Es sollen nun die Operatorenformen der Gleichungen (14.74) und (14.79) sowie der Motorgleichung, ferner ihre konjugierten Gleichungen aufgeschrieben werden:

$$\begin{aligned} \mathbf{i} &= \mathbf{i}_k + \mathbf{i}_s, & \hat{\mathbf{i}} &= \hat{\mathbf{i}}_k + \hat{\mathbf{i}}_s, \\ \mathbf{u} &= \mathbf{i} \mathbf{Z}_{tr} + \mathbf{u}_s, & \hat{\mathbf{u}} &= \hat{\mathbf{i}} \hat{\mathbf{Z}}_{tr} + \hat{\mathbf{u}}_s, \\ \mathbf{u}_s &= \mathbf{i}_s \mathbf{Z}(p), & \hat{\mathbf{u}}_s &= \hat{\mathbf{i}}_s \hat{\mathbf{Z}}(p), \end{aligned}$$

wobei $\mathbf{Z}_{tr} = R_{tr} + pL_{tr} = \hat{\mathbf{Z}}_{tr}$ ist. Man erkennt daraus, daß für die Vektoren und ihre Konjugierten in Operatorenform zunächst zwei voneinander unabhängige Ersatzschaltungen gezeichnet werden können (Abb. 14.35). Sie sind den im stationären Zustand gültigen Ersatzschaltungen für die mitlaufenden und die gegenlaufenden charakteristischen Vektoren ähnlich. Über den Zusammenhang der beiden Schaltungen vermitteln uns die Formeln (14.75) und (14.77) Aufschluß. Ihnen zufolge sind die beiden Netze an die Fehlerortsklemmen parallel zu schalten.

Auf Grund der Abb. 14.35 läßt sich die Operatorenform der Ströme ohne Schwierigkeit aufschreiben. Falls man nur den Charakter der freien Ströme untersuchen will, ist die Netzspannung gleich Null zu setzen: $\mathbf{u} = \hat{\mathbf{u}} = 0$. Die Ströme lassen sich folgendermaßen mit Hilfe der Spannung $\mathbf{u}_s = \hat{\mathbf{u}}_s$ ausdrücken:

$$\begin{aligned} \mathbf{i} &= -\frac{\mathbf{u}_s}{\mathbf{Z}_{tr}}, & \hat{\mathbf{i}} &= -\frac{\hat{\mathbf{u}}_s}{\mathbf{Z}_{tr}}, \\ \mathbf{i}_s &= \frac{\mathbf{u}_s}{\mathbf{Z}(p)}, & \hat{\mathbf{i}}_s &= \frac{\mathbf{u}_s}{\hat{\mathbf{Z}}(p)}. \end{aligned}$$

Da $\mathbf{i} - \mathbf{i}_s + \hat{\mathbf{i}} - \hat{\mathbf{i}}_s = 0$, erhält man:

$$\mathbf{u}_s \left[\frac{1}{\mathbf{Z}_{tr}} + \frac{1}{\mathbf{Z}_{tr}} + \frac{1}{\mathbf{Z}(p)} + \frac{1}{\hat{\mathbf{Z}}(p)} \right] = 0.$$

Für die freien Ströme muß der in Klammern stehende Ausdruck verschwinden. Setzt man hier die Operatorenimpedanzen \mathbf{Z}_{tr} und $\mathbf{Z}(p)$ des Transformators und des Motors ein, so erhält man nach Ordnen in p eine Gleichung vierten Grades. Der Charakter der freien Ströme wird durch die vier Wurzeln dieser Gleichung bestimmt.

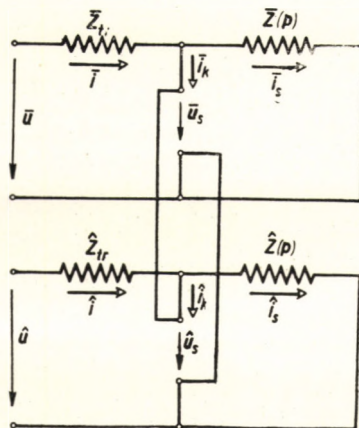


Abb. 14.35. Ersatzschaltbild der in Operatorenform aufgeschriebenen Größen beim zwei-poligen Kurzschluß.

Wir haben die Gleichung für einen konkreten Fall gelöst. Die angenommenen Daten sind in relativen Einheiten: $R_{tr}^* = 0,04$, (Zuleitungen inbegriffen) $X_{tr}^* = 0,04$; die Daten des Motors stimmen mit den am Ende des Kapitels II angeführten überein und wir nehmen an, daß der Motor mit synchroner Drehzahl umläuft. Dann hat man die Wurzeln:

$$p_1 = -0,155 \omega_1, \quad p_2 = -0,292 \omega_1, \quad p_{3,4} = (-0,136 \pm j 0,973) \omega_1.$$

Sie stimmen sehr gut mit den Formeln für die Zeitkonstanten überein, die im vorigen Abschnitt näherungsweise aufgestellt wurden. Nach (14.91) gilt:

$$-\frac{1}{T_{sy}} = -\frac{R_s \omega_1}{X'_s} = -0,15 \omega_1 \approx p_1.$$

Nach (14.88) ist:

$$-\frac{1}{T_{sx}} = -\omega_1 \frac{R_s + R_{tr}}{X'_s + X_{tr}} = -\omega_1 \frac{0,03 + 0,04}{0,20 + 0,04} = -0,292 \omega_1 \approx p_2.$$

Die beiden Wurzeln bestimmen also die Zeitkonstanten der Gleichstromkomponenten in der y - bzw. x -Richtung. p_3 und p_4 entsprechen der Läufergleichstromkomponente. Letztere läßt sich mit der Näherungsformel (14.89) berechnen. Zunächst soll nach (14.89a) der Wert von X berechnet werden:

$$X = \frac{X_{tr} X'_s}{X_{tr} + 2X'_s} = \frac{0,04 \cdot 0,20}{0,04 + 2 \cdot 0,20} = 0,0182,$$

und daraus folgt, da $T_{r0} = \frac{X_r}{\omega_1 R_r} = \frac{2,5}{\omega_1 0,03}$ nach (14.89):

$$-\frac{1}{T'_r} = -\omega_1 \frac{0,03}{2,5} \frac{2,5 + 0,0182}{0,2 + 0,0182} = -0,138 \omega_1 \approx \operatorname{Re}\{p_{3,4}\}.$$

Aus dem Imaginärteil von $p_{3,4}$ ist ersichtlich, daß sich die Gleichstromkomponente der Läuferströme gegenüber dem Läufer langsam umdreht; die relative Winkelgeschwindigkeit macht ungefähr 3% der synchronen Winkelgeschwindigkeit aus.

15. EINFLUSS DER BESCHLEUNIGUNG AUF DAS DREHMOMENT DES ASYNCHRONMOTORS

Das übliche Drehmoment-Schlupf-Diagramm der Asynchronmotoren behält nur bei konstanter Drehzahl, d. h. konstantem Schlupf, Gültigkeit, wenn die Winkelbeschleunigung des Motorläufers $\varepsilon = d\omega/dt = 0$ ist. Wie nachfolgende Überlegungen lehren, kann das Drehmoment des beschleunigten Motors wesentlich vom bei konstanter Drehzahl gültigen stationären Drehmoment abweichen. Die Abweichung ist im allgemeinen um so größer, je größer die Winkelbeschleunigung ist. Deshalb muß man, falls das Trägheitsmoment des Motors und der angetriebenen Massen nicht zu groß ist, den Einfluß der Schlupfänderung bei Anlauf, Schwingung und mechanischem Abbremsen in eingeschaltetem Zustand, Drehrichtungswechsel usw. mitberücksichtigen.

Die Berücksichtigung der Schlupfänderung gestaltet das Rechnen ziemlich kompliziert, weil die Differentialgleichungen der Maschine dann nicht konstante Koeffizienten aufweisen. Deshalb werden im folgenden nur die zwei einfachsten Fälle untersucht:

1. Die Winkelbeschleunigung (oder Verlangsamung) ε ist konstant;
2. die Winkelgeschwindigkeit ändert sich zeitlich nach einem Sinusgesetz; in diesem Fall werden nur Schwingungen von kleiner Amplitude untersucht (s. Kapitel 16, 17, 18).

Zwecks Vereinfachung der Berechnungen befassen wir uns ausschließlich mit der Wirkung der Schlupfänderung und lassen andere Erscheinungen — mögen sie den Wert des Drehmomentes noch so wesentlich beeinflussen, wie z. B. die beim Einschalten des Motors auftretenden gedämpften freien Ströme — unberücksichtigt.

Es wird angenommen, daß an den Klemmen des Motors die symmetrische Dreiphasenspannung $\mathbf{u}_s = \mathbf{U}_s e^{j\omega_1 t}$ liegt und daß sich die vor der Beschleunigung des Motors anfängliche stationäre Drehzahl bereits eingestellt hat. Der Ständerwiderstand wird vernachlässigt. Aus dieser Annahme folgt, daß der Vektor des Gesamtständerflusses unabhängig von der Bewegung des Läufers genau mit synchroner Drehzahl umlaufen wird:

$$\psi_s = \frac{\mathbf{U}_s}{j\omega_1} e^{j\omega_1 t}.$$

Der Betriebszustand der Maschine ist bekannt, wenn zwei Daten (z. B. \mathbf{i}_s und \mathbf{i}_r oder \mathbf{i}_s und ψ_s oder ψ_s und ψ_r) zur Verfügung stehen, die übrigen lassen sich aus diesen beiden in einfacher Weise berechnen. Infolge der Vernachlässigung des Ständerwirkwiderstandes ist der Vektor ψ_s bereits bekannt, als unbekannt gilt also nur noch eine einzige Größe, für die man am zweckmäßigsten den Läuferfluß nehmen kann. In den bisherigen Untersuchungen der Ausgleichsvorgänge wichen die Flüsse zur Zeit $t = 0$ von denen des stationären Zustandes ab und infolgedessen mußten freie, gedämpfte Flußkomponenten auftreten. Beim beschleunigten Motor besteht gewissermaßen eine umgekehrte Lage: zu Beginn der Beschleunigung stimmen die Motorflüsse mit den Flüssen des stationären Zustandes überein und eine Abweichung tritt während der Beschleunigung nicht sprungartig, sondern allmählich auf. Infolge der freien Komponenten würde diese Abweichung ungefähr mit der Läuferzeitkonstante $T'_r = \frac{1}{s_K \omega_1}$ abklingen, doch verändert sich inzwischen auch der zu erreichende stationäre Zustand, da sich während dieser Zeitspanne die Drehzahl ebenfalls ändert. Deshalb wird der Läuferfluß und somit das Drehmoment um so mehr von dem der momentanen Winkelgeschwindigkeit entsprechenden stationären Wert abweichen, je größer die zeitliche Änderung des Flusses ($d\psi_r/dt$) und die Zeitkonstante $T'_r = \frac{1}{s_K \omega_1}$ sind.

Der Läuferfluß des mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω umlaufenden Motors lautet im stationären Zustand nach (11.8), unter Vernachlässigung des Ständerwirkwiderstandes und bei Anwendung eines sich synchron umdrehenden Koordinatensystems:

$$\psi_r = k_s \frac{U_s}{j\omega_1} \frac{s_K}{s_K + js}$$

Wir untersuchen nun, welche Größenordnung der Läuferfluß in den verschiedenen stationären Betriebszuständen besitzt. Den Wert des Flusses beziehen wir auf den Nennfluß $\psi_n = U_s/\omega_1$. Unter Annahme von $k_s = 0,95$, $s_K = 0,1$ erhält man bei verschiedenen Schlüpfen:

$s = 0$	$s_K = 0,1$	0,2	0,5	1,
$\frac{\psi_r}{\psi_n} = 1$	0,7	0,43	0,2	0,1.

Während die Maschine langsam umläuft, d. h. $0,5 < s < 1$ gilt, ist der Läuferfluß sehr gering: er ist annähernd dem im Kurzschlußzustand bei $s = 1$ gleich und nimmt mit zunehmender Drehzahl nur von der Nähe des Kipp-schlupfes an rascher zu. Dasselbe kann man auch aus den Vektordiagrammen 11.3 feststellen. Für die Veränderungen des Flußvektors, die zu verschiedenen

konstanten Schlupfwerten s gehören, ist der Differentialquotient $d\psi_r/ds$ kennzeichnend:

$$\frac{d\psi_r}{ds} = - \frac{k_s U_s}{\omega_1} \frac{s_K}{(s_K + js)^2}. \quad (15.1)$$

Die Veränderung erreicht ihren größten Wert bei $s = 0$:

$$\left(\frac{d\psi_r}{ds}\right)_{s=0} = - \frac{k_s U_s}{s_K \omega_1}.$$

Die ohne mechanische Belastung eingeschalteten Asynchronmotoren beschleunigen sich mit einer verhältnismäßig großen Winkelbeschleunigung auf die Betriebsdrehzahl. Die Winkelbeschleunigung wird durch das Drehmoment und das Trägheitsmoment des Läufers bestimmt. Das Trägheitsmoment läßt sich auch mit der Zeitdauer H charakterisieren, während welcher der stillstehende Motor unter Wirkung des Nennmomentes bis zur synchronen Winkelgeschwindigkeit beschleunigt wird. Bei Asynchronmotoren niedrigerer Leistung ist der Wert von H klein, beträgt ungefähr $0,1 \text{ sec} = 5 \text{ Perioden}$ und sogar noch weniger. Wird die Maschine mit Nennmoment beschleunigt, so ist die Winkelbeschleunigung:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega_1}{H}.$$

Im obigen Fall ist für den zweipoligen Motor $\varepsilon = \frac{314/\text{sec}}{0,1 \text{ sec}} = 3140/\text{sec}^2$ bzw.

$\frac{\varepsilon}{\omega_1^2} = \frac{1}{10\pi}$. Eine Winkelbeschleunigung von dieser Größenordnung kann auch

dann auftreten, wenn der Motor mit Last anläuft, da in der Nähe des Kipp-schlupfes die Differenz zwischen dem Drehmoment des Motors und dem der Last, d. h. das Beschleunigungsmoment größer als das Nennmoment sein kann. Eine große Winkelgeschwindigkeitsänderung (Verlangsamung) kann auch eintreten, wenn der mit Betriebsdrehzahl umlaufende Motor stoßartig belastet bzw. abgebremst wird.

Zwecks allgemeiner Orientierung wollen wir untersuchen, wie schnell sich der zur momentanen Winkelgeschwindigkeit bzw. zum momentanen Schlupf gehörende stationäre Fluß ψ_r in der Zeit ändert:

$$\frac{d\psi_r}{dt} = \frac{d\psi_r}{ds} \frac{ds}{dt}.$$

Wegen $\omega = (1 - s)\omega_1$ gilt $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = - \frac{ds}{dt} \omega_1$ und unter Berücksichtigung der Gleichung (15.1) erhält man in der Nähe des Punktes $s = 0$:

$$\frac{d\psi_r}{dt} = k_s \frac{U_s}{\omega_1} \frac{\varepsilon}{s_K \omega_1}. \quad (15.2)$$

Je größer dieser Wert ist, um so größer wird die Abweichung der Ströme und des Drehmomentes der beschleunigten Maschine von den der konstanten Drehzahl entsprechenden Größen sein. Da sich der stationäre Zustand auf Einfluß des großen induktiven und des geringen Wirkwiderstandes nicht einstellen kann, ist es verständlich, daß die Abweichung vom stationären

Zustand durch das $L'_r/R_r = \frac{1}{s_K \omega_1}$ -fache des in Formel (15.2) auftretenden

Verhältnisses $\varepsilon/s_K \omega_1$ bestimmt wird. Es kann daher eine Kenngröße γ eingeführt werden:

$$\gamma = \frac{\varepsilon}{s_K^2 \omega_1^2}. \quad (15.3)$$

Ist γ groß, so wird auch die Abweichung vom stationären Zustand bedeutend sein. Für $\varepsilon/\omega_1^2 = 1/10\pi$ und $s_K = 0,1$ ist $\gamma = 3,18$.

Aus Formel (15.1) ersieht man auch, daß $d\psi_r/ds$ bei großen Schlüpfen klein ist und die Schlupfänderung dann eine viel geringere Rolle spielt als in der Nähe des Kippschlupfes $\pm s_K$.

Eine interessante Erscheinung besteht darin, daß mit großer Winkelbeschleunigung anlaufende Asynchronmotoren vorübergehend Drehzahlen über der synchronen Drehzahl erreichen können. Eine qualitative Erklärung für diese Erscheinung kann auch auf Grund der auf den stationären Zustand bezüglichen, in Abb. 11.3 dargestellten Vektordiagramme gegeben werden. Der Vektor der Netzspannung, und bei konstanter Drehzahl auch der Läuferfluß ψ_r , laufen mit synchroner Winkelgeschwindigkeit um. Während der Motor gegen das Ende des Anlaufens vom Schlupf $s = 0,1$ bis zum Schlupf $s = 0$ beschleunigt wird, kommt der Vektor ψ_r aus seiner, um etwa 45° verspäteten Lage annähernd mit dem Ständerflußvektor ψ_s zur Deckung, läuft also schneller als die synchrone Drehzahl um und kann auf diese Weise den Läufer über den Synchronismus beschleunigen.

Zwecks quantitativer Untersuchung des Betriebs von beschleunigten Motoren schreiben wir die Differentialgleichung des Läufers auf. Bei Anwendung eines mit dem Läufer mitlaufenden Koordinatensystems erhält man:

$$0 = \mathbf{i}_r R_r + \frac{d\psi_r}{dt}, \quad (15.4)$$

daraus folgt:

$$\psi_r - \Psi_{r0} = - \int_0^t \mathbf{i}_r R_r dt.$$

Ist der Läuferwiderstand R_r sehr gering oder die Winkelbeschleunigung so groß, daß die Schlupfänderung bereits während einer sehr kurzen Zeitspanne t eine bedeutende Größe erreicht, so ist der Wert des Integrals auf der rechten Seite klein. Bedient man sich der Näherung $R_r = 0$, so ergibt sich $\psi_r = \Psi_{r0}$, d. h. ψ_r ist in bezug auf den Läufer konstant. Der Ständerflußvektor ψ_s ist von konstanter Länge und läuft mit der synchronen Drehzahl

ω_1 um. Beide Vektoren drehen sich gegeneinander mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega_1 - \omega$. Das Drehmoment ist dem Vektorprodukt aus den Vektoren ψ_r und ψ_s verhältnismäßig, der Absolutbetrag des letzteren ist aber gleich dem Flächeninhalt des von den beiden Vektoren aufgespannten Parallelogramms. Das Drehmoment ist daher der Strecke cM , d. h. der Höhe des Parallelogramms in der Abb. 15.1 proportional, da die Grundlinie des Parallelogramms, der Vektor ψ_s , konstanten Absolutbetrag hat. Das Drehmoment ist also letzten Endes mit dem Sinus des von den Vektoren ψ_r und ψ_s eingeschlossenen Winkels verhältnismäßig. Seinen größten Wert erreicht es, wenn ψ_r und ψ_s senkrecht aufeinander stehen. Das Drehmoment pulsiert unter obiger Annahme zwischen dem gleichgroßen positiven und negativen Höchstwert. Obige Näherung behält nur für eine kurze Zeit Gültigkeit.

Man kann jedenfalls die Schlussfolgerung ziehen, daß das Pulsieren des Drehmoments geringer ist, wenn der Motor vom Stillstand aus anläuft, als wenn er von der Nähe des Betriebsschlupfes aus verlangsamt wird, da im letzteren Fall der Fluß ψ_r einen viel größeren Wert hat. Beim Betriebsschlupf schließen im stationären Zustand die Vektoren ψ_r und ψ_s einen Winkel von ungefähr 10° ein, und das Nennmoment ist seinem Sinus (0,17) verhältnismäßig. Wird die Maschine infolge großer Belastung plötzlich verlangsamt, dann wird sich ψ_r gegenüber ψ_s vorübergehend rückläufig drehen, und wenn der Winkel gleich 90° ($\sin 90^\circ = 1$) ist, so erreicht das Drehmoment einen Wert, der das Nennmoment um $1/0,17 = 6$ fach übertrifft.

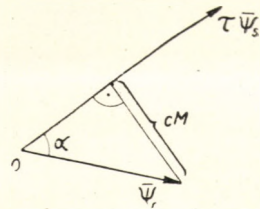


Abb. 15.1. Bestimmung des Drehmomentenabschnittes

Wir schreiben nun für den obigen Fall $R_r = 0$ die Gleichung der dynamischen Momentenkurve $M = f(s)$ auf:

$$M = c(\psi_r \times \psi_s) = c \Psi_{r0} \Psi_{s0} \sin \alpha. \quad (15.5)$$

Ist zur Zeit $t = 0$ der von den Vektoren eingeschlossene Winkel gleich α_0 , die Winkelgeschwindigkeit des Läufers gleich ω_0 , sein Schlupf gleich s_0 und hat die Maschine die konstante Winkelverlangsamung ε , so gilt:

$$\omega = \omega_0 - \varepsilon t = \omega_1(1 - s_0) - \varepsilon t.$$

Die relative Winkelgeschwindigkeit der Vektoren ergibt sich zu:

$$\omega_1 - \omega = s\omega_1 = s_0 \omega_1 + \varepsilon t. \quad (15.6)$$

Die Vektoren schließen den Winkel

$$\alpha = \alpha_0 + \int_0^t (\omega_1 - \omega) dt = \alpha_0 + s_0 \omega_1 t + \varepsilon \frac{t^2}{2} \quad (15.7)$$

ein. Indem man t aus (15.6) ausdrückt und in (15.7) einsetzt, erhält man:

$$\alpha = \alpha_0 + \frac{s^2 - s_0^2}{2\varepsilon/\omega_1^2}. \quad (15.8)$$

Auf Grund von (15.5) und (15.8) läßt sich die dynamische Momentenkurve $M = f(s)$ zeichnen. In Abb. 15.2 ist für $s_0 = 0,02$ die erste Halbwelle der so berechneten Kurve ($R_r = 0$) mit dünner Linie gezeichnet. Die Abbildung bezieht sich auf einen Motor, der in relativen Einheiten die Daten

$$L_s = L_r = 2,5, L'_r = 0,2, R_r = 0,02, s_K = 0,1,$$

$$\frac{\varepsilon}{\omega_1^2} = 10\pi, k_s = k_r = 0,96$$

besitzt. Die gestrichelte Linie stellt die Kurve $M = f(s)$ für den stationären Zustand dar.

Die Drehmomentenkurve des beschleunigten Motors kann also von der für den stationären Zustand gültigen in bedeutendem Maße abweichen. Die Abweichung kann bei einzelnen Drehzahlwerten sogar das Kippmoment erreichen.

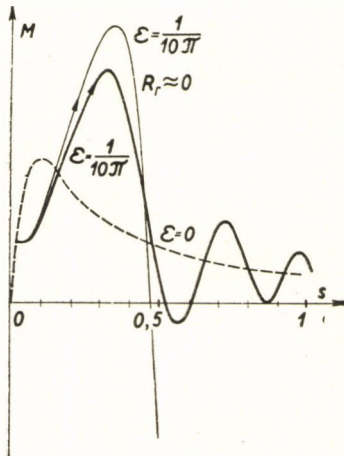


Abb. 15.2. Momentenkurve des von Betriebsdrehzahl abgebremsen Motors

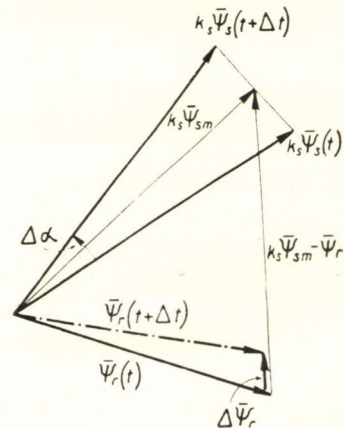


Abb. 15.3. Konstruktion der Läuferflußänderung

Der Läuferwirkwiderstand wurde bisher nicht berücksichtigt.

Zur Berücksichtigung des Läuferwirkwiderstandes soll der Strom \mathbf{i} , in der Gleichung (15.4) im mitlaufenden Koordinatensystem durch den Fluß

ψ_r und den bekannten synchron umlaufenden Fluß ψ_s ausgedrückt werden [s. (10.8)]:

$$\frac{R_r}{L_r'} (\psi_r - k_s \psi_s) + \frac{d\psi_r}{dt} = 0.$$

Unter Berücksichtigung der Beziehung $R_r/L_r' = s_K \omega_1$ und nach Ordnen der Gleichung erhält man:

$$\frac{d\psi_r}{dt} = s_K \omega_1 (k_s \psi_s - \psi_r).$$

ψ_s läuft synchron, also im mitlaufenden Koordinatensystem mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega_1 - \omega = s_0 \omega_1 t + \varepsilon t$ um. Gegen seine Anfangslage Ψ_{s0} verdreht es sich in der Zeit t gemäß (15.7) mit dem Winkel $\alpha = s_0 \omega_1 t + \frac{\varepsilon}{2} t^2$

und demnach gilt $\psi_s = \Psi_{s0} e^{j\alpha}$. Die Gleichungen können am einfachsten Schritt für Schritt gelöst werden. Durch Heranziehung des Differenzenquotienten statt des Differentialquotienten erhält man:

$$\Delta\psi_r = s_K \omega_1 (k_s \psi_s - \psi_r) \Delta t. \quad (15.9)$$

ψ_s und $k_s \psi_s$ bewegen sich auf einem Kreis. Man nimmt gleichgroße Zeitintervalle Δt und bestimmt die Verdrehung $\Delta\alpha$ von ψ_s während dieser Zeit:

$$\Delta\alpha = \alpha(t + \Delta t) - \alpha(t) = s_0 \omega_1 \Delta t + \frac{1}{2} \varepsilon (\Delta t)^2.$$

Indem sich der zum Zeitpunkt t gültige Vektor $\psi_s(t)$ mit dem Winkel $\Delta\alpha$ vorwärtsdreht, entsteht der Vektor $\psi_s(t + \Delta t)$. Im Zeitintervall Δt rechnet man mit dem arithmetischen Mittel ψ_{sm} (Abb. 15.3). Durch Verbindung des zur Zeit t bereits bekannten Vektors $\psi_r(t)$ mit dem Vektor $k_s \psi_{sm}$ entsteht der Vektor $k_s \psi_{sm} - \psi_r(t)$; die Multiplikation des letzteren mit $s_K \omega_1 \Delta t$ gemäß (15.9) liefert den Differenzenvektor $\Delta\psi_r$, mit dessen Hilfe sich dann bereits $\psi_r(t + \Delta t) = \psi_r(t) + \Delta\psi_r$ konstruieren läßt. Ein genaueres Verfahren besteht darin, daß man auch den Vektor ψ_r mit seinem, in der Mitte des Zeitintervalls Δt angenommenen Wert benutzt; somit ergibt sich die Korrektur:

$$\begin{aligned} \Delta\psi_r &= s_K \omega_1 \Delta t \{ [k_s \psi_{sm} - \psi_r(t)] - \\ &\quad - \frac{s_K \omega_1 \Delta t}{2} [k_s \psi_{sm} - \psi_r(t)] \} = \\ &= [k_s \psi_{sm} - \psi_r(t)] s_K \omega_1 \Delta t \left(1 - \frac{s_K \omega_1 \Delta t}{2} \right). \end{aligned}$$

Mit der Annahme $\omega_1 \Delta t = \frac{\pi}{2}$ und der Verwendung der Daten des obenerwähnten Motors ergibt sich:

$$\Delta \psi_r = [k_s \psi_{sm} - \psi_r(t)] \cdot 0,144. \quad (15.10)$$

Die Diagramme von ψ_r und ψ_s sind mit der dem Zeitintervall $\omega_1 \Delta t = \frac{\pi}{2}$ entsprechenden Numerierung in Abb. 15.4 dargestellt. Das Drehmoment kann auf Grund der Abb. 15.1 abgelesen werden; die Komponente von ψ_r , die

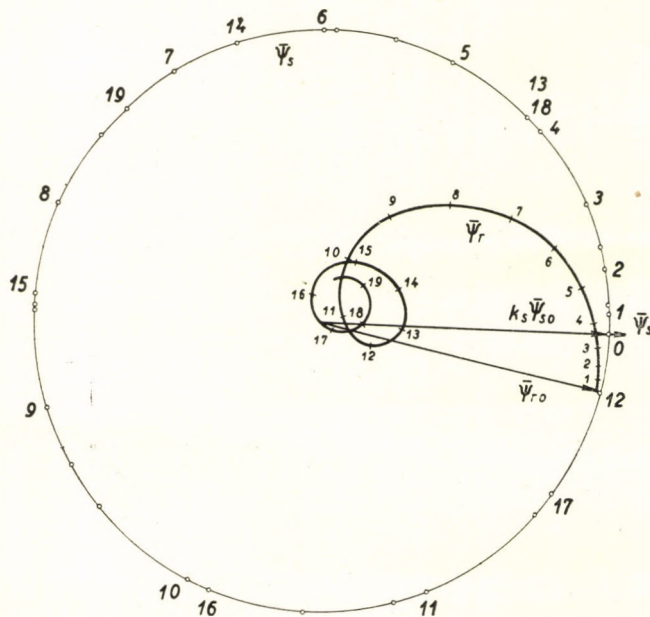


Abb. 15.4. Ständer- und Läuferflüsse des mit konstanter Winkelverlangsamung laufenden Motors

auf das zugehörige ψ_s senkrecht steht, liefert in geeignetem Maßstab gleich das Drehmoment. Das Drehmoment als Funktion des Schlupfes ist durch die mit dicker Linie ausgezogene Kurve der Abb. 15.2 dargestellt. Wegen $s = s_0 + \frac{\epsilon t}{\omega_1}$ kann die Schlupfachse auch als Zeitachse betrachtet werden, wobei der Punkt $t = 0$ in $s_0 = 0,02$ liegt. Das größte Drehmoment beträgt das Doppelte des Kippmomentes. Aus dem Diagramm erkennt man, daß die dynamische Kennlinie im Koordinatenursprung viel weniger steil ansteigt als die auf den stationären Zustand bezügliche Kurve.

Die Konstruktion läßt sich ähnlicherweise ausführen, wenn der Motor nicht verlangsamt, sondern beschleunigt wird; und auch die Beschleunigung

muß nicht konstant sein. Es ist die Möglichkeit gegeben, den Wert der Winkelbeschleunigung aus dem Drehmoment zu bestimmen, das jeweils für das Ende des vorangehenden Intervalls Δt ermittelt wurde, oder die Berechnung bezüglich einer Bewegung durchzuführen, die mit einer anderen Funktion $\varepsilon(t)$ gegeben ist. Bei der Konstruktion kann auch der Einschaltvorgang berücksichtigt werden, indem man teilweise auch den Ständerwiderstand berücksichtigt. Der Ständerfluß im stationären Zustand lautet unter Verwendung eines synchron umlaufenden Koordinatensystems: $\psi_s = -j\mathbf{U}_s/\omega_1$. Da der Wert des Flusses zur Zeit $t = 0$ von Null ausgehen muß, tritt auch eine nahezu gleichstromartige gedämpfte Komponente von ihm auf, die annähernd mit der Zeitkonstante $L'_s/R_s \approx L'_r/R_r = 1/s_K \omega_1$ gedämpft wird. Die Gleichstrom-

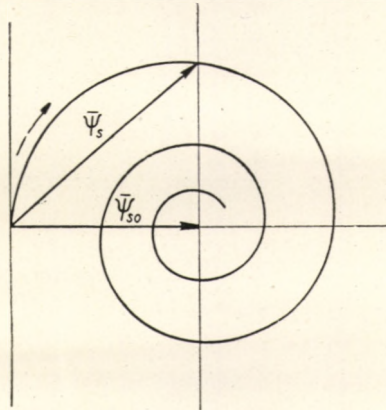


Abb. 15.5. Änderung des Ständerflusses nach dem Einschalten

komponente wird im synchron umlaufenden Koordinatensystem durch einen sich mit der Winkelgeschwindigkeit $-\omega_1$ rückwärts drehenden gedämpften Vektor dargestellt; für den Ständerfluß ergibt sich also die Gleichung (Abb. 15.5):

$$\psi_s = \frac{-j\mathbf{U}_s}{\omega_1} (1 - e^{-s_K \omega_1 t} e^{-j\omega_1 t}).$$

Wird diese Beziehung auf das umlaufende Koordinatensystem bezogen, dann kann Gleichung (15.10) auch hier benutzt werden.

Die Differentialgleichung des gleichmäßig beschleunigten Motors läßt sich auch auf analytischem Wege lösen. Im synchron umlaufenden Koordinatensystem ist ψ_s konstant und $\omega_k = \omega_1$, $\omega_k - \omega = \omega_1 - \omega = s \omega_1$, die Differentialgleichung (10.10) nimmt daher folgende Form an:

$$\frac{1}{\omega_1} \frac{d\psi_r}{dt} + (s_K + js) \psi_r = k_s s_K \psi_s.$$

Bezeichnet ε die konstante Winkelbeschleunigung, so ist $s = s_0 - \frac{\varepsilon t}{\omega_1}$, und bei Einführung der neuen unabhängigen Veränderlichen

$$\omega_1 \frac{s - js_K}{\sqrt{\varepsilon\pi}} = \mathbf{z} \quad (15.11)$$

anstatt der Zeit sowie bei Berücksichtigung der Beziehung:

$$\frac{d\psi_r}{dt} = \frac{d\psi_r}{dz} \frac{dz}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{d\psi_r}{dz} \frac{-\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon\pi}}$$

ergibt sich folgende Differentialgleichung:

$$-\frac{d\psi_r}{dz} + jz\pi\psi_r = k_s \frac{s_K}{\sqrt{\varepsilon}} \omega_1 \sqrt{\pi} \psi_s. \quad (15.12)$$

Die homogene Gleichung läßt sich durch Trennung der Veränderlichen lösen:

$$\psi_r = \mathbf{c} e^{j\frac{\pi}{2}z^2}.$$

Die Lösung der inhomogenen Gleichung (15.12) kann mit der Methode des Variierens der Konstanten ausgeführt werden:

$$\psi_r = \mathbf{c} e^{j\frac{\pi}{2}z^2} - k_s \frac{s_K}{\sqrt{\varepsilon}} \omega_1 \sqrt{\pi} e^{j\frac{\pi}{2}z^2} \psi_s \int_{z_0}^z e^{-j\frac{\pi}{2}\zeta^2} d\zeta. \quad (15.13)$$

Die hier auftretende Funktion $\int_0^z e^{-j\frac{\pi}{2}\zeta^2} d\zeta = F(\mathbf{z})$ wird als Fresnelsches Integral erster Gattung bezeichnet. Für Realwerte $z = x$ findet man $F(\mathbf{z})$ in Tabellen zusammengestellt (Literatur 72,79). Für diesen Fall ist $F(\mathbf{z})$ auch in der Abb. 15.6 wiedergegeben. Sind $\mathbf{z} = x + jy$ und y klein, so läßt sich der Wert von $F(\mathbf{z})$ — da wegen der übrigen Vernachlässigungen sowieso keine weitere Genauigkeit angestrebt wird — mit Hilfe eines krummlinigen Netzes (Abb. 15.6) bestimmen, welches für die Realwerte $z = x$ in gleichmäßiger Teilung gezeichnet wurde. $F(\mathbf{z})$ läßt sich auch in eine unendliche Reihe entwickeln:

$$F(\mathbf{z}) = \mathbf{z} \left[1 - \frac{\left(j\frac{\pi}{2}z^2\right)}{1!3} + \frac{\left(j\frac{\pi}{2}z^2\right)^2}{2!5} - \frac{\left(j\frac{\pi}{2}z^2\right)^3}{3!7} + \dots \right].$$

Besitzt z einen großen Absolutbetrag und ist $-\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq 0$, so gilt:

$$F(z) = \frac{1-j}{2} - \frac{e^{-j\frac{\pi}{2}z^2}}{zj\pi} \left[1 - \frac{1}{z^2 j\pi} + \frac{1 \cdot 3}{(z^2 j\pi)^2} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{(z^2 j\pi)^3} + \dots \right].$$

Die Konstante c in der Gleichung (15.13) kann aus der Bedingung bestimmt werden, daß die Maschine zur Zeit $t = 0$ vom stationären Zustand aus anläuft

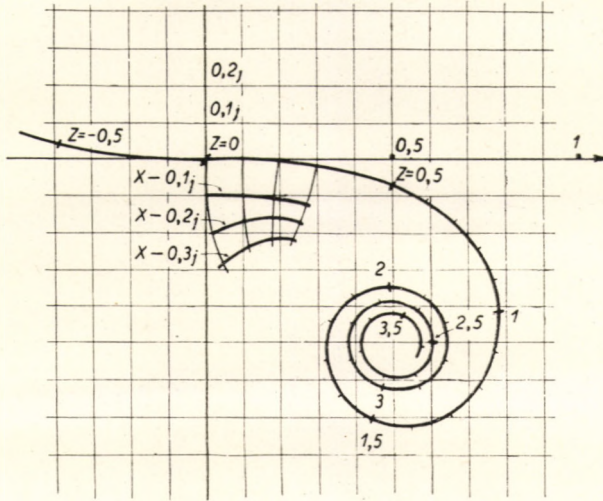


Abb. 15.6. Fresnelsche Funktion $F(z)$; die Schneckenlinie gilt für die Realwerte von z

und folglich für $t = 0$, $s = s_0$ und $z = z_0 = \frac{(s_0 - js_K)\omega_1}{\sqrt{\varepsilon\pi}}$ die Beziehung $\psi_r =$

$= \Psi_{r0} = k_s \psi_s \frac{s_K}{s_K + js_0}$ gilt. Aus Gleichung (15.13) ergibt sich:

$$\psi_r = k_s \psi_s \frac{\omega_1 s_K}{\sqrt{\varepsilon}} \sqrt{\pi} e^{j\frac{\pi}{2}z^2} \left[-F(z) + F(z_0) + \frac{e^{-j\frac{\pi}{2}z_0^2}}{jz_0\pi} \right]. \quad (15.14)$$

Der Wert von ψ_r und mithin auch das Drehmoment kann auf diese Weise von einem beliebigen s_0 ausgehend für jeden beliebigen Schlupf s berechnet werden. Es ist zweckmäßig, die Zusammenhänge für eine von $s_0 = \infty$ beschleunigte Maschine zu ermitteln, weil die Berechnung sich dann ziemlich einfach gestaltet, die gewonnenen Ergebnisse aber praktisch mit den Daten einer von $s = 1$ beschleunigten Maschine übereinstimmen. Die Kennlinie $M = f(s)$

stimmt für diesen Fall mit der Kurve *a* in Abb. 15.7 überein. Das zentrale Spiegelbild davon am Koordinatenursprung ist die von $s_0 = -\infty$ ausgehende, auf die Verlangsamung bezügliche Kurve (*b*). Kennlinien, die von anderen Schlupfwerten s ausgehen, schmiegen sich bald an diese beiden Kurven an (die vom Betriebspunkt ausgehende Kurve ist in der Abb. 15.7 gezeichnet).

Ist $s_0 = +\infty$, so ist in Gleichung (15.14) das Glied mit $1/z_0$ gleich Null, $F(z_0)$ aber gleich $\frac{1-j}{2}$. Man hat also:

$$\psi_r = k_s \psi_s \frac{s_K \omega_1}{\sqrt{\varepsilon}} \sqrt{\pi} e^{j \frac{\pi}{2} z^2} \left[\frac{1-j}{2} - F(z) \right]. \quad (15.15)$$

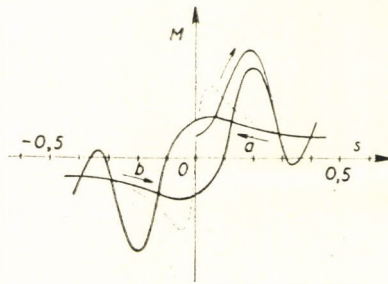


Abb. 15.7. Momentenkurve der beschleunigten oder verlangsamten Asynchronmaschine

Auf Grund der Formel $M = \frac{3}{2} \frac{k_r}{L'_s} (\psi_r \times \psi_s) = \frac{3}{2} \frac{k_r}{L'_s} \text{Im} \{-\psi_r \psi_s\}$ ergibt sich

bei Berücksichtigung von $|\psi_s| = \frac{U_s}{\omega_1}$ und des Kippmomentes

$$M_K = \frac{3}{2} \frac{k_r k_s}{2L'_s} \left| \frac{U_s}{\omega_1} \right|^2$$

für das Drehmoment der von $s_0 = +\infty$ anlaufenden Maschine:

$$M = M_K 2 \sqrt{\pi} \frac{s_K \omega_1}{\sqrt{\varepsilon}} \text{Im} \left\{ e^{j \frac{\pi}{2} z^2} \left[F(z) - \frac{1-j}{2} \right] \right\}. \quad (15.16)$$

Die Formel für das beim Schlupf $s = 0$ auftretende Drehmoment lautet, falls $\omega_1 s_K / \sqrt{\varepsilon}$ klein ist:

$$M = M_K \left[\sqrt{\pi} \frac{\omega_1 s_K}{\sqrt{\varepsilon}} - 2 \frac{\omega_1^2 s_K^2}{\varepsilon} + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(\frac{\omega_1 s_K}{\sqrt{\varepsilon}} \right)^3 + \dots \right]$$

oder, falls $\varepsilon/s_K^2 \omega_1^2$ sehr klein ist:

$$M = 2M_K \frac{\varepsilon}{\omega_1^2 s_K^2} \left[1 - 1 \cdot 3 \cdot 5 \left(\frac{\varepsilon}{\omega_1^2 s_K^2} \right)^2 + 1 \cdot 3 \dots 9 \left(\frac{\varepsilon}{\omega_1^2 s_K^2} \right)^4 - \dots \right].$$

Beim Schlupf $s = s_K$ gilt

$$M = M_K \frac{\omega_1 s_K}{\sqrt{\varepsilon}} \sqrt{\pi} e^{\frac{s_K^2 \omega_1^2}{\varepsilon}} \left[1 - \Phi \left(\frac{\omega_1 s_K}{\sqrt{\varepsilon}} \right) \right],$$

wobei Φ das Gaußsche Fehlerintegral bezeichnet. Laut der Berechnungen von IWANOW-SMOLENSKI (Literatur 93) erreicht die Abweichung ΔM zwischen der dynamischen und stationären Drehmomentkennlinie ihren Höchstwert, wenn der Schlupf während seiner Änderung durch die Umgebung des Punktes $\pm s_K$ geht. Man hat dann:

$$\Delta M \approx M_K 0,7 \frac{\sqrt{\varepsilon}}{s_K \omega_1}.$$

Diese Formel gilt für $0 < \frac{\sqrt{\varepsilon}}{s_K \omega_1} < 2$.

16. PENDELUNGEN KLEINER AMPLITUDE BEI ASYNCHRONMASCHINEN

16.10. ANWENDUNG VON DOPPELTEN KOMPLEXZAHLEN

Es kommt oft vor, daß die mechanische Belastung oder die Speisenspannung des Motors periodisch schwankt und demzufolge sich auch die Winkelgeschwindigkeit und das Drehmoment des Motors periodisch ändern. Außerdem kann unter ungünstigen Bedingungen, sogar bei konstanter Belastung, das ganze System in Pendelung geraten. Falls also das Auftreten solcher selbsterregter Pendelungen zu befürchten ist, sind Stabilitätsuntersuchungen durchzuführen, auf Grund derer entschieden werden kann, durch welche Maßnahmen die Herausbildung der selbsterregten Pendelungen verhindert werden könnte. Die Aufzeichnung der Frequenzgangskennlinien, die sich auf die Pendelungen kleiner Amplitude beziehen, ist für den Ingenieur die am besten geeignete Methode der Stabilitätsuntersuchungen. Im folgenden werden daher die Momenten- und Stromverhältnisse des Asynchronmotors bei Pendelungen kleiner Amplitude untersucht.

Die an den Ständer des Motors angelegte Spannung ist als eine symmetrische Dreiphasenspannung angenommen, deren Vektor von konstanter Größe ist und genau mit der synchronen Winkelgeschwindigkeit ω_1 umläuft. Das weiter unten beschriebene Verfahren kann jedoch auch auf gleichzeitige Spannungsschwingungen angewendet werden.

Es werden Pendelungen kleiner Amplitude untersucht, und zwar mit der Annahme, daß sich die Winkelgeschwindigkeit des Motors um eine konstante Winkelgeschwindigkeit ω_0 sinusförmig ändert:

$$\omega = \omega_0 + (\Delta\omega)_m \cos \Omega t, \quad (16.1)$$

wo Ω die Kreisfrequenz der Pendelung darstellt: $\Omega = \nu \omega_1$.

Infolge der Läuferpendelung werden die elektrischen und magnetischen Größen der Maschine ebenfalls schwingen und auch das Drehmoment periodisch pulsieren. Die Verhältnisse sollen im synchron umlaufenden Koordinatensystem untersucht werden. Solange es keine Pendelungen gibt, drehen sich die Vektoren der Ströme, Spannungen und Flüsse mit synchroner Geschwindigkeit, sind daher im gewählten Koordinatensystem konstant. Diese Werte

werden mit Index 0 bezeichnet. Bei Pendelungen ändern sich diese Werte, und jede Größe kann als die Summe eines konstanten Vektors und eines kleinen Änderungsvektors ausgedrückt werden (Abb. 16.1), z. B. $\psi_r = \Psi_{r0} + \Delta\psi_r$ usw. Sind die Änderungen genügend klein, können die Gleichungen in lineare Gleichungen mit konstantem Koeffizienten umgeformt werden.

Nun sollen die Spannungsgleichungen der Maschine mit den Flüssen ausgedrückt im synchron umlaufenden Koordinatensystem aufgeschrieben werden [s. Gleichungen (10.9) und (10.10)]:

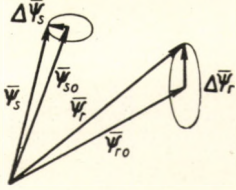


Abb. 16.1. Bei Schwingungen kleiner Amplitude beschreiben die Endpunkte der Vektoren im synchronumlaufenden Koordinatensystem elliptische Bahnen

$$U_s = \frac{d\psi_s}{dt} + (s_{Ks} + j) \omega_1 \psi_s - k_r s_{Ks} \omega_1 \psi_r,$$

$$0 = \frac{d\psi_r}{dt} - k_s s_K \omega_1 \psi_s + [s_K \omega_1 + j(\omega_1 - \omega)] \psi_r.$$

Das letzte Glied der zweiten Gleichung ist das Produkt von zwei Veränderlichen. Man nimmt nun das Differential der Gleichungen an Stelle des dem stationären Zustand entsprechenden Wertes. Das Differential des Produktes ist in der Umgebung der mit 0 bezeichneten Stelle $d(uv) = u_0 dv + v_0 du$. Im letzten Glied hat man den Wert $\omega_1 - \omega_0 = s_0 \omega_1$. Da U_s konstant ist, wird sein Differential gleich Null sein.

Die Differentiale werden mit Δ bezeichnet. Sind sie nicht allzu groß, können die Glieder höherer Ordnung vernachlässigt werden. Nach Ordnen erhält man:

$$\frac{d\Delta\psi_s}{dt} + (s_{Ks} + j) \omega_1 \Delta\psi_s - k_s s_{Ks} \omega_1 \Delta\psi_r = 0, \quad (16.2)$$

$$\frac{d\Delta\psi_r}{dt} - k_s s_K \omega_1 \Delta\psi_s + (s_K + j s_0) \omega_1 \Delta\psi_r = j \Psi_{r0} \Delta\omega. \quad (16.3)$$

Die Gleichungen (16.2) und (16.3) stellen für $\Delta\psi_s$ und $\Delta\psi_r$ ein lineares Differentialgleichungssystem mit konstantem Koeffizienten dar. Letztere Gleichung ist inhomogen, was von $j \Delta\omega \Psi_{r0}$ verursacht wird. Wegen $\Delta\omega = (\Delta\omega)_m \cos \Omega t$ kann die Lösung in der Form:

$$\Delta\psi_s = \mathbf{a} \cos \Omega t + \mathbf{b} \sin \Omega t, \quad (16.4)$$

$$\Delta\psi_r = \mathbf{c} \cos \Omega t + \mathbf{d} \sin \Omega t \quad (16.5)$$

gesucht werden, wo \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} und \mathbf{d} vorläufig unbekannte, konstante, komplexe Vektoren sind. Ihre Werte können in der Weise bestimmt werden, daß die Werte von $\Delta\psi_s$ und $\Delta\psi_r$ wieder in die Gleichungen (16.2) und (16.3) gesetzt

werden. Werden nun die Gleichheit der Glieder mit $\cos \Omega t$ und jener mit $\sin \Omega t$ gesondert aufgeschrieben, so erhält man für \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} und \mathbf{d} ein aus vier Gleichungen bestehendes Gleichungssystem. Das Verfahren ist im Prinzip sehr einfach, die Lösung des Gleichungssystems mit komplexen Koeffizienten jedoch äußerst langwierig und schwer übersichtlich.

Die Aufgabe ist den üblichen Problemen der Wechselstromkreise sehr ähnlich. Die linke Seite der Gleichungen (16.2) und (16.3) kann mit dem Differentialgleichungssystem des Transformators verglichen werden, wogegen das Glied mit $\Delta \omega = (\Delta \omega)_m \cos \Omega t$ an der rechten Seite der Gleichung (16.3) der an den Transformator angelegten Wechselspannung entspricht. Der üblichen Berechnung der Wechselströme gemäß würde die Aufgabe in der Weise gelöst, daß man an Stelle von $\cos \Omega t$ eine Exponentialform schreiben und auch $\Delta \psi_s$ und $\Delta \psi_r$ in Exponentialform mit vorläufig unbekanntem komplexen Koeffizienten einsetzen würde. Somit kann die Anzahl der Gleichungen auf die Hälfte vermindert werden und außerdem fallen die Exponentialglieder aus.

In diesem Fall bereitet der Umstand Schwierigkeiten, daß die komplexen Zahlen bereits zur Kennzeichnung der relativen Vektorenrichtungen verwendet wurden. Die Berechnung der Wechselstromkreise mit dem Komplexverfahren bietet jedoch so viel Vorteile, daß es als lohnend erscheint, dieses zur Bestimmung der in j komplexen, sich mit der Pendelungsfrequenz Ω ändernden Größen willkürlich einzuführen. Die Schwierigkeit kann in der Weise überbrückt werden, daß eine andere, von j unabhängige imaginäre Einheit eingeführt sein muß, deren Bezeichnung i sei. Die komplexe Zahl mit j zeigt die Richtung in der Ebene der untersuchten Vektoren, wogegen jene mit i die zeitliche Phasenlage dieser, sich mit der Kreisfrequenz Ω ändernden Vektoren angibt.

Somit werden solche Komplexzahlen eingeführt, bei denen sowohl der »reelle« als auch der »imaginäre« Teil eine in j komplexe Zahl ist:

$$\dot{\mathbf{Z}} = (x + jy) + i(u + jv).$$

Die komplexen Zahlen, die ein Glied mit i enthalten, werden mit einem Punkt über den Buchstaben bezeichnet.

Mit diesen komplexen Zahlen kann genau so gerechnet werden wie mit den gewöhnlichen; man kann sich der Tatsache bedienen, daß $j^2 = -1$ und $i^2 = -1$ gleichkommt, da aber $ij \neq -1$ ist, muß es in dieser Form belassen werden.

Der Realteil nach i der Komplexzahl $\dot{\mathbf{Z}}$ ist

$$\operatorname{Re}_i \{\dot{\mathbf{Z}}\} = x + jy,$$

wobei ihr Imaginärteil nach i

$$\operatorname{Im}_i \{\dot{\mathbf{Z}}\} = u + jv$$

lautet. Die Komplexzahl $\dot{\mathbf{Z}}$ kann auch in der Form $\dot{\mathbf{Z}} = (x + iu) + j(y + iv)$ aufgeschrieben werden, und somit wird sich der Realteil nach j von $\dot{\mathbf{Z}}$ zu $Re_j \{\dot{\mathbf{Z}}\} = x + iu$ und der Imaginärteil nach j von $\{\dot{\mathbf{Z}}\}$ zu $Im_j \{\dot{\mathbf{Z}}\} = y + iv$ ergeben.

Die Differentialgleichung (16.3) wurde wegen des Gliedes $j(\Delta\omega)_m \cos \Omega t = \mathbf{A} \cos \Omega t$ inhomogen. Anstatt $\mathbf{A} \cos \Omega t$ wird nun die Funktion $\mathbf{A} e^{i\Omega t} = \mathbf{A} (\cos \Omega t + i \sin \Omega t)$ als Störfunktion betrachtet, deren Realteil z. B. nach i als »physikalische Realität« angenommen wird. Danach kann die Lösung der Gleichungen (16.2) und (16.3) in den Formen $\Delta\dot{\psi}_s = \dot{\mathbf{S}} e^{i\Omega t}$ und $\Delta\dot{\psi}_r = \dot{\mathbf{R}} e^{i\Omega t}$ gesucht werden, wo $\dot{\mathbf{S}}$ und $\dot{\mathbf{R}}$ vorläufig unbekannt, in i und j komplexe Zahlen darstellen. Zwecks ihrer Bestimmung werden $\Delta\dot{\psi}_s$ und $\Delta\dot{\psi}_r$ in die Gleichungen (16.2) und (16.3) eingesetzt. Dann erhält man z. B.: $d \Delta\dot{\psi}_s / dt = i \Omega \cdot \dot{\mathbf{S}} e^{i\Omega t}$. Das Differenzieren entspricht daher einer Multiplikation mit $i\Omega$. Nach der Substituierung werden die Ausdrücke $e^{i\Omega t}$ ausfallen, und die Werte von $\dot{\mathbf{S}}$ und $\dot{\mathbf{R}}$ können auf algebraischem Wege bestimmt werden.

Ergibt sich z. B. $\dot{\mathbf{S}} = (x + jy) + i(u + jv) = \mathbf{a} - i\mathbf{b}$, dann gilt: $\Delta\dot{\psi}_s = \dot{\mathbf{S}} e^{i\Omega t} = (\mathbf{a} - i\mathbf{b}) e^{i\Omega t} = \mathbf{a} \cos \Omega t + \mathbf{b} \sin \Omega t + i(\dots)$. Nachdem auch bei der Störfunktion der Realteil als physikalische Realität betrachtet wurde, verhält es sich ebenso bei $\Delta\dot{\psi}_s$:

$$\Delta\dot{\psi}_s = \mathbf{a} \cos \Omega t + \mathbf{b} \sin \Omega t.$$

$\Delta\dot{\psi}_s$ stellt daher die Summe zweier Schwingungen mit der zeitlichen Phasenverschiebung von $\pi/2$ dar. Der Endpunkt des Vektors $\Delta\dot{\psi}_s$ befindet sich zur Zeit $t = 0$ in \mathbf{a} , zur Zeit $\Omega t = \frac{\pi}{2}$ in \mathbf{b} , dann in $-\mathbf{a}$ und in $-\mathbf{b}$. Der Endpunkt

des Vektors $\Delta\dot{\psi}_s$ beschreibt eine Ellipse, deren durch \mathbf{a} , \mathbf{b} , $-\mathbf{a}$, $-\mathbf{b}$ gegebene Punkte ein konjugiertes Durchmesserpaar bestimmen (Abb. 16.2).

Nun soll untersucht werden, wie sich das Drehmoment des Asynchronmotors während der Pendelung gestaltet.

Zwecks Lösung der Gleichungen (16.2) und (16.3) sollen die Bezeichnungen $\Delta\dot{\omega} = (\Delta\omega)_m e^{i\Omega t}$, $\Delta\dot{\psi}_s = \dot{\mathbf{S}} e^{i\Omega t}$ und $\Delta\dot{\psi}_r = \dot{\mathbf{R}} e^{i\Omega t}$ eingeführt werden. Werden diese in die Gleichungen (16.2) und (16.3) eingesetzt und hinterher die Reduzierung mit $e^{i\Omega t}$ durchgeführt, erhält man :

$$\begin{aligned} [i\Omega + \omega_1 (s_{Ks} + j)] \dot{\mathbf{S}} - k_r s_{Ks} \omega_1 \dot{\mathbf{R}} &= 0, \\ -k_s s_K \omega_1 \dot{\mathbf{S}} + [i\Omega + (s_K + js_0) \omega_1] \dot{\mathbf{R}} &= j\psi_{r0} (\Delta\omega)_m. \end{aligned}$$

Nach dem Dividieren der Gleichungen durch ω_1 und Auflösen nach $\dot{\mathbf{S}}$ und $\dot{\mathbf{R}}$ und mit $\nu = \frac{\Omega}{\omega_1}$ ergibt sich:

$$\dot{\mathbf{S}} = \frac{k_r s_{Ks}}{\mathbf{D}} j\psi_{r0} \frac{(\Delta\omega)_m}{\omega_1}, \tag{16.6}$$

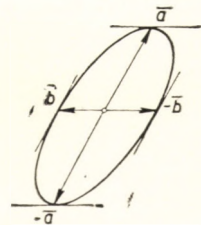


Abb. 16.2. Konjugierte Durchmesser der Ellipse

$$\dot{\mathbf{R}} = \frac{i\nu + s_{Ks} + j}{\dot{\mathbf{D}}} j\boldsymbol{\Psi}_{r0} \frac{(\Delta\omega)_m}{\omega_1}, \quad (16.7)$$

wo $\dot{\mathbf{D}}$ die Determinante des Gleichungssystems bedeutet:

$$\dot{\mathbf{D}} = (i\nu + s_{Ks} + j)(i\nu + s_K + js_0) - k_r k_s s_K s_{Ks}.$$

Der veränderliche Teil des Drehmomentes kann mittels des Differentials der Formel

$$M = \frac{3}{2} \frac{k_r}{L'_s} \boldsymbol{\psi}_r \times \boldsymbol{\psi}_s$$

bestimmt werden:

$$\Delta M = \frac{3}{2} \frac{k_r}{L'_s} (\Delta\boldsymbol{\psi}_r \times \boldsymbol{\Psi}_{s0} + \boldsymbol{\Psi}_{r0} \times \Delta\boldsymbol{\psi}_s). \quad (16.8)$$

Einfachheitshalber soll zunächst der Ständerwirkwiderstand vernachlässigt werden. In diesem Fall ist $s_{Ks} = 0$, somit wird nach (16.6) $\dot{\mathbf{S}} = 0$ und $\Delta\boldsymbol{\psi}_s = 0$. Die Drehmomentenpendelung ergibt sich daher zu

$$\dot{\Delta M} = \frac{3}{2} \frac{k_r}{L'_s} (\dot{\Delta\boldsymbol{\psi}}_r \times \boldsymbol{\Psi}_{s0}) = \frac{3}{2} \frac{k_r}{L'_s} \operatorname{Re}_j \{ \dot{\Delta\boldsymbol{\psi}}_r \hat{\boldsymbol{\Psi}}_{s0} \},$$

wo die konjugierte Komplexzahl nach j zu verstehen ist.

Im stationären Zustand erhält man für den Ständer- und Läuferfluß, unter Vernachlässigung des Ständerwirkwiderstandes, nach (11.7) und (11.8) (wobei der die Daten der Pendelungsmittellage bezeichnende Index 0 im folgenden wegbleibt):

$$\boldsymbol{\Psi}_s = \frac{U_s}{j\omega_1}, \quad \boldsymbol{\Psi}_r = k_s \frac{U_s}{j\omega_1} \frac{s_K}{s_K + js}.$$

Wird für den Wert $\Delta\boldsymbol{\psi}_r$ die Beziehung (16.7) eingesetzt, erhält man:

$$\dot{\Delta M} = \frac{3}{2} \frac{k_r k_s U_s^2}{2X'_s \omega_1} 2 \operatorname{Re}_j \left\{ \frac{-1}{i\nu + s_K + js} \frac{s_K}{s_K + js} \right\} \frac{\dot{\Delta\omega}}{\omega_1}.$$

Unter Anwendung der Beziehung (11.10) des Kippmomentes ergibt sich:

$$\dot{\Delta M} = 2M_K \operatorname{Re}_j \left\{ \frac{-1}{i\nu + s_K + js} \frac{s_K}{s_K + js} \right\} \frac{(\Delta\omega)_{\max}}{\omega_1} e^{i\Omega t}. \quad (16.9)$$

Multipliziert man nun den Zähler und den Nenner mit der Konjugierten nach j des Nenners, und nimmt man den Realteil nach j , so hat man:

$$\dot{\Delta M} = 2M_K \frac{-s_K (iv + s_K) + s^2}{(s_K + iv)^2 + s^2} \frac{s_K}{s_K^2 + s^2} \frac{(\Delta\omega)_m}{\omega_1} e^{i\Omega t}. \quad (16.10)$$

Hier kommen nur noch Zeitfunktionen vor. Der Absolutbetrag des Multiplikators vor $(\Delta\omega)_m e^{i\Omega t}$ bestimmt, wievielfach größer die Amplitude der Drehmomentenpendelung als $\Delta\omega$ ist, wobei sein Arcus die Phasenverschiebung zwischen Winkelgeschwindigkeits- und Drehmomentenpendelung darstellt. Dieser Multiplikator wird als Bewegungsimpedanz bezeichnet (sie soll durch Index $\Delta\omega$ von der auf die Winkeländerung $\Delta\delta$ bezüglichen Bewegungsimpedanz unterschieden werden). Es gilt:

$$\dot{Z}_{\Delta\omega} = \frac{\dot{\Delta M}}{\dot{\Delta\omega}} = \frac{2M_K}{\omega_1} \frac{-s_K (iv + s_K) + s^2}{(s_K + iv)^2 + s^2} \frac{s_K}{s_K^2 + s^2}. \quad (16.11)$$

Es sei bemerkt, daß die Bewegungsimpedanz bei der Untersuchung der Schwingungen von Synchronmaschinen nicht auf $\Delta\omega$, sondern auf $\Delta\delta$ bezogen wurde; der Unterschied besteht nur in dem Faktor $i\Omega$.

Wird nun der Wert von $\dot{Z}_{\Delta\omega}$ für die von 0 bis ∞ sich ändernde Kreisfrequenz Ω gezeichnet, erhält man die Frequenzgangkennlinie, die für die Stabilitätsuntersuchungen von großer Bedeutung ist.

Falls der Motor um die synchrone Winkelgeschwindigkeit $s = 0$ pendelt, so gilt nach Gleichung (16.11):

$$\dot{Z}_{\Delta\omega} = -\frac{2M_K}{\omega_1} \frac{1}{s_K + iv}. \quad (16.12)$$

Hieraus ist ersichtlich, daß $\dot{Z}_{\Delta\omega}$ bei Änderung der Pendelkreisfrequenz Ω einen Kreis beschreibt (Abb. 16.3, Kurve $s = 0$). Ist $s \neq 0$, so wird der Endpunkt des Vektors $\dot{Z}_{\Delta\omega}$ im allgemeinen eine Kurve höherer Ordnung

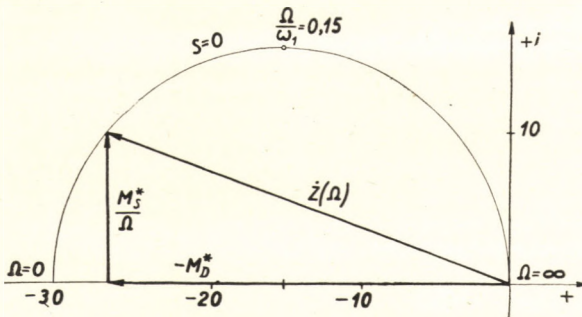


Abb. 16.3. Schwingungsimpedanz des mit synchroner Drehzahl umlaufenden Motors in Funktion der Schwingungskreisfrequenz ($R_s = 0$)

beschreiben. In Abb. 16.5 ist auch die für $s = 0,04$ gültige Kurve $\dot{Z}_{\Delta\omega}$ dargestellt. Die gezeichneten Kurven beziehen sich auf eine Maschine, bei der $s_K = 0,15$ und $M_K = 2,3M_n$ gilt.

Die Momentenpendelung ist im allgemeinen nicht in Phase mit der Pendelung der Winkelgeschwindigkeit; somit kann $\dot{\Delta M}$ auf eine mit $\dot{\Delta\omega}$ gleichphasige und auf eine gegenüber $\dot{\Delta\omega}$ um 90° verschobene Komponente zerlegt werden. Wird die Winkelverdrehung des Läufers gegenüber der mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω_0 umlaufenden Koordinatenachse mit $\Delta\alpha$ bezeichnet, dann gilt

$$\dot{\Delta\omega} = \frac{d\Delta\alpha}{dt}.$$

Mit den komplexen Zahlen $\dot{\Delta\omega} = (\Delta\omega)_m e^{i\Omega t}$ und $\dot{\Delta\alpha} = (\Delta\alpha)_m e^{i\Omega t}$ erhält man:

$$\dot{\Delta\omega} = i\Omega \dot{\Delta\alpha} \quad \text{bzw.} \quad \dot{\Delta\alpha} = -i \frac{1}{\Omega} \dot{\Delta\omega}. \quad (16.13)$$

Durch Zerlegung der Bewegungsimpedanz $\dot{Z}_{\Delta\omega}$ auf reelle und imaginäre Teile ergibt sich:

$$\dot{Z}_{\Delta\omega} = \frac{\dot{\Delta M}}{\dot{\Delta\omega}} = Z_x + iZ_y.$$

Die Momentenpendelung wird:

$$\dot{\Delta M} = Z_x \dot{\Delta\omega} + \dot{Z}_y i \dot{\Delta\omega}.$$

Unter Berücksichtigung der Ausdrücke (16.13):

$$\dot{\Delta M} = Z_x \dot{\Delta\omega} - Z_y \Omega \dot{\Delta\alpha}. \quad (16.14)$$

Nun sollen die Dämpfungs- und Synchronisierungsmomente eingeführt werden, zu deren Bestimmung folgende Gleichung dient:

$$\Delta M = -M_D \Delta\omega - M_S \Delta\alpha, \quad (16.15)$$

wobei M_D das Dämpfungsmoment (aber von keiner Momentendimension) und M_S das Synchronisierungsmoment (der Federkonstante gleichwertig) bedeutet. Beim Vergleich von (16.14) und (16.15) kann festgestellt werden daß

$$M_D = -Z_x \quad \text{und} \quad M_S = \Omega Z_y, \quad (16.16)$$

d. h. der Realteil nach i der Bewegungsimpedanz $\dot{Z}_{\Delta\omega}$ stellt das Dämpfungsmoment mit negativem Vorzeichen dar, wogegen ihr Imaginärteil nach Multiplikation mit Ω das Synchronisierungsmoment ergibt (Abb. 16.3).

Man erhält eine sehr einfache Beziehung für das Dämpfungsmoment bei Vernachlässigung des Ständerwirkwiderstandes. Falls nämlich die Formel (16.9) auf Real- und Imaginärteile nach i zerlegt wird, indem man Zähler und Nenner auf übliche Weise mit der Konjugierten nach i des Nenners multipliziert, erhält man:

$$\frac{\dot{\Delta M}}{\Delta \omega} = \dot{Z}_{\Delta \omega} = \frac{2M_K}{\omega_1} \operatorname{Re}_j \left\{ \frac{-s_K}{(s_K + js)^2 + \nu^2} \right\} - i\nu 2M_K \operatorname{Re}_j \left\{ \frac{1}{(s_K + js)^2 + \nu^2} \frac{s_K}{s_K + js} \right\}. \quad (16.17)$$

Mit negativem Vorzeichen ist das erste Glied der rechten Seite das Dämpfungsmoment M_D . Wird dieses auf Teilbrüche zerlegt und werden die Operationen durchgeführt, ergibt sich:

$$M_D = \frac{1}{2\Omega} \left[\frac{2M_K}{\frac{s_K}{s + \nu} + \frac{s + \nu}{s_K}} - \frac{2M_K}{\frac{s_K}{s - \nu} + \frac{s - \nu}{s_K}} \right] = \frac{M(s + \nu) - M(s - \nu)}{2\Omega}. \quad (16.18)$$

Das Dämpfungsmoment kann daher derart gewonnen werden, daß an der für die konstanten Drehzahlen gültigen Momentenkurve $M = M(s)$ die zu Schlupfen $s + \nu$ und $s - \nu$ gehörigen Punkte bestimmt werden, wonach die Richtungstangente der durch diese beiden Punkte bestimmten Sehne das Dämpfungsmoment ergibt (Abb. 16.4). Ist die Frequenz der Winkelgeschwindigkeitspendelung sehr klein, kann anstatt der Richtungstangente der Sehne auch jene der Berührungsgerade angewendet werden, doch gibt dies in der Nähe des Betriebsschlupfes nur dann eine gute Näherung, wenn ν kleiner als $\sim 0,2s_K$ ist. Dieses Verfahren ergibt bei $s_K = 0,15$ den Wert $\nu \approx 0,03$, was eine gute Näherung bedeutet, wenn die Periodendauer der Pendelungen mindestens $\sim 0,7$ sec beträgt. Bei Pendelungen in der Nähe des Betriebsschlupfes nimmt das Dämpfungsmoment bei höheren Werten der Pendelungsfrequenz ν rasch ab. Wenn sich z. B. die Pendelungen in der Nähe des Leerlaufzustandes $s = 0$ abspielen, ergibt sich für das Dämpfungsmoment bei sehr langsamen ($\nu = 0, \Omega = 0$) Pendelungen: $2M_K/s_K \omega_1$. Mit den Angaben des Zahlenbeispiels erhält man für diesen Fall: $M_D = 2 \cdot 2,3/0,15\omega_1 = 30,7/\omega_1$. Wenn dagegen $\nu = 1$, d. h. die Pendelfrequenz einer zweipoligen Maschine mit der Drehzahl pro Sekunde übereinstimmt, dann gilt $M_D = M_K/\omega_1 = 0,675/\omega_1$, das Dämpfungsmoment hat also einen 45mal kleineren Wert.

Wird der Ständerwirkwiderstand vernachlässigt, ergibt sich für das Synchronisierungsmoment folgende Beziehung:

$$M_S = \frac{1}{2s_K} [(s + \nu) M(s + \nu) - 2sM(s) + (s - \nu) M(s - \nu)]. \quad (16.19)$$

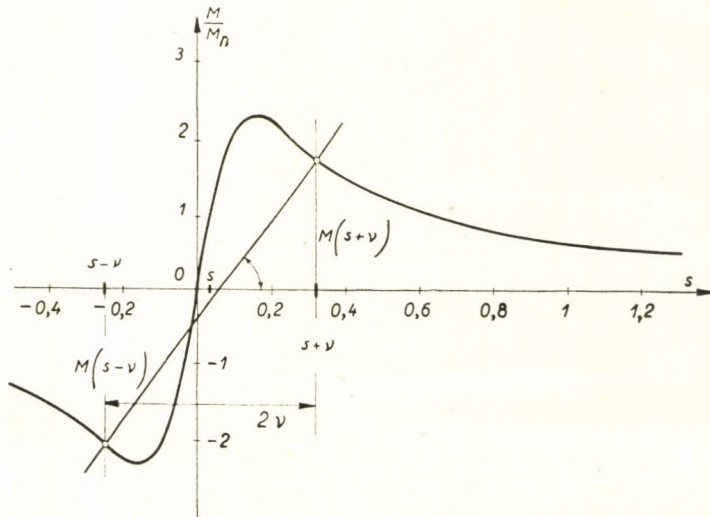


Abb. 16.4. Bestimmung des Dämpfungsmomentes aus der Momentenkurve ($R_s = 0$)

Bei sehr kleinen Pendelfrequenzen erhält man mit guter Näherung:

$$M_S = \frac{1}{2s_K} \nu^2 \frac{d^2 [sM(s)]}{ds^2} \approx 0, \quad (16.20)$$

was besagt, daß bei langsamen Pendelungen das Synchronisierungsmoment sehr klein wird. Bei schnellen Pendelungen dagegen, wenn Ω sehr groß ist, erhält man mit guter Näherung:

$$M_S \approx 2M_K - \frac{s}{s_K} M(s).$$

Mit Berücksichtigung des Ständerwirkwiderstandes ergeben sich sehr komplizierte Resultate. Die Bewegungsimpedanz wird in diesem Fall, unter Benutzung der Ergebnisse (16.6), (16.7) und (16.8):

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{\Delta\omega} = & \frac{2M_K s_K}{(\sigma s_K s_{Ks} - s)^2 + (s_K + s s_{Ks})^2} \frac{1}{\omega_1} \times \\ & \times \operatorname{Re}_j \left\{ \frac{-(i\nu + s_{Ks} + j)(s_K - js) + s_{Ks} s_K}{(i\nu + s_{Ks} + j)(i\nu + s_K + js) - k_r k_s s_{Ks} s_K} \right\}. \end{aligned} \quad (16.21)$$

Für allgemeine Untersuchungen ist diese Formel allzu verwickelt, in konkreten Fällen kann sie jedoch gut gebraucht werden, da man damit die Frequenzgangkennlinie $\dot{Z}_{\Delta\omega}(\Omega)$ berechnen kann. Der zu $\Omega = 0$ gehörende Punkt der Kennlinie $\dot{Z}_{\Delta\omega}(\Omega)$ kann durch die Tangente der für die konstante Drehzahl gültigen Momentenkurve bestimmt werden: sie stellt das Dämpfungsmoment dar. Im Falle $\Omega = 0$ ist der Imaginärteil von $\dot{Z}_{\Delta\omega}$ gleich Null. Falls $\Omega = \infty$ gilt, dann ist $\dot{Z}_{\Delta\omega} = 0$. In diesem Punkt kann der Krümmungskreis der Kurve $\dot{Z}_{\Delta\omega}(\Omega)$ leicht bestimmt werden: der Krümmungskreis berührt von der linken Seite die Imaginärachse im Koordinatenursprung, sein Durchmesser ist

$$\frac{1}{\omega_1} \frac{2M_K s_K}{(\sigma s_K s_{Ks} - s)^2 + (s_K + s s_{Ks})^2} \frac{s_K^2}{s_K^2 + k_r k_s s_K s_{Ks} + s^2}.$$

In Abb. 16.5 sind die Kennlinien der Bewegungsimpedanz $\dot{Z}_{\Delta\omega}(\Omega)$ eines Motors dargestellt. (Der Maßstab der Koordinaten-Achsen bezieht sich auf $\omega_1 \dot{Z}_{\Delta\omega}/M_n$.) Der Widerstand des Läuferkreises ist für alle vier Fälle der gleiche

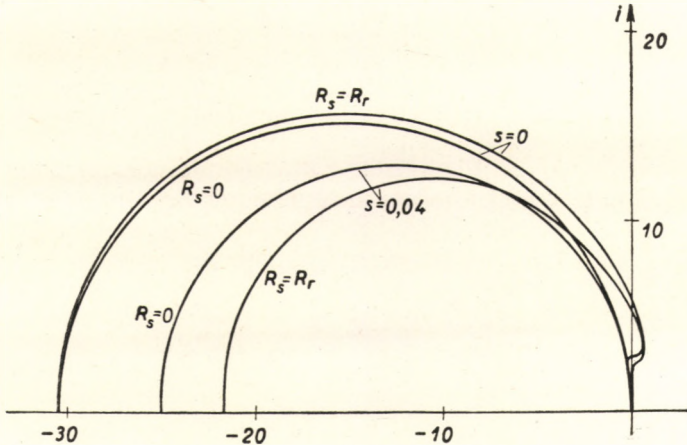


Abb. 16.5. Wirkung des Ständerwirkwiderstandes auf die Bewegungsimpedanz des Asynchronmotors

($s_K = 0,15$), der Ständerwirkwiderstand wurde jedoch einmal vernachlässigt, das anderemal aber dem Läuferwiderstand gleich angenommen. Die Kurven beziehen sich auf $s = 0$ und $s = 0,04$. Hieraus ist ersichtlich, daß der Ständerwirkwiderstand im Falle langsamer Pendelungen keine bedeutende Wirkung ausübt, bei schnelleren Pendelungen dagegen kann der Realteil der Impedanz $\dot{Z}_{\Delta\omega}$ unter Wirkung von R_s auch positiv werden, was einem negativen Dämpfungsmoment entspricht. Demzufolge können, falls die Federungs- und Dämpfungseigenschaften der angetriebenen Maschine und die trägen Massen gewissen Bedingungen genügen, selbsterregte Pendelungen entstehen. In der Praxis ergeben sich hieraus oft ungünstige Betriebsverhältnisse.

16.20. UNTERSUCHUNG DER PENDELUNGEN KLEINER AMPLITUDE VON ASYNCHRONMASCHINEN UNTER ZUHILFENAHME DES PRINZIPS VON THEVÉNIN

16.201. Anwendung des Prinzips von Thevénin

Unter Vernachlässigung des Ständerwirkwiderstandes waren die Pendelungen sehr einfach zu berechnen. Die bezüglichlichen Resultate wurden bereits im Abschnitt 16.10 erhalten, jetzt aber sollen sie auch mit einer anderen Methode bestimmt werden, da diese neue Methode sehr vorteilhaft bei der Untersuchung der Pendelungen von elektrischen Wellen Anwendung finden kann.

Es liege am Ständer die Spannung $\mathbf{u}_s = \mathbf{U}_s e^{j\omega_1 t}$. Wird der Wirkwiderstand des Ständers vernachlässigt, dann wird der Fluß ψ_s nach Abklingen der Einschaltvorgänge genau synchron umlaufen, unabhängig davon, welche Bewegung der Läufer ausführt. Es gilt also auch im allgemeinen Fall:

$$\psi_s = \frac{\mathbf{u}_s}{j\omega_1} = \frac{\mathbf{U}_s}{j\omega_1} e^{j\omega_1 t}.$$

Nun geht man zu einem, mit dem Läufer mitlaufenden Koordinatensystem über. Der Läufer dreht sich gegenüber dem Ständer mit der der Schwingungsmittellage entsprechenden Winkelgeschwindigkeit $(1-s)\omega_1$ um, die Lage der Läuferphasenachse a läßt sich daher mit Hilfe des Winkels $(1-s)\omega_1 t + a$ charakterisieren, den diese Phasenachse mit der Ständerphasenachse a einschließt. Der Fluß ψ_s lautet also im mitlaufenden Koordinatensystem:

$$\psi_s = \frac{\mathbf{U}_s}{j\omega_1} e^{j\omega_1 t} e^{-j[(1-s)\omega_1 t + a]},$$

d. h.

$$\psi_s = \frac{\mathbf{U}_s}{j\omega_1} e^{-ja} e^{js\omega_1 t}. \quad (16.22)$$

Nun wird der Läuferfluß ψ_r aus Gleichung (10.8) mit Hilfe des Flusses ψ_s und des Stromes \mathbf{i}_r ausgedrückt:

$$\psi_r = \mathbf{i}_r L_r' + k_s \psi_s \quad (16.23)$$

und die Spannungsgleichung des Läufers im mitlaufenden Koordinatensystem aufgeschrieben:

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{i} R_r + \frac{d\psi_r}{dt}.$$

Durch Einsetzen des Wertes von ψ_r aus (16.23) erhält man:

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{i}_r R_r + L'_r \frac{d\mathbf{i}_r}{dt} + k_s \frac{d\psi_s}{dt}. \quad (16.24)$$

Im folgenden wird diese Gleichung als Grundgleichung der Maschine benutzt. Ihr Vorteil besteht darin, daß nur Läuferstrom und Läuferstrom als Unbekannte in ihr vorkommen, da der Fluß ψ_s bereits bekannt ist. Diese Gleichung bringt eigentlich das Prinzip von THEVÉNIN zum Ausdruck. Da der Fluß ψ_s im vorliegenden Fall ($R_s = 0$) unabhängig vom Läuferstrom ist, ändert er sich auch bei offenem Läuferkreis ebenso wie früher. Folglich bedeutet $k_s \frac{d\psi_s}{dt}$ die im unterbrochenen Läuferkreis induzierte Spannung.

Nach dem Prinzip von THEVÉNIN stelle man sich zur Bestimmung der Läuferströme und Läuferspannungen einen Stromkreis vor, in dem die Leerlaufspannung $k_s \frac{d\psi_s}{dt}$ wirkt und dessen Impedanz man gewinnt, indem man die Stromquellen im äußeren Netz kurzschließt und die auf die Läuferklemmen bezügliche resultierende Impedanz des so entstehenden passiven Netzes bestimmt. Sind die Ständerklemmen kurzgeschlossen, so wird die resultierende Läuferinduktivität

$$L'_r = L_{rl} + \frac{L_m L_{sl}}{L_m + L_{sl}}$$

tatsächlich gleich der transienten Induktivität des Läufers sein. Die Gleichung (16.24) hätten wir also auch unter Anwendung des Prinzips von THEVÉNIN statt der obigen Ableitung aufschreiben können.

Die Vernachlässigung des Ständerwiderstandes war deshalb zweckmäßig, weil dann die resultierende Induktivität des passiven Netzes und die Leerlaufspannung des Läufers unabhängig vom Betriebszustand bzw. von der sich mit diesem ändernden Frequenz sind.

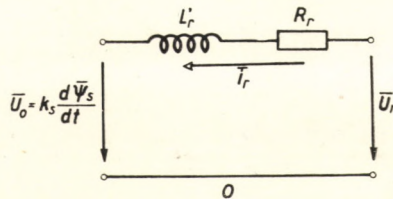


Abb. 16.6. Ersatzschaltbild für die Läufergrößen (auf Grund des Prinzips von THEVÉNIN)

Auf Grund der Gleichung (16.24) kann man sich zur Bestimmung der Läuferkenngrößen des in der Abb. 16.6 wiedergegebenen einfachen Ersatzschaltbildes bedienen, das allgemeine Gültigkeit hat und selbst im Fall von Pendelungen richtig ist.

Da jetzt \mathbf{i}_r als unbekannte Größe gilt, ψ_s aber gegeben ist, schreiben wir die Drehmomentformel zweckmäßigerweise mit diesen Größen auf. Das Drehmoment ist nach (10.11):

$$M = -\frac{3}{2} \psi_r \times \mathbf{i}_r.$$

Indem man den Wert von ψ_r aus (16.23) einsetzt und berücksichtigt, daß $\mathbf{i}_r \times \mathbf{i}_r = 0$ ist, erhält man:

$$M = -\frac{3}{2} k_s \psi_s \times \mathbf{i}_r. \quad (16.25)$$

16.202. Berechnung des stationären Zustandes

Bei den Asynchronmotoren sind die Schleifringe kurzgeschlossen, in Gleichung (16.24) ist also $\mathbf{u}_r = 0$ zu setzen. Bei konstanter Drehzahl ist der in Gleichung (16.22) auftretende Winkel α unveränderlich, es gilt also:

$$\frac{d\psi_s}{dt} = s\mathbf{U}_s e^{-j\alpha} e^{js\omega_1 t}.$$

Auch der Vektor \mathbf{i}_r der Läuferströme dreht sich mit der Winkelgeschwindigkeit $s\omega_1$ um, es gilt also:

$$\frac{d\mathbf{i}_r}{dt} = js\omega_1 \mathbf{i}_r.$$

Durch Einsetzen dieser Ausdrücke in Gleichung (16.24) erhält man:

$$0 = \mathbf{i}_r (R_r + jsX'_r) + k_s s\mathbf{U}_s e^{-j\alpha} e^{js\omega_1 t},$$

und daraus:

$$\mathbf{i}_r = -\frac{k_s s\mathbf{U}_s}{R_r + jsX'_r} e^{-j\alpha} e^{js\omega_1 t}.$$

R_r aus der Beziehung $s_K = R_r/X'_r$ ausgedrückt, ergibt:

$$\mathbf{i}_r = -\frac{k_s \mathbf{U}_s}{X'_r} \frac{1}{\frac{s_K}{s} + j} e^{-j\alpha} e^{js\omega_1 t}. \quad (16.25a)$$

16.203. Untersuchung der Pendelungen eines Asynchronmotors

Führt der Läufer um die normale Betriebsmittellage Pendelungen mit der Kreisfrequenz Ω aus, so verändert sich der Winkel α mit dem Wert $\Delta\alpha$, wobei $\Delta\alpha = (\Delta\alpha)_{\max} \cos \Omega t$ gilt. Die Änderung $\Delta\psi_s$ des Flusses ψ_s wegen der Veränderung des Winkels α läßt sich aus (16.22) berechnen. Für den Fall von Pendelungen kleiner Amplitude hat man:

$$\Delta\psi_s = \frac{\partial\psi_s}{\partial\alpha} \Delta\alpha = - \frac{\mathbf{U}_s}{\omega_1} e^{-j\alpha} e^{js\omega_1 t} \Delta\alpha. \quad (16.26)$$

Durch Einsetzen des Wertes von $\Delta\alpha$ und Benutzung der Beziehung $\cos \Omega t = \frac{e^{j\Omega t} + e^{-j\Omega t}}{2}$ erhält man:

$$\Delta\psi_s = - \frac{\mathbf{U}_s}{2\omega_1} e^{-j\alpha} [e^{j(s+\nu)\omega_1 t} + e^{j(s-\nu)\omega_1 t}] (\Delta\alpha)_{\max}, \quad (16.27)$$

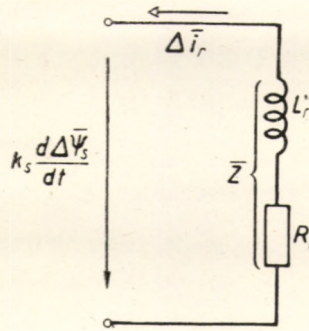


Abb. 16.7. Ersatzschaltbild zur Bestimmung des Läuferstromes von Asynchronmotoren

wobei $\nu = \Omega/\omega_1$ gesetzt wurde. Der Läuferstrom wird vom stationären Strom \mathbf{i}_r der Pendelungsmittellage mit dem Wert $\Delta\mathbf{i}_r$ abweichen.

Zur Bestimmung von $\Delta\mathbf{i}_r$ bedient man sich der in Abb. 16.6 wiedergegebenen Ersatzschaltung. Im vorliegenden Fall ist an Stelle von $k_s \frac{d\psi_s}{dt}$

die Spannung $k_s \frac{d\Delta\psi_s}{dt}$ anzulegen. Nach (16.27) ergibt sich:

$$k_s \frac{d\Delta\psi_s}{dt} = - \frac{j\mathbf{U}_s e^{-j\alpha}}{2} (\Delta\alpha)_{\max} [(s + \nu) e^{j(s+\nu)\omega_1 t} + (s - \nu) e^{-j(s-\nu)\omega_1 t}]. \quad (16.28)$$

Im Schaltbild ist die Stelle von \mathbf{u}_r kurzzuschließen, da die Schleifringe geschlossen sind. So gelangt man zum Schaltbild der Abb. 16.7. Nach der Formel (16.28) stellt sich $k_s \frac{d\Delta\psi_s}{dt}$ als Summe von zwei Gliedern dar. Die durch die

einzelnen Glieder bedingten Ströme lassen sich gesondert bestimmen. Das $e^{j(s+v)\omega_1 t}$ enthaltende Glied erzeugt einen Strom gleichen Charakters und somit ergibt sich der Wert der Impedanz in diesem Fall zu:

$$\mathbf{Z}_+ = R_r + j(s+v)\omega_1 L_r' = (s+v) \left(\frac{R_r}{s+v} + jX_r' \right).$$

So erhält man für den Teil $\Delta \mathbf{i}_{r+}$ des Stromes \mathbf{i}_r , der sich nach $e^{j(s+v)\omega_1 t}$ ändert:

$$\Delta \mathbf{i}_{r+} = - \frac{k_s \frac{d\Delta\psi_s}{dt}}{\mathbf{Z}_+} = \frac{jk_s \mathbf{U}_s e^{-j\alpha} (\Delta\alpha)_{\max}}{2} \frac{e^{j(s+v)\omega_1 t}}{\frac{R_r}{s+v} + jX_r'}.$$

Unter Benutzung der Beziehung $R_r = s_K X_r'$ erhält man die endgültige Form von $\Delta \mathbf{i}_{r+}$:

$$\Delta \mathbf{i}_{r+} = \frac{jk_s \mathbf{U}_s e^{-j\alpha} (\Delta\alpha)_{\max}}{2X_r'} \frac{e^{j(s+v)\omega_1 t}}{\frac{s_K}{s+v} + j}. \quad (16.29)$$

Der zweite Teil von $k_s \frac{d\Delta\psi_s}{dt}$ unterscheidet sich vom ersten nur insofern, daß $-\Omega = -v\omega_1$ statt $\Omega = v\omega_1$ steht. Deshalb bringt er die Stromänderung:

$$\Delta \mathbf{i}_{r-} = \frac{jk_s \mathbf{U}_s e^{-j\alpha} (\Delta\alpha)_{\max}}{2X_r'} \frac{e^{j(s-v)\omega_1 t}}{\frac{s_K}{s-v} + j}. \quad (16.30)$$

zustande. Die Gesamtänderung der Vektoren der Läuferströme beträgt:

$$\Delta \mathbf{i}_r = \Delta \mathbf{i}_{r+} + \Delta \mathbf{i}_{r-}.$$

Nach der Bestimmung der Stromänderung kann man zur Bestimmung der Drehmomentänderung übergehen. Das Drehmoment berechnet sich aus der Formel (16.25):

$$M = - \frac{3}{2} k_s \psi_s \times \mathbf{i}_r.$$

Nun ist das Differential von beiden Seiten zu bilden:

$$\Delta M = - \frac{3}{2} k_s \Delta\psi_s \times \mathbf{i}_r - \frac{3}{2} k_s \psi_s \times \Delta \mathbf{i}_r. \quad (16.31)$$

Zur Ausrechnung des ersten Gliedes setzen wir den Wert von $\Delta\psi_s$ und \mathbf{i}_r aus (16.26) und (16.25a) ein:

$$\Delta M' = -\frac{3}{2} k_s \Delta\psi_s \times \mathbf{i}_r = -\frac{3}{2} \frac{k_s^2 U_s^2 \Delta\alpha}{\omega_1 X_r'} \left(e^{-j\alpha} e^{js\omega_1 t} \times \frac{e^{-j\alpha} e^{js\omega_1 t}}{\frac{s_K}{s} + j} \right).$$

Gemäß der Beziehung (11.10) ist der an erster Stelle stehende Faktor gleich $2M_K$. Da $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \text{Im} \{\hat{\mathbf{a}} \mathbf{b}\}$, ergibt sich für $\Delta M'$:

$$\Delta M' = -2M_K \Delta\alpha \text{Im} \left\{ \frac{1}{\frac{s_K}{s} + j} \right\} = \frac{s}{s_K} \frac{2M_K}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s}} \Delta\alpha.$$

Nach (11.11) ist der zweite Bruch gerade das beim Schlupf s entwickelte Drehmoment $M(s)$ des Asynchronmotors. Daher gilt:

$$\Delta M' = \frac{s}{s_K} M(s) \Delta\alpha. \quad (16.32)$$

Nun soll das zweite Glied $\Delta M''$ der Momentenänderung gemäß der Formel (16.31) bestimmt werden. Da $\Delta\mathbf{i}_r$ selbst auch eine Summe von zwei Gliedern ist, läßt sich auch $\Delta M''$ in $\Delta M''_+$ und $\Delta M''_-$ zerlegen. Aus (16.31) hat man:

$$\Delta M''_+ = -\frac{3}{2} k_s \psi_s \times \Delta\mathbf{i}_{r+}.$$

Durch Einsetzen des Wertes von ψ_s aus (16.22) und jenes von $\Delta\mathbf{i}_{r+}$ aus (16.29) ergibt sich unter Anwendung der Kippmomentformel

$$\Delta M''_+ = M_K (\Delta\alpha)_{\max} (j e^{-j\alpha} e^{js\omega_1 t}) \times \frac{j e^{-j\alpha} e^{j(s+v)\omega_1 t}}{\frac{s_K}{s+v} + j}.$$

Indem man die vektorielle Multiplikation mit Hilfe der Konjugierten des ersten Faktors ausführt, erhält man:

$$\Delta M''_+ = M_K (\Delta\alpha)_{\max} \text{Im} \left\{ \frac{e^{jv\omega_1 t}}{\frac{s_K}{s+v} + j} \right\}.$$

Durch Multiplikation mit der Konjugierten des Nenners errechnet sich der Imaginärteil folgendermaßen:

$$\Delta M'' = \frac{2M_K}{\frac{s_K}{s+\nu} + \frac{s+\nu}{s_K}} \frac{1}{2} \left(-\frac{s+\nu}{s_K} \cos \Omega t + \sin \Omega t \right) (\Delta a)_{\max}.$$

Der erste Bruch stellt das gewöhnliche Betriebsdrehmoment des Asynchronmotors bei dem Schlupf $s + \nu$ dar. Dieses wird mit $M(s + \nu)$ bezeichnet. Daher kann man aufschreiben:

$$\Delta M''_+ = \frac{1}{2} M(s + \nu) \left(-\frac{s+\nu}{s_K} \cos \Omega t + \sin \Omega t \right) \cdot (\Delta a)_{\max}. \quad (16.33)$$

Der Anteil Δi_{r-} des Stromes Δi_r bringt Drehmomentpendelungen zustande, die durch eine ähnliche Formel zum Ausdruck gebracht werden können, nur ist $-\Omega = -\nu \omega_1$ an Stelle von $\Omega = \nu \omega_1$ zu schreiben:

$$\Delta M''_- = \frac{1}{2} M(s - \nu) \left(-\frac{s-\nu}{s_K} \cos \Omega t + \sin \Omega t \right) \cdot (\Delta a)_{\max}. \quad (16.34)$$

Bei der Pendelung kleiner Amplitude von Asynchronmotoren wird die Drehmomentänderung unter Berücksichtigung von $(\Delta a)_m \cos \Omega t = \Delta a$, $(\Delta a)_m \sin \Omega t = -\frac{1}{\Omega} \frac{d\Delta a}{dt} = -\frac{1}{\Omega} \Delta \omega$ und

$$\Delta M = \Delta M' + \Delta M''_+ + \Delta M''_-,$$

$$\Delta M = -\frac{1}{2} \left[\frac{s+\nu}{s_K} M(s+\nu) + \frac{s-\nu}{s_K} M(s-\nu) - \frac{2s}{s_K} M(s) \right] \Delta a - \frac{1}{2\Omega} [M(s+\nu) - M(s-\nu)] \Delta \omega. \quad (16.35)$$

Aus dieser Beziehung ist auch ersichtlich, daß der Koeffizient von Δa mit negativem Vorzeichen das Synchronisierungsmoment und jener von $\Delta \omega$ mit negativem Vorzeichen das Dämpfungsmoment ist. Diese Resultate stimmen natürlich mit der Formel (16.18) und (16.19) überein.

Die in diesem Abschnitt dargelegte Methode wird auch bei der Untersuchung der Pendelungen von elektrischen Wellen angewendet.

17. TRANSIENTE VORGÄNGE IN DOPPELKÄFIGMOTOREN

17.10. EINLEITUNG

Die Hochleistungs-Drehstrom-Asynchronmotoren mit Kurzschlußläufer werden zwecks Verbesserung der Anlaufeigenschaften mit Spezialläufer erzeugt. Von diesen werden hier die Maschinen mit Doppelkäfigläufer behandelt, doch sind einige Ergebnisse (z. B. Pendelungsmoment) auch für den Tiefnutläufer gültig. In der Praxis ist vor allem die Kenntnis folgender transienter Vorgänge wichtig:

a) Die Höhe des Einschaltstromstoßes und des Momentenstoßes beim Anlassen eines Motors aus dem Stillstand. Diese Frage wird immer wichtiger, da das Anlassen mit Zuschaltung auf volle Spannung immer häufiger angewendet wird. Die auftretenden elektromagnetischen transienten Vorgänge spielen sich binnen einer bis zwei Perioden ab, weshalb bei den Untersuchungen einfachheitshalber angenommen wird, daß der Motor inzwischen noch stillsteht. Mit der späteren Periode des Anlassens, wo die Beschleunigung des Motors transiente Erscheinungen von geringerer Bedeutung hervorruft, werden wir uns nicht befassen.

b) Strom- und Momentenstöße beim Kurzschluß oder Umschaltung des mit Betriebsdrehzahl laufenden Motors. Die Umschaltungen erfolgen z. B. am Ende des Anlaßvorganges (Anlassen mit Stern-Dreieck-Umschalter, Transformator, Drosselspule) oder beim Umschalten des Motors im Betrieb auf eine andere Stromquelle (z. B. automatische Umschaltung in den Hilfsbetrieben von Kraftwerken). Auch hier wird angenommen, daß während der elektromagnetischen transienten Vorgänge die Drehzahl des Motors noch konstant bleibt. Dank dieser Voraussetzung können die Umschaltungen mit Hilfe des Superpositionsprinzips auf den Fall der Spannungsanlegung an einen laufenden Motor zurückgeführt werden.

c) Die im Betrieb befindlichen Motoren können in einzelnen Fällen unter Wirkung der mechanischen Belastung Pendelungen ausführen, und zuweilen können auch selbsterregte Pendelungen auftreten. Das Moment des Motors weicht während der Pendelungen von den an der stationären Momentenkurve ablesbaren Werten ab, es entstehen Synchronisierungs- und Dämpfungsmomente, die bei Sinuspendingen mit kleiner Amplitude untersucht werden.

Bei den Berechnungen kann die übliche Ersatzschaltung angewendet werden, wobei die Läufergrößen auf die Windungs- und Phasenzahlen des

Ständers umgerechnet werden (Abb. 17.1). Zur Untersuchung des stationären Betriebes wird diese Schaltung im allgemeinen der Abb. 17.2 entsprechend umgeformt, wobei die hier vorkommenden Reaktanzen und Wirkwiderstände

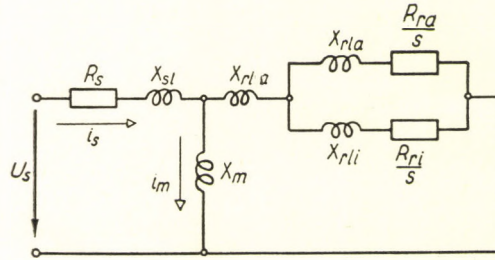


Abb. 17.1. Ersatzsalzbild eines Doppelkäfigmotors

mittels folgender Gleichung aus Abb. 17.1 berechnet werden können:

$$\mu = \frac{R_{ra}}{R_{ri}}, \quad R_r = \frac{R_{ra} R_{ri}}{R_{ra} + R_{ri}},$$

$$X_{ia} = X_{rli} + \frac{X_{rli} X_{rli}}{X_{rli} + X_{rli}}, \quad X_r = \frac{X_{rli} + \mu^2 X_{rli}}{(1 + \mu)^2} - \frac{X_{rli} X_{rli}}{X_{rli} + X_{rli}}.$$

$$\mu R_r = R_{ra} \left(\frac{X_{rli}}{X_{rli} + X_{rli}} \right)^2 + R_{ri} \left(\frac{X_{rli}}{X_{rli} + X_{rli}} \right)^2 - R_r$$

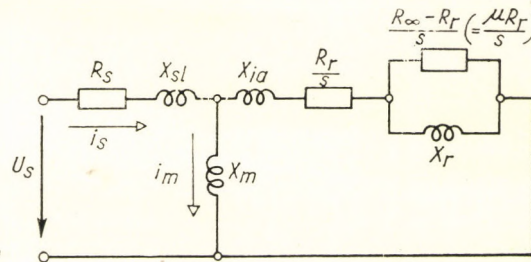


Abb. 17.2. Abgeänderte Ersatzschaltung eines Doppelkäfigmotors

Im überwiegenden Teil der praktisch vorkommenden Fälle kann X_{rli} vernachlässigt werden, d. h. $X_{rli} = 0$, und somit werden obige Gleichungen noch einfacher:

$$X_{ia} = X_{rli}; \quad X_{ri} = \frac{\mu^2}{(1 + \mu)^2} \cdot X_{rli}.$$

Die Umformung ist für jede Frequenz richtig, so daß Abb. 17.2 auch zur Untersuchung der transienten Erscheinungen als Grundlage dienen kann. Im vorliegenden Kapitel wird stets auf Abb. 17.2 Bezug genommen, wobei

selbstverständlich in Betracht gezogen wird, daß es sich um keine stationären Erscheinungen handelt. Deswegen wird anstatt der Reaktanzen $X = \omega_1 L$ mit den Induktivitäten L gearbeitet und bei den Wirkwiderständen der Läuferkreise entfällt der Teiler s . Das Rotieren der Maschine ist beim Aufschreiben der Spannungsgleichungen in Betracht zu ziehen.

Eine der Induktivität L entsprechende operatorische Impedanz ist pL , die vielmehr in der Form $\frac{P}{\omega_1} \omega_1 L = \varrho X$ angewendet wird (Abb.17.3), wo

$$\varrho = \frac{P}{\omega_1}.$$

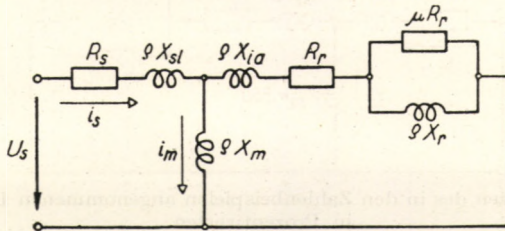


Abb. 17.3. Operatorimpedanz eines ruhenden Doppelkäfigmotors

Die im Kapitel vorkommenden Operatorenformen stellen die gebrochenen rationalen Funktionen von ϱ bzw. p dar.

$$f(\varrho) = \frac{P(\varrho)}{Q(\varrho)}.$$

Hieraus erhalten wir die Zeitfunktion mit dem Entwicklungssatz:

$$f(t) = \frac{P(0)}{Q(0)} + \sum_{k=1}^n \frac{P(\varrho_k)}{\varrho_k \left(\frac{dQ}{d\varrho} \right)_{\varrho=\varrho_k}} e^{\varrho_k \omega_1 t},$$

wo ϱ_k die Wurzeln der Gleichung n -ten Grades $Q(\varrho) = 0$ sind, $k = 1, 2 \dots n$. Diese Form des Entwicklungssatzes ist nur in dem Falle gültig, wenn keine mehrfachen Wurzeln vorhanden sind und auch $\varrho = 0$ keine Wurzel ist. Im vorliegenden Falle werden diese Bedingungen erfüllt.

Die einzelnen Ergebnisse werden auch an Zahlenbeispielen veranschaulicht. Sämtliche Zahlenbeispiele beziehen sich auf denselben Motor: zehnpoliger Drehstrommotor in Sternschaltung mit folgenden Nennwerten:

Leistung (an der Maschinenwelle gemessen)	$P_n = 660 \text{ kW};$
Spannung	$\sqrt{3}U_n = 3 \text{ kV};$
Strom	$I_n = 160 \text{ A};$

Leistungsfaktor
Wirkungsgrad
Scheinleistung
Nennimpedanz

$$\begin{aligned}\cos \varphi_n &= 0,85 ; \\ \eta_n &= 93,5 \% ; \\ S_n &= 3U_n I_n = 831 \text{ kVA} ; \\ Z_n &= U_n / I_n = 3U_n^2 / S_n = \\ &= 10,82 \text{ Ohm} ; \\ s_n &= 1,75 \% .\end{aligned}$$

Nennschlupf

Die Reaktanzen und Widerstände des Motors sind in Abb. 17.4 dargestellt. Die eingeschriebenen Zahlen bedeuten den Prozentwert der Nennimpedanz. Die Berechnungen werden in Relativseinheiten durchgeführt.

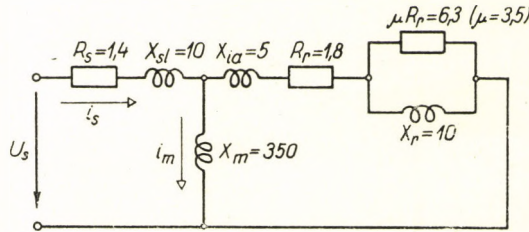


Abb. 17.4. Impedanzen des in den Zahlenbeispielen angenommenen Doppelkäfigmotors in Prozentwerten

Die Grundeinheit des Momentes ist der aus der Nennscheinleistung mit der Synchronwinkelgeschwindigkeit berechnete Wert:

$$M_{Gr} = \frac{S_n}{\omega_1} .$$

Das Nennmoment beträgt:

$$M_n = \frac{P_n}{(1 - s_n) \omega_1} .$$

Wenn also die in Grundeinheiten bestimmten Momentenwerte in Nennmomente umgerechnet werden sollen, ist mit dem Korrektionsfaktor

$$\frac{M_{Gr}}{M_n} = \frac{S_n}{P_n} (1 - s_n) = \frac{1 - s_n}{\eta_n \cos \varphi_n} = 1,24$$

zu multiplizieren.

17.20. EINSCHALTEN DES STILLSTEHENDEN MOTORS

Das Ersatzschaltbild des Motors im Stillstand ist in Abb. 17.3 dargestellt. An Stelle der Induktivitäten wurden die operatorischen Impedanzen $pL = \varrho X$ angeführt. An den Ständer wird im Moment $t = 0$ eine symmetrische Dreiphasenspannung gelegt, deren Vektor

$$\mathbf{u}_s = U_s e^{j\omega_1 t} \quad (17.1)$$

und Laplace-Transformierte (Operatorenform)

$$\mathbf{u}_s = U_s \frac{P}{p - j\omega_1} = U_s \frac{\varrho}{\varrho - j} \quad (17.2)$$

ist.

Die Operatorenform der Vektoren der Ständerströme erhält man durch Division der Operatorenform \mathbf{u}_s mit der auf die Ständerklemmen bezüglichen resultierenden operatorischen Impedanz $Z(\varrho)$. Die Impedanz $Z(\varrho)$ kann aus Abb. 17.3 berechnet werden:

$$Z(\varrho) = R_s + \varrho X_{sl} + \frac{\varrho X_m \left[R_r + \varrho X_{ia} + \frac{\mu R_r \varrho X_r}{\mu R_r + \varrho X_r} \right]}{\varrho X_m + R_r + \varrho X_{ia} + \frac{\mu R_r \varrho X_r}{\mu R_r + \varrho X_r}} = \frac{N(\varrho)}{S(\varrho)}. \quad (17.3)$$

Demnach ergibt sich der Vektor der Ständerströme durch Vereinfachung zu:

$$\mathbf{i}_s = \frac{\mathbf{u}_s}{Z(\varrho)} = U_s \frac{\varrho}{\varrho - j} \frac{S(\varrho)}{N(\varrho)}, \quad (17.4)$$

wo

$$\left. \begin{aligned} N(\varrho) &= a_3 \varrho^3 + a_2 \varrho^2 + a_1 \varrho + a_0, \\ S(\varrho) &= b_2 \varrho^2 + b_1 \varrho + b_0; \\ a_3 &= X_r (X_{sl} X_m + X_{ia} X_m + X_{sl} X_{ia}), \\ a_2 &= R_s (X_m + X_{ia}) X_r + R_r X_r (X_{sl} + X_m) + \\ &\quad + \mu R_r [X_m (X_{sl} + X_{ia} + X_r) + X_{sl} (X_{ia} + X_r)], \\ a_1 &= \mu R_r^2 (X_{sl} + X_m) + R_s \mu R_r (X_m + X_{ia} + X_r) + R_s R_r X_r, \\ a_0 &= R_s \mu R_r^2; \\ b_2 &= X_r (X_m + X_{ia}), \\ b_1 &= \mu R_r (X_m + X_{ia} + X_r) + R_r X_r, \\ b_0 &= \mu R_r^2. \end{aligned} \right\} \quad (17.4a)$$

Den Ständerstrom in der Funktion der Zeit erhalten wir aus Gleichung (17.4) durch Anwendung des Entwicklungssatzes. Dieser wird aus vier Gliedern bestehen, wobei jedes einer Wurzel des Nenners von (17.4) entspricht. Die dem Faktor $\varrho - j$ beigeordnete Wurzel ist $\varrho_4 = j$ und die Wurzeln der Gleichung

$N(\varrho) = 0$ sind $\varrho_1, \varrho_2, \varrho_3$, wobei letztere negative Realzahlen darstellen. Somit erhalten wir mit dem Entwicklungssatz folgende Form:

$$\mathbf{i}_s(t) = \mathbf{A}_4 e^{i\omega t} + \mathbf{A}_1 e^{\varrho_1 \omega_1 t} + \mathbf{A}_2 e^{\varrho_2 \omega_1 t} + \mathbf{A}_3 e^{\varrho_3 \omega_1 t}, \quad (17.5)$$

wo

$$\mathbf{A}_4 = U_s \frac{S(j)}{N(j)} \quad (17.6a)$$

und

$$\mathbf{A}_i = U_s \frac{1}{\varrho_i - j} \frac{S(\varrho_i)}{N'(\varrho_i)}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (17.6b)$$

Das erste Glied ist der stationäre Strom, d. h. der dem Punkt $s = 1$ im gewöhnlichen Stromvektordiagramm zugeordnete Kurzschlußstrom

$$\mathbf{A}_4 = \mathbf{I}_k.$$

Die folgenden drei Komponenten sind transiente Gleichströme, die exponentiell abklingen. Nachdem

$$e^{\varrho_i \omega_1 t} = e^{-\frac{t}{1/\varrho_i \omega_1}} = e^{-\frac{t}{T_i}},$$

wird sich die Zeitkonstante der transienten Komponenten zu

$$T_i = -\frac{1}{\varrho_i \omega_1} \quad (17.7)$$

ergeben.

17.201 Zeitkonstanten

Die Werte ϱ_i sind die Wurzeln der Gleichung dritten Grades $N(\varrho) = 0$. Anstatt der langwierigen Lösung der Gleichung können bei den in der Praxis vorkommenden Größenordnungen einfache Annäherungsformeln angewendet werden. Dies wird dadurch ermöglicht, daß die Größenordnungen der drei Wurzeln voneinander wesentlich abweichen. So kann die Wurzel von kleinstem Absolutwert der Gleichung $N(\varrho) = a_3 \varrho^3 + a_2 \varrho^2 + a_1 \varrho + a_0 = 0$ mit der Annäherung bestimmt werden, daß die Glieder mit ϱ^3 und ϱ^2 vernachlässigt werden.

Demnach erhalten wir

$$S_1 \approx -\frac{a_0}{a_1},$$

und somit ergibt sich

$$T_1 = - \frac{1}{\omega_1 \varrho_1} \approx \frac{a_1}{\omega_1 a_0}.$$

Unter Berücksichtigung der Gleichungen (17.4a) erhalten wir

$$T_1 \approx \left(\frac{X_{s1} + X_m}{R_s} + \frac{X_m + X_{ia} + X_r}{R_r} + \frac{X_r}{\mu R_a} \right) \frac{1}{\omega_1}. \quad (17.8)$$

Nachdem neben X_m die übrigen Reaktanzen vernachlässigt werden, kann T_1 auch mittels folgender Formel berechnet werden:

$$T_1 \approx \frac{X_m}{\omega_1} \left(\frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_r} \right) = \frac{X_m}{\omega_1} \left(\frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_{ri}} + \frac{1}{R_{ra}} \right). \quad (17.9)$$

Mit den Angaben unseres Zahlenbeispiels erhalten wir:

$$T_1 \approx \frac{350}{314} \left(\frac{1}{1,4} + \frac{1}{1,8} \right) = \frac{444}{314} = 1,414 \text{ sec.}$$

Aus der Gleichung dritten Grades ergibt sich auf Grund der genauen Wurzel

$$T_1 = \frac{452,2}{314} = 1,44 \text{ sec.}$$

Der dieser Wurzel zugeordnete freie Strom $\mathbf{A}_1 e^{a_1 \omega_1 t}$ klingt am langsamsten ab. Für die Zeitkonstante T_1 kann auf Grund der Beziehung (17.9), von Abb. 17.1 oder Abb. 17.2 ausgehend, eine Ersatzschaltung aufgezeichnet werden, die an der Stelle der Ständerklemmen kurzgeschlossen ist (da es sich um freie Ströme handelt) und in der die Streureaktanzen vernachlässigt sind (Abb. 17.5). Das Verhältnis der mit derselben Zeitkonstante abklingenden Läuferströme zu den Ständerströmen ist ebenfalls der Ersatzschaltung entsprechend. Diese freien Ströme fließen im Ständer und in den beiden Käfigen in einer Richtung, bei der sich ihre Erregungen addieren, so daß sie in erster Reihe den Hauptfluß erregen. Die Zeitkonstante T_1 ist daher eigentlich die Zeitkonstante der Änderung des Hauptflusses. Nachdem sogar der Nennhauptfluß durch einen verhältnismäßig kleinen Strom aufrechterhalten werden kann und im Stillstand die stationäre Komponente des Hauptflusses kleiner als der Nennfluß ist, sind die mit der Zeitkonstante T_1 behafteten freien Ströme im Vergleich zu den Kurzschlußströmen sehr klein. Aus diesem Grunde können sie selbst aus einem Einschaltoszillogramm schwerlich ausgewertet werden. Trotzdem sind sie von sehr großer Bedeutung in bezug auf die Entfaltung des Hauptflusses und des Momentes der Maschine. Mit den Angaben unseres Zahlenbeispiels wird der stationäre Kurzschlußstrom $\mathbf{I}_k = \mathbf{A}_4 =$

$= (2,01 - j 4,78) I_n$, wobei die mit Zeitkonstante T_1 behaftete Komponente des Einschaltständerstromes vom Anfangswert $A_1 = j 0,09 I_n$ ausgeht.

Die schneller abklingenden freien Komponenten erzeugen hauptsächlich nur Streuflüsse, weshalb der Magnetisierungsweig bei der Bestimmung von ϱ_2 und ϱ_3 in der Ersatzschaltung vernachlässigt werden kann ($X_m \rightarrow \infty$). Bei der annähernden Berechnung der Wurzel von größtem Absolutwert ϱ_3 kann in $N(\varrho)$ der Ausdruck $a_1 \varrho + a_0$ vernachlässigt werden; somit wird

$$\varrho_3 = - \frac{a_2}{a_3}$$

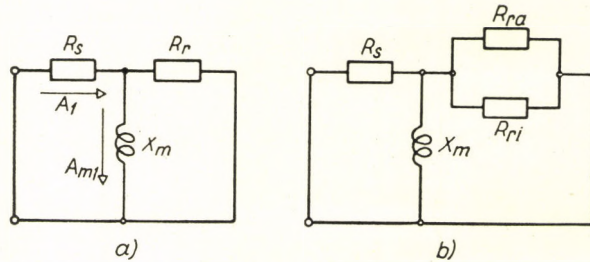


Abb. 17.5. Ersatzschaltung bezüglich der langsam abklingenden freien Ströme

bzw. mit Vernachlässigung des Magnetisierungszweiges:

$$\varrho_3 \approx - \lim_{X_m \rightarrow \infty} \frac{a_2}{a_3} = - \left[\frac{R_s + R_r}{X_{sl} + X_{ia}} + \frac{\mu R_r}{X_r (X_{sl} + X_{ia})} \right] \quad (17.10)$$

und

$$T_3 = - \frac{1}{\varrho_3 \omega_1} \quad (17.10a)$$

Ähnlicherweise können ϱ_2 und T_2 berechnet werden:

$$\varrho_2 = - \frac{1}{T_2 \omega_1}$$

und

$$T_2 = - \frac{1}{\varrho_2 \omega_1} = \lim_{X_m \rightarrow \infty} \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{1}{\omega_1} = \left(\frac{X_r}{\mu R_r} + \frac{X_{sl} + X_{ia} + X_r}{R_s + R_r} \right) \frac{1}{\omega_1} \quad (17.11)$$

Zur Beurteilung der Güte der Annäherungen wurden in Tab. I. die Werte der Zeitkonstanten der drei Gleichstromkomponenten zusammengestellt, die einerseits mit den Näherungsformeln (17.9), (17.10) und (17.11), andererseits durch Lösung der Gleichung dritten Grades von $N(\rho) = 0$ bestimmt wurden.

TABELLE I

	$T_1, \text{ sec}$	$T_2, \text{ sec}$	$T_3, \text{ sec}$
Näherungswerte	1,414	0,0300	0,00252
Genaue Werte	1,440	0,0272	0,00276

Wie ersichtlich, sind die Näherungsformeln für die Praxis vollkommen befriedigend. In Wirklichkeit sind auch die »genauen« Wurzeln nicht ganz genau, da beispielsweise die Auswirkung der Sättigung größere Fehler verursachen kann. Weiterhin kann festgestellt werden, daß die Gleichstromkomponente mit der Zeitkonstante T_3 von keiner praktischen Bedeutung ist, da ihre Zeitkonstante etwa 1/7 Periode ausmacht und somit zur Zeit des größten Einschaltstromstoßes sozusagen vollkommen verschwindet.

17.202. Einschaltströme

Die Einschaltströme können mit Operatorenrechnung bei Anwendung des Entwicklungssatzes berechnet werden. Gute Näherungswerte können aber mittels folgenden Verfahrens einfacher erhalten werden.

Die stationäre Komponente von $\mathbf{A}_4 e^{j\omega_1 t}$ ist uns aus der Untersuchung des stationären Betriebes bekannt, und zwar der Kurzschlußstrom:

$$\mathbf{A}_4 = \mathbf{I}_k = \frac{U_s}{\mathbf{Z}_k}, \quad (17.12)$$

wo \mathbf{Z}_k die resultierende Impedanz aus Abb. 17.2 für den Fall $s = 1$, d. h. die Kurzschlußimpedanz des Motors bedeutet.

Der Anfangswert \mathbf{A}_1 der Gleichstromkomponente $\mathbf{A}_1 e^{\rho_1 \omega_1 t}$ kann aus Formel (17.6b) durch Substitution von $\rho_i = \rho_1$ berechnet werden. Mit den bei den vorkommenden Ordnungsgrößen zugelassenen Annäherungen erhalten wir folgende Formel:

$$\mathbf{A}_1 \approx j \frac{U_s}{X_m + X_{sl}} \frac{R_r^2}{(R_r + R_s)^2}. \quad (17.13)$$

Zur Bestimmung der Gleichstromkomponenten mit Anfangswerten \mathbf{A}_2 und \mathbf{A}_3 kann die Tatsache ausgenützt werden, daß der Motor vor der Einschaltung

$$A_2 \approx \frac{1}{\varrho_2 - j} \frac{U_s}{X_{sl} + X_{ia} + X_r} \frac{1}{1 + \left(\frac{X_r}{X_{sl} + X_{ia} + X_r} \frac{R_s + R_r}{\mu R_r} \right)^2 \left(1 + 2 \frac{\mu R_r}{R_s + R_r} \right)} \quad (17.14)$$

Hier kann im ersten Faktor neben $-j$ auch ϱ_2 vernachlässigt werden.

Mit den Angaben des Zahlenbeispiels erhalten wir auf diese Weise den Wert $A_2 = j 3,32 I_n$ [der genaue Wert ergibt sich zu $(-0,38 + j 3,28) I_n$].

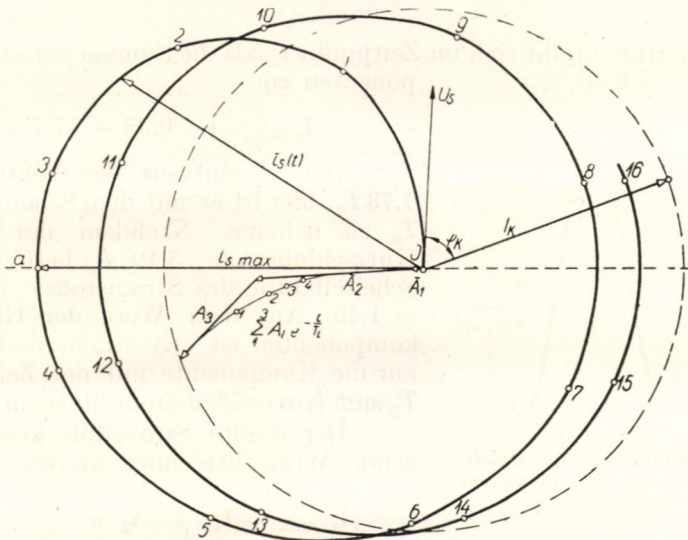


Abb. 17.7. Zeitlicher Verlauf der Einschaltstromvektoren des ruhenden Motors

Der zeitliche Verlauf des Vektors \mathbf{i}_s der Einschaltständerströme kann auf Grund der Formel (17.5) berechnet oder konstruiert werden. In Abb. 17.7 ist die Kurve $\mathbf{i}_s(t)$ für zwei Perioden aufgezeichnet. Die Ziffern in der Abbildung bedeuten die Zahl der vom Augenblick der Einschaltung verstrichenen Achtelperioden. Aus der Abbildung ist ersichtlich, daß sich der Vektor \mathbf{i}_s rasch dem vom Kurzschlußstrom \mathbf{I}_k beschriebenen Kreis (gestrichelte Linie) nähert. Der Ständerstrom ist nach einer nicht vollen Halbperiode am höchsten.

Der Zeitpunkt des Maximums kann zu $t_m = \frac{\pi/2 + \varphi_k}{\omega}$ geschätzt werden.

Mit den Angaben des Zahlenbeispiels ergibt sich $\varphi_k = 67,2^\circ = 1,17$ Radian, d. h. $t_m = \frac{1,57 + 1,17}{314} = 0,00872$ sec. Zu diesem Zeitpunkt werden

die Werte der einzelnen Stromkomponenten die folgenden sein:

$$\mathbf{I}_k e^{j\omega \cdot t_m} = jI_k = j 5,19;$$

$$\mathbf{A}_1 e^{-\frac{t_m}{T_1}} = j 0,09 \cdot 0,994 = j 0,09;$$

$$\mathbf{A}_2 e^{-\frac{t_m}{T_2}} = (-0,38 + j 3,28) \cdot 0,728 = 0,28 + j 2,38;$$

$$\mathbf{A}_3 e^{-\frac{t_m}{T_3}} = (-1,63 + j 1,41) \cdot 0,0426 = 0,07 + j 0,06.$$

Der Ständerstrom ergibt sich im Zeitpunkt t_m als die Summe der obigen Komponenten zu:

$$\mathbf{i}_{s\max} = (-0,35 + j 7,72) I_n.$$

Der Absolutwert des Vektors beträgt $7,73 I_n$, hier ist er mit dem Scheitelwert von I_n zu nehmen. Nachdem der stationäre Kurzschlußstrom $5,19 I_n$ beträgt, ist der Scheitelfaktor des Stromstoßes $7,73/5,19 = 1,49$. Aus dem Wert der Gleichstromkomponenten ist ersichtlich, daß praktisch nur die Komponente mit der Zeitkonstante T_2 zum Kurzschlußstrom hinzuzurechnen ist.

Der größte Stromstoß kann auf folgende Weise berechnet werden:

$$|\mathbf{i}_s|_{\max} = |\mathbf{I}_k| + |\mathbf{A}_2| e^{-\frac{\pi/2 + \varphi_k}{\omega_1 T_2}}. \quad (17.15)$$

Falls wir keine genauere Berechnung machen wollen, kann der Wert des Scheitelfaktors mit 1,5 oder bei kleineren Motoren mit 1,4 angenommen werden. Bei den kleineren Motoren sind nämlich die Wirkwiderstände verhältnismäßig höher, weshalb sie auch schneller abklingen.

Die Phasenströme erhalten wir, wie bekannt, durch Projizierung des Vektors \mathbf{i}_s auf die Phasenachsen. Dementsprechend tritt der obige Höchststrom tatsächlich nur in dem Falle in einer der Phasen auf, wenn der Vektor \mathbf{i}_s im Zeitpunkt t_m mit einer der Phasenachsen zusammenfällt. Dies hängt von der Lage der Spannung U_s im Zeitpunkt der Einschaltung ab. Sämtliche Phasenlagen der Spannung U_s könnten durch Verdrehung der ganzen Abb. 17.7 erreicht werden. Anstatt dessen ist es einfacher, die Phasenachsen mit dem gewünschten Winkel zu verdrehen. In Abb. 17.7 ist die Phasenachse a mit gestrichelter Linie so aufgezeichnet worden, daß der Höchststrom in Phase a auftritt. Diese Lage entsteht, wenn das Einschalten im Zeitpunkt des Nullüberganges der Spannung U_s erfolgt. Der zeitliche Verlauf des Phasenstromes i_{sa} ist in Abb. 17.8 dargestellt. Der resultierende Gleichstrom ist in der Abbildung mit gestrichelter Linie angegeben.

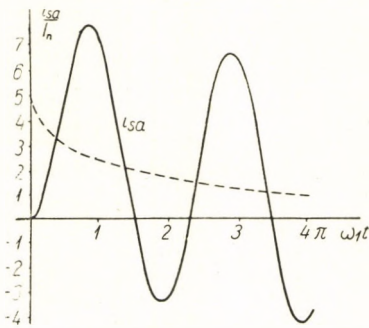


Abb. 17.8. Verlauf des Einschaltstromes in der Phase mit höchstem Strom

17.203. Einschalt-Momentenstoß

Infolge der nach der Einschaltung auftretenden Gleichströme erscheinen auch transiente Momentenkomponenten. Zur Berechnung des Momentes kann man von der bekannten Formel $M = \frac{3}{2} \psi_s \times \mathbf{i}_s$ ausgehen. Jetzt ist es zweckmäßiger, den Ständerfluß in Form von $\psi_s = \psi_m + \mathbf{i}_s L_{sl}$ aufzuschreiben, wo ψ_m der Hauptfluß und $\mathbf{i}_s L_{sl}$ der Ständerstreufuß sind. Somit erhält man

$$M = \frac{3}{2} \psi_m \times \mathbf{i}_s$$

oder in relativen Einheiten

$$M = \psi_m \times \mathbf{i}_s. \quad (17.16)$$

Der Hauptfluß kann aus dem Magnetisierungsstrom berechnet werden:

$$\psi_m = L_m \mathbf{i}_m.$$

Somit wir das Moment

$$M = L_m \mathbf{i}_m \times \mathbf{i}_s = L_m \operatorname{Im} \{ \mathbf{i}_m \mathbf{i}_s \}. \quad (17.17)$$

Bei der Einschaltung enthält der Strom \mathbf{i}_m auch Gleichstromkomponenten mit derselben Zeitkonstante wie der Ständerstrom.

Wie bei der Formel (17.5) gezeigt wurde, ist

$$\mathbf{i}_s = \mathbf{I}_k e^{j\omega_1 t} + \mathbf{A}_1 e^{-\frac{t}{T_1}} + \mathbf{A}_2 e^{-\frac{t}{T_2}} + \mathbf{A}_3 e^{-\frac{t}{T_3}}.$$

Der Magnetisierungsstrom kann in ähnlicher Form aufgeschrieben werden:

$$\mathbf{i}_m = \mathbf{I}_{mk} e^{j\omega_1 t} + \mathbf{A}_{m1} e^{-\frac{t}{T_1}} + \mathbf{A}_{m2} e^{-\frac{t}{T_2}} + \mathbf{A}_{m3} e^{-\frac{t}{T_3}}. \quad (17.18)$$

Die einzelnen Komponenten des Momentes werden durch das Vektorprodukt der einzelnen Glieder von \mathbf{i}_s und \mathbf{i}_m gegeben. Von den vielen Komponenten sind nur zwei in Betracht zu ziehen, da die Zeitkonstanten T_2 und T_3 so klein sind, daß diese Komponenten bis zum Zeitpunkt der Entwicklung des Momentenscheitels praktisch abklingen. Wie im Abschnitt 17.202 gezeigt wurde, ist in der Formel des Ständerstromes auch \mathbf{A}_1 sehr gering, so daß die Annäherungen

$$\text{und} \quad \left. \begin{aligned} \mathbf{i}_s &= \mathbf{I}_k e^{j\omega_1 t} \\ \mathbf{i}_m &= \mathbf{I}_{mk} e^{j\omega_1 t} + \mathbf{A}_{m1} e^{-\frac{t}{T_1}} \end{aligned} \right\} \quad (17.19)$$

benutzt werden können. Das Vektorprodukt der beiden $e^{j\omega_1 t}$ enthaltenden Glieder gibt das stationäre Anlaßmoment M_k , wogegen das Vektorprodukt aus dem Ständerstrom und der Gleichstromkomponente des Magnetisierungsstromes ein pulsierendes Moment M_p darstellt.

Es wird daher

$$M = M_k + M_p, \quad (17.20)$$

wo

$$M_p = L_m \left(\mathbf{A}_{m1} e^{-\frac{t}{T_1}} \right) \times \left(\mathbf{I}_k e^{j\omega_1 t} \right) = L_m \operatorname{Im} \left\{ \hat{\mathbf{A}}_{m1} \mathbf{I}_k e^{-\frac{t}{T_1}} e^{j\omega_1 t} \right\}. \quad (17.21)$$

\mathbf{I}_k kann zweckmäßigerweise in der Form $I_k e^{-j\varphi_k}$ aufgeschrieben werden. Bei der Bestimmung von \mathbf{A}_{m1} kann von der Komponente \mathbf{A}_1 des Ständerstromes ausgegangen werden, die mittels Formel (17.13) berechnet wird. Auf Grund der Abb. (17.5a) ist

$$\mathbf{A}_{m1} : \mathbf{A}_1 \approx (\mathbf{R}_s + \mathbf{R}_r) : \mathbf{R}_r,$$

woraus unter Berücksichtigung der Formel (17.13):

$$\mathbf{A}_{m1} \approx \mathbf{A}_1 \frac{\mathbf{R}_s + \mathbf{R}_r}{\mathbf{R}_r} \approx j \frac{U_s}{X_{sl} + X_m} \frac{\mathbf{R}_r}{\mathbf{R}_r + \mathbf{R}_s}. \quad (17.22)$$

Das pulsierende Moment wird daher auf Grund der Gleichung (17.21):

$$M_p = L_m \operatorname{Im} \left\{ -j \frac{U_s}{X_{sl} + X_m} \frac{\mathbf{R}_r}{\mathbf{R}_r + \mathbf{R}_s} e^{-\frac{t}{T_1}} I_k e^{-j\varphi_k} e^{j\omega_1 t} \right\},$$

oder

$$\begin{aligned} M_p &\approx -\frac{U_s I_k}{\omega_1} \frac{X_m}{X_m + X_{sl}} \frac{\mathbf{R}_r}{\mathbf{R}_r + \mathbf{R}_s} e^{-\frac{t}{T_1}} \cos(\omega_1 t - \varphi_k) = \\ &= M_{p \max} e^{-\frac{t}{T_1}} \cos(\omega_1 t - \varphi_k), \end{aligned} \quad (17.23)$$

wo die Anfangsamplitude des pulsierenden Momentes:

$$M_{p \max} \approx \frac{U_s I_k}{\omega_1} \frac{X_m}{X_m + X_{sl}} \cdot \frac{\mathbf{R}_r}{\mathbf{R}_r + \mathbf{R}_s}. \quad (17.24)$$

In den ersten Perioden vermindert sich die Amplitude des pulsierenden Momentes kaum, da die Zeitkonstante T_1 eine Größenordnung von 50 bis 100 Perioden aufweist. Aus diesem Grunde kann der Höchstwert des Momentes

$$M_{\max} = M_k + M_{p \max} \quad (17.25)$$

erreichen. Bei der obigen Berechnung wurde vorausgesetzt, daß die Einschaltung der drei Phasen am Ständer des Motors gleichzeitig erfolgt. Bei den üblichen Schaltern kann jedoch zwischen den Einschaltzeitpunkten der einzelnen Phasenkontakte eine Abweichung von sogar 1/4 Periode vorkommen. Infolgedessen kann bei ungünstigen Phasenlagen im Falle nichtgleichzeitiger Einschaltung die Amplitude des pulsierenden Momentes den Wert $\sqrt{2}M_{p \max}$ erreichen (s. Abschnitt 13.60) und der Höchstwert des Momentes

$$M_{\max} = M_k + \sqrt{2} M_{p \max} \quad (17.26)$$

betragen.

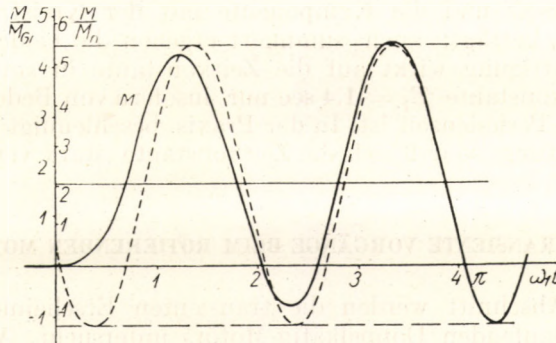


Abb. 17.9. Zeitlicher Verlauf des Einschaltmomentes des ruhenden Motors

Mit den Angaben des Zahlenbeispiels ergibt sich:

$$M_k = \operatorname{Re}\{\hat{U}_s \mathbf{I}_k\} - |\mathbf{I}_k|^2 R_s = 2,01 - 5,19^2 \cdot 0,014 = 1,63,$$

$$M_{p \max} = \frac{1 \cdot 5,19}{1} \frac{3,5}{3,6} \frac{0,018}{0,018 + 0,014} = 2,83.$$

Der Höchstwert des Momentes kann daher im Falle gleichzeitiger Einschaltung $1,63 + 2,83 = 4,46$ bzw. bei nicht gleichzeitiger Einschaltung im ungünstigen Falle $1,63 + \sqrt{2} \cdot 2,83 = 5,63$ betragen. Diese Zahlen beziehen sich auf das aus der Nennscheinleistung mit der Synchronwinkelgeschwindigkeit berechnete Grundmoment. Auf das Nennmoment M_n bezogen, das aus der Nennleistung an der Welle berechnet wird, ergeben sich 1,24fache Werte, so daß der höchstmögliche Wert des Momentes $1,24 \cdot 5,63 M_n = 7 M_n$ ausmachen kann.

In Abb. 17.9 ist der zeitliche Verlauf des Momentes bei gleichzeitiger Einschaltung dargestellt. Für den Fall des Zahlenbeispiels ergibt sich:

$$M = 1,63 + 2,83 e^{-\frac{t}{T_1}} \cos(\omega_1 t - 67,2^\circ).$$

In den ersten ein bis zwei Perioden weicht das Moment von dieser Beziehung ab, weil zu dieser Zeit die Komponenten mit der Zeitkonstante T_2 und T_3 noch nicht abgeklungen sind. Diese wirken jedoch auf das Momentenmaximum nicht, sie vermindern das Moment nur in der ersten Periode. Das Moment soll nämlich im Zeitpunkt $t = 0$ von Null ausgehen, an dieser Stelle ist sogar auch der erste und zweite Differentialquotient nach der Zeit ebenfalls Null. In Abb. 17.9 sind sämtliche Komponenten bei der mit starker Linie gezogenen Momentenkurve berücksichtigt, während die Kurve mit gestrichelter Linie der obigen Näherungsformel entspricht.

Der obige hohe Wert des Momentenmaximums wird durch die Sättigung nicht in bedeutendem Maße vermindert, da der Wert von $\psi_{m1} = A_{m1} L_m$ 55% des Nennflusses und die Komponente mit der Kreisfrequenz ω_1 des Hauptflusses 50% beträgt; auch summiert ergeben die beiden keine große Sättigung. Die Sättigung wirkt auf die Zeitkonstante in stärkerem Maße, doch ist die Zeitkonstante $T_1 = 1,4$ sec nur insofern von Bedeutung, daß sie viel größer als die Periodenzeit ist. In der Praxis beschleunigt sich der Motor nach der Einschaltung, so daß sich die Zeitkonstante stark vermindern wird.

17.30. TRANSIENTE VORGÄNGE BEIM ROTIERENDEN MOTOR

In diesem Abschnitt werden die transienten Erscheinungen des mit Betriebsdrehzahl laufenden Doppelkäfig-Motors untersucht. Auch hier wird angenommen, daß während des Abspielens der elektromagnetischen transienten Vorgänge die Drehzahl genau konstant bleibt. Einfachheit halber wird die Einschaltung eines stromlosen Motors untersucht und die in dieser Weise erhaltenen Ergebnisse werden am Ende des Abschnittes mit Hilfe des Superpositionsprinzips auf einige praktische Fälle angewendet. Die Formeln werden mit Operatorenrechnung abgeleitet.

17.301. Operatorenleichungen des rotierenden Motors

Da die Läuferstromkreise verwickelter sind, ist es viel zweckmäßiger, ein mit dem Läufer gleichlaufendes Koordinatensystem zu verwenden. Die Spannungsgleichung des Ständers ist

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{i}_s R_s + \frac{d\boldsymbol{\psi}_s}{dt} + j\omega \boldsymbol{\psi}_s. \quad (17.27)$$

Der Ständerfluß wird von den Ständer- und Läuferströmen gemeinsam erzeugt. Die Stromkreise des Läufers sind kurzgeschlossen, und da ein mit dem Läufer gleichlaufendes Koordinatensystem zur Anwendung gelangt, kann dieselbe Spannungsgleichung aufgeschrieben werden wie im Falle eines an der Sekundär- (und Tertiär-) Seite kurzgeschlossenen Transformators. Bei Anwendung der Laplaceschen Transformation können aus den erhaltenen

Gleichungen die Läuferströme mit dem Ständerstrom ausgedrückt werden und somit wird der Fluß ψ_s nur vom Strom i_s abhängen:

$$\psi_s = l(p) i_s. \quad (17.28)$$

Bezeichnen wir die Induktivität $l(p)$ als die operatorische Induktivität der Maschine, wie das auch in der Theorie der Synchronmaschinen üblich ist. Wird nun die Laplace-Transformierte der Gleichung (17.27) herangezogen, was nur im Falle einer ständigen Winkelgeschwindigkeit ω einfach durchgeführt werden kann, erhalten wir:

$$u_s = [R_s + (p + j\omega) l(p)] i_s. \quad (17.29)$$

Zur Bestimmung der operatorischen Induktivität ist es zweckmäßiger, zum stillstehenden Motor ($\omega = 0$) zurückzukehren. Wird der Wirkwiderstand des Ständers gleich Null gemacht, erhalten wir aus Gleichung (17.29):

$$u_s = pl(p) i_s = Z(p) i_s.$$

Somit ist $pl(p)$ die operatorische Impedanz des stillstehenden Motors. Aus Gleichung (17.3) erhalten wir den Wert von $pl(p)$, indem in den Gleichungen (17.4a) an Stelle von R_s Null gesetzt wird. Anstatt p wird wieder die Bezeichnung $\varrho = p/\omega_1$ eingeführt. Werden im Ausdruck der Impedanz entsprechende Umformungen verrichtet und »fiktive« Zeitkonstanten eingeführt, erhalten wir die bei Synchronmaschinen übliche Form:

$$pl(p) = \varrho \omega_1 l(\varrho) = \varrho X_s \frac{\varrho^2 \omega_1^2 T'_d T''_d + \varrho \omega_1 (T'_D + T'_d) + 1}{\varrho^2 \omega_1^2 T'_{d0} T''_{d0} + \varrho \omega_1 (T'_{D0} + T'_{d0}) + 1}. \quad (17.30)$$

Hier entspricht der synchronen Reaktanz X_d der Wert $X_s = X_{sl} + X_m$, der die Leerlaufreaktanz des Ständers darstellt. Im Nenner der Formel (17.30) stehen die Leerlauf-Zeitkonstanten, die unter Voraussetzung von offenen Ständerklemmen nach den Ersatzschaltungen der Abb. 17.10 zu bestimmen sind. (Im Schema *a* ist $\mu R_r = \infty$, im Schema *b* $R_r = \infty$ und im Schema *c* $R_r = 0$.) Somit wird:

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 T'_{d0} &= \frac{X_m + X_{ia} + X_r}{R_r}; & \omega_1 T'_{D0} &= \frac{X_r}{\mu R_r}; \\ \omega_1 T''_{d0} &= -\frac{X_r (X_m + X_{ia})}{X_r + X_m + X_{ia}} \cdot \end{aligned} \right\} \quad (17.31)$$

Die im Zähler der Formel (17.30) stehenden Kurzschluß-Zeitkonstanten sind aus Abb. 17.10 unter Voraussetzung geschlossener Ständerklemmen zu

bestimmen. Es können ähnliche Formeln wie unter (17.31) angewendet werden, nur ist $\frac{X_m X_{sl}}{X_m + X_{sl}}$ an Stelle von X_m zu setzen.

Mit den Angaben des Zahlenbeispiels:

$$\begin{aligned} X_s &= 360\% = 3,6, \\ \omega_1 T'_{d0} &= 202,8, \quad \omega_1 T'_{D0} = 1,586, \quad \omega_1 T''_{d0} = 1,544, \\ \omega_1 T'_d &= 13,73, \quad \omega_1 T'_D = 1,586, \quad \omega_1 T''_d = 0,945, \end{aligned}$$

wodurch:

$$\varrho \omega_1 I(\varrho) = \varrho 3,6 \frac{\varrho^2 12,98 + \varrho 15,32 + 1}{\varrho^2 313,5 + \varrho 204,4 + 1}$$

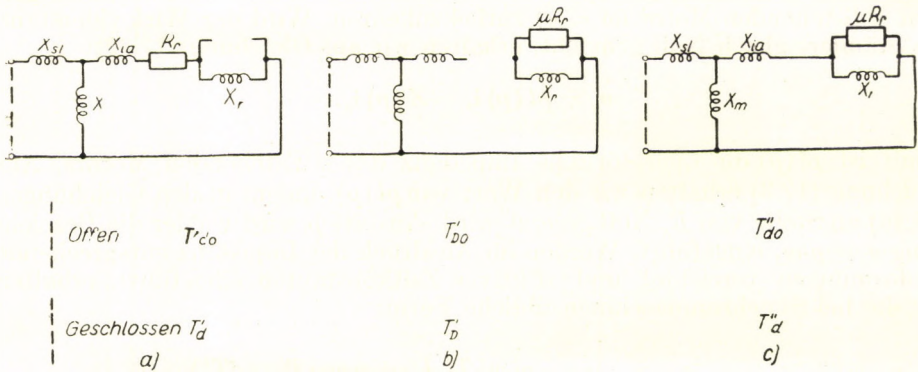


Abb. 17.10. Ersatzchaltbilder der Leerlauf- und Kurzschluß-Zeitkonstanten

17.302. Stationärer Betrieb

Im stationären Betrieb ist die Drehzahl des Motors konstant: $\omega = (1 - s)\omega_1$. Die Spannung ist im stehenden Koordinatensystem $\mathbf{u}_s = U_s e^{j\omega_1 t}$. Im rotierenden Koordinatensystem

$$\mathbf{u}_s = U_s e^{js\omega_1 t} \tag{17.32}$$

und deren Laplace-Transformierte:

$$\mathbf{u}_s = U_s \frac{P}{p - js\omega_1} = U_s \frac{\varrho}{\varrho - js} \tag{17.33}$$

Die Operatorenform des Ständerstromes erhalten wir aus Gleichung (17.29):

$$\mathbf{i}_s = U_s \frac{\varrho}{\varrho - js} \frac{1}{R_s + (\varrho\omega_1 + j\omega) l(\varrho)} \tag{17.34}$$

Die Zeitfunktion erhalten wir mittels des Entwicklungssatzes. Von den Wurzeln des Nenners gehört der stationäre Betriebsstrom zu $\varrho = js$, wobei den übrigen Wurzeln freie Ströme zugeordnet sind, die abklingen und binnen kurzem verschwinden. Infolgedessen wird nach dem Entwicklungssatz der stationäre Betriebsströmerstrom, da $js\omega_1 + j\omega = j\omega_1$:

$$\mathbf{I}_s e^{js\omega_1 t} = U_s \frac{1}{R_s + j\omega_1 l(js)} e^{js\omega_1 t},$$

die stationäre Betriebs-Admittanz bzw. -Impedanz des Motors wird daher bei Schlupf s :

$$\mathbf{Y}(s) = \frac{1}{R_s + j\omega_1 l(js)} \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{Z}(s) = R_s + j\omega_1 l(js). \quad (17.35)$$

So ist z. B. die Kurzschlußimpedanz \mathbf{Z}_k des stillstehenden ($s = 1$) Motors:

$$\mathbf{Z}_k = R_s + j\omega_1 l(j). \quad (17.36)$$

17.303. Zeitkonstanten der Einschaltströme

Die Zeitkonstanten der freien Ströme werden durch die Wurzeln der Gleichung

$$R_s + [\varrho + j(1-s)]\omega_1 l(\varrho) = 0 \quad (17.37)$$

bestimmt, was im Einklang mit der bekannten Tatsache steht, daß die freien Ströme die Lösungen des homogenen Differentialgleichungs-Systems bilden. An Stelle der Netzspannung ist daher Null zu denken, d. h. das Abklingen der freien Ströme in der rotierenden Maschine ist bei kurzgeschlossenen Ständerklemmen zu beobachten. Infolgedessen übt selbst die Netzspannung auf den Charakter der freien Ströme keine Wirkung aus, so daß von diesem Gesichtspunkt die Synchronzahl keine besondere Bedeutung hat. Nachdem unter den üblichen Betriebsverhältnissen die Drehzahl der Maschine nur um einige Prozente von der Synchronzahl ω_1 abweicht, kann die Rechnung mit Annahme von $\omega = \omega_1$, d. h. $s = 0$ durchgeführt werden. Auf diese Weise nimmt die Gleichung (17.37) folgende Form an:

$$R_s + (\varrho + j)\omega_1 l(\varrho) = 0. \quad (17.38)$$

Die genaue Lösung dieser Gleichung ist langwierig, da sie zu einer Gleichung dritten Grades mit komplexen Koeffizienten führt. Der imaginäre Teil einer der drei Wurzeln, ϱ_1 , ist nahezu $-j$. Dieser hat den Charakter $e^{-j\omega t}$, bedeutet also einen, mit Winkelgeschwindigkeit $-\omega_1$ der Läuferrichtung entgegengesetzt rotierenden Strom, d. h. im Ständer einen Gleichstrom. Der imaginäre Teil der beiden anderen Wurzeln ist nahezu Null, so daß diese im Läufer einen nahezu Gleichstrom bedeuten.

Der Wert der ersten Wurzel kann auf folgende Weise angenähert werden. Nachdem es sich im Ständer um einen nahezu Gleichstrom handelt, fließt im Läufer ein Wechselstrom mit einer Frequenz von fast f_1 . Die Läuferrückwirkung hängt daher nur in sehr geringem Maße vom genauen Wert der Frequenz ab, weshalb im Ausdruck $l(\varrho)$ der Gleichung (17.38) anstatt ϱ ein der Frequenz f_1 entsprechender Wert $-j$ gesetzt werden kann. Somit wird:

$$R_s + (\varrho + j)\omega_1 l(-j) = 0,$$

woraus

$$\varrho_1 \approx -\frac{R_s}{\omega_1 l(-j)} - j. \quad (17.39)$$

Der Wert $l(-j)$ ist die Konjugierte von $l(j)$ in Gleichung (17.36). Wird dieser Wert unter Zugrundelegung der Gleichung (17.36) ausgedrückt und die Formel (17.39) eingesetzt, erhalten wir

$$\varrho_1 \approx \frac{jR_s}{\hat{Z}_k - R_s} - j. \quad (17.40)$$

Mit den Daten des Zahlenbeispiels erhalten wir, da die Kurzschlußimpedanz $7,49 + j 17,77\%$ beträgt, folgenden Wert:

$$\varrho_1 \approx \frac{j 1,4}{7,49 - j 17,77 - 1,4} - j = -0,0705 + j 0,0241 - j.$$

Der zugeordnete freie Strom hat im mit dem Läufer gleichlaufenden Koordinatensystem die Form $A_1 e^{\varrho_1 \omega_1 t}$ bzw. im stehenden Koordinatensystem die Form

$$A_1 e^{\varrho_1 \omega_1 t} \cdot e^{j\omega_1 t} = A_1 \cdot e^{-0,0705 \omega_1 t} e^{j0,0241 \omega_1 t}.$$

Es handelt sich hier also um einen »Gleichstrom«, der sich mit einer Geschwindigkeit von $2,41\%$ der Synchrondrehzahl vorwärts dreht und dessen abklingende Zeitkonstante

$$T_1 = \frac{1}{0,0705 \cdot 314} = 0,452 \text{ sec},$$

also etwas mehr als 2 Perioden beträgt.

Den beiden anderen Wurzeln der Gleichung (17.38) ist im Läufer Gleichstrom und im Ständer ein Wechselstrom mit einer Frequenz von nahezu f_1 zugeordnet. Deswegen kann der Wirkwiderstand R_s im Vergleich zur Streureaktanz des Ständers vernachlässigt werden. Somit wird die Gleichung (17.38) viel einfacher:

$$l(\varrho) = 0$$

bzw. unter Berücksichtigung von (17.30) und jetzt mit p ausgedrückt:

$$p^2 T'_d T''_d + p(T'_D + T'_d) + 1 = 0. \quad (17.41)$$

Die Gleichung hat zwei Realwurzeln. Von den Werten $p_2 \approx -\frac{1}{T'_d}$ und $p_3 \approx -\frac{1}{T''_d}$ als erste Annäherung ausgehend, erhalten wir nach der Newton-Regel folgende bessere Annäherungen:

$$\left. \begin{aligned} p_2 &\approx -\frac{1}{T'_d} \frac{1}{1 + \frac{T'_D - T''_d}{T'_d}}; & T_2 &= -\frac{1}{p_2}, \\ p_3 &\approx -\frac{1}{T''_d} \frac{1}{1 - \frac{T'_D - T''_d}{T'_d}}; & T_3 &= -\frac{1}{p_3}. \end{aligned} \right\} \quad (17.42)$$

Mit Angaben des Zahlenbeispiels:

$$T_2 = -\frac{1}{p_2} = 0,0458 \text{ Sek}; \quad T_3 = -\frac{1}{p_3} = 0,00287 \text{ sec}$$

bzw.

$$\varrho_2 = p_2 \omega_1 = -0,0697,$$

$$\varrho_3 = p_3 \omega_1 = -1,11.$$

Zwecks Beurteilung der Güte der Annäherungen wurden in Tab. II die genauen Wurzeln der komplexen Gleichung (17.38) und die mit Formeln (17.40) und (17.42) berechneten Näherungswurzeln zusammengestellt.

TABELLE II

	ϱ_1	ϱ_2	ϱ_3
Genauere Werte	-0,070 -j 0,976	-0,0695-j 0,0034	-1,136-j 0,0224
Näherungswerte	-0,0705 -j 0,9759	-0,0697	-1,11

Den obigen entsprechen bei Synchronmaschinen folgende Zeitkonstanten:

T_2 = transiente Zeitkonstante,

T_3 = subtransiente Zeitkonstante,

T_1 = Zeitkonstante des Ständergleichstroms.

Es sei bemerkt, daß dem Rotieren der »Gleichstrom«-Komponenten keine praktische Bedeutung zuzuschreiben ist. So ist z. B. die Winkelver-
drehung der Gleichstromkomponenten \mathbf{A}_1 im Ständer in der Zeit T_1 , während
welcher ihr Wert auf 37% fällt, lediglich

$$T_1 \cdot \Delta \omega = 0,0452 \cdot 0,0241 \cdot 314 \approx 0,34 \text{ Radian} \approx 20^\circ.$$

17.304. Einschaltströme

Die Operatorenform des Einschaltstromes wurde bereits mit Formel
(17.34) aufgeschrieben (im mit dem Läufer gleichlaufenden Koordinaten-
system):

$$\mathbf{i}_s = U_s \frac{\varrho}{\varrho - js} \frac{1}{R_s + [\varrho + j(1-s)] \omega_1 l(\varrho)}.$$

Auf Grund des Entwicklungssatzes kann die Zeitfunktion des Stromes in
folgender Form aufgeschrieben werden:

$$\mathbf{i}_s(t) = \mathbf{A}_4 e^{js\omega_1 t} + \mathbf{A}_1 e^{\varrho_1 \omega_1 t} + \mathbf{A}_2 e^{\varrho_2 \omega_1 t} + \mathbf{A}_3 e^{\varrho_3 \omega_1 t}. \quad (17.43)$$

Ein interessantes Ergebnis erhalten wir im Falle der Vernachlässigung des
Ständer-Wirkwiderstandes. Zunächst soll der Ständerstrom auf einen still-
stehenden Motor, dann auf einen mit Synchrondrehzahl laufenden Motor
bezogen eingetragen werden.

Beim stillstehenden Motor ist $s = 1$, somit ergibt sich aus 17.34:

$$\mathbf{i}_s = U_s \frac{1}{\varrho - j} \frac{1}{\omega_1 l(\varrho)}. \quad (17.44)$$

Beim synchronlaufenden Motor ist $s = 0$, somit:

$$\mathbf{i}_s = U_s \frac{1}{\varrho + j} \frac{1}{\omega_1 l(\varrho)}. \quad (17.45)$$

Die Einschaltströme sind daher in beiden Fällen gleich groß, nur stellen sie
die Konjugierten voneinander dar. Dies kann auch auf folgende Weise nach-
gewiesen werden: Im stehenden Koordinatensystem ergibt sich die Span-
nungsgleichung des Ständers bei Vernachlässigung von R_s :

$$\mathbf{u}_s = \frac{d\psi_s}{dt}.$$

Nachdem $\mathbf{u}_s = U_s e^{j\omega_1 t}$ und im Zeitpunkt $t = 0$ der Fluß Null ist, erhalten

wir für den Fluß durch Integration folgende Formel:

$$\psi_s = \frac{U_s}{j\omega_1} e^{j\omega_1 t} - \frac{U_s}{j\omega_1} = \psi_{sw} + \psi_{sg}.$$

Der Ständerfluß besteht also aus zwei gleichgroßen Dreh- (Wechselstrom) und Gleichstrom-Komponenten. Beim stillstehenden Motor dreht sich ψ_{sw} auf den Läufer bezogen mit synchroner Winkelgeschwindigkeit, wogegen ψ_{sg} stillsteht. Beim synchronlaufenden Motor vertauschen sich die Rollen, indem ψ_{sw} im Verhältnis zum Läufer stillsteht und ψ_{sg} sich mit der Synchrondrehzahl in negativer Richtung zum Läufer dreht. Aus diesem Grunde können diese Flüsse in beiden Fällen von gleichgroßen Ständerströmen erzeugt werden.

Die für den stillstehenden Motor abgeleiteten Beziehungen können daher mit Substituierung von $R_s = 0$ zur Berechnung der Stromkomponenten des synchronlaufenden Motors verwendet werden. Dieses Verfahren ist selbstverständlich bei der Berechnung der Zeitkonstanten nicht brauchbar, da hier der Wirkwiderstand R_s nicht vernachlässigt werden kann.

Der stationäre Strom des laufenden Motors beträgt im Falle $s = 0$:

$$\mathbf{A}_4 = \frac{U_s}{R_s + j(X_{sl} + X_m)} \approx \frac{U_s}{j(X_{sl} + X_m)}, \quad (17.46)$$

was den Leerlaufstrom der Maschine bedeutet. Denselben Wert würde auch die Komponente \mathbf{A}_1 des stillstehenden Motors bei Substituierung von $R_s = 0$ [siehe Formel (17.13)] nach Einführung der Konjugierten ergeben.

Die Gleichstromkomponente \mathbf{A}_1 des Ständerstromes im laufenden Motor entspricht der Wechselstromkomponente \mathbf{A}_4 im stillstehenden Motor, daher kann die Konjugierte der Formel (17.12) benutzt werden. Da jedoch die Kurzschlußimpedanz \mathbf{Z}_k auch den Ständer-Wirkwiderstand R_s enthält, ist dieser abzuziehen. Auf diese Weise erhalten wir:

$$\mathbf{A}_1 \approx \frac{U_s}{\hat{\mathbf{Z}}_k - R_s}. \quad (17.47)$$

Die transiente Wechselstromkomponente \mathbf{A}_2 des Ständerstromes im laufenden Motor entspricht der Komponente \mathbf{A}_2 im stillstehenden Motor. Demnach erhalten wir aus Formel (17.14) nach Substituierung von $R_s = 0$ und Einführung der Konjugierten:

$$\mathbf{A}_2 \approx \frac{1}{\varrho_2 + j X_{sl} + X_{ia} + X_r} \frac{U_s}{1 + \left(\frac{X_r}{X_{sl} + X_{ia} + X_r} \right)^2 \left(\frac{1}{\mu^2} + \frac{2}{\mu} \right)}. \quad (17.48)$$

Hier ist $\varrho_2 = -1/\omega_1 T_2$, was neben j auch vernachlässigt werden kann.

Die Komponente \mathbf{A}_3 kann am einfachsten erhalten werden, wenn $\mathbf{i}_s(t)$ nach der Einschaltung im Zeitpunkt $t = 0$ noch Null bleibt, nach Gleichung (17.43) wird also

$$\mathbf{A}_4 + \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_3 = 0. \quad (17.49)$$

Die Güte der Annäherungen ist in Tab. III veranschaulicht. Die genauen Werte wurden aus Gleichung (17.34) berechnet, die Näherungswerte mit Hilfe der Formeln (17.46) bis (17.49).

TABELLE III

	\mathbf{A}_4	\mathbf{A}_1	\mathbf{A}_2	\mathbf{A}_3
Genauere Werte	$0 - j0,28$	$1,61 + j5,22$	$-0,06 - j3,48$	$-1,55 - j1,46$
Näherungswerte	$0 - j0,28$	$1,72 + j5,04$	$-0,25 - j3,60$	$-1,47 - j1,16$

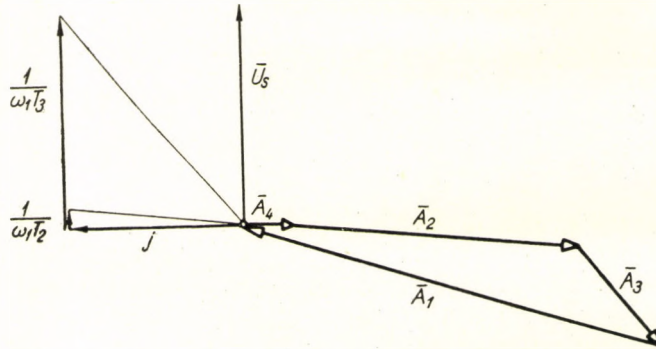


Abb. 17.11. Konstruktion der freien Einschaltströme des umlaufenden Motors

Die Vektoren der einzelnen Komponenten können auch im Konstruktionswege, ähnlich wie in Abb. 17.6, bestimmt werden. Zunächst werden der stationäre Strom \mathbf{A}_4 und der Ständergleichstrom \mathbf{A}_1 mittels der Formeln (17.46) bzw. (17.47) berechnet, danach zwecks Bestimmung der Richtung der beiden anderen Komponenten die Vektoren $\frac{1}{\omega_1 T_2} + j$ und $\frac{1}{\omega_1 T_3} + j$ gezeichnet (Abb. 17.11). Werden zu diesen Parallele aus dem Endpunkt von \mathbf{A}_4 bzw. Ausgangspunkt von \mathbf{A}_1 gezogen, erhalten wir die Komponenten \mathbf{A}_2 und \mathbf{A}_3 .

Abb. 17.12 stellt den Einschaltstrom des synchronlaufenden stromlosen Motors für eine Zeitdauer von 2 Perioden dar. Die eingetragenen Ziffern geben die vom Zeitpunkt der Einschaltung verstrichenen Achtelperioden an, der mit gestrichelter Linie gezeichnete kleine Kreis stellt den Kreis des stationären Zustandes dar. Die höchste Stromstärke beträgt $7,4 I_n$ und tritt

nach etwa einer Halbperiode auf. Bis zu diesem Zeitpunkt klingt die subtransiente Komponente \mathbf{A}_3 praktisch vollkommen ab. Die übrigen Komponenten sind in diesem Zeitpunkt nahezu gleichgerichtet, somit wird der höchste Stromstoß:

$$i_{s \max} = |\mathbf{A}_4| + |\mathbf{A}_1| e^{-\frac{\pi}{\omega_1 T_1}} + |\mathbf{A}_2| e^{-\frac{\pi}{\omega_1 T_2}}. \quad (17.50)$$

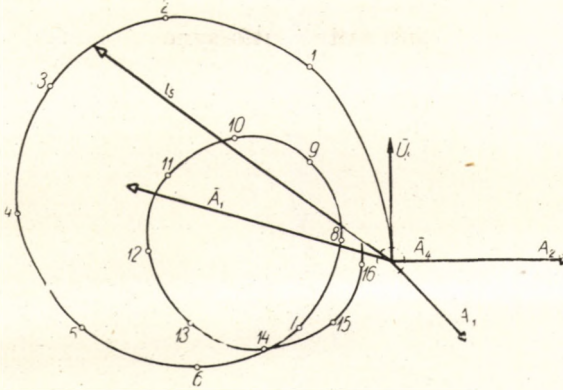


Abb. 17.12. Zeitlicher Verlauf der Einschaltstromvektoren des umlaufenden Motors

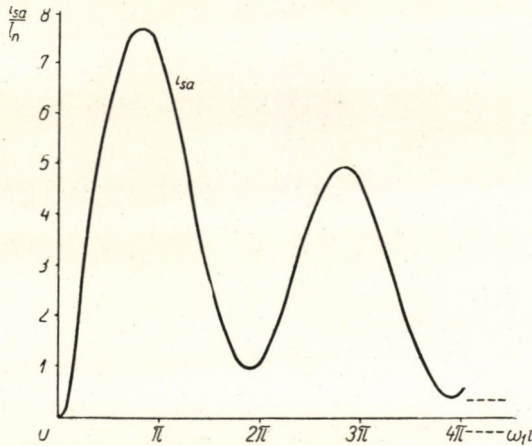


Abb. 17.13. Zeitlicher Verlauf des Einschaltstromes in der Phase mit höchstem Strom

In Abb. 17.13 ist der zeitliche Verlauf des Stromes in Phase a dargestellt, falls die Einschaltung in der ungünstigsten Phasenlage erfolgt. Abb. 17.14 zeigt das Einschaltmoment in Funktion der Zeit. Nachdem die Einschaltung eines synchronlaufenden Motors untersucht wurde, ist der stationäre Wert des Momentes Null.

Falls der Motor zur Zeit der Einschaltung mit nicht genau synchroner Drehzahl läuft, der Schlupf jedoch gering ist, können zur Berechnung der

Zeitkonstanten unverändert die Näherungsformeln (17.40) und (17.42) gebraucht werden. Bei der Berechnung der Stromkomponenten soll von der Operatorenform (17.34) ausgegangen werden. Die Untersuchung führt zu folgenden Feststellungen:

Die stationäre Komponente \mathbf{A}_1 vergrößert sich, ihr Wert kann dem gewöhnlichen stationären Betriebs-Stromvektordiagramm dem Schlupf entsprechend entnommen werden.

Die Gleichstromkomponente \mathbf{A}_1 des Ständerstromes bleibt praktisch dieselbe wie im Falle der Einschaltung des synchronlaufenden Motors; der Ausgangswert kann auch hier mit der Formel (17.47) berechnet werden.

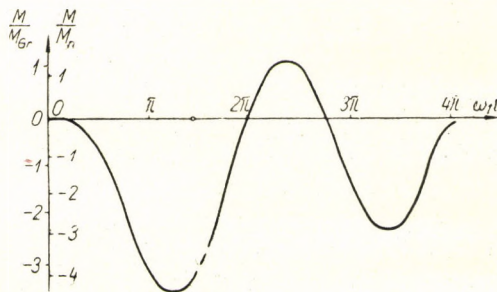


Abb. 17.14. Zeitlicher Verlauf des Drehmomentes im Falle Einschaltung eines umlaufenden Motors

Bei der Berechnung der transienten Komponente \mathbf{A}_2 des Ständerstromes ist die Formel (17.48) mit einem Korrekturfaktor zu ergänzen:

$$\mathbf{A}_2 \approx \frac{1}{\left(1 - j \frac{s}{\varrho_2}\right) [\varrho_2 + j(1 - s)]} \frac{U_s}{X_{sl} + X_{ia} + X_r} \frac{1}{1 + \left(\frac{X_r}{X_{sl} + X_{ia} + X_r}\right)^2 \left(\frac{1}{\mu^2} + \frac{2}{\mu}\right)} \quad (17.51)$$

Die subtransiente Komponente \mathbf{A}_3 kann aus der Bedingung $\Sigma \mathbf{A}_i = 0$ bestimmt werden.

Der Stromstoß $i_{s \max}$ bei Einschaltung des mit nicht genau synchroner Drehzahl laufenden Motors ist kaum etwas höher als beim synchronlaufenden Motor. Unter den Komponenten hat nämlich die Gleichstromkomponente den höchsten Wert und ist in beiden Fällen praktisch gleich, wogegen der stationäre Strom etwas höher ist.

17.305. Dreiphasen-Kurzschluß

An die Ständerklemmen des Motors im Betrieb ist eine Spannung $\mathbf{u}_s = U_s e^{j\omega_1 t}$ gelegt, der Motor nimmt den der Belastung bzw. dem Schlupf s entsprechenden stationären Betriebsstrom auf (Komponente \mathbf{A}_4). Vom Zeitpunkt des Eintretens des Dreiphasen-Kurzschlusses ($t = 0$) an ist die Klem-

menspannung gleich Null. Dies kann man sich derart vorstellen (s. auch Abschnitt 4.107), daß die vorherige Spannung $u_s = U_s e^{j\omega_1 t}$ weiter wirkt, jedoch vom Zeitpunkt $t = 0$ an auch eine Spannung $-U_s e^{j\omega_1 t}$ an den Ständerklemmen erscheint. Daher sollen auf den normalen Betriebszustand die bei Einschaltung einer Spannung $-U_s e^{j\omega_1 t}$ auftretenden Ströme superponiert werden. Der Kurzschlußstrom ergibt sich daher zu:

$$i_k = A_4 e^{j\omega_1 t} - (A_4 e^{j\omega_1 t} + A_1 e^{e_1 \omega_1 t} + A_2 e^{e_2 \omega_1 t} + A_3 e^{e_3 \omega_1 t}),$$

d. h.

$$i_k = -A_1 e^{e_1 \omega_1 t} - A_2 e^{e_2 \omega_1 t} - A_3 e^{e_3 \omega_1 t}. \quad (17.52)$$

Der Kurzschlußstrom enthält daher die gleichen freien Ströme mit entgegengesetztem Vorzeichen wie der Einschaltstrom, hat aber keine stationäre Komponente und klingt vollkommen ab. Der Wert der stationären Komponente ist übrigens gering, besonders in dem Falle, wenn der Motor vor dem Kurzschluß mit kleiner Belastung oder leer gelaufen ist. Somit kann der höchste Stromstoß praktisch mit demselben Wert aufgenommen werden wie beim Einschalten des synchronlaufenden Motors.

Bei der Berechnung der Kurzschlußströme von Netzen sind auch die großen Asynchronmotoren in Betracht zu ziehen, da auch diese den Kurzschlußstrom beeinflussen. Nachdem bei der Asynchronmaschine sogar die Zeitkonstante der langsamer abklingenden freien Ströme nur etwa zwei Perioden ausmacht, brauchen die Motoren ausschließlich bei der Berechnung der dynamischen Stromspitze berücksichtigt werden, wogegen bei der Berechnung der Kurzschlußleistung der Schalter, außer wenn es sich um sehr schnelle Schalter handelt, die Asynchronmotoren unbeachtet gelassen werden können. Zur Berechnung der dynamischen Stromspitze wird häufig der Scheitelfaktor 1,8 benutzt. Dementsprechend kann eine gleichwertige Maschinenreaktanz X'' bestimmt werden.

Mit den Angaben des Zahlenbeispiels ergab sich im Abschnitt 17.304 ein Stromstoß von 7,74 I_n . Demnach wird.

$$X'' = \frac{100}{7,74/1,8} = 23,2\%,$$

was einen etwa 1,2fachen Wert der Kurzschlußimpedanz $Z_k = 19,3\%$ des stillstehenden Motors bedeutet. Bei größeren Motoren kann der Faktor 1,2 mit guter Annäherung angenommen werden, bei kleineren Motoren ist ein höherer Faktor zu nehmen.

17.306. Ausschaltung

Beim Ausschalten des Asynchronmotors wird die Klemmenspannung des Ständers nicht sofort verschwinden, da in den kurzgeschlossenen Stromkreisen des Läufers abklingende Gleichströme entstehen, die den Fluß der Maschine aufrechtzuerhalten trachten. Da nach der Unterbrechung der Ständerstrom

Null ist, $\mathbf{i}_s = 0$, wird die Zeitkonstante der Komponenten des Vorganges auf Grund der Formel (17.34) durch die Bedingung bestimmt, daß $l(\varrho) = \infty$ sei, d. h. der Nenner der operatorischen Induktivität (17.30) gleich Null sei. Es wird daher:

$$\varrho^2 \omega_1^2 T'_{d0} T''_{d0} + \varrho \omega_1 (T'_{D0} + T'_d) + 1 = 0.$$

Die Wurzeln der Gleichung können den Formeln (17.42) ähnlich aufgeschrieben werden, jetzt kann jedoch der Korrekturfaktor ganz vernachlässigt werden. Daher werden die Leerlauf-Zeitkonstanten [S. (17.31)]:

$$T_{10} \approx T'_{d0} \quad \text{und} \quad T_{20} \approx T''_{d0}.$$

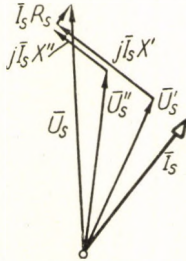


Abb. 17.15.
Konstruktion der transienten U'_s bzw. subtransienten U''_s Spannung

Mit den Angaben des Zahlenbeispiels $T_{10} = 0,646$ sec und $T_{20} = 0,005$ sec. Die Änderung des Ständerflusses während dieser Zeit kann folgenderweise bestimmt werden. Aus Spannung U_s und Strom \mathbf{I}_s des Zustandes vor der Unterbrechung wird die hinter der subtransienten Reaktanz $X'' = X_{sl} + \frac{X_m X_r}{X_m + X_r}$ bzw. der transienten Reaktanz $X' = X_{sl} + \frac{X_m (X_r + X_{ia})}{X_m + X_r + X_{ia}}$ bestehende subtransiente Spannung

U''_s bzw. transiente Spannung U'_s konstruiert (s. Abb. 17.15). Mit diesen kann der Ständerfluß nach der Ausschaltung im mit dem Läufer gleichlaufenden Koordinatensystem folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$\psi_s = \frac{1}{j\omega_1} \left[(U''_s - U'_s) e^{-\frac{t}{T_{20}}} + U'_s e^{-\frac{t}{T_{10}}} \right]. \quad (17.53)$$

Im eingeschalteten Zustand entspricht der Ständerfluß der Spannung $U_s - \mathbf{I}_s R_s$. Am Ende des Ausschaltens fällt dieser sofort auf den Wert der Spannung U''_s und sodann mit der Zeitkonstante T_{20} , also praktisch sofort, auf den der Spannung U'_s . Hiernach klingt der Ständerfluß der verhältnismäßig großen Zeitkonstante T_{10} entsprechend langsam ab. Sieht man von der ersten Halbperiode ab, so kann ψ_s einfach — ähnlich dem einfachen Käfigmotor (s. Kapitel 12) — in folgender Weise aufgeschrieben werden:

$$\psi_s \approx \frac{U'_s}{j\omega_1} e^{-\frac{t}{T_{10}}}. \quad (17.54)$$

Die an den Ständerklemmen nach der Ausschaltung auftretende Spannung ergibt sich zu:

$$\mathbf{u}_s = \frac{d\psi_s}{dt} + j\omega \psi_s \approx j\omega \psi_s \approx \frac{\omega}{\omega_1} U'_s e^{-\frac{t}{T_{10}}}.$$

Im stehenden Koordinatensystem ist die Spannungsgleichung:

$$\mathbf{u}_s = \frac{\omega}{\omega_1} \mathbf{U}'_s e^{-\frac{t}{T_{10}}} e^{j\omega t}.$$

In Abb. 17.16 ist der Spannungsvektor $\mathbf{u}_s(t)$ bei Ausschaltung eines kleineren Motors gezeigt. Der Vektor wurde mit einem Kathodenstrahloszillographen aufgenommen, der Ausgangspunkt des Vektors liegt im Koordinatenursprung, der Endpunkt ist durch den Strahl bezeichnet. Der äußere stärkere

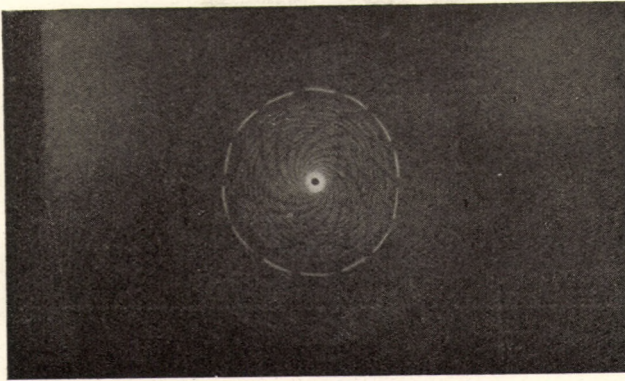


Abb. 17.16. Abklingen des Vektors der Ständerspannungen bei Ausschaltung (mit Kathodenstrahloszillographen aufgenommen)

Kreis gehört zur Netzspannung und mit dieser stimmt bis zur Ausschaltung die Ständerspannung des Motors überein. Der Kreis ist stärker, weil ihn der Strahl über mehrere Perioden hindurch durchlief. Der Strahl wurde je Periode 14mal gelöscht, um ein Zeitzeichen auf die Aufnahme zu bringen. Nach Ausschaltung des Motors sinkt die Spannung sofort im Verhältnis von $\frac{\omega}{\omega_1} \frac{U'_s}{U_s}$

und klingt hinterher langsam exponentiell ab. Aus den Verschiebungen der Zeitzeichen ist ersichtlich, daß die Frequenz sofort auf $(1 - s) f_1$ gefallen ist.

Diese bleibende Spannung macht z. B. eine genauere Durchführung der Auslaufmessung möglich. Zu diesem Zweck ist einerseits die Ständerspannung des Motors U_s andererseits die Netzspannung U_N mit einem Schleifenoszillographen aufzunehmen, wobei der Motor ausgeschaltet wird (Abb. 17.17). Nachdem zu dieser Zeit während $1/2-1$ sec der freie Gleichstrom des Läufers das Feld erregt, ist die Frequenz der Ständerspannung mit der Drehzahl des Motors genau proportional. Wird daher die Länge t_s der einzelnen Perioden der Spannung u_s gemessen (oder in der Praxis die Länge von 4 bis 5 Perioden), wobei die Länge einer Periode (oder von 4 bis 5) der Netzspannung t_N beträgt, so ist die Winkelgeschwindigkeit des Motors in der Mitte der gewählten Strecke

$$\omega = \frac{t_N}{t_s} \cdot \omega_1.$$

Mit diesem Verfahren kann die Anfangsstrecke der Auslaufkurve aufgenommen werden, von der Messung braucht jedoch meistens nur die Anfangstan-

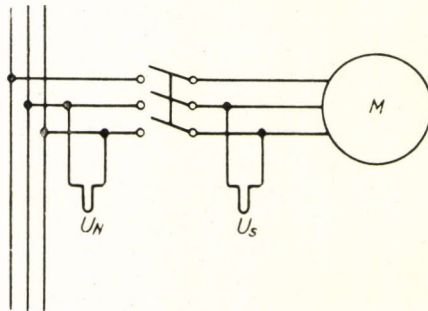


Abb. 17.17. Auslaufmessung durch Oszillographaufnahme der Ständerspannung

gente ausgewertet werden. Diese Methode kann man natürlich auch bei Schleifring- oder einfachen Käfigmotoren anwenden.

Mit Hilfe der Auslaufkurve kann man jene Spannungsdifferenz festlegen, die den Wert des Stromstoßes bei einer Umschaltung (s. Abschnitt 14.103.3)

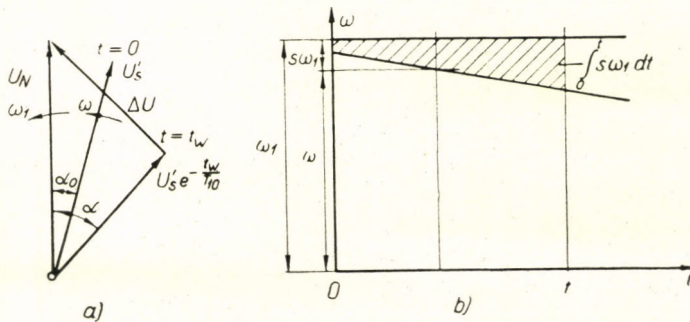


Abb. 17.18. Bestimmung der bei Umschaltung des Motors einen Stromstoß verursachenden Spannung ΔU

bestimmt. Im ausgeschalteten Zustand gestaltet sich die Spannung des Motors dem Vorstehenden entsprechend (Abb. 17.18a). Nach der Ausschaltung ($t = 0$) entsteht sofort eine Phasendifferenz α_0 zwischen den Spannungen des Netzes und des Motors, die infolge der Differenz zwischen den Winkelgeschwindigkeiten zunimmt. Bis zum Zeitpunkt t_w der Wiedereinschaltung erreicht dieser Winkel den Wert

$$\alpha = \alpha_0 + \int_0^{t_w} (\omega_1 - \omega) dt = \alpha_0 + \omega_1 \int_0^{t_w} s dt. \quad (17.55)$$

Der Wert des Integrals kann auf Grund der gestrichelten Fläche der Auslaufkurve (Abb. 17.18b) berechnet werden. Im Zeitpunkt t_w besteht zwischen der Netzspannung und der Motorspannung die Differenz von

$$\Delta U = U_N - U'_s e^{-\frac{t_w}{T_{10}}} e^{-j\alpha}. \quad (17.56)$$

Ähnliche Umschaltscheinung spielt sich beim Stern-Dreieck-Anlassen der Motoren oder beim Anlassen mit Transformator ab.

17.40. PENDELUNGEN KLEINER AMPLITUDE

Die Dämpfungs- und Synchronisierungsmomente des periodisch pendelnden Doppelkäfigmotors werden unter den gleichen Bedingungen bestimmt wie im Kapitel 16. Einfachheitshalber wird der Ständerwirkwiderstand vernachlässigt. In diesem Fall läuft der Ständerfluß genau mit der synchronen Drehzahl um und ist von konstanter Größe, wird also im ruhenden Koordinatensystem zu

$$\psi_s = \frac{U_s}{j\omega_1} e^{j\omega_1 t}. \quad (17.57)$$

Der Läufer übt in der Nähe der mittleren Winkelgeschwindigkeit $(1-s)\omega_1$ Pendelungen kleiner Amplitude aus; wird die in elektrischem Winkel ausgedrückte Winkelabweichung mit $\Delta\alpha$ bezeichnet, so kann die Winkellage des Läufers zum Ständer durch $x = (1-s)\omega_1 t + (\Delta\alpha)$ bestimmt werden. Somit ergibt sich der Ständerfluß im mit dem Läufer mitlaufenden Koordinatensystem aus (17.57) durch Multiplikation mit e^{-jx} zu:

$$\psi_s = \frac{U_s}{j\omega_1} e^{js\omega_1 t} e^{-j\Delta\alpha} = \frac{U_s}{j\omega_1} e^{js\omega_1 t} - \frac{U_s}{j\omega_1} e^{js\omega_1 t} j\Delta\alpha, \quad (17.58)$$

da $e^{-j\Delta\alpha}$, mit Rücksicht auf den kleinen Wert von $\Delta\alpha$, in der Form $1 - j\Delta\alpha$ angenähert werden kann. Wird die Kreisfrequenz der Pendelungen mit $\Omega = \nu\omega_1$ bezeichnet, kann $\Delta\alpha$ in folgender Form aufgeschrieben werden:

$$\Delta\alpha = (\Delta\alpha)_{\max} \cos \nu\omega_1 t = (\Delta\alpha)_{\max} \frac{e^{j\nu\omega_1 t} + e^{-j\nu\omega_1 t}}{2} = (\Delta\alpha)_{\max} \operatorname{Re} \{ e^{j\nu\omega_1 t} \}. \quad (17.59)$$

Nach Substituierung dieses Ausdruckes in (17.58) erhalten wir:

$$\psi_s = \frac{U_s}{j\omega_1} \left[e^{js\omega_1 t} - j \frac{(\Delta\alpha)_{\max}}{2} e^{j(s+\nu)\omega_1 t} - j \frac{(\Delta\alpha)_{\max}}{2} e^{j(s-\nu)\omega_1 t} \right]. \quad (17.60)$$

In Kenntnis des Flusses kann der Ständerstrom und aus diesem das Drehmoment berechnet werden. Im mit dem Läufer mitlaufenden Koordinatensystem ist der Zusammenhang zwischen Fluß und Ständerstrom in Operatorform laut (17.28)

$$\psi_s = l(p) \mathbf{i}_s,$$

somit erhalten wir aus (17.60) den Strom, nur die stationären Komponenten berücksichtigend, in folgender Form:

$$\mathbf{i}_s = \frac{U_s}{j\omega_1} \left[\frac{e^{js\omega_1 t}}{l(j s \omega_1)} - j \frac{(\Delta\alpha)_{\max}}{2} \frac{e^{j(s+\nu)\omega_1 t}}{l|j(s+\nu)\omega_1|} - j \frac{(\Delta\alpha)_{\max}}{2} \frac{e^{j(s-\nu)\omega_1 t}}{l|j(s-\nu)\omega_1|} \right]. \quad (17.61)$$

Nach (17.35) gibt, bei Vernachlässigung des Ständerwirkwiderstandes, der Ausdruck

$$\frac{1}{j\omega_1 l(j s \omega_1)} = \mathbf{Y}(s) = G(s) - j B(s) \quad (17.62)$$

die normale Betriebsadmittanz des Motors, weshalb (17.61) auch in folgender Form geschrieben werden kann:

$$\mathbf{i}_s = U_s \left\{ [G(s) - j B(s)] e^{js\omega_1 t} - j \frac{(\Delta\alpha)_{\max}}{2} [G(s+\nu) - j B(s+\nu)] e^{j(s+\nu)\omega_1 t} - j \frac{(\Delta\alpha)_{\max}}{2} [G(s-\nu) - j B(s-\nu)] e^{j(s-\nu)\omega_1 t} \right\}. \quad (17.63)$$

Das Drehmoment kann aus der bekannten Beziehung

$$M = \frac{3}{2} \psi_s \times \mathbf{i}_s = \frac{3}{2} \operatorname{Re} \{ -j \psi_s \mathbf{i}_s \}$$

berechnet werden. Nach Substituierung von (17.60) und (17.63) und bei den $e^{-j\nu\omega_1 t}$ enthaltenden Gliedern in Betracht ziehend, daß für jedwede komplexe Zahl \mathbf{Z} die Beziehung $\operatorname{Re} \{ \mathbf{Z} \} = \operatorname{Re} \{ \mathbf{Z} \}$ gilt, ferner unter Vernachlässigung der die zweite Potenz von $(\Delta\alpha)_{\max}$ enthaltenden Glieder, erhalten wir:

$$M = \frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1} G(s) + \frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1} (\Delta\alpha)_{\max} \operatorname{Re} \left\{ e^{j\nu\omega_1 t} \left[-\frac{B(s+\nu) - 2B(s) + B(s-\nu)}{2} - j \frac{G(s+\nu) - G(s-\nu)}{2} \right] \right\}. \quad (17.64)$$

Hier bedeutet das erste Glied das normale Betriebsdrehmoment. Das zweite Glied ist die von der Pendelung verursachte Momentenänderung ΔM . Nach Zersetzung in Realteile ergibt sich:

$$\Delta M = \frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1} \left[- \frac{B(s + \nu) - 2B(s) + B(s - \nu)}{2} (\Delta a)_{\max} \cos \nu \omega_1 t + \right. \\ \left. + \frac{G(s + \nu) - G(s - \nu)}{2} (\Delta a)_{\max} \sin \nu \omega_1 t \right].$$

Nachdem $\Delta a = (\Delta a)_{\max} \cos \nu \omega_1 t$ und die Änderung der Winkelgeschwindigkeit im elektrischen Winkel ausgedrückt $\Delta \omega = d\Delta a/dt = -\nu \omega_1 (\Delta a)_{\max} \sin \nu \omega_1 t$ ist, ferner die Momentenänderung mit Hilfe der Synchronisierungs- und Dämpfungsmomente in der Form

$$\Delta M = -M_S \Delta a - M_D \Delta \omega$$

geschrieben werden kann, ergibt sich:

$$M_S = \frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1} \frac{B(s + \nu) - 2B(s) + B(s - \nu)}{2}, \quad (17.65)$$

$$M_D = \frac{3}{2} \frac{U_s^2}{\omega_1} \frac{G(s + \nu) - G(s - \nu)}{2\nu \omega_1}. \quad (17.66)$$

Im pendelfreien Betrieb ist die Leistung der Maschine:

$$S = P - jQ = \frac{3}{2} \hat{U}_s \hat{I}_s = \frac{3}{2} U_s^2 (G - jB),$$

daher beträgt die Wirkleistung:

$$P = \frac{3}{2} U_s^2 G$$

und die Blindleistung:

$$Q = \frac{3}{2} U_s^2 B.$$

Mit diesen Ausdrücken ergibt sich das Synchronisierungsmoment zu

$$M_S = \frac{1}{\omega_1} \frac{Q(s + \nu) - 2Q(s) + Q(s - \nu)}{2} \quad (17.67)$$

und das Dämpfungsmoment zu

$$M_D = \frac{1}{\omega_1} \frac{P(s+v) - P(s-v)}{2v\omega_1} \quad (17.68)$$

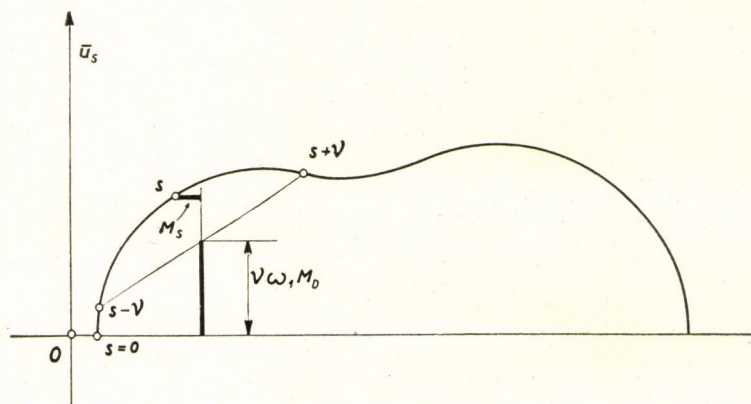


Abb. 17.19. Bestimmung des Schwingungsmomentes aus dem Betriebs-Stromvektordiagramm

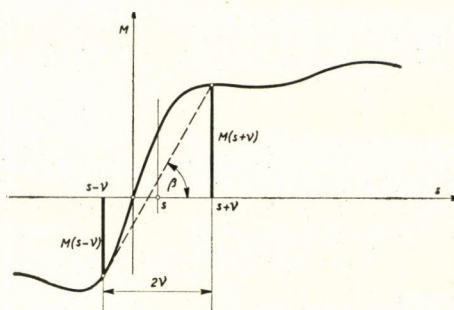


Abb. 17.20. Bestimmung des Dämpfungsmomentes aus der Momenten-Schlupf-Kennlinie

Die Pendelmomente können sehr einfach aus dem normalen Betriebs-Stromvektordiagramm des Doppelkäfigmotors (Abb. 17.19) abgelesen werden. Es werden im Stromvektordiagramm die zu den Schlupfen s , $s+v$ und $s-v$ gehörigen Punkte bestimmt und der Halbierungspunkt der beiden letzten Punkte konstruiert. Die Synchronisierungs- und Dämpfungsmomente können auf die in der Abbildung dargestellte Weise abgelesen werden; der Maßstab entspricht dem üblichen Momentenmaßstab.

Das Dämpfungsmoment kann auch aus der normalen Moment-Schlupf-kurve (Abb. 17.20) abgelesen werden. Die Richtungstangente der die Punkte $s + \nu$ und $s - \nu$ verbindenden Sehne ist

$$k \operatorname{tg} \beta = \frac{M(s + \nu) - M(s - \nu)}{2\nu}, \quad (17.69)$$

das Dämpfungsmoment wird daher:

$$M_D = \frac{k \operatorname{tg} \beta}{\omega_1}. \quad (17.70)$$

Es ist auch üblich, das Dämpfungsmoment anstatt mit der Richtungstangente der Sehne mit jener der im Punkt s gezogenen Tangente zu berechnen. Es ist offenbar, daß dieses Verfahren nur bei sehr langsamen Pendelungen ein gutes Ergebnis zeitigen kann. Ist $\nu = 0,02$, so kann bereits ein bedeutender Fehler auftreten. Im Falle einer Netzspannung von 50 Hz bedeutet $\nu = 0,02$ eine Pendeldauer von 1 sec, bei schnelleren Pendelungen sind die genaueren Gleichungen (17.68) anzuwenden.

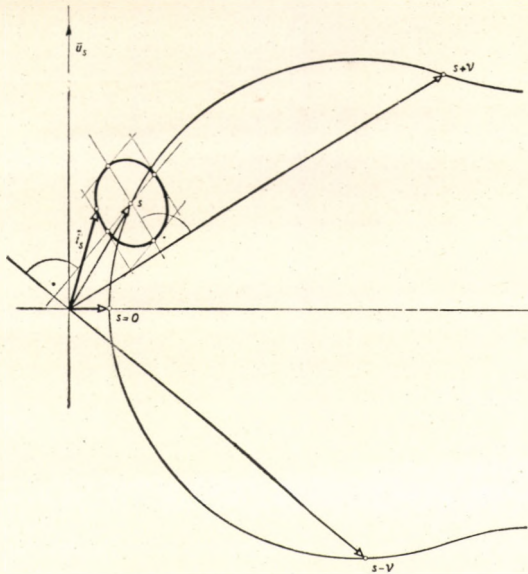


Abb. 17.21. Ständerstrom des schwingenden Motors

In Kenntnis der Synchronisierungs- und Dämpfungsmomente kann man bestimmen, wie groß die Winkelpendelungen unter der Wirkung irgendeines gegebenen pulsierenden Belastungsmomentes sein können, und hieraus kann dann die Stromschwankung und die daraus entstehende Spannungsschwankung berechnet werden.

Die Größe der Winkelschwingung $(\Delta\alpha)_{\max}$ kann genau so bestimmt werden wie bei den Synchronmaschinen (s. 6.30). Der Ständerstrom ist im synchron umlaufenden Koordinatensystem aus (17.63):

$$\mathbf{i}_s = U_s \mathbf{Y}(s) - j \frac{(\Delta\alpha)_{\max}}{2} U_s [\mathbf{Y}(s + \nu) e^{j\nu\omega_1 t} + \mathbf{Y}(s - \nu) e^{-j\nu\omega_1 t}]. \quad (17.71)$$

Im pendelfreien Betrieb ist der im synchron umlaufenden Koordinatensystem aufgeschriebene Stromvektor konstant, $\mathbf{I}_s = U_s \mathbf{Y}(s)$. Wegen der Pendelung kommen hierzu noch zwei, mit der Pendelwinkelgeschwindigkeit $\Omega = \nu\omega_1$ gegeneinander umlaufende Vektoren hinzu, der Endpunkt ihrer Resultierenden beschreibt also eine Ellipse (Abb. 17.21).

18. PENDELUNGEN DREIPHASIGER ELEKTRISCHER WELLEN

Elektrische Wellen werden infolge ihrer Pendelungen viel weniger verwendet als die Asynchronmotoren. Deshalb wird zunächst untersucht, wie groß das Synchronisierungs- und Dämpfungsmoment der pendelnden elektrischen Wellen ist und mit Hilfe dieser Angaben festgestellt, welche Betriebsverhältnisse die Pendelungen zulassen. Die Untersuchungen werden mit der einfachen elektrischen Welle begonnen. In Kenntnis ihrer Eigenschaften lassen sich auch das Synchronisierungs- und Dämpfungsmoment der selbsttätigen elektrischen Wellen leicht gewinnen.

Eine eingehende Besprechung des pendelungsfreien Betriebes von elektrischen Wellen findet man in der Literatur (75 und 98).

In den Berechnungen bezüglich der Pendelungen wird der Wirkwiderstand der Ständer vernachlässigt und die im Abschnitt 16.20 besprochene Methode angewendet. Aus diesem Abschnitt können manche Ergebnisse ohne weiteres übernommen werden.

18.10. DREHMOMENTE DER EINFACHEN ELEKTRISCHEN WELLE

In Abb. 18.1 ist das Schaltbild einer elektrischen Welle wiedergegeben, die aus den dreiphasigen Asynchronmotoren A und B gleichen Aufbaues besteht. Unter Vernachlässigung des Wirkwiderstandes der Ständer kann jeder der Asynchronmotoren vom Gesichtspunkt der Läuferkenngrößen durch das in Abb. 16.6 dargestellte Schaltbild ersetzt werden. Damit wird zugleich vorausgesetzt, daß man sich bei jeder Maschine eines mit dem Läufer mitlaufenden Koordinatensystems bedienen soll. Da die Spannungen an den Schleifringen einander gleich sind, sind die Ersatzschaltungen der Maschinen A und B an der Stelle der Spannungen \mathbf{u}_{rA} und \mathbf{u}_{rB} miteinander zu verbinden. Auf diese Weise gewinnt man das Ersatzschaltbild der elektrischen Welle (Abb. 18.2), das für jeden beliebigen Betriebszustand, auch für Schwingungen Gültigkeit behält.

Der Ständerfluß der Maschinen A und B ist nach (16.22)

$$\psi_{sA} = \frac{U_s}{j\omega_1} e^{-j\alpha_A} e^{j\omega_1 t} . \quad (18.1)$$

$$\psi_{sB} = \frac{U_s}{i\omega_1} e^{-j\alpha_B} e^{js\omega_1 t} \quad (18.2)$$

Es soll zunächst der schwingungsfreie Zustand untersucht werden. In diesem Fall sind α_A und α_B konstant, ihre Differenz $a = \alpha_B - \alpha_A$ bedeutet die

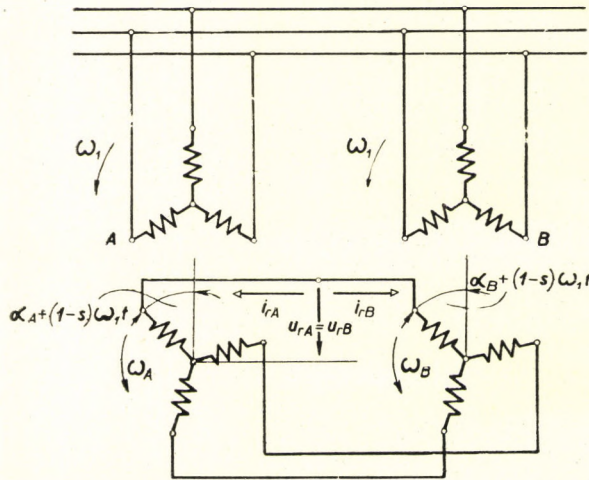


Abb. 18.1. Schaltung einer einfachen elektrischen Welle

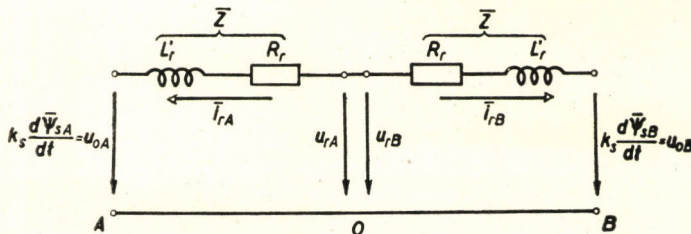


Abb. 18.2. Ersatzschaltbild zur Bestimmung des Läuferstromes einer einfachen elektrischen Welle

Winkelverdrehung der Läufer der beiden Maschinen gegeneinander. a ist positiv, wenn die Maschine B gegenüber der Maschine A im Drehsinn des magnetischen Feldes vorläuft.

Der Läuferstrom der Maschine A wird mit Hilfe des Superpositionsprinzips bestimmt.

I. Im Schaltbild (18.2) wird zunächst der sich auf Wirkung der Spannung u_{0A} herausbildende Strom bestimmt, wenn $u_{0B} = 0$ ist. Dieser Strom wird halb so groß sein wie der Läuferstrom eines Asynchronmotors unter normalen Betriebsverhältnissen, weil die Impedanz jetzt doppelt zu rechnen ist. Auf Grund von (16.25a) gilt also:

$$\mathbf{i}_{rAI} = -\frac{1}{2} \frac{k_s U_s}{X_r' \frac{s_K}{s} + j} \frac{1}{s} e^{-j\alpha_A} e^{js\omega_1 t}. \quad (18.3)$$

Indem man das Drehmoment auf Grund der Formel (16.25) berechnet, bleibt der Fluß ψ_s derselbe wie im Asynchronmotor, der Strom \mathbf{i}_r sinkt aber auf den halben Wert. Infolgedessen wird auch das Drehmoment halb so groß sein und somit wirkt auf den Läufer der Maschine A das Drehmoment

$$M_{AI} = \frac{1}{2} M(s) = \frac{1}{2} \frac{2M_K}{\frac{s_K}{s} + \frac{s}{s_K}}. \quad (18.4)$$

II. Den zweiten Teil der Superposition erhält man, indem man im Ersatzschaltbild der Abb. 18.2 die Spannung \mathbf{u}_{0B} wirken läßt und $\mathbf{u}_{0A} = 0$ setzt. Der Läuferstrom der Maschine A hat dann den Wert:

$$\mathbf{i}_{rAII} = \frac{1}{2} \frac{k_s U_s}{X_r' \frac{s_K}{s} + j} \frac{1}{s} e^{-j\alpha_B} e^{js\omega_1 t}. \quad (18.5)$$

Für das Drehmoment, das diesem Teilstrom entspricht, ergibt sich nach (16.25):

$$M_{AII} = -\frac{3}{2} k_s \psi_{sA} \times \mathbf{i}_{rAII} = -M_K \operatorname{Im} \left\{ \frac{j e^{j\alpha_A} \cdot e^{-j\alpha_B}}{\frac{s_K}{s} + j} \right\}.$$

Im Zähler steht $j e^{j(\alpha_A - \alpha_B)} = j e^{-j\alpha} = \sin \alpha + j \cos \alpha$. Durch die Bestimmung des Imaginärteils erhält man:

$$M_{AII} = -\frac{1}{2} \frac{2M_K}{\frac{s_K}{s} + \frac{s}{s_K}} \left(\cos \alpha - \frac{s}{s_K} \sin \alpha \right) = -\frac{1}{2} M(s) \left(\cos \alpha - \frac{s}{s_K} \sin \alpha \right). \quad (18.6)$$

Das Drehmoment der Maschine A setzt sich aus den beiden Superpositionsanteilen zusammen:

$$M_A = M_{AI} + M_{AII} = \frac{1}{2} M(s) \left(1 - \cos \alpha + \frac{s}{s_K} \sin \alpha \right). \quad (18.7)$$

Das Drehmoment der Maschine B gewinnt man durch Vertauschung der Indizes A und B im Ausdruck $\alpha = \alpha_B - \alpha_A$. Dies bedeutet soviel, daß

— α statt a zu schreiben ist:

$$M_B = \frac{1}{2} M(s) \left(1 - \cos \alpha - \frac{s}{s_K} \sin \alpha \right). \quad (18.8)$$

Wir gehen nun zur Untersuchung der Pendelungen über. Zur Bestimmung der Läuferstromänderung hat man im Ersatzschaltbild nach Abb. 18.2 an Stelle von \mathbf{u}_{0A} die Spannung $k_s \frac{d\Delta \psi_{sA}}{dt}$ und an Stelle von \mathbf{u}_{0B} die Spannung $k_s \frac{d\Delta \psi_{sB}}{dt}$ wirken zu lassen. Der Strom $\Delta \mathbf{i}_{rA}$ wird auch jetzt mit Hilfe des Superpositionsprinzips bestimmt.

*I*p. Auf der linken Seite wirkt die Spannung $k_s \frac{d\Delta \psi_{sA}}{dt}$, die von der Winkelpendelung Δa_A hervorgerufen wird, auf der rechten Seite ist die Spannung gleich Null. In diesem Fall stimmt die Ersatzschaltung mit der des pendelnden Asynchronmotors *A* überein, lediglich die Impedanz *Z* ist auf das Doppelte gestiegen. Folglich wird der Strom, den wir mit $\Delta \mathbf{i}_{rAI}$ bezeichnen wollen, den halben Wert haben.

*II*p. Auf der linken Seite ist die Spannung gleich Null, auf der rechten Seite wirkt die Spannung $k_s \frac{d\Delta \psi_{sB}}{dt}$, die von der Winkelpendelung Δa_B der Maschine *B* hervorgerufen wird. Der jetzt auftretende Strom läßt sich auf Grund der vorhergehenden Überlegungen aus den Strömen des pendelnden Asynchronmotors einfach berechnen, indem man die Ergebnisse (16.29) und (16.30) mit $-\frac{1}{2}$ multipliziert und α_B an Stelle von α schreibt. So hat man also unter der Annahme

$$\Delta a_B = (\Delta a)_{B \max} \cos \Omega t = (\Delta a)_{B \max} \frac{e^{j\Omega t} + e^{-j\Omega t}}{2}$$

für den Teilstrom:

$$\Delta \mathbf{i}_{rAII} = \Delta \mathbf{i}_{rAII+} + \Delta \mathbf{i}_{rAII-},$$

wobei

$$\Delta \mathbf{i}_{rAII+} = - \frac{j k_s U_s e^{-j\alpha_B} (\Delta a)_{B \max}}{2 \cdot 2X_r'} \cdot \frac{e^{j(s+v)\omega_1 t}}{\frac{s_K}{s+v} + j} \quad (18.9)$$

und

$$\Delta \mathbf{i}_{rAII-} = - \frac{j k_s U_s e^{-j\alpha_B} (\Delta a)_{B \max}}{2 \cdot 2X_r'} \cdot \frac{e^{j(s-v)\omega_1 t}}{\frac{s_K}{s-v} + j} \quad (18.10)$$

ist. Nach Bestimmung der Stromänderungen lassen sich die Drehmomentpendelungen der Maschine A auf Grund der Beziehung (16.31) berechnen:

$$\Delta M_A = -\frac{3}{2} k_s \Delta \psi_{sA} \times \mathbf{i}_{rA} - \frac{3}{2} k_s \psi_{sA} \times \Delta \mathbf{i}_{rA}.$$

Die Ströme werden nun mit Hilfe der Superpositionsanteile ausgedrückt:

$$\begin{aligned} \Delta M_A = & \left[-\frac{3}{2} k_s \Delta \psi_{sA} \times \mathbf{i}_{rAI} - \frac{3}{2} k_s \psi_{sA} \times \Delta \mathbf{i}_{rAI} \right] - \\ & - \frac{3}{2} k_s \Delta \psi_{sA} \times \mathbf{i}_{rAII} - \frac{3}{2} k_s \psi_{sA} \times \Delta \mathbf{i}_{rAII}. \end{aligned} \quad (18.11)$$

Das in eckigen Klammern stehende Glied entspricht dem Superpositionsteil I_p . Es stimmt also mit dem Zahlenwert überein, der für die Drehmomentpendelung des Asynchronmotors gewonnen wurde; man muß nur durch 2 dividieren, da die Impedanz auf das Doppelte gestiegen ist. Es gilt also

$$M_{AI} = -\frac{1}{2} (M_S \Delta \alpha_A + M_D \Delta \omega_A), \quad (18.12)$$

wobei M_S bzw. M_D das Synchronisierungs- bzw. Dämpfungsmoment des mit dem mittleren Schlupf s umlaufenden Asynchronmotors bedeuten, die sich aus den Formeln (16.18) und (16.19) berechnen lassen.

Hinter dem Glied in eckigen Klammern steht in Formel (18.11) das Glied

$$\Delta M_{AI,II} = -\frac{3}{2} k_s \Delta \psi_{sA} \times \mathbf{i}_{rAII}.$$

Durch Einsetzen von (16.26) und (18.5) ergibt sich:

$$\Delta M_{AI,II} = \frac{3}{2} \frac{k_s^2 U_s^2}{2\omega_1 X'_s} \Delta \alpha_A \operatorname{Im} \left\{ \frac{e^{j(\alpha_A - \alpha_B)}}{\frac{s_K}{s} + j} \right\}.$$

Da $\alpha_A - \alpha_B = -\alpha$, erhält man durch Berechnung des Imaginärteils:

$$\Delta M_{AI,II} = M_K \Delta \alpha_A \frac{-\sin \alpha - \frac{s}{s_K} \cos \alpha}{\frac{s_K}{s} + \frac{s}{s_K}}.$$

Nach Ordnen entsteht die endgültige Form:

$$\Delta M_{AII} = \frac{1}{2} M(s) \left(-\sin a - \frac{s}{s_K} \cos a \right) \Delta a_A. \quad (18.13)$$

Dieses Glied weist einen synchronisierenden Charakter auf. Es ist bemerkenswert, daß sich aus der Drehmomentformel (18.7) für die nicht pendelnde elektrische Welle nur dieses eine Glied als Resultat ergeben würde, falls man in Gleichung (18.7) wegen der Pendelung nur a_A als veränderlich betrachtete. Wenn man auf diese Weise rechnet, ergibt sich aus (18.7) tatsächlich:

$$\Delta M_A = \frac{\partial M_A}{\partial a} \cdot \frac{\partial a}{\partial a_A} \Delta a_A.$$

Das letzte Glied der Drehmomentänderung der Maschine A in Gleichung (18.11) lautet:

$$\Delta M_{AII} = -\frac{3}{2} k_s \psi_{sA} \times \Delta \mathbf{i}_{rAII}.$$

Dieses Glied läßt sich für sich gesondert mit denjenigen $\Delta \mathbf{i}_{rAII}$ berechnen, die die Exponentialausdrücke $e^{j\Omega t}$ und $e^{-j\Omega t}$ enthalten. Durch Einsetzen von ψ_{sA} und $\Delta \mathbf{i}_{rAII+}$ aus (18.1) und (18.9) entsteht

$$\Delta M_{AII+} = -\frac{M_K}{2} (\Delta \alpha_B)_{\max} \operatorname{Im} \left\{ \frac{e^{j(\Omega t - a)}}{\frac{s_K}{s + \nu} + j} \right\}.$$

Zur Berechnung dieses Ausdrucks kann man sich sinngemäß der Ableitung der Beziehung (16.33) bedienen. Auf diese Weise erhält man:

$$\Delta M_{AII+} = -\frac{1}{4} M(s + \nu) \left[-\frac{s + \nu}{s_K} \cos(\Omega t - a) + \sin(\Omega t - a) \right] (\Delta \alpha_B)_{\max}. \quad (18.14)$$

Das Drehmoment, das durch den nach $e^{-j\Omega t}$ sich ändernden Anteil des Stromes $\Delta \mathbf{i}_{rAII}$ erzeugt wird, berechnet sich mit einer ähnlichen Formel, es ist nur $-\Omega$ und $-\nu$ an Stelle von Ω und ν zu schreiben:

$$\Delta M_{AII-} = -\frac{1}{4} M(s - \nu) \left[-\frac{s - \nu}{s_K} \cos(\Omega t + a) - \sin(\Omega t + a) \right] (\Delta \alpha_B)_{\max}. \quad (18.15)$$

Durch Auflösung des Ausdruckes $\cos(\Omega t - \alpha)$ und unter Berücksichtigung der Beziehungen $\Delta\alpha_B = (\Delta\alpha_B)_{\max} \cos \Omega t$ und $-\frac{1}{\Omega} \Delta\omega_B = (\Delta\alpha_B)_{\max} \sin \Omega t$ erhält man:

$$\begin{aligned} \Delta M_{AII} &= \Delta M_{AII+} + \Delta M_{AII-} = \\ &= \frac{1}{4} \left\{ \cos \alpha \left[\frac{s+v}{s_K} M(s+v) + \frac{s-v}{s_K} M(s-v) \right] + \right. \\ &\quad \left. + \sin \alpha [M(s+v) + M(s-v)] \right\} \Delta\alpha_B + \\ &\quad + \frac{1}{4\Omega} \left\{ \cos \alpha [M(s+v) - M(s-v)] + \right. \\ &\quad \left. + \sin \alpha \left[-\frac{s+v}{s_K} M(s+v) + \frac{s-v}{s_K} M(s-v) \right] \right\} \Delta\omega_B. \end{aligned}$$

Die Glieder mit $\cos \alpha$ lassen sich einfach schreiben, wenn man die für die Synchronisierungs- und Dämpfungsmomente M_S bzw. M_D des Asynchronmotors gewonnenen Beziehungen (16.18) und (16.19) heranzieht:

$$\begin{aligned} \Delta M_{AII} &= \frac{1}{2} \left\{ \left[M_S + \frac{s}{s_K} M(s) \right] \cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{2} [M(s+v) + M(s-v)] \right\} \Delta\alpha_B + \\ &\quad + \frac{1}{2} \left\{ M_D \cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{2\Omega} \left[-\frac{s+v}{s_K} M(s+v) + \frac{s-v}{s_K} M(s-v) \right] \right\} \Delta\omega_B. \end{aligned} \quad (18.16)$$

Durch Addition von (18.12), (18.13) und (18.16) ergibt sich die Drehmomentänderung der Maschine A der pendelnden elektrischen Welle, die sich aus vier Summanden zusammensetzt:

$$\Delta M_A = -M_{S,e} \Delta\alpha_A - M_{D,e} \Delta\omega_A + T_{S,e} \Delta\alpha_B + T_{D,e} \Delta\omega_B. \quad (18.17)$$

Der erste Summand bedeutet das eigene Synchronisierungsmoment der elektrischen Wellenmaschine A (die Buchstaben, die sich auf die Momente der elektrischen Wellen beziehen, werden mit Index e bezeichnet). Wir machen darauf aufmerksam, daß in der Literatur der Ausdruck »Synchronisierungsmoment« für die Bezeichnung der halben Momentdifferenz der nichtpendelnden Maschinen A und B verwendet wird. Beide Größen sind natürlich grundverschieden. Aus (18.12) und (18.13) folgt für das eigene Synchronisierungsmoment der Maschine A in der elektrischen Welle:

$$M_{S,eA} = \frac{1}{2} M_S + \frac{1}{2} M(s) \left(\sin \alpha + \frac{s}{s_K} \cos \alpha \right), \quad (18.18)$$

wobei M_S das Synchronisierungsmoment des Asynchronmotors, $M(s)$ aber das Drehmoment beim Schlupf s bezeichnet.

Der zweite Summand in der Formel (18.17) stellt das eigene Dämpfungsmoment der Maschine A in der elektrischen Welle dar. Nach (18.12) ist dieses gleich dem halben Dämpfungsmoment des Asynchronmotors:

$$M_{D,e} = \frac{1}{2} M_D. \quad (18.19)$$

Der dritte Summand in der Formel (18.17) ist das gegenseitige Synchronisierungsmoment der Maschine A in der elektrischen Welle. Diese Momentkomponente bringt die am meisten charakteristische Eigenschaft der elektrischen Wellen zum Ausdruck, daß nämlich beim Voreilen der Maschine B um den Winkel $\Delta\alpha_B$ auf die Maschine A im stabilen Bereich ein Beschleunigungsmoment ausgeübt wird. Es hat nach (18.16) die Größe:

$$T_{S,eA} = \frac{\cos \alpha}{2} \left[M_S + \frac{s}{s_K} M(s) \right] + \frac{\sin \alpha}{4} \left[M(s + \nu) + M(s - \nu) \right]. \quad (18.20)$$

Der letzte Summand in der Formel (18.17) bedeutet schließlich das gegenseitige Dämpfungsmoment der Maschine A in der elektrischen Welle. Nach (18.16) ist:

$$T_{D,eA} = \frac{\cos \alpha}{2} M_D + \frac{\sin \alpha}{4 \Omega} \left[-\frac{s + \nu}{s_K} M(s + \nu) + \frac{s - \nu}{s_K} M(s - \nu) \right]. \quad (18.21)$$

Die auf die Maschine B bezüglichen Formen der Beziehungen (18.12) bis (18.21) lassen sich gewinnen, indem man die Indizes A und B miteinander vertauscht und $-a$ statt a schreibt.

Es sollen nun die Werte der oben angeführten Momente für ganz langsame Pendelungen untersucht werden, wenn $\Omega \rightarrow 0$ gilt ($\Omega = \nu \omega_1$). Unter dieser Voraussetzung haben die Asynchronmotoren kein Synchronisierungsmoment: $M_S = 0$. Ihr Dämpfungsmoment lautet aber nach (16.18):

$$M_D = \lim_{\Omega \rightarrow 0} \frac{M(s + \nu) - M(s - \nu)}{2\nu\omega_1} = \frac{1}{\omega_1} \frac{\partial M}{\partial s},$$

es wird also durch die Tangente an die Momentenkennlinie des Asynchronmotors bestimmt. Unter Berücksichtigung dieser Tatsache erhält man für die langsam pendelnde elektrische Welle folgendes Ergebnis:

Das eigene Synchronisierungsmoment der Maschine A in der elektrischen Welle ist aus (18.18):

$$M_{S,eA} = \frac{1}{2} M(s) \left(\sin \alpha + \frac{s}{s_K} \cos \alpha \right). \quad (18.22)$$

Das gegenseitige Synchronisierungsmoment der Maschine A in der elektrischen Welle ergibt sich aus (18.20) zu:

$$T_{S,eA} = \frac{1}{2} M(s) \left(\sin \alpha + \frac{s}{s_K} \cos \alpha \right). \quad (18.23)$$

Für langsame Pendelungen gilt also:

$$M_{S,eA} = T_{S,eA}. \quad (18.24)$$

Dies bedeutet, daß das Synchronisierungsmoment der langsam pendelnden elektrischen Welle nur vom Werte $\Delta a = \Delta a_B - \Delta a_A$ abhängt und die Wirkungen der Winkeländerungen Δa_B und Δa_A nicht zu unterscheiden sind.

Das eigene Dämpfungsmoment der Maschine A in der elektrischen Welle ist nach (18.19):

$$M_{D,e} = \frac{1}{2\omega_1} \frac{\partial M}{\partial s}. \quad (18.25)$$

Das gegenseitige Dämpfungsmoment der Maschine A in der elektrischen Welle ist nach (18.21):

$$T_{D,eA} = \frac{1}{2\omega_1} \cos \alpha \frac{\partial M}{\partial s} - \frac{\sin \alpha}{\omega_1 2s_K} \lim_{v \rightarrow 0} \frac{(s+v)M(s+v) - (s-v)M(s-v)}{2v}.$$

Der Grenzwert ist die Ableitung des Ausdrucks $sM(s)$ nach s . Daher gilt:

$$T_{D,eA} = \frac{1}{2\omega_1} \left[\cos \alpha \frac{\partial M}{\partial s} - \sin \alpha \frac{\partial \left(\frac{s}{s_K} M(s) \right)}{\partial s} \right]. \quad (18.26)$$

Das Synchronisierungs- und Dämpfungsmoment einer langsam pendelnden einfachen elektrischen Welle läßt sich auch aus der Momentformel für den pendelungsfreien Zustand bestimmen. Das Moment der Maschine A lautet nach (18.6):

$$M_A = \frac{1}{2} M(s) + \frac{1}{2} M(s) \left(-\cos \alpha + \frac{s}{s_K} \sin \alpha \right). \quad (18.27)$$

Bei langsamen Pendelungen kann man die Momentänderung der Veränderung des Winkels α und der Schlüpfе s_A und s_B der Maschinen A bzw. B zuschreiben.

Unter normalen Betriebsverhältnissen sind die Schlüpfе der beiden Maschinen einander gleich: $s_A = s_B = s$. In Formel (18.27) hängt das erste Glied vom Schlupf $s = s_A$, das zweite vom Schlupf $s = s_B$ ab. Dies folgt auch aus der Rolle, die der Winkel α in der Formel spielt. So kann (18.27) auf folgende Weise aufgeschrieben werden:

$$M_A = \frac{1}{2} M(s_A) + \frac{1}{2} M(s_B) \left(-\cos \alpha + \frac{s_B}{s_K} \sin \alpha \right). \quad (18.28)$$

Jetzt ist es bereits möglich, die Momentänderung der Maschine A für den Fall von langsamen Pendelungen aufzuschreiben:

$$\Delta M_A = \frac{\partial M_A}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial M_A}{\partial s_A} \Delta s_A + \frac{\partial M_B}{\partial s_B} \Delta s_B. \quad (18.29)$$

Das erste Glied gestaltet sich nach Wiedereinsetzen von $s_B = s$ (18.28) gemäß folgenderweise:

$$\frac{\partial M_A}{\partial \alpha} \Delta \alpha = \frac{1}{2} M(s) \left(\sin \alpha + \frac{s}{s_K} \cos \alpha \right) (\Delta \alpha_B - \Delta \alpha_A). \quad (18.30)$$

Aus diesem Ausdruck lassen sich die Formeln (18.22) und (18.23) der Synchronisierungsmomente $M_{S, eA}$ und $T_{S, eA}$ gewinnen.

Das zweite Glied von (18.29) liefert wegen

$$\Delta s_A = \Delta \frac{\omega_1 - \omega_A}{\omega_1} = \frac{-\Delta \omega_A}{\omega_1}$$

das eigene Dämpfungsmoment. Nach Wiedereinsetzen von $s_A = s$ erhält man nach (18.28):

$$\frac{\partial M_A}{\partial s_A} \Delta s_A = -\frac{1}{2\omega_1} \frac{\partial M}{\partial s} \Delta \omega_A. \quad (18.31)$$

Dieser Ausdruck entspricht dem bereits früher gewonnenen Resultat (18.25).

Das dritte Glied von (18.29) liefert ähnlicherweise das gegenseitige Dämpfungsmoment:

$$\frac{\partial M_A}{\partial s_B} \Delta s_B = \frac{1}{2\omega_1} \left[\frac{\partial M}{\partial s} \cos \alpha - \frac{\partial \left(\frac{s}{s_K} M(s) \right)}{\partial s} \sin \alpha \right] \Delta \omega_B, \quad (18.32)$$

was der Formel (18.26) entspricht.

In den meisten praktischen Anwendungsfällen kann man die weiter oben für langsame Pendelungen abgeleiteten Formeln der Drehmomentänderung als gültig annehmen.

Als anderer Extremfall sollen die Verhältnisse einer sehr schnell pendelnden elektrischen Welle untersucht werden, wenn $\Omega = \nu \omega_1 \rightarrow \infty$ gilt.

Das Synchronisierungsmoment des Asynchronmotors läßt sich für diesen Fall aus (16.19) bestimmen. Unter Berücksichtigung der Beziehung

$$\lim_{\nu \rightarrow \infty} \frac{s + \nu}{s_K} \frac{2M_K}{\frac{s + \nu}{s_K} + \frac{s_K}{s + \nu}} = 2M_K$$

ergibt sich für das Synchronisierungsmoment des Asynchronmotors:

$$M_S = 2M_K - \frac{s}{s_K} M(s) = 2M_K \frac{\frac{s_K}{s}}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s}} = \frac{2M_K}{1 + \left(\frac{s}{s_K}\right)^2}.$$

Dieses erreicht im allgemeinen eine bedeutende Größe, wenn nur s nicht allzugroß ist.

Im Falle von unendlich schnellen Pendelungen ist das Dämpfungsmoment der Asynchronmotoren gleich Null: $M_D = 0$.

Das eigene Synchronisierungsmoment der Maschine A in der elektrischen Welle ist dann:

$$M_{S,eA} = M_K + \frac{1}{2} M(s) \left(-1 + \sin \alpha + \frac{s}{s_K} \cos \alpha \right),$$

ihr Dämpfungsmoment aber:

$$M_{D,eA} = 0.$$

Das gegenseitige Synchronisierungsmoment ergibt sich zu:

$$T_{S,eA} = M_K \cos \alpha,$$

das gegenseitige Dämpfungsmoment ist aber gleich Null:

$$T_{D,eA} = 0.$$

18.20. DIE SELBSTTÄTIGE ELEKTRISCHE WELLE

In der Starkstromtechnik findet zumeist diejenige Ausführungsart der elektrischen Welle Verwendung, bei der an den Schleifringen gemeinsame Wirkwiderstände geschaltet sind. Auf diese Weise erfüllen die verwendeten Asynchronmaschinen gleichzeitig die Aufgabe des Antriebmotors und der elektrischen Welle.

Die Schaltung einer selbsttätigen elektrischen Welle ist in Abb. 18.3 dargestellt. Wird der Ständerwirkwiderstand vernachlässigt, so darf man zur Bestimmung der Läufergrößen bei Verwendung eines mitlaufenden Koordinatensystems das der Abb. 16.6 im Abschnitt 16.20 entsprechende Ersatzschaltbild zugrunde legen. Das auf die Läufergrößen einer selbsttätigen elek-

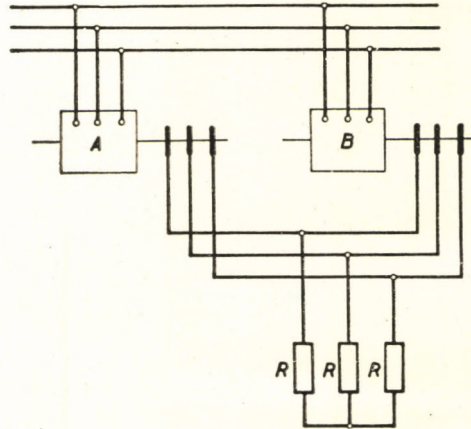


Abb. 18.3. Schaltung einer selbsttätigen elektrischen Welle

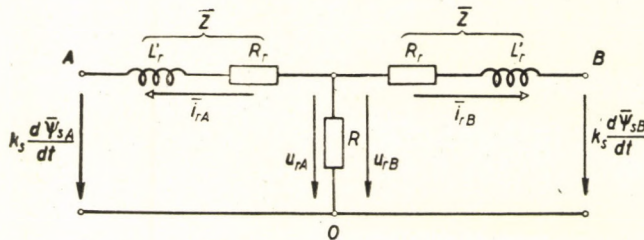


Abb. 18.4. Ersatzschaltbild zur Bestimmung der Läuferströme einer selbsttätigen elektrischen Welle

trischen Welle bezügliche Ersatzschaltbild ist aus Abb. 18.4 ersichtlich. Die Spannungen u_{rA} und u_{rB} an den Schleifringen der Maschinen A und B sind einander gleich und an diese ist der äußere Widerstand R geschaltet.

Die Berechnungen lassen sich weitgehend vereinfachen, wenn man den Stern ABO in ein impedanztreues Dreieck umwandelt (Abb. 18.5). Gemäß den Regeln der Umformung besitzt die Impedanz Z_{A0} der Dreiecksseite zwischen A und O , die infolge der Symmetrie gleich Z_{B0} ist, den Wert:

$$Z_{A0} = Z_{B0} = Z + R + \frac{ZR}{Z} = Z + 2R. \quad (18.33)$$

Es ist die Impedanz eines Asynchronmotors, in dessen Läuferkreis ein Wirk-

widerstand von $2R$ geschaltet ist. Die auf diesen Motor bezüglichen Daten werden mit einem Strich bezeichnet, z. B. $\mathbf{Z}' = \mathbf{Z} + 2R$ und der Kippschlupf ergibt sich zu:

$$s'_K = \frac{R_r + 2R}{X'_r} = \frac{R_r + 2R}{R_r} \frac{R_r}{X'_r} = \frac{R_r + 2R}{R_r} s_K. \quad (18.34)$$

Dementsprechend werden sich auch die Drehmomentkennlinie $M'(s)$, ferner die Synchronisierungs- und Dämpfungsmomente M'_S und M'_D gestalten.

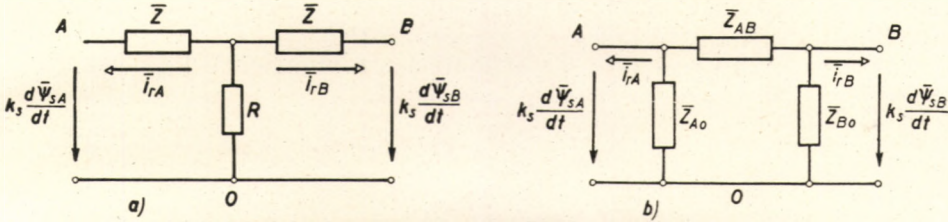


Abb. 18.5. Stern-Dreieck-Umformung des Schaltbildes in Abb. 18.4.

Zwischen den Punkten A und B des Dreiecks liegt die Impedanz:

$$\mathbf{Z}_{AB} = \mathbf{Z} + \mathbf{Z} + \frac{\mathbf{Z}^2}{R} = \frac{\mathbf{Z}(2R + \mathbf{Z})}{R}.$$

Dieser Ausdruck läßt sich auf die Form

$$\mathbf{Z}_{AB} = \frac{1}{\frac{1}{2\mathbf{Z}} + \frac{1}{-2(\mathbf{Z} + 2R)}} = \frac{1}{\frac{1}{2\mathbf{Z}} + \frac{1}{-2\mathbf{Z}'}} \quad (18.35)$$

bringen, wovon man sich anhand Kontrollrechnung überzeugen kann. Die Impedanz \mathbf{Z}_{AB} kann also als die Resultierende zweier parallelgeschalteter Impedanzen betrachtet werden: die eine von ihnen ist $2\mathbf{Z}$ und ist der resultierenden Läuferkreisimpedanz der einfachen elektrischen Welle gleich (Abb. 18.2), die andere ist $-2\mathbf{Z}'$. Hier bedeutet $2\mathbf{Z}'$ die resultierende Läuferkreisimpedanz einer solchen einfachen elektrischen Welle, die aus zwei Asynchronmaschinen mit dem Läuferwiderstand $R_r + 2R$ zusammengesetzt ist.

Entsprechend den obigen Ausführungen läßt sich das Ersatzschaltbild einer selbsttätigen elektrischen Welle auf die in Abb. 18.6 dargestellte Form bringen. Es behält für jede Frequenz, also auch für Schwingungen Gültigkeit, weil wir nur die einzige Annahme machten, daß die Impedanzen \mathbf{Z} auf den beiden Seiten der Abb. 18.4 einander gleich sind.

Demzufolge läßt sich der Vektor \mathbf{i}_{rA} der Läuferströme der Maschine A in einer selbsttätigen elektrischen Welle in jedem (pendelfreien und pendelnden) Betriebszustand als die Summe von drei Strömen gewinnen.

1. Der im Zweig mit der Impedanz \mathbf{Z}' fließende Strom ist der Strom eines Asynchronmotors mit dem Wirkwiderstand $R_r + 2R$; die bezüglichen Größen werden mit einem Strich bezeichnet.

2. Der im Zweig mit der Impedanz $2\mathbf{Z}$ fließende Strom ist der Strom einer aus Asynchronmaschinen mit dem Läuferwirkwiderstand von R_r zusammengestellten einfachen elektrischen Welle; die bezüglichen Größen werden mit dem Index e bezeichnet.

3. Der Strom im Zweig mit der Impedanz $-2\mathbf{Z}'$ stimmt mit dem negativen Wert des Stromes in einer aus zwei Asynchronmaschinen mit dem Läuferwirkwiderstand $R_r + 2R$ zusammengesetzten einfachen elektrischen Welle überein; die Größen der elektrischen Welle mit der Impedanz $2\mathbf{Z}'$ bezeichnen wir mit dem Index e und einem Strich.

Ebenso lassen sich auch die Drehmomente summieren. Im pendelfreien Zustand ist das Drehmoment der Maschine A:

$$M_A = M' + M_e - M'_e.$$

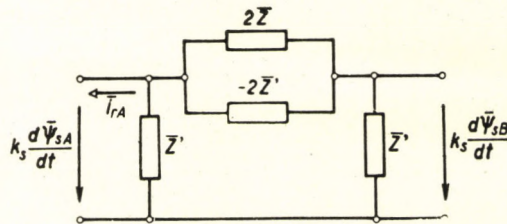


Abb. 18.6. Durch Umformung der Abb. 18.5 gewonnenes Ersatzschaltbild ($\mathbf{Z}' = \mathbf{Z} + 2R$)

Unter Benutzung von (18.6) ergibt sich:

$$M_A = M'(s) + \frac{1}{2} M(s) \left[1 - \cos \alpha + \frac{s}{s_K} \sin \alpha \right] - \frac{1}{2} M'(s) \left[1 - \cos \alpha + \frac{s}{s'_K} \sin \alpha \right].$$

Durch Ordnen nach den Kreisfunktionen erhält man daraus:

$$M_A = \frac{M(s) + M'(s)}{2} + \frac{M'(s) - M(s)}{2} \cos \alpha + \frac{\frac{s}{s_K} M(s) - \frac{s}{s'_K} M'(s)}{2} \sin \alpha. \quad (18.36)$$

Es sollen folgende Bezeichnungen eingeführt werden:

$$A = \frac{M(s) + M'(s)}{2} = M_K \left(\frac{1}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s}} + \frac{1}{\frac{s}{s'_K} + \frac{s'_K}{s}} \right), \quad (18.37)$$

$$B = \frac{M'(s) - M(s)}{2} = M_K \left(\frac{1}{\frac{s}{s'_K} + \frac{s'_K}{s}} - \frac{1}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s}} \right), \quad (18.37)$$

$$C = \frac{\frac{s}{s_K} M(s) - \frac{s}{s'_K} M'(s)}{2} = M_K \left(\frac{\frac{s}{s_K}}{\frac{s}{s_K} + \frac{s'_K}{s}} - \frac{\frac{s}{s'_K}}{\frac{s}{s'_K} + \frac{s_K}{s}} \right),$$

wobei s'_K den mit Formel (18.34) bestimmten Wert bedeutet.

Mit Hilfe dieser Ausdrücke läßt sich das Drehmoment der Maschine A auch so schreiben:

$$M_A = A + B \cos \alpha + C \sin \alpha. \quad (18.38)$$

Das Drehmoment der Maschine B wird gewonnen, indem man $-\alpha$ anstatt α setzt:

$$M_B = A + B \cos \alpha - C \sin \alpha. \quad (18.39)$$

In Kenntnis der Pendelungsmomente des Asynchronmotors und der einfachen elektrischen Welle sind auch die Pendelungsmomente einfach zu berechnen. So ergibt sich z. B. für das eigene Synchronisierungsmoment der Maschine A in der selbsttätigen elektrischen Welle:

$$M_{S,EA} = M'_S + M_{S,eA} - M'_{S,eA}.$$

M_S ist aus (16.19), $M_{S,eA}$ und $M'_{S,eA}$ aus (18.18) einzusetzen.

Im folgenden werden nur die für langsame Pendelungen geltenden Werte ausführlich eingetragen. Diese können entweder durch ähnliche Zusammensetzung erhalten werden, oder man kann dem bei der Ableitung der Formeln (18.27) — (18.32) angewendeten Gedankengang folgen. Dem letzteren Verfahren nach läßt sich die Drehmomentänderung der Maschine A auf Grund der Gleichung (18.38) aufschreiben. Für sehr langsame Pendelungen gilt:

$$\Delta M_A = \frac{\partial A}{\partial s} \Delta s_A + \frac{\partial}{\partial s} (B \cos \alpha + C \sin \alpha) \Delta s_B + \frac{\partial M_A}{\partial \alpha} \Delta \alpha.$$

Unter Berücksichtigung der Beziehungen

$$\Delta s_A = - \frac{\Delta \omega_A}{\omega_1} \quad \text{und} \quad \Delta s_B = - \frac{\Delta \omega_B}{\omega_1}$$

erhält man:

$$\begin{aligned} \Delta M_A = & (-B \sin \alpha + C \cos \alpha) \Delta \alpha - \frac{1}{\omega_1} \frac{\partial A}{\partial s} \Delta \omega_A - \\ & - \frac{1}{\omega_1} \left(\frac{\partial B}{\partial s} \cos \alpha + \frac{\partial C}{\partial s} \sin \alpha \right) \Delta \omega_B, \end{aligned} \quad (18.40)$$

wobei $\Delta \alpha = \Delta \alpha_B - \Delta \alpha_A$ ist.

Für die Maschine B ergibt sich ähnlicherweise:

$$\begin{aligned} \Delta M_B = & (-B \sin \alpha - C \cos \alpha) \Delta \alpha - \frac{1}{\omega_1} \frac{\partial A}{\partial s} \Delta \omega_B - \\ & - \frac{1}{\omega_1} \left(\frac{\partial B}{\partial s} \cos \alpha - \frac{\partial C}{\partial s} \sin \alpha \right) \Delta \omega_A. \end{aligned} \quad (18.41)$$

Aus diesen Beziehungen lassen sich die eigenen und gegenseitigen Synchronisierungs- und Dämpfungsmomente bestimmen.

18.30. STABILITÄT DER ELEKTRISCHEN WELLEN

Die elektrischen Wellen haben die Eigenschaft, manchmal selbsterregte Pendelungen ohne jede sichtbare äußere Ursache auszuführen. Bei den Stabilitätsuntersuchungen ist daher vor allem die Frage zu klären, unter welchen Bedingungen keine Voraussetzung für die Selbsterregung vorhanden ist. Außerdem besteht die unangenehme Möglichkeit, daß bei plötzlichen Laständerungen die Welle außer Tritt fallen kann. Mit dieser letztgenannten dynamischen Stabilitätsuntersuchung befassen wir uns nicht in diesem Buch, die Berechnung kann aber ähnlich wie bei der Untersuchung der dynamischen Stabilität von Synchronmaschinen (s. Abschnitt 5.104) durchgeführt werden, indem mit guter Näherung die Momentengleichungen des pendelfreien Zustandes benutzt werden.

Die Bedingungen der Entstehung von selbsterregten Pendelungen werden in der Weise untersucht, daß unter Voraussetzung von Pendelungen kleiner Amplitude die Momentengleichungen der beiden Maschinen aufgeschrieben werden. Bei kleinen Amplituden ergeben diese ein lineares Differentialgleichungssystem mit konstanten Koeffizienten für die unbekanntenen Größen $\Delta \alpha_A$ und $\Delta \alpha_B$. Die Wurzeln p_i der charakteristischen Beziehung dieses Gleichungssystems bestimmen die für die Winkeländerungen bezeichnende Größe $e^{p_i t}$. Ist der reelle Teil einer jeden Wurzel p_i negativ, so werden die Pendelungen gedämpft, widrigenfalls werden sie nicht gedämpft, sondern sogar angefacht.

Die Voraussetzungen für die Entstehung von selbsterregten Pendelungen werden bezüglich der selbsttätigen elektrischen Welle untersucht, die ein-

fache elektrische Welle kann als ein Sonderfall der ersteren ($s'_k = \infty$) aufgefaßt werden. Bezüglich Synchronisierungs- und Dämpfungsmomente wird vorausgesetzt, daß sie Werte aufweisen, die dem langsamen Pendelzustand entsprechen. Dann läßt sich die Änderung der von den Maschinen A und B ausgeübten Drehmomente aus den Gleichungen (18.40) und (18.41) bestimmen.

Hinsichtlich der vom Motor angetriebenen mechanischen Belastung wird vorausgesetzt, daß ihr Drehmoment weder von den Winkelpendelungen noch von den Winkelgeschwindigkeitspendelungen abhängig ist. Das läßt sich damit begründen, daß einerseits eine Abhängigkeit von der Winkelpendelung meistens nur bei federnden Antrieben vorkommt, die bei elektrischen Wellen nicht verwendet werden. Andererseits ergibt sich durch die Vernachlässigung der Abhängigkeit der mechanischen Belastung von der Winkelgeschwindigkeitsänderung die ungünstige Voraussetzung, daß die mechanische Belastung, im Gegensatz zu den wirklichen Verhältnissen, kein Dämpfungsmoment hervorbringt. Das im folgenden beschriebene Verfahren läßt sich aber auch auf den Fall erstrecken, wenn das mechanische Drehmoment sich als Funktion des Winkels und der Winkelgeschwindigkeit ändert, man muß nur das Synchronisierungs- und Dämpfungsmoment der Last einführen. Das Trägheitsmoment des Läufers der Maschine A und der damit gekuppelten Last sei mit Θ_A , das der Maschine B mit Θ_B bezeichnet. Die Bewegungsgleichungen der Maschine lauten unter den obigen Voraussetzungen :

$$\Theta_A \frac{d^2 \Delta \alpha_A}{dt^2} = \Delta M_A + m, \quad (18.42)$$

$$\Theta_B \frac{d^2 \Delta \alpha_B}{dt^2} = \Delta M_B,$$

wobei m den auf das System wirkenden kleinen Störungsimpuls bedeuten soll. Gehen wir nun zur Operatorenform über. Bei der Untersuchung der Entstehung von selbsterregten Pendelungen können alle Anfangsbedingungen gleich Null gesetzt werden. Die in den Drehmomentänderungen vorkommenden Werte $\Delta \omega_A$ und $\Delta \omega_B$ lassen sich folgendermaßen ausdrücken:

$$\Delta \omega_A = p \Delta \alpha_A \quad \text{und} \quad \Delta \omega_B = p \Delta \alpha_B.$$

Durch Einsetzen der Ausdrücke (18.40) und (18.41) für die Drehmomentänderungen in die Gleichungen (18.42) und nach Ordnen ergibt sich:

$$m = \left[p^2 \Theta_A + p \frac{1}{\omega_1} \frac{\partial A}{\partial s} - B \sin \alpha + C \cos \alpha \right] \Delta \alpha_A +$$

$$+ \left[B \sin \alpha - C \cos \alpha + \frac{P}{\omega_1} \left(\frac{\partial B}{\partial s} \cos \alpha + \frac{\partial C}{\partial s} \sin \alpha \right) \right] \Delta \alpha_B,$$

$$0 = \left[(-B \sin \alpha - C \cos \alpha) + \frac{p}{\omega_1} \left(\frac{\partial B}{\partial s} \cos \alpha - \frac{\partial C}{\partial s} \sin \alpha \right) \right] \Delta \alpha_A + \\ + \left[p^2 \Theta_B + \frac{p}{\omega_1} \frac{\partial A}{\partial s} + B \sin \alpha + C \cos \alpha \right] \Delta \alpha_B. \quad (18.43)$$

Die charakteristische Gleichung dieses Differentialgleichungssystems ist nichts anderes als seine Determinante. Durch Entwicklung dieser Determinante und Ordnen von p nach Potenzen ergibt sich eine Gleichung der Form:

$$p (a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3) = 0. \quad (18.44)$$

Selbsterregte Pendelungen können nicht entstehen, wenn der Realteil jeder Wurzel der Gleichung (mit Ausnahme von $p = 0$) eine negative Zahl ist. Diese Bedingung läßt sich gemäß dem Hurwitzschen Kriterium mit Hilfe der Koeffizienten dieser Gleichung folgenderweise zum Ausdruck bringen:

$$a_0 > 0, \\ a_1 > 0, \\ a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0, \\ a_3 > 0.$$

Diese sind notwendig und erfüllen gleichzeitig hinreichende Bedingungen. Das positive Vorzeichen des Koeffizienten a_2 ist eine notwendige, aber keine hinreichende Bedingung.

Die Koeffizienten der Gleichung lauten:

$$a_0 = \Theta_A \Theta_B, \quad a_1 = \frac{1}{\omega_1} (\Theta_A + \Theta_B) \frac{\partial A}{\partial s}, \\ a_2 = \Theta_A (B \sin \alpha + C \cos \alpha) + \Theta_B (-B \sin \alpha + C \cos \alpha) + \\ + \frac{1}{\omega_1^2} \left[\left(\frac{\partial A}{\partial s} \right)^2 - \left(\frac{\partial B}{\partial s} \right)^2 \cos^2 \alpha + \left(\frac{\partial C}{\partial s} \right)^2 \sin^2 \alpha \right], \\ a_3 = \frac{2}{\omega_1} \left[\frac{\partial A}{\partial s} C \cos \alpha + \frac{\partial B}{\partial s} C \cos^2 \alpha + \frac{\partial C}{\partial s} B \sin^2 \alpha \right].$$

Die erste Bedingung ($a_0 > 0$) ist stets erfüllt.

Laut der Bedingung $a_1 > 0$ muß $\frac{\partial A}{\partial s}$ positiv sein. Da nach (18.37) $A = \frac{1}{2} [M(s) + M'(s)]$ ist, muß sich die Drehmomentsumme der Motoren

mit den Kippschlüpfen s_K und s'_K im Stabilitätsbereich mit zunehmendem Schlupf erhöhen. Der Stabilitätsbereich einer einfachen elektrischen Welle kann daher, falls die Belastung kein Dämpfungsmoment entwickelt, nur zwischen den Schlüpfen $\pm s_K$ liegen. Für den Fall ($R = 4R_r$) einer selbsttätigen elektrischen Welle ist die Kennlinie $A(s)$ in Abb. 18.7 dargestellt. Der Schlupf muß so gewählt werden, daß die Kurve bei diesem Schlupf ansteigt, es sind also nur die Abschnitte $0 - a$ und $b - c$ brauchbar.

Nach Literatur 98 läßt sich die Bedingung $\partial A/\partial s > 0$ auch in der Form

$$\left(\gamma - \frac{x^2 - 1}{2}\right) \left[\gamma + \frac{x^2 + 1}{2(1-x)}\right] < 0$$

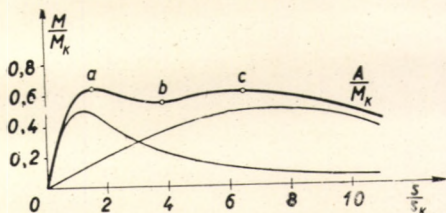


Abb. 18.7. Eine der Stabilitätsbedingungen der selbsttätigen elektrischen Welle, wonach

$$\frac{\partial A}{\partial s} > 0 \text{ sei}$$

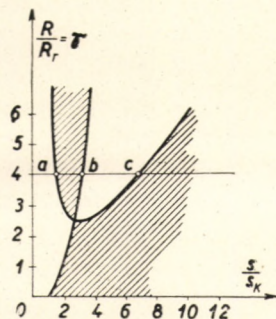


Abb. 18.8. Der Bedingung $\frac{\partial A}{\partial s} > 0$ entsprechende Stabilitätsbereiche

schreiben, wobei $x = s/s_K$ und $\gamma = \frac{R}{R_r}$ ist. Im Koordinatensystem γ, x bestimmt

der Multiplikator und der Multiplikant je eine Kurve; die Ungleichheit ist für solche x, γ -Wertpaare erfüllt, die in die nichtschraffierten Flächen fallen (Abb. 18.8). In der Abbildung wurde die dem Wert $\gamma = 4$, d. h. dem Fall $R = 4R_r$ entsprechende Gerade gezeichnet, die auch der Kurve A der Abb. 18.7 entspricht. Daraus erkennt man, daß ein stabiler Betrieb tatsächlich nur in den Abschnitten $0 - a$ und $b - c$ möglich ist (theoretisch kann außerdem ein stabiler Abschnitt im Generatorzustand vorhanden sein).

Da bei höheren Schlüpfen als s'_K mit der Zunahme des Schlupfes sowohl $M(s)$ als auch $M'(s)$ abnehmen, ist eine notwendige, aber keine hinreichende Bedingung für den stabilen Betrieb, daß s kleiner als s'_K ist.

Nun soll die Bedingung $a_3 > 0$ untersucht werden. Für $a = 0$ hat sie die Form $C \left(\frac{\partial A}{\partial s} + \frac{\partial B}{\partial s} \right) > 0$. Da C stets positiv ist ($s'_K > s_K$), ist dies gleichbedeutend mit

$$\frac{\partial}{\partial s} (A + B) = \frac{\partial M'(s)}{\partial s} > 0.$$

Dieser Fall tritt ein, wenn $s < s'_K$ ist, was angesichts der Bedingung $a_1 > 0$ nichts neues aussagt. Bei kleinen Werten des Winkels α , wenn $\cos \alpha \approx 1$ gilt, braucht man diese Bedingung nicht zu berücksichtigen.

Eine allgemeine Untersuchung der Bedingung $a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0$ wäre sehr kompliziert. In einem konkreten Fall kann sie durch einfache Substitution kontrolliert werden.

Eine brauchbare Bedingung für die Stabilität, aus welcher sich auch die Grenzwinkel abschätzen lassen, kann gewonnen werden, indem man in den Formeln für ΔM_A und ΔM_B die durch die Änderung der Winkelgeschwindigkeit bedingten Glieder vernachlässigt. Dann können die Gleichungen (18.42) nach Einsetzen von (18.40) und (18.41) folgendermaßen geschrieben werden:

$$\Theta_A \frac{d^2 \Delta \alpha_A}{dt^2} = (-B \sin \alpha + C \cos \alpha) \Delta \alpha,$$

$$\Theta_B \frac{d^2 \Delta \alpha_B}{dt^2} = (-B \sin \alpha - C \cos \alpha) \Delta \alpha.$$

Dividiert man diese Gleichungen durch Θ_A bzw. Θ_B und subtrahiert die erhaltenen Gleichungen voneinander, so steht auf der linken Seite

$$\frac{d^2 \Delta \alpha_B}{dt^2} - \frac{d^2 \Delta \alpha_A}{dt^2} = \frac{d^2 (\Delta \alpha_B - \Delta \alpha_A)}{dt^2} = \frac{d^2 \Delta \alpha}{dt^2},$$

was die relative Winkelbeschleunigung der beiden Maschinen darstellt.

$$\frac{d^2 \Delta \alpha}{dt^2} = - \left(\frac{B \sin \alpha + C \cos \alpha}{\Theta_B} + \frac{-B \sin \alpha + C \cos \alpha}{\Theta_A} \right) \Delta \alpha.$$

Die Bewegung ist stabil, wenn die relative Winkelbeschleunigung der relativen Winkelverdrehung entgegengesetzt ist. Die Stabilität bedingt also, daß der Klammerausdruck stets einen positiven Wert habe. Nach Ordnen ergibt sich:

$$(\Theta_A - \Theta_B) B \sin \alpha + (\Theta_A + \Theta_B) C \cos \alpha > 0.$$

Wir führen nun den Winkel ϱ ein, für den

$$\operatorname{tg} \varrho = \frac{(\Theta_B - \Theta_A) B}{(\Theta_B + \Theta_A) C}, \quad |\varrho| < \frac{\pi}{2}$$

gilt. Die obige Bedingung läßt sich mit Hilfe dieses Ausdruckes in folgender Form schreiben:

$$\cos(\alpha + \varrho) > 0.$$

Es ist also eine notwendige Bedingung, daß

$$-\frac{\pi}{2} - \varrho < \alpha < \frac{\pi}{2} - \varrho$$

sei.

Falls die beiden Wellen gleichgroße Massen bewegen, gilt $\varrho = 0$, man hat also einen stabilen Betrieb im Bereich $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Ist Θ_A gegenüber Θ_B sehr groß, dann ist

$$\operatorname{tg} \varrho = -\frac{B}{C}$$

und auf Grund der Gleichung (18.39) kann nachgewiesen werden, daß der Winkelbereich des stabilen Betriebes zwischen den Extremwerten des Drehmomentes der Maschine B liegt. Wenn dagegen Θ_B sehr groß ist, wird der Stabilitätsbereich ähnlich durch die Extremwerte des Drehmomentes der Maschine A bestimmt. Im Falle von endlichen Θ_A und Θ_B liegt die Grenze der Stabilität zwischen den obigen Grenzwerten.

19. PENDELUNGEN EINES DOPPELTGESPEISTEN ASYNCHRONMOTORS

Ein doppeltgespeister Asynchronmotor wird untersucht, bei dem an den Läufer eine Spannung von umgekehrter Phasenfolge angelegt wird und somit ein Motor von synchronem Charakter mit doppelter Synchrondrehzahl entsteht. Es wird vorausgesetzt, daß die Übersetzung 1 : 1 ist und die Impedanzwerte bzw. die Klemmenspannungen des Ständers und Läufers gleich groß sind. Die Beschreibung der normalen Betriebsverhältnisse ist z. B. unter Literatur 70 und 75 zu finden; hier wird lediglich die Berechnung des Pendelmomentes (Dämpfungs- und Synchronisierungsmomentes) einer Maschine, die mit kleiner Amplitude pendelt, kurz erörtert. Die Ermittlung des Dämpfungsmomentes kann von besonderem Interesse sein, da bekanntlich die doppeltgespeisten Maschinen zu selbsterregten Pendelungen sehr fähig sind. Die Berechnung erfolgt mit der im Abschnitt 16.10 beschriebenen Methode der doppelten komplexen Zahlen.

Die Schaltung der Maschine ist aus Abb. 19.1 ersichtlich. Werden die Momentanwerte der Netzphasenspannungen mit u_A , u_B und u_C bezeichnet, dann sind an die Maschine folgende Spannungen angelegt:
Ständer:

$$u_{sa} = u_A, \quad u_{sb} = u_B, \quad u_{sc} = u_C;$$

Läufer:

$$u_{ra} = u_A, \quad u_{rb} = u_C, \quad u_{rc} = u_B,$$

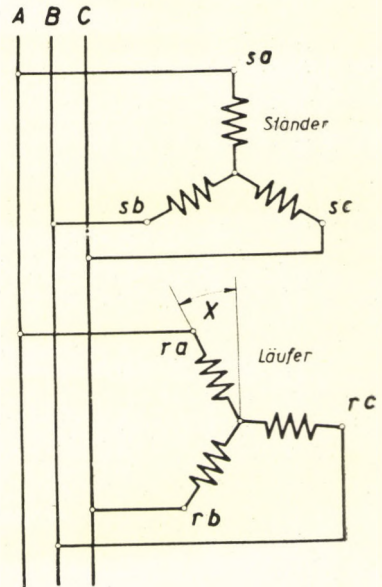


Abb. 19.1. Schaltung des doppeltgespeisten Motors mit doppelter Drehzahl

d. h. am Läufer sind der entgegengesetzten Phasenfolge entsprechend die Phasen b und c vertauscht eingeschaltet. Hinsichtlich des Vektors der Netz-

spannungen, der mit dem Vektor der Ständerspannungen übereinstimmt, wird vorausgesetzt, daß er bei Anwendung eines ruhenden Koordinatensystems mit genau synchroner Winkelgeschwindigkeit ω_1 umläuft, von der konstanten Größe U ist, und daß die Spannung den Höchstwert zur Zeit $t = 0$ in Phase a erreicht. Dann kann man für die Ständerspannung schreiben:

$$\mathbf{u}_s = \frac{2}{3} (\mathbf{u}_{sa} + \mathbf{a} \mathbf{u}_{sb} + \mathbf{a}^2 \mathbf{u}_{sc}) = U e^{j\omega_1 t}. \quad (19.1)$$

Nun soll der Vektor der Läuferklemmenspannungen in mit dem Läufer mitlaufendem Koordinatensystem aufgeschrieben werden. Die Realachse soll, ähnlich wie beim Ständer, in der Achsenrichtung der Phasenwicklung a gerichtet sein (Richtung ra in Abb. 19.1):

$$\mathbf{u}_r = \frac{2}{3} (\mathbf{u}_{ra} + \mathbf{a} \mathbf{u}_{rb} + \mathbf{a}^2 \mathbf{u}_{rc}).$$

Da $\mathbf{u}_{rb} = \mathbf{u}_{sc}$ und $\mathbf{u}_{rc} = \mathbf{u}_{sb}$, besteht der Unterschied gegenüber Gleichung (19.1) nur darin, daß die \mathbf{a} und \mathbf{a}^2 enthaltenden Glieder untereinander vertauscht wurden. \mathbf{a} und \mathbf{a}^2 sind die Konjugierten voneinander, folglich ist auch \mathbf{u}_r die Konjugierte von \mathbf{u}_s . Auf Grund von (19.1) kann man daher im mitlaufenden Koordinatensystem schreiben:

$$\mathbf{u}_r = U e^{-j\omega_1 t}. \quad (19.2)$$

Bei der Untersuchung der Pendelverhältnisse ist es zweckmäßig, die dank der Symmetrie gegebenen Vereinfachungsmöglichkeiten auszunutzen. Deswegen werden bei den Berechnungen die Ständer- und Läufergrößen in einem Koordinatensystem aufgeschrieben, dessen Realachse in Richtung der Winkelhalbierenden der Ständerphasenachse sa und Läuferphasenachse ra

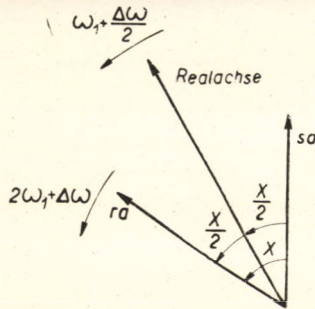


Abb. 19.2. Die Realachse des gewählten Koordinatensystems fällt mit der Winkelhalbierenden der Phasenachsen a von Ständer und Läufer zusammen

fällt (Abb. 19.2). Der Läufer dreht sich im Normalbetrieb mit der Winkelgeschwindigkeit $2\omega_1$, somit ist der Winkel zwischen Achsen sa und ra :

$$x = 2\omega_1 t + \alpha.$$

Im Normalbetrieb ist α konstant, beim Pendeln aber pulsiert sein Wert. Im Leerlauf beträgt der Wert von $\alpha = 180^\circ$, weil das Feld zum Ständer und Läufer entgegengesetzt umläuft.

Das gewählte Koordinatensystem schließt mit der Achse sa des Ständers den Winkel $x_k = \frac{x}{2} = \omega_1 t + \frac{\alpha}{2}$ ein, folglich ergibt sich der Vektor der Ständerspannungen in diesem System auf Grund von (19.1) zu:

$$\mathbf{u}_s = U e^{j\omega_1 t} e^{-j\frac{x}{2}} = U e^{-j\frac{\alpha}{2}}. \quad (19.3)$$

Ähnlicherweise wird in diesem System der Vektor der Läuferspannungen auf Grund von (19.2)

$$\mathbf{u}_r = U e^{-j\omega_1 t} e^{j\frac{x}{2}} = U e^{j\frac{\alpha}{2}} \quad (19.4)$$

betragen. Die Winkelgeschwindigkeit ω des Läufers ist

$$\omega = \frac{dx}{dt} = 2\omega_1 + \frac{d\alpha}{dt} = 2\omega_1 + \Delta\omega,$$

weil α_0 im Normalbetrieb konstant ist und

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d(\alpha_0 + \Delta\alpha)}{dt} = \frac{d(\Delta\alpha)}{dt} = \Delta\omega.$$

Da die Realachse des gewählten Koordinatensystems in der Winkelhalbierenden von sa und ra liegt, ist die Winkelgeschwindigkeit des Koordinatensystems und gleichzeitig seine Winkelgeschwindigkeit gegenüber dem Ständer $\omega_k = \frac{\omega}{2} = \omega_1 + \frac{\Delta\omega}{2}$, wogegen jene gegenüber dem Läufer $-\frac{\omega}{2} = -\omega_1 - \frac{\Delta\omega}{2}$ sein wird.

Hiernach kann man die Spannungsgleichung des Ständers und Läufers im gewählten Koordinatensystem aufschreiben. Als unbekannt werden die Flüsse betrachtet, weshalb die Formen (10.9) und (10.10) benutzt werden. Mit Rücksicht darauf, daß Ständer und Läufer gleiche Daten haben ($k_r = k_s = k$), weiterhin daß $R_s/L'_s = R_r/L'_r = s_K \omega_1$ erhält man:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_s &= U e^{-j\frac{\alpha}{2}} = \left[s_K \omega_1 + j \left(\omega_1 + \frac{\Delta\omega}{2} \right) \right] \psi_s + \frac{d\psi_s}{dt} - k s_K \omega_1 \psi_r, \\ \mathbf{u}_r &= U e^{j\frac{\alpha}{2}} = \left[s_K \omega_1 - j \left(\omega_1 + \frac{\Delta\omega}{2} \right) \right] \psi_r + \frac{d\psi_r}{dt} - k s_K \omega_1 \psi_s. \end{aligned} \quad (19.5)$$

Das sind die allgemein gültigen Gleichungen des beschriebenen, doppelt-
gespeisten Asynchronmotors. Im normalen pendelfreien Betrieb gilt $\Delta\omega = 0$,
ferner laufen das Koordinatensystem und sämtliche Vektoren synchron um,
also $\frac{d\psi_s}{dt} = 0$ und $\frac{d\psi_r}{di} = 0$. Im pendelfreien Betrieb gilt daher:

$$U e^{-j \frac{\alpha_0}{2}} = \omega_1 [(s_K + j) \Psi_{s0} - k s_K \Psi_{r0}],$$

$$U e^{j \frac{\alpha_0}{2}} = \omega_1 [-k s_K \Psi_{s0} + (s_K - j) \Psi_{r0}].$$

Nach Lösung des Gleichungssystems erhält man die Flüsse in der Pendel-
mittellage. Aus dem Gleichungssystem ist ersichtlich, daß Ψ_{s0} und Ψ_{r0} die
Konjugierten voneinander sind. Unter Anwendung der Beziehung $1 - k^2 = \sigma$
erhält man:

$$\Psi_{s0} = \hat{\Psi}_{r0} = \frac{U}{\omega_1 (1 + \sigma s_K^2)} [(s_K - j) e^{-j \frac{\alpha_0}{2}} + k s_K e^{j \frac{\alpha_0}{2}}]. \quad (19.6)$$

Nun kann man auf die Bestimmung der Änderungen während der Pen-
delungen übergehen. Die Änderungen werden mit Δ bezeichnet, z. B. $\psi_s =$
 $= \Psi_{s0} + \Delta \psi_s$. Man nimmt das Differential des Gleichungssystems (19.5) bei
der Pendelmittellage. Hier ist z. B.

$$\Delta (e^{-j \frac{\alpha}{2}}) = -\frac{j}{2} e^{-j \frac{\alpha_0}{2}} \Delta \alpha$$

und

$$\Delta \left[j \left(\omega_1 + \frac{\Delta \omega}{2} \right) \psi_s \right] = j \omega_1 \Delta \psi_s + j \frac{\Delta \omega}{2} \Psi_{s0}.$$

Es wird vorausgesetzt, daß sich der Winkel $\Delta \alpha$ mit der Pendelfrequenz
 $\Omega = \nu \omega_1$ ändert, $\Delta \alpha = (\Delta \alpha)_{\max} \cos \Omega t$. Letzterer Ausdruck wird als der
Realteil der i enthaltenden Beziehung $\dot{\Delta \alpha} = (\Delta \alpha)_{\max} e^{i \Omega t}$ betrachtet. Werden
ähnliche Vektoren mit i auch für die übrigen Änderungen eingeführt, kann
man bei der Umschreibung des Gleichungssystems (19.5) bezüglich Änderungen
 $i \Omega$ anstatt d/dt nehmen. Unter diesen Voraussetzungen erhält man

$$\begin{aligned} (s_K + j + i\nu) \dot{\Delta \psi}_s - k s_K \dot{\Delta \psi}_r &= \dot{\mathbf{A}} \Delta \alpha; \\ -k s_K \dot{\Delta \psi}_s + (s_K - j + i\nu) \dot{\Delta \psi}_r &= \dot{\hat{\mathbf{A}}} \Delta \alpha, \end{aligned} \quad (19.7)$$

wo $\dot{\mathbf{A}} = -\frac{j}{2} \left(\frac{U}{\omega_1} e^{-j \frac{\alpha_0}{2}} + i\nu \Psi_{s0} \right)$ und $\dot{\hat{\mathbf{A}}}$ dessen Konjugierte nach j bedeutet.

Aus dem Gleichungssystem (19.7) erhält man:

$$\dot{\Delta\psi}_s = \dot{\Delta\psi}_r = \frac{\hat{A}(s_K - j + iv) + ks_K \hat{A}}{(s_K + iv)^2 + 1 - k^2 s_K^2}. \quad (19.8)$$

Hiernach kann die Drehmomentänderung bestimmt werden, und zwar wird sie mit Gleichung (16.8) berechnet:

$$\dot{\Delta M} = \frac{3}{2} \frac{k}{L'} (\dot{\Delta\psi}_r \times \Psi_{s0} + \Psi_{r0} \times \dot{\Delta\psi}_s).$$

Infolge der vollkommenen Symmetrie des Läufers und Ständers sind die beiden eingeklammerten Glieder miteinander gleich, somit wird

$$\dot{\Delta M} = \frac{3}{2} \frac{k}{L'} 2 \dot{\Delta\psi}_r \times \Psi_{s0} = \frac{3}{2} \frac{k}{L'} 2 \operatorname{Im} \{ \dot{\Delta\psi}_r \Psi_{s0} \},$$

wo die Konjugierten und der Imaginärteil nach j zu nehmen sind. Da $\dot{\Delta\psi}_r = \dot{\Delta\psi}_s$ kann die Gleichung auch in folgender Form geschrieben werden:

$$\dot{\Delta M} = \frac{3}{2} \frac{k}{L'} 2 \operatorname{Im} \{ \dot{\Delta\psi}_s \Psi_{s0} \}. \quad (19.9)$$

Das Endergebnis nach den Wiedereinsetzungen ist ziemlich verwickelt. Deswegen wird hier nur die Näherungsformel gegeben, die sich nach Vernachlässigung der Glieder mit s_K^2 ergibt. Diese Voraussetzung ist in den praktischen Fällen zulässig, da einerseits selbst s_K^2 sehr gering ist, und andererseits an den meisten vernachlässigten Stellen mit dem Koeffizienten $\sigma = 0,08$ vorkommt. So kann z. B. für die auf Winkel $\dot{\Delta\alpha}$ bezogene Bewegungsimpedanz abgeleitet werden, daß

$$\dot{Z} = \frac{\dot{\Delta M}}{\dot{\Delta\alpha}} = 2M_K \frac{1}{k} \frac{(\cos \alpha + 2s_K \sin \alpha)(1 - v^2) + ivs_K(\cos \alpha + k)}{1 - v^2 + iv 2s_K} \quad (19.10)$$

oder

$$\dot{Z} = \frac{\dot{\Delta M}}{\dot{\Delta\alpha}} = 2M_K \frac{1}{k} \left[\cos \alpha + 2s_K \sin \alpha + iv \frac{2s_K(k - 2s_K \sin \alpha)}{1 - v^2 + iv 2s_K} \right]. \quad (19.11)$$

Hier bedeutet M_K das Kippmoment im Falle normalen Asynchronmotorbetriebs.

Der Wert von \dot{Z} bestimmt das Synchronisierungs- und das Dämpfungsmoment. Es soll nämlich die Momentenänderung ΔM durch das Synchronisierungsmoment M_S und das Dämpfungsmoment M_D ausgedrückt werden. Auf den Momentanwert bezogen gilt:

$$\Delta M = -M_S \Delta \alpha - M_D \frac{d\Delta \alpha}{dt}$$

oder mit sich nach $e^{i\Omega t}$ ändernden Vektoren:

$$\dot{\Delta M} = -(M_S + M_D i\Omega) \dot{\Delta \alpha} = \dot{Z} \dot{\Delta \alpha}.$$

Wird \dot{Z} in Real- und Imaginärteile zerlegt aufgeschrieben, also $\dot{Z} = Z_x + i Z_y$, dann erhält man für die Synchronisierungs- und Dämpfungsmomente:

$$M_S = -Z_x,$$

$$M_D = -\frac{1}{\Omega} Z_y, \text{ oder } \omega_1 M_D = -\frac{1}{\nu} Z_y. \quad (19.12)$$

Nun soll die auf die Pendelungen der doppeltgespeisten Asynchronmaschine bezügliche Frequenzganglinie untersucht werden, d. h. welche Kurve der Endpunkt der Bewegungsimpedanz \dot{Z} beschreibt, wenn sich die Pendelkreisfrequenz von 0 bis $+\infty$ ändert, wenn also $0 \rightarrow \nu = \frac{\Omega}{\omega_1} \rightarrow +\infty$. Zu diesem Zweck werden Zähler und Nenner des Bruches in Gleichung (19.10) durch $1 - \nu^2$ dividiert und die Bezeichnung $p = \frac{\nu}{1 - \nu^2}$ eingeführt. Man erhält:

$$\dot{Z} = \frac{\dot{\Delta M}}{\dot{\Delta \alpha}} = 2M_K \frac{1}{k} \frac{\cos \alpha + 2s_K \sin \alpha + ip 2s_K (\cos \alpha + k)}{1 + ip 2s_K}. \quad (19.13)$$

Ändert sich ν von 0 bis $+\infty$, so kann p jeden Wert zwischen $-\infty$ und $+\infty$ annehmen. Da \dot{Z} nach (19.13) die lineare gebrochene Funktion von p ist, beschreibt \dot{Z} einen Kreis (Abb. 19.3), der durch drei Punkte bestimmt werden kann:

$$\nu = 0, \text{ oder } \infty; p = 0; \dot{Z}_0 = 2M_K \frac{\cos \alpha + 2s_K \sin \alpha}{k};$$

$$\nu = 1; p = \infty; \dot{Z}_1 = 2M_K \frac{\cos \alpha + k}{k};$$

$$v = -s_K + \sqrt{1 + s_K^2} \approx 1 - s_K;$$

$$\dot{Z} = \frac{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0}{2} + i \frac{\dot{Z}_1 - \dot{Z}_0}{2}.$$

Daraus folgt, daß \dot{Z} einen Kreis beschreibt, dessen Diametralpunkte \dot{Z}_0 und \dot{Z}_1 darstellen. \dot{Z}_0 und \dot{Z}_1 befinden sich an der Realachse. In Abb. 17.3 sind der bei Leerlauf gültige Kreis ($\alpha = 180^\circ$) und der Kreis einer Motorbelastung ($\alpha = 180^\circ + 30^\circ$) dargestellt. Die Kreise beziehen sich auf einen Motor, bei welchem $k=0,96$ und $s_K=0,15$ ist. Aus der Abbildung ist ersichtlich, daß der Imaginärteil von \dot{Z} negativ ist, solange $0 \rightarrow v \rightarrow 1$ gilt, wenn also die

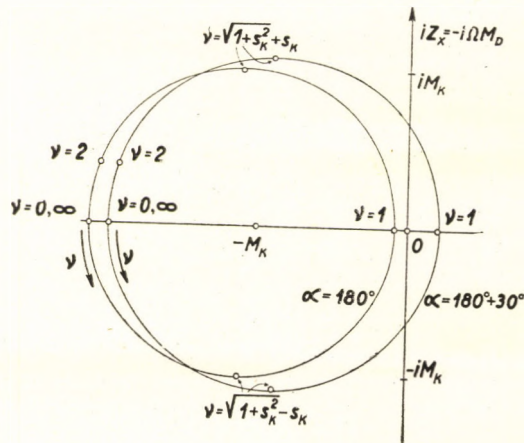


Abb. 19.3. Bewegungsimpedanz des doppeltgespeisten Asynchronmotors in Funktion der Schwingungskreisfrequenz im Leerlauf ($\alpha = 180^\circ$) und im Motorbetrieb ($\alpha = 180^\circ + 30^\circ$)

Schwingungsfrequenz unter 50 Hz bleibt, ist das Dämpfungsmoment negativ und die Maschine kann in selbsterregte Pendelung geraten. Wenn dagegen $v > 1$ ist, dann ist das Dämpfungsmoment positiv. Dies sind schon sehr schnelle Pendelungen. Hierzu können auch die mit der Maschinendrehzahl gleichgroßen Pendelfrequenzen gerechnet werden. Wenn sich z. B. das Belastungsmoment mit der Winkellage des Läufers ändert, dann ergeben sich im Falle einer zweipoligen Maschine Pendelungen der Frequenz 100 Hz ($v = 2$). Die Abbildung zeigt, daß in diesem Fall der Imaginärteil von \dot{Z} klein ist, das Dämpfungsmoment berechnet sich aber daraus durch Division mit Ω , dessen Wert hingegen groß ist. Somit werden auch diese Schwingungen nur in geringem Maß von der Maschine gedämpft.

Der Charakter der Änderung des Dämpfungsmomentes entspricht dem \ominus Dämpfungsmoment des Asynchronmotors. Letzteres kann laut Kapitel 16 mit der Richtungstangente der den Punkten $s + v$ und $s - v$ der Momentenkurve $M(s)$ zugeordneten Sehne bestimmt werden. Bei der doppeltgespeisten

Maschine ist der Schlupf $s = -1$, folglich erhält man bis $\nu \approx 1$ abwärtsgeneigte, im Falle $\nu = 1$ aber aufwärtsgeneigte Sehnen (Abb. 19.4). Diese Sehnen sind bedeutend weniger steil als die Tangente des Asynchronmotors im Betriebspunkt ($s \approx 0$), das Dämpfungsmoment hat also einen viel kleineren Absolutbetrag.

Schließlich sollen die für den Fall von sehr langsamen ($\Omega \approx 0$) Schwingungen gültigen Synchronisierungs- und Dämpfungsmomente bestimmt wer-

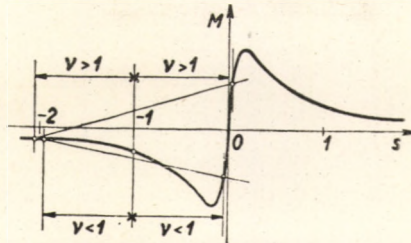


Abb. 19.4. Dämpfungsmoment des mit doppelter Synchronzahl umlaufenden Asynchronmotors

den. Unter Berücksichtigung von (19.11) und (19.12) erhält man für $\nu \approx 0$:

$$M_S = -\frac{2M_K}{k} (\cos \alpha + 2s_K \sin \alpha), \quad (19.14)$$

$$\omega_1 M_D = -2M_K 2s_K \left(1 - \frac{2s_K}{k} \sin \alpha \right).$$

Hieraus ist ersichtlich, daß bei sehr langsamen Pendelungen das Dämpfungsmoment stets negativ ist. Im Leerlaufzustand ($\alpha = 180^\circ$) gilt: $\omega_1 M_D = -4M_K s_K$.

Wäre die Maschine als normaler Asynchronmotor betrieben worden, so wäre bei sehr langsamen Schwingungen in der Nähe des Leerlaufzustandes das Dämpfungsmoment nach (16.18a) positiv, und seine Größe würde $\omega_1 M_D = 2M_K/s_K$ betragen. Das bedeutet einen $2/s_K^2 \approx 90$ fachen Absolutbetrag im Vergleich mit dem negativen Dämpfungsmoment der doppeltespeisten Maschine.

Zusammenfassend kann man feststellen, daß das Dämpfungsmoment der doppeltespeisten Maschine bei $f = 50$ Hz bei Pendelungen mit kleiner Frequenz negativ ist. Somit facht die Maschine, allein betrieben, selbsterregte Pendelungen an und kann außer Tritt fallen. Der Wert des Dämpfungsmomentes beträgt bei langsamen Pendelungen im Leerlauf $-4M_K s_K/\omega_1$. Demzufolge vermag die Maschine nur mit mechanischen Belastungen von sehr starker Dämpfungswirkung einen pendelfreien Betrieb zu halten. Eine Belastung mit quadratischer Moment-Drehzahl-Kennlinie sichert noch keine genügende Dämpfung. Das wird verständlich, wenn man das Moment der Belastung

aufschreibt. Ist die Belastung eben dem Nenn Drehmoment M_n gleich, so ergibt sich, unter Annahme der quadratischen Beziehung, für die Kennlinie des Belastungsdrehmomentes:

$$M_b = M_n \left(\frac{\omega}{2\omega_1} \right)^2$$

und für das Dämpfungsmoment der Belastung:

$$\omega_1 M_{D,b} = \omega_1 \left(\frac{\partial M_b}{\partial \omega} \right)_{\omega=2\omega_1} = M_n.$$

M_n ist von der gleichen Größenordnung wie $4M_K s_K$, der Betrieb befindet sich also in der Nähe des kritischen Zustandes. Bei einer Belastung unter dem Nennwert werden wahrscheinlich selbsterregte Pendelungen auftreten.

Das negative Dämpfungsmoment kann aufgehoben werden, wenn an der Welle des doppeltgespeisten Motors noch ein (Anlaß-) Asynchronmotor angebracht ist, der auch während des Betriebes eingeschaltet bleibt und mit dem Schlupf $s = 0$ läuft. Das resultierende Dämpfungsmoment ergibt sich, bei Bezeichnung der Daten des Anlaß-Asynchronmotors durch einen Strich, zu:

$$M_D = - \frac{4 M_K s_K}{\omega_1} + \frac{2 M'_K}{s'_K \omega'_1} + M_{D,b}.$$

Da $\omega'_1 = 2\omega_1$, erhält man unter Vernachlässigung der Dämpfungswirkung der Belastung einen annehmbaren Betrieb im Falle eines Anlaßmotors, bei welchem:

$$M'_K > 4 M_K s_K s'_K.$$

Ist $s'_K = 0,15$, so erfordert diese Bedingung einen Anlaßmotor von etwa zehnmal kleinerer Typenleistung (auf die gleiche Drehzahl umgerechnet).

A N H A N G

A. 1. Begründung der Fourier-Reihenentwicklung im Abschnitt 4.204

Es gilt die identische Umformung

$$\frac{2}{X'_d + X'_q - (X'_d - X'_q) \cos 2x} = \frac{2}{X'_d + X'_q} \frac{1}{1 + c \cos u},$$

wobei

$$c = -\frac{X'_d - X'_q}{X'_d + X'_q} \quad \text{und} \quad u = 2x$$

ist. Es soll noch die Bezeichnung $y = e^{ju}$ eingeführt werden. Dann erhält man:

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 + c \cos u} &= \frac{1}{1 + c \frac{e^{ju} + e^{-ju}}{2}} = \frac{1}{1 + c \frac{y + \frac{1}{y}}{2}} = \\ &= \frac{2y}{2y + cy^2 + c} = \frac{\frac{2y}{c}}{y^2 + \frac{2y}{c} + 1} = \frac{Y(y)}{Z(y)} = F. \end{aligned}$$

Der letzte Bruch wird in Partialbrüche zerlegt. Zu diesem Zweck werden die Wurzeln der Gleichung $Z(y) = 0$ bestimmt, und mit y_1 und y_2 bezeichnet.

Die Gleichung $y^2 + \frac{2}{c}y + 1 = 0$ besitzt die Wurzeln:

$$y_1 = -\frac{1}{c} + \frac{1}{c} \sqrt{1 - c^2}$$

$$y_2 = -\frac{1}{c} - \frac{1}{c} \sqrt{1 - c^2}.$$

Sie sind der Kehrwert voneinander, weil ihr Produkt das konstante Glied der Gleichung, d. h. 1 ergeben muß.

Die Partialbruchzerlegung von $\frac{Y(y)}{Z(y)}$ lautet:

$$\frac{Y(y)}{Z(y)} = \frac{A}{y - y_1} + \frac{B}{y - y_2},$$

wo nach der bekannten algebraischen Relation:

$$A = \frac{Y(y_1)}{Z'(y_1)}; \quad B = \frac{Y(y_2)}{Z'(y_2)}.$$

Zur Berechnung der Zahlenwerte von A und B stehen uns die Gleichungen

$$\begin{aligned} Z(y) &= (y - y_1)(y - y_2); & Z'(y_1) &= y_1 - y_2; \\ Z'(y) &= (y - y_1) + (y - y_2); & Z'(y_2) &= y_2 - y_1 \end{aligned}$$

zur Verfügung. Auf Grund deren ergibt sich:

$$A = \frac{\frac{2}{c} y_1}{y_1 - y_2}; \quad B = \frac{\frac{2}{c} y_2}{y_2 - y_1}.$$

Die vollständige Partialbruchzerlegung lautet also:

$$\begin{aligned} F &= \frac{\frac{2}{c} y}{y^2 + \frac{2}{c} y + 1} = \frac{2}{c(y_1 - y_2)} \left[\frac{y_1}{y - y_1} - \frac{y_2}{y - y_2} \right] = \\ &= \frac{2}{c(y_1 - y_2)} \left[\frac{\frac{y_1}{y}}{1 - \frac{y_1}{y}} + \frac{1}{1 - \frac{y}{y_2}} \right] = \\ &= \frac{2}{c(y_1 - y_2)} \left[\frac{\frac{y_1}{y}}{1 - \frac{y_1}{y}} + \frac{1}{1 - y y_1} \right] \end{aligned}$$

Der Wert von y_1 wird durch Einsetzen von c berechnet. Da

$$1 - c^2 = 1 - \frac{X_d'^2 - 2X_d'X_q' + X_q'^2}{X_d'^2 + 2X_d'X_q' + X_q'^2} = \frac{4}{(X_d' + X_q')^2} X_d'X_q',$$

gilt

$$\begin{aligned} y_1 &= -\frac{1}{c}(1 - \sqrt{1 - c^2}) = \frac{X_d' + X_q'}{X_d' - X_q'} \left[1 - \frac{2}{X_d' + X_q'} \sqrt{X_d'X_q'} \right] = \\ &= \frac{X_d' + X_q'}{X_d' - X_q'} \frac{X_d' + X_q' - 2\sqrt{X_d'X_q'}}{X_d' + X_q'} = \frac{X_d' + X_q' - 2\sqrt{X_d'X_q'}}{X_d' - X_q'} = \\ &= \frac{(\sqrt{X_d'} - \sqrt{X_q'})^2}{(\sqrt{X_d'} - \sqrt{X_q'})(\sqrt{X_d'} + \sqrt{X_q'})} = \frac{\sqrt{X_d'} - \sqrt{X_q'}}{\sqrt{X_d'} + \sqrt{X_q'}}. \end{aligned}$$

$$y_1 = -\frac{\sqrt{X_q'} - \sqrt{X_d'}}{\sqrt{X_q'} + \sqrt{X_d'}} = -b$$

$$|y_1| < 1.$$

Da aber $y = e^{ju}$, ist $|y| = 1$ und so ist sowohl der Absolutbetrag von $\frac{y_1}{y}$ als auch der von yy_1 kleiner als die Einheit. Infolgedessen kann die vollständige Partialbruchzerlegung auf folgende Weise in zwei besondere Taylor-Reihen entwickelt werden:

$$\begin{aligned} F &= \frac{2}{c(y_1 - y_2)} \left[\frac{y_1}{y} + \left(\frac{y_1}{y}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{y}\right)^3 + \dots + 1 + y y_1 + (y y_1)^2 + \dots \right] = \\ &= \frac{2}{c(y_1 - y_2)} \left[1 + y_1 \left(y + \frac{1}{y}\right) + y_1^2 \left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right) + \dots \right]. \end{aligned}$$

Aber

$$y^n + \frac{1}{y^n} = e^{jnu} + e^{-jnu} = 2 \cos nu$$

und daher gilt

$$F = \frac{2}{c(y_1 - y_2)} (1 + 2y_1 \cos u + 2y_1^2 \cos 2u + \dots).$$

Nachdem aber

$$y_1 - y_2 = \frac{2}{c} \sqrt{1 - c^2}$$

bzw.

$$\frac{c(y_1 - y_2)}{2} = \sqrt{1 - c^2} = \frac{2}{X'_d + X'_q} \sqrt{X'_d X'_q}$$

erhält man, indem man zur Veränderlichen x zurückgekehrt und $u = 2x$ und $-b$ statt y_1 schreibt:

$$\frac{2}{X'_d + X'_q - (X'_d - X'_q) \cos 2x} = \frac{1}{\sqrt{X'_d X'_q}} (1 - 2b \cos 2x + 2b^2 \cos 4x \mp \dots),$$

wo

$$b = \frac{\sqrt{X'_q} - \sqrt{X'_d}}{\sqrt{X'_q} + \sqrt{X'_d}}$$

ist.

A. 2. Beweis der Beziehung (4.206) im Abschnitt 4.205

Gemäß der Beziehung (4.205) gilt

$$U_{a \text{ eff}} = U_s (1 + b) \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{n=0}^{n=\infty} (2n + 1)^2 b^{2n}}. \quad (4.205')$$

Zur Darstellung der unendlichen Reihe in der Formel in geschlossener Form sind hier die endlichen Summen der benötigten unendlichen Reihen zusammengefaßt. Da

$$|b| < 1$$

gilt:

$$\sum_{n=0}^{n=\infty} b^{2n} = \frac{1}{1 - b^2}.$$

Durch Differenzieren auf beiden Seiten und Multiplizieren mit b entsteht:

$$\sum_{n=0}^{n=\infty} 2nb^{2n} = \frac{2b^2}{(1 - b^2)^2}.$$

Durch nochmaliges Differenzieren und Multiplizieren mit b ergibt sich:

$$\sum_{n=0}^{n=\infty} 4n^2 b^{2n} = 4b^2 \frac{1+b^2}{(1-b^2)^3}.$$

Unter Verwendung dieser Beziehungen ergibt sich aus (4.205')

$$\begin{aligned} U_{\text{eff}} &= U_s (1+b) \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sum_{n=0}^{n=\infty} 4n^2 b^{2n} + \sum_{n=0}^{n=\infty} 4nb^{2n} + \sum_{n=0}^{n=\infty} b^{2n}} = \\ &= U_s (1+b) \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{(1-b^2)^2} \left[\frac{4b^2(1+b^2)}{1-b^2} + 4b^2 + 1 - b^2 \right]} = \\ &= U_s (1+b) \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{1-b^2} \sqrt{\frac{4b^2(1+b^2)}{1-b^2} + 3b^2 + 1}, \end{aligned}$$

woraus

$$U_{\text{eff}} = U_s \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{1-b} \sqrt{\frac{4b^2(1+b^2)}{1-b^2} + 3b^2 + 1} \quad (4.206')$$

folgt.

A.3. Zahlenbeispiel für die Durchführung der in den Abschnitten 5.102, 5.102.1 und 5.103 besprochenen Stabilitätsuntersuchungen

Es soll die Stabilität eines mit einem Netz von unendlicher Leistung über einen Transformator von 6,6/37,5 kV Übersetzung und eine 60 km lange,

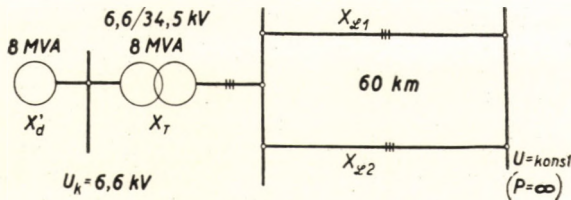


Abb. A.3.1. Schaltbild des Netzes

doppelte Dreiphasenfernleitung parallel arbeitenden Synchrongenerators (Abb. A.3.1) untersucht werden, wenn

A) von den beiden parallel arbeitenden Fernleitungen die eine plötzlich abgeschaltet wird;

B) in der Mitte der einen Fernleitung (30 km von unendlichen Netzanschluß entfernt) aus irgendeinem Grund plötzlich ein dreiphasiger Kurzschluß entsteht,

C) mit Hilfe der vorausberechneten Schwingungskurven die längste Zeitdauer bestimmt wird, binnen welcher der in Punkt B) erwähnte dreiphasige Kurzschluß abgeschaltet werden muß, damit der stabile Betrieb zwischen Generator und Netz gerade noch erhalten bleibe.

Fall A)

Daten des Generators:

Nennleistung	8000 kVA
Klemmenspannung	6,6 kV
Nennstrom	700 A
Nennleistungsfaktor	$\cos \varphi = 0,8$

Die auf die Spannung 6,6 kV bezogenen Werte der Reaktanzen betragen je Phase

$$X'_d = 1,48 \text{ Ohm,}$$

$$X_T = 0,38 \text{ Ohm,}$$

$$X_{L1} = X_{L2} = 0,74 \text{ Ohm.}$$

Die resultierende Reaktanz (Abb. A.3.1) beträgt:

a) wenn die beiden Fernleitungen parallelgeschaltet sind

$$X_1 = 1,48 + 0,38 + 0,37 = 2,23 \text{ Ohm,}$$

b) wenn nur eine Fernleitung im Betrieb ist:

$$X_2 = 1,48 + 0,38 + 0,74 = 2,6 \text{ Ohm.}$$

Im Falle von zwei parallelgeschalteten Leitungen zeichnet man zwecks Bestimmung des zur Nennbelastung gehörenden Winkels δ_0 das auf die (verkettete) Klemmenspannung $U_k = 6,6 \text{ kV}$ bezogene Vektordiagramm des Generators für $\cos \varphi = 0,8$. Im Vektordiagramm treten die Spannungen

$$\sqrt{3} IX'_d = \sqrt{3} \cdot 700 \cdot 1,48 = 1,795 \text{ kV,}$$

$$\sqrt{3} I(X_T + X_L) = \sqrt{3} \cdot 700 \cdot 0,75 = 0,91 \text{ kV}$$

auf. Auf Grund der Abb. A.3.2 erhält man:

$$\begin{aligned} \overline{AC} &= 6,6 + 1,795 \sin \varphi = 7,68 \text{ kV}, \\ \overline{BC} &= 1,795 \cos \varphi = 1,436 \text{ kV}, \\ U'_s &= \sqrt{\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2} = 7,81 \text{ kV}, \\ \operatorname{tg} \delta_1 &= \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{1,436}{7,68} = 0,187, \quad \text{woraus} \\ \delta_1 &= 10,6^\circ. \\ \overline{AD} &= 6,6 - 0,91 \sin \varphi = 6,054 \text{ kV}, \\ \overline{DE} &= 0,91 \cos \varphi = 0,728 \text{ kV}, \\ U &= \sqrt{\overline{AD}^2 + \overline{DE}^2} = 6,1 \text{ kV}, \\ \operatorname{tg} \delta_2 &= \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}} = \frac{0,728}{6,054} = 0,12, \quad \text{woraus} \\ \delta_2 &= 6,9^\circ \quad \text{und} \\ \delta_0 &= \delta_1 + \delta_2 = 17,5^\circ. \end{aligned}$$

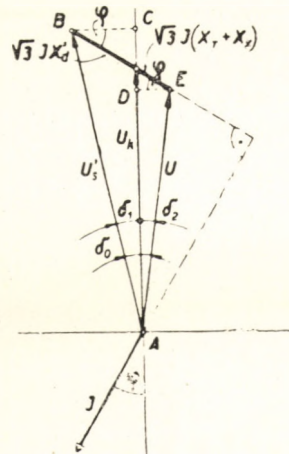


Abb. A.3.2. Vektordiagramm der Größen vor dem Kurzschluß

Im Falle von zwei parallelgeschalteten Fernleitungen ist die effektive Leistung:

$$P_{el} = \frac{UU'_s}{X_1} \sin \delta = \frac{7,81 \cdot 6,1}{2,23} \sin \delta = 21,4 \sin \delta \text{ MW.}$$

Bei Übertragung der Nennleistung ist $\delta = \delta_0$, also $P_{el} = 21,4 \sin 17,5^\circ \approx 6,4 \text{ MW}$, was natürlich mit der Nennleistung der Maschine (8000 kVA, $\cos \varphi = 0,8$) übereinstimmt. Im Falle einer Fernleitung hat man:

$$P_{el1} = \frac{7,81 \cdot 6,1}{2,6} \sin \delta = 18,32 \sin \delta \text{ MW.}$$

Die Werte von P_{el} und P_{el1} als Funktionen von δ sind in Abb. A.3.3 dargestellt.

Aus dem Bild geht hervor, daß der Generator infolge des Abschaltens im stabilen Zustand verbleibt (die schraffierten Flächen sind gleich).

Zur Aufstellung der Differentialgleichung der Bewegung muß zunächst der Wert von Θ bestimmt werden. Das Schwungmoment ist:

$$\begin{aligned} (GD^2) \text{ Generator} &= 1250 \text{ kgm}^2 \\ (GD^2) \text{ Turbine} &= 750 \text{ kgm}^2 \\ \text{Gesamt } (GD^2) &= \underline{2000 \text{ kgm}^2} \end{aligned}$$

$$\Theta = \frac{(GD^2)}{4g} \text{ kgm s}^2.$$

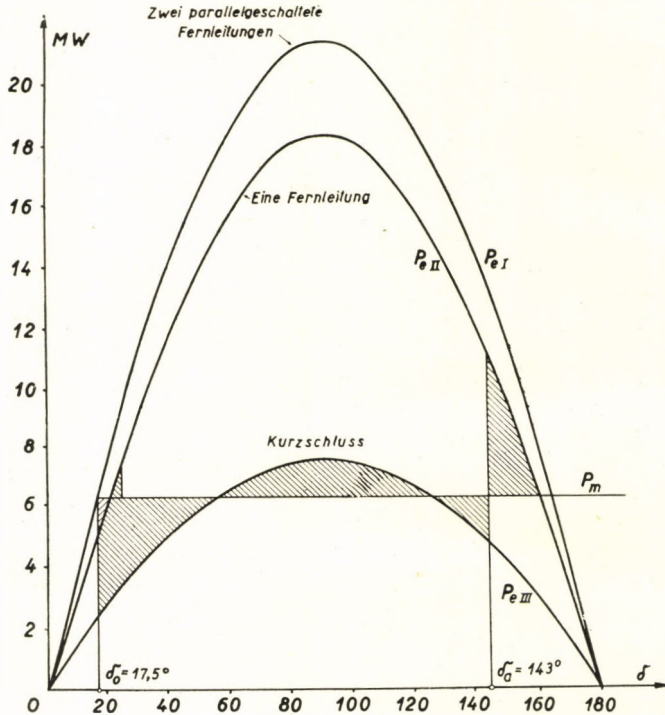


Abb. A.3.3. Bestimmung der Amplitude der Winkelschwingung im Falle Abschaltung einer Leitung und Ermittlung des Abschaltgrenzwinkels im Falle Dreiphasenkurzschlusses in der Mitte der einen Leitung (mit der Methode der gleichen Flächen)

Nachdem $1 \text{ mkg} = 9,81 \text{ Wsec}$ ist, erhält man:

$$\Theta = \frac{(GD^2)}{4} \text{Ws}^3 = 500 \text{Ws}^3.$$

Die Bewegungsgleichung lautet:

$$\Theta \frac{d^2 \delta}{dt^2} = M_m - M_{eII}$$

oder auf beiden Seiten mit der synchronen Winkelgeschwindigkeit ω_1 multipliziert:

$$T \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_{eII},$$

wo das Drehimpuls: $T = 500 \cdot 314 = 157\,000 \text{ Ws}^2 = 0,157 \text{ MWs}^2$ und nach den weiter oben angeführten:

$$P_m = 6,4 \text{ MW},$$

$$P_{e11} = 18,32 \sin \delta \text{ MW}$$

ist. Mit diesen Daten ergibt sich die Winkelbeschleunigung zu

$$\varepsilon(\delta) = \frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{6,4 - 18,32 \sin \delta}{0,157} = 40,8 - 117,7 \sin \delta \text{ s}^{-2},$$

den Wert von δ in Radianen ausgedrückt.

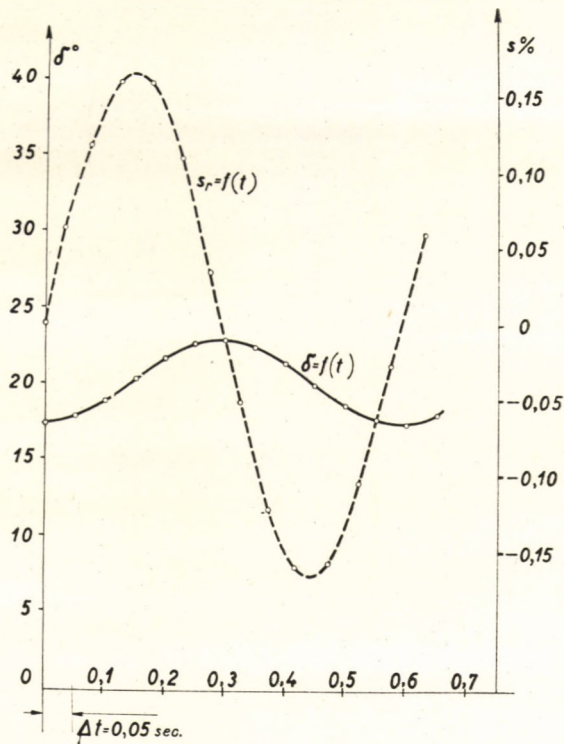


Abb. A.3.4. Drehwinkel und relative Winkelgeschwindigkeit des Läufers in Funktion der Zeit im Falle Abschaltens einer Leitung (mittels schrittweiser Integration)

Wenn man zum Gradmaß übergeht, ergibt sich:

$$\varepsilon(\delta^\circ) = \frac{d^2 \delta^\circ}{dt^2} = 2340 - 6750 \sin \delta^\circ \text{ }^\circ/\text{s}^2.$$

Erfolgt das Abschalten der zweiten Leitung im Nennbetriebszustand ($\delta = \delta_0$), so beträgt die anfängliche Winkelbeschleunigung:

$$\varepsilon_0 = 2340 - 6750 \sin 17,5^\circ = 310^\circ/\text{s}^2.$$

Zur Ausführung der schrittweisen Integration nehme man den Wert $\Delta t = 0,05$ s an. Damit ergibt sich im ersten Zeitintervall:

$$\Delta\delta_1 = \varepsilon_0 \frac{(\Delta t)^2}{2} = 310 \frac{0,0025}{2} = 0,39^\circ$$

und da die Berechnung der weiteren Winkel nach der Formel $\Delta\delta_n = \Delta\delta_{n-1} + \varepsilon_{n-1} (\Delta t)^2$ erfolgt, kann man den Wert $\varepsilon (\Delta t)^2 = 5,85 - 16,88 \sin \delta^\circ$ benutzen.

Der weitere Verlauf der Berechnung ist in Tab. 1 zusammengestellt.

Tabelle 1

t sec	δ°	16,88 sin δ	$\varepsilon (\Delta t)^2 = 5,85 - 16,88 \sin \delta^\circ$	$\Delta\delta^\circ$
0	17,5	—	—	0,39
0,05	17,89	5,19	0,66	1,05
0,10	18,94	5,47	0,38	1,43
0,15	20,37	5,87	-0,02	1,41
0,20	21,78	6,27	-0,42	0,99
0,25	22,77	6,53	-0,68	0,31
0,30	23,08	6,62	-0,77	-0,46
0,35	22,62	6,49	-0,64	-1,10
0,40	21,52	6,19	-0,34	-1,44
0,45	20,08	5,80	0,05	-1,39
0,50	18,69	5,41	0,44	-0,95
0,55	17,74	5,14	0,71	-0,24
0,60	17,5	5,07	0,78	0,54
0,65	18,04	—	—	—

Die Werte von δ° als Funktion der Zeit sind in Abb. A.3.4 dargestellt, in der auch die relativen Schlupfwerte angegeben wurden. Der relative Schlupf ist

$$s_r = \frac{\omega}{\omega_1} 100 \quad \%. .$$

Da

$$\omega \approx \frac{\Delta\delta}{\Delta t} = \frac{\pi}{180} \frac{\Delta\delta^\circ}{0,05}$$

gewinnt man:

$$s_r = \frac{\omega}{\omega_1} 100 = \frac{\pi}{180} \frac{\Delta\delta^\circ}{0,05} \frac{1}{50 \cdot 2\pi} 100 = \frac{\Delta\delta^\circ}{9} \quad \%. .$$

Der Schlupf hat einen positiven Wert, wenn die Winkelgeschwindigkeit des Generators die synchrone Winkelgeschwindigkeit überschreitet.

Fall B)

In Abb. A.3.5 ist die Ersatzschaltung für den Fall wiedergegeben, daß in der Mitte der einen Fernleitung ein dreiphasiger Kurzschluß entsteht. Wird

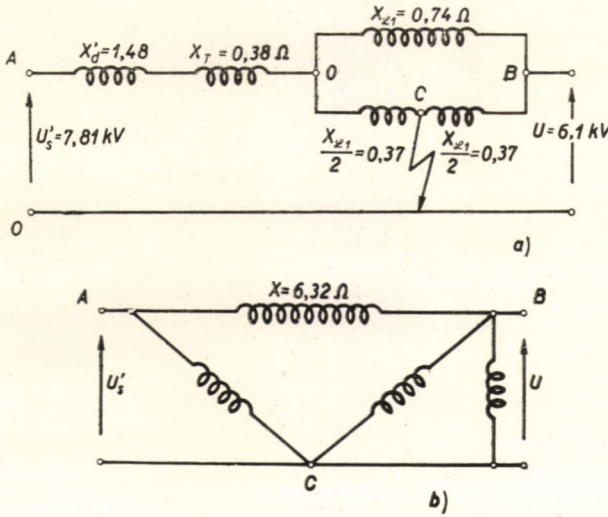


Abb. A.3.5. Umformung des Netzes im Falle Dreiphasenkurzschlusses in der Mitte der einen Leitung zwecks Bestimmung der Leistungswinkelkennlinie

der Stern $ABC0$ in ein Dreieck umgeformt, so hat die Reaktanz zwischen den Punkten A und B den Wert:

$$X = (1,48 + 0,38) + 0,74 + \frac{(1,48 + 0,38)}{0,37} \cdot 0,74 = 6,32 \Omega.$$

Die übertragene Leistung ist:

$$P_{eIII} = \frac{UU'_s}{X} \sin \delta = \frac{7,81 \cdot 6,1}{6,32} \sin \delta = 7,54 \sin \delta \text{ MW},$$

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{6,4 - 7,54 \sin \delta}{0,157} = 40,75 - 48 \sin \delta$$

oder im Gradmaß ausgedrückt:

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \varepsilon = 2340 - 2750 \sin \delta^\circ \text{ } ^\circ/s^2.$$

Der Verlauf der Berechnung stimmt mit dem des vorigen Falles überein. Die gewonnenen Zahlenwerte sind in Tab. 2 zusammengestellt.

Tabelle 2

t sec	δ°	$6,88 \sin \delta$	$\epsilon (Dt)^2 = 5,85 -$ $- 6,88 \cdot \sin \delta$	$\Delta \delta^\circ$
0	17,5	—	—	1,89
0,05	19,39	2,31	3,54	5,43
0,10	24,82	2,89	2,96	8,39
0,15	33,21	3,77	2,08	10,47
0,20	43,68	4,75	1,10	11,57
0,25	55,25	5,66	0,29	11,86
0,30	67,11	6,34	-0,49	11,37
0,35	74,48	6,74	-0,89	10,48
0,40	88,96	6,88	-1,03	9,45
0,45	98,41	6,81	-0,96	8,49
0,50	106,90	6,59	-0,74	7,75
0,55	114,65	6,26	-0,41	7,34
0,60	121,99	5,84	0,01	7,35
0,65	129,34	5,32	0,53	7,88
0,70	137,22	4,66	1,19	9,07
0,75	146,29	3,82	2,03	11,10
0,80	157,39	2,65	3,20	14,30
0,85	171,69	1,00	4,20	18,50
0,90	190,19	—	—	—

Aus Abb. A.3.6 ist ersichtlich, daß der Winkel ständig zunimmt, der Generator fällt aus dem Tritt. Das geht übrigens auch aus dem Vergleich der

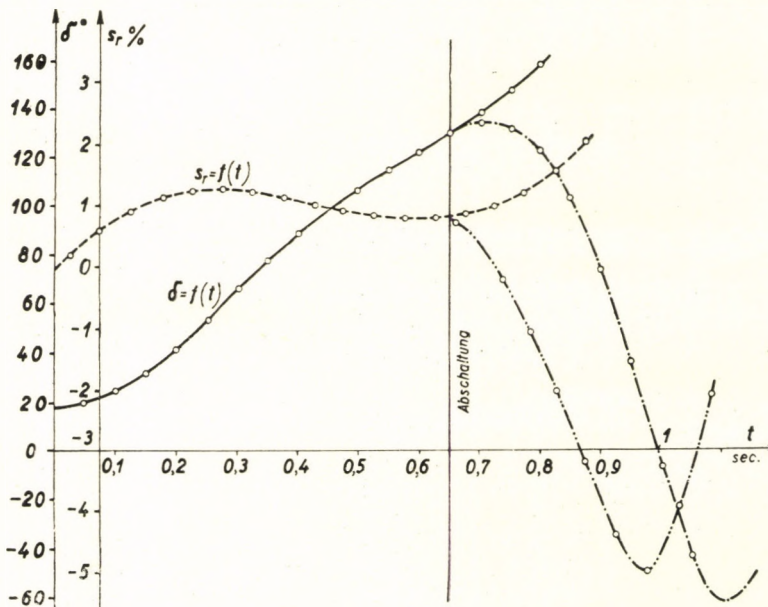


Abb. A.3.6. Drehwinkel und relative Winkelgeschwindigkeit des Läufers in Funktion der Zeit im Falle Dreiphasenkurzschlusses in der Mitte der einen Leitung und beim Abschalten des Kurzschlusses nach 0,65 sec

schraffierten Flächen der Abb. A.3.3 hervor. In Abb. A.3.6 ist auch der relative Schlupf angegeben.

Fall C)

Zur Anwendung der vorausberechneten Schwingungskurve sollen diese Kurven im betrachteten Fall für $\delta_0 = 17,5^\circ$ aufgezeichnet werden. Wie aus Abschnitt 5.105 hervorgeht, läßt sich die Schwingungsgleichung in dimensionsloser Form folgendermaßen schreiben:

$$\frac{d^2 \delta}{d\tau^2} = \frac{P_m}{P_e} - \sin \delta,$$

wo τ die modifizierte Zeit bedeutet:

$$\tau = t \sqrt{\frac{P_e}{T}} \quad \text{oder} \quad t = \tau \sqrt{\frac{T}{P_e}}.$$

In vorliegendem Fall ist $T = 0,157 \text{ MWsec}^2$. Falls die vorausberechneten Kurven bei der in Punkt A beschriebenen Stabilitätsuntersuchung angewendet werden sollen, so ist

$$\frac{P_m}{P_e} = \frac{6,4}{18,32} = 0,346; \quad \tau = t \sqrt{\frac{18,32}{0,157}} = 10,8t.$$

Man kann also die Schwingungskurve mit dem Parameter $p = 0,35$ wählen, welcher den Wert $p = \frac{P_m}{P_e} = 0,346$ am besten annähert. Man erkennt, daß das System auch unter Vernachlässigung der Dämpfung stabil bleibt und die modifizierte Zeit einer Halbschwingung

$$\tau = 3,9, \quad \text{wovon} \quad t = \frac{3,9}{10,8} = 0,36 \text{ s}$$

beträgt. Beim Fall B ergibt sich aus

$$P_e = 7,54; \quad P_m = 6,4$$

der Parameter

$$p = \frac{P_m}{P_e} = \frac{6,4}{7,54} = 0,85$$

und die modifizierte Zeit

$$\tau = t \sqrt{\frac{7,54}{0,157}} = 6,93 t.$$

Von den vorausgerechneten Schwingungskurven wähle man die zum Parameter $p = 0,85$ gehörige. Der Verlauf der Kurve zeigt, daß der Pendelungswinkel ständig zunimmt. Aus Abb. A.3.3 kann mit der Methode der gleichen Flächen festgestellt werden, daß der größte Ausschlagwinkel des Läufers 143° sein darf. Der dreiphasige Kurzschluß ist also spätestens dann abzuschalten, wenn der Läufer der Maschine den genannten Winkel erreicht. Nach der vorausgerechneten Schwingungskurve gehört zu einem Winkel von 143° die modifizierte Zeit $\tau = 5$. Folglich müssen die Schalter den Kurzschluß innerhalb von $t = \frac{5}{6,93} = 0,72$ sec abschalten. In der Zeitspanne 0,72 sec ist

nicht nur die Abfallzeit der Relais, sondern auch die Eigenzeit der Schalter mit inbegriffen. Aus der für den Anfangszustand $\delta_0 = 17,5^\circ$ ($\sin \delta_0 = 0,3$) aufgezeichneten, zum Parameter $p = 0,85$ gehörigen Schwingungskurve der Abb. A.3.7 wurden die zusammengehörigen Werte von τ und δ° abgelesen und zwecks besserer Übersichtlichkeit in Tab. 3 zusammengefaßt.

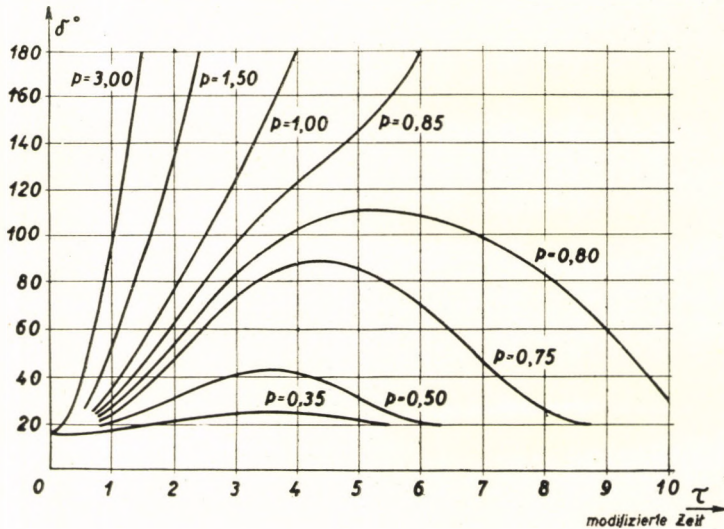


Abb. A.3.7. Anwendung der vorausgerechneten Schwingungskurven zur Bestimmung der Funktion $\delta = f(t)$

Die mit Hilfe der vorausgerechneten Schwingungskurven durchgeführten Stabilitätsberechnungen zeigen, daß die Lösung der Schwingungsgleichung auf diese Weise einfacher und schneller erfolgen kann. Durch Gegenüberstellen

der für die Fälle *A*, *B* und *C* durchgeführten Berechnungen und Vergleich der einander entsprechenden Zahlenwerte in Tabellen 2 und 3 erkennt man, daß auf beide Weisen ein und dasselbe Resultat gewonnen wurde. Die Vorteile der Methode der vorausberechneten Schwingungskurven sind daher offenbar.

Tabelle 3

τ	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
δ°	33	50	67	81,5	95	108	120	130	143
t^{sec}	0,144	0,216	0,29	0,36	0,43	0,505	0,577	0,65	0,72

A. 4.20. Orientierungsdaten einiger Asynchronmotoren

Type	Polzahl $2p$	Nennwerte				Anlaßwerte		Kippmoment M_K/M_n
		Leistung kW	s %	η %	$\cos \varphi$	Strom I_K/I_n	Moment M_K/M_n	
Ganz FO, Einkäfigtype, geschlossen	2	4—5	4,3	85	0,88	5,3	1,65	
	4	3—3,7	4,5	82,5	0,815	4,8—5	1,7	
	6	1,8—4	6,5—4	78—82	0,75—0,8	4,2—4,8	1,75—1,9	
Ganz FO, Doppelkäfig- type, geschlossen	2	6,6—46	3,7—1,7	86,5—91	0,875—0,9	5,1—5,8	1,85—2,2	
	4	4,4—33	4—2	84,5—90	0,82—0,88	5,2	2,1—2	
	6	4,7—80	3,5—2,5	83—90,5	0,81—0,84	4,9—5,3	2—2,2	
Ganz FOA, Schleifring- type, geschlossen	2	4,4—37	3,3—1,3	84—91	0,85—0,88	(6—6,5)		
	4	1,5—33	4,7—1,7	82—91,5	0,73—0,86	(5,5—6)		
	6	1,2—24	7—2	75—90	0,72—0,82	(4,5—5,5)		
	2	75	1,3	88	0,86	7,7		~ 5
	4	70	1,3	91	0,88	8,7		~ 4,2
Sowjet A (und AJL), Kurzschlußtype, geschützt	2	1—10	5—3,65	79—87,5	0,86—0,89	5,5—6,5	1,8—1,6	2,2—2,4
	2	14—130	2,65—1,65	87,5—92	0,89—0,92	6—5,5	1,2—1	2,5—2,2
	4	0,6—7	6—4	74—87	0,77—0,87	5—6,5	2—1,4	2,2—2
	4	10—100	3,35—2,65	87—92	0,88—0,90	5—6	1,3—1	2,3—2
	6	1—4,5	7—5	77—84,5	0,72—0,80	4—5	1,6—1,3	2—1,9
	6	7—75	3—2	86—92	0,81—0,89	4,5—5,5	1,3—1,0	2,3—2
	8	4,5—55	2,65	83,5—91	0,76—0,84	4—4,5	1,3—1	2—1,8
	8	4,5—55	2,65	83,5—91	0,76—0,84	4—4,5	1,3—1	2—1,8
Sowjet MA—140, Kurz- schlußtype, explosions- sicher	4	5,5—85	3,65—1,33	86—90	0,83—0,86	6—7	1,7—2,1	2—2,2
	6	3,8—61	4—2	84—90	0,77—0,85	5—6,5	1,2—2,1	1,6—2,2
	8	2,7—46	4—2	80,5—89	0,7—0,78	5—7	1,2—2,2	1,8—2,2
Sowjet КАМО, Kurz- schlußtype, geschlossen	2	100—440	2—1,33	90,5—92,5	0,87—0,90	4,2—6	1,1—1,5	1,8—2,5
Sowjet ДАМСО, Doppel- käfigtype, tropfwasser- geschützt, 3000 V	4	430—1250	1,33	93—94,5	0,87—0,89	4—5,2	1,2	1,7—2,1
	6	380—1000	1,5	92—94	0,86—0,88	4—5,2	1,2	1,7—2,1
	12	140—390	3,0	89—92	0,76—0,80	3,7—4,2	1,2	1,65—1,9
Sowjet ДА, Schleifring- type, offen, 3000 V	12	400—670	2,3—2,2	89,3—91	0,84—0,85	—	—	2,2—2,1
	20	275—1000	2,2—1,7	88,5—92	0,68—0,78	—	—	2,1—1,8

A. 4.10 Orientierungsdaten von dreiphasigen Synchronmaschinen

Die Reaktanzen und Wirkwiderstände sind in relativen Einheiten, die Zeitkonstanten in Sek angegeben. Die oberen Zahlen geben die Mittelwerte, die unteren die Grenzwerte an

Type	X_d ungesättigt	X_q Nennstrom	X'_d Nennspannung	X''_d Nennspannung	X_2 Nennstrom	X_o^* Nennstrom	X_p Potier- Reaktanz	R_2^{**}	$R_{S=}$	$R_{S\sim}$	T'_{do}	T'_d	T''_d	T_s
Zweipoliger Turbogenerator »Elektrosila T2«	$\frac{1,62}{1,14-2,19}$	—	$\frac{0,208}{0,145-0,242}$	$\frac{0,126}{0,110-0,148}$	$\frac{0,154}{0,134-0,180}$	$\frac{0,056}{0,015-0,089}$	—	—	—	—	$\frac{6,0}{2,8-11,8}$	$\frac{0,74}{0,39-1,61}$	$\frac{0,093}{0,049-0,201}$	$\frac{0,132}{0,040-0,378}$
Zweipoliger Turbogenerator USA	$\frac{1,10}{0,95-1,45}$	$\frac{1,07}{0,92-1,42}$	$\frac{0,155}{0,12-0,21}$	$\frac{0,090}{0,07-0,13}$	$\approx X''_d$	$\frac{0,015-0,08}{0,07-0,14}$	$\frac{0,09}{0,07-0,14}$	$\frac{0,025-0,04}{0,0015-0,005}$	$\frac{0,003-0,008}{0,003-0,008}$	$\frac{4,4}{2,8-6,2}$	$\frac{0,6}{0,35-0,90}$	$\frac{0,035}{0,02-0,05}$	$\frac{0,09}{0,04-0,15}$	
Zweipoliger Turbogenerator Ganz OG 8 MVA	$\frac{1,61}{1,50-2,20}$	—	$\frac{0,16}{0,30-0,60}$	$\frac{0,11}{0,18-0,38}$	$\frac{0,16}{0,17-0,37}$	—	$\frac{0,22}{0,23-0,45}$	$\frac{0,04}{0,025-0,07}$	$\frac{0,0047}{0,0025-0,008}$	$\frac{0,01}{0,004-0,01}$	$\frac{4}{6,0-11,5}$	$\frac{0,28}{1,2-2,8}$	$\frac{0,015}{0,02-0,05}$	$\frac{0,08}{0,1-0,5}$
OG 44 MVA	$\frac{1,9}{1,50-2,20}$	—	$\frac{0,12}{0,30-0,60}$	$\frac{0,08}{0,18-0,38}$	$\frac{0,15}{0,17-0,37}$	—	—	$\frac{0,05}{0,025-0,07}$	$\frac{0,0025}{0,0025-0,008}$	$\frac{0,003}{0,004-0,01}$	$\frac{8-9}{6,0-11,5}$	$\frac{0,25}{1,2-2,8}$	$\frac{0,015}{0,02-0,05}$	$\frac{0,15}{0,1-0,5}$
Vierpoliger Turbogenerator	$\frac{1,1}{1,00-1,45}$	$\frac{1,08}{0,97-1,42}$	$\frac{0,23}{0,20-0,28}$	$\frac{0,15}{0,12-0,17}$	$\approx X''_d$	$\frac{0,015-0,14}{0,015-0,14}$	$\frac{0,17}{0,12-0,24}$	$\frac{0,03-0,045}{0,03-0,045}$	$\frac{0,0015-0,005}{0,0015-0,005}$	$\frac{0,003-0,008}{0,003-0,008}$	$\frac{6,2}{4,9-9,2}$	$\frac{1,3}{0,9-1,8}$	$\frac{0,035}{0,02-0,05}$	$\frac{0,2}{0,15-0,35}$
Schenkelpol-Generatoren mit Dämpferwicklung	$\frac{1,15}{0,60-1,45}$	$\frac{0,75}{0,40-1,00}$	$\frac{0,37}{0,20-0,50}$	$\frac{0,24}{0,13-0,35}$	$\frac{0,24}{0,13-0,35}$	$\frac{0,02-0,20}{0,02-0,20}$	$\frac{0,32}{0,17-0,40}$	$\frac{0,012-0,20}{0,012-0,20}$	$\frac{0,003-0,015}{0,003-0,015}$	$\frac{0,003-0,020}{0,003-0,020}$	$\frac{5,6}{1,5-9,5}$	$\frac{1,8}{0,5-3,3}$	$\frac{0,055}{0,01-0,05}$	$\frac{0,15}{0,03-0,25}$
Schenkelpol-Generatoren ohne Dämpferwicklung	$\frac{1,15}{0,60-1,45}$	$\frac{0,75}{0,40-1,00}$	$\frac{0,35}{0,20-0,45}$	$\frac{0,32}{0,18-0,41}$	$\frac{0,55}{0,30-0,70}$	$\frac{0,04-0,25}{0,04-0,25}$	$\frac{0,31}{0,17-0,38}$	$\frac{0,03-0,045}{0,03-0,045}$	$\frac{0,003-0,010}{0,003-0,010}$	$\frac{0,003-0,020}{0,003-0,020}$	$\frac{6,6}{3,0-10,5}$	$\frac{2,0}{1,0-3,3}$	—	$\frac{0,30}{0,1-0,5}$
Synchron-Kompensatoren	$\frac{1,8}{1,50-2,20}$	$\frac{1,15}{0,95-1,40}$	$\frac{0,40}{0,30-0,60}$	$\frac{0,25}{0,18-0,38}$	$\frac{0,24}{0,17-0,37}$	$\frac{0,02-0,15}{0,02-0,15}$	$\frac{0,34}{0,23-0,45}$	$\frac{0,025-0,07}{0,025-0,07}$	$\frac{0,0025-0,008}{0,0025-0,008}$	$\frac{0,004-0,01}{0,004-0,01}$	$\frac{9,0}{6,0-11,5}$	$\frac{2,0}{1,2-2,8}$	$\frac{0,035}{0,02-0,05}$	$\frac{0,17}{0,1-0,3}$

* X_o hängt weitgehend von der Schrittkürzung der Wicklung ab ; allgemein ist $0,1X''_d < X_o < 0,7X''_d$.

** R_2 hängt weitgehend vom Wirkwiderstand der Dämpferwicklung bzw. bei Maschinen mit Volläufer wegen der Sättigung von der Stromstärke ab. Orientierungshalber kann angenommen werden, daß R_2 mit der —0,2 Potenz der Stromstärke verhältnismäßig ist.

LITERATURVERZEICHNIS

I. Laplace-Transformation (Operatorenrechnung)

1. Császár, Á., Fejezetek a matematikából. Az operátorszámítás elemei (Abschnitte aus der Mathematik. Grundlagen der Operatorenrechnung). Kollegienheft der Technischen Universität; Budapest 1951.
2. Gardner, M. F.—Barnes, J. L., Transients in Linear Systems. Vol. 1, New York 1942.
3. Heaviside, O., Electromagnetic Theory. London (Band 2, 1899; Band 3, 1913).
4. Kovács, K. P., Az operátorszámítás alkalmazása az erőáramú elektrotechnikában (Anwendung der Operatorenrechnung in der Starkstromtechnik). Nehézipari Könyvkiadó, Budapest 1952.
5. Kovács, K. P., Az erőáramú elektrotechnika tranziens folyamatainak differenciálegyenletei (Differentialgleichungen der transienten Vorgänge in der Starkstromtechnik). Mérnöki Továbbképző Intézet, Budapest 1953; Ergänzung 1954.
6. Laplace, P. S., Théorie analytique des probabilités. Bd. 1, 2. Paris 1820.
7. Mikusiński, J., Operatorenrechnung. Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1957.
8. Simonyi, K., Theoretische Elektrotechnik. Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1956.
9. Skilling, H. M., Transient Electric Currents. New York 1952.
10. Wagner, K. W., Operatorenrechnung und Laplacesche Transformation. 2. Auflage, Leipzig 1950.
11. (Kontorowitsch, M. I.) Контрорович, М. И.: Операционное исчисление и нестационарные явления в электрических цепях. (Operatorenrechnung und transiente Vorgänge in elektrischen Stromkreisen). Гос. изд. Техничко-теор. лит. (1949).
12. (Teumín, I. I.) Теумин, И. И.: Справочник по переходным электрическим процессам. (Handbuch der elektrischen Ausgleichsvorgänge). Связьиздат. (1951).

II. Synchronmaschinen

13. Bödefeld, Th.—Sequenz, H., Elektrische Maschinen. Springer. Wien 1949.
14. Clarke, E., Circuit Analysis of A—C Power Systems. Vol. 1, New-York 1943.
15. Concordia, Ch.—Kron, G., Damping and Synchronizing Torques of Power Selsyns. AIEE. Trans. Vol. 64, S. 366—371 (1945).
16. Concordia, Ch., Synchronous Machines. New York 1951.
17. Concordia, Ch., Synchronous Machine Damping and Synchronizing Torques. Trans. AIEE (1951).
18. Crary, S. B., Power System Stability. Vol. 1, 2. New York 1947 und 1950.
19. Csáki, F., Soros kondenzátorok alkalmazásának néhány kérdése (Einige Probleme der Anwendung von Reihencondensatoren). Kandidatur-Dissertation, Budapest 1954.
20. Dahl, O. G., Electric Circuits Theory and Applications. Vol. 1, 2. New York 1928 und 1938.
21. Doherty, R. E., A Simplified Method of Analysing Short-Circuit Problems. Trans. AIEE (1923).
22. Doherty, R. E.—Nickle, C. A., Synchronous Machines, I. II. — An Extension of Blondel's Two-Reaction Theory. Trans. AIEE (1926).

23. *Doherty, R. E.—Nickle, C. A.*, Synchronous Machines, III. — Torque Angle Characteristics under Transient Conditions. Trans. AIEE (1927).
24. *Doherty, R. E.—Nickle, C. A.*, Synchronous Machines, IV. — Single Phase Short Circuits. Trans. AIEE (1928).
25. *Doherty, R. E.—Nickle, C. A.*, Synchronous Machines, V. — Three Phase Short Circuits. Trans. AIEE (1930).
26. Electrical Transmission and Distribution Reference Book. Westinghouse. USA (1950).
27. *Geszti, P. O.—Kovács, K. P.—Vajta, M.*, Szimmetrikus összetevők (Symmetrische Komponenten). Akadémiai Kiadó. Budapest 1957.
28. *Heller, B.—Veverka, A.*, Stoßerscheinungen in elektrischen Maschinen. Verlag Technik. Berlin 1957.
29. *Kimbark, E. W.*, Power System Stability. Vol. 1, 2, 3. New York 1948, 1950 und 1956.
30. *Kovács, K. P.*, Pulsierendes Moment im asymmetrischen Betrieb von Wechselstrommaschinen. Archiv für Elektrotechnik. **42**, N. 2, 99—126 (1955).
31. *Kovács, K. P.*, The Use of Alpha and Beta Components for the Analysis of the Unbalanced Operation of Asynchronous Motors. Acta Technica Hung. **XIII**, fasc. 3—4, 437—488, Budapest.
32. *Kovács, K. P.*, A reluctancemotor elméletének néhány kérdése (Einige Fragen der Theorie des Reluktanzmotors). Elektrotechnika **47**, Nr. 10, 292—307, Budapest 1954.
33. *Kovács, K. P.*, Messung der gesättigten Werte der synchronen Längs- und Querreaktanzen im Stillstand. Elektrotechnik und Maschinenbau, **21**, 473—477 (1957).
34. *Kovács, K. P.—Rácz, I.*, Einsattelung der Drehmomentkurve von Synchronmotoren beim asynchronen Anlauf. Bull. SEV. **14** (1957).
35. *Kovács, K. P.—Csáki, F.*, Asynchronbetrieb von Turbogeneratoren. Technische Rundschau, **44** (1957).
36. *Kovács, K. P.—Rácz, I.*, Váltakozóáramú gépek tranziens folyamatai (Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen). Akadémiai Kiadó, Budapest 1954.
37. *Kron, G.*, Equivalent Circuits of Electric Machinery. Wiley, New York 1951.
38. *Yu H. Ku*, Transient Analysis of A—C Machinery. Trans. AIEE, **48**, 707—715 (July 1929).
39. *Lásár, J.*, Szinkron gépek lengési differenciálegyenletének közelítő megoldása iránymező segítségével (Annäherungslösung der Schwingungs-Differentialgleichungen von Synchronmaschinen mit Hilfe des Richtungsfeldes). Elektrotechnika, Jhg. 47, **11**, 338—342, Budapest 1954.
40. *Liska, J.*, Villamos gépek. III. Szinkron gépek (Elektrische Maschinen, III. Synchronmaschinen). Tankönyvkiadó, Budapest 1955.
41. *Lyon, W. V.*, Transient Analysis of Alternating-Current Machinery. New York 1954.
42. *Nickle, A.—Pierce, C. A.—Henderson, M. L.*, Single-Phase Short-Circuit Torque of a Synchronous Machine. Trans. AIEE (1932).
43. *Park, R. H.*, Definition of Ideal Synchronous Machine. General Electric Review (1928).
44. *Park, R. H.*, Two-Reaction Theory of Synchronous Machines. Trans. AIEE (1929 und 1933).
45. *Postler*, Generátorvédelem (Generatorenschutz). Nehézipari Könyvkiadó, Budapest 1952.
46. *Richter, R.*, Elektrische Maschinen, II. B. Synchronmaschinen und Einankerumformer. Verlag Birkhäuser, Basel 1953.
47. *Rüdenberg, R.*, Elektrische Schaltvorgänge. Springer, Berlin 1953.
48. *Rüdenberg, R.*, Transient Performance of Electric Power Systems. New York 1950.
49. *Timascheff, A.*, Stabilität elektrischer Drehstrom-Kraftübertragungen (1940).
50. *Tuschák, R.*, The Equivalent Circuit of Negative Sequence Reactances of Synchronous Machines and its Application to the Analysis of Short-Circuit Currents. Acta Technica, **VI**, Fasc. 1—2, Budapest 1952.
51. *Tuschák, R.*, Szinkron gépek zárlati jelenségeinek a vizsgálata a szimmetrikus összetevők módszerével (Untersuchung der Kurzschlußerscheinungen in Synchronmaschinen mit der Methode der symmetrischen Komponenten). MTA Műszaki Oszt. Közleményei, Bd. IX, Nr. 1—4, Budapest 1953.
52. *Tuschák, R.*, Tömör forgórészű szinkron gépek tranziens jelenségei (Transiente Vorgänge in Synchronmaschinen mit Volläufer). Elektrotechnika. Jhg. 47, **9**, 267—274, Budapest 1954.
53. *Tuschák, R.*, Fejezetek tömör forgórészű villamos gépek elméletéből (Abschnitte aus der Theorie der elektrischen Maschinen mit Volläufer). Kandidatur-Dissertation. Budapest. 1955.

54. *Vajta, M.*, Szinkrongépek állandói (Konstanten der Synchronmaschinen). Manuskript Mérnöki Továbbképző Intézet, Budapest 1944.
55. *Vajta, M.*, A zárlati áram (Der Kurzschlußstrom). Bd. I, Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1956.
56. (*Wenikow, W. A.* — *Shukow, L. A.*) *Веников В. А.*, — *Жуков Л. А.*: Переходные процессы в электрических системах. (Ausgleichsvorgänge in elektrischen Netzen). Госэнергоиздат. (1953).
57. (*Gorew, A. A.*) *Горев А. А.*: Переходные процессы синхронной машины. (Ausgleichsvorgänge von Synchronmaschinen). Госэнергоиздат. (1950).
58. (*Gruzow, L. N.*) *Грузов Л. Н.*: Методы математического исследования электрических машин. (Mathematische Methoden der Untersuchung von elektrischen Maschinen). Госэнергоиздат. (1953).
59. (*Shdanov, P. S.*) *Жданов П. С.*: Устойчивость электрических систем. (Stabilität von elektrischen Netzen). Госэнергоиздат. (1948).
60. *Sherwe, G. K.*) *Жерев Г. К.*: Промышленные испытания электрических машин. (Industrielle Untersuchung von elektrischen Maschinen). Госэнергоиздат. (1950).
61. (*Kostenko, M. P.*) *Костенко М. П.*: Электрические машины, специальная часть. (Elektrische Maschinen, besonderer Teil). Госэнергоиздат. (1949).
62. (*Markowitsch, I. M.*) *Маркович И. М.*: Энергетические системы и их режимы. (Energiesysteme und ihr Betrieb). Госэнергоиздат. (1952).
63. (*Petrowski, L. M.*) *Петровский Л. М.*: Электрические машины. (Elektrische Maschinen). Госэнергоиздат. (1952).
64. (*Syromjatnikow, I. A.*) *Сы омятников И. А.*: Режимы работы синхронных генераторов. (Betriebszustände von Synchrongeneratoren). Госэнергоиздат. (1952).
65. (*Uljanow, S. A.*) *Ульянов С. А.*: Короткие замыкания в электрических системах. (Kurzschlüsse in elektrischen Netzen). Госэнергоиздат. (1950).

III. Asynchronmaschinen

66. *Ager, R. W.*, Transient Overspeeding of Induction Motors. Trans. AIEE. (1941).
67. *Alger, P. C.*—*Yu H. Ku*, Switching Transients in Wound Rotor Induction Motors. Trans. AIEE. **73**, pt. III. — A., 19—27 (1954).
68. *Concordia, Ch.*, Induction Motor Damping and Synchronizing Torques. Trans. AIEE. **71**, Pt. III, 364—366 (1952).
69. *Gilfillan, E. S.*—*Kaplan, Jr. E. L.*, Transient Torques in Squirrel Cage Induction Motors with Special Reference to Plugging. Trans. AIEE. **48**, 1200—1209 (1929).
70. *Haberland*, Die selbsterregten Schwingungen des Drehstrom-Doppelfeldmotors. Archiv f. Elektrotechnik (1937).
71. *Horváth, I.*—*Káldor, T.*, Erőművek segédüzemének üzem alatti gyors átkapcsolása (Schnellumschaltung der Kraftwerks-Hilfsbetriebe während des Betriebes). Elektrotechnika, Nr. 10, Budapest 1953.
72. *Jahnke, E.*—*Emde, F.*, Funktionentafeln. Teubner, Leipzig 1938.
73. *Jordan, H.*, Selbsterregte Pendelungen einer elektrischen Welle. Jahrbuch der AEG Forschung (1940).
74. *Jordan, H.*—*Schmitt, W.*, Über die Unterdrückung der Pendelneigung elektrischer Wellen durch induktive und ohmische Widerstände im Läuferkreis. AEG Mitteilungen (1941).
75. *Kovács, K. P.*, Betriebsverhalten von Asynchronmaschinen. Verlag Technik, Berlin 1957.
76. *Liska, J.*, Villamos gépek (Elektrische Maschinen). Kollegienhefte der Technischen Universität, Budapest 1952.
77. *Livschütz, M.*, Damping and Synchronizing Torque of the Double Fed Asynchronous Machine. AIEE (1941).
78. *Maginiss, F. J.*—*Shoultz, N. R.*, Transient Performance of Induction Motors. Trans. AIEE. **63**, 641—646 (1944).
79. *Magnus, W.*—*Oberhettinger, F.*, Formeln und Sätze für die speziellen Funktionen der mathematischen Physik. Springer, Berlin 1948.
80. *Nürnberg, W.*, Die Asynchronmaschine. Springer, Berlin 1952.
81. *Rác, I.*, Aszinkron motorok elektromágneses tranziens jelenségeinek számítási módszere (Berechnungsmethode der elektromagnetischen Ausgleichsvorgänge in Asynchronmotoren). Elektrotechnika, Budapest 1952.

82. *Rácz, I.*, A szlip gyors változásának hatása az aszinkron motor nyomatékára (Die Wirkung der raschen Schlupfänderung auf das Drehmoment des Asynchronmotors). Elektrotechnika, Budapest 1953.
83. *Rácz, I.*, Transiente Vorgänge in Doppelkäfigmotoren. I.—II. Teil. Periodica Polytechnica, **1**, Nr. 3, 215—232 und Nr. 2, 91—109, Budapest 1957 und 1958.
84. *Reinhard*, Der Anlauf von Drehstrom-Asynchronmotoren als Schaltvorgang. Archiv f. Elektrotechnik, **40**, 153 (1941).
85. *Richter, R.*, Elektrische Maschinen, Bd. IV. Die Induktionsmaschinen. Springer, Berlin 1936.
86. *Richter, R.*, Kurzes Lehrbuch der elektrischen Maschinen. Springer, Berlin 1949.
87. *Schuisky, W.*, Elektromotoren. Springer, Wien 1951.
88. *Schuisky, W.*, Die Induktionsmaschine. Springer Verlag, Wien 1957.
89. *Schuisky, W.*, Übergangsvorgänge bei Induktionsmaschinen. Archiv für Elektrotechnik, **42**, Heft 1, 55 (1955).
90. *Stix, R.*, Ströme und Drehmomente des einphasigen Asynchronmotors und des unsymmetrischen zweiphasigen Asynchronmotors. Österreichisches Ingenieur-Archiv **XI**, Heft 1, 40—80 (1957).
91. *Wahl, A. M.—Kilgore, L. A.*, Transient Starting Torques in Induction Motors. Trans. AIEE (1940).
92. *Weigandt, C. N.—Charp, S.*, Electromechanical Transient Performance of Induction Motors. Trans. AIEE. **65**, 1000—1009 (1946).
93. (*Iwanow—Smolenski, A. W.*) *Иванов-Смоленский, А. В.*: Влияние скорости изменения скольжения на моменты асинхронной машины. (Einfluß der Geschwindigkeit der Schlupfänderung auf das Drehmoment der Asynchronmaschine). Электричество (1950).
94. (*Kazowski, E. J.*) *Казовский, Е. Я.*: Обобщенное рассмотрение переходных режимов в асинхронных и синхронных машинах. (Verallgemeinerte Untersuchung der Übergangsvorgänge in Asynchron- und Synchronmaschinen). Электросила (1945).
95. (*Kazowski, E. J.*) *Казовский, Е. Я.*: Переходные режимы в асинхронных машинах при включения и коротких замыканиях. (Übergangsvorgänge in Asynchronmaschinen beim Einschalten und bei Kurzschlüssen). Электричество. (1947).
96. (*Kazowski, E. J.*) *Казовский, Е. Я.*: Переходные процессы в асинхронных машинах при включении и набросе нагрузки. (Übergangsvorgänge in Asynchronmaschinen beim Einschalten und Entlasten). Вестник электропром. (1949).
97. (*Kazowski, E. J.*) *Казовский, Е. Я.*: Переходные процессы в электрических системах, содержащих вращающиеся машины переменного тока. (Übergangsvorgänge in elektrischen Netzen mit rotierenden Wechselstrommaschinen). Электричество (1951).
98. (*Sadowki, I. M.*) *Садковский, И. М.*: Согласованное вращение асинхронных двигателей. (Elektrische Wellen mit Asynchronmotoren). Госэнергоиздат (1948).
99. (*Syromjatnikow, I. A.*) *Сыромятников, И. А.*: Режимы работы асинхронных двигателей. (Betriebsverhältnisse von Asynchronmotoren). Госэнергоиздат, (1950).

SACHVERZEICHNIS

Die fetten Zahlen beziehen sich auf den ersten Band, die gewöhnlichen auf den zweiten.

Abkürzungen

- S. M. — Synchronmaschine
A. M. — Asynchronmaschine
D. M. — Doppelkäfig-Asynchronmaschine

A

- Ähnlichkeit der mechanischen und elektrischen Schwingungen **347, 348**
Ähnlichkeitsgesetz **25, 26**
allgemeiner Ausdruck der elektrischen Leistung **88, 89**
allgemeine Formel des Drehmomentes **94, 99, 11, 12**
Änderung der Erregerspannung **441**
Anlassen siehe Einschaltung
Anwendung der Operatorenrechnung
bei asymmetrischen Dreiphasenfehlern (A. M.) **141**
bei S. M. **177, 220**
bei umlaufender A. M. **110, 141**
Anwendung der symmetrischen Komponenten
bei asymmetrischen Kurzschlüssen der S. M. mit Oberharmonischen **288**
bei Einphasenkurzschlüssen der S. M. **275**
bei Netzfehlern **376**
bei zweipoligen Kurzschlüssen der A. M. **125**
aperiodische abklingende Einschalterscheinung **32**
asymmetrische Fehler
A. M. **124**
Netze **374**
S. M. **243, 284**
Aufbauformen von Läufern (S. M.) **106**
Auslaufmessung bei A. M. **204**
Ausschaltung (A. M.)
Ablauf der Spannung **33**

- Änderung der magnetischen Energie **29**
eines Doppelkäfigmotors **201**
einer Motorgruppe **120**
Mittelwert der Spannung **26**
zu vernichtende Energie **30**

B

- Belastungs-Dämpfungsmoment bei A. M. **239**
Belastungswinkel **112**
Beschleunigung der A. M. **145**
Beschleunigungs-Arbeitsfläche **359, 360**
Bestimmung des Erregerstromes (S. M.) **140, 143**
Bestimmung des gleichwertigen Ständerstromes (S. M.) **113, 141**
Bewegungsimpedanz
doppelspeiste A. M. **236**
Pendelungen der A. M. **165**
der S. M. **426**
Blindmoment (S. M.)
bei Dreiphasenkurzschluß **323**
bei Einphasenkurzschluß **328**
Bohrungsreaktanz **142**
Bremsungs-Arbeitsfläche **360**
Bruch einer Phase im Netz **385**
Bruch zweier Phasen im Netz **387**

D

- Dämpfungsfaktor bei Pendelungen **348**
Dämpfungsmoment
A. M. **164, 165**

- Belastung 239
 doppelgespeiste A. M. 236, 238
 D. M. 207
 einfache elektrische Welle 217
 selbsttätige elektrische Welle 224
 S. M. **392, 420, 427**
- Dekrementenkurve **160**
- Deutung der Winkelpendelung **393, 394**
- dimensionslose Pendelgleichung **372**
- doppelgespeiste A. M.*
 Bewegungsimpedanz 236
 Dämpfungsmoment 236, 238
 Pendelungen 234
- Doppelkäfigmotor*
 Ausschaltung 201
 Dämpfungsmoment 208
 Dreiphasen-Kurzschluß 200
 Einschaltmoment bei ruhender Maschine 188
 umlaufender Maschine 200
 Einschaltstrom bei ruhender Maschine 183
 umlaufender Maschine 196
 Leerlaufzeitkonstante 191
 Operatorimpedanz bei ruhender Maschine 179
 umlaufender Maschine 191
 Pendelungen 205
 stationärer Betrieb 192
 Synchronisierungsmoment 207
 Zeitkonstanten bei ruhender Maschine 180
 umlaufender Maschine 193
- doppelte komplexe Zahlen zur Untersuchung von Pendelungen 160
- Drall **350**
- Drall des Drehsystems **350**
- Drehfeld **61, 66**
- Drehmoment*, allgemeine Formel **94, 99, 11, 12**
im stationären Betrieb
 A. M. 18, 20
 aus zwei S. M. bestehendes System **367, 368**
 einfache elektrische Welle 212
 selbsttätige elektrische Welle 223
 S. M. mit Schenkelpollläufer **134, 135**
 S. M. mit Volläufer **119, 121**
- Drehmoment (transientes)*
 im Dreiphasenkurzschluß der A. M. 84
 im Dreiphasenkurzschluß der S. M. **323, 327**
 im Einphasenkurzschluß der S. M. **328**
 im zweipoligen Kurzschluß der A. M. 130
- Drehzahlschwankungen während des Kurzschlusses, S. M. **331**
- Dreiphasenkurzschluß, plötzlicher*
 A. M. 80, 200
 an S. M. mit Dämpferwicklung **202**
- Ströme **212, 213**
 aus Belastungszustand **227**
 an S. M. ohne Dämpferwicklung **164**
 Stromgleichungen **172**
 Drehmoment **323, 327**
 aus Belastungszustand **182**
 Läuferstrom **163, 168, 169**
 über äußere Reaktanz **184**
- dynamische Stabilität* **339**
 Zahlenbeispiel 245

E

- Eigenimpedanz **366**
- Eigensynchronisierungsmoment (elektrische Welle) 216
- einfache elektrische Welle*
 Dämpfungsmoment 217
 Drehmoment im stationären Betrieb 212
 gegenseitiges Dämpfungsmoment 217
 Synchronisierungsmoment 217
- Einheitenfunktion **22**
- Einphasenkurzschluß (S.M.)* **243, 248, 254, 257, 278**
 Läuferstrom **251, 254, 259**
- Einphasen-Sternpunkt kurzschluß (S. M.) **284**
 einpoliger Erdschluß in Netzen **376, 384**
- Einschaltmoment*
 ruhende A. M. 47
 D. M. 187
 umlaufende A. M. 88, 93, 109
 D. M. 200
- Einschaltstrom des Asynchronmotors*
 bei ruhender Maschine 42, 54
 bei umlaufender Maschine 86, 92, 118
- Einschaltstrom des Doppelkäfigmotors*
 bei ruhender Maschine 183
 bei umlaufender Maschine 196
- Einschaltung auf Gleichspannung*
 allgemein **16**
 A. M. 72
 Transformator **32**
- Einschaltung auf Wechselspannung*
 Kreis R, L **48**
 ruhende A. M. 36, 178
 Transformator **51**
 umlaufende A. M. 86
- Einschaltung der Kreise R, C auf Gleichspannung* **24**
 R, L, C auf Gleichstrom **30**
- Einschaltung der ruhenden Asynchronmaschine*
 auf Dreiphasenspannung 36, 178
 auf Gleichstrom 72
 nicht gleichzeitig in den drei Phasen **66, 189**
- Einschaltung des Transformators*
 auf Gleichspannung **32**

auf Wechselspannung **51**
Einschaltung einer nichtstromlosen Maschine
 ruhende A. M. 61
 S. M. **182, 227**
 umlaufende A. M. 91, 95, 97, 105
Einschaltung mit offenem Läufer (A. M.) 65
 elektrische Leistung, allgemeiner Ausdruck **88**
elektrische Wellen 210
 Stabilität 225
 Entregung (S. M.) **461**
Entwicklungssatz
 bei mehrfachen Wurzeln **29**
 bei Schaltung auf Gleichspannung **27, 177**
 Wechselspannung **46**
Erregermaschinen **457**
 Grenzspannung **457**
 Spannungssteigerungsgeschwindigkeit **458**
 Umpolarisation **459**
 Zeitkonstanten **459, 460**
 Erregerspannung, Änderungen **441**
Erregerstrom **140**
 Bestimmung (S. M.) **141, 143**
 Ersatzschaltungen für die Kurzschluß-
 Oberharmonischen bei S. M. **292**
 Erwärmung des Dämpferkreises (S. M.) **424**
 Exponentialfunktion **21**

F

Federkonstante (S. M.) **392**
 Fehler infolge Vernachlässigung der Wirk-
 widerstände (A. M.) 64
freie Komponenten
 Charakter in A. M. 38, 49, 100
 Umlauf in A. M. 104, 196
 S. M. **179**
freie Ströme **50, 52, 152**
 Charakter in ruhender A. M. 38, 49
 umlaufender A. M. 100, 181, 194
 S. M. **152, 179**
 Verteilung in ruhender A. M. 38, 53
 umlaufender A. M. 101, 104,
 188
 Fresnel-Funktion 154

G

Generatorbetrieb (S. M.) **115, 121**
gegenlaufende Impedanz bzw. Reaktanz
 A. M. 127, 143
 bei reiner Sinusspannung (S. M.) **306**
 im zweipoligen Einphasenkurzschluß
 (S. M.) **284, 314**
 Messung an ruhender S. M. **236**
 umlaufender S. M. **313**
 S. M. **277, 307, 314**

gegenlaufendes Netz **377**
gegenseitiges Dämpfungsmoment
 bei einfacher elektrischer Welle 218
 bei selbsttätiger elektrischer Welle
 224
 gegenseitige Impedanz **366**
 gegenseitiger Induktivitätsfaktor **76**
gegenseitiges Synchronisierungsmoment
 bei einfacher elektrischer Welle 217
 bei selbsttätiger elektrischer Welle 224
 gerade und ungerade Harmonischen in
 Kurzschlußströmen **292, 299**
 gleichwertige Leistung im Zweimaschinen-
 system **369, 372**
 gleichwertige Zweipolmaschine 12
Gleichstromkomponenten siehe freie Ströme
 grobe Synchronisierung **232**
 größtmöglicher Wert der Gleichstrom-
 komponente **162**
 Grundgleichungen (A. M.) 8

H

Hauptfeldreaktanz **111**
Höchstmoment bzw. Höchstleistung
 erregte S. M. **121, 135, 334**
 nicht erregte S. M. **138**

I

Induktivitäten
 A. M. 9, 176
 des Nullsystems **78, 321, 378**
 in Drehstrommaschinen **76**
 resultierende von zwei in Reihe geschal-
 teten Spulen **78**
 innere Spannung (S. M.) **116, 140, 147**
 Instandhaltung pro Phase **384**

K

Kennkurve der äußeren Stabilität **338**
 Kippmoment (A. M.) 18, 21
 Kippschlupf (A. M.) 19
 komplexes Pendelmoment (S. M.) **426**
Komponenten
 $d - q - 0$ **72**
 $a - \beta - 0$ **67**
 Kompouderreger **459**
 Kopplungskoeffizient 10
Kreisdiagramm siehe Stromvektor-
 diagramm
 kreislaufender Vektor **61**
 Kreuzspulenläufer **108**
 kritische Winkelgeschwindigkeit (mit
 Hinsicht auf den Charakter der freien
 Komponenten) 116
 künstliche Stabilität **338**
Kurzschlüsse siehe Dreiphasen- bzw. Ein-
 phasen- bzw. zweipolige Kurzschlüsse

L

- Längsrichtung **72, 115, 127**
 Laplace-Transformation **15**
 Laplace-Transformierten von Funktionen **17**
 Läufer des Phasenumformers **108**
Läuferstrom (S. M.)
 im Dreiphasenkurzschluß **168, 169**
 im Einphasenkurzschluß **254**
 während der Messung bei Spannungsrückkehr **195**
Leerlaufzeitkonstanten
 A. M. **31, 50, 192, 202**
 Messung (S. M.) **195, 235**
 S. M. **171**
Leistung
 gleichwertige Leistung des Zweimaschinensystems **370**
 S. M. mit Schenkelpolläufer **134**
 Volläufer **119**
 Zweimaschinensystem **367**
Lösung von Differentialgleichungen
 mit Laplace-Transformation **15**
 mit vorausberechneter Pendelkurve **372**
 schrittweise **349**

M

- magnetische Energie* **94**
 ihre Änderung beim Ausschalten der A. M. **29**
 Magnetisierungsstrom **112**
 mechanische Ausgleichsvorgänge **15**
 mehrfache Wurzeln bei Operatorenrechnung **29**
Messungen
 an ruhender S. M. (X'_d , X'_q , bzw. X''_d , X''_q) **236**
 bei plötzlichem Dreiphasenkurzschluß (X''_d , X'_d , X_d , T''_d , T'_d) **156**
 bei Spannungsrückkehr an Maschinen mit Dämferwicklung (X_d , X'_d , X''_d , T'_d , T''_d , T''_{d0} , T''_d) **233**
 bei Spannungsrückkehr an Maschinen ohne Dämferwicklung (X_d , X'_d , T'_d , T''_d) **192**
 der gegenlaufenden Reaktanz (X_2) **313**
 des gegenlaufenden Widerstandes (S. M.) **317**
 der Reaktanz des Nullsystems **321, 378**
 der Pendelimpedanz der S. M. **399**
 der Spannungserhöhungsgeschwindigkeit des Erregers **458**
 der Streureaktanz (S. M.) **142**
 des Transformator-Widerstandes **32**
 Methode der gleichen Flächen (Stabilität) **358**
 mitlaufende Impedanz (S. M.) **275**
 mitlaufendes Netz **378**
 modifizierte Zeit **373**

N

- Nebenschlußfehler **374**
negatives Dämpfungsmoment
 vom Ständerwirkwiderstand verursacht (S. M.) **429, 433**
 bei A. M. **167**
 bei doppeltgespeistem A. M. **237**
Netzfehler
 in Reihenschaltung **384**
 in Nebenschlußschaltung **374**
 Netzumänderung **339**
 Newton-Satz **178, 221**
 nichtgleichzeitige Einschaltung (ruhende A. M.) **66, 189**
 Nullinduktivität bei Dreiphasenmaschinen **78**
Nullreaktanz
 Fernleitung **378**
 Messung **321, 378**
 S. M. **285, 321**
 Transformator **379, 390**
 Nullsystemnetz **377, 381, 383, 386, 388**

O

- oberharmonische Amplitude während der asymmetrischen Kurzschlüsse bei S. M. **297**
 oberharmonische Spannungen **309**
Operatorimpedanz
 A. M. **117**
 ruhende D. M. **179**
 S. M. **174**
 S. M. mit Dämpferwicklung **214**
 Stromkreise **25**
 umlaufende D. M. **191**
 Vollkernspule **55**
Operatorenrechnung
 Anwendung bei asymmetrischen Dreiphasenfehlern (A. M.) **141**
 bei S. M. **177, 220**
 bei umlaufender A. M. **117**
 mehrfache Wurzeln **29**
Oszillographieren
 bei Kurzschlußmessungen der S. M. **156**

P

- Park-Gleichungen **73, 85**
 Pascal-Schnecke **137**
Pendelungen
 A. M. **158, 168**
 Dämpfungsfaktor **345**
 D. M. **205**
 doppelgespeiste A. M. **233**
 elektrische Welle **213**
 S. M. **391**
 Pendeladmittanzen bzw.-impedanzen (S. M.) **401**

in Längsrichtung (S. M.) **402**
Pendelgleichung (S. M.) **344, 350**
 dimensionslose **372**
 periodisch abklingende Einschalterscheinung **31**
plötzliche Einschaltung des Kreises R, L
 auf Gleichspannung **20**
 auf Wechselspannung **48**
plötzlicher Dreiphasenkurzschluß siehe
 Dreiphasenkurzschluß
 plötzlicher Kurzschluß bei Belastung **182, 227**
 Polspannung **114**
 Potier-Reaktanz (S. M.) **142**
 Prinzip der Flußkonstanz **148**
 pulsierende Belastung **391, 437**

R

Reaktanzen, A. M. 9
 Reaktanz des Bohrungsfeldes **142**
 Reihenschlußfehler **384**
 Reluktanzmotor **138**
resultierender Flußvektor **75**
 Spannungsvektor **75**
 Strom, resultierender Vektor **61**
 Stromvektor bei asymmetrischer Speisung **63**
 resultierende Zeitkonstante **37**
 Reversierung 91, 107
 rotierendes Koordinatensystem **70**

S

Schenkelpolmaschine
 Kurzschluß **191**
 stationärer Betrieb **126**
 Schlupf (A. M.) 15
 Schrittschaltung 72
 schrittweises Integrieren **349**
selbsterregte Pendelungen
 A. M. 167
 doppelgespeiste A. M. 238
 elektrische Welle 225
 S. M. **349, 427**
selbsttätige elektrische Welle 220
 Ersatzschaltung 221
 Synchronisierungsmoment 225
 Pendelungen 224
Spannung der offenen Phase im asymmetrischen Kurzschluß der S. M. **265, 308**
 hinter der subtransienten Reaktanz (S. M.) **227**
 transienten Reaktanz
 A. M. 34, 85
 Änderung während des Kurzschlusses (S. M.) **446, 449**
 S. M. **183**

Spannungsgleichungen **82**
 mit Flüssen aufgeschrieben (A. M.) 11
 Spannungsgleichung mit Komponenten in Richtungen d und q **85**
Spannungsrückkehrmessung (S. M.) **192**
 an mit Dämpfer versehenen Maschinen **233**
 Spannungsschwankung **391**
 Spannungssteigerungsgeschwindigkeit bei Erreger von S. M. **458**
Stabilität
 elektrische Welle 225
 künstliche **338**
 Methode der gleichen Flächen **358**
 S. M. **334**
 statische **334**
stationärer Betrieb
 A. M. 15
 D. M. 192
 doppelgespeister A. M. 234
 elektrische Welle 212, 223
 S. M. **105**
 stationärer Dreiphasen-Kurzschlußzustand (S. M.) **116, 141**
stationärer Strom
 im Dreiphasenkurzschluß der S. M. **155**
 im Einphasenkurzschluß der S. M. **252**
 im Entwicklungssatz **29, 50**
 im Zweiphasenkurzschluß der A. M. 127
 Stern dreieck-Umschaltung (A. M.) 95
 Stern dreieck-Umwandlung **341**
 Stoßerregung **448**
 Streufaktoren (A. M.) 10
 Streureaktanz des Ständers (S. M.) **111, 142**
 Strombelag **91, 92**
 Ströme während der Synchronisierung **231**
Strompendelung
 A. M. 172, 209
 S. M. **397**
stromvektordiagramm
 A. M. 20
 Schenkelpol-S. M. **136**
 Volläufer-S. M. **122**
 Stromvektoren **61**
subtransiente Leerlaufzeitkonstante
 D. M. 192
 S. M. **211**
subtransiente Reaktanz in Längsrichtung
198, 206, 227
 aus Spannungsrückkehrmessung **233**
 Messung an ruhender Maschine **236**
 mit Dreiphasenkurzschluß **200**
subtransiente Reaktanz in Querrichtung
238
 Ströme (S. M.) **199, 212**
 Zeitkonstanten
 S. M. **199, 210, 235**
 D. M. 192
symmetrische Komponenten **63**
 Anwendung bei asymmetrischen Kurz-

- schlüssen der S. M. mit Oberharmonischen **288**
 bei Einphasenkurzschlüssen der S. M. **275**
 bei Netzfehlern **375**
 bei zweipoligen Kurzschlüssen der A. M. **125**
 synchronisierter Asynchronmotor **106**
 Synchronisierungsleistung (S. M.) **122, 136**
Synchronisierungsmoment
 A. M. **164**
 D. M. **207**
 doppelgespeiste A. M. **238**
 einfache elektrische Welle **216**
 selbsttätige elektrische Welle **224**
 S. M. **335, 392, 416, 422**
Synchronmaschine
 Anlassen als Asynchronmotor **464**
 Asynchronmoment in der Nähe der halben Synchrondrehzahl **486**
 Drehmoment im Asynchronbetrieb **471**
 im Asynchronbetrieb **463**
 im stationären Betrieb **105**
 Operatorimpedanz **174, 214**
 Stromvektordiagramm im Asynchronbetrieb **464**
Synchronmaschine mit Dämpferwicklung
 Asynchronbetrieb **463**
 Aufbauformen **109**
 Dreiphasenkurzschluß **198**
 Messung bei Spannungsrückkehr **233**
 Stromvektordiagramm im Asynchronbetrieb **470**
Synchronreaktanz
 in Längsrichtung **114, 127**
 in Querrichtung **127**
 Messung an ruhender Maschine **128**
 relativer Wert **118**
- T**
- Tabellen der Maschinenkonstanten*
 A. M. **256**
 S. M. **256—257**
 Thevenin-Prinzip **168**
Transformator
 Einschaltung auf Gleichspannung **32**
 auf Wechselspannung **51**
 Messung des Widerstandes **32**
 mitlaufende, gegenlaufende und Nullreaktanz **379, 389**
 resultierende Zeitkonstante **40**
 transientes Drehmoment (S. M.) **322**
transiente Induktivität
 A. M. **9**
 S. M. **203**
 transiente Induktivität des Läufers und des Ständers (A. M.) **9**
transiente Reaktanz
 A. M. **9**
 S. M. **160, 167**
- transiente Reaktanz in Längsrichtung*
 aus Spannungsrückkehrmessung **192**
 Messung an ruhender Maschine **236**
 mit Dreiphasenkurzschluß **156, 160**
transiente Reaktanz in Querrichtung
237
transiente Zeitkonstanten
 A. M. **78**
 Messung (S. M.) **156, 195, 235**
 selbstlaufende S. M. **456**
 S. M. **169, 193**
Trägheitskonstante
 A. M. **13**
 S. M. **439**
 Trägheitsmoment **345, 348**
- U**
- Übergang auf rotierendes Koordinatensystem **72**
umlaufende A. M.
 transiente Vorgänge **77**
 Untersuchung mit Operatorenrechnung **117**
 umlaufende Erregung **61**
Umrechnung
 auf den Ständer (S. M.) **113, 140**
 auf zweipolige Maschine (A. M.) **13**
Umrechnung der Läufergrößen auf den Ständer **113, 140**
 des Sekundärstromes (S. M.) **113, 140**
Umschaltung (A. M.)
 auf Reserve-Stromquelle **97**
 Reversierung **91**
 Stern dreieck-Umschaltung **95**
 unendliches Netz **105**
 Unterbrechungsspannung (S. M.) **193, 233**
- V**
- Vektordiagramm*
 A. M. **22**
 S. M. mit Schenkelpollläufer **126**
 mit Vollläufer **115**
Vektoren, Definition **62, 75**
 vektorielle Multiplikation mit komplexen Zahlen **100**
 Verlustmoment **322, 331**
 Vierpol **292**
Volläufer-Synchronmaschine siehe Synchronmaschine mit Dämpferwicklung
Vollkernspule
 Einschaltung auf Gleichspannung **53**
 Operatorimpedanz **55**
 vorausberechnete Pendelkurven **372**
 Vorgang des Eintrittfallens **473**
- W**
- Wechselstrom-Entwicklungssatz **46**
 Winkelbeschleunigung bei Pendelungen der

S. M. **350**
Winkelpendelung (S. M.) **346, 358, 391, 437**
 ihre Deutung **393**
 Wirkung der Spannungsregler **441**

Z

Zeitkonstanten (A. M.)
 bei Leerlauf **31, 50, 192, 202**
 im zweipoligen Kurzschluß **138**
 ruhende Maschine **39, 50, 52**
 transiente bei umlaufender Maschine
78, 112
Zeitkonstanten (D. M.)
 bei ruhender Maschine **180**
 bei umlaufender Maschine **193**
Zeitkonstanten (S. M.)
 im Einphasenkurzschluß **251, 263**
 Läufer bei Leerlauf **171**
 Maschine mit Dämpferwicklung (sub-
 transiente) **199, 210, 213, 235**
 ohne Dämpferwicklung (transiente)
169, 188, 192, 251
 Messung bei Spannungsrückkehr **192, 233**
Zeitkonstanten auf Stromkreise
 Kreis R, L **22**
 R, C **24**

R, L, C **31**
Zerlegung in Komponenten
 in Richtung α und β **67**
 d und q **72, 85, 131, 249, 258,**
289, 396, 397, 431, 454
 x und y **135**
Zusammenhang zwischen Flüssen und
Strömen
 A. M. **9, 11, 191**
 S. M. **76, 80, 86**
 Zusammenhang zwischen den symmetri-
 schen Komponenten und den Strom-
 vektoren **63, 69, 75**
 Zusammenhang zwischen den Zeitvektoren
 und den aus drei Phasen zusammen-
 gesetzten Vektoren **65**
zweipoliger Einphasenkurzschluß
 A. M. **124**
 Drehmoment (S. M.) **328**
 gegenlaufende Reaktanz (S. M.) **284, 296,**
314
 Netzfehler **380**
 S. M. **243**
 S. M. oberharmonische Ströme **298, 299,**
304
 Spannung der offenen Phase (S. M.)
265, 308

INHALT

III.

Transiente Vorgänge in Asynchronmotoren

9. <i>Einleitung</i>	5
10. <i>Berechnungsmethode</i>	8
11. <i>Der stationäre Betrieb</i>	15
12. <i>Ausschalten der Asynchronmaschine</i>	24
13. <i>Einschalten des stillstehenden Asynchronmotors</i>	36
13.10. Einschalten eines stillstehenden Asynchronmotors. Aufbau und Daten von Ständer und Läufer sind gleich	38
13.101. Die Einschaltströme	38
13.102. Das beim Einschalten auftretende Drehmoment	43
13.20. Einschalten eines stillstehenden Asynchronmotors. Aufbau und Daten von Ständer und Läufer sind verschieden	48
13.201. Näherungsweise Bestimmung von Verteilung und Zeitkonstante der freien Ströme	48
13.202. Bestimmung der Einschaltströme und des Einschalt Drehmomentes	54
13.30. Bestimmung der Einschaltströme mit Hilfe der Operatorenrechnung	57
13.40. Abschätzung der Einschaltströme unter Vernachlässigung der Wirkwiderstände	58
13.50. Einschalten mit offenem Läuferkreis	65
13.60. Ungleichzeitiges Einschalten	66
13.70. Einschalten auf eine Gleichspannung. Schrittweise Verdrehung des Läufers (Schrittschaltung)	72
14. <i>Transiente Vorgänge in Asynchronmotoren mit konstanter Drehzahl</i>	77
14.10. Annähernde Berechnungen unter teilweiser Vernachlässigung der Wirkwider- stände	79
14.101. Dreiphasiger Kurzschluß von Asynchronmotoren	80
14.102. Einschalten von umlaufenden Asynchronmotoren	86
14.103. Umschaltung von umlaufenden Asynchronmotoren	90
14.103.1. Reversierung (Umkehrung des Drehsinnes)	91
14.103.2. Stern-Dreieck-Umschaltung	95
14.103.3. Umschaltung des Asynchronmotors an eine Reservestromquelle	97
14.20. Charakter der freien Ströme und Flüsse; Steigerung der Genauigkeit der Näherungsberechnung	100
14.30. Untersuchung eines mit konstanter Drehzahl umlaufenden Motors mit Hilfe der Operatorenrechnung	110
14.301. Zeitkonstante und Winkelgeschwindigkeit der einzelnen Komponenten	112
14.302. Operatorenimpedanz der Asynchronmotoren	117
14.303. Abschalten einer Motorengruppe	120

14.40. Zweipoliger Kurzschluß von Asynchronmaschinen	124
14.401. Stationäre Kurzschlußströme und Drehmoment	125
14.402. Berechnung des transienten Kurzschlußstromes	131
14.402.1. Annähernde Berechnung der transienten Ströme unter Vernachlässigung des Läuferwiderstandes	134
14.402.2. Bestimmung der transienten Ströme mit Hilfe der Operatorenrechnung	141
15. Einfluß der Beschleunigung auf das Drehmoment des Asynchronmotors	145
16. Pendelungen kleiner Amplituden bei Asynchronmaschinen	158
16.10. Anwendung von doppelten Komplexzahlen	158
16.20. Untersuchung der Pendelungen kleiner Amplitude in Asynchronmaschinen unter Zuhilfenahme des Prinzipes von Thévenin	168
16.201. Anwendung des Prinzipes von Thévenin	168
16.202. Berechnung des stationären Zustandes	170
16.203. Untersuchung der Pendelungen eines Asynchronmotors	171
17. Transiente Vorgänge in Doppelkäfigmotoren	175
17.10. Einleitung	175
17.20. Einschalten des stillstehenden Motors	178
17.201. Zeitkonstanten	180
17.202. Einschaltströme	183
17.203. Einschalt-Momentenstoß	187
17.30. Transiente Vorgänge beim rotierenden Motor	190
17.301. Operatorengleichungen des rotierenden Motors	190
17.302. Stationärer Betrieb	192
17.303. Zeitkonstanten der Einschaltströme	193
17.304. Einschaltströme	196
17.305. Dreiphasen-Kurzschluß	200
17.306. Ausschaltung	201
17.40. Pendelungen kleiner Amplitude	205
18. Pendelungen dreiphasiger elektrischer Wellen	211
18.10. Drehmomente der einfachen elektrischen Welle	211
18.20. Die selbsttätige elektrische Welle	221
18.30. Stabilität der elektrischen Wellen	221
19. Pendelungen eines doppeltgespeisten Asynchronmotors	232
Anhang	241
A. 1. Begründung der Fourier-Reihenentwicklung im Abschnitt 4.204	241
A. 2. Beweis der Beziehung (4.206) im Abschnitt 4.205	244
A. 3. Zahlenbeispiel für die Durchführung der in den Abschnitten 5.102, 5.102.1 und 5.103 besprochenen Stabilitätsuntersuchungen	245
A. 4.10 Orientierungsdaten von dreiphasigen Synchronmaschinen	256—257
A. 4.20 Orientierungsdaten einiger Asynchronmaschinen	256
Literaturverzeichnis	257
Sachverzeichnis	261

Für die Ausgabe verantwortlich
Direktor des Verlages der Ungarischen Akademie der Wissenschaften

✕

Verantwortlicher Redakteur

Tilda Alpári

✕

Technischer Redakteur

Antal Fülöp

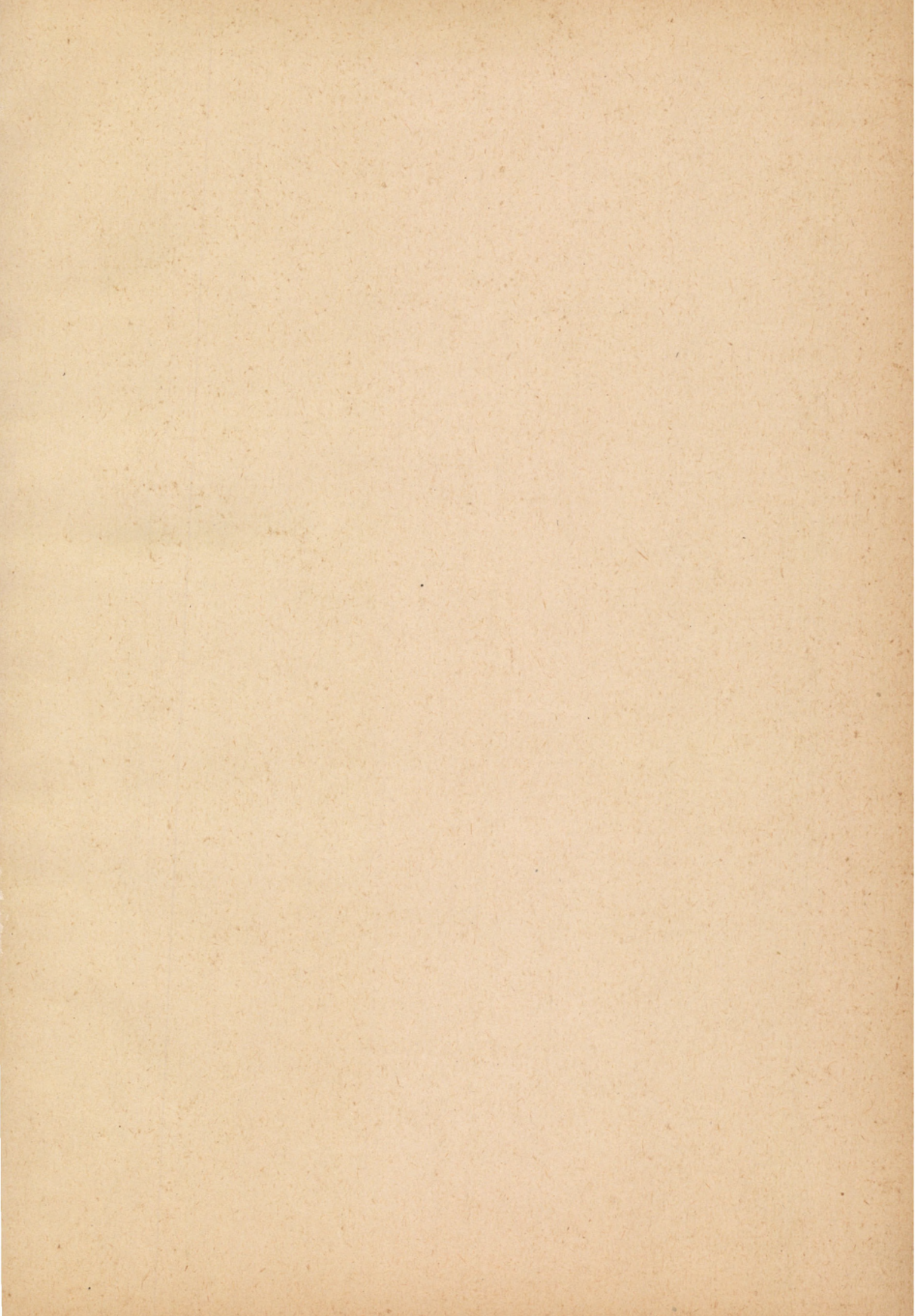
✕

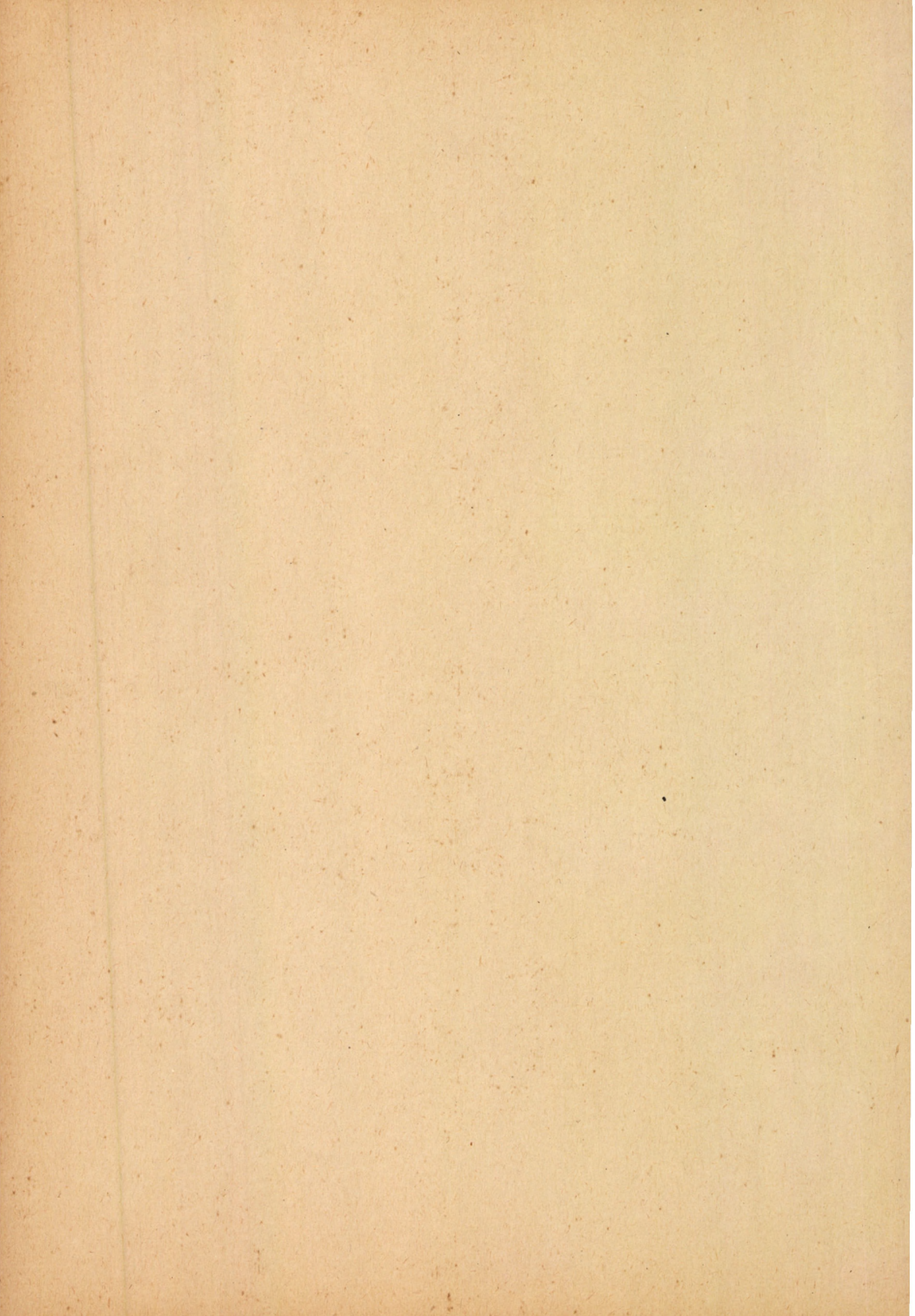
Manuskript eingegangen am: 16. XII. 1958. Umfang 23.8 (A/5) Papierbogen, 142 Abbildungen + 1 Beilagen

✕

Akademie-Druckerei, Budapest V, Gerlőczy-u. 2. -- Verantwortlicher Leiter

György Bernát





*Ferner empfehlen wir aus unserem
Verlag:*

DIE NEUE ELEKTRISCHE MASCHINE „AUTODYNE“

Von O. BENEDIKT

In deutscher Sprache — Budapest
1957 — 172 Seiten — 130 Abbildungen
— Format 17×24 cm — Ganzleinen
§ 4.00

(Lizenzausgabe für Deutschland:
Akademie-Verlag Berlin)

WASSERKRAFTWERKE

Von E. MOSONYI

In deutscher Sprache — Budapest
1956 — Band I: 872 Seiten — 598
Abbildungen — 6 Beilagen — Format
17×24 cm — Ganzleinen § 10.00
Erschien auch in englischer Sprache
Band II erscheint 1959

PRINCIPIKON

*Populäre Elektrotechnik
(Durch Drehbilder veranschaulicht)*

Von I. HALÁSZ

Deutsche und in englische Ausgabe
— Budapest 1959 — 54 Seiten — 12
Drehbilder — 28 Textabbildungen
Format 21×29 cm — Ganzleinen
§ 8.80

Vertrieb: „KULTURA“
Budapest 62, Postfach 149



