# Űrtan elemei kezdőknek.

*Űr*, *darab*, söt egyéb olyasak is az *Arithm. eleje 2 dik kiadásából*, a' mennyire szükség, magyaráztatthatnak; 's a' *Tentamen*ből a' tanitó bövebben világosodhatik: a' körülményekhez képest pedig megválasztva a' következőkből is ki hagyhat, leginkább kihagyható a' hol * van elől. A' kép' jegye K. az utána tett számmal. A' röviditő jegyek meglesznek a' végén.

§. 1. Mind finomabbul hegyzett plajbász' nyoma az ür-pontra vezet, 's plajbász-vonás a' pont-útra. *A' pontnak valamiben valahonnan n számu útja van*, tegye azt: hogy abban maradva onnan a' pont *n* számu különböző úton mozdulhat meg.

§. 2. Ha akármely pontjától akármely pontjáig *L* nek benne maradva mehet el a' pont, de akármely pontjából *L* nek benne a' pontnak csak véges számu útja van: úgy *L lineának* (vonalnak) mondatik; még pedig *edjszerünek*, ha edjik pontjából sincs 2 nél több útja; 's ha ez magába viszszatér, *ker*nek (vagy *keriték*nek) mondatik.

§. 3. Ha *a* ponttól *b* pontig van egyenlő vonal, *c* ponttól *d* pontigi bizonyos vonalhaz: *a* tól *b* 's *c* től *d* *eggytávu pontok*nak mondattnak; 's minden azonegy *a* ponttól *b* ponttal eggytávu pontoknak foglalatja, *a* középből *b* ponttali *gömbnek*, 's a' ker, ha egészen gömbbe esik, *gömbi-ker*nek mondatik.

§. 4. A' minek edj része se ür-darab, ha benne akármely pontjából számtalan útja van a' pontnak: *terjnek* (vagy *lepnek*) mondatik, avvagy *ternek* (ha tér horizontale planum.)

* §. 5. A' mely ternek nincs oly darabja, melynek a' többivel csak 1 pontja legyen közös: *szakgatlannak* mondatik; 's a' szakgatlan ter, ha nincs oly 3 darabja, hogy ugyan azon vonal akármely kettejének közhatára legyen, *edjszerü ternek* mondatik.

* §. 6. Ha a' szakgatlan terben minden gömbi ker olyan, hogy az attól bézárt darab akármelyik szinével fedheti akármelyik szinét, *lapnak* mondatik.

§. 7. Oly vonal, melynek akármely pontjától akármely pontjáigi darabjához más egyenlő azon pontok közt nincs, *egyennek* mondatik. Vagy a' melynek akármely 2 pontja' nyugtával edjik pontja se mozdulhat.

§. 8. A' lap az egyenből 's pontból is eredhet ('s szintúgy 2 edjmást vágó egyenből): minden egyeneknek, melyek azonegy pontról bizonyos egyennek minden pontjaira vannak, foglalatja *lap*, ha nem egyen. Szintugy minden egyenek' foglalatja, melyek 2 edjmást vágó egyenek pontjai közt vannak, *lap*.

§. 9.K. 1. Gömbi ker a' lapban, *körnek* mondatik: $\mathfrak{a}$ *közép-pontnak*, $\mathfrak{ab}$ *sugárnak*, $\mathfrak{cb}$ *ívnek*, 's $\mathfrak{cb}$ egyen a' $\mathfrak{cb}$ ív' *hurjának* 's a' félkör' húrja *kettézőnek* mondattnak.

§. 10. Ezeknek léte maga' helyén megmutattatik: itt csak feltétettnek.

1. Minden 2 ponton van 2 felé végetlen egyen 's csak edjetlen van. Az honnan az egyen nem visszatérő.

2. A' lap körös-körül végetlen, egyenlőül terjed, az ürt 2 egyenlő részre osztja, 's mindenhez a' mi edjik felől van, túl is egyenlő van.





3. A' véghetlen lapnak akármely két pontján általi egyen egészen belé esik: 's mind a' kétfelől (péld. az egyenen fölül és alúl) minden egyenlőül lehet azon lapban.

4. A' véghetlen lap akármely 2 pontjáni egyen által 2 egyenló részre oszlik, 's azon egyen körül megfordulhat.

5. K1. A' lapban akármely $\mathfrak{ab}$ egyen $\mathfrak{a}$ körül megfordulhat, 's a' vége' útja oly lap-darabot zár, mely akármely szinével fedheti magát.

6. A' lapban két felé végetlen egyenen át kell menni az edjfelölröl túl menendő pontnak. 'S akármely ker legyen, a' kivülröl bé vagy belölröl ki menendő pontnak, azon át kell menni; 's ha $\mathfrak{abc}$ edjszerü vonal, 's $\mathfrak{c}$ az $\mathfrak{a}$ és $\mathfrak{b}$ közt van, $\mathfrak{a}$ ból $\mathfrak{b}$ ig a' pont nem mehet $\mathfrak{abc}$ ben maradva, hogy $\mathfrak{c}$ be ne érjen.

7. A' keren belőli egyen legalább 2 pontban vágja a' kert ha kinyujtatik.

8. Akármely $\mathfrak{a}$ pont elmehet $\mathfrak{b}$ pontba, magával vive $\mathfrak{ab}$ egyent: azonegy lapban értve; valamint ezután a' lapra szálva, minden ott érttetik, mig majd fölebb emelkedhetünk,

A' lapban pedig következő rend lesz. Elsőben a' *vonalról*, azután a' *féretről*. Az elsőre nézve lesz *egyen egyennel*, *egyen körrel*, *kör körrel*. Az *egyen* pedig lesz elébb 2, azután 3, azután több.

* *Jegyzés* Mikor itt feladatik valami: azt véges számu olyan munkákkal kell kiadni, melyek közül edjik sem egyéb, *egyen* vagy *kör* irásnál; mintha a' tanulónak csak cirkalom 's lineázó adatnék kezébe. 'S igy az

Euclides 2 dik fel-adatát nélkülözendőnek még a' 8 at hozzá kell adni az emlitett 2 munkához. Azonban különbözik kiadni valamit, vagy csak létét mutatni meg, péld. meglehet mutatni, hogy van a' körnek 7 ede, de az elébb irtt módon kiadni nem lehet. Hogy $ab$ ivnek van közepe, látszik onnan, hogy ha edj pont $a$ ból $b$ ig 's más pont $b$ ből $a$ ig menyen egyenlőűl az ívben, a' hol találkoznak (6), ott a' közép; mert edjik út se lehet nagyobb a' másnál; de ezen közepet kiadni is lehet.

*KÉT EGYEN.*

(mind azonegy lapban értve).

§. 11. Ha mindenik kétfelé végetlenül se vágja edjmást, *parallelnek* (alábbi okból *eggyközinek*) mondatik. $A \| B$ azt teszi, hogy $A$ eggyközi $B$ hez.

§. 12. Ha 2 egyennek közöse van: az csak 1 pont lehet, mert 2 ponton edjetlen az egyen. 'S ott alakul a' *szög*, oly alak, melynek ( K. 2. ) $a$ *hegyének*, $ac$ és $ab$ *szárainak* mondattnak; *mennyisége* pedig *nézti*, arra vétettve, hogy a' szárai közti iv mennyidje az egész (akármely sugárral irtt) körnek. Innen ha $cb$, $be$, $ed$, $dc$ ivek egyenlök, mindenik szög negyed kör, melyért is *negyed* vagy *fertáj-szög*; az ennél kisebb szög *hegyesnek*, a' nagyobb *tompának*, 's a' negyed szögnek akármely szára a' másikra *negyedszöginek* vagy *fertájinak* mondatnak; $ca \perp ab$ azt teszi, hogy $ca$ negyedszögi $ab$re. F pedig fertáj' jegye.

* *Jegyzés.* Ha $u$ szög $\frac{5}{7}$ *kör*, 's $v$ szög $=$ $\frac{10}{21}$ *kör*; $v$ a' körnek $\frac{2}{3}$ szer annyidja mint $u$



az ő körének; 's a' szárak közti iveket értve, 's egyenlő sugárt véve, a' $v$ szárai közti iv, 2:3 szor akkora mint az $u$ szárai közti, (mely a' szárak 's ívek közti terjekre is illik).

§. 13. K. 3. Látni való: hogy $a$ ból akárhány egyen légyen, az egyenen fölüli szögek' öszete félkör, az-az 2 fertáj $=2F$; 's alul szintúgy; mind öszve $4F$.

§. 14. Megforditva: ha $fac + cab = 2F$, akkor $fa$ és $ab$ azonegy egyenbe esnek. Mert ha nem, legyen az $fa$ ki nyujtása $ae$; úgy $u+v = 2F = u+v+z$, tehát $z=0$ lenne. Szintúgy a' kinyujtás alul nem eshetik.

§. 15. Szintúgy látszik: hogy a' $ca$ kinyujtása $fb$ egyenen túl menyen. Mert viszsza péld. $ae$ be nem térhet az iminti szerint.

§. 16. K. 4. Innen $u$ és $v$, 's $z$ és $y$ tövi szögek alakulnak: a' melyek is egyenlök; úgymint $u=v$ és $z=y$. Mert akármelyik párhaz adassék a' másik' valamelyike, lesz péld. $u+z = 2F = v+z$, tehát $u+z = v+z$, és így $u=v$.

§. 17. *Három egyen*: vagy mindenik pár $\|$ vagy csak 1 pár, vagy edj sem, könnyü lesz látni, hogy több eset nincs. Az utolsó esetben $\triangle$ lesz: melynek oldalai 's szögei szerint, több nemei vagynak; ugyan is vagy vannak egyenlő oldalai, vagy nincsenek; 's ha vannak, vagy mind egyenlők, vagy csak kettö; szögre nézt pedig vagy van negyedszöge vagy tompa szöge, vagy edjik sincs. A' negyedszögü $\triangle$ ban a' négyedszöggel szembellő odal *át-fogónak*, 's a' más kettő *béfogoknak* mondatnak.

§. 18. Két $\triangle$ egyenlőségének közönien négy feltétele van, ('s hogy több nincs, meglehet mutatni): mindenkor 3 bizonyos darab' egyenlősége kivántatik meg, de 3 szög nem elég, 's 2 odal 's 1 szög se minden esetben. Akár 2 oldal a' harmadikkal szembellö szöggel, akár 2 szög a' 3 dikkal szembellő odallal, akár 3 oldal, akár 2 szög az edjikkel szembellő oldallal legyenek egyenlök két △ ban edjmáshoz: a' két △ egyenlő; még pedig az első esetben a' 3 dik oldal ≐ a' 3 dikhoz, 's az edjmáshoz feltételszerint = oldalakkal szembellő szögek egyenlök; 's a' 2 dikban a' 3 dik szög a' 3 dikhaz, 's az egyenlö szögekkel szembellö oldalak egyenlök; a' 3 dikban az egyenlö oldalakkal szembellő szögek egyenlök; 's a' 4 dikben a' 3 dik szöggel szembellö oldal, a' 3 dik szöggel szemszembellö oldalhaz, 's a' 3 dik oldal a 3 dikhaz egyenlők.

*Első eset.* K5. Ha $\mathfrak{AC}=\mathfrak{ac}$, 's $\mathfrak{AB}=\mathfrak{ab}$, és $u=u$; fölül tétettvén △ $\mathfrak{abc}$ a' másikra, úgy hogy $\mathfrak{a}$ az $\mathfrak{A}$ra, $\mathfrak{b}$ a' $\mathfrak{B}$re 's $\mathfrak{c}$ arrol felöl essék a' hol $\mathfrak{C}$ van, $\mathfrak{ac}$ egyen nem esik se küljebb se beljebb mint $\mathfrak{AC}$, mert $u=u$; 's $\mathfrak{c}$ se esik se túl se beljebb $\mathfrak{C}$ ponton, mert $\mathfrak{ac}=\mathfrak{AC}$; tehát $\mathfrak{C}$ be esik; 's $\mathfrak{C}$ és $\mathfrak{B}$ pontok közt edjetlen az egyen.

*Második eset.* K6. Ha $\mathfrak{AB}=\mathfrak{ab}$, 's $u=u$, és $v=v$; fölül tétettvén mint az imint △ $\mathfrak{abc}$ a' másikra, $\mathfrak{ac}$ egyen nem eshetik $\mathfrak{AC}$ egyenen kül se belöl, hasonlólag $\mathfrak{bc}$ egyen nem eshetik $\mathfrak{BC}$ egyenen se kül se belöl; 's két egyennek két külön közös pontja nem lehetvén $\mathfrak{c}$ és $\mathfrak{C}$ öszve esnek.

*Harmadik eset.* K7. Ha $\mathfrak{AB}=\mathfrak{ab}$, $\mathfrak{AC}=\mathfrak{ac}$, $\mathfrak{CB}=\mathfrak{cb}$; tétessék mint az imint △ $\mathfrak{abc}$ a' má-



sikra: 's irattassék $\mathfrak{A}$ körül $\mathfrak{AC}=\mathfrak{ac}$ sugárral kör, 's $\mathfrak{B}$ körül $\mathfrak{BC}=\mathfrak{bc}$ sugárral kör: ezen két kör vágja edjmást $\mathfrak{C}$ ben, de a' fölül tett $\mathfrak{c}$ ben is; 's ha $\mathfrak{c}$ nem $\mathfrak{C}$re esnék, minthogy az $\mathfrak{AB}$ egyenen alól is szintúgy két illyen pont volna; két kör edjmást 2 pontál többen vágná; melynek lehetlensége, alább mikor a' *körröl körrel* leénd szó, ettöl független mutattatik meg, 's ha tetszik itt is elmondathatik.

* *A' negyedik eset* a' 2 dikká lesz, mikor alább megmutatatik, hogy ha 2 szög = 2 szöghez a' △ ban, a' 3 dik is = a' 3 dikhaz.

§. 18. K8. Ha a' △ aljáni szögek egyenlök. a' szembellő oldalok egyenlők. Mert tétessék △$\mathfrak{ABC}$ magára úgy hogy $\mathfrak{A}$ essék $\mathfrak{B}$re 's $\mathfrak{B}$ az $\mathfrak{A}$ra, $\mathfrak{BC}$ egyen se kül nem eshetik $\mathfrak{AC}$ egyenen se belöl, mert $u=u$; szintugy $\mathfrak{AC}$ nem eshetik $\mathfrak{BC}$ egyenen se kivül se belöl. Tehát a' 2 dik eset szerint a' két △ egyenlö. Megforditva (K9.) ha $\mathfrak{AC}=\mathfrak{BC}$, úgy $u=v$ az-az a' szembellö szögek egyenlök. Mert legyen $\mathfrak{D}$ az $\mathfrak{AB}$közepe (6.); △$\mathfrak{ADC}$=△$\mathfrak{BDC}$ a' 3 dik eset szerint.

*§. 19. K10. Ha oly 3 egyen van, melynek kettejének öszete > a' harmadiknál, peld. az edjik $=\mathfrak{Af}$, a' más $=\mathfrak{Bc}$, a' mikoris $\mathfrak{Af}+\mathfrak{Bc}=\mathfrak{AB}+\mathfrak{cf}$: akkor $\mathfrak{A}$ körül $\mathfrak{Af}$ sugárral, 's $\mathfrak{B}$ körül $\mathfrak{Bc}$ sugárral körek irattván, ezen körek $\mathfrak{AB}$ felett ('s szintúgy alatta) vágják edjmást, 's a' vágás-pontra $\mathfrak{A}$ bol 's $\mathfrak{B}$ ból vont egyenek △ ot alkotnak. Mert $\mathfrak{f}$ belől esik a' $\mathfrak{B}$ középpont' körén, mert $\mathfrak{Bf}<\mathfrak{Bc}$; 's $\mathfrak{D}$ pedig azon körön kivül esik, mert $\mathfrak{Bc}<\mathfrak{BD}$; tehát (6) a' $\mathfrak{f}$ bol $\mathfrak{D}$ be menő pont az emlitett körön át-megy; az pedig az $\mathfrak{AB}$ egyenen kivül esik, mert ha abba

esnék, ott a' 2 sugár-vég találkozván, öszetök =𝔄𝔅 lenne feltét ellen.

De megforditva: hogy a' △ akármely 2 oldala, öszete > a' 3 diknál, ezután leénd.

Ha az elébbiben 𝔄ℭ=𝔅ℭ, a' △ *eggyszárú*, 's ha mindenik =𝔄𝔅, *eggyoldalú* mely eggyszárú is.

§. 20. K11. Ha 𝔄𝔅 re fölül is alul is eggyszáru △ tétetik: a' tetejéken vont egyen ketté vágja 𝔄𝔅 egyent: mert △𝔄ℭ𝔇=△𝔅ℭ𝔇, mert 3 odal=3 odalhoz; 's △𝔄ℭ𝔇 a' 𝔅ℭ𝔇 re ℭ𝔇 körül reá fordulhatván, 𝔠 magában marad 's 𝔠𝔄 esik 𝔠𝔅 re.

§. 21. Az honnan ℭ𝔠⊥𝔄𝔅; tehát 𝔠 ből ⊥ emeltetik, ha 𝔠 ből kör iratván, 𝔄 és 𝔅 pontokról az elébbi vitetik végbe.

* Söt mind a' 2 célra lehet edjfelöl is tenni mind a' 2 eggyszárú △ ot, ha nem eggyoldalú.

* K12. Ha 𝔄ℭ=𝔅ℭ, =𝔅𝔇; alább meglátszik hogy 𝔅𝔇⊥𝔄𝔅.

§. 22. K13. Akármely 𝔠 ponttól 𝔠𝔡⊥𝔄𝔅 lezz. ha 𝔣 akármely túl-felőli pont legyen, 𝔠 körül 𝔠𝔣 sugárral kör iratik, 's ez 𝔄 és 𝔅 pontban vágja az egyent, és 𝔄𝔅 re alul eggyszárú △ 𝔄𝔅ℭ tétetik. Mert 𝔠 körül 𝔣 pontnak túl kell 𝔎 pontba menni, 's onnan megint innen 𝔣 ba térni viszsza. Továbbá △𝔄𝔠𝔡 szintúgy mint az elébb = △𝔅𝔠𝔡, 's a' 𝔡 néli szögek egyenlök.

§. 23. K14. Ha 𝔄𝔅=𝔅ℭ, 's 𝔄ℭ re eggyszárú △ 𝔄𝔇ℭ tétetik; szintúgy △𝔄𝔅𝔇 = ℭ𝔅𝔇 lévén, 𝔄𝔅ℭ szög 's 𝔄ℭ ív is 2 egyenlő részre oszlik.

§. 24 Akármely egyenre 's pontra 𝔄𝔅ℭ hez = szög tétetik; ha azon pontból az egyenre 𝔅𝔄 tétetvén, 𝔄 körül 𝔄ℭ, 's 𝔅 körül 𝔅ℭ sugárok-



kal körök iratván, a' vágás pontjára 𝔅 ből egyen vonatik. Mert azon vágás' pontjára 𝔄 ból is egyen vonatván, az elébbihez egyenlő △ ered.

§. 25. K15. Ha 𝔄ℭ𝔈 szög =ℭ𝔄𝔅; úgy 𝔈ℭ ∥ 𝔄𝔅 leénd. Mert legyen 𝔄ℭ nek közepe 𝔠, 's forduljon 𝔠 körül 𝔇ℭ𝔄𝔅 úgy, hogy 𝔄ℭ balra fél kört irva ℭ pont 𝔄 ba jöjjön: akkor ℭ be lesz a' mozgó 𝔄, 's 𝔄𝔅 pedig ℭ𝔈 be, ℭ𝔇 az 𝔄𝔉 be. Tehát ha vágás volna az elébbi 𝔄ℭ𝔅𝔇 ben (kinyujtva értve), túl is volna, 's 2 külön egyennek 2 pontja volna közös.

§. 16. K46. Alábbi szerint akármely ℭ pontrol ∥ lesz ℭ𝔇 az 𝔄𝔈 hez; ha akármely 𝔄 és 𝔈 pontok legyenek ebben, ℭ𝔄 hoz 𝔄𝔅 's 𝔅𝔈 hez ℭ𝔇 egyenlövé, tétettnek. Söt K17. papiroson ha az egyennek valamely pontjáról iv iratik ℭ től az egyenig, mely legyen 𝔄ℭ, 's más pontjától ugyanazon sugárral irt iv 𝔅𝔇=𝔄ℭ; a' ℭ𝔇 ∥ 𝔄𝔅 lesz; a' mikoris ℭ𝔣 's 𝔇𝔦 ⊥ ek és egyenlők.

Az elöbbiben *z* mondatik az 𝔄 náli belsővel *szembeliö külsönek*, 's *u* és u *átellenieknek*, szintugy *v* és *v*, és az eggyfelöli *u* és *v* *két belsőnek* mondattnak: 's látni való, hogy ezen három közül, a' két belső' öszete $=2F$, 's az átelleniek egyenlök, 's a' külső = a' belső szembellőhez, akármelyik a' más kettővel együtt van.

§. 27. K18. Ha a' külső $v < u = v + z$ nél úgy $\widetilde{\mathfrak{E}\mathfrak{G}}$ nem vágja $\widetilde{\mathfrak{A}\mathfrak{B}}$ egyent. Ha vágná, 𝔈 ből az $\widetilde{\mathfrak{E}\,\mathfrak{G}}$ ben mind tovább menő pontnak $\widetilde{\mathfrak{A}\mathfrak{B}}$ be kelletvén jöni; $\widetilde{\mathfrak{D}\mathfrak{F}}$ egyenen át kellene jöni; 𝔈 ben nem lehet, mert úgy az egyen viszszatévő volna, se más pontba, mert úgy 2 pontja volna közös 2 egyennek.

§. 28. Innen ha $\triangle$ lesz, a' külső $>$ a' belső $u$ nál: mert akár $=$ akár kisebb volna, vágás nem lenne.

Látszik az is (K19), hogy a' $z$ hez túl egyenlő tövi szög szintugy $> k$; és igy a' $\triangle$ akármely oldala kinyujtattván, a' külső szög $>$ akármelyiknél a' két belső szembellő közül.

Az honnan a' $\triangle$ akármely 2 szögei öszete $< 2F$. Mert $z + q = 2F$; tehát ha $z$ helyibe akár $u$ akár $k$ tétetik, $z$ nél kisebb tétettvén, az öszet $< 2F$.

Az honuan edj pontról az egyenre nem lehet 2 $\llcorner$; mert oly $\triangle$ lenne, melynek 2 szögei öszete $= 2F$ volna. Továbbá a' hegyes szögnek elibe esik a' $\llcorner$; mert ha túl esnék, oly $\triangle$ lenne, melyben edjik szög $= F$ a' másik $> F$.

§. 29. K20. Ha $\mathfrak{ca} \llcorner \mathfrak{ab}$, az átfogò $\mathfrak{cb}$ mind nő, 's $u$ szög mind apad. Mert ha $\mathfrak{cb}$ nem $> \mathfrak{ca}$, vagy $=$ vagy $\mathfrak{ca} > \mathfrak{cb}$; az első nem lehet, mert akkor $u = F$, 's a' $\triangle$ 2 szöge $= 2F$ volna; sem a' 2 dik nem lehet; mert legyen $\mathfrak{cb} = \mathfrak{ca}$, lenne $\mathfrak{cab}$ szög $= \mathfrak{cba}$, tehát 2 tompa a' $\triangle$ $\mathfrak{cab}$ nek 2 szöge.

Hasonlólag $\mathfrak{cf} > \mathfrak{cb}$; mert különben vagy $=$ vagy $\mathfrak{cf} < \mathfrak{cb}$; legyen $\mathfrak{cf} = \mathfrak{cb}$; mindenik esetben 2 tompa szög lenne a' $\triangle$ ban.

Az $u$ szög pedig mint külsője a' $\triangle$ $\mathfrak{cbf}$ nak $> v$, mely mind tovább is úgy van; söt meglátszik alább, hogy minden megadhatónál kisebbre apad.

Innen két negyedszögi $\triangle$ ok egyenlök, ha edjikben a' béfogo 's az átfogó, a' másikban lévőkhez egyenlők.



§. 30. K21. Innen a' $\triangle$ akármely 2 oldala' öszete $>$ a' 3 diknál. Mert vagy a' 2 oldal közzül valamelyikkel szembellik $F$ vagy tompa szög, vagy nem: ha nem, úgy mind a' kettővel hegyes szembellik, lehát a' $\llcorner$ a' két hegyes elibe esvén, $a > c$ 's $b > d$; és igy $a + b > c + d$. Ha pedig (K22) $b \llcorner c$, úgy $a > c$, és így $a + b > c$. 'S ha (K23.) $a$ tompa, $b$ hegyes; légyen $f \llcorner d$; akkor $A > c + d$, tehát $A + B > d$. Így $A + d > B$, mert $A > B$.

§. 31. K24. Innen $c + e < a + g + f$, 's $u + z > v + y$. Mert $a + g > c + d$, 's $d + f > e$; tehát $a + g + d + f > c + d + e$, és így $a + g + f > c + e$. Továbbá $u > v$, 's $z > y$, tehát $u + z > v + y$.

§. 31. Továbbá nagyobb szöggel nagyobb oldal 's nagyobb oldallal nagyobb szög szembellik.

Mert legyen elébb (K25.) a' nagyobb szög $a = F$, azután $a$ tompa, 's végre $a$ hegyes: az első 's 2 dik esetben nyilván $A > B$; a' 3 dikban (K26.) $f \llcorner c$ a' 2 hegyes elibe $A$ és $B$ közé esvén, légyen $d = c$; ezen $d$ nem végződik $A$ ban; mert $a = b$ volna, sem azon túl, mert ekkor $a = v'$ lenne, holott az $a$ nál (fel-tét sz.), kisebb $b > v'$.

§. 32. Fölebb volt, hogy ha $\triangle$ van, a' két belső szög' öszete $< 2F$; a' megfordítása ennek, hogy *ha a' két belső szög' öszete* $< 2F$, $\triangle$ lesz, az *Euclides* XI dik axiomája; mely itt is mint nála, csak feltétetik. Lásd *Tentamen.*

Innen (K27.) ha $\mathfrak{CD} \parallel \mathfrak{FB}$, az átelleni szögek egyenlők. Mert különben valamelyik kisebb a' másiknál: legyen $v < u$; akkor mivel $u+k=2F$, lesz $v+k<2F$, tehát $\mathfrak{CD}$ és $\mathfrak{AB}$ vágnák edjmást. Szinúgy ha $u<v$, lesz $u+s<2F$, mert $v+s=2F$; tehát túl vágás lenne.

Innen a' 2 belső' öszete $k+v$, $\doteq 2F$; mert $k+u\doteq 2F$; 's a' külső $u$ is $=v$.

Söt ha (K28) $\mathfrak{CD}$ || $\mathfrak{FB}$, $\mathfrak{Ak}$ vágja $\mathfrak{CD}$ egyent. Mert $k+h+i=2F$; tehát $k+h<2F$.

§. 33 K29. Innen a' △ mind a' 3 szögeinek öszete $=2F$. Mert ha a' tetején az aljához || lesz; az átelleni szögek $=$ lévén, $u+z+v=2F$. 'S a' külsö $k$ is $=$ a' két belöl szembellök' öszetéhez, mert $k+v=2F=u+v+z$; tehát $k=u+z$.

'S látni való; hogy ha két △ ban két szög két szöghez egyenlő, a' 3dikak is egyenlök.

*NÉGY EGYEN.*

§. 34. Vagyvan || pár köztek, vagy nincs: ha nincs, *trapezoides* lesz; ha van, vagy csak 1 pár van, (a' mikoris *trapezium* lesz), vagy több pár || van. Ha csak két pár || van, lesz *eggyközény* (*parallelogrammum*): és akkor vagy van negyedszöge, vagy nincs; ha van, vagy egyenlök a' szöget béfogó oldalak, vagy nem; az első esetben *quadratum* (*négyeg*) lesz, a' másikban *rectangulum* (*negyedszögény*), az hol a' quadratum is negyedszögény, 's csak a' negyedszöget béfogok' egyenlőségébe különbözik. Ha pedig nincs negyedszög, ha a' béfogok egyenlők *rhombus* 's ha nem egyenlők *rhomboides*; mindenik *dűlény*.

K30. Ha 2 egyen vágatjából kör iratik: azon 4 pont, melyben a' kör az egyeneket vágja, negyedszögenyt ád.



Mert mindenik pár tövi △ egyenlő, 's száraik a' sugárhoz egyenlök; tehát a' 4 △ szögei mind öszve $=4.\ 2F=4F+4v+4u$, tehát $4\ (u+v)=4F$, és $u+v=F$. Innen a' félköri szög $=F$, 's az azon fölüli kisebb; az azon aluli nagyobb.

Ha a' középpontnáli szög negyed, úgy négyeg lesz, mert akkor $u=v$. Ha pedig az edjik egyenen kétfelé $=$ de kisebb egyenek vétetnek, úgy ha negyedszög van a' középpontnál, *rhombus* lesz, 's ha nem, *rhomboides*.

§. 35. K31. Az eggyközényt az átló 2 egyenlő △ ra osztja, 's mind a' szembellő oldalak mind a' szembellő szögek egyenlök.

Mert az átelleni szögek egyenlök lévén, $u=u$, 's $v=v$, 's $\mathfrak{CB}$ oldal közös a' 2 △ ban. 'S hogy két átló két egyenlő részre vágja edjmást, a' tanulóra bízatik.

§. 36. Ha $\mathfrak{CD}$ || és $=\mathfrak{AB}$, akkor $\mathfrak{CA}$ is || és $=\mathfrak{DB}$. Mert △ $\mathfrak{CDB}=\mathfrak{CBA}$; mert $\mathfrak{CD}=\mathfrak{AB}$, 's $\mathfrak{CB}=$ magához, 's a' közbellö szög $=u$.

*Jegyzés.* Ha $\mathfrak{ACDB}$ nek felső szine feketének gondoltatik, 's az alsó fehérnek, 's $\mathfrak{CD}$ nem $=\mathfrak{DB}$; △$\mathfrak{CDB}$ csak úgy fedheti $\mathfrak{BAC}$ △ ot, ha annak fehér szine ennek fekete szinére esik: a' mikor is $\mathfrak{CB}$ nek közepe c körül fordulva △ $\mathfrak{CBD}$ felfelé, mig $\mathfrak{B}$ félkört irva $\mathfrak{C}$ be ér, $\mathfrak{BD}$ a' $\mathfrak{CA}$ ra esik, mert $v=v$; de ha $u=v$, akkor △$\mathfrak{CDB}$ megfordulva $\mathfrak{CB}$ körül mig $\mathfrak{D}$ az $\mathfrak{A}$ ba ér, fekete a' feketére esik.

§. 37. K32. Ha csak 1 pár ||; akkor a' más két egyen vágja edjmást; melyből lesz

$\triangle ABC$ és $\triangle abc$; az holott is $a$ annyidja $A$ nak, mint $b$ a' $B$ nek, 's $c$ a' $C$ nek.

Mert légyen $a=2u$, $A=5u$; 's legyen mindenik $u$ végéröl (fölünnen kezdve) két eggyközi, az edjik $C$ hez a' másik $B$ hez: a' hány $u$ van, annyi $\triangle$ ered, mely mindenik $=$ a' felsőhez, melynek oldalai $u$, $v$ és $v'$; mert mindenikben az $u$ oldalon fekvő alsó szög külső a' belső szembellőre nézt, 's a' felső belső a' külső szembellőre nézt. Azonban mindenütt két pár $\Pi$ szembellő vágottjai egyenlök lévén, a' hány $u$ van $a$ ban, annyi $v$ van $b$ ben, 's annyi $v'$ van $c$ ben; 's a' hány $u$ van $A$ ban, annyi $v$ van $B$ ben, 's annyi $v'$ van $C$ ben. Az öszemérhetlenre lásd *Tentamen.*

Innen $a:A=b:B=c:C$; 's innen $a:A-a=b:B-b$. Söt (K33.) ha két $\triangle$ ban két szög $=$ két szöghez; a' 3dik is $=$ lévén a' 3dikhaz, az edjmásnak megfelelő $=$ szögekkel szembellő oldalak eggyméretiek. 'S az ily $\triangle$ okat *hasonlóknak* mondják: a' hasonlò' közöni képzetét lásd *Tentamen* vagy *Ar. eleje* 2 dik kiadás.

Mert $a$ rátétettvén $A$ ra, 's az $a$ végéről $\Pi$ vonattván $C$ hez; az így ercdő $\triangle = \triangle abc$, mert $h = z$. Tehát $A:a=B:b=C:c$.

§ 39. K34. A' negyedszögi $\triangle$ ban, a' negyedszög' hegyéről a' szembellő oldalra bocsátott $\llcorner$ által lett két új $\triangle$ edjmáshoz 's a' nagyhoz hasonló.

Mert mindenikben van $F$, 's az edjikben $u$ 's a' másikban $v$ közös a' naggyal; tehát $u=u'$ 's $v=v'$.

§. 40. Az honnan a' két új $\triangle$ ban $v'$ és $u$



szögek szerint $i:y=y:h-i$; 's az edjikben $v'$, $F$ 's a' nagyban $v$ és $F$ szögek szerint, $i:k=k:h$, tehát $k^2=ih$; 's szintúgy a' másikban $u'$, $F$ 's a' nagyban $u$, $F$ szerint $h-i:K=K:h$, tehát $K^2=h^2-ih$. Az honnan $k^2+K^2=h^2$; mely is a' *Pythagorás* theoremája; 's alább megmutattatik, hogy a' negyedszöget befogokra épültt négyegekből kilehet rakni az átfogòra épültt négyeget.

*§. 40. K35. Innen $y=\sqrt{(1.2)}=\sqrt{2}$, melyet az Arithmetika csak végnélkül közelithet. 'S ha 1 helyibe $a$, 2 helyibe $b$ tétetik, $y=\sqrt{ab}$, 's $k=\sqrt{ih}$. (K34.)

*Meglehet mutatni: hogy ha a' $h$ val szembellő nem negyedszög, hanem tompa; akkor $h^2 > k^2+K^2$; ha pedig hegyes szembellik $h$ val, akkor $h^2 < k^2+K^2$. Tehát ha $h^2=k^2+K^2$, úgy $h$ val negyedszög szembellik.

*§. 41. K36. Szintúgy a' *multiplicatio* 's *divisio* is ürtanilag végbe mehet, mint elébb a' radix megadatott ( §. 10. jegyz. sz).

Ugyanis akármely $u$ szög legyen, ha a' $B$ végéről $c$ hez $\Pi$ vonatik, lesz $1:B=a:b$; tehát $b=aB$.

'S ha $b$ tett-egymértt, 's elébb $a$ a' párzandó, 's azután a' tetteggymértt tétetik le, 's ennek végéről, a' párzandónak és a' főmértéknek végeit öszvekötö egyenhez $\Pi$ vonatik, $B$ lesz a' nemztárs.

§. 42. K37. Ha $A:B=a:b$ 's $AB$ szög $=$ $ab$ szöghez: úgy $A:C=a:c$, 's az eggynevü oldalakkal szembellö szögek egyenlők.

Mert tétessék $a$ az $A$ ra, az $ab$ szöggel együtt, 's légyen az $a$ végén $k$ $\Pi$ $C$; lesz $A:a=B:x$, tehát $x=\frac{B.a}{A}$, melyhez $b$ is a' feltétből $=$ lévén, lesz $x=b$. És így $\triangle akx = \triangle abc$; tohát $A:a=C:(k=c)$, 's az irtt szögek egyenlők.

§. 43. Ha $A:a=B:b=C:c$; az eggynevü oldalakkal szembellő szögek egyenlők.

Mert letétettvén $a$ az $A$ ra, legyen az $a$ végéről $k \,\Pi\, C$; lesz $x = B.\frac{a}{A} = b$, 's $k = C.\frac{a}{A} = c$.

Tehát $\triangle axk = \triangle abc$.

** Jegyzés.* Két $\triangle$ hasonlatosságának 3 feltétele vala, melyek közül akármelyikből következik: úgy mint akár két szög két szöghez legyen egyenlő; akár 3 oldal eggyméreti, legyen a' másnak 3 oldalával; akár két oldal legyen a' másnak két oldalával eggyméreti, egyenlő közbefogott szöggel. Még van kettő (*Tentamen*), úgymint ha edjiknek oldalai $A, B, C$'s a' másnak $a, b, c$ mind végetlen kinyujtva gondolttatnak, 's az eggynevüek vagy mind $\Pi$ ek, vagy mind $\llcorner$ ak edjmásra: akármely két oldal szöge az edjik $\triangle$ ban $=$ az azokkal eggynevü oldalak' szögéhez a másikban.

§. 44. K38. Ha $A:a=C:c$, 's $c \,\Pi\, C$; akkor $c$ nek vége $B$ ben van. Mert különben vagy belől végződnék, vagy kivül: az első lehetlen, mert akkor $A:a=C:c+d$; tehát $c+d = C.\frac{a}{A}$, melyhez $c$ a' feltétből $=$ lévén $c+d=c$ volna. Szintúgy nem eshetik kivül.

§. 45. K39. Az egyen több módokon osztatik el $n$ számu részekre. Péld. legyen $\mathfrak{ab}$ osztandó $n$ péld. 3 részre: akármely szögre légyen $\mathfrak{af}$, tétessék rá akármely $u$ elkezdve $\mathfrak{a}$ tol edjmásután $n+1$ szer; 's az $n+1$ diknek vé-



géről $\mathfrak{b}$ re vont egyen $P$ nyujtassék még annyira le $\mathfrak{c}$ ig; 's vonattassék egyen az $n-1$ dik $u$ végéről $\mathfrak{c}$ re; 's $b=\mathfrak{ab}:n$ lesz.

Mert legyen $\beta \,\Pi\, \mathfrak{ab}$ tehát $\Pi\, b$; lesz $P:2P=b:\beta$, tehát $\beta=2b$. Továbbá mivel $\beta \,\Pi\, B$, lesz $a:A=\beta:B$, az-az $2u:(n-1)u=2b:B$, tehát $B=(n-1)b$, és $\mathfrak{ab}=nb$.

** Más mód.* K40. Legyen szabadon vont $\mathfrak{af}$ egyenen $(n-1)u$, 's $\mathfrak{f}$ tol $\mathfrak{b}$ felé tétessék $\mathfrak{fb}=v$ ugyan $(n-1)$ szer; $\mathfrak{bf}$ kiadja $x$ et $\mathfrak{ab}$ nek $n$ edéül. Mert legyen $k \,\Pi\, \mathfrak{af}$; lesz $k:u=(n-2)v:(n-1)v$, tehát $k = \frac{n-2}{n-1}.u$; 's $\mathfrak{af}:k=y:x$, az-az $(n-2)u:\frac{(n-2)u}{n-1}=y:x$, tehát $y:x=n-1:1$; és így $y=(n-1)x$, és $\mathfrak{ab}=nx$.

*Innen K41. ha $\mathfrak{a}$ bol $(n-1)u$ sugárral 's $\mathfrak{b}$ ből $u$ sugárral irt körök $\mathfrak{c}$ ben vágják edjmást, 's $\mathfrak{cd}=\mathfrak{ac}$ tétetik, a' $\mathfrak{bf}$ által kijövö $x=\mathfrak{ab}:n$.

Igy K.42. ha $nu$ sugárral $\mathfrak{a}$ ból 's $\mathfrak{b}$ ből irt körök vágják edjmást: onnan az első $u$ nak végeit (a' 2 oldalon), öszvekötö $x=\mathfrak{ab}:n$ §. 42 szerint.

§. 46. Több egyenek különböző vonalakat és keritékeket csinálhatnak, még béfelé fordult szöggel is. Az egyeni kerités $\triangle$ okra osztható többkint közbülről is, átlókkal is; de meglehet mutatni, hogy nem kevesebbre mint az oldalszám kettő hiján. 'S ha hasonló $\triangle$ ok szintúgy tétettnek edjmás után, könnyen látszik, hogy a' keritékek is hasonlók, 's a' szögek megfelelőleg, egyenlők lesznek.

## EGYEN A' KÖRREL.

§. 47. K43. Az $\mathfrak{ab}$ iv'közepe $\mathfrak{b}$ 's húrja' közepe, a' közép-pont, és az a' hová esik a' közép-pontról a' húrra bocsátott ⊥ azonegy egyenbe esnek.

Mert az ad ivből 's ac és dc egyenekből lévő alak egyenlő a' bd ívből 's bc, dc egyenekből lévőhez: mert cda ráfordulván cdb re, úgy hogy a a' b be essék; ad ív bd ívre esik (egyenlőül származván), tehát a' két alak fedi edjmást, cd egyennek minden pontjának magába maradásával; ezen egyen pedig vágja ab húrt; mert minden egyen bc és cb közt kimenyen △ abc ből, 's sem ac sem bc oldalakan nem mehet.

És így akármely ketteje legyen azon pontoknak; az ezek által határozott egyenbe esik a' más kettő is. Mert dc egyenbe esik a' négy, tehát azon kettő is.

§. 48. K44. Ebből az is látszik, hogy a' húr közepéröli ⊥ a' közép-ponton megyáltal. Az honnan egyennek körrel 2 pontnál több közösse nem lehet: mert (K44) legyenek ae egyennek a, b, c pontjai közösök a' körrel; akkor az ab és bc húrak' közepeiről emelt ⊥ ok a' közép-ponton menvén által, az egyenről 2 ⊥ vágná edjmást, holott a' két belső $2F$ volna. De ha a, b, c körnek pontjai: az ab, bc húrak közepeiről emelt ⊥ ak vágatja a' középpont.

§. 49: K45. 'S innen az is látszik: hogy ha cf ⊥ ab, 's f a' körrel 's ab egyennel közös; több közös pontjuk nincs. Mert ha volna a' cftöl edjik félől, túl is volna, 's az egyennek 's körnek 2 pontnál több közösse volna.

Az ab ilykor a' kört *érinteni* mondatik; 's ezen érintő 's a' kör között nincs egyen.



Mert legyen fd; ekkor $v < F$, tehát a' c ről fd re bocsátott ⊥, eleibe esik $v$ nek, legyen ck az, ezen ck söt c röl akármely pontjara fk nak vont egyen < cf nél; tehát fd húr a' két végén kivül mind belöl esik az íven.

Az honnan f ponton a' cf re lévő ⊥ on kivűl minden más egyen vágja a' kört valamely felől: megforditva is ha ab erintő f pontban, cf ⊥ ab; mert ha más péld. fk volna ⊥ cf; úgy fk érintő lévén, ab vágná a' kört valamely felől.

Látszik az is: hogy a pontról a' c középpontu körre érintő lesz af, ha ac re mint kettezőre fél kör iratván, ez a' kört f be vágja, mert akkor ∧afc $= F$.

§. 50. K46. Azon $u$ szög, melyet az érintő a' húrral csinál $= z$ hez, melynek mennyisége az fd húr' ívének fele. Mert legyen ck ∥ df, 's c középpont, 's g az ív' közepe. Akkor $z + v = F$, 's mivel $u + v$ is $= F$, lesz $u = z$.

§. 51. K47. Innen mivel $u + z + v =$ a' fél körhez, 's $u =$ fél $\alpha$, 's $v =$ fél $\beta$, lesz $z =$ fél $\gamma$; az-az a' köri szög' mennyisége azon ívnek fele melyen áll. Látszik az is, hogy $p = u$. K46.

Az honnan minden szögnek melynek szárai a' kettéző két végén állnak, 's teteje a' fél körbe esik, $= F$; 's megforditva is ha a' szög $= F$, teteje a' fél körbe esik; mert azon belől nagyobb, 's kivül kisebb volna (§. 34).

§. 52. K48. Ugyan onnan $A$, $B$ két ∥ húr egyenlő íveket vág el. Mert $u = v$, 's $u =$ fél $\alpha$, 's $v =$ fél $\beta$.

'S (K49) akármely 4 oldalu ker legyen a' körbe, a' szembellő szögek' öszete $= 2F$. Mert $u =$ fél $(\alpha + \beta)$ és $v =$ fél $(\gamma + \delta)$.

De nem minden 4 szög' hegyei esnek körbe, hanem abba esnek minden △ szöghegyei, 's azon 3 pont által meghatározott körön kivüli pont abba nem esik.

§. 52. K.50. △ körül pedig kör iratik, onnan, a' hól akármely 2 oldalak' közepeiről emelt ⊥ ak edjmást vágják §. 32 ből; hogy pedig $\mathfrak{af}=\mathfrak{fb}=\mathfrak{fc}$, látszik onnan, hogy △ $\mathfrak{adf}=\mathfrak{bdf}$, 's △ $\mathfrak{bfe}=\mathfrak{cfe}$, mert $\mathfrak{fd} \perp \mathfrak{ab}$ 's $\mathfrak{ad}=\mathfrak{bd}$, 's $\mathfrak{fd}$ köz oldal; szintúgy túl.

Megforditva ha 2 szög vágatik ketté; hogy a' ketté vágó egyenek' vágatjából, az oldalakra bocsátott ⊥ ok egyenlők, △ ok egyenlőségéből látszik; tehát oly kör irathatik, melynek a' △ mindenik oldala érintője.

Az elébbit *körül-irásnak* az utobbit *körbeirásnak* mondják: megforditás a' körbe bé irni bizonyos △ ot, 's a' kör körül irni; 's ezen nevezetek a' több oldaluakra is kiterjesztettnek.

§. 53. Ha valamely $i$ iv a' körben $n$ szer van meg, ezen ivhez edjmás után következő egyenlő ívek húrjai $n$ oldalú keritéket adnak, melynek nem csak oldalai hanem szögei is egyenlők; mert mindenik szög $(n-2)i$ íven áll; tehát $=\frac{(n-2)}{2n}$ kör$=2F-\frac{4F}{n}$, mert $i=\frac{1}{n}$ kör.

Ha pedig mindenik oldal egyfelé nyujtatik ki, minden kinyujtott egyennek a' következő oldallali szöge $=2F-(2F-\frac{4F}{n})$; tehát az $n$ számunak öszete $4F$.

Az ily *többszög rendesnek* mondatik: 's ennek körül irása, 's a' kör beirása, szintúgy esik mint (§. 52).



* *Jegyzés.* Akármit tegyen $n$, a' körnek van $n$ ede, meglehet mutatni: de csupa cirkalommal 's lineázóval (§. 10 jegyz. sz.) kiadni; csak annyit tudtak *Gaussig*, a' mennyit Euclides tudott, ki is 2re, 3ra, 5re, 15re, 's minden oly számra, mely akármelyiknek ezek közül $2^m$eli mérttezete ($m$ egész + számot téve) tudta már a' kört elosztani; 's *Gauss* adott köz alakzatat, a' mely alá illő számra lehet osztani, 's azon kivül nem; péld. 17 oldalu rendes több-szögüt csinált.

Hat részre oszlik a' kör, ha a' sugárhaz = húr vétetik: mert ez a' 2 végéről a' középpontra vont oldalakkal eggyoldalu △ ot alakit, melynek mindenik szöge 60 gradus ha a' kör 360; melyben amaz 6 szor lévén meg, a' középnél 6 = △ alakul, melynek aljai a' sugárhoz = húrak.

Tizre osztani a' kört, (az honnan önként foly az 5re osztás) szolgál azon föladat, melyet a' régiek *divina sectionak* hivtak, 's így fejezték ki *rectam extrema et media ratione secare* (lásd *Tentamen*).

*KÖR KÖRREL.*

§. 54. Két kör nem vághatja edjmást 2 pontnál többen, de érintheti 1 pontban, úgy is hogy edjik a' másikan, kivűl úgy is hogy belől essék.

Mert ha 2 körnek 3 pontja közös, 2 közös húr is lesz; melyeknek közepeiről emelt ⊥ ak' vágatja mind a' 2 kör közép-pontja lesz §. 48), azonban a' sugár is ugyan az; tehát nem lehet 2 kör. Hapedig a' sugár' végén a' sugárra ⊥ tétetik; a' sugár akármint kinyujtassék, ezen egyenben akárhól vett középpontból a' sugár' végével irt kör csak azon pontban vágja az elébbi kört: mert ha még vágná, túl is vágni kelletvén, 2 pontnál több közöse volna 2 körnek.

Hogy azonegy pontban érintő körek' középpontjai az érintési ponttal egyenben vannak (Lásd *Tentamen.*)

### *A' FÉRETRŐL.*

§. 55. K51. Akármely $\triangle\,\mathfrak{abc}$ ből kilehet rakni fél akkora alju $\mathfrak{adfc}$ eggyközényt. Mert legyen $\mathfrak{d}$ az $\mathfrak{ab}$ közepe, 's onnan $\mathfrak{df} \parallel \mathfrak{ac}$, 's $\mathfrak{cf} \parallel \mathfrak{ad}$; lesz $\mathfrak{db} = \mathfrak{ad} = \mathfrak{cf}$, tehát $\mathfrak{db} = \mathfrak{cf}$; és a' szögek egyenlősége hozzá járultával $\triangle\,\mathfrak{dbe} = \mathfrak{fce}$; és igy amazt levágva, erre lehet tenni.

Azt is könnyü megmutatni, hogy ha $\mathfrak{ad} = \mathfrak{AD}$, az $\mathfrak{adfc}$ eggyközényből az $\mathfrak{ADFC}$ negyedszögényt kilehet rakni; 's szintúgy azt is, hogy ha 4 egyen $A$, $a$, $B$, $b$, olyan, hogy $Aa = Bb$, azon eggyközényből, melynek $A$,$a$ oldalai, azt az eggyközényt, melynek $B$, $b$ oldalai, ha az $A$ és $a$ tól befogott szög $=$ a' $B$ és $b$ től béfogotthaz, kilehet rakni (Lásd *Tentamen.*)

Az honnan az irt szög lehetvén negyed szög, 's $b$ egyen pedig a' főmérték, lesz $B = Aa$; mely szerint akármely $\triangle$ oly negyedszögénnyé válik, melynek magassága $= 1 = b$, 's hoszsza B, mely negyedszögényhez akárhány $\triangle$ ot hoszára lehet hozzá adni; 's e' szerint akármely egyeni keritékek ilyen alakuvá változtathatván, szintúgy látható, mint két egyen edjmás mellé tétettve, melyik mennyivel nagyobb.

*Jegyzés.* A' (§. 40ben) $kk = ih$ és $KK = h(h-i)$ ből, ha az irtt szög $= F$, 's elébb $k = A = a$, 's $B = h$, 's $b = i$, azután $K = A = a$, 's $B = h$,



és $b = h - i$ tétetik: az átfogó négyege kirakódik a' béfogok' négyegeiből.

§. 56. K52. A' férete' felszámitása minden egyeni keritéknek a' negyedszögényén alapul: ez pedig ki jön, ha alja a' magasságával mérttetztetik; még pedig úgy értve, hogy egyen egyennel mérttezve mindig egyent ád, akárhányszori ismétléssel is; péld. $y = x^4$ is egyen, 's *ordinátának* vétetve $x$ *abscissára* nézt, 4 dik rangu lineát ád: de ha péld. a' magasság $\frac{p}{q}$ 's az alj $= \frac{r}{q}$ (egész számokat téve $p$, $r$, $q$, 's a' méreteket eggy alsóra vonva), lesz $\frac{p}{q} \cdot \frac{r}{q} = \frac{pr}{qq}$, az-az az eggymérttaz egyenek főmértékének $p$ szer $r$ ($q$ szor $q$) dja; de egyszersmind ugyanannyidja azon negyedszögény' férete a' féretek' főmértékének, ha ennek azon négyeg vétetik, melynek, oldala az egyenek' főmértéke.

Mert osztassék az egyenek' főmértéke $q$ számu egyenlő részekre, 's legyen $u$ edj olyan rész: akkor azon négyegben, melynek oldala $= 1 = qu$; minden $u$ nak végéről (az aljban a' magassághoz, a' magasságban az aljhoz) eggyköziek vonatván, $q$ szor $q$ oly négyeg ered, melynek oldala $u$; 's ha edj oly négyeg' neve $u'$, 's az egész négyeg $U$, úgy $u'$ olyan, a' mit $q \cdot q$ szor tart magában $U$.

A' negyedszögény' alja pedig $ru$, 's a' magassága $= pu$, tehát a' negyedszögény lesz $pru'$; az-az $pr$ szer tartja magában azt a' mit $U$ magában az iminti szerint $q \cdot q$ szor tart.

Az öszve mérhetetlenség' esetére lásd *Tentamen.*

*Jegyzés.* 1. A' telj-számitásban a' 3 dik nemző is egyen, 's az eggymértt is egyen: de ott is a' telj annyldja azon köbnek melynek oldala az egyeni főmérték, mint a' 3 nemzökből származott egyeni eggymértt az egyenek főmértékének.

2. Mind a' terji mind a' telji féretnek a' mérnökök' nyelvére vont számitását lásd *Arithmetika elejében.*

§. 57. Az elébbiből látszik: hogy a' $\triangle$ férete kijön, ha akármelyik oldala mértteztetik a' szembellő szöghegyről bocsátott $\llcorner$ felével; 's így akármely ker' férete ki jőn, ha $\triangle$ okra oszlik; 's akármely négyszög férete ki jön, ha az átló a' két szembellő szöghegyről rábocsátott $\llcorner$ ak öszete felével mértteztetik.

A' *trapéz'* férete pedig $= a.\frac{(b+B)}{2}$, ha $a$ a' két $\parallel$ $b$ és $B$ oldalak' távja: mert átlóval két $\triangle$ ra oszlik, melyek közül edjiknek $b$ az alja, 's a' másiknak $B$, magassága pedig mind a' kettőnek $a$; tehát amaz $= ab:2$, ez pedig $aB:2$

De $(b+B):2$ helyibe tétethetik $\mathfrak{gf}$, az-az a' két nem $\parallel$ oldalok' közepeit öszvekötő egyen is K53. Mert a' $B$ két végéni szögek közül vagy mindenik hegyes, vagy valamelyik negyed vagy tompa szög; legyen $b$ nek mindenik végéről $B$ re $\llcorner$, 's $\mathfrak{g}$ közepe $\mathfrak{ac}$ nek. A' két $\llcorner$ egyenlő, mint köze avvagy távja a' két $\parallel$ nek; az-az akármely pontjától az edjiknek legrövidebb út a' másikhoz, mely is az azon pontról bocsátott $\llcorner$; 's hogy akár mely két ilyen $\llcorner$ egyenlő, mutatja az átló által alakuló két $\triangle$; 's a' pontnáli szög is negyedszög, mert a' két belső $= 2F$.

Ekkor pedig az *első esetben* $n = 2k$, 's $e = 2h$; mert $c = a:2 = d$; tehát $b+B = b+b+2k+2h$, melynek fele $k+b+h = \mathfrak{gf}$. Ezen eset azt is magában foglalja, mikor mind a' két szög tompa a' két $\parallel$ oldalok' edjikén.

A' *2dik esetben* $b+B = b+b+2h$, melynek fele $b+h = \mathfrak{gf}$.

A' *harmadikban* $b+B = b+b-2h+2k$, melynek fele $b-h+k = \mathfrak{gf}$.

*Jegyzés.* De megjegyzenddő: hogy azon köznépi szabály, hogy akarmely négyszög' férete kijön, ha edjik szembellő pár oldal öszetének fele a' másik pár' öszete' felével mértteztetik, nem közönien igaz. Mert legyen péld (K 53.) $\mathfrak{ac} = \mathfrak{bd}$, 's legyen oly negyedszögény, melynek alja $\mathfrak{gf}$ 's magassága $\mathfrak{ac}$; annak férete $= \mathfrak{af}.\,\mathfrak{gf}$, ennek pedig $\mathfrak{ac}.\mathfrak{gf}$, 's $\mathfrak{ac} > \mathfrak{af}$. 'S annak a' kivel ezt se lehet megértetni, ezen két négyszögüt papirosból ki vágván, mérő serpenyőbe kell tenni.

*§. 58. K54. A' rendes több-szög a' középpontból az oldalak' végeire vont sugárokkal annyi $=$ $\triangle$ okra oszlik, a' hány az oldal, 's mindenik $\triangle$ férete ki jön, ha az oldal mérttéztetik a' közép-pontból az oldalra bocsátott $\llcorner$ nak felével; mely ha $r'$ nek iratik, 's a' több-szög' oldalai' öszete $p$, lesz a' több-szög férete $= pr':2$ mely legyen $f$, 's a' több-szög oldalai száma legyen $n$, 's a' kör' férete legyen $k$.

Vétessék $n$ két akkorának, 's ujra kettőztessék végnélkül: mind $p$ mind $r'$ ( tehát

$f$ is) végnélkül nő, de $p$ nem lehet akármely nagy. Mert $\mathfrak{ba}+\mathfrak{ad}>\mathfrak{bd}$ 's $\mathfrak{cf}>\mathfrak{ci}$; de ha $r'$ nem nőne is, $f>$ lehetne $k$nál, holott $f$ mindig $<k$. Tehát $p$nek széjbecse van (Ar eleje); legyen az $2r\pi$, (azt a' mivel $2r$nek mértteztetni kell, $\pi$nek nevezvén). De $f$nek is szintúgy széjbecse van; és az $\triangle\,\mathfrak{cab}$, melynek alja $2r\pi$, magossága $r$, 's edszersmind $k$ is széjbecse. Mert az elébbiben $p.\mathfrak{ia}+f>k>f$, 's $p.\mathfrak{ia}+f-f$, tehát $k-f$ is akármely kicsinél kisebb lehet, mert $\mathfrak{ia}$ az $n$ irt növésével akármely kicsinél kisebb leénd. Másfelől (k.55) $\triangle\,\mathfrak{cab}-f$ is akármely kicsinel kisebb lehet; mert akármely kicsi $\omega=\mathfrak{cb}.z$ re nézt legyen $\mathfrak{fb}\,][\,\mathfrak{cb}$; valamikor $p>\mathfrak{ab}$ lesz; 's akkor $\mathfrak{af}$ vagy $=r'$, vagy $<r'$ vagy $>r'$; a' a' két első esetben nyilván $\omega$ nál kisebbel haladja meg $f$et $\triangle\,\mathfrak{cab}$, a' 3 dikban pedig valamikor lesz $r'>\mathfrak{af}$, 's akkor $\mathfrak{d}$ még közelebb esik $\mathfrak{b}$ hez.

Tehát $f$nek szintúgy széjbecse $k$ a' körféret, mint $\triangle\,\mathfrak{cab}$; és így (*Ar.* eleje sz.) $k=r^2\pi$.

'S már a' kérdés csak $\pi$ről van. Legyen (K54.) $\mathfrak{bd}$ rendes hat-szög' oldala, ez (§.53. $=r$, tehát (§.40) $\mathfrak{ci}=\sqrt{(r^2-\frac{r^2}{4})}=\frac{r\sqrt{3}}{2}$). Továbbá $\mathfrak{ia}=r-\mathfrak{ci}$, 's $\mathfrak{id}=\frac{r}{2}$; tehát $\mathfrak{ad}=\sqrt{(\mathfrak{ai}^2+\frac{r^2}{4})}$, 's az új $r'=\mathfrak{cf}$ lesz $\sqrt{(\mathfrak{ca}^2-\mathfrak{af}^2)}=\sqrt{(r^2-\frac{\mathfrak{ad}^2}{4})}$, melyet folytatni akár meddig lehetvén, mind $p$nek mind $r'$nek mennyisége akármely



kicsinél kisebb hibával kijövén; ha ki jön péld. hogy $p>2r.\,3{,}141$, de $<2r.\,3{,}142$, akkor $\pi>2r.\,3,141$ de $<2r.\,3,142$. Kijön ugyan is a' külső többszög is; mert $\mathfrak{ci}:\mathfrak{ca}=\mathfrak{bd}:\mathfrak{fg}$. 'S ezt folytatva, akárhány tizedi helyben ki jön $\pi$, mely a' kéttézővel mértezve megadja akárminél kisebb hibával a' kör' hoszát, melyen $2r\pi$ értetik. Köz életben $22:7$ az Archimedes' számja a 96 oldalu többszögből nagyobb $\pi$nél, de a' hiba $<1$ ezerednél; mert négy tizedi helyet véve, kijön, hogy $\pi>3,1415$, de $<3,1416$, 's $(22:7)>3,1416>\pi$, tehát $(22:7)>\pi$; azonban $3,141<\pi<(22:7)<3,142$; tehát $(22:7)-\pi<0,001$.

*Jegyzés.* 1, Ha a' nagyobbik sugár $R$, 's $r$ a' kisebbik: a' nagyobb kör-féret lesz $R^2\pi$ 's a' kisebbik $r^2\pi$; tehát a' kettö közti gyürü $=(R^2-r^2)\pi=(R+r)(R-r)\pi$.

2. Innen a' *Lunula Hypocratis* (K56) ha $\triangle\,ABC$ben $A\perp B$; 's mindenik oldalra mint kettézőre fél-kör iratik; lesz $C^2=A^2+B^2$; tehát $\frac{C^2\pi}{8}=\frac{A^2\pi}{8}+\frac{B^2\pi}{8}$, az-az a' $C$re tett fél kör $=$ az $A$ra 's $B$re tettek' öszetéhez; 's levonattván $a+b$, marad $a'+b'=ABC$.

§. 58. Ha $T$ $\triangle$ban az alj $B$, 's a' magasság $A$, és $t$ $\triangle$ban az alj $b$ 's a' magasság $a$: a' férete $T$nek $AB:2$, 's $t$nek férete $ab:2$; 's ha $B=nb$, könnyü megmutatni, hogy $A=na$. Az honnan $T=nnab:2$, 's $t=ab:2$; tehát $T:t=n^2:1=nbna:ab$. És igy akármelyik oldala $T$nek legyen péld. 5 akkora, mint $t$nek megfelelő oldala, a' $T$ férete 25 akkora mint a' $t$ férete.

Innen akármely 2 hasonló ker légyen; (az edjmas utáni $\triangle$ok által következtetve); a' melyikben valamely egyen $n$ akkora mint a' másik hasonló fekvésü, annak férete $n^2$ szor akkora, mint ezé.

§. 59. K57. Innen ha $a \llcorner b$, 's $A$, $B$, $C$ $\triangle$ok hasonlok, 's $a$ eggyfekvésű $b$ vel 's $c$ vel: lesz $A:B=a^2:b^2$, 's $A:C=a^2:c^2$; tehát ha $A=na^2$, lesz $B=nb^2$, 's $C=nc^2$. És igy mivel (§. 40.) $c^2=a^2+b^2$, lesz $nc^2=na^2+nb^2$, az-az $C=A+B$.

### *Alkalmazás a' köz életre.*

§. 61. Az első, *egyent vonni*; a' 2-dik, *egyent mérni*, a' 3-dik *vonalt*, *terjet* (*vízszinre vonva*) *a' mezőről papirra tenni*, 's ezt *másolni nagyobban is kisebben is*, 's *szinekkel* 's *jelekkel is kiábrazolni*. 4dik a' *terjet felosztani*. 6-dik *papirosrol a' mezőn ki adni az illető részeket*.

§. 62. Papiron vonatik az egyen 𝔄 pontol 𝔅 pontig, az 𝔄 és 𝔅 pontokhaz tett lineázó mellett: a' lineázó probája pedig az, hogy ha az 𝔄 és 𝔅 pontokkal egybe eső pontjai a' lineázónak helyt maradnak, 's a' lineázó túl fordittatik, 's ekkor is a' melletti vonal az elébbivel egybe esik. Oka látszik (§7) bol, 's világosit (k58).

A' mezőn pedig kisebb távra spárgával, kötéllel, láncczal; nagyobb távra, emberekkel, karókkal, sőt sürüségben füsttel is vonatik. A' kötél vagy láncz, minél kisebb sujju, 's minél inkább meghúzodik, annál inkább közelit; tökélyes egyenbe vizarányu-



lag véges erő nem húzhatja.

A' többi pedig azon alapúl: hogy a' világosság egyenesen jő (bizonyos kivétellel); tehát a' mely pont elfedi 𝔅 pontot a' szem elől, az a' szemmel s 𝔅 vel egyenben van.

De megjegyzenddő: hogy mikor a' mező nem lap is, 2 pont közti egyenre tett függélyi lapnak a' föld' szinéveli vágatja jegyeztetik kapával, vagy elég közel halmokkal, melyekbe szén vagy üveg darabok tétettnek, melyek nem rothadnak el.

Embereket 𝔄 tol 𝔅 ig jobbra vagy balra állitva, elébb a' szem 𝔄 tol 𝔅 ig nézve a' 𝔅 hez közelebbi embert 𝔅 eleibe, azon innen mást meg mást igazit.

A' karók függélyileg állittatnak: de minél vastagabbak, annál hátrább kell lenni a' szemnek, vagy mellett, különben nagy mező fedődik el, mint (k59) kimutatja.

Az egyenre tett függélyi lapnak a' föld' szinéveli vágatját meghatározni sokszor szükséges: peld: edj hápa-hupás hegyeni sürü erdőben az alsó 's felső csóva közt határt kell vonni a' két szomszéd közt. Ezt sokként lehet megtenni.

1 ben Csendes időben jó húzásu kis gübüs rostélyu pléh kemence' füstét szolló kürttel jobbra balra igazitva, mig alolról az 𝔄 megetti szem az 𝔄 és 𝔅 csóvákat a' füsttel azonegy lapba látja; 's a' kemencét tovább vive új pont, 's megtovább annyi pont határzódik, a' hány szükséges. Minden kemence állás helyibe csóva állittatik, 's akármely két csóván nézve is az azon túl vitt kemence új csovát ád. (k. 60.)

Kemençe nélkül is $\mathfrak{A}$ és $\mathfrak{B}$ csovára nézve, a' szem és $\mathfrak{A}$ közt oly $\mathfrak{a}$ pont határzódik, mely $\mathfrak{A}$ val 's $\mathfrak{B}$ vel azon egy függélyi lapba esik, 's $\mathfrak{a}$ megé menve a' szem, $\mathfrak{a}$ és $\mathfrak{A}$ csóvákan nézve, azon túl új pontot határoz, valakit jobbra balra igazgatva, a' ki hogy inkább lássék, kapát tart fel maga előtt fehér kendővel, 's azzal jegyet vág alatt. A' hol szükség vágat a' süsüségből, hogy láthasson, 's így minden 2 pontról tovább menyen a' felső csóváig.

Ha mágnes tő van: úgy tartva, hogy azon lévő jegyes egyen az $\mathfrak{A}$ val és $\mathfrak{B}$ vel azon-egy függélyi lapba essék, ugyan azon egyenbe $\mathfrak{A}$ ponton túl $\mathfrak{A}$ és $\mathfrak{B}$ közt új pont határzódik; 's oda menve, a' mágnes-tő előbbi állásával új pont kerestetik a' jegyes egyen' irányjában, 's ez a' felső csóváig folytattatik. Ugyan is a' tő' két állása eggyközi, 's az új szög = az elébbihez, az honnan az elébbi egyen az újjal azonegy egyenbe esik.

§. 63. *Egyennek mérése*: vagy maga $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ egyen méretik, vagy függélyi vagy vizfekti mennyisége; péld. ha vizfekti egyenre $\mathfrak{A}$ és $\mathfrak{B}$ pontokról $\mathfrak{A}\mathfrak{A}'$ 's $\mathfrak{B}\mathfrak{B}'$ $\perp$ ak, $\mathfrak{A}'\mathfrak{B}'$ az $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ nek vizfekti mennyisége, mely $= 0$ ha $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ függelyi. Megjegyzenddő pedig, hogy gazdasági tekintetben nem a' föld-szinti terj vétetik, hanem annak vizfekti mennyisége: ugyan is a' föld nagy sugara miatt két függélyi egyen jó darab helyen is érzékileg egyközi; 's ha negyedszögi és függélyi $\triangle$ ot gondolunk, melynek edjik béfogója vizfektü, a' másik függélyi, annyi egyenlő koronáju élőfa fér-el a' vizfektün, mint az átfo-



gon, ember is annyi álhat, több fekhetik, 's ágyu 's szekér is több fér.

§. 64. Magának az eggyennek mérésének több esetei vannak: vagy $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ egyen valamely földszinti lapon van, vagy csak $\mathfrak{B}$ van a' föld' szinén, 's $\mathfrak{A}$ felette vagy alatta van $\mathfrak{B}$ nek. Az elsőnek megint több esetei vannak: vagy van edj pont, az honnan $\mathfrak{A}$ hoz is $\mathfrak{B}$ hez is mérni lehet, vagy csak edjikhez, vagy edjikhez se lehet mérni.

§. 65. (k. 61.). Ha $\mathfrak{c}$ től $\mathfrak{A}$ hoz is $\mathfrak{B}$ hez is lehet mérni: vagy ki lehet nyujtani $\mathfrak{A}\mathfrak{c}$ egyent, mig $\mathfrak{a}\mathfrak{c}=\mathfrak{c}\mathfrak{A}$, 's $\mathfrak{c}\mathfrak{B}$ egyent, mig $\mathfrak{c}\mathfrak{b}=\mathfrak{c}\mathfrak{B}$, a' mikor is $\mathfrak{a}\mathfrak{b}=\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ lesz. mert $\mathfrak{c}$ nél a' 2 egyenlő oldalak közti szögek tőviek; vagy nem lehet, 's ekkor akár alúl akár fölül kismérték szerint tétettnek az oldalak.

Ha csak $\mathfrak{A}$ hoz lehet mérni, az $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ egyenben (k. 62.) vétetik $\mathfrak{D}$ pont, 's az $\mathfrak{A}\mathfrak{c}$ kinyujtásában $\mathfrak{c}\mathfrak{a}=\mathfrak{c}\mathfrak{A}$, 's a' $\mathfrak{c}\mathfrak{D}$ kinyujtásában $\mathfrak{c}\mathfrak{d}=\mathfrak{c}\mathfrak{D}$ tétettvén, $\mathfrak{a}\mathfrak{d}$ egyenben azon $\mathfrak{b}$ ig kell menni, mig a' $\mathfrak{c}$ és $\mathfrak{B}$ a' $\mathfrak{b}$ vel egyenben lesz, a' mikor is $\triangle\mathfrak{A}\mathfrak{c}\mathfrak{D}=\triangle\mathfrak{a}\mathfrak{c}\mathfrak{d}$; tehát az $\mathfrak{a}$ náli szög $=$ az $\mathfrak{A}$ náli szöghez, és így $\triangle\mathfrak{A}\mathfrak{c}\mathfrak{B}=\mathfrak{a}\mathfrak{c}\mathfrak{b}$, tehát $\mathfrak{a}\mathfrak{b}=\mathfrak{A}\mathfrak{B}$. Itt tehát csak $\mathfrak{a}$ hoz $=$ szöget kell csinálni. Ha csak $\mathfrak{D}\mathfrak{B}$ kerestetik, $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ ből levonodik $\mathfrak{A}\mathfrak{D}$.

Mind a' 2 esetben lehet a' kinyujtásokat kismérték szerint tenni le, 's akkor $\mathfrak{a}\mathfrak{b}$ azon kismérték szerint adódik ki. Sőt lehet fölül tenni mindenik mért oldalt magára, 's akkor a' 2 dik esetben $\mathfrak{a}''\mathfrak{d}''$ egyen' kinyujtásán azon $\mathfrak{b}''$ ig kell menni, mely $\mathfrak{c}$ ből $\mathfrak{B}$ vel egyenben van.

Ha edjikhez se lehet menni (k. 63.), 's

van azon egy lapon $\mathfrak{AB}$ vel $\mathfrak{b}$ és $\mathfrak{q}$ olyan pont, hogy mindenikről lehet $\mathfrak{A}$ra és $\mathfrak{B}$re látni: $\mathfrak{ab}$nek bizonyos m pontjára tétessenek le az $\mathfrak{a}$ náli $u$ és $v$ szögek (§.24.); mely által $\mathfrak{f}$ és $\mathfrak{l}$ pontok meghatároztatnak; 's $\mathfrak{fl}$ annyidja $\mathfrak{AB}$nek, mint $\mathfrak{bm}$ a' $\mathfrak{ba}$nak. Mert $\mathfrak{lbm}$ és $\mathfrak{Bba}$ △okban x szög közös, 's $u+v = u+v$, tehát $\mathfrak{bl} : \mathfrak{bB} = \mathfrak{bm} = \mathfrak{ba}$; szintúgy $\mathfrak{fbm}$ és $\mathfrak{Aba}$△okban $z+x$ közös, 's $u=u$, tehát $\mathfrak{fb} : \mathfrak{Ab} = \mathfrak{bm} : \mathfrak{ba}$. És így $\mathfrak{bl} : \mathfrak{bB} = \mathfrak{bf} : \mathfrak{bA}$; 's azonban $z$ szög közös a' $\mathfrak{fbl}$ es $\mathfrak{AbB}$ △ okban. Tehát $\mathfrak{fb} : \mathfrak{bA} = \mathfrak{fl} : \mathfrak{AB} = \mathfrak{bm} : \mathfrak{ba}$.

*Jegyzés*.(k. 64) Ide tartozik a' víz szélének 's valamely pontnak a' lábtòli távjának mérése. Az elsőt lehet kalappal is mérni: $\mathfrak{ED}$ legyen az első állás, $\mathfrak{E}$ a' szem, $\mathfrak{D}$ a' talp, 's $\mathfrak{EB}$ a' szemtől a' kalap' széléni egyen; $\mathfrak{AB}$ egyen' kinyujtásába hatrálva a' kalap változatlan állásával, mig a' szemen 's kalap' széléni egyen $\mathfrak{A}$ ra megy; lesz $\mathfrak{dA} - \mathfrak{DA} = \mathfrak{AB}$. Mert $\triangle\mathfrak{cdA} = \mathfrak{EDB}$, mert $\mathfrak{cd} = \mathfrak{ED}$, $v=u$, 's $\mathfrak{d}=\mathfrak{D}=F$.

Helyt maradva is lehet változatlan kalap-állással valamely tér felé fordulva valakit küldeni, a' ki probálja jegyet tenni oda a' hol a' szemtől a' kalap' széléni egyen végződik.

(K65) Ugyan ebből látszik: hogy valamely téri $\mathfrak{B}$ pontnak $\mathfrak{A}$ lábtoli (nem felette nagy) távját megmozdulás nélkül is meglehet mérni; ha $u$ szög csupán 3 oldal által meghatározva, letétetik a' szemnek talptoli magasságára fölül, 's ezen magasság kis mértékkel tétetvén le, az aljárol ∟ vitetik, mig az $u$ felső szárát vágja; ez lesz kis mérték szerint a' keresett táv.



Az $u$ szög pedig 3 oldal által megadathatik: ha rézből vagy tömött fából 3 keskeny lineázó alaku úgy tétetik öszve, hogy $\mathfrak{a}$ a' szemnél legyen, 's $\mathfrak{ac}$ függélyileg áljon, 's $\mathfrak{ab}$ $\mathfrak{a}$ körül fordulhasson, 's $\mathfrak{ac}$ péld 100 ra osztassék, 's olyan részek tétessenek $\mathfrak{c}$ től is $\mathfrak{cb}$ egyenre, számokkal jegyezve: lesz $\mathfrak{ac} : \mathfrak{cb} = \mathfrak{aA} : \mathfrak{AB}$.

*(K.66) Ha pedig $\mathfrak{B}$ a' vizerányan fölül van: hanyatán feküve, hogy az $\mathfrak{A}$ náli szem a' talpnál függélyi $\mathfrak{if}$nak $\mathfrak{AB}$ egyenbe eső pontját jegyeztesse meg; megadódhatik $v=v'$, 's $\mathfrak{Aa}$ és $u$ 's $v'$ által letétetik $\triangle\mathfrak{aAB}$, 's a' függélyi $\mathfrak{BB}'$ is kijön.

*Ha pedig $\mathfrak{B}$ alol van (k. 67. ); $\mathfrak{if}$ függélyinek $\mathfrak{AB}$ egyen' kinyujtásába eső i pontját megjegyezve, $v$ szög megadódhatik, 's $\mathfrak{aA}$ ból az $u$ és $F+v$ szögekkel △ lesz, 's $\mathfrak{AB}$ 's a' függélyi $\mathfrak{BB}'$ is megadódik.

§. 66. (k. 68) Ha $\mathfrak{AB}$ függélyi egyen, péld. edj fa' magossága: és hanyatán fekvő a' talpánál $\mathfrak{ba}$ függélyi léccnek $\mathfrak{a}$ pontján $\mathfrak{A}$ ra néz; lesz $\mathfrak{cb} : \mathfrak{ba} = \mathfrak{cB} : \mathfrak{BA}$.

Sintúgy ha (k.69) $\mathfrak{AB}$ nek $\mathfrak{BE}$ 's $\mathfrak{ab}$ nek $\mathfrak{bc}$ az árnyai azonegy idben : $u=u'$ a' távolnap' érzékileg || sugáraiért. Tehát $\mathfrak{bc} : \mathfrak{ba} = \mathfrak{BE} : \mathfrak{AB}$.

Ha ( 70. ) edényben a' viz' szine csendes, 's $\mathfrak{a}$ bol a' szem látja $\mathfrak{A}$ pontot: lesz $\mathfrak{db} : \mathfrak{ba} = \mathfrak{dB} : \mathfrak{BA}$; mert az $\mathfrak{A}$ bol $\mathfrak{d}$ re eső sugár a' viz' szinével = szöget csinál az $\mathfrak{a}$ ra visszaverödöttel (a' *physica* szerint).

*Jegyzés.* Lehet kis (mintegy harmadfél ujjnyi) réz tálacskába (belől elóre választóvízzel megrágatva) higanyt tenni, söt szélben vékany átlátczóval fedni.

Az erdőszök a' fa magasságát pálczára függélyileg tett 𝔅𝔞𝔲𝔪𝔨𝔯𝔢𝔲𝔱𝔷al mérik(k.71) : az hol 𝔡 nél negyedszög lévén, lesz 𝔠𝔟 : 𝔟𝔞 = 𝔠𝔅 : 𝔅𝔄. Mind 𝔟𝔠 mind 𝔟𝔞 el-osztva számokkal jegyeztetik;'s vagy 𝔟𝔠 vitetik a' másikan vagy 𝔠𝔟 taszittatik a' maga egyenében, mig a' szem 𝔠 ből 𝔞 és 𝔄 pontokat egyenbe találja.

§. 67. Vizfekti mennyisége 𝔄𝔅 egyennek ( k.72 ) $= a+b+c+d$, függélyi mennyisége pedig $\alpha+\beta+\gamma+\delta$; az hol $a, b, c, d$ vizaránylag, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ függélyileg állittattak Akármily legyen a' földszin, 𝔄 és 𝔅 pontokon áttett függélyi lapnak azzali vágatjának azonegy vizfekti mennyisége van.

§. 68. Valamely azonegy lapi bár több egyenből álló, sőt akármely alaku vonalt a' *mezőről papirra* letehetni következő módon.

1. Legyen ( k.73 ) 𝔄𝔅ℭ𝔇𝔈 vonal, péld. patak' partja: ha azonegy 𝔞𝔣 egyenre 𝔄𝔞, 𝔅𝔟, ℭ𝔠, 𝔇𝔡, 𝔈𝔢 ∟ ak tétetnek, 's 𝔞𝔟, 𝔟𝔠, 𝔠𝔡, 𝔡𝔢 kis mérték szerint edjmásután letétettnek, 's 𝔞𝔟 re 𝔟𝔅, azután 𝔟𝔠 re 𝔠ℭ, 's úgy tovább kis mérték szerint letétettvén, az 𝔄, 𝔅, ℭ... nek megfelelő pontok elég közel esnek, öszve kötve kimutatják az alakat.

Ha pedig (k. 74.) 𝔞 tól 𝔣 ig 𝔞𝔨, 𝔨𝔦, 𝔦𝔪, 𝔪𝔣 egyenekből áll az a' vonal, melyre az 𝔄, 𝔅, ℭ, 𝔇, 𝔈, 𝔉 ről ∟ ak tétetnek, úgy a' 𝔨, 𝔦, 𝔪 pontoknáli szögek 3 oldal által letétettnek.

2. (K. 75.) Ha 𝔨 tól lehet lánczczal mérni 𝔄, 𝔅, ℭ... pontokhaz: csak az 𝔄𝔨𝔅, 𝔅𝔨ℭ 's a' t. szögeket kell 3 oldal által letenni; szabad 𝔞𝔨, 𝔟𝔨, 𝔠𝔨... egyeneket egyenlőknek is



venni. Azután kicsibe lekell tenni rendre a' 𝔨𝔄, 𝔨𝔅... egyeneket, 's a' végeiket öszve kell kötni. Ha az 𝔄𝔅, 𝔅ℭ... oldalakat is meglehet mérni, úgy a' 𝔨 náli szögek' levétele nélkül, csak a' △ okat lehet 3 oldal által rendre letenni

3. Ha nints oly 𝔨 pont mindenikhez 𝔄, 𝔅 közül: a' mely darabot nem lehet úgy venni-fel, oldalakat kell mérni, 's a' szögeket 3 oldal által venni fel. Az utolsó szög péld. 𝔄, 's az utolsó 2 oldal 𝔅𝔄 és 𝔄𝔈 a' 𝔅 's 𝔈 szögek által meghatároztatnak. A' hol a' szög 3dik oldalát belől mérni nem lehet (k. 76.) péld. 𝔈 nél, tővi szöget kell venni; 's ha valamely oldalhoz nem lehet menni, a' föllebbi módokon lehet mérni.

4. k.77 Ha valamely egyeni kerrel vétetik körül a' felveenddő: ezen ker oldalak 's 3 oldal által felvett szögek által levétetik: 's arra azon kis mérték szerint letétettnek 𝔭𝔞, 's 𝔞𝔄, azután 𝔞𝔣 és 𝔣𝔉 'sat.

5. Vagy (k. 78.) a' leveenddőn keresztűl 𝔅𝔇 egyen vonatik, melyre az olyas eltérő pontokról ∟ ak bocsáttatván, kis mérték szerint 𝔇𝔢, 𝔢𝔣, 𝔣𝔠... és 𝔢𝔈, 𝔣𝔉, 𝔠ℭ... ∟ ak letétetvén, a' végpontok öszve köttetve a' leveenddőt közelitik.

§. 69. Ha a' leveenddő ker hegy-oldalon van: edjszerübb eset, mikor a' hegy-oldal lap; a' mikor is (k.79. ) 𝔄𝔅 vizfegtileg méretvén, szintúgy a' reá tett ∟ ak 𝔢ℭ, 𝔡𝔇, 𝔢𝔈, kis mérték szerint letétettnek, 's a' végeik öszve köttetnek. Látni való, hogy ha a' hegy 𝔄𝔅 vel, viz-szint vágodik el, 's az 𝔈 ből ezen térre bocsátott ∟ 𝔈' pontra esnék, $e\mathfrak{E}'$ volna az $e\mathfrak{E}$ viz-fekti mennyisége; 's így a' hegy' minden pontjának felel meg a' téren az, a' hová azon pontróli függélyi esik.

K· 80. Ha pedig $\mathfrak{AB}$, $\mathfrak{BC}$ viz-fektiek, de szöget csinálnak, akkor lécekkel 3 oldal által tövi szöget kell mérni; 's a' többit az iminti szerint ∟ ak által vinni véghez.

*Jegyzés.* Jollehet a' hegy oldalán annyi fa tér-el, mint azon a' téren, melyre így vonatik: de az ültetésben a' távokat úgy lehet venni, mint ha tér volna; mert a' vizfektü béfogón inkább terjedne mint az oldalas átfogón.

Hogy a' mennyiben lehet egyaránt részesüljön a' fa a' napban és légben (elhajol a' közel szomszédtól); vagy eggyoldalu △ szöghegyire ültetik, vagy 4 szögre; a' dicsért, *quincunx* (koczkáni 5 ös) a' közepsönek kisebb koronát hágy, mindenik módban a' belsők' élete zártabb a' külsőkénél.

§. 69. Itt minden, olyas mérő-szerszám nélkül vitetett véghez: ∟ is többként irathatik csupa kötéllel is, de hogy a' nyirokban ne kurtuljon, szurkos faggyuval kell megkenni; ha 3, 4, 5 szerint bogok tétettnek, oly △ lesz, melyben $5^2 = 3^2 + 4^2$, tehát az 5 tel szembellö szög fertály (§. 40).

Kis müszert is lehet többént késziteni: (k. 81.) $\mathfrak{cf}$ ∟ $\mathfrak{cb}$, ha $\mathfrak{bc}$ feletti kis néző $\mathfrak{b}$ re, 's $\mathfrak{ac}$ feletti $\mathfrak{f}$ re mutat. Tükörrel is lehet: ha (k. 82.) $u =$ fél $F$, 's $\mathfrak{pq}$ tükör' szine $\mathfrak{a}$ felé van, és $\mathfrak{cb}$ sugár $\mathfrak{ca}$ ba verödik vissza a' szemhez: akkor legyen $\mathfrak{cb}$ ∟ $\mathfrak{pq}$, 's lesz $v + u = F$, tehát $v = u$, 's $2v = F$; és $\mathfrak{cf}$ ∟ $\mathfrak{cb}$.



Söt ha (k. 83.) $\mathfrak{cf}$ sugár verödik $\mathfrak{ca}$ ba; akkor $h = h$ lévén, az $\mathfrak{fcf}$ szög $= 2p$. Más módu szög-mérő is van tükörrel.

§. 70. k.84 Hogy valamely pontja a' földszinnek mennyivel van főlebb vagy alább a' másnál; azt is valamennyire könnyü szerrel lehet mérni: valamely vizfekti lapon (akár viz akár higany legyen) elnézve elébb $\mathfrak{a}$ tol $\mathfrak{b}$ felé, azután $\mathfrak{b}$ től $\mathfrak{a}$ felé, ha függélyi léceken elébb $\mathfrak{c}$ azután $\mathfrak{e}$ jegyeztetik valaki által, a' ki valamely jegyet fel 's alá addig viszen, mig $\mathfrak{ab}$ vel egyenbe jön; legyen $\mathfrak{c}'$ a' $\mathfrak{c}$ alatti 's $\mathfrak{e}'$ az $\mathfrak{e}$ alatti pont; a' mennyivel nagyobb péld. $\mathfrak{cc}'$ az $\mathfrak{ee}'$ nél, annyival alább van $\mathfrak{c}'$ az $\mathfrak{e}$ nél.

*§. 71. A' kis mérték szerint levett terj, ugyan a' szerint számittatik fel, 's abból a' kiadandó részek kijövén, célszerint adattnak ki. A' levett terj nemcsak △ onként, ha nem trápézonként is számittathatik: de hibás az a' közmód, mely szerint az egész magassággal mértteztetik az eggyköziek' aritmetikai közepe: mert péld. (k.85.) a' terj $=$ fél $a(b+b)'$ + fél $a'(b'+b'') =$ fél $(ab+ab'+a'b'+a'b'')$, (melyet könnyü többre kiterjeszteni), légyen ez, $= \frac{(a+a')(b+b'+b'')}{n}$; ebből $n = \frac{(a+a')(b+b'+b''):2}{ab+ab'+a'b'+a'b''}$; mely ha $a = a'$, lesz $\frac{4.(b+b'+b'')}{b+2b'+b''}$, mely is hogy 3 legyen, lesz $4b+4b'+4b'' = 3b+6b'+3b''$, tehát $b+b'' = 2b'$, 's hogy $n = 2$ lenne, $b+b'' = 0$ volna. Péld. ha $a = 1$, 's $b = 1$, $b' = 2$, $b'' = 3$; lesz $n = 3$; de legyen $b'' = 4$, lesz $n = 28:9$.

§. 72. A' mi az osztást illeti: mindenkinek részét célszerint kell ki adni. Péld. ha $\triangle abc$ (k. 86.) úgy osztanddó, hogy edjiknek 2 rész a' másnak 3 jusson, $bc$ 5 re oszlik, 's $\triangle abd$ az elsőjé lenne, de túl adódik ki ha ott szomszédos. Ez az osztás szöllönek jó, de az eke meg nem fordulhat: erre az illető részt kettőben kell kiadni; péld. (k. 87.) legyen $\triangle abd=\alpha$, 's az illető rész $=\alpha+\beta$, és $\beta=(bd.ef):2$; ekkor $f$ ponton legyen $fi \| bd$, 's lesz $\triangle bdf=\beta$.

§. 73. A' kiadás könnyittetik, ha több, számmal jegyzett karók a' rajznak megfelelőleg hagyatnak a' mezőn, 's a' mágnes' állása is kitétetik; 's minden a' maga szinével 's az olyasak fölül szegletbe kitett jegyekkel megkülönböztetnek. Megjegyzendő, hogy a' szinfesték vékony legyen, 's az ecsetről a' felesleges letörlödjék, hogy martoson ne száradjon.

§. 74. A' másolásnak több módja van: ablakon, vagy mandola olajas (korpával letörölt) papiron; ezen az alája tett rajz átlátszva lerajzoltatik, mely rajz átszurdoltatván ruhába kötött szénpor veretik-át; ez lefuvatik, plajbászszal kihuzatik, vékony tussal kivonatik, 's kidörgöltetik gummi elasticummal.

Kisebbe vagy nagyobba pedig ahhoz készitett kismérték szerint lelehet akár a' $\triangle$ kat rendre 3 oldalaukint téve le, akár a' (k. 78.) szerint venni.

*Jegyzés.* A' $\triangle$t szögei és oldalai közül annyibúl, a' mennyi azt meghatározza, felszámitani, tanit a' Trigonometria.



*Kis képzet a' Trigonometriárol.*

§. 75 Ha az átfogó $H=1$, akármelyik oldal (k. 88.) mondassék a' szembellő 's szintugy az a' melletti szög' *sinusának*: söt a' *szög' sinusa ellenje* is mondassék *azon szög' elenje' sinusának.* Mondassék továbbá ha $\gamma+\delta=F$, a' $\gamma$ sinusa a' $\delta$ *cosinusának*, és $\sin k : \cos k$ mondassék *tang* $k$nak. A' sinusnak alább szélesebb értelem adatik.

Innen $\alpha=\sin a=\sin=(2F-a)=\cos b$; $\beta=\sin b=\cos a$; $-\alpha=\sin -a=-\sin a$; és $v+x=F$ból $a-x=F$, mert $v+a=2F$; tehát $\cos v=\sin x$, 's $\cos a=\sin -x=-\sin x$, és így $\cos v=-\cos a$, $\sin(a+b)$ pedig $=\sin p=\sin c$ (k. 91.).

§. 76. Ha $Ac$ átló (akár $>$ akár $<ac$) $r$nek neveztetik: lesz §.37bol $A=r\sin a$, $B=r\cos a$; és (k.89 's 90) $y=A\sin b=B'\sin a'=B\sin a$; tehát $A\sin b=B\sin a$. Tehát $A:B=\sin a:\sin b$.

§. 77. (k.89.) $C=A\cos b+B\cos a$, 's (k. 90.) $C=A\cos b-B\cos a'=A\cos b+B\cos a$.

Azonban $\sin c=\sin(a+b)$: és $C:B=\sin c:\sin b=A\cos b+B\cos a:B$; tehát $\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b$.

Innen mivel $c=v-b$, $\sin c=\sin(v-b)$ 's $A:B=\sin a:\sin b$; lesz $C:B=\sin(v-b):\sin b$, és $C=B\sin(v-b):\sin b=A\cos b+B\cos a$; tehát $\sin(v-b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b$; mely mivel $\sin v=\sin a$, 's $\cos a=-\cos v$, lesz $\sin v\cos b-\cos v\sin b$.

Továbbá $\cos(a+b)=[90-(a+b)]=\sin[(90-a)-b]=\sin(90-a)\cos b-\cos(90-a).\sin b=\cos a.\cos b-\sin a\sin b$, szintugy $\cos(a-b)=\sin[90-(a-b)]=\sin[(90-a)+b]=\cos a.\cos b+\sin a.\sin b$.

*Jegyzés.* De a' körön akármely $+$ vagy $-$ útját tegye edj pontnak $a$, 's szintúgy $b$, mindig $\sin(a\mp b)=\sin a\cos b\pm\cos a\sin b$, 's $\cos(a\pm b)=\cos a\cos b\mp\sin a\sin b$ (a' sinuson végpont távat értve a' kezdeténi kettézőtől, 's cositávat értve a' sinustoli középpont-távot, 's a' sinusokat alul $-$ 's a' cosinusokat jobbra $-$ véve; melyből könnyen látszik, hogy $\sin -a=-\sin a$, 's $\cos\pm a$ azonegy; 's ha $m$ egész szám, 's $q$ negyedkör, $\pm 4mq\pm a$nak sinusa 's cosinusa az a' mi $\pm$ $a$nak.

Legyen elébb $a$ és $b$ is $+$, 's $u$ is $v$ is $+$, 's mind $u$ mind $v$ legyen $<q$; 's $a=nq+u$, $b=\mu q+v$, 's $\mu$ nem$>n$, 's mind $n$ mind $\mu$ $+$ 's $<4$ legyen, s ha $n+\mu<4$, úgy $n+\mu$, ha nem, úgy $n+\mu-4$ legyen $\nu$. Lesz $\sin(a+b)=\sin(\nu q+u+v)$, 's $\sin(a-b)=\sin[(n-\mu)q+u-v]$ 's rendre véve, $a+b$ ád $\nu=0$ ra 3 esetet, $\nu=1$ re 2 töt, $\nu=2$ re 3 at, $\nu=3$ ra 2 öt; $a-b$ pedig ád $0q$ ra 4 et, $1q$ ra 3 at, $2q$ ra 2 öt, $3q$ ra 1 et; 's mindenikre $a$nak, $b$nek, $a+b$ nek 's $a-b$ nek sinusát 's cosinusát ezen kis tábla a' fölebbi szerint mutatja ki. Ugyanis a' kör' nézéséből látszik: hogy ha $h$ köz neve $u$nak $v$ nek, $u+v$ nek, $u-v$ nek; lesz

| | |
|---|---|
| $\sin(q+h)=\cos h$ | $\cos(q+h)=-\sin h$ |
| $\sin(2q+h)=-\sin h$ | $\cos(2q+h)=-\cos h$ |
| $\sin(3q+h)=-\cos h$ | $\cos(3q+h)=\sin h$ |

Továbbá ha $a'=-a$, 's $b'=-b$; akár mind a' 2 ív, akár az edjik akár $a$ akár $b$ legyen $-$; az esetek ezek $a'\pm b'=-(a\pm b)$, $a'\mp b=-(a\mp b)$, $b'+a'=-(a+b)$, $b'-a'=a-b$, $b'+a=a-b$, $b'-a=-(a+b)$, $a\pm b'=a\mp b$, $b+a=a+b$, $b-a=-(a-b)$; melyek, a' tábla szerint rendre próbálva, az irt alakba adják ki a' sinust; tudattván, hogy $\sin -h=-\sin h$, 's $\cos h=\cos -h$. Példának okáért:



Légyen a' két ív közűl az első $-$, a' másik $+$, 's légyen péld. $b$ ív elől: lesz $\sin(-b+a)=\sin(b'+a)$; mely $=\sin a.\cos b-\cos a.\sin b$; 's ugyan ez $=\sin b'\cos a+\cos b'\sin a$; mert $\sin b'=-\sin b$, 's $\cos b'=\cos b$.

'S átalán $\alpha$, $\beta$ íveket téve, $\alpha+\beta$ nak 's $\alpha-\beta$ nak esetei kijőnek, ha $\alpha$ helyébe $a$ és $b$ közűl tétetik valamelyik (accentussal vagy a' nélkül); 's ezen 8 esetből a' közbűl tett $+$ vagy $-$, két annyit csinál: melyekből csak $a\pm b$, és $b+a'=-(a-b)$, 's $b-a'=a+b$ maradott ki.

Minthogy pedig mindenik eset $a+b$ vagy $a-b$vel tevödött ki: elébb $a$nak 's $b$nek fölebbi becsei szerint $\sin(a+b)$ 's $\sin(a-b)$ nek ott irt eseteit az otti táblácska kimutatván, az $\alpha+\beta$ 's $\alpha-\beta$ sinusait szabály szerint téve ki, öszve kell hasonlitani, mint az imintti példában.

§. 78. $A$ és $B$ oldalak, 's a' szembellő $a$ és $b$ szögek közül akármely 3 ból ki jön a' 4 dik: mert $A:B=\sin a:\sin b$ (§. 76). Ugyan is könyvek készitvek, melyekben a' sinusok 's a' t. felvetvék, 's a' számitás logarithm által könnyittetik.

§. 79. K. 89. $A$, $B$, $C$ oldalakból, a' $\triangle$ két hegyes szögei közül, melyek legyenek $a$, $b$, akármelyik ki jön: péld. $y^2=A^2-x^2=B^2-(C-x)^2$; az honnan $x=(A^2+C^2-B^2):2C$. Tehát mivel $A:x=1:(\sin z=\cos b)$; lesz $\cos b=x:A=(A^2+C^2-B):2AC$.

§. 80. k. 91. Ha két oldal $A$, $B$ a' közbellő szöggel adattnak meg: lesz $B:A=\sin b:\sin a=\sin(a+c):\sin a=(\sin a\cos c+\cos a\sin c):\sin a=\tan a.\cos c+\sin c:\tan a$ (ha a' két hátulsóra párzatik $\cos a$. Az honnan $B\tan a=A\tan a.\cos c$

$+A\sin c$; és innen $\tan g\,a = A\sin c : (B - A\cos c)$. 'S innen a' 3dik oldal is kijön.

§. 81. A' negyedszögi △ban ha $A$, $B$ béfogok, 's $H$ átfogó: lesz $B : A = \sin b : \sin a = \cos a : \sin a = 1 : \tan g\, a$ (ha a' két hátulsóra párzatik $\cos a$). Tehát $\tan g\, a = A : B$. Szintugy $H : A = 1 : \sin a = 1 : \cos b$. Tehát $H\sin a = A = H\cos b$.

*Igazitás 's világositás.*

Lap 2. §. 9. Hogy a' ker, akár gömbbel és lappal akár két gömbbel közös legyen, egy azzal a' mi a' 3 dik lapon 5 ben iratik, meglehet mutatai: addig pedig a' körön csak az említett 5 beni érttetik A' lap és gömb akármely pontja körül magában fordulhat; 's vágatja két lapnak egyen, két gömbnek pedig, 's lapnak és gömbnek, 1 pont vagy kör.

Lap. 3. alul rend 14. 𝔟 helyett kell 𝔠.

Lap 5. §. 17. r. 4. esetben *után kell* vagy közös pont vagy

Lap 8. k. 12. a' felső rendbe 𝔅𝔇 *helyett kell* 𝔈𝔇; *'s az azelötti rendhez adanddó* De a' másodikra elég edj.

§. 24. A' szöghez szintugy = szög lesz; ha = sugárral irtt ivre = húr tétetik.

Lap 11. §. 31 hez *adanddó* Tehát $B' = B$, 's $A > B'$ lévén, $A > B$. 'S a' megforditás világos mert ha $A > B$, nem lehet sem $a = b$ sem $a < b$; mert $A$ vagy = vagy < $B$ volna.

Lap 12. §. 34. r. 2. nincs *után teenddö.* 's nincs 3nak központja, a' négyszög

r. 3. *á* 'mikor-is *után teendö* ha nincs 3nak központja, 's a' két nem ∥nek vágatja nem a' két ∥ közé 's valamelyikbe sem esik.

Lap 18. Fól. r. 11. 𝔠𝔟 *helyett kell* 𝔠𝔞



Lap 19. §. 49. *végéhez adanddó* a' 13dik lapbol, akár §. 54 ből.

Lap 25 re Fölül. A' két ∟ közepein vont egyen ∥ $B$; tehát két = részre vágja 𝔠𝔟 és 𝔠𝔞 egyeneket.

Lap 26. Föl r. 14. $\omega$.𝔠𝔟 *helyett kell* $\omega$.𝔠𝔟

Lap 27. Föl. r. 2 de *után kell* a' külső több-szög $p'$

r. 3ban 2r. *törlödjék ki.*

r. 4. is *helyett kell* $p'$

*Világositás.* A' $p'$ férete $p'.(r{:}2) > k_1$ mely $= 2r\pi.(r{:}2)$; tehát $2r\pi < p'$

Lap 27 §. 58ban *oda kell érteni*: hogy ha a' △*ok* hasonlok, a' mikor is féretjeik az egy fektü oldalak' quadrátumaival eggymeretiek lésznek; 's onnan §. 59ben $A : B = a^2 : b^2$

Lap 29re Ha péld. △𝔄𝔅𝔈 Pálé, 's △𝔄𝔅𝔇 Péteré: mindeniknek birtoka oly égre nyúlo pyramis, melynek teteje a' föld'közepe 𝔠; 's alja a' △ja; 's köz határuk az égre nyujtott 𝔠𝔄 és 𝔠𝔅 egyenek kőzti lap; 's a' mi ebből a' földszinnel közős, az a' föld-szini határ.

Akármely kicsi a' főld'szinén, egész birtokát senki se járhatja meg: bár 𝔠 ponton túl másé, 's kövekkel töltve is felfelé az eget, míg más birtokosokra bótlanánk, a' madarak' természeti donatiojukba csak lég-hajok által lehetünk osztozó atyafiakká.

Azonban a' föld'szinén belöl is a' temetön kivül, vesznek-öszve a' szomszédok; edjik a' pince falat teszi beljebb, másik a' bányába hatol tul. Mod van akármely belőli pontnak a' föld'szinén megfelelöt kimutatni, az honnan oda esnék a' glóbis ha szabadon eshetnék; 's szintugy a' küli pontnak megfelelö belsöt kilehet mutatni: az elsö bé-menet' irányának a' délvonallali szöge megméretik, 's azután minden uj iránynak az elébbiveli szöge, 's minden menet viz-szinre vonatván, megmértten feljegyeztettnek; 's künn ezen mérések szerént keresteti k a' megfelelő pont. A' megforditás könnyen látszik; 's a' hol valamelyfelóli több vas nem savarja, a' mágnes könnyiti az irány' határozását

Lap 30. Al. *r.* 11. 𝔄𝔅' *helyett kell* 𝔄'𝔅'

Lap 32. Föl. *r.* 8. 𝔟𝔪=𝔟𝔞 *helyett kell* 𝔟𝔪:𝔟𝔞

Lap 33. Föl. *r.* 7. egyenre *után kell* és 𝔞𝔟𝔯𝔢 *r.* 8. *haz adanddó*: ha 𝔞𝔠𝔟=*F*. Ha pedig 𝔠𝔟 is fordul 𝔠 körül, 3 oldallal adodik meg az 𝔞𝔫áli szög

Lap 36 Al. *r.* 8. *haz adanddó*: 's ezzel is lehet (mint §. 21) egyen végéröl ∟ t emelni

Lap 37. Föl. *r.* 3*haz adanddó*: 𝔭𝔮 tűkör ebből azon lapra, melyen *p* iv van ∟ körül forditattik, mig a' tükör' közepe felett az 𝔞 és 𝔣 pontokon fölül csőn nézett tárgy alá jön a' 𝔣 képe. Az azelöttiben a' tükőr fordul a' műszerrel; 's az okmutatás ugyanaz, ha *h*=*u*. A' tűkör ércz.

§. 71. *r.* 12ben :2 *helyett kell* .2

Lap 39. Föl. *r.* 10. sin= *helyett kell* sin v =sin

§. 76ban átlo *helyett kell* átfogo.

§. 77. 4 dik rendbe a' következtetésre a' megelöző járúl.

Lap 40. *Al .r.*2. *h* helyett kell *h*

Al. a' 8 dik *rend helyibe kell* a' két iv =, akár az edjik, 's akár melyik legyen elól.

§. 81 ből ki jön, mennyire van esmertt diameterü lég-lopta, ha a' szög melyet a' végeiröli egyenek a' szemnél csinálnak tudatik.

*Jegyzés.* I. A' tan' eleje értelmes bévezetőt kiván: 's az a' jegyeket is megmagyarázhatja. A' kis Aritmeticábaniakan kivűl, ebben



ezek nincsenek megmondva. A' kör oszlik 360 gradusra. ∧*AB* az *A* és *B* szöge. $\widetilde{𝔄𝔅}$ teszi 𝔄𝔅 egyent kétfelé végetlen; ha pedig a' jegy edjik betü felett van, csak azon tuli végetlen kinyujtását teszi; △ háromszög jegye, mely lehetne *hármas* (röviden *hármi*) 's az eggyodalu *hármag*, mint a' 4 's több-szög ha rendes, *négyeg*, *öteg*, *hatag*.., rectangulum *negyen*, rhombus dült négyeg, rhomboides *dült negyen*.

II. A' 6 dik lapra. Legyenek *A*, *B*, *C* a' △ oldalai, 's a' szembellő szögek *a*, *b*, *c*; 's ezen △ neve *α*, 's más legyen *β*. 's

1. Legyen *β* nak is edjik oldala=*A*, 's más =*B*; 's legyen elébb *a* = a' *β* ban *A* val szembellőhez; 's legyen *a*=30, *b*=100; lesz *c*=50, 's a' *b* melletti 80; tehát elejibe esik *A* tol 10 re a' ∟, 's onnan 10 re *A* hoz = átfogó lehet *β* nak edjik oldala, 's ∧*AB*=70.

2. Legyen *a*= a' *β* ban *B* vel szembellőhez; 's *a*=30, *b*=50, *c*=100; 's tétessék *β* ban az *A* végére 30; a' tetejérőli ∟ an túl éppen annyira =*A* lesz, 's *B* mint nagyobb tovább 30 nál kisebb szögre esik: tehát *α* nem =*β*.

3. Ha *c*= a' *β* bani *A* val szembellőhez: legyen *c*=30=*a*, 's *b*=120, *β* ban a' ∟ an tul eső *A* az elébbi *B* vel nagyobb szöget csinál.

4. Ha *b*, *a* szögek vannak *β* ban is, a' 3 dik *c*; legyen elébb *A*= a' *β* ban *c* vel szembellőhez, melyen *b*, *a*, van, *α* ban *A* oldalan *b*, *c* van; tehát ha *c* nem =*a*, nem = a' két △. Szintúgy van, ha *A* = a' *β* ban *b* vel szembellőhez, melyen *a*, *c* van, 's ha *c* nem =*b*, nem = a' 2△.

5. Ha *C* =a' *β* ban *b* vel szembellőhez, melyen *a*, *c* van, vagy az *a* val szembellőhez, melyen *b*, *c* van; szintúgy van.

III. 1. A' 15dik lapon egyenekkel a' *multiplicatio*, *divisio*, *radix quadr*. *kihuzás*, *egész számi cimcsités*, csupán ürtanilag vitetik főmérték által végbe; 's a' származat tökéllyel jőn ki: sőt $n$, $m$ számneveket téve, 's $a$, $b$ akármely véges egyeneket; nemcsak $a.b$, $a:b$, és $a^n$. hanem $\sqrt[2^m]{a}$, söt $\left[\sqrt[2^m]{a}\right]^n$ ürtan által tőkéllyel adatnak ki Az utobbit illetőleg: ha $\sqrt{a}=c$, 's $\sqrt{c}=d$ 's úgy tovább az $m$ dikig, mely legyen $g$; ekkor vétessék $g.g$, 's azután ez megint szoroztassék $g$ vel, 's úgy tovább az $n$ dikig, a' mikor is $g^n$ lesz a' keresett.

2. Ha $a$, $b$ nem csupa egyenül, hanem véges mértten adatik is meg: az ürtan egyenné tudja tenni; péld. a' fő-mértéknek 2 harmadát veszi, azt 3ra osztva 's 2 olyant véve, akárhányra tudván az egyent osztani, 's akárhány olyant venni; 's igy megforditva akármely véges egyent más véges egyenre nézt meg is tudván mérni. De kérdés, van é mindég oly $n$ és $m$, hogy $a=mu$ 's $b=mu$ Meglehet mutatni, hogy számtalan sok esetekben nincs: 's ha akármely $m$re nézt $a=mu$, 's $b=nu+(\omega<u)$, 's akármely $m$re megadatik $n$, akkor $b$ az $a$ra nézt *mérctteni* mondatik; de látszik, hogy ezen mérés végetlen, az $m$ végnélküli növésével, 's az $\omega$ végnélküli apadásával; 's hogyha, akármely $m$re $A=mv$, 's $B=nv+(\lambda<v)$ a' két méretkép egyenlő', a' midőn a' helyett, hogy valamely $m$re mind $\omega$ mind $\lambda=0$; itt mindenik 0 haz végnélkül közelit.

3. A' melyek végesen öszvemérhetlenek, röviden *edjmásra nézt öszvemérhetleneknek*, 's a' mi a' fómérttékkel végesen öszvemérhetlen, röviden *öszvemérhetlennek* mondattnak.



Úrtan által $\sqrt{a}$ tökéllyel jön ki, ha $a$ öszvemérhetlen is, de csupa egyenül adatik meg; szintúgy $a^b$, ha $b=n:2^m$, melynek ha nem mértten csak egyenül adattnék is meg, a' főmértékre nézti megmérése ürtan által lehetséges.

4. Akármely véges egyenek legyenek pedig $a$, $b$; a' véges öszvemérhetlenség' esetében mértten adattva is meg, 's ha $b$ nem jőn is $n:2^m$ kép alá: $a.b$, $a:b$, $a^b$ (melyhez tartozik a' *radix* is), akármely megadottnál kisebb hibával ki jön az ürtan által; megjegyezvén az utobbira; hogy meg lehet mutatni, hogy van oly $n$ és m, hogy $n:2^m<b<(n+1):2^m$; 's $a^{\frac{n}{2^m}}$ az $m$ nevekedésével a' keresetthez végnélkül közelit.

5. Azonban ha a' párzásban a' főmértt keresttetik, a' párzat oly egyenbe jön ki, mely annyidja a' főmértéknek mint a' tett-eggymértt a' párzanddónak; de ha a' kérdés az, hogy mennyid? az ürtannak megkell mérni a' ki jöttett a' főmértékre nézve, 's meg is tudja tenni; 's ha péld. $\sqrt{2}$ is számilag kivántatik, meg méri a' ki jött egyent a' főmértékre nézve, a' mennyire kivántatik.

Megjegyzenddő pedig: hogy a' főmérttezésben, 's a' mérttezésben nem vi'sgáltatva miféle a' főmérték, csak az nézetik mennyidje a' főmértéknek.

6. A' számitó-tan pedig ha $a$, $b$ csak egyenül adatik meg, a' fölebbi származatokat ki nem tudja adni, mig meg nem méretnek, 's akkor is az eggymérttet is csak végnélkül közeliti, ha a' mérttező öszvemérhetlen: de azonban mértten véve által, nem csak a' fölebbieket akár mely megadottnál kisebb hibával

számilag adja ki, hanem ha $a^b = A$, a' $b$ becsét $a$ bol 's $A$ ból akárminél kisebb hibával ki adja, mikor tökéllyel ki nem adhatja; 's utána adhatjaki az ürtan is.

7. Megjegyzenddő: hogy ha $\alpha$, $\beta$... változatlanak, 's $x$, $y$.. változók; 's $x$ nek $x'$ a' széjbecse, melyet soha elnem érve, hozzá akármi kicsinél közelebb megy, 's $y$ nak $y'$ a' széjbecse; azon munkálatnak pedig, mely $\alpha$, $\beta$... $x$.$y$.. al tétetik, származata $z$, 's $z$ nek midőn $x$ az $x'$ 's $y$ az $y'$ (sat) széjbecsekre közelitnek, $z'$ a' széjbecse; $z'$ ugyan azon névvel nevezettik $\alpha$, $\beta$.. $x'$, $y'$... *ra* nézve, mint $z$ az $\alpha$, $\beta$... $x$, $y$..ra nézt.

8. A' *mennyiség*, *mekkoraság* milységre mutató szókan, az azzal milyzetteket szokás érteni: *mekkora*, onnan jön, *mi a' kora*? 's mivel az első erre nézti tiszta tárgyat az *id* (vagy üd) adja, lehetne a' könyv szerint *mi id* röviden *mid*nek mondani; 's mivel minden azon képre vonatik, lehet *idény* vagy *üdény*. Láss a' könyvben többet a' bélyzetével együtt, a' hol az eredetére nézve *eggyénynek* is mondatik.

9. Minden bizonyos nézetben egyen által képviseltethetik, ha ez az egyeni főmérték $E$ nek annyidja mint az a' magáénak; 's így különbözők is együtt léphetnek a' táblára: a' terj $E$ magasságu negyedszögénynek, 's a' telj $E$ oldalu négyeg véglapu téglánynak hoszsza, 's a' görbe vonal az edjmást követő húrak öszszete' széjbecse által; szintúgy id, út, erő, sebesség sat. 'S lesz péld. $ab$ annyidja $E$ nek mint az $a$ és $b$ bőli negyedszögény az $E$ oldalu négyegnek; 's így ha az eggykénti mozgásban $s$ az út, $t$ az id, $c$ a' sebesség, $ct$ kiadja az útat, $s:c$ az idet, $s:t$ a' sebességet. Többet láss a' könyvben.